

Guilelmi Oughtred ... Opuscula mathematica hactenus inedita / [William Oughtred].

Contributors

Oughtred, William, 1575-1660
Scarburgh, Charles, Sir, 1616-1694
Diophantus, of Alexandria

Publication/Creation

Oxonii : E. Theatro Sheldoniano, 1677.

Persistent URL

<https://wellcomecollection.org/works/vu6hmvva>

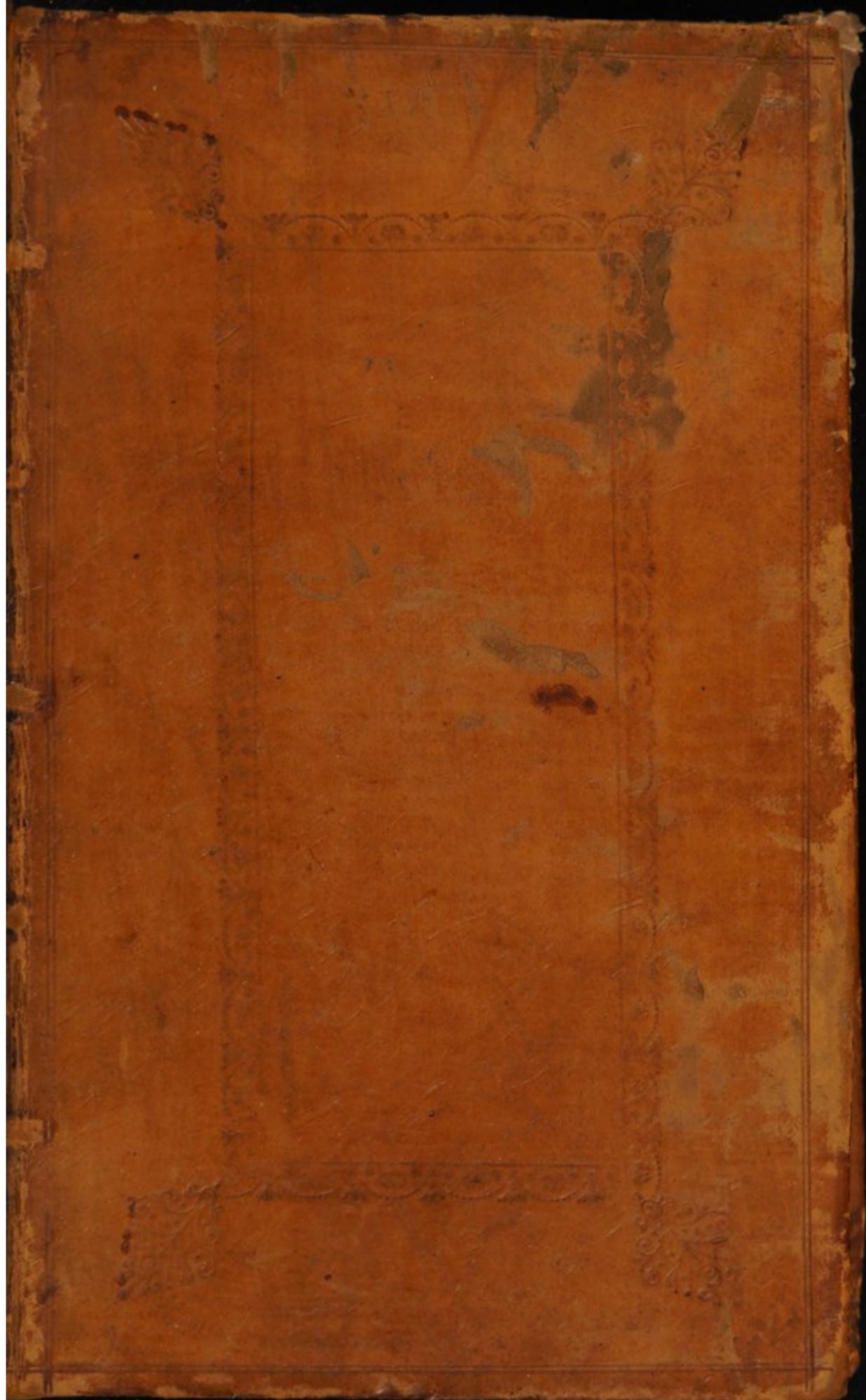
License and attribution

This work has been identified as being free of known restrictions under copyright law, including all related and neighbouring rights and is being made available under the Creative Commons, Public Domain Mark.

You can copy, modify, distribute and perform the work, even for commercial purposes, without asking permission.



Wellcome Collection
183 Euston Road
London NW1 2BE UK
T +44 (0)20 7611 8722
E library@wellcomecollection.org
<https://wellcomecollection.org>



OUGH
TRED
OPUS
CULA

N

III

27







N. III. a

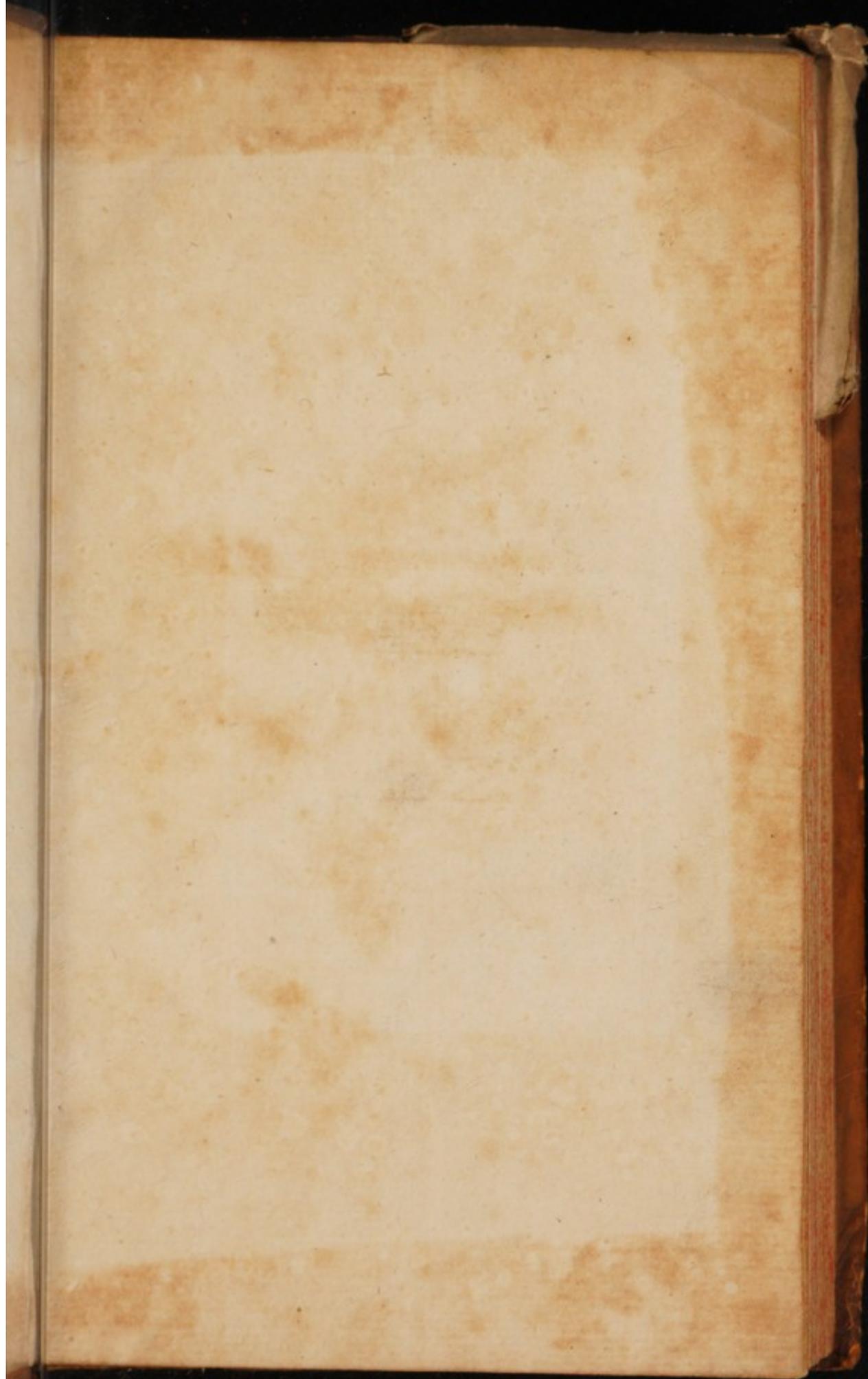
39354 | A

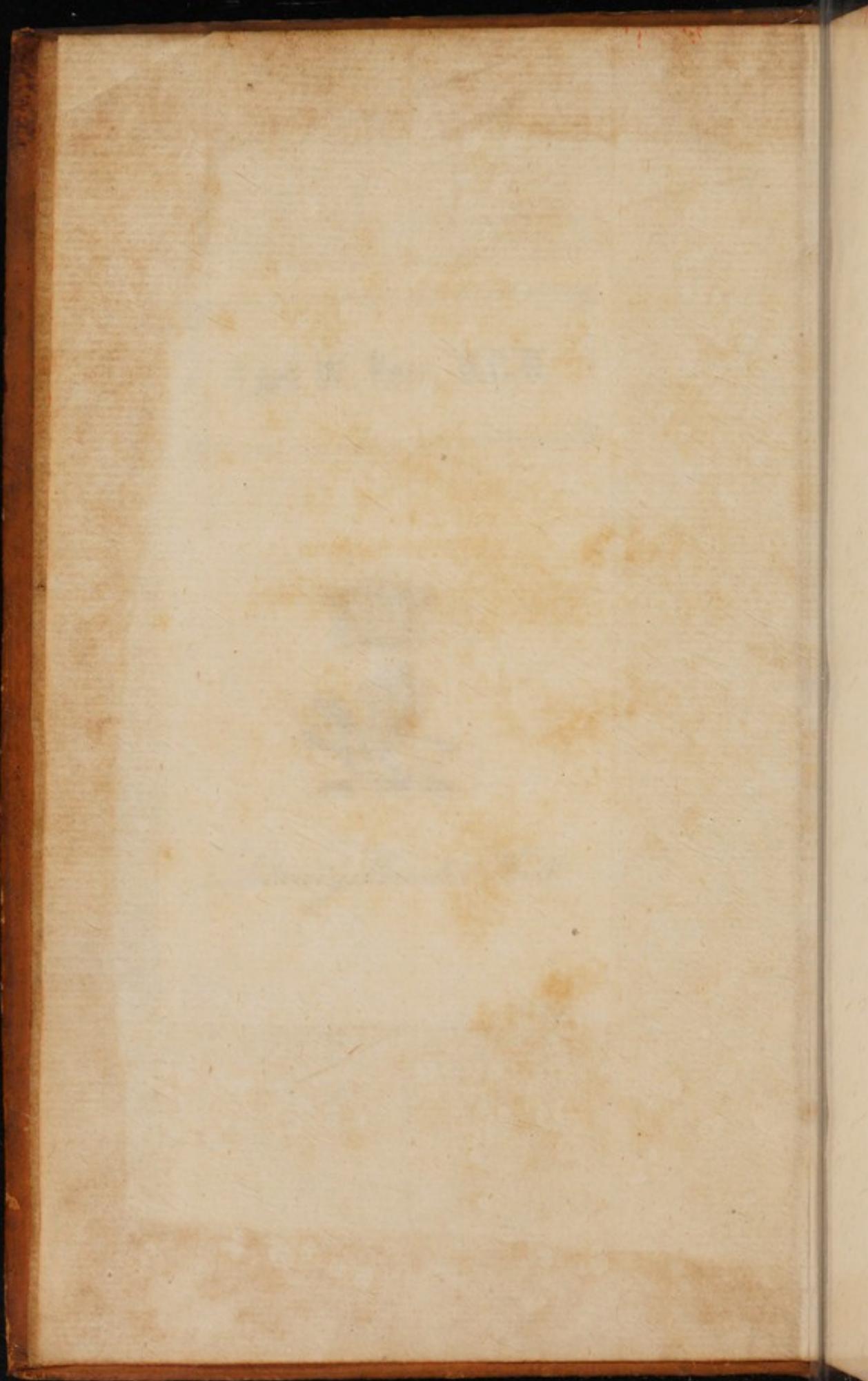
17

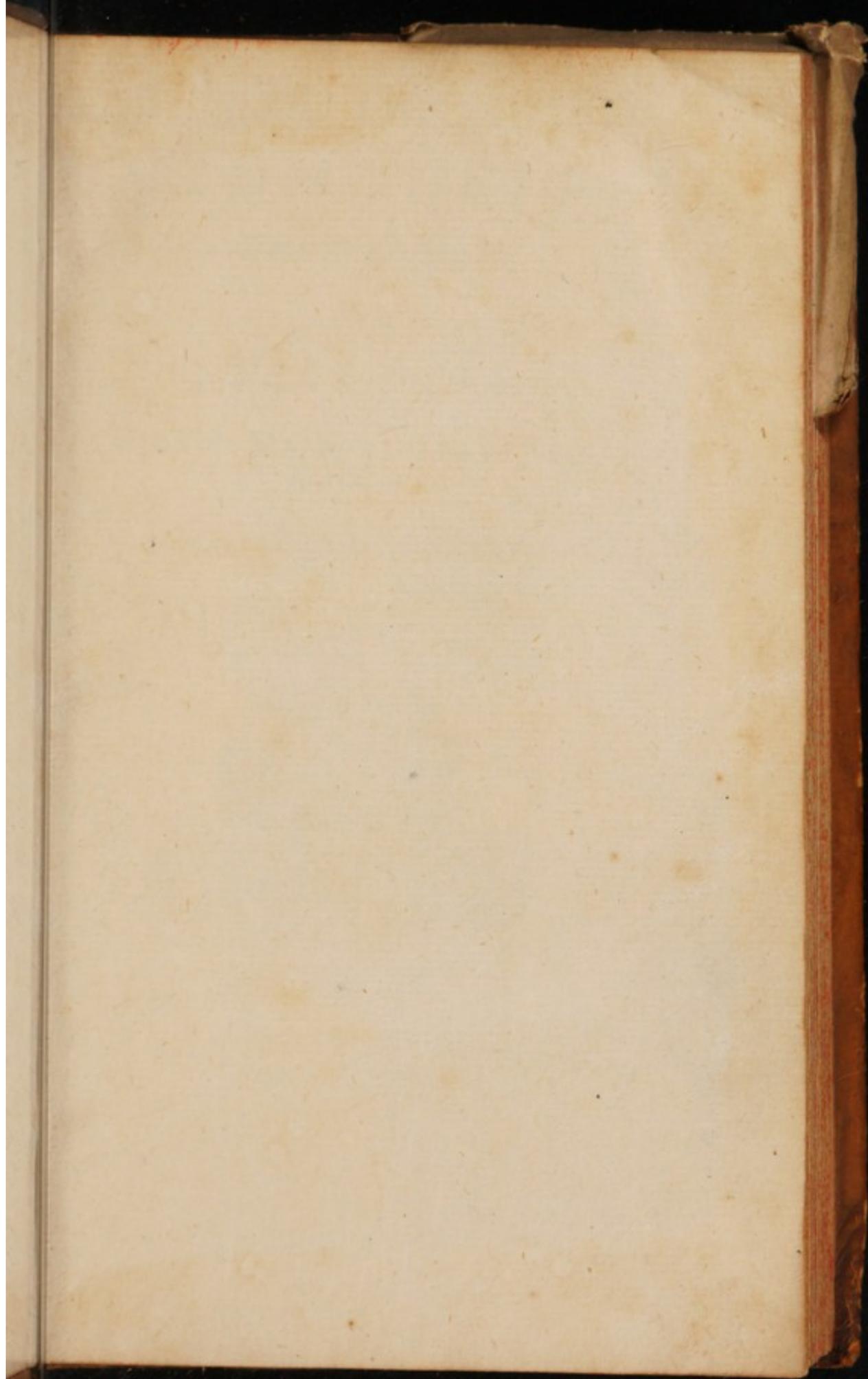
Lord W. Kerr, G.C.B.

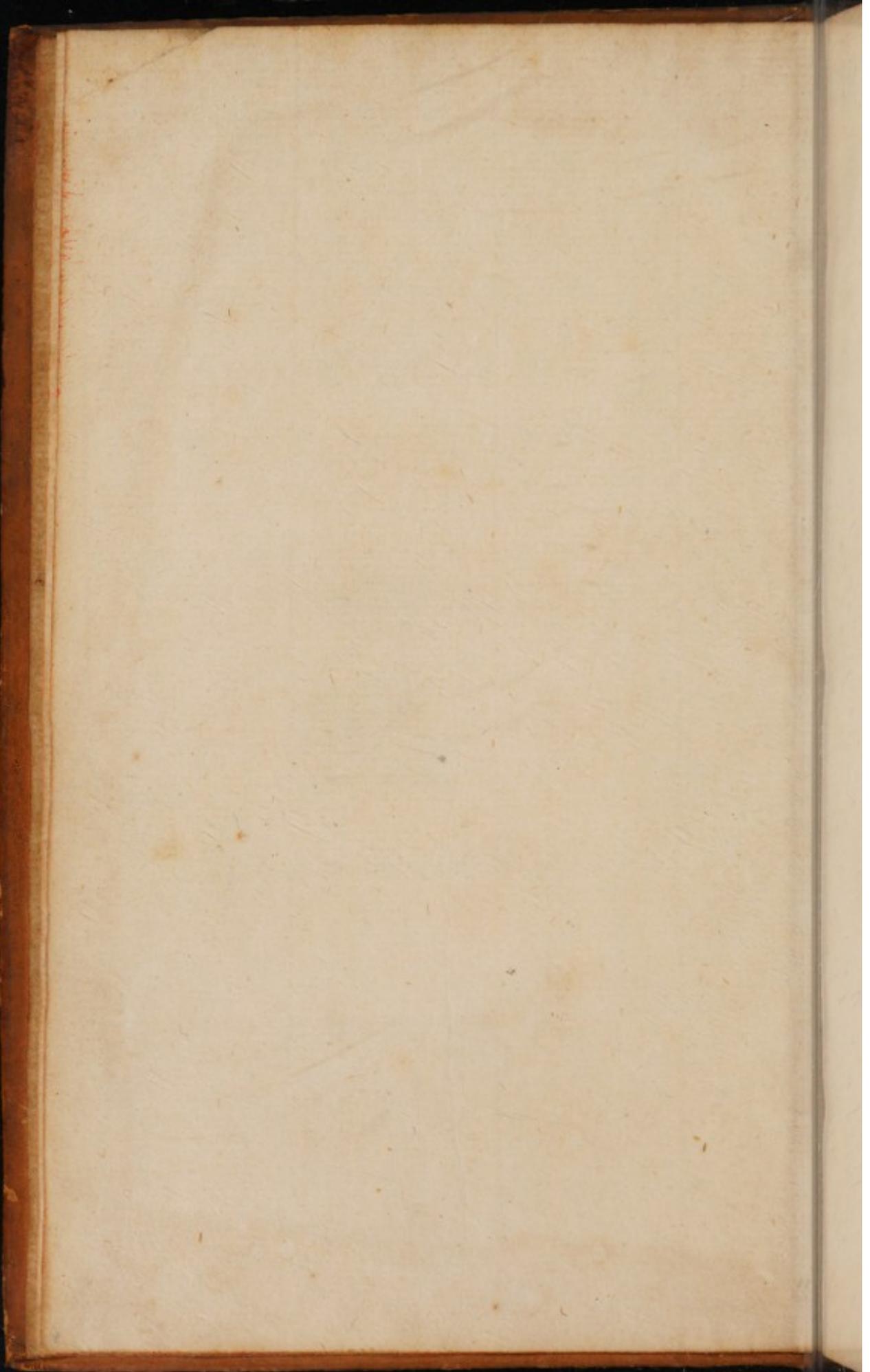


Library, Brocket Hall.









GUILIELMI DUCHESII

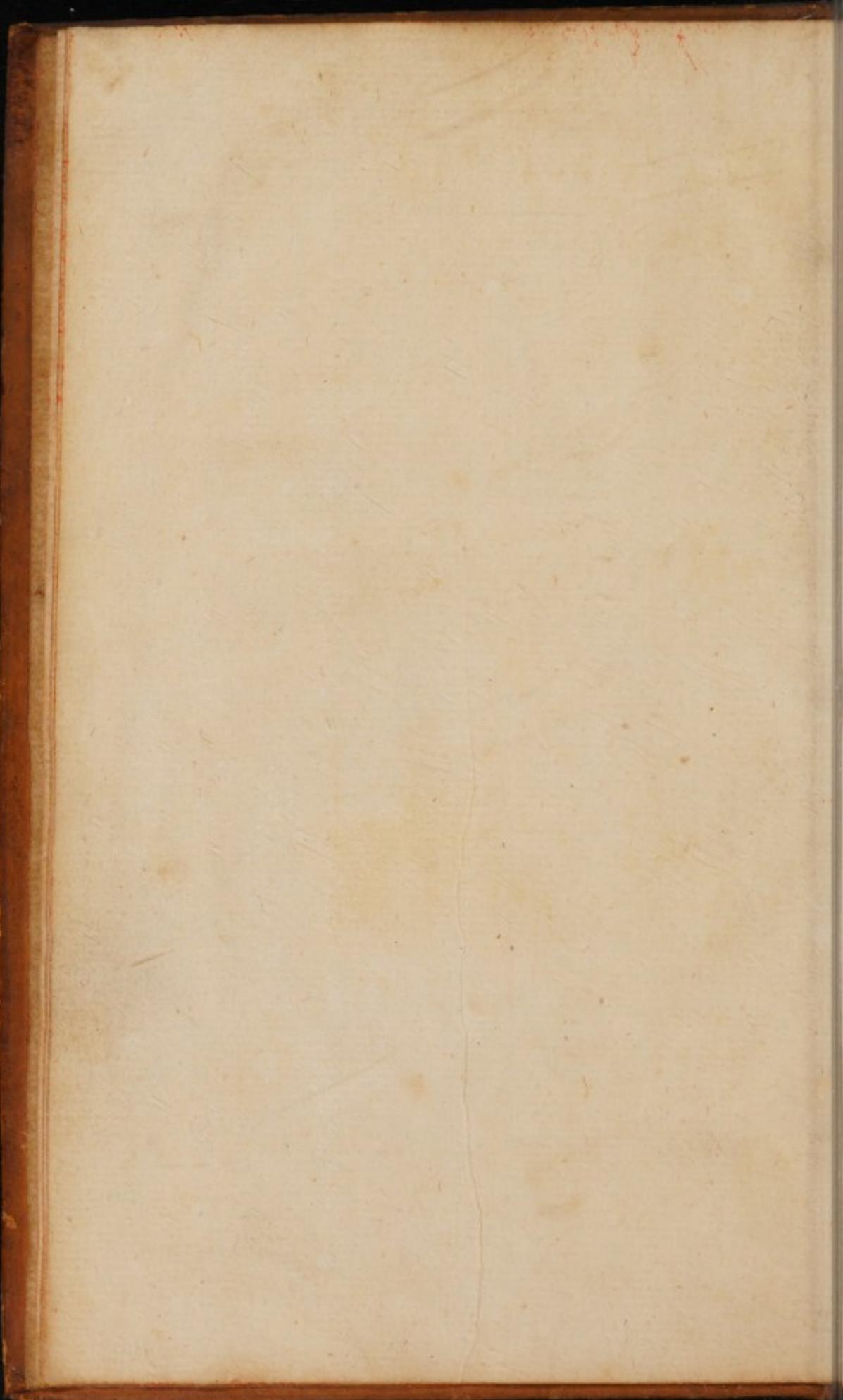
ANTONENSIS

in Collegio Regio

CANTABRIGIAE

Opuscula Mathematica

liber primus



GLI

È

C

CA

Op

È T

42488

GUILELMI OUGHTRED

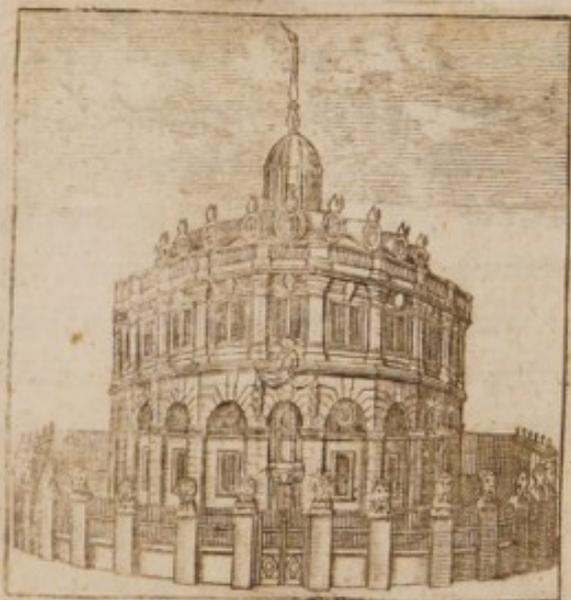
ÆTONENSIS,

Quondam collegii Regalis

In

CANTABRIGIA Socii.

Opuscula MATHEMATICA hæctenus
inedita.



OXONII,

E THEATRO SHELDONIANO,
Anno 1677.

P R Æ F A T I O.

CUM incidimus in Manuscripta exemplaria Cl. Oughtredi, visi sumus Tyronibus non inutilem operam, nec in Mathesi magis exercitatis ingrata[m] prestituri, si ex iis nonnulla Typis mandaremus, Quapropter cum alia essent mutila, alia prelo haud ita idonea, ea tantum excerpimus, quae propter usum, & varietatem tum luce publica, tum Oughtredi nomine non indigna viderentur. Quorum pleraque cum eo animo scripsit, ut iis quos institueret, subservirent, non possunt juvenes melius hisce studiis initiari, quam si Oughtredi genio se assuefacerent. Qui, si quis alius, natus ad Mathesin videtur, & in exemplum perspicacis animi, subactique iudicii. Nemo siquidem magis perspicua brevitate usus est, aut penitus ipsas rerum essentias animo complexus, quas dum contemplatur, suas sibi creare notitias, nec tam invenire veritatem, quam constituere videtur. Cujus rei magnum sane
exem-

PRÆFATIO.

*exemplum præbet Clavis Mathematica, ubi
 accurato rerum examini, severitati iudicii,
 rigidaque veritati ita constanter assuescit ani-
 ma, ut discat non modo phantasia viribus res
 pene infinitas uno intuitu comprehendere, sed
 ultra humanum fere modum intelligere, & tar-
 ditatem discursus prævenire: Nullibi magis
 sincerus demonstrandi gustus hauritur, aut pari
 fructu, qua homini propria, mentis agitatio aut
 solertia promovetur; nec aliunde pulchrior cogi-
 tationum ordinatio, aut habitus sentiendi con-
 grue felicius ediscitur. Præcipua Matheseos
 utilitas, est severa mentis exercitatio, in om-
 ni studio veritatis amor, & ex claritudine i-
 dearum orta serenitas; minuitur illius digni-
 tas quoties ad sensibilia descendit; Infima Ma-
 theseos pars est quæ hominum necessitatibus sub-
 venit, aut ornamento inservit; & ex huma-
 ni generis usibus parum æstimatur. Auto-
 res isti, qui proluxa sua facilitate laborant, le-
 ctoribus faciunt contumeliam, & opinantes o-
 pus esse ut de omni prorsus re instruantur, o-
 stendunt methodum qua ipsi solent intelligere:
 perplexo implicari circuitu, & à recta aberra-
 re via, eorum est qui in tenebris versantur.*
*Animus veritatis avidus supervacaneum om-
 ne*

PRÆFATIO.

ne fastidit, & ad rem ipsam properat; amat suas vires experiri, expetit difficultates, & sine victoria delassari erubescit. Noluit Oughtredus sine fructu intelligi: satisque novit illam esse mentis humana indolem, ut velit aliquid sibi, quod ipsa suppleat, relictum; & ita velle instrui, ut à se tamen discere videretur, & quibuscunque usa fuerit subsidiis, ipsam inventionem veritatis, sibi soli deberi. Nonnulli Tractatum quos nunc exhibemus, aliorum laboribus debentur, sed majori legentium utilitate in compendium redacti; Theauri enim quos ipsi Autores eruebant, ab Oughtredo acceperunt nitorem & usum, qui nunquam quicquam alienum tractaverit, de quo non ipse Author, maxime gloriaretur, si ut suum posset vindicare. In Institutionibus Mechanicis si quid desideretur, abundè suppleri potest ex accuratissimo Tractatu Cl. Wallisii, qui solus pro dignitate hanc partem Mathematicos tractavit, & de qua si cui postea scribere libuerit, ab illo mutuetur necesse est.

Tra-

TRACTATUS qui sequuntur, hi sunt.

Institutiones Mechanicæ.

De variis corporum generibus gravitate & magnitudine comparatis.

Automata.

Quæstiones Diophanti Alexandrini

Lib. 3.

De Triangulis planis reſtangulis.

De Divisione Superficierum.

Musicæ Elementa.

De Propugnaculorum Munitionibus.

Sectiones Angulares.

Centrum gravitatis cujusque corporis est certum punctum intra ipsum, circa se habens undiq; partes æqualium momentorum consistentes, secundum quod deorsum fertur, & à quo si grave appensum linea concipiatur, dum fertur quiescit, positionem quam initio habebat servans. Estque linea illa semper horizonti perpendicularis.

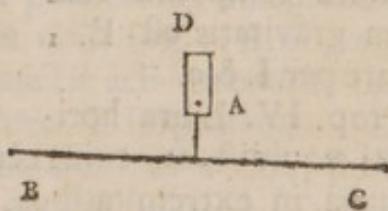
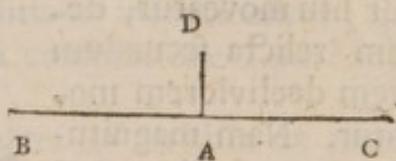
DE LIBRA.

LIBRA est BAC recta linea, cujus brachia sunt AB, AC: quæ sunt etiam distantia, sive segmenta libræ à centro.

Centrum libræ A, five in libra sit, five supra vel infra, est in linea perpendiculari semper ipsi libræ.

Trutina est DA horizonti perpendicularis.

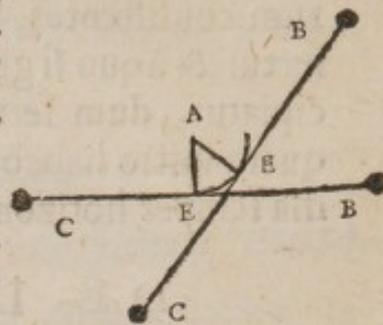
Prop. I. Si pondus in centro suæ gravitatis à recta sustineatur linea, nunquam manebit nisi eadem linea horizonti fuerit perpendicularis.



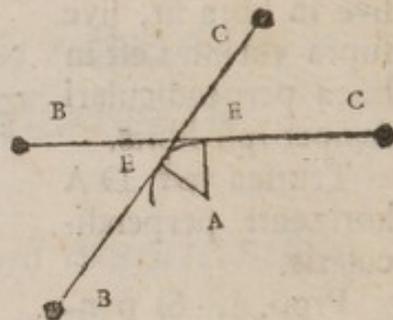
A

Prop. II.

Prop. II. Libra horizonti æquidistans, cujus centrum sit supra libram, æqualia in extremitatibus, æqualiterque à perpendiculo distantia habens pondera, si ab ejusmodi situ moveatur, in eundem relicta redibit, ibique permanebit. Nam magnitudinis ex ponderibus B C & libra compositæ, centrum gravitatis est in E. quare (per I.) non sustinebitur à perpendiculo AE, nisi ipsum etiam sit horizonti perpendiculare.



Prop. III. Libra horizonti æquidistans cujus centrum sit infra libram, æqualia in extremitatibus, æqualiterque à perpendiculo distantia habens pondera, in hoc situ manebit: si vero ab ejusmodi situ moveatur, deorsum relicta secundum partem decliviorē movebitur. Nam magnitudinis ex ponderibus B C & libra compositæ centrum gravitatis est E. Quare per I. &c.

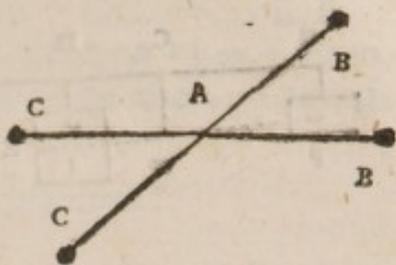


Prop. IV. Libra horizonti æquidistans, cujus centrum sit in ipsa libra, æqualia in extremitatibus, æqualiterque à centro distantia habens pondera, etiam ab ejusmodi situ mota ubicunque relicta permanebit.

1. Secundum quod — desin. grave deorsum fertur,

Nam

Nam magnitudinis ex ponderibus BC & libra compositæ centrum gravitatis est A : quare ab eo puncto appensa quiescet, positionem quam initio habebat servans, (per Definit.)

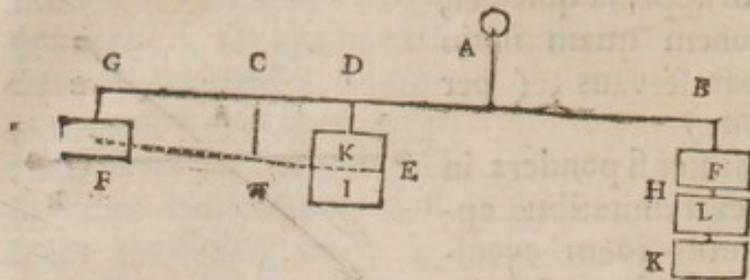


Similiter si pondera in libræ extremitatibus appendantur idem eveniet: dummodo ex suspensionum punctis ad centra gravitatum ponderum ductæ lineæ (quocunq; modo moveatur libra) si protrahantur, in centrum mundi concurrant. Ubi enim pondera hoc modo sunt appensa, ibi gravefcunt, ac si in iisdem punctis centrum gravitatum haberent. Huic propositioni adversantur *Jordanus de ponderibus*; *Hier. Cardanus de subtilitate*. *Nic. Tartalea de quæsitis ac inventionibus*; quorum opiniones prolixa confutatione *Guidus* in hâc 4. prop. refellit.

Prop. V. Duo pondera EF in libra ex punctis DG appensa, si libra illa intercepta ita dividatur in puncto C , ut segmenta ponderibus reciprocè respondeant (hoc est si fiat $GC. DC :: E. F$) æquiperabunt ex ipsis punctis ac si utrumque simul $E + F$ ex puncto divisionis C suspendatur. Esto A centrum libræ, & sumatur $AB = AC$. sunt hi tres casus.

Casus I. Esto utrumque punctum DG ex eadem parte centri A

1 Fiat AB. AG :: F. H } æquiponderant.
 Et AB. AD :: E. K } p. 6. 1. Archim.

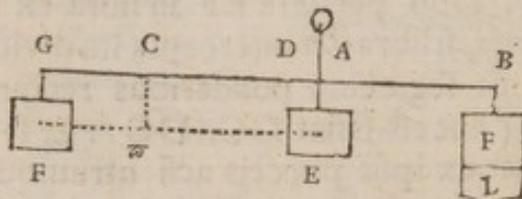


Dico $H + K = E + F$;
 Ideoq; $E + F$ ex C æquiponderare ipsis $H + K$ ex B.
 Nam dividatur H in $F + L$ & E in $K + I$: probetur $I = L$.

2 Erit $AG - AB, AB :: H - F, F$: hoc est $GC, AB :: L, F$.

3 Et $AB - AD, AB :: E - K, E$: hoc est $DC, AB :: I, E$
 at 4 $GC, DC :: E, F$

5 Quare $GC, AB :: I, F$. Est igitur 6 $I = L$. Ergo &c.
 Casus. 2. Esto punctum D in Centro A.



Fiat AB. AG :: F. H.

- 1 Proinde $F > H$. & $E < K$. per Schol. 14. E. 5
- 2 Ex construct. primâ invertendo & dividendo.
- 3 Ex const. secundâ dividendo conyerfim.
- 4 Ex hypothefi.
- 5 Ex æquo perturbatè.
- 6 Per 9. E. 5.

Dico

Dico $H = E + F$ Ideoq; $E + F$ ex C. æquiponderare ipsi H. appenso ex B.

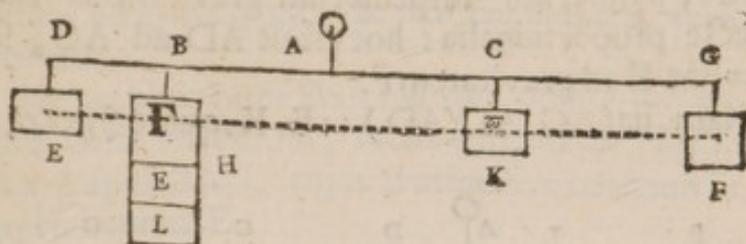
Nam dividatur H in F, L: probetur $L = E$

¹ Erit $GC. AB :: L. F$ at ² $GC. DC :: E. F.$

³ Quare $DC. AB :: L.E.$ Est ergo ⁴ $L = E.$ Ergo.

Casus III. Esto punctum D ex altera parte centri A.

Fiat $AB. AD :: E. K.$ } æquipond.
Et $AB. AG :: F. H.$ }



Dico $H - K = E + F$: Ideoque $E + F$ ex C æquiponderare ipsi H-K nempe H-L ex B.

Nam dividatur H in F + E + L. probetur $L = K.$

⁵ Erit $DC. AB :: E + K. E:$ Et ⁶ $GC. AB :: E + L. F.$ ($E + L = H - F$)

at $GC. DC. :: E. F.$

⁷ Quare $DC. AB :: E + L. E :: E + K. E.$

Igitur erit ⁸ $L = K.$ Ergo demtis $LK.$ &c.

¹ Ut in casu primo.

² Ex Hyp.

³ Invertendo analogiam secundam & ex æquo perturbatè.

⁴ Nam $DC = AC = AB.$ ex. Hyp. casus 2. & constructione propof.

⁵ Ex Analogiâ primæ constru. invertendo, & componendo.

⁶ Ex Analogia 2. Const. invertendo, & dividendo.

⁷ Ex æquo perturbatè.

⁸ Per 9. E. 5. & 3. ax. E. 1.

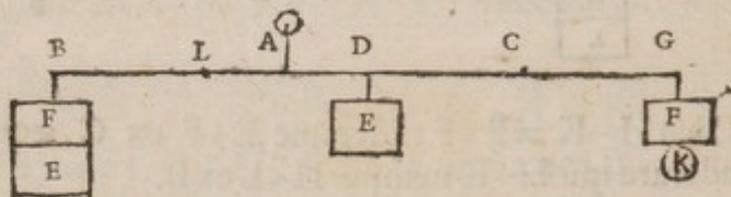
Probe.

Probetur $H < E + F$:¹ $E + F. F :: DG. DC ::$
 $AG + AD. AB. + AD$:²
 H. F.

Aliter demonstrari poterunt singuli Casus per centrum gravitatis \approx inventum per 6. 1. Archimedis de æquiponderantibus.

Prop. VI. Si in libra BAC pendente è centro A suspendantur ad puncta D G utrinque à C æquidistantia duo æqualia pondera EF, segmenta libræ è centro, ponderum suspensorum gravitatibus sunt directe proportionalia: hoc est ut AD ad AG, sic gravitas E ad gravitatem F.

Nam fiat $AG. AL (AD) :: E. K$. quare (per 6, 1.



Arch. de æquipond.) E appensum ad D vel L habebit ad gravitatem F; sed K appensum ad G gravitatem eandem F habebit. Ergo E appensum ad G tanto ponderat gravius quam ad D, quanto F majus est quam K: vel quanto spatium AG majus est spatio AD.

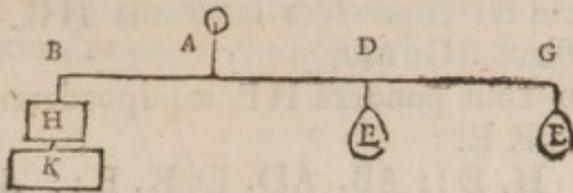
Aliter demonstratur sic per 6, 1. Archim. de æquiponderantibus.

¹ Componendo. Nam $GC. DC :: E. F$. ex hyp.

² Per. 33. E. 5.

distat,

Est AB. AD :: E. H } æquipond.
 Et AB. AG :: E. K }



* Ergo AD. AG :: H. K

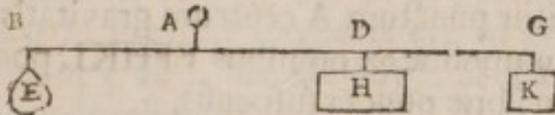
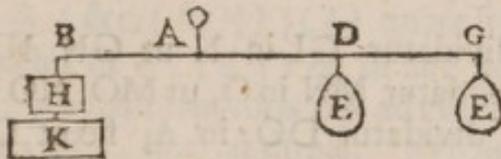
Corollarium. Quo pondus à centro libræ magis distat, eo gravius est; & per consequens velocius movetur.

Atque hinc ratio Stateræ, qua ponderum gravitates notæ redduntur, facile ostendetur. Esto Stateræ scapus BAG, cujus trutina sive centrum sit A; appendiculum E.

Ufus Stateræ potest esse duplex.

Nam primò appendiculum erit mobile in Stateræ brachio A G, & pondus appendetur ad B.

Dico gravitatem ponderis H ad gravitatem ponderis K esse ut AD. AG. Nam gravitas ponderis H



æquatur gravitati ponderis E appensi in D : & gra-

z Invertendo primam analogiam, & ex æquo ordinatè.

vitas

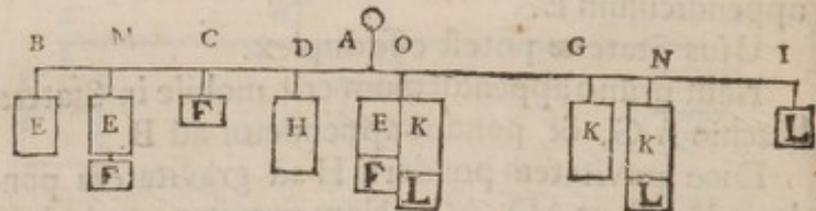
vitæ ponderis K æquatur gravitati ponderis E appensi in G. Vel secundo appendiculum erit immobile in B: & pondera inæqualia HK. Dico H ad K esse ut AG. AD.

Nam cum pondera HE æquiponderent, item pondera KE.

Erit $H. E :: AB. AD.$ Et $K. E :: AB. AG.$
Ergo.

Prop. VII. Quotcunque datis in libra ponderibus EFHKL ubicunque appensis puta ex punctis BCDGI, centrum libræ A invenire, ex quo si suspendatur libra, data pondera maneat.

Dividatur BC in M sic ut $BM. CM :: F E.$



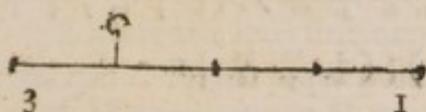
Deinde dividatur GI in N ut $GN. NI :: L. K.$
Iterum dividatur MN in O, ut $MO. NO :: KL. EF.$
Postremo dividatur DO in A, sic ut $DA. AO :: EFKL. H.$

Est igitur punctum A centrum gravitatis magnitudinis compositæ ex omnibus EFHKL ponderibus ad eadem libræ puncta suspensis.

Ergo $H. K :: AG. AD.$ invertendo secundam analogiam & ex quo perturbatè,

Ha-

Habeant brachia libræ proportionem non æqualitatis, sed aliam quamlibet puta 3 ad 1: Quare pondus 1 appensum ad finem longioris brachii æqueponderabit ponderi 3 appenso ad finem brevi-



oris. Jam vero utrique 3 & 1 apponatur æquale pondus, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, &c. & sic pondera brevioris fient 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, &c. & pondera longioris 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, &c.

Brachium libræ longius gravescet. Excessus autem gravedinis illius supra alterum, invenietur dividendo rationem ponderum in æqualitate respondentium, nempe $\frac{3}{1}$ per rationem ponderum auctorum $\frac{4}{2}, \frac{5}{3}, \frac{6}{4}, \frac{7}{5}, \frac{8}{6}, \frac{9}{7}, \frac{10}{8}, \frac{11}{9}, \frac{12}{10}$ &c. Quotus five ratio excessus longioris brachii supra brevius oriatur, $\frac{3}{2}, \frac{9}{5}, \frac{3}{4}, \frac{15}{7}, \frac{9}{4}, \frac{7}{3}, \frac{12}{5}, \frac{27}{11}, \frac{5}{2}$ &c. (sic $\frac{12}{10}$) $\frac{3}{1} (\frac{5}{2})$ quare si in fine brevioris brachii sit 6 (3 + 3) & in fine longioris 4 (1 + 3): gravitas longioris erit ad gravitatem brevioris, ut 2 ad 1, hoc est dupla. Et si in fine brevioris brachii sit 12 (3 + 9) & in fine longioris sit 10 (1 + 9): gravitas longioris erit ad gravitatem brevioris, ut 5 ad 2, hoc est dupla & sesquialtera. Et similiter de reliquis.

Consect. Gravitas longioris brachii augetur super gravitatem brevioris, tum propter majorem brachiorum

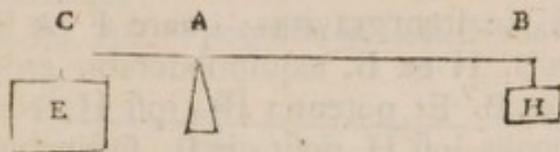
B

orum

DE VECTE.

Prop. I. Potentia in B sustinens pondus E vecti BAC appensum, & ipsum pondus segmentis vectis à fulcramento A sunt reciproce proportionalia. Dico $AB.AC :: E.$ potentia in B sustinens pondus E.

Nam fiat $AB.AC :: E.H.$ æquepond. quare potentia æqualis ipsi H constituta in B æquiponderabit

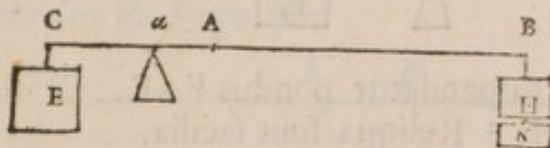


ipsi E : hoc est prohibebit ne deorsum vergat. At hoc præstat potentia præsupposita in B. Ergo.

Coroll. 1. Pondus quo fulcramento propius est, e minore sustentatur potentia.

Nam fiat $AB.AC :: E.H.$

Et ${}^aB. {}^aC :: E.K.$



¹ Et quia ${}^aB. {}^aC :: AB.AC.$

Erit $E.K :: E.H.$ Ergo ² $K. < H.$

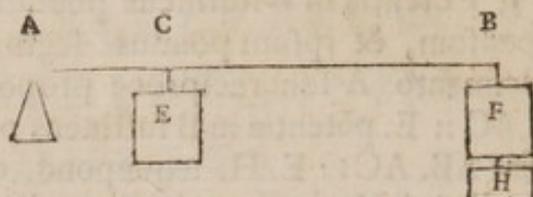
Prop. II. Si pondus E inter fulcramentum & potentiam in B suspendatur : potentia in B sustinens pondus E, & ipsum pondus, segmentis vectis à

¹ ${}^aB. {}^aC :: AB.AC.$ per. 8. E. 5.

² 10. E. 5.

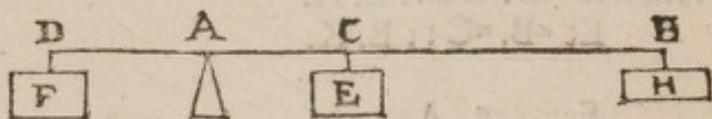
fulcimento A sunt etiam reciproce proportionalia.
Dico AB. AC :: E. potentia in B.

Nam appendatur ex B pondus $F = E$.¹ Erit AB,



AC :: gravitas F ex B. E ex C. Fiat AB. AC ::
pondus E. H : item gravitas : quare F ex B. E ex
C :: F ex B. H ex B. æquiperabit ergo E ex
C, & H ex B. Et potentia B = ipsi H. Nam po-
tentia æqualis ipsi H posita in B, sustinebit ipsum
H, ne decedat, quare & sustinebit ipsum E appen-
sum ex C, ergo.

Coroll. 2. Potentia in B semper minor est pon-
dere E. Aliter demonstratur sic. Fiat AD = AC.



Et ex D suspendatur pondus $F = E$. Et fiat AB.
AD :: F. H.² Reliqua sunt facilia.

