

Ballistica et acontismologia. In qua sagittarum, jaculorum, et aliorum missilium jactus, et robur arcuum explicantur / [Marin Mersenne].

Contributors

Mersenne, Marin, 1588-1648

Publication/Creation

Paris : A. Bertier, 1644.

Persistent URL

<https://wellcomecollection.org/works/nyxzzpyg>

License and attribution

This work has been identified as being free of known restrictions under copyright law, including all related and neighbouring rights and is being made available under the Creative Commons, Public Domain Mark.

You can copy, modify, distribute and perform the work, even for commercial purposes, without asking permission.



Wellcome Collection
183 Euston Road
London NW1 2BE UK
T +44 (0)20 7611 8722
E library@wellcomecollection.org
<https://wellcomecollection.org>

F. MARINI MERSENNI MINIMI

BALLISTICA & ACONTISMOLOGIA

PARISIIS, MDCXLIV.









36540/B
N III 7

Lib. I. & GEOMETRICÆ ELEMENTA. 15
Solis, progredi quam in aliis, ut infra dicetur; sed differentia adeo est parva, ut hic sit negligenda: Sed & tum Planetæ sunt Soli propiores (nam eorum Orbitæ non sunt circuli Soli concentrici) & eorum Motus ita attemperatur, ut Area à radiis ad Solem ductis descriptæ æquabiliter augeantur; ut in decursu patebit. Et igitur Vires, quibus à motu rectilineo retrahuntur Planetæ, & in Orbitis suis retinentur, tendunt versus Solem.

PROPOSITIO XIV.

Vires quibus Cometæ in Trajectoriis suis (si hæc sint Curvilineæ) retinentur, non tendunt versus Terram, sed versus Solem.

Si enim Cometarum Trajectoriæ Rectæ sunt, nullis urgentur illi Viribus ad punctum extra Rectas istas positum tendentibus; quippe quibus à motu rectilineo retraherentur, & Orbes curvilineos describere cogerentur, per Prop. XI. Si vero Cometarum Trajectoriæ Curvæ sunt, tamen Vis, quâ Cometa quivis in ista Curva retinetur, versus Terram non dirigitur; quia Tellus extra Trajectoriæ planum plerumque reperitur; & præterea, Terræ respectu, nunc progreditur Cometa, nunc regreditur, & Areas proinde per Radios ad Terram ductos describit Temporibus minime proportionales: Respectu vero

81640
hif
22603

F. MARINI
MERSENNI
MINIMI
BALLISTICA,
ET ACONTISMOLOGIA.

In qua Sagittarum, Iaculorum, & aliorum Missilium
Iactus, & Robur Arcuum explicantur.



PARISIIS,
Sumptibus ANTONII BERTIER, viâ Iacobæâ,

M. DC. XLIV.

CVM PRIVILEGIO REGIS.

Cometa, nunc regreditur, & Arcas proinde per Radios ad Terram
ductos describit Temporibus minime proportionales: Respectu vero

THE
FUNDAMENTALS
OF
BAPTIST
THEOLOGY

By J. M. L. BAPTIST, Pastor of the Baptist Church, New York City.



NEW YORK
PUBLISHED BY
J. M. L. BAPTIST



ILLVSTRISSIMO,
AMPLISSIMOQUE VIRO
IOANNI IACOBO
DE BARILLON,
CASTILIONIS TOPARCHÆ, SACRI
Consistorij Comiti, & in Senatu Parisiensi
Primæ Classis Inquisitionum Præsidi,

F. M. MERSENNVS S. P.



Empestatibus præteritis, Illustrissime Præses, quarum scuitie videbaris absorbendus, Tua Virtus incomparabilis facta superior, & velut è nubibus splendidius emicans, quæ post Bonorum omnium vota, Te desideratissimum Senatui restituit Augustissimo, me quoque compulit ad nouum aliquid meditandum, quo diuersos labores à Te heroica fortitudine perlatos, nouâ recreatione solarer.

Sed quò Tibi armorum ista phalanx perpetuo pacis Patrono? Quid Tibi cum isto genere Balistarum importunissimo? Tibi, inquam, almæ Themidos Antistiti sacratissimo? Otium cum dignitate tuum; scio equidem. Verùm hîc arma silent inter leges, quod tu maxime vis, non leges inter arma, quod tu minimè pateris, nec quisquam bonus velit.

Ista lædunt, nostra ludunt; ista feriunt, nostra feriantur; ardent

ista, nostra lucent. Lux igitur beneuolentiae tuae nobis eò suauius ob-
oriat, nostroque liceat calamo gestienti, & haec arma quasi spolia
gestanti, illa quidem casta, incruenta, pacis, togaeque socia, Tro-
phaeum Tibi dicare suum. Tu enim ille es quem neque tela for-
tunae, neque vis, neque pericula, neque mina, nec arma fran-
gere usquam potuerunt. Quo Balistarum, arcuum, sagittarum
illae cohortes Tibi se dedunt, Tibi accidunt, Tuaeque cedunt arma to-
gae. Tempora illa facere quidem potuerunt ut mutares calum, sed
non animum: de loco moueretur, sed non de altitudine mentis;
adeo ut Tua Virtus in tenebris luceret, in aduersis triumpharet,
tranquilla in tempestatibus, serena in turbidis, Augusta in an-
gustis: ut Barillionum, Prætorum, Oliuariorum, Memmiorum,
& aliorum maiorum; è quibus oriundus, splendorem magis at-
que magis augeat. Sed ea fortunae tela quæ Tu uicisti, iam omit-
to, ut animo sedatiore non solum nostrorum arcuum ἀποβουλι-
σµὸς contempleris, sed ea tela moueas quæ uocat Apostolus τὸ πᾶν
πλῆθὺς τοῦ κόσμου: quæque Christi sanguine respersa cor mihi, cor
Tibi traiciant. His enim quisquis figitur, moritur ocyus mun-
do, uiuit Deo, moritur caducis, uiuit æternis, moritur uanitati,
uiuit gloriæ cælesti.

His igitur iaculis amoris, illorumque vulneribus noster ani-
mus, Amplissime Præses, totus pateat, occurrat, & incurrat in
hæc tela mitissima: sic enim ictus & uictus æternum cum beatis-
simis mentibus triumphabit: dumque hic militat, purissimæ men-
tis orationibus, uelut sagittis ardentissimis, ad Deum ipsum con-
uersus, in hæc uerba erumpet:

Da fontem lustrare boni, da luce reperta
In te conspicuos animi defigere visus.
Disiice terrenæ nebulas & pondera molis,
Atque tuo splendore mica: Tu namque serenum;
Tu Requies tranquilla piis, Te cernere Finis,
Principium, uector, Dux, femita, Terminus idem.

PRÆFATIO



PRÆFATIO

V T I L I S

IN BALLISTICA M

AD LECTOREM.



VM plurima sint in quibus Ballistica cum hydraulicis conueniunt, illorum lectio coniungenda: cumque in alijs Præfationibus vtilia plurima dixerimus, hac etiam nonnulla doctorum meditatione dignissimæ propono.

Primum multa superesse quibus vtrumque tractatum perficere queas: verbi gratiâ, cur pilæ tormentorum horizontaliter explosæ non statim incipiant descendere, vel non tantum descendant, quantum reuera descenderent, si motu horizontali destituerentur; & quænam sit vera ratio propter quam per centum aut plures sexpedas, quas initio percurrunt, minimè descendant: an quòd puluis, aut impressa vis illas æquè pellat in altum ac horizontaliter, vt iam aliàs innuimus.

II. Cùm 24. prop. Ball. plura iuxta subtilissimi Philosophi Thomæ Hobbes attulerimus, & quasdam Philosophiæ quam exornat partes legerim, quæ omnia ferè per motum localem explicant, velim etiam addere modum quo nostrarum facultatum operationes ex eodem motu concludit, vt lector perspiciat num quæcumque fiunt in nobis ad vim Ballisticam referri possint, vt obiecta per sensus exteriores irruentia tot iaculis quot motibus nos impetere, hucque & illuc impellere videantur, perpetuamque Ballisticam exercent.

Certum est enim fieri sensationem per actionem obiectorum in organa sentiendi, cùmque sensio tam actionem quàm passionem arguat, quas vix à motibus distinguas, sensio definitur potest motus.

P R Æ F A T I O

in partibus internis sentientis ab obiecti motu in agentis sensorio effectus : sic etiam visio fit à motu lucidi propagato per diaphanum intermedium, & continuato per oculum ad tunicam retinam, & deinceps per neruum opticum in spiritus, idque non solum in cerebro, sed etiam vsque ad cor, ob totius corporis miram connexionem.

Similiter motus quem duo corpora collisa, vel rupta faciunt, per aerem propagatur ad aurem, hincque per neruos ad cerebrum, & ad cor; & ita de reliquis obiectis aliorum sensuum, quorum motus vbi cor attingerint, si motum illius vitalem iuuant, voluptas nascitur, si ei noceant, dolor. Cum autem id quod patitur reagat, & resistat, motus cordis fit versus cerebrum, indeque in neruos vsque ad corporis superficiem externam, vnde phantasma oritur, quod est motus in cerebro, licet instar rei externæ appareat, quam repræsentat vbi non est: vt contingit cum stellæ in aqua, vel speculo videntur & vox vbi Echo.

Ex his autem phantasmatibus seu motibus ipsum sentientis corpus mouetur, atque adeo motus animalis oritur. Motus autem illi non desinunt licet obiecta non agant amplius, quandoquidem vt ad motum imprimendum agens necessarium est, ita & ad motum auferendum. Neque motus spiritibus & sanguini impressos quidquam extinguit nisi motus contrarius, qualis forsan à grauitate oriundus, vt in aqua contingit quam lapillus in orbem commouit.

Cum autem pluribus motibus cerebrum & cor agitentur, motus qui dominatur præsens phantasma dici potest: quod, dum obiectum agit, diuersis nominibus, iuxta diuersitatem organorum, exprimitur: si enim motus fit per oculum, dicitur lumen, vel color: si per aurem, sonus, &c. si per corporis superficiem, calidum, frigidum, læue, asperum, &c.

Vt autem ipsa passio dicitur sensio, idem motus manens, absente obiecto, dici solet imaginatio, sumpto nomine ab imaginibus, licet idem cum sensione fuerit, à qua solum differre videtur, quod ea præsentiam obiecti requirat: cumque motus omnis successionem constet, imaginatio semper aliquid habet in se præsentem prius, quod vbi sub præteriti ratione consideramus, memoria; sicut imaginatio præteriti absque consideratione ipsius phantasmatis, hoc est imaginaria successio, tempus appellatur, adeout idem animi motus, ob 4. diuersos respectus, nomina 4. adeptus sit.

Quamquam fatendum est phantasmata inter sentiendum clariora, quam vbi obiecta abeunt, ob nouorum obiectorum successionem in omnia sensuum organa quæ quidem non destruunt motum præce-

AD LECTOREM.

dentem, qui vetustate non euanesceat, sed comparatione latet: ut ex somno patet, in quo imaginationes non minus claræ sunt, quàm in ipsa sensuione, quòd tunc alia sensoria omnem aditum obiectis præcludant: cùmque dormientium phantasmata initium habuerint à sensuione, sintque motus idem, somnium erit quintum nomen imaginationum.

Rursus ut in liquido variis motibus turbato nascitur motus ex diuersis compositus, ita contingit in spiritibus, cerebro & corde, vnde plura phantasmata in vnum coeunt, ut sit in imaginatione montis aurei, & centauri velut ex equo & homine compositi; qua etiam ratione magnificas heroum actiones somniando, vel inani gloriâ nobis ipsis affingere possumus, & sextum nomen fictionum, atque figmentorum motui primo continuato affingere: porroque septimum nomen discursus continuæ imaginationum seriei, in quas sicut aquæ pars mota partem vicinam ducit, & trahit, ita phantasma vnum ex alio vicino solet oriri: sunt autem vicina phantasmata, quæ in ipsa sensuione se inuicem immediatè subsequuntur.

Est autem discursus, siue imaginationum series, ordinatus, vel inordinatus, ac veluti fortuitus, ut si quis à Pythagora ad fabam, à faba ad fabulam, à fabula ad Æsopum cogitando vagaretur; qualis est somniatium, vel delirantium: ille verò regitur ab aliquo fine, quem aliquis assequi desiderat: & ad quem tenditur, vel à principio quolibet, vel ab eo quod ipsa finis imaginatio suggerit. Illius exemplum est cùm rem aliquam præ exilitate latentem reperire volumus, nam totum locum, sumpto vbi libet initio, lustramus oculis: versificatores congruis vocabulis sua metra implere volentes idem præstant, ut canes omittam, qui sumpto quolibet initio campum peruagantur, quod discursus vmbra aliquam habere videtur.

Sed cùm discursus principium à fine discurrentis sumitur, quod fit dum imaginationem finis sequitur imaginatio viæ ad finem, sumpto vbiuis principio series imaginationum continuatur per seriem causarum & effectuum; idque vel à causa ad effectum, vel ab effectum ad causam.

Si processus fiat ab imaginatione causæ ad imaginationem, effectus versus finem, qui semper est effectus vltimus, dicitur *συνθεσις* seu compositio; si ab effectum ad causam & ita deinceps versus priora, *ἀνάλυσις* seu resolutio: est autem vtraque reminiscencia.

Illius exemplum in homine, dum ædificationem imaginatur incipiens à materia ad formam domus introducendam: tunc enim ima-

PRÆFATIO

ginatio procedit à materia ad compositionem, inde ad fundamentum, muros, tectum, &c. quibus similis est auium nidificatio. Huius autem exemplum est processus à cogitatione formæ domus ad cogitationem loci, in quo ædificanda: sequitur materiæ eo loci compositio, &c. quæ utcumque essent in auibus, si à pullis per oua, nidum & materiam ad locum recurrerent, & analyticam exercerent.

Hæc autem reminiscentia mediorum ad finem, ars dicitur, si quoties finem imaginamur, toties eundem mediorum ordinem percurrat imaginatio, progrediendo à causa ad effectum; & scientia causarum, cum sit processus ab effectis ad causam.

Si rei vnus ad alium, & euentus ad euentum successionis, siue antecedentis & consequentis adsit memoria, dicitur experimentum; ex quo si quis euentum similem videns euentui præterito, credat quoque similem effectum secuturum, vel antea præterisse similem ei quem præsentem videt; exempli gratiâ, qui nubem densam & nigram videt, expectabit pluuiam, quod prius viderit pluuiam secutam fuisse; vel ex visa pluuiâ nubem illam præcessisse dicet, quia prius ita contigisse meminit. Quid enim aliud est futuri imaginatio, quàm præteriti, cuius ordinem cum præsentem connexum fingimus, vel supponimus, sumendo similes euentus, nempe præsentem & præteritum non vt similes, sed vt eundem numero; vnde fit vt euentus qui reuera præcedentem antecessit, suppositione, fictioneque nostra sequi videatur, quidquid autem præsentem supponitur, futurum appellatur.

Vt autem experimentorum memoria respectu præteriti dicitur experientia, respectu futuri vocatur expectatio, vt sit multimoda experientia res eadem cum prudentia, siue futuri prouidentia, quæ sine experientia nulla est: hinc ingenio celeres qui plus habent experientia, prudentiores.

Qui verò similitudinem consecutionis euentuum obseruarunt & meminerunt, habent consequens antecedentis, & vice versâ, antecedens consequentis signum; vnde futuri, & præteriti ex solis signis fit coniectura: & causæ ac effectus, ob consequentiam vnus ad alterum, sunt expertis signa mutua.

Cum autem duarum rerum in sensatione perceptarum differentiam imaginamur, illa comparatio est discursus initium; quæ fieri nequit cum ea claritate, quâ ratiocinari solemus, nisi quidam fixi characteres à nobis figantur, quorum ope præsentia cum præteritis con-

AD LECTOREM.

nectamus, quos characteres nomina dicimus, quæ nos iuuant ad causas rerum inspiciendas, aut inuestigandas. Quomodo enim res, aut illarum phantasmata compararentur, nisi quibusdam vocabulis, veluti tesseris, in memoriam reuocarentur, quibus cum bestia careant, plurimum à nobis recedunt, quippe non distinguunt res à phantasmatibus, nec vllâ voluptate, præterquam sensuali fruuntur.

Vox itaque humana, quam rebus significandis imponimus, eandem in nobis imaginationem, quam ipsa res generat; quapropter quæcunque similia sunt, nomen aliquod commune sortiri debent, quod propterea dicitur vniuersale, licet res significatæ sint particulares, vt cum album tam de ouo quàm de papyro, niue, &c. dicitur. Cùmque nulla sit res quæ rebus aliis in aliquo non sit similis, innumera nomina res quæpiam habet: ita enim homo nomen istud hominis commune habet cum aliis hominibus, deinde patris, corporis, animalis, &c. Nomini autem positiuo, si particulam negatiuam adijcias, fit nota dissimilitudinis, seu diuersitatis, diciturque nomen infinitum, vt non homo, non-album.

Si duo nomina copulentur per verbum, fit propositio, qua volumus consequens, seu nomen posterius, eidem rei conuenire, cui antecedens, siue prius nomen competit: vt cùm dicimus hominem esse animal, significamus nomen animalis, & hominis eidem conuenire, & rem quæ vocatur homo, vocari quoque animal, atque adeo propositionem illam esse veram, cùm veritas & falsitas idem esse videantur quod vera & falsa propositio.

Rursum ex 2 propositionibus iunctis, in quibus vnum nomen commune, idemque medium statuitur inter non communia, fit syllogismus, siue collectio summæ ex ambabus; vt cùm dicimus, homo est animal, animal est corpus, colligimus hominem esse corpus: hoc syllogismo notamus nomen tertium, corpus, omnibus rebus conuenire, quibus primum nomen homo competit: similiterque 2 animal, iisdem rebus quibus 1. homo, & 3. corpus, iisdem quibus 2 animal: & siquidem conueniunt, dicitur syllogismus verus, alias paralogismus.

Ex illorum autem nominum inuentione, & propositionibus syllogismos componentibus pendet animi processus constans ex innumeris imaginandi actibus circa res singulares, qui ad linguæ discursum progreditur, quem in vniuersalia Theoremata contrahit; vt iam errare nequeat in discurrendo, si nomina omnia certas sibi ha-

P R Æ F A T I O

beant substratas imaginationes, priusquam in orationem admittantur.

Quod si dicamur sola vniuersalia intelligere, nihilque sit vniuersale præter nomen, intellectio non erit ipsarum rerum, sed nominum, & orationis ex nominibus compositæ. Quod quidem nomen intelligere dicimus, cum ex auditione vel lectione illius reuocatur imaginatio propter quam nomen illud inditum est: quemadmodum & propositionem, cum ex auditu reducitur in memoriam subiectum eius, seu nomen antecedens contineri in prædicato siue consequente; vel nomen posterius omni rei conuenire cui conuenit nomen primum.

Hinc ratio dicitur facultas syllogisandi, cum ratiocinatio sit continua propositionum in vnâ summam collectio, vel calculus nominum; quæ si pertinent ad numeros, Arithmetica; si ad magnitudines, Geometria; si ad sonos, Musica comparatur. Vbi supponenda recta ratiocinatio, quæ sumens initium ab accurata nominum explicatione procedit per syllogismum, seu continuam verarum propositionum connexionem: qui processus oritur à recta ratione, seu potentia ita procedendi quoties volumus, quam ratiocinandi possumus infallibilitatem appellare.

Quibus ad potentiae cognoscitiuæ naturam explicandam positis, aliquid de voluntate, facultatibusque motiuis dicendum. Primum igitur motus vsque ad cor propagatus ex obiectorum actione dicitur iucundus, si iuuat, molestus, si nocet, & impedit motum cordis. Est autem motus in quo consistit delectatio, principium motus animalis versus obiectum à quo mouetur, ideoque vocatur appetitus; vt principium motus fugiendi obiectum appellatur fuga, vel auersio, ac molestia; quæ delectatio si spectetur præsens absque conatu accedendi dicitur amor, vel recedendi, odium.

Si delectatio consistat vel in sola imaginatione; idque vel in memoria, vel in fictione; erunt tantum recordationes, & reliquæ delectationum, molestiarumque præteritarum, vel expectationes futurarum, quæ eadem est cum memoria præteriti: vel in sensatione & imaginatione simul: hæque duæ ambæ se non rarò ita interrumpunt, & reciprocatione adeo celeri, vt in mediam quandam conflari videantur; vnde postmodum animi perturbationes, seu passionis, vt spes metus, ira, inuidia, æmulatio, poenitentia, ridentium & flentium affectus, & aliæ propemodum infinitæ nominibus carentes.

Bonum autem & malum propriè dicuntur de obiectis; quod cum

AD LECTOREM.

cuique placet, eum delectat, aut ab eo appetitur, id ipsi bonum dicitur; & quod molestum, malum. Pulchrum, in quo sunt signa boni: in quo non sunt, turpe: adeo ut bonum & malum relatiuè ad personam dicantur.

Cùm autem quæ placent cum iis quæ displicent, seu bona & mala ita connectuntur, vt vnico intuitu non possimus vsque ad cathenæ finem prospicere, & connexionem tam arctam connectuntur, vt simul sumenda, vel relinquenda sint, si in ea serie plus sit boni quàm mali, totum bonum est, ideòque totum benè, secus verò male sumitur: tunc verò fallimur cùm plus est mali, licet non prospecti, quàm boni, tuncque dicimur bonum apparens elegisse.

Sed cùm mali statim plus apparet, mox boni amplius, & statim refugimus, statim appetimus, prout bona vel mala præponderant, id deliberare dicitur, vt sit deliberatio alternus appetitus & fuga. Neque definit alternatio fugæ & appetitus, donec non sit amplius liberum facere vel omittere, vt finis deliberationis sit libertatis depositio.

Quod philosophiæ genus si tibi arrideat, precibus autorem vrgeas vt corpus vniuersum posteritati non inuideat.

III. Alia plurima huic præfationi destinata prætereo, verbi gratia quousque maioris tormenti bellici globi siue 33. siue 40, plus minus, librarum perpendiculariter ascendant: quod vbi fuerim experitus, monebo. Huc etiam referendæ iaculationes, quibus Balenæ, & alij maiores pisces, ipsæque ranæ transfiguntur à piscatoribus, qui fune manibus, aut alia ratione detento iacula sua retrahunt.

IV. In arcubus etiam notatu dignum, quod non desit industria, quæ tortili elaterio chalybeo, quod nostri dicunt *ressort à boudin*, arcui, vel manubrio Balistæ adhibito, eiusdem nerui, seu chordæ motu sagittas longius emittat: quod vt fiat, debet illud elaterium suas eodem momento vires exercere, quo neruus ab arcu retrahitur.

V. Addo ad ea quæ de modo ponderandi aërem in hydraulicis dicta sunt, non deesse plures alios modos, quos inter vnum suggessit præstantissimus Philosophus Honoratus Fabry, ex quo modo cùm alia multa concludi possint, ad illius praxim studiosos prouocari. Sumatur ergo vas vitreum cubicum, aut alterius cuiusvis figuræ, idque cuiuslibet magnitudinis, puta cubici pedis; & syringe notæ magnitudinis pluribus vicibus mittatur aër in illud vas, qui nequeat egredi; si enim innotuerit quantitas aëris, quam syrinx quouis impulsu mittit in lagenam, & quantò sit hæc post immissum

PRÆFATIO AD LECTOREM.

aërem, quàm antea grauior, tam aëris grauitas, quàm eiusdem moles innotescet: qui quidem modus idem est cum eo quem pneumaticâ fistulâ expertus sum: sed in vase vitreo diaphano id insuper habet, quòd aëris condensati, seu pressi colores videre poteris.

Cùm autem quotidie noua possint obseruari, semper etiam noua huic tractatui, & hydraulico-pneumaticis addi poterunt, quibus rei litterariæ magna fiat accessio: donec illa dies veniat, quam omnis creatura ingemiscens expectat.





DE
BALLISTICA,
 ET
ACONTISMOLOGIA,

SEU
 DE SAGITTARVM,
 IACVLORVM ET ALIORVM MISSILIVM

Iactibus; deque arcuum & neruorum viribus,
 ac motibus tam simplicibus,
 quàm compositis.

PRO O E M I V M.

CUM artem sagittandi docendam minimè susceperim, tractatum hunc *et ceterum* appellare nolui, sed potius Ballisticam & Acontismologiam, quòd in eo iaculorum & aliorum quorumvis missilium iactus, iactuúmque magnitudines, velocitates & robur; arcuum etiam recursus & vires, & alia id genus plurima hactenus incognita prosequar. Neque enim ab vllò data fuit velocitas, qua vel arcus in varijs sui reditus locis recurat, vel emittat sua *et ceterum*, seu missilia.

Vis etiam quæ datum arcum ad datum interuallum flectat, & proportio iactus verticalis ad iactura horizontalem, & alios iactus non-

dum definita fuit, nec alia plerâque de quibus hocce tractatu, quem à iaculorum coniectione possis Acontismologiam, vel Ballisticam, quod præsertim βαλλόμενα, siue βολή, ἀκροβολισμός, & ἀκρίπτοιμα, siue βέλος, ῥέμμα, & ἰσχυρ, aut alijs quibûsue nominibus appellare: quidquid enim dicturi sumus, tam iaculis manu, quàm lapidibus manu, fundâ, ballistâ, &c. missis, & sagittis ab arcu, globisq; à sclopeto pneumatico, & ignario pulsus ex æquo congruit.

Porro teli, seu sagittæ pennatam partem βέλος κεφαλὴ, cuius cuspis ῥοή, dixere; ἄχρῳ verò seu iaculum manu iacitur. Qui verò dictionibus Græcis uti voluerit ad ea quæ pertinent ad arcum exprimenda chordæ tensionem καταγνώ; balistæ claustrum, vel clauiculam χατρίαι, arcus brachia ἀγκύραι (cuius extremitates ἀκραι, seu κέρατα) iaculationem ὀλοποτέλλω vocare poterit: quibus alia sexcenta possunt addi, verbi gratiâ χατρίαι ἀποχάλλει, quod Gallicè dicimus *lâcher le ressort*, vel *tirer*.

Has autem machinas, quibus tela, lapidésque mittebantur, ἐργατα ἐκτόναι, παλίνοια, & λιθόβολα dixere: quæ trium talentorum lapides, & hastas duodecim cubitorum emitterent, nisi veteribus fidem detrectare velis. Quod sanè mirum cùm tria talenta valeant 581 libras, quas bombardæ nostræ militares vix mitterent: hîc enim talentum eiusdem summo ponderis, ac tractatu de nummis: quanquam si de Alexandrino, quod Hebraïci subduplum faciunt, intelligamus, illi lapides solummodo fuerint 290½ librarum nostrarum Parisiensium. Ut ut sit, sequentibus propositionibus nostras observationes, & quæ ratio præscribit explicamus, vnde lumen inferetur Phænomenis Hydraulicis; & mechanicæ pars nobilis adiicietur.

PROPOSITIO PRIMA.

*Arcuum materiam, figuram, & robur explicare,
neruorumque, seu chordarum arcubus
seruentium materiam & vires
explorare.*

Vix vllum lignum ex quo non possit arcus confici, cum omne lignum incuruatum redeat; cùmque sit eò validior arcus quò celerius, vique maiore redit, clarum est ea ligna potiùs adhibenda, quæ duriora, sicciora, reflexionique aptiora fuerint; quandoquidem

BALLISTICA.

3

molliora ligna vix post vnam & alteram incuruationem ad pristinam rectitudinem solent restitui, vt constat ex ceralo; quâ rigidior illa species similacis, quam taxum, vulgò *If* appellamus: alias Ilicis species omitto, quemadmodum & alia ligna Sinensia, & Indica, vt Polonorum, & Turcarum arcus ex varijs lignis, balænae, vel aliorum piscium costis, ebena, neruisque simul agglutinati constructos addam, quos omnes expertus non reperi sagittas longius ab istis, quam à nostris ligneis emitti.

Robustissimi fiunt arcus ex chalybe, qui corporum omnium fortissimus, seu ad recursum vegetissimus esse videtur; quanquam facilius rumpitur, vt alio loco dicturi sumus. Quibus autem aquis candentem & mollem durescere oporteat, vt elaterium promptissimum exhibeat, Fabris ferrarijs exponendum permitto, qui pro varijs chalybis tinctibus & temperamentis arcus vegetiores, aut pigriores fabricant.

Quod ad figuram attinet, minimè circularis, sed potius hyperbolica videtur, quamuis intentus arcus magis ad parabolam, vel ad semicircumferentiam, quàm remissus accedat. Sed neque omnes sunt eiusdem figuræ; fortèque circularis ob suam vniformitatem omnium optima.

Robur verò diuersum est pro varia longitudine, crassitudine, & rigiditate lignorum, quæ materiam suggerunt arcubus, alij siquidem 33 libris, alij 56, qualis est Turcicus, tenduntur; vixque robustiores solâ manu dextra neruum trahente, sinistrâ medium arcum sustinente, vim 60 librarum superant, quâ maiorem brachium recusat.

Cùm autem arcui scapus, seu manubrium adhibetur, licet arcu robustiore vi, qui vel centenariam pilam, aut sagittam mittat: quam hîc nolim agere de Balistis castrensibus, seu militaribus, quippe quæ ad maiorum bombardarum præsentiam euanescere: illis igitur scorpionibus omissis, robur arcuum chalybeorum scapis instructorum, quales sum expertus, accipe.

Arcus chalybeus Balistæ, quam vulgò dicimus à *ialet*, manibus nudis impacto in pectus manubrio, ad astragalum, vel 78 libris adducitur; neque puto à robustioribus brachijs arcum tendi posse, cuius robur centum libras superet: quapropter arcubus fortioribus trochlea solet adhiberi, qualis est arcus chalybeus, cuius longitudo bipedalis, maxima crassitudo linearum 6, minima 2: quem astragalo imponit trochlea decem funibus, & octo trochleis instructa, cuius vires quidam ex nostris sagittarijs in ludicro certamine balistario tantas esse credebant, vt ne domus quidem integra neruo appensa

sufficere posset ad eum in astragalum adducendum. Quos tamen facile in viam reuocaui pondere, vice manuum, trochleæ adhibito 12 librarum, quo fuculæ manubria neruo ad astragalum adducto sustinebantur, licet antea se plusquam 50 librarum pondo manibus supplere crederent.

Præterea semidiameter succulæ vnà cum fune circumuoluto fuerit 8 linearum, & manubrium $7\frac{1}{2}$ digitorum, octies vertatur in orbem vt quinque digitos neruus percurrat, sitque manubrij conuersio, hoc est circumferentia, 23 digitorum, erunt omnes conuersiones digitorum 184, atque adeo nerui motus erit ad manubrij motum vt 37 ad 1 proximè; cùmque 12 libræ faciant æquilibrium cum neruo ad astragalum adducto, dum manubrio applicantur, facile concluditur quot libris absque trochlea neruus idem ad eundem astragalum adducatur.

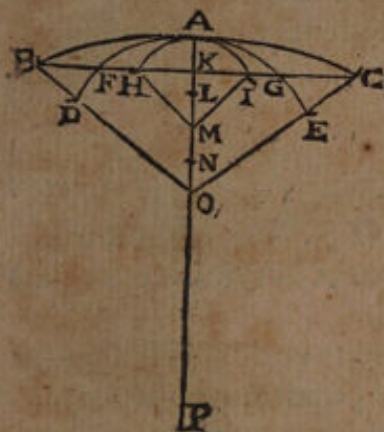
Sit enim manubrium ad succulæ semidiametrum vt 22 ad 1, vt vna vi manubrio applicatâ 22 vires seu pondera sustineantur; cùmque sint 10 chordæ trahentes æqualiter in trochlea Balistaria, ducantur 10 in 22, vt 220 producat, in quem numerum si 12, nempe libras chordam retinentes in astragalo, ducas, exurget summa 2640 librarum, quæ chordam ad astragalum adducent absque trochleis, quibuscum 12 libræ 2640 libris æquipollent.

Chordæ arcubalistarum, quas vulgò dicimus *arbalestes*, (quarum arcus chalybei) 120 filis plus minus constare solent, quorum vnumquodque 20 libris vix rumpitur; quapropter si omnia concurrerint ex æquo non frangetur chorda nisi libris 2400. Arcuum verò ligneorum chordæ longè paucioribus filis constant siue chanabinis, vt apud nos, vel sericis vt apud Turcas, & alios; arcus Turcici quo sum vsus, chorda filis bombycinis 83 constat. Omitte qualis debeat esse restionum textura, tororumque nexus ad robur funibus conciliandum, vt vires inter se conferamus, quæ ad varia scapi puncta chordas, & arcus sinuant.

PROPOSITIO II.

Vires quibus ad diuersa manubrij puncta nerui arcuum adducuntur explicare.

Esto primùm arcus Turcicus, seu Polonus B A C, cuius chorda pedes $3\frac{1}{2}$ longa 83 filis bombycinis constat, filum verò quodlibet 4 libris frangitur; sitque punctum O remotissimum, quod metam vocare possis, ad quod 64 libris adducitur. Vbi verò spatium 16 digitorum K O in 4 partes æquales diuiditur, neruum B C ex puncto K ad L, libris 17; ab L ad M, libris etiam 17; ab M ad N, libris 13; & ab N ad O, libris 17 adduci constat experientia: cùmque in 3 partes æquales K O diuiditur, prima pars 24 libris, secunda 21, tertia denique 21 tenditur.



Cum verò diuiditur interstitium K O in 9 partes æquales, prima pars libris 9, secunda 8, tertia 6, quarta 7, quinta 8, sexta 7, septima 4, octaua 8, nona denique 7 libris indiget.

Vnde colligi posse videtur quamlibet partem æqualem viribus æqualibus tensam iri, si fuerit arcus optimè constructus: quod sagittarios nostros maximè sefellit, qui credebant tantundem ad minimum virium parti vltimæ N O adhibendum esse, ac toti spatio K N.

Notandum est autem vix obseruationem repeti posse, quin aliquam circa pondera tendentia varietatem reperiatis, quòd nempe chorda, & arcus qualibet vice non nihil relaxentur, & oculus obseruatoris non adeò possit accuratè discrimen cuiuslibet interualli notare, atque seruare, quin sæpenumero quarta saltem lineæ parte aberret. In eadem diuisione nouenaria, tensionis primæ quidem parti, 9 libras vt antea; tribus sequentibus partibus in vnâ conflatis, libras 21, & quinque vltimis simul sumptis, 34 libras dedimus: vel si velis à primis quinque initium sumere, 38 libris; tres sequentes 19; vltima denique 7 libris tenduntur.

Alias obseruationes addamus, sitque secundò ligneus arcus B A C quinque pedes longus, sitque tensionis spatium K O, quod vulgò *chasse* dicunt, quadripartitum, vt priùs: à puncto K ad O 33 libris tenditur; à puncto K ad L, 8 libris; à K ad M, $6\frac{1}{2}$; ab M ad N, 10, &c. Vnde constat vim ferè duplam ad duplum spatium, triplam ad triplum, & ita deinceps requiri, quòd plurimos decepit, qui credebant ponderibus in ratione spatiorum duplicata, vel etiam triplicata opus esse.

Tertia obseruatio in arcu ligneo pedes $5\frac{1}{2}$ longo facta docet spatium K L, libras 8; K M, 17, K N, 26, & K O, 40 postulare: quodlibet verò interstitium est 4 digitorum, vt etiam arcui Turcico contingit.

Quarta obseruatio chalybeum arcum bipedalem habuit, qui trochlea 8 (vt præced. prop. dictum est) instructa orbiculis per K L interstitium quadripartitum ita flectitur, vt à puncto K ad L librâ dimidia, à K ad M libris $2\frac{1}{2}$, ab M ad N, 7, & à K ad O, 12 libris tendatur. Vnde patet 4 illas partes aliam in suis, quàm præcedentes, tensionibus rationem obseruare; quandoquidem prima pars vnâ vi tenditur, secunda 4, tertia decem, & quarta, siue vltima 10.

Quintam obseruationem habes in illius Scorpionis arcu, quem à *ialet* nuncupant; cuius prima pars à K ad L libris 11 arcuatur; secunda ab L ad M 13, ab M ad N 29, & ab N ad O 35. Vbi magnum obseruas discrimen inter hunc arcum & ligneos, cùm istius tertia pars requirat vim plusquam præcedentis duplam.

Quæ omnia ideo retuli vt Lectores cogitent vnde proficiſcantur illa discrimina, & num arcus illi sint meliores, quorum nerui per manubrij diuisiones æquales ponderibus æqualibus, aut in ratione duplicata diuisionum flectuntur.

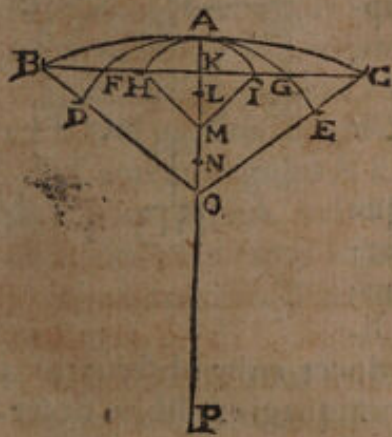
Porrò illa discrimina virium tendentium existimarim à diuersis arcuum crassitudinibus, & à varia partium textura procedere; ad quod varia problemata referri possunt, verbi causa, arcum ita construere, vt neruus illius per æquales scapi diuisiones tensus requirat pondera tendentia in ratione diuisionum, vel in earum ratione duplicata, triplicata, vel alia data.

PROPOSITIO III.

*Quas vires in neruum B K C arcus B A C exerat
aperire.*

Hic sermo est de neruo nondum tracto, & arcum subtendente, quod fieri nequit, nisi tantisper lunetur, vt fit in hac figura. Duobus autem modis scietur qua vi neruus rectus B C ab arcu tendatur, primo si pulsus sonus inquiratur, statim enim atque tonum chordæ in monochordo, vel alio instrumento notaueris, pondera chordæ perpendiculari ab arcu separatæ alligata, quibus eundem tonum edet, vim ostendent qua tendebatur ab arcu: exempli gratia reperi chordam arcui cerasæo inditum, ab eo velut à 40 libris tendi, hoc est pluribus quàm ijs, à quibus deinceps à K ad O tendebatur.

Secundo modo, ponderibus inuerso arcui A C in puncto B appensis, donec ex arcu neruus exeat, aut nulla ratione tendatur. Sed caue ne putes illam chordam quæ à K ad O 40 libris adducitur, 80 libris tendi, quòd prius ex A in C iam 40 libris tenderetur, cum enim lunatur arcus, & vsque ad O flectitur, illius extrema, seu cornua C A minus inter se distant, quàm antea, neruusque ex arcu exiliret, nisi per punctum K ab alia vi traheretur, tantòq; duntaxat ad O ductus, magis, quàm in linea recta A C, tenditur, quantò longior euadit.



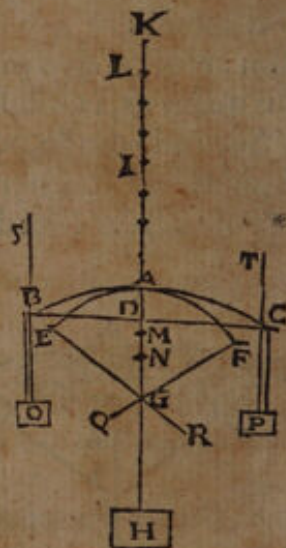
Obseruandum verò, cum neruitonus grauior est quàm vt accuratè satis ab aure percipiatur, mediæ chordæ, vel etiam quartæ partis illius sumendum esse tonum, cuius etiam partis eundem sonum

animaduertas, cum neruum ex arcu ablatum ponderibus, vel aliâ vi tetenderis; quanquam, si nostra legeris harmonica, chordæ quantumuis longæ sonum, seu tonum absque auditu, ex illius recursuum numero facto in tempore dato facile reperies.

PROPOSITIO IV.

Vires quibus flectitur arcus, dum illius cornibus alligantur pondera, & horum cum ponderibus puncto K appensis rationem explicare.

ESto arcus BAC , cuius neruus ab H pondere in puncto D alligato trahatur ad punctum M, N , vel G ; sintque pondera O & P arcus extremitatibus, seu cornubus B & C applicata, donec arcus in figuram EAF commutetur, quæritur illorum ponderum ratio. Vbi certum est primò maiora pondera requiri in punctis B & C , quàm in D , vt arcus flectatur æqualiter, quamuis non tanta, quanta nonnulli putauerent, qui vel ab infinitis ponderibus tendi posse negabant, quòd per lineas rectas BO & CP trahant, cum tamen per lineas ER & FQ in puncto G decussatas arcum trahere debere videantur; quod certum, si terræ centrum supponatur in puncto G . Idem verò de viribus, seu baculis, ac vectibus ab S & T in B & C prementibus, ac de ponderibus ex O & P trahentibus cogitandum est.

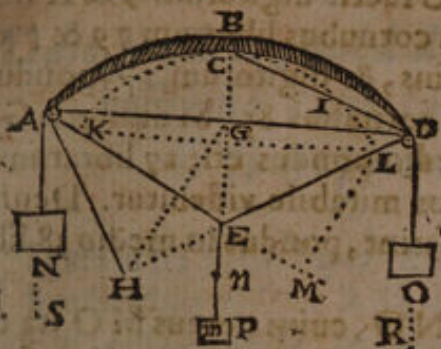


Constat autem experientiâ nequidem vsque ad punctum M libris 50 flecti chalybeum arcum BC , quem à *ialet* antea vocari diximus; cum eius cornubus applicantur, ad quod libris vndecim puncto D appensis trahitur; docet enim observatio 4 libris ad idem punctum adduci, ad quod quinquaginta libris flectebatur.

Verùm regula generalis, quâ nosces quibus ponderibus cornua lunentur, & ad data puncta neruus adducatur, cum datur pondus in D appensum, quod eandem præstat inflexionem, sequente figurâ declaratur. Sit ergo flexus arcus ABD à pondere m vel P , itaut neruus ad E punctum peruenerit, continueturque linea chordæ DE vsque ad H , & vltèrius, si opus est, in quam ducta linea ex puncto A lineæ DH perpendicularis ostendet quanto pondera cornubus

9

The diagram shows a semi-circular dome cross-section. The base is a horizontal line segment AD. Point B is the highest point of the dome's outer curve. Point C is on the curve directly below B. Point E is on the curve between C and D. Point G is the center of the base AD. Point I is on the curve between C and E. Point K is on the base AD to the left of G. Point L is on the base AD to the right of G. Solid lines connect A to B, B to C, C to D, A to G, G to D, and A to E. Dashed lines connect G to C, G to I, G to E, and G to L. A shaded area is shown between the curve A-B-C and the line A-B.



Cum igitur in primo casu pondus m sit ex hypothese 40 librarum, & linea HA subdupla lineæ AD , erit punctum N 40 librarum, totidemque pondus O , ut 80 libræ viribus 40 librarum æquiponderent, vel potius æquiualeant. Idemque dicendum de viribus, vel manibus ex S & R punctis funes AS & DR trahentibus.

Est autem angulus AED 120 graduum, quando linea GE est subdupla lineæ GA , vel GH , vel HG . Vbi videre possis mechanicas observationes arcus lignei, cuius neruus AD pedum 5 , & digitorum $2\frac{1}{2}$, abest à puncto B nondum aliâ vi inflexo, hoc est G à C , digitis 4 & 10 lineis.

Cum ita flectitur arcus ut $G\hat{A}C$ 2 pedibus distet, chorda 4 lineis longior est, & arcus ABC cornua $D A$ digitis $5\frac{1}{2}$ viciniore sunt, distant enim solummodo pedibus 4 & 9 digitis, quæ prius 5 pedibus & digitis $2\frac{1}{2}$ distiterant. Angulus autem à chorda factus in G tunc est graduum $130\frac{1}{2}$, visque, seu pondus in P debet esse ad pondera in A & D , ut 8 ad 19, hoc est ut 1 ad $2\frac{1}{2}$.

Quando flectitur arcus, donec G pede & 7 digitis à C distet, chordæ angulus est graduum 141; cornua distant à se invicem 4 pedibus, digitis 11, & 5 lineis, hoc est prima illorum distantia 3 digitis & vna linea minuitur; chorda verò 2 ferè lineis fit productior.

BALLISTICA.

PROPOSITIO V.

*Dato pondere, quod duobus funibus, vel fulcris
positione datis sustineatur, utriusque
funis potentiam inuenire.*

Figuram tractatus superioris hinc repetemus, in qua pondus A duobus funibus AC & AQ angulum acutum CAQ facientibus alligatur, eosque trahit, cui duæ potentiae CQ resistunt, linea directionis AF , cui ducatur perpendicularis ex puncto C , utlibet producta. Vbi notandum me hinc quædam omittere, quæ ad neruum arcus, in quo discutiendo versamur, minimè pertinent, qui cum nunquam angulum acutum faciat, imò ne rectum quidem, sed semper obtusum, possent etiam hi duo anguli in alium locum reijci, nisi tertius casus longè melius ex illis duobus intelligendus foret.

