

**Dissertation sur l'estimation et la mesure des forces motrices des corps /  
Par m. de Mairan.**

**Contributors**

Mairan, Dortous de, 1678-1771

**Publication/Creation**

Paris : C.-A. Jombert, 1741.

**Persistent URL**

<https://wellcomecollection.org/works/jdxyx3ge>

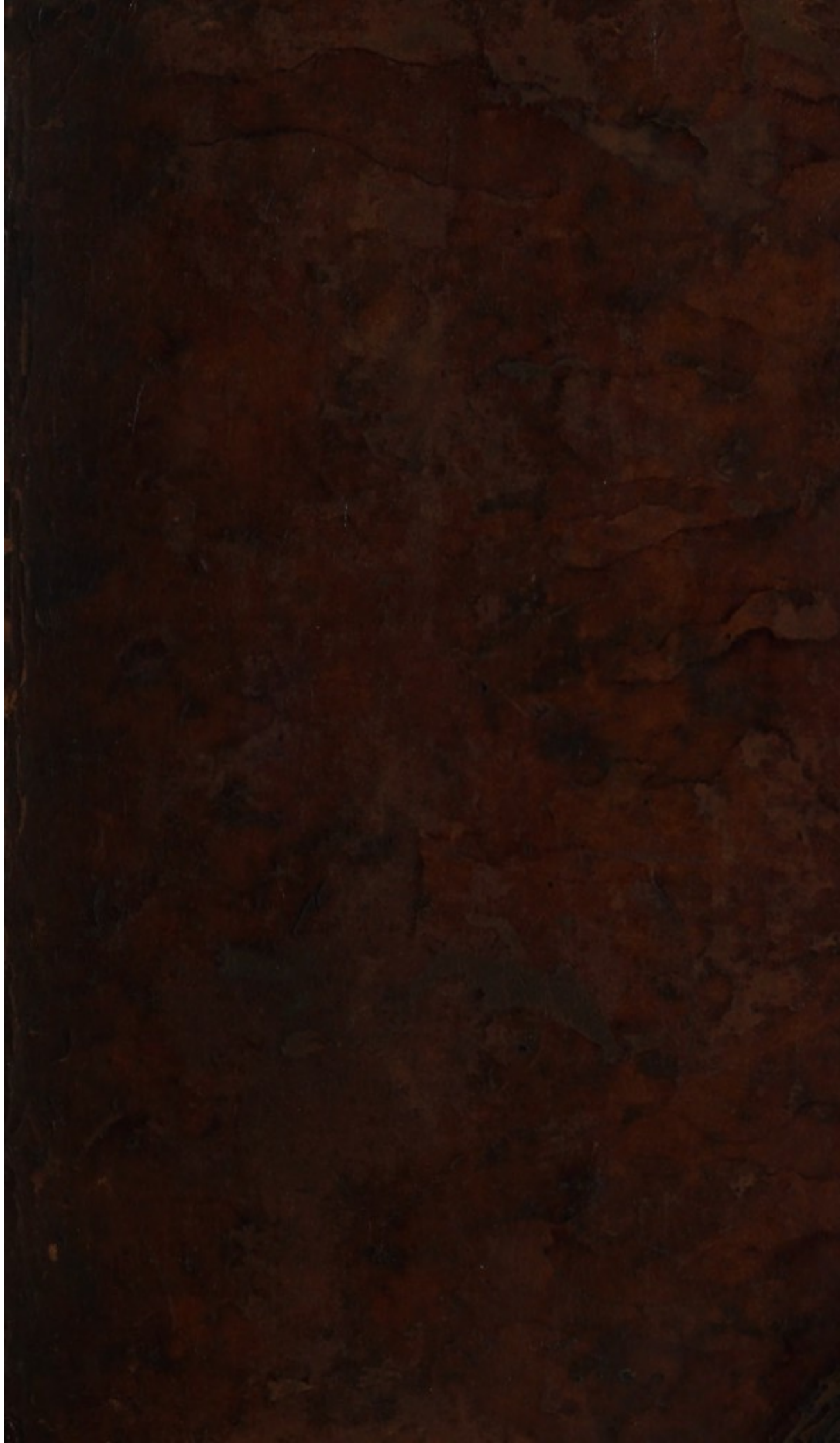
**License and attribution**

This work has been identified as being free of known restrictions under copyright law, including all related and neighbouring rights and is being made available under the Creative Commons, Public Domain Mark.

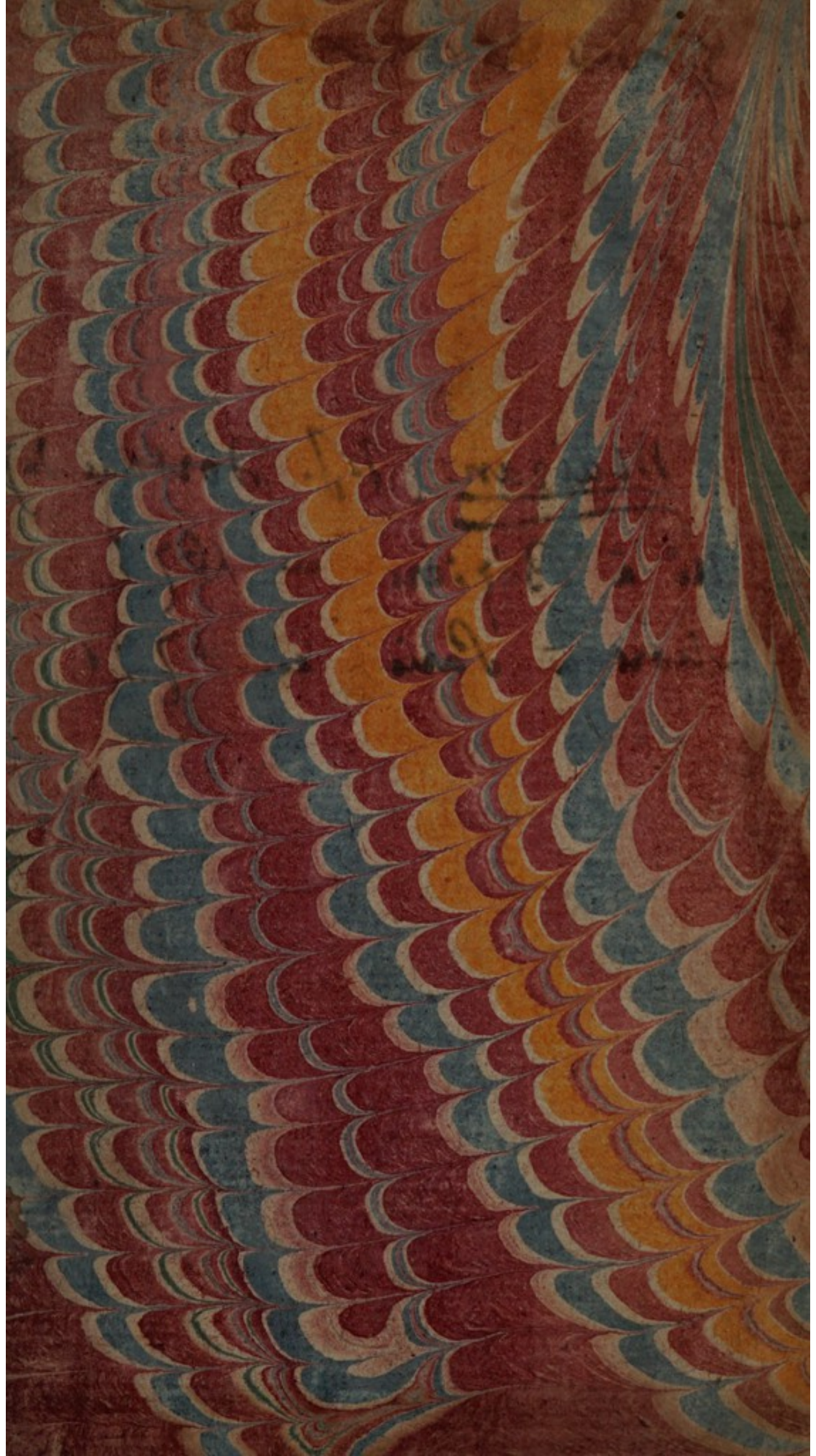
You can copy, modify, distribute and perform the work, even for commercial purposes, without asking permission.



Wellcome Collection  
183 Euston Road  
London NW1 2BE UK  
T +44 (0)20 7611 8722  
E [library@wellcomecollection.org](mailto:library@wellcomecollection.org)  
<https://wellcomecollection.org>







349907 + 34989  
GTP  
HS

2 folding plates

D XIII d 8/6

18

LB 13

But 72-317

Mairan (J. J. Dortous J.)

Ni à Béziers en 1678

Mort à Paris en '77'

(2)

DISSERTATION  
S U R  
L'ESTIMATION  
ET LA MESURE  
D E S  
*F O R C E S M O T R I C E S*  
D E S C O R P S.

*Par M. DE MAIRAN, Secrétaire  
perpetuel de l'Académie Royale  
des Sciences, &c.*

NOUVELLE EDITION.



*A P A R I S,*

Chez CHARLES-ANTOINE JOMBERT, Libraire du Roi  
pour l'Artillerie & le Génie, rue S. Jacques,  
à l'Image Notre-Dame.

---

M. DCC. XLI.

AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROI.

DISSERTATION

sur

LES ESTIMATIONS

ET LA MESURE

DES

FORCES MOTRICES

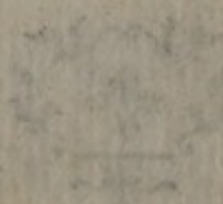
DES CORPS

Par M. le Comte de Laplace

Président de l'Académie des Sciences

de l'Institut National

NOUVELLE ÉDITION



A PARIS

CHEZ M. LAMBERT, Libraire de Roi

pour l'Académie de la Comte, rue de la Harpe,

à l'Écarter Notre-Dame

chez M. LAMBERT, Libraire de Roi

M. DCC. XLII.

AVEC APPROBATION DE L'ACADÉMIE DE LA COMTE

---

AVERTISSEMENT  
DU  
LIBRAIRE.

**C**ETTE Dissertation a été réimprimée par les soins de M. l'Abbé Deidier, & avec le consentement de M. de Mai-  
ran, telle qu'on la trouve dans les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences année 1728. On en verra les raisons à la tête d'une nouvelle Dissertation de M. l'Abbé Deidier sur la même matiere, qui doit paroître avec celle-ci; ces deux Ouvra-

ges se vendront ensemble , ou  
séparément , au choix de l'ache-  
teur.





DISSERTATION  
SUR  
L'ESTIMATION  
ET LA MESURE  
DES  
*FORCES MOTRICES*  
DES CORPS.