Coroll. 3. Si sint duæ potentia, una in B, alte-
ra in D : & utraque sustentet pondus appensum ex
A : erunt potentia segmentis vectis ab A reciproce
proportionales : hoc est AB. AD :: F. H. & po-

¹ Per. 6. libræ.

² F. E } æquiperabit. ergo etiam. E. H. æquiperabunt. Quare.
F. H } Potentia B. = H. &c. ut in priori demonit.

tentia

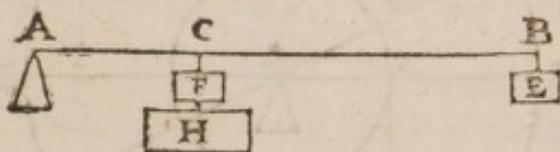
tentia in B puncto remotiore ab A minor est potentia in D puncto propiore.

Coroll. 4. Utraque potentia simul sumta æquatur ponderi appenso ex A.

Nam $DB.DA::A.H$
 Et $BD.BA::A.F$ } Ergo $DB.DB::A.H+F.$

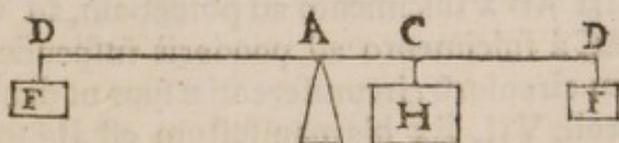
Prop. III. Si pondus E ex altero fine B appendatur, potentia in C sustinens pondus E, & ipsum pondus segmentis libræ à fulcramento sunt reciproce proportionalia.

Dico $AB.AC::$ potentia in C.E. Nam fiat $F=E.$



& $AB.AC::H.E$ gravit. at $AB.AC::$ gravitas E ex B. F ex C. æquiponderant igitur E ex B. & H ex C.

Ponatur in C Potentia sustinens pondus H : erit igitur æqualis ipsi H. Quare eadem potentia sustinebit pondus H. Ergo &c.



Aliter demonstratur sic. Fiat $AD=AB$: & pondus $E=F$. Et $AD.AC::H.F$ æquipond. Reliqua sunt facilia.

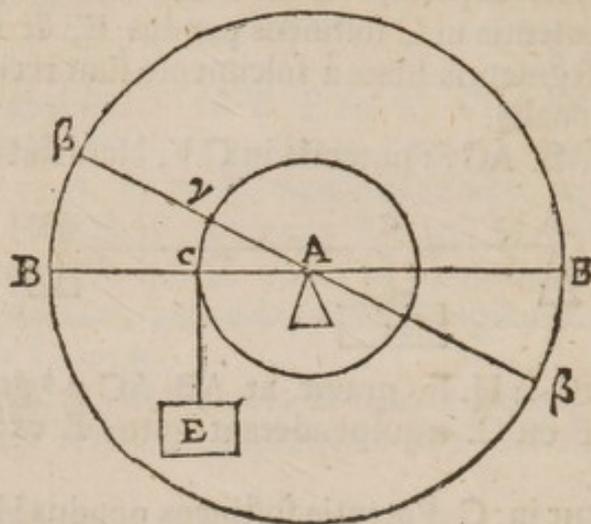
- 1 Utraque per propof.
- 2 Per 12. E. 5. alternando terminos.
- 3 Per 6. libræ.

Coroll. V.

Coroll. V. Quo pondus E propius est fulcimen-
to A, eo minor potentia in C ipsum sustinebit.

Coroll. VI. Potentia in C semper major est pon-
dere E.

Prop. IV. Si potentia in B moveat pondus E
vecti appensum ex C puncto; Erit ut $B\beta$ spatium



potentiæ motæ ad $C\gamma$ spatium ponderis moti, sic
distantia AB à fulcimento ad potentiam, ad distan-
tiam AC à fulcimento ad ponderis suspensionem.

Nam circularũ circumferentiæ sunt ut diametri.¹

Coroll. VII. Ex his manifestum est $B\beta$ spatium
potentiæ motæ, ad $C\gamma$ spatium ponderis moti ma-
jorem habere proportionem quam pondus E ad
eandem potentiam in B.

Nam potentia in B movens pondus E necessariò

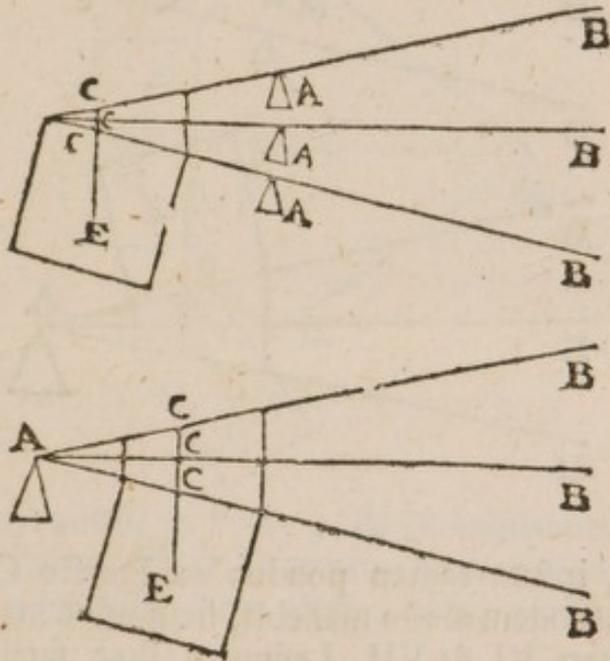
¹ Et etiam radii per 15. E. 5. sed arcus similes (quales sunt $A\gamma C$. $AB\beta$.
per 3. cor. 33. E. 6.) sunt ut circumferentiæ.

major

major esse debet quam potentia sustinens tantum.

At vero $AB.AC :: E$. potentia in B sustinens. Ergo.

Prop. V. Potentia in B vecte sustinens pondus E (cujus centrum gravitatis est E) ad ipsum pondus eandem habebit proportionem quam distantia AC inter fulcimentum & punctum intersectionis lineæ è centro gravitatis perpendicularis plano hori-



zontis cum vecte, ad distantiam AB inter fulcimentum & potentiam.

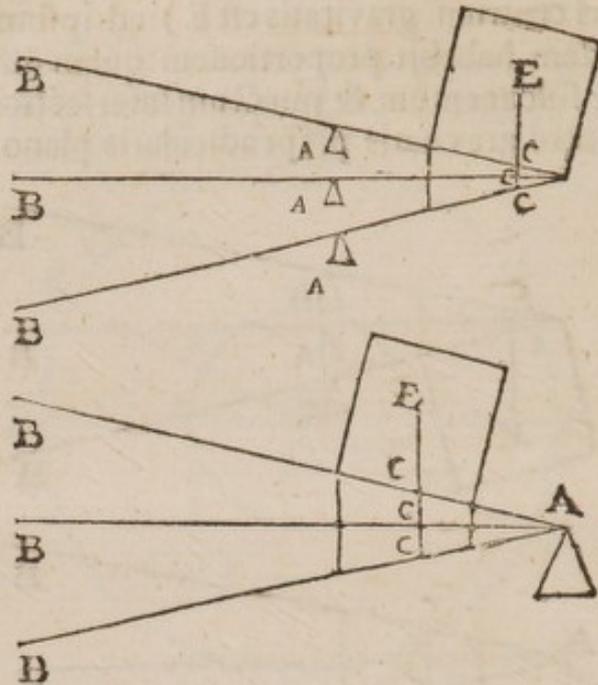
Dico $AB.AC :: E$. potentia in B.

Nam per ea quæ à Fed. Command. demonstrantur in 6 propos. Archim. de quadra. parabolæ, si

Per. 1. de vecte,

ponderis

ponderis E suspensiones ad vectem solvantur reli-

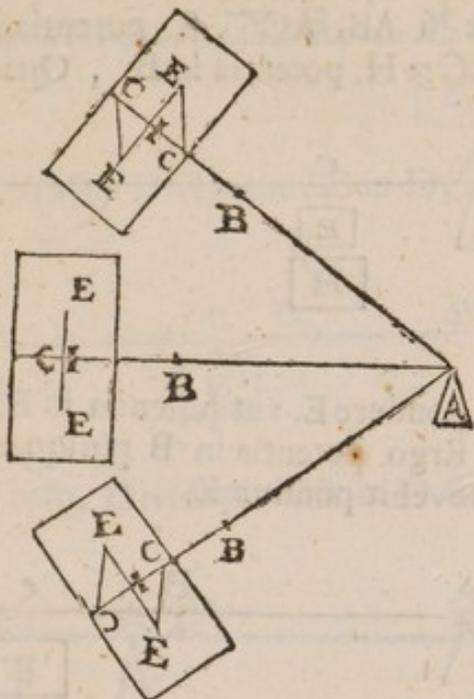


quæ, ipsum tamen pondus ex Puncto C appen-
sum, eodem modo manebit, sicut nunc manet.

Prop. VI. & VII. Lemmata sunt facillima, i-
deoque omittenda censui.

Prop. VIII. IX. & X. Potentia in B pondus in
E sustinens vel etiam movens, si centrum gravita-
tis supra vectem horizonti æquidistantem habeat,
quo magis pondus ab hoc situ vecte elevabitur,
majore egebit potentia, quo magis deprimetur,
minore. At si centrum gravitatis in ipso vecte ha-
beat,

beat, five elevabitur five deprimetur, eadem semper potentia opus erit.



Ratio sequitur ex Prop. 5. & ex habitudine duarum rectorum EI, EC è centro gravitatis quarum una est perpendicularis vecti, altera plano horizontalis.

Coroll. VIII. Hinc facile elicitur, quod in omnibus vectis sitibus potentia in B sustinentes pondus, eandem semper ad se invicem rationem habeant quam distantia AC in iisdem sitibus.

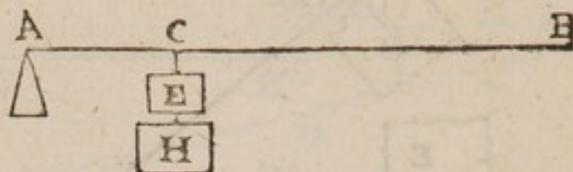
Prop. XI. Si vectis distantia AB inter fulcimentum & potentiam ad distantiam AC inter fulcimentum & punctum, ubi à centro gravitatis ponderis

C

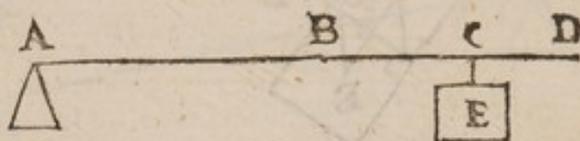
E du-

E ducta perpendicularis horizonti vectem secat; majorem habuerit rationem quam pondus ad potentiam; pondus à potentia movebitur.

Hoc est si AB. AC⁷. E. potentia in B. Nam fiat AB. AC :: H. potentia in B. 1 Quare pondus H



majus est pondere E. 2 at potentia in B sustinet pondus H. Ergo potentia in B plusquam sustinebit, hoc est movebit pondus E.



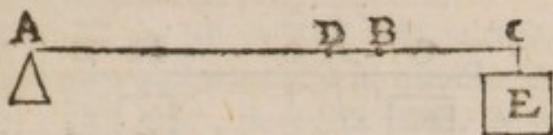
Aliter demonstratur sic Fiat. AB. AD :: E. potentia in B. at AB. AC⁷. E. potentia in B. 3 Quare distantia AD major est distantia AC. 4 At potentia in B sustinet pondus E ex D: Ergo per Corol. 5. Prop. 3. plusquam sustinebit pondus E ex C.

Prop. XII. Datum pondus E à data potentia in B dato vecte ABC movere. Esto datum pondus ut 3; & data potentia ut 5; quæ posita sit inter fulcimentum A & punctum suspensionis C:

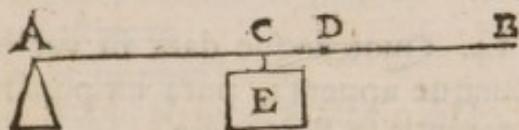
1 10. E. 5. 2 1. hujus. 3 10. E. 5: 4 3. hujus.

In

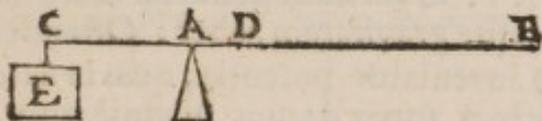
In hoc casu: Dividatur AC in D ut AD. AC ::
 .5.



In secundo casu. Dividatur AB in D, sic ut AB.
 AD :: 5. 3.



In tertio casu, Dividatur CB in D sic ut DB.
 DC :: 5. 3.

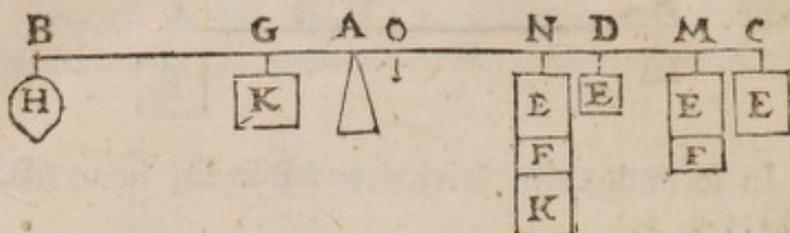


Tum quia in ¹ singulis casibus punctum D inven-
 tum æquat potentiam ponderi : sumendum est
 juxta D punctum aliud in quo pondus fiat levius,
 per Prop. 11.

Prop. 13. Quotcunque datis in vecte ponderi-
 bus EFK ubicunq; appensis, puta ex punctis CDG,
 datoque A fulcimento potentiam invenire, quæ in
 dato puncto B data pondera sustineat.

« Per. 3. 2. 1. hujus.

Fiat E. F. :: MD. MC. tum EF. K :: NG. NM.
Et AB. AN :: EFK. H potentia.¹

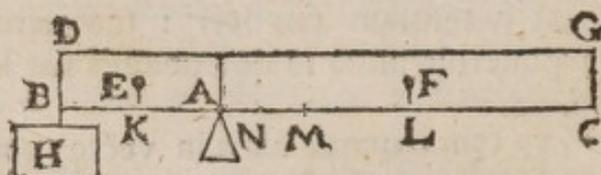


Prop. 14. Quotcunque data in vecte pondera
EFK ubicunque appensa, puta ex punctis CDG,
à data H potentia in B movere.

Fiat E. F. :: MD. MC. Tum EF. K :: NG. NM.
Et EFK. H :: AB. AN.

Postremò inter A & N statuatur fulcimentum O.²

Prop. XV. Quia dum pondera vecte moventur
vectis quoque gravitatem habet : Ostendendum &
quomodo inveniatur potentia, quæ in dato puncto
datam vectem super datum fulcimentum A susti-
neat.



Est vectis BCDG, & partis vectis AD centrum
gravitatis E : partis autem AG centrum gravita-

¹ Quæ data pondera sustinebit. per 5. libræ. & 1. hu. ² 11. hu
tis

tis F. E quibus rectæ perpendiculares horizonti ducantur EK FL. Suntque partes illæ vectis quasi duo pondera ex punctis KL appensa.

Dividatur KL in M, ut KM. ML :: AG. AD. ¹ Jam si potentia collocanda sit in puncto B. Fiat AB. AM :: AD + AG. ² potentia in B. Si vero potentia collocanda sit in puncto C. Fiat AC. AM :: AD + AG. ³ potentia in C.

Item si pondus H vecti appendatur ex puncto B: potentiaque ponenda sit, ita ut vectem unā cum pondere sustineat.

Invento ut prius puncto M.

Dividatur BM in N, ut BN. NM :: AD + AG. H.

Tum fiat AC. AN :: AD + AG + H. potentia in C.

Vel fiat AB. AN :: AD + AG + H. potentia in B.

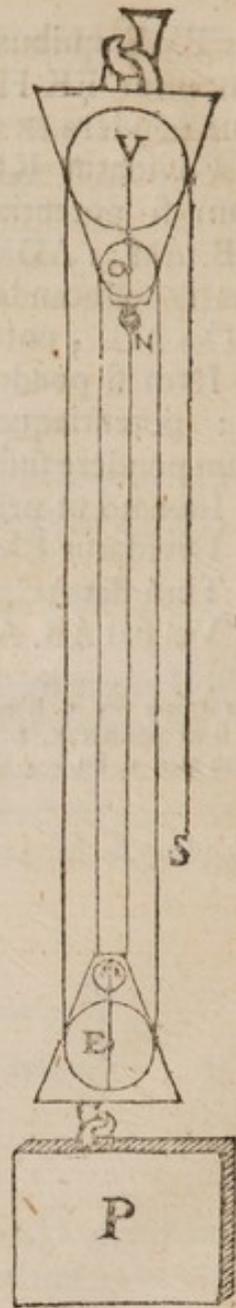
¹ Quare per 5. libræ, utrumque simul ex M. æquiponderabit, ac si ex punctis K. L. suspendantur seorsim. ² Quæ sustinebit vectem per. 1. hu. ³ Quæ sustinebit vectem. per 2. hu.

DE

DE TROCHLEA.

Sit pondus P quod plano horizontis ad rectos angulos fursum fit attollendum. Et (ut fieri solet) Trochlea duos habens orbiculos, quorum axiculi sint OV, superne appendatur: & altera trochlea duos etiam habens orbiculos, quorum axiculi sint AE, infernè ponderi alligetur: ac per omnes utriusque trochleæ orbiculos circumducatur funiculus, qui in altero ejus extremo, puta in N, nodo religetur. Potentia autem sustinens sive movens ponatur in S: quæ dum descendit, pondus fursum ex adverso attollatur.

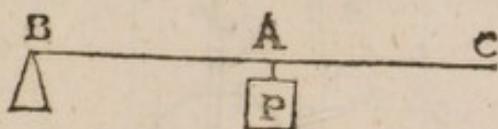
Problemata demonstranda. 1. Quomodo hoc Trochleæ instrumentum reducatur ad vectem. 2. Cur magnum pondus ab exigua virtute. 3. Et quomodo, 4, quantoque in tempore moveatur. 5. Cur funis in uno capite debet esse religatus. 6. quodque superioris, 7 quodque inferioris trochleæ sit officium. 8. Et quomodo omnis in numeris data



propor-

proportio inter potentiam & pondus inveniri possit.

Lemma. Sit vectis CB bifariam divisus in A, cujus fulcimentum sit B: & sit potentia in C, sustinens pondus appensum ex A: Dico potentiam in C æqualem esse resistentiæ fulcimenti: & utramque ponderis esse subduplam. Est enim $\frac{1}{2} BC$.



BA :: P. potentia in C, at $BA = \frac{1}{2} BC$. Et quia potentia in C una cum fulcimento in B sustinet pondus P: potentia autem in C est ponderis subdupla, necesse est ut fulcimentum in B saltem æqualiter resistat ponderis gravitati: alioquin sustineri pondus non potuerit, sed deorsum movebitur. Sufficit autem ad ponderis immobilitatem ut æqualiter ipsi potentiæ resistat. Ergo fulcimenti resistentia est etiam ponderis subdupla. Et gravescit pondus super fulcimento æqualiter dimidio sui.

Aliter sic. Loco fulcimenti ponatur in B potentia, una cum potentia in C, sustinens pondus P: & utraque ponderis dimidium sustinebit.

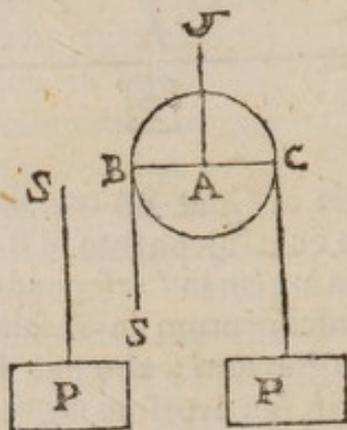
Prop. I. Si funiculus Trochleæ superne appensæ orbiculo circumducatur, alterumque ejus

1 Per 2. hujus. 2 Per 2. 3. corol. 2. hujus.

extre-

extremum ponderi alligetur, alterum à potentia pondus sustinente teneatur: erit potentia ponderi æqualis: poteritque idem pondus ab eadem potentia absque trochleæ hujus auxilio nihilominus sustineri.

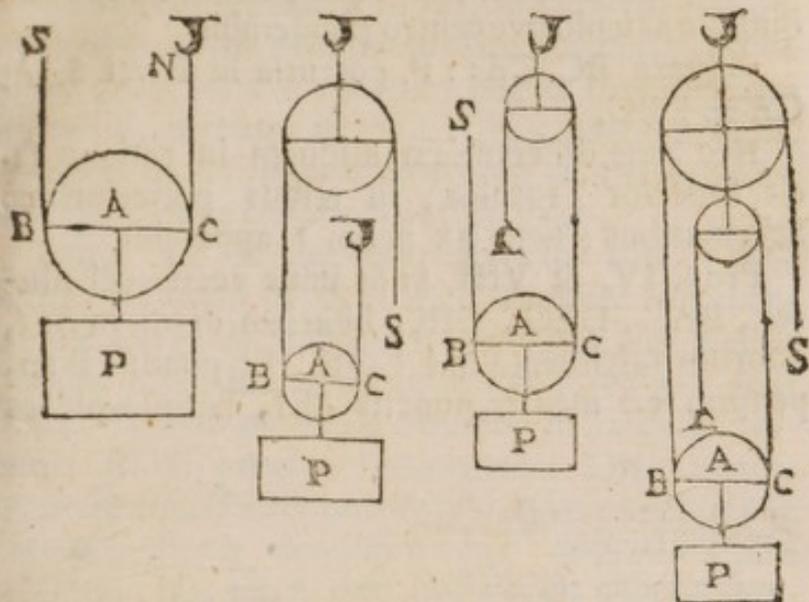
Nam quia rectæ CP BS sunt plano horizontis perpendicularares, tanguntque orbiculum in CB,



diameter CAB erit ² parallela horizonti. Estque diameter CAB quasi vectis, habens fulcimentum in centro A. Itaque cum distantia AC = AB: potentiaque in S, hoc est in B, ponderi P appenso ex C ³ æquiperet: erit potentia in S æqualis ponderi P. Ideoque ipsum absque Trochleâ sustinebit.

¹ Ex hyp. ² Per 18. E. 3. & 18. E. 1. ³ Per 1. Vect.

Prop. 2. & 3. Si funiculus Trochleæ ponderi alligatæ orbiculo circumducatur, alterumque e-



jus extremum alicubi in N religetur, alterum à potentia pondus sustinente detineatur (sive adhibeatur Trochlea superior sive non adhibeatur) erit potentia sustinens ponderis subdupla.

Ratio patet ex Lemmate præmissio. Nam cum potentia in S vel B trochlea pondus P sustinere debeat, funiculum ex altero extremo religatum esse oportet, puta in N: ita ut N æqualiter saltem potentia in S vel B resistat: alioquin potentia in S nullatenus pondus sustinere posset. Estque BAC tanquam vectis: cui instar fulcimenti est

D

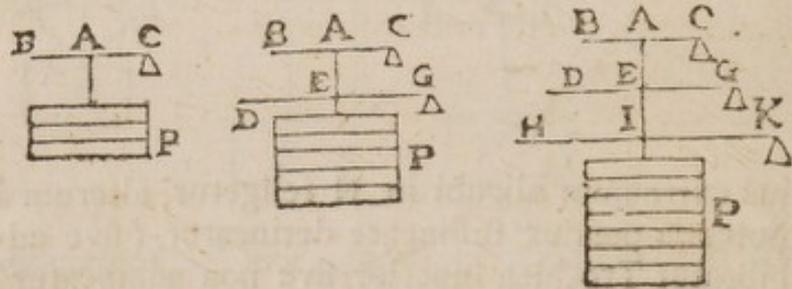
punctum

punctum C, existente funiculo NC immobili: pondus autem ex A appensum, quia trochlea sustinetur axiculo A, ideoque pondus P in eodem quoque axiculo sive centro ponderabit.

¹ Quare $BC. CA :: P. \text{potentia in B vel S. At } CA = \frac{1}{2} BC.$

Nec Sane differentiam aliquam in ratione facit superior Trochlea, in tribus posterioribus Schematibus: sicut ex prop. I. apparebit.

Prop. IV. & VIII. Si fit unus vectis vel plures, BAC, DEG, HIK, bifariam divisi, in AEI, quorum fulcimenta sint CGK, Et pondus P appensum ex mediis punctis AEI, sintque plures



potentiæ æquales; una in mediis illis punctis tanquam uno, reliquæ in singulis terminis BDH, pondus sustinentes: Dico unamquamque ex dictis potentiis seorsim ponderis esse submultiplicem denominatione composita ex unitate & totidem binariis quot sunt vectes, hoc est si unus sit vectis esse subtriplem: si duo sunt vectes

¹ Per 2. Vect.

esse subquintuplam : si tres subseptuplam ,
&c.

Nam cum potentia in medio vectium sustineat unam partem denominativam ponderis : sitque potentia æqualis in extremo duplo fortior quam in medio, quoniam est $CA. CB ::$ potentia in B. potentia in A: singulæ potentiæ in extremis sustinebunt binas ejusmodi partes. Ergo.

Prop. VI. Si sint plures vectes BAC DEG HIK, bifariam divisi in AEI, quorum fulcimenta sint CGK & pondus P appensum ex mediis punctis AEI, ita ut ex omnibus æqualiter ponderet, sintque potentiæ æquales in singulis terminis BDH pondus sustinentes : Dico unamquamque ex dictis potentiis seorsim ponderis esse submultiplicem denominatione dupla numero vectium, hoc est si duo sint vectes esse subquadruplam, si tres subsextuplam. &c.

Nam $CA. CB ::$ potentia in B. pars ponderis quam sustinet.

Et $GE. GD ::$ potentia in D. pars ponderis quam sustinet.

Et $KI. KH ::$ potentia in H. pars ponderis quam sustinet.

At vero potentiæ sunt inter se æquales, & subduplæ ad partem ponderis quam sustinent (ut ex proportionibus patet :) Quare unaquæque potentia sustinebit trientem ponderis, & æquivalet sextanti.

1 Per 2. Vect.

Poterat quidem hæc propositio commode con-
jungi cum 2 præcedentibus.

Prop. V. & IX. Si singulis duarum trochlea-
rum orbiculis, quarum altera superne suspenfa,
altera inferne ponderi alligata fuerit, circumdu-
catur funiculus, cujus unum extremum inferiori
trochleæ religatur, alterum à potentia pondus
sustinente detinetur: erit potentia ponderis sub-
multiplex denominatione composita ex unitate
& totidem binariis, quot sunt in inferiori trochlea
orbiculi, hoc est si unus sit orbiculus, subtripla;
si duo sint orbiculi, subquintupla; si tres subse-
ptupla, &c. Ratio sequitur ex 4 & lemmate.

Nam funiculus FN est ut potentia sustinens or-
biculum ac si in A centro esset: & potentia in S
ac si esset in B.

Est igitur BAC tanquam vectis cujus fulcimen-
tum C.

pondus vero P appensum ex A
à duabus potentiis una in centro
altera in B æqualiter sustentatur.
In Superiori enim trochlea diame-
ter FML est tanquam vectis habens
fulcimentum in axiculo five centro
M. Ideoque pondera F & L susti-
net æqualia: & tam sustinet FN
quam LC. Deinde quoniam ex
medio vecte BAC pondus P sus-
penditur, idcirco potentia in BC
pondus sustinentes sunt æquales:

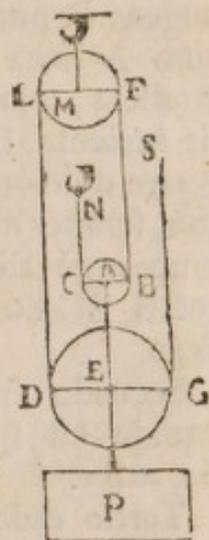


quare

quare tam sustinebit SB quam LC. funiculi SB FN LC igitur æqualiter pondus sustinebunt. Ergo.

Prop. VII. Si singulis duarum trochlearum orbiculis, quarum altera superne suspensa, altera inferne ponderi alligata fuerit, circumducatur funiculus cujus unum extremum supra alicubi religatur, alterum à potentia pondus sustinente detinetur; erit potentia ponderis submultiplex denominatione dupla numero orbiculorum in inferiori trochlea, hoc est, si unus est orbiculus, subdupla: si duo sint orbiculi, subquadrapla: si tres subsextupla, &c. Ratio sequitur ex 6 & lemmate.

Nam diametri orbiculorum BAC DEG FML sunt tanquam vectes horizonti æquidistantes: & quia in vecte FML, fulcimentum est M, funiculi FB LD æqualiter sustinent. Et quia pondus dependet ex AE mediis punctis vectium BAC DEG funiculi FB NC æqualiter sustinent: item funiculi SG LD. quare omnes funiculi SG FB NC LD æqualem partem ponderis P sustinent: & pondus in utraque vecte BAC DEG æqualiter ponderabit. Ergo.



Coroll. I. Manifestum est ex prop. 2. 4. 5.

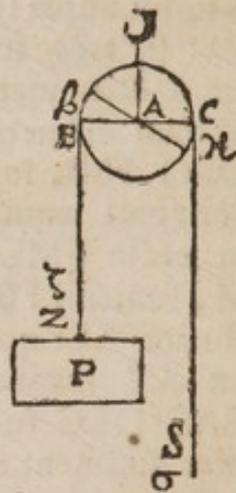
7. & 9. singulos funiculos trochleam inferiorem pertingentes æqualem totius ponderis partem æqualiter sustinere. Ideoque inferiorem trochleam cui pondus alligatur efficere ut pondus minore potentia sustineatur, quod quidem trochlea superior non efficit.

Prop. X. Si trochleæ fursum appensæ orbiculo funiculus fuerit circumductus, cujus alteri extremo alligatum sit pondus, in altero potentia movens collocata: primò movebit hæc vecte horizonti semper æquidistante.

Nam dum CS tendet in σ remanet semper CS σ horizonti perpendicularis, circumque tangens in puncto C, per centrum A linea horizonti semper parallela, quod idem etiam evenit funiculo BZ & puncto B. Quare dum orbiculus circumvertitur, semper movetur vectis BC, semperque adhuc remanet alter vectis BC horizonti parallelus. Ergo.

Secundo spatium potentiae pondus moventis æquale est spatium ejusdem ponderis moti. Nam $Z\zeta = S\sigma$.

Tertio eadem potentia idem pondus (sive cum trochlea fursum appensa, sive absque ipsâ tro-

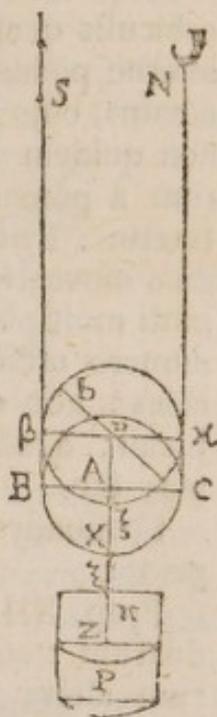


chlea)

chlea) per æquale Spatium in æquali tempore movebit: dummodo lationes velocitate sint æquales.

Prop. XI. & XII. Si trochleæ ponderi alligatæ orbiculo funiculus fuerit circumductus, cujus unum extremum alicubi sursum religetur, alterum à potentia pondus movente detinetur: primò movebit hæc vecte horizonti semper æquidistante.

Nam cum potentia in S dum tendit sursum attollendo orbiculum, semper movetur in recta linea $BS\sigma$ parallela ipsi NC : etiam orbiculi centrum A in recta linea $ZA\alpha$ movebitur. Ducta recta diametro $\beta\alpha\chi$ horizonti parallela, orbiculus tanget funiculos BS CN in partibus $\beta\alpha$. Fiat $P\pi = A\alpha$. Quando orbiculi centrum est α , pondus P erit in π , & potentia movens S ascendit in σ . Quare dum orbiculus movetur & circumvertitur semper movetur vectis BC, semperque adhuc remanet alter vectis $\beta\alpha$ horizonti parallelus. Ergo.



Secundo spatium potentia pondus moventis duplum est spatii ejusdem pon-

deris

deris moti. Nam cum funiculus $N \times + \times C + CXB + B \beta + \beta S = N \times + \times \xi \beta + \beta S + S \sigma$. demtis igitur æqualibus restat $\times C + B \beta = S \sigma$. Ergo.¹

Tertiò eadem potentia idem pondus fune circa orbiculum trochleæ ponderi alligatæ, in æquali tempore per dimidium spatium movebit, quam absque trochlea: dummodo lationes velocitate sint æquales. Nam spatium $Z \zeta = \frac{1}{2} S \sigma$.

Prop. XIV. Et si singulis duarum trochlearum orbiculis quarum altera superne suspensa, altera inferne ponderi alligata fuerit, circumducatur funiculus, cujus unum extremum alicubi sursum non quidem superiori trochleæ religatur, alterum à potentia pondus movente detinetur: Erit spatium potentie pondus moventis ad spatium ponderis moti multiplex denominatione dupla numero orbiculorum in inferiori trochlea: hoc est, si duo fuerint orbiculi, quadrupla; si tres, sextupla, &c.

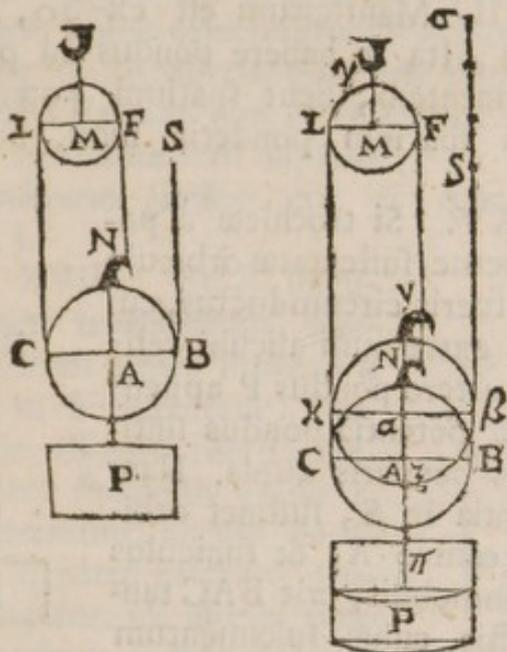
Demonstratio satis manifest. Ex priore.

Prop. XIII. & XIV. Si singulis duarum trochlearum orbiculis, quarum altera superne suspensa, altera inferne ponderi alligata fuerit, circumducatur funiculus, cujus unum extremum inferiori tro-



¹ $S \sigma$ duplum $A \xi = B \beta$ vel $K C$ per 34. E. 1.

chleæ religatur, alterum à potentia pondus mo-
vente detinetur. Erit spatium potentix pondus



moventis ad spatium ponderis moti multiplex, de-
nominatione composita ex unitate, & totidem bi-
nariis quot sunt in inferiori trochlea orbiculi, hoc
est, si unus sit orbiculus, tripla; si duo, quin-
zupla; si tres septupla, &c.

Nam fiat $P_{\pi} = A_{\alpha} = N_{\nu}$. Quando uncus N
est in ν , erit orbiculi centrum A in α , & pondus
P in π & potentia movens S ascendet in σ . Quare

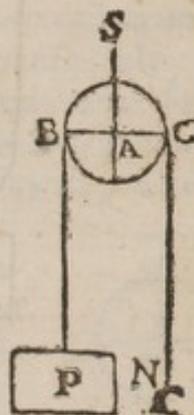
E

funiculus

funiculus $N_v + \gamma Lx + \kappa C + \overline{CXB} + B\beta + \beta S = \gamma Lx + \kappa C + \beta S + S\sigma$. demtis igitur æqualibus restat $N_v + \kappa C + B\beta = S\sigma$. Ergo.

Coroll. II. Manifestum est ex 10, 11, 12, 13, & 14; Ita se habere pondus ad potentiam ipsam sustentem, sicut spatium potentiae moventis ad spatium ponderis moti. Scil: reciproce.

Prop. XV. Si trochleæ à potentia superne sustentatæ orbiculo funiculus fuerit circumductus, cujus unum extremum alicubi religatur, ex altero pondus P appendatur: Erit potentia pondus sustinens ipsius ponderis dupla. Nam quia potentia in S, sustinet orbiculum in centro A: & funiculus NC est immobilis, erit BAC tanquam vectis cujus fulcimentum est C. Quare CB. CA :: potentia in A. P. At $CB = 2CA$. ergo.



Aliter sic. Loco unci N, appendatur ex N pondus æquale ipsi P. æqueponderabunt igitur: & potentia in A sustinens ambo, erit ambobus æqualis. Ergo dupla unius.

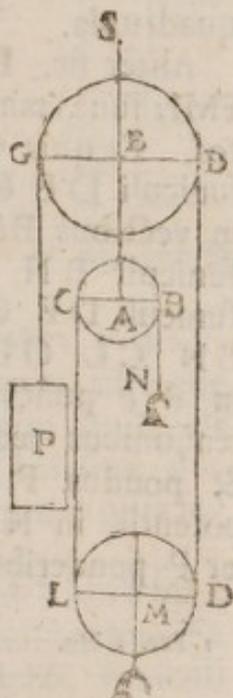
Prop. XVI. Si trochleæ à potentia superne motæ orbiculo funiculus fuerit circumductus, cujus unum extremum alicubi religatur, ex altero pondus appendatur: Primo movebit hæc vecte

horizon-

horizonti semper æquidistante. Et secundo spatium ponderis moti duplum est spatii potentiae moventis. Quare Tertio, Eadem potentia idem pondus ope unius orbiculi trochleae superioris sursum motae in æquali tempore per duplum spatium movebit, quam absque trochlea: dummodo lationes velocitate sunt æquales.

Demonstratio similis erit ei quae ante ad Prop. XI.

Prop. XVIII. Et si singulis duarum trochlearum orbiculis, quarum altera superne à potentia in S sustentata: altera inferne alligata fuerit, circumducatur funiculus cujus unum extremum alicubi deorsum non quidem inferiori trochleae religetur, ex altero pondus appendatur. Erit potentia pondus sustinens ipsius ponderis multiplex, denominatione dupla numero orbiculorum in superiore trochlea: hoc est, si unus sit orbiculus, dupla; ut in 15: si duo orbiculi, quadrupla; si tres sextupla, &c.



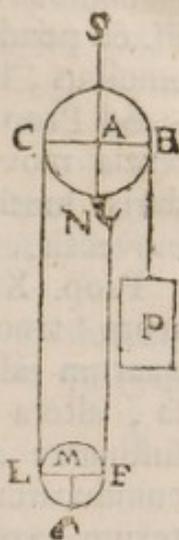
In schemate ratio potentiae ad pondus est quadrupla: Nam potentia in C, sustinens pondus P funiculo CLFDGP, vel potentia in G susti-

nens pondus funiculo GP, ¹ æqualis est ponderi, at per 15 potentia in E sustinens pondus P dupla est potentiae in G: & potentia in A sustinens idem pondus dupla est potentiae in C. Quare duæ potentiae in AE duplæ sunt ponderis P. At cum potentia in S orbiculis sustinet pondus P: erit potentia in S ac si duæ essent potentiae una in A altera in E: & utræque simul pondus sustinerent. Ergo potentia in S ipsius ponderis quadrupla.

Aliter sic. Diametri orbiculorum BAC. DEG. FML sunt tanquam vectes horizonti æquidistantes. Et quia in vecte FML fulcimentum est M, funiculi DF CL æqualiter tenduntur: Et quia in vectibus BAC, DEG fulcimenta sunt AE, funiculi BN CL æqualiter tenduntur: item funiculi DF GP. Quare omnes funiculi DF BN CL GP æqualiter tenduntur à potentia in S è punctis AE tanquam uno: hisce autem tensionibus æqualiter resistunt potentiae in NFL & pondus P. Ergo Potentia in S equalis est potentiis in NFL & pondus P: hoc est quatuor P ponderibus.

¹ Per. 1 Hu.

Prop. XVII. Si singulis duarum trochlearum orbiculis, quarum altera superne à potentia in S sustentata, altera inferne alligata fuerit, circumducatur funiculus cuius unum extremum superiori trochleæ religatur, ex altero pondus appendatur: Erit potentia pondus sustinens ipsius ponderis multiplex, denominatione composita ex unitate & totidem binariis quot sunt in trochlea superiori orbiculi. hoc est, si unus sit orbiculus, tripla; si duo, quintupla; si tres sint orbiculi, sextupla, &c.



In schemate ratio potentia in S ad pondus P tripla.

Nam si duæ essent potentia pondus P sustinentes, una in A, alteræ in B, erunt utræque simul triplæ ponderis P. potentia enim in B est æqualis ponderi P, & potentia in A ipsius dupla. at potentia in S est utrique æqualis quia sola pondus sustinet. Ergo.

Aliter sic. Diametri orbiculorum BAC FML, sunt tanquam vectes horizonti æquidistantes. Et quia in vecte FML fulcimentum est M, funiculi FN LC æqualiter tenduntur. Et quia in vecte BAC fulcimentum est A funiculi BP NF CL æqualiter tenduntur à potentia in S. hisce autem

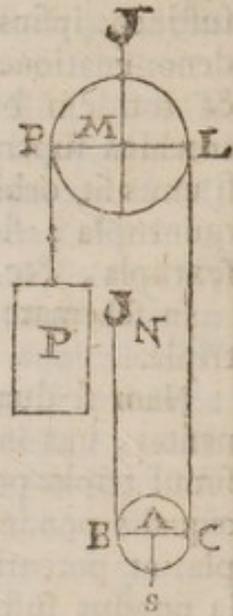
tenfio-

ensionibus æqualiter resistunt potentia in punctis FL & pondus P. Ergo potentia in S æqualis est omnibus, hoc est tribus P ponderibus.

Ad Prop. XVII. & XVIII. Item si S sit potentia movens pondus: Erit spatium ponderis moti tam multiplex spatii potentia moventis.

Prop. XIX. Si singulis durarum trochlearum orbiculis, quarum altera superne suspensa, altera inferne à potentia sustinente detenta fuerit, circumducatur funiculus, cujus alterum extremum alicubi sursum non quidem superiori trochleæ religatur, ex altero pondus appendatur, Erit potentia in S pondus P sustinens ipsius ponderis multiplex denominatione dupla numero orbiculorum in inferiore trochlea: hoc est, si unus sit orbiculus, dupla; si duo quadrupla, &c.

Nam cum per 3, Potentia in P sustinens pondus appensum ex S æquale ipsi P subdupla sit: ejusdem ponderis: potentia in S æqualis eidem ponderi sustinebit pondus P potentia in P æquale: ponderisque P dupla erit.

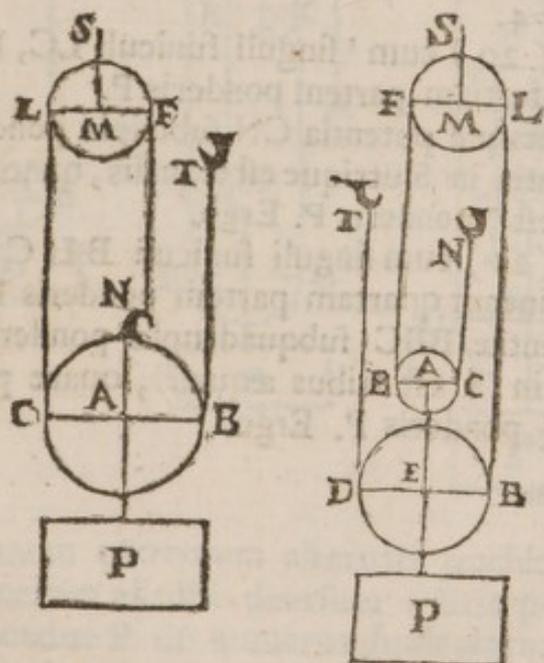


Aliter

Aliter sic, Potentia in C æqualis est ponderi P. Quare in vecte BAC cujus fulcrum B sit pondus appensum ex C potentia in S vel A sustinens pondus erit per 15, dupla ipsius ponderis.

Item si in S sit potentia movens, erit spatium ponderis P moti duplum spatii potentiae in S pondus moventis.

Prop. XX. & XXI. Generaliter sic tradentur. Si singulis duarum trochlearum orbiculis quarum



altera superne à potentia sustentata, altera inferne

Per 1. hu.

ponderi

ponderi alligata fuerit, circumducatur funiculus, cujus unum extremum alterutri trochleæ religatur, alterum alicubi sursum: Erit potentia in S ad pondus P, ut numerus funiculorum pertingentium superiorem trochleam, ad numerum funiculorum pertingentium inferiorem.

Nota quod impar funiculus pertingit illam trochleam cui funiculi extremum religatur.

In primo schemate ratio est subsesquialtera sive 2 ad 3.

In secundo schemate ratio est subsesquitertia, sive 3 ad 4.

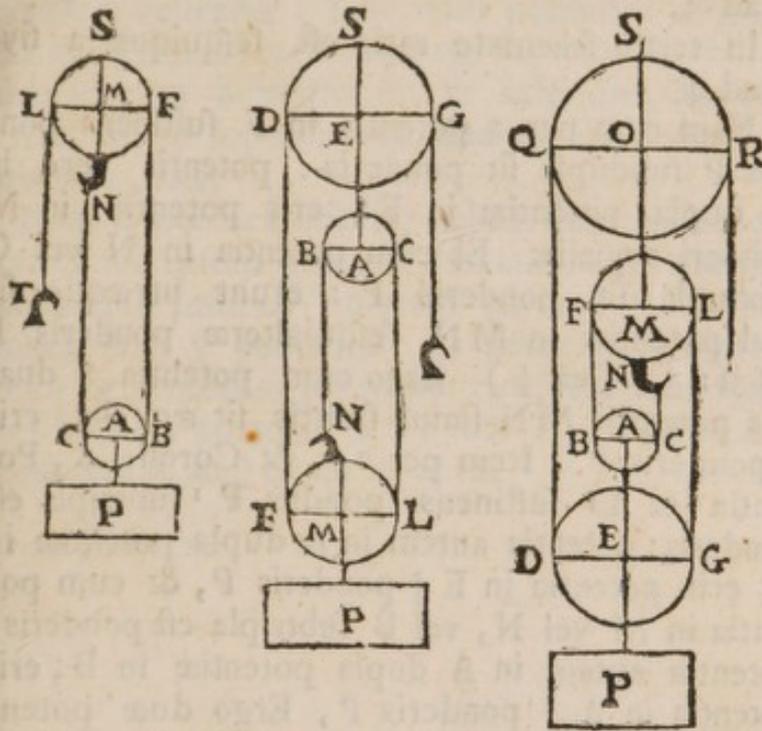
Nam (20) cum¹ singuli funiculi LC, NF, BT sustinent tertiam partem ponderis P.

Erit utraque potentia CN subtripla ponderis P. At potentia in S utriusque est æqualis, quare potentia in S est $\frac{2}{3}$ ponderis P. Ergo.

Nam (21) cum singuli funiculi BL, CN, BF, DT sustineant quartam partem ponderis P, erunt tres potentiæ BBC subquadruplæ ponderis P: at potentia in S est tribus æqualis, quare potentia in S est $\frac{3}{4}$ ponderis P. Ergo.

¹ Per 7. hu.

Prop. XXII. Generaliter sic tradi potuerit. Si singulis duarum trochlearum orbiculis, quarum altera superne à potentia sustentata, altera inferne ponderi alligata fuerit, circumducatur funiculus,



cujus unum extremum alterutri trochleæ religatur, alterum alicubi deorsum : Erit potentia in S ad pondus P ut numerus funiculorum pertinentium superiorem trochleam, ad numerum funiculorum pertinentium inferiorem.

F

Nota

Nota quod impar funiculus pertingit illam trochleam cui funiculi extremum religatur.

In primo schemate ratio est sesquialtera five 3 ad 2.

In secundo schemate ratio est sesquitertia five 4 ad 3.

In tertio schemate ratio est sesquiquarta five 5 ad 4.