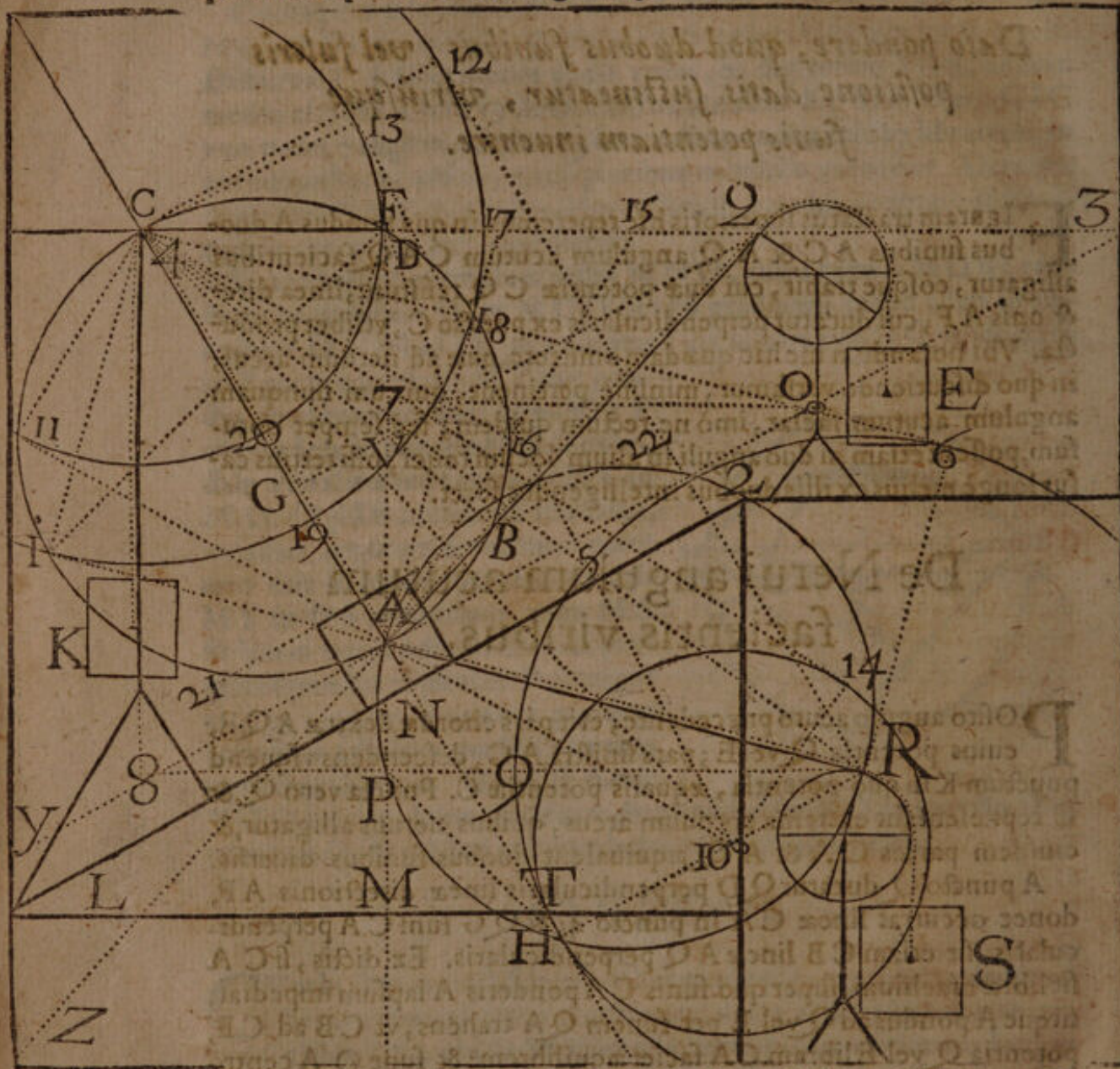
De Nerui angulum acutum facientis viribus.

Posito angulo acuto præcedente, erit pars chordæ dextræ AQE , cuius potentia Q vel E ; pars sinistra AC , descendens usque ad punctum K in quo potentia, æqualis potentie C . Puncta verò Q , & C repræsentant extrema cornuum arcus, quibus neruus alligatur, & eiusdem partes CA & AQ æquivalent duobus funibus diuersis.

A puncto Q ducatur QD perpendicularis lineæ directionis AF , donec occurrat lineæ CA in puncto 4 ; & QG funi CA perpendicularis, sit etiam CB lineæ AQ perpendicularis. Ex dictis, si CA sit libræ brachium, super quo funis CA ponderis A lapsum impediatur; sitque A pondus ad Q vel E per funem QA trahens, ut CB ad CF , potentia Q vel E libram CA faciet æquilibrem: & fune QA centro ponderis A alligato, libra exonerabitur, & pondus A partim à potentia Q , partim à plano LN libræ CA perpendiculari, vel à fune CA plani vicem præstante sustinebitur.

Præterea si QA sit bilancis brachium, super quo pondus A fune QA impediatur à lapsu, & ut GQ ad QD , ita pondus A ad C poten-

tiam, C fune CA trahens faciet libram QA æquilibrẽ; & fune CA centro ponderis A alligato, libra QA exonerabitur, pondusque A partim à C per CA funem agente, partim à fune QA sustinebitur.



Cumque data sint angulus G A Q, funes A Q, & Q D, cum angulis C A F, Q A D, dabuntur etiam perpendiculares C B, Q G, C F, & Q D, illarumque rationes, atque adeo rationes ponderis A ad potentias Q, & C, ex consequenti dabuntur, quæ pondus A funibus Q A, & C A sustinent, uti postulabatur.

De Nerui rectum angulum facientis viribus.

FVnis AO faciat angulum rectum CAO cum fune CA , & ab O perpendicularis $O7$ in lineam directionis AF ducatur. Potentia verò C , O per funes OA & CA trahentes, pondus A sustineant. Si, ex dictis, CA sit libræ brachium, super quo ponderis A lapsus à fune CA impediatur, fueritque ut AC ad CF , ita pondus A ad O potentiam, O per OA trahens libram faciet æquilibrem: & AO fune centro ponderis A alligato, libra exonerabitur, pondusque A super AO fune, & super plano $LN2$, vel chorda CA quiescet. Eodémque modo concludetur, si AO libræ fuerit brachium; pondus A esse ad C potentiam per funem CA trahentem, ut AO ad $O7$, vel ut CA ad CF , ob triangulorum $AO7$, ACF similitudinem. In triangulis autem ACF , $AO7$ dantur omnia, datúrque pondus A , dantur ergo potentia CO , quæ pondus A super funibus CA & AO sustinent, quod quærebatur.

De Nerui obtusum angulum efficientis viribus.

FVnis AR cum CA fune datum angulum CAR faciat, & à puncto R ducatur perpendicularis RP in lineam directionis EA versus A , utlibet, productam. Ducatur etiam RH funi producto CA perpendicularis; & CI perpendicularis funi RA producto: Et R vel S potentia trahens fune RA , & potentia C vel K trahens fune CA , sustineant pondus A , illæ potentia determinandæ sunt. Sitque propterea CA libræ brachium, erit ut CI ad CF , ita pondus A ad R potentiam datam, quæ CA libra fiet æquilbris: cùmque funis RA ponderis A centro alligetur, libra exonerabitur, partimque pondus A fune RA , partim $LN2$ plano, vel fune CA sustinebitur. Potentia verò C inuenietur, si fiat ut RH ad RP , ita pondus ad potentiam C , quæ postulabatur.

Intelligatur enim RA libræ brachium, super quo pondus A ; & potentia F trahens per lineam directionis FA , brachium RA pon-

deri faciat æquibre, potentia F sustinens pondus A per lineam directionis eiusdem ponderis, illi æqualis erit. Sed potentia F eodem modo super brachio RA , ac per distantiam RP trahit, quemadmodum potentia C eodem modo per RA brachium ac per RH trahit.

Cum igitur potentia F trahat perpendiculariter per RH , sitque reciproce RH ad RP ratio eadem, quæ ponderis A , vel potentie F ad potentiam C , per constructionem, C facit RA æquibre, & fune CA centro ponderis A alligato, brachium exonerabitur, & funes CA & RA pondus A suis potentiis sustinebunt, atque adeo dabuntur potentie, uti quærebatur.

Cum autem pulcherrima sequantur ex ista propositione, quibus explicandis figura præcedens sufficit, sequentibus notandis ea complectemur.

Notandum primum.

IN omni casu à qualibet potentia duæ perpendiculares ducuntur, una in lineam directionis ponderis, altera in alterius potentie funem: & in rationibus ponderis ad potentias, pondus est homologum perpendicularibus in directionis lineam ductis: exempli gratia, pondus A perpendicularibus CB, QG, CA, OA, CI & RH à potentijs in funes ductis homologum est. Potentie verò C, Q, E, O, R vel S , perpendicularibus $QD, CF, O7$, vel RP in lineam directionis AF ductis homologæ sunt: Sempérque pondus est ad primam potentiam ut perpendicularis ducta à secunda potentia in funem primæ ad perpendicularem ductam à secunda potentia in lineam directionis ponderis; & reciproce pondus est ad secundam potentiam ut perpendicularis à prima potentia in secundæ funem ducta, ad perpendicularem à prima potentia in lineam directionis ponderis ductam.

Notandum secundum.

Pondus & potentie sunt semper homologa tribus trianguli lateribus: quod primò demonstratur in primo casu præcedentis propos. cuius constructio hîc supponitur, sit enim angulus acutus CAQ , A pondus, AF linea directionis: perpendiculares CF, CB, QG, QD , ducanturque lineæ FB , & GD . Quibus positis trianguli CFB , & QDG similes sunt, & alterutrius lateribus pondus A &

potentia CQ sunt homologa. Cum enim anguli CFA , & CBA recti sint, quadrilaterum $QDGA$ circulo poterit inscribi, quapropter angulus CBF æqualis erit angulo CAF , & angulus GQD angulo GAD æqualis. Cum igitur CBF angulus, & angulus GQD sint eidem æquales, hoc est CAF , vel GAD , anguli CBF & GQD erunt inter se æquales.

Rursum, angulus FCB angulo QGD æqualis erit, cum uterque sit æqualis angulo FAB , vel QAD . Cum igitur duo anguli CBF & FCB sint æquales duobus angulis GQD , & QGD , unusquisque suo, duo trianguli CBF , & QGD similes erunt.

Erit igitur BC ad CF ut QG ad GD ; & BC ad BF , ut QG ad QD , sed ut BC ad CF , ita pondus A ad potentiam Q , & QG ad QD , ut A pondus ad C potentiam. Erit igitur QG ad GD , ut A pondus ad potentiam Q ; & BC ad BF , ut A ad C .

Quare in triangulo CBF , cum A pondus sit homologum lineæ CB , potentia Q erit homologa lineæ CF , & potentia C lineæ BF .

In triangulo QGD si pondus A fuerit homologum lineæ QG , potentia C erit lineæ QD , & potentia Q lineæ GD erit homologa.

Secundus casus funes exhibet rectum angulum CAO facientes, reliquis ut in 2 casu præced. propos. trianguli rectanguli CAF & $AO7$, $A7F$ sunt similes, & pondus A ac potentia C , O illud funibus CA & AO sustinentes sunt tribus CAB , vel $AO7$, vel CAF , trianguli lateribus homologa.

Tertius autem casus magis ad arcus nostros pertinens, exhibet CAR angulum obtusum; sit autem constructio ut in 3 casu præced. prop. ducanturque lineæ HP , & FI . Trianguli RHP , & CFI sunt similes, & alterutrius lateribus pondus A & potentia C , R funibus CA & AR pondus A sustinentes sunt homologa. Similitudo illa triangulorum ex quadrilaterorum $RHPA$ & $CIAF$ in circulo inscriptibilitate probatur, quapropter anguli HRP , HAP , CAF , & CFI , ut & angulo RPH , RAH , CAI , & CFI sunt inter se æquales. Erit igitur latus HA ad latus RP , ut latus CI ad latus IF ; & latus HR ad HP , ut CI latus ad latus FC , sed ut RH ad RP , ita pondus A ad C potentiam; & ut CI ad CF , ita pondus A ad R potentiam, quare RH est ad HP , ut pondus A ad potentiam R . Et CI est ad IF , ut pondus A ad C potentiam.

Constat igitur pondere A existente homologo lateri RH trianguli RHP , potentiam C esse homologam lateri RP ; & R potentiam lateri HP homologam. Similiter in triangulo CFI , latus cum CI

fuerit homologum pondem A, potentia R erit CF homologum, & potentia C, erit FI homologum.

Igitur in omni casu pondus & duae potentiae sunt semper homologae tribus lateribus trianguli descripti à duabus perpendicularibus ex eadem potentia ductis, quarum vna linea directionis ponderis, alia funi alterius potentiae occurrit, tertium verò latus fuerit linea binas illas perpendiculares coniungens.

Si verò ducatur ab aliquo puncto in linea directionis ponderis sumpto linea funium vni parallela ad alium funem, triangulus ex illa parallela, linea directionis, & fune describetur praedicto triangulo similis cuius latera erunt ponderi, & duabus potentijs homologa.

Vnde sequitur primò duas potentias simul sumptas esse pondere maiores, secundo pondus simul cum alterutra potentia maius esse altera potentia, quandoquidem pondus & potentiae tribus trianguli lateribus homologa sunt, quorum laterum duo sunt semper altero maiora.

Notandum tertium.

Quamdiu in iisdem punctis potentiae fuerint, pondusque semper idem in eadem directionis linea fuerit, si factus à funibus pondus sustinentibus angulus maior est, maiores etiam potentiae ad idem pondus iisdem funibus sustinendum requiruntur, quod ex dictis facile demonstratur.

In primo siquidem casu, quo possunt funes coire cum linea CF versus F producta, quo maior fuerit angulus à funibus factus, eò magis perpendicularem occursum ab F puncto distabit, & consequenter linea à potentijs ad illud occursum punctum ducta longiores erunt.

Exempli gratia, si fuerint potentiae C & Q, & angulus à chordis factus C A Q, perpendicularem occursum erit V; linea verò à potentijs ad occursum ducta erunt CV, & QV.

Si potentijs existentibus C & Q, angulus C V Q fuerit angulo C A Q maior, punctum occursum in A minus ab V puncto quam ab F distabit: lineaeque à potentijs ad occursum ductae CA, & QA lineis CV & QV longiores erunt. Linea verò CQ est semper homologa ponderi: lineaeque à potentijs ad perpendicularem concursum ductae sunt iisdem potentijs reciproce homologae.

Cum igitur chordarum angulus maior, ac proinde linea à potentijs ad perpendicularem concursum ducta maiores fuerint, erunt
etiam

etiam potentiae maiores. Cætera videantur in prædicti tractatus Corollarijs & Scholijs, quæ perlegere fuerit operæpretium.

PROPOSITIO VI.

Quocumque modo pondus, & potentia illud duobus funibus lineam rectam minimè facientibus sustentantes disponantur, pondus & potentia sunt semper homologa tribus trianguli lateribus.

ESto enim triangulum oxygonium, rectangulum, vel oblygonium; cuius tres perpendiculares in eodem se puncto secant; quod quidem punctum in oxygonio est intra: in rectangulo, in vertice anguli recti, in amblygonio, extra: hæc igitur propositio 3 casibus perficitur, quorum primus de triangulo oxygonio ita probatur.

Sint funes CA & AQ facientes acutum angulum CAQ : sitque pondus A , cuius linea directionis AF ; perpendiculares CF , CB , QG , QD ; ducanturque lineæ FB , & GD . Dico triangula CFB , & QDG esse similia, & tribus alterutrius lateribus esse homologa pondus A , & duas potentias C , Q sustentantes idem pondus A funibus CA & QA . Cum enim anguli CFA , & CBA recti sint, quadrilaterum $CFBA$ inscribetur circulo: quare angulus CBF angulo CAF , & angulus CFB angulo FAB æqualis erit. Similiter quadrilaterum $QDGA$ circulo inscribetur, erit igitur angulus QGD angulo QAD , & angulus GQD angulo GAD æqualis.

Cum igitur CBF angulus trianguli CBF , & angulus GQD trianguli GQD sint eidem æquales, hoc est angulo CAF , vel GAD , erunt etiam æquales inter se CBF , & GQD anguli.

Item angulus FCB trianguli FCB , æqualis erit angulo QGD trianguli QGD , cum ambo sint æquales angulo FAB , vel QAD . Quapropter duo anguli CBF & FCB trianguli CBF æquales cum sint duobus angulis GQD & QGD , quisque suo; hi duo trianguli CBF & QGD similes erunt. Erit ergo BC ad CF , ut QG ad GD , & BC ad BF ut QG ad QD : sed ut BC ad CF , ita pondus A ad potentiam C ; & QG est ad QD , ut pondus A ad potentiam Q . Erit igitur etiam QG ad GD , ut A pondus ad potentiam Q ; & BC ad BF , ut A pondus ad C potentiam.

Quare manifestum est in triangulo CBF , cum pondus A est ho-

mologum lineæ CB , potentiam Q lineæ CF , & potentiam C lineæ B esse homologam. Et cum in triangulo QGD pondus A lineæ QG homologum est, potentiam C lineæ QD , & potentiam Q lineæ GD homologam esse.

Secundus casus ad triangulum rectangulū attinet: in quo sint funes CA & AO pondus A sustinentes, & CAO rectum angulum facientes. Constat triacula rectangula CAF , & $AO7$, vel $A3F$ esse similia. Atqui demonstratum est pondus A & potentias C & Q homologas esse tribus trianguli CAF lateribus; ut enim CA ad CF , ita A pondus ad potentiam O vel 3 : & ut AO ad $O7$, vel $A3$ ad $3F$, vel CA ad CF , ita pondus A ad C potentiam, quare pondus A , & potentia CO sustinentes illud funibus CA & AO sunt homologa tribus trianguli CAB , vel $AO7$, vel $A3F$, vel $C3A$ lateribus.

Tertius casus in triangulo amblygonio versatur. Sint ergo CA & AR funes pondus A sustinentes, & angulum CAR facientes obtusum, ducanturque HP , & FI rectæ. Dico triacula RHP , & CFI esse similia, & tribus alterutrius lateribus homologa esse pondus A , & potentias C , R , sustinentes funibus CA & AR pondus idem A . Facile siquidem demonstratur RHP , & CFI esse similia, cum quadrilatera $RHPA$, & $CIAF$ circulo sint inscriptibilia; quare anguli HRP , HAP , CAF & CFI inter se sunt æquales.

Similiter anguli RPH , RAH , CAI & CFI sunt æquales inter se: quapropter HR latus erit ad latus RP , ut CI latus ad latus IF : & latus HR ad HP ut latus CI ad latus CF . Sed ut RH ad RP , ita pondus A ad C potentiam: & ut CI ad CF , ita pondus A ad potentiam R . Quare RH est ad HP , ut A pondus ad R potentiam: & CI est ad IF , ut A pondus ad C potentiam. Constat igitur in triangulo RHP , cum pondus A lateri RH est homologum, C potentiam lateri RP , & R potentiam HP lateri homologam esse.

Eodemque modo in triangulo CFI , latere CI ponderi A homologo existente; latus CF potentia R , & latus FI potentia C erunt homologa. Igitur in omni casu pondus & potentia semper tribus trianguli lateribus erunt homologa; quod triangulum ex 2 perpendicularibus constructur, ex eadem potentia ductis, unā in lineam directionis ponderis, alia in funem alterius potentia, atque ex linea ducta ab una ex perpendicularibus in aliam.

COROLLARIUM.

Vnde sequitur non solum ambas potentias vnà sumptas pondere maiores, sed etiam pondus vnà cum alterutra ex potentijs maius esse reliqua potentia; quia pondus & ambæ potentiaë tribus trianguli lateribus homologa sunt, quorum laterum duo sunt semper reliquo maiora.

MONITVM.

Quispiam videre potest 3 Scholium in nostris Gallicis Harmonijs, quo demonstratur, quòd cum potentiaë sunt vt supra, & pondus est semper idem, & in eadem linea directionis; angulusque à funibus pondus sustinentibus comprehensus, maior fuerit, maiores requiri potentias, quæ ijsdem funibus idem pondus sustineant: vnde sequitur maximas omnium requiri potentias, cum funes lineam rectam efficiunt. Vide etiam problemata Scholij 4 & 5. nec non alia scholia, nouem numero, quæ omnia lectione digna sunt: sed iam ad arcus nostros redeundum.

PROPOSITIO VII.

Arcus, seu nerui recurrentis, & sagitta, vel globuli vim & velocitatem inuestigare.

Esto arcus B A C pondere H in E F arcuatus, vt illius neruus horizontalis rectus B D C ad punctum G adducatur, ex quo recurrens in D, sagittam, vel globum excutiat horizonti perpendiculariter in punctum K. Et quemadmodum globus à puncto K ad D rediens primo tempore descendit à K ad L per vnicum spatium; secundo tempore ab L ad I per tria spatia, tertio denique tempore per 5 spatia ab I ad D, ita expulsus ab arcu primo tempore percurrat 5 spatia D I, secundo tria I L, tertio denique vnicum L K. Hac enim ratione neruus B C recurrens ex G vim habet totius descensus ex K in D, prætereaque vim pondus globi superantem. Itaque si pondus K super punctum D chordæ B C cadat, illam ad astragalum G reducturum videtur, cum enim à chorda fuerit excussum ad K, cur non possit

redeundo chordam ad punctum G secum referre? vt ea ratione ponderi H, quo neruus ad G primò fuerat adductus, æquale dicatur.

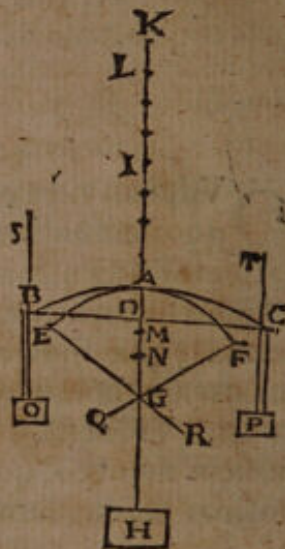
Quæ cogitatio virum subtilem induxit vt non solum eandem esse rationem resistentiæ diuersæ, qua neruus BC cogitur vsque ad G, ac potentiæ, qua ex G redit ad D, sed etiam resistentiam illam nerui à D ad G æqualem esse resistentiæ aëris inter A & K interpositi, & vim motricem chordæ recurrentis à G ad D æqualem globi potentiæ à G ad D descendens crediderit. Eapropter neruum à pondere K descendente percussum eadem velocitate, qua prius ad D venerat, quamquam inuerso ordine, rediturum.

Interuallum D G intelligatur diuisum in 9 partes æquales, & tribus temporibus illas ita percurrat chorda vi ponderis K in illam descendens, vt primo tempore à D ad M per vnā partem, secundo tempore ab M ad N tria spatia, tertio demum quinque spatia conficiat ab N ad G, & inuerso postmodum ordine redeat ad D, conficiens primo tempore 5 spatia, secundo tria, tertio vnicum.

Erit igitur vt K D linea ad lineam D G, ita velocitas per K D ad velocitatem per D G, & ideo vt tempus motus K D ad tempus motus D G, vtque pars lineæ K D ad similem partem lineæ D G, ita pars temporis motus, & velocitatis in linea K D ad partem similem temporis & velocitatis in linea G D. Insuper vt sunt inter se pondera quæ tendunt neruum per varia interualla, ita vires per ea interualla comparatæ, quæ pondera cum esse putarit in ratione prædictorum interuallorum duplicata, ex consequenti globum ex puncto K in L redeuntem, & gradum vnum virtutis in L, hoc est in fine primo temporis habentem, in fine secundi, 4 gradus, & in fine temporis tertij in puncto D, 9 gradus habiturum, quibus virtutis gradibus in ascensu, ratione inuersa, spoliatur.

Quæ quidem subtiliter inuenta videbantur, si vires seu pondera, quibus neruus ad interualla prædicta cogitur, essent in illorum interuallorum ratione duplicata, quod sæpius experientiæ refragatur. Prætereaque conuincit obseruatio sagittas excussas ex G in K breuiori tempore ex D in K ascendere, quam è K ad D recidant, vt postea dicturi sumus, & quispiam experiri potest.

Porrò vix fieri potest experimentum casus globi ex K in neruum

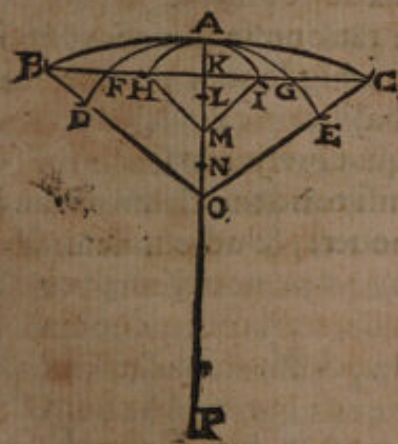


D, nisi cadens alligetur funiculo, chordæ in puncto D circumligato, & ab arcu B A C satis declinet, ut cum ceciderit, & funiculus à pondere K tractus neruum D trahere cœperit, tandem illum ad punctum G adducat: at verò hæc fuerit prolusio, deincepsque rem istam diligenter excutiamus.

PROPOSITIO VIII.

Diuerſas eiſdem ſagitta, & arcus iaculationes ex diuerſis ſcapæ punctis incipientes, hoc eſt ſecundum varias nerui & arcus tenſiones, explicare.

Licet arcus illi quibus experti ſumus, ſcapis caruerint, operæ tamen pretium fuerit arcui B A C (quo iam ligneum arcum quintupedalem referri velim) manubrium tribuere, in quo notentur varia interualla, verbi gratia, 4, ex quibus ſagitta mittatur, quanquam plures diuiſiones pro vniuſcuſque libitu fieri poſſint, ut aliquando nouem fecimus, de quibus poſtea.



Inquirendum igitur quantò minor futura ſit iaculatio facta ex primo puncto L, quàm ex puncto M, & alijs vſque ad O punctum, nec enim dubium quin ſit maior ex punctis à K verſus O remotioribus, ſed tantum quantò ſit maior. Primum verò dicam quæ multis verosimilia videbantur, nempe vires tendentes eſſe in ratione duplicata iactuum; verbi cauſa iactum ex

puncto M eſſe ad iactum ex L in duplicata ratione M K ad L K, hoc eſt iactum ex M eſſe quadruplum iactus ex L, quemadmodum arbitrabantur vim eogentem neruum K vſque ad M eſſe quadruplam vis illum ad L adducentis, ut iactus eſſent inſtar radicum, & pondera tendentia quadratorum.

Sed ad obſervationes accedo, factas à nobis in ludo publico Balliſtico Pariſienſi, egregio iaculatore vibrante ad angulum 30 graduum, altitudine ſuper horizontem quadrupedali: arcus noſter ceraſinus,

vulgò *de merisier*, pedes 5 & 4 digitos longus, à puncto K ad O sesquipedem habet in 8 partes æquales diuisum; neruus K ad primum punctum tensus & laxatus sagittam emittit ad duas hexapedas & 4 digitos: aliæ iaculationes eo qui sequitur modo apparuerunt. Ex secundo puncto iactus fuit 7 hexapedarum, ex tertio sexdecim, ex quarto $22\frac{1}{2}$, ex quinto $29\frac{1}{2}$, ex sexto 35. Septimus & octauus ob ludi stadium quàm par sit breuius, notari minimè potuerunt, sed cùm secundus à primo differat proximè 5 hexapedis, tertius à secundo 8 hexapedis, quartus à tertio $6\frac{1}{2}$, quintus à quarto $7\frac{1}{2}$, & sextus à quinto 6 hexapedis, vix dubium superest quin septimus, & octauus iactus eodem modo progrediantur, vt ex alijs obseruationibus constat. Est autem arcus obseruatorius pondo vnus propemodum libræ; sagitta bipedalis vnus vnciæ, cuius crassitudo linearum 4.

Tempus verò durationis vnus cuiusque iactus nobis apparuit, primi quidem plusquam dimidiæ partis secundi minuti; secundi iactus duratio vnus secundi minuti; tertij iactus, secundi $1\frac{1}{2}$; quarti 2 secundorum, &c. adeout singulorum iactuum sibi succedentium duratio dimidia parte secundi minuti creuisse videatur. Idem apparuit in totidem arcus Turcici diuisionibus, licet maiora pondera neruo istius adhibenda sint, vt ad æqualia interualla cogatur; quæ de re postea.

Vnde concludendum iactus eadem ferè ratione se inuicem, quo pondera tendentia superare: quanquam non hîc loquor de iactibus arcuum chalybeorum, siue manu sola, siue balistario quouis epitonio flectantur, quòd absque totidem astragalus, quot fuerint in scapo diuisiones, hisce obseruationibus sint inutiles, nisi totidem clauorum beneficio arcus ipse ab astragalo pro libitu remoueri, & ad eundem ad-moueri possit.

PROPOSITIO IX.

Iactus diuersorum arcuum maximos, tam secundum longitudinem, quàm velocitatem inuicem comparare.

Iactus sagittæ, globiue, horizontalis est, aut verticalis, vel medius, vt tractatu hydraulico dictum, & explicatum est: dicitur enim *horizontalis*, quoties arcus, vel illius scapus sit horizonti parallelus, vt rectà collineet in scopum: *verticalis* ex arcu ad horizontem perpendiculariter erecto vocatur; *medius* verò cùm super horizontem ad 45

gradus, seu angulum semirectum inclinatur. Hic autem duobus præsertim arcibus utitur, ligneo 5 pedes & $\frac{1}{2}$, & chalybeo 2 pedes & 2 digitos longo: chorda lignei pedum est quinque, chalybei verò bipedalis; ille 42 libris, hic 1600 præter propter tenditur, quod pondus ferè quadragies alium superat, unde forsàn quis inferet, sed falsò, iactum arcus chalybei quadragecuplum esse iactus lignei, qua de re postea.

A verticali iactu exordior, quippe qui reliquis facilior est, quandoquidem requirit minus terræ spatium, illiusque duratio facilius & certius innotescit; constat autem experientia iactum arcus lignei prædicti non excedere 50 hexapedas, iactum verò chalybei centum hexapedas minimè superare. Quod ex ipsa obseruatione demonstro, quoties enim ascensus & descensus sagittæ lignei arcus 8 secunda minuta durat, toties solus exscensus 5 secunda insumit; quotiesque chalybei iactus fit undecim secundorum spatio, toties exscensus 7 ferè secunda durat; atqui alia ex obseruatione constat grauius spatium 5 secundorum 50 sexpedas, & spatium 7 secundorum 98 hexapedas conficere, cum non magè quàm globus plumbeus ab aëre impediuntur; quod animaduerto, ne forsàn sagittæ redeuntēs maiorem ab aëre remoram patiantur.

Hinc fit ut sagitta chalybei arcus 4, vel 5 secunda, in ascensu 98 hexapedarum, & sagitta lignei suo in ascensu 50 hexapedarum, tria secunda consumat: unde comparatio velocitatis utriusque colligitur.

Cum autem in propositione dixi *maximos*, eos iactus intellige qui fiunt in illa summa tensione arcuum, quorum neruus ad astragalum adducitur, minimè verò de tensionibus ceterioribus, nec enim opus est monere de vltioribus, quippe quæ arcum frangerent.

Omitto verticales iactus globorum à sclopetis, & bombardis explosorum, de quibus suo postea loco.

Quod ad horizontales attinet, constat ex obseruatis, sagittam ab arcu ligneo 30, 40 vel 50 libris tensa, spatium 30 hexapedarum conficere spatium duorum secundorum, quod vnico secundo percurrit sagitta prædicti arcus chalybei: cuius horizontalis iactus in pedali super horizontem eleuatione, 20 hexapedarum, in quadrupedali, ferè 40: in qua notandum est sagittam post primum terræ contactum ad 40 hexapedas, iterum alias 40 hexapedas super tellurem cucurrisse, & scamnum ligneum occurrens fidisse, seu perripisse. Sagittæ verò arcus lignei iactum horizontalem ex iisdem super horizontem altitudinibus subduplum esse præcedentis obseruationes ita confirmant, ut & ipsi iactus medij hanc utriusque sagittæ legem sequantur.

Cum enim sagitta chalybei arcus ad 45 graduum eleuationem centum hexapedas percurrit, arcus lignei sagitta 50 præterpropter conficit: sed illius duratio ad 7 secunda, huius ad 5 accedit, cum videlicet 4 pedibus super horizontem libratoris, seu iaculatoris manus erigitur.

Vbi mirabile non vni videtur quod extensione chalybei arcus à 2000 libris facta iactus sit tantummodo duplus alterius, qui sit extensione 40, vel 50 librarum, quæ toties in 2000 continetur: an verò ex ea ponderum ratione concludi possit vires semper quinquagecuplas, aut quadragecuplas esse debere, vt iactus sit duplò maior, & velocior, postea inuestigabitur.

PROPOSITIO X.

In quo sui iactus puncto sagitta sit potentior, seu vim maiorem exerat, & quantò sit initio ascensus, quàm in exscensus sine potentior, definire.

CONSTAT ex diuersis experimentis nullibi potentiores esse sagittas quàm in eo puncto spatij & temporis, quo neruum post se relinquit, in terram enim multoties sagitta ex diuersis interuallis, verbi gratia 10, 5, & 2 hexapedarum, semper eò profundius penetrat, etiam si terra sola sagittæ longitudine à neruo, seu astragalo distiterit: quod cum globo è minore bombarda exploso similiter obseruatum fuerit, nullus dubito quin illi decipiantur, qui pilis minorum, vel maiorum bombardarum muros, vel alia obiecta faciliùs perfringi putant, cum illa bellica organa 20, vel 30 hexapedis abfuerint, quàm vbi propius, verbi gratia ad vnam aut alteram hexapedam adhibentur.

Cum autem ex obseruatione constet sagittam perpendiculariter in terram vnius aut alterius pedis interuallo emissam duplò ferè profundius ingredi, quàm vbi ex iactu verticali in eandem terram recidit, certum est minori velocitate descendendo terram percutere: quod primò confirmatur ex hoc effectù, secundò quòd vix oculo sagittæ discessus à neruo deprehendatur, cum longè faciliùs casus sagittæ eo momento quo ad terram appellit, notari soleat; quanquam respondere possis id contingere, quòd oculus ab ipso iactus vertice sagittæ intuens eam vsque ad terram comitetur, & sensim illi videndæ affuescat, cum in discessu nil præcesserit quodcum iuuat: tertio igitur

cur ex diuturniori tempore probatur quod in descensu, quàm in ascensu consumit, quandoquidem tempus exscensus est ferè duplum temporis ascensus; hinc ferè duplò tardiùs percutit. Vnde percussio tantò maior, seu fortior esse videtur, quo motus percutientis velocior fuerit; qua de re postea fusiùs vbi quæretur cur velociùs ascendat sagitta, quàm descendat.

PROPOSITIO XI.

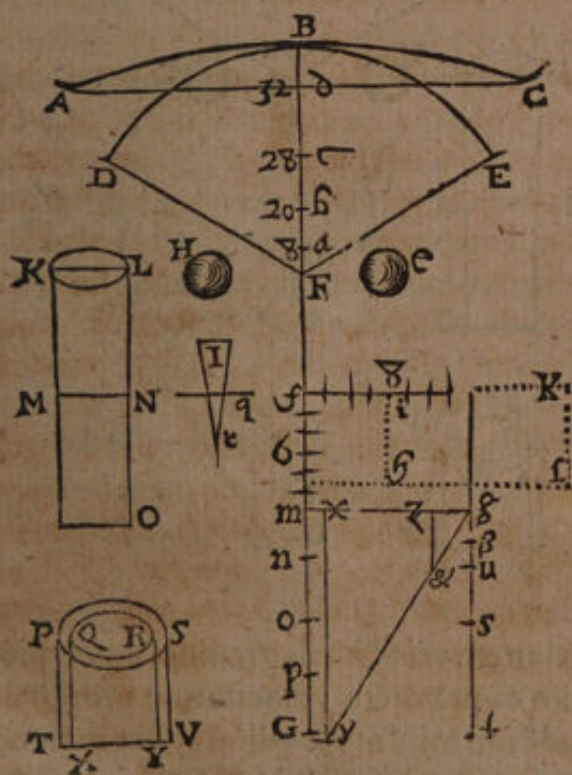
Velocitatis gradus, quibus chorda varias sui scapi partes percurrit, inuestigare.

PLacet hîc subtilissimi Philosophi & Geometræ sententiam explicare, vt appareat in quo sui recursus puncto neruus maiori celeritate moueatur. Nota verò varias istius figuræ partes tractatu Mechanicorû prop. 25. explicari, vt hîc supersit examinandum quod ad arcû, & eius neruum attinet. Sit igitur arcus A B in arcum D B E contractus, vt illius chorda C A ad astragalum F promoueatur, diuidaturque d F linea (quam

epitoxida, vel *σπίρα* appellant, cui nempe crena sagittæ imponitur; alij vocant strygem seu canaliculum) in 4 partes numeris adscriptis respondentes, de quibus iam iam acturi sumus.

Primum ergo quæri potest quot partes spatij F d neruus primo tempore, quòtue secundo, tertio & quarto percurrat, cum ab

F ad d 4 temporibus recurrit; hoc est quanta sit puncti neruei F ad d redeuntis velocitas primo tempore, quantâue secundo, &c. Deinde



num velocius moueatur initio, seu primo tempore ab F ad *a*, quam secundo tempore ab *a* ad *b*, &c. Si nerui recursus sit velocior in illis locis in quibus vis maior in illo retinendo necessaria est, certum est maiorem esse velocitatem ab F ad *a*, quam ab *a* ad *b*, & à *b* ad *c*, quam à *c* ad *d*, cum neruus tanto difficilius adducatur, quanto fit puncto F vicinior.

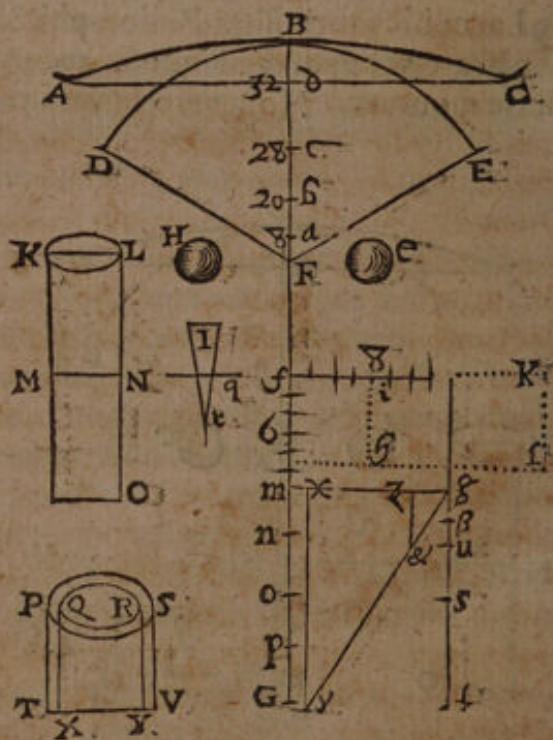
Quod si contigerit, necessariò sagitta prius neruum DFE ponè se relinquit, quam ad *b* perueniat, cum eandem ac neruus concipiat velocitatem: qui neruus si tantisper suam velocitatem remittat priusquam ad punctum *b* perueniat, sagitta neruum relinquet.

Sed experientia constat neruum à sagitta non relinqui, hoc est sagittam non excuti intra punctum F *a*, vel *a b*, &c. alioqui longè debilioreffet ictus, quam vbi sagittam vsque ad *d* neruus comitatur.

His præmissis, diuisa recursus nerui F in *d* duratione in 4 æqualia tempora, discutiamus num primo tempore vnicam duntaxat partem, secundo tres, tertio 5, &c. iuxta numerorum imparium ordinem neruus percurrat; an potius primo tempore 7 spatia, secundo tempore 5 spatia, tertio 3; quarto denique spatium vnicum conficiat.

Certè si nerui ex *d* in F adducti recursus sequitur rationem velocitatis grauium descendèntium vel ascendèntium, aliquam ex prædictis velocitatum proportionibus facile quis admiserit. Sed cum minimè requiratur vis maior in lapide per vltimum, quam per primum pedem tollendo, vis autem maior necessaria sit in adducendo neruo ad F, quam ad *a* vel *b*, &c. non est rationis paritas.

Omissis autem diuersis ponderum & velocitatum proportionibus,



iuxta quas aliqui putant nerui tensionem vel reditum fieri: verbi gratia, cum interstitium Fd in 60 partes equales diuisum intelligitur, per 7 partes à d versus F moueri neruum vnâ librâ tensum; deinde per 12 partes, si 2 libris, per 15 partes, si 3 libris, & per 16 si 4 libris tendatur: vel si neruus vna parte à d ad F accedat vna librâ tractus; 4 libris tractus, duabus partibus accedet; 9 libris tensus, tribus partibus; denique 16 tensus libris, 4 partibus ad F perueniet. Quibus addunt neruum ex 4 punctis spatium dF in 4 partes æquales diuidentibus redeuntem, ex prima quarta parte 7 gradibus velocitatis, ex secunda 5, ex tertia 3, & ex quarta vnico gradu velocitatis rediturum.

Priusquàm verò difficultatem propiùs vrgeamus, notandum est circa motum, id quod mouet esse diuersum ab eo quod mouetur; & quod tollit motum, ab eo diuersum esse à quo motus tollitur, atque adeo motum à primo mouentis conatu impressum cessare nunquam, vel minui, nisi per alterius corporis occurrentis resistentiam. Vnde concludunt motum corpori impressum in medio nihil penitus resistente, cum eodem celeritatis gradu quo cœpit, futurum absque fine, hoc est æternum.

Deinde cùm aliquod corpus antecedit, aliud illi contiguum æquali velocitate sequitur; quod sequitur, motum antecedentis non augeat, quamuis illum conseruare possit; quandoquidem dum properat sequens non vrget æquè properans, nisi cùm medium, verbi gratia, aer, motum antecedentis retardat; tunc enim conatus insequens vim nouam superaddit, donec celeritas eousque augeatur, vt æqualis fiat interno impellentis conatui, cuius rei exemplum in cymba videre est, cuius velocitas ab incumbente remige repetitis ictibus semper augeatur, donec æqualis sit vi brachiorum. Sed in medio non resistente nullo mobile, cuius conatus internus eadem viâ vrget quâ ipsum mouetur, potest accelerari, quia velocitas ab initio acquisita conatui integro mouentis quod sequitur, æqualis est.

Præterea considerandum est quâ ratione accelerentur ea quæ motum suum habent à conatu interno, semper & vbique corpus mobile æqualiter urgente, qui temporibus æqualibus moti corporis celeritatem æqualiter augeat; quo supposito spatia singulis temporibus transmissa erunt inter se vt impares numeri ab vnitatem incipientes 1, 3, 5, 7, &c. vt postea demonstrabimus; vnde sequitur in motu vni-formiter à quiete accelerato, velocitatem acquisitam post quoduis tempus sufficere ad mobile transmittendum tempore proximè æquali bis tantum, quantum tempore præcedenti transmissum est.

Similiter spatia transmissa quæ inuerso ordine vni-formiter retar-

dantur, sunt in eadem ac impares numeri ratione, videlicet vt 7, 5, 3, 1: Si enim primo tempore pertranseat mobile 7 spatia, ita decreſcente velocitate vt in fine primi temporis tantum amittat velocitatis quantum ſuffeciſſet ad ipſum promouendum ſpatium adhuc vnum, proximo tempore ſex tantummodo ſpatia percurreret. Quòd ſi hoc ſecundo tempore tantundem remittit, vt ſupponitur, percurreret tantummodo 5 ſpatia; diminutàque inſuper ibi velocitate, tertio tempore, etiamſi non ampliùs minuatur, tranſibit ſolùm 4: igitur decremento ſuppoſito, vt antea, tertio tempore ſola 3 ſpatia conficiet, & ita debilitatum perueniet ad finem tertij illius ſpatij, vt quarto tempore duo tantum ſpatia ſit, illà conſeruata velocitate, confecturum; ſed iterum pro tempore quarto diminutà, ſpatium vnicum conficiet.

Cùm autem conatus internus laminæ chalybeæ, vel cuiuſuiſ arcus non ſemper æqualiter vrgeat, illi nequit applicari prædicta ratio numerorum imparium, dum enim neruus tenditur, tantò minus reſiſtit, quantò propior eſt puncto *d* in figura præcedente; maximèque reſiſtit in puncto *F*. Sed eadem vi mouetur neruus dum redit, quā reſiſtit dum tenditur, quapropter conatus ille internus laminæ, vel arcus ſemper eò minus vrget quò magè relaxatur, adeout (licet velocitas reditus ſemper augeatur) incrementa velocitatis in reditu ſemper minora ſint.

Itaque ſi velocitatis incrementa ſupponantur vniformiter inter redeundum decreſcere, 4 ſpatia redituum arcus rationem iſtorum numerorum 7, 5, 3, 1 ſequentur. Si verò ſpatium reditus *dF* diuidatur in 88 partes æquales, vt tempus in quo redit arcus in 4 æqualia tempora, in primo tempore neruus percurreret 8 ſpatia, in ſecundo 20, in tertio 28, & in quarto 32, ex hypotheſi quòd decrementa incrementorum velocitatis æqualia ſint æqualibus temporibus.