Il semble que la Physique ne sçauroit si peu se mêler aux Mathematiques, qu'elle n'y porte le doute & l'incertitude qui lui sont propres. La mesure des *Forces Motrices* des corps est sans doute une Question des plus importantes, & l'un des premiers principes sur quoi roule

Lû à l'Académie le 14.  
Avril 1728.

6 *D I S S E R T A T I O N.*

toute la Théorie du Mouvement ; & des Méchaniques. On sçait cependant combien les plus grands Géometres se trouvent aujourd'huy partagés sur cette matiere : les uns faisant la Force toujourns proportionnelle à la vîteffe du corps en mouvement , & les autres au quarré de cette même vîteffe. J'avoue que ni la diversité de leurs sentimens soutenus de part & d'autre avec beaucoup de sçavoir, ni la difficulté de la Question , ne m'ont point découragé , & qu'au contraire , plus sensible , à l'esperance de réüffir , qu'à la honte de succomber après eux , j'ai voulu tâcher enfin de sçavoir par moi-même à quoi m'en tenir sur le sujet de leurs disputes. J'y ai donc medité avec toute l'attention dont je suis capable, & j'y ai medité long-temps avant que de prendre la plume. C'est aux personnes qui me font l'honneur de m'écouter à juger du succès de cette recherche. Je vais les conduire par le même chemin que j'ai tenu , & leur donner mes réflexions dans l'ordre à

peu près qu'elles se sont présentées à mon esprit.

## I.

*Ce qu'on entend ici par Force , & Mouvement ; & de la mesure de la Force dans les Mouvements uniformes.*

1. Je ne pretens point traiter en Metaphysicien de la Force des corps , ni examiner , si nous en avons une idée claire & parfaite , ou une idée confuse & imparfaite. C'est principalement de l'usage qu'en ont fait les Geometres dans la Mechanique , & des effets sensibles qu'on lui attribue , que je tire l'idée de la Force sur laquelle je vais raisonner.

2. L'effet le plus universellement reconnu de la Force , en tant qu'appliquée aux corps , ou en tant qu'on imagine qu'elle y reside après y avoir été appliquée , c'est le Mouvement ; autre espece d'Etre dont j'écarte encore toute notion Metaphysique , &

arbitraire , pour m'arrêter d'abord uniquement à celle qui fait l'objet des Geometres , & la matiere de leurs calculs. Force , & Mouvement ne sont ici que des grandeurs susceptibles de plus & de moins , & par là toujours relatives à quelque terme , qui leur doit servir de commune mesure.

3. La Force appliquée à un corps que rien n'empêche de se mouvoir , y produit donc du Mouvement , ou , ce qui est la même chose , de ce que je conçois un corps en Mouvement , je conçois une Force qui le fait mouvoir. Ce Mouvement peut , comme on sçait , être uniforme , ou non uniforme , c'est-à-dire , accéléré ou retardé. Comme uniforme il ne sçauroit jamais nous indiquer d'autre mesure de la Force qui le produit , que la simple vîtesse du Mobile multipliée par sa masse. Car par où mesurer une Force , si ce n'est par ses effets ? mais ses effets ne sont ici que des espaces égaux parcourus en temps égaux , selon la propriété des

Mouvements uniformes , & la vitesse elle-même , n'est autre chose que l'espace divisé par le temps. Donc en deux Mobiles égaux *A* , & *B* , mus uniformément avec des Forces inégales , on ne peut assigner d'autre rapport à ces Forces entre elles , que celui des espaces parcourus par les deux Mobiles en temps égaux , ou ce qui est la même chose , que celui de leurs vitesses. Les Mouvements uniformes , tant qu'ils demeurent tels , & que la Force qui les produit ne s'exerce contre aucun obstacle , nous donnant donc toujours cette Force en raison de la simple vitesse , ils ne sçauroient servir à décider la question dont il s'agit , ou plutôt il est clair qu'ils la décideroient absolument en faveur de l'opinion commune.

4. Comme la quantité de Mouvement n'a de même d'autre mesure que l'espace divisé par le temps , il n'est pas moins certain que dans les Mouvements uniformes, on aura toujours ces trois choses proportionnel-

les , Forces , Vîteffes , & Mouvement.

5. Cependant on pourroit concevoir la quantité de Mouvement d'une autre maniere , qui ne differe pas beaucoup de celle qu'on employe à la mesure des Forces , dans l'hypothese qui les fait proportionnelles aux quarrés de vîteffes. Sçavoir , en la faisant tantôt plus petite , & tantôt plus grande , sans rien changer à la valeur de la Force Motrice , & en imaginant seulement que cette Force est appliquée plus ou moins de temps au Mobile avant la rencontre de quelque obstacle qui l'arrête. Par exemple , si deux corps *A* , & *B* , de même masse , se meuvent uniformément avec la même Force , & avec la même vîteffe , mais avec cette difference que l'un ne se meut qu'une heure , & que l'autre se meut deux heures ; on pourra dire , en un sens , qu'ils ont eu deux quantités différentes de Mouvement , & en raison de 1 à 2.

6. Mais on voit bien que cette expression de la quantité de Mouvement

ment en un , ou en deux Mobiles , ne ſçauroit nous donner aucune idée de la Force Motrice primitive , & ne nous indique que ſa durée différente dans le même Mobile , ou dans les deux. Ou , ſi elle nous peut donner la valeur de la Force , ce ne fera jamais que l'égalité , ou la même valeur ; puisſque , par hypothèſe , elle n'eſt pas différente ; quoiqu'il y ait eu , en un ſens , deux différentes quantités de Mouvement dans la Nature. C'eſt que lorsqu'on parle de la Force d'un corps en Mouvement ; & l'on ne ſçauroit trop inſiſter ici ſur cette conſideration , toute ſimple qu'elle eſt ; c'eſt diſ-je , que lorsqu'on parle de la Force d'un corps en Mouvement , & de la quantité de ce Mouvement , on ne prétend parler que de ce qu'il a de Force , ou de Mouvement dans un temps actuel quelconque , & indépendamment de la durée de cette Force , & de ce Mouvement avant ou après le temps qu'on a fixé pour les conſiderer. C'eſt du fonds de cette idée , ou de cette eſpe-

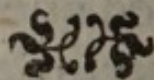
ce de convention tacite que sont prises les Formules ordinaires des Mouvements. Car toute comparaison suppose une commune mesure. Lorsqu'il s'agit de sçavoir quel est le rapport de deux Forces ou de deux quantités de Mouvement, il faut nécessairement supposer égaux, ou les espaces, ou le temps, ou un rapport constant entre les espaces, ou entre les temps, qui revient au même que l'égalité. C'est par là que deux toises parcouruës en deux secondes donnent la même quantité de Mouvement, & la même Force, qu'une toise parcouruë en une seconde. Sans cela l'espace parcouru plus ou moins grand n'est que l'effet, ou la somme de toutes les Forces, & de toutes les vîteses ajoutées l'une à l'autre d'instant en instant, ou plutôt de la même Force, ou de la même vîtesse primitive ajoutée à elle-même, & répétée autant de fois qu'on voudra imaginer d'instans. En un mot la circonstance, & la limitation commune du temps sont absolument neces-

faïres pour se faire une idée distincte, & numerique de ces grandeurs ; & toute autre maniere de les considerer fort de l'hypothese , ne nous apprend rien , & ne sert qu'à embarrasser la matiere.

7. Le choc des corps infiniment durs & inflexibles n'apporte aucun changement à l'évaluation des Forces Motrices que fournit le Mouvement uniforme ; parce que ce choc , & la communication de Mouvement qui en resulte , sont instantanées , & par là ne détruisent point , ou ne suspendent pas même l'uniformité du Mouvement. Ils ne font qu'en changer la vitesse après le choc , en répandant , comme on sçait , la même Force sur une plus grande masse, ou sur un plus grand nombre de masses , sçavoir sur celle du Mobile , & sur celles des corps de même Nature , qu'il rencontre sur son chemin , & avec lesquels il continuë de se mouvoir uniformément , mais avec une moindre vitesse en raison inverse des masses. Aussi les Auteurs les plus celebres qui ont

écrit de l'Estimation des Forces contre l'opinion commune de leur proportionnalité avec les vîteses , ont-ils absolument refusé de raisonner sur la communication du Mouvement entre des corps supposés infiniment durs & inflexibles, ou ils ont été contraints , quand ils en ont admis l'hypothese , d'en déduire les mêmes Regles de Mouvement , & la même Estimation de Forces que dans l'opinion commune.

Nous voilà donc jusqu'à présent conduits par les principes les moins contestés , & par l'Analyse la plus simple à l'Estimation des Forces Motrices des corps en raison de vîteses. Voyons ce que ces mêmes principes , & une semblable methode nous donneront dans les Mouvements retardés & accelerés , & dans le choc des corps mous , flexibles , ou à ressort.



## I I.

*De la mesure des Forces dans les Mouvements retardés ou accélérés. Raisons de douter, difficultés & expériences en faveur de l'opinion de Forces Vives.*

8. Sans examiner si l'on est fondé à refuser dans la question des Forces, d'admettre du moins par voye d'hypothese, le choc des corps infiniment durs, & les conséquences qui s'en déduisent, nous conviendrons que ces corps, non plus que le Mouvement parfaitement uniforme, & le milieu sans resistance ou le vuide absolu dans lequel on les imagine, ne représentent point la Nature telle qu'elle est, qu'ils n'existent pas, ou ne peuvent peut-être pas même exister : c'est une pure fiction. La communication subite & instantanée, qui en est une suite, n'existe pas davantage. Il y a dans la plûpart des

corps une propriété , qui est ce qu'on appelle le ressort ou la vertu élastique , qui agit par la compression , & par la restitution de leurs parties déplacées par le choc , & qui n'agit que dans un temps fini , & par une suite d'impulsions ou d'impressions successives. Or quelque penchant que nous ayons à croire toujours la conduite de la Nature uniforme , quelque apparence qu'il y ait que les suppositions , & les abstractions précédentes ne changent rien à l'Analogie qui doit régner dans ses effets , & qu'elles ne font au contraire qu'en rendre l'examen plus simple , & plus sûr , nous devons cependant nous arrêter ici , & voir si la Force réellement exercée par la collision mutuelle des corps les uns contre les autres , ne nous découvre point en elle quelque degré d'activité , que nous n'y avons point apperçû , qui y étoit caché , ou qui ne pouvoit entrer dans l'hypothèse feinte des corps inflexibles. Je puis donc douter si les Forces Motrices des corps sont comme les vîteses

ses

ses simplement, ou comme quelque puissance ou quelque fonction des vitesses, & je dois d'ailleurs en douter, sçachant que des Geometres du premier ordre soutiennent qu'elles sont comme les quarrés des vitesses.