Nam cum per 2 potentia in F sustinens pondus P subdupla sit ponderis: potentia vero in M dupla potentiae in F: erit potentia in M ponderi aequalis. Et cum potentia in N vel C subdupla sit ponderis P: erunt utraeque simul potentiae in MN sesquialterae ponderis P (scil: $\frac{2}{2} + \frac{1}{2}$ est $\frac{3}{2}$) Ergo cum potentia S duabus potentiis MN simul sumtis sit aequalis, erit $\frac{2}{3}$ ponderis P. Item per 13, & Coroll. 2, Potentia in D sustinens pondus P¹ subtripla est ponderis: potentia autem in E dupla potentiae in D, erit potentia in E $\frac{2}{3}$ ponderis P, & cum potentia in M vel N, vel B subtripla est ponderis: potentia autem in A dupla potentiae in B, erit potentia in A $\frac{2}{3}$ ponderis P, Ergo duae potentiae in A E simul sumtae (hoc est potentia in S) sunt $\frac{4}{3}$ ponderis P.

Item si in S sit potentia movens erit spatium ponderis moti ad spatium potentiae moventis in simili ratione.

¹ Per 1. cor. hu.

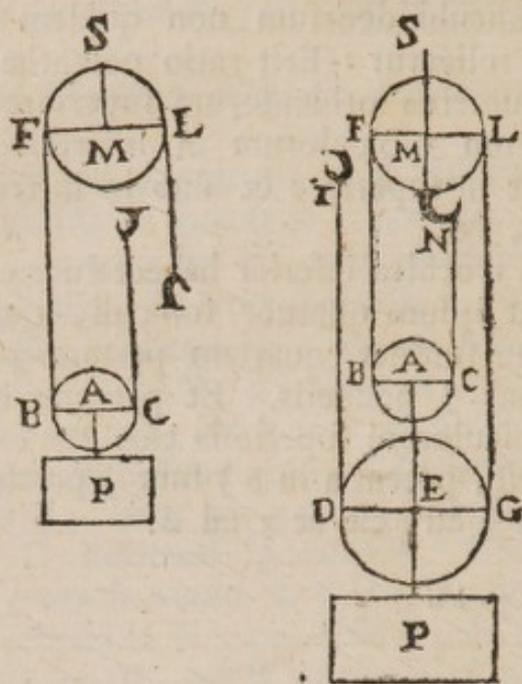
Prop. XXIII. Et si singulis duarum trochlearum orbiculis quarum altera superne à potentia sustentata, altera inferne ponderi alligata fuerit, circumducatur funiculus cujus utrumque extremum alicubi deorsum non quidem superiori trochleæ religatur: Erit ratio potentiae ad pondus ut numerus orbiculorum superiore trochlea ad numerum orbiculorum in inferiore, hoc est, si tres sint in superiore & duo in inferiore sesquialtera, &c.

Nam si trochlea inferior habeat duos orbiculos, pertingunt ipsum quatuor funiculi, quorum unusquisque sustinet quartam partem ponderis: omnes sunt $\frac{4}{4}$ ponderis. Et potentiae in centrism trium orbiculorum superioris trochleæ simul sumptæ (hoc est, potentia in S) sunt $\frac{3}{2}$ ponderis: ratio autem $\frac{3}{2}$ ad $\frac{4}{4}$ est ut 3 ad 2.

¶ Per 1. Cor. hu.

Prop. XXIII.

Prop. XXIII. Si singulis duarum trochlearum orbiculis quarum altera superne à potentia sustentata, altera inferne ponderi alligata fuerit,



circumducatur funiculus, cujus unum extremum alicubi sursum, alterum alicubi deorsum non quidem trochleis religatur: Erit potentia ponderi æqualis.

Nam potentia in T vel F vel B sustinens pondus P est subdupla ponderis; potentia autem in M vel S dupla potentia in F. Erit potentia in S æqualis ponderi.

Nam

At trochlea disposita ut in schem. 2. si in FL duæ essent potentiaë pondus P sustentantes, foret per 7, utraque seorsim subquadrupla ponderis: potentia autem in S dupla est utriusque potentiaë in FL seorsim: quare potentia in S æqualis est potentiis in FL simul sumtis. Ergo potentia S est $(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}) \frac{2}{1}$ ponderis P.

Item si S sit potentia movens erit spatium ponderis moti ad spatium potentiaë moventis in simili ratione.

Motus hic sic fit. Vectis BAC fulcimentum est C. potentia in B vel F, pondus in A: Vectis DEG fulcimentum in D, potentia in G vel L pondus in E. Et quia potentiaë in FL sunt æquales, vectis FL in neutram movebitur partem, ideoque nec orbiculus circumvertetur, sed tantum directe ascendet.

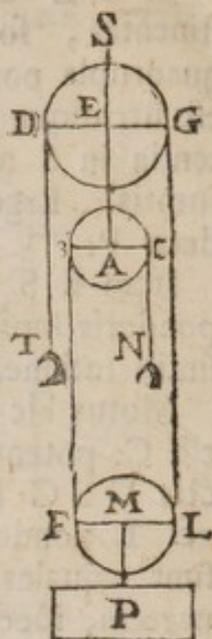
Prop. XXV. Si singulis duarum trochlearum orbiculis, quarum altera superne à potentia sustentata, altera inferne ponderi alligata fuerit, circumducatur funiculus cuius utrumque extremum alicubi fursum non quidem superiori trochleæ religatur, Erit ratio potentiaë ad pondus sicut numerus orbiculorum superioris trochleæ ad numerum orbiculorum inferioris. hoc est, si

duo orbiculi sunt in superiore trochlea, & tres in inferiore subsesquialtera, &c.

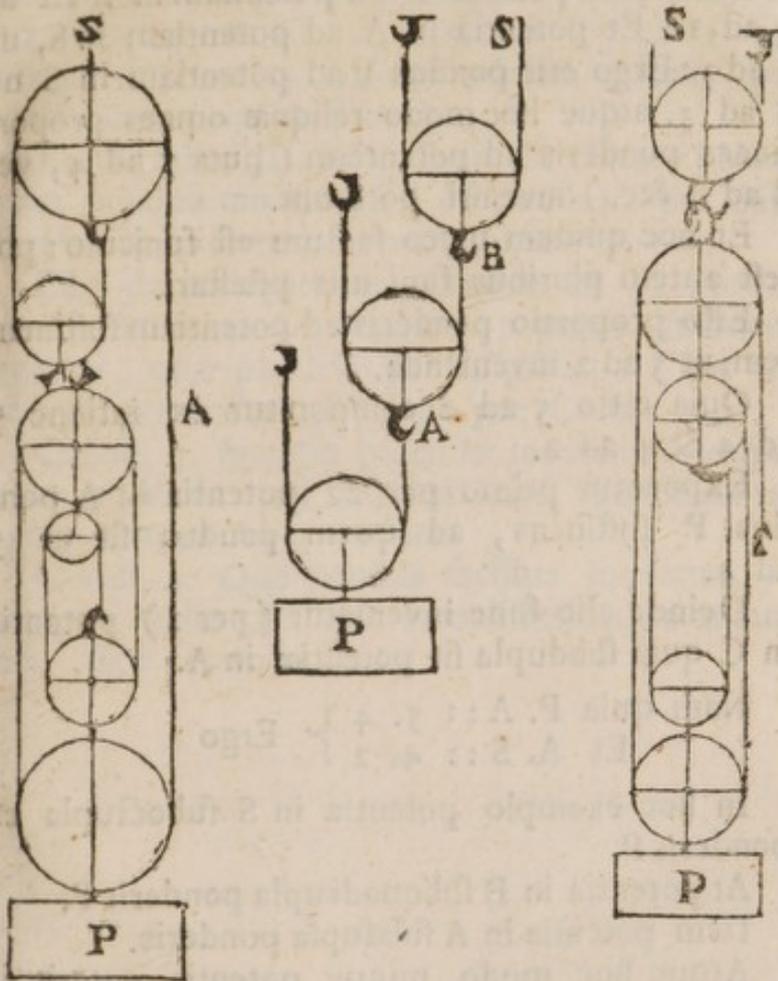
Nam si trochlea inferior habeat tres orbiculos, pertingunt ipsam sex funiculi, quorum unusquisque sustinet sextam partem ponderis: Quatuor igitur funiculi qui pertingunt superiorem trochleam sustinebant $\frac{2}{3}$ sive $\frac{2}{3}$ ponderis.

Vel si in B G essent duæ potentia pondus P sustinentes, foret per 2 utraque subdupla ponderis P: potentia autem in A dupla est potentia in B, & potentia in E dupla est potentia in G, quare potentia duæ in AE simul sumtæ (hoc est potentia in S) duplæ ponderis P. Item si in S

fit potentia movens erit spatium ponderis moti ad spatium potentia moventis in simili ratione.



Prop. XXVI. Proportionem superpartientem invenire. Esto proportio ponderis ad potentiam sustententem ut 5 ad 3 invenienda.



Exponatur per 9 potentia in A pondus P sustinens, sic ut potentia ponderis sit subquintupla.

Deinde

Deinde eodem funiculo circa alios orbiculos circumducto inveniatur per 17 potentia in S quæ tripla sit potentia in A.

Nam quia pondus P ad potentiam in A est ut 5 ad 1: Et potentia in A ad potentiam in S, ut 1 ad 3: Ergo erit pondus P ad potentiam in S ut 5 ad 3. atque hoc modo reliquæ omnes proportionēs ponderis ad potentiam (puta 7 ad 4, vel 8 ad 3 &c.) inveniri poterunt.

Et hoc quidem unico factum est funiculo: potest autem pluribus funiculis præstari.

Esto proportio ponderis ad potentiam sustinentem, ut 5 ad 2 invenienda.

Quia ratio 5 ad 2 componitur ex ratione 5 ad 4 & 4 ad 2.

Exponatur primo per 22 potentia in A pondus P sustinens, ad quam pondus sit ut 5 ad 4.

Deinde alio fune inveniatur (per 2) potentia in C quæ subdupla sit potentia in A.

Nam quia $P. A :: 5. 4$ } Ergo
 Et $A. S :: 4. 2$ }

In hoc exemplo potentia in S suboctupla est ponderis P.

At potentia in B subquadrupla ponderis P.

Item potentia in A subdupla ponderis.

Atque hoc modo minui potentia poterit in infinitum subduplando.

Prop. XXVII. Datum pondus à data potentia trochleis movere. Esto datum pondus ut 60 : potentia vero ut 13 : per 9 Inveniatur potentia sustinens pondus, ad quam pondus sit ut 60 ad 12 (hoc est, ut 5 ad 1) Quoniam igitur potentia ut 12 sustinet pondus datum, potentia ut 13 ipsum movebit.

Prop. XXVIII. Propositum sit efficere potentiam pondus moventem, & pondus, per data spatia sibi invicem commensurabilia moveri.

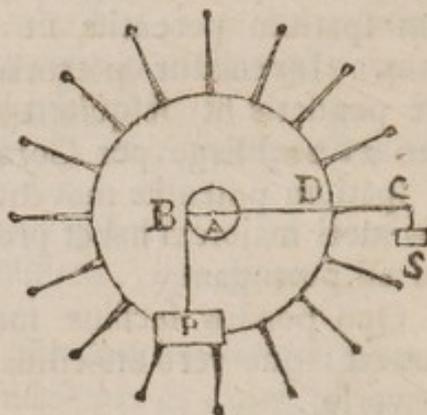
Esto datum spatium potentiaæ ut 3, ponderis vero ut 4. Inveniatur potentia sustinens pondus, quæ ponderis sit sesquitertia (hoc autem fit per 20 21 22) Ergo per Coroll. 2.

Coroll. 3. spatium potentiaæ moventis, ad spatium ponderis moti majorem habet proportionem quam pondus ad potentiam.

Coroll. 4. Quo pondus facilius movetur, eo tempus majus est : quo vero difficilius, eo minus est. Et è converso.

De Peritrochio.

Peritrochii axis est qui duobus sustentaculis nititur; ejus centrum A, semidiameter AB Axi autem orbis, in quo sunt Scytalæ, quod tympanum dicitur affigitur: ita ut moto tympano per scytalas moveatur & axis.



Axi etiam pondus appenditur fune, qui axi religatur, & dum pondus sursum movetur circa axem revolvitur: i Potentia S pondus P sustinens axe in Peritrochio, est ad pondus, ut semidiameter axis AB, ad semidiametrum tympani una cum scytala AD + DC.

i Per 1. Vec.

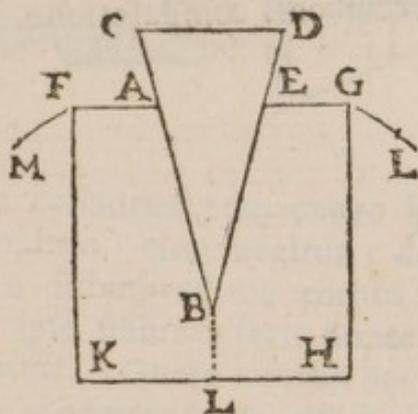
De

DE CUNEO.

Cuneus in scindendo pondere est instar duorum vectium sibi invicem contrariorum.

Duo Vectes contrarii sunt BAC BED, in quibus considerari potest potentia in CD: fulcimentum in B, & pondera in AE vel potius fulcimenta in AE: & pondus in B.

Dum Cuneus findit lignum FGHK basis puncta HK immota sunt centra motus punctorum GF quæ in fissura moventur per arcus GL FM.



Quoniam totus cuneus scindendo movetur, possumus ipsum aliter considerare: nempe ut unum cunei latus sit in plano horizontis, alterum inclinatum horizonti: & id quod scinditur,

nihil aliud sit nisi pondus super planum hori-
zonti inclinatum movens.

Duo efficiunt ut aliquod cuneo facilius scin-
datur.

Primum est angulus ad verticem cunei, quo
enim minor est angulus, eo facilius movet ac
scindit.

Secundum est percussio qua cuneus movetur,
& movet: hoc est percutitur & scindit.

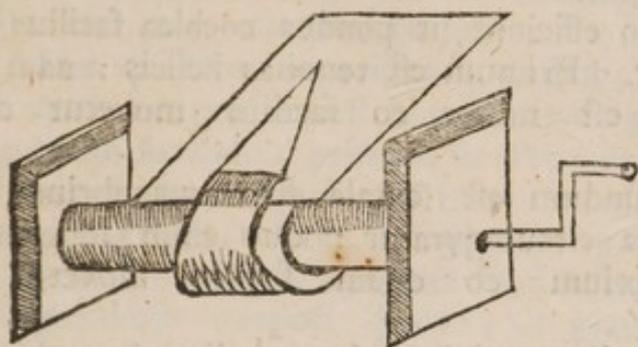
Percussionis mirifica vis est: si enim supra cu-
neum maximum ponatur onus, vel etiam si
cuneo vectis, aut cochlea, aliudve quodvis in-
strumentum aptetur ad cuneum ponderi impri-
mendum, nullius fere erit momenti, presertim
ictus sive percussiois comparatione.

DE

Nun de
plazo, m
pas cois
nojoem i
ran difru
co yfnoir
etia da
funtia.
Cochle
fancifa fu
ochlea: a
licetur.

DE COCHLEA.

Pappus Lib. VIII. Mathematicarum collectionum dicit Cochleam nihil aliud esse præter affumtum cuneum percussione expertem, veste (seu manubrio) motionem facientem.



Nam dum cylindrus cum cuneo ipsi circumplicato, manubrio circumagitur: densior cunei pars continuo subingrediens corpus scindendum majorem in ipso fissuram facit donec tandem totum disrumpitur. Quare cuneus hoc modo circa cylindrum accommodatus, nihil aliud est nisi cochlea duas habens helices in uno puncto conjunctas.

Cochlea vel movetur in cylindro concavo cui incisæ sunt helices congruentes iis quæ in ipsa cochlea: atque ideo mater sive cochlea fœmina dicitur.

Vel

Vel movet tylum cochleæ superimpositum : quod quidem inferiore plano habeat helices concavas apposite admodum cochleæ aptatas.

Vel denique circumagit tympanum sive orbem dentibus obliquis, vel etiam rectis, ita constructis ut facile cum cochlea conveniant, dentatum.

Duo efficiunt ut pondus cochlea facilius moveatur. Primum est tenuitas helices : nam quo helix est minor, eo facilius movetur cochlea.

Secundum est scytala sive manubrium quo cochlea circumgyratur : quo enim longius est manubrium eo etiam facilius movetur cochlea.

Coroll. quo igitur plures helices in cochlea, & quo longiores scytalæ, eo pondus facilius quidem, tardius autem movetur.

Ex

Ex promotio Archimede

Marini Ghetaldi.

I. **S**I quatuor magnitudines sint proportionales, sitque secunda homogenea primæ, & quarta tertiæ, ipsarum etiam gravitates similiter proportionales erunt.

II. Si è quatuor corporibus gravibus, S. G. s. g. quorum tertium est homogeneum primo, & quartum secundo; primum & secundum fuerint magnitudine æqualia, tertium vero & quartum æquè gravia. Erit, ut gravitas primi ad gravitatem secundi, sic gravitas liquidi. m æqualis magnitudine corpori quarto, ad gravitatem liquidi w æqualis tertio. Dico gravitas S. G :: gravitas m. w.

Accipitur W liquidum homogeneum m, & w; & æquale magnitudine. S vel G.

Nam } Gravitas g (æq: grave. s) G :: m. W } Ergo.
per 1 } gravitas S. s (æq: grave. g) :: W. w }

III. Erit etiam reciproce ut gravitas primi ad gravitatem secundi, sic magnitudo quarti ad magnitudinem tertii.

Dico gravitas S. G :: magn: g. s.

Nam per 2. gravitas S. G :: m. w :: magnit.
g. s. per 1. Ergo.

IV. Corpora

IV. Corpora solida graviora liquido, erunt in liquido tanto leviora, quanta est gravitas liquidi æque magni atque solidum corpus. Archim: prop. 7. 1. de iis quæ vehuntur in aqua. Atque hinc

V. Primo invenitur gravitas liquidi per gravitatem corporis solidi datam. Esto corpus plumbeum gravitatis 23, quod sic in aqua ponderandum est: Ex altera libræ lance appendatur corpus illud plumbeum seta equina, in altera lance ponantur pondera: & corpus appensum demittatur in aquam, ita ut in aqua libere pendeat, aqua neutram lancem contingente. hoc modo corpus plumbeum gravitatis 23 invenietur in aqua habere gravitatem 21. Erit igitur gravitas aquæ magnitudine æqualis corpori plumbeo dato $23 - 21$ nempe 2.

Iterum sit corpus cereum (quod quidem aqua levius est) gravitatis 21: & alterum plumbeum gravitatis 23: utriusque igitur gravitas est 44: utrumque conjunctum in aqua ponderatum gravitatem 20 habeat: itaque gravitas aquæ habentis magnitudinem utriusque æqualem erit $44 - 20$. At vero gravitas aquæ æqualis corpori plumbeo inventa fuit 2. Ergo gravitas aquæ ipsi ceræ æqualis erit $44 - 20 - 2$, hoc est 22.

Atque hoc modo corpora solida ponderabuntur etiam in vino vel oleo.

Si vero propositum sit argentum vivum gra-

vitatis

vitatis 95, cui æqualis aquæ gravitatem quæ-
rere oporteat: accipiatur vas vitreum v. g 91.
ipsumque vas plenum aqua ponderetur in aqua,
& habeat gravitatem 55: fit igitur aquæ æqualis
vasi gravitas 91 - 55, scil. 36. Ponatur deinde
in ipsum vas argentum vivum: Erit argenti vivi
una cum vitro gravitas 95 + 91, scil. 186, ex-
tra aquam: at in aqua ponderabit 143: Est igitur
gravitas aquæ æqualis argento vivo simul cum
vase 186 - 143, scil: 43, sed gravitas aquæ æqua-
lis vasi fuit 36: Ergo gravitas aquæ æqualis ar-
gento vivo est 43 - 36, scil: 7.

VI. Secundo invenitur gravitas solidi per gra-
vitatem liquidi datam.

Esto vas aliquod plenum aqua, cujus gra-
vitas est 100: si repleatur plumbo quanta erit
gravitas? Quia corpori plumbeo gravitatis 23
æqualis aqua per V^m inventa est habere gravita-
tem 2: dic 2. 23 :: 100. 1150: hæc erit gra-
vitas plumbi implentis vas, sive æqualis aquæ
propositæ.

Si vero de ceræ gravitate quærat: Quia cor-
pori cereo gravitatis 21 æqualis aqua per V^m in-
venta est habere gravitatem 22: dic 22. 21 ::
100. 95 $\frac{1}{2}$: hæc erit gravitas ceræ implentis vas
sive æqualis aquæ propositæ.

VII. Tertio invenitur magnitudo liquidi per
corporis solidi magnitudinem datam.

Esto corpus plumbeum magnitudinis 10, quanta

H

erit

erit magnitudo aquæ gravitatem habentis eandem cum corpore illo plumbeo? Quia corpori plumbeo gravitatis 23 æqualis aqua gravitatem habet 2, Erit reciproce per III^{am} hujus ut gravitas aquæ ad gravitatem plumbi, sic magnitudo plumbi ad magnitudinem aquæ æquiponderantis quaesitam, hoc est 2. 23 :: 10. 115.

Sed si corpus plumbeum sit sphaera è diametro data 10, cujus cubus est 1000 : dicetur 2. 23 :: 1000. 11500. qui cubus est è diametro sphaeræ aqueæ.

VIII. Quarto invenitur magnitudo corporis solidi per liquidi magnitudinem.

Esto aqua magnitudinis 115 : quanta erit magnitudo plumbi gravitatem habentis eandem cum aqua proposita? Quia corpori plumbeo gravitatis 23 æqualis aqua gravitatem habet 2. Erit reciproce per III^{am} hujus 23. 2 :: 115. 10 : hæc erit magnitudo plumbi æqualis aquæ propositæ.

Sed si corpus aqueum sit sphaera è diametro data 10 cujus cubus est 1000 : dicatur 23. 2 :: 1000. $86\frac{2}{3}$: qui cubus est è diametro sphaeræ plumbeæ.

IX. Quinto invenitur gravitas corporis solidi unius generis per gravitatem corporis solidi alterius generis datam. Esto corpus plumbeum gravitatis 46 : quanta erit gravitas stanni magnitu-

dinem habentis eandem cum corpore illo plumbeo? Quia corpori plumbeo gravitatis 23 æqualis aqua gravitatem habet 2 : corpori autem stanneo gravitatis 37 æqualis aqua gravitatem habere invenitur 5 : corpori item plumbeo gravitatis 37 æqualis aqua gravitatem habebit $\frac{24}{3}$. Erit igitur per II hujus $5 \cdot \frac{24}{3} :: 46 \cdot \frac{14}{3}$ ($29\frac{2}{3}$): hæc erit gravitas stanni magnitudinem habentis eandem cum plumbo proposito.

Similis erit operatio, si pro alterutro solido ponatur argentum vivum.

X. Sexto invenitur magnitudo corporis solidi unius generis per magnitudinem corporis solidi alterius generis datam. Esto corpus plumbeum magnitudinis 10 : quanta erit magnitudo stanni gravitatem habentis eandem cum corpore illo plumbeo? Quia corpori plumbeo gravitatis 37 æqualis aqua gravitatem habuit $\frac{24}{3}$: corpori autem stanneo gravitatis 37 æqualis aqua gravitatem habet 5 , Erit per II hujus $\frac{24}{3} \cdot 5 :: 10 \cdot 15\frac{20}{3}$. vel etiam sic; Quia corpori plumbeo gravitatis 46 æquale stannum gravitatem habet $\frac{14}{3}$ per IX hujus; Erit reciproce per III hujus $\frac{14}{3} \cdot 46 :: 10 \cdot 15\frac{20}{3}$. hæc erit magnitudo stanni gravitatem habentis eandem cum plumbo proposito.

Sed si corpus plumbeum sit sphaera è diametro 10 , cujus cubus est 1000 : dicetur $\frac{24}{3} \cdot 5$: vel $\frac{14}{3} \cdot 46 :: 1000 \cdot 1554\frac{2}{3}$; qui cubus est è diametro sphaeræ stannæ quæsitæ.

Similis erit operatio, si pro alterutro solido ponatur argentum vivum.

XI. Septimo invenitur gravitas corporis liquidi unius generis per gravitatem corporis liquidi alterius generis datam. Esto oleum gravitatis 550: quanta erit gravitas aquæ magnitudinem habentis eandem cum oleo proposito? Quia corpori plumbeo gravitatis v g : 138 æqualis aqua gravitatem habet 12: æquale aut oleum invenitur per V^m hujus gravitatem habere 11: Erit reciproce per 111 hujus 11. 12:: 550. 600: hæc erit gravitas aquæ æqualis oleo proposito.

Si pro alterutro liquido ponatur argentum vivum, consulas V^m hujus.

XII. Octavo invenitur magnitudo corporis liquidi unius generis per magnitudinem corporis liquidi alterius generis datam.

Esto oleum magnitudinis 600: quanta erit magnitudo aquæ gravitatem habentis eandem cum oleo: proposito? Quia corpori plumbeo gravitatis, puta 138, æqualis aqua gravitatem habet 12, æquale autem oleum 11. Erit reciproce per III^m hujus 12. 11:: 600. 550: hæc erit aquæ æqualis oleo proposito magnitudo.

Similis erit operatio, si pro alterutro liquido ponatur argentum vivum: consules autem V^m hujus ad finem, ubi de argento vivo ponderando agitur.

XIII. Sphæræ ejusdem generis inter se sunt in gravitate, ut diametrorum cubi in magnitudine.

XIV. Tabellæ binæ pro comparandis inter se duodecim corporum generibus gravitate & magnitudine; in superiore tabella. 1 ponitur pro levioris gravitate: at pro magnitudine gravioris. In inferiore 100 ponitur pro gravioris gravitate: at pro magnitudine levioris.

Exempli gratia corpus plumbeum ad corpus aureum ejusdem magnitudinis rationem habet in gravitate ut $1^{\frac{21}{23}}$ ad $1^{\frac{38}{23}}$ $1^{\frac{1}{2}}$ $\frac{5}{3}$: vel ut $60^{\frac{10}{19}}$ ad 100. Scil. directe $\frac{38}{19} \cdot 23 :: \frac{100}{60} \cdot \frac{1}{19} \frac{5}{3}$.

Item corpus plumbeum ad corpus aureum ejusdem gravitatis rationem habet in magnitudine, ut $1^{\frac{1}{2}}$ $\frac{5}{3}$ ad $1^{\frac{38}{23}}$ vel ut 100 ad $60^{\frac{10}{19}}$ Scil. reciproce.

Apud nostros Aurifices. 1^{lb.} est 5760 granorum hordei = decem unciis Ghetaldi si grana eadem sint: at si grana exterorum fuerint tritici, vel piperis, ejus libra, est 6912. gran: & 5184. gran. Angl.

Pes Romanus antiquus ad pedem usitatum Anglicanum est ut 11 18 ad 12 vel ut 9 183 ad 10. At vero ad Romanum palmum modernum ut 4 ad 3. Libram dividit Ghetaldus in uncias 12, ⁽⁵⁷⁶⁾ in scupula 24: scrupulum in grana 24.

XV Ad inveniendum gravitatem sphæræ datam habentis diametrum: Cylindrum ex stanno

altitu-

altitudine æqualem diametro basis fieri curavit Ghetaldus exactissime tornatum, cujus altitudo erat sextans pedis Romani; gravitas vero inventa est duarum librarum cum uncia & octo scrupulis, hoc est granorum 14592: hujus bes est granorum $\frac{8 \times 1116}{9728}$ pro gravitate sphaeræ ejusdem diametri. Itaque.

XVI. Si quærat^r gravitas sphaeræ stannæ habentis diametrum æqualem quadranti uncia: qui quadrans uncia: est $\frac{1}{8}$ pars duarum unciarum: dic: ut cubus ex 8 ad cubum ex 1, hoc est ut 512 ad 1, sic 9728 ad. 19 quare per XIII sphaeræ cujus diameter est quadrans uncia: gravitas erit 19 granorum.

Cubus ex uncia Romana est gr. 2322 \3887324. & sphaera ex unciali diametro est gr. 1216. 64) 1216 (19.

Ex hac ratione 1 ad 19 inventa, omnium sphaerarum è stanno conflatarum quæcunque ipsarum fuerit diameter, gravitas facillime patebit per XIII sicut ante. 1. 19 :: (c:4) 64. 1216 :: (c:8) 512. 9728 gr: gravitas sphaeræ stannæ diametri $\frac{8}{4}$ uncia:.

XVII. Si quærat^r gravitas sphaeræ plumbeæ habentis diametrum æqualem quadranti uncia: quia plumbum est ad stannum in gravitate ut $1 \frac{4}{74}$ ad 1 per tabellam superiorem hoc est ut 115 ad 74: Et gravitas sphaeræ stannæ cujus diameter $\frac{1}{4}$ uncia: est 19: Dic, ut 74 ad 115, sic 19 ad $29 \frac{3}{74}$: tanta erit gravitas quæsitæ.

XVIII. Si

XVIII. Si quærat^r diameter sphæræ stannæ gravitatem habentis \therefore sive 6912 grana nempe (12 + 24 + 24): Quia sphæra stannæ cujus diameter est 1 uncia pendit grana 1216 (19 + 64) per XVI. Dic per XIII ut 1216^{gr} ad 1^u, sic 6912^{gr} ad $5\frac{13}{19}$ ^u; qui cubus est diametri sphæræ stannæ quæsitæ: cujus radix cubica sic eruetur ad partes usque centesimas. multipliciter $5\frac{13}{19}$ per 100000 factus erit 5684210 $\frac{10}{19}$, hujus neglecta fractione latus cubicum est 178 tanta erit diameter sphæræ stannæ pendentis 1 libram. $5\frac{13}{19}$ est $\frac{108}{19}$: 19.) 1081000000 (5684210.

XIX. Si quærat^r diameter sphæræ ferreæ gravitatem habentis \therefore sive 6912 grana. Primo per XVII inveniatur gravitas sphæræ ferreæ diametri 1 uncie, quæ est granorum 1314 $\frac{22}{37}$: dic per XIII ut 1314 $\frac{22}{37}$ ^{gr} ad 1^u, sic 6912^{gr} ad $5\frac{42}{190}$ ^u; qui cubus est diametri sphæræ ferreæ quæsitæ; cujus radix cubica 174 est ipsa diameter.

XX. Si trium corporum æque gravium primum (A) & tertium (D) fuerint diversi generis: secundum autem (B+C) compositum ex primo & tertio: fuerint etiam tres aquæ quantitates tribus illis corporibus æquales (P, Q, O+L) sitque E gravitas portionis B, & K gravitas portionis C: ita ut E+K sit communis gravitas trium corporum primorum æquegravium: sitque G gravitas aquei corporis P, & H gravitas corporis aquei Q; & F gravitas portionis aquæ O,

& V gravitas portionis L) erit primo : ut differentia gravitatum primæ & tertiæ quantitatis aquæ, ad differentiam primæ & secundæ quantitatis aquæ, sic gravitas corporum communis ad gravitatem portionis corporis secundi, quæ est ejusdem generis cum corpore tertio : (scil. $H - G. F + V - G :: E + K. K.$)

Eritque secundo ut differentia gravitatum primæ & tertiæ quantitatis aquæ, ad differentiam secundæ & tertiæ quantitatis aquæ; sic gravitas corporum communis ad gravitatem reliquæ portionis corporis secundi : (scil. $H - G. H - F - V :: E + K. E.$)

Corpora

Nam $\left\{ \begin{array}{l} D. C :: Q. L \\ A. B :: P. O \end{array} \right\}$

Ideoque per 1

$\left\{ \begin{array}{l} E + K. K :: H. V :: G. G - F :: H - G. V - G + F \\ E + K. E :: G. F :: H. H - V :: H - G. H - V - F \end{array} \right\}$

XXI. Hinc invenitur portio metalli alteri metallo mista, per ratiocinationem ponderis. Est corpus aureum argento mistum gravitatis 95 : quanta est portio argenti in ipso ?

Intelligentur saltem duo alia corpora unum pure aureum, alterum pure argenteum, eandem cum dato gravitatem habentia : Deinde trium corporum ex aqua, quorum primum magnitudine æquale sit puro auro, secundum misto, tertium puro argenteo, gravitates investigentur per V^m

&

& I^o Eritque primi corporis aquei gravitas 5, secundi 6, tertii $9\frac{6}{11}$. Tum denique per XX. fiat ut $9\frac{6}{11} - 5$, ad $6 - 5$; sic 95, ad $22\frac{1}{2}$; tanta fuit portionis argenti misti cum auro gravitas: reliquum fuit ex auro puro: Vel dic $9\frac{6}{11} - 5$. $9\frac{6}{11} - 6$: : 95. $72\frac{2}{3}$ quæ gravitas est auri puri.

XXII. Aurum purum appellatur ab aurificibus aurum 24 partium: auri autem misti sive minus puri qualitas exprimitur partibus auri puri quæ sunt in corpore proposito, non in magnitudine sed in gravitate sumtis, qualibus totum corpus constat 24 : v : g : si in corpore cum viginti partibus auri puri immisceantur 4 partes metalli alterius, dicitur aurum viginti partium, sive di 20 caratti. Nec miscere cum puro auro solent aurifices argentum solum: sed quo minus à similitudine auri mistum discedat, argentum & æs æqualis ponderis miscent una cum auro, edocti scilicet ab experientia hunc esse misionis modum optimum. Quando ergo aurifices volunt producere aurum cuiuscunque qualitatibus accipiunt tot partes auri puri æquales, quot partium futurum est aurum producendum, & reliquas partes quæ desunt ad 24 explent argento & ære æquali pondere: & quoniam in liquefactione ex argento & ære aliquid evanescet, cum aurum immixtum maneat, solent idcirco tanto plus miscere argenti & æris, quantum perdi posse deprehendunt; atque his rite inter se permixtis componunt aurum qualitatibus aptatæ.

Auri gravitas quæ in aere est 19, erit in aqua 18 }
 Argenti gravitas quæ in aere est 31, erit in aqua 28 }
 Æris gravitas quæ in aere est 9, erit in aqua 8 }

Item Aqua

{ ad aurum ut 1 ad 19.
 { ad argentum ut 3 ad 31.
 { ad æs est ut 1 ad 9.

Et quia 31. 28 :: 9. $8\frac{2}{3}$: Argenti gravitas quæ in aere est 9, erit in aqua $8\frac{2}{3}$.

Quare corporis ex argento & ære æqualiter misti gravitas in aere 18, erit in aqua $16\frac{2}{3}$.

Et corporis ex argento & ære misti gravitas erit ad aquam ut 18 ad $1\frac{2}{3}$ (9 ad $\frac{2}{3}$).

XXIII. Quibus sic constitutis, invenitur qualitas corporis quomocunque ex argento & ære æqualiter misti. Esto massa auri cujus gravitas in aere sit unciarum 24: Quæritur cujus qualitatis sit ipsum aurum?

Ponderetur ea massa in aqua; & habeat gravitatem unciarum $22\frac{2}{3}$: Ergo per 4 & 5 gravitas aquæ magnitudinem habentis æqualem massæ erit unciarum $1\frac{2}{3}$.

Deinde inveniatur gravitas aquæ magnitudine æqualis massæ unciarum 24, ex argento & ære æqualiter mistæ, sic: $9\frac{2}{3}$:: 24. $2\frac{2}{3}$.

Atque ita habentur tres gravitates trium aquæ quantitatum, quarum prima est unc: $1\frac{2}{3}$. gravitas aquæ magnitudine æqualis auro puro unciarum 24.

Secunda

Secunda est unc: $1\frac{2483}{5301}$, gravitas aquæ magnitudine æqualis massæ propositæ.

Tertia est unc: $2\frac{46}{93}$, gravitas aquæ magnitudine æqualis massæ tertiæ ex argento & ære.

Vel in eadem denominatione. Prima est $1\frac{1322}{5301}$. Secunda $1\frac{2483}{5301}$. Tertia $2\frac{46}{93}$.

Differentia primæ & tertiæ est $1\frac{1322}{5301}$. Secundæ & Tertiæ $1\frac{1322}{5301}$.

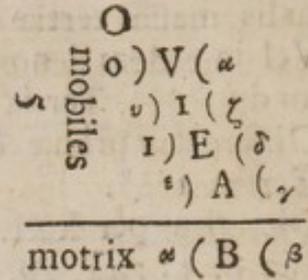
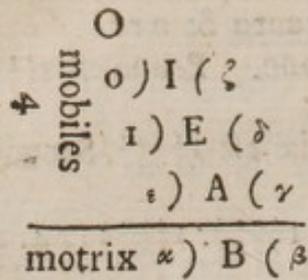
Dic igitur per XXI. hujus $1\frac{2483}{5301}$. $1\frac{1322}{5301} :: 24. 20.$
vel sic 6. 5 :: 44. 20.

Quare massa auri proposita est 20 partium, vel di 20 caratti: quia continet 20 uncias puri auri, cum quatuor unciis argenti & æris simul. Verum si numerus unciarum massæ propositæ alius esset quam 24, peracta ut prius operatione, numerus unciarum inventus ad 24 partes per proportionem erit revocandus.

I2

Au-

Automata.



- I-l. æqualia tempore : vel quæ æquali tempore moventur.
- T. revolutiones circa Fusum.
- C. tota continuatio motus.
- D. numerus crenarum rotæ coronariæ intra unam horam motarum.
- Δ. numerus crenarum rotæ coronariæ intra unam revolutionem A motarum.
- B. rota horaria, cujus revolutio fit in H. horis, aut partibus temporis.
- P. altera rota horaria, cujus revolutio fit in MI partibus temporis.
- F. altera rota horaria, cujus revolutio fit in NI partibus temporis.
- I. In omni Automato quædam ex rotis & tympanulis efficiunt, sive excitant motum; alia determinant, sive specificant.

II. Quæ

II. Quæ efficiunt motum, sunt, prima magna rota A. cum Fuso, quæ movet tympanulum secundæ rotæ E; quæ deinde movet i. tympanulum tertiæ rotæ I; quæ tertio movet o tympanulum rotæ coronariæ O; quæ postremo movet libram.

III. Quæ specificant motum sunt, tympanulum *a.* affixum axi majoris rotæ, movens B rotam Horariam, cujus revolutio fit in H horis, aut partibus temporis; Vel tympanulum *v.* affixum secundæ rotæ E, movens alteram rotam horariam P cujus revolutio fit in M partibus temporis; vel demum *e.* affixum axi tertiæ rotæ I, movens F tertiam horariam rotam, cujus revolutio fit, in N partibus temporis; una cum intermediis rotis, & tympanulis prout necessitas postulaverit.

IV. Si numerus rotæ divisus fuerit, per numerum alterius rotæ, illam moventis, aut ab illa motæ; Quotiens indicabit quot revolutiones divisoris æquant unam dividendi; & quota pars dividendi æqualis sit uni revolutioni divisoris: ut si $\frac{A}{E} = \gamma$. erit A l-l γ E. & $\frac{A}{\gamma}$ l-l E. (i. e.) una revolutio A, & γ revolutiones E æquali tempore fiunt. Et $\frac{A}{\gamma}$ pars A, & una revolutio E æquali tempore moventur. Sic $\frac{E}{7} = \delta$. & $\frac{E}{\delta} = 7$.

V. Quare in omni motu, numeri duarum rotarum faciunt rationem, sive fractionem, cujus

numerator

numerator est motrix, in iis quæ efficiunt motum: ut $\frac{A}{\varepsilon} = \gamma$. $\frac{E}{I} = \delta$. $\frac{I}{O} = \zeta$. sed in iis quæ

specifiant, denominator. ut. $\frac{B}{\alpha} = \beta$. $\frac{P}{\pi} = \pi$. $\frac{F}{\alpha} = \phi$

(Nam A I-I α . E I-I ε . I I-I. L.)

VI. A I-I γ E I-I $\gamma \delta$ I I-I $\gamma \delta \zeta$ O. (i. e.) totidem revolutionibus O si accipiatur pro rota coronaria; vel totidem crenis rotæ O si pro numero accipiatur. Quod intelligi debet de reliquis literis A, E, I, & B. P. F. & H. M. N.

VII. H I-I B I-I β A I-I $\beta \gamma$ E I-I $\beta \gamma \delta$ I I-I $\beta \gamma \delta \zeta$ O

M. I-I P I-I π E I-I $\pi \delta$ I I-I $\pi \delta \zeta$ O

N I-I F I-I ϕ I I-I $\phi \zeta$ O

A I-I $\frac{H}{\beta}$ I-I $\frac{B}{\beta}$

E I-I $\frac{H}{\beta \gamma}$ I-I $\frac{M}{\pi}$ I-I $\frac{P}{\pi}$ I-I $\frac{B}{\beta \gamma}$

I I-I $\frac{H}{\beta \gamma \delta}$ I-I $\frac{M}{\pi \delta}$ I-I $\frac{P}{\pi \delta}$ I-I $\frac{N}{\phi}$ I-I $\frac{F}{\phi}$

VIII. $\gamma \delta \zeta$ O = Δ . (i. e.) numero crenarum rotæ coronariæ intra unam revolutionem A motarum (per. 6.) Quare A I-I Δ .

IX. A I-I $\frac{\gamma}{\pi}$ P. & P I-I $\frac{\pi}{\gamma}$ A. Nam (per 6. 7) A I-I

E I-I $\frac{P}{\pi}$ Ergo. Item A I-I $\frac{\gamma}{\pi}$ M. Nota quod $\frac{\gamma P}{\pi}$

& $\frac{\gamma}{\pi}$ P. idem est.

X. A

X. $A \mid \mid \frac{\gamma\delta}{\phi} F$. & $F \mid \mid \frac{\phi}{\gamma\delta} A$. Nam (per 6. 7.) $\frac{A}{\gamma\delta} \mid \mid$

$\mid \mid \frac{F}{\phi}$ Ergo. Item $A \mid \mid \frac{\gamma\delta}{\phi} N$.

XI. Quare $A \mid \mid \Delta \mid \mid \frac{H}{\beta} \mid \mid \frac{B}{\beta} \mid \mid \gamma E \mid \mid \gamma\delta \mid \mid \frac{\gamma}{\pi} P$

$\mid \mid \frac{\gamma}{\pi} M \mid \mid \frac{\gamma\delta}{\phi} F$. $\mid \mid \frac{\gamma\delta}{\phi} N \mid \mid \frac{H}{\beta} D$.

XII. $\frac{\beta\gamma\delta\zeta O}{H} = \frac{\beta\Delta}{H} = D$ (i. e.) numero crenarum

rotæ coronariæ intra unam horam motarum.

Nam (per 7)

$H^{ho} \cdot \beta\gamma\delta\zeta O :: i^{ho} \cdot \frac{\beta\gamma\delta\zeta O}{H}$.

XIII. $\frac{\pi\Delta}{\gamma M} = \Omega$. (i. e.) numero crenarum O mo-

tarum intra unam partem M . Nam (per 7. 11)

$\frac{M}{\pi} \mid \mid E \mid \mid \frac{\Delta}{\gamma}$ Quare $M \mid \mid \frac{\pi\Delta}{\gamma}$ adeoque $\frac{1}{M} \mid \mid$

$\frac{\pi\Delta}{\gamma M} \mid \mid \frac{\pi}{\gamma M} A$. Consect: $M \cdot \frac{\pi}{\gamma} :: \Delta \cdot D$. Et $E \mid \mid$

$\frac{1}{\gamma} \Delta$.

XIV. $\beta M \cdot \frac{\pi}{\gamma} H :: \Delta \cdot \Omega$. Nam

$\left. \begin{array}{l} \beta \cdot H :: D \cdot \Delta \\ M \cdot \frac{\pi}{\gamma} :: \Delta \cdot \Omega \end{array} \right\} \beta\gamma M \Omega = \pi H D$.

XV. $\frac{\phi\Delta}{\gamma\delta N} \mid \mid S$: (i. e. numero crenarum O in-

tra unam partem N motarum. Nam (per 6;

7, II.) $\frac{N}{\phi} | | | \frac{\Delta}{\gamma\delta}$. Quare $N | | \frac{\phi\Delta}{\gamma\delta}$: & $\frac{1}{N} | | |$

$$\frac{\phi\Delta}{\gamma\delta N} | | \frac{\phi}{\gamma\delta N} A.$$

Confect. N. $\frac{\phi}{\gamma\delta} :: \Delta. S$

Confect. I. $| | \frac{1}{\gamma\delta} \Delta$

XVI. $\beta N. \frac{\phi}{\gamma\delta} H :: D. S.$ Nam

$$\left. \begin{array}{l} \beta. H :: D. \Delta \\ N. \frac{\phi}{\gamma\delta} :: \Delta. D \end{array} \right\} \beta \gamma\delta NS = \phi HD$$

XVII. Ex præcedentibus propos: sequitur.

$$\frac{1}{H} | | \frac{\beta A}{H} | | \frac{\beta\gamma}{H} E | | \frac{\beta\gamma\delta}{H} I | | \frac{\beta\gamma\delta\zeta}{H} O | | D$$

$$\frac{1}{M} | | \frac{\pi}{M} E | | \frac{\pi}{\gamma M} A | | \frac{\pi\delta}{M} I | | \frac{\pi\delta\zeta}{M} O | | \Omega$$

$$\frac{1}{N} | | \frac{\phi}{N} I | | \frac{\phi\zeta}{N} O | | \frac{\phi}{\delta N} E | | \frac{\phi}{\gamma\delta N} A | | S$$

XVIII. $H. \beta = \frac{B}{\alpha} :: \Delta. D :: C. T.$ Nam si in H

horis sint β revolutiones A: vel $\beta \Delta$ crenæ motæ (per 12.) in una hora sunt β revolutiones

A; vel. $\frac{\beta\Delta}{H}$ crenæ motæ. uti tum etiam in

C horis, (i. e.) continuatione motus Automati, -fiunt T revolutiones A. vel revolutiones circa Fufum.

XIX. Quare quo minor β . eo diuturnior erit C æquali T.

XX. Motus B. $P :: \beta. \frac{\pi}{\gamma}$

Et

Et motus. B. F : : $\frac{\beta}{\pi} \cdot \frac{\phi}{\gamma^d}$

Et motus P. F : : $\frac{\pi}{\gamma} \cdot \frac{\phi}{\gamma^d}$.

Nam B | - | β e. & F | - | $\frac{\phi}{\gamma^d}$ A. & P | - | $\frac{\pi}{\gamma}$ A.

(per. 7. 9. 10.)

De inventione Numerorum, qui rotis,
& tympanulis aptentur.

XXI. Quælibet duæ fractiones, quarum termini sunt proportionales, eundem motum efficiunt. ut $\frac{2}{1}$ vel $\frac{2.6}{4}$ vel $\frac{4.3}{5}$. Inferior est numerus tympanuli, superior Rotæ.

XXII. Idem motus perfici potest, una rota, & uno tympanulo; vel multis rotis, & totidem tympanulis; modo Factus ex omnibus rotis, sit ad factum ex omnibus tympanulis, ut ista una rota ad illud unum tympanulum; ut in hoc exemplo.

$$\frac{1447}{28} = \frac{26}{28} + \frac{8}{1} + \frac{5}{1}. \text{ Vel } \frac{26}{4} + \frac{8}{7} + \frac{50}{1}$$

Nec refert quo ordine rotæ, & tympanula disponuntur: aut quod tympanulum, cui rotæ subjacet.

XXIII. Et hi factores inventi, multipliciter variari possunt per hanc regulam.

Regula.

Si duo factores dati dividantur, per alios duos numeros eos metientes: & Quotientes multiplicentur per alternos divisores: Factus è du-

K

obus

obus numeris ultimo inventis, æqualis 9 8
 erit factò è duobus factoribus datis. 36 + 8
 Sic pro 36 + 8 datis, prodibunt 32 + 9, 4 1
 ut in appposito exemplo.

32 + 9

Nam. 36. 32 :: 9. 8 (1 + 9. 1 + 8 :: 4 + 9.
 4 + 8.)

XXIV. Si idonei proportionales numeri inveni-
 ri non possunt, per ullam ex tribus hisce ulti-
 mis regulis; quæres aliquam aliam rationem
 quam proximam, hoc modo: Dic, ut unus è
 numeris datis ad alterum, sic 360 ad quartum:
 quem divide per 5. 6. 8. 9. aut per aliquem
 eorum qui dabit Quotientem, quam proxi-
 mum integro: & per eundem etiam divide 360,
 Ut si duo numeri dati sint $\frac{147}{170}$: qui majores
 sunt quam commode possint rotis incidi, nec
 ad minores reduci possunt, quia eorum maxima
 communis mensura est 1.