Diuiſa ſiquidem recta *dF* in 88 partes æquales, quando neruus recurrens peruenit ad punctum octauum, numeretur tempus primum iam perfectum: cùmque velocitatis incrementa non acquirantur æqualia temporibus æqualibus, ſed ſemper minora ſiant, vniformiter decreſcèdo, non duplicabitur velocitas acquiſita in octauo puncto, vt proximo tempore ſpatia bis octo conficere poſſit, ſed erit velocitatis incrementum vt 7 tantum, quare ſecundo tempore perueniet mobile illà ſola celeritate ad punctum (vltra octauum) decimum quintum. Sed quia ſecundo tempore incrementum debet eſſe vt 5, ſecundo tempore vlteriùs ad 5 puncta, hoc eſt ad 20 punctum pertinet, in quo præterea velocitas erit acquiſita ſufficiens ad neruum, & arcum promouendum per 5 puncta. Quapropter velocitate quæ eſt in fine ſe-

cundi temporis percurreret tertio tempore puncta 25, recipiétque velocitatis incrementum pro 3 punctis, & tertio tempore 28 puncta à *b* ad *c* conficiet, vbi velocitatis incrementum habebit vt tria: quambrem in quarto tempore promouebitur absque augmento velocitatis per puncta 31; sed auctum velocitate ad vnum insuper punctum, faciet quarto tempore puncta 32: atqui 8, 20, 28, & 32, summam 88 conficiunt, in quæ diuiditur spatium *dF*, per quod fit nerui recursus. Quæ omnia melius ex dicendis intelligentur.

COROLLARIUM.

De varijs reditus nerui velocitatibus.

CVM non sit semper idem incrementum, sed velocitas continuò decreascit ea ratione in qua sunt numeri impares 7, 5, 3, 1, vt in arcus reditu fieri supponitur, ostendit doctissimus Hobbus diuiso tempore motus in 4 partes æquales, spatia transmissa in singulis partibus inter se futura in ratione numerorum 2, 5, 7, 8; vel 8, 20, 28, 32. Re-deat enim neruus tensi arcus per spatia quælibet æqualia 8: huiusque reditus tempus sit primum ex 4 temporibus æqualibus, quo reditus integer peragitur: augeatur autem velocitas eius dum redit, non vt possit proximo tempore duplicare illa spatia, sed itaut possit absque augmento in secundo tempore transire spatia, non 8 & 8, sed 8 & 7, id est 15 spatia. Habet igitur neruus à vi impressa primo tempore, vt possit procedere secundo tempore 15 spatia actu, sine augmento velocitatis: sed ab impressa vi, proprio tempore, diminuto sicut prius, incremento, vt possit 5 actu procedere, habeatque potentiam ad 5 altera in tempore tertio; quare secundo tempore per 20 spatia actu procedet, cum potentia ad 5 amplius.

Perget igitur sine augmento, tertio tempore per spatia 25 actu, additòq; incremento diminuto habebit à proprio tempore vt præterea possit transire spatia 3 actu, cum potentia ad 3 alia. Neruus igitur tempore tertio transit 28 spatia actu, habetque potentiam ad tria amplius, tempore quarto; quo, propter tempus tertium, progredietur sine augmento velocitatis per spatia actu 31: quibus vno addito propter incrementum, transit quarto tempore per spatia 32, adeout spatia à neruo tensi arcus transmissa singulis temporibus æqualibus sint vt numeri, 2, 5, 7, 8. Quæ omnia rectè in sequentem synopsim rediguntur.

PHÆNOMENA

Primum tempus.

Spatia 8 actu, potentia 7.

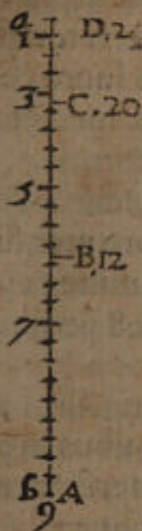
*Secundum tempus.*Spatia accepta à primo tempore 15 actu, à proprio tempore
5 actu, 5 potentia.*Tertium tempus.*Spatia accepta à secundo tempore 25 actu, à proprio, 3 actu,
3 potentia.*Quartum tempus.*Spatia accepta à tertio tempore, 31 actu, à proprio,
vnum actu, vnum potentia.

PROPOSITIO XII.

An sagitta perpendiculariter horiZonti, seu verticaliter excussa eadem velocitate descendat, qua ex quiete descenderet; Et quodnam sit incrementum velocitatis grauium ex alto cadentium, inuestigare.

SVnt qui credant corpus graue in altum emissum, verbi gratia sagittam ex puncto *b* ad *a* missam, non eodem modo recidere ab *a* ad *b*, quo caderet, si ex quiete præcedente sine ascensu præcedenti ex *a* in *b* descenderet; quorum sententia confirmari videtur ex sagittarum arcubus excussarum descensu; constat enim experientia sagittam ex *b* in *a* missam velocius ascendere, quam descendat, quandoquidem multoties obseruauimus sagittam, quæ ab *a* ad *b*, 5 secundis minutis descendit, ab eodem *b* ad *a* tribus secundis ascendere; vt in hac figura cernitur, in cuius sinistra parte descensus, in dextra verò notatur ascensus; in quo tria duntaxat secunda durante superest discutiendum, qua ratione velocitas minuatur, an iuxta progressionem Arithmeticam, qualis est numerorum 12, 20 & 24, seu 3, 2, 1: hoc est num primo tempore sagitta percurrat spatium *A B*, quod est pars totius lineæ *D A* dimidia, in duodecim partes æquales diuisa; secun-

do tempore 8 spatia inter B & C intercepta; tertio tempore 4 quæ super-
sunt à C ad D interualla. An potius iuxta numeros impares, vt li-
neam A D, quæ in partes nouem æquales diuisa suppo-
natur, ita percurrat vt primo tempore 5 partes, secun-
do tres, tertio denique vnicam conficiat.



Porro mihi certum videtur sagittam eodem modo,
eodemque velocitatis incremento descendere, post-
quam ab arcu missa est, ac si ex quiete centum anno-
rum ex *a* in *b* descenderet, quid enim amplius de mo-
tus antecedentis impressione retinet, quàm vbi quis à *b*
ad *a*, scalæ beneficio, sagittam manu tulisset, vt in *a* sibi
relicta recideret? cum enim incipit cadere, nil impetus
præteriti retinet, quod similiter à manu ferente non
habeat. Deinde globus 4 librarum è bombardâ semi-
pedali, quam *mortarium* appellant, excussus, & ad cen-
tum propedum hexapedas verticaliter ascendens, æ-
quali tempore descendit, quo prius ascenderat, vt di-
uersis vicibus obseruauimus, adeo ut sit alia causa deinceps

inuestiganda, ob quam sagittæ tardiùs descendant quàm ascen-
dant, cum idem in globis plumbeis, vel ferreis non potuerimus obser-
uare: ex quibus proinde maxima difficultas nascitur, videlicet cur
globuli descendentes percussio minor sit quàm ascendentes, qua de
re postea dicendum erit.

Quod ad velocitatis incrementum attinet, quo grauiâ descendunt,
licet de eo fusissimè nostris in Harmonicis tam Latinè
quàm Gallicè scriptis egerimus, hîc tamen paucis sequen-
tia retexere oportuit, ne qui libris illis cauerint minus be-
nè intelligant quæ vel iam allata sunt, aut deinceps profe-
rentur; cumque proprijs obseruationibus insistam, constat
experientiâ centies repetitâ corpora grauiâ, qualis est glo-
bus plumbeus, aureus, lapideus & ligneus, quibus experti
sumus, hanc in sui casus velocitate proportionem obserua-
re, vt cum primo secundo globus ab A ad 1, hoc est à quie-
te in A primum interuallum percurrit, sequente tempore
secundo tria spatia percursurus sit ab 1 ad 3: tertio tempore
quinque spatia à 3 ad 5, quarto tempore 7 spatia à 5 ad 7,
atque adeo confecturus sit totum spatium A B 4 temporibus,
& ita de reliquis. Quod fieri nequit, nisi spatia fuerint
in ratione temporum duplicata, siue quod idem est, vt quadrata tem-
porum; quæ quidem quadrata id habent commodi quòd dicto citiùs



innoscat quot spatia percurrit graue, cum tempus quo descendit agnoscitur. Exempli gratia ceciderit graue motu perpendiculari spatio nouem secundorum, quadratum nouenarij, hoc est 81, totidem spatia percurſa significabit; quod vt experimentis respondeat, sit A1 tripedale spatium, quod graue incipiens ab A quiete moueri tempore dimidij ſecundi, ſiue 30 tertijs, conficit; ſi graue motum ſuum continuet, 4 æqualibus temporibus, hoc est 2 ſecundis, quia medietate ſecunda minuti ſecundi, id est ſecundo tempore 9 pedes, tertio 15, & quarto 21 pedes tranſcurret. Faciliſor operatio quæ duodecim pedes primo ſpatio adſcribit, quos ſecundum minutum habet pro meſſura temporis: primo namque ſecundo graua cadunt ex altitudine 12 pedum; ſecundis duobus ex 48 pedibus, tribus ſecundis ex 108 pedibus, & 4 ſecundis ex 192 pedum altitudine, &c.

Quamquam aër etiam grauiffimis corporibus, velocitatis illius aliquid in progreſſu detrahit, quod in corporibus minus grauib; in primis hexapedis deprehenditur, cum medulla ſambuci, tametſi rotunda, quinque ſecunda in 48 pedibus percurrendis inſumat, quæ plumbum & lignum duobus ſecundis percurrit; fortèque lignum ſagittarum cum pennis ſatis leue eſt vt 5 ſecundis tantumdem duntaxat efficiat itineris deſcendendo, quantum 4, verbi gratia, ſecundis globus plumbeus percurreret. Quæ vt perfectiùs intelligantur, alia penitus addenda, quibus demonſtretur eam eſſe velocitatem grauium in quolibet puncto ſpatij ad quod perueniunt, vt ſi abſque nouo augmento deinceps eadem velocitate pergant, ſpatium præteriti ſpatij duplum æquali tempore confectura ſint; poſtquam inuenta fuerit ratio propter quam ſagittæ minus celeriter deſcendant quàm aſcendant.

COROLLARIUM.

Cognito tempore caſus grauis cuiuſlibet, ſpatium ex quo cecidit, innotefcit, dummodo quod aëris detraxit reſiſtentia ſubducatur, quadratum enim temporis dabit meſſurarum numerum à graui decurſarum; quæ meſſuræ ſingulæ tripedales erunt, ſi tempora numerentur in dimidijs ſecundis; duodecupedales ſi in ſecundis; 7200 hexapedarum leuæ, ſi in minutis; 3600 huiuſcemodi leuæ, ſi in horis, & ita deinceps.

Eodẽque modo cognoscetur tempus quo graue ceciderit, ſi ſpatium vnde cecidit notum fuerit: verbi gratia ſi fuerint ſpatia 25, ſingula 12 pedum, radix 5 docebit tempus 5 ſecundorum; ſi 3600 ſpatia percurſa ſint, radix 60 dabit minutum, & ita deinceps.

PROPO.

PROPOSITIO XIII.

*Quam ob causam sagitta minus temporis in ascensu,
quàm in descensu perpendiculari
consumant inuestigare.*

EX obseruationibus constat sagittam quinquaginta, vel plures hexapedas verticaliter ascendente plus in descendendo, quàm in ascendendo temporis insumere, cuius videlicet ascensus trium secundorum, descensus vero quinque secundorum spatio conficitur: idémque de glandibus ad eandem altitudinem pertingentibus concludendum esse videtur.

Huiusce Phænomeni rationem ex eo petendam arbitror, quòd grauium, putà sagittæ, vel glandis, descensus, non possit tantam, ac excussio sagittæ vel glandis, velocitatem acquirere; alioquin non video cur descendendo non eadem velocitate terram, ac ascendendo corpus durum occurrens percuteret, vti contingeret si gradibus iisdem, quibus glandis ascendente velocitas remittitur, descendente velocitas intenderetur: cum tamen experientia constet longè minori velocitate graua in vltimo sui descensus, quàm in primo suæ ascensionis momento affici: quandoquidem minori vi percutiunt descendendo, vt quispiam experietur in sagitta in proximam terram ex arcu immissa, in quam longè profundius, quàm descendens ingreditur.

Quòd autem non possit tantam acquirere descendendo velocitatem, probatur ex eo quòd reuera velocitatem illam, cum terram attingit, iam obtinuisse, cum gradus exscensus videantur opponi gradibus ascensus. Explosæ ergo sagittæ, vel glandis velocitas maior est initio, quàm vt illam descensus possit assequi, quæ cum satis remissa est, vt grauium velocitatem minimè superet, ascensio reliqua constat iisdem ferè gradibus reciproce sumptis, quibus ipse descensus: cum enim sagitta descendit, suam semper augeat velocitatem, donec locus occurrat maioris velocitatis, quàm iaculum ascendebat, quàmque deinceps assequi non potest: Exempli gratia, telum tria secunda in ascensu consumens, primas 25 hexapedas, tanta velocitate percurrat, vt nullus grauium casus eam assequatur, & 25 reliquas ita percurrat, vt primam ea velocitate conficiat, quæ sit summa velocitas à grauibz cadentibus acquirenda; ad hunc vsque locum descen-

dens per eosdem ferè velocitatis gradus suum motum augebit, deinceps verò non augebit, maiusque propterea ex eo loco tempus in exscensu impendet, quam in ascensu consumpsisset.

Vnde concludendum eò maiorem fore temporis, quo corpus ascendit, ab eo quo descendit tempore, differentiam, quò maior erit ascensus: si enim semel, verbi gratia, hexapedarum 25 altitudo maxima statuatur in qua percurrenda suam grauiam velocitatem augeant, licet glans ad leuicæ pertingere possit altitudinem non plures tamen recidens, & suam augens velocitatem, quàm 25 percurreret hexapedas, atque adeò in reliquis 2475 conficiendis longè maius temporis spatium impendet, quàm hucusque ascendendo insumpisset.

Quod ex obseruatione robustioris arcus confirmatur, ex quo cum telum spatio 4 secundorum altiùs ascendat, in descensu septem secunda infumit. Hincque futurum arbitror tempus exscensus verticalis eò maiorem rationem ad tempus ascensus habiturum, quo hic altior fuerit; hoc est, cum iam in telo centum propè propter hexapedas ascendente maior sit ratio temporis exscensus 7 secundorum ad tempus ascensus 4 secundorum, quàm 5 ad 3 ratione temporum ascensus & descensus teli ad 50 hexapedas ascendentis, & inde descendentis; vbi non telum arcu, sed glans tormentis explodetur, cuius tempus in ascensu & descensu sit 24 secundorum, fortè tempus descensus non solum duplum, quale est ferè in sagittis emissis, sed etiam triplum temporis ascensus futurum est, quod experientia docere poterit in ferreis 33 librarum globis, quos maioribus tormentis explodunt; longèque faciliùs in illis 200 librarum bombis quas mortaria vomunt, si enim ad 1200 passuum altitudinem verticalem perueniant, faciliè videbuntur per aërem cum ascendentes, tum descendentes, vt ascensus & exscensus duratione simul conferantur, & ex istis obseruationibus canon aliquis pro temporum illorum ratione condatur.

MONITVM.

De Catapulta semipedali.

Accuratè distinguendum inter missilia verticaliter proiecta, constat enim ex obseruationibus exactioribus, pedalis catapulta, quam *mortier* appellamus, globum ferreum trium librarum pondò tantundem in ascendendo, quàm in exscendendo temporis infumere, sex enim secundis ascendit, totidèmq; descendit; vnde cla-

rum est sagittarum descensum longè tardiorē esse, & punctum illud, in quo non ampliùs seruant eandem accelerationis in descensu rationem, longè citius illis occurrere, quàm globo catapultario; qui 72 hexapedas tam ascendendo quàm descendendo percurrit, si penitus eadem ratione descensus velocitas augeatur, quā dum ex 20 hexapedis descendit, quarum certam experientiam habeo.

Porro cū puluere purgatiorē oneratur, 7 secunda in ascensu, totidēque in exscensu consumit, atque adeo 98 hexapedas ascendit: cūque priore puluere satis purgato, qualis est quem vulgo pistoletis, seu minoribus catapultis adhibent, ad 48 gradus eleuationis illa catapulta ferè 180 hexapedas percurrat, iactus medius est plusquàm duplus verticalis; vnde possis argumentum ducere aërem globo verticaliter ascendenti incumbentem magis officere, hoc est plus ei de motu demere, quàm globo ad 45 gradus eleuationis exploso, quandoquidem hic iactus solummodo duplus esse debeat verticalis in medio nil impediēte, vt postea demonstrabitur.

PROPOSITIO XIV.

Velocitas qua graue descendit à quiete, motu uniformiter accelerato, post quoduis tempus sufficit vt tempore proximo equali sequente bis tantum descendat quantum precedente tempore descenderat.

SInt in sequente figura K C A B tempora descensus in latere A C, videlicet A E, E F, F G, & G C, æqualia, & velocitates repræsententur a lineis transversis D E, H F, I G, B C, & omnibus interpositis: & A mobile quiescens in A, incipiat moueri versus C suam augendo velocitatem iuxta lineas parallelas prædictas, quæ cū intelligi debeant absque numero, gradus velocitatis etiam infiniti supponuntur.


Sit igitur quodlibet tempus A E, cuius initio graue A descendere incipiat, quod in E instanti hanc habeat velocitatem, quā possit dato quocūque tempore per quocūque spatium datum D E descendere, habebit in instanti F velocitatem quā possit eodem, vel æquali tempore per H F spatium descendere, & in G instanti, per spatium I G, & in instanti C per spatium B C. Quapropter in quolibet instanti velocitatem habebit qua possit eodem tempore per spatium lineæ alicuius ductæ in triangulo A B C, basi B C parallelæ descendere.

Spatium igitur per quod descendet A in tempore A C, erit æquale lineis omnibus simul sumptis quæ fieri possunt parallelæ B C à puncto A usque ad B C, hoc est arcæ trianguli A B C.

Sit verò tempus CM æquale tempori AC , fiatque parallelogrammum $BCLM$: habebit A in instanti C velocitatem descendendi per spatium æquale lineæ BC ; similiterque in omni instante temporis CM ; spatium igitur per quod descendet graue A in toto tempore CM , sine velocitatis augmento, erit æquale omnibus rectis lineis simul sumptis quæ duci possunt parallelæ inter BC & LM , hoc est totius parallelogrammi BM areæ: sed hæc area dupla est areæ trianguli ABC , spatium igitur per quod A graue descendet secundo tempore CM absque velocitatis incremento, duplum erit spatij per quod idem A primo tempore AC descendit cum incremen-

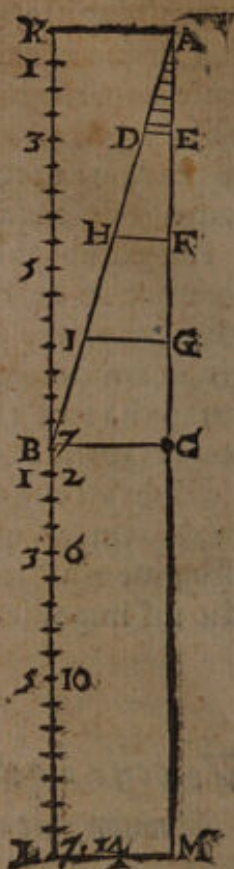
Quòd autem in hoc motu vniformiter à quiete ac-
celerato velocitas acquisita post quoduis tempus suf-
ficiat ad grauis transmissionem tempore proximo æ-
quali bis tantum quantum tempore præcedenti trans-
missum est, iterum sequente modo, qui cum præcedente congruit,
declaratur.

Quous tempore AB sit transmissum spatium AB velocitate vniformiter crescente à quiete in puncto A, à quo velocitas creuerit eo modo quo latitudo trianguli AEB crescit, dum acquiritur latitudo BE, quæ sit velocitas acquisita in tempore AB.



Perficiatur parallelogrammum $ABDE$, clarum est potentiam rectæ BE duplam esse potentia crescentis ab A puncto ad BE lineam, cum sit parallelogrammum $ABDE$ potentia rectæ BE ; & triangulum AEB potentia crescens ab A ad BE , atqui parallelogrammum trianguli duplum est.

Cum igitur velocitas sit potentia mobilis ad sp-
atium transmittendum, dupla est velocitas iam acqui-
sitā, & per B E repræsentata, velocitatis crescentis à
quiete in A. Si sumatur ergo B C duplum A B, quo tempore fiet à
crescente velocitate A B recta, æquali tempore à velocitate aucta.

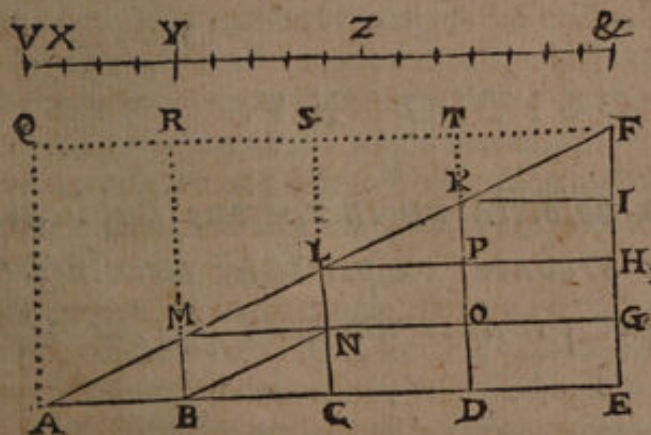


percurratur recta BC. Vnde sequitur transmissa spatia à mobili uniformiter accelerato temporibus æqualibus esse inter se in numerorum imparium ratione, de quibus antea dictum est.

Supponatur enim in prima figura prop. istius, primo tempore transmissum spatium quodcunque KI; acquisita velocitas in I sufficiet ad mobile promouendum in tempore secundo bis, tantundem, licet velocitas non ampliùs augeatur: Si ergo semper æquali tempore æqualiter augeatur, erit addenda velocitas, non modò quæ sufficit ad mobile vlteriùs bis tantundem promouendum, sed etiam ad illius velocitatem vno gradu augendam; quare secundo tempore descendet ab 1 ad 3, quandoquidem addendum est in quolibet tempore quod primo factum est.

Qua ratione mobile in puncto 3 velocius erit vno gradu quàm fuisset absque velocitatis incremento: deinde à 3 ad 5 quinque spatia, non solum 4 percurrat, quia gradus ille primus à K ad 1 comparatus semper additur, generatque in mobili potentiam vnus spatij percurrendi, & acquirendi gradum vnus velocitatis.

Quod cum in præsentì tractatu, & in aliis magni sit momenti, rursus explicatur in rectangulo triangulo AEF; cuius cathetus EF in



4 partes æquales in punctis G H I diuidatur; ducanturque catheto FE parallelæ BM, LC, & DK, quibus area trianguli in partes inæquales diuidatur, sicut tempus ab AE recta significatum in 4 partes æquales, sumaturq; ABM triangulum primo tempore AB transmissum pro

1: trapezium BMLC secundo tempore BC percurritur, estque 3: quemadmodum sequens trapezium LCKD tertio tempore CD generatur. Denique quartum trapezium DKFE quarto tempore DE 7 producit: quibus alia quocumque trapezia superaddere possis, quæ numeris 9, 11, 13, &c. respondeant.

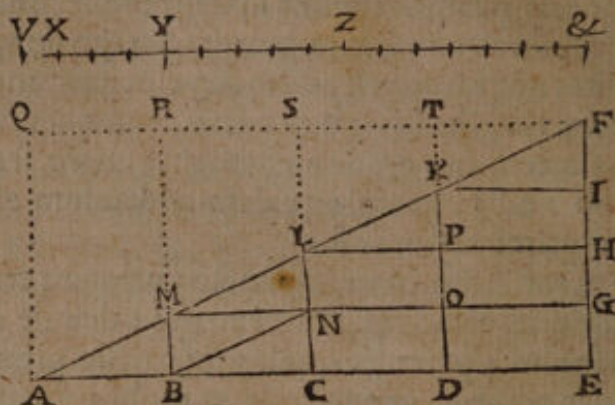
Quæ spatia transmissa linea quoque V & refert, cum enim mobile primo tempore conficit VX spatium, secundo tempore percurrit XY triplum præcedentis; tertio YZ; quarto Z &; cumque perus-

nit ad ϕ , vel FE, nec amplius suam auget velocitatem, eam potentiam acquisiuit qua tempore æquali AE, parallelogrammum QA FE compleat.

Itaque si crescit velocitas in tempore AE vt crescit tempus, hoc est vt crescit ipsum

AE, sitque quies in A, erit acquisita velocitas vt FE; & velocitas in CL, quæ dimidia est velocitatis in EF, spatium percurreret eodem tempore AE, æquale spatium quod fit à velocitate crescente à quiete in A, vsque ad maximam velocitatem in FE.

Idemque contingeret si decrescat velocitas eadem ratione qua decrescit tempus futuri motus. Ex quibus omnibus ratio elicitur ob quam spatia transmissa sint in ratione duplicata temporum, de quibus iterum inferius.



PROPOSITIO XV.

Grauium cadentium velocitatem in ratione duplicata temporum augeri probatur ex pendulis circulariter motis, ipsorumque pendulorum multifarius vsus explicatur.

SIt in hac figura perpendiculariter ad horizontem erecta funis, vel filum cuiuslibet longitudinis AB, cui globus plumbeus cuiusvis ponderis B appendatur, dummodo fili pondus excedat; sitque pendulum breuius AP, cui etiam globus plumbeus appensus intelligatur. Certum est filo AB translato in AC, globum in C relictum ad punctum B per circumferentiæ quadrantem CEGB reuersurum, cogitur enim à filo AC, à quo si liber esset in C, recta caderet in M, vt citius & per breuissimam lineam ad centrum grauium perueniret, vel toti suo vniretur, siue propria virtute properet illuc, siue trahatur

magneticè, vel electricè, siue pellatur à vibrantibus spiritibus interioribus, aut ab aliquo torrente materiæ cuiusdam subtilissimæ preman-
tur & impellantur.

Certum est secundò filum à puncto C ad B cadens temporis in-
sumere tantundem in illo casu, quantum insumit in ascensu à B ad D

per circumferentiam B H F D. sit enim
filum A B 12 pedum, docet experientia
globum B tractum ad C, inde ad B spatio
secundi minuti recidere, & alterius secun-
di spatio à B versus D ascendere. Si verò
A B trium pedum fuerit, hoc est præce-
dentis subquadruplum, spatio dimidij se-
cundi à C descendet ad B, & æquali tem-
pore à B ad D vel S perueniet; ad D, si filum & aër nullum afferant
impedimentum, cum impetus ex casu C in B impressus sufficiat ad
promouendum globum pendulum ad D punctum.



Globus igitur spatio secundi percurrent dimidiam circumferentiam
C B D, & æquali tempore à D per B versus C recurret; donec hinc
inde vibratus tandem in puncto B quiescat, siue ob aëris & fili resi-
stentiam vnicuique cursui & recursui aliquid detrahentem, siue ob
ipsius impetus naturam, quæ sensim minuatur, qua de re postea.

Nota verò globum plumbeum vnus vnciæ filo tripedali appen-
sum, non prius quiescere postquam ex puncto C moueri cœpit, quam
trecenties sexagies per illam semicircumferentiam ierit; cuius po-
stremæ vibrationes à B ad V sunt adeo insensibiles, vt illis nullus ad
observationes vti debeat, sed alijs maioribus, quales sunt ab F, vel ab
H ad B.

Vbi quæstione dignum, quanta sit pars arcus V B, quam vltima
globi vibratio percurrit, hoc est quanta sit linea per quam ad quie-
tem peruenit, an centesima, vel millesima diametri globi, vel fili moti
A B, & num per æqualem partem tam longiora quàm breuiora fila
suam quietem consequantur. Certè cum globus in punctum G tra-
ctus & tripedali filo alligatus, versus H, & ex H. versus G per horæ
quadrantem, seu 900 secunda vibretur; partem vltimam, per quam
suæ quieti restituitur in B, admodum paruum esse necesse est: quan-
quam nulla pars vltima assignari posse videatur, qua non detur minor,
si per infinitos tarditatis gradus quies acquiratur, vt ex quiete per in-
finitos tarditatis gradus ad quemuis datum velocitatis gradum per-
uenitur.

Certum est tertio filum A P fili A B subquadruplum vibrationes

tarditatis transeat per quos ceciderat, & consequenter num eodem tempore motu violento ascendat quo motu naturali descendit.

Quæ vix obseruari possunt nisi duos inter alicuius turris vel alterius ædificij muros admodum altos, verbi gratia 20 aut 30 hexapedarum & tantundem inter se distitos, quos inter pendula 20 aut 30 hexapedas longa sint, vt cum globis pendulorum exscendentibus alij globi pendulorum æqualium manu ad eandem altitudinem perlatorum sibi relictis eodem momento cadere incipiant; qui si prius quàm alij globi ceciderint, impetus quo hi ascenderant nondum extinctus fuerat. Si verò æque velociter descenderint, extinctus erat. Quod etiam grauib; in altum perpendiculariter missis, verbi gratia nostris sagittis potest accommodari, quæ cum ad datam altitudinem peruenerint, eodem tempore recidere debent quo aliæ sagittæ ex eadem altitudine sibi relictæ.

Omitto plana inclinatissima, super quæ si globi politissimi cadant, & in auersa similia plana per impetum casu acquisitum ascendant, multa notari poterunt ad rationem velocitatum attinentia. Sunt & alia pleræque quibus ad obseruationes quispiam vti poterit.

Sextò, filum tripedale potest alicui iustò videri longius ad secundum minutum qualibet vibratione notandum, cum enim in linea perpendiculari AB graue cadens citius ad punctum B perueniat, quam vbi ex C vel D per circumferentiæ quadrantem mouetur, quandoquidem AB linea breuissimè ducit ad centrum grauium, & tamen ex obseruationibus grauium cadentia tripedale duntaxat interuallum ab A ad B semisecundo, & 12 pedes secundo conficiant, illud filum tripedali minus esse debere videtur: Iamque lib. 2. de causis sonorum, corollario 3. prop. 27. monueram eo tempore quo pendulum descendit ab A , vel C ad B per CG , posita perpendiculari AB 7 partium, graue per planum horizonti perpendiculare partes vndecim descendere.

Quod quidem difficultatem insignem continet, cum vtrumque multis obseruationibus comprobatum fuerit, nempe grauium perpendiculari motu duodecim solummodo pedes spatio secundi, globum etiam circumferentiæ quadrantem, cuius radius tripedalis, à D ad B semisecundo percurrere; quæ fieri tamen nequeunt nisi globus à C ad B per circumferentiæ quadrantem descendat eodem tempore quo globus æqualis per AB : qui cum pedes 5 perpendiculariter descendat eo tempore quo globus à C ad B peruenit, nulla mihi solutio videtur; nisi maius spatium à graui perpendiculariter cadente percurratur quàm illud quod hætenus notaueram, quod cum ab vno-

quòque possit obseruari, nec vlla velim mentis anticipatione veritati præiudicare, nolui dissimulare nodum, quem alius, si potis est, soluat. Vt vt sit obseruatio pluries iterata docet tripedale filum nongentesies spatio quadrantis horæ vibrari, ac consequenter horæ spatio 3600: quapropter si per lineam perpendicularem graue 48 pedes spatio 2 secundorum exactè percurrat, vel fatendum est graue æquali tempore ab eadem altitudine per circuli quadrantem, ac per ipsam perpendicularem cadere, vel aërem magis obsistere grauibz perpendiculariter, quàm obliquè per circumferentiæ quadrantem descendentibus, vel graue plures quàm 12 pedes secundi spatio, aut plusquam 48 duobus secundis descendere, & in eo fefellisse obseruationes, quòd allisio grauium ad pauimentum aut solum ex audito sono iudicata fuerit, qui cùm tempus aliquod in percurrendis 48 pedibus insumat, quo tamen graue non ampliùs, descendit, augendum videtur spatium à grauibz perpendiculariter confectum.

Verùm si iuxta rationem qua tripedale fili spatium superatur à casu grauium, auxeris spatium à grauibz perpendiculariter descendentibus confectum, vno secundo 20 pedes, atque adeo 80 duobus secundis percurrent, quod falsum est, & experientiæ nimis contrarium: cùmque sonus spatio secundi 230 hexapedas faciat, seu pedes 780, spatium 48 pedum, seu 8 hexapedarum sonus nona parte secundi percurrat, quo tempore grauia nequeunt 8 pedes conficere, quibus tamen 20 pedes 12 superant; & experientiâ constat grauia 3 duntaxat pedes semisecundo perpendiculariter à puncto quietis descendere.

Septimò, globus B ex C in B. cadens paulò plus temporis quàm ab E, & ab E quàm à G insumat, adeout fila duo equalia, quorum vnum à C, aliud à G suas vibrationes incipiat, quod à G incipit, 36 propemodum vibretur, dum quod à C incipit 35 duntaxat vibratur, hoc est vnam vibrationem lucratur quod à G cadit, à quo si quamlibet vibrationem inciperet, & aliud suam quamlibet à puncto C, longè citiùs illam vibrationem lucraretur. Quantò verò breviori tempore globus leuior, verbi gratia suberis, suas vibrationes faciat, quantòque citiùs vibrationum suarum periodum absoluat, lib. 2. de causis sonorum prop. 27. & alijs harmonicorum nostrorum locis reperies.

Octauò, singulæ fili partes inter A & B interceptæ globi B vibrationes retardant, quòd pars vnaquæque fili propriam vibrationem



postulet, quæ ab integri fili AB vibratione præpeditur. Exempli gratia, in puncto P contendit versus N punctum, ad quod reuera moueretur, nisi à reliquo filo PB , & globo B impediretur.

Duplex igitur impedimentum globo B , quominus ad vsque D perueniat, ob impetum à C in B conceptum, opponitur; primum oritur à vibrationibus partium chordæ, ad diuersas circumferentias tendentibus; secundum ab aëre à B ad D pellendo, vel diuidendo; quippe globo D tantundem resistit, quantum impetus aëris eadem velocitate moti, & in globum B immissi semisecundo ageret, vt alibi fusiùs explicabitur.

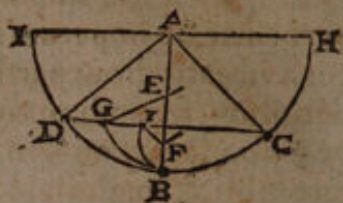
Nonò, globum initio descensus à C vel D cadere per arcum DQ , vel CR , qui ferè nihil à recta perpendiculari differat: ab H verò, vel à G ad B descendere per arcum qui horizontali ferè plano conueniat; in nulla tamen quadrantis PQ parte velociùs siue cadendo, siue ascendendo moueri quàm in arcu BH , vel GB , nec in vlla parte moueri tardiùs quàm in arcu CR , vel DS : globum verò B qualibet vibratione bis per omnes gradus tarditatis, bisque per omnes gradus velocitatis transire, tarditatis quidem, versus D ascendendo, & à CR descendendo; velocitatis autem cum post descensum à puncto quietis C transit globus per GB ; quanquam illi gradus tarditatis examen singulare postulent alio postea loco instituendum.

Decimò, si hæc altera figura $HIDBCH$ verticale planum intelligatur, qualis est paries ad horizontem erectus, sitque pendulum AB clauo A affixum, globusque plumbeus B erigatur in C vel D punctis, quæ lineâ DC perpendiculariter AB lineam secante coniungantur, & filo currenti ab AC ad AB clauus E parieti infixus circa fili medium occurrat, filum non sequetur arcum BD , sed BG , quòd clauus E centrum motus, vel arcus BG euaserit. Si verò clauus alter occurrat inferius, verbi gratia in puncto F , vertetur filum in arcum BI , adeout globus B semper ad eandem DC ascendat, à qua ex puncto C discesserat, altitudinem: quod intelligendum demptis tam fili quàm aëris obstaculis.

Porrò clauus tribus digitis extra parietem eminere debent vt sit facilius experimentum, quod ostendit globum B in H erectum & ab H cadentem semel tantum circa clauus E scapum circumuolui, qui versus medium penduli AB occurrit: nouies autem circa clauum F inuolui, qui ad tertiam penduli partem affigitur, circa quem magis adhuc volueretur si quid fili superesset, vt magna nonæ circumuolutionis velocitas testatur.

Quamuis autem globus B solum vsque ad C erigatur, inuoluitur tamen circa clauum inter F & B affixum, idque ter aut quater, donec totum filum ab F ad B circumuoluatur.

Vndecimò, clauus vbi libet inter A. & B infixus ad hoc utilis est, vt tempus vibrationis ab H vel C, aut alio quouis puncto inter H & B sumpto vsque ad D vel I biseccetur, licet enim filum ob clauum occurrentem non progrediatur per arcum B, D, sed per D G, vel F I, aut alium quemlibet, tempus à contactu E vel F, donec redeat globus G vel I ad B, æquale est tempori quo globus B redit à B ad C.



Cumque diu satis vibretur filum quod clauum recursum quolibet verberat, clauus hic, siue ligneus, siue ferreus, tripedali filo B A semisecunda notabit, motus enim C B semisecundum, & illius recursus B C semisecundum aliud ostendit. Tempus verò contactus, quo filum premit clauum, collatum cum tempore excursus eiusdem fili vltra clauum, qualis est excursus B I, varias rationes induit secundum diuersas fili clauum prætereuntis longitudines: omitto alia quæ inter experiendum occurrunt.

Duodecimò, pendulorum istorum vibrationes pluribus vsibus adhiberi possunt, vt tractatu de horologio vniuersali, & harmonicorum tum Gallicorum l. 2. de motibus & alijs pluribus locis, tum Latinorum etiam l. 2. de causis sonorum à prop. 26. ad 30. dictum est, vnde possit quispiam haurire quæ hic defuerint. Tantum addo me postea deprehendisse fili tripedalem longitudinem sufficere, quæ sua qualibet vibratione minutum secundum notet, cum prædictis locis pedibus $3\frac{1}{2}$ vsus fuerim: sed cum vnusquisque debeat experiri, cum horologio minorum secundorum exactissimo, filum quo deinceps in suis vtatur observationibus, non est quod hac de re pluribus moneam: adde quòd in mechanicis filum illud siue tripedale, siue pedum $3\frac{1}{2}$ satis exactè secunda repræsentet, vt experientia conuictus fateberis: hinc in soni velocitate reperienda, quæ secundo 230 hexapedas tribuit, hoc filo vsus sum, quo medici possint explorare varios singulis diebus ægrotorum, sanorumque pulsus.

COROLLARIUM.

Cum dixi filum descendens vel ascendens transire per omnes gradus tarditatis, nolim id assertum existimes vti demonstratum,

sed tantum ut probabile, & Galilæo visum, quandoquidem egregij Philosophi & Geometræ negant illud, & graua certum habere possunt tarditatis gradum quo incipiant moueri circa centrum, ut fieri probabile, si per terræ fiat attractionem lapidum & aliorum grauium, descensus, aut per expulsionem, ut quemadmodum aqua expellit leuiora corpora, ita grauiora expellat aër, aut alia materia aëre subtilior, quæ circumactu suo, reuolutioneque perpetuâ lapides & id genus excutiat, aut impellat. Quod tamen non impedit quin graua suam velocitatem in ratione duplicata temporum adeo proximè augeant, ut sensus nil contrarium in obseruationibus deprehendat.

PROPOSITIO XVI.

Quid circa pendulum, quod aliqui vocant sexhorarium, contingat ex obseruationibus aperire.

SIT pendulum BF, 30 pedes, aut quantumuis longum clauo L ita confixum, vel alligatum, ut in aëre moueri possit in omnem partem, sitque linea meridiana BA, D oriens, & C occidens, sunt qui crediderint filum illud pendulum FB nunquam quiescere, sed quotidie bis à meridiana linea dimoueri circa E, per vnius vel alterius lineæ spatium, adeo ut illo motu plumbi in puncto B appensi fiat 12 horarum spatium figura quædam elliptica, qualis est figura GHIK, & plumbum ex puncto meridiæ G, sex horarum spatio ad I, & alijs sex horis ex I ad G redeat, & quolibet meridiæ, mediæque noctis momento in puncto G duabus circiter horis quiescere videatur, in spatijs verò inter G & I interiectis paulò velocius moueatur. Quod quidem Phænomenon viris clarissimis ita placuit ut istius motus varias rationes commenti sint, crediderintque fieri motum à G in I, non per H, sed per K, ab I verò ad G per H redire pendulum.

Porro vix credibile quanta conclusionum vel coniecturarum seges ex illo credito, vel supposito Phænomeno pullularit, verbi gratia fluxum & refluxum maris pendulum impellentem, terræ centrum dimotum, longitudinum inuentionem, horologium perpetuum in partes quolibet diuisum, ut maxima diameter ellipseos GI in 4 partes diui-

ditur, & alia id genus sexcenta, quæ homines ex aliquo Phænomeno extraordinario deriuare solent.

Sed hærebat animus num forsan obseruatores decepti fuissent ob funes intortos, vel fila siue channabina, siue bombycina, quæ, præterquam diutissimè detorquentur dum suspensum plumbum in orbem agitur, omnibus aëris mutationibus sunt obnoxia; quapropter filum vsus argenteo, per foramen chalybeum ducto, cuius obseruatio clarissimè docuit nullum in eo motum siue 6, siue centum horarum spatio fieri: manè siquidem in linea LB positus, in eadem pluribus diebus, pluribusque testibus, permansit.

Vnde concludendum quanta sit in obseruationibus adhibenda diligentia, priusquam illarum rationes, & causæ, vel utilitates quærantur, nisi enim de facto satis constet, quid vltèrius inquiras? Huic autem Phænomeno falsò credito quidpiam simile contigisset in 5 nouis planetis iouialibus, quos nonnemo 4 Medicæis addebat, & iam de nouenario musarum numero hisce 9 planetis comparando viri docti cogitabant, nisi foelicissimus obseruator, fidelissimûsque Gassendus hunc errorem abstersisset, epistola in lucem edita, quâ demonstrat stellas pro planetis acceptas.

PROPOSITIO XVII.

*Ex dictis rationem eruere, ob quam grauium casus
suam auget velocitatem in ratione
duplicata temporum.*

Sint 4 tempora ab, bc, cd , & de æqualia, in quibus ita graue descendat, vt tempore ab spatium AB conficiat ab tempore, igitur tempore bc faciet, per prop. penultimam præcedentem, bis tantum sine augmento velocitatis, nempe BC , vt sit BC ad AB vt 2 ad 1. Cum autem supponamus augeri velocitatem corporis grauis cadentis, non minus tempore secundo, quàm primo, descendet velocitate crescente tantum infra C , quantum est AB , hoc est ad D , itaut CD sit æquale AB ; quapropter erit totum spatium BD peractum tempore bc , ad spatium AB confectum tempore ab , vt 3 ad 1.

Cumque velocitates supponantur crescere secundum rationem temporum quibus acquiruntur, erit velocitas acquisita in fine temporis ab , vt ac ad ab , id est dupla.

Descendet itaque graue tempore cd , siue augmento, duplum eius

spatij quod descenderat sine augmento tempore bc ; atqui tempore bc bis tantum descenderat quantum est AB , igitur tempore cd descendet quater tantum, quod sit DE ; & adiecto augmento EF quod sit æquale spatio AB , erit spatium DF confectum tempore cd , ad spatium AB primi temporis, ut 5 ad 1.



Cum autem velocitas acquisita in fine temporis ad sit ad velocitatem in fine temporis ac , ut ad ad ac , hoc est ut 3 ad 2, & velocitate in fine temporis ac descensum sit per spatium quadruplum AB , hoc est per spatium DE , sine augmento velocitatis, descendet graue tempore de per spatium FG æquale, sexies AB ; addito igitur spatio AB descendet per spatium FH septuplum spatij AB .

Eodémque modo demonstrabitur idem graue descendere quinto tempore 9 spatia, sexto 11, septimo 13, & ita de reliquis; igitur graue descendens velocitate continuò auctâ, percurrat spatia rationis temporum duplicata, & in temporibus æqualibus immediatè sibi succedentibus, numeros impares sibi proximè succedentes, putà 1, 3, 5, 7, &c. ipsa spatia illis temporibus confecta sequentur.

Quod etiam aliq modo potest explicari, si primum tempus habere dixerimus motum actu per spatium vnum, & potentiam ad tantumdem proximo tempore: quæ duo spatia actu percurruntur secundo tempore, & vnum præterea actu, propter tempus secundum, item vnum potentia: ut sint percurfa actu spatia 3 secundo tempore, præter potentiam ad vnum tertio tempore, quo percurruntur actu, propter tempus secundum, 4 spatia, & propter suum tempus proprium, vnum actu, vnum potentia, hoc est 5 actu, vnum potentia. Eapropter quarto tempore 6 spatia actu, propter tempus tertium, & vnum actu, vnum potentia, ob tempus proprium, id est spatia percurruntur 7 actu, cum potentia, ad vnum amplius in proximo tempore, & ita deinceps, ut spatia transmissa temporibus æqualibus sint inter se ut numeri, 1, 3, 5, 7, &c. quæ breuiter ita contrahuntur.

Primum tempus.

Spatium 1 actu, 1 potentia.