9. Ces Geometres ont donc distingué deux sortes de Forces dans les corps, & ils les ont appellées *Forces Mortes*, & *Forces Vives*. Voici l'idée qu'ils nous en donnent. La Force Morte est celle que reçoit un corps sans Mouvement, lorsqu'il est sollicité & pressé de se mouvoir, ou de se mouvoir plus ou moins vite, lorsqu'il est déjà en Mouvement; c'est un simple effort, qui subsiste malgré l'obstacle étranger qui l'empêche à tout moment de produire un Mouvement local dans les corps sur lesquels il se deploye. Tel est par exemple, l'effort instantané de la Pesanteur. Un corps pesant soutenu par une table horisontale fait un effort continuel pour descendre, & il descendroit effectivement, si la table ne lui opposoit un obstacle qui le re-

tient. Ainsi la Pesanteur produit une *Force Morte* dans les corps, dont l'effet n'est que momentané. Il en est de même du choc, ou plutôt de la pression de tout fluide, qui pousse une surface qui lui résiste. Or la Nature ou la quantité de la *Force Morte* est, dit-on, la simple vitesse multipliée par la masse.

10. La *Force Vive*, au contraire est celle qui réside dans un corps lorsqu'il est dans un Mouvement actuel. C'est cette Force qu'on fait proportionnelle au quarré de la vitesse. Mais il faut que la *Force Vive* soit actuellement exercée dans la communication du Mouvement, & pendant un temps fini pour se manifester, & pour se montrer proportionnelle au quarré de la vitesse. Elle devient par là toute différente de la *Force Morte*, & , en un sens, de celle que nous avons considérée dans le choc des corps infiniment durs. Elle ne peut ni naître ni périr en un instant, il faut plus ou moins de temps pour la produire, ou pour la détruire dans un

corps ; car il est évident que nul choc, nulle communication de Mouvement n'est instantanée ; & c'est dans cette production & cette perte reciproques & successives de Forces, que consiste le choc, & la communication du Mouvement dans la Nature.

Nous admettons cette Théorie sans admettre la conséquence qu'on en tire sur la mesure des Forces, ou plutôt, nous suspendrons d'abord notre jugement pour l'examiner. Cependant nous ne nous servons du nom de *Forces Vives*, dans la suite de ce Memoire, que pour désigner cette opinion, qui fait les Forces Motrices des corps proportionnelles aux carrés de leurs vitesses.

11. Puisque c'est à la consideration de la Nature telle qu'elle est réellement, ou qu'elle nous paroît dans ses Phénomènes, qu'on doit l'idée des Forces Vives, c'est aux expériences à justifier les Forces Vives. La première expérience qui y ait donné lieu, & la seule sur laquelle semble

se fonder *M. Leibnits*, inventeur de ces Forces, est prise de l'effet le plus commun, & le plus généralement reçu des Mouvements accélérés, ou retardés; & il est vrai que bien entendue, elle suffit, & est équivalente à toutes les autres. Tout corps qui tombe, acquiert en tombant des degrés de vitesse, qui sont comme les temps, tandis que les hauteurs ou les espaces parcourus sont comme les quarrés des temps, & des vitesses. Si l'on considère ce corps en un instant quelconque de sa chute, & qu'on suppose qu'il soit repoussé en enhaut avec la Force acquise, & la vitesse actuelle qu'il a dans cet instant, il est évident, & personne n'en disconvient, qu'il remontera à la même hauteur d'où il avoit commencé de descendre, & dans un temps égal à celui qu'il avoit employé à descendre; & tout cela en vertu d'une certaine Force qui lui est imprimée. Or quelle mesure plus naturelle pourroit-on assigner de la quantité de cette Force, que l'espace qu'elle est ca-

pable de faire parcourir au corps sur lequel elle se deploye ? Mais cet espace est comme le quarré de la vîtesse , il est quadruple par rapport à un autre , tandis que la vîtesse n'est que double. Donc , conclud-on , les Forces qui resident dans les corps en Mouvement , sont comme les quarrés de leurs vîtesses.

12. Les déplacements de matiere , les enfoncemens , les applatiffemens de parties faits dans les corps mous , en vertu de la Force , & de la vîtesse du Mobile acquise en tombant , gardent encore la même Analogie. On prend des boules de même grosseur , & de différent poids. On les laisse tomber sur de l'argile ou sur du suif , de différentes hauteurs , qui sont entre elles comme leurs poids , & les boules font toujourns sur l'argile des impressions & des enfoncemens parfaitement égaux. Leurs masses multipliées par leurs vîtesses , qui ne sont que les racines des hauteurs , ne donneroient pas cependant des produits égaux. Il faut donc multiplier leurs

masses par leurs hauteurs , ou par les quarrés de leurs vîtesses , pour avoir des produits égaux , comme ces enfoncemens & ces déplacements de matiere. D'où l'on conclut que les Forces qui les produisent sont entre elles comme les quarrés des vîtesses. Ce sera la même chose si l'on se sert d'une seule boule ; on aura des enfoncemens inégaux en raison des hauteurs ou des quarrés des vîtesses acquises.

13. Le même effet doit encore se montrer dans le choc des corps élastiques , l'applatissement de leurs fibres ou de leurs ressorts , en vertu du choc occasionné par leur chute de différentes hauteurs , doit suivre le même rapport des hauteurs , ou des quarrés des vîtesses acquises en tombant de ces hauteurs ; & c'est ce qui arrive en effet , & qu'on éprouve en laissant tomber une boule d'ivoire , ou d'acier sur une table de marbre couverte d'un peu de poussiere , ou enduite d'une legere couche de cire , ou de suif. Car les impressions faites

sur cette table seront toujours, ou égales, si les hauteurs des chûtes sont réciproquement comme les pesanteurs des différentes boules, ou inégales en raison des hauteurs ou des quarrés de la vîtesse, si l'on n'y employe que la même boule. Il n'est pas question de revoquer ici en doute aucun de ces faits, nous les tenons de personnes aussi intelligentes, que pratiques à réduire en expériences la Physique la plus delicate. \* Et je montrerai d'ailleurs qu'ils sont une suite nécessaire de la Théorie des Forces la plus incontestable. Voyons présentement si la conclusion qu'on en tire en faveur des Forces Vives coule de la même source, & si nous devons l'admettre.

\* *Polenus*,  
de *Castellis*  
per quæ, &c.  
N. 115. 116.  
&c. *'s Grave-*  
*sande.*

Essai d'une  
nouvelle  
Théorie sur  
le choc des  
corps. N. 36.  
&c. Dans le  
Journ. Litter.  
de la Haye.  
Tome 12.



## III.

*Réponse aux difficultés, & aux expériences qui paroissent favorables aux Forces Vives.*

14. Si un corps de même masse qu'un autre, & avec deux degrés de vitesse, est en état de remonter à une hauteur quadruple de celle où remonteroit celui qui n'a qu'un degré de vitesse, ou de déplacer par son choc quatre fois plus de matière; ne faut-il pas conclure que sa Force est quadruple de celle de l'autre, ou en raison du quarré de la vitesse? les effets ne font-ils pas toujours proportionnels à leurs causes, & y a-t-il ici d'autre cause de l'ascension du corps, ou du déplacement de parties, qu'il produit par son impétuosité & par son choc, que la Force qui lui est imprimée, celle-là même qui s'y consume? oui sans doute, il n'y a point ici d'autre cause de tout ce que  
fait

fait le corps en Mouvement, que la Force qui lui procure le Mouvement. Il n'est pas moins vrai aussi que ces effets doivent être proportionnels à leur cause. Mais n'oublions pas en même-temps le grand principe, que qui dit proportion sous-entend commune mesure. Cette commune mesure est le temps; du moins puis-je prendre le temps, ou des temps égaux, pour terme de la commune mesure des deux Forces que je compare. Or cela posé, je ne trouve dans les effets du corps qui a deux fois plus de vitesse, qu'un effet double, & non quadruple, un double espace parcouru, & un double déplacement de matière en des temps égaux. D'où je conclus par le principe même de la proportionnalité des effets avec leurs causes, que la Force Motrice n'est que double & non quadruple, comme la simple vitesse, & non comme le quarré de la vitesse.

15. Que l'effet total ne soit quadruple qu'en un temps double, c'est ce qui ne souffre aucune difficulté à

l'égard de l'espace parcouru , ou du corps qui tombe , & qui a acquis par sa chute deux degrés de vitesse , ou qui remonte par la même vitesse acquise. Pour s'en convaincre plus parfaitement , il n'y a qu'à réduire le Mouvement accéléré en uniforme , comme a fait M. de *Fontenelle* d'après M. le Chevalier de *Louville* , dans

• pag. 83. l'Histoire de l'Académie 1721. \* car comme on sçait que les espaces parcourus uniformément , en vertu de la vitesse acquise par l'accélération , seroient doubles de ceux que l'accélération avoit fait parcourir , il suit que le corps qui remonte avec 1 de vitesse pendant 1 seconde , par exemple , & qui ne parcourt que 1 toise à cause du retardement , en parcourroit 2 , si son Mouvement avoit été d'abord uniforme ; & que le même corps poussé avec 2 de vitesse , & qui par là auroit parcouru 4 toises en 1 seconde , en parcourra 8 en 2 secondes , en vertu de la même vitesse , & du Mouvement uniforme. D'où il suit qu'en comparant les deux Mou-

vemens en des temps égaux, on ne trouve dans chaque seconde que 2 toises parcouruës par le corps qui avoit 1 degré de vitesse, & 4 toises par le corps qui en avoit 2 degrés. Ainsi les Forces Motrices dont la quantité seroit mesurée par la longueur de ces espaces, ne peuvent être entre elles que comme leurs racines, ou comme les simples vitesses.

16. Cette réduction du Mouvement accéléré en uniforme fait voir leur analogie, & ne peut apporter ici aucune erreur. Elle ne peut rien changer à la quantité de Force qui réside dans un corps à l'instant où il va se mouvoir, quel que doive être ce Mouvement, ou retardé ou uniforme. Car en imaginant la Force Motrice toujours la même, il ne s'agit pour rendre uniforme le Mouvement qu'elle alloit produire, ou que l'on considère dans cet instant, que d'ôter les résistances, les impulsions de la pesanteur, par exemple, ou les obstacles quelconques, qui pouvoient l'arrêter sur son chemin, ou

la consumer peu à peu. Comme au contraire pour rendre ce Mouvement retardé d'uniforme qu'il alloit être, il ne faut qu'y introduire ces mêmes obstacles ou résistances. Ce qui est tout-à-fait étranger à la force que l'on cherche à connoître, & ne sçauroit par conséquent rien ôter ni ajouter à la mesure de sa quantité considérée en elle-même.