Dic igitur $\left\{ \begin{array}{l} 170. 147 :: 360. 311 + \\ 147. 170 :: 360. 416 + \end{array} \right.$

6) $\frac{311}{360} : \frac{52}{60} : 8) \frac{311}{360} : \frac{39}{45} : 8) \frac{360}{416} : \frac{45}{52}.$

Quare pro duobus numeris 147. & 170 datis.
 accipi possunt 52 & 60. vel 39 & 45. vel
 45 & 52. &c.

XXV. Si duæ rotæ alicujus motus extra tan-
 gant, movent viis contrariis: si intra, ca-
 dem.

XXVI. In

XXVI. In minoribus Automatis, D ad minimum sit 8000. sed in majoribus possit esse 4000: nam in minoribus velocius motuum systema magis commendatur.

XXVII: Aptare numeros automato velocioris systematis; cujus D sit 10000. T. 12. C. 16. & O. 17.

Dic (per 18. $12^T 16^C :: 10000. 13333$.)

Deinde 17^O) 13333 (784. pro $\gamma^{\delta} \zeta$ (per 8)

Quære igitur tres numeros, qui in se invicem ducti faciant 784 quam proxime. Sint 11. 9. 8. quorum factus est 792.

quem duc in 17. Factus 13464
erit Δ (per. 8.) tum dic.

$16^C. 12^T :: 13464 \Delta. 10098^D$.

Dic etiam

$16^C. 12^T :: 12^H. \frac{2}{1}. \frac{B}{\omega}$

$$\begin{array}{r} 4) 36 \text{ B } (\beta \\ \hline 5) 55 \text{ (11. } \gamma \\ 5) 45 \text{ (9. } \delta \\ 5) 40 \text{ (8. } \zeta \\ \hline \text{O } 17 \end{array}$$

Tum per tres Quotientes assumptos 11. 9. 8. invenias tres rotas, A 55. E 45. I. 40, & tria tympanula. ϵ 5. 1. 5. 05. ut in appposito exemplo.

$$\begin{array}{r} \Delta 13464 \\ D 10098 \\ C 16. T 12. \end{array}$$

XXVIII. Invenire quanta sit continuatio motus cujus D sit tardius. viz. 8000.

Dic. $13464 \Delta. 8000^D :: 12^H. \frac{26000}{13464} \frac{B}{\omega} \frac{36}{5}$

Tum dic $\frac{36}{5}. \frac{B}{\omega}. 12 :: 12^T. 20^C$

XXIX. Aptare numeros Automato, cujus D sit 5000. T 12. C 170. & O 17.

Operatio est, ut in 27

Dic $12^T. 170^C :: 5000.$
 70833 Tum $17) 70833$
 $(4167$ pro $2^d 3^0$: Quia
 hic quatuor numeri ne-
 cessarii sunt, viz 8.
 8, 8, $6\frac{2}{3}$ qui faciunt
 $4224.$ qui ductus in 17
 facit $71808 \Delta.$

Tum dic $170^C. 12^T ::$
 $71808 \Delta. 5069^D \& 17^C.$
 $12^T :: 12^H. \frac{144}{17} B.$
 $\omega.$

$\alpha,$	$53)$	45	B	$(\beta$
	$6)$	48	$(8.$	2
	$1.6)$	48	$(8.$	3
	$5)$	40	$(8.$	2
	$0.5)$	33	$(6\frac{2}{3}$	0

O 17

Δ 71808

D 5068

C. 169 L 6. T 12

Hoc automatium habet quatuor rotas præter Coronariam: quæ una cum tympanulis inveniuntur ut in 27. & in appposito exemplo.

XXX. Hoc automato dato cum quatuor rotis præter coronariam: invenire quan-

ta erit continuatio motus, cum $6) 48 (8$
 fatis veloci systemate, cujus D. $5) 45 (9$
 erit 9000. Dic $60480 \Delta. 9000^D ::$ $5) 40 (8$
 $12^T. \frac{25}{14} B (\beta.$ $5) 35 (7$

Dic iterum. $\frac{25}{14} B. 12^H :: 12^T.$ $\frac{O 15}{\Delta 60480}$
 $80 \frac{16}{23} C.$ $T 12$

Et si requiratur utrum motus continuari possit ad 150 horas fatis idoneo systemate.

Dic.

Dic. $150^C. 12^T :: 12^H. \frac{244}{150} \frac{B}{\infty} \frac{24}{25}$

dic iterum

$150^C. 12^T :: 60480^{\Delta}. 4836^D.$

Quod systema satis erit idoneum, si Automatum fuerit satis magnum: sed nimis tardum erit, si Automatum fuerit exiguum.

Pars

Pars Secunda.

XXXI. Numerus cujusque motus, est numerus revolutionum rotæ A, vel tympanuli α , quæ fiunt intra unam revolutionem istius motus. Ut si una revolutio motus peragatur 12 horis, & eodem tempore rota A faciat B. (i. e.)

β revolutiones: numerus motus quo hora indicatur, erit $\frac{\beta}{1}$ vel $\frac{B}{\alpha}$. Quare axi rotæ A, affigatur tympanulum α , circumducens rotam B: cujus centro index horarius affigendus est.

XXXII. Quoniam maximus numerus dierum unius mensis est. 31: & in uno die 2 B | 1 2 β revolutiones A fiunt, (per. 7) numerus motus quo dies mensis indicatur, erit 62 revolutiones A, (i. e.) $\frac{62}{1}$ B vel $\frac{62}{1} + \frac{B}{\alpha}$ A: & in rotis $\frac{62}{4} + \frac{4}{1}$

B: Nam $\frac{B}{\alpha}$ datur in automato. Quare rotæ

B concentricum affigatur tympanulum 10, circumducens rotam 40. quæ tympanulo 4 circumducat annulum 62: cujus superius planum dividatur in 31 dies.

XXXIII. Quoniam numerus dierum revolutionis Lunæ, est. 29 $\frac{1}{2}$ vel $\frac{59}{2}$, & in uno die 2 B | 1 2 β

revo-

revolutiones A fiunt : Numerus motus, quo ætas Lunæ indicatur, erit 59 revolutiones B, vel 59β revolutiones A; (i. e.) $\frac{52}{1} B$, vel $\frac{52}{1} + \frac{B}{\alpha} A$, & in rotis $\frac{52}{4} + \frac{4}{1} B$: Nam $\frac{B}{\alpha}$ datur

in Automato. Quare rotæ B concentricum affigatur, tympanulum 10. circumducens rotam 40; quæ tympanulo 4, circumducet annulum 59, cujus superius planum dividitur in dies $29 \frac{1}{2}$.

XXXIV. Numerus dierum in Anno est 365, & in uno die fiunt 2 B | 1 2 β revolutiones A: quare Numerus motus quo dies anni, vel gradus solis in Eccliptica &c. indicatur, erit 730 revolutiones B, vel $730 \beta A + \frac{10}{4} B$ vel $\frac{23}{1} + \frac{20}{1} + \frac{B}{\alpha} A$: Et in ratis $\frac{23}{4} + \frac{20}{1} + \frac{4}{1} + \frac{B}{\alpha}$: Nam $\frac{B}{\alpha}$ in

Automato datur. Quare rotæ B concentricum affigatur tympanulum, 10, circumducens rotam 40: quæ tympanulo 5 circumducit rotam 50; quæ demum tympanulo 4. circumducit annulum 37 3: cujus superius planum dividitur in 12 Menses, vel Signa &c.

XXV. Vel in plano horario, ex utraque parte annuli 73, nota dies anni, & gradus Ecclipticæ, apposito Verno Æquinoctio ad horam 12: Et in superiore parte annuli 73. ponantur horæ occasus Solis ex hac tabulâ accommodata anno 1634.

VI	Mar. 10	Sep. 13	Sep. 13	Mar. 10	VI
$6\frac{1}{4}$	Mar. 17	Sep. 6	Sep. 20	Mar. 3	$5\frac{3}{4}$
$6\frac{1}{2}$	Mar. 24	Aug. 30	Sep. 27	Feb. 24	$5\frac{1}{2}$
$6\frac{3}{4}$	Apr. 1	Aug. 22	Oct. 5	Feb. 17	$5\frac{1}{4}$
VII	Apr. 9	Aug. 14	Oct. 13	Feb. 9	V
$7\frac{1}{4}$	Apr. 18	Aug. 5	Oct. 21	Feb. 1	$4\frac{3}{4}$
$7\frac{1}{2}$	Apr. 28	Jul. 26	Oct. 30	Jan. 24	$4\frac{1}{2}$
$7\frac{3}{4}$	Mar. 8	Jul. 16	Nov. 9	Jan. 14	$4\frac{1}{4}$
VIII	Mar. 20	Jul. 5	Nov. 20	Jan. 3	III
$8\frac{1}{8}$	Mar. 29	Jun. 26	Nov. 28	Dec. 26	$3\frac{7}{8}$
	VIII	13	III	47	

Ad VI adversus Mar : 10, pone clavulum in annulo 73 ad indicandum diem Anni, & gradum Solis, hora occasus Solis, quolibet die conspicietur adversus 10 Mar.

XXXVI. Exhibere figuram, vel Phasin Lunæ quo libet die, In plano horario fiat foramen rotundum, sub quo movebit planum annuli 59, notatum arcuatis lineis albo nigroque interstinctis, uti à Gemma Frisio aliisque ostenditur.

XXXVII

XXXVII. Hora maximi incrementi maris, quo-
vis portu, hoc modo indicabitur. Quære
quâ plaga Luna facit maximam intumescenti-
am maris portu dato, (ut ad Londini pon-
tem. N E. vel S W.) Plagam inventam con-
verte in horas; cuilibet plagæ à N vel S. ul-
timo appulsis, 45 minutis ascriptis: adversus
horam duodecimam pone horam inuentam: à
qua incipiens divides annulum in 24 horas,
versus eas partes, quibus lunæ annulus movetur,
quo pacto dies novilunii, cum clavulo, quovis
die horam maximi incrementi maris portu dato
indicabit,

Tabula quâ plagæ compassi in horas con-
vertantur. à N & S.

S	12	N	S	12	N
SbW	12. 45	NbE	SbE	11. 15	NbW
SSW	1. 30	NNE	SSE	10. 30	NNW
SWbS	2. 15	NEbN	SEbS	9. 45	NWbN
SW	3	NE	SE	9	NW
SWbW	3. 45	NEbE	SEbE	8. 15	NWbW
WSW	4. 30	ENE	ESE	7. 30	WNW
WbS	5. 15	EbN	EbS	6. 45	WbN
W	6	E	E	6	W

XXXVIII. Si vis indicem, Motum simul, & diei horam indicare; Fiet annulo movente super planum Horarium sub indice, cujus superior facies notatur diuisionibus istius Motus; Numeri tympanulorum, & rotarum, Ex. gr. in Motu Lunæ, (nam eadem est ratio in omnibus) sic inuenientur. Quoniam una revolutione indicis Luna conficit $\frac{1}{59}$ partem; Lunæ rota ita componi debet, ut in qualibet revolutione Indicis vel β revolutionibus A, discedat ab Indice $\frac{1}{59}$ partem β : Quare pro numero motus accipe $\beta + \frac{\beta}{59}$ (i. e.) $60 + \frac{\beta}{59}$ & motus proportionaliter tardior erit rota B, vel Indice. Vel accipe $\beta - \frac{\beta}{59}$ (i. e.) $58 + \frac{\beta}{59}$ & erit velocior. Tympanulum 59 affigendum est concentricum rotæ B, circumducens rotam 60, vel 58; cujus superius planum dividendum est in dies $29 \frac{1}{2}$.

XXXIX. Invenire rotam, cujus revolutio intra horam facta, indicet minuta. Primo quia (per 17) in una hora β partes A moventur: si tympanulum H affigatur axi A, circumducet rotam β in una hora.

Vel secundo, quia B circumvolvitur in H horis: in una hora movebit $\frac{1}{H} B$, (i. e.) $\frac{1}{4H} B$. Quare tympanulum, 4 H affixum concentricum B circumducet rotam 4 in una hora,

Vel tertio, quia (per 7) E facit $\beta \gamma$ revolutioe

in H horis: in una hora fient $\frac{\beta\gamma}{H}$ (i. e.) $\gamma + \frac{B}{\alpha}$ re-
 volutiones E. Quare si tympanulum H affix-
 um axi E circumducatur rotam B: idem tympanu-
 lulo α circumducet rotam γ in una hora.

Vel quarto, quia P circumvolvitur in $\frac{\pi}{\gamma}$ A
 (per 9) & $\frac{\beta}{H}$ A moventur in una hora (per
 17) dic $\frac{\pi}{\gamma} \cdot \frac{\beta}{H} : P, \frac{\gamma\beta}{\pi H} P \mid \frac{1}{H}$. Quare tympanu-
 lum H affixum concentricum rotæ P, circum-
 ducens rotam β : quæ tympanulo π circumagens
 rotam γ in una horâ: indicabit minuta, vel
 quamvis partem horæ.

KL. Invenire rotam, cujus revolutio in uno mi-
 nuto facta, indicabit minuta secunda. Quia
 prius demonstratum est $\frac{\beta}{H}$ partes A moveri in
 una horâ, ideo in uno minuto (i. e.) $\frac{1}{60}$ horæ,
 $\frac{\beta}{60H}$ moventur: (i. e.) $\frac{\beta}{H} + \frac{1}{10} + \frac{1}{6}$. Quare si
 tympanulum H affixum axi A circumducatur ro-
 tam β . quæ tympanulo 40 circumducatur rotam
 4, eadem tympanulo 30 circumaget rotam 5
 in uno horæ minuto.

Deinde, quia $\frac{\beta\gamma}{H}$ vel $\frac{B\gamma}{\alpha H \pi}$ super axe E, dat
 rotam circumvolventem in una horâ; ideo
 $\frac{\beta\gamma}{60H}$, vel $\frac{\beta\gamma}{\alpha H} + \frac{1}{60}$ dabit rotam circumvolven-
 tem in uno minuto.

Vel tertio, quia $\frac{\beta\gamma}{H\pi}$, vel $\frac{B\gamma}{\propto H\pi}$ super rota P dat rotam circumvolventem in una horâ; ideo $\frac{\beta\gamma}{H\pi} + \frac{1}{60}$ vel $\frac{B\gamma}{\propto H\pi} + \frac{1}{60}$ dabit rotam circumvolventem in uno minuto.

XLII. $M. \frac{\pi}{\gamma} :: K. \frac{\pi K}{\gamma M} = T\tau$; (i. e.) revolutiones A, vel Fusi, pro K continuatione in partibus M. Nam (per 11.)

$$\frac{\gamma M}{\pi} A :: K. \frac{\pi K}{\gamma M} A.$$

XLIII. $N. \frac{\phi}{\gamma\delta} :: R. \frac{\phi R}{\gamma\delta N} | - 1 T\tau$. (i. e.) revolutiones A vel Fusi, pro R. continuatione in partibus N.

$$\text{Nam (per 11.) } \frac{\gamma\delta N}{\phi} A :: R. \frac{\phi R}{\gamma\delta N} A$$

XLIV. $\frac{\pi}{\gamma\delta} M :: T\tau. \frac{\gamma M \pi}{\pi} = K$. i. e. continuatio in partibus M.

XLV. $\frac{\phi}{\gamma\delta} N :: T\tau. \frac{\gamma\delta N T\tau}{\phi} = R$. i. e. continuatio in partibus N.

XLVI. In hisce quatuor ultimis prop: si Index horarius affigatur centro P, sed maxime F, systema motuum erit admodum tardum: quia in M partibus temporis (i. e.) una revolutione F. tantum $\frac{\phi}{\gamma\delta}$ partes A moventur (per 10)

Adeo ut prima rota, A, tanto velocior esse debet, quam cum Indice centro B affixo, quanto β major $\frac{\pi}{\gamma}$ vel $\frac{\phi}{\gamma\delta}$. & tum paucæ revolutiones circa Fulum continuationem valde diuturnam facient: quod quo commodo fiat, iudicio artificis expendendum permittitur.

XLVI. Sed centro P, vel F, alium Indicem affigendo, velocior motus perficiatur. Quandoquidem (per 9. & 10.) ratio motus B, ad motum P, vel F datur: quæ cognita cuilibet motui proposito, applicari potest, ad inveniendâ idonea tympanula cum rotis.

XLVII. Quia (per 7) $H \mid - \mid \beta A \mid - \mid \beta \gamma E$ vel $\frac{B \cdot A}{\alpha} = \frac{B}{\alpha} + \frac{\gamma}{I}$ vel $\frac{B}{\alpha} + \frac{\pi \gamma}{\pi} E$: tam indicatur hora tympanulo α affixo axi rotæ E, circumducenti rotam $\pi \gamma$: quæ tympanulo α circumagat rotam B: quam tympanulo α circumducenti rotam: & eodem systemate.

XLVIII. Deinde quia (per 20.) Mot: P. B:: $\frac{\pi}{\gamma} \cdot \beta$:: P. $\frac{\beta \gamma}{\pi} B$; vel $\frac{B}{\alpha} + \frac{\gamma}{\pi} P$: tam indicatur hora rota π , affixa concentrica rotæ P, circumducenti, rotam $\beta \gamma$: vel &c. quam tympanulo α circumducenti rotam B: & eodem systemate.

XLIX. Quia (per 7) $H \mid - \mid \beta A \mid - \mid \beta \gamma \delta I$: vel $\frac{B \cdot A}{\alpha} \mid - \mid \frac{B}{\alpha} + \frac{\alpha \gamma}{I}$: vel $\frac{B}{\alpha} + \frac{\alpha \gamma \delta}{\alpha}$ I: tam indicatur hora tympanulo α affixo axi rotæ I, circumducenti

centi rotam $\alpha \gamma^{\delta}$: quæ tympanulo α circum-
 git rotam horariam B : quam tympanulo α
 &c.

L. Deinde quia (per 20.) Mot : F. B ::
 $\frac{\phi}{\gamma^{\delta}} : \beta :: F. \frac{\beta \gamma^{\delta}}{\phi} F$: vel $B + \frac{\gamma^{\delta}}{\phi} F$. tam indica-
 tur hora tympanulo ϕ affixo concentrico rotæ
 F, circumducenti rotam γ^{δ} : vel &c. quam
 tympanulo α circumducente rotam B : & eodem
 systemate.

F I N I S.

QUÆSTIONES

Libri I.

Diophanti Alexandrini.

I. **D**ATIS Z & X quærere ipsos numeros.

$$\frac{Z+X}{2} = A. \quad \frac{Z-X}{2} = E.$$

II. Datis Z & Ratione R ad S quærere &c.

$$R. S :: A. \frac{SA}{R} = E \text{ quare } \frac{RA+SA}{R} = Z \text{ \& } \frac{ZR}{R+S} = A$$

III. Datis Z & Ratione R ad S, qua & insuper magnitudine B major superat minorem quærere, &c.

$$R. S :: A - B. \frac{SA-BS}{R} \text{ minor; quare } = Z - A$$

$$\text{Et } R + S \text{ in } A = ZR + BS. \text{ vel } \frac{ZR+BS}{R+S} = A$$

IV. Datis X & Ratione R ad S invenire &c.

$$R. S :: A. \frac{SA}{R} \text{ quare } \frac{RA-SA}{R} = X \text{ \& } \frac{XR}{R-S} = A.$$

V. Datis Z, & B aggregato $\frac{1}{3}$ majoris & $\frac{1}{2}$ minoris.

Esto major A, minor Z - A &c.

Vel esto $\frac{1}{3}$ majoris A. $\frac{1}{2}$ minoris Z - A, &c.

VI. Da-

VI. Datis Z, & B excessu $\frac{1}{2}$ ^m majoris supra $\frac{1}{3}$ ^m minoris.

Esto major A, minor Z -- A &c.

Vel esto $\frac{1}{2}$ majoris A, $\frac{1}{3}$ minoris Z -- A &c.

$\frac{1}{2}$ A -- $\frac{1}{3}$ Z + A = B vel A -- $\frac{2}{3}$ Z + $\frac{2}{3}$ A = 2 B

Vel 3 A -- 2 Z + 2 A = 6 B. quare $\frac{6B+2Z}{5} = A$.

5

VII. Quis numerus est a quo si tollatur B & C, reliquus major erit duplus minoris.

Esto numerus quæsitus A. & B < C.

Quare A -- C. A -- B :: 2. 1

Ergo A -- C = 2 A -- 2 B

Ergo 2 B -- C = (2 A -- A =) A.

VIII. Quis numerus est cui si addantur B & C aggregatus major, erit duplus minoris.

Esto numerus quæsitus A & B < C &c.

erit 2 C + B = A.

IX. Quis numerus est quo sublato e B & C, reliquus major, duplus sit minoris.

Esto numerus quæsitus A & B < C &c.

Quare B -- A. C -- A :: 2. 1

Ergo. B -- A = 2 C -- 2 A

Ergo. 2 C -- B = (2 A -- A =) A.

X. Quis numerus est qui si tollatur e B & cui si addatur C, major sit duplus minoris.

Esto numerus quæsitus A & B < C &c.

Quare. B -- A : A + C :: 2. 1

Ergo. 2 C -- B = A.

XI. Quis numerus est cui si addatur B & ex quo si tollatur C, major erit triplus minoris.

Esto

Est numerus quaesitus $A \& B < C$ &c.

$A + P. A - C :: 3. 1.$ quare $A + B = 3 A - 3 C.$

$$\text{Et } \frac{B + 3C}{2} = A$$

XII. Dividere Z in $A + E$, & in $I + O$ sic ut
 $A = 2 O.$ & $I = 3 E.$ Est major $A.$ minor $Z - A$
 erunt duo reliqui $\frac{1}{2} A$, & $3 Z - 3 A$ Inve-
 nitur $A = \frac{4}{5} Z.$

P R A X I S.

$$\frac{1}{2} A + 3 Z - 3 A = Z$$

$$\text{Vel } A + 6 Z - 6 A = 2 Z$$

Vel $4 Z = 5 A.$ quare $5. 4 :: Z. A$ Ergo
 $\frac{4}{5} Z = A.$

XIII. Dividere Z in $A + E$, & in $I + O$ & in
 $V + Y$ sicut $A = 3 O,$ & $I = 2 Y,$ & $V = 4 E.$

Est major A minor $Z - A: 4 Z - 4 A = V$

$$\frac{2}{3} A = O: Z - \frac{2}{3} A = I = 2 Y: \frac{1}{2} Z - \frac{1}{6} A = Y$$

$$\frac{1}{2} Z + \frac{1}{6} A = V. \text{ quare } 4 Z - 4 A = \frac{1}{2} Z + \frac{1}{6} A$$

$$\text{Vel } \frac{8}{3} Z = A.$$

XIV. Invenire duos numeros (A, E) sic ut

$$A E = 3 A + 3 E. \text{ Quare } E A - 3 A = 3 E.$$

Vel $A E - 3 E = 3 A.$ Sumatur igitur pro E
 vel A numerus aliquis qui major sit quam $3.$

Sit $E. 5.$ erit

$$5 A - 3 A. \text{ i. e. } 2 A = 3 E = 15. \text{ \& } A = 7 \frac{1}{2}$$

$$\text{Ergo } A E = 7 \frac{1}{2} \cdot 5 = 3 A + 3 E = \frac{30}{2} + \frac{15}{2}.$$

XV. Invenire duos numeros (A, E) sic ut

$$2 A - 2 B = E + B, \text{ \& } 3 E - 3 C = A + C \text{ Erit.}$$

$$2A - 3B = E : \& 6A - 9B - 3C = A + C$$

$$\text{Quare } A = \frac{4C + 9B}{5}$$

5

XVI. Invenire tres numeros (AEI) sic ut

$$A + E = B : E + I = C : \& I + A = D$$

$$\text{Erit. } E = B - A : \& B - A + I = C,$$

$$\text{vel, } I = C + A - B \& C - B + 2A = D,$$

$$\text{vel, } A = \frac{B + D - C}{2}$$

2

vel esto summa omnium Z, ut in 17.

XVII. Invenire quatuor numeros (AEIO) sic

$$\text{ut } A + E + I = B, \& E + I + O = C, \& I + O = D,$$

$$A = D, \& O + A + E = F$$

$$\text{Erit. } I = B - A - E : O = C - B + A : \& E = C - D + A :$$

$$\& C - B + A + A + C - D + A = F$$

$$\text{Vel } A = \frac{B + D + F - 2C}{3}$$

3

Vel esto summa omnium Z. Erit $O = Z - B$ &

$$A = Z - C : \& E = Z - D : \& I = Z - F.$$

$$\text{Quare } Z = 4Z - B - C - D - F.$$

$$\text{Vel } Z = \frac{B + C + D + F}{3}$$

3

XVIII. Invenire tres numeros (AEI) sic ut

$$A + E = I + B : \& E + I = A + C : \& I + A = E + D$$

$$\text{Erit } A + E - B = I = E + D - A$$

$$\text{Quare } A = \frac{D + B}{2} : E = \frac{B + C}{2} : I = \frac{D + C}{2}$$

2

2

2

$$\text{Vel } Z - B = 2I. \quad Z - C = 2A. \quad Z - D = 2E.$$

Ergo dantur omnes tres.

XIX. Eadem quæ 18.

XX. In.

X. Invenire quatuor numeros (A E I O) sic ut

$$A + E + I = O + B: & E + I + O = A + C: & I + O +$$

$$A = E + D: & O + A + E = I + F$$

esto summa omnium Z. Erit $Z - B = 2 O$ &

$$Z - C = 2 A & Z - D = 2 E: & Z - F = 2 I$$

$$\text{quare } 4 Z - B - C - D - F = 2 Z$$

$$\text{Vel } Z = \frac{B + C + D + F}{2}$$

2

XI. Eadem quæ 20.

XII. Divide Z in A + E + I sic ut A + E = B I

$$& E + I = C A$$

$$\text{erit } B I + I = Z = C A + A$$

$$\text{quare } \frac{Z}{B+I} = I & \frac{Z}{C+I} = A.$$

$$\frac{Z}{B+I} \quad \frac{Z}{C+I}$$

XIII. Invenire tres numeros (A E I) sic ut

$$A - \frac{1}{3} I = E: E - \frac{1}{5} A = I. I - \frac{1}{4} E = B. \text{ Erit}$$

$$3A - 3E = I, & 5E(-5I) - 15A + 15E \text{ hoc est}$$

$$20E - 15A = A, \text{ vel } \frac{4}{5} A = E.$$

$$\text{quare } 3A - \frac{4}{5} A \text{ hoc est } \frac{11}{5} A = I.$$

$$\text{Denique } \frac{11}{5} A - \frac{1}{5} A \text{ hoc est } \frac{10}{5} A = B.$$

XIV. Eadem quæ 23. $8E = 6B$.

XV. Invenire tres numeros (A E I) sic ut

$$\frac{2}{3} A + \frac{1}{5} E = \frac{4}{5} E + \frac{1}{4} I = \frac{3}{4} I + \frac{1}{3} A. \text{ resolvantur}$$

tres numeri in A juxta conditionem quæstio-

nis: eruntque A, & $\frac{5}{6} A = E$, & $\frac{2}{3} A = I$.

Sumatur igitur pro A numerus quivis qui di-

viduus est per denominatores reliquorum 6 & 3

& fiet propositum.

esto A 6. erit E 5, & I 4 &c.

PRAXIS.

$$\frac{4}{3}E - \frac{4}{3}A = \frac{1}{2}I. \quad \text{Et } \frac{2}{3}A - \frac{1}{3}E = \frac{1}{4}I.$$

$$\text{Vel } \frac{2}{3}E - \frac{2}{3}A = I = \frac{2}{3}A - \frac{2}{3}E. \quad \text{Vel}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ \underbrace{\phantom{\frac{2}{3} + \frac{2}{3}}}_{1} E = \underbrace{\phantom{\frac{2}{3} + \frac{2}{3}}}_{1} A. \text{ quare } 4E = \frac{10}{12}A \quad \text{Vel } 12 \\ \underbrace{\phantom{\frac{2}{3} + \frac{2}{3}}}_{1} E = 10A. \\ 5 \qquad \qquad \qquad 3 \end{array}$$

$$6. 5 :: A. E. \quad \& \quad \frac{5}{8}A = E.$$

$$\text{Et } \frac{5}{8}I + \frac{5}{12}A = E = \frac{10}{9}A - \frac{5}{12}I. \quad \text{Vel}$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ \underbrace{}_{3} 40 - 15 \\ 3) \frac{10}{9} - \frac{5}{12} A = 4) \frac{5}{8} + \frac{5}{12} I. \\ \underbrace{}_{3} \quad \underbrace{}_{4} \\ 36 \qquad \qquad \qquad 24 :: 3. 2 :: A. I. \frac{2}{3}A = I. \end{array}$$

XXVI. Invenire quatuor numeros (A, E, I, O),
 sic ut $\frac{2}{3}A + \frac{1}{4}E = \frac{1}{4}E + \frac{4}{3}I = \frac{1}{3}I + \frac{5}{8}O =$
 $\frac{5}{8}O + \frac{2}{3}A$. resolvantur quatuor numeri in A,
 juxta conditionem quaestionis, eruntque A &
 $\frac{46}{75}A = E$, & $\frac{4}{3}A = I$ & $\frac{12}{5}A = O$. sumatur
 igitur pro A numerus quivis qui dividuus est
 per denominatores reliquorum, 75, 25, 5 &
 fiet propositum. Esto A 75: erit E 46 & I 60
 & O 57.

PRAXIS.

PRAXIS.

$$\frac{5}{12}A + \frac{5}{8}E = I \quad \& \quad \frac{5}{24}A - \frac{1}{16}E = O = \frac{2}{2}E - \frac{3}{1}A$$

Et $\frac{21}{24} + \frac{48}{24} A = \frac{72}{16} + \frac{3}{16} E$ $138.225 :: 46.75 :: E.A.$

$\frac{21}{24} + \frac{48}{24}$ $\frac{72}{16} + \frac{3}{16}$ $8) \frac{62}{24} \frac{75}{16}$
 $\frac{21}{24}$ $\frac{72}{16}$ $\frac{3}{16}$
 24 16 48

XXVII. Invenire tres numeros (A, E, I,) sic ut
 $A + \frac{5}{12}E + \frac{1}{3}I = E + \frac{1}{4}I + \frac{1}{4}A = I + \frac{5}{8}A + \frac{1}{8}E$
 resolvantur tres numeri in A juxta conditio-
 nem quaestionis, erunt A, & $\frac{17}{13}A = E$ & $\frac{19}{13}A = I$. sumatur igitur pro A numerus quivis qui
 dividuus est per denominatores reliquorum
 13 & 13 & fiet propositum. Esto A 13,
 Erit E 17 & I 19.

PRAXIS.

$$8E - 9A = I = \frac{16}{15}E + \frac{1}{15}A \quad \text{Vel}$$

$\frac{120}{15} - \frac{16}{15} E = \frac{136}{15} + \frac{1}{15} A$ Quare &c:
 $8 - 16 E = 9 + 1 A$
 $\frac{1}{15} \quad \frac{15}{15}$ $\frac{1}{15} \quad \frac{15}{15}$

Et

$$\frac{2}{8}A + \frac{1}{8}I = E = \frac{16}{16}I - \frac{1}{16}A \quad \text{vel}$$

$$\begin{array}{r}
 19 \\
 \underbrace{} \\
 \frac{2}{8} + \frac{1}{16} \\
 \underbrace{} \\
 1 \quad 2 \\
 \underbrace{} \\
 16
 \end{array}
 A =
 \begin{array}{r}
 14 \\
 \underbrace{} \\
 \frac{14}{16} - \frac{1}{8} \\
 \underbrace{} \\
 2 \quad 1 \\
 \underbrace{} \\
 16
 \end{array}
 I$$

14. 19 :: A. I.

XXVIII. Invenire quatuor numeros (A, E, I, O) sic ut $A + \frac{1}{3}E + \frac{1}{3}I + \frac{1}{3}O = E + \frac{1}{4}I + \frac{1}{4}O + \frac{1}{4}A = I + \frac{1}{5}O + \frac{1}{5}A + \frac{1}{5}E = O + \frac{1}{6}A + \frac{1}{6}E + \frac{1}{6}I$ resolvantur quatuor numeri in A juxta conditionem quaestionis: eruntque A, & $\frac{27}{47} = E$ & $\frac{22}{47} = I$ & $\frac{101}{47} = O$. sumatur igitur pro A numerus quivis qui dividuus sit per denominatores reliquorum 47, & 47, & 47 & fiet propositum. Esto A 47, erit E 77, & I 92, & O 101.

XXIX. Datis B & C invenire tertium sub quo & B rectangulum, quadratum erit rectanguli sub ipso & C.
Esto A Quare $BA = Cq Aq$. vel $B = A \cdot Cq$

XXX. Datis Z & Æ invenire duo latera. Esto majus A minus erit Z - A.
quare $Z A - Aq = \text{Æ}$
Atqui $\frac{1}{2}Zq - \text{Æ} = \frac{1}{2}Xq$. Et $\frac{1}{2}Z + \frac{1}{2}X = A$.

XXXI. Z & Z invenire duo latera. esto majus A minus erit Z - A. quare $Zq - 2ZA + 2Aq = Z$ vel
 $Z A - Aq = \frac{Zq - Z}{2} = \text{Æ}$. quare ut supra.

XXXII.

XXXII. Datis Z & X, invenire latera. Esto majus A, minus erit Z - A, quare $2ZA - Zq = X$, vel

$$ZA = \frac{Zq + X}{2} \text{ vel } \frac{Zq + X}{2Z} = A.$$

XXXIII. Datis X & Æ invenire latera Esto majus A minus erit A - X; quare $Aq - AX = \text{Æ}$ Atqui &c.

XXXIV. Invenire duos numeros quorum minor ad majorem fit ut S ad R, at summa numerorum ad summam quadratorum ut L ad T. Esto minor E, major erit $\frac{RE}{S}, \frac{SE + RE}{S}$.

$Sq \text{ Eq} + Rq \text{ Eq} :: L. T$ Quare

$$TSc + \frac{TSqR}{SRq} = E$$

multiplica 2^o primos terminos per alternos quotos. & fiat depressio. & quia L multiplicat & dividit expungatur.

XXXV. Invenire duos numeros quorum minor ad majorem fit ut S ad R & differentia numerorum fit ad summam quadratorum ut L ad T.

XXXVI. Invenire duos numeros quorum minor ad majorem fit ut S ad R. Et summa numerorum fit ad differentiam quadratorum ut L ad T.

XXXVII. Invenire duos numeros quorum minor

minor ad majorem sit S ad R & differentia numerorum ad differentiam quadratorum ut L ad T.

XXXVIII. Invenire duos numeros quorum minor sit ad majorem ut S ad R & major numerus ad quadratum minoris ut L ad T.

Esto minor E. Æquatio erit $\frac{TR}{LS} = E$ quia

$$\frac{RE}{S} \text{ Eq} :: L. T.$$

XXXIX. Invenire duos numeros quorum minor sit ad majorem ut S ad R. & quadratum minoris ad ipsum minorem ut L ad T.

XL. Invenire duos numeros quorum minor ad majorem sit ut S ad R & summa numerorum ad quadratum minoris ut L ad T.

XLI. Invenire duos numeros quorum minor ad majorem sit ut S ad R & differentia numerorum ad quadratum minoris ut L ad T.

XLII. Invenire duos numeros quorum minor ad majorem sit ut S ad R & minor numerus ad quadratum majoris; vel major numerus ad quadratum majoris vel summa vel differentia numerorum ad quadratum majoris sit ut L ad T.

XLIII. Datis duobus numeris B & C invenire tertium A sic ut C + A in B : A + B in C : & B + C in A æquali decrescant intervallo.

Quia in tribus numeris Arithmetice proportionalibus,

tionalibus, duplum medii æquatur summæ
extremorum.

$$\text{Erit } 2CA + 2BC = BC + 2BA + CA.$$

$$\text{Quare } \frac{BC}{2B - C} = A.$$

P R A X I S.

$$\frac{C + A}{B} \quad \frac{A + B}{C} \quad \frac{B + C}{A}$$

$$\frac{BC + BA}{BC + BA} \quad \frac{CA + BC}{CA + BC} \quad \frac{BA + AC}{BA + AC}.$$

FINIS. Libri I.

N

QUÆSTIONES

Libri II.

Diophanti Alexandrini.

I Invenire duos numeros A, E sic ut Z. Z :: S. R.
 Esto minor E: Assumptoque numero E
 quocunque sit B E major;
 Quare $BE + E. Bq Eq + Eq :: S. R.$
 Quare $\frac{BR + R}{BqS + S} = E.$

II. Invenire duos numeros A, E: sic ut X. X ::
 S. R. Æquatio Erit
 $\frac{BR - R}{BqS - S} = E.$

III. Invenire duos numeros A, E sic ut Z. Æ :: S. R.
 Esto minor E assumptoque B sit BE major, Quare
 $BE + E: B Eq :: S. R. quare \frac{BR + R}{BS} = E.$

IV. Invenire duos numeros A, E, sic ut X. Z ::
 S. R. Esto minor E, major B E.

P R A X I S.

BE - E. Bq Eq + Eq :: S. R. Quare

BRE

$$BRE - RE = Bq SEq + SEq \text{ quare } \frac{BR - R}{BqS + S} = E.$$

V. Invenire duos numeros A, E sic ut Z.X. : : S.R.
 Æquatio erit $\frac{BR + R}{BqS + S} = E.$

VI. & VII. Invenire duos numeros A, E
 sic ut X fit B: & X, fit C : fit minor E, major erit
 $B + E$, differentia quadratorum $Bq + 2BE = C.$
 Quare $\frac{C - Bq}{2B} = E.$

VIII. & IX. Datum Bq in duo quadrata di-
 videre. Esto unum e quaëritis Aq cujus latus
 A, alterum erit Bq - Aq : cujus latus (af-
 sumpto numero C quocunque) Esto CA - B
 hujus autem quadratum est

$$Cq Aq - 2CBA + Bq = Bq - Aq \text{ quare } \frac{2CB}{Cq + i} = A.$$

$$\text{Si Bq fit } 16 : \& C \ 3. Q : \frac{34}{10} + Q : \frac{12}{10} = 16.$$

$$\text{Si Bq fit } 16 \& C \ 5. Q : \frac{40}{26} + Q : \frac{26}{26} = 16.$$

Hinc patet inventio triangulorum Rectangulorum

$$\frac{34}{10} \times \frac{34}{10} = \frac{576}{1000}. \& \frac{12}{10} \times \frac{12}{10} = \frac{1024}{1000} = 16 \text{ vel}$$

$$\frac{40}{26} \times \frac{40}{26} = \frac{1600}{676}. \& \frac{26}{26} \times \frac{26}{26} = \frac{2216}{676} \text{ hoc est}$$

$$\left. \begin{array}{r} 1600 \\ 9216 \\ \hline 10816 \end{array} \right\} = 676) 10816 (16.$$

X. Dividere Bq + Cq datum in duo alia qua-
 drata, fit B major quam C, assumptis duobus
 N 2 numeris

numeris quibuscunque R majore : & S minore :
 Esto latus unius R A - B : & latus alterius SA - C :
 horum quadrata

$$\text{Sunt } \begin{cases} Rq Aq - 2BRA + Bq = Bq \\ Sq Aq - 2CSA + Cq = Cq \end{cases}$$

Quare $\frac{2BR + 2CS}{Rq + Sq} = A$ At vero latus binom : :
 fuit SA - C

hoc est $\frac{2BRS + 2CSq - CRq - CSq}{Rq + Sq}$

Hujus quadratum si tollas
 e Bq + Cq restabit quadratum aliud.

XI. Invenire duos numeros quadratos quorum diffe-
 rentia sit BC. assumpto numero conveniente D
 Esto latus minoris A, majoris A + D : quadrato-
 rum ex his differentia $2DA + Dq = BC$

quare $\frac{BC - Dq}{2D} = A$

vel esto major A, minor A - F $\frac{BC + Fq}{2F} = A$.

Lemma pro XII. Si duobus numeris B, C, da-
 tis tertius D quærat, qui ad utrumque ad-
 junctus conficiat quadratum numerum, diffe-
 rentia ipsorum B - C est gnomon, cujus
 longitudo est $2A + E$, & latitudo E, Estque
 longitudinis & latitudinis semisumma $A + E$
 latus quadrati majoris, & semidifferentia A la-
 tus quadrati minoris, sumantur igitur duo nu-
 meri quicunque E pro latitudine, & F pro lon-
 gitudine : sic ut $FE = B - C$, & ex Q: $\frac{1}{2}F +$
 $\frac{1}{2}E$

$\frac{1}{2} E$ tollatur B: vel ex Q: $\frac{1}{2} F - \frac{1}{2} E$ tollatur C. & restabit numerus D quæsitus.

Exempli gratia, si sint duo quadrata $A + 6$ & $A + 1$, horum differentia 5 est gnomon. & quia $5 \times 1 = 5$ sumatur pro latitudine gnomonis 1 & pro longitudine 5, Harum semifumma 3 est latus quadrati majoris 9, e quo si tollas 6 restabit 3 pro numero quæsito, semidifferentia autem est 2 latus quadrati minoris, e quo si tollas 1 restabit tertium 3.

XII. Invenire numerum qui adjectus ad B & ad C complebit duos numeros quadratos. Estque $B < C$

Fieri potest per lemma: vel aliter.

Quadratum minus esto Aq. quæsitus igitur numerus erit $Aq - C$, huic si addas B habebis majus quadratum sc: $Aq - C + B$ cujus latus esto $A - D$ (assumpto D sic ut $Dq < B - C$) quare $Aq - 2DA + Dq = Aq - C + B$ vel $\frac{Dq + C - B}{2D} = A$.

Tum ex Aq tolle C: eritque numerus quæsitus. Vel latus esto $A + D$, assumpto $D < \sqrt{B - C}$: Erit $\frac{B - C - Dq}{2D} = A$.

XIII. Invenire numerum qui ablatus e B & C, relinquit duos numeros quadratos est que $B < C$: Esto quadratum minus Aq: quare $C - Aq$ erit numerus quæsitus. Et $B - C + Aq$ quadratum majus. hujus latus est $A - D$ assumpto $D < \sqrt{B - C}$: quare $Aq - 2DA + Dq = Aq + B - C$.
Vel

$$\text{Vel } \frac{Dq - B + C}{2D} = A.$$

Tunc C tolle Aq eritque numerus quæsitus

Vel latus esto A - D, assumpto $D < \sqrt{B - C}$:

$$\text{Eritque } \frac{B - C - Dq}{2D} = A.$$

XIV. Invenire numerum e quo si subtrahantur:

B & C restabunt bina quadrata: eritque $B < C$:

Esto numerus quæsitus Aq + C, ut subtracto

C maneat quadratum majus Aq; subtrahatur

etiam B & restabit Aq - B + C cujus latus esto

A - D assumpto $D < \sqrt{B - C}$: quare Aq - 2D

$$A + Dq = Aq - B + C \text{ vel } \frac{Dq + B - C}{2D} = A$$

Tum ad Aq adde C eritque numerus quæsitus.

vel etiam fieri potest per Lemma.

XV. Dividere B in duas partes sic ut Aq ad-

jectum ad utramque partem compleat bina

quadrata.

Assumantur C & D, ut $Cq + Dq < B$ sitque $C < D$

Q: A + C. est Aq + 2CA + Cq: minus Aq } Restat

Q: A + D. est Aq + 2DA + Dq: minus Aq }

$2CA + Cq$ } B. quare $\frac{B - Dq - Cq}{2D + 2C} = A$

$2DA + Dq$ }

hæ duæ sunt partes ipsius B

vide 24 lib: 3.

XVI. Dividere B in duas partes sic ut quadra-

tum A + C, assumpto $C < \sqrt{B}$ minutum u-

traque

traque relinquat bina quadrata. Quadratum
igitur subducendum est $Aq + 2CA + Cq$
e quo si tollatur $2CA + Cq$ restabit Aq
Et e quo si tollatur $2CA + Cq - 2DA - Dq$
assumpto $D > C$ Restabit

$Aq + 2DA + Dq$ quod est $Q: A + D$
vide 23 lib 3.

XVII. Invenire duos numeros in Ratione R ad
 S . sic ut adjecti ad Bq compleant bina quadra-
ta. Esto latus minoris quadrati $A + B$. Erit qua-
dratum minus $Aq + 2BA + Bq$. Tolle Bq re-
stabit minor numerus $Aq + 2BA$

At $S: R :: Aq + 2BA$. $\frac{RAq + 2RBA + Bq}{S}$ qua-
dratum majus, cujus latus assumpto $C < \sqrt{R}$,
esto $CA - B$ quare $CqAq - 2CBA - Bq =$
 $\frac{RAq + 2RBA + Bq}{S}$ vel $\frac{2RB + 2CB = A}{SCq - SR}$.

XVIII. Invenire tres $\left\{ \begin{array}{l} \frac{4}{5} \text{ pri.} - C + \frac{1}{7} \text{ ter.} + F \\ \frac{6}{7} \text{ ter.} - F + \frac{1}{8} \text{ sec.} + D \\ \frac{5}{8} \text{ sec.} - D + \frac{1}{5} \text{ pri.} + C \end{array} \right.$
numeros sic ut
æquales sint

Quia nullus numerus proponitur ad quem insti-
tuenda sit æquatio, poterit quæstio innumeris
modis expediri; vel supponendo summam
trium numerorum quæditorum: vel assumendo
duos numeros ad A quæsit: qui aptissimi pro
quæstione erunt $5A$ & $6A$. atque hunc poste-
riorem in hac 18^a quæstione sequitur Diophan-
tus

tus : quia prioris modi exemplum erit in
quæstione 19^a.

Esto igitur primus 5 A, & secundus 6 A; quare

$$4 A - C + \frac{1}{7} \text{ter.} + F = 5 A - D + A + C. \text{ vel } 2 A + 2 C - D - F = \frac{1}{7} \text{ter.} + F + A + D = 5 A - D + A + C.$$

$$\text{Vel } 5 A + C - F + A + D = 5 A - D + A + C.$$

$$\text{Vel } 5 A + C - 2 D + F = \frac{6}{7} \text{tert.} = 12 A + 12 C - 6 D - 6 F$$

$$\text{vel } \frac{-11 C + 4 D + 7 F}{7} = A.$$

XIX. Dividere B in tres numeros sic ut æquales sint
Esto primus A

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{4}{3} \text{pri.} - C + \frac{1}{7} \text{ter.} + F \\ \frac{6}{7} \text{ter.} - F + \frac{1}{6} \text{sec.} + D \\ \frac{5}{6} \text{sec.} - D + \frac{1}{3} \text{pri.} + C \end{array} \right.$$

Quoniam omnes tres æquationes (omissis iis quæ se mutuo perimunt) constituunt B : quælibet ex iis erit $\frac{1}{3}$ B quare

$$\frac{1}{3} B + C - F - 4 A = \frac{1}{7} \text{tertii. Et}$$

$$\frac{5}{3} B - 6 C + 7 F + 24 A - D = \frac{1}{6} \text{secundi. Et}$$

$$\frac{26}{3} B + 29 C + 6 D - 35 F = 121 A. Ergo$$

$$\frac{26 B + 87 C + 18 D - 105 F}{363} = A$$

XX. Invenire tres numeros E, M, A sic ut
Aq - Mq. Mq - Eq :: 3. i

Esto minor E, & medius E + B cujus quadratum est Eq + 2 B E + Bq : tollatur Eq, differentia erit 2 B E + Bq cujus quadratum una cum Eq est Eq + 8 B E + 4 Bq pro quadrato maximo cujus latus (assumpto C convenienter)

Esto

Esto $E + C$. quare $Eq + 2CE + Cq = Eq + 8BE + 4Bq$ vel $8BE - 2CE = Cq - 4Bq$.
 vel $\frac{Cq - 4Bq}{8B - 2C} = E$.

XXI. Invenire duos numeros E & A sic ut tum $Eq + A$ tum $Aq + E$ sint numeri quadrati

Minor esto E : & assumpto B quocunque latere $E + B$. fit quadratum $Eq + 2BE + Bq$: unde si tollas Eq restabit pro numero majore $2BE + Bq$: hujus quadratum $4BqEq + 4BcE + Bqq$: plus E erit etiam quadratum: cujus latus (assumpto convenienter C) esto $2BE - C$
 Quare $4BqEq - 4BcE + Cq = 4BqEq + 4BcE + E + Bq$: vel $4BcE + 4BCE + 1$ in $E = Cq - Bqq$ vel &c.