Secundum tempus.

Spatia accepta à primo tempore 2 actu: à proprio tempore 1 actu, 1 potentia.

Tertium tempus.

Spatia accepta à secundo tempore 4. actu : à proprio tempore,
1 actu, 1 potentiâ.

Quartum tempus.

Spatia accepta à tertio tempore, 6 actu : à proprio
tempore, vnum actu, vnum potentiâ.

MONITVM PRIMVM.

CVM de grauibz cadentibus locuti sumus, quorum motus est in ratione duplicata temporum quando perpendiculariter versus centrum descendunt, idem intellige de grauibz super planis vtrūque inclinatis currentibus, de quibus l. 2. Harmoniæ Gallicæ: adeo ut in temporibus æqualibus semper numeros impares à principio ad vsque finem motus sequantur, eo solū discrimine, quod eò tardiùs super inclinato plano, descendant, quod fuerit obliquius, & magis ad planum horizontis accesserit, super quo graue quiescit, nisi moueatur ab impellente, vel trahente; & ita mouetur semel motum, vt nunquam sit quieturum, si tolli supponatur quodlibet impedimentum tam aëris, quàm plani; hoc est si fuerit globus perfectè durus & politus, & planum æquè durum ac politum, nec adsit vllum medium, vel agens quod globo motum impressum auferat, tunc enim perpetuò mouebitur, cum nullus motus localis absque causa pereat; vel non video quā tollatur, nisi quis dixerit motum ex se paulatim desinere, licet nil oppositum habeat. Hic igitur supponimus motum minui & tandem deficere, quod aër vel alia corpora illum in se recipiant, vel eum obtundant & destruant. Quanta verò moles aëris requiratur ad motum datæ velocitatis tollendum, postea disquiretur.

MONITVM II.

CVM autem motus omnis impressus, quo graua mittuntur verticaliter in altum, quemque vulgò dicunt violentum, possit intelligi productus à casu grauium, aut eiusdem velocitatis, quā moueri possent graua, si perpetuò descendentia semper prædictam incrementi rationem obseruarent, certis spatiorum magnitudinibus utemur, vt quancūque velocitatem quā graua excutiuntur, proijciunturque

ciunturque veluti certo charactere insigniamus. Prius tamen inquirendum an fortasse alia proportio velocitatis, auctæ præcedenti deroget.

PROPOSITIO XVIII

Alia velocitatum rationes, iuxta quas gravia suum descensum accelerare putant aliqui, recensentur: ubi de Helicibus quas gravia suo casu describunt.

Licet illam accelerationis rationem, de qua hætenus, reliquis rationibus veriore, & si non exactam, exactæ tamen admodum vicinam existimem, Lectori gratum crediderim aliorum cogitationes



paucis aperire, quas inter illa magis ad experientia veritatem accedere videtur, quæ sinus versos sequitur inter æquales circumferentia partes interceptos.

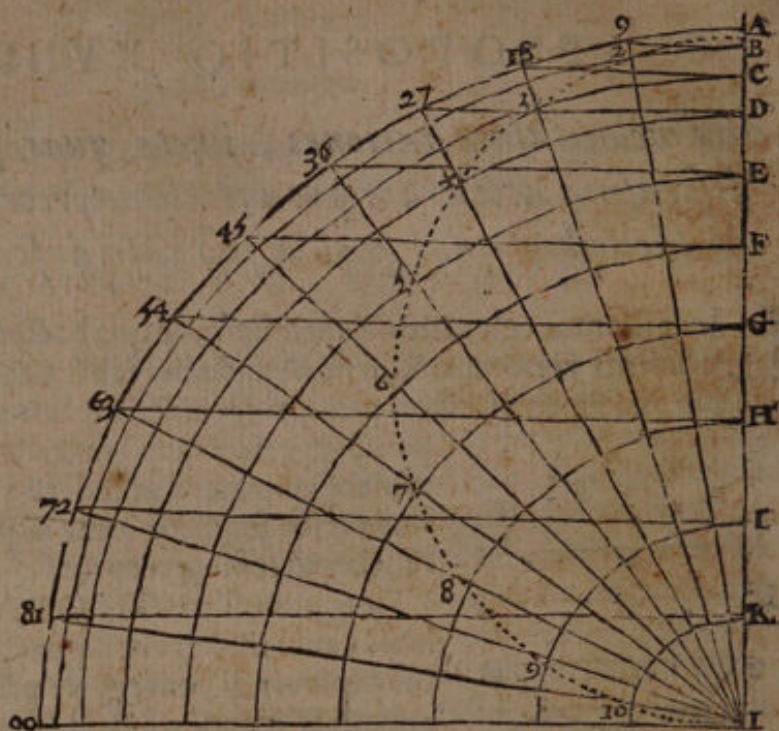
Sit igitur tellus A N O F A, descendatque lapis, aut aliud graue à puncto quietis A versus centrum E, ea lege vt primo tempore ad punctum B, secundo à B ad C, tertio à C ad D, &c. cadat, dico casus istius acceleratione ferè

coincidere cum ea, quam superius attulimus, eique tantò similiorem esse, quantò AB, BC, &c. sinus versu minora spatia referent, adeout nullus sensus in nostris obseruationibus, 30, vel etiam mille non superantibus hexapedas, discrimen notare possit inter descensum per sinus illos factum, & descensum acceleratum in ratione duplicata temporum: sunt enim ferè sinus isti AB, BC, CD, &c. vt 1, 3, 5, &c. Quamquam si Geometricè loquamur, sinus versu sint inter se vt subtenfarum quadrata, hoc est vt AB ad BC, ita quadratum subtenfæ AI ad quadratum subtenfæ AH; & vt sinus AE ad sinum AD, ita quadratum subtenfæ AF ad quadratum subtenfæ AG, & ita de reliquis.

Vbi etiam obseruare iuuabit comparisonem sinuum versorum cum rectis, nempe rectangulum EAB, esse ad EBC rectangulum, ita quadratum BI ad quadratum CH.

Porro illa proportio variarum casus velocitatum iuxta sinus versos accuratiùs notabitur in sequente figura, quadrantem orbis terreni referente: sit enim AL semidiameter, quam alio loco 1145 leucarum, (quarum vnaquæque 15000 pedum, seu 2500 hexapedarum)

definiuimus, diuidaturque in 10 partes æquales circumferentiæ quadrans A 90, & à quolibet diuisionis puncto ducatur perpendicularis ad radiū A L, hoc est 9 B, 18 C, 27 D, &c. Si lapis cadat æqualibus temporibus per illos sinus verfos A B, B C, C D, &c. iisdemque 10 tēporibus per decem sinus, in quos A L radius diuisus est, ad L centrū perueniat, quo circumferentię quadrās A 90 sub horizontem L 90



descendet, hoc est sex horarum spatio, lapísque terræ motum perfectè sequatur, suo motu semicircumferentiam A, 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, L percurreret, æqualem quadranti 90 A. Qua ratione tantundem spatij percurreret, quantum quiescens in A puncto confecisset; tunc enim post sexhorium ad punctum 90 cum A peruenisset. Cum autem spatium primum AB 31 leucas ad minimum referat, & sinus versi eò magis accedant ad proportionem descensus grauium, quò minus ab A puncto recedunt, si prima ab A versus B leuca sumatur, in qua sinus illi descensum metiantur, non different sensibiliter à spatijs per quæ grauia cadere diximus.

Qui spatia $AB, BC, \&c.$ vsque ad centrum L , ex hypothesi casus lapidis ab A luna, vsque ad centrum terræ L , scire cupit, legat Corollarium 2. prop. 24. lib. 2. de causis sonorum, in quo tabula peculiaris numeros referentes sinus versos, & numeros referentes rationem temporum duplicatam exhibet, vt vnico intuitu quisque videat quantum illa spatia è regione posita discrepent.

Alia proportio velocitatis auctæ in descensu grauium sumi potest
ex linea proportionaliter, hoc est iuxta mediam & extremam ratio-

nem secta, de qua fusè lib. 2. motuum Harmoniæ Gallicæ prop. 11. quæ proportio quantum à nostra differat, ex duobus constat numerorum ordinibus qui sequuntur, quorum prima columna continet numeros velocitatis iuxta numeros impares, de quibus toties egimus: secunda numeros illos ad pedes reducit quos grauiâ percurrunt, eâ tamen lege vt primus significet descensum semisecundo factum, secundus factum sequenti semisecundo, & ita de sequentibus semisecundis, vt primus numerus tertiæ columnæ pertinet ad segmenta lineæ proportiona- liter sectæ repræsentet etiam 3 pedes, & reliqui è regione numerorû primæ columnæ siti ostendant differentiam inter numeros 2 & 3 co- lumnæ. Cùm enim primo semisecundo lapis,

I.	II.	III.
1	3	3
3	9	5
5	15	8
7	21	13
9	27	21
11	33	34
13	39	55
15	45	89

aut aliud graue 3 pedes à quiete descendat, tam in columna 2, quàm 3, 9 pedes descendit in 2 co- lumnæ sequente semisecundo, cùm tantum 5 descendat in 3, in qua cùm tardius, seu minori- bus numeris descendat vsque ad quintum semi- secundum, quàm in secunda columna, tandem ab hinc vsque ad tabulæ calcem velocius, & iuxta maiores numeros progreditur.

Audire præterea nonneminem esse qui cre- dat grauium casum sequi progressionem Geo- metricam duplam, adeout primo tempore des-

census fiat per vnicum spatium, secundo tempore per 2, tertio tem- pore per 4, quarto per 8, & ita deinceps; sed quantum hic processus à grauiû casu exactè satis obseruato discedat vix est qui nesciat, aut qui non possit proprio experimento reperire; sit enim in tabula sequente prima columna, vt in superiore, quæ contineat impares numeros, ex- perientia suffragantes, & in secunda colūna numeri dupla se ratione

I.	II.
1	1
3	2
5	4
7	8
9	16
11	32
13	64
15	128

superantes collocentur, qui cùm satis ad primæ columnæ numeros accedant vsque ad quatuor primos, tantopere nihilominus à quinto numero & deinceps à rei veritate discrepant, vt nullus possit per tempus 8 semisecundorum vel etiam secundorum experiri, qui non statim fateatur pro- portionem duplam Geometricam nimium ex- crescere, cum enim octauo semisecundo 15 dunta- xat spatia, quorum vnumquodque tripedale, per- currat, secundum rei veritatem, 128 conficeret in secunda columna, hoc est octies plusquam reuera

conficiat. Et quò progressus fueris vltèrius, maior semper futurus

est excessus, nam ubi 17 in prima columna occurrerit, è regione reperietur 250, & qui parvus erat in principio, maximus fiet error in progressu.

An ausim simile quidpiam conijcere de sententia Philosophi subtilissimi? qui statuit accelerationem pro diuersis temporibus, in eadē ratione qua numeri serie naturali disponuntur, hoc est secundum simplicissimam, & maximè naturalem Arithmeticæ progressionem 1, 2, 3, 4, 5, 6, &c.

Certè non tantum à prima columna dissidet, vt ex sequentibus lineis constat, sit enim nostra progressio penes numeros impares in A E linea, quam graue percurrat spatio 4 secundorum; certum est graue cadens à puncto quietis A, vel a, primo quouis tēpore facere spatiū quodlibet primum A B, quod, vt antea, supponamus 12 pedum, quos graue spatio secundi percurrit: sitque illa mensura *duodecapeda*: secundo tempore facit reuera B C 3 duodecapedas, cum duas duntaxat in linea a g, nempe b c percurrat. Tertio secundo verè spatium C D, seu 5 duodecapedas conficit, cum in linea a g solas tres duodecapedas faciat. Quarto secundo percurrit spatium D E 7 duodecapedarum, quamdiu d f 4 duodecapedarum in linea a g percurrit; adeout quintum secundum sit necessarium ad perficiendam lineam a g æqualem lineæ A E.



Ex quibus manifestum est hunc progressum Arithmeticum facere velocitatem minorem quàm oporteat; quemadmodum illi duo progressus priores progressum longè maiorem inuehunt.

Cum igitur illa nostra per numeros impares progressio in linea A E semper experientiæ nobis respondere visa sit, suisque rationum momentis confirmetur, eam retinebimus, donec alia demonstrata sit ab Illustri viro, qui licet grauiā credat non transire per omnes tarditatis gradus à puncto quietis A, fatetur tamen hanc progressionem esse proximè veram.

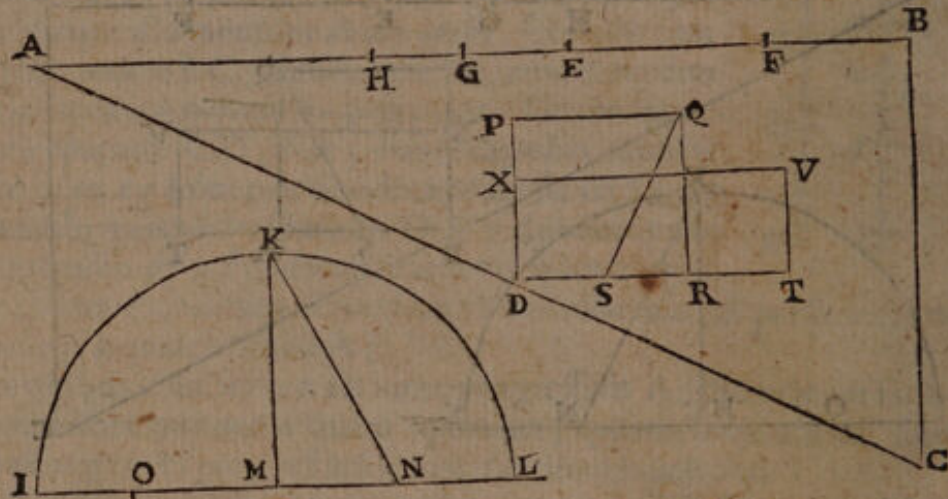
COROLLARIUM PRIMVM.

De linea proportionaliter secta.

Nobis liceat notare quædam circa hanc sectionem, quam nonnulli ob proprietates mirabiles *diuinam* appellant. Primum igitur octo proprietates ad vndecimā prop. lib. 2. Harmoniæ vniuer-

54 *PROP. IV. COROLL. II.*
dia & extremaratione, quando quidem rectangulum QPX , quod fit
sub tota DP , & minore segmento XP , æquale est quadrato DX , seu
 RV , quemadmodum totius lineæ DP quadratum, æquale est XT
rectangulo.

Prolemaico, si lineæ IM diuidendæ ML æqualis addatur; centrô-
que M describatur circulus; & à centro perpendicularis MK excite-
tur; deinde ML bifariam in N diuisâ, ducatur NK , cui fiat æqualis
 NO ; maius enim segmentum erit MO , minus verò segmentum li-
neæ MI , à Ptolomæo lib. I . de Almagesti, cap. de quantitate linearum
in circulo, secundum extremam & mediam rationem diuisæ, erit OI .
Hoc autem nomen huic lineæ videtur inditum; quòd suæ proportio-
nis tam medium, quàm extrema habeat, quam propterea nonnulli
vocant similiter diuisam, alij, vt Lucas Pacioli, diuinam.



Salineo denique, lineam AB proportionaliter diuides, si primò bifariam diuidatur in puncto G ; postea enim facit perpendicularem BC æqualem BG , deinde A, C puncta coniungit rectâ AC , in qua DC facit æqualem CB , seu BG ; Rursum in AB sumit AE æqualem AD ; quibus peractis, linea BA secatur in E , mediâ & extremâ ratione, cùm enim AB & BC quadrata sint æqualia quadrato AC ; vel rectangula ABE , & BAE , plus quadrato BC , sint æqualia quadrato AD , vel AE , plus quadrato DC , plus bis quadrato ADC , vel BAE , si ex vtrâque parte demantur æqualia, supererit ABE æquale quadrato AE .

Erit igitur maius segmentum AE ; quod si diuidatur similiter, eius segmentum maius erit æquale minori segmento EB , lineæ AB pro-

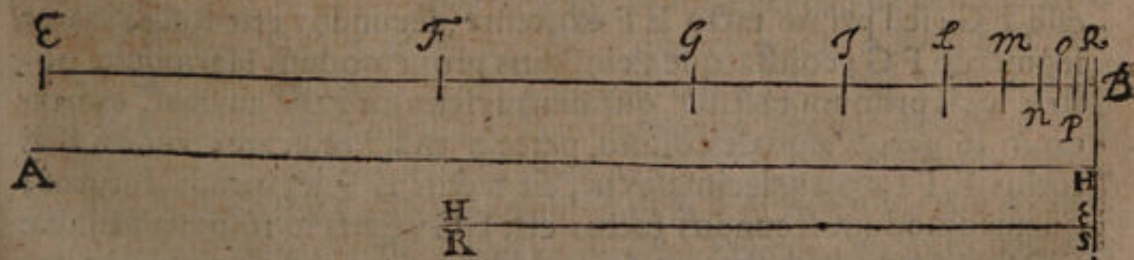
portionaliter imprimis diuisæ: quemadmodum HE maius erit segmentum lineæ BE , seu minoris segmenti etiam proportionaliter diuisi. Quare Salinam aduersus ea quæ lib. 3. Instrument. Harmonic. pagina 225. dicta fuerant, hoc loco, & in hac parte ruemur, quamquam aliàs rectè dixerimus illum aberrasse, vt postmodum confirmabitur.

Tertium igitur quod hîc aggredimur, in eo situm est, vt demonstre-
mus per rationis conuersionem, rectè dictum à Salina, lineæ AB pro-
portionaliter diuisæ minus segmentum EB fieri maius segmentum
segmenti maioris AE proportionaliter diuisi in H ; & istius segmenti
 AE ita diuisi minus segmentum HE fieri maius segmentum mino-
ris segmenti EB etiam proportionaliter diuisi; & ita deinceps vt in
alia figura videbitur.

Itaque sumpta recta AE , vt totâ, (quemadmodum AB) est vt tota
 AB ad totum AE , ita AE abscissâ, vel segmento ad abscissam AH ;
igitur reliqua EB erit ad reliquam HE , vel EG , vt tota AB ad AE .
totam, hoc est vt recta proportionaliter secta ad suum maius segmen-
tum; quod probandum erat. Hincque nata vocabula *iuxta mediam*
& *extremam rationem*; quòd nempe tota sit maius extremum, segmen-
tum maius sit media proportionalis, & minus segmentum sit minus
extremum; hac enim ratione medium & minus extremum nascitur
vnica diuisione lineæ, quæ sit maius fuorum segmentorum extre-
mum; quod nulli alteri rectæ diuisioni conuenire potest.

De linea duodecies proportionaliter secta.

Sit rursus linea proportionaliter secta, AEB , quàm cum non
potuerimus satis commodè, distinctèque ita diuidere vt partes



12 haberet, quas putauit Violæ manubrîo ad tactus notandos adhi-
beri posse Franciscus Salinas, nisi charta replicaretur, lineam fregi-

mus, vt istius voluminis paginam non excedat.

Intelligatur ergo linea A H, H E seu R S in directum lineæ B E coniungi, eâ lege vt tota linea incipiat ab A versus sinistram, iungaturque H E in puncto E, vt reliqua linea sit E B. Erit maius segmentum A E, vt in priore figura, & E B minus; & sectiones aliæ H, F, G, &c.



Quibus intellectis, erit A B ad A E, vt A E ad E B, hoc est A B ad A E, vt A E ad A H, sed vt A E, ad A H, ita A H ad H E; & ita de cæteris segmentis; adeout lineæ A B, A E, E B, A H, H E, E F, F G, G I, I L, L M, M N, N O, O P, P R, & vltima R B, sint continuè proportionales; relictisq; A B, & A E & E B, duodecim spatia reperiantur, in quæ linea tota B A diuisa reperitur, quorum maius est A H, minus verò R B.

Atqui falsum est primo tactu, vel primâ violæ, aut cuiusuis alterius instrumenti diuisione segmento A H æquali existente, tactus sequentes esse posse H E, E F, &c. cum enim manubrium æquale sit lineæ totali A B, quæ fere pedalis est, experiatur qui voluerit quânto primus tactus seu prima diuisio maior, sit primo segmento A H minor: vel vt error clariùs appareat, sit manubrium E B in 10 tactus diuidendum, quorum primus sit E F, impossibile est secundum tactum esse F G; sed primo tactu E F existente, secundus erit longè maior segmento F G; constatque ex infinitis propemodum Harmoniæ nostræ locis primum tactum, quo neruus semitonio fit acutior, ex neruo in 16 partes æquales diuiso, partem vnâ resecare; vnde si B E totius E F sit pars decimasexta, sit tactus E F legitimus futurus; quemadmodum secundus tactus erit F G, si F B in 16 partes diuisæ F G fuerit pars decima sexta, & ita de reliquis: quod cum nulla ratione conuenire possit segmentis diuisionibus lineæ secundâ mediam & extremâ rationem sectæ, ratû esto quod loco citato Harmoniæ dicebamus: neque video quid tantum virum in illum errorem impulerit.

Tertiò,

MONITVM.

Veterem igitur & obseruationibus respondentem casuum velocitatem retinebimus, eaque in sequentibus propos. vtemur, cum præter experimenta illam sequentia rationibus confirmetur, & pluribus Physicis difficultatibus soluendis, & intelligendis inferuiat. Sequentes verò propositiones intelliguntur absque resistantia medij, quam vnusquisque proprijs obseruationibus inuenire poterit.

PROPOSITIO XIX.

Definire quantum iter percurrere debuerit graue cadens perpendiculariter, vt equali velocitate in altum verticaliter emissum ad eam pertingat altitudinem, ad quam sagitta, vel alia proiecta mitti solent, dum arcubus, & tormentis bellicis, vel alio quouis modo excutiuntur.

Pluribus alijs modis hæc propositio poterat efferri, verbi gratiâ, Datâ velocitate, dare altitudinem, ex qua graue cadens equalem habeat velocitatem; quod cum ab experientia pendeat, quam toties commemorauimus, illam iterum supponemus. Sit igitur tanta globi, vel sagittæ velocitas, vt spatio secundi minuti, 49 perticas conficere possit, quarum vnaquæque sit 12 pedum: cumque 49 sit numerus impar ordine vigesimus quintus ab vnitæte, spatio 25 secundorum globus descendere debuit ad eam velocitatem acquirendam, quâ secundo quadragesimo nono perticas 49 percurrit: quâ velocitate non ampliùs auctâ duplum spatium æquali tempore, hoc est secundo, confecturus est, si descensus conuersus fuerit in motum horizontalem.

Verùm ne duplò quàm par sit maiorem globis plumbeis tormentarijs velocitatem tribuamus, quippe qui 92 ad summum hexapedas spatio secundi percurrunt, descenderit globus perpendiculariter spatio 23 secundorum, vt vltimo, seu vigesimotertio secundo velocitatem acquisierit, quâ non auctâ 46 perticas spatio secundi confecturus sit, hoc est 92 hexapedas, seu 552 pedes; dico globum hunc eâ velocitate ad eandem altitudinem peruenturum, ad quam è bom-

bardis explodi solet, quid enim æqualem ascensionem impediret, aut maiorem promoueret? cùm eadem vtroque velocitas supponatur. Vbi tamen aduertendum hîc ascendentis globi grauitatem, & aëris resistentiam in ascensu verticali considerandas, quarum prima globo detrahit mediam ascensionis partem, secunda verò non nihil etiam officit.

Vnde fit vt cùm velocitas ex descensu comparata possit globum ad spatium descensus duplum horizontaliter promouere, ad spatium æquale verticale solummodo promoueat.

Hinc autem concludi potest quousque verticaliter ascensurus sit globus quilibet, cùm velocitatis gradus, quo moueri cœpit agnoscitur; inuenta siquidem altitudo, ex qua globus descendere debuit, vt eam sibi velocitatem compararet, quâ tormento mittitur, dabit altitudinem verticalem ad quam peruenturus est, quippe prorsus eandem cum ea, à qua ceciderat, ob grauitatem medium itineris, quod alioqui conficeret, detrahentem: dummodo aëris resistentia minimè numeretur.

COROLLARIUM:

Quoties aliquis iaculum, vel lapidem, aut graue quidpiam manu, vel fundâ proiecerit, prædicet ad quam distantiam tam verticalem quàm horizontalem missile sit peruenturum, si noverit quâ velocitate à manu sua, vel à funda exeat, quandoquidem iactus verticalis par erit altitudini ex qua graue cadens velocitatem comparat æqualem velocitati à manu impressæ, horizontalis verò ex anguli semirecti profectus eleuatione duplus erit verticalis, vt in hydraulicis dictum est. Vbi dignum obseruatione sagittarios, funditores, & qui nudâ manu proijciunt, naturæ veluti ductu angulum 45 graduum propepropter eligere, cùm missile librant ad maximam distantiam, quæ reuera semirectum angulum sequitur.

BALLISTICA:

PROPOSITIO XX.

Facilem methodum explicare, quâ possit quispiam dicto citius nosse, quantum spatium graua percurrerint tempore proposito; hoc est dato spatio dare tempus; quemadmodum & dato tempore spatia dabuntur, siue perpendiculariter, siue obliquè, hoc est si super planis inclinatis graua versus terra centrum descendant: Vbi pulchra & utilia de numeris.

HÆc propositio sequentibus maximè seruiet, vt nempe quis sciat vnde graua cadere debuerint, vt deinceps datum spatium iusso tempore percurrant, & vice versâ; vtque proiecta illâ velocitate acquisitâ motu grauium, dimissa possint ad datum spatium in eleuatione data super horizontem peruenire. Quanquam multâ iam prop. 12. dicta sunt, quorum partem aliquam repetere iuuabit.

Primum igitur, quemadmodum spatia percurfa crescunt in ratione temporum quibus percurruntur, duplicata, ipsa tempora sunt in dimidiata spatiorum ratione: quare si dentur tempora, & quærantur spatia, quadrentur tempora; hinc enim nascetur ratio spatiorum: si verò dentur spatia, & tempora quærantur, sumantur latera, seu radices spatiorum, & ratio temporum exurget. Exempli gratiâ, quæritur quo tempore cadat globus aliquis plumbeus, vel ferreus, qui 25 spatia quæcumque (putâ digitos, pedes, hexapedas, leucas, terræ radios, &c.) percurrit. Quod dicto citius innotescet, dummodo quædam præcognoscantur, supponanturque: videlicet aliquod spatium datum, quod à globis aliquo dato tempore fiat, hoc enim spatium & tempus erit terminus rationis antecedens; exempli gratiâ, cùm obseruatio doceat globum à quiete perpendiculariter descendente conficere vno secundo, (quod proximè tardiori arteriarum pulsui respondet) 12 pedes, quos iam pro spatio primo, & aliorum radice sumemus: secundum, & pertica 12 pedum sint deinceps mensuræ nostræ.

Terreus igitur, vel ligneus globus spatia 25, vt prius, confecerit, tempus quo ea confecit, ita reperietur: tempus, quo spatium vnum conficit, est secundum; spatium istud est ad 25 spatia vt quadra-

tum 1 ad quadratum 25, quorum latera sunt, 1 & 5, igitur tempus quæsitum erit 5 secundorum. Vbi verò non occurrent numeri rationales, media proportionalis illorum vice fungetur.

Deinde tempus 6 secundorum detur & spatium incognitum, quod graua percurrerent, ignoretur, cumque spatium vno secundo confectum supponatur, quadretur 6, vt 36 spatia illo percurfa tempore prius incognita concludantur.

Quæ regula etiam in planis inclinatis vera est, statim enim atque noueris quo tempore percurratur illius plani quantulumcumque spatium à puncto quietis, seies tempus quo quælibet alia pars eiusdem plani percurrenda sit. Verbi gratiâ primo secundo percurrat vnum pedem; quæratûrque quo tempore pedes centum sequentes percurrendi sint, 10 radix centum, dabit 10 secunda.

Porrò notandum est tempus eadem ratione maius esse, quo spatium in plano quocunque inclinato percurritur, tempore, quo spatium idem perpendiculariter descenditur, quò planum illud fuerit perpendiculari longius, donec eidem horizonti occurrat: Verbi gratiâ, si globus 4 temporibus ab A ad B descendat, quinque temporibus ab A ad C descendet, cum AC sit ad AB vt 5 ad 4: eritque eadem velocitas globi ad punctum C, ac globi ad punctum B peruenientis, adeovt si vterque deinceps per planum horizontale BC moueretur, æquale spatium confecturus esset.



Si verò per duo plana inclinata AB & AF globi descenderint, tempus descensus per AB erit ad tempus descensus per AF, vt linea vel planum AB ad planum AF, eritque semper in quibuscunque planis eadem acquisita velocitas, cum ad eundem horizontem CF appulerint. Quibus addo mediam proportionalem inter AC & CB, vel AF & AE sumptam dare tempus, quo graua descendunt ab AC, vel AF, id est tempus descensus per AC est ad tempus descensus per AB, vt prædicta media proportionalis ad BA, & ita de reliquis.



Calculus autem nil habet difficile, cum tempora sequantur numerorum seriem continuam, quorum quadrata tribuunt spatia temporibus illis confecta; Hinc fit vt cum semel aliquam tabellam confeceris, illius vsus futurus sit perpetuus, qualis est sequens; cuius prima columna tempora, secunda spatia complectitur; quæ postea conuertas in pedes, aut alias mensuras, quibus in primo tempore

obseruaueris: Perinde siquidem fuerit, siue primus numerus 1 pedem, lineam, aut aliam quampiam mensuram significet, dummodo numeri sequentes easdem mensuras significant: Verbi gratia si 1 sumatur pro 12 pedibus, 4 sequens sumetur pro 48 pedibus, prout sumi debet in rei veritate, quandoquidem cum graue vno secundo 12 pedes percurrit, duobus secundis 48 conficit; eodemque modo 5 secundis 300 pedes a quiete descendit.

1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
7	49
8	64
9	81
10	100

Quæ omnia tot exemplis 2. Libro Harmoniæ, Gallicæ, & Latinæ, explicata sunt, vt plura non sit opus addere: ex quibus repeto spatia quæ sunt singulo quoque secundo facillimè reperiri, si numero secundorum quotitatem referenti dupli-

cato vnitas addatur: exempli gratia, quærat aliquis quot duodecim pedum spatia vigesimotertio secundo conficiantur, quod si duplicetur fiet 46, cui cum vnitas additur, exurgit 47, ex quo rectè concluderis 23 secundo graue spatia 47 percurrere, quandoquidem 47 est vigesimustertius numerus impar, quem si per 12 multiplices, spatia innotescunt in pedibus 554. Quæ adeo clara sunt & facilia, nihil vt addendum esse putem, nisi fortè methodum inueniendæ quadratorum omnium propositorum, ab vnitate incipientium summæ, quæ possis egere in grauium varijs casibus calculo subducendis.

Sint igitur, exempli causâ, 10 prima quadrata secundæ columnæ tabulæ præcedentis, quorum summa quærat, quæ duobus modis inueniri potest, primo, si numero quadratorum proposito vnitatem addas; exurget 11, qui ductus in 10, producit 110; deinde 10 & 11 simul addas, qui 21 conficiant, qui in præcedentem numerum 110 ducti faciunt 2310, quæ summa per 6 diuisa dat summam 10 primorum quadratorum 385. Itaque Senarius est semper diuisor in hac methodo, cuius operationem vltimam perficit: Hoc igitur exemplum ad canonem generalem reuocari potest.

Secunda methodus pendet ab inuentione quadratæ pyramidis, qualis, verbi causa, pyramis, cuius latus 4, summam 4 primorum quadratorum, puta 30, exhibet. Pyramis autem inuenietur, si duplum pyramidis triangularis (quæ triangulorum summam completitur) triangulo, cuius latus vnitate maius additur, pyramidem quadratam eiusdem cum prædicto triangulo lateris tribuit.

Hæc autem pyramis triangularis, seu tetraedrum habes, si latus illius per triangulum multiplicaris, cuius latus vnitate maius, triens.

enim producti numeri quæ situm tetraedrum exhibet. Quod eodem exemplo decem primorum quadratorum clarius euadet: quærat^rur ergo illorum summa, hoc est pyramis quadrata, cuius latus 10. Summe pyramidem triangularem nouenarij, seu 9 primorum triangulorum summam (quæ prouenit ex 9 ducto in 55 denarij triangulum) quæ sit 495, cuius triens 165 dat pyramidem triangularem 9, cuius duplum 330, triangulo 10, hoc est 55, iunctum dat 385, vt in priore methodo, pro summa 10 primorum quadratorum.

COROLLARIUM PRIMVM.

De summa cuborum & aliorum numerorum inuenienda.

Contingit sæpenumero ea esse difficiliora quæ faciliora credebantur; quis enim non crederet cuborum quotvis propositorum, quàm quadratorum summam longè faciliorem esse? quippe quæ vnica operatione perficitur, sumptum videlicet quadratum summæ radicum dat summam cuborum: vt in 10 primis cubis cernere est; sumatur enim summa decem primorum numerorum, qui sunt radices, seu latera decem primorum cuborum, hoc est 55, quæ summa quadrata 3025, summam quæsitam tribuit.

Eodem modo centum primorum cuborum summa reperietur 250500250. Quod ad summam radicum attinet, nil inuentu facilius, si enim sit par numerus, verbi gratia decem, medio 5 in 10 plus 1, hoc est in 11 ductus dat 55. Si verò impar, vt 11, sequentis 12 dimidium 6 in 11 ductum dabit 56. Imparium denique 1, 3, 5, 7 grauium casibus seruientium summa reliquorum omnium facillima, cum sit ipsum quotitatis quadratum, si, verbi causa, sint 12 impares, quadratum 144 dat illorum summam & ita de reliquis.

COROLLARIUM II.

De numerorum triangularium inuentione.

Cvm hi numeri plurium problematum solutionem iuuent, & antea suppositi fuerint, cuiuslibet imparis numeri triangulum habes, si numeri propositi, exempli gratia 7, medium numerum 4 ducas in 7, quandoquidem 18 dat triangulum numeri 7. Imparis verò nummi, puta 12, summa exurget, si pars illius dimidia 6, in sequen-

tem

eodem
 ueratur
 ro. Sa-
 riangu-
 gulum)
 q. cum
 a puore

114

crede-
politico-
quippo
dratum
bis cer-
um, qui
5, qua-
perierat
tu faci-
ples 1;
e dimi-
anum
, cum
5, qua-

crede-
politico-
quippo
dratum
bis cer-
um, qui
5, qua-
perierat
tu faci-
ples 1;
e dimi-
anum
, cum
5, qua-

ent, &
gulum
rum &
s vero
quen-
tem


bolæ, hoc est longitudo mediæ iaculationis, cuius pars me-
dia CG.

Sit & aliud exemplum in eadem figura, datæ verticalis iaculationis LD , quæ dato tempore, fiat vniformi motu, tam absque aëris, quàm grauitatis oppositæ impedimentis, erit explosio media LP ; sed impediēte grauitate, glans à puncto L ad punctum C tantum ascendet verticaliter, cū ob grauitatem pars ascensus dimidia DC pereat, vt dimidia pars ascensus glandis LP .

Erit igitur LK dimidium longitudinis, seu amplitudinis explosionis mediæ; cùmque LK sit æqualis LC , est enim CK quadratum; explosio media, erit dupla verticalis explosionis, cùm os sclopeti, vel iaculi caput in C puncto supponitur, quandoquidem pro varijs super horizontem elevationibus iaculationum mediarum longitudines, seu parabolarum amplitudines augentur.

Sed & horizontalis ei aculatio ex verticali datâ concludetur, nam statim atque verticalis CD , in verticalem QD , ob incumbentem grauitatem, conuerfa, data fuerit, eodem tempore quo glans iter verticale CQ perficiet, iter horizontale duplum, nempe LK percurrer, non quidem rectâ per lineam CM , per quam moueretur glans suâ grauitate spoliata, sed per curuam CK , quæ sit absque aëris, aut alterius medij obftaculo futura parabola, cuius axis linea CL , vel KL ; quæ KL altitudinem sagittarij super horizontem ex puncto C horizontaliter glandem, vel telum ei aculantis ostendit.



Sit verbi gratiâ, verticalis iaculatio CD  L S K
centum hexapedarum, absque hostili gra-
uitate, erit 50 hexapedarum cum gravitate, quæ cum horizontali
iaculationi CM non officiat, sed eam solummodo ad inferiorem
horizontem LK deprimat, erit horizontalis iaculatio centum he-
xapedarum, & eodem tempore quo glans à C ad Q ascendit, des-
cendet à C ad L per parabolam CK .

Porro si quis horizontalem iaculationem petat tempore breviori factam, eadem ratione minor, seu brevior erit, quo tempus brevius fuerit; exempli gratiâ, si cum 10 secundis glans à C ad Q ascendit, & à C ad K descendit, velis 5 secundis descendere glandem à puncto C per eandem lineam CK, hoc est si iaculationem hori-

zontalem subduplo tempore factam inquiris, glans ad punctum X perueniet, cum YX sit lineæ LK pars dimidia.

Si verò quæris futuram iaculationem horizontalem ex altitudine super horizontem subdupla, nempe ex puncto V, hoc est ex puncto C, cuius horizon VT, erit VT amplitudo parabolæ, seu iaculationis horizontalis longitudo.

Supereft vt ex data horizontali iaculatione verticalem eruamus. Sit igitur horizontalis data LK, ex altitudine super horizontem LC, hoc est, sit LK amplitudo parabolæ, & LC eiusdem altitudo, quæritur verticalis explosio æquali tempore facta, quæ cum absque grauitate, & alijs impedimentis sit æqualis horizontali factæ tempore æquali, restitutâ grauitate dimidium illius erit, cumque iaculatio CD absque grauitatis impedimento semper cum eadem velocitate permensura fuisset, desinet in puncto Q propter grauitatem hostilem, vt iam dictum est; vnde iaculatio verticalis erit horizontalis subdupla.

MONITVM PRIMVM.

Licet hæc propositio de iaculatione verticali, quam opposita grauitas omnino destruit, videatur intelligi, potest tamen reliquis iaculationibus tametsi nondum extinctis, accommodari, dummodo supponamus mediam, & horizontalem explosionem eadem velocitate, ac verticalem incipere, deturque tempus, seu duratio prædictarum explosionum, seu iaculationum: cum enim grauitas æquali tempore semper idem agere pro certo sumatur, quamdiu per eandem lineam agit, quacumque tandem velocitate telum emitatur, primo sui ascensus minuto secundo vnâ duodecapedâ retardatur, duobus secundis 4 duodecapedis, &c. iuxta numerorum imparium seriem. Quapropter data qualibet durationis parte, qua fit horizontalis iaculatio, scietur quantò sit minor verticalis: Verbi gratiâ, si 5 secundis durauerit, verticalis æquali tempore facta (siue desinat, siue diutius perseueret) breuior erit 25 duodecapedis. Idemque de parte verticalis, cum parte horizontalis collatâ dicendum. Exempli gratiâ, si verticalis etiamnum perseuerans 4 secundis durauerit, iamque percurrerit 50 hexapedas, horizontalis æquali tempore durans erit 82 hexapedarum, qui numerus præcedentem triginta duabus hexapedis superat, quas verticali spatio 4 secundorum grauitas suffuratur. Omitto alia plurima quæ lector attentus facile poterit ex hac prop. concludere; qualia sunt, quâ ve-

locitate glans, aut sagitta emitti debuerit, ut datum spatium verticale, vel horizontale percurrerit: Quomodo prædici possit futura iaculatio horizontalis, aut verticalis, ex impetu mobilis exeuntis, & altitudine super horizontem cognitis: Quomodo eliciatur illa super horizontem sagittarij altitudo, quando datur explosio horizontalis, &c.

MONITVM SECVNDVM.

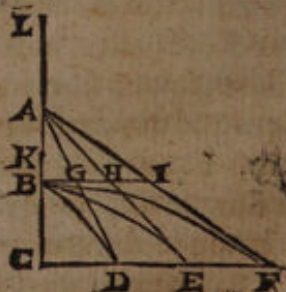
IN sequentibus de verticali iactu rursus agetur, ut ex eo dato iactuum aliorum super horizontem inclinatorum amplitudines, seu longitudines inueniantur: in quibus si quid fortè præcedentibus opponi videatur, lector fontem oppositionis rimabitur, & ex observationibus agnoscet, quanto sit impedimento noxius aër, ne prædictas proportionales sagittæ, & alia proiecta accuratè sequantur.

PROPOSITIO XXI.

Datâ horizontali iaculatione, sagittarijque super horizontem altitudine, dare velocitatem sagittæ, vel alterius proiecti; datisque velocitate, & super horizontem altitudine, iaculationem horizontalem inuenire; ubi etiam de duratione iactuum.

SIt iactus horizontalis CD, vel CE, vel CF quocumque hexapedarum, cumque sagitta eò debeat velocius emitti, quò eodem tempore plures hexapedas percurrerit, & eadem velocitate iter idem eodem tempore conficiat, velocitas ad CD iactum horizontalem necessaria dabitur, si fiat ut AB (æqualis altitudini horizontali CB) ad lineam BG (iactui horizontali CD parallelam, & AD tangenti puncti D parabolæ datæ BD occurrentem) ita BG ad BK, seu tertiam proportionalem.

Velocitas enim à graui cadente à puncto quietis K ad B acquisita, sagittæ à puncto B emissæ, & ad G punctum horizontis BI collinanti impressa, feret sagittā ad H, hoc est ad D, per parabolam BD.



At verò cum BC , ex constructione, sit quadruplum BK , & tantundem durare supponatur motus æquabilis CD , quantum motus naturalis sagittæ à B ad C , seu D descendens, iactus CD duplò magè, quàm casus à K ad B quæsitam velocitatem tribuens, durabit.

Sit, verbi gratiâ, KB 12 pedum, igitur BC , atque adeo CD ei æqualis, erit 48 pedum: quare si velocitas à pila, seu lapidis per 12 pedes à K puncto quietis ad B cadente acquisita verteretur in motum horizontalem BI , spatio minuti secundi percurreret BG lineam duplam lineæ BK , quam minuto secundo graue cadens conficit; cum ex dictis, ea sit graue in quocúmque casus puncto sumpti, vel intellecti velocitas, quæ graue deinceps æquali, quo cecidit, tempore, transferat ad spatium duplò maius eo, à quo cecidit, si ex motu verticali KB vertatur in horizontalem BG .

Sit & aliud exemplum, in quo spatium casus AB subduplum est iactus horizontalis CE , qui prædicto casui AB , & altitudini super horizontem BC simul sumptis æqualis est. Ducatur BH parallela CE , & à puncto A ad punctum E ducatur AE tangens puncti E parabolæ BE , tertia proportionalis, vt antea, dabit velocitatem, quâ fieri debet explosio ex puncto B , vt iactus CE habeatur, hoc est vt parabola BE à glande, vel sagitta describatur.

Est autem BA tertia proportionalis, cum vt AB ad BH , ita BH ad AB . Æqualitas autem quæ est inter CB axem, seu altitudinem parabolæ, & BA sublimitatem, ex qua fit casus tribuens velocitatem quæsitam, id habet notatu dignum, quòd iactus CE , à puncto B factus, & parabolam BE describens, cuius latitudo, vel ordinata CE dupla sit axis, vel altitudinis CB , impetum omnium minimum desideret; nam siue crescat, siue minuatur CB , vel BA , semper maior impetus, seu velocitas requiretur ad CE spatium percurrendum, quàm ea, quæ componitur ex velocitate in puncto B à graui ex A cadente acquisita, & ea, quæ idem graue deprimit à B ad C , quamdiu à velocitate prædictâ à C , seu B ad E transfertur.

Cumque impetus, seu vis percussionis à proiecto in punctum E peruenientis composita sit ex velocitate AB in BH conuersa, & velocitate BC potentia, siue impetus in E erit ad impetum in C conceptum ex AC , & impetum in E conceptum ex motu CE , vt diagonalis AE ad latera AC , CE , hoc est impetus ex parabola BE duplus erit potentiâ prædictorum impetuum: Vel quod idem est, velocitas ab A ad B acquisita, cuius impetus æquabilis horizontalis, & velocitas naturalis ex B in C , componunt velocitatem,

seu impetum $A E$; cūque $A H$ sit ad $A B$, & $B H$, vt $A E$ ad $A C$, & $C E$, nil refert an impetus per triangulum maiorem $A E C$, vel minorem $A H B$ explicetur.

P R A X I S.

Telum quispiam ex turris, octo hexapedas altæ, summitate iaculetur horizontaliter eā velocitate, quam idem ex octo cadens hexapedis acquireret, horizonti non occurrerit telum donec 16 hexapedas horizontales confecerit; sit turris $C B$, erit $C E$ 16 hexapedarum, siue 96 pedum. Si verò iactus fuerit longior aut breuior, sagittarius ex suo iactu cognito concludet quantò teli maior vel minor fuerit velocitas: Si namque fuerit 32 hexapedarum, duplò maior fuit velocitas, si 64 hexapedarum, quadruplò maior, & ita de reliquis.

Vnde singuli qui lapide è turres, vel alio quouis loco per lineam horizonti parallelam collimantes proiecerint, ex iactus longitudine, (quæ itineris parabolici ordinata, vel axis erit) robur suum, hoc est impetum, quo mittunt lapides, concludent. Si quis enim, verbi gratiâ, lapidem horizontaliter ad 50 iecerit hexapedas, vis illius æqualis fuit impetui lapidis ex altitudine 25 hexapedarum cadentis si locus ex quo lapidem proiecit 25 hexapedis horizonti superextiterit. At de his pluribus, aliàs.