17. Il ne faut qu'un peu d'attention pour voir que tout ce qui vient d'être dit des espaces parcourus en raison des quarrés de la vîtesse acquise, est applicable aux déplacements de matiere, aux enfoncemens, & aux applatiffemens, qui suivent le rapport des mêmes quarrés, & qui font le sujet des expériences des N<sup>o</sup>. 12. & 13. Car il est évident que la vîtesse acquise par la chute, & éteinte ensuite peu à peu par les résistances successives des parties de l'argile, ou des fibres élastiques du corps à ressort, à mesure que le Mobile déplace les unes & les autres, ou qu'il en change la figure, il est, dis-je, évi-

dent , que tout cela se doit faire par des degrés tout-à-fait analogues à ceux de l'accélération , ou du retardement ; que la vitesse double , par exemple , doit être deux fois plus de temps à périr que la vitesse simple , & que , puisque en qualité de vitesse double , elle doit agir doublement à chaque moment, son effet doit être quadruple en un temps double. Et il faut prendre garde , que si ces mêmes parties de l'argile, ou ces mêmes fibres élastiques enfoncées , ou aplaties reprenoient leur place , ou leurs figures , avec les mêmes vitesses qui les en a tirées , & que de passives qu'elles étoient , elles devinssent actives à l'égard du même Mobile , il n'y a pas de doute qu'elles ne le repouffassent à la même hauteur & au même point d'où il étoit tombé. De sorte que si l'on imagine une ligne *AB* , menée du premier point , *A* , de la chute , jusqu'à celui où cette chute & le Mouvement du corps se termine dans l'argile *IRG* , après le dernier enfoncement *B* , cette ligne

Fig. I.

*Fig. I.* se trouvera partagée par le premier point du contact  $T$ , ou par la surface  $IR$ , de l'argile, en raison réciproque des résistances, ou des accélérations éprouvées de part & d'autre du point  $T$ , ou de la surface  $IR$ . Sçavoir dans l'air  $TA$ , en vertu des impulsions de la Pesanteur ( faisant abstraction de sa résistance particulière en qualité de fluide ) & dans l'argile  $TB$ , en vertu de sa masse, de sa ténacité, & de l'Inertie de ses parties. Ce point  $T$ , sera le *Maximum*, ou le terme des plus grandes vîtesses acquises du Mobile, soit en tombant du point  $A$ , soit en étant repoussé du point  $B$ , par les parties de l'argile, qui reprennent leur place; après quoi le Mouvement est toujours retardé, soit en allant de  $T$ , vers  $A$ , soit en allant de  $T$ , vers  $B$ .

18. C'est la même chose à l'égard des applatiffemens des boules à ressort, qu'on laisse tomber sur une table de marbre, leur vîtesse est accélérée depuis le commencement de leur chute jusqu'au point du contact

de la table , après lequel leur centre s'approche de la surface de cette table , en diminuant toujours de vitesse , & il en est enfin repoussé en passant par les mêmes degrés en ordre renversé , ou par une accélération toute semblable : ainsi que je l'ai montré ailleurs plus en détail \*. Il faut seulement se souvenir dans toutes ces expériences , qu'on y suppose la ténacité de l'argile , & la roideur des fibres élastiques assez grandes pour ne céder sensiblement qu'au choc , & point du tout à la Pesanteur des boules qu'on y employe , si elles étoient dénuées de toute vitesse : Sans quoi la conclusion qu'on en tire en faveur des Forces Vives ne seroit pas exacte.

\* Rech. Physicomath. sur la Réflexion des corps. art. IV. pp. 14. 15. & 16. Mémoires de 1722.

19. L'Analogie suffit seule pour faire voir que la Force double , par exemple, en conséquence d'une double vitesse , doit être deux fois plus de temps à périr que la simple , de part & d'autre du point *T*, du contact de l'argile , ou de la table , & que les temps étant proportionnels

aux vîteses acquises , ou perduës , depuis la chute jusqu'à ce point , ils doivent l'être de même depuis ce point jusqu'au dernier enfoncement , ou à la dernière contraction du ressort. Mais c'est ce que je démontrerai encore bientôt *à priori*. Cependant il est clair , cela posé , que les expériences dont il s'agit , ne donnent rien jusques là que de très-conforme à la Théorie ordinaire des Forces , & du Mouvement , sçavoir des effets doubles en des temps égaux , & des effets quadruples en des temps doubles , lorsque la vîtesse est double : en un mot des effets proportionnels aux vîteses , & non aux quarrés des vîteses. Et il n'en faudroit pas davantage , je le dirai ici en passant , pour mettre *Descartes* , & les *Cartesiens* à couvert du reproche d'erreur que leur fait l'illustre Auteur des Forces Vives , dans l'ouvrage où il en a donné la première idée , & où il prétend montrer combien il est contradictoire de faire la Force Motrice équivalente à la quantité de Mouve-

ment, & d'en conclure comme *Descartes*, que Dieu conserve toujours la même quantité de Mouvement dans la Nature. Car soit qu'il y ait, ou qu'il n'y ait pas toujours la même quantité de Mouvement dans la Nature, il est certain par tout ce que nous venons de remarquer, & à en juger par les effets mêmes, qu'on n'y sçauroit assigner aucun temps, où la Force Motrice ne soit pas proportionnelle au Mouvement; puisqu'à chaque instant donné, elle l'est à la vitesse, & non au quarré de la vitesse.

I V.

*Nouvelles difficultés, & instance  
pour les Forces Vives.*

20. Mais nous ne nous en tiendrons pas à cette réponse contre les Forces Vives, & sur les expériences précédentes. Quelque solide que cette réponse puisse être par voye d'exception, elle nous paroît insuffisan-

te pour lever la difficulté , ou pour éclairer entièrement l'esprit sur cette matiere. Car enfin , pourra-t-on ajoûter , qu'importe que l'espace parcouru , la quantité de matiere déplacée , les ressorts aplatis , & tous les effets produits par une Force , le soient en un, ou en deux temps ? N'est-elle pas toujours proportionnelle aux effets qu'elle est capable de produire en ces temps quelconques ? Et si ces effets sont comme les quarrés de la vîteffe , la Force n'est-elle pas en même raison ? N'est-ce pas en vertu de sa Force qu'un corps qui parcourt deux toises , par exemple , en un temps , par rapport à un autre qui n'en parcourt qu'une , ne cesse aussi d'agir , de se mouvoir , ou de déplacer la matiere qui s'oppose à son Mouvement , qu'en deux fois autant de temps ? Et si l'effet total qui résulte de cette double circonstance , si cette double cause d'activité , qui est certainement contenuë dans la Force , est quadruple , ne faut-il pas conclure que la Force productrice devoit être qua-

druple ? Il n'en est pas ici comme du Mouvement uniforme ( N<sup>o</sup>. 5. & 6. ) & nous ne sçaurions dire que la succession des instans , ou des espaces parcourus , ne change rien à la Force actuelle qui tient le corps en Mouvement , & qui l'y tiendrait une Eternité , sans rien perdre ni acquérir , si quelque cause étrangere ne la venoit modifier ou détruire. Ce qui ôte l'uniformité du Mouvement , dans le Mouvement retardé , diminuë d'autant la Force qui le produit , & la consume enfin toute entiere. Il faut donc tenir compte à la Force de ce plus de durée du Mouvement, qu'elle procure au corps dans lequel elle réside. Ainsi il est évident qu'elle doit être d'autant plus grande qu'elle est capable d'agir plus long-temps avec une plus grande vîtesse. Elle est donc en raison composée de la vîtesse , & du temps. Mais les temps sont ici comme les vîtesses ; donc les Forces Motrices seront entre elles comme les quarrés des temps , ou comme les quarrés des vîtesses.

## V.

*Réponse à l'instance ; Raisons de  
douter , difficultés , & expériences  
contre les Forces Vives.*

21. Voilà sans doute le fort de la difficulté , & la source du mal entendu , s'il y en a sur cette matiere. Je suspens donc encore mon jugement , & je remarque 1°. Qu'il seroit bien extraordinaire qu'une Analyse aussi simple , & des principes aussi clairs que ceux que nous avons employés jusqu'ici nous eussent conduits à faire la Force toujours proportionnelle à la quantité de Mouvement , ou à la vitesse dans les Mouvements uniformes , & dans les retardés , ou accelerés réduits en uniformes , & que cependant en vertu de sa durée , & d'une seconde de plus , par exemple , cela cessât d'être , & qu'il fallût changer la quantité qu'on lui a assignée , & qu'on lui a dû assigner dans la premiere secon-

de. Il est inutile d'alleguer , comme on a fait souvent sur cette matiere , qu'il faut quatre fois plus de Force à un homme pour porter le même fardeau quatre lieuës , que pour le porter une lieuë. Il est vrai qu'il y emploie , & qu'il y dépense , pour ainsi dire , quatre fois plus de Force : mais la Force qu'il emploie à la quatrième lieuë , & à la quatrième heure , par exemple , ne diffère pas en quantité de celle qu'il avoit à la première lieuë , & à la première heure. Il ne s'ensuit pas encore , qu'il eût pû porter un fardeau quatre fois plus grand à la première lieuë , & pendant la première heure. C'est qu'il n'est pas toujours possible d'exercer , ni même d'avoir en soi , dans un certain temps , la Force qui se déploie successivement en plusieurs temps , & qu'il se mêle ici mille circonstances Physiques , qui ne permettent pas d'en faire la comparaison avec la Force des Mobiles inanimés. Avoir quatre fois la même Force consécutivement , n'est pas la même chose ,

qu'avoir quatre fois autant de Force en un même instant. Ce n'est pas en vertu d'une impétuosité qui lui est imprimée au commencement de sa marche, qu'un Animal porte un fardeau pendant un certain temps, & il ne diminuë pas, ou n'augmente pas de vitesse dans la raison des Mouvements retardés ou accélérés; il tient plus du Mouvement uniforme, & aussi les ressources de la respiration, & des alimens peuvent être à son égard, ce qu'est à l'égard des Mouvements uniformes, l'application continuë de la même Force, qui n'a pas d'autre mesure (N°. 6.) à un certain temps, ni à un certain point de l'espace parcouru, qu'à un autre. Au lieu que la Force imprimée à un corps par le choc diminuë toujours, en s'exerçant sur un autre par un semblable choc, parce que la somme de ce qu'elle est pendant tous les instans de sa durée, ne diffère pas de sa véritable quantité, avant que d'avoir commencé à périr. Il paroît donc inconcevable, que la mesure de la

Force qui résulte des circonstances du premier, ou du second temps du choc, pris séparément, soit différente de celle qui résulte des deux temps pris ensemble.

22. 2°. Si les expériences qu'on vient de voir paroissent prouver que les Forces sont entre elles comme les quarrés des vîteses, une expérience encore plus ancienne, plus simple, & plus maniée, & acceptée des deux partis, semble prouver évidemment le contraire. C'est celle de deux corps mous, ou à ressort, qui viennent se choquer par des Mouvements contraires, & avec des vîteses qui sont entre elles en raison inverse de leurs masses. Car on sçait qu'il en résulte le repos, si les corps sont mous & sans ressort; & un retour en arrière après le choc, avec les mêmes vîteses qu'avant le choc, si les corps ont du ressort. Tout le contraire devoit cependant arriver, si les Forces étoient comme les quarrés des vîteses, & le corps par exemple, qui auroit 3 de vîtesse avec 1 de masse,

& par conséquent 9 de Force, devroit nécessairement emporter celui qui avec 3 de masse n'auroit que 1 de vitesse, & par là seulement 3 de Force.