XXII. Invenire duos numeros A & E sic ut tum $Aq - E$, tum $Eq - A$ sint numeri quadrati

Esto minor numerus $E + 1$ cujus quadratum est $Eq + 2E + 1$ & sublato Eq erit major numerus $2E + 1$, & majoris quadratum $4Eq + 4E + 1$ ab hoc sublato minore $E + 1$ erit $4Eq + 3E$ quod etiam est quadratum cujus latus esto $3E$.
 Quare $9Eq = 4Eq + 3E$: vel $5E = 3$ vel $\frac{3}{5} = E$

Hæc est solutio Diophanti: quæ non tenet nisi numerus primo assumptus fuerit 1, si vero assumendus Alter B , solvi hoc modo non potest:

Nos igitur generalem regulam trademus hanc

Esto minor numerus $E + B$ cujus quadratum est $Eq + 2BE + Bq$ & sublato Eq erit major numerus,

○

merus, $2BE + Bq$, & majoris quadratum $4Bq$
 $Eq + 4BcE + Bqq - E - B$, quod etiam est
 quadratum. cuius latus esto $2BE + Bq - C$.
 Quare $4BqEq + Bqq + 4BcE - 4BCE -$
 $2BqC + Cq = 4BqEq + Bqq + 4BcE - E - B$. vel
 $Cq - 2BqC - 4BCE = E - B$ vel $Cq + B - 2Bq$
 $C = 4BCE - E$. Quare nota quod C non
 debet esse minor quam $2Bq$. Item si detur B
 & alteruter numerus, datur Alter nam pri-
 mo datur E : Deinde $2B + Bq + \sqrt{q} : Q : 2B +$
 $Bq - B - E = C$.

XXIII. Invenire duos numeros a & e sic ut
 $tm aq + a + e$ tum $eq + a + e$ sint num: quadrati.
 Esto minor E assumatur $E + B$, cuius quadra-
 tum $Eq + 2BE + Bq$ æquale cogitetur $eq + a$
 $+ e$, tollatur igitur $Eq + E$ (sicque $2B - 1$
 $= C$) restabit major $(CE + Bq$: hujus qua-
 dratum est $CqEq + 2BqCE + Bqq$: adpona-
 tur a & hoc est $2BE + Bq$. summa $CqEq$
 $+ 2BqCE + 2BE + Bqq + Bq$ erit etiam qua-
 dratus numerus. cuius latus esto $CE - D$.
 Quare $CqEq - 2CDE + Dq = CqEq + 2Bq$
 $CE + 2BE + Bqq + Bq$

$$\text{Vel } E = \frac{2CD + 2BqC + 2B}{Dq - Bqq - Bq}.$$

XXIV. Invenire duos numeros a , e sic ut aq
 $- a - e$ & $eq - a - e$ sint numeri quadrati
 Esto minor E . assume $E + 1$ quadratum, $Eq + 2$
 $E + 1$ pro $eq + a + E$) tolle $Eq + E$ restat $E + 1$
 pro majore, huic adde E : & summa $2E + 1$
 sublata

sublata ex Eq, restabit $Eq - 2E - 1$, etiam quadratus numerus. cuius latus esto $E - 3$. quare $Eq - 6E + 9 = Eq - 2E - 1$ vel $E = \frac{5}{2}$

Cæterum hæc solutio Diophantæa imperfecta est, concludit enim solummodo quod $eq - a - e$ est numerus quadratus: de reliqua vero quæstionis parte quod $aq - a - e$ sit quadratus numerus nihil probatur omnino. quod vero in hoc exemplo utraque pars vera esse contingit, gratia ipsi numero 3 posteriori assumpto habenda est, quem non artificio sed tentando invenit.

Veram igitur & generalem solutionem exhibeo
Esto minor numerus E: assume E - B quadratum erit $Eq - 2BE + Bq$, pro $eq - a - e$ tolle ex Eq - E (sitque $B - 1 = C$) restabit $CE - Bq$ pro majore: quadratum erit. Cq $Eq - 2CBqE + Bqq$ hinc tolle $(a + e) 2BE - Bq$ etiam quadratus numerus cuius latus esto $CE - D$. quare Cq $Eq - 2CDE + Dq = CqEq - CBqE - 2BE + Bqq + Bq$

$$\text{Vel } E = \frac{Dq - Bqq - Bq}{2cD - 2CBq - 2B}$$

quare Dq non debet esse minor quam $Bqq - Bq$.

XXV. Invenire duos numeros a & e sic ut Q; a + e, - a & Q: a + e, + e sint numeri quadrati.

Assumantur tres quadrati numeri puta 4, 9, 16; & minimus 4 tollatur e reliquis: differentiæ erunt 5 & 12.

Tum summæ quadratum esto 4 Aq. Et major numerus
Q 2

numerus esto 12 Aq & minor 5 Aq horum
 summa est 17 Aq cujus quadratum est 289
 $Aq = 4Aq$: vel $Aq = \frac{4}{3}$, hac interpretatione
 pro 12 Aq & 5 Aq duo numeri erunt $\frac{48}{3}$ & $\frac{20}{3}$.

XXVI. Invenire duos numeros a & e, sic ut Q:
 $a + e$, - a & Q: $a + e$, - e sint quadrati numeri

Assumantur tres quadrati numeri, puta 4, 9, 16,
 & duo minores tollantur e majore, eruntque
 differentia 12 & 7, Tum summa quadratum
 esto 16 Aq. Et major numerus esto 12 Aq mi-
 nor 7 Aq, reliqua fiant ut in 25.

XXVII. Invenire duos numeros a & e sic ut
 $ae + a$ & $ae + e$ sint numeri quadrati quorum
 latera simul constitunt Z. Esto primus nume-
 rus A: secundus Bq A - 1. rectangulum ex his
 $Bq Aq - A$, cui si addas primum, eritque Bq Aq
 cujus latus est BA, Tum rectangulo etiam
 addatur secundus (sitque $Bq - 1 = C$) eritque
 summa $Bq Aq + CA - 1$ quadratus numerus cu-
 jus latus juxta conditionem quaestionis est Z -
 BA. Quare $Zq - 2ZBA + Bq Aq = Bq Aq +$
 $CA - 1$ Vel

$$2ZBA + CA = Zq + 1. \text{ vel } Zq + 1 = A,$$

$2ZB + C$

XXVIII. Invenire duos numeros a & e, sic ut
 $ae - a$ & $ae - e$ sint numeri quadrati quorum late-
 ra simul constituunt Z. Esto primus numerus
 A secundus Bq A + 1. rectangulum ex his Bq
 $Aq + A$ cui subtrahas primum; restabit Bq Aq
 cujus

cujus latus est BA. Tum e rectangulo etiam subtrahatur secundus (sitque $Bq - 1 = C$) & restabit $Bq Aq - CA - 1$, numerus etiam quadratus, cujus latus juxta conditionem quaestionis est $Z - BA$ Quare

$$Zq - 2ZBA + Bq Aq = Bq Aq - CA - 1$$

$$\text{Vel } A = \frac{Zq + 1}{2ZB - C}$$

XIX. Invenire duos quadratos aq & eq sic ut tum aq eq + aq tum aq eq + eq sint quadrati numeri

Esto primus Aq, pro secundo (donec idoneus inveniatur) ponatur 1. rectangulum erit Aq: prior summa $2Aq$: posterior $Aq + 1$ quare neutra est quadratus numerus, quaerendus est igitur numerus cujus quadratum auctum unitate sit etiam quadratus numerus. Esto autem ille $A - B$ cujus quadratum $Aq - 2BA + Bq = Aq + 1$ vel $A = \frac{Bq - 1}{2B}$: cujus quadratum (sumpto $Bq - 1 = C$) est $\frac{Cq}{4Bq}$

Quare $Cq + 4Bq$ est Q.

Esto igitur secundus ille idoneus quem instituebamus quaerere Cq Rectangulum erit $\frac{Cq Aq}{4Bq}$ summa prior $\frac{Cq Aq + 4Bq Aq}{4Bq}$ numerus quadratus, quia $Cq + 4Bq$ quadratus ducitur in Aq. summa

summa posterior $\frac{Cq Aq + Cq}{4 Bq}$ erit etiam qua-

dratus numerus quia $Cq Aq + Cq$ est quadra-

tus numerus cujus latus esto $C A - D$ quare

$$\text{Vel. } A = \frac{Dq - Cq}{2 CD}$$

Quare fit $Bq < 1$: & $Dq < Cq$.

XXX. Invenire duos numeros aq & eq sic ut
tum $aq eq - aq$. tum $aq eq - eq$ sint numeri
quadrati.

Esto primus Aq secundus 1 ut ante donec idoneus
inveniat : rectangulum erit Aq differen-
tia prior C posterior $Aq - 1$ quærendus est igitur
numerus cujus quadratum minutum unitate
fit numerus quadratus. Esto autem ille $A - B$
cujus quadratus $Aq - 2 B A + Bq = Aq - 1$: vel
 $\frac{Bq - 1}{2 B} = A$: cujus quadratus sumpto $Bq + 1 =$

C est $\frac{Cq}{4 Bq}$: quare $Cq - 4 Bq$ est quadratus nu-

merus. Esto igitur secundus ille idoneus $\frac{Cq}{4 Bq}$:

Rectangulum erit $\frac{Cq Aq}{4 Bq}$; differentia prior

$\frac{Cq Aq - 4 Bq Aq}{4 Bq}$ numerus quadratus quia $Cq - 4 Bq$

Bq quadratus ducitur in Aq : posterior

$\frac{Cq Aq - Cq}{4 Bq}$ erit etiam quadratus quia $Cq Aq$

- Cq

- Cq est quadratus cuius latus esto CA-D
quare $Cq Aq - 2 CDA + Dq = Cq Aq - Cq$.

$$\text{Vel } A = \frac{Dq + Cq}{2CD}$$

XX XI. Invenire duos numeros a & e sic ut a e
+ a + e & a e - a - e sint numeri quadrati.

propterea quod $aq + eq + 2 a e = \xi q$ & $aq + eq - 2 a e = xq$: sumantur duo latera puta 3 & 2, summa quadratorum ex ipsis est 13 & duplum rectangulum 12 estque tum $13 + 12$ tum $13 - 12$ numerus quadratus. Esto igitur rectangulum sub numeris quaesitis $13 Aq$, & numerus primus A, secundus erit $13 A$: Quare cum propositae A & $13 A$ sint pro a & e: & $13 Aq$ pro a e, & tum $13 Aq + 12 Aq$, tum $13 Aq - 12 Aq$, sint numeri quadrati sicut etiam sunt a e + a + e, & a e - a - e sequitur $12 Aq$ esse pro a + e quare $12 Aq = 13 A + A$ vel $12 A = 14$

$$\text{Vel } A = \frac{7}{6}.$$

XX II. Invenire duos numeros a & e, sic ut tum a + e tum a e + a + e tum a e - a - e sint numeri quadrati.

propterea quod a in 2 a bis = 4 aq, sumantur duo numeri in Ratione 1 ad 2, puta 2 ad 4. rectangulum sub ipsis duplum erit num: quadra: nempe 16. Estque summa quadratorum ex ipsis 20: quare $20 + 16$, & $20 - 16$ sunt N: Q.

Esto igitur rectang: sub numeris quaesitis $20 - Aq$, & numerus primus 2 A: secundus erit

A. Estque per ostensa in 31 quaest: $16 Aq$ pro
 $a + e$ erit $16 Aq = 12 A$ vel $A = \frac{4}{3}$.

XXXIII. Invenire tres numeros a, e, i , sic
 ut $aq + e$ tum $eq + i$ tum $iq + a$ sint quadrati
 numeri.

Propterea quod differentia duorum proximorum
 quadratorum est minus latus duplicatum, plus
 1; Esto primus numerus A secundus erit $2A + 1$
 $A + 1$ & tertius $4A + 3$; patet igitur quod Aq
 $+ 2A + 1$, & $4Aq + 4A + 1$ pl: $4A + 3$, hoc
 est $4Aq + 8A + 4$ sint quadrati numeri; adeo
 ut tertii quadratum $16Aq + 24A + 9 + A$, hoc
 est $16Aq + 25A + 9$, erit quadratus numerus;
 latus ejus esto $4A + B$: quare $16Aq - 8BA +$
 $Bq = 16Aq + 25A + 9$
 Vel $Bq - 9 = A$
 $25 + 8B$

XXXIV. Invenire tres numeros a, e, i sic
 ut tum $aq - e$ tum $eq - i$ tum $iq - a$ sint quadra
 ti numeri.

Propterea quod differentia duorum proximorum
 quadratorum est majus latus duplicatum, mi
 nus 1. Esto primus numerus $A + 1$ secundus
 $2A + 1$ & tertius $4A + 1$. Patet igitur quod Aq
 $+ 2A + 1$ mi: $2A + 1$ & $4Aq + 4A + 1$ mi: $4A + 1$
 sint numeri quadrati. Patet igitur quod $16Aq$
 $+ 8A + 1$ mi: $A + 1$, hoc est $16Aq + 7A$ est qua
 dratus numerus, latus esto BA : quare Bq
 $Aq = 16A + 7A$.

Vec

Vel $\frac{7}{Bq \cdot 16} = A.$

$A + B. 2BA + Bq. 4BcA + Aqq.$

XXXV. Invenire tres numeros a, e, i sic ut tum aq + a + e + i tum eq + a + e + i, tum iq + a + e + i sint numeri quadrati.

Propterea quod per 5 e 2, Q: $\frac{1}{2}A - \frac{1}{2}E: + \text{Æ}$
 $= Q: \frac{1}{2}A + \frac{1}{2}E.$ Assumantur Z planum & B
 C = Z pl: & DF = Z pl: & GH = Z pl:
 quare tum Q: $\frac{1}{2}B - \frac{1}{2}C + Z \text{ pl.}$ tum Q: $\frac{1}{2}D - \frac{1}{2}F + Z$
 planum tum Q: $\frac{1}{2}G - \frac{1}{2}H + Z \text{ pl.}$ sunt numeri qua-
 drati.

Est igitur summa trium numerorum Z pl: Aq
 ipsi numeri (juxta conditionem quaestionis)

Erunt $\frac{1}{2}BA -- \frac{1}{2}CA + \frac{1}{2}DA -- \frac{1}{2}FA + \frac{1}{2}GA --$
 $A -- \frac{1}{2}HA.$

Quare $\frac{1}{2}BA -- \frac{1}{2}CA + \frac{1}{2}DA -- \frac{1}{2}FA + \frac{1}{2}GA --$
 $\frac{1}{2}HA = Z \text{ pl: Aq}$

Vel $\frac{B - C + D - F + G - H}{2Z \text{ pl.}} = A.$

XXXVI. Invenire tres numeros a, e, i, sic
 ut tum aq mi: a + e + i, tum eq mi: a + e + i, tum,
 iq, mi: a + e + i sint numeri quadrati.

Propterea quod $\frac{1}{2}Zq -- \text{Æ} = \frac{1}{4}Xq$ assumantur
 Z pl: & BC = Z pl: & DF = Z pl: & G
 H = Z pl: quare tum Q: $\frac{1}{2}B + \frac{1}{2}C: - Z \text{ pl:}$ tum
 Q: $\frac{1}{2}D + \frac{1}{2}E -- Z \text{ pl:}$ tum Q: $\frac{1}{2}G + \frac{1}{2}H - Z$
 P pl:

pl: sunt numeri quadrati. Est igitur summa
 trium numerorum quæstorum Z pl: Aq; ipsi
 numeri (juxta conditionem quæstionis) erunt
 $\frac{1}{2} B A + \frac{1}{2} C A + \frac{1}{2} D A + \frac{1}{2} F A + \frac{1}{2} G A + \frac{1}{2} H A$
 $= Z$ pl: Aq.

$$\text{Vel } \frac{B+C+D+F+G+H}{2} Z \text{ pl.} = A,$$

FINIS. Libri Secundi,

QUÆSTIONES

Libri III.

Diophanti Alexandrini.

INVENIRE a, e, i , sic ut tum $a + e + i$
 $-- aq$: tum $a + e + i - eq$ tum $a + e + i -- iq$
 sint Q : numeri.

Esto primus A : secundus BA . summa quadrato-
 rum ex ipsis $Bq Aq + Aq$, dividatur per $1, 2, 10$
 in duos alios quadratos nempe $Cq Aq + Dq$
 Aq , tertius esto DA qui si addatur ad duos
 primos summa erit $A + BA + DA = Bq Aq + Aq$
 Quare $\frac{B + D + 1}{Bq + 1} = A$. Nam quia per fabricam

tum $Bq Aq + Aq$ in Aq : $Bq Aq + Aq$ in $Bq Aq$:
 tum $Bq Aq + Aq$ in Dq est numerus quadratus. sic
 summa trium illorum numerorum quorum late-
 ra subtrahuntur sit $Bq Aq + Aq$ factum est quod
 postulatur at summa est $B + D + 1$ Ergo.

I. Invenire a, e, i sic ut tum $a + Q$: $a + e$
 $+ i$ tum $e + Q$: $a + e + i$ tum $i + Q$: $a + e + i$ sit
 numerus quadratus.

Esto summa trium A , cujus quadratum Aq &
 sumptis tribus numeris $B C, D (3, 8, 15)$
P 2 sic

fic ut singulis adjuncta 1 constituat quadratum numerum. sunt tres numeri quæſiti BAq, CAq, DAq, quorum summa est BAq + CAq + DAq at summa ipsorum ponitur A.

$$\text{Quare } \frac{1}{B+C+D} = A.$$

III. Invenire a, e, i, sic ut tum Q: a + e + i in a, tum Q: a + e + i in e, tum Q: a + e + i in i sit Q: numerus.

Esto summa trium BA cujus quadratum est BAq & sumptis tribus numeris CDF, sic ut singuli ablati ex Bq relinquant numerum quadratum: puta tres numeri quæſiti CAq, DAq, FAq quorum summa est CAq + DAq + FAq at summa ipsorum ponitur BA

$$\text{quare } \frac{B}{C+D+F} = A.$$

IV. Invenire a, e, i, sit ut a - Q: a + e + i tum e - Q: a + e + i tum i - Q: a + e + i sit numerus quadratus.

Esto summa trium A cujus quadratum Aq, & sumptis tribus numeris B, C, D (2, 5, 10, sic ut 1 dempta e singulis relinquat quadratum numerum, sunt tres numeri quæſiti BAq, CAq, DAq, quorum summa est BAq + CAq + DAq at summa ipsorum ponitur A

$$\text{quare } \frac{1}{B+C+D} = A.$$

V. Im

Invenire tres numeros, a, e, i , sic ut tum
 summa $a + e + i$ tum tres differentiae $a + e - i$ tum
 $e + i - a$ tum $i + a - e$ sint Q : numeri.

Est summa trium quadratum $Aq + 2BA + Bq$:
 item $a + e - i$ esto quadratus aliquis numerus
 puta Bq , Jam quia datur summa trium &
 differentia primi & secundi a tertio datur eti-
 am tertius, sublata enim differentia e summa,
 (nam $a + e + i - a - e + i = 2i$) restat tertius du-
 plus $Aq + 2BA$ est igitur tertius $\frac{1}{2} Aq + BA$.

Item $e + i - a$ Esto quadratus aliquis numerus pu-
 ta Aq differentiam hanc tolle de summa erit
 primus duplus. (nam $a + e + i - e - i + a =$
 $2BA + Bq$ est igitur primus $BA + \frac{1}{2} Bq$. summa
 primi & tertii, $\frac{1}{2} Aq + 2BA + \frac{1}{2} Bq$, subtracta e
 summa trium $Aq + 2BA + Bq$ relinquit $\frac{1}{2} Aq + \frac{1}{2} Bq$
 pro secundo.

Quare $i + a - e$ erit $2BA$ quadratus etiam nume-
 rus, esto ille Cq : est igitur $2BA = Cq$.

Ideoq; $\frac{Cq}{2B} = A$ vide: 6^m.

VI. Vel etiam sic. Propterea quod $a + e - i$ pl: $e + i - a$.
 pl: $i + e - a = a + e + i$ Inveniantur per lemma se-
 quens tres numeri quadrati quorum summa est
 quadratus numerus. sintque 4, 9, 36, quo-
 rum summa est 49. sumantur tres illi numeri
 pro tribus differentiis $\frac{49-4}{2}$, $\frac{49-9}{2}$, $\frac{49-36}{2}$

hoc est $22\frac{1}{2}$, 20, & $6\frac{1}{2}$ sunt tres numeri quaesiti.

Lemma

Lemma: Invenire tres numeros quadratos, quorum summa etiam sit quadratus numerus. Est primus Aq : pro secundo assumatur Bq & pro summa omnium $Aq + 2CA + Cq$ est igitur tertius $2CA + Cq$ assumatur autem pro tertio Dq quare $2CA + Cq = Dq$: vel $\frac{Dq - Cq}{2C}$

A. si B sit 3, C , 1. D , 2. prodibunt ut ante 4, 9, 36.

VII. Invenire tres a , e , i sic ut tum $a + e + i$ tum $a + e$ tum $e + i$ tum $i + a$ sint numeri quadrati.

Esto summa trium $Aq + 2BA + Bq$ & summa primi & secundi Aq , quare tertius $2BA + Bq$. Iterum summa secundi & tertii $Aq - 2BA - Bq$, hanc tolle ex $Aq + 2BA + Bq$, manebit primus $4BA$, hunc tolle ex Aq manebit secundus $Aq - 4BA$ hunc etiam tolle ex $Aq + 2BA + Bq$ manebit $6BA + Bq$ summa tertii & primi, numerus quadratus cujus latus assumatur C , Quare $6BA + Bq = Cq$

$$\text{Vel } \frac{Cq - Bq}{6B} = A \text{ vide } 8^{\text{m}}.$$

VIII. Aliter, Esto summa trium $Aq + 2BA + Bq$: & summa primi & secundi Aq , quare tertius $2BA + Bq$. iterum esto summa secundi & tertii $Aq - 2BA + Bq$, tolle tertium & manebit secundus $Aq - 4BA$ tolle ex Aq & manebit primus $4BA$, huic addatur tertius

erit $6BA + Bq$, summa tertii & primi cuius
latus assumatur C.

X. Invenire tres a, e, i , sic ut tum $a - e = e - i$, suntque tres summæ tum $a + e$ tum $e + i$ tum $i + a$ Numeri quadrati.

Inveniantur per Lemma sequens tres numeri quadrati, Bq, Cq, Dq sic ut $Bq - Cq = Cq - Dq$. sumantur hi tres pro tribus summis numerorum quæditorum. Esto summa trium A. Erit primus $A - Dq$ & secundus $A - Cq$ & tertius $A - Bq$. summa igitur omnium erit $3A - Bq - Cq - Dq = A$

$$\text{Vel } \frac{Bq + Cq + Dq}{2} = A.$$

Lemma: Invenire tres numeros quadratos æqualis excessus.

Esto primus Aq : secundus $Aq + 2FA + Fq$ tertius $Aq + 4FA + 2Fq$: qui etiam quadratus est numerus: cuius latus esto $A - G$. quare $Aq - 2GA + Gq = Aq + 4FA + 2Fq$.

$$\text{Vel } \frac{Gq - 2Fq}{2G + 4F} = A.$$

quare G debet esse major quam $2F$: si sumatur $F 1$, & $G 8$

$$\text{Erit } \frac{Bq \ 2401. \ Cq \ 1681, \ Dq. \ 961.}{100.}$$

Invenire tres a, e, i , sic ut tum $a + e + B$ tum $a + i + B$ tum $e + i + B$, tum $a + e + i + B$ sit numerus quadratus.

Assuman-

Assumantur ad A tres numeri C, D, F, sic ut
 ipsorum quadrata excedant B. Et primo A + C
 cujus quadratum $Aq + 2CA + Cq$ esto $a + e + B$
 quare $Aq + 2CA + Cq - B$, est summa primi
 & secundi. secundo A + D cujus quadratum
 $Aq + 2DA + Dq$, est $e + i + B$. quare $Aq + 2D$
 $+ Dq - B$ est summa secundi & tertii. Tertio
 A + F, cujus quadratum $Aq + 2FA + Fq$ esto
 $+ e + i + B$: Quare $Aq + 2FA + Fq - B$ est
 summa omnium trium. tolle inde $Aq + 2$
 $A + Cq - B$ summam primi & secundi restabit
 tertius $2FA - 2CA + Fq - Cq$. Item tolle in
 de $Aq + 2DA + Dq - B$, summam secundi &
 tertii restabit primus $2FA - 2DA + Fq - Dq$
 Hinc tolle ex $Aq + CA + Cq - B$ summam pri
 mi & secundi restabit secundus $Aq + 2CA$
 $+ 2DA + 2FA + Cq + Dq + Fq - B$.

Jam vero summa tertii & primi & B est $4FA -$
 $CA - 2DA + 2Fq - Cq - Dq + B$ quadratus nu
 merus, cujus latus esto G. quare $4FA - 2$
 $A - 2DA + Fq - Cq - Dq + B = Gq$.

$$\text{Vel } \frac{Gq + Cq + 2Dq - 2Fq - B}{4F - 2C - 2D} = A.$$

Si assumatur B 3, C 2, D 3, F 4, G 10. erit A, 1:

XI. Invenire tres a, e, i, sic ut $a + e - B$, tum $e + i$
 B : tum $i + a - B$ tum $i + e + i - B$. sit quadra
 tus numerus. Esto $Aq + B$, summa primi &
 secundi, assumantur duo numeri C & D: Et
 primo A + C, cujus quadratum $Aq + 2CA$
 $+ Cq + B$: esto summa secundi & tertii. Deinde

e A + D, cujus quadratum $Aq + 2DA + Dq + B$ est summa trium. tolle inde summam primi & secundi restabit tertius $2DA + Dq$. item tolle inde summam secundi & tertii, restabit primus $2DA - 2CA + Dq - Cq$. Hunc tolle ex $Aq + B$ summa primi & secundi restabit secundus $Aq - 2DA + CA - Dq + Cq + B$. Jam vero summa tertii & primi, dempto B est $4DA + 2DC - 2CA - Cq - B$ quadratus numerus cujus latus esto F. Quare $4DA + 2D - 2Cq - B = Fq$. Vel

$$\frac{Fq + Cq - 2D + B}{4D - 2C} = A \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{si } B \text{ 3. } C \text{ 1, } D \text{ 1} \\ F \text{ 8: Erit } A \text{ 10.} \end{array} \right.$$

XII. Invenire tres numeros a, e, i, sic ut tum a e + B tum e i + B: tum i a + B. sit numerus quadratus.

Inveniantur per Lemma sequens duo numeri quadrati sic ut uterque addito B constituat quadratum numerum. Sintque Cq & Dq.

Esto igitur primus Cq A secundus $\frac{1}{A}$, tertius Dq A: sic fiet enim ut tum $\frac{Cq A + B}{A}$ tum tum $\frac{Dq A + B}{A}$ sit quadratus numerus: erit & B Cq Dq

Aq + B quadratus numerus cujus latus esto CD A + F unde $\frac{B - Fq}{2CDF} = A$.

Lemma invenire aq, eq sic ut tum aq + B: tum eq

eq 4 B fit num : quadrat : fieri potest, vell
per L: 2 : 11 : si assumatur G & pro a ponatur
A & pro e A + G vel A - H æquationes erunt
$$\frac{B - Gq}{2G} = A = \frac{B - Hq}{2H}$$

tus fit 12, assumptis numeris 2, & 3, quadrati
inveni erunt 4 & $\frac{1}{4}$. Aliter ex gnomone 12
quærendus est A dupl : assumantur pro E
duo quilibet numeri minores quam latus
12 puta 2 & 3 :

Tollatur Eq è 12 restabit duplex rectangulum 8
vel 3 rectangulum igitur simplex 4 vel $\frac{3}{2}$ dividatur
per E 2 vel 3 & quotus erit 2 vel $\frac{1}{2}$ pro
A.

XIII. Invenire tres a, e, i, sic ut tum a e - B :
tum ei - B tum i a - B : sit quadratus numerus.

Inveniantur per Lemma sequens duo numeri
quadrati sic ut uterque dempto B constituat
quadrat : numerum sintque Cq & Dq. Esto
igitur primus Cq A : secundus $\frac{1}{A}$: tertius
Dq A : sic enim fiet ut tum $\frac{CqA}{A} - B$, tum

$\frac{DqA}{A} - B$ sit quadratus numerus: Erit & Cq

Dq Aq - B quadratus numerus cuius latus esto C :
DA - F : Unde $\frac{B + Fq}{2CDF} = A$. (B 10)

Lemma invenire aq, eq sic ut tum aq - B : tum
eq - B : sit numerus quadratus. pro a ponatur

tur A & pro e A - G vel A - H æquationes erunt $\frac{B+Gq}{2G} = A = \frac{B+Hq}{2H}$ sicut in Lemmate præcedente.

Aliter ex gnomone quærendus est A + E. assumantur pro E duo quivis numeri minores quam $\sqrt{10}$ puta 1 & 2.

Eritque A vel $5\frac{1}{2}$ vel $3\frac{1}{2}$.

XIV. Invenire a, e, i, sic ut tum a e + i tum ei + a tum ia + e sit numerus quadratus, Esto primus A & assumpto A + 2B, fiat e quadratum Aq + 4BA + 4Bq. sit tertius Bq. rectangulum sub secundo & tertio auctum primo est BqA + A + 2Bc & rectangulum sub tertio & primo auctum secundo est BqA + A + 2B quæ duo quia cogitantur esse quadrata quorum differentia est 2Bc - 2B quæ rantur per L: 2: 1 i bini quadrati numeri distantes. intervallo 2Bc - 2B, sitque major Cq = BqA + A + 2Bc & minor Dq = BqA + A + 2B
Quare $\frac{Cq - 2Bc}{Bq - 1} = A = \frac{Dq - 2B}{Bq - 1}$.

XV. Invenire a, e, i, sic ut tum a e - i tum e i - a tum ia - e sit numerus quadratus.

Esto primus A, secundus A + Bq: horum rectangulum est Aq + BqA: estque tertius BqA. Rectangulum sub secundo & tertio imminutum primo BqAq + BqA - A Rectangulum sub tertio & primo imminutum secundo BqAq - A - Bq quæ duo quia cogitantur, esse quadrata; Estq; *διπλοισίτις*

Q2

ad

ad Bq Aq ideoque differentia Bqq A + B q²
(per Lemma ad 12 lib: 2.) est gnomon cujus
longitudo sit $2BA + \frac{2}{B}$ & latitudo $\frac{Bc}{2}$ harum

femifumma $BA + \frac{1}{B} + \frac{Bc}{4}$ est latus quadrati

majoris Bq Aq + Bqq A - A) & semidifferentia
 $BA + \frac{1}{B} - \frac{Bc}{4}$ latus quadrati minoris. Bq Aq - A -

- Bq. quibus computatis atque comparatis, u-
traque æquatione prodibit. $Bqq cc + 8Bqq + 16$
 $\frac{8cc - 8Bq}{8cc - 8Bq}$

= A. Ardua sed si B sit 2 fatis est facilis.

XVI. Invenire a, e, i sic ut tum a e + i q tum
e i + a q tum i a + e q sit numerus quadratus. E-
sto primus BA secundus $4BA + 4C$ tertius C.

Rectangulum sub primo & secundo auctum
quadrato tertii est $4Bq Aq + 4BCA + Cq =$

$Q: 2BA + C$. Rectangulum sub secundo &
tertio auctum quadrato primi $+ Cq + 4BCA$

$+ Bq Aq = Q: BA + 2C$, Rectangulum sub
tertio & primo auctum quadrato secundi est

$16Bq Aq + 33BAC + 16Cq$ cujus latus esto $4BA$

D hinc invenietur $Dq - 16Cq = A$.

$$33BC + 8BD$$

XVII. Invenire a, e, i, sic ut tum a e + a + e
tum e i + e + i tum i a + i + a sit quadratus
numerus.

Quia factus a duobus quadratis proximis auctus
ipforum

ipforum summa est etiam quadratus numerus
 Assumptis igitur $B \& C = B + 1$ fit primus Bq
 secundus Cq & esto tertius A . Quare $Bq \ Cq +$
 $Bq + Cq$ est quadratus numerus sed & $Cq \ A +$
 $Cq + A$. & $Bq \ A + Bq + A$ cogitentur esse qua-
 drati estque *διπλοισότης* ad A ideoque differen-
 tia $Cq \ A - Bq \ A + Cq - Bq$ (per Lemma ad 12
 lib 2) est gnomon. cuius longitudo est $A + 1$
 & latitudo $(Cq - B)$ harum semisumma est $\frac{1}{2} A$
 $+ C$; semidifferentia $\frac{1}{2} A - B$ Quare vel
 $\frac{1}{2} Aq + C \ A + Cq = Cq \ A + A + Cq$. vel $\frac{1}{4} Aq +$
 $B \ A + Bq = Bq \ A + Bq + A$. Quare $4 \ Cq - 4 - 4$
 $C - 4 = A = 4 \ Bq + 4 - 4 \ B$.

K VIII. Invenire tres a, e, i sic ut tum $a + e +$
 $a + e$ tum $a + e + i$ tum $i a + i + a$ sit quadratus
 numerus.

Propterea quod $1. \ Cq :: B + 1. \ B \ Cq + Cq$. sunt
 $B \& B \ Cq + Cq - 1$ duo numeri quibus si adda-
 tur 1 erunt ut 1 ad Cq nempe ut quadratus
 ad quadratum. Esto igitur primus $B \ A$. secun-
 dus $B \ Cq + Cq - 1$ vel numerus (posito si placet
 $B \ 2 \& Cq \ 4$) erit primus $2 \ A$ secundus $8 \ A + 3$
 $a + e + a + e$ est $16 \ Aq + 16 \ A + 3$ quadratus nu-
 merus cuius latus esto $4 \ A - 2$ sic ut multæ
 quadratum majus sit quam absolutus 3 quare
 $16 \ Aq - 16 \ A + 4 = 16 \ Aq + 16 \ A + 3$ vel $\frac{1}{12} = A$.
 Atque hac exhibita interpretatione, primus est
 $\frac{1}{15}$: secundus $\frac{11}{15}$ Esto tertius A . Eritque $e + i +$
 $e + i \ \frac{17}{4} \ A + \frac{11}{4}$, & $i a + i + a \ \frac{17}{16} \ A + \frac{1}{16}$: Dico utrum-
 que

que esse quadratum numerum. Nam quia $\frac{12}{4} = \frac{13}{4} + 1$ sunt per praemissa ut Cq ad 1 ita Q: ad Q ideoque uterque ducatur in A. Ducatur igitur $\frac{12}{4} A + \frac{12}{4}$, & $\frac{13}{4} A + \frac{13}{4}$ in duos numeros qui sicut ut 1 ad Cq puta 4 ad 16 facti erunt 17 A + 13, & 17 A + 1 estque διπλασιότης: & differentia 12 = 2 x 6 quorum semisumma est 4, semidifferentia 2. Quare vel 17 A + 13 = 16 vel 17 A + 1 = 4. Estque $\frac{2}{7} = A$ tertio.

Nec dissimilis foret operatio si statueretur tertius non a purum sed a multiplex, & nota quod non necesse erat in 18 duxisse $\frac{12}{4} A + \frac{13}{4} A$ & $\frac{12}{16}$ in 4 & 16 quadratos. nec in 19 duxisse $A - \frac{2}{3}$, & $\frac{2}{3} A - \frac{1}{3}$ in 4 & 9 quadratos sed in numeros ipsis similes.

XIX. Invenire tres a, e, i sic ut tum ae - a - i tum e i - e - i tum i a - i - a sit quadratum numerus.

Assumptis binis quadratis numeris 4 & 9 quibuslibet uterque, Esto primus 4 A + 1. secundus 9 A + 1 ut subducto utrinque 1 restet quadratum ae - a - e. est & 36 Aq - 1 quadratum cuius latus sit 6 A - 1 utcumque; assumptum: 36 Aq - 12 A + 1 = 36 A - 1 vel A = $\frac{1}{6}$. Quare primus est $\frac{2}{3}$ secundus: $\frac{1}{3}$: tertius est A.

$$e i - e - i \text{ est } \frac{2}{3} A - \frac{1}{3} \text{ in } 4 = 6 A - 10$$

$$i a - i - a \text{ est } \frac{2}{3} A - \frac{1}{3} \text{ in } 9 = 6 A - 15.$$

quia $\frac{2}{3} : \frac{1}{3} :: 9 : 4$: fiat multiplicatio ipsorum

A

$\frac{2}{3}A - \frac{1}{2}$ & $\frac{2}{3}A - \frac{1}{3}$ in duos numeros 4. & 9. Eritque inter factos $6A - 10$ & $6A - 15$, διπλασιότης differentia autem est $5 = 5 \times 1$ quorum laterum semisumma est 3 & semidifferentia 2 Quare $6A - 10 = 9$ & $6A - 15 = 4$ ideoque $\frac{12}{6} = A$ tertio.

X. Invenire duos a, e. sic ut tum $ae + a$ tum $ae + e$ tum $ae + a + e$ fit quadratus numerus.

sto primus A, secundus $4A - 1$. Quare $ae + a$ est $4Aq$: qui est quadratus numerus. Item $ae + e$, $4Aq + 3A - 1$: & $4Aq + 4A - 1$ debent esse quadr: numeri: Estque διπλασιότης & differentia A vel $4A \times \frac{1}{4}$ (oportet enim assumere $4A$ ut in semisummæ & semidifferentiæ quadracione habeatur $4Aq$) quadratum semisummæ est $4Aq + \frac{1}{2}A + \frac{1}{4} = 4Aq + 4A - 1$, & quadratum semidifferentiæ $4Aq - \frac{1}{2}A + \frac{1}{4} = 4Aq + 3A - 1$. Estque $A = \frac{65}{24}$.

XI. Invenire duos a, e, sic ut tum $ae - a$ tum $ae - e$ tum $ae - a - e$ fit quadratus numerus.

sto primus $4A$ secundus $A + 1$: tres reliqui erunt $4Aq$: $4Aq - 3A - 1$ $4Aq - A - 1$ qui duo posteriores cogitantur quadra: numeri: est que διπλασιότης differentia $4A = 4A \times 1$ Eritque $A = \frac{1}{4}$.

XII. Invenire quatuor a, e, i, o, sic ut tum Q: $a + e + i + o$ tum Q: $a + e + i + o - a$: tum &c:

Propterea

Propterea quod in triangulo rectangulo $Hq = Cq + Bq$: & $Cq + Bq + 2BC = Q: C + B$ & $Cq + Bq - 2CB = Q: C - B$: si quærantur quatuor triangula rectangula, eandem habentia hypotenusam (hoc est si quadratus numerus dividatur quater in binos quadratos) & pro summa quatuor numerorum quæsiturum statuatur hypotenusam ducta in A, & pro numeris ipsis statuatur quatuor plana sub lateribus rectis quatuor illorum triangulorum duplicata & ducta in Aq: prodibit inter hypotenusam & quatuor illa plana duplicata æqualitas præstitura quæsitam potestatem ut si quatuor triangula sint $HA, CB, Hc b, Hx \beta, Hy \delta$. Erit $HA = 2CB$ $Aq + 2cbAq + 2x\beta Aq + 2y\delta Aq$.

Et quidem in 8 Lib: 2 ostensum est dividere numerum quadratum datum in duos quadratos: Verum ut illud in integris fiat, hoc excogitavit artificium.

Expositis his binis quadratis 4×1 & 9×4 duos triangula rectangula in minimis terminis fabricata, 5, 4, 3, & 13, 12, 5. tum ducta in utramque alterius hypotenusam duos alia efficient, 65, 60, 25, & 65, 52, 39 deinde expositorum quadratorum summis in se ductis nempe $4 + 1$ in $9 + 4$ producentur quatuor quadrata proportionalia, $36 + 16 + 9 + 4$. Quare (per) $65 = Q$ $60 + 2 + Q$ $4 - 3$: Et. $65 = Q$; $6 - 2 + Q$; $4 + 3$. Postremo ex horum lateribus fabrican-

turr

tur duo triangula rectangula 65, 16, 63
& 65, 56, 33 Inventa sunt igitur in nu-
meris integris quatuor triangula rectangula
ad eandem Hypotenusam.

FINIS. Libri Tertii.

R

DE

D E I

T R I A N G U L I S

P L A N I S

R E C T A N G U L I S.

I. **Q**uia $Aq.mi: \text{Æ} = XA$. Et $\text{Æ}mi: Eq = X$
Erit.

I. $Aq. + Bmi: \text{Æ} + B = XA$. Et.

$\text{Æ} + Bmi: Eq + B = XA$. Et.

$Aq + B - \text{Æ} + B = A$. Et.

$\frac{Aq + B}{X} - \frac{\text{Æ} + B}{X} = A$. Et.

$\frac{\text{Æ} + B}{X} - \frac{Eq + B}{X} = E$. Et.

$\frac{Aq + B}{X} + \frac{Eq + B}{X} - \frac{2\text{Æ} + 2B}{X} = X$.

$2Z + 2Xq = 4\text{Æ} + 4Xq$.

II. Hinc licet invenire tres numeros, sic ut factus a duobus quibuslibet ex iis, minutus vel auctus dato numero (secundum signorum exgentiam) erit quadratus numerus. Tres numeri sunt

funto $\frac{Aq + B}{X}$, $\frac{Eq + B}{X}$, & $\frac{2Aq + 2B}{X}$

$\frac{2Eq + 2B}{X}$ vel $4\frac{\text{Æ} + B}{X} + X$.

Dico

Dico 1° $\frac{Aq + B}{X} \text{ mi:} \frac{Eq + B}{X} + B = Q: \frac{\text{Æ} + B}{X}$

nam $Aq + Eq - Xq = 2 \text{Æ}$.

Dico 2° $\frac{Aq + B}{X}$ in $\frac{4 \text{Æ} + 4 B}{X} + X: + B = Q: \frac{Aq + B}{X} + \frac{\text{Æ} + B}{X}$.

nam per interpretationem ipsius A superius traditum est.

$\frac{Aq + B}{X} - \frac{\text{Æ} + B}{X} = Aq = \frac{Aq + B}{X}$ in $X + B$. At

$\frac{Aq + B}{X} - \frac{\text{Æ} + B}{X}$ pl. $\frac{Aq + B}{X}$ in $\frac{4 \text{Æ} + 4 B}{X} = Q: \frac{Aq + B}{X} + \frac{\text{Æ} + B}{X}$

Dico 3° $\frac{Eq + B}{X}$ in $\frac{4 \text{Æ} + 4 B}{X} + X: + B = Q:$

$\frac{\text{Æ} + B}{X} + \frac{Eq + B}{X}$.

nam per interpretationem ipsius E superius traditum est.

$\frac{\text{Æ} + B}{X} - \frac{Eq + B}{X} = Eq = \frac{Eq + B}{X}$ in $X + B$.

$Q: \frac{\text{Æ} + B}{X} - \frac{Eq + B}{X}$ pl. $\frac{Eq + B}{X}$ in $\frac{4 \text{Æ} + 4 B}{X}$

$= Q: \frac{\text{Æ} + B}{X} + \frac{Eq + B}{X}$.

I. Ex assumptis duobus numeris A, E. procreantur tres alij numeri. Aq. & Eq. & 2 Aq. + 2 Eq. + 2 Xq vel 4 Æ + 4 Xq. sic ut factus a duobus quibusvis ex iis auctus facto ex Xq, sive per summam eorundem sive per tertium sit quadratus numerus.

Dico 1° $Aq \text{ Eq pl. } Aq Xq + Eq Xq = Q \text{ } \mathcal{A} + Xq$

Nam quia $Aq + Eq = 2 \mathcal{A} + Xq$. Erit.

$Aq Xq + Eq Xq = 2 \mathcal{A} Xq + Xq^2$. Addantur utro-
bique $Aq \text{ Eq}$.

Dico 2° $Aq \text{ Eq pl. } 4 \mathcal{A} Xq + Xq^2 = Q : \mathcal{A} + 2 Xq$

Nam $Q : \mathcal{A} + 2 Xq = Aq \text{ Eq} + 4 \mathcal{A} Xq + 4 Xq^2$.

Dico 3° $4 Aq \mathcal{A} + 4 Aq Xq \text{ pl. } Aq Xq + 4 \mathcal{A} Xq$
 $+ 4 Xq^2 = Q : Aq + \mathcal{A} + 2 Xq$.

Nam $Q : Aq + \mathcal{A} = 4 Aq \mathcal{A} + 4 Aq Xq$ quia $Aq + Eq$
 $= 2 \mathcal{A} + Xq$. Quare $Q : Aq + \mathcal{A} + 2 Xq = 4 Aq \mathcal{A}$
 $+ 4 Aq Xq + 4 Aq Xq + 4 \mathcal{A} Xq + 4 Xq^2$.

Dico 4° $4 Aq \mathcal{A} + 4 Aq Xq \text{ pl. } Eq Xq = Q : Aq$
 $+ \mathcal{A} + Xq$. Nam $Q : Aq + \mathcal{A} + Xq = 4 Aq \mathcal{A} + 4 Aq Xq +$

$Aq Xq + 2 \mathcal{A} Xq + Xq^2$. Est $Aq + Eq = 2 \mathcal{A} + Xq$.

Dico 5° $4 Eq \mathcal{A} + 4 Eq Xq \text{ pl. } Eq Xq + 4 \mathcal{A} Xq +$
 $Xq^2 = Q : \mathcal{A} + Eq + 2 Xq$.

Nam $Q : \mathcal{A} + Eq = 4 Eq \mathcal{A} + 4 Eq Xq$ &c. Sicut in
tertio.

Dico 6° $4 Eq \mathcal{A} + 4 Eq Xq \text{ pl. } Aq Xq = Q : Eq$
 $+ \mathcal{A} + Xq$. Nam $Q : \mathcal{A} + Eq = 4 Eq \mathcal{A} + 4 Eq Xq$
 $+ Xq^2$ &c. sicut in 4°

¶ V. Ex assumptis duobus numeris A , E , procre-
antur tres alij numeri $Aq + 2 Xq$, & $Eq + 2 Xq$,
 Xq , & $2 Aq + 2 Eq + 4 Xq$. vel $4 \mathcal{A} + 6 Xq$
Sic ut factus à duobus quibusvis ex iis minutus
facto ex Xq , sive per summam eorundem sive
per tertium sit quadratus numerus.

Dico

Dico 1° $Aq + 2 Xq$ mi: $Eq + 2 Xq$ in Xq in $Aq + Eq + 4 Xq = Q: \text{Æ} + Xq$, hoc est.

$Aq Eq + 2 Aq Xq + 2 Eq Xq + 4 Xqq - Aq Xq - Eq Xq - 4 Xqq = Aq Eq + 2 Eq Xq + Xqq$. Nam $Aq + Eq = 2 \text{Æ} + Xq$.

Dico 2° $Aq + 2 Xq$ in $Eq + 2 Xq$ in Xq in $4 \text{Æ} + 6 Xq = Q: \text{Æ}$, hoc est $Aq Eq + 2 Aq Xq + 2 Eq Xq + 4 Xqq - 2 Aq Xq - 2 Eq Xq - 4 Xqq = Aq Eq$.

Dico 3° $Aq + 2 Xq$ in $4 \text{Æ} + 6 Xq$ in Xq in $Aq + 4 \text{Æ} + 8 Xq = Q: Aq + \text{Æ} + 2 Xq$. Nam $Q: Aq + \text{Æ} + 2 Xq = 4 Aq \text{Æ} + Aq Xq + 4 Aq Xq + 4 \text{Æ} Xq + 4 Xqq$.

Dico 4° $Aq + 2 Xq$ in $4 \text{Æ} + 6 Xq$ in $Xq Eq + 2 Xq = Q: Aq + \text{Æ} + 3 Xq$, hoc est $4 Aq \text{Æ} + 6 Aq Xq + 8 \text{Æ} Xq + 12 Xqq - Eq Xq - 2 Xqq = 4 Aq \text{Æ} + Aq Xq + 6 Aq Xq + 6 \text{Æ} Xq + 9 Xqq$. Nam $Aq + Eq = 2 \text{Æ} + Xq$.