Tertius nostræ prop. casus est, cū $L B$ linea, per quam velocitas acquiritur, in horizontalem conuertenda, maior est altitudine super horizontem $B C$. Sit igitur iactus $C F$ ex B puncto factus, velocitas quâ telum, vel lapis mittitur, hac ratione inuenietur.

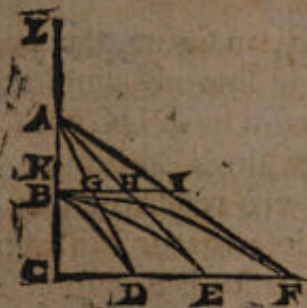
Fiat vt $A B$, ad $B I$ parallelam $C F$, & occurrentem tangenti $A F$ in puncto F parabolæ, ita $B I$ ad $B L$, quæ est tertia proportionalis. Et in numeris vt $A B$, vel ei æqualis $C B$ 8 hexapedarum, ad $B I$ 12, ita 12 ad $B L$ 18. Quare velocitas, quâ telum à B in F mittitur, à descensu teli per 18 hexapedas producit: cūque velocitate in B comparata, & in horizontalem iactum versâ telum æquali tempore quo descenderat ab L ad B , sit deinceps confecturum spatium lineæ $L B$ duplum, citiùs percurreretur $C F$ quàm $L B$, quandoquidem eo tempore quo telum ab L ad B descendit, spatium spatij $L B$ duplum, siue $C F$ ei æquale, subduplo tempore percurrer.

COROLLARIUM.

TRes igitur homines ex B montis, vel turris apice corpus aliquod horizontaliter proijcientes, quorum primus ad punctum D, secundus ad E, tertius ad F peruenerit, suarum virium mensuram ex lineis KB, AB & LB metientur.

SECUNDA PARS PROPOSITIONIS.

Superest vt ex datâ sagittarij super horizontem altitudine, & datâ, quâ telum emittitur velocitate, iactus horizontalis longitudinem eliciamus. Quod faciliè concludetur ex figura præcedente, in



qua linea horizontali CF ducta, CL perpendicularis eleuationem super horizontem CB, vt antea, & lineam BK datâ velocitatis productricem complectatur, has enim inter mediâ proportionalis dupla horizontalem explosionem tribuet. Verbi gratiâ BG, est media proportionalis inter CB & BK, quare dupla BG, hoc est CD, dabit iactum quæsitum ex velocitate acquisitâ per descensum KB. Similiter BH est media proportionalis inter CB, BA; & BI est media prop. inter CB, & BL. Vnde constat vsus, & vtilitas ingens mediâ proportionalis, quæ postremæ parti propositionis, quemadmodum tertia proportionalis prioris satisfacit.

Porrò cum eodem arcu æqualiter tenso, eadêmque vel æquali sagitta collinearit aliquis horizontaliter, & ex aliqua data super horizontem altitudine, iactum horizontalem nouerit, sciet etiam quantò iactus horizontalis ex alia maiore, vel minore super horizontem altitudine maior, vel minor futurus sit, quandoquidem iactus, seu explosiones per eandem lineam, siue horizontalem, siue cuiusuis alterius super horizontem eleuationis, sola verticali excepta, quæ semper eadem est, sunt in ratione eleuationum super horizontem duplicata, vel subduplicata: sed de his postea fusiùs.

PROPOSITIO XXIII.

Vis percussionis cuiuslibet explosionis horizontalis equalis est impetui, quem habet corpus explosum cadens perpendiculariter ex puncto quietis per lineam aequali altitudini sagittarij super horizontem, & sublimitati, ex qua debet cadere, ut concepta eo casu velocitate fiat horizontalis explosio. Sûntque Parabolarum amplitudines æquales, quarum altitudines, & sublimitates sunt inter se in ratione reciproca.

EXempli gratia, sit impetus explosionis CF , in figura præced. prop. æqualis erit viribus percussionis, siue impetui eiusdem vel æqualis corporis à puncto L ad C cadentis, cum linea LC componatur ex altitudine super horizontem CB , & linea sublimitatis LB , quibus parabola BF describitur. Facile verò reperitur punctum sublime, ex quo fieri casum oporteat, ut describatur explosio parabolica, cum verbi causâ, punctum illud pro iactu BF , quod est L , ex tertia proportionali LB reperiatur, quippe quæ sit ad IB , ut IB ad BA , vel BC .

Vnde sequitur iactus omnes horizontales eiusdem glandis, lapidis, aut teli, quorum altitudines super horizontem, iunctæ sublimitatibus, iactuum velocitatem gignentibus æquales sint, æquales etiam impetus habere, & æqualibus ictibus percutere.

Sunt etiam æquales iactus, horizontales, quorum altitudines super horizontem, & sublimitates velocitatem tribuentes è contrario sibi respondent, hoc est cum tantò maior est vnus eleuatio, seu altitudo, quantò minor fuerit alterius sublimitas, & vice versâ. Exempli gratia, si vna iaculatio sagittæ fiat ex altitudine 4 pedum, & altera ex altitudine 16 pedum, si primæ sublimitas sit 16 pedum, secundæ sublimitas erit 4 pedum, eruntque iaculationes, & percussiones æquales; id est si primæ velocitas incipiens acquisita sit à descensu per 16 pedes, & alterius velocitas à descensu 4 pedum, primæ super horizontem altitudo debet esse quadrupedalis, secundæ verò 16 pedum, & ita de reliquis, quod Hetruscus ex rectangulorum & quadratorum æqualitate probat.

PRAXIS.

P R A X I S.

PORRÒ istius propositionis Theoriam si praxis sequatur, admodum iucunda est, cum ex qualibet super horizontem altitudine, quotuis homines globulos explodere, vel sagittas emittere possint, qui ex vno super horizontem pede, & qui centum pedibus, ad eundem scopum collineent, idemque punctum percutiant, dummodo qui ex centupedali altitudine laxat arcū, eò minori velocitate sagittā mittat, quò fuerit altior. Quod facilius ex sequente figura intelligitur, in qua $D B$ refert horizontem, vel parabolæ $A B$ amplitudinem, super qua maior altitudo $D C$, minor verò $D A$; quæ tamen iactum horizontalem æqualem habent, nempe $D B$; quandoquidem, ut dictum est, iactus habent eandem horizontalem magnitudinem, quorum sublimitates altitudinibus iunctæ sunt æquales, ut hîc con-



tingit, cum altitudo supponitur $D A$ pedis vnus, & sublimitas $A G$, 7 pedum; vel altitudo $D C$, 4 pedum, & totidem pedum $C G$ sublimitas: alioqui si sagitta discedens à puncto C æqueve velociter ac ex puncto A moueretur, iactus ex C duplus esset iactus ex A , ut ostensum est tractatu de Hydraulicis; aeris tamen resistentia proportionem istam minuit.

Itaque iactus est semper æqualis, siue sagittarius sit terræ propior, vel quantumuis eleuetur, dummodo motum tardiozem, ex minori sublimitate oriundum, velociori compenset, ex maiori altitudine comparato; quod facillimum est si quis arcu minus & magis sinuato ex maiore & minore super horizontem altitudine sagittas emittat: Exempli gratiâ, si arcus ex puncto A sagittam suam horizontaliter versus H iaciat, quæ horizonti occurrat in puncto B , & idem arcus eandem sagittam emittat ex puncto C versus I , quæ similiter horizonti $D B$ occurrat in B , velocitas sagittæ ex A missæ duplò maior esse debet velocitate, quâ mittitur ex C , quandoquidem tempus casus à C ad D , ex puncto quietis D , duplum est temporis, quo sagitta cadit ex A puncto quietis in D , qui casus fiunt per parabolas $C B$ & $A B$.

QUæ hæcenus à propos. 22. hucusque dicta sunt, clariùs in sequēte explicamus, ne quis in eiusmodi capiendis tantisper laboret, non enim tam in doctorum, quam in aliorum gratiam scribimus. Has tamen propositione, sin iaculorum solarium gratiam, sequente propositione interiectâ, tantisper nobis liceat interrompere, vt qui se dixerint Solis Equites, nouerint quâ velocitate suas sagittas emittant.

PROPOSITIO XXIV.

*Iaculorum solarium robur, velocitatem, & longitudinem
dimetiri: ubi fundamenta reflexionis, ac
refractionis explicantur.*

SIT Appollo ἀπυρότοξος, vel Sol radians A, quibus Poëtæ τὸξὰ tribuunt ἑνθεᾶ, quòd radios suos vt totidem iacula, vel sagittas circa se in orbem magnum conijciat; habeatque circa se concentricos orbes AB, BC, CD, & quotuis alios, quos intumescendo dilatet: sunt enim nobiles Philosophi qui credant solem esse cordis instar, qui suâ diastole & systole magnum orbem calefaciat, & illuminet; quos inter subtilis Hobs putat, aut supponit in diastole Sphæram totam, cuius semidiameter AB, intumescere, atque adeo medij partem, quæ fuerat in orbe BC, exire in locum sibi æqualem proximum, nempe in orbem CD, idque eodem tempore, quòd eo instante, quo motus incipit à B versus C, necesse sit vt incipiat motus à C versus D, & à D versus E, & ab E prorsû; adeo vt oculus in qualibet à sole distantia positus, verbi gratiâ in E, eodem instanti feriat in E, quo solis incipit dilatatio in B, eodemque instante motus ille in E, perueniat ad retinam & cerebrum, quod reagat per neruum opticum, retinam & alias oculi membranulas, per easdem lineas versus solem, quibus sol ipse priùs egerat, vt in omnibus passis aliqua reactio intelligatur.



Cùm autem exteriores orbium circumferentiæ semper maiores sint inferioribus, erunt reciprocè crassities interiorum orbium maiores exterioribus, hoc est maior erit BC, quàm CD, & CD, quàm DE.

Quare licet tota solis illuminatio fiat in instanti, motus tamen à sole, vel alio lucido propagatus debilior est longè, quàm propè, cum enim BG sit maior quàm CD, & CD quàm DE, velocior est motus propagatus in BC, quàm in CD, & in CD, quàm in DE, &c.

Hic autem motus non dicitur lumen, donec illud sentiamus foris ante oculos, post cerebri reactionem, quæ phantasma lucis inter oculum & lucidum constituat. Vnde possis duas illas celeberrimas Platonis & aliorum sententias conciliare, quarum vna visionem statuit in radiorum interiori susceptione seu receptione, altera in extramissione, cum ambæ concurrant.

Lumen igitur erit apparitio, seu phantasma ante oculos, motus illius, qui propagatur à lucidi diastole, siue tumescencia ad cerebrum, & inde retrò per oculos ad medium; vel lucidi imago concepta in cerebro; quæ cum perturbata fuerit, color appelletur.

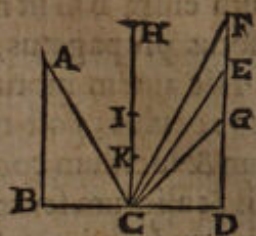
Porro semidiametri prædictorum orbium, AB, AC, AD, & AE, superant se vt numeri 1, 2, 3, 4, &c. in quorum ratione triplicata cum sint ipsi orbes, erunt semidiametri inter se vt radices cubicæ prædictorum numerorum; eritque AB ad BC, vt latus cubi simpli ad latus cubi dupli, minus latere cubi simpli; & BC ad CD, vt latus cubi dupli, minus latere cubi simpli, ad latus cubi tripli, minus latere cubi dupli: & CD ad DE, vt latus cubi tripli, minus latere cubi dupli, ad latus cubi quadrupli, minus latere cubi tripli, & sic in infinitum.

Hinc fit vt sit maior AB, quàm BC, & BC, quàm CD ratio, &c. & æqualibus temporibus maiora spatia pertranseantur, sitque motus eò tardior, quo magis à lucido, seu motore discedet, ratione quæ sequitur. Sit spatium inter lucidum & oculum quadrifariam diuisum, velocitas lucis per primam partem diffusæ, est ad velocitatem eiusdem per secundum spatium, vt latus cubi simpli ad latus cubi octupli, minus latere cubi simpli; & ad velocitatē in tertia parte, vel latus cubi simpli ad latus cubi vigintiseptuli, min⁹ latere cubi octupli, & ita de reliquis.

Cum enim AB statuatur (in hac hypothese spatij in 4 partes æquales diuisi) æqualis BC, & BC æqualis CD, erit AC ad AB, vt latus cubi octupli ad latus cubi simpli; & ideo AB ad BC, vt latus cubi simpli ad latus cubi octupli, minus latere cubi simpli, &c. vt antea.

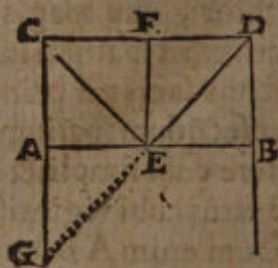
Quæ pauca præmittenda fuerunt ex philosophia prædicti viri subtilis de motu, loco & tempore, vt sagittarum Appollinearum velocitatem quibus sol omnia configit, facilius intelligamus. Radius enim quilibet concipi potest vt iaculum, cuius pars crassior, seu basis lucidi, parti visæ sit æqualis, vt spiculum quo tangimur, nobis etiam æquale sit, hoc est toti corpori, vel oculo, vel alteri parti tactæ, seu illuminatæ.

Iam verò consideremus quibus modis sol feriat; quē in puncto A, per lineam A C agentem, in patiens B D, in puncto C, intelligere possumus; quod patiens vel perfectē resistet A C radij, vel sagittæ penetrationi, cumque remittet per lineam C E, ad angulos æquales; vel ipse radius alium recipiet ictum, hoc est fortius ex C repercutietur, quā illud antea percussisset; tuncque reflectetur ad punctum F, verbi gratiā, hoc est eodem tempore, quò peruenerat ab A ad C, saliet à C ad F; & angulus reflectionis F C D, maior erit angulo incidentiæ A C B; vel denique partem aliquam suæ velocitatis amittet, ob patientis B D mollitiem, vel alia de causa, tuncque resiliet minori velocitate à C ad G, eritque G C D, reflexionis angulus, minor angulo incidentiæ.



Quid si sagittalem radium A C, intelligamus in puncto C ab infinita vi reperi? Numquid per lineam C H reflectetur? Idem iudicium de pilâ perpendiculariter ab I in C cadente, si enim reflexio iuuetur ab aliquo agente in C intellecto, puta à reticula, vel aliquo elaterio, reflectetur non solum vsque ad I, sed altiùs, verbi gratiā ad H. Si verò partem velocitatis amittat, quam non aliunde reparat, reflectetur tantum ad K, vel, amissâ totali velocitate, hærebit in puncto C.

Quæ omnia vt meliùs percipiantur, & maiores Catoptricæ difficultates paucis attingam, sit rursus sol in C puncto, qui licet per radium C E percutiat planum horizontale A B, intelligatur tamen vim suam imprimere per planum C E, in A E planum descendens, quo sensu nullam vim in planum verticale F E exerat, sed per planum C A parallelus in F E procedens agat, clarum est punctum C futurum in E puncto, cum planum C F ad A E planum, & planum C A ad planum F E peruenerit. atque adeo radium C E, compositum intelligi posse ex motu puncti C in A, & C in F, cum enim eodem tempore moueri concipiatur à C in A, quò à C in F, tandem in E puncto reperiatur.



Maxima verò difficultas in eo sita videtur vt sciamus cur radius C E reflectatur ab E in D, non autem in E, veluti pondus A B, planum semper impellens, maneat; idēque de pila concludendum, quæ cum totum suum motum plano A B communicasse videatur, vel in E

quiescere, vel per planum $E B$ labi deberet, si motum illum retinuit, quo vergebat à C ad D , vel à $C A$ ad $D B$.

Quæ quidem difficultas eò viros quosdam adegit ad duo qualitatum vel potentiarum admittenda genera, quarum aliæ pertinacius adhererent plano, ut contingit lapidi, & ferro; cum enim ad terram, aut magnetem peruenerint, non inde resiliunt; aliæ verò cogerent ad resultum corpora, vel qualitates, nempe radios tam lucis, quam caloris, odoris, caloris, &c.

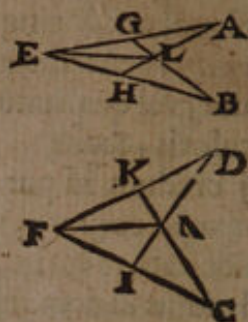
Alij credunt in puncto E , & quibuscumque reflexionis punctis fossulam ab impactu corpore, radioque fieri, quæ, velut elaterium, eadem vi ac velocitate radium, pilam, &c. repellat; idque ad angulos æquales, quod radius eadem velocitate remittatur ab elaterio E , vel à plano $E B$ ad $F D$ planum, quâ venerat ex C , vel $C F$ in $A E$: nihilque de velocitate perdiderit, quam à C versus D ab initio sui motus acquisiuit, & quâ perueniret ab E ad B eodem, vel æquali tempore, quo prius à C ad F , vel E peruenerat; etiam si motum omnem amisisset, quo ferebatur in planum $A E$. Adde pilam & alia corpora nonnihil introrsum recuruari, adeo ut resultus tam à pila, quàm à plani reflectentis restitutione iuuetur.

Alij denique censent primum motum radio, vel missili C impressum in puncto C , sufficere, ut fiat reflexio in E , à quo nulla ratione velocitas minueretur, si tam missile, quàm planum essent perfectè plana, & dura, seu duritiei infinitæ; cum iuxta secundam sententiam præcedentem, super isto plano nulla reflexio futura sit, quod desit repulsio, quod enim perfectè durum est, non potest deprimi, quod non deprimatur, non reuertitur, igitur nulla reflexio fiet, nisi motus in missili manens retrahat illud, & in partem auersam trāferat, iuxta sententiam alteram; de qua, vel de alijs iudicium ferre neque locus neque voluntas, cum mihi sufficiat missilium, & mobilium phænomena fideliter exprimere. Addo tamen irradiationem, seu percussionem radij $C E$ in planum $A B$, eò debiliorem esse perpendiculari $F E$, vel $C A$, quò $C E$ linea maior est lineâ $C A$, hoc est ut linea $C E$ ad $C A$, ita reciproce percussio $C E$ ad $C A$: quod etiam pilis, & globis in muros impactis accommodare licet, ut ex radio, siue iaculo solari transeas ad artem militarem. Itaque radius $C E$ in planum $D G$ fortius agit, quàm in planum $A B$: ut iam possis de vi radij qualibet inclinatione percutientis iudicare.

Omitto locum imaginis obiecti in C positi, vel ipsius lucidi, oculo ex D spectanti occurrere in puncto G , ut alia nonnulla ex viri subtilissimi libro citato petam circa duo lucida distincta, quæ punctum æqua-

liter distans tunc fortius illuminant, cum illud minori angulo feriunt: quod ita demonstrat:

Sint duo lucida A B & C D, eadem, vel æqualia; radientque A & B simul in punctum E, & C D in punctum F; sintque distantie A E, & B E, distantis D F & C F æquales inter se; sit tamen A E B angulus angulo D F C minor; punctum E magis illuminabitur; ducantur enim A H, & B G; deinde C K & D I, itavt anguli E A H, & E B G non solum inter se, sed etiam angulis F C K, & F D I sint æquales, uterque utrique: fient per rectas A H, & B G duæ radiationes concurrentes in L; & per rectas C H, & D I, aliæ duæ concurrentes in N: ex quarum concursu fiet motus compositus per rectas L E & N F: cumque motus per A H, & B G, propter angulum A L B minorem angulo C N D, minus sibi mutuò opponantur, minus sibi mutuò auferent à sua ipsorum velocitate; quapropter motus per L E compositus ex motibus per A H & B G, velocior erit motu per N F, composito ex motibus C K, & D I: erit igitur velocior, hoc est fortior actio lucidorum A & B in punctum E, quam C D in F.



Ex quibus etiam intelligitur ratio cur obliquè illuminata debilius illustrentur; sit enim, exempli gratia, paries vel planum quodpiam C D, quod à corpore lucido radijs A B parallelis, & plano C D perpendicularibus illuminetur; sitque planum ei æquale D G, vel D O obliquè positum, constat ex ipsa figura, pluribus radijs C D, quam D O percuti, & ex consequente minus illuminari.



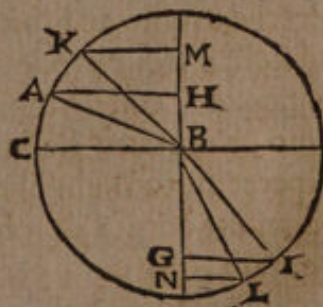
Haftenus solis iacula per lineam vnicam rectam ferientia vidisti: Num existimas adeo fortia esse, vt retundi, vel frangi nequeant? Dubio procul franguntur occurssu medij diuersi: sit enim B G aquæ superficies, quam radius ex A, seu ex aëre veniens, percutiat in puncto D; constat experientiâ radium non rectâ pergere, itavt eandem rectam lineam A D in aëre sitam continuet, & producat à D in H sub aqua; sed diuergere, ac torqueri, seu frangi in lineam D I, quam non mutat, quandiu aquam permeat; ex qua si versus I punctum in aërem egreditur, rursus frangitur, sed in partem auersam.

Vbi aduertendum pilam, aut aliquod aliud missile, ex A per A D in aquam, quam profundius ingreditur, emissum, non accedere ad

citare, peruenire.

E contrario D E fieri debet subduplum D C , si concipiatur radij A D velocitas duplo fieri minor contactu superficiiei B G in puncto D; neque tamen minuenda erit E F, cum nihil illius amiserit velocitatis, quæ fertur dextrorsum ad G F, sola siquidem D G superficies ei opponitur: hocque casu radius A D non ad H, quo ferretur in eodem medio, sed ad punctum F perueniet. Quæ si fusiùs explicata velis, adeas Illustri viri Dioptricam, à pagina 15, & deinceps; cuius inuentioni debes veram refractionum proportionem, quæ in eo sita est, vt quemadmodum sinus anguli vnus inclinationis ad sinum anguli inclinationis alterius, ita sinus anguli refracti in vna inclinatione, ad sinum anguli refracti in altera. Ex qua proportionem cum omnia deriuentur, quæ pulcherime toto libro exposuit, illam sequente figura proponam.

Sit igitur in circulo KCI , lucidum in A , & in K , ex quibus iaculetur radios AB , & KB ex aëre in aquam, superficie CB discriminatam; sitque radij magis inclinati AB refractione BI , ducanturque à punctis A & I rectæ AH & IG , diametro MN perpendiculares; Hæc vnica observatio sufficiet vt omnes aliæ refractiones cuiusuis radij cognoscantur, sit enim KB radius, & à K ducatur KM diametro MN perpendicularis; ex qua sola lineâ refractionem habes absque vlla experientia, quandoquidem vt AH ad IG , ita KM ad



aliam, quæ reperietur $L N$; exempli gratiâ, si $A H$ sit $I G$ sesquialtera, erit etiam $M K$ sesquialtera $L N$, & ita de reliquis, ut iam tanti viri beneficio fiat ludus puerorum, quod tandiu crux ingeniorum fuerat. Vbi notandum est radium $K B$ ex aëre in aquam $C B$ transeuntem, non ideo ferè tertiâ sui impetus parte facilius, aut celerius per illam, quàm per aërem transire, quòd densior, sed quòd durior sit; idemque de chrystallo, vitro, &c. esto iudicium.

Cum autem possit vnusquisque mille iaculorum solarium proprietates eruere, & explicare quot modis illorum velocitas augeri, minuique possit, non est quòd plura subiungamus, suum enim Apollinem $\epsilon\chi\alpha\tau\eta\sigma\acute{o}\lambda\omicron\iota\omicron\iota$ aureis sagittis ornare poterunt, qui versibus delectantur; in quorum gratiam sequens esto Monitum.

MONITVM PRIMVM.

De luminis velocitate, ac tarditate.

Sint iacula solaria, atomorum rotundorum, vel materiæ subtilissimæ motus, vel quidquid libuerit: an illorum motus à sole, vel stellis ad nos vsque instantaneus est? certè si quoties videmus solem, aut stellam, necesse fuerit ab illius corpore ad vniuscuiusque oculum particulam aliquam aduenire; verbi gratiâ, si quando sol surgit ex horizonte, iaculum atomicum ex sua pharetra depromat, si motus non sit instantaneus, admirabili tamen velocitate 1200. terræ semidiameterorum spatium transcurrit, cum vix super horizonte pars eius aliqua emineat, quin eodem tempore spectantium percutiat oculos. At verò si Dioptricam illustris Viri sequimur, non erit ille motus admirabilior illo motu, quem lapis baculi extremo suprapositus infert manui alteri extremo adhibitæ, quod perinde fiet si baculus à terræ superficie ad stellas vsque productus intelligatur, digitus enim baculo subpositus peræquè & eodem momento sentiet pondus baculi extremo stellis vicino, vel etiam stellas spatio quouis superanti alligatum, quo perciperet motum eiusdem ponderis, si baculus vnus esset hexapedæ. Idemque cogita de sole subtili cuidam orbis magni materiæ incumbentem, quæ cum per omnia corpora diffusa sit, sol non potest illam rectâ premere, quin oculus motum illum percipiat, siue motus ille sit velocissimus, siue paulo tardior.

Quod dictum velim ut in præcedente figura intelligas lumen ex K in B minori velocitate quam ex B in L , aut vice versa diffundi posse, licet

licet oculus in L; & in B eodem momento lumen sentiant; Quod etiam in prima figura propositionis istius A B C D E videre est, eodem enim tempore quo sol à puncto A mouetur ad punctum B, vel (si fuerit sol immobilis) quo materia tangens illum, percurrit spatium A B, eodem tempore materia ex B mouetur in C, & alia materia ex C in D, &c. atqui spatium A B maius est B C, & spatium B C maius spatio C D, quare tardior est motus in spatio B C, quàm in spatio A B, licet eodem momento quo fit motus in A, fiat etiam motus in D, & omnes oculi, quouis in circulo, solem, aut aliud lucidum, putà stellas, aut facem, eodem momento conspiciant.



Vbi plura notari possunt, nullam verbi gratiâ futuram luminis refractionem, si post primum ætheris, aut materiæ subtilis orbem, cuius semidiameter A B, reliquum spatium à B ad E, vnde quaque vitreum esset, vel primus orbis prædictus vase vitreo impenetrabili cōcluderetur, tunc enim non haberet materia inclusa quò confugeret: quæ omnia fusiùs explicanda velim à nobili Philosopho Hobs postules, aut expectes.

MONITVM II.

De causa motus Solis, vel Terræ.

SI quod aiunt obseruatū, nempe solem circa axem Eclipticæ cōverti, quòd illud maculæ demonstrent, prætereaq; motum sui expansiui habere, quo circumposita moueat, hoc est illuminet, potest intelligi causa motus annui terræ, si tamen ita moueri supponatur: sol enim motu expansiuo aërem contiguum premet, suoque motu conuersionis illum simul cōuertet eadem celeritate qua vertitur; intereaque remotior aër tanta sui circuli parte conuertatur, quanta est tota conuersio primi aëris, vt tempora, quibus omnes partes aëris conuertuntur, in eadem sint inter se ratione, in qua rectæ, quibus à solis superficie destiterint.

Cumque terra in aëre sita motui nihil, aut parum admodum resistat, ad motum aëris sibi contigui mouebitur, vt naus in mari absque remis & velis, idque in ecliptica motu circulari, vt & planetæ, demptis quibusdam impedimentis mutuis, quibus septem aut octo gradibus ab ea recedunt.

Difficilior videtur motus diurnus, ob quem explicandum vir subtilissimus cap. 28. suæ de motu philosophiæ supponit terræ duritiem esse motum aliquem partium, quo resistit; quem, sibi naturalem, vt seruet

quantum potest, recedit à quolibet motore, quantum ei fuerit necesse-
sarium ad illum motum liberrime exercendum; quam motus liberta-
tem sui ad solem conuersione diurnâ optime conseruet; quò referre
possit trochilum suæ tostionis administrum, quem videlicet aiunt veru-
tum, quo transfigitur ad prunas circumagere.

At verò solidissimus Geometra Roberuallus, in Systematis munda-
ni causis explicandis, existimathunc motum ab aëre terram circum-
stante oriri, qui cum propter varias terrestris globi asperitates, liberè
moueri nequeat, impingens in partes prominentiores, illum moueat:
aër verò moueatur per rarefactionem à calore solari profectâ, qui dum
maiores locum quærit, terram sibi resistentem tantisper initio mouet,
& variis ictibus repetitis illi tandem motum diurnum imprimit: qua
de re fusiores illius tractatum expectare possis.

MONITVM III.

PROPOSITIONE sequente varias obseruationes proponimus, ex quib-
us Tabula iactuum construi possit; quibus Ingeniosi, & qui tor-
mentis bellicis præsunt, colophonem addent, si Ballisticæ velint artem
perficere.

PROPOSITIO XXV.

*Varias obseruationes Bombardarum militarium ex-
plicare; & quod in medio non impediante contingeret
globis explosis, cum iis quæ patiuntur in aëre, multi-
fariam conferre.*

Cum in solis catapultis mediocribus globorum iactus explorarim
(quas vulgò dicimus *Arquebusins*) qui in ascensu, & descensu si-
mul sumptis 22, 23, vel 24 secunda minuta insumunt, Petrus Petitus,
vir in obseruando peritissimus & accuratissimus, dum Francopoli dege-
ret, rogatus à me, bombardæ maioris ad 22 elevationis gradus iactum,
cuius globus ferreus librarum 33¹, inuenit 1900 hexapodum, quas glo-
bus spatio 20, 21, vel 22 percurrit; dum 8 hexapodis in arce, solo com-
muni, siue horizonti superextaret; quo ex loco globus 12 librarum,
cum totidem pulueris pyrij libris, ad 16 super horizontem gradus ele-
uationis explosus, 16 in aëre secunda consumpsit.

Præterea *Culuerina* 12 pedes longa, horizontalitèrque directâ, dum
sex hexapodis horizonti Oceani superextaret, globum, cuius diameter

ferè quinque digitorum, emisit, cuius iactus horizontalis octo secunda in aëre duravit; cum tamen globus alter, cuius diameter digitorum 6, ex altera bombarda pedes 12, longa, etiam horizontaliter explosus, sola 6 secunda in aëre consumpsit. Altera bombarda ad quindecim eleuationis gradus explosa, iactum globi sui dedit vigintiquatuor secundorum.

Culuerina ferrea pedes decem longa, cuius globus diametrum habuit ferè quatuor digitorum, horizontaliter directæ, & nouem hexapedis superficiei maris superextans, tres dumtaxat secunda insumpsit in suo iactu horizontali; post quem quinquies reflexa super Oceanum quatuor alia secunda consumpsit.

Tribus etiam diebus ante captam Theodonis villam, obseruauit Roberuallus, Geometra noster, globos bombardarum ex vrbe in nostros milites explosos, plerumque 14 duntaxat secunda in aëre insumpsisse, post quæ tam sibilus grauior & grauior factus, quàm vis & motus globorum extingueretur, idque ferè post dimidiam leucam peractam.

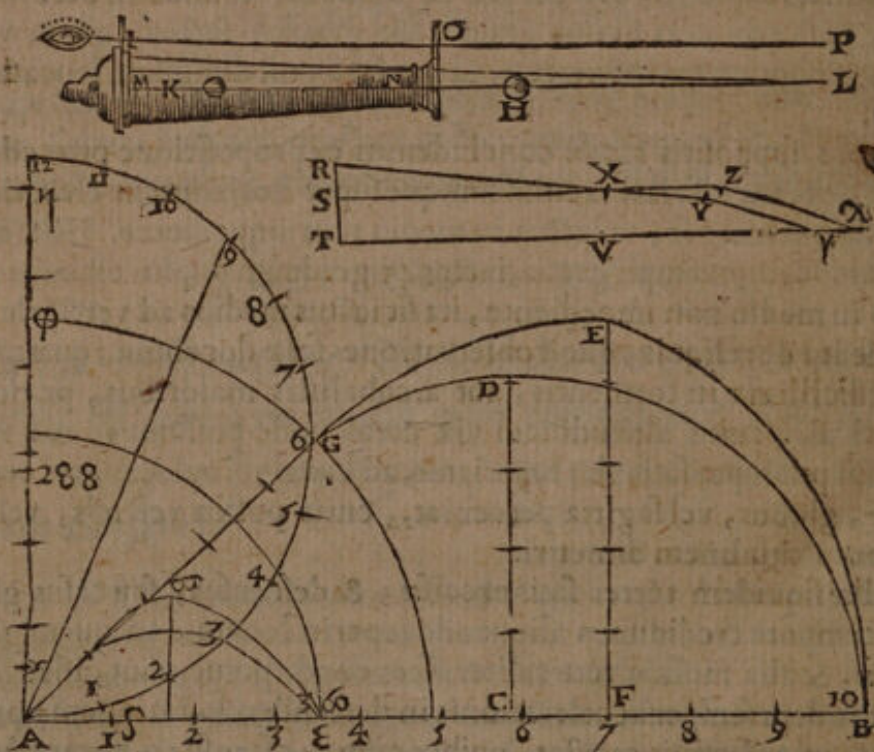
Quibus suppositis facilè concludemus ex propositione præcedente, quanti debeant esse iactus cuiuscumque super horizontem eleuationis, si se habeant inter se, vt iactus in medio non impediens. Hoc est, si quemamodum, exempli gratiâ, iactus 45 graduum duplus est iactus verticalis in medio non impediens, ita sit iactus medius ad verticalem in aëre, & ita de reliquis; quod obseruationes solæ docebunt; quæ tamen sunt difficillimæ in tormentis, aut arcubalistis maioribus, præsertim in verticali, cuius altitudinem vix certò nosse possumus, nisi rupes quædam prærupta satis alta reperiatur, ad cuius vel apicem, vel certum locum, globus, vel sagitta perueniat, cuius postea verticis, vel loci possumus altitudinem dimetiri.

Nullæ siquidem turres satis excelsæ; & descensus, seu casus globi, cuius tempore credidimus aliquando reperiri locum, ad quem globi, sagittæ, & alia missilia verticaliter ascendendo perueniunt, ideo fallit, quòd eandem semper accelerationis in descendendo rationem non obseruent, vt ex sagittis constat, quibus cum ex ascensu 50 hexapedarum contingat in descensu retardari, possit etiam ipsas globis simile quidpiam accidere, cum ex mille, verbi gratiâ, descendunt hexapedarum altitudine.

His autem difficultatibus possis occurrere; si Delphinatus illa rupe, cuius altitudinem aiunt 600, vel plurium hexapedarum, vulgò *Saut du Gendarme*, saltu militis, vel alia simili vtaris; ex qua si lapis, vel globus ferreus, aut alterius materiæ decidat, tempus notabitur, quo des-

census p̄ficietur: si enim, verbi gratiā, ex 648. hexapedarum altitudine, spatio 18. secundorum, ceciderit (vti reuera caderet, si spatia conficerentur in duplicata ratione temporum in totali descensu) rectè iudicauimus antea de altitudine verticali, (quam attingit globus tormenti mediocris) hoc est de 288. hexapedarum altitudine: quod tamen non existimem; alioquin medius eiusdem tormenti iactus ad minimum verticalis illius duplus esset, hoc est 576 hexapedarum, cum ne quidem illum 400. hexapedarum inueniam.

Præter has observationes, placet eas apponere, quas *Galeus* plurimorum Ducum Ingeniosus, propriâ manu scriptas, & à se factas coram illis (nempe coram *Spinola*, *Buquors*, & Archiduce) mihi dedit: Quas ut faciliùs intelligas, sit Catapulta maior K horizonti parallela, quam vulgò *Canon* appellamus, sitq; oculus collineans per puncta: &



O; posito iactu horizontali O P, vel in figura subiecta S X, vel T V, ait reliquum iactum, qui curuatur, donec horizontem attingat in puncto λ , esse propemodum iactui horizontali æqualem, hoc est tantundem fere spatij à pila confici ab eo puncto, quo flectitur versus horizontem, donec illum attingat, quantum ante flexionem confecerat.

Iam verò transferamus iactum illum horizontalem O P, vel T V, ad inferiorem figuram, in qua A B sit planum horizontale; sitque iactus prædictus horizontalis, quem vulgò dicimus *à blanc*, vel *de point en blanc*, A I; contendit Galeus iactum medium 45. graduum, qui longissimus est omnium, esse iactus horizontalis O P, seu A I undecuplum; & in illis catapultis, quæ maioris præcedentis sint, esse ad A I, vt 10 $\frac{1}{2}$ ad 1, & in minoribus catapultis, vt 10, ad 1. hoc est in nostra figura, vt A B ad A I: in qua iactus medius est A G E B; est enim iactus medius qui per medium quadrantem ϕ 5. transit, quod vocant punctum sextum, cum sit pars media semicircumferentiæ A, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, in 12 partes æquales diuisæ; quæ iuncta quadranti ϕ 5, utilis esse potest ad catapultam in qualibet super horizontem eleuatione dirigendam, si non solum in 12 partes, sed etiam in 180. gradus diuisa fuerit.

Hincque concludit iactum horizontalem mortuum, quem vocant *portee morte*, hoc est in figura, R λ , esse ad medium iactum, vt 1 ad 6; vel in minoribus catapultis, vt 1 ad 5. Qui iactus mortuus horizontalis est ad iactum eleuationis vnus gradus, vt 5 ad 6, vel exactius vt 55 ad 67, vel vt 14 ad 17.

Cum autem impeditur catapultæ maioris recessus, iactum mortuum horizontalem, eo iactu qui fit cum recessu, maiorem esse vnâ parte septimâ, vel octaua, vel nona, vel decimâ; in minoribus catapultis, vnâ parte 12, vel 15.

Præterea iactum medium A 6 E, rectâ pergere absque inflexione asserit, per lineam A G, quæ sit ferè A 5 æqualis, hoc est iactus horizontalis ferè quintupla, vel 4 $\frac{1}{2}$: deinde non solum ascendere ad D punctum, vt maxima medij iactus altitudo sit horizontalis iactus quadrupla, & respondeat lineæ A C, iactus horizontalis sextuplæ; quod ex observationibus ait falsum esse aduersus Tartagliam; maximam enim altitudinem esse F E, puncto 7 respondentem, hoc est ad 7 iactuum horizontalium ab A catapultâ distantias, vt sit F E propemodum quintupla iactus horizontalis.

Rectè Galeus suspicabatur iactum illum medium ad lineam curuam hyperbolicam, vel parabolicam accedere, idque solum ex observationibus, non virationis, quam toties explicauimus. Porro maximum 45 graduum iactum facit 16200 pedum, hoc est nostrarum hexapodarum 2700; qui cum pedibus, nostris minoribus, vti potuerit, 1500 reponere possis sexpedas, vt ille iactus leuæ nostræ respondeat, & globus proximè minuti dimidium, seu 30 secunda cur-

rat per aërem. Cùmque iactus mortuus horizontalis sit $\frac{1}{2}$ medijs, erit 2700 pedum, seu 450 sexpedarum; quo posito iactus horizontalis vix 200 hexapedas superabit.

Hac autem arte tabulam graduum omnium iactus ostendentem condit; iactum horizontalem mortuum 2700 pedum, ex medio iactu 16200 pedum aufert, vt differentia 13500 pedum habeatur; quam pro quolibet gradu ita diuidit, vt sit quotiens 13 $\frac{1}{2}$ pedum, quibus in quolibet gradu iactus augeatur. Quem numerum ex illa relicta differentia 13500, per 1035 diuisa, reperit. Hic verò numerus est summa numerorum omnium ab 1 ad 45, vt constat ex numeri 46 dimidio 23, in 45 ducto.

Itaque crescet vnusquisque gradus hocce 13 $\frac{1}{2}$ pedum numero, qui dabit primam differentiam, ipitio à iactu 45 graduum facto, vt in tertia tabulae sequentis columna videre licet: cuius tabulae situs est vsus in inueniendo iactu ad datam super horizonte eleuationem.

Prima verò columna gradus habet à 90 ad 45; secunda gradus continet ab 0 seu zero, etiam ad 45, vt ex duabus columnis vnica incipiens ab 1, & desinens in 90 intelligatur. Tertia complectitur omnes differentias iactuum omnium quarta columna cōprehenforum: exempli gratia, iactus vltimus, quem medium appellamus, vtpotè 45 graduum, 16200, iactum 44 graduum superat pedibus 13 $\frac{1}{2}$, idemque de cæteris iactibus vnico gradu discrepantibus esto iudicium.

Porrò numerus (23) initio 3 & 4 columnae parenthesi clausus, est fractionis denominator, cuius secundi vtriusque columnae numeri sunt numeratores; verbi gratia, numerus vltimus 3, columnae primae, supponit denominatorem illum (23) cum quo facit $\frac{1}{23}$. Eodemque modo numerus vltimus quartae columnae, 22 supponit denominatorem (23) cum quo facit $\frac{22}{23}$; quod iactus 44 graduum sit 16186, cum illa fractione.

Iam igitur inueniendus sit iactus 15, vel, è regione, 75 graduum, numerus quartae columnae positus ad dextram è directo, dat pedes 10134 $\frac{15}{23}$. Est enim obseruandum iactum cuiuslibet gradus sub altitudine 45 seu eleuatione graduum, æqualem esse iactui cuiuslibet gradus super eleuationem 45 graduum: exempli gratia, cum primus gradus æquè distet à 45, ac 89, isti duo iactus, columnarum initio positi, sunt æquales. Quae quidem æqualitas in horizontali plano AB figurae praecedentis debet intelligi.

Hæc Tabula non solum catapultis longioribus, sed etiam breuioribus, cuiuscunque generis, & pilarum ingentium excuatarum iactibus agnoscendis, quos vulgò *bombes* appellant, quin & iaculis ma-

Tabula factuum ad singulos eleuationis angulos.

Gradus eleuationum.		Progr. Arith.	Iactus in pedibus.	Gradus eleuat.		Progr. Arith.	Iactus in pedibus.
90	0	(23)	2700(23)	67	23	300	12800
89	1	589. 22	3286. 22	66	24	286. 22	13086. 22
88	2	573. 21	3860. 20	65	25	273. 21	13360. 20
87	3	560. 20	4421. 17	64	26	260. 20	13621. 17
86	4	547. 19	4969. 13	63	27	247. 19	13869. 13
85	5	534. 18	5504. 8	62	28	234. 18	14104. 8
84	6	521. 17	6026. 2	61	29	221. 17	14326. 2
83	7	508. 16	6534. 18	60	30	208. 16	14534. 18
82	8	495. 15	7030. 10	59	31	195. 15	14730. 10
81	9	482. 14	7513. 1	58	32	182. 14	14913. 1
80	10	469. 13	7982. 14	57	33	169. 13	15082. 14
79	11	456. 12	8439. 3	56	34	156. 12	15239. 3
78	12	443. 11	8882. 14	55	35	143. 11	15482. 14
77	13	430. 10	9313. 1	54	36	130. 10	15613. 1
76	14	417. 9	9730. 10	53	37	117. 9	15730. 10
75	15	404. 8	10134. 18	52	38	104. 8	15834. 18
74	16	391. 7	10426. 2	51	39	91. 7	15926. 2
73	17	378. 6	10804. 8	50	40	78. 6	16004. 8
72	18	365. 5	11169. 13	49	41	65. 5	16069. 13
71	19	352. 4	11521. 17	48	42	52. 4	16121. 17
70	20	339. 3	11860. 20	47	43	39. 3	16160. 20
69	21	326. 2	12186. 22	46	44	26. 2	16186. 22
68	22	313. 1	12500.	45	45	13. 1	16200.

nu, sagittis arcu, & lapidibus fundâ, vel alia ratione missis inseruit, cum omnia missilia eandem proportionem æmulentur: quanquam aëris resistentia minimè negligenda, quæ maioribus globis magè nocet, & obsistit, quàm minoribus, ob maiorem superficiem cum soliditate rationem.

Porro catapultæ bombas emittentes solent 45 graduum eleuationem superare, quarum iactus maximus 45 graduum, est 5400, vel 6000 pedum: ex quo iactu venias in aliorum cognitionem; si enim iactum bombæ 25 graduum desideras, vttere regula proportionis, sumptis

numeris nostræ Tabulæ, ut quemadmodum 16200 numerus, ad 13360, ita sit 5400 ad 4452.

Itaque si catapulta minor, vulgò *Arquebuzia*, globulum suum ad elevationem 45 graduum miserit 800 pedes, seu 300 hexapedas; reductis pedibus 4 columnæ tabulæ præcedentis (quæ iactum horizontalem & medium ostendunt) in sexpedas, fiat ut 2700 sexpedæ, elevationis 45 graduum, ad 450 sexpedas iactus horizontalis mortui, ita 300 hexapedæ iactus 45 graduum arquebusiæ, ad aliud, prodibunt 50 sexpedæ pro iactu horizontali, Vnde fit ut medius iactus 600 hexapedarum esse debeat, ut horizontalis mortuus sit centum hexapedarum.

MONITVM.