23. On répond que ce triple de Force, qu'a le corps qui se meut avec 3 de vitesse, est consumé par les enfoncemens, & les déplacemens de matiere qu'il fait sur celui qui n'a que 1 de vitesse. Mais quel est le point d'appui des efforts nécessaires pour produire ces enfoncemens, & cette *introcession* de matiere ? Qu'est-ce qui les soutient par une réaction égale à l'action ? N'est-ce pas le centre de Gravité de la masse triple, qui n'a que 1 de vitesse ? Cette masse elle-même ne consume-t-elle pas autant de sa Force à soutenir les efforts de ces déplacemens, que le corps choquant perd de la sienne à les produire, & ce qu'elle en consume ne la dispose-t-il pas d'autant à céder ? Il n'y a donc point d'efforts perdus à cet égard, ou plutôt ceux qui sont perdus d'une part, sont communi-  
qués

qués de l'autre par un échange réciproque. Ainsi la masse inférieure en Force doit être entraînée.

24. Ceci devient encore plus évident dans le cas des corps à ressort. Car les enfoncemens, & les applatiffemens qu'ils souffrent mutuellement dans le choc, sont, en vertu du retablissement qui leur succede, la source même de la Force nécessaire pour retourner en arriere, avec les mêmes vîteffes après le choc qu'ils avoient avant le choc. Donc si les Forces étoient comme les quarrés des vîteffes, celui qui n'avoit que 1 de vîteffe, & 3 de masse, seroit repoussé en arriere par le choc de celui qui avoit 1 de masse, & 3 de vîteffe, avec plus de Force ou de vîteffe, qu'il n'en avoit avant le choc; ce qui est contraire à l'expérience.

25. 3°. Mais je vais plus loin, & je demande, ne se pourroit-il pas que la Force demeurant toujours en raison de la simple vîteffe, se trouvât capable de produire des effets proportionnels au quarré de la vîteffe.

se ? Qu'étant double , par exemple , en vertu d'une double vitesse , il fût de sa nature de produire des effets quadruples par rapport aux obstacles qui s'opposent à son action ? Et cela ne viendrait-il pas de ce qu'une Force double , en vertu d'une double vitesse , & qui , par rapport à une autre , agit doublement en des temps égaux , agit encore peut-être deux fois autant de temps , ou ne se consume qu'en deux fois autant de temps , par cela même qu'elle est double , & qu'elle résulte d'une double vitesse ? De sorte qu'au lieu de conclure qu'une Force est quadruple , parce que les espaces parcourus , les déplacements de matière , & tous les autres effets semblables qu'elle produit le sont , il faudra conclure au contraire , de ce que ces effets sont quadruples , ou en général , comme le quarré de la vitesse , qu'elle n'est que double , ou en général comme la simple vitesse. Il me semble qu'à cette nouvelle vue , toutes les difficultés se dissipent , & qu'il ne restera plus

bientôt ici de sujet de doute, ni d'apparence de contradiction.

V I.

*Proposition fondamentale, solution  
des difficultés, & explications  
en général.*

26. Il ne s'agit donc que de s'assurer de la vérité de cette proposition, *Qu'une Force quelconque, en tant qu'elle résulte de la vitesse du Mobile où elle réside, agit contre les obstacles successifs qu'elle rencontre en temps égaux, en raison de la vitesse, & de plus agit ou se déploie pendant un temps qui est encore en raison de cette même vitesse; ce qui donne une action totale, qui est comme le quarré de la vitesse. De sorte que les espaces parcourus dans le Mouvement accéléré ou retardé, les impressions & les déplacements de matiere dans le choc & la collision mutuelle des corps, étant comme les quarrés des vitesses, les Forces qui font parcourir ces espaces, & qui produisent ces impressions & ces déplace-*

*mens de matiere , & qui s'y consomment , ne sont qu'en raison des simples vitesses.*

Nous allons examiner cette Proposition , l'expliquer , & en détailler toutes les parties , dans les exemples suivans.

27. Nous nous attacherons principalement à mettre dans son jour ce qui regarde les espaces parcourus , parce que , comme nous l'avons déjà infinué ( N<sup>o</sup>. 11 , ) & comme l'on s'en convaincra pour peu que l'on y fasse attention , tous les autres effets du Mouvement , & du choc , les parties de matiere déplacées , les ressorts bandés ou aplatis , & en général tout ce qu'on apporte d'expériences sur ce sujet , se réduisent à celle de l'espace parcouru par un Mouvement retardé , ou ne concluent qu'autant qu'elles y sont ramenées ; sans compter que s'il est une fois bien démontré que les Forces Vives n'ont pas lieu par rapport aux espaces parcourus , d'où elles ont pris naissance ( N<sup>o</sup>. 11 , ) il est plus que probable qu'elles ne sont pas moins imaginaires dans les

autres Phénomènes. Nous supposons aussi avec tous les Auteurs modernes qui ont traité de la chute des corps , & conformément au système de *Galilée* accepté de part & d'autre sur cette matière. 1°. Que la Pesanteur en temps égaux produit des vitesses égales dans les corps qui descendent , & qu'elle ôte des vitesses égales à ceux qui montent, du moins sensiblement , & près de la surface de la Terre, où sont faites nos expériences. 2°. Que ces vitesses acquises , ou perduës par le Mobile , en vertu de la Pesanteur , le sont ou peuvent l'être par des impulsions redoublées d'instant en instant. Car quand la Pesanteur agiroit d'une manière continue , & absolument indivisible , il n'y a pas plus d'inconvenient à le supposer ainsi dans les calculs , qu'à prendre les Courbes pour des Polygones d'une infinité de côtés dans la résolution des Problèmes de Géométrie. Je puis donc imaginer que les impulsions de la Pesanteur étant réunies au commencement ou à la fin de

chaque espace infiniment petit , ou , ce qui revient ici au même , de chaque pied ou de chaque toise prise pour exemple , & parcourüe par le Mobile qui monte , font sur ce Mobile le même effet , que si toute Pesanteur ôtée , il y avoit à chacun de ces points des particules égales de matiere à déplacer , ou de petites lames de ressort à soulever ou à bander. En un mot , je puis toujourns comparer la Pesanteur à des obstacles ou des résistances quelconques , qui lui sont analogues ; comme réciproquement , je puis comparer les résistances quelconques des particules de matiere déplacées , ou des ressorts pliés , aux impulsions contraires de la Pesanteur réunies à certains points de l'espace parcouru.

28. Cela posé , soient toujourns les deux Mobiles de masse égale , *A* , & *B* , mûs avec différentes vîteffes , & telles , par exemple , que la vîteffe de *A* soit double de celle de *B*. Supposons de plus que ces deux Mobiles ne trouvent aucun obstacle , aucune ré-

sistance , ni impulsion contraire sur leur chemin , c'est-à-dire qu'ils se meuvent , ou se vont mouvoir d'un Mouvement uniforme sur les droites  $AD$  ,  $Bd$ . Ils y parcourront des espaces , qui seront entre-eux comme les vîteses qui les font parcourir , c'est-à-dire , que dans le temps que  $B$  , parcourt 2 toises ,  $Bd$  ,  $A$  en parcourt 4 ,  $AD$  , & ainsi de suite. Je dois donc jusqu'ici supposer les Forces Motrices des corps  $A$  , &  $B$  , entre elles , comme les vîteses , & comme les espaces parcourus ( N<sup>o</sup>. 3 ). Mais si elles sont telles dans l'instant où elles commencent d'agir sur ces Mobiles , dans l'hypothese qu'ils vont se mouvoir d'un Mouvement uniforme , pourquoi ne les pourrois-je pas supposer telles dans l'hypothese qu'ils vont se mouvoir d'un Mouvement retardé ? Mettre des obstacles , des résistances ou des impulsions contraires , sur le chemin d'un Mobile , ou les en ôter , change-t il quelque chose à la quantité de la Force qui lui est appliquée , & qui le va faire mou-

voir sur ce chemin ? Non sans doute ; & nous l'avons déjà remarqué ( N<sup>o</sup>. 16 ). Ce sont des circonstances tout-à-fait étrangères à la valeur de la Force Motrice ; elles peuvent en diminuer l'effet , ou même l'éteindre en qualité de Forces contraires ; mais elles ne sçauroient faire qu'elle change de nature , ou de valeur , qu'elle soit plus ou moins grande. Donc si je tire de l'hypothèse des Forces Motrices en raison des vîteses , les espaces parcourus en raison des quarrés , & tout ce qui arrive au Mouvement retardé ou accéléré , je n'ai que faire de supposer les Forces comme les quarrés des vîteses , & cela seroit contre les regles de la bonne Logique.

29. J'introduis donc ici les impulsions de la Pesanteur , & je les répands , pour ainsi dire , sur les chemins à parcourir des Mobiles *A* , & *B*. Cela posé , je sçai qu'elles retarderont , & qu'elles éteindront enfin tout leur Mouvement. Supposons , par exemple que tout le Mouvement  
de

de *B* soit éteint en 1 seconde de temps, & qu'au lieu d'avoir parcouru la longueur *Bδ*, de 2 toises, comme il auroit fait, s'il n'avoit trouvé aucune impulsion contraire, il n'a parcouru que la longueur *Bβ*, de 1 toise. Par l'égalité continuelle des impulsions de la Pesanteur contre le même Mobile, ou son semblable, on sçait, & l'expérience le confirme, qu'elle fera perdre de même en temps égal un semblable espace au Mobile *A*, quel que soit le rapport fini de sa vîtesse à celle du Mobile *B*. Donc le corps *A*, au lieu de parcourir à la premiere seconde la longueur *AD*, de 4 toises, ne parcourra que la longueur *AC*, de  $4 - 1$ , ou de 3 toises. Mais on sçait de plus que les vîtesses acquises, ou perduës sont comme les temps; donc le Mobile *A*, n'aura perdu que 1 degré, ou la moitié de sa vîtesse, parce qu'il en avoit 2 degrés, tandis que le Mobile *B*, en ayant perdu 1 de même, a perdu toute la sienne, parce qu'il n'en avoit que 1 degré. Mais 1 degré de

vitesse , doit faire parcourir au corps *A* , en une seconde , le même chemin que *B* a parcouru en un semblable temps. Donc *A* parcourra encore 1 toise *CD* , ce qui fait 4 toises en tout. Donc en vertu d'une Force double résultante d'une double vitesse , le Mobile *A* s'est mû deux fois plus de temps que le corps *B* , & il a parcouru à chaque temps l'un portant l'autre deux fois plus d'espace ; ce qui fait en tout un espace quadruple , ou en raison du quarré de la vitesse. Cela n'a besoin que de quelque éclaircissement pour emporter une conviction entiere.