Dico 5° $Eq + 2 Xq$ &c: sicut in 3°

Dico 6° $Eq + 2 Xq$ &c: sicut in 4°

V. Ordinatam est in cap. 18. Clau. Math. quod $Q: A + E = Q: A - E + \text{Æ}$. Et $Q: Aq + Eq =$

$$Q: Aq - Eq + 4 \text{Æ}q.$$

At vero in triangulo rectangulo $Hq = Bq + Cq$: per 47 e.i.

Assumptis igitur binis numeris A, E, triangulum rectangulum licet fabricare: hoc modo,

$$\begin{array}{ccc} A, E & \cdot & Aq & \cdot & Eq. \\ \text{Vel } \frac{A + E}{2} & \cdot & \sqrt{\text{Æ}} & \cdot & \frac{A - E}{2} \end{array}$$

Vel

$$\begin{array}{l} \text{Vel } Aq + Eq \quad . \quad 2 \text{ } \mathcal{A} \quad . \quad Aq - Eq. \\ \text{Hypotenusæ} \quad . \quad \text{Cathetus} \quad . \quad \text{Basis.} \end{array}$$

Et quia continuè proportionales sunt, tum $A \cdot \sqrt{\mathcal{A}}$.
 E. tum $Aq \cdot \mathcal{A}$. Eq : triangulum rectangulum
 constituent trium continue proportionalium,
 vel medius cum mediorum semisumma atque
 semidifferentia: vel medius duplex cum sum-
 ma atque differentia eorundem: uti in supe-
 riore exemplo liquet.

V I. In triangulo rectangulo, summa hypotenusæ
 & basis, cathetus, & differentia hypotenusæ &
 basis sunt $\ddot{=}$

Nam hypotenusæ & basis summa est $2 Aq$: & dif-
 ferentia $2 Eq$; quare. Item hypotenusæ & ca-
 theti summa est Zq . differentia Xq . Item late-
 rum circa rectum summa est $ZA + XE$: differen-
 tia $ZE \sim XA$. Item laterum circa rectum &
 hypotenusæ summa est $2 \mathcal{A} + Aq$: Et differen-
 tia $2 \mathcal{A} - Eq$.

Invenire duos illos numeros, ex quibus triangu-
 lum rectangulum fabricatur.

Latus unius rectum hypotenusætum addes tum
 auferes: erunt semisummæ & semidifferentiæ:
 \sqrt{q} , duo numeri quæsit. ut Δ 13, 12, 5, nu-
 meri fabricatores sunt $\sqrt{\frac{13+5}{2}}$ & $\sqrt{\frac{13-5}{2}}$ hoc
 est 3 & 2. vel etiam sunt $\sqrt{\frac{13+12}{2}}$ & $\sqrt{\frac{13-12}{2}}$.

Refer huc 13.

VII. Si

VII. Si duo numeri quadrati alios duos numeros quadratos multiplicent, uterque utrumque, quatuor facti erunt quadrati proportionales: eorumque omnium summa componitur ex quadratis summæ laterum extremorum, & differentię mediorum: vel ex quadratis differentię laterum extremorum & summæ mediorum.

Sunto quatuor quadrati factores, Cq, Dq, Fq, Gq. Ex his facti erunt Cq Fq. Cq Gq:: Dq Fq: Dq Gq. horum autem summa est vel Q: CF + DG: + Q: CG - DF: vel etiam

$$Q: CF - DG: + Q: CG + DF. \text{ Nam}$$

$$Q: CF + DG = Cq Fq + 2 \text{ CF DG} + Dq Gq.$$

$$Q: CG - DF = Cq Gq - 2 \text{ CG DF} + Dq Fq.$$

item

$$Q: CF - DG = Cq Fq - 2 \text{ CF DG} + Dq Gq.$$

$$Q: CG + DF = Cq Gq + 2 \text{ CG DF} + Dq Fq.$$

VIII. Atque hinc (& quia si trianguli latera tria ducantur in eundem numerum, fit novum triangulum simile) datis duobus triangulis rectangulis dissimilibus, HCB & h c b duo alia triangula rectangula poterunt fabricari. Ex. gr.

$$Hqh q = Hqc q + Hqb q. =$$

$$Cqc q + Bqc q :: Cqb q + Bqb q. \text{ Quare.}$$

$$Hqh q = Q: Cc + Bb: + Q: Bc - Cb.$$

$$Hqh q = Q: Cc - Bb.: + Q: Bc + Cb.$$

Hypoten; Latera circa rectum angulum

Refer huc 14.

IX. Invenire

I X. Invenire tria triangula rectangula sic ut solidus sub cathetis ad solidum sub basibus sit ut quadratus numerus ad quadratum numerum.

Sunto $\left\{ \begin{array}{l} H \quad C \quad B \\ Hq + Cq. \quad 2 HC. \quad Hq - Cq = Bq \\ Hq + Bq. \quad 2 HB. \quad Hq - Bq = Cq. \end{array} \right.$
 Factus à tribus cathetis est $4 Hq Cq$ in B.
 Factus à tribus basibus est $Bq Cq$ in B.

Nota quod solidi variari possunt quadrifariam.

X. Invenire duo triangula rectangula, sic ut planus sub cathetis, minutus plano sub basibus constituat numerum quadratum, cubicum, quadrado-quadraticum, &c.

Sumantur $2 C < B$ sintque

Duo tri- $\left\{ \begin{array}{l} H \quad C \quad B \\ 4 Cq + Bq. \quad 4 CB \quad .4 Cq - Bq. \end{array} \right.$
 angula.

Hic differentia planorum sub cathetis & basibus est Bc . Sed si trianguli posterioris latera applicentur ad B, differentia foret Bq . Si vero multiplicentur per B foret Bqq . Si per Bq , foret $Bq c$. Et sic de reliquis.

XI. Invenire duo triangula rectangula sic ut planus sub cathetis, auctus plano sub basibus, constituat numerum. $Q : C : QQ^{um} : &c.$

Sumantur $B < 2 C$. sintque.

$\left\{ \begin{array}{l} H \quad C \quad B \\ Bq + 4 Cq. \quad 4BC. \quad Bq - 4Cq. \end{array} \right.$

Hic summa planorum sub cathetis & basibus est Bc . Sed si trianguli posterioris latera applicentur ad B

ad B vel ducantur in B: vel in Bq: &c. Summa foret numerus Q^m vel QC^m &c.

XII. Invenire tria triangula rectangula, sic ut solidus sub hypotenusis, ad solidum sub Cathetis, sit ut quadratus numerus ad quadratum numerum. Inveniantur per alterutram è proximè præcedentibus, duo triangula sic ut planus sub cathetis minutus, vel etiam auctus plano sub basibus, constituat numerum quadratum. Et ex duobus illis fabricetur tertium, sumendo pro Catheto Cc-Bb vel etiam Cc + Bb & sic utrobique triangulum tertium erit $\frac{4CqH+BqH}{B}$. Bq. 3 $\frac{CBq+4cCq}{B}$.

XIII. $Cq + Bq [Hq] + 2 CB = QC + B$ Et $Cq + Bq [Hq] - 2 CB = Q: C-B$.

XIV. Liquet ex 7 si duorum quadratorum summa, ducatur in summam duorum aliorum quadratorum, factus componetur bis ex binis quadratis nempe ex quadrato summæ laterum à duobus factis extremis cum quadrato differentie laterum à duobus factis mediis, & ex quadrato differentie laterum à duobus factis extremis, cum quadrato summæ laterum à duobus mediis, ut in exemplo.

$$9 + 4 \text{ in } 25 + 9$$

$$225 + 81 + 100 + 36 = 442$$

$$15.9 :: 10.6$$

$$Q: 15 + 6 = 441$$

$$Q: 10 - 9 = 001$$

$$442$$

$$Q: 15 - 6 = 081$$

$$Q: 10 + 9 = 361$$

$$442$$

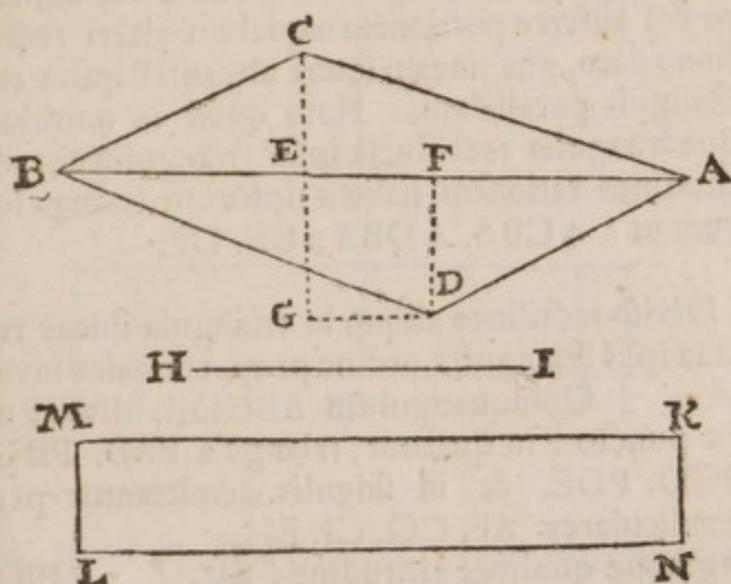
DE M

trilat
rum
endom
Ga rec

D E

Divisione Superficierum.

- I. **C**onstituere rectangulum (five quadratum five oblongum) æquale figuræ rectilineæ



trilateræ vel quadrilateræ, &c. Esto quadrilaterum ABCD cui æquale rectangulum constituendum est, ab angulo A in oppositum B ducta recta AB. ex reliquis angulis C & D

S 2

demit,

demittantur perpendiculares CE & DF ¹ quarum aggregatum est CG tum ² fiant $\frac{1}{2}$ AB. HI. CG \therefore quare ³ HIq. = quadrilatero ABCD si vero velis rectangulum altitudinis KL ipsi æquale. fiat, KL: $\frac{1}{2}$ AB: CG:: KM eritque + LM. = ABCD.

Et similiter pergendum est, si plura essent latera; instituenda enim ita est proportio ut semibasis & altitudo plani dati sint mediis termini; hinc etiam poteris rectangulo alicui dato vel adjicere vel auferre portionem æqualem alteri rectilineo dato, per lineam lateri alterutri ipsius rectanguli parallelam. Nota quod in omnibus quadrangulis rectilineis ipsæ triangulorum altitudines rationem habent ipsorum triangulorum ut ⁴ $\triangle CBA. \triangle DBA :: CE. DF.$

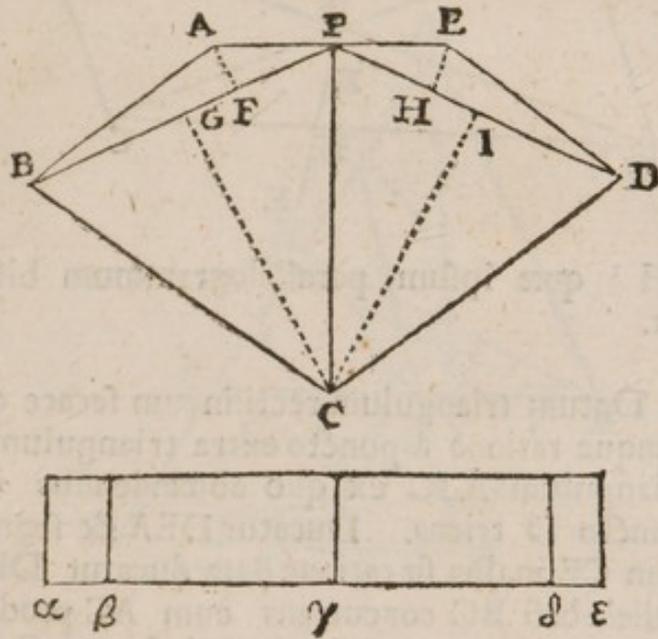
II. Diviso rectilineo aliquo in triangula lineas rectas ipsis triangulis ordine proportionales invenire. ¹ Quinquangulum ABCDE. dividatur ex puncto P in quatuor triangula PAB. PBC. PCD. PDE. & in singulis demittantur perpendiculares. AF. CG. CI. EH.

Sumptaque qualibet altitudine ζ fiat. $\zeta : \frac{1}{2} PB :: AF : \alpha\beta.$ & $\zeta : \frac{1}{2} PB :: CG : \beta\gamma.$ & $\zeta : \frac{1}{2} PD :: CI : \gamma\delta.$ & $\zeta : \frac{1}{2} PD :: EH : \delta\epsilon.$ quare linea $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon$ divisa est in ratione triangulorum in quinquangulo. & rectangulum totum $\zeta\epsilon$ æquale est ipsi quinquangulo.

¹ 34. e. 1. ² 13. e. 6. ³ 17. e. 6. & Sch: 41. e. 1. ⁴ 16. e. 6.
 ⁵ Sch. 1. e. 6.

Atque

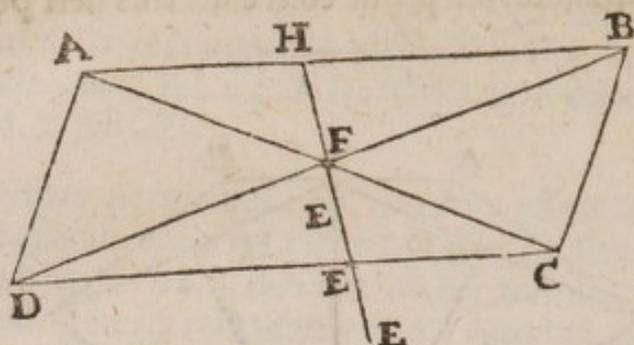
Atque hoc modo faciendum esset, si polygonum datum dividendum foret in triangula non ex uno puncto sed prout convenientius fieri pote-



rit, quod in eiusmodi polygonis sæpenumero evenit, quæ aliquos ex angulis suis habent exterius ut inschemate quinto videre licet.

I. Parallelogrammum bifecare à quocunque puncto. Sive punctum illud extra sit sive intra parallelogrammum. Sit bifecandum ABCD. & punctum assignatum E. ductis diagoniis AC & BD

& BD interfecantibus se invicem in F ducatur



EH^r quæ ipsum parallelogrammum biseca-
bit.

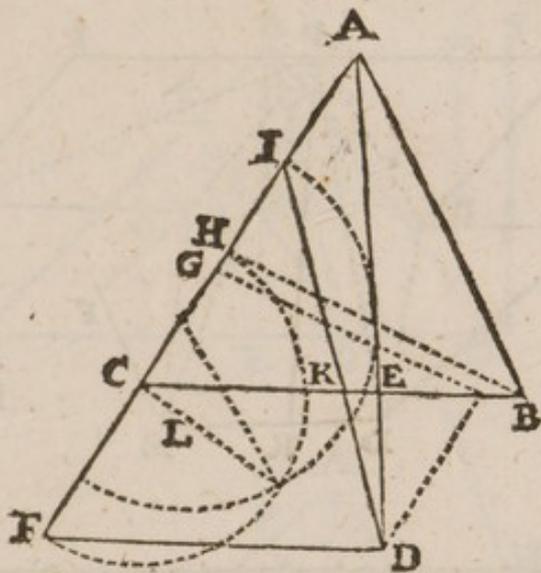
IV. Datum triangulum rectilineum secare qua-
cunque ratione à puncto extra triangulum; fit
triangulum ABC ex quo abscindendus est
puncto D triens. Ducatur DEA & segmen-
tum CE majus sit ratione data ducatur DF pa-
rallela basi BC concurrens cum AC producta
in F. Tum sumpto CG triente ipsius AC. Fiatt
ut in Schemate.

$$(FD : CB :: CG : CH \text{ i. e. }) FD \times CH = CB \times CG.$$

Et $FC : L : CH ::$ per 13 e 6.

Et $(\frac{1}{2} CH$ basis trianguli rectanguli cujus cathe-
tus L & Hypotenufa fiat radius circuli transsec-
antis per I adeoque $= \frac{1}{2} CH + HI$. Quare
CI vel $CH + HI : L : HI ::$ i. e.)

$CH \times HI + HI^2 = [Lq \text{ vel}] FC \times CH \text{ Quare.}$
 $[CH + HI \text{ ie}] CI : FC :: CH : HI \text{ per 16 e 6 Ergo}$
 componendo inverse $IC : CH :: [IF : IC :] F$
 $D. CK. \text{ Quare } CI \times CK = (CH \times FD =) C$



$B \times CG. \text{ At } CI \times CK : CA \times CB : \Delta ICK : \Delta ACB$

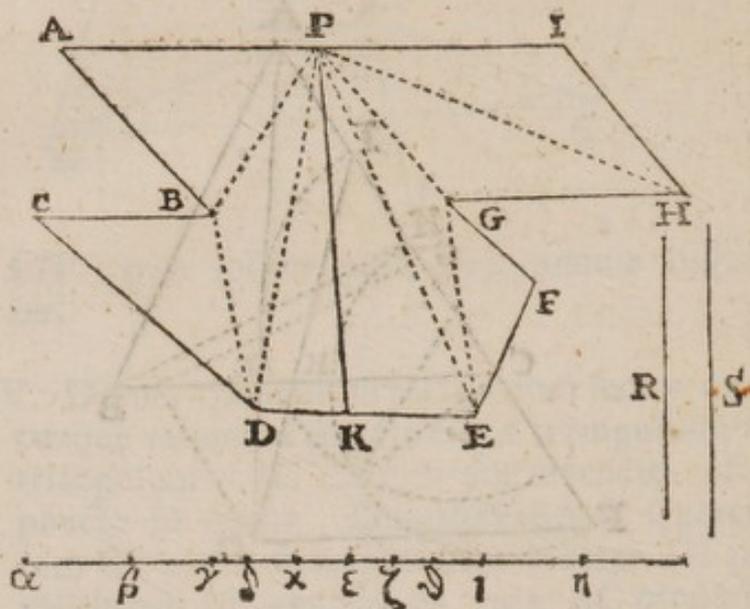
$B \text{ per 23 e 6 Ergo } CG : CA :: \Delta ICK : \Delta ACB$

Atqui $CG \text{ fuit } \frac{1}{3} CA \text{ Ergo.}$

Aut per 23 e 6 $\Delta ICK : \Delta ACB :: (CI \times CK : CA \times CB :: CG \times CB : CA \times CB :: CG.CA ::) \frac{1}{3} 1$

V. Datum Polygonum irregulare ABCDEFGHI dividere è puncto P ratione data Rad S. diviso polygono in triangula. PAB. BCD. PBD. PDE. PEG. GEF. PGH. PHI. Iphis triangulis inveniuntur lineæ ordine proportionales. $\alpha \beta \gamma \delta \epsilon \zeta \eta \theta$

ζ in θ in α in n in n ratione R ad S dividatur
 DE basis Δ PDE [cui respondet δ] in puncto
 ut $DK : KE :: \delta : \kappa$. ducta igitur linea PK
 dividetur polygonum ratione R ad S . hoc mo-



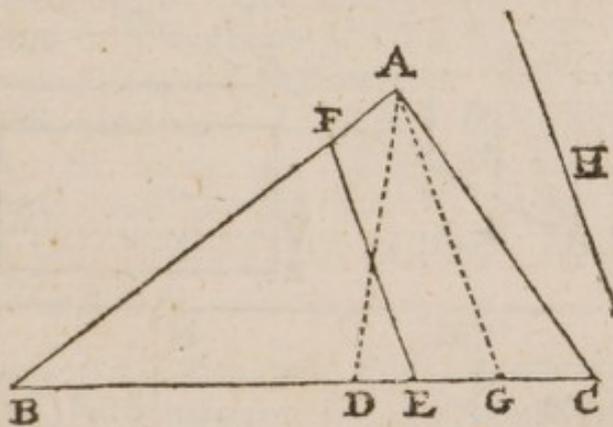
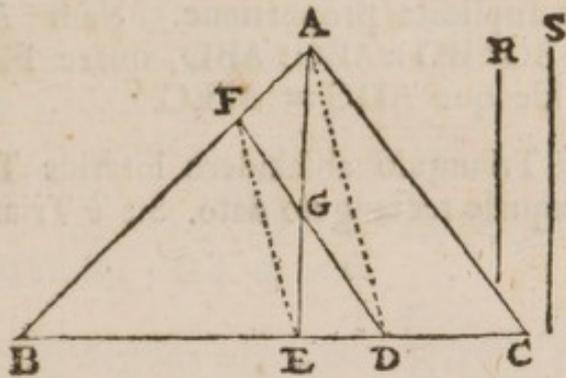
do poteris secare polygonum in quotvis partes
 æquales vel inæquales.

VII. Datum triangulum ex puncto dato in la-
 tere dividere in ratione data. Sit datum Δ
 ABC dividendum ex puncto D ratione S ad
 R. fiat $S : R : BE : EC$. ductisque ex angulo
 A. AD & AE & ipsi AD parallela EF. pro-

tra-

trahatur FD perquam fiet divisio postulata, est enim $BE : EC :: FBD, AFDC$. Nam $\triangle AGF = DGE$, ut in Schemate proximo.

VII. Datum triangulum dividere in ratione data per lineam lateri alicui parallelam: dividatur \triangle



ABC ratione S ad R per lineam parallelam lateri AC. ³ fiat $S : R :: BE : EC$ fiant etiam $BE : BD, BC ::$ ductaque DF parallela lateri AC

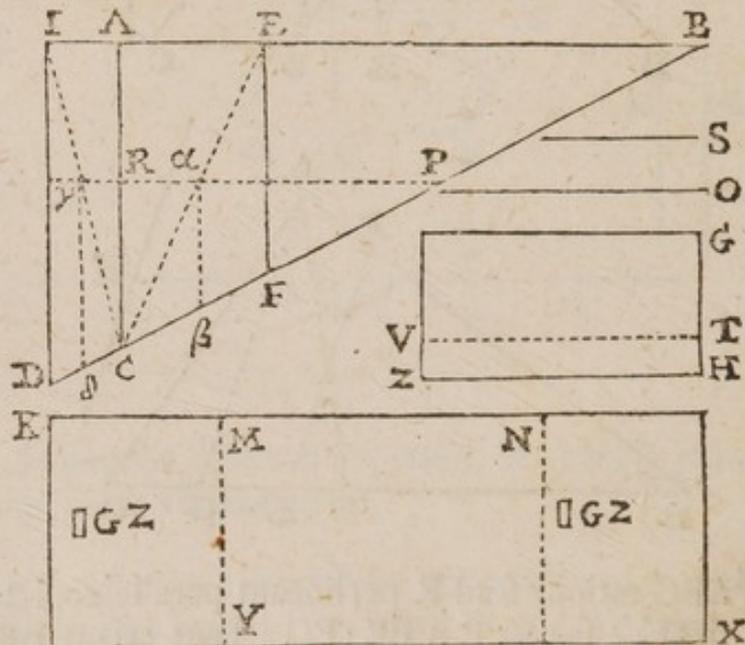
1 1. e. 6. 2 37. e. 1. 3 13. e. 6.

T

erit

erit s $BE:EC (=BC - BE) :: FBD:AFDC$
 $(=ABC - FBD.)$ Si vero $\triangle ABC$ dividi postuletur
 Ratione S ad R. per lineam parallelam rectæ
 H. tum fiat $S:R :: BD:DC$ fiant etiam
 $BD:BE:BG ::$ ductaque EF parallela ipsi
 AG. erit $BD:DC :: FBE:AFEC$. probatio pende
 det ex duplicata proportione. Nam $ABG:$
 $FBE :: BG:BD :: ABG:ABD$. quare $FBE =$
 ABD . ideoque $ADC = AFEC$.

VIII. E Triangulo abscindere interius Trapezium æquale rectangulo dato. Sit è Triangulo



ABC abscindendum Trapezium ACFE æquale
 \square GZ.

2 19. c. 6. Et Cor. 9. c. 5.

Con-

Constructio. fiat $LX : HZ :: GH : LN$.

1 *ie* $\square NX = \square GZ$.

2 $\square MX = \triangle ABC$.

3 $LM : O : MN ::$

4 $LM : O :: BA : BE$.

5 $EF \parallel AC$.

Demonstratio: 6 $\triangle BAC : \triangle BEF :: LM : MN ::$

7 $\square MX : \square MX - \square NX$.

8 $\triangle BAC : \triangle BAC - \triangle BEF [=ACFE] :: \square$

$MX NX^9 [=GZ]$

10 $\triangle BAC : \square MX :: ACFE : \square GZ$. *ie.* A

$CFE = \square GZ$. q. e. d.

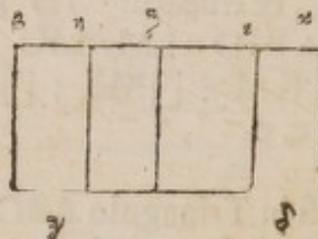
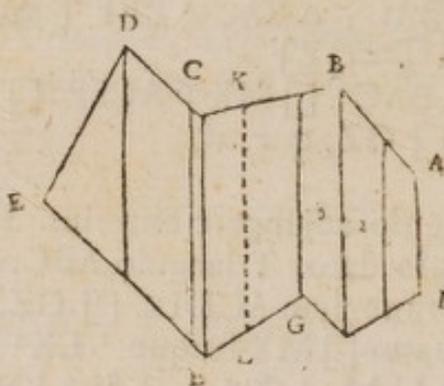
XIX. Triangulo adungere exterius Trapezium
 =rectangulo dato. Triangulo ABC. adju-
 gendum sit Trapezium ACDI = $\square GZ$. $\triangle ABC$
 =constituatur $\square MX$ fiatque $LX : HZ :: GH$
 MK . fiant $LM : LQ : LK ::$ & $LM : LQ :: B$
 $A : BI$. & ducatur $ID \parallel AC$. Demons: 6 \triangle
 $BAC : \triangle BID :: LM : LK$: 7 $\triangle BAC : ACDI$
 $:: LM : KM :: \square MX : \square GZ$ 8 $ACDI = \square$
 GZ . q. e. d.

X. Quod si in Triangulo ABC. punctum concur-
 sus B non habeatur sumpto P puncto in latere
 CB, 1 ducatur PR ipsi AB parallela. 2 fiatque
 $CA : CR : S ::$ & 3 $CA : S :: GH : HT$. duca-
 turque TV. quare 4 $\triangle BAC : \triangle PRC : \square GZ$

1 25. e. 6. 2 44. e. 1. 3 13. e. 6. 4 11. e. 6. 5 31. e. 1.
 6 19. e. 6. 7 1. e. 6. 8 2 Cor. 19. e. 5. 9 Constr. 10 16. e. 5. 11
 19. 20. e. 6.

□TZ. constituatur ergo CR α vel CR γ δ æqualia
 □TZ. & ducantur diagonii CaE & Cyl & pa-
 ralleli EF. & ID. &c.

XI. E Polygono rectilineo ABCDEFGHI ab-
 scindere portionem = rectangulo $\alpha\gamma$ per line-
 am parallelam lateri AI. diviso polygono im-
 Trapezia, distinguatur etiam rectangulum im-

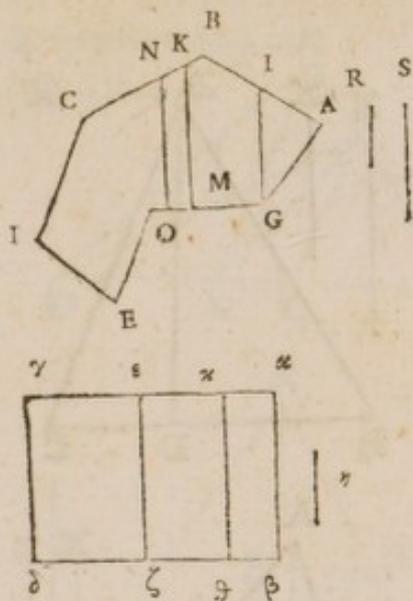


æqualia rectangula 1. 2. 3. tandem relinquatur
 rectangulum $\gamma\eta$, cui ex polygono trapezium
 4 æquale per θ . auferendum est. Igitur, &c.

1 9. hujus. 2 10 hujus.

XII.

XII. Quod si polygonum rectilineum ABCDEF
 G dividendum sit ratione. R ad S fiat rectan-
 gulum $\alpha\beta\gamma\delta$ æquale ipsi polygono & divida-
 tur rectangulum in eadem ratione per lineam

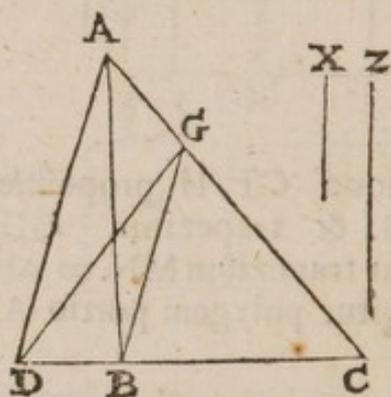
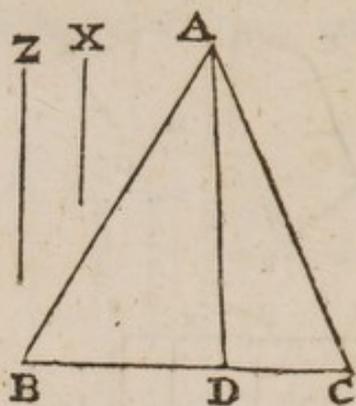


ζ . ductaque GI II propositæ H fiat $\square \alpha\theta$
 $= \triangle AIG$. & trapezium GIKM $= \theta$. po-
 stremo fiat trapezium MN. $= \triangle BKL$ per 9 &
 10. est igitur polygoni portio ABNMG $= \square$
 $\alpha\xi$.

XIII. A puncto in ambitu rectilineæ figuræ five
 in angulo five in latere quolibet sumpto rectam
 lineam ducere quæ ipsam dividat in partes da-
 tam habentes proportionem.

Figuram

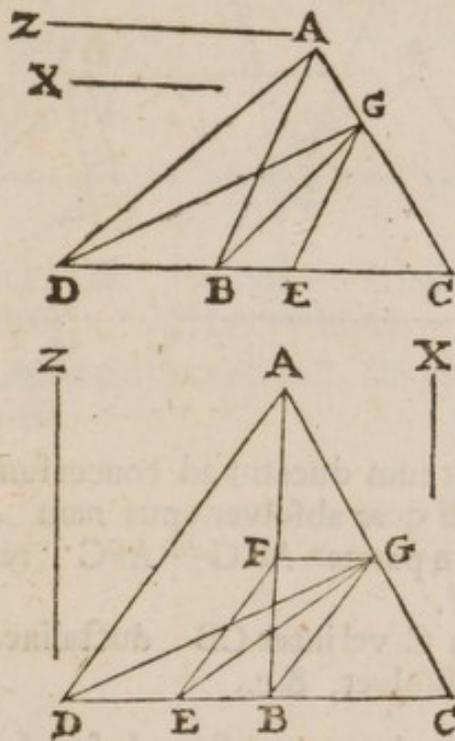
Figuram autem rectilineam nunc intelligo quam
totidem lateribus quot angulis continetur. Si
 $\triangle ABC$. sit data proportio X ad Z. Si per lineam
am ab angulo dividendus est ¹ partire ejus basim
secundum X ad Z. scilicet in D. & ² duc AD



& sic de reliquis angulis & basibus. Sumatur
in latere AC. punctum G. unde dividendum est
triangulum duc GB. & ³ ei \parallel AD ab A. concurre

1 10. e. 6. 2 1. post. e. 1. & 1. e. 6. 3 31. e. 1.

rat CB in D. tum duc DG. $\therefore \triangle GDC = \triangle$ dato
 ABC quare si ' divisa DC. scm X ad Z cadat
 divisio in B linea BG dividit sin eadat divisio
 inter BC in E tum ducta linea ' GE problema
 absolvat. Sin cadat divisio inter DB in E duc

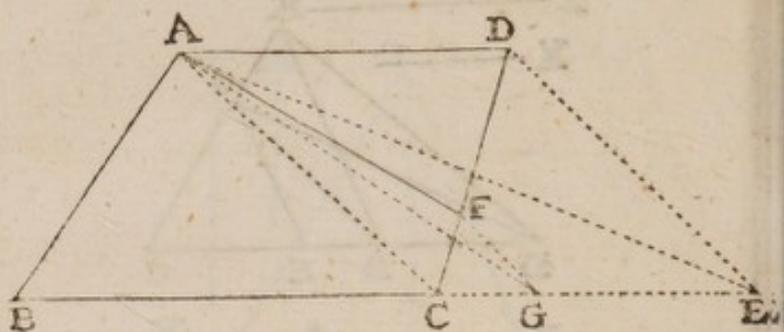


EF || ipsi AD & ubi scindit AB sc. in F duc FG
 quæ problema absolvat nam $\triangle ABG = \triangle DBG$
 cujus pars est DEG item $\triangle GEB = \triangle GFB$. \therefore re-
 liquæ partes. $DEG = AFG$.

§ 1. e. 6. 6 ax: e. 1. 1

Sit

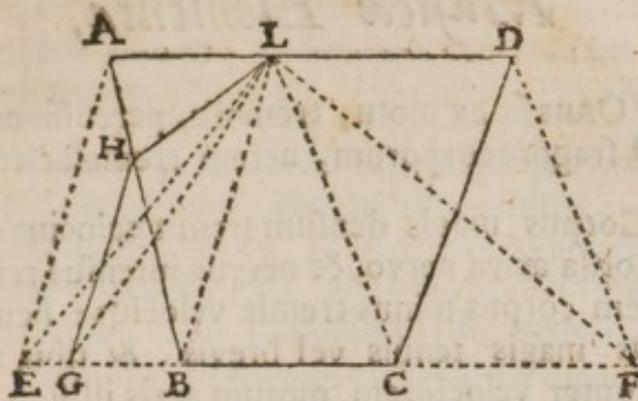
Sit quadrangulum ABCD ex cuius angulo A dividendum est secundum X ad Z ducdiametrum AC & DE ei \parallel jungatur AE $\therefore \Delta ABE = ABCD$. Si igitur divisio cadat in G. ducatur 3 GF



\parallel AC & tum ducatur ad concursum cum CE linea AF quæ absolvit opus nam $\Delta ACE = AFD$ DC item partes 4 $ACG = AFC$ \therefore reliquæ AGE & ADF.

Si cadat in C vel inter CB ducta linea ad A problema absolvit, &c.

Sit datum in latere punctum L & $\Delta LEF =$ quadrangulo ABCD cadat divisio in G extra B ducta lineam GL & a G in AB. duc 3 GH \parallel ipsi LE tum ducatur HL quæ faciet problema nam in triangulis ALB ELB: BLH: HLA $::$ (BHL)



$HA :: BG : GE ::) BLG : GLE$, Sed BL
 $H : = BLG \therefore HLA = LEG$.

Idem est si cadat divisio extra C. Sin intra BC fa-
 sillimum est.

Q

Ma-

Musicae Elementa.

- I. **S**onus fit ex motu, tremore, percussione, aut fragore corporum, aerem tremefaciente.
- II. Corpus magis densum tremit velocius, sicut chorda aenea nervo, & nervus intensus remisso. Item corpus minus tremit velocius: sicut nervus magis tenuis vel brevis, & tibia minor propter velociorem motum aeris illisi.
- III. Tremor velocior facit sonum acutiorem, tardior vero graviorem. Nam cum acumen & gravitas sint qualitates sonorum fiunt etiam à qualitatibus & magnitudinibus corporum aërem motu tremeficientium.
- IV. Qualitas soni diversificatur ex qualitate materiae, magnitudine corporis, & forma instrumenti, unde sequitur, ut aenea chorda quam nervus, & aenea tibia quam plumbea vel lignea sonet acutius. Item nervus subtilior & brevior, & fistula angustior acutiorem edat sonum. Et si densitates corporum magnitudinibus suis fuerint reciprocae, generabunt sonos unisonos.
- V. Aer tremefit à nervo: Et vicissim nervus ab aere ad eundem tenorem tremente. Hinc fit ut intactae cytharæ nervus, secundum motum nervi unisoni prope tacti tremefiat tantum.

VI. Sonus igitur unisonus perfectissima est symphoniarum, propter correspondentiam ictuum ejusdem numeri, estque initium omnium consonantiarum.

VII. Consonantiae consistunt in proportionibus five rationibus commensurabilibus, nam concordantia fit ex ictuum correspondentia. Quare impossibile est sonos incommensurabiles concordare sicut impossibile est, correspondere tremores incommensurabilium velocitatum.

VIII. Praecipui numeri generant symphonias concinniores unde post unisonum $\frac{1}{1}$, proportio dupla $\frac{2}{1}$ quae significatur ab unitate & binario praecipuis numerorum, facit praecipuam consonantiam & perfectam, quae Diapason & octava.

IX. Tum proportio sesquialtera $\frac{3}{2}$ significata per binarium & ternarium facit Diapente, five Quintam, non tantae perfectionis: Quoniam in correspondentia secatur integrum, cum unitas tardioris poscat unum cum dimidio velocioris.

X. Deinde proportio sesqui tertia $\frac{4}{3}$ consistens in ternario & quaternario facit Diatessaron five Quartam, adhuc minus suavem, adeo ut dubium sit an consonantiis sit annumeranda. Cum ex Priscis à Ptolomæo solo admittatur.

X I. Unde constat, quod multiplicitas perfectio-
rem facit consonantiam quam superparticulari-
tas, & præcipui numeri quam succedentes.
Nam ubi manifestior est ictuum corresponden-
tia, ibi symphonia confurgit suavior.

X II. Diapente atque Diatessaron differentia di-
citur Tonus $\frac{2}{8}$ nam $\frac{4}{3}] \frac{3}{8}$ vel sic $\frac{2}{1} \frac{2}{2}$, ratio seg-
mentorum lineæ 12 est 9 ad 8 vel etiam sic 31
2. 4. 3. multiplicatis binis rationibus $\frac{3}{2}$ & $\frac{4}{3}$ ecc-
quo in Schemate 8 proponitur modo, fienn
tres illi numeri 12 6 continentis tres raa
tiones $\frac{2}{3}$ sesquial- 9 teram, $\frac{2}{3}$ sesquiter-
tiam & $\frac{2}{8}$ sesquioctavam, quæ illæ duæ prio-
res differunt atque idcirco est Tonus.

X III. Ditonus est ratio $\frac{2}{8}$ duplicata nempe $\frac{2}{4}$
diciturque tertia, estque $\frac{2}{8} \times \frac{2}{8}$ vel inventum
sicut in Schemate 9. 8. 9. 8. Tertia &
sexta sunt conso- 81 72 64 nantiaa
imperfectæ.

X I V. Diatessaron & Ditoni, vel etiam Diapenn
te & Tritoni differentia minor est quam dimi-
dium Toni, quod intervallum Diesis dicitur
Etque ratio $\frac{2}{2+3}$ Nam $\frac{8}{64}] \frac{4}{3}$ [$\frac{2}{2+3}$ Item $\frac{2}{5} \frac{2}{2}$]
[$\frac{2}{2+3}$.

X V. Reliqua Toni pars dicitur Apotome. Estque
ratio $\frac{2}{20+3}$ nempe $\frac{2}{2+3}] \frac{2}{3}$.

X VI. Apot

XVI. Apotomes & Diesis differentia dicitur comma: Estque ratio $\frac{13}{12} \cdot \frac{14}{13} \cdot \frac{15}{14} \cdot \frac{16}{15}$ nempe $\frac{256}{243}$] $\frac{256}{243}$ neque enim Tonus per æqualia potest dividi; nam cum ipsi termini 9 & 8 non sint ut quadratus numerus ad quadratum numerum medium proportionalem, qui proportionem per æqualia secet non habebunt

XVII. Eorum, quæ jam definita sunt, computatio. tam numerosa tam speciosa per literas, positis A pro 3, Aq pro 9, E pro 2, Ec pro 8. sic se habet.

$$\text{Diapente } \frac{3}{2} \cdot \frac{A}{\bar{E}} \quad \text{Diateffaron } \frac{4}{3} \cdot \frac{E_2}{\bar{A}}$$

$$\text{Tonus } \frac{9}{8} \cdot \frac{4}{3}] \frac{3}{2} \quad \left[\begin{array}{l} \text{Diapente.} \\ E_2] A [A_2 \\ \bar{A} \quad \bar{E} \quad \bar{E}_3 \end{array} \right. \quad \left[\begin{array}{l} \text{Diateffar.} \\ \end{array} \right.$$

$$\text{Diapason } \frac{2}{1} \cdot \frac{4}{3} \text{ in } \frac{1}{2} \quad \frac{\text{Diapente.}}{\text{in Diatef.}}$$

$$\frac{E^2}{\bar{A}} \text{ in } A \cdot \frac{E^2}{\bar{E}}$$

$$\text{Ditonus } \frac{5}{4} \cdot \frac{9}{8} \times \frac{9}{8} \quad \frac{\text{Tonus in}}{\text{Tonum.}}$$

$$\frac{A_2}{\bar{E}_3} \text{ in } \frac{A_2}{\bar{E}_3} \cdot \frac{A_4}{\bar{E}_6}$$

$$\text{Tritonus } \frac{7}{5} \cdot \frac{9}{8} \cdot \frac{4}{3} \times \frac{9}{8} \quad \frac{\text{Ditonus in}}{\text{Tonum.}}$$

$$\frac{A_4}{\bar{E}_6} \times \frac{A_2}{\bar{E}_3} \cdot \frac{A_6}{\bar{E}_9}$$

Diesis

Diesis $\frac{256}{243} \cdot \frac{81}{64}$ $\frac{4}{3}$ [Diateffar
Ditonus.

$\frac{A4}{E6}$ $\frac{E2}{A}$ $\frac{E8}{A5}$

Vel

Diesis $\frac{256}{243} \cdot \frac{729}{512}$ $\frac{3}{2}$ [Diapente
Tritonus.

$\frac{A6}{E9}$ $\frac{A}{E}$ $\frac{E8}{A5}$

Apotome $\frac{2187}{2048} \cdot \frac{256}{243}$ $\frac{9}{8}$ [-Tonus
Diesis.

$\frac{E8}{A5}$ $\frac{A2}{E3}$ $\frac{A7}{E11}$

Comma $\frac{531441}{524288} - \frac{256}{243}$ $\frac{2187}{2048}$ [-Apotome
Diesis.

$\frac{E8}{A5}$ $\frac{A7}{E11}$ $\frac{A12}{E19}$

XVIII. Diapente cum Diateffaron continuata
constituit Diapason nam $\frac{3}{2}$ in $\frac{4}{3}$ est $\frac{2}{1}$ quæ etiam
constat ex quinque Tonis & binis Diesibus.

XIX. Diesis major est quam tria commata, mi-
nor quam quatuor hoc est ratio $\frac{256}{243}$ major est
quam ratio $\frac{531441}{524288}$ triplicata, minor quam ea-
dem quadruplicata.

XX. Apotome major est quam quatuor comma-
ta minor quam quinque h, e, Ratio $\frac{2187}{2048}$ major
est quam Ratio $\frac{531441}{524288}$ quadruplicata minor
quam eadem quintuplicata.

XXI.

XXI. Tonus est major quam octo commata, minor quam novem hoc est Ratio $\frac{9}{8}$ major est quam ratio $\frac{13}{12}$ octuplata minor quam eadem noncuplata.

Hæ intervallorum collationes quamvis sint veræ non tamen ex calculo Boetii, 3 Arithmeticæ, per differentias æquales consequuntur: nec quidem tenent in ascensione naturali ab imo sive è chorda longiore gravioreque in breviorum atque acutiorem, ut in hoc subjecto calculo planissime patet.

Comma	8888888888 ... 1111111111	Quan. toni	01213	dif. com.
Apotome	9010162335 ... 0121273447	dif. com.	02704	octupla.
Diesis	9492187500 ... 0603298611	dif. Apo.	10917	noncu.
	100000000000 ... 0507812500	dif. Dies.		

XXII. Toni seu Tropi, vel modi octo canendi, sunt totidem intervallorum Diapason species, secundum diversa exordia, usumque nationum sumptæ, nempe Dorius, Hypodorius, Phrygius, Hypophrygius, Lydius, Hypolydius, Mixolydius, Hypomixolydius. Duq autem tetrachorda conficiunt has septem chordas habentia communem terminum in chorda media: In chordis superioribus tetrachordi locantur quatuor modi qui dicuntur duces, Authentici ac præcipui Dorius, Phrygius, Lydius, Mixolydius: in chordis inferioris tetrachordi, ponuntur reliqui quatuor Modi, Subjugales, Plagales & Secundarii, Hypophrygius, Hypoly-

Octo

Octo modorum sive modulaminum ratio & ordo.

Tetrachor. infr. Tetrach. Supr- Plagal subjug. Aulhen. : Duces.

		Chordarum ordo.			
Septimus ^a	^g	b	Chordarum nomina.	Nere Infer : in tritono	Mixolydius 6
Quintus ^c	^e	c	Septuplex varias Positio- num chordarum.	Paranete Super dies : altam	Lydius 6 ² / ₄
Tertius ^d	^f	d		Paranete infra dies : altam	Phrygius 7 ² / ₃
Primus.		e		Mese media in ditono	Hypomixolydius 8
Octavus		f		Lichanos Super dies : imam	Hypolydius 9
Sextus ^a	^c	g		Parhybate infra dies : imam	Hypophry : 9 ² / ₇
Quartus ^b	^d	a		Hypate Superior in triton :	Hypodorius 10 ² / ₃
Secundus ^a	^b	b		Proflambanomenos *	12
		c			
		d			
		e			
		f			
		g			
		a			
		b			
		c			
		d			
		e			
		f			
		g			
		a			
		b			
		c			
		d			
		e			
		f			
		g			
		a			
		b			
		c			
		d			
		e			
		f			
		g			
		a			
		b			
		c			
		d			
		e			
		f			
		g			
		a			
		b			
		c			
		d			
		e			
		f			
		g			
		a			
		b			
		c			
		d			
		e			
		f			
		g			
		a			
		b			
		c			
		d			
		e			
		f			
		g			
		a			
		b			
		c			
		d			
		e			
		f			
		g			
		a			
		b			
		c			
		d			
		e			
		f			
		g			
		a			
		b			
		c			
		d			
		e			
		f			
		g			
		a			
		b			
		c			
		d			
		e			
		f			
		g			
		a			
		b			
		c			
		d			
		e			
		f			
		g			
		a			
		b			
		c			
		d			
		e			
		f			
		g			
		a			
		b			
		c			
		d			
		e			
		f			
		g			
		a			
		b			
		c			
		d			
		e			
		f			
		g			
		a			
		b			
		c			
		d			
		e			
		f			
		g			
		a			
		b			
		c			
		d			
		e			
		f			
		g			
		a			
		b			
		c			
		d			
		e			
		f			
		g			
		a			
		b			
		c			
		d			
		e			
		f			
		g			
		a			
		b			
		c			
		d			
		e			
		f			
		g			
		a			
		b			
		c			
		d			
		e			
		f			
		g			
		a			
		b			
		c			
		d			
		e			
		f			
		g			
		a			
		b			
		c			
		d			
		e			
		f			
		g			
		a			
		b			
		c			
		d			
		e			
		f			
		g			
		a			
		b			
		c			
		d			
		e			
		f			
		g			
		a			
		b			
		c			
		d			
		e			
		f			
		g			
		a			
		b			
		c			
		d			
		e			
		f			
		g			
		a			
		b			
		c			
		d			
		e			
		f			
		g			
		a			
		b			
		c			
		d			
		e			
		f			
		g			
		a			
		b			
		c			
		d			
		e			
		f			
		g			
		a			
		b			
		c			
		d			
		e			
		f			
		g			
		a			
		b			
		c			
		d			
		e			
		f			
		g			
		a			
		b			
		c			
		d			
		e			
		f			
		g			
		a			
		b			
		c			
		d			
		e			
		f			
		g			
		a			
		b			
		c			
		d			
		e			
		f			
		g			
		a			
		b			
		c			
		d			
		e			
		f			
		g			
		a			
		b			
		c			
		d			
		e			
		f			
		g			
		a			
		b			
		c			
		d			
		e			
		f			
		g			
		a			
		b			
		c			
		d			
		e			
		f			
		g			
		a			
		b			
		c			
		d			
		e			
		f			
		g			
		a			
		b			
		c			
		d			
		e			
		f			
		g			
		a			
		b			
		c			
		d			
		e			
		f			
		g			
		a			
		b			
		c			
	</				

dius; Hypomixolydius singuli singulis authenticis per Diatessaron subjacentes. Ita ut media chorda apud d suscipiat Dorium Authenticum Hypodorii infimi apud a & Hypomixolydium subjugalem supremi mixolydii apud g. Modorum dispositio imitatur ordinem planetarum in diebus Hebdomadæ nomen & dominium habentium. Formantur autem authentici a loco proprio ascendendo per Diapente & Diatessaron h: e: per Diapason; & inde tantundem descendendo. Plagales autem a sede sui quisque authentici per Diapente ascendunt & inde per Diapente ac Diatessaron descendunt: unde rursus per Diatessaron ascendunt, & in locum authenticorum simul desinunt. Miscentur tamen quandoque & aut deficient aut limites prætereunt ut artificibus placet.