Sunt qui putent Galeum à Coigneto præcedentem tabulam accepisse; sed an illam ex propriis observationibus construxerit, aut aliunde sumpserit, nihil refert, dummodo vera sit: videatur tabula iactuum Theorica prop. 30. quam cum præcedenti contendimus, sibi namque mutuam lucem afferent; eritque gratum ingeniosis, qui iactuum longitudinem ad quosvis gradus explorare voluerint, si tabulam utramque consulentes animaduertant cuinam in quibusvis gradibus magè congruant, vel quantum ab utraque deficient: idemque de salientibus intellige, quarum observatio longè facilior, minoribusque periculis obnoxia.

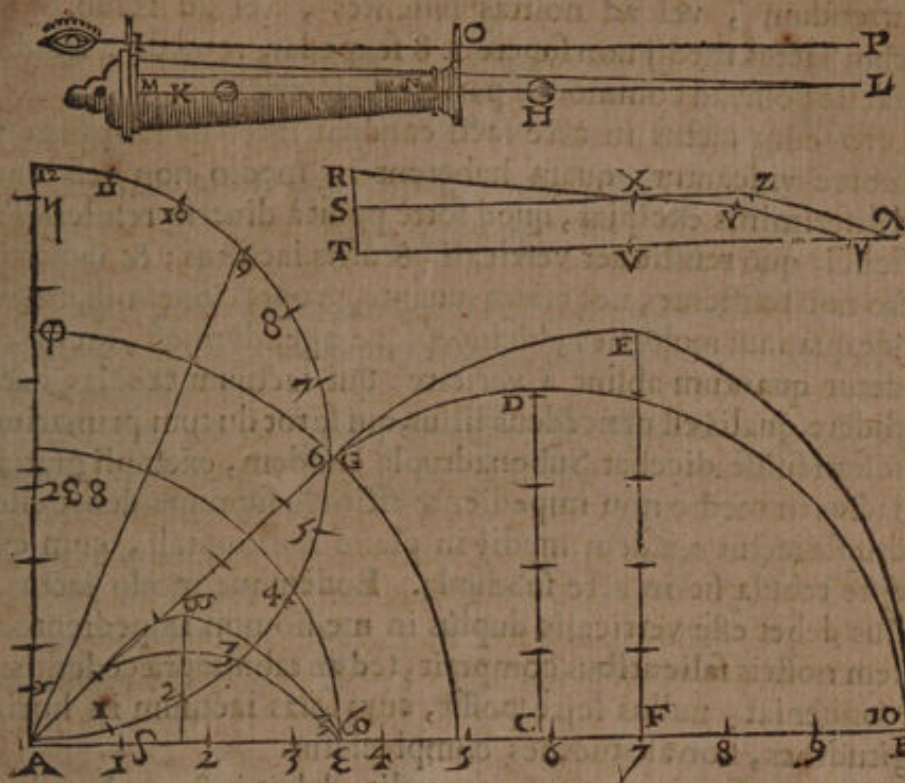
PROPOSITIO XXVI.

Quantum iactus Tabulæ propositionis præcedentis, à iactibus nostrarum observationum, & à iactibus in medio nihil impediante futuris differunt, explicare.

Si rursus figura præcedens AEB, in qua iactus horizontalis Aδ, docet observatio cum manuarijs catapultis facta, iactum medium 45 graduum, qui & omnium maximus, non esse maiorem in plano horizontali AB, rectà AE, hoc est $3\frac{1}{2}$ iactus horizontales, qualis est Aδ, complecti; cum tamen, iuxta præcedentē tabulam æqualis sit AB; hoc est horizontalis decuplus; vel horizontalis mortui A 2. plusquam quintuplus.

Præterea

Præterea sum expertus in breuiore catapulta, cuius pila fereca 3



aut 4 librarum, verticali iactu existente A ϕ , iactum medium in horizonte ad minimum rectæ AB, æqualem esse; cumque prius ostenderim in medio non impediante; porroque sim demonstraturus altitudinem iactus medij fore verticalis subduplam, vel ipsius medij iactus subquadruplam, incredibile videtur in aëre, medij iactus altitudinem esse FE, quæ subdupla est AB, qualis esse debet verticalis. Itaque conuincunt obseruationes nostræ iactu horizontali existente A δ , iactum medium, seu 45 graduum, esse Ai; hoc est cum globulus arquebusiæ quintupedalis recta pergit ab A ad δ , per centum hexapedas, iactu medio 47 ϵ , 360 sexpedas percurrit, nec unquam, credo, reperies punctum 4, seu 400 sexpedas, vel 2400 pedes à globulo superari.

Quod ad maximam spectat altitudinem (quam vix ullus possit experiri, cum nobis loca desint obseruationi necessaria, nisi ad rupem altissimam iactu 45 graduum collinees, accedendo, recedendoque, donec iactus medius ad summam altitudinem peruenerit (quod se fecisse Galeus affirmabat) cum in catapultis obseruare non potui.

Vt igitur ostendam quæ sit illa iactus altitudo, cum illius longitudo, A: fuerit, an usque ad π pertingat necne, vel ad rationem recurrendum, vel ad nostras salientes, vel ad minores arcus, quorum iactus medij non superent 8 sexpedas, vt medij altitudo summa facile possit ad commodos parietes deprehendi.

Porro cum iactus in aëre facti eandem inter se rationem seruare debere videantur, quam haberent in medio non resistente, si quid discriminis excipias, quod fortè possit à diuerso resistendi modo proficisci, quo resistit aër verticali, & aliis iactibus; & iactus in illo medio non resistente, nec etiam ieuante, proportionem illam sequantur, de qua iam multoties, deincepsque agendum est, facile deprehendetur quantum absint à veritate, qui iactuum tabulas hæctenus condidere, qualis est præcedens illius, qui se tot ducum primarium ingeniosum fuisse dicebat. Subquadrupla eiusdem, exempli gratiâ, medij iactus in medio non impediante altitudo suprema debet esse subquadrupla iactus eiusdem medij in plano horizontali, cum ex præcedente tabula sit in aëre subdupla. Eodemque modo iactus idem medius debet esse verticalis duplus in medio non impediante: quod quidem nostris salientibus competit, sed an tabulæ præcedentis iactibus conueniat, nullus scire possit, cum solas iactuum in horizonte longitudes, non altitudes complectatur.

Quapropter si quis eam arguere velit, debet iactuum longitudine, non altitudine, pugnare.

MONITVM.

IN salientibus obseruavi summam mediæ salientis altitudinem non superare dimidiam altitudinem iactus verticalis; cumque de globorum iactibus vt cumque iudicare fas sit ex salientibus quæ sunt in eadem horizontis eleuatione, vix putem obseruationibus præcedentis propositionis credendum esse; & concludo Theoriam ratione firmatam potius sequendam, quæ dubio procul ad obseruationes magis accedet.

PROPOSITIO XXVII.

Factum verticalem dimidio minorem factum, ob urgentem gravitatem, ad aliorum iactuum super horizontem inclinatorum diminutiones transferre.

EX dictis 17 propositione Hydraulicorum, & alibi sæpe, constat graue à puncto C ad A punctum descēdens ea velocitate, quam in sequente figura supponimus, eam sibi velocitatem comparasse, qua possit eodem, vel æquali tempore ab A ad B peruenire, quo prius à C ad A descenderat, si gravitas corporis ascendentis non reageret; sed ob gravitatis reactionem, illo tempore, vsque ad C punctum solummodo peruenire, illiusque propterea velocitatem, quæ semper aliàs æquabilis futura, ita minui, vt primo tempore globus ascendens spatium vnum: secundo tempore, tria: tertio, 5: quarto denique, 7 spatia sit amissurus, vt ipsi figuræ numeri satis superque demonstrant.

Quod iam ad alios iactus transferendum est, qui fiunt in data super horizontem elevatione; sit igitur iactus ex A in E, per quadrati BEQA diametrum AE directus. Certum est primò iactum illum medium, absque vlla gravitate globi contranitente, eodem tempore ab A ad E, peruenturum, quo explosus ab A punctum B attigisset, cùm AB radius sit æqualis AE; sed cùm obsistat gravitas, iuxta rationem superius explicatam, idque per lineas perpendiculares / E m,

T, π V, &c. primo tempore, quo globus, vel sagitta peruenire debuisset ab A ad F, ob naturalem grauitatem reperietur globus in puncto b ; secundo tempore, quo ab F ad G ascendisset, in puncto T erit; tertio tempore, non in H, sed in V puncto reperietur; tandemque quarto tempore, quo ad I peruenisset, in axis R P vertice P reperietur, qui summam medij iactus A π , ostendit altitudinem, verticalis A C subduplam.

Cum autem in P vim totam globus amiserit, quā sursum ascendebat, neque tamen vim aliam perdiderit, qua lateraliter fertur ab O ad γ , vel ab A ad Q, denuò grauitas in globum agit, per lineas perpendiculares $p\pi$, qt , rf , & E Q; adeo ut quinto tempore, globus à P non perueniat ad x , sed ad u ; sexto, non ab x ad g , sed ad i ; septimo, non ag ad s , sed ad f ; octauo denique, non ab s ad γ , sed ad Q, quo planum occurrit horizontis, & iactus desinit: quem propterea *mortuum* appellant: Vel si volueris vnica computatione continuā numerare, ut in hydraulicorum Præfatione, supponaturque globus spatio 4 temporum ascendere, totidemque descendere, vno tempore A F, (quod est primum tempus ascensionis) vnum spatium amittet, ex 64 (in quæ diuiditur A B, vel A π , vel etiam A Q) tempore A G, quatuor spatia; tempore A H, nouem; tempore A I, sexdecim; tempore A K, 25; tempore A L, 36; tempore A M, 49; denique tempore A N, 64 spatia: hoc est finietur globi motus in puncto Q, ob planum occurrens, sine quo grauitas novos semper velocitatis gradus globo cadenti, & temporibus æqualibus æqualia spatia lateraliter percurrenti tribuisset.

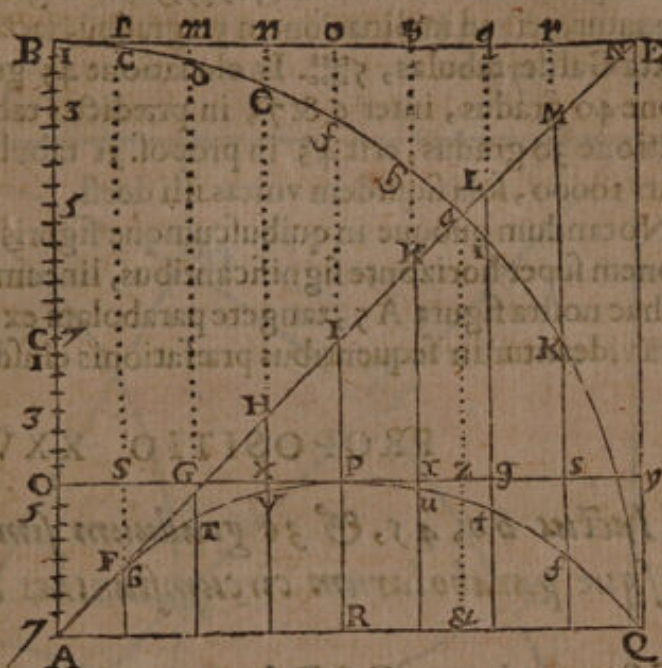
Non est autem quod demonstrem A P Q curuam, esse parabolam, quam recta A E tangat in A puncto, cum I P æqualis axi P R id satis ostendat; iamque illud in hydraulic. præfatione dictum fuerit.

Quibus addo mensuras præcipuarum istius figuræ linearum numeris explicatas, ex hypothese quod recta, seu linea iactus verticalis, sit centum sexpedarum, qualis est plurimarum sagittarum ex arcubalista, vel globorum ex minoribus catapultis ignariis, vel etiam pneumaticis missorum iactus verticalis. Erit igitur A Q, vel A π 200, quailium A C, 100. A R, vel R π , 100, atque adeo G F, vel F E, 50; & A E, radix 8000.

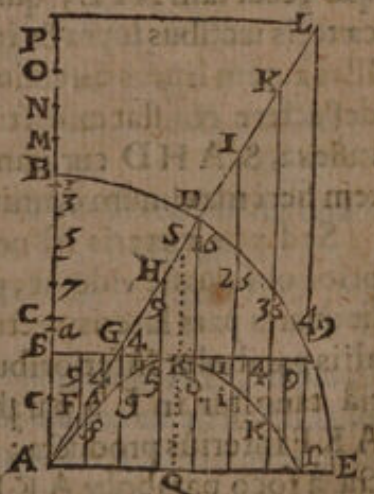
Cumq; A B statuitur pro tempore quod insumitur in proiectione verticali ab A ad C; A E tempus erit quod insumitur in proiectione per parabolā A P Q, & ab A ad Q, cum proiectio fieri supponatur in eleuatione 45 graduū. Si verò A B statuatur esse 300, 400, (hoc est præcedentes

numeri triplicati, vel quadrupli,) eadem inter prædictas lineas proportio reperiatur.

Porro si proiectum ascendat perpendiculariter ad C, tempore AB, vel A I, quod est 200, perveniet ad summam altitudinē in P, tempore A I, quod est 141 ¹¹⁹/₂₈₃ proximè. Si A B fuerit 600, perveniet globus ad P, in tempore A I, quod est 424, & paulò amplius, vel latus quadrati 180000.



Profuerit etiam repetitio figuræ sequentis, explicatæ ad hydraulicam præfationem, quippe utilis est ad iactuum longitudines, quorum elevatio super horizontem agnoscitur, inveniendas, & ad intelligenda tempora, quibus prosectorum gravitas ascendendo minuitur, vel augetur descendendo, ipsi namque numeri, 1, 4, 9, &c. ostendunt qua ratione globus ad iactum 60 graduum AL (qui absque gravitate usque ad D eo tempore ascenderet, quo prius à C ad A descendisset) deperdit gradibus velocitatis lineam curvam A f g b R d i K l percurrat, quæ cum loco citato, quemadmodum & præcedente figura satis explicata sint, non est quòd alia subiungamus.



MONITVM.

Obserua Galileum, in Tabulis quas 30. & 31. propos. dabimus, qui rectam AC ponit 10000, facere QR 7520, quam si præcise ita fuisset 7500, nil ab his discreparet, quæ prædicta Hydraulicorum præfatione, paragrapho 2 & 3 dicta sunt; ut enim 10000 ad 7500, ita 16 ad 12.

Si quis verò in eleuatione 50, 45, 30, &c. graduum easdem mensuras sequatur, erit ad inclinationem 50 graduum, iactus altitudo inter 11 & 10, iuxta Galilei tabulas, $5\frac{1888}{1000}$. In eleuatione 45 gradus, erit 8; in eleuatione 40 gradus, inter 6 & 7, in prædictis tabulis, 9; ferè: & in eleuatione 30 gradus, erit 4; in propos. 31 tabulis, 2500, hoc est quarta pars 10000, sola siquidem vnitas illi deest.

Notandum quoque in quibuscumque figuris, quamcumque inclinationem super horizonte significantibus, lineam inclinationis qualis est in hac nostra figura A 5, tangere parabolam ex eleuatione factam. Cætera videantur in sequentibus præfationis eiusdem paragraphis.

PROPOSITIO XXVIII.

Iactus 60, 45, & 30 graduum simul comparare, mirasque parabolarum circumstantias aperire.

ESto quadratum CODA, in quo descriptus circumferentiæ quadrans CD; sitque iactus AB verticalis: A 60, iactus ad eleuationem 60 graduum, quæ faciat angulum DA 60: A 45, iactus medius, & A 30, iactus eleuationis 30 graduum, angulum DA 30 significantium; qui quidem iactus cum tantumdem à medio 45, quantum ab eodem, 60 recedit, iactus illi duo sunt æquales in horizonte, nempe AE, quâ rectâ tam AIE, quàm AKE parabola terminatur. Quod etiam cæteris iactibus supra & infra 45, æqualiter à puncto 45 diffitis cõgruit. Illas autem lineas directionis A 60, A 45, & A 30, per tres parabolas deflectere constat ex dictis; & hæc figura satis ostendit ex linea A 45 inflexa, & AHD curuam describente, iactum super eundem horizontem fieri maximū omnium.

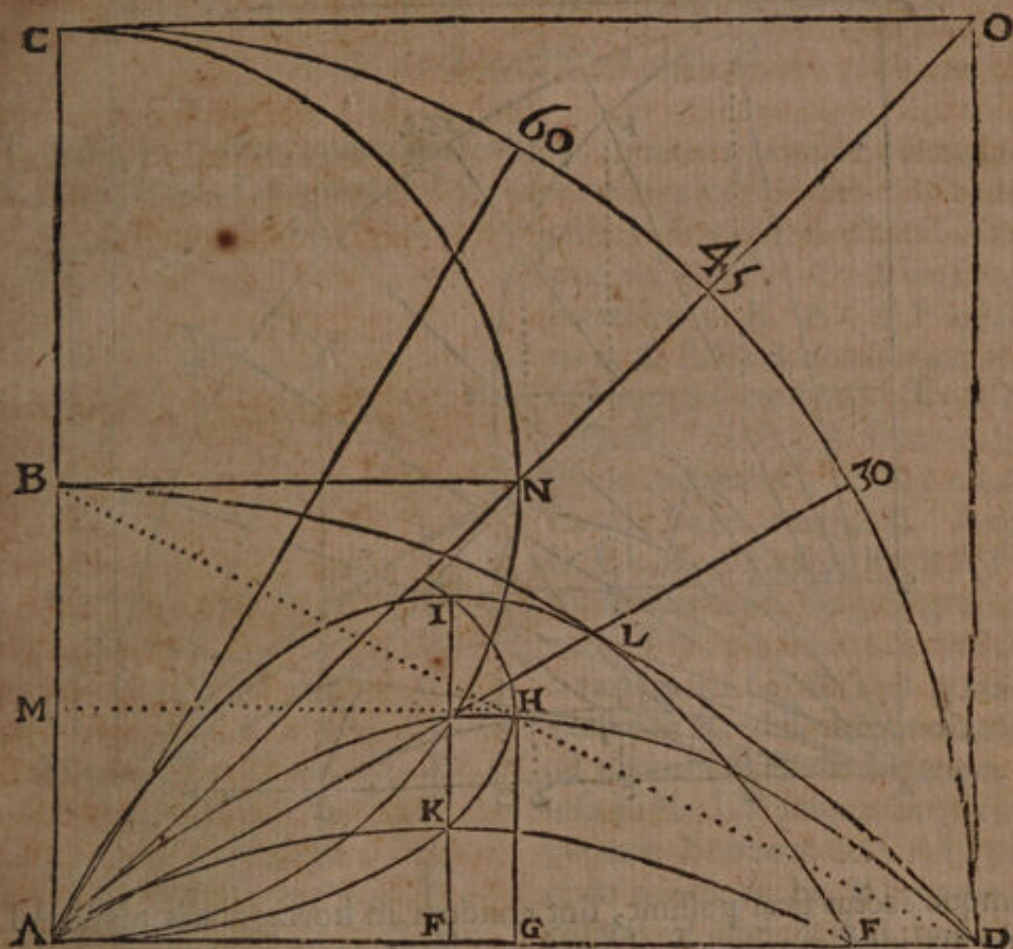
Sed præ cæteris id notatu dignum, quod acutissimus Tauricellus prior obseruasse videtur, parabolam à puncto B descriptam, cuius BA sit quarta pars lateris recti, atque adeo focus in A, tangi ab omnibus aliis parabolis inferioribus, quales sunt tres istius figuræ, verbi gratiâ tangitur in L à parabola ILF; tangeturque similiter à parabola AKF inferius producta; idque in puncto quod occurrit ordinatæ ductæ à foco parabolæ AKF, ad eandem parabolam, vt constat ex GD ducta ex G foco parabolæ mediæ.

Quod similiter de contactibus aliarum parabolarum concludas, adeo vt ordinata ex puncto L axi IF acta perpendiculariter per AIE, parabolæ focum appellitura sit.

BALLISTICA.

45

Addere rectam ex B, vertice parabolæ BLD, ductam omnes parabolas, qua ambitu suo concludit, ita secare videri, vt à punctis, in qui-

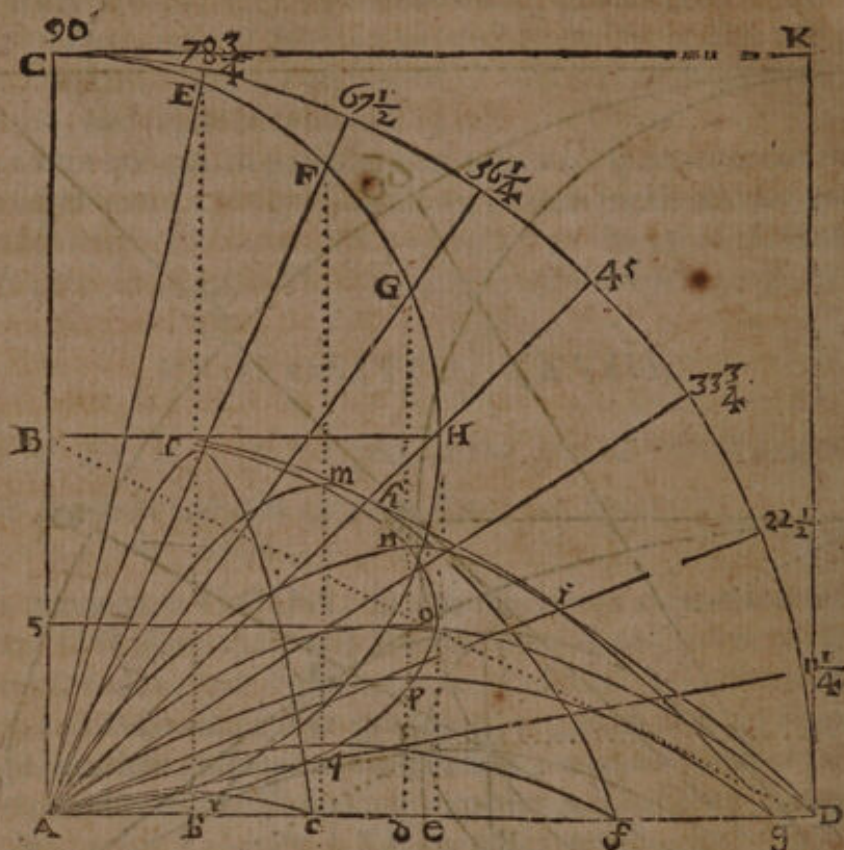


bus secantur, rectæ perpendiculariter axi cuiuslibet ductæ, illius etiam focus ostendat, vt constat ex BD recta, per H, verticem parabolæ AHD transeuntem, recta siquidem ex puncto D in axem HG perpendiculariter acta, focus in G esse docet.

Denique quemadmodum iactus semirecti longitudo AD, dupla est iactus verticalis AB; ita verticalis iactus AB, duplus est altitudinis semirecti GH. Quibus addi potest lineam curuam ab A, horizontis puncto, incipientem, & per omnium parabolarum vertices transeuntem, productam vsque ad B punctum, esse dimidiam Ellipsim, quam similes, ad verticalis ad AB læuam, iactus perficient.

Alia figura plures alias parabolas, & easdem istius figuræ lineas comprehendens, in Hydraulicorum Præfatione videatur: quanquam

hinc repeti potest, vt theoriæ perpetua cernatur conformitas, & quot-



cumque iactus fieri possunt, sint eiusdem in horizontalis plano AD longitudinis, cum æquè ad punctum C , ac punctum D accedent, vel æquè recedent à puncto 45 , siue supra, versus C , vel infra, versus D , ut in iactu $56'$, & $33'$, vel in $78'$, & $11'$ videre est, hi siquidem iactus describunt parabolas eiusdem in plano AD longitudinis Ae , vel Af , vel Ag . Reliqua istius figuræ explicatio videatur loco citato, donec sublimiora egregij Tauricelli liber docuerit. Porro sequens propositio fere comprehendet omnia quæ hactenus dicta sunt, quæque ad iactus omnifarios attinent.

PROP. XXIX.

PROPOSITIO XXIX.

Suppositis iaculationibus Parabolicis, unicâ figurâ quidquid ad iactus tam verticales, quam alios pertinet, explicare.

HÆc propositio multas partes habet, quarum prima figuram ipsam explicat; Est igitur AF planum horizontale, cuius AD planum

verticale duplum est; diuiditurque bifariam in C, & versus AC bifariam in B. ACEF quadratum, & ABIK quadratum. CM GF quadrans circuli, cuius centrum A. CLERA semicirculus, cuius centrum C. CNI quadrans circuli super centro B. Anguli DAL, LAE, EAR, RAP inter se æquales, singuli graduum 22½. NO perpendicularis diuifa bifariam in Q; & TO bifariam diuifa in S. IK perpendicularis ad planum AF, & bifariam diuifa in H. LP perpendicularis ad planum horizontale. AL bifariam diuifa in N. EF perpendicularis ad planum AF; quod bifariam diuifum in K. AQP parabola, quam tangit AL in A. AP bifariam diuifa in O. ASP parabola, quam tangit AR in A. BZF linea curua punctim descripta supponitur esse parabola, cuius

vertex B. BQHS A linea curua, quæ est Elliptica.

Supponitur autem à iactu fieri parabola, quæ tangitur à linea eleuationis; verbi gratiâ, si à iactu ex A, in eleuatione quam habet AL, fiat parabola, tangetur ab AL in A puncto, & ita de reliquis, excepto verticali iactu AD, qui parabolarum terminus existit, nisi cum parabola absque latitudine dici posse credideris.

Secunda pars propositionis sequentia colligit ex descriptione figuræ,

nempe EF duplam esse IK , & quadruplam IH . Quare ratio EF ad IH dupla est rationis eiusdem EF ad IK ; Vnde sequitur H & F puncta esse in eadem parabola, in qua A : cumque AF bifariam diuidatur in K , erit K punctum in axe: & quia AI tangit parabolam in A , erit KI diuisa bifariam in vertice parabolæ; sed diuiditur bifariam in H , igitur HK lapis est axis parabolæ AHF .

Rursus LP dupla est NO , & quadrupla QN , est ergo ratio LP ad NQ dupla rationis eiusdem LP ad NO ; quapropter Q & P sunt in eadem parabola in qua A : cumque AP sit bifariam diuisa in O , aut axis in recta NO ; & quia tangit parabolam in A , vertex parabolæ diuidet NO bifariam; sed iam diuisa fuit bifariam in Q , igitur QO est axis parabolæ AQP .

Porro RP dupla est TO , quadrupla verò SO ; quare ratio RP ad SO dupla est rationis eiusdem RP ad TO : sunt ergo S & P in eadem parabola, quæ tangitur ab AT ; erit ergo vertex eius in S , vbi TO bifariam diuisa est. Erit autem RP in ipsa LP ; cum enim R & L æquè distent vtrunque ab E , medio puncto semicirculi $DLEA$, & LP ducta sit parallela diametro AD , transibit LP per punctum R . Et eadem de causa SO erit pars rectæ NO .

Præterea, puncta Q, H, S erunt in eadem ellipsi in qua A & B , cum QS æqualis sit NV . Est etiam AL media proportionalis inter AD & LD ; & AE media inter AD & EF . Et AR media inter AD & RP , propter semicircumferentiam $DLEA$; vnde fit vt ALD , AED , ARD anguli recti; & triangula ALD APL , sicut & AED , AFE , & ARD , APR , similia sint.

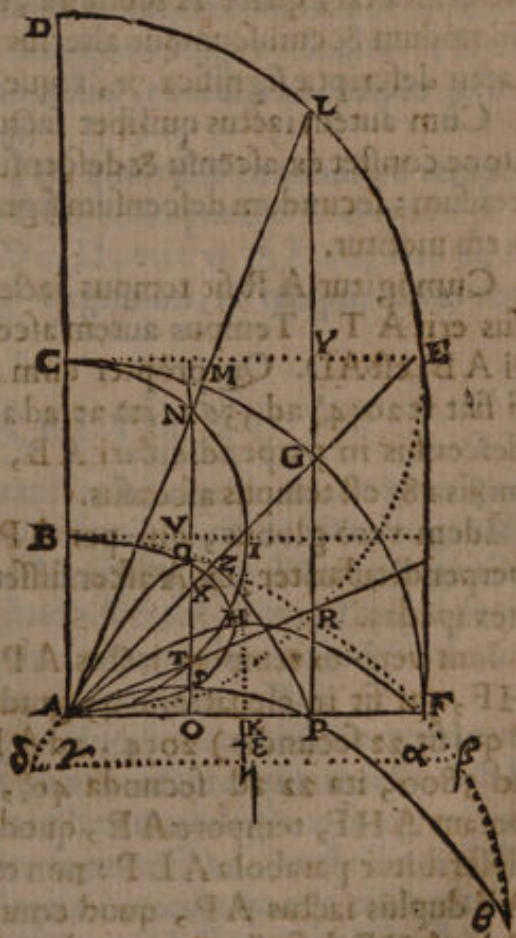
Postremo, parabola punctim descripta BF , tangit parabolam AHF in F , si enim recta FC , ducta intelligatur, vtramque tanget. Parabolæ verò $BZRF$ focus est A , cum AF dupla sit AB , & parameter qua drupla AB , nam applicata, media est inter diametrum & parametrum.

Eadem parabola BF tactura videtur parabolam AQP vbi recta ducta à puncto B per verticem Q terminabitur in ipsa sectione, putà ad Z , quæ in hac parabola videtur esse in ipsa linea AE : quo posito, X erit focus, & erit QT æqualis parametro.

Tertia pars propositionis ad calculum lineas omnes figuræ reuocat, obseruatione suppositâ iactus globi è tormento maiore ad $22'$ gradus super horizontem: hoc est cum tormentum ex A in R libraretur, globus descripsit parabolam ASP , fuitque iactus longitudo in horizonte AP 1900 hexapedarum; cuius iactus alias postea circumstantias explicaturus sum. Quo posito erit etiam PG 1900 hexaped. cum sit 2 .

59

Quoniam HK est $670'$ proximè, erit $H\alpha$ $678'$. Fiat inter HK & $H\alpha$, media proportionalis He 674 proximè: cùmque AF ad $\delta\beta$ $AFSP$ fit in subdupla ratione HK ad $H\alpha$, erit AF ad $\delta\beta$, vt $670'$ ad 674 . Sed AF est 2681 ; si ergo fiat vt $170'$ ad 674 , ita 2681 ad aliud, inuenietur 2686 proximè.



Deinde cum $\gamma\alpha$ sit æqualis AF , nimirum 2681, erit $\delta\gamma$, & $\alpha\beta$ simul & $\alpha\beta$ 2'. Quapropter $\gamma\beta$ erit longitudo plani, quam transit globus excussus ab A cum tormentum octo hexapedis horizonti superextat; hoc est illius longitudo in horizonte $\delta\beta$ sumpta, erit 2683' hexapodum; quæ longitudo vix sensibilibiter discrepat ab ea quæ fit in horizonte AF , licet octo hexapedis altiore.

Quarta pars propositionis ostendit qua ratione duratio cuiusque iactus reperiatur, hoc est quanto temporis spatio sagittæ, iacula, globi, & alia $\beta\epsilon\lambda\omicron\mu\epsilon\nu\alpha$ suas parabolas describant, cum iaculationis, seu iactus aliquius tempus ex observatione datum est.

Verbi gratiâ, iactus globi 33' librarum, in elevatione 22 graduum super horizontem, tempus 22 secundorum consumpsit, ex observatione accuratissima D. Petiti; hoc est ASP curua spatio 22 secundorum descripta est; quare AR erit 22, cum AR sit tempus iactuum quemadmodum & cuiuscunque alterius iactus tempus à tangente curvæ, 2 iactu descriptæ significatur, atque definitur.

Cum autem iactus quilibet factus in aliqua super horizontem elevatione constet ex ascensu & descensu, primum tangentis dimidium, ascensum; secundum descensum significat, cuiusque tempus, seu durationem metitur.

Cum igitur AR sit tempus iactus per curvam ASP , tempus ascensus erit AT . Tempus autem ascensus, & descensus in perpendiculari AB , est AD . Quapropter cum AR sit ad AD , ut 205 4' ad 5362, si fiat ut 205 4' ad 5362, ita 22 ad aliud, inuenietur tempus ascensus & descensus in perpendiculari AB , esse ferè 57' secundorum, cuius semissis 28' est tempus ascensus.

Idem verò globus, qui per AP 1900 hexapedas percurrit, emissus perpendiculariter, ex A ascendisset ad B , fecissetque ascensu suo 1340' hexapedas.

Iam verò ex tempore iactus AP dato, facile tempus medij iactus AHF , qui fit in elevatione 45 graduum, innotescit, si quidem ut AR (qui fit 22 secundis) 205 4' ad A tangente iactus medij, hoc est ad 3800, ita 22 ad secunda 40', quapropter globus describet parabolam AHF , tempore AE , quod cum sit ferè duplum temporis, quo describitur parabola ALP : non est tamen in plano horizontali iactus AF duplus iactus AP , quod contingeret si iactus solam lineam rectam AHF describerent; verum ascensus KH maior ascensu OS maius tempus requirit.

Porro partium omnium parabolæ AHF , & parabolæ ASP , vel aliarum comparatio cum diuersis partibus temporis, quibus describun-

tur, nouas meditationes desiderat, quibus datæ quælibet partes quarumcunque parabolarum conferantur cum datis quibuscumque partibus temporum. Nunc enim sufficit ex quolibet dato tempore cuiuslibet iactus, quemlibet alium iactum, & illius tempus inferre, vt fieri potest ex istius propositionis intellectu, quam vnicuique, quantum voluerit, amplificandam permitto.

COROLLARIUM I.

Dato tempore quo durat iactus verticalis CA, dare tempus cuiuscumque alterius iactus ad quamcunque in horizonte, eleuationem, & vice versa.

Sit datum tēpus verticalis AD, describaturque diametro AD semicircumferentia DLA; sitque data quæcumque eleuatio AL; si fiat vt recta AD ad AL, ita tempus iactus verticalis ad tempus iactus in eleuatione AL, quæstio soluetur.

Sit datum tempus iactus AQP, ex quo velis concludere tempus iactus verticalis: fiat triangulum APL, & in puncto L erigatur perpendicularis ad AL, quæ secet AD in D, erit vt AL cognita ad AD cognitum, ita tempus per AQD cognitum, ad tempus iactus verticalis quæsitum.

COROLLARIUM II.

SI globi, & alia missilia per eandem lineam emissa, & idem iter percurrentia, tantumdem temporis consumunt; data iactus longitudine & eleuatione super horizontem, dabitur tempus iactus; nam quotiescumque, verbi gratiâ, dabitur longitudo AP, ex iactus ad 22 graduum eleuatione, tempus erit 22 secundorum; cumque dabitur longitudo verticalis AB, dabitur tempus ascensus, secundorum 28½.

Vbi notandum solam iactus longitudinem minimè sufficere ad tempus inueniendum, alioqui tempus idem consumeretur in iactu ASP, ac in iactu AQP, cum sint eiusdem in horizontali plano longitudinis, vbi tamen est huius duratio ad durationem illius, vt AG ad AR.

Nobile verò problema fuerit, si quis inueniat quæ sit ratio parabolæ AQP ad parabolam ASP, & quantum differat à ratione AG ad AR. Quod enim spectat ad similes parabolarum partes, facile reperitur quam inter se rationem habeant, eam videlicet quæ est inter illarum ordinatas, vel parmetros similiter applicatas, & inter par-

tes axis inter verticem & focum intereptas. Vbi notare possis iuniorem Paschalem (à quo mira possis expectare cum in puris, tum in mixtis Mathematicis) generalem methodum inuenisse, cuius beneficio innotescat quam inter se rationem habeant spatia quæcumque lineis rectis, & curuis conicis comprehensa.

COROLLARIUM III.

POssunt etiam inferi missilium velocitates ex iactuum longitudine; cum enim eadem longitudo ex eadem super horizontem eleuatione, eandem velocitas arguat, & ex eodem tempore eadem inferatur velocitas, si fuerit in eadem eleuatione dupla, vel tripla longitudo, &c. velocitas dupla, vel tripla dicetur: quamquam non nihil difficultatis in eo esse videatur quod non possit esse maior eiusdem eleuationis longitudo, quin missile altius ascendat.

COROLLARIUM IV.

Factus eleuatione, & illius horizontali longitudine cognita, iactum verticalem inuenire, & vice versa.

SUPER extremis plani dati iactus AP , erigantur duæ perpendiculares indefinitæ AD & PL , & à puncto A , iactus initio, in angulo eleuationis cuiuscumque, ducatur AL recta secans perpendicularem PL in L ; & à puncto L ducatur perpendicularis ad PL , nempe LD , (quæ hîc subintelligenda) secans perpendicularem AD in D , sumaturque ab A versus D , quarta pars totius AD , quæ dabit AB pro sublimitate iactus verticalis.

Dato verò iactu verticali AB , vel alio quocumque, quivis alius iactus hac ratione reperietur. Fiat linea AD quadrupla iactus AB , & AD diametro describatur semicircumferentia DEA ; requiraturque longitudo iactus in eleuatione AE , ducaturque ab A in E recta, quæ tangat prædictam semicircumferentiam in E , (eodemque modo in reliquis iactibus linea referens inclinationem, vel eleuationem, usque ad circumferentiam ducenda est) & ab illo puncto E demittatur linea plano AF perpendicularis, quæ secans AF in F , demonstrabit quæsitum iactus longitudinem AF .

COROLLARIUM V.

VNiuscuiusque iactus altitudinem, hoc est axem parabolæ ita reperiēs. Dato plano AP , iactus cuiuscumque, fiat triangulum APL , ut antea dictum est; diuidaturque AL bifariam in N , & demittatur perpendicularis NO , quæ bifariam diuidatur in Q , erit OQ axis parabolæ, seu iactus sublimitas. Idemque continget in omni alio iactu, qualis est iactus medius 45 graduum; ductâ siquidem tangente AE bifariam sectâ in I , & ex puncto I demissa perpendiculari IK in H bifariam sectâ, punctum H dat sublimitatem iactus eleuationis 45 graduum, eritque KH axis parabolæ AHE .

MONITUM.

Cum satis hætenus de iactibus in medio non impediēte factis egerim, quædam addenda supersunt circa iactus in impediēte medio factis, qualis est ær, aqua, & qualia sunt corpora liquida, quæ cum sint magis vel minus mobilia, diuersis modis resistent proiectis. Nec erit inutile si quis projectiones, & casus in aqua diligentius, quàm hucusque factum sit, obseruet: quod cum longè sit difficilius quàm in aère, vix sperem, aut expectem, ut ab ullo fiat. Vtut sit, projectiones iterum in aère considerabimus, postquam Tabulæ iactuum in medio non impediēte, quas à Galileo supputatas habemus, intellectæ fuerint, in quarum gratiam erit sequens propositio; quas quidem tabulas cum tabulis Ingeniosorum, 25 propositione descriptis, conferre possis.

PROPOSITIO XXX.

Tabulam omnium iactuum Theoricam proponere explicare; eique varias observationes accommodare.

Cum ex propositione præcedēte nouam iactuum Tabulam condere possimus, quam postea quis cum tabula Ingeniosorum propos. 25. comparare queat; iamque Galileus illud fecerit, iuuabit Ingeniosos, Tabulâ illam hic clare, & ad usum explicasse. Incipit autem à gradu 45, cuius cum longitudinem noueris, aliorum iactuum longitudines tabula exhibebit: quæ hoc artificio constituitur, ut prima columna gradus

Magnitudines iactuum in horizonte.

Grad. elevationis - Grad. elevat.

45	10000	
46	9994	44
47	9976	43
48	9945	42
49	9902	41
50	9848	40
51	9782	39
52	9704	38
53	9612	37
54	9511	36
55	9396	35
56	9272	34
57	9136	33
58	8989	32
59	8829	31
60	8659	30
61	8481	29
62	8290	28
63	8090	27
64	7880	26
65	7660	25
66	7431	24
67	7191	23
68	6944	22
69	6692	21
70	6428	20
71	6157	19
72	5878	18
73	5592	17
74	5300	16
75	5000	15
76	4694	14
77	4383	13
78	4067	12
79	3746	11
80	3420	10
81	3090	9
82	2756	8
83	2419	7
84	2079	6
85	1735	5
86	1391	4
87	1044	3
88	698	2
89	349	1

omnes, siue angulos elevationis super horizontem complectatur, à 45 vsque ad 89, ex cuius regione secunda colūna tribuit cuiuslibet iactus longitudinem, qui fit in elevatione quapiam à gradu 45 ad 89, cum enim sit catapulta verticalis in elevatione 90 graduum, nulla potest esse iactus verticalis longitudo, quippe qui totius versatur in altitudine. Tertia columna gradus reliquos complectitur à 44 ad primum, cuius numeri positam habent cuiusque gradus longitudinem ad læuam; itavt gradus elevationis 44 huius columnæ, eandem habeat iactus longitudinem, quam gradus 46; & gradus 43 eandem, quam gradus 47, & ita de reliquis gradibus tantundem infra, quàm supra 45 gradus collocatis, vsque ad gradum vltimum tam huius, quàm primæ columnæ, & 89, qui docent catapultam 89 gradibus eleuatā, suum habere iactum eiusdem longitudinis, ac quando supra horizontem vnico gradu eleuatur, hoc est 349. Vnde constat solum gradū 45 carere loco, vt iam superius dictum est.

P R A X I S.

VT verò propiùs ad praxim accedamus, sit iactus medius pedum 10000, absque vlla supputatione numeri descendentes dabunt iactum cuiuscumque alterius elevationis super, vel sub 45 gradibus existentis: exempli causā, iactum 22 graduum 6944 pedum, quem excedit iamus globi ad 22 graduum elevationem, de qua propositione sequente actum est. Quare si numeri secundæ columnæ pedibus exprimuntur, sufficiet Tabula iactibus maiorum nostrorum tormentorum exprimendis, quos superabunt, si hexapedas significant.

Quanquam

Quamquam hæc tabula quibuscumque possit adaptari tormentis, & arcubus, beneficio regulæ proportionis, ut in exemplo tormenti præcedentis constat, cuius iactus ad 22 gradus elevationis cum 1900 sexpedum fuerit, fiat ut tabulæ numerus è regione 22 positus, nempe 6944, ad numerum 45 graduum, hoc est 10000, ita 1900 ad alium, prodibit numerus hexapedarum iactus tormenti ad 45 gradus eleuati, 2736, & paulò amplius, hoc est vnus leuæ Gallicæ, quam 2500 hexapedis definiuimus, & præterea 236 sexpedum. Si verò iuxta tabulam practicam propof. 25 numeremus, cuius iactus 22 graduum 12500, & 45 graduum 16200, nostri tormenti iactus erit sexpedarum 2352, quod ob aërem impediens facile credidero. Similiter cum sagittam miserit arcubalista per spatium 50 hexapedum, ad eleuationem 22 graduum; ut noueris spatium ad 45 graduum eleuationem percurrentum, fiat ut 6944 ad 10000, ita 50 ad aliud, prodibunt ferè 72 sexpedæ pro iactu sagittæ medio.

Aliud exemplum sit eiusdem arcus, cuius iactus medius sit, ut antea, 72 sexpedum, quæratûrque iactus illius ad vnum gradum eleuationis; fiatque propterea ut 10000, numerus tabulæ 45 graduum, ad 349, numerum tabulæ gradus vnus, ita 72 ad 2¹ hexapedas, & paulò amplius. Sed iuxta Practicam tabulam 25. prop. erit iactus nostri arcus ad gradum vnum eleuationis, 12 sexpedarum, ut enim 16200 iactus 45 graduum, ad 2700, iactum vnus gradus; ita 72 ad 12. Facit enim illa tabula iactum vnus gradus subsextuplū iactus 45 graduum; cum Theorica tabula eundem faciat ad iactum 45 graduum, ut 1 ad 29. ferè.

Cum autem experientia centies repetita constet iactum sagittæ ad eleuationem vnus gradus, esse mediij iactus partem longè maiorem, quàm partem 29; idemque contingat globis tam minorū, quàm maiorum tormentorum; certum est illam tabulam theoricam initio præsertim, hoc est ad primos eleuationis gradus, ab obseruationibus maximè deficere; quis enim credat iaculatores ad scopum rectà collineantes, suas catapultas ad maiorem, quàm vnus gradus, eleuationem librare? cum existiment esse horizonti parallelas.

Ex Tabula verò, debent eleuari vltra septem gradus, ut illarum iactus, nostris iactibus obseruatis horizontalibus, id est nullius eleuationis, vtcumque respondeant; dixi *vtcumque*, quandoquidem numerus 2419, respondens eleuationi septem graduum, minor est quarta parte numeri 10000, eleuationis 45 graduum, cum tamen iactus catapultæ horizonti parallelæ sit maior quarta parte mediij iactus eiusdem: docet enim experientia, ut iam sæpius dictum est, iactu medio 360 hexapedarum existente, iactum horizontalem esse 100 hexapedarum, vel ad

minimum, illius esse sub quadruplum. Iactus igitur quinque graduum istius Tabulæ respondet utcumque iactui unius gradus tabulæ prop. 25. & iactus 10 aut 11 graduum tabulæ propof. istius, satis accedit ad iactus horizontales à nobis observatos.

MONITUM.