## V I I.

*Solution , & explications plus particulieres.*

30. Je dis que le Mobile *A* a parcouru deux fois plus d'espace à chaque temps l'un portant l'autre , & non pas à chaque temps absolument

parlant ; parce que dans l'exemple il parcourt 3 toises au premier temps , & une toise seulement au second. Cependant j'aurois pû le dire relativement à la Force & à la vîtesse , en tant que doubles , parce qu'à la rigueur , tant qu'elles demeurent dans ce rapport , eu égard à la Force , & à la vîtesse du corps *B* , elles doivent produire cet effet , comme dans le Mouvement uniforme. Mais parce qu'elles n'y demeurent qu'un instant , & que le rapport change continuellement dans les instans suivans , dont on conçoit qu'est composé le temps fini où l'on les considère , l'espace actuel parcouru ne sçauroit être dans le même rapport , mais dans celui qui résulte de la suite changeante de ces rapports. Or il suffit de remarquer ici, que l'espace parcouru par le corps *A* , dans le premier temps fini , est plus que double de celui que parcourt le corps *B* , en un temps égal ; parce que le rapport devient plus que double , d'abord après le premier instant , & qu'il se termine enfin par

être infini , puisque le Mobile *A* se meut avec un degré de vîtesse , & monte encore , lorsque *B* cesse totalement de se mouvoir, ou de monter. Le corps *A* parcourt donc toujours en un instant quelconque un espace proportionnel à la vîtesse qu'il a dans cet instant. Ainsi à considérer le rapport des vîtesses de *A*, & de *B*, quand ils commencent à se mouvoir , l'un devoit parcourir 4 toises , & l'autre 2 ; & ils les auroient en effet parcouruës , n'étoit les impulsions contraires de la Pesanteur, qui en temps égal ôtent une toise de l'espace de chacun, & réduisent par conséquent celui du Mobile *A* , à 3 toises , & celui du Mobile *B*, à 1 toise. Pour mieux sentir la vérité de cette Remarque , subdivisons le degré de vîtesse , & le temps , en un nombre quelconque de parties : plus ce nombre sera grand , plus le rapport des espaces parcourus au commencement approchera du rapport de Force ou de vîtesse assigné aux Mobiles *A* , & *B*. C'est pourquoi si au lieu de 2 & 1

nous prenons 8 & 4, on aura dans les 8 instans de *A*, les espaces parcourus, 15, 13, 11, &c. Et dans les 4 instans de *B*, les espaces, 7, 5, &c. De sorte que le Mobile *A* parcourra d'abord 15 d'espace, dans la partie de temps que le Mobile *B* employe à en parcourir 7. Ce qui ne diffère de la raison de 2 à 1, que de  $\frac{1}{15}$ ; au lieu que dans le premier cas, il différoit de  $\frac{1}{3}$ . Si au lieu de 8, & 4, nous prenons 10, & 5, la différence ne sera plus que de  $\frac{1}{19}$ , & ainsi de suite jusqu'à l'infini, où la différence disparaît totalement, & où l'on peut dire, que les espaces parcourus dans les premiers instans par le corps *A*, sont exactement doubles des espaces parcourus par le corps *B*. Après cela ils seront plus que doubles, parce que le décroissement de vitesse arrive aux deux Mobiles par une suite ou progression Arithmetique, d'où il suit que le rapport Géométrique de la vitesse du plus grand, *A*, doit augmenter à l'égard de la vitesse du plus petit, *B*. Mais l'espace parcouru est

toûjours proportionnel à la vîtesse actuelle , comme dans les Mouvements uniformes.

31. On voit donc que le corps *A* , à qui on suppose , par exemple , une Force double , résultante d'une double vîtesse par rapport au corps *B* , qui lui est égal , & qui n'a que 1 de Force & de vîtesse , on voit , dis-je , que le corps *A* , doit parcourir à chacun des instans communs du commencement de la Suite infinie , des espaces qui sont doubles des espaces parcourus par le corps *B*. Mais on ne voit peut-être pas encore , du moins dans un certain détail , pourquoi le corps *A* se meut deux fois plus de temps que le corps *B* , malgré les obstacles surmontés dans le premier temps , en raison de sa superiorité de Force , & de vîtesse. Il semble au contraire que le Mobile qui a le plus de vîtesse , ayant surmonté à chaque instant un nombre d'obstacles proportionnels à sa vîtesse , il doit avoir fait tout ce qu'il pouvoit faire , & avoir perdu tout ce qu'il avoit de

Force , si la Force n'étoit que proportionnelle à la vîtesse.

32. Mais il faut prendre garde , que le Mobile superieur en Force, en même raison que la vîtesse , ne perd de cette Force , & de cette vîtesse en temps égaux , que ce qu'en perd le Mobile inferieur en Force , & en vîtesse. C'est-à-dire , que *les pertes de Force , & de vîtesse des Mobiles , qui parcourent différens espaces , ou qui surmontent un différent nombre de mêmes obstacles , sont toujours comme les temps employés à parcourir chacun de ces espaces , & à surmonter chacun de ces obstacles ; & la raison en est , que les impulsions contraires , les résistances , ou , si l'on veut , les Forces contraires agissent d'autant plus , ou d'autant moins , toutes choses d'ailleurs égales , contre celles qui les surmontent , & qu'elles consomment , qu'elles leur sont appliquées plus ou moins de temps.* Ainsi le corps *A*, superieur en Force , & en vîtesse surmonte deux obstacles , par exemple , dans l'instant où le corps *B*, n'en surmonte qu'un , parce qu'il les surmonte , ou qu'il les parcourt cha-

cun en particulier , avec le double de vitesse , & de plus chacun de ces obstacles , ne lui fait perdre que la moitié de la Force , & de la vitesse qu'il fait perdre au corps *B* , parce qu'il ne lui est appliqué , qu'il n'agit contre lui , & qu'il ne sejourne sur lui que la moitié autant de temps qu'il agit contre *B*. Le corps *A* , ne peut donc perdre que 1 de Force , & 1 de vitesse , dans le temps que *B* , perd également 1 de Force , & 1 de vitesse , quel que soit le nombre d'obstacles qu'ils surmontent l'un & l'autre en temps égal. Car comme nous venons de dire , la réaction des obstacles pour consumer la Force du Mobile , est en raison directe des temps , ou , ce qui revient au même , en raison reciproque des vitesses. Mais par hypothese , le corps *A* est superieur en Force , & en vitesse au corps *B* , & *B* a perdu toute sa Force , & toute sa vitesse au premier temps. Donc après que *B* aura perdu sa Force , & sa vitesse , ou qu'il aura cessé de se mouvoir , & de monter , *A* retien-

dra encore une partie de sa Force , & de sa vitesse , & il montera encore , &c. D'où il est clair qu'une Force qui résulte d'une plus grande vitesse , doit s'éteindre d'autant plus tard que la vitesse est plus grande. Il est donc de la nature d'une Force quelconque d'agir à chaque instant en raison de la vitesse qui la produit , & d'agir d'autant plus d'instans en raison de cette même vitesse ; ce qui doit produire , dans la durée de son action , des impressions , ou des espaces parcourus en raison du carré de la vitesse , quoique la Force ne soit réellement qu'en raison de la simple vitesse.

33. Comme il ne s'ensuit pas de ce que le Mouvement uniforme d'un corps fini qui a une vitesse finie , ne cesse jamais ou dure toujours , que la Force Motrice actuelle qui le produit soit infinie , il ne s'ensuit pas non plus à la rigueur , que la Force Motrice de ce même corps dans le Mouvement retardé , en soit plus grande de ce qu'elle doit durer davantage.

Elle n'est réellement plus grande que parce qu'elle fait parcourir de plus grands espaces en des temps égaux, ou plutôt ces espaces ne sont plus grands en des temps égaux, que parce que la Force est plus grande, en vertu d'une plus grande vitesse. Et dans ce cas, elle doit durer davantage ou perir plus tard, non pas, à la rigueur, parce qu'elle est plus grande, car la seule raison de la masse pourroit la rendre telle; mais parce qu'en des temps égaux, elle fait parcourir de plus grands espaces. C'est par là accidentellement qu'elle dure davantage ou perit plus tard, & par la raison que nous en avons donnée ci-dessus (N<sup>o</sup>. 32). La plus longue durée fera, si l'on veut, une indication d'une plus grande vitesse, mais non pas un second principe de valeur, qui doive multiplier la valeur qu'indique déjà la vitesse, ou les espaces parcourus appliqués aux temps. Ce seroit faire une espece de double emploi très-vitieux, mesurer une Force par ses effets, & par les effets de ses

effets , & toute leur suite repandue  
 successivement sur différens espaces.  
 Cent boules égales , & à ressort , *A* ,  
*B* , *C* , *D* , &c. rangées sur une ligne  
 horizontale *HL* , se meuvent tou-  
 tes l'une après l'autre , en vertu de la  
 seule Force , & du seul Mouvement  
 imprimé à la première *A* , selon la  
 direction *HL* ; il ne faut pas pour-  
 tant mesurer la Force appliquée à la  
 boule *A* , par le produit de sa vîtes-  
 se , & des 100 masses mises en Mou-  
 vement à cette occasion ; parce qu'el-  
 les n'y ont été mises que successive-  
 ment , & que ce n'est proprement  
 qu'une seule & même boule muë ,  
 dans l'instant où l'on considère la  
 Force Motrice , & sa valeur. Les ef-  
 fets qui deviennent des causes à leur  
 tour , ne sont contenus que relative-  
 ment , & accidentellement dans la  
 cause primitive , & leur somme n'ex-  
 prime pas le développement , ou la  
 mesure de cette cause , mais la sim-  
 ple répétition , ou l'indice de sa du-  
 rée , eu égard aux causes contraires ,  
 qui pouvoient la détruire , ou arrêter  
 son action.

Fig. 32

34. Il suit de là que lorsque les vîtes-  
sés sont égales , les impressions &  
les espaces parcourus doivent tou-  
jours être en raison des simples vîtes-  
sés multipliées par les masses , quel  
que soit le rapport des masses, & par  
conséquent des Forces des Mobiles.  
C'est que dans ce cas la superiorité  
de Force du Mobile *A*, par exemple,  
ne le fait pas passer plus vite sur les  
obstacles qui lui sont proportion-  
nels , que la Force du Mobile *B*  
ne fait passer celui-ci sur des obsta-  
cles semblables ; ainsi le Mobile *A* ne  
se meut ni plus ni moins de temps  
que le Mobile *B*. La Force supe-  
rieure en vertu de la masse fait en  
temps égaux , les mêmes effets que la  
Force supérieure en vertu de la vîtes-  
sés , mais elle cesse d'agir tandis que  
l'autre agit encore. Aussi le corps *A*  
de 100 de masse ne monte pas davan-  
tage avec un degré de vîtesse , que  
le corps *B* avec 1 de masse , & 1 de-  
gré de vîtesse ; parce qu'il ne monte  
pas ou ne doit pas monter plus long-  
temps. Il ne doit pas monter plus

long-temps, parce qu'il fait à chaque instant les mêmes pertes de vitesse que le corps *B* avec de plus grandes pertes de Force, & il fait à chaque instant de plus grandes pertes de Force, parce qu'elles sont proportionnelles à sa masse, comme on sçait que le sont toujours les impulsions de la Pesanteur.