XIII. Quod autem Ptolomæus Hypomixolydium apud sequentem literam a, quæ octava est ab a infima: non videtur additio sed translatio Hypodorii ad eandem literam, eandemque positionem chordæ superioris in tritono, quæ translatio fieri potest in unoquoque modo: si sursum per Diapason transferatur ad eandem scilicet literam.

XIV. Ex his quæ jam tradita sunt, liquet quod naturalis cantus non per anfractus incognitasque proportiones, sed per intervalla ex præcipuis numeris propagata procedit, id est per Tonum, ac Diefin ascendens invenit Diatessaron

tessaron: percussoque alio Tono, Diapentaton terminat, adhuc per Tonum Diesim & Tonum quæ est alia Diatessaron Diapason totumque octochordum perficiat. Hic ergo vocatur legitimus & à natura constitutus ordo vocum, sicut ratio dicitur ideoque etiam vocatur Diatonicus, quia per Tonos & semitonia procedit. Quis processus iterum atque iterum & deinceps infinities repetitus, ita binos Tonos & singulas Dieses admittit: triplicato inter repetendum tono; ut octavo quoque loco habeatur Diapason.

XXV. Admissio autem triplicati Toni, etsi ad perficiendum ubique Diapason necessaria, duritiam tamen fuit canentibus, unde ad talem duritiam temperandam, Artifices divisere tertium illum Tonum in semitonia: Itaque ablata ex tertio tono Diesi, relinquitur Apotome, atque ita recipiuntur immediate tria semitonia. Hæc divisio Toni in Diesim & Apotomen per singulos etiam Tonos fieri potest, sicut in cytharæ ceterisque instrumentis Musicis fieri consuevit.

XXVI. His notatis, patet quod sicut naturalis cantus (sive Diatonicus) procedit per binos tonos & singulas Dieses: ita Tritonicus per tritonos, & Chromaticus per semitonia suaviorum. Quæ tria sunt cantilenarum genera. Chromaticum igitur genus mollius est cum (tertio tono in Diesim & Apotomen diviso) continuantur tria semitonia.

XXVIII

X XVII. Icosichordon Guidonis constat quatuordecim tonis : & quinque Diesibus inter Diatonum ac Tritonum alternatim interjectis. Hoc autem conficiunt septem hexachorda, singula sc. per syllabas senas Ut, Re, Mi, Fa, Sol, La, pronuntiata, septenis repetitis literis & octavo quoque loco repetita eadem litera Diapason indicet. Jam ex septem illis hexachordis primum quartum & septimum incipiens apud g consonantem duram, quoniam admittit tritonum, ex tali duritie, b \square quadrati durique nomen sortitur. Secundum autem ac quintum, incipiens apud c mediam, quoniam per binos Tonos, singulasque Dieses legitime ac naturaliter procedit, vocatur Diatonicum, Tertium vero ac sextum incipiens apud f aspiratam, quoniam tertium tritoni tonum in Diesim & Apotomen ad temperandam duritiem, partitur, ab ipso b rotundo mollique nomen accepit. Item B litera eadem recepit Fa hexachordi mollis, & Mi hexachordi duri; ut transitus hic vitaretur a cantoribus, quod est intervallum Apotomes. At idcirco diversificat figuram apud fa. b, rotundi, ut denotet facilitatem Chromaticam apud Mi b \square quadrati, ad significandam tritonici generis duritiem.

X XVIII. Divisio Toni in Diesim & Apotomen in singulis Tonis, sicut à peritissimis artificibus, & instrumentis fieri solet.

	gs 50000000000		
Apotome			
Diesis	533935546875	26696777	13348.
Diesis	F <u>5625</u>	<u>28125</u>	<u>140625</u>
Apotome	E 592592592592	29629630	14814.
Diesis	6328125	31640625	15820.
Apotome	D 666666666667	33333333	16666.
Diesis	7119140625	35595703	17797.
Diesis	C 75	375	1875
Apotome	b \square 790123456790	39506173	197530.
Diesis	b 84375	421875	210937.
Apotome	A 88888888889	44444444	222222.
Diesis	94921875	47460937	237305.
	G 100000000000	50000000	25000000.

XXIX. Hexachordum comprehendit simplices symphonias, sc. unisonum, ditonum, diatessaron, diapente, hexachordum: h, c. Unisonum, tertiam, quartam, quintam, sextam. Hinc ratio hexasyllabici contextus. Diapason atque Disdiapason, his singulis continuata, generat compositas symphonias ejusdem qualitatis in ordine secundo atque tertio, &c.

9]8[88888888 889. pro Tono.

256]243[94921875 000. pro Diesi.

2187]2048[93644261 546. pro Apotome.

531441]524288]98654036 8545. pro Commate.

Icosi-

Icosichordum Guidonis.

148148	e		la	
166667	d		la Sol	tonu
187500	c		Sol fa	tonu
197530	b [□]		mi	diefi
210937	b		fa	tonu
222222	a		la mi re	
250000	+g		Sol re ut	tonu
281250	f		fa ut Trito.	tonu
296296	-e		la mi Chroma.	diefi
333333	d		la Sol re	tonu
375000	+c		Sol fa ut	tonu
395062	b [□]		mi	diefi
421875	b		fa	tonu
444444	a		la mi re	
500000	g		Sol re ut	tonu
562500	+f		fa ut Triton	tonu
592593	e	la mi	Chromaticum	diefi
666667	-d	Sol re		tonu
750000	c	fa ut		tonu
790123	b [□]	mi	Diatonicum	diefi
843750	b			tonu
888889	-a	re		tonu
100000	g	ut	Tritonicum	tonu

Pracep

*Præcepta contexendi symphonias duarum
aut plurium vocum.*

- I. Principia modulaminum debent exordium sumere à consonantiis perfectis quod non est necessarium.
- II. Duæ perfectæ ejusdem speciei consonantiæ non debent simul ascendendo vel descendendo immediatæ poni.
- III. Inter duas perfectas ejusdem generis consonantias diversis vel consimilibus motibus intensas aut remissas, una imperfecta, ut tertia vel sexta debet media constitui.
- IV. Plures perfectæ & dissimiles consonantiæ ascendentes possunt constitui: ut quinta post unisonum octava post quintam.
- V. Duæ perfectæ concordantiæ similes possunt immediate poni modo dissimilibus procedant motibus, ut si octava in acutam elevetur, altera acuta in grave remittatur, &c.
- VI. Cantus, Tenor & gravis debent invicem esse contrarii in motu, ut si cantus ascendat tenor descendat: & contra sed id non est necessarium.
- VII. Cantus & Tenor per contrarios motus suavissime transeunt ex sexta in octavam: ex unisono in tertiam & contra. Item è sexta minore

nore in quintam alterius partis mota, reliqua
stante, idemque de compositis intellige.

- VIII. Cantilena in consonantiam perfectam ter-
minari debet.
- IX. Discordantia in minimis notis potest con-
cedi.
- X. Tres voces quarum extrema per Diapason,
media cum graviore per Diapente, cum acu-
tiore per Diatessaron ligantur, optime con-
cordant sicut & ab iis compositæ.
- XI. Tetiarum aut decimarum simul ascendenti-
um aut descendantium jucundus est ac suavis
processus.

Tabula

*Tabella proportiones Tonorum in tribus
octavis comprehendens.*

8]4]E	1200	e	600	e	300
F	1125	f	563	f	282
F ^c	1062	f ^c	532	f ^c	266
+G	1000	g	500	g	251
G ^c	950	g ^c	475	g ^c	237
A	900	a	450	a	225
B fa	850	b fa	425	b fa	212
B mi	800	b mi	400	b mi	200
C	750	c	375	c	188
C ^c	707	c ^c	352	c ^c	177
D	666	d	333	d	167
D ^c	634	d ^c	316	d ^c	158

è 150 &c.

Numeri isti Mediani non sunt veri: Tibiæ cujus di-
ameter est 9, longitudo 15, æqualem efficere,
cujus diameter sit 5. Dic reciprocè.

Q: 5. Q: 9 :: 15. 48 $\frac{2}{3}$ long :

Si vero quærat longitudo tibiæ quæ sit $\frac{2}{3}$ prio-
ris: Primo inveniatur longitudo tibiæ æqua-
lis, ipsaque per $\frac{2}{3}$ multiplicetur.

*Musicalium Tonorum proportionem invenire
in Cythara vel Testudine.*

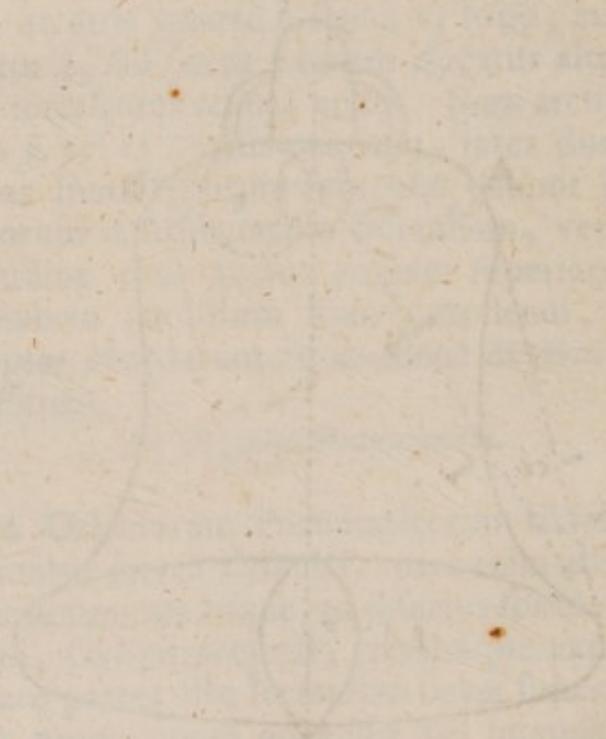
Dividatur linea juxta Tabellam superiorem in
Tonos E, F, F[♯], G, G[♯], A, B fa, &c. sumpta
toque centro in initio ejusdem lineæ per finis
gulos tonos duc arcus, tum cape circino distan-
tiam à sustentaculo ad oram cui inni-
tantur chordæ: & si Cythara sit, distantiam
illam in ultimo arcu ab E tono nota; si testudine
fit, in arcu quarto à fine à G tono, cui præ-
figitur +, ad finem è centro ducatur altera li-
nea intersecans omnes arcus. Nam arcuum ab
ipso E vel G versus centrum, inter duas illas
lineas interceptorum subtensæ dabunt justam
tonorum a sustentaculo distantiam, verum in
testudine toni versus partem superiorem in
manubrio paululum sunt attollendi, idque
propter chordarum, quæ tonos determinant
crassitiem.

In Organis Pneumaticis.

Omnes Organorum Pneumaticorum tibiæ con-
struuntur forma cylindri: pars enim illa quæ
est a summitate usque ad inferius foraminis la-
bium, Cylindræa est, tonumque exprimit.
Quare partes illæ secundum lineæ superius di-
visæ proportionem augendæ vel minuendæ es-
sunt. Ut data tibia velim construere aliam
quæ ipsa inferior sit tonis 5. Quia quintus
tonus differt a primo in proportione 800 ad

CD, AB, AC, EF: tum e centro duces lineas
totidem interfecantes reliquum arcum: & sic
habes dimensiones Campanæ fabricandæ.

Nota quod Campana bene formata debet habere
diametrum orificii 14 & latitudinem superio-
rem AB 7: Et altitudinem interiorem EF 10
& altitudinem exterioram AC 10 $\frac{1}{2}$ Et Crassi-
tatem juxta C 1 in summitate $\frac{1}{4}$ in medio $\frac{1}{3}$.



Tron

D E

Propugnaculorum Munitiõibus.

Munitio quantum loci commoditas tulerit debet esse ordinata quo capacior sit ad recipienda militum tuguria, commeatus, aliasque res tum militibus sustentandis, tum hostibus arcendis necessarias.

Exemplum sumatur in figura pentagona. Dividatur 360 gradus per 5, qui numerus est laterum, quotus erit 72 gradus, pro angulo ad centrum ACB. Angulum hunc tolle ex 180. Reliquus erit angulus figuræ BAP 108 gradus hujus dimidium est angulus BAC 54 gradus.

180

Exempl : 5) 360 (072 = < ad centr :

2) 108 = < figuræ

54 Semis.

Sumatur latus figuræ AB non minus quam 480
400
380

pedes, nec majus quam 780, puta 650 : Erit
680, 540
600 530

AN 325 pedes. In triangulo igitur rectangulo

lo NAC, datis angulo ACN 36 grad: & base AN; datur Hypotenusà AC $459 \frac{3516}{100}$ pedes; & Cathetus CN $371 \frac{5231}{100}$ pedes.

In pentagona arce $\frac{1}{2}$ ang. ACB = ACN = 36 .

Ang CAN = 54 grad. ang. figuræ

SCo. CAN. Rad :: AN. AC :: S. ACN. Rad.

Rad. S. CAN :: AC. CN.

Tum stante astrolabio in Centro C (qui locus eligitur accomodatissimus pro medio arcis extruendæ) fiant quinque rectæ longæ $459 \frac{3516}{100}$ pedes & continentes angulos 72 graduum. Et per terminos ipsarum rectarum, ductæ lineæ includent in campo pentagonum BAPOQ. Hoc pentagonum etiam examinabis, posito astrolabio in angulo O: Nam si trium angulorum æqualium ipsi ACN latera incidant in puncta BAPQ, recte descriptum est pentagonum pro munitione faciendâ. At quo tutior sit ista munitione ab hostium incurso, munitionibus communiendâ est hac arte.

In latere pentagoni AB abscindatur utrinque linea colli AG & BF, que sit $\frac{2}{3}$ lateris, nempe 120 pedes. Medium spacium inter GF quod est $\frac{1}{3}$ lateris, vel 300 pedes erit pro cortina.

At in quadrato latus est ad lineam colli ut 5 ad 1 & ad cortinam ut 5 ad 3 vel $\frac{5}{3}$ in \square° vel $\frac{25}{9}$ in pentagono. &c.

In punctis G & F extent ad angulos rectos GE
 DF aëe æquales $\frac{1}{6}$ lateris nempe 90 pedum,
 At in quadrato $\frac{4}{5}$ lateris.

E punctis DE ducantur rectæ DH,EL, sic ut an-
 gulus defensionis interior DHF & ELG fit
 triens angⁱ BAC (sextans ang BAP) nempe
 18 grad: & angulus ad D vel E ejusdem
 complementum nempe 72 grad: extendantur
 rectæ LE & HD donec concurrant cum line-
 is è centro CA & CB productis in I & K. E-
 rit angulus EIA & DKB bes anguli BAC
 nempe grad: 36. Nam hæc regula est gene-
 neralis, quod angulus propugnaculi $2EIA$
 continere debet $\frac{2}{3}$ anguli polygoni $2BAC$, mo-
 do non excedat 90 gradus (quod primo fit in
 nonangulo) At vero in Nonangulo & reliquis
 plurium laterum figuris angulus propugnacu-
 li $2EIA$ semper debet esse rectus item angu-
 lus polygoni $2BAC$ est ad angulum defensi-
 onis internorem ELG usque ad octogonum
 ut 6 ad 1. post octogonum ratio paulatim de-
 crescit ita ut in dodecagono fit ut 5 ad 1.

Ang : CAN - AIE = GLE. Ang : GEL =
 compl : GLE.

In octangula arce angulus propugnaculi est
 90.

In Enneagono quidem ut 28 ad 5. In decagono
 ut 16 ad 3. In Hendecagono ut 26 ad 5.

In

In triangulo rectangulo plano EGL datiss
 angulis cum latere EG, inveniatur basiss
 GL pedes 276 9915 & Hypotenufa EL 291
2461 est igitur AL 396 9915.

Rad. t. GEL :: EG. GL.

S. GLE. Rad :: EG. EL.

In triangulo IAL datis tribus angulis cum lateres
 AL inveniatur latus AI 208 7108 & IL 546 19411
 pedes; est igitur IE faeies propugnaculi 255
1658.

In triangulo AIL, datur GL & AG =
 $\frac{2}{9}$ lateris.

Quare Dic. SI. AL :: SA. IL :: SL. IA.

In triangulo rectangulo LMN, datis anglis MLN
 18 grad: & LMN 72 grad. & base LN
 126 9915 pedes inveniatur hypotenufa LM
 133 5265: & cathetus MN 41 2620 quæ est
 distantia puncti defensionis M a medio corti-
 næ.

In triang: MNL, datur ang: L & NL = GL
 -GN ($\frac{1}{18}$ lat)

Dic S.co. L. NL :: Rad. ML :: S, L. MN.

*Tabella continens munitio-
num regularium à Qua-
drato ad XIIgonum laterum & angulorum am-
plitudines : Sed diligentius examinanda juxta* Belgicè
regulas jam antè traditas.

	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Semid: Polyg: CA	353	459	648	749	846	947	1048	1151	1400
Latús, Polyg: AB.	500	540	648	648	648	648	648	648	720
Cathet: Polyg: CN	250	372	561	673	783	890	997	1107	1343
Collum AG	100	120	144	144	144	144	144	144	160
Alæ GE, DF	80	90	90	108	108	108	108	108	120
Cortina GF	300	300	360	360	360	360	360	360	400
Alæ Cortinæ GH, LF		23	63	85	99	128	148	163	193
Capitalis AI	207	209	234	225	219	224	229	231	259
Faciei IE	256	255	279	260	247	244	242	239	261
Lin: defens: IL	565	546	594	555	529	499	479	463	501
Anguli.									
Centri ACB	90°	72°	60°	51°, 26	45° 00'	40°	36°	32° 44'	30°
Figur: polygæ. 2 BAC	90	108	120	128 34	135 00	140	144	147 16	150
Propugnaculi 2 AIE	60	72	80	85 43	90 00	90	90	90 00	90
Defendens lin: GLE	15	18	20	21 26	22 30	25	27	28 36	30
Alæ & faciei IEG	105	108	110	111 26	112 30	115	117	118 38	120
Capital: & lat: IAF	135	126	120	115 43	112 30	110	108	106 22	105
Defensionis EMD	150	144	140	137 09	135 00	130	126	122 44	120
∴ 180 - 2 AIE -- ELG Ang: BAC - AIÉ = GLE + 90.									

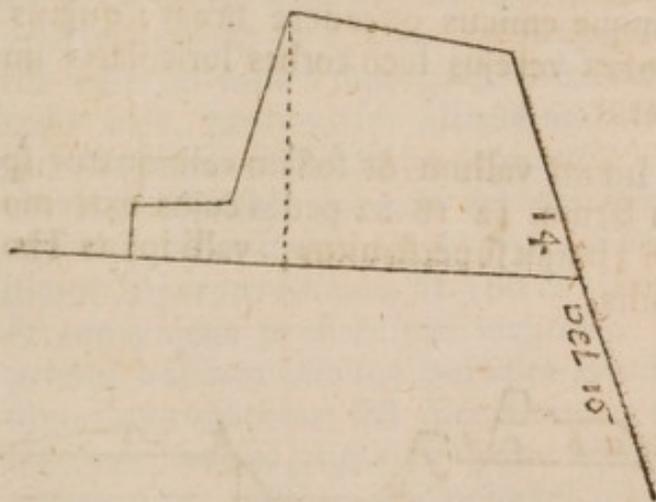
Vallum in Quadrato & Pentagono altum sit 14 pedes.

In Hexagono & heptagono 16 pedes.

Reclinatio valli exterior ad altitudinem esto ut 2 ad 3 ; verum si terra congesta sit lenta tenaxque poterit esse ut 1 ad 2 : Reclinatio valli interior ad altitudinem esto ut 3 ad 2 ferè.

∴

Alt: Recl: :: 3. 2 vel 2. 1 exterior.



∴

Alt: - Recl: :: 2, 3 vel 1. 2 Inter. ped. 30 ad 60.

Z

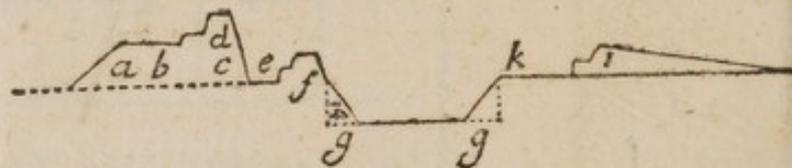
Vera

Verticalis latitudo valli ad minimum esto 30 pedum nec unquam excedat 60 pedes.

Thorax vallo superstructa habeat exterius altitudinem 4 pedum, Reclinationem 2 pedum, at vero interius altitudinem habeat 6 pedum & Reclinationem 1 pedis & latitudinem verticalem 9 vel 12 pedum. Huic scabellum adjicitur altum 1 & latum 2 + pedis.

Equites sive Cavallieri sunt colliculi qui nonnunquam excitantur inter duo propugnacula, vel ad angulum interioris polygoni, qui super summum Thoracem eminent 5, 6 vel 7 pedes, ut eo commodius in campum prospicere hostemque eminus offendere liceat: quibus vel Thorax ve ejus loco corbes loriculares imponuntur.

Inter Imum vallum & fossam relinquatur spatium latum. 12 18 22 pedes cujus extremo littori Thorax superstruitur, valli ipsius Thoraci similis.



abc Vallum.

a interior valli inclinatio Gall : Scharpe Ital : Scharpa.

c Exte-

- c Exterior inclinatio Ital contras Scharpa, fiorischarpa.
- b Crassities quadrang : valli.
- d Thorax cum Scabello Gall : cortine Ital : parapetto.
- ef. Fauſſebraye Belg de berempte fulcrum valli.
- e K viæ opertæ.
- f Thorax parapetto.
- 14 Fossæ profunditas.
- Kl contre Scharpe.
- L Thorax.

Fossa circa totam munitiōem excavetur, cujus in locis arenosis & editioribus fundum æquetur verticali valli : superficies sive summa latitudo basi, profunditas altitudini : inclinatio interior exteriori : exterior interiori : at in locis scaturiginosis, petrosis vel declivioribus, ubi ad profunditatem 6, 8 vel 10 pedum effodiatur, riparum distantia sit 160 & 180 pedum & conveniens profunditati inclinatio. Et ne primus hostium insultus qui solet esse ferocissimus huic machinæ soli incumberet, sagaces homines, varias, quæ & ipsam munitiōem communire possent, excogitaverunt munitiōum formas ab ipso quidem opere sejunctas, tutas tamen sub alis propugnaculorum latentes, unde & hostem ferire, & à suis auxilium ferri commode possent ; sunt autem hujusmodi,

Parmularum fa-
brica hæc est { *Ital: Bastinetto.*
 Gal: Ravelins.

Ex medio cortinæ N perpendicularis excitetur & ex puncto ipsius R binæ facies egrediantur, pro ratione polygoni ab 144 ad 200 pedes: quarum defendentes lineæ medietati alæ polygoni respondeant: aut si non feret occasio, distent ab alarum angulis 12 aut 20 ped: Parmulæque interior angulus S respondeat interiori fossæ: cui munimento fossa 50 aut 60 ped: lata circumducta.

De Thorace contrescharpe dicto.

In opposita campi planitie, spatio 24 ped: (quam viam opertam nuncupare solemus) assumpto Thorax excitatur, cujus latera cum parmulæ faciebus continuo parallela: opus altum 6 pedes, ut ad 40 pedum latitudinem reclinet necesse habet; si latitudo minus arrideat, oculo ad apicem Thoracis machinæ majoris applicato, recta collimabis ad extructam molem, donec ipsa campi planities in visus radium incidat; ut hoc modo veram operis tui (scil: contrescharpe) inclinationem assequaris. Iphis propugnaculis ejusmodi parmulas defensionis ergo objiciunt, hoc modo.

De Parmulis propugnaculis objectis.

Ex Parmulæ cortinalis puncto T circiter 60 aut
50 ped:

50 ped : a fossæ margine distante fiat recta TV parallela faciei propugnaculi : similiter & ab V altera recta in altera propugnaculi parte & a puncto V utrinque binas facies 200 vel 220 pedes longas extrues : Parmulæque sic factæ, pro ratione dimensionum parmulæ corticalis, fossa, via operta, thoraxque circumducetur. Elatioreque sint hæ parmulæ, quam reliquum vallum 4 ped : quo commodius in hostes prospicere liceat : neve ij qui ex operata via pugnant, lædantur a suis.

De opere Corniculato.

Corniculata dicuntur quod eorum latera ab ipsa munitione cornuum in morem extensa prominent. Alæ propugnaculorum rectis lineis EX DY 700 pedes longis continuentur : quæ si longius extendantur hunc præstabunt usum, ut quidem versus munitionem minui sæpius, & quasi in plura scindi possent propugnacula : At commoditas illa majori compensari potest detrimento, dum a sclopetariis suis propugnatores ægre defenderentur ; neque enim ultra 840 pedes in aliquem scopum glans sclopeto dirigi certo poterit : longitudo itaque conveniens servetur ; latera hujus operis æqualem cum alis præcipuæ munitionis sortiantur distantiam : quæ si corniculata non suffecerit, obliquo tramite incidentes lineæ latitudinem acquirant commodiorem. Ad utrumque cornu propugnaculum extruitur dimidiatum, debito muni-

endum

endum thorace quibus cortina æquali faciei junctis, tutum undequaque ab incurſu hoſtium redditur corniculatum: quæ propugnacula ſi vallo 4 aut 6 pedum parte interiori libeat communire; foſſa (nam & foſſam undequaque 24 ſive 36 ped: habere munimentum neceſſe eſt) pro valli modo accreſcere debet: ſi minus lorica, qualem cæteris præteximus, ſuffecerit: Egregium hoc opus, verum propugnaculorum mucronibus præcipuæ munitionis commodè prætendi non poterit, ob anguſtam nimis inter cornua capacitatem, quæ propugnatores in periculum vitæ deduceret, ſuorum auxilio deſtitutos. Ala corniculati eſt æqualis ſemiſſi faciei ſuæ ſive cortinæ.

De Figuris inordinatis, & de oppidorum muniendi ratione — Pleraque oppida & civitates rudis artiſque belli ignara antiquitas ad artiſ muniendi normam minime convenienter ſtruxerunt. Primo peripheriæ civitatis exacta vera & ichnographica requiritur deſcriptio. Univerſa namque civitatis muniendæ certitudo, ex angulorum debita inquiſitione dependet.

Deinde varias communiendæ civitatis formas depingito: quarum quæ commodiſſima, minimorumque futura ſumptuum eligatur: graviter cavendo ne propugnacula valliſque immenſa moles uliginofiſ lociſ extruantur. Neque tantopere regularitati figuræ inhærendum: Formæ quidem regularitas commodat, at debita

bita mensuræ proportio firmitatem munimento conciliat. Nam irregularis figura siquidem debite proportionata eandem quam regularis commoditatem suppeditabit. Angulus figuræ BAP non sit minor recto, nam quo obtusior eo commodior, Linea colli (Ital recinto) FB vel AG sit 96 120 vel 144 pedum Alæ (Gall: Espauls) sunt cortinæ perpend: sitque earum longitudo 96 120 vel 132 ped: Angulus propugnaculi I vel K ne sit minor gradibus 60 vel major quam 90.

Cortinæ longitudo 480, 720, 960.

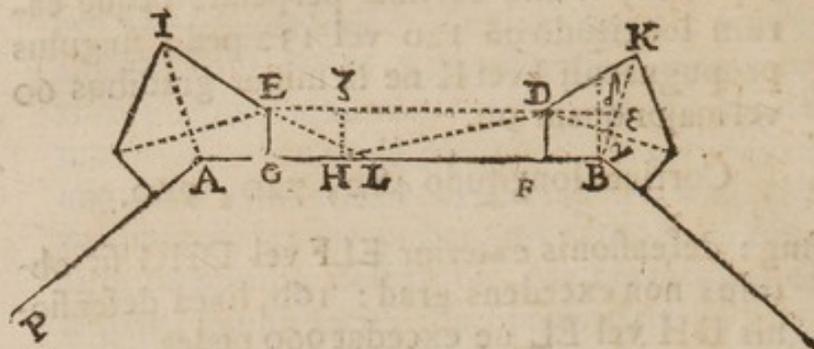
Ang: defensionis exterior ELF vel DHG sit obtusus non excedens grad: 160, linea defensionis DH vel EL ne excedat 960 pedes.

Vallum ad altitudinem 10, 18, 20. pedum extruatnr sitque reclinatio valli interior urbem versus æqualis altitudini, exterior reclinatio $\frac{2}{3}$ altitudinis.

In

In Δ° D ζ H datur H ζ & \angle D, quæratu D ζ
& DH.

In Δ° B δ datur B δ & \angle $\approx \frac{1}{2}$ \angle B quæratu
 δ & B ε .



In Δ° D γ datur D γ & \angle ε quæratu D ε ;

In Δ° D ε K datur \angle ε & ε K.

Latitudo verticalis valli a 30 ad 40 pedes. Ba-
fis, &c.

Thorax altitudinis 6 pedum: latitudinis ad ver-
ticem 5, 9, 12, pedum reclinet introrsum 1
ped: extrorsum 2, quocirca basis latitudo e-
rit 8, 12, 15. pedes Scabelli altitudo 1 ped: la-
titudo 3.

Fulchrum valli (de Barempte relinquit spatium
12. 18. 22.

Fossæ

Fossæ latitudo minima 140, 160, 180 pedum.

Latitudo fossæ sic invenitur, latitudinem valli tum ad verticem tum ad basim adde: summamque dimidiatam duc in altitudinem. Item latitudinem Thoracis tum ad verticem tum ad basim adde, summamque ipsam dimidiatam duc in altitudinem. Factorum summam auctam quinta sui parte, divide per profunditatem fossæ, & quoto invento adde semissem profunditatis pro fossæ latitudine superiore: vel tolle pro latitudine inferiore.

Exemplum: Vallum ad verticem habeat latitudinem 32 pedes, ad basim 55. summam dimidiatam $43\frac{1}{2}$ multiplica per altitudinem 14 pedes & fient 609 pedes. Item thorax ad verticem habeat 10 pedes, ad basim 13, summam dimidiatam $11\frac{1}{2}$ multiplica per altitudinem 6 pedes & fient 69 pedes. Adde igitur 609 & 69 summa erit 678 pedes ipsam autem quinta sui parte 136. nempe 814 divide per 6 profunditatem fossæ: quotus $135\frac{2}{3}$ auctus semiprofunditate. Erit $138\frac{2}{3}$ latitudo fossæ superior: sed minutus ipsa erit $132\frac{2}{3}$ latitudo inferior. Additur autem $\frac{1}{3}$ quia terra efodienda quantitati valli non conveniet.

In oppidorum munitiōibus propugnacula non habeant partes inæquales, sed in singulis propugnaculis anguli extremi faciei atque alæ sint æquales cujus negotii universa difficultas

hæret in linea colli AG vel BF ut ut ergo inquiras quantum ea decurtari aut elongari debeat ut eadem propugnaculis forma maneat; ratio habenda est angulorum figuræ BAP; Quanto enim sunt acutiores, tanto defendentes lineæ erunt longiores, & lineæ colli breviores.

Longitudo lineæ colli geometricè invenietur sic: ab angulo alæ E ducatur recta parallela lateri figuræ AB, item alia recta parallela lineæ BK, distantiam habens æqualem puncti E a linea AI. E concursu harum rectarum D, ala novi propugnaculi perpendiculariter in continam demittatur: fiatque ipsum propugnaculum ad B, partes habens æquales partibus propugnaculi prioris ad A. quod si angulus B nimis foret acutus, linea defensionis DH enormis esset longitudinis: ad quod incommodum vitandum angulum propugnaculi K magis acutum, alasque breviores efficies.

De iis quæ in munitionum quovis loco extructarum aut commodum aut detrimentum verti poterunt.

I. Munitionum in planitie horizontali extructarum commoda.

- 1° Pingue compactumque solum vallo, cæterisque extructis idoneum est,
- 2° Si flumen haberi posset minimo sumptu com-
meatus adferri poterit.

3° So-

- 3° Solum fertile excultum victum suppeditat.
- 4° Si nimia quantitate rivus excreverit, aut cataractis, aut alio modo, circumjacentes agri in perniciem hostium inundari possunt.
- 5° Talis situs ineptus est agendis cuniculis, tum propter aquositatē, tum quia hostis fodiens eminus conspici potest.
- 6° Regularis forma haberi potest.
- 7° Molestum erit hosti suas turmas tegere ne videantur.

Impedimenta.

- 1° Idem solum etiam hosti thoracibus, munitiōibus extruendis conveniens erit.
- 2° Fluvius etiam hostium copiis comitatum adportabit.
- 3° Agrorum fertilitas etiam hosti inserviet.
- 4° Hostis cataractæ five aggeris flumen cohibentis campos aqua obsidente uti poterit: & minore opus erit exercitu.
- 5° Hujusmodi munitio, ni flumen obstiterit, undequaque assultui obnoxia erit.
- 6° Sumptuosa per se sunt enormia propugnacula, magnamque valli molem fossamque quam latissimam requirunt: adeo ut ipsa fere nihil suppeditet natura commodi, ac in montibus.
- 7° Humile depressumque solum facit ut sæpissime magno cum dispendio subsidant valla aut propugnacula; ad quæ refarcienda maximi quandoque impenduntur sumptus.

II^o Munitionum in convexo montium extructarum commoda.

- 1^{mo} Ipsa natura hanc circumnatis vallibus, cum ab incurſu hoſtum, tum è tormentis bellicis, tum cuniculis effodiendis tutatur.
- 2^o Si glèbæ quantitas ſuffecerit, minore & ſumptu & opera ipſa extructur munitio: ac vel in devexo fieri poſſet, dum ſponte ſua loci commoditas vallum foſſas & propugnaculorum munimenta ſuppeditet.
- 3^o Diſjectas invicem hoſtium copias teneat oportet, quod ſuppetiæ tempore moleſtiam pariæ.

Impedimenta.

- 1^o Sub montium cacumine latenter adrepens hoſtis vallium commoditate frui poterit ut munitionem ſine ſuorum clade adoriatur.
- 2^o Commeatus non ſine magno ſumptu, ut architectis, ſic propugnatoribus, defertur.
- 3^o Penuriæ aquarum plerunque laborant convexi montes.
- 4^o Foſſoribus obnoxii.
- 5^o Pluvia nimbiſque magis quam reliqui ſitus divexantur, cum friabile illic ſolum magis quam in planitie exiſtat.
- 6^o Formæ commoditas ex voto non ſuccedit architecto.

III° Munitionum in mari extructarum com-
moda.

- 1° Si 1500 pedes a littore distent, à tormentis tutæ sunt.
- 2° Fossoribus non datur aditus.
- 3° Insultus non patent ob continuam suppetiarum copiam.
- 4° Sumptuosis non indigent propugnaculis.
- 5° Nec commeatu magno, nec numerofo propugnatore indigent propter commoditatem portuum.
- 6° Incertos tormentorum nauticorum ictus non est quod ideo formident ob vacillantem navium cursum, quas tamen ipsi propugnatores lædere possunt.
- 7° Classe defendi muniri que possunt in pernitiem hostium.
- 8° Nec equitum in his locis usus conceditur.

Impedimentum.

Non tamen hac munitione patriæ fines tuto defendi poterunt dum periculosum inde egredi esse constet.

IV° Munitionum in littore extructarum
Commoda.

- 3 Sicut commodorum, de quibus in 5, 6, 7, 8. marinarum sunt participes, sic quoque eorundem

- dem quo procul à mari in campi planitie.
- 2 Ut eas obsideat hostis & classe & exercitu opus habet.
 - 3 Ex iisdem patriæ fines terra marique defendere possis.

Impedimentum.

Verum ut nec hostem finitimum, sic nec peregrini alicujus assultum, propter alluens mare, effugiet.

V. Munitionum in paludosis locis extructarum commoda.

- 1 Ipsa palus, quæ ut equiti, sic pedestribus copiis accessum negabit.
- 2 Nec valli immensa mole, nec celso opus propugnaculo.

Impedimenta.

- 1 Immodici sumptus, dum vallum cæteraque extruuntur loco minus idoneo viz. ubi fundus moli ferendæ impar solumque nec quantitate nec qualitate operi respondens.
- 2° Teter quotidie exhalans vapor aerem inficiens infesta lue in milites grassabitur.
- 3° Parva manu minimisque copiis obsidebit eas hostis, modo propugnaculo aliquo defensoribus exitum præscindat.
- 4° Generosissimorum defensorum alacritas si hoc limite detineatur, alibi te deficiet.

6° Muni-

6° Munitionum juxta fossam aridam extructarum Commoda.

- 1° Propugnaculorum vicem supeditabit: ut in triennali obsidione Ostendæ: ubi magna copia defensores in aridas easque derelictas fossas irruentes, ferocissimos hostium incurfus securi quandoque averruncabant.
- 2 Fugitivo ut militi, sic colono tuta præbet latibula.
- 3 Si lignis eam adimplere hostis studeat tempore necessitatis exuri poterunt. Si terra lapidibus aliave materia, magnam horum copiam per oportas vias brevissimo temporis spatio offerri poterunt.
- 4 Nec aer insalubris in hisce locis.

Impedimenta.

- 1 Si ulterioribus fossæ oris hostis potiatur, obsessos inhibebit ne eorum pecora militesve in ea delitescant.
- 2 Minimo negotio eam hostis implebit, effodiet cuniculos, aget loricales cophinos, propugnacula extruet seque omnibus modis contra defensorum excussus communit.
- 3 Propugnaculis, extructisque suis munimentis paulatim adrepens hostis, vallum, propugnaculum, eruet & demolietur, jam defendentis anguli compos.

7^o Munitiōum juxta fossam navigabilem
extructarum. *Commoda.*

- 1 Fossoribus ad munitiōem difficilis est aditus.
- 2 Teneat ulteriores hostis oras, non tamen in ipsa se fossa occultare potest.
- 3 Si aquam deducere tentat, sæpenumero & tempus & laborem fallat.
- 4 Nec vallum nec propugnaculorum fundamenta munitiunculis suis appropinquabit ut ea latenter evertat.
- 5 Nisi stagnans aqua fuerit quicquid implendi gratia immiserit, fluctuabit huc illuc.
- 6 At si gravis fuerit materia, profunditas fossæ, ut impleatur, multum temporis absument.

Impedimenta.

- 1 Ne pontem navalem injiciat hostis.
- 2 Defensoribus exitus non nisi per pontes patet.
- 3 Hyems in frigidis regionibus congelabit.

Commodissimæ igitur sunt illæ fossæ quæ pro re nata aquis impleri & denuo evacuari possunt.

Extruenda fit munitio, loco quidem idoneo, verum tali, ubi impedimento tempore necessitatis collis impediens esse poterit, (alii collem majorem cupiunt.) Colli autem prætendatur cortina, ut ambobus angiqueat angulis defendentibus, nam hoc melius est, quam si in colle extruatur propugnaculum.

Com-

Compendium delineationis Propugnaculi.

- 1 Latus figuræ AB non minus esse debet quam
480
600 pedes : & in maxima arte vix majus quam
780
900 pedes puta 680 vel 400 & 680 , puta
500 800
540.
600.
- 2 Linea colli AG nec minor sit quam $\frac{1}{3}$ lateris,
nec major quam $\frac{2}{9}$. Cortina $\frac{2}{9}$.
- 3 Ala GE sit $\frac{1}{6}$ lateris, at in quadrato $\frac{4}{25}$.
- 4 Vallum altum sit 14 vel 16 pedes: reclinans
exterius semialtitudine interius altitudine &
paulo plus.
- 5 Latitudo valli superior nec minor sit quam 30
pedes nec major quam 60.
- 6 Thorax super vallum, altus extra 4 pedes,
cujus latitudo est $\frac{1}{3}$ latitudinis valli. Et scam-
mum habeat altum 1 pedem, & latum 3 pe-
des fere.
- 7 Inter vallum & fossam spatium sit æquale $\frac{1}{3}$ la-
titudinis superioris valli 18 & 36.
- 8 Extra vallum alter sit thorax fossæ proximus.
- 9 Fossæ profunditas, si fieri poterit æquet alti-
tudinem valli cujus sectio perpendicularis ex-
cedat sectionem valli & loricæ sive thoracis,
quinta sui parte, habeat etiam fossa utrinque
suas reclinaciones; unde latior est in summo
quam in imo.

10 In omni propugnaculo, semiangulus figuræ CAB æquatur semiangulo propugnaculi AIE, plus angulo lineæ defensionis & cortinæ ILA qui defendens dicitur.

11 In Belgico propugnaculorum describendorum modo, semiangulus propugnaculi nunquam excedat semirectum.

Quare sitriens anguli figuræ superet gradus 45, rejiciuntur omnes qui supersunt. In modo autem Italico, angulus propugnaculi augetur una cum angulo figuræ: non quidem proportionaliter: sed tamen cum respectu quodam, ad angulos in arce minima, scil: quadrangula in qua semiangulus figuræ est 45, & semiangulus propugnaculi 30 quorum differentiam 15 (qui angulus est lineæ defensionis & cortinæ addunt semper Itali ad semiangulum figuræ ut habeatur angulus integer propugnaculi.

Exemplum in arce Septangula.

Modus Belgicus.

Modus Italus.

$$\begin{array}{r}
 180 \\
 7 \overline{) 360} \quad [05 \frac{1}{7} \\
 \hline
 3 \overline{) 2} \quad [128 \frac{4}{7} \\
 \frac{1}{2} \leftarrow \text{figuræ } 64 \frac{2}{7} \\
 \frac{1}{2} \leftarrow \text{propug: } 42 \frac{1}{2} \frac{6}{7}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 180 \\
 7 \overline{) 360} \quad [05 \frac{1}{7} \\
 \hline
 2 \overline{) 128} \frac{4}{7} \\
 \frac{1}{2} \leftarrow \text{figuræ } 64 \frac{2}{7} \\
 [45 - 30 = 15 \\
 \hline
 2 \overline{) 70} \frac{2}{7} \\
 39 \frac{2}{14}
 \end{array}$$

Quare

Quare ang: lineæ
 defens: & cortinæ &
 ang lineæ defens: cum ala &c. per 10
 $64\frac{2}{7} - 39\frac{2}{4} = 24\frac{2}{4}$ ang: lin: def: & cort.

Excessus femianguli figuræ in arce data. supra
 45; est etiam excessus femianguli propugna-
 culi in eadem arce supra 30.

Et excessus anguli lineæ defensionis & cortinæ
 supra 15.

<p style="text-align: center;">180</p> <p>7] 360 [05 1 4 3 2] 128, 57 + ang: fig, 64, 29 - 45 2] 19, 29 9, 64 + 9 64 + 30 15</p> <hr style="width: 50%; margin-left: 0;"/> <p>$\frac{1}{2}$ < 39, 64 + 24 64 + ad cent: + $\frac{1}{2}$ < propug. = < inter alam & lin. defensionis FDM.</p>	<p style="text-align: center;">180</p> <p>7] 360 [05 1, 4 3 - 3] 2] 128, 57 + 15 $\frac{1}{2}$ < figuræ 64, 29 64 29</p> <hr style="width: 50%; margin-left: 0;"/> <p>$\frac{1}{2}$ < propug. 42, 86 79, 29 Belgic: Ital: $\frac{1}{2}$ < figuræ - $\frac{1}{2}$ < pro- pug: = < lin defens & cortin: cujus com- pl. est < alæ & lineæ defensionis.</p>
---	---

Sunt in Propugnaculo 4 Angulorum genera.

- 1 Rectus Angulus.
- 2 Angulus Propugnaculi.
- B b 2
- 3 Angu-

3 Angulus defensionis DHF.

4 Angulus alæ FDK.

Diagonalium ratio sic est.

1 s	45. R (DFN)	$\left. \begin{array}{l} :: \text{latitudo.} \\ \text{Diagonal.} \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1 \text{ F}\alpha \\ 2 \text{ K}\gamma \\ 3 \text{ DH} \\ 4 \text{ D}\delta \end{array}$
2 s	$\frac{1}{2} <$ prop: R (BKD)	
3 s	$<$ lin def: & cort: R)	
4 s	$90. <$ lin def: & cor: R)	

2

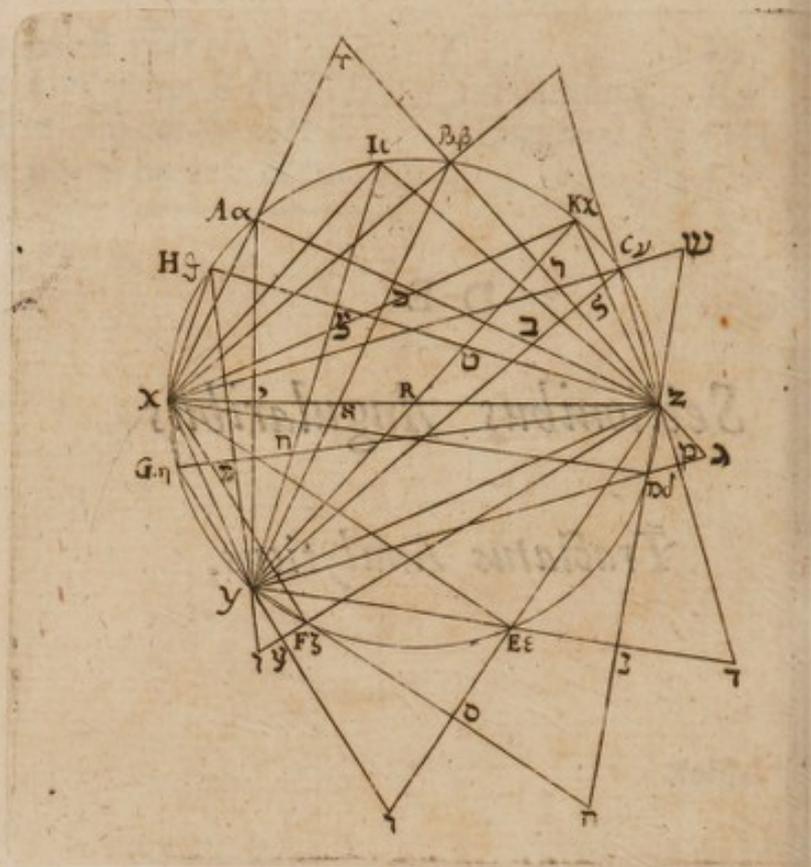
Sectio-

DE

Sectionibus Angularibus

Tractatus Analyticus.

Secciones Angulares.



IN hoc tractatu fractiones sic notantur $\frac{D}{N}$ pro $\frac{N}{D}$ & quantitas intra curvam Denominator est. Reliqua Numerator. —

Schemate R centrum est, XZ Diameter, &
 (periphæria YX = XA = AB = BC = CD
 = DE = EF = FG = GH = HI = IK &c.
 adeoque = YF = XG = AH = BI = CK
 &c. Et. ZC = ZD + XG &) XA || YB : XB
 || YC : XC || YD : XD || YE || XE || YF :
 XF || YG : XG || YH : XH || YI : XI || YK.
 &c.

Quare perpendiculares sunt rectæ. YZ : ZY : YZ.
 ZY : YZ. ZY : YZ. ZY : YZ. ZY : YZ. ZY : YZ.
 YZ. ZY : YZ. ZY. YZ. &c. Quæ or-
 dine bisecant angulos æquales XRY. Scilicet tam
 illos qui ad periphæriam dupla YX periphæriæ in-
 sistunt quam angulos DZL, EZG, FYI. Nam
 AZL = verticali BZC & NZD YDZ - 1 rect
 = XDY. Et similiter AYI = verticali GYH
 & YIF = YFZ - 1 rect = YFX &c. Vel e-
 tiam propter quadrilaterum YCZD in circulo A
 ZDL = YCZ &c. - item propter quadrilaterum
 ZGYF in circulo AYFI = ZGY &c.