Licet illæ Tabulæ non parum à vero deflectant, si maiorum tormentorum iactus sint minorum iactibus similes, nulli tamen theoriam amanti sequens Tabula, vel propositio displicebit, quæ iactuum præcedentium altitudines explicantur; quæ si reperiantur in iactuum medio, describentur parabolæ; si verò magis absint à iactuum initio quàm à fine, figura in aëre descripta curvam irregularem exhibet, ut in observationibus contingere iam satis constat ex Hydraulicis.

PROPOSITIO XXXI.

*Iactuum cuiuslibet elevationis altitudines
explicare.*

Iactus altitudo solum intelligitur de iactibus aliquem cum horizontem facientibus angulum, ut ex figuris 27 & 28 prop. constat, ex quibus iam repetatur ACD circuli quadrans, quo septem diuersi iactus comprehenduntur; quorum altitudo, lb quidem, iactus Alc ; br , iactus Arc ; iactus Amf , mc ; iactus Aqf , qc ; iactus Ang , nd ; iactus Apq , pd ; iactus denique socio carentis, seu medij Aod , altitudo eo . Quibus addi potest verticalis altitudo AC , quæ est, in sequente Tabula, æqualis longitudini iactus medij, cuius altitudo 50000, hoc est verticalis subdupla.

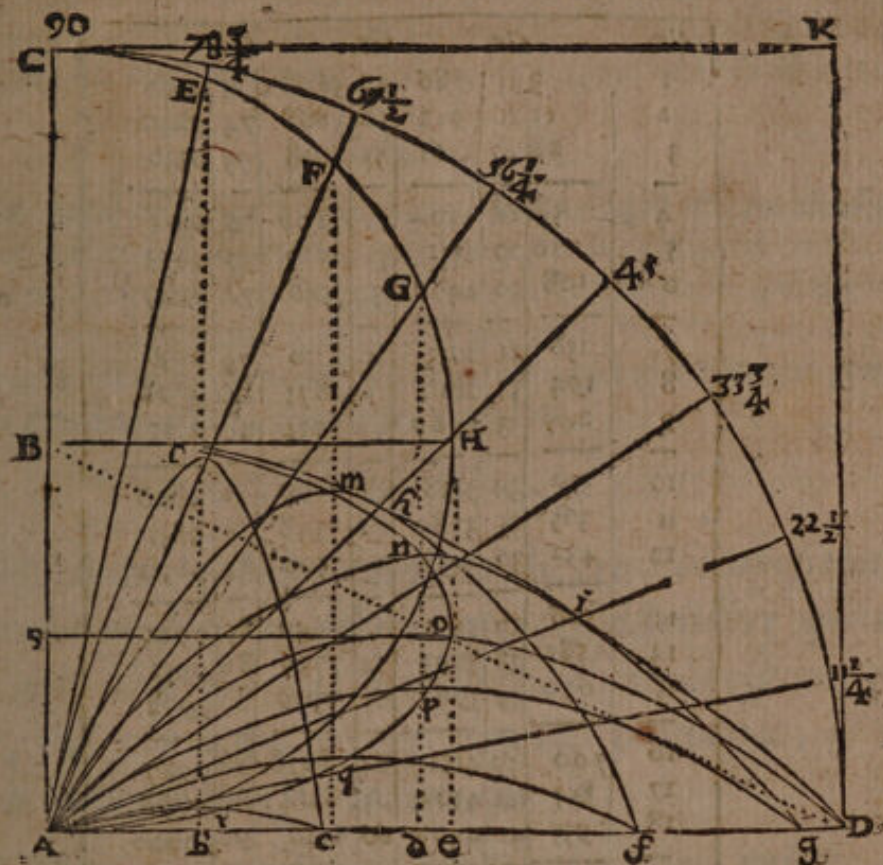
At verò cum antea probauerimus iactum verticalem AB esse subduplum medij AD , caue ne putes hanc altitudinum tabulam ex omni parte referri ad longitudines iactuum tabulæ præcedentis propof. alioqui iactus verticalis sagittæ esset eiusdem medio iactui æqualis: sunt igitur hæ duæ tabulæ scorsim considerandæ, duplòque maiore impetu iactus istius, quàm illius tabulæ fieri necesse est.

Itaque supponamus ad tabulæ sequentis faciliorem intellectum, aliquius globi, vel sagittæ iactum verticalem esse 10000, reliquosque iactus fieri absque aëris, aut alterius medij resistentia, erit altitudo iactus unius gradus, 3; duorum graduum, 13; trium graduum, 28, & ita de

BALLISTICA.

107

reliquis, vt in fequente tabula cernitur; cuius prima colum̃na gradus



omnes elevationis ab 1 ad 90, complectitur: secunda iactus altitudinem gradui è regione debitam.

Porro longè difficilior est experientia, & observatio harum altitudinum, quàm longitudinum, quas videlicet horizon ostendit, cum nullum in aëre supersit vestigium altitudinum; quæ sine turribus, vel rupibus altissimis, observari nequeunt; quibus notam aliquam globi, vel sagittæ contactibus suis imprimant, nisi fenestræ fiant in turribus, & in rupibus stationes, ex quibus iactuum observes altitudinem. Crediderim autem has altitudines melius à globis, & sagittis observari quàm longitudines, quamvis aër his & illis officiat. Quæ omnia facile in salientibus deprehendes, ut Hydraulica doceat quod Ballistica negaverit.

ALTITVDINES IACTVVM.

Gr.	Gr.	Gr.	Gr.
1	325	1786	49 5698
2	1316	1922	50 5868
3	2847	2061	51 6038
4	5028	2204	52 6207
5	7629	2351	53 6379
6	10830	2499	54 6546
7	15041	2653	55 6710
8	19432	2810	56 6873
9	24533	2967	57 7033
10	30234	3128	58 7190
11	36535	3289	59 7348
12	43236	3456	60 7502
13	50637	3621	61 7649
14	58538	3793	62 7796
15	67039	3962	63 7939
16	76040	4132	64 8078
17	85541	4304	65 8214
18	95542	4477	66 8346
19	106043	4654	67 8474
20	117044	4827	68 8597
21	128545	5000	69 8715
22	140246	5173	70 8830
23	152747	5346	71 8940
24	168548	5521	72 9045

Cūque salientis, vel iactus cuiuspiam altitudinem agnoueris, verbi gratiā salientis ad eleuationem 22 graduum, quæ est in tabula, 1402 quampiam alteram beneficio regulæ proportionis inuenies. Exemplum esto iactus, vel salientis, cuius altitudo 22 pedum, ad prædictam 22 graduum eleuationem: & quærat altitudo verticalis; quæ habebitur, si vt 1402 ad 10000, ita fiat 20 ad 142, & paulò amplius, hoc est altitudo iactus verticalis erit ad minimum septupla altitudinis iactus viginti duorum graduum.

Eodémque modo alia iactus cuiuslibet altitudo, verbi gratiā iactus

medij 45 graduum inuenietur; qui cum sit 5000, in tabula; si vt 1402 ad 5000, ita fiat 20 ad alium numerum, altitudo salientis, vel iactus, ad 45 graduum eleuationem, erit 71; proximè; vel, absque noua supputatione, dimidia erit verticalis altitudinis: neque difficilius est ex altitudine verticali, 22 graduum altitudinem, aut quamlibet aliam inferre.

MONITVM.

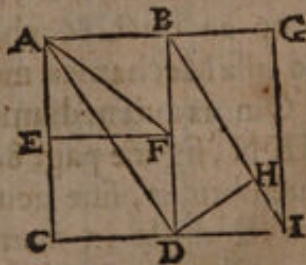
CVM nondum desint qui negent globum, sagittam, aut aliud graue verticaliter emissum ab eo qui vel eques incedit, vel curru, naui, aut alio modo gestatur, ad iacentis manum redire posse; quòd motuum compositioni numquam animum adhibuerint, placet sequente propositione difficultatem omnem amouere, variaque phænomena prædictæ compositioni necessariò coniuncta explicare.

PROPOSITIO XXXII.

Motuum quorundam explicare compositionem, naturalis præsertim, & violenti; & ostendere quomodo pila, vel alia graua, quæ verticaliter quispiam equo, naue, vel curru vectus verticaliter proiecerit, in illius tamen manum necessariò redeant.

VT motuum compositiones intelligantur, quæ totidem modis combinari, conternari, cōquaternari, &c. quot numeri, vel lineæ coniungi, miscerique possunt, præter ea quæ diximus tam præludio, quàm à 20. propos. Mechanicorum vsque ad calcem, nonnulla velim addere, quæ iuuent imaginationem, & intellectum.

Sit igitur ABEF quadratum, cuius duplum parallelogrammum AD; atque ex angulo quadrati A sufflet ventus in B, eodem impetu quo ventus alter ex A in E, clarum est mobile in A intellectum, neque ad B, neque ad E punctum iturum, sed ad F, per rectam AF, quæ ita componetur ex motibus AB & AE, vt tamen non sit illi æqualis, licet vtriusque impellentis vel trahentis desiderio vtcumque satisficiat; cum enim qui pellit A, ad rectam B illud propellat, ad BF peruenit per AF; quemadmodum idem A impellens ad rectam E, scopum attingit in eodem puncto F, per eandem diametrum AF: neque tamen

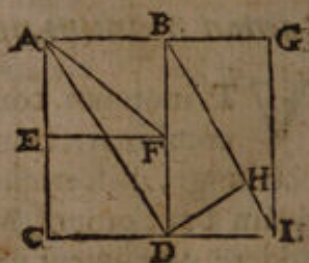


hic aut ille suis votis perfectè satisfacit, cùm hic graue A traherè vellet ad punctum E, ille verò ad B punctum. Quare dici potest vtrumque duntaxat ad scopum suum *διὰ μέν*, non verò *ὑπερβολά*, peruenire, cùm recta AF sit æqualis potentiâ rectæ AE, plus rectâ AB, ob quadratum AF, quadratis AE & AB æquale. Sit præterea rectangulum ABCD, sitque AC duplum AE; si vis intelligatur in A, quæ pellat graue A versus B, & alia vis primæ dupla, quæ idem graue A eodem tempore pellat in C, ad punctum D, per rectam AD, perueniet.

Vbi notandum est graue A latum, vel impulsus vno gradu celeritatis dextrorsum ad B, & vno gradu celeritatis deorsum in E, quibus peruenit ad F, non acquisiuisse duos gradus celeritatis; aut tres gradus in puncto D, cum duobus gradibus celeritatis motu est ab A ad C, & vno ab A ad B, per rectam AD peruenit ad D, alioqui recta AF esset ad rectam AD, vt 2 ad 3 (cum linea sit ad lineam vt celeritas ad celeritatem); quod verum non est, quandoquidem est AF ad AD, vt 2 ad radicem 10, vel vt radix 2, ad radicem 5. Hoc est, celeritas ab A ad F, ad celeritatem ab A ad D, non est vt composita ex AB, & BF, ad compositam ex AB & AC; sunt enim velocitates vt subtenas AF, AD, seu vt radices quadratorum ex lateribus aggregatorum.

Porro notandum est DH rectam ab angulo D in diagonalem BI perpendiculariter actam, minimè diuidere BI diametrum, in partes eandem inter se rationem habentes, quam habent BD & DI; neque prædictam perpendicularem ad hoc vtilem esse, vt discernatur quæ pars motus BI debeatur potentiæ mouenti mobile B in G, vel quæ pars debeatur potentiæ eodem tempore mouenti idem B in D (quæ quidem diametri BI partes in eadem esse debent, ac lineæ BG, BD, ratione. Quapropter emendandum quod prius ad prop. 22. tract. Mechan. pag. 80. secus dictum est; vt in Praefatione ad ipsa Mechanica monui, paragrapho quinto.

Omnis autem diameter iuxta laterum rationem diuidetur, si angulus EKN, figuræ pag. 80. Mechanicorum, aut alius quispiam siue rectus, siue obtusus, siue acutus, bifariam diuidatur, à linea ex anguli puncto K ducta in diametrum, quam semper in ratione laterum secabit. Angulus autem quilibet bifariam diuiditur pluribus modis, verbi gratiâ descripta circumferentia ex radio KE: Quapropter omisso diagrammate lib. Mechanicorum, constat ex hac figura propof. istius, DH rectam, non diuidere diagonalem BI, in ratione laterum BD I;



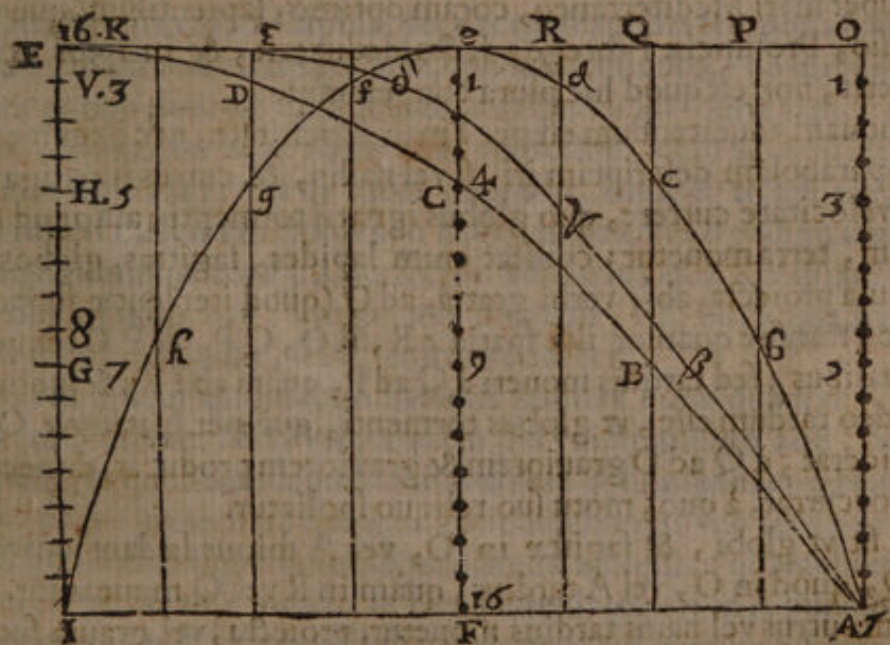
hoc est non diuidere angulum BDI bifariam.

Præterea notandum est non solum rectam AB, vel aliam quacumque, produci posse à duobus motibus AC, & AD, sed & ipsam rectam AC eodem tempore generari posse à duobus motibus FA, & AE; iterumque latus AE describi posse à duobus aliis motibus, & ita in infinitum. Hinc fit vt nescire possis à quibus causis motus aliquis propositus descriptus fuerit, nisi causas ipsas no- ueris; cum enim motus idem fieri possit à mille causis, vel à pauciori- bus, imo & ab vnico motore, semper incertum erit à quot, & à quibus, nisi motores ipsos videris, aut aliunde cognoueris.



Non solum autem recti motus à variis motoribus ad diuersas par- tes tendentibus, sed etiam motus circulares, & quouis modo curui, à diuersis motibus rectis generari possunt, vt ex sequente figura con- stat; si enim eodem tempore quo graue quoddam ab e puncto ca- det ad F, iuxta solitam velocitatis accretionem, hoc est per numeros quadratos 1, 4, 9, & 16, moueatur lateraliter æquabili motu, hisce duo- bus motibus compositis curuam e d, e b, A describet, quam sæpenume- ro parabolam esse diximus; idemque dicendum de sinistra parte para- bolæ e, f, g, h, I.

Hunc autem motum curuum, qui sensibus ita sunt obnoxij vt nil ferè rationi tribuant, vix credent, nisi descenderint è curru, vniformiter,



sive æquabiliter moto, stantibus enim in puncto I, globus, aut lapis

proiectus ab existente in curru perpendiculariter versus E puncturā, apparebit moueri, non per rectam IE, cum ascendendo, tum exscendendo, sed per curuā I, *h, g, f, e* ascendendo, & per *e, d, c, b* 7 exscendendo.

Similiter si quis ex curru moto manum attollens in *e*, pilam, aut lapidem ex *e* puncto labi sinat, eodemque tempore, quo descendit motu proprio ab *e* ad F, currus ad A perueniat, videbit oculus stans è regione puncti F, pilam non moueri per rectam *e* F, vt credit curru gestatus, sed per curuam *e* A.

Cuius motus ratio, & causa suggeritur ab ipsa figura, cum enim lapidi currus motum imprimat, quo spatium horizontale *e* R conficit eodem tempore, quo motu naturali descendit ab *e* ad 1, in perpendiculari *e* F, in sexdecim partes æquales diuisa, necessarium est ex istis duobus motibus simul iunctis componi motum curuum *e* d; cumque secundo tempore, propter motum à curru prius impressum, eodem tempore moueatur per R Q, quo descendit ab 1 ad 4; deinde per spatium Q P, & P O, moueatur horizontaliter iisdem temporibus, quibus descendit à 4 ad 9, & à 9 ad 16, necesse est vt eodem momento, quo punctum F tangeret in curru stante, tangat A in curru mobili.

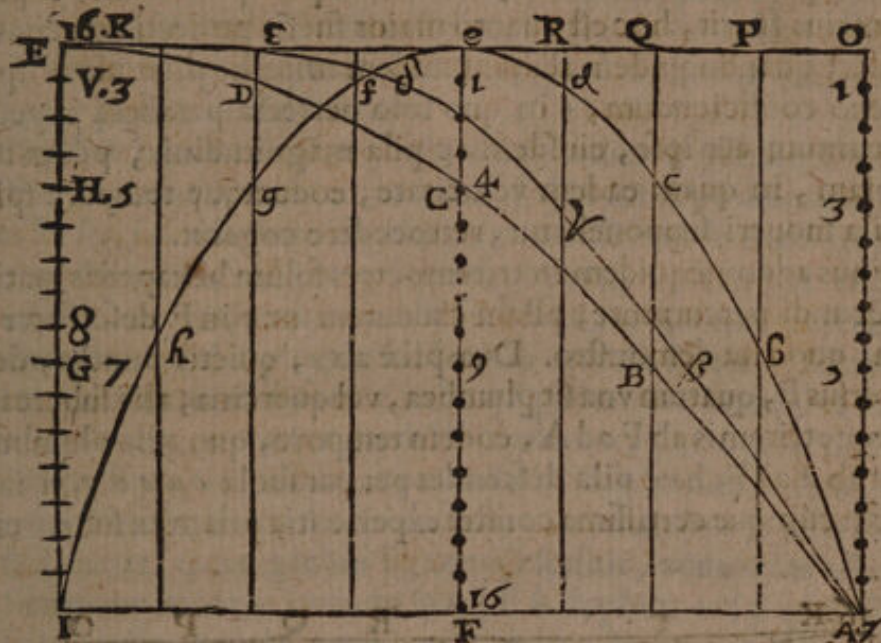
Quæ cum adeo clara sint, vt ipsis oculis sæpenumero satisfieri curauerimus; & tractatu suo de Translato motore, (quo ferè omnia elegantī stylo persequitur Gassendus noster, quæ Galileus operoso Dialogo quarto demonstrat) totam historiam ab experimento luculentissimo nauis super mari Mediterraneo, coram optimo, sapientissimoque Duce Alezio, Prouinciæ Prorege, facto deduxerit, & in ipsos oculos coniecerit, non est quod hic plura congeramus.

Quamquam aduertendum est nec à mali summitate, nec in curru perfectam parabolam descriptam iri, si vel nauis, & currus intelligantur eadem velocitate currere, quo globus ignarij tormenti, aut apud Aristarchum, terramouetur; constat enim lapides, sagittas, globos, & alia graua proiecta, ab *e* verbi gratiā, ad O (quod iter leuicæ supponatur) non transire quatuor illa spatia *e* R, R Q, Q P, & P O temporibus æqualibus; sed tardiùs moueri à Q ad P, quàm ab *e* R; & motum à P a O adeo tardum esse, vt globus tormenti, qui per spatium *e* Q sonum ediderat, à Q ad O grauiorem & grauiorem producat, donec horizonti occurrat, à quo, motu suo reliquo spoliatur.

Hinc fit vt globi, & sagittæ in O, vel A minus lædant quàm in R vel Q, quòd in O, vel A tardiùs, quàm in R vel Q moueantur. At verò dum currus vel nauis tardiùs mouetur, proiecta, vel graua suo ptenutu cadentia ferè nihil quod sensibus possit esse obnoxium, ab aëris resistentia patiuntur, cum nauis assequi nequeat motum lapidis manu
horizontali.

BALLISTICA.

horizontaliter proiecti: quod facile possis experiri, si tempus metiaris quo navis decem hexapedarum spatium confecerit, ad quas lapis proiectus velocius perueniet.

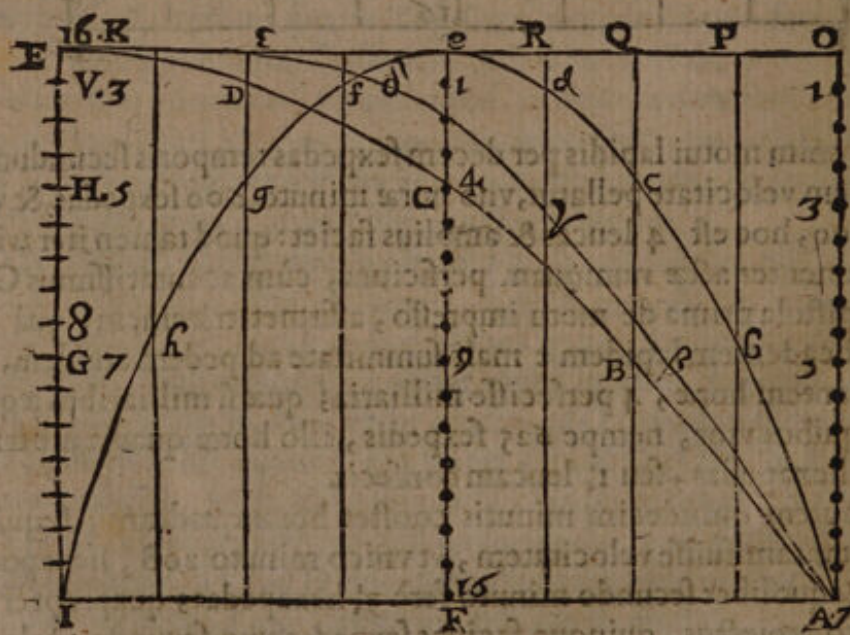


Demus enim motui lapidis per decem sexpedas temporis secundum; si
navis eadem velocitate pellatur, vno horæ minuto, 600 sexpedas, & vna
hora 36000, hoc est 14 leucas & amplius faciet: quod tamen iter trire-
mes vehementer actæ numquam perficiunt, cum accuratissimus Gas-
sendus Epistola prima de motu impresso, affirmet triremem, quâ ex-
pertus est cadentem lapidem è mali summitate ad pedem eiusdem, in-
tra quadrantem horæ, 4 perfecisse milliaria; quæ si milliariibus æqua-
lia sint, quibus vtor, nempe 625 sexpedis, illo horæ quadrante trire-
mis 3125 hexapodas, seu 1½ leucam confecit.

Cum autem quindecim minutis constet horæ quadrans, sequitur triremis tantam fuisse velocitatem, ut vnico minuto 208¹ hexapodas fecerit, & quolibet secundo minuto ferè 3¹ hexapedas; quapropter lapis à puero proiectus, quinque faciens sexpedas vno secundo, celerissimam triremen superat, vel ad minimum adæquat: quamobrem mirum non est pilam ab *e* puncto in F cadentem reperiri in A puncto, ad quod malus ex F in A, (quod sit spatium trium aut quatuor ad summum hexapedum) peruenit, cum in horizontali motu tantæ tarditatis parum admodum aer pilæ currenti officiat.

At secus continget si FA , per quod pila moueatur, vnius milliaris supponitur, quod triremis spatio 20 secundorum perficiat, tanta siquidem aëris resistentia in tanto spatio futura est, vt curua $e, e, b, 7$ longè citra punctum A desinat; tantoque semper ab exacta parabola magè deficiat, quanto solidum aëris, eodem tempore percussum, & præteritum, maius fuerit, hoc est quantò maior fuerit proiecti velocitas horizontalis; quandoquidem aër tantumdem impedit pilæ motæ spatium in vacuo conficiendum, (in quo solo perfecta parabola expectanda sit) quantum aër ipse, eiusdem ac pila magnitudinis, pilam in aëre suspensam, in quam eadem velocitate, eodemque tempore spiraret, quo pila moueri supponebatur, retrocedere cogeret.

Quibus addo nequidem in trireme, tres solùm hexapedas spatio minuti secundi percurrente, pilam cadentem ex e in F describere parabolam; quod ita demonstro. Duæ pilæ ab e , quietis puncto, descendant versus F , quarum vna sit plumbea, vel quercina, alia suberea; moueaturque triremis ab F ad A , eodem tempore, quo pila plumbea descendet ab e ad F ; hæc pila descendet per parabolā $e d c b 7$, vt iam dictum est: cūque certissima constet experientia pilam ex subere tardiùs



ab e ad F , quàm plumbeam descendere, quippe punctum 9 solum attingit, quando plumbea peruenit ad F ; & tamen primo dimidio secundo simul ita cum plumbea ab e ad i descendat, vt sensus nullum

inter ambas discriminē obseruare possit, clarum est initio motus pilam utramque partem e & d parabolæ ad sensum describere, deincepsque pilam subeream minimè d & b curuam assequi, sed per aliam descendere, eò latiore quò mouebitur tardiùs ab e ad F , donec pila tantæ fiat leuitatis, ut nullam aëris particulam possit impellere, vel permeare; sed neque tunc per e & F descenderet, neque ab e versus O moueretur, nisi forsan ad replendum spatium, quod triremis, vel eius mali summitas e post se relinqueret.

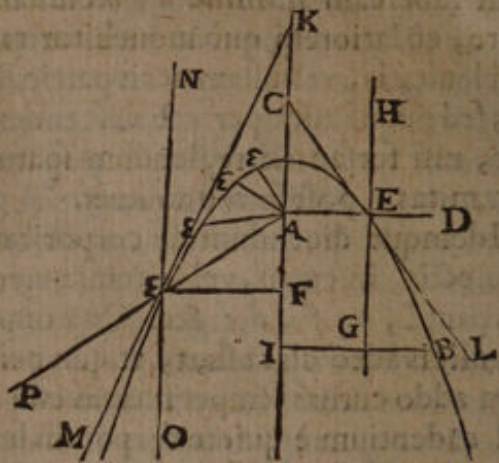
Idemque dicendum de corporibus leuioribus à puncto I versus E proiectis, in curru, vel triremi currente, quæ minimè descriptura sunt curuam I , h, g, f, e, d, c , &c. Quæ omnia ex nostris obseruationibus Hydraulicis adeo clara sunt, ut quis perdat operam si plura quærat. Tantùm addo curuas semper futuras esse differentes, quoties projectorum, vel cadentium è quiete corporum leuitas diuersa fuerit: exempli gratiâ, cum globus ex subere, ab e in F , 48 pedum existente, cadat spatio 3 secundorum, globus ex medulla sambuceæ, spatio 5. secundorum, & globus ex Cypriani vesicula constructus, 8 secundorum spatio, certum est curuas ab illis, ex mali e summitate cadentibus descriptas, inter se, & à curua, quam globus ligneus describit, admodum esse differentes: cumque triremis spatium spatij FA duplum, vel triplum faciat, quândiu medullaceus globus ab e ad F descendit, curua duplo, triplo-ve latior erit, quàm parabola eA , licet ab initio serè coincidat cum e & d curua.

MONITVM.

PLacet addere motum granium terræ motui supposito iunctum, ut appareat unicuique quid ex illa motuum coniunctione nascatur, vel quæ linea describatur: si tamen prius monuero tantùm ex motuum compositione nostrum profecisse Geometram, ut illorum ope generalem methodum inuenerit ad cuiuslibet curuæ tangētes facillimè reperendas, quales sunt trium sectionum conicarum curuæ, & choncoïdarum, cissoidis, quadratricis, trochoidis, &c. Vnicum exemplum in parabolæ gratiam afferro, si prius supponatur motus curuam describentis directionem in quolibet curuæ puncto esse rectam, quæ curuam in illo puncto tangit.

Sit igitur descripta parabola eEB , cuius focus A ; sitque tangens e puncti in recta PA siti reperienda. Quod ut fiat, ducatur à foco A ,

recta AD , per ϵ punctum transiens: deinde linea ϵF , perpendicularis axi AI . Cumque motus puncti ϵ , recedant æqualiter à puncto A , per lineam rectam $A\epsilon$; & à puncto C , (quod tantumdem à vertice parabolæ, quantum ab eodem focus A , distat) per lineam $F\epsilon$, sitq; directio motus illius in recta $A\epsilon$, ipsa $A\epsilon$; directioq; motus in recta $F\epsilon$, sit NO , vel KI . Fiatq; motus in $F\epsilon$ descendendo à C in F , sequitur motus istiusmodi æquales esse. Quapropter si diuidatur angulus $O\epsilon P$ bifariam recta MK , quæ est diameter rhombi circa $P\epsilon O$, & per consequens directio motus ex motu $P\epsilon$, & $O\epsilon$, compositi, erit ipsa MK tangens puncti parabolæ ϵEB .



Potest etiam ϵ punctum veluti sectio communis duarum rectarum intelligi, videlicet $A\epsilon$ infinitæ, circa punctum A motæ, & $F\epsilon$ similiter infinitæ sibi ipsi parallelæ ita descendentes, ut punctum F semper in linea CI maneat.

Idem ad figuræ dextram reperies, nam angulus rectus GED recta CL bifariam sectus ostendit LC tangentem; quod quidem inuentionis principium ex communi tangentium istarum inuentione confirmatur, quam habet Apollonius 33. lib. 1. Omitto reliqua, de quibus prædictum Geometram consulere possis. Addo solum, radius AC quauis celeritate motum, & in puncto C grauis aliquo intellectu, vel ipsius circumferentiæ CG partibus grauib; existentibus, si in aliquo circumferentiæ puncto dissiliant, puta in C , per lineam CB motas iri, quod sit tangens puncti C , quæ est linea directionis motus radij AC , circa punctum A : quod ex rotis proicientibus probari potest, nunquam enim pondus C , rotæ circumactæ, per CI , sed per CD , &c. mouebitur.



PROPOSITIO XXXIII.

Describere lineam oculo immoto apparentem, quæ in curru, equo vel naui currente solummodo perpendicularis existimatur, etiam motu diurno terra supposito.

Motus lapidis perpendiculariter in altum proiecti ex naue mota super mari, eademque naue habente motum telluris communem, si motus naui à vento, sit æqualis motui telluris, describet parabolam, cuius latitudo dupla est latitudinis parabolæ descriptæ à motu lapidis sursum, & motu naui horizontali æquabili, quiescente terra. Sit enim parabola facta ex motu lapidis sursum, & motu naui horizontali æquabili $A, b, c, d, e, f, g, h, i$, cuius dimidia latitudo FA . Cum ergo lapis est in b , propter motum naui, si accedat motus telluris æqualis motui à vento, erit lapis eo tempore in B , id est bis tantum progressus in linea horizontali. Similiter, secundo tempore, quo quiescente terra debebat esse in c , erit in C , & tertio tempore erit in D , cum absque motu terræ lapis sit tantum in d . Quarto denique tempore erit in E , & dimidia illius latitudo erit IA . Cõstat enim hanc lineam esse parabolicam, ex eo quod eF , diuidatur in partes 16 æquales, quarum una abscinditur in puncto D , 4 in puncto C , 9 ad B , & 16 ad A . Vide figuram pag. 114.

Porro si terra moueretur duplò tardius, quàm naui mouetur à vento, fieret parabola $A, \beta, \gamma, \delta, \epsilon$, cuius altitudo sesquialtera latitudinis FA . Denique si terra moueretur centies millies velocius, quàm naui feratur à vento, describeretur tamen parabola eiusdem altitudinis, sed latitudinis adeo immensæ, ut illa linea videretur recta oculo penitus immoto, à qua non differret sensibiliter. Si verò à vertice E tormentum exploderetur, quiescente naui, & eâ velocitate moueretur globus in partem aduersam, quâ fertur tellus, globulus propter grauitatem descendens describeret lineam rectam El , & quandiu globus in linea collineationis horizontali solet apparere, cerneretur immobilis in puncto E .

Si verò in eandem ac terra partem, puta ab E ad O , moueretur, oculo in E vel I immoto per parabolam $EDCBA$ currere videretur, cuius latitudo IA , dupla latitudinis parabolæ i, h, g, f, e .

Eodemque modo pila, à ludente in naui, percussa in e puncto versus E , videretur immobilis ab oculo in fluminis, vel maris immoto margine spectata, si eodem tempore ab e ad E moueretur, quo naui ab e ad O currit; & alia pila ab aduersario in E vi æquali percussa, ab eo-

dem oculo per totam lineam EO moueri videretur, eodem tempore quo prima pila in e puncto, velut in aëre suspensa cerneretur. Ex quibus facile alia phænomena quispiam intelligat.

Motum telluris ex annuo & diurno compositum omitto, quandoquidem ex dictis facile potest intelligi qualis pilæ motus ab oculo immoto videndus sit, his duobus motibus suppositis.

Sunt etiam alia quæ possint ex hac figura intelligi, præter motus illos ex verticali AO , vel $F e$, vel IE , & ex horizontali $O e$, vel $E e$, vel AF , & IF compositos, qui semper lineas parabolicas describent, minoris aut maioris latitudinis, iuxta motus horizontales æquabiles, tardiores vel celeriores; exempli gratiâ, si postquam cecidit lapis, aut aliud graue ab O ad A , vel ab e ad F , vel ab E ad I , certum est, ex dictis, lapidem tantum impetum in A , vel F , vel I concepisse, vt tempore æquali, quo descendit ex O , vel e , vel E in A , aut I , duplum spatium lineæ IE confecturus sit; hoc est, cum 4 temporibus ab E puncto ad I descenderit, si reuertatur ab I versus E , illa velocitate, quam acquisiuit in I , 4 temporibus 32 spatia percurreret per lineam IE ultra E productam.

Sed cum grauitas, quæ semper est comes lapidis tam ascendentis quam descendentis, hunc impetum eadem ratione retundat, & imminuat, quo illum in descensu iuuerat, & auxerat, continget primo tempore lapidem, qui sine grauitate octo spatia confecturus erat, septem duntaxat percursurum, & ad punctum G , non ad punctum 8 ascensurum. Secundo tempore alia octo spatia percurrisset vsq; ad E ; sed cum secundo tempore grauitas tres gradus auferat, & non ab 8 , sed à G incipiat, hoc tempore solum ad H ascendit. Tertio tempore grauitas ei quinque gradus adimit, & ideo ab H ad V ascendens tria duntaxat spatia percurrit. Quarto denique tempore spatium vnicum ab V ad E conficit, quod grauitas ei septem abstulerit. Vide figuram pag. 113. & 114.

MONITVM I.

De grauium descensu super planis inclinatis.

CUm iam de isto descensu pluribus in vtriusq; harmoniæ locis, & in Mechanicorū præludio dictum fuerit, sequentia facilius intelligi poterunt. Sit igitur planum inclinatum AB , super quo globus ab A puncto quietis, vsque ad H , vel ad B descendat. Vbi plura quæri possunt; primò, quantò tardius ille globus per AB , quam in perpendiculari AD descendat; secundò, quantò velocius in plano AF magis inclinato quam in AB ; atque adeo quibus in locis futurus sit in

à G ad F, vel à C ad B promouetur: eritque A B gēnerationis diamēter, & C B ordinata.

Si verò globus æquabili motu per æquē super plano inclinato, ac ipsum planum horizontale, moueretur, describeretur recta, quamcumque rationem motus illi ad inuicem habeant.

Si denique graua descenderent aliis modis, seu proportionibus, quas prop. 18. explicauimus; verbi gratiā, si quatuor primis temporibus æqualibus eo conficiant ordine & numero spatia, quo numeri serie naturali progrediuntur, 1, 2, 3, 4, &c. vt Varro, & alij existimant, in naue mota casus lapidis non describeret parabolam, sed aliam curuam, cuius proprietates faciliè innotescant, quòd sequatur numeros triangulares, 1, 3, 6, 10, &c. duobus enim primis temporibus, 3; tribus, 6; quatuor, 10 spatia lapis cadens percurrit.

PROPOSITIO XXXIV.

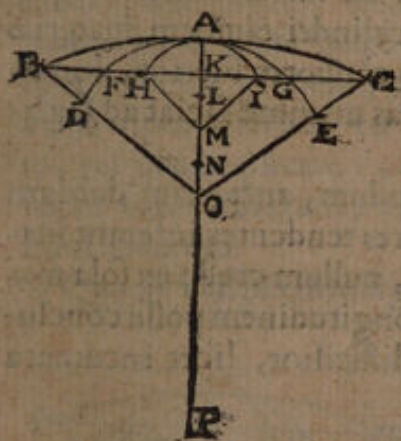
Dato arcu data tensionis, cuius sagitta, vel pila in data super horizontem inclinatione suum missile ad certum spatium mittat, dare alium arcum similiter tensum, qui suum missile longius emittat in data ratione, quantum fieri potest.

HÆc propositio erit sequentis veluti præambulum, siue præparatio. Vix autem vllum reperiās qui non asserat illud problemā esse penitus impossibile, nisi de rebus physicis geometricè crediderit tractandum esse, vt quemadmodum progressio numerorum, vel linearum in quacunque ratione in infinitum abit, qualis est, verbi gratiā, processus arithmeticus 1, 2, 3, &c. vel geometricus, 1, 2, 4, 8, &c. ita possit robur, & vigor arcuum magis ac magis crescere, & sagittas longius atque longius emittere, quod cum ex multis capitibus repugnare videatur, tum quòd illud virium augmentum non patiatur materiæ fragilitas, neque hominum industria possit arcus construere, vel flectere, si fingantur animo tantarum esse virium, vt suas sagittas hinc ad stellas, solem, vel lunam iaciant; neque fortassis aer tantam violentiam aut velocitatem pati queat, vt viam aperiat telis ea velocitate excussis, quæ necessaria foret ad iactus adeo longos & veloces; hæc propositio restringenda, nostris vt vsibus accommodetur.

Supponamus ergo balistas, vel arcus ad iactum maiorum tormentorum

torum ignariorum, hoc est ad tria milliaria, posse peruenire, nec enim desunt qui putent veterum machinas militares ad hoc spatium lapides talentarios, aut sagittas trabibus nostris æquales proiecisse; quod cum vix credam, neque hætenus ullâ ratione, vel auctoritate satis firmâ probatum viderim, ne tamen ulli repugnem, supponamus etiam hominum industriâ arcum vel chalybeum, vel cuiusvis alterius materiæ parari posse, qui vel solus, vel aliis iunctus viribus ad spatium præcedentis duplum, aut triplum, hoc est ad duas aut tres leucas telum, sagittam, lapidem, aut aliud graue quodpiam possit emittere.

Quibus positis, sit arcus sequens $H K I$ lunatus, cuius neruus ad M .



adductus faciat angulum æqualem angulo nerui $B C$, ad arcum $B A C$ pertinentis, & ad O adducti, sintque isti arcus cum suis sagittis, & neruis in omnibus similes; minoris autem $H A G$ tensio fiat vsque ad M vi ponderis 50 librarum, eiusque iactus medius, (qui & omnium maximus) sit 50 hexapedum, vt nostris arcubus ligneis contingit: quæaturque quanto maior esse debeat arcus, vt ad duplam vel triplam distantiam sagittas mittat: cuius robur si duplum fuerit pluribus sufficere videatur: quod quidem robur si metiaris ex

viribus tendentibus, experientia docet arcum chalybeum mille viribus, seu libris tensum, duplò solum longius sagittam emittere; cum enim arcubalistam illis ponderibus tendiderim; iactus illius vix centum hexapedas superauit, quamquam alia balista chalybea sagittam ad 150 sexpedas emisit.

Porro variis experimentis fultus suspicari potest quispiam vim arcus octuplam esse debere, vt iactum duplum habeat, qualis arcus $B A C$ arcus $H A C$ longitudine duplus futurus videtur, si fuerint inter se similes instar cuborum, qui sunt in ratione triplicata suorum laterum: atque adeo pondera tendentia in ratione triplicata iactuum futura; exempli gratia, si chalybeus arcus $H A G$ 50 libris tensus in M , sagittam ad 50 sexpedas mittat, arcus $B A C$ telum ad 50 missurus sexpedas, tendetur ad O libris 130.

At huic suspicioni non pauca opponuntur, præsertim verò quod istius tracti initio notatum est, arcum ligneum $B A L$ vno pondere tensum in L , sagittam suam emisisse ad certum spatium, & duplo pondere tensum

ad M, eandem sagittam emisisse ad duplum spatium: & ad N triplo-
 tensum pondere, ad triplum spatium excussisse. Quapropter arcus suffi-
 cere videtur duplus viribus, ut ad duplum spatium iaciat. In arcubus
 chalybeis nunquam ratio ponderum per æqualia spatia K L, L M, M N,
 L N O, neruum H C tendentium maior visa est, quàm (ad summum) du-
 plicata prædictorum spatiorum, ut in observationibus initio libri alla-
 tis reperies, sed qualis iactuum ratio ex illis punctis futura sit, an ea-
 dem ac in arcubus ligneis, an diuersa, iuxta tensionum diuersitatem,
 non potuimus obseruare.

Hic autem non solum arcus similes, sed etiam longitudine æquales,
 & crassitudine differentes considerari possunt; num videlicet arcus
 duplò vel triplò crassior, ut vim maiorem ad sui tensionem requi-
 rit ita longius telum mittat. Verùm cum cylindri eiusdem materiae
 vim eò maiorem requirant ut flectantur, quò crassiores fuerint, non eò
 velocius redeunt, cum tamen reditus velocitas maximè faciat ad sagit-
 tas longius transmittendas.

Quapropter in illam velocitatem inquirendum, antequam dubium
 præteritum solui possit: nisi enim diuersæ vires tendentes inferant ma-
 iorem recurrentis arcus & nerui velocitatem, nullum credo ex sola ma-
 iorum virium tensione iactuum maiorem longitudinem posse conclu-
 dere. Cur enim non occurrat materia flexu difficilior, licet incuruata
 minore velocitate recurrat?

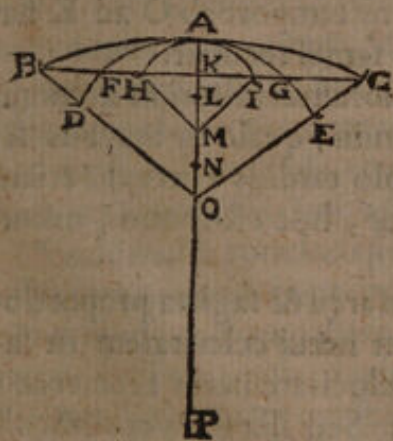
PROPOSITIO XXXV

*Arcu dato, cuius recursus sit datae velocitatis, alte-
 rum arcum inuenire, cuius recursus præscriptam ha-
 beat cum precedente velocitate rationem: ubi de ten-
 sione nerui necessaria, quâ bis, ter, &c. velocius, aut
 tardius recurrat.*

Quæ propositio (quemadmodum præcedens, & cæteræ materiam
 inuoluentes) intra naturæ & artis fines cohibenda, cum non ita
 possit quælibet exhiberi celeritas, ut solâ ratione consideratur. Cum
 autem maximum duplæ velocitatis signum esse videatur, cum missile
 duplum iter eo tempore percurrit, quo missile aliud conficit iter sub-
 duplum; constetque ex nona propositione huius tractatus, sagittam
 ex arcu chalybeo mille ad minimum libris tenso missam duplò tantùm
 velocius moueri sagittâ, quam arcus ligneus 30 libri tensus emittit

quippequæ 30 hexapedas duabus secundis percurrit, quas vnico secundo prior sagitta conficit, non absque causa putabit aliquis vim arcus vigecuplam esse debere, vt duplò velociùs redeat, vigesies enim 50 continentur in 1000. Vel quia chalybei reperientur arcus, qui forte libris 400 tensi possint illas 30 hexapedas spatio vnus secundi percurrere, saltem tensionum vires erunt in triplicata ratione velocitatum: vel in quadruplicata, si vis tendens validioris arcus sit sexdecupla virium arcus debilioris, hoc est si pondera sint inter se vt 800 ad 50. Vnde concludatur arcum eadem velocitate suam emittere sagittā, quā globus exignaria catapulta exploditur, (qui 90 videlicet hexapedas vno secundo facit) tendendum esse, vel 6400 libris ad minimum, vel ad summum 12800, aut 16000; vt illius catapultæ, quam vulgò dicunt *arquebussiam*, vis, & tensio respondeat tensioni 6000 librarum, si duplò tantum velociùs globum, quàm arcubalista chalybea sagittam excutiat; vel si triplò celeriùs, vis tensioni respondens erit in ratione triplicata, vel quadruplicata: ad 3, id est cùm arcus chalybei vis, vel tensio fuerit 1000 librarum, vis ignarij tormenti futura est 27, vel 81 millium librarum.

Quæ vt clariùs intelligantur, sit rursus figura præcedens, B A C P,



quæ referat duos arcus similes, eiusdemque materiæ, puta chalybeos, quorum maior B A C sit minoris H A G duplus longitudine, atque adeo quantitate octuplus, vt constet ex legibus corporum similium.