35. Lorsque la Force d'un corps est supposée plus grande, sans que sa vitesse le soit en même raison, qui est le cas d'une plus grande masse, & qui seroit celui des *Forces Vives*, s'il étoit possible qu'en des Mobiles égaux les Forces Motrices eussent d'autre rapport que celui des simples vitesses, les obstacles surmontés en raison de la Force, ne le sont pas sur une plus grande longueur de chemin; cela n'appartient qu'à la vitesse; mais ils sont surmontés en plus grand nombre, en raison de la Force, sur une plus grande largeur. Par exemple le Mobile *A*, supposé égal au Mobile *B*, mais avec une vitesse double, doit remonter 4 toi-

Fig. 2.

ses pendant la durée de son action , qui est de 2 temps , & le Mobile *B* ne doit remonter qu'une toise pendant la durée de la sienne qui n'est que d'un temps. Et si au lieu des impulsions de la Pesanteur , on met une suite d'obstacles quelconques de même résistance qu'elle , rangés en ligne droite sur le chemin de ces Mobiles , le Mobile *A* en surmontera 4 , & le Mobile *B* , en surmontera 1. Augmentons présentement la masse du corps *A* , faisons la double de la masse du corps *B* , sa Force sera quadruple ; ou si l'on veut , supposons par impossible , que cette Force devienne quadruple sans rien changer à la masse ni à la vitesse précédentes. Quel sera l'effet de cette Force quadruple ? Ce ne sera pas de faire remonter le Mobile à plus de 4 toises , ni plus long-temps ; car nous avons vû que les espaces parcourus , & la durée dans les Mouvements retardés , sont uniquement relatifs à la vitesse , & la vitesse demeure ici la même , par hypothèse. Ce sera donc de faire

surmonter un plus grand nombre d'obstacles, sur une plus grande largeur, sur une double suite, par exemple, d'obstacles pareils rangés sur deux lignes droites paralleles. Et comme les temps, & la durée de son action sont les mêmes, ce sera en tout 8 obstacles qu'il aura surmontés, le Mobile *B* n'en ayant surmonté que 1, c'est-à-dire, en raison du Cube de la vitesse. Ainsi l'on voit que la Force quadruple à cet égard, soit qu'elle vienne d'une masse double, ou, par impossible, de l'hypothese des *Forces Vives*, produiroit les mêmes effets, le même nombre d'obstacles surmontés. Mais dira-t-on, quel sera l'effet de cette Force doublée sans augmentation de masse ni de vitesse, si l'on n'a égard qu'aux espaces parcourus, & aux impulsions de la Pesanteur, ou, ce qui revient au même, si l'on ne suppose qu'une seule suite d'obstacles rangés sur une droite? Je reponds qu'il sera nul, & qu'il le doit être, parce qu'il naît d'une supposition impossible, & purement

imaginaire. La Force en raison des simples vîtesſes étant une cauſe pleine , & ſuffiſante de tous les effets du Mouvement , & du choc des corps , toute autre valeur qu'on lui aſſignera en mêmes circonſtances , doit être contradictoire , & une Force qui augmente ſans que la maſſe , ni la vîteſſe du Mobile où elle réſide , changent de quantité , eſt un effet ſans cauſe , qui doit devenir à ſon tour une cauſe ſans effet.

V I I I .

*Nouvelles Réflexions ſur le Mouvement en général.*

36. De toute cette Théorie nous tirerons encore deux Obſervations ſur le Mouvement en général , qui ne ſeront pas infructueuſes. L'une que le Mouvement proprement dit , & indépendamment de toute vûë particulière , ne renferme que l'idée de la vîteſſe , ou , ce qui eſt la même choſe , de l'eſpace parcouru en un certain

certain

certain temps. Car on n'entend par le Mouvement en général, qu'un changement continuel de distance entre le Mobile, ou un point simplement, & les autres corps, ou un autre point quelconque, que l'on considère comme en repos. Or la distance n'en est ni plus ni moins changeante, soit qu'on la considère entre des corps qui ont 100 de masse, ou 1 de masse, comme 100 de volume ou 1 de volume, ce sont des modifications particulières à l'idée du Mobile, & non à celle de son Mouvement; il n'y a que la vitesse qui influë sur lui. Ainsi faisant abstraction de toute autre vûë, il y a d'autant plus de Mouvement, qu'il y a plus de vitesse dans le corps auquel on en attache l'idée.

37. L'autre Observation, c'est que l'idée du Mouvement proprement dit ne renferme que l'uniformité. Tout Mouvement par lui-même doit être uniforme, comme il doit se faire en ligne droite; l'accélération ou le retardement sont des limitations

étrangeres à sa nature , comme la Courbe qu'on lui feroit décrire l'est à sa direction propre. L'accélération ou le retardement se mêlent à chaque instant au Mouvement proprement dit , & en interrompent l'uniformité par une Force étrangere à celle qui le produit , comme les directions obliques étrangères le retirent à chaque instant de la ligne droite. Si la Force étrangere , qui s'oppose au Mouvement d'un corps , devient égale à sa Force Motrice elle le détruit totalement , & il en résulte le repos. Le Mouvement retardé d'un corps pesant , qui monte , par exemple, tiendra donc une espece de milieu entre le Mouvement proprement dit , & le repos , & il sera censé approcher d'autant plus de l'un ou de l'autre , que la vitesse du Mobile sera plus grande ou plus petite, quelle que soit la masse de ce Mobile. Or en tant que ce Mouvement tient du repos , il doit périr dans un instant , mais en tant qu'il tient du Mouvement proprement dit , il doit durer toujours ,

avec une même Force, & demeurer toujours uniforme. Donc le Mouvement retardé doit se soutenir d'autant plus, approcher d'autant plus de l'uniformité, & pendant un temps d'autant plus long, avec une même Force par rapport à la perte qui s'en fait à chaque instant, qu'il est plus contraire au repos, qu'il est plus grand, ou (N°. 36.) qu'il résulte d'une plus grande vitesse.

I X.

*Autre Proposition fondamentale ; nouvelles réflexions sur le Mouvement retardé & accéléré, contre les Forces Vives, & en faveur de l'opinion commune.*

38. Ceci bien entendu, nous allons enfin démontrer, 1°. Que ce ne sont pas les espaces parcourus par le Mobile dans le Mouvement retardé, qui donnent l'Estimation & la mesure de la Force Motrice, mais les espaces non parcourus,

& qui l'auroient été par un Mouvement uniforme dans chaque instant. 2°. Que ces espaces non parcourus sont en raison des simples vitesses. 3°. Et partant que les espaces qui repondent à une Force Motrice retardée ou décroissante, en tant qu'elle se consume dans son action, sont toujours proportionnels à cette Force, & à la vitesse du Mobile, tant dans les Mouvements retardés, que dans le Mouvement uniforme.

Fig. 4.

39. Pour expliquer, & démontrer cette espece de paradoxe, prenons l'exemple des deux Mobiles égaux *A*, & *B*, qui remontent sur les lignes *AD*, *Bd*, l'un, sçavoir *A*, avec 2 degrés de vitesse, & l'autre *B*, avec 1 degré. Nous avons vû (N°. 28.) que si rien ne s'opposoit à la Force Motrice du corps *B*, c'est-à-dire, si le Mouvement étoit uniforme, *B* parcourroit au premier temps les 2 toises *Bd*, sans rien perdre de cette Force, ni du degré de vitesse dont elle résulte. Mais parce que, par hypothese, les impulsions contraires de la Pesanteur, qui lui sont continuellement appliquées pendant

ce temps, achevent de consumer la Force, & la vitesse, & l'arrêtent enfin, lorsqu'il est parvenu à la fin,  $\beta$ , de la première toise, le Mobile  $B$  ne parcourra qu'une toise dans son Mouvement retardé. Et je dis de même du Mobile  $A$ ; il auroit parcouru dans le premier temps les 4 toises  $AD$ ; mais les impulsions contraires de la Pesanteur, l'ont fait, pour ainsi dire, reculer d'une toise  $DC$ , pendant ce temps; de sorte qu'il n'en a parcouru réellement que 3; & ces impulsions contraires ont consumé ou détruit en lui un degré de Force, & un degré de vitesse, comme elles ont fait dans le corps  $B$ , pendant un temps semblable. Mais parce que le corps  $A$  avoit 2 degrés de Force, & 2 degrés de vitesse, il lui en reste encore 1, & il se trouve par là en  $C$ , & à la fin du premier temps, dans le cas où se trouvoit le corps  $B$  au commencement de ce premier temps. Il a donc tout ce qu'il faut pour parcourir encore 2 toises  $CE$ , en un second temps semblable au premier, si

Fig. 24.

aucune impulsion contraire ne s'y oppose. Mais les impulsions contraires de la Pesanteur vont s'y opposer, & de la même façon précisément qu'elles se sont opposées au Mouvement du corps *B*. Donc le corps *A* ne parcourra pendant ce 2<sup>me</sup> temps, que la toise *CD*, ayant pour ainsi dire, reculé de l'autre toise, *ED*, en vertu du retardement, ou des impulsions contraires à sa Force Motrice; après quoi il s'arrêtera en *D*, ou ne montera plus, comme le corps *B* en *β*. De sorte qu'il n'aura parcouru en tout dans les 2 temps de son Mouvement, que 4 toises. Ce sont ces espaces *βδ*, *CD*, dans le premier instant, & *DE*, dans le second, & ainsi de suite, que j'appelle *non parcourus*. Ils sont non parcourus, relativement à la Force Motrice des corps *A*, & *B*, & à leur direction donnée de *B* vers *δ*, & de *A* vers *E*, à laquelle seule on fait attention; quoique en un sens, ils soient très-réellement parcourus en valeur, en direction contraire, & par l'effet d'une autre Force Mo-

trice opposée à la première, qui s'y mêle, & qui la modifie continuellement, comme feroit le Mouvement contraire d'un plan sur lequel le Mobile feroit porté.