Quare

Quare Isoscelia sunt tam Isosceli YRX quam
inter se similia.

Triangula.

Quare illorum Bases.

XN : AZY	XN = ZX - ZN = ZX - ZB
AY ב : BZN	A ב ZA - Z ב ZA - ZC
BY ג : CZ ב	B ג ZB + Z ג ZB + ZD
CY ד : DZ ג	C ד ZC + Z ד ZC + ZE
DY ה : EZ ד	D ה Zה - ZD ZF - ZD
EY ו : FZ ה	E ו Z ו - ZE ZG - ZE
FY ז : GZ ו	F ז Z ז - ZF ZH - ZF
GY ח : HZ ז	G ח ZG - Zח ZG - ZI
HY ט : IZ ח	H ט ZH - Zט ZH - ZK

AY = YA - oo.	
BN YB - YN = YB - YX	
C ב YC - Y ב YC - YA	
D ג Yג - YD YB - YD	
E ד Yד - YE YC - YE	
F ה Yה - YF YD - YF	
G ו Y ו + YG YE + YG	
H ז Y ז + YH YF + YH	
I ח YI - Yח YI - YG	

Quare

*Hisce sic constitutis clarissime
liquet esse.*

I.

$$\begin{array}{l} \text{RY: YX} \quad \text{YX: XN} \quad \text{YA: A}\gamma \\ \text{R: A} \quad \text{A: } 2\text{R}-\beta \quad \text{B: } \alpha-\gamma \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{YB: B}\delta \quad \text{YC: C}\eta \\ \text{C: } \beta+\delta \quad \text{D: } \epsilon+\gamma \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{YD: D}\theta \quad \text{YE: E}\iota \quad \text{YF: F}\kappa \\ \text{E: } \zeta-\delta \quad \text{F: } \eta-\epsilon \quad \text{G: } \theta-\zeta \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{YG: G}\lambda \quad \text{YH: H}\omega \\ \text{H: } \eta-\iota \quad \text{I: } \theta-x \text{ etc.} \end{array}$$

II. RYR:

I I.

RY: YX ZA: AY. ZB: BN
: YA : YB-YX

R : A α : B-00 ζ : C-A

ZC: C3 ZD: D1 ZE: E7
: YC-YA:: : YB-YD :: : YC-YE

γ : D-B δ : C-E ε : D-F

ZF: F7 ZG: G1 ZH: H1
: YD-YF:: : YE+YG :: : YF+YH

ζ : E-G η : F+H θ : G+I

ZI : I7
: YI-YG
, : K-H &c.

I I I.

RZ: ZA YX: YA. YA: 2Y3
: YA. : YX+YB

R : α A : B+00 B : A+C

C c 3 YE:

$$\begin{array}{lll}
 \text{YB} : 2\text{Y}^{\text{b}} & \text{YC} : 2\text{Y}^{\text{c}} & \text{YD} : 2\text{Y}^{\text{d}} \\
 : \text{YA} + \text{YC} \quad \# & : \text{YB} + \text{YD} \quad \# & : \text{YC} + \text{YE} \\
 \text{C} : \text{B} + \text{D} & \text{D} : \text{C} + \text{E} & \text{E} : \text{D} + \text{F}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
 \text{YE} : 2\text{Y}^{\text{e}} & \text{YF} : 2\text{Y}^{\text{f}} & \text{YG} : 2\text{Y}^{\text{g}} \\
 : \text{YD} + \text{YF} \quad \# & : \text{YE} - \text{YG} \quad \# & : \text{YH} - \text{YF} \\
 \text{F} : \text{E} + \text{G} & \text{G} : \text{F} - \text{H} & \text{H} : \text{I} - \text{G}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{YH} : 2\text{Y}^{\text{h}} \\
 : \text{YG} + \text{YI} \\
 \text{I} : \text{H} + \text{K} \text{ \&c.}
 \end{array}$$

I V.

$$\begin{array}{lll}
 \text{RZ} : \text{ZA} & \text{ZA} : 2\text{Z}^{\text{a}} & \text{ZB} : 2\text{Z}^{\text{b}} \\
 & \# : \text{ZX} + \text{ZB} \quad \# & : \text{ZA} + \text{ZC} \\
 \text{R} : \alpha & \alpha : 2\text{R} + \beta & \beta : \alpha + \gamma
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
 \text{ZC} : 2\text{Z}^{\text{c}} & \text{ZD} : 2\text{Z}^{\text{d}} & \text{ZE} : 2\text{Z}^{\text{e}} \\
 : \text{ZB} - \text{ZD} \quad \# & : \text{ZE} - \text{ZC} \quad \# & : \text{ZF} + \text{ZD} \\
 \gamma : \beta - \delta & \delta : \varepsilon - \gamma & \varepsilon : \zeta + \delta
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
 \text{ZF} : 2\text{Z}^{\text{f}} & \text{ZG} : 2\text{Z}^{\text{g}} & \text{ZH} : 2\text{Z}^{\text{h}} \\
 : \text{ZG} + \text{ZE} \quad \# & : \text{ZH} + \text{ZF} \quad \# & : \text{ZG} + \text{ZI} \\
 \zeta : \eta + \varepsilon & \eta : \vartheta + \zeta & \vartheta : \eta + \iota
 \end{array}$$

Z I :

$$\begin{aligned} ZI &: 2ZY \\ &: ZH + ZK \\ &: \delta + \kappa \text{ \&c.} \end{aligned}$$

Quatuor hæ propositiones primariae sunt, & au-
geri poterint in infinitum; sumendo pro an-
tecedentibus terminis chordas arcuum sectio-
num incipientium ab initio Diametri, nota-
tas literis majusculis Latinis, in prima & ter-
tia; vel chordas conjunctorum incipientium à
fine Diametri notatas literis minusculis Græ-
cis in secunda & quarta: pro consequentibus
autem bimembribus chordas alternorum (i. e.
trinque antecedenti proximorum) arcuum se-
ctionum, connexas signo + in tertia & signo
— in secunda; sive conjunctorum, connex-
as signo + in quarta & signo — in prima.
Hac tamen cautione quod in prima & quarta si
finis Diametri cadat in sectionem mutatur sig-
num solummodo quando sectio ad finem Dia-
metri est antecedens terminus rationis. Sed si
cadat inter duas sectiones mutantur signa in
utraque. Verum in secunda & tertia si initi-
um Diametri post revolutionem cadat in se-
ctionem, mutatur signum solummodo quando
sectio ad initium Diametri est antecedens ter-
minus rationis, sed si cadat inter duas sectio-
ner, mutantur signa in utraque sicut patet pro-
positiones ipsas atque Schema intuenti.

Ex

Ex his quatuor primariis propositionibus aliæ innumeræ oriuntur. Nos aliquot ponemus, easque quasi in eodem semicirculo, sine signorum mutatione: Reliquas analytices studiosis relinquemus.

$$\text{V. } R : A :: A : 2R - \epsilon :: \epsilon : C - A :: C : \epsilon - \delta \\ :: \delta : E - C :: E : \delta - \zeta :: \zeta : G - E :: G : \zeta - \vartheta :: \vartheta : \\ \text{I. G. \&c. Ex processu. I}^{\text{a}} \& \text{II}^{\text{a}} \text{, mixtim.}$$

$$\text{VI. } 2R : A :: R : \sqrt{q} : Rq - \frac{1}{4} aq :: a : \sqrt{q} : aq - \\ \frac{1}{4} Q : 2R + \epsilon :: \epsilon : \sqrt{q} : \epsilon q - \frac{1}{4} Q : a + \gamma :: \gamma : \\ \sqrt{q} : \gamma q - \frac{1}{4} Q : \epsilon + \delta :: \delta : \sqrt{q} : \delta q - \frac{1}{4} Q : \gamma + \epsilon \\ :: \&c : \text{ex processu IV}^{\text{a}} \text{. Item}$$

$$\text{VII. } 2R : A :: A : \sqrt{q} : Aq - \frac{1}{4} Bq :: B : \sqrt{q} : Bq - \\ \frac{1}{4} Q : A + C :: C : \sqrt{q} : Cq - \frac{1}{4} Q : B + D :: \\ D : \sqrt{q} : Dq - \frac{1}{4} Q : C + E :: E : \sqrt{q} : Eq - \frac{1}{4} Q : \\ D + F \&c. \text{ Ex processu. III}^{\text{a}} \text{.}$$

— Nam pro VI. est. ZX : XA :: ZR : (\sqrt{q} .
 $Rq - \frac{1}{4} ZAq$. vel) \sqrt{q} . ZRq - $Q\frac{1}{2} ZA$:: ZA :
 \sqrt{q} . ZAq - Z'q :: ZB : \sqrt{q} ZBq - Z'q &c.
 & pro VII. est. ZX : XA :: YX : (\sqrt{q} . YXq -
 $\frac{1}{4} YAq$ vel) \sqrt{q} . YXq - $Q\frac{1}{2} YA$:: YA : \sqrt{q} .
 YAq - Y'q :: YB : \sqrt{q} . YBq — Y'q &c.

$$\text{VIII. } 2R : \alpha :: 2\alpha :: 2R + \epsilon :: 2\epsilon : \alpha + \gamma :: \\ 2\gamma : \epsilon + \delta :: \&c. \text{ ex processu IV}^{\text{a}} \text{.}$$

IX. $2R : \alpha :: 2A : B + 0 :: 2B : A + C :: 2C : B + D :: \&c.$ ex processu III^r.

X.

$$\begin{array}{l} ZA : AX \\ \alpha : A \end{array} \quad \begin{array}{l} XB : B\gamma \\ : Br \\ B : 2R - C \end{array} \quad \begin{array}{l} ZC : C\gamma \\ : XC - Xr \\ \gamma : C - 2A \end{array}$$

$$\begin{array}{l} XD : D\psi \\ : ZD \text{ plus } ZB - B\gamma \\ D : \delta + 2C - 2R \end{array}$$

Nam similia sunt triangula rectangula XAZ : XB γ : ZC γ : XD ψ &c. Dimidia Isoceleium similiium XrZ , Xr γ : Z ψ γ : Xs ψ &c.

XI. Ex processu III^r per interpretationem.

$$\begin{array}{l} R : \alpha :: A : R) \alpha A = B. \\ R : \alpha :: R) \alpha A : R^2) \alpha^2 A = A + C. \text{ quare mi. A} \\ \text{erit.} \\ R^2) \alpha^2 A - R^2 A = C. \\ R : \alpha :: R^1) \alpha^2 A - R^2 A : R^3) \alpha^3 A - R^2 \alpha A = \\ B + D. \text{ qu. mi. B.} \\ R^1) \alpha^3 A - 2 R^2 \alpha A = D. \\ R : \alpha :: R^3) \alpha^3 A - 2 R^2 \alpha A : R^4) \alpha^4 A - 2 R^3 \\ \alpha^2 A = C + E : \text{mi. C.} \\ R^4) \alpha^4 A - 3 R^3 \alpha^2 A + R^4 A = E. \\ R^3) \alpha^4 A - 4 R^2 \alpha^2 A + 3 R^3 \alpha A = F. \end{array}$$

R⁶) $\alpha^6 A$

$$R^6) a^6 A \text{---} 5 R^5 a^5 A + 6 R^4 a^4 A \text{---} R^6 A = G \\ \&c.$$

XII. Ex processu IV^a per interpretationem.

$$R : a :: a : R) a^2 = 2 R \text{ \& } \beta \text{ quare mi. } 2 R \\ \text{Erit.}$$

$$R) a^2 \text{---} 2 R^2 = \epsilon.$$

$$R : a :: R) a^2 \text{---} 2 R^2 : R^2) a^3 \text{---} 2 R^2 a = a \text{ \& } \gamma \\ \text{qu. mi. } a,$$

$$R^2) a^3 \text{---} 3 R^2 a = \gamma.$$

$$R : a :: R^2) a^3 \text{---} 3 R^2 a : R^3) a^4 \text{---} 3 R^2 a^2 = \epsilon \\ \text{\& } \delta : \text{mi. } \epsilon.$$

$$R^3) a^4 \text{---} 4 R^2 a^2 + 2 R^4 = \delta.$$

$$R^4) a^5 \text{---} 5 R^3 a^3 + 5 R^4 a = \epsilon.$$

$$R^5) a^6 \text{---} 6 R^4 a^4 + 9 R^5 a^2 \text{---} 2 R^6 = \zeta.$$

$$R^6) a^7 \text{---} 7 R^5 a^5 + 14 R^6 a^3 \text{---} 7 R^6 a = \eta \&c.$$

Notandum autem est de propositionibus XI. XII. XIII. XIV. quod quibus in sectionibus juxta cautionem post quatuor propositiones primarias traditam signa mutantur, & in earum etiam chordis signa omnia immutari debent.

XIII. Aliter ex processu III^a per interpretationem.

$$A : B :: B : A) B^2 : = A + C. \text{qu. mi. Erit.}$$

$$A) B^2 \text{---} A^2 = C.$$

$$A : B :: A) B^2 \text{---} A^2 : A^2) B^3 \text{---} BA^2 = B + D \\ \text{mi. B. Erit.}$$

$$A^2) B^3 \text{---} 2BA^2 = D.$$

A : B

$$A : B :: A^2) B^2 \text{---} 2 BA^2 : A^3) B^4 \text{---} 2 B^2 A^2 : \\ = C + E \text{ qu. mi. } C \text{ erit.}$$

$$A^3) B^4 \text{---} 3 B^2 A^2 + A_4 \text{---} E.$$

$$A_4) B^5 \text{---} 4 B^3 A^2 + 3 BA_4 \text{---} F.$$

$$A^5) B^6 \text{---} 5 B_4 A^2 + 6 B^2 A_4 \text{---} A^6 = G. \&c.$$

XIV. Per alternam factionem ex processu
I^a & II^a (i. e. ex processu V^a) per in-
terpretationem

$$R : A :: A : R) A^2 \text{---} 2 R - \epsilon : \text{qu.} : \epsilon : 2 R : \\ \text{rest:}$$

$$R) 2R^2 - A^2 \text{---} \epsilon.$$

$$R : A :: R) 2R^2 \text{---} A^2 : R^3) 2R^2 A \text{---} A^3 = C \\ \text{---} A : \text{qu.} : + A :$$

$$R^3) 3R^2 A \text{---} A^3 = C.$$

$$R : A :: R^3) 3R^2 A \text{---} A^3 : R^4) 3R^2 A^2 \text{---} A^4 = \\ \epsilon \text{---} \delta : \text{qu.} : \epsilon : \delta. \text{rest:}$$

$$R^4) 2R^4 \text{---} 4 R^2 A^2 + A^4 = \delta.$$

$$R : A :: R^4) 2R^4 \text{---} 4 R^2 A^2 + A^4 : R^5) 2R^4 A \text{---} \\ 4 R^2 A^3 + A^5 = E \text{---} C \text{ qu.} : + C :$$

$$R^5) 5 R^4 A \text{---} 5 R^2 A^3 + A^5 = E.$$

$$R^6) 2R^6 \text{---} 9 R_4 A^2 + 6 R^2 A_4 \text{---} A^6 = \zeta.$$

$$R^7) 7R^6 A \text{---} 14 R_4 A^3 + 7 R^2 A_5 \text{---} A^7 = G \&c.$$

In his quatuor novissimis propositionibus, un-
ciæ præfixæ affectionibus cujuscunque æquati-
onis sunt numeri Radicales Triangulares,
Pyramidales, Triangulo-triangulares, Trian-
gulo-pyramidales, Pyramido-pyramidales,
eoque deinceps ordine: In XI^a. quidem & XIII^a.
incrementum capiunt ab 1. in XII^a. & XIV^a a 2.

1					
2					
3	1				
4	3				
5	6	1			
6	10	4			
7	15	10	1		
8	21	20	5		
9	28	35	15	1	
10	36	56	35	6	
r.	t.	p.	tt.	tp.	pp.

Prop. XI. & XIII.

2					
3					
4	2				
5	5				
6	9	2			
7	14	7			
8	20	16	2		
9	27	30	9		
10	35	50	25	2.	
r.	t.	p.	tt.	tp.	pp.

Prop. XII. & XIV.

Es

Et in XII & XIV numerus sectionum chordæ quæsitus in radicibus propriæ Tabellæ dabit uncias, at in XI & XIII. numerus sectionum minutus binario.

Pro continuatione Tabularum nota quod inveniuntur triangulares collectis radicibus, pyramidales collectis triangularibus, triangulo-triangulares collectis pyramidalibus, &c.

Si quatuor series continue proportionalium pro his quatuor propositionibus constituentur scil.

Pro. XI. $R : a :: A : R) aA : R^2) a^2A : R^3) a^3A : R^4) a^4A : R^5) a^5A : R^6) a^6A \&c.$

Pro. XII. $R : a :: a : R) a^2 : R^2) a^3 : R^3) a^4 : R^4) a^5 : R^5) a^6 : R^6) a^7 \&c.$

Pro XIII. $A. B :: B : A) B^2 : A^2) B^3 : A^3) B^4 : A^4) B^5 : A^5) B^6 : A^6) B^7 \&c.$

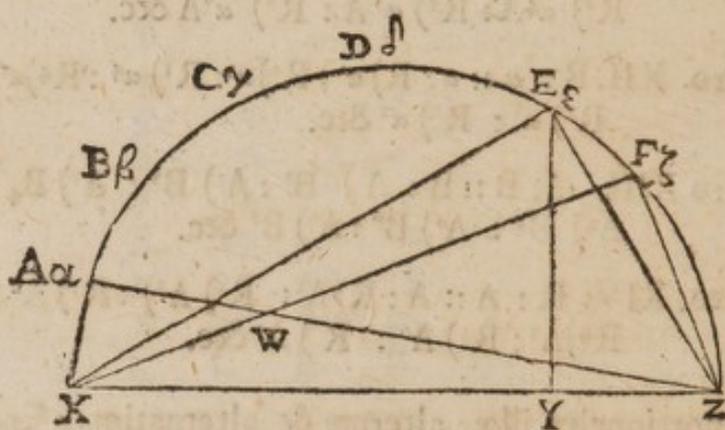
Pro. XIV. $R : A :: A : R) A^2 : R^2) A^3 : R^3) A^4 : R^4) A^5 : R^5) A^6 : R^6) A^7 \&c.$

Proportionales illæ alternæ & alternatim affirmatæ atque negatæ cum unciis legitime affixis conficiunt singulas æquationes in unoquoque genere e. g.

In XII. $R^6 \alpha^7 - R^4) 7 \alpha^5 + R^2) 14 \alpha^3 - 7 \alpha$
 $= n :$ & in XIII. $A^4) B^2 - A^2) 4 B^2 + 3 B$
 $= F.$

XV. In VII est. $2R : A :: A : V : A^2 - \frac{1}{2} B^2 :$
 Est igitur $4) R^2) A^4 = A^2 - \frac{1}{2} B^2$ Ideoque $R^2) 4$
 $R^2 A^2 - A^4 = B^2.$ At vero per III. $B^2 = A^2 + CA$
 Quare $R^2) 4 R^2 A^2 - A^4 = A^2 + CA$ vel $R^2) 3 R^2$
 $A^2 - A^4 = CA :$ & divisa utraque æquationis
 parte per A erit. $R^2) 3 R^2 A - A^3 = C$ Ergo.
 $R^2 : 3 R^2 - A^2 :: A : C.$

XVI. Si ab initio Diametri X sumantur in semi-
 circulo tres arcus, sic ut aggregatum minimi
 & medii æquentur maximo ($A + E = F$)



$\triangle \triangle$ Rectangula similia sunt, ZYE
 $XAW. XYE. XZE. FWZ. \&c.$

Erit

Erit Primo. Rectangulum sub Diametro & chorda maximi æquale rectangulo sub chorda medii & chorda conjuncti minimo plus rectangulo sub chorda minimi & chorda conjuncti medio.

Dico 1°. $2RF = E\alpha + A\epsilon$ &c. ut in XVI.

Nam.

$$2RF = \frac{ZY \times XW}{A\epsilon} + \left(\frac{XY \times XW}{AW \times E} \text{ plus } \frac{2R \times FW}{ZW \times E} \right) E\alpha.$$

Erit secundo Rectangulum sub Diametro & chorda conjuncti maximo, æquale rectangulo sub chordis conjunctorum medio & minimo, minus rectangulo sub chordis medii & minimi.

Dico 2°. $2R\zeta = \alpha\epsilon - AE$ &c. ut in XVII.

Nam. $ZX \times ZF = (ZW \times ZE =) ZA \times ZE$ mi:
 $(ZE \times AW =) XA \times XE.$

Erit tertio Rectangulum sub Diametro & chorda minimi æquale rectangulo sub chorda maximi & chorda conjuncti medio minus rectangulo sub chorda medii & chorda conjuncti maximo.

Dico. 3°. $2RA = F\epsilon - E\zeta$ &c. ut in XVIII.

Nam. $E:\epsilon::F - XW:\zeta$: Quare $F\epsilon - (E \times XW =)$
 $2RA = E\zeta.$ &c.

Erit

Erit quarto Rectangulum sub Diametro & chorda conjuncti minimo, æquale rectangulo sub chordis conjunctorum maximo & medio, plus rectangulo sub chordis maximi & medii.

Dico. 4°. $2R\alpha = \varepsilon\zeta + EF$ &c. ut in XIX.

Nam.

$$2R\alpha = \frac{ZY \times ZW}{\varepsilon\zeta} \text{ plus } \left(\frac{XY \times ZW}{E \times FW} + \frac{2R \times AW}{E + XW} \right) EF$$

Erit quinto. Rectangulum sub Diametro & chorda medii, æquale rectangulo sub chorda maximi & chorda conjuncti minimo, minus rectangulo sub chorda minimi & chorda conjuncti maximo.

Dico 5°. $2RE = Fa - A\zeta$: &c. ut in XX.

Nam per XVI primò. $2RG = Fa + A\zeta$ & per III vel
1x $2RG + 2RE = 2Fa$ Quare facta subducti-
one Erit. $2RE = Fa - A\zeta$.

Vel. sic. per V. $2RG - 2RE = 2A\zeta$ ex $2RG = Fa + A\zeta$ relinquit $2RE = Fa - A\zeta$.

Erit sexto. Rectangulum sub Diametro & chorda conjuncti medio æquale rectangulo sub chordis conjunctorum maximo & minimo, plus rectangulo sub chordis maximi & minimi.

Dico

Dico 6°. $2 R^2 = \zeta^2 + AF$ &c. ut in XXI.

Nam per. IV vel viii. $2 R^2 + 2 R^n = 2a\zeta$: tolle
 $2 R^n = a\zeta + AF$ per XVI. Secundo. rest: $2 R^2$
 $= a\zeta + AF$.

Confectarium. Si in tribus reſtangulis triangulis
 planis (AZX : EZX : FZX :) angulus ad Ca-
 thetum ſecundi, plus angulo ad Cathetum
 primi æquetur angulo ad Cathetum tertii
 ($\sqrt{EZX} + \sqrt{AZX} = \sqrt{FZX}$. Nam Ba-
 ſes voco chordas arcuum equaliter crescentium no-
 tatas literis Latinis majusculis, & Cathetos chor-
 das arcuum conjunctorum notatas literis minuscu-
 lis Grecis:) Erit trianguli tertii, Hypotenuſa,
 ad Reſtangulum ſub Hypotenuſis primi & ſe-
 cundi, : Sicut baſis ad reſtangulum ſub
 baſe primi & Catheto ſecundi, plus Reſtan-
 gulo ſub baſe ſecundi & Catheto primi:
 Et ſicut Cathetus, ad reſtangulum ſub
 Cathetis primi & ſecundi, minus reſtangulo
 ſub baſibus eorundem. Scil.

$$2 R : 4 R^2 :: F : A^2 + E a :: \zeta : a \varepsilon \text{ --- AE.}$$

Nam oſtenſum eſt $2 RF = A^2 + E a$. & $2 R\zeta = a \varepsilon$
 --- AE Eſtque idcirco. $2 R : F :: 4 R^2 : A^2 +$
 $E a$ &. $2 R : \zeta :: 4 R^2 : a \varepsilon \text{ --- AE.}$

Nam (*univerſaliter*) Si ſit $AB = C^2$. multipli-
 cando utrinque per A fiet $A^2 B = AC^2$. Quare
 $A : B :: A^2 : C^2$.

Erit

Erit etiam Trianguli primi hypotenufa ad re-
 ctangulum sub hypotenufis secundi & tertii: fi-
 cut basis ad reatangulum sub base tertii, &
 catheto secnndi, minus reatng. sub base se-
 cundi & catheto tertii. Et sicut cathetus ad re-
 ctangulum sub cathetis secundi & tertii plus
 reatng^o sub basibus eorundem. Scil.

$$2R : 4R^2 :: A : F\epsilon - E\zeta :: \alpha : \epsilon\zeta + EF.$$

Nam ostensum est $2RA = F\epsilon - E\zeta$ & $2R\alpha$
 $= \epsilon\zeta + EF.$

Estque idcirco $2R : A :: 4R^2 : F\epsilon - E\zeta$ &
 $2R : \alpha :: 4R^2 : \epsilon\zeta + EF.$

Erit denique Trianguli secundi Hypotenufa ad
 reatngulum sub hypotenufis primi & tertii :
 Sicut Basis ad reatngulum sub base tertii &
 catheto primi, minus reatng^o sub base primi
 & catheto tertii: Et sicut cathetus ad reatngu-
 lum sub cathetis primi & tertii plus reatng^o
 sub basibus eorundem. Scil $2R : 4R^2 :: E :$
 $F\alpha - A\zeta :: \epsilon : \alpha\zeta + AF.$

Nam ostensum est $2RE = F\alpha - A\zeta$ & $2R\epsilon$
 $= \alpha\zeta + AF.$

Estque idcirco $2R : E :: 4R^2 : F\alpha - A\zeta$ &
 $2R : \epsilon :: 4R^2 : \alpha\zeta + AF.$

*Synopsis Aequationum in Rectangulis
quando arcus aequaliter crescunt.*

XVI. Primò.

2RB	=	$A\alpha + A\alpha$
2RC		$A\beta + B\alpha$
2RD		$A\gamma + C\alpha$
2RE	==	$A\delta + D\alpha$
2RF		$A\varepsilon + E\alpha$
2RG		$A\zeta + F\alpha$
2RH		$A\eta + G\alpha$
2RI		$A\theta + H\alpha$
		&c.

XVII. Secundò.

2R β	—	$\alpha\alpha$ — AA
2R γ	—	$\alpha\beta$ — AB
2R δ	—	$\alpha\gamma$ — AC
2R ε	—	$\alpha\delta$ — AD
2R ζ	==	$\alpha\varepsilon$ — AE
2R η	—	$\alpha\zeta$ — AF
2R θ	—	$\alpha\eta$ — AG
2R ι	—	$\alpha\theta$ — AH
		&c.

XVIII. Tertiò.

XIX. Quartò.

$2RA =$	$B\alpha - A\beta$	$2R\alpha =$	$\alpha\beta + AB$
	$C\beta - B\gamma$		$\beta\gamma + BC$
	$D\gamma - C\delta$		$\gamma\delta + CD$
	$E\delta - D\varepsilon$		$\delta\varepsilon + DE$
	$F\varepsilon - E\zeta$		$\varepsilon\zeta + EF$
	$G\zeta - F\eta$		$\zeta\eta + FG$
	$H\eta - G\vartheta$		$\eta\vartheta + GH$
	$I\vartheta - H\iota$		$\vartheta\iota + HI$

XX. Quintò.

$2RA$	$B\alpha$	$—$	$A\beta$
$2RB$	$C\alpha$	$—$	$A\gamma$
$2RC$	$D\alpha$	$—$	$A\delta$
$2RD$	$E\alpha$	$—$	$A\varepsilon$
$2RE$	$F\alpha$	$—$	$A\zeta$
$2RF$	$G\alpha$	$—$	$A\eta$
$2RG$	$H\alpha$	$—$	$A\vartheta$
$2RH$	$I\alpha$	$—$	$A\iota$

XXI.

XXI. Sextò.

2R α	$\beta\alpha$	+	AB
2R β	$\gamma\alpha$	+	AC
2R γ	$\delta\alpha$	+	AD
2R δ	$\epsilon\alpha$	+	AE
2R ϵ	$\zeta\alpha$	+	AF
2R ζ	$\eta\alpha$	+	AG
2R η	$\theta\alpha$	+	AH
2R θ	$\iota\alpha$	†	AI.

Ex harum sex propositionum collatione innumeræ æqualitates oriuntur : Quales sunt hæ.

XXII. Ex primò & secundò (scilicet XVI & XVII) per additionem.

$$\begin{aligned}
 2R \text{ in } B + \epsilon &= \alpha \text{ in } A + \epsilon \text{ plus } A \text{ in } \alpha \text{ --- } A \\
 &\quad \alpha \quad \alpha + A \quad A \quad \alpha \text{ --- } A. \\
 2R \text{ in } C + \gamma &= \alpha \text{ in } B + \epsilon \text{ plus } A \text{ in } \epsilon \text{ --- } B. \\
 &\quad \epsilon \quad \alpha + A \quad B \quad \alpha \text{ --- } A \\
 2R \text{ in } D + \delta &= \alpha \text{ in } C + \gamma \text{ plus } A \text{ in } \gamma \text{ --- } C. \\
 &\quad \gamma \quad \alpha + A \quad C \quad \alpha \text{ --- } A \\
 2R \text{ in } E + \epsilon &= \alpha \text{ in } D + \delta \text{ plus } A \text{ in } \delta \text{ --- } D \\
 &\quad \delta \quad \alpha + A \quad D \quad \alpha \text{ --- } A. \\
 &\quad \text{E c 2} \qquad \qquad \qquad 2R
 \end{aligned}$$

$$2R \text{ in } F + \zeta = \alpha \text{ in } E + \varepsilon \text{ plus } A \text{ in } \varepsilon \text{ — } E.$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & \varepsilon & \alpha + A & E & \alpha & \text{— } A. \end{array}$$

$$2R \text{ in } G + \eta = \alpha \text{ in } F + \zeta \text{ plus } A \text{ in } \zeta \text{ — } F.$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & \zeta & \alpha + A & F & \alpha & \text{— } A. \end{array}$$

&c.

XXIII. Ex quintò & sextò (scilicet XX & XXI)
per Additionem.

$$2R \text{ in } A + \alpha = \alpha \text{ in } B + \beta \text{ plus } A \text{ in } B \text{ — } \beta.$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & B & \alpha + A & \beta & \alpha & \text{— } A. \end{array}$$

$$2R \text{ in } B + \beta = \alpha \text{ in } C + \gamma \text{ plus } A \text{ in } C \text{ — } \gamma$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & C & \alpha + A & \gamma & \alpha & \text{— } A \end{array}$$

$$2R \text{ in } C + \gamma = \alpha \text{ in } D + \delta \text{ plus } A \text{ in } D \text{ — } \delta$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & D & \alpha + A & \delta & \alpha & \text{— } A \end{array}$$

$$2R \text{ in } D + \delta = \alpha \text{ in } E + \varepsilon \text{ plus } A \text{ in } E \text{ — } \varepsilon$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & E & \alpha + A & \varepsilon & \alpha & \text{— } A \end{array}$$

&c.

XXIV. Et per utriusque præcedentis compara-
tionem.

$$\alpha \text{ in } A + \alpha \text{ plus } A \text{ in } \alpha \text{ — } A = 2R \text{ in } B + \beta =$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & C + \gamma & & C & \text{— } \gamma & \end{array}$$

$$\alpha \text{ in } B + \beta \text{ plus } A \text{ in } \beta \text{ — } B = 2R \text{ in } C + \gamma =$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & D + \delta & & D & \text{— } \delta & \end{array}$$

$$\alpha \text{ in } C + \gamma \text{ plus } A \text{ in } \gamma \text{ — } C = 2R \text{ in } D + \delta =$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & E + \varepsilon & & E & \text{— } \varepsilon & \end{array}$$

&c.

Atque

Atque hujusmodi ratiocinatio per sub-
ductionem institui poterit.

XXV. Ex tertio & quarto per transpositionem.

$$\begin{array}{l} B \text{ in } \alpha + \gamma \\ C \text{ in } \beta + \delta \\ D \text{ in } \gamma + \epsilon \end{array} \quad \Longrightarrow \quad \begin{array}{l} \beta \text{ in } A + C. \\ \gamma \text{ in } B + D \\ \delta \text{ in } C + E \end{array} \quad \&c.$$

$$\begin{array}{l} B \text{ in } C - A \\ C \text{ in } D - B \end{array} \quad \Longrightarrow \quad \begin{array}{l} \epsilon \text{ in } \alpha - \gamma \\ \gamma \text{ in } \epsilon - \delta \end{array}$$

XXVI. Ex tertio & quarto per Additionem.

$$\begin{array}{l} B \text{ in } A + \alpha - C + \gamma = \epsilon \text{ in } A - \alpha + C + \gamma \\ C \text{ in } B + \epsilon - D + \delta \quad \gamma \quad B - \epsilon + D + \delta \\ D \text{ in } C + \gamma - E + \epsilon \quad \delta \quad C - \gamma + E + \epsilon. \end{array} \quad \&c.$$

XXVII. Et per utriusque precedentis compa-
rationem.

$$\begin{array}{l} A + C : \alpha + \gamma \quad :: (B : \epsilon ::) \\ \quad \quad \quad A + C - \alpha + \gamma : \alpha + \gamma + A - C. \\ B + D : \epsilon + \delta \quad :: (C : \gamma ::) \\ \quad \quad \quad B + D - \epsilon + \delta : \epsilon + \delta + B - D. \\ C + E : \gamma + \epsilon \quad :: (D : \delta ::) \\ \quad \quad \quad C + E - \gamma + \epsilon : \gamma + \epsilon + C - E \quad \&c. \end{array}$$

XXVIII. Ex xxiv. Transponendo & Resoluta æqualitate in Analogiam.

$$\begin{array}{l}
 A + \alpha - C - \gamma : A - \alpha + C - \gamma : \\
 B + \epsilon - D - \delta : B - \epsilon + D - \delta : \\
 C + \gamma - E - \epsilon : C - \gamma + E - \epsilon : \\
 D + \delta - F - \zeta : D - \delta + F - \zeta : \\
 E + \epsilon - G - \eta : E - \epsilon + G - \eta : \\
 F + \zeta - H - \vartheta : F - \zeta + H - \vartheta :
 \end{array}$$

&c.

Hinc datis chordis arcus quintupli & tripli investigari poterit chorda ipsius arcus: Et datis chordis arcus septupli & quintupli investigari poterit chorda arcus tripli &c. Nam,

$$\begin{array}{l}
 A + \alpha - C - \gamma \text{ in } C - \gamma + E - \epsilon = A - \alpha + \\
 C - \gamma \text{ in } C + \gamma - E - \epsilon \text{ factaque multi-} \\
 \text{plicatione \& æqualium expunctione. Erit } A \text{ in} \\
 E - \gamma \text{ plus } \alpha \text{ in } C - \epsilon = C^2 - C\epsilon + E\gamma + \gamma^2: \\
 \text{Pro cognitis } E - \gamma \text{ sumatur } M. \text{ Pro } C - \epsilon \\
 \text{sumatur } N \text{ \& pro } C\gamma - C\epsilon + E\gamma + \gamma\epsilon \text{ sumatur} \\
 \text{Pl. Estque } \alpha = \sqrt{q}: 4 Rq - Aq: \text{ Quare } MA \\
 + \sqrt{q}: 4 Rq Nq - Nq Aq: = Pl. \text{ vel } 4 Rq \\
 Nq - Nq Aq = Plq - 2 PLMA + Mq Aq \\
 \text{vel } Mq + Nq) 2 PLMA: - Aq = Mq + Nq) \\
 Plq - 4 Rq Nq \text{ \&c.}
 \end{array}$$

Exem-

Exemplum prop: XII.

0.	R.	1, 0000000000.
I.	α .	1, 9400000000.
II.	$R^2 \alpha^2$	3, 7636000000.
III.	$R^3 \alpha^3$	7, 3013840000.
IV.	$R^4 \alpha^4$	14, 1646849600.
V.	$R^5 \alpha^5$	27, 4794888224.
VI.	$R^6 \alpha^6$	53, 310208315456.
VII.	$R^7 \alpha^7$	103, 42180413198464.

R.	1, 0000000.	Grad.	
α .	1, 9400000.	14, 069.	I.
β .	1, 7636000.	28, 138.	II-2R:
γ .	1, 4813840.	42, 207.	III-3I.
δ .	1, 1102849.	56, 276.	IV-4II+2R.
ϵ .	0, 6725688.	70, 345.	V-5III+6I.
ζ .	0, 1944986.	84, 414.	VI-6IV+9II-2R.
η .	0, 2952415.	98, 483.	VII-7V+14III-7I.

XIX De

Exem-

Exemplum prop: XIV.

o.	R. 1,	0000000000.
I.	A. 0,	2420000000.
II.	R)A ² .	0, 0585640000.
III.	R ²)A ³ .	0, 014172488.
IV.	R ³)A ⁴ .	0, 003429742096.
V.	R ⁴)A ⁵ .	0, 000829997587232.
VI.	R ⁵)A ⁶ .	0, 000200859416110144.
VII.	R ⁶)A ⁷ .	0, 000048607978698654848.

R.	1,	0000000	Grad.	
A.	0,	2420000	13,9.	I.
B.	1,	9414360	27,8.	2R-II.
C.	0,	7118275	41,7.	3 I-III.
D.	1,	7691737	55,6.	2R-4II + IV.
E.	1,	3819675	69,5.	6 I-5III + V.
ζ.	1,	4933016	83,4.	2R-9II + 6IV-VI.
G.	1,	5013963.	97,3.	7I-14III + 7 V-VII.

XXIX. De

XXIX. De sectionibus Angulorum: Et de quot lateribus æquatio quælibet angularium sectionum inventa per propositionem XIV poterit explicari.

Quoniam eadem chorda inservit tum arcui, tum complemento ejusdem ad integrum circulum; æqualitas inter chordam ipsam & chordam segmenti arcus minoris pertinebit etiam ad chordam similis segmenti arcus majoris. Insuper pertinebit ad chordas aliarum sectionum, quæ majorem minoremve in circulationibus componunt, semicirculum vero non excedunt: nempe ad chordam aggregati e segmento arcus dati tum minoris tum majoris, & similis segmenti binorum quaternorum, senorum, &c. circulatorum, modo aggregatum illud semicirculo non sit majus: hoc est modo in trisectione minus sit quam $3)1\frac{1}{2}$ vel $\frac{2}{3}$ in quinquesectione quam $\frac{5}{2}$ in septuisectione quam $\frac{7}{2}$ in nonuisectione quam $\frac{9}{2}$, in undecusectione quam $\frac{11}{2}$ in tredecusectione quam $\frac{13}{2}$, in quadragequinuisectione quam $\frac{45}{2}$ & sic ulterius in infinitum.

Componere arcum v. g. XA intelligit arcum quemcunque qui incipiendo ab eodem peripheriæ puncto X aliquoties (puta tredecies) sumptus, circulatione facta in idem punctum A desinit, talis est arcus 13) C † XA. cujus

F f trede-

tredecupli supra integrum circulum excessus,
est ipse arcus XA .

Binorum vero senorum &c. circularum dicit,
quia si numerus circularum sit impar, signa omnia
mutanda sunt, ut ex adnotatis ad XII & IV hu-
jus facillime colligitur.

Exemplum ponam de tredecusectione, in quo C
significat integrum circulum & N . arcum semi-
circulo minorem tredecusecandum.

Est igitur $13)6C + N$ minor semicirculo: effertur
autem de radicibus septem.

Chorda Chorda

- | | | | | |
|----|---------|-----------|--|-------------|
| 1. | $00 +$ | $13) N$. | 2. | $13) C-N$. |
| 3. | $13) 2$ | $C + N$. | 4. | $13) 3$ |
| 5. | $13) 4$ | $C + N$. | 6. | $13) 5$ |
| 7. | $13) 6$ | $C + N$. | qui semicirculo minor est quia
N minor $\frac{1}{2}C$. | |

Atque hinc sequitur quod in trisectione & quadri-
sectione solutio erit duplex: in quintusectione
& sextusectione triplex: in septusectione
& octusectione quadruplex: in nonusectione
& decusectione quintuplex: in undecusectione
& duodecusectione sextuplex: &c. qui nume-
rus in singulis æqualis est semissi paris imparem
proxime sequentis: quare in quadragequintu-
sectione erit vigetriples.

XXX. Latus homogeneous differentie quadratorum a partibus potestatis cujusque est differentia quadratorum a nominibus radicis. At si species in partibus potestatis cujusque collectæ ipsæ etiam alternatim affirmantur & negentur latus homogeneous summæ quadratorum ex iis est summa quadratorum a nominibus radicis. Exempli gratia.

$$C: Aq - Eq = Q: Ac + 3 AEq \text{ mi: } Q: 3 AqE + Ec.$$

$$C: Aq + Eq = Q: Ac - 3 AEq \text{ pl: } Q: 3 AqE - Ec.$$

Est prop: 4. cap. 17. Clavis Math. quam consule cum pluribus quæ huc spectant, ibidem & in fine Cap. 16. demonstratis. Nam in Cap. 16. prop. 14. quod appellatur triangulum simplex, bicompositum, tricompositum, quadricompositum &c. est triangulum anguli simpli, dupli, tripli, quadrupli, &c.

Hinc multæ oriuntur chordarum in angularibus sectionibus similitudines.

Chorda arcus : & complementi ad semicirculum :
Hypotenuſa quæ & Diameter.

Duplic.

$$Q: H^2 - a^2 : 2Ha. \quad H^2 + a^2.$$

Triplic.

$$C: H^2 - a^2 : 3H^2a + a^3 \quad H^3 + 3Ha^2$$

$\sqrt[4]{}$: Quadrup.

$$QQ: H^2 - a^2 : 4H^3a + 4Ha^3 \quad H^4 + 6H^2a^2 + a^4$$

Quintup.

$$QC: H^2 - a^2 : 5H^4a + 10H^2a^3 + a^5 \quad H^5 + 10H^3a^2 + 5Ha^4$$

Duplic.

$$Q: H^2 - A^2 : 2HA \quad H^2 + A^2$$

Triplic.

$$C: H^2 - A^2 : 3H^2A + A^3 \quad H^3 + 3HA^2$$

$\sqrt[4]{}$: Quadrup.

$$QQ: H^2 - A^2 : 4H^3A + 4HA^3 \quad H^4 + 6H^2A^2 + A^4$$

Quintup.

$$QC: H^2 - A^2 : 5H^4A + 10H^2A^3 \quad H^5 + 10H^3A^2 + 5[A^2 + A^4] \quad [HA^4]$$

2 α A.

$\alpha^2 - A^2$

$$Q: \alpha^2 + A^2 = H^2$$

3 α A-A²

$\alpha^3 - 3\alpha A^2$

$$C: \alpha^3 + A^3 = H^3$$

4 α^2 A-4 α A²

$\alpha^4 - 6\alpha^2 A^2 + A^4$

$$\sqrt[4]{} QQ: \alpha^4 + A^4 = H^4$$

5 α^3 A-10 α^2 A²+A⁴

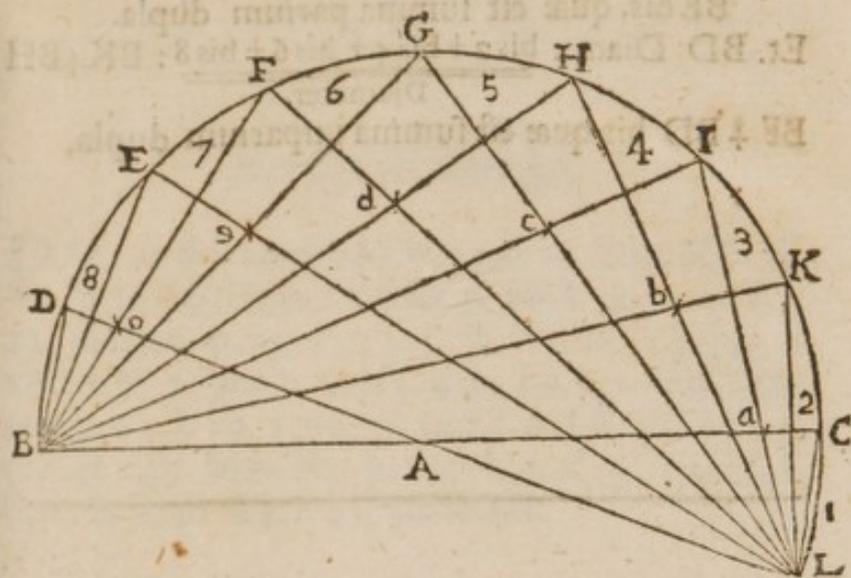
$\alpha^5 - 10\alpha^3 A^2 + 5\alpha A^4$

$$QC: \alpha^5 + A^5 = H^5$$

XXXI.

XXXI. Si semicirculus secetur in quotlibet æquales partes & chordæ ducantur, Erit.

$A: 2R :: 2R+A+a:$ chordæ omnes.



$BD=LC=1.$

$BF=LI=LC + Ia = 1 + \text{bis } 3.$

$BH=LG=LI + Gc = 1 + \text{bis } 3 + \text{bis } 5.$

$BK=LE=LG + Ee = 1 + \text{bis } 3 + \text{bis } 5 + \text{bis } 7.$

$BE=LK=\text{bis } 2.$

$BG=LH=LK + Hb = \text{bis } 2 + \text{bis } 4.$

$BI=LF=LH + Fd = \text{bis } 2 + \text{bis } 4 + \text{bis } 6.$

$\text{Diameter}=LF + Do. = \text{bis } 2 + \text{bis } 4 + \text{bis } 6 + \text{bis } 8.$

BD

$$BD = 1 : \text{Diam} :: 2 : BK :: 3 : BI :: 4 : BH ::$$

$$:: 5 : BG :: 6 : BF :: 7 : BE :: 8 : BD :$$

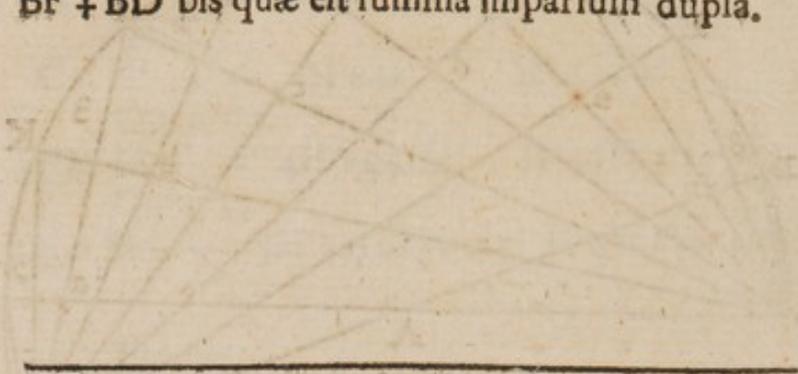
Quare.

$$BD : \text{Diam} :: \frac{1 + \text{bis } 2 + \text{bis } 5 + \text{bis } 7}{BD + BK} : \text{Diam} + BI + BG +$$

BE bis. quæ est summa parium dupla.

$$\text{Et. } BD : \text{Diam} :: \frac{\text{bis } 2 + \text{bis } 4 + \text{bis } 6 + \text{bis } 8}{\text{Diameter}} : BK + BH$$

BF $\frac{1}{2}$ BD bis quæ est summa imparium dupla.



F I N I S.

Pag. 9
p. 13
ii. maj
vectis. N
temp. 6
1. p. 1
S. A. S. E

Errata sic Corrige.

P Ag. 9. lin. 16. Sic $\frac{12}{15}$. p. 11. l. 14. Ergo K > H.
p. 13. l. 9. libræ. l. vectis. p. 16. l. 10. minore. l.
11. majore. p. 19. l. 2. 3. 5. p. 23. N. 1. hujus. l.
vectis. N. 2. pro 2. 3. l. 3. 4. p. 60. l. 9. aut l. au-
tem p. 63. l. 19. 1, 74. p. 140. l. 6. LK. p. 143. l. 9.
 $\frac{1}{3}$: 1. p. 147. MX: NX. p. 149. l. 9. α ζ. p. 174. S, l.
S, A. S, L. p. 184. l. 13. cortinam.