Ne verò repetamus quæ iam II. propos. dicta sunt, nempe velocitatem ab O ad K, eodem ferè modo crescere, ac grauium cadentium velocitatem, vt duplò sit velocior neruus B O C, cùm ad K, quàm ad M peruenit; verissimile videtur neruum maioris arcus, cuius ner-

uus duplò longiùs, quàm arcus subdupli tenditur, (cùm O K sit duplum M K ex constructione, & hypothesi) duplò velociùs versus punctum K moueri, quod verum erit, si eodem temporis momento, quo neruus minoris ab M puncto discedit, maioris neruus eadem velocitate ab O puncto recedat; vt enim lapis duplo tēpore cadens duplam celeritatem acquisiuit, ita neruus ab O ad K recurrens, in puncto K celeritatem sibi comparauit, quā, sine augmento, spatium deinceps spatij O K duplum eodem, vel æquali tempore conficere possit, quo spatium O K percur-

rerat, si liberum ei fieret, hoc est absque arcus retentione: adeo ut globus occurrere in K, & à neruo percussus, spatium spatij O K duplum sit confecturus, vel æquali tempore, quo neruus lineam O K percurrerat, dummodo globus vel sagitta discedens omnimodam nerui velocitatem induerit: cumque fere spatia æqualia temporibus æqualibus à sagittis percurrantur, ut ex variis observationibus constat, non absolum fuerit si quis illarum velocitatibus ad nerui redeuntis velocitatem inuestigandam utatur; hoc est, ut innotescat quo tempore neruus ab O ad K redeat.

Sit ergo sagittæ tanta velocitas ut 30 hexapedas vnus secundi spatium conficiat, (ut reuera contingit in emissionem arcus chalybei, de quo supra) sitque spatium O K sex digitorum, quale propemodum in illo arcu; rursus ab O ad K erit $\frac{1}{360}$ secundi, vel 10 quartis minutis, seu $\frac{1}{6}$ minuti tertij.

Quam velocitatem si placeat celeritati redeuntis harmonici nerui comparare, qui sonum acutissimum edit in Spinetis, Citharis, & aliis instrumentis, æqua proximè celeritas reperietur, si tamen fingatur ille neruus harmonicus sex digitos recursum suo conficere, cum tamen vix vnus vel alterius lineæ spatium percurrat. Vnde fit ut chorda ab O ad K sexagecuplo celerius moueatur, quod nempe linea sexagies in K O, hoc est dimidio pede, contineatur, & eodem tempore ab O ad K fiat recursus, quo neruus prædictus harmonicus semel recurrit.

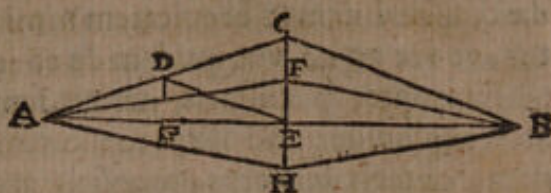
Hinc autem innotescit velocitas reditus quorumvis aliorum arcuum; exempli gratiâ, spatium K O sit 16 digitorum, quale in arcubus ligneis experimur, quorum sagittæ cum duplo tardius currant, etiam duplo tardius chordæ ab O ad K mouebuntur, hoc est spatio $\frac{1}{2}$ minuti tertij.

Porro quoties neruus optimam habet cum arcu & sagitta proportionem, crediderim vel totam, vel pene totam nerui celeritatem in sagittam transmitti, atque adeo nostram de velocitate nerui recurrentis ratiocinationem non longè à vero discedere. Sed illa semper difficultas de reperiendo arcu superest, cuius neruus dupla, tripla, &c. velocitate redeat, maximè cum tensionis spatium K O æquale fuerit, satis enim ex dictis constat eò maiorem esse cuiusvis arcus, & nerui velocitatem ab O puncto eadem celeritate recedentis, quo maius fuerit O K spatium.

Ut verò neruus in eodem spatio moueatur duplo velocius, hoc est ut ab O duplo promptius exeat, vi quadrupla tendendus est, ut constat ex Harmonicis nostris, in quibus ostensum est neruum A B vnica vi tensum, à puncto C, ad quod pellitur, semel redire, vique quadrupla

tensum bis redire, hoc est velocitatem reditus AB esse in virium, seu ponderum tendentium subdupplicata ratione.

Ostenfum est etiam neruum subduplum AE eadem vi, ac duplum AB tenfum, duplo velocius redire à puncto D ad punctum G, quàm neruum AB à puncto C ad E, licet punctum E moueatur æque velociter ac punctum D, quandoquidem spatium CE duplum spatij DG duplo tempore percurrit. Vnde concludebamus in Harmonicis acumen soni non à maiori nerui velocitate, sed ab illius recurfu frequentiore petendum.



Quibus ex harmonia repetitis facile reperietur arcuum velocitas; cum enim illorum nerui tenduntur in ratione duplicata velocitatum, prodibunt illæ velocitates. Sint enim duo præcedentes nerui AE, & AB, duorum arcuum ADE, & ACE, qui nihil iuvent, nec etiam impediant nerui velocitatem; quantumuis illi nerui longitudine differant, semper æquali celeritate mouebuntur, sit tanto longius ab horizonte, seu recta linea BA trahantur, quantò longiores fuerint, & æquali potentia, seu æquali pondere tensi fuerint.

Vbi verò alteruter in ratione suæ longitudinis, ad alterius longitudinem duplicata tendetur, dubio procul velocius quàm antea mouebitur in ratione tensionum subduplicata. Exempli gratia, si AE, vel AB, qui cum vnus libræ pondere tendebatur, vno tertio minuto semel recurrebat, quatuor libris tēdatur, eodem tempore bis recurret; si nouem libris tēdatur, ter redibit, hoc est triplò velocius mouebitur, & ita de reliquis.

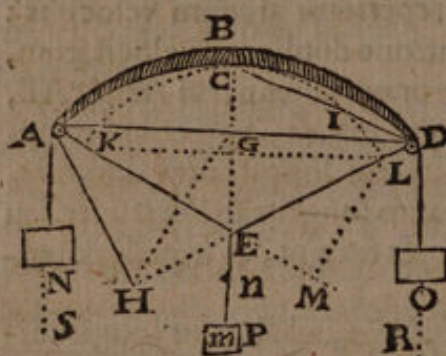
Vnde multa concludi possunt ad arcus, & illorum neruos attinentia, nēpetam maiores quàm minores æque velociter initio recurrere, cum nerui tenduntur æqualiter, & arcus sunt eiusdem perfectionis, & materiæ. Deinde tensionis eiusdem esse, cum vnisoni, si æquales sunt tam longitudine, quàm crassitudine & materia; vel si longitudine sola differant, cum illorum soni in eadem inter se ratione fuerint ac ipsi nerui: qui si crassitudine sola, vel simul crassitudine, & longitudine discrepent, soni in ratione subduplicata crassitudinum, vel in ratione composita ex ratione diuersarum longitudinum, & subduplicata crassitudinum æqualem neruorum velocitatem testabuntur, quod fusius in Harmonicis nostris explicauimus.

Vnicus ergo sonus nostris difficultatibus succurret, quo sagittarius non solum neruos unicuique arcui adhibitos, sed etiam vtcumque tensos explorabit, & quamlibet tensionum rationem ostendet. At verò

neruorum arcubus chalybeis feruentium vix tonum, hoc est soni grauitatem, aut potius grauitatis, vel acuminis gradum inuenies, ob chordæ crassitudinem & breuitatem nimiam, qua sonus tum obtusus redditur, vt vix ac ne vix quidem de eo iudicium satis exactum ferre possis.

Eapropter peculiaris nervus semper habendus, quem cum semel arcu exploraveris ad illius tensionem & velocitatem sono cognoscendam, cæteris deinceps propositis arcubus, quorum tensiones & velocitates inquirentur, accommodes: potius enim de arcuum, quàm de nervorum velocitate satagendum, cum nervi propter arcus redeant.

Quodlibet igitur arcus brachium instar nerui eiusdem, ac arcus, ma-



terix considerari potest, quales, verbi gratia, arcus A B D brachium A B, vel B D; cum enim nervus A D vel G quadruplo pondere O tensus acquirat duplam velocitatem illius, quam habebat, velocitatis, cum pondere subquadruplo tendebatur, (nervo labente super trochleam D) cur brachium B D etiam quadruplo pondere tensum non acquireret duplam sui recursus velocitatem? quando presertim eiusdem ac nervi materie supponitur: idemque de toto arcu A B D dicendum; tunc enim arcus erit instar nervi inflexi: quanquam

illa densitas maior circa B, & minor circa D, aliquid hac in parte mutare possit.

Cauetamen ne putes hanc proportionem arcubus, aut eorum neruis adhiberi non posse, quod ubi punctis D & A pondus aliquod apposeris, cuius loco postea quadruplum addatur, non tamen soni ex illis duabus tensionibus geniti diapason faciant: non enim sola primi ponderis tensio, sed etiam illa numeranda venit, quam habet ab arcu A B C neruum in lineam rectam A D trahente seu tendente; qua de re iam nonnihil prop. 3. ex qua satis constat solam arcus tensionem reliquis viribus, seu ponderibus nonnunquam æquiuale, quibus ad astragalum usque neruus adducitur.

Supponamus ergo nunc arcum A B D vi propriâ tantundem neruum A D tendere, quantum tenderetur à 40 libris O, eundem neruum super trochleâ D trahentibus; vt igitur neruus A D quadruplo magè tenderetur, & eâ tensione duplam velocitatem acquireret, 120 libris ad E punctum adducendus esset, quas absque fractione non sustinet.

Vnde sequitur solum arcum in directum $A D$ trahentem, totius ten-

fionis, qua ducitur ad E, dimidium efficere: quod si contigerit chalybeis arcubus, vt reuera potest contingere, iaculatores ipsi mirabuntur, quos Musici docebant exploratis collatisque sonis chordæ A D rectæ, & inflexæ A E D; si enim sonus chordæ G D soni chordæ D E (vel potius partis chordæ D E, æqualis chordæ G D) sit duplus acumine, chorda D E quadruplò magis tendetur, & chorda in D E, sumpta longitudine æqualis chordæ G D, cum chorda G D diapason efficiet.

Cum enim chorda G D in D E tracta longior euadat, & ob illam maiorem longitudinem fieri possit vt eiusdem ferè toni cum neruo G D appareat, etiamsi magis tendatur, quòd maior longitudo maiorem tensionem, saltem ex parte compenſet in obseruationibus sonorum, seu tonorum, non erit integra chorda D E capienda, sed pars æqualis chordæ D G: quod si commodè fieri nequeat sono totius nerui D E, qui grauior erit sono quæsito, sonus addendus est, quo fiat acutior, & ad illud acumen perueniat, quod ei neruo D E factò æquali chordæ G D, debetur.

Faciat, exempli causâ, neruus D E cum neruo G D ditonum, sitque, quàm par sit, longior D E parte sui decimasextâ, semitonium maius ditono præcedenti iunctum efficiet diatessaron, & arguet tensionem D E esse ad G D tensionem in sequitertiæ rationis duplicata ratione; hoc est duas illas tensiones esse vt 16 ad 9, & ita de cæteris.

Quæ licet prius eidem arcui quàm pluribus differentibus conuenire videantur, facile tamen omnibus accommodari possunt.

Vt igitur ex dictis propositioni nostræ satisfiat repetatur figura B A C P; cuius minor arcus H A I datus & tensus sit in M vi, seu pondere 20 librarum, cuius iactus aliquis datus sit 20 hexapedarum, quæratûrque arcus iactum suum similem habens præcedentis subduplum, vel subtriplum, cumque velocitas iactum duplum, vel triplum faciens, dupla, vel tripla sit ex suppositis (vbi omnia, hoc est arcus, angulus à neruis factus, sagittæ, & quæcumque alia referri possent, similia postulamus) arcus duplò longiùs iaciens, erit duplò longior, & octuplò maior arcu præcedente: Et vbi minor vno pondere tendetur, maior 8 tendendus erit; Quod ex arcu chalybeæ chordæ alterius similis octuplæ probatur, quæ non potest duplò moueri velociùs, nisi tendatur octuplò fortius chordâ simili suboctuplâ. Enimvero sola longitudo compensatur vt tensionis quadruplâ, & quadrupla crassitudo altera vi quadrupla, quæ simul additæ vim octuplam componunt.

Arcus igitur octuplus magnitudine B A C, postulat vim, seu pondus octuplum ponderis quo tenditur arcus H A I suboctuplus, vt eodem tempore maior ab O, quo minor ab M ad K, redeat; cumque O h. si

MK duplum, maioris arcus velocitas erit dupla velocitatis arcus minoris vno ponderetensi.

Quod si quis contendat iactum arcus BAC octuplum esse debere, cum octo viribus tendatur, meminerit sagittam illius arcus etiam alterius sagittæ octuplam requiri, & vim magnam esse necessariam ut telum octuplò grauius duplò longius proijciatur. Idem de iactu triplo dicendum, quippe maior arcus ad minorem esse debet in ratione 27 ad 1, hoc est triplicata, & ita de cæteris, donec hominum, vel ipsius materiæ potentia desinat.

Si verò non omnia similia fuerint, sed crassitudine sola, v. gr. vel longitudine sola differant, res videtur difficilior; nisi reuocetur iterum quod in harmonia dictum est, videlicet neruum longitudine æqualem & crassitudine maiorem, æquali celeritate moueri, si vis tendens sit eò maior quò fuerit crassior. Verbi gratia si fuerit arcus æqualis longitudine, duplò, vel triplo crassior, vi duplò, vel triplo maiore tendendus erit, ut æquali velocitate redeat, cum enim vi dupla, triplæue flangatur cum duplo, vel triplo tenuior vna vi rumpitur, idem de tensione ad idem spatium dici debet. Sit arcus tenuior vna libra tensus, triplo crassior tribus libris tensus, æqua velocitate recurret, neque duplo velocius mouebitur, donec 12 libris tendatur, neque triplo velocius, nisi libris 27. quarum tensionum hæc est regula generalis, esse oportere in ratione quæ sitarum velocitatum duplicata.

MONITVM.

Cum toties tam hisce nouis, quàm harmonicis libris de duplicata potentiarum, seu ponderum ratione locuti simus, quæ ferè in omnibus reperitur, præsertim in motibus, quorum ut velocitates duplicentur, vires, siue potentiæ, illarum causæ, quadruplari debent, placet istius duplicatæ rationis causam (eq. prop. inuestigare.

PROPOSITIO XXXVI.

Causam inuestigare ob quam vires neruum tendentes sint in ratione velocitatum, quibus mouetur, duplicata.

Cum nil frequentius occurrat quàm illa duplicata ratio, quæ superficialium lineis comparatarum propria videtur, quæque neruo nerui alterius longitudine duplo dat recursum æqualem, & vnisonum, &

iam ea non repetam quæ conueniunt arcubus, huiusce rationis causam inuestigemus; sitque propterea funis A B cuiuscumque materiæ, qui clauo immobili detentus in A, & ponticello B (vt in citharis) terminatus, aut pressus trahatur à pondere C L D, ei in C alligato, sitque A B chorda vel horizonti parallela, vt in iacente testudine, siue monochordo, vel perpendicularis, nihil enim interest.

Certum est primò neruum, vel funem illum absque proprio pondere intellectum (quod hîc nullius ferè considerationis est) & nondum à C D tensum pondere, si ducatur ab F ad E motu transuerso, nusquam ab E rediturum, & in quouis mansurum loco, ad quem manu fuerit adductus.

Certum est secundò statim atque tensus fuerit aliquo pondere, rectum in A B linea futurum esse, & vi vsque ad B ductum, confestim, vi desinente, rediturum ad F, vi ponderis C continuò trahentis: idemque puta de neruo citharæ collopibus in puncto, B in torto.

Certum est tertio ab E ad F velocius redire cum à maiore pondere tenditur, & ex obseruationibus harmonicis constat illius reditus velocitates esse in subduplicata, vel, vt alij loquuntur, subdupla tendentium, seu trahentium ponderum ratione, cuius rationis cum veram causam non attulerim in harm. nunc illam explico.

Notandum igitur imprimis, funem A B vno pondere tensum duobus veluti ponderibus resistere, cum A clauus detinens tantumdem efficiat ac pondus C, vt ex mechanicis constat; si enim pondus in F alligaretur funi A B horizonti parallelo, tantumdem ponderis manus in A, quantum manus in B, gestaret: itaque hinc inde tendit æqualiter neruum A B, tam clauus A, quàm pondus C.

Deinceps verò primum pondus C erit libra; totumque pondus C I D, 16 libris constabit. Duæ igitur libræ, vel, si mauis, potentia & vires, faciunt primam funis resistantiam, quâ redit ab E ad F primo gradu velocitatis: cui cum noua resistantia, præcedenti æqualis, inferenda sit, vt duobus velocitatis gradibus ab E ad F, hoc est duplò quàm antea velocius recurat, reperiatur verò durior atque rigidior quàm primâ vice, cum nihil resisteret, duabus, vt illâ vice, libris ille rigor compensandus, vt libra noua tantumdem ei velocitatis tribuat, quantum prima: quapropter primæ libræ tres aliæ coniunctæ neruum ab E duplâ velocitate retrahent.

Tertius velocitatis gradus eidem funi tribuetur, si pro 2 libris, quibus duo priores velocitatis gradus efficiuntur, primum 4 libræ nouæ funi appendantur, vt in eodem statu collocetur respectu tertij ponderis,



quo secunda vice, pro secundo velocitatis gradu inferendo, statutus fuerat: 4 igitur libris funi nouiter adhibitis, aptus erit cui à libra tertijs velocitatis gradus indatur: itaque funis 9 libris tensus & in E tractus triplò velocius ad F recurret.

Quartus denique velocitatis gradus neruo communicabitur, si pro tribus libris præcedentibus, primò 6 libræ iungantur, vt in eodem statu funis iterum reperiatur, quem tertiâ vice, 4 libris additis, induerat: hoc enim posito libra superaddita retrahet funem ab E 4 velocitatis gradibus; quos vltra nolim ire, quòd nerui harmonici vix maiore pondere tendi possint absque fractione; cùm enim pondus aliquod, putà libræ vnius, ita neruum tendit vt sonus aure satis discernatur, vix ille neruus ad disdiapason ante fractionem tendi potest, vt dudum in harmonicis obseruauimus.

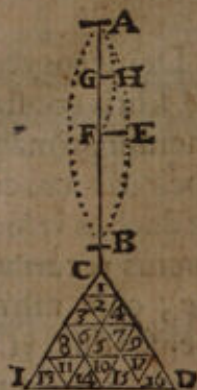
Porrò notatu dignum est, hîc idem contingere quod tubis aqua plenis, de quibus in hydraulicis fusissimè, quippe primorum neruorum 1, 2, 3, 4, &c. quadrata sequuntur; hoc est, quorum altitudines debent esse in ratione velocitatum, quibus aquæ saliant ex luminibus, duplicata; idem enim omnino reperitur in cylindro excauato aqua pleno, quod in fune tenso; quemadmodum enim cùm tubus aquæ libra plenus salit vno gradu velocitatis è lumine, debent addi 3 libræ vt duplo, quinque præterea libræ vt triplo, & postea 7, vt 16 aquæ libræ quadruplo velocitatis gradu saliant, ita funi, seu fidibus addenda sunt pondera 1, 4, 9, & 16, vt prædictis gradibus ab E ad F redeant. Vbi nonnulla diligenter obseruanda, primùm omnia ferè quæ motui imprimendo seruiunt, istam rectam duplicatam concludere.

2. Cùm omnia pondera C I D simul iuncta non descendant velocius quàm prima libra C, mirum videri, quomodo neruus A B vi horum ponderum velocius, atque velocius ab E ad F redeat.

3. Me 16 pondera numeris distinxisse, vt librarum, vel aliorum ponderum, aut potentiarum additiones clarius, & distinctius intelligerentur, & in ipsos oculos incurrerent.

4. Punctum nerui in F posse dici hypomochlion quod tam ponderi in A, quàm ponderi in B ex æquo resistat, ac velut æquilibrium constituat, vt sit instar sparti bilancis, cuius brachia æqualia B F, & F A.

5. Funem longitudine subduplum A F, iisdem tensum ponderibus, & ex G in H tractum, suos quidem recursus duplò frequentiores, non tamè duplò velociores habere, cùm E F sit spatij G H duplum: atque adeo



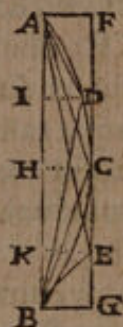
mirum non esse si maiores arcus eadem vi, seu potentia tensi, eadem velocitate ac minores redeunt.

6. Cum idem esse videatur, si quis arcus intelligatur ad rectitudinem in AB coactus, qui redeundo ad curvitatē AEB sagittam percutiat, ac si lamina chalybea AB recta, vi trahatur, donec in AEB arcuetur, & redeundo ad rectitudinem telum in F occurrens percutiat; & ipsa chorda chalybea AB , cum cylindrus existat, laminæ comparari possit, quis neget funem, aut neruum cuiuscunque materiae ex AB recta in E tractum, arcus fungi munere, & ex fidium motibus, viribus ac velocitatibus cognitis motus, vires & velocitates arcuum posse concludi? si tamen horum figuram, & diuersam crassitudinem excipias.

Deinceps igitur Musicus neruis suis tam longitudine, quam crassitudine diuersis, & tensis quauis potentia, seu quibuscumque colloporum versionibus, aut ponderibus, sagittas adhibeat, quibus exploret veram sagittarum proportionem cum omni neruorum genere, vt iaculatoribus ipsis praescribat qualis esse debeat sagitta neruo, & arcui dato commoda; & ad quod spatium iactus quilibet futurus sit, neruus enim harmonicus firmissimo monochordo detentus, ad omnem super horizontem eleuationem facile poterit erigi.

7. Neruus non solum ex medio H in C , sed etiam ex aliis punctis, vt ex I in D , & ex K in E duci potest, cum sit tamen ductus ex H in C sagittis excutiendis aptior. Vbi rursus plurima notanda veniunt, primum ellipsim ACB à neruo describendam, si mutetur in omnia triangula laterum æqualium lateribus trianguli ADB . Secundum, neruum AB pulsatum in K , & vsque ad E perductum, vel impulsus, magis resistere, viderique duriores, eiusque sonum firmiorem, atque vehementiorem, quam vbi pulsatur in H & pellitur vsque ad C , quod nempe fiat longior in E , eoque semper productior, quo tactus puncto B , vel A vicinior fuerit: clarum est autem, tota linearum magnitudine extra ellipsim ad E punctum excurrente, neruum AEB longiorem esse neruo ACB . Tertium, triangulum ACB lateribus æquale BDA , esse tamen areâ maiorem; quemadmodum trianguli ACB , & AEB areas æquales esse, quamuis latera triangulo AEB maiora sint.

8. Videri vim æqualem cuiuslibet nerui AB puncto adhibendam, vt ad quodlibet curuæ ACB punctum ducatur, & curuam illam videri parabolam, cuius axis HC , adeo vt pondus idem neruum AB , factum horizonti parallelum, tam ad C , quam ad D , aut aliud quoduis punctum



in curua A C B sumptum adducat.

Pondus enim ab H ad C perpendiculariter cadens, vel ab I ad D, & à quolibet puncto rectæ A B horizonti factæ parallelæ censetur descendere (quamuis tardissimè) per numeros impares 1, 3, 5, &c. vt alia graua, in temporibus æqualibus.

9. Præcedentem difficultatem de necessaria chordæ tensione in ratione quadrupla, vt duplo moueatur celerius, alio modo ab acutissimo viro domino de Beaulne hâc figurâ explicari. Linea A C refert tempus motus, videlicet A B tempus nerui, quod duplo celerius mouetur; & A C tempus duplo maius; B E vero repræsentat velocitatem nerui celerius moti, & C G velocitatem nerui tardius moti: cum igitur istæ duæ dimensiones simul additæ faciant quidem triangulum A B E neruo velociori destinatum, & triangulum A C G tardiori, clarum est neruum velociorem tantumdem spatij A B E, subduplo tempore, quantum A C G duplo tempore tardiolem percurrere. Vel, vt vis quadrupla tensioni velocioris nerui mecessaria melius intelligatur, si tēpus idem A C pro vtroque neruo sumatur, & velocitas celerioris nerui sit C F, & tardioris D E, spatium A D E erit subquadruplum spatij A C F; cum igitur vis quadrupla requiratur ad quadruplum spatium percurrendum, duplæ velocitatī C F quadruplum pondus respondebit.



Itaque tantus intelligatur motus quantum fuerit percursum spatium, vt motus ex duabus veluti lineis, seu dimensionibus componatur, quarum vna tempus A C, vel A B, altera velocitatem C D, vel B F spectat.

Quæ cum ex prædicto tanti viri perfectissimo Mechanicorum tractatu expectemus, verbo tetigisse sufficiat.

PROPOSITIO XXXVII.

Aëris resistentiam, iactuum proportionem, & incrementum velocitatis grauium descendendum impediens explicare.

Certum est primò iactum quemlibet plus vel minus pro variis proiectorum figura, pondere, & velocitate, ab aëre impediri; foreque propterea maiorem, si proiicerentur in medio non impediens, vt constat ex salientibus à parabola deficientibus, & ab ipsis sagittarum,

& globorum iactibus: quorum sonus, vel sibilus circa finem ingrauescens, testatur minorem velocitatem.

Certum est secundo leuiora corpora magis ab aëre retardari, vt constat ex dictis, & facillima experimenta duorum globorum pondere inæqualium docebunt, qui funibus appensi, & pendulorum instar per dimidiam circumferentiam moti fuerint: grauior enim altius ascendet, pluresque recursus faciet; quod eò promptius, & facilius deprehendes quo maior erit ponderum differentia, vt continget inter globum plumbeum, & subereum, vel etiam cereum: Sit igitur filum pendulum AB , pedum 3¹, docet experientia globum plumbeum à D puncto cadentem vsque ad R ascendere, cum R vno digito distat à C , globum vero ex subere ab eodem puncto descendentem vsque ad K duntaxat ascendere, hoc est ad quadrantis BC . Præterea illius sensibiles recursus vix superare 300, cum plumbei recursus ad 1800 perueniant. Deinde globi cerei ascensum tribus digitis abesse à puncto C , & globum ex medulla sambucea tantum ascendere ad septimam quadrantis partem. Ex quibus sequitur aërem per dimidiam circumferentiam globo plumbeo tam ascendenti, quam descendenti, nequidem $\frac{1}{10}$ velocitatis partem auferre, cereo globo partem 21, subereo $\frac{1}{12}$; medulla- ceo denique $\frac{5}{8}$.



Aliis etiam obseruationibus grauium perpendiculariter cadentium vt possumus; globus enim plumbeus à puncto quietis A in B cadens, cum AB linea 48 pedum supponitur, duo secunda impendit, vixque tardius ipsa cera descendit per illud spatium, si sensus consulatur, quippe vix pedalem differentiam in fine casus vtriusque, ob nimiam celeritatem oculos, & aures perstringentem percipit: quanquam ratio, & aliæ obseruationes, qualis est præcedens, ope facta penduli, conuincant ceram tardius, quam plumbum 48 pedes conficere.

Hinc fit vt obseruationes penduli, casibus in perpendiculo factis, ad inquirendam aëris resistentiam, ausim anteponere, quòd sint faciliores, & maius temporis interstitium oculis tribuant; cum enim dimidia circumferentia CBD cuiuscumque magnitudinis describitur super pariete horizonti verticali, penduli AB plumbeus, vel alterius materiæ globus B in D translatus, & per B versus C rediens, ostendit lentè satis quousque ascendat; digito siquidem, vel alio corpore versus R , aut E , aut aliud quadrantis BC punctum apposito, globus osculo, seu tactu suo docet ascensus terminum.

Profuerit verò si totam circumferentiam in 180 gradus diuiferis, ut absque calculo & labore confestim agnoscas quantum aëris resistentia globi motum retardarit, vel potius quantum ei abstulerit spatij.

Vbi tamen filum, vel funis spectari debet, cui etiam aër resistit, maximè verò cum globus quem sustinet, admodum leuis est, ut suberco, & sambuceo contingit, licet enim sambuceus filo tenui sericeo appendatur, vix tamen illud filum reducere potest; hinc fit ut vsque ad D tractus, non ascendat altius quàm ad F solum adductus, quippe vix ad G redit, quandoquidem obseruatio docet reditum illius non superare septimam quadrantis BC partem, cum tamen idem filum nihil ferè plumbeum globum impediat. Nostrium ratiocinium iuuabunt etiam iactus sagittarum, globorum, & salientes tam verticales, quàm mediæ, & horizontales, tanta siquidem aëris resistentia iudicabitur, quantum illi iactus ab exactis recesserint parabolis: & quantum verticalis saliens à sui tubi semper pleni aberit summitate.

Ut autem ad alias obseruationes in perpendiculari factas redeam, subereus globus tria secunda in 48 prædictorum pedum descensu, medullaceus quinque, & carpionis vesica naturaliter infilata octo impendit: quæ omnia referenda fuere, ut Geometræ methodum aliquam, si fieri potest, inueniant, quâ deinceps obseruatores certò concludant quantum aëris officiat resistentia.

Porro differentia ponderis globorum pendulorum ab aëre, iuuabit, cum graua facilius, vel celerius descendant in mediis rarioribus, & minus grauib, licet non eadem ratione sit maior celeritas, qua minor est mediorum grauitas, alioqui millies ad minimum velocior esset motus globi plumbei in aëre quàm in aqua, cum tamen duobus secundis idem in aqua spatium descendat, quod in aëre vno secundo: vnde nolis inferre aquam esse duntaxat aëre duplo grauiorem, vel densiorem: ne postea cogaris admittere aquam eandem seipsa leuiorem esse, vel grauiorem, vbi alio experimento didiceris plumbum 48 pedes in aëre eodem tempore descendere, quo tantum in aqua 12 pedes conficit; tunc enim concludendum esset aquam aëre quadruplo grauiorem, aut densiorem, quæ prius eodem aëre duplo tantum grauior extitisset, quæ videntur absona; nisi tamen dixerimus ea non ita repugnare quin facile componi valeant; cum enim duplo tempore plumbum cadens spatium percurrendum quadruplare debeat, primoque tempore veluti duplicarit; quod illo tantumdem spatij confecerit in aëre, quantum in aqua duobus temporibus, hæ duæ obseruationes ad eundem scopum collineare videri possint.

Sed hæc nihil iuuant ad comparanda plumbi, aëris, & aquæ ponde-

ra, cum toties proportio descensus in aëre & aqua mutanda veniat, quot fuerint puncta in descensu perpendiculari, donec ad primum punctum, à quo motus incipit, deuenias, in quo motus plumbi tam in aqua quàm in aëre vix differret.

Ad globum itaque plumbeum pendulo motum redeo, qui vix $\frac{1}{100}$ parte quadrantis prædicti minus ascendit, quàm in vacuo, vel medio nihil impediente ascenderet: nunc enim supponimus nequidem in vacuo ultra punctum C ascensurum, licet in puncto B concepisset satis virium, quibus spatium quadrantis BC duplum conficeret, quòd nempe grauitas illius semper vrgens, cum dimidio potentiae, seu virtutis spoliaret.

Cum autem filo quantumcumque tenui resistat aër, si tantum ei resistere, quantum ipsi globo, supponamus, nequidem R, parte centesima quadrantis à C aberit, hoc est punctum R, ad quod globus è D cadens ascendet, ferè coincidet cum C, à quo tantum vndecimillesima quadrantis BC parte differret, si per solum pondus aër officiat, quippe leuius est ad minimum plumbo vndecimillies, cum ostensum fuerit prop. 29. Phænom. Pneumaticorum, aërem millecuplo saltem aqua leuiorem, quæ plumbum vndecuplo grauius est. Vt igitur huic propositioni finis imponatur, non video qua ratione demonstretur quantum aër vnicuique mobili detrahat, si grauitas illius cum mobilis collata grauitate nobis hac in materia facem non præferat, vt talis sit resistentia qualis grauitas; vel obseruationes non sufficiant quibus nitamur, quæ nunquam satis exactæ, nisi ratio suppleat.

Quibus adde nouas difficultates oriundas ex eo quod aër alio fortè modo resistat plumbo circulariter, alio perpendiculariter moto; & aliter initio motus, cum mobile tardius mouetur, aliter cum velocius, aliter etiam cum mobile motu fertur æquabili, aliter cum inæquabili, & accelerato.

Deinde, si mollities, & raritas aëris, à certis motibus internis constituantur, quibus etiam omnia mobilia differant, & diuersis modis sensus omnes feriant, vbi motus illi magis, aut minus impediuntur, iuuabunturque, toties mutabitur aëris resistentia, quæ non erit eadem aduersus mobilia è sublimi perpendiculariter cadentia, ac ex imo in sublime ascendentia, vel à latere, & circulariter mota; quæ cum omnia Lector intellexerit, minus grauius feret quod nodum propositum minimè soluerim; quem à feliciore libentissimus soluendum expectarim.

PROPOSITIO XXXVIII.

An motus semel cuilibet corpori impressus, sit semper in medio non impediēte permanens, aut tandem aliquando desiturus.

Cum in superioribus ferè semper motum semel impressum nunquam desitutum supposuisse videamur nisi ab aliqua causa extinguatur, quæ nulla in medio nihil impediēte occurrit, operè pretium est ea de re paulo fufius agere.

Primum igitur obseruationes consulendæ sunt, quæ demonstrare videntur motum semper duraturum esse, dempto quolibet impediēto, nam globus qui pendulo alligatus ferè ad eandem remeat, à quo descenderat, altitudinem, satis recurſu suo probat se ad eandem sublimitatem, à qua descenderat, peruenturum, nisi aër officeret: idemque de margine cribri dicendum, in qua globulus eburneus, vel aureus alteriusue materiæ politæ, atque duræ, ad eandem propemodum altitudinem redit, ex qua ceciderat, adeout ablata medijs resistentia vix vllus dubitet quin globus ad altitudinem prorsus æqualem rediturus sit: qui bus positis, necessario sequitur motus æternus.

Salientes quo minus à parabola distant, eo magis illam motus durationem perpetuam adprobant: idemque de iactibus sagittarum & globorum intellige, qui nunquam perfectas parabolas describent, donec cesset genus omne resistentiæ, vel quibuslibet iactus partibus resistentia ea ratione adhibeatur, vt lineam parabolicam conseruet.

Quod rationem attinet, in eo sita est, vt nihil ex iis pereat quæ semel producta sunt, nisi causa destruens adsit, cum nulla res, seu nullum ens se destruat, quemadmodum neque se producit.

Suntque plures magni viri qui credant istud adeo verum esse, vt communibus notionibus ac censerī possit, qui enim corpus motu spoliabitur, si desit qui spoliet? Supponitur enim Deum motui semel impresso non magis suum negare concursum, quàm rebus cæteris, cumque motus sit modus realis, quomodo peribit, si nullum impediētum occurrat?

Quod enim alia citius & facilius, alia difficilius perire videantur, non arguit hæc, aut illa perire absque contrario, & ex natura sua, sed tantum illis, quam istis maiora impediēta occurrere.

Opponunt tamen aliqui nil esse absurdi quòd motus, & alia huius
sint

sint indolis, atque conditionis, ut cum facile generentur, etiam facile pereant; neque deesse observatione quæ id testentur, aut euincant: verbi gratia, sagittæ iactum citius desinere, cum impressio motus, quem illi arcus contulit, breuiore tempore facta est, adeo ut longius emittatur, etiamsi tardius ab arcu exeat, qui diutius sagittam comitatur, & vrget: unde fiat ut arcus breuior & robustior suam sagittam initio maiore velocitate mittat, licet ad minorem distantiam; & maior arcus, quamuis longè debilior, suam longius sagittam iaciat, ut initio tardius discedat. Quod cum experiri non potuerim, & tela velocius initio mota semper ad maiorem distantiam emissâ viderim, eoque maiorem, quò celerior fuerat arcus, ægrius sanè à prima sententia discesse, ut superfit difficultas in expositione pilarum à tormentis ignariis manualibus, sed maioribus & minoribus, quæ cum eadem velocitate tam à minoribus, putà *pistoletis*, quàm à maioribus catapultis, putà *mousquetis*, & *arquebusis*, explodantur, maiora tamen pilas suas, licet æquales, longius emittunt. At verò qui probabunt pilas eadem à minoribus velocitate discedere?

Nam quò longiora fuerint vsque ad certam aliquam, siue 12, siue plurimum pedum magnitudinem, semper augetur motus quandiu pulvis inflammatus pilam vrget. Quod autem tormenta regia, quorum pilæ 33 librarum, non maiore velocitate moueri credantur, quàm globuli manualium: iaciantur tamen ad distantiam quintuplò maiorem, fortè possis ad globum maiorem referre, cuius soliditas minorem habeat rationem ad superficiem, & idè minus ab aëre impediatur: cum enim maioris globi diameter semipedalis sit, minoris verò semidigitalis, hoc est ut 1 ad 12, erit maioris superficies ad minoris superficiem, ut 144 ad 1, soliditas verò ut 1728 ad 1: cumque tantus sit motus, quanta soliditas, quippequam permeat, tanta verò resistentia, quanta superficies; constat maiorem globum longè minorem aëris resistentiam, quàm minorem globum offendere: cum sit ratio soliditatis minoris ad maioris soliditatem, 1 ad 1728, duodecuplò maior ratione superficialium, ut ad 144.

Adde plurima ob varias pulueris, pilæ, & cauatorum circumstantias contingere, quæ solui nequeant absque perfecta rerum omnium, quæ in explosione occurrunt, inspectione: & iactum ad 22 graduum eleuationem, qui spatio 22 secundorū perficitur, & est 1900 hexapedum, etiam approbare motum nunquam desitutum, qui semel impressus fuerit, cum aëris per tantum spatium resistentia vix globum impedierit ab æqualibus intervallis, quæ propemodum percurrit temporibus æqualibus, ex hypothese quòd primas centum hexapedas, instar catapultæ manualis,

spatio secundi conficiat: cum enim 2200 sexpedas absque impedimento debuerit perficere, ob aeris impedimentum, 1900 percurrit: est autem ferè 2000 ad 1900, seu 22 ad 19, vt 7 ad 6; adeo vt cylindrus æreus 1900 hexapedarum iactui, vel motui septimam duntaxat partem detraxerit; quæ detractio qua ratione in quælibet secunda distribuatur vix est qui scire possit.

Confirmatur iterum illius motus semel impressi perpetua successio, ex vertibulo, cuius motus licet propemodum extinctus, etiamnum ferè durat horæ dimidiæ spatio, cum à magnete vertibulum rapitur: semper duraturus, si neque aer circumstans, neque magnes ipse quidquam impediret.

Quemadmodum enim quiete semel acquisito non est necessaria causa sequentis quietis, ita neque motu semel incoëpto, alia causa futuri quærenda est, cum nihil ex se perire, nec incipere possit. Vbi semper Dei conseruationem suppono, quæ sit creatio perpetua.

Porro quæ hîc requiri possunt, vel in Præfatione supplebuntur, vel ex Hydraulicis & Mechanicis repetenda, vel in Synopsi dicuntur.

Pauca tamen de soni velocitate subiungenda sunt, vt qui viderit ignem, quem explosionibus suis tormenta vomunt, aut etiam fragorem audierit, sciat num fugâ, globorum, vel telorum arcubalistis missorum ictum declinare possit: quare sit

PROPOSITIO XXXV.

Soni velocitas maior est globorum explosorum velocitate, & 230 sexpedas spatio vnius secundi minuti conficit.

Quisquis experiri voluerit illam soni cuiuscumque velocitatem, noctu, diuque siue in vallibus, syluis, aut montibus, siue aduerso, vel fauente vento, siue aeris facie pluuiâ, vel serena; illis siquidem temporibus expertus sum semper eandem soni velocitatem inueniet.

Postquam verò per 230 sexpedas secundum exploraueris, qui minus tormentum explodit, iterum per alias 230 sexpedas recedat, vt abste 460 sexpedis recesserit, idem vel æqualis sonus duo secunda in illo itinere percurrendo consumet; quod cum quinquies à nobis fuerit multiplicatum, vt ex 1150 hexapedis fragorem audiremus, ignis ex ore tormenti noctu erumpens semper quinque secundis minutis fragorem præuertit: cumque leucam Galliçam 2500 sexpedas, cuiusmodi leu-

cis ambitum terrænum 7200, faciamus, facile concludas quo tempore sonus leucam integram, aut quotlibet leucas perficiat; nec enim soni velocitas ex illius debilitate minuitur, cum soni auditu perceptibilis pars ultima primæ velocitatem æmuletur.

Leucam igitur tormenti fragor spatio vndecim secundorum percurreret, cum vndecies 230 sexpedas (secundo minuto percursum spatium) leuca contineat, minus duntaxat 30 sexpedis, quæ hîc vix consideranda, quippe quæ septima parte secundi minuti à sono percurruntur.

Ex quibus plurima licet colligere; primum, militem attentum sclopeti à centum sexpedis explosi, cuius ignem præviderit, ictum declinare posse; quod ita demonstro. Constat ex obseruatione globulum in centum hexapedibus percurrendis secundum minutum, ad minimum impendere: deinde fragorem illius in illis conficiendis secundi dimidium, ad summum, consumere. Habet igitur miles ab igne viso (si visio fiat in instanti) secundum integrum quo facile tres quatuorve passus faciat, priusquam pila iter illud percurrat: quemadmodum illi superest secundi dimidium ab eo temporis puncto, quo fragorem audit, usque ad pilæ aduentum: quanquam nulli fuerim autor vt id experiatur nisi thorace, galeâ & omni alio armaturæ genere, ita se præmuniat, vt sit extra omnem aleam constitutus. Sed & pariete interiecto quispiam id explorare potest, ad quem prius fragor, quàm glebus perueniet.

Secundum ex sono, & igne obseruatis facile cognosci quantum tormenta, in obsessos, aut obsidentes explosa, distent, vt etiam Ingeniosis non desit vnde suam artem promoueant. Tertium ex tonitruî fragore audito, visoque fulgure præcedente sciri quantum illud absit, dummodo locum à viso fulgure non mutarit; quot enim secunda minuta, (siue arteriæ pulsu, qui præcisè secundum duret, sine pendulo fune, aut altero secundologio explorata) inter fulgetrum & fragorem intercesserint, totidem 230 sexpedæ numerandæ sunt, adeo vt leucæ dimidium abs te distet, si 5 secunda: leucam, si decem secunda numeraris, siue distantia fuerit verticalis, siue lateralis, & obliqua, nil enim interest.

Quartum, si per aëris gyros, spirasque, vel circulos sonus eo modo expendatur, genereturque quo circulos in aqua digito, vel lapillo percussa extendi cernimus, vt omnes ferè credunt, & ex corporum, similiter motorum velocitatibus liceat illorum crassitudinem, densitatem & pondus coniicere, dicendum erit aquam aëre 1380 vicibus densiorem, atque grauiorem; quandoquidem semidiameter circulorum aquæ quouis modo percussæ, qui secundo minuto procreatur, vix pedem superat, quo tempore semidiameter circulorum in aëre, quauis etiam percussione factorum, est 1380 pedum, hoc est 230 sexpedarum: quæ

gravitatum proportio ad eam proximè accedit, quam ex æoclopila, propof. 29. Pneumaticæ concludimus. Vnum est tamen quod scrupulum iniiciat, videlicet observationem prop. 25. istius libri arguere videri fragorem maiorum tormentorum tardus progredi, cum Geometra noster in obsidione Theodonis obseruaret illorum fragorem exaudiri, post 13 aut 14 ab igne viso secunda: cum tamen vix dimidiam leucam ab illis tormentis abfuerit; & sonus iuxta prædicta, leucam integram & amplius eo tempore percurrat. Quapropter fragor illorum tormentorum obseruandus, donec de quolibet sono idem concludatur, quod in sonis minorum sclopetorum oris, tibiæ, tubæ, &c. obseruauimus. Alia plurima in istius libri Præfatione reperies, quæ vix absque admiratione perlegas, & contempleris.

FINIS.

SECTIO III.

De Ordine, Distantiis & Periodis Planetarum secundariorum circa primarios revolvendum, & horum Phenomenis; deque Directione Virium, quibus isti in Orbitis suis retinentur.

PROPOSITIO XV.

Ordinem & Motuum Periodos Planetarum Secundariorum, seu Satellitum circa proprios Primarios, & illorum ab hisce Distantias exponere.

E sex Planetis primariis, qui circa Solem revolvuntur, tertantum sunt (quantum observatione adhuc certo constat) Satellitio donati; nimirum circa quos alii rursus Planetæ (qui propterea Secundarii appellantur) revolvuntur. Circa Tellurem unus, scil. Luna, diebus 27½ fere Periodum suam absolvens, & Telluris semidiametris circiter 60 à Tellure distans.

Circa Jovem quatuor: quorum intimus revolvitur die 1½ ad Distantiam 5½ semidiametrorum Jovis à centro ejusdem; secundus revolvitur spatio 3½ dierum, ad Distantiam semidiametrorum 9; tertius spatio