40. Ce qui est dit ici des espaces non parcourus n'a pas moins lieu à l'égard de tous les autres effets du Mouvement, & du choc, comme il a été remarqué ci-dessus (N<sup>o</sup>. 27.) par rapport aux espaces parcourus. Et nous dirons de même, 1<sup>o</sup>. *Que ce ne sont pas les parties de matiere déplacées, ni les ressorts bandés ou aplatis, qui donnent l'Estimation & la mesure de la Force Motrice, mais les parties de matiere non déplacées, les ressorts non bandés ou non aplatis, & qui l'auroient été, si la Force Motrice se fût toujours soutenue & n'eût point souffert de diminution.* 2<sup>o</sup>. *Que ces parties de matiere non déplacées sont en raison, &c.* Comme N<sup>o</sup>. 38.

41. Pour en donner un exemple, soient des impulsions, des obstacles, ou des résistances quelconques uniformément repetées, & placées sur le chemin  $AF$ , du Mobile  $A$ , tel-

Fig. 5.

les par exemple , que les particules de matiere 1. 2. 3. 4. &c. ou des lames de ressort à déplacer , à abbatre , à soulever , ou à bander. Il est évident que si le Mobile , avec un degré de vitesse , & de Force , peut en soulever 2 en un instant , par un Mouvement uniforme , c'est-à-dire , en conservant , ou en reprenant toujours toute sa Force , & toute sa vitesse , après avoir soulevé la premiere ; & qu'au contraire , il n'en puisse soulever qu'une par un Mouvement retardé , toute sa Force , & toute sa vitesse s'étant consumée à soulever , ou à bander la premiere , il est , dis-je , évident par tout ce qui a été dit ci-dessus ( N<sup>o</sup>. 15. 28. ) que le Mobile *A* ayant 2 degrés de Force , & autant de vitesse , souleveroit , ou banderoit 4 de ces lames de ressort dans un instant par un Mouvement uniforme. Mais il perd dans cet instant , & en bandant les premiers ressorts , un degré de sa Force , & de sa vitesse ; & un degré de Force & de vitesse perduë donne , par hypothese ( N<sup>o</sup>.

27) une lame de moins soulevée, ou bandée; donc il n'en bandera que 3 au premier instant, sçavoir 1, 2, 3, & il s'en faudra la lame 4, & l'espace *CD*, qu'il ne fasse ce qu'il auroit fait s'il n'eût rien perdu. Cependant, comme il lui reste encore un degré de Force, & de vitesse, qui lui feroit soulever deux lames 4, 5, & parcourir le chemin *CDE* en un second instant, si son Mouvement demeurait uniforme, & sa Force constante, il doit continuer de se mouvoir, & d'agir contre les résistances qui s'opposent à son Mouvement. Mais au lieu de deux, il n'en doit surmonter qu'une, ou soulever une lame 4*D*, à cause que son Mouvement y est retardé, & que la Force s'y trouve totalement éteinte. Ce qui fera en tout 4 portions de matiere déplacées, ou 4 ressorts bandés, en vertu de deux degrés de Force résultans de deux degrés de vitesse, & de l'action totale, qui a duré 2 instans; sçavoir 4 ressorts — 1 = 3 au premier instant, & 2 ressorts — 1

*Fig. 5.*  $\equiv 1$  au second instant. Et l'on voit bien que ce fera toujours la même chose, si au lieu de supposer 2 degrés de vitesse, & 2 instans, on en suppose, 3, 4, &c. & que le Mobile parcourra 6, ou 8 toises, &c. ou déplacera 6, ou 8 ressorts, &c. par un Mouvement uniforme, & une Force constante, & seulement  $6 - 1$ , ou  $8 - 1$ , &c. par un Mouvement retardé, & une Force décroissante, dans le premier instant, & ainsi de suite. J'appellerai donc *portions de matière non déplacées, ressorts non soulevés, non bandés, ou non aplatis, & en général, obstacles non surmontés*, tous ceux qui ne l'ont point été, faute d'uniformité, & de persévérance dans la Force du Mobile, sçavoir  $4D$ , dans le premier instant,  $5E$ , dans le second, &c. quoiqu'ils puissent être censés surmontés par la Force contraire dont les impressions redoublées peuvent enfin arrêter entièrement le Mobile.

*Fig. 6.* 42. L'Obliquité des directions  $AR$ ,  $RE$ , &c. du Mobile  $A$ , contre des

efforts  $R, E, S, T, \&c.$  autrement posés, mais de même résistance en ce sens que les précédens, ne changera rien à ce que nous venons de dire; il en résultera toujours mêmes effets, mêmes ressorts bandés, même extinction de Force dans le Mobile.

Fig. 62

Nous nous arrêterons encore ici à ce qui regarde les espaces.

43. Je dis donc 1°. *Que ce sont les espaces non parcourus  $\beta\delta, CD, \& DE$ , dans des instans égaux, qui donnent l'Estimation, & la véritable mesure des Forces dans les Mouvements retardés.*

Fig. 63

Les espaces non parcourus à chaque instant représentent la Force perdue & consumée à cet instant, ou, ce qui revient au même, l'effort de la puissance contraire qui la détruit ou qui la consume, en s'exerçant contre elle. Mais la somme de toutes les Forces perduës, ou de tous les efforts contraires est égale à la Force totale du Mobile. Donc, &c.

Les espaces  $B\beta, AC$ , parcourus par le Mobile dans le premier instant, sont l'effet de la Force constante &

Fig. 4.

conservée , & non de la Force retardée ou perduë : Ainsi ils ne doivent point mesurer la perte qui s'en est faite dans le temps employé à les parcourir. Cette perte , dis-je , s'est faite en les parcourant , & non à les parcourir ; elle doit être repandue sur ces espaces , & sur le temps employé à les parcourir ; mais elle n'a d'effet réel , elle n'apporte de changement à la Force Motrice totale , & ne la fait décroître que proportionnellement à l'espace non parcouru , ou à la valeur de l'espace non parcouru repandue ou retranchée continuellement sur les portions correspondantes d'espace parcouru. L'espace parcouru n'exprime que la repetition de la Force totale , ou de la partie qui en est conservée ; espace qui seroit infini , si elle étoit toujours conservée , quelque finie qu'elle pût être. C'est donc l'espace non parcouru  $\beta\delta$  ,  $CD$  ,  $DE$  , qui mesure la partie perduë ou consumée , celle-là même qui fait le complément de la totale , avec celle qui s'est conservée à chaque instant , &

qui se seroit conservée de même , si le Mouvement eût été uniforme , & s'il eût fait parcourir au Mobile l'espace qu'il ne parcourt pas , faute d'uniformité.

44. 2°. Il est clair que les espaces  $\beta\delta$  ,  $CD$  ,  $DE$  , qui ne sont que l'unité répétée à chaque instant , & à chaque degré de vitesse perdu , sont égaux en nombre aux instans , & aux degrés de vitesse , & par conséquent *que leur somme est égale ou proportionnelle à la simple vitesse initiale du Mouvement retardé.* Mais leur somme est égale à la Force du Mobile ( N°. 43 ). Donc la Force est proportionnelle à la simple vitesse , soit qu'on la considère dans un instant particulier de son action , soit qu'on la considère dans la somme de tous les instans de sa durée & de son action totale.

Cette seconde Proposition acheve de mettre dans tout son jour ce que nous avons dit dans la première ci-dessus ( N°. 26. ) que les Forces Motrices qui agissent dans le Mouvement retardé , & qui s'y consomment,

ne sont que comme les simples vîteses , quoique les obstacles surmontés , les espaces parcourus en se consumant , les impressions , & les applatiffemens de matiere & de ressorts , soient comme les quarrés des vîteses.

45. 3°. Enfin l'analogie qui doit regner entre tous les Mouvements en général , soit retardés , soit accélérés , ou uniformes , se développe ici plus parfaitement qu'elle n'avoit jamais fait. Puisqu'en tout *Mouvement de quelque espece qu'il puisse être , retardé , accéléré , ou uniforme , les effets quelconques , qui répondent à la Force Motrice qui se consume ou qui se déploie , ou qui demeure constante , & qui la mesurent , sont toujours entre eux comme la Force , ou comme la vîtesse dont elle résulte.*

Cela est évident par tout ce que nous venons de dire. Dans le Mouvement retardé , quand la Force décroît , quand de finie elle devient infiniment petite ou nulle , les espaces , les efforts , & les effets quelconques relatifs à son décroissement en un inf-

tant quelconque , ou dans toute sa durée , sont , comme nous venons de l'expliquer , toujours proportionnels à elle-même , & à la vitesse dont elle résulte , soit en partie , soit en somme. Dans le Mouvement accéléré , quand la Force croît , quand d'infiniment petite elle devient finie ou même infinie , dans une durée infinie , ses accroissemens , qui répondent à ce qu'elle devient , & à ce qu'elle est à chaque instant , lui sont toujours de même proportionnels , & à la vitesse dont elle résulte ; en sorte que comme elle est infiniment petite ou zero dans sa naissance , elle n'est que ce que sont ses accroissemens , & elle n'a d'autre quantité ou d'autre mesure que leur somme ; de même que la Force qui s'évanoüit après avoir commencé par être finie , n'a pû avoir d'autre valeur que la somme de ses décroissemens. A l'égard du Mouvement uniforme , comme il est supposé égal à lui-même à chaque instant , & qu'il ne périt point , il ne peut indiquer la mesure

qui le produit , que par des effets , des espaces relatifs à une certaine partie limitée de son action , ou de sa durée ; & en cela il est encore parfaitement analogue au Mouvement retardé ; c'est-à-dire , comme nous l'avons remarqué plusieurs fois , qu'à quelque instant qu'on le considère , la Force Motrice & ses effets , les espaces parcourus , &c. sont proportionnels à la vitesse actuelle. Et si l'on le considère dans sa durée infinie , & que par cet endroit on le compare au Mouvement accéléré , qu'on peut aussi concevoir d'une durée infinie , quoique fini dans ses commencemens , l'analogie se trouvera encore parfaite. Car puisque le premier , je veux dire , le Mouvement uniforme , doit donner dans ce cas une longueur infinie parcourue , en vertu d'une Force Motrice & d'une vitesse finie , le second doit donner une longueur plus qu'infinie , ou infinie d'un second genre , & =  $\infty^2$  , en vertu d'une Force Motrice infinie , & proportionnelle à la vitesse infinie dont elle

résulteroit , puisqu'on sçait que l'accélération ne sçauroit durer infiniment , & uniformément , sans que la vîtesse ne devînt infinie ; & l'on auroit tort d'en conclure que la Force Motrice dans ce second cas est égale à  $\infty^2$ . De sorte que sous quelque aspect que l'on considère le Mouvement , & par quelques effets que se manifeste la Force qui le produit , soit qu'on la mesure , & qu'on l'estime en total , ou par parties dans ses déperissémens , & quelle qu'en soit la durée , on ne la trouve jamais que proportionnelle à la simple vîtesse.

X.

*Généralité de la Théorie précédente,  
De la simple Tendence au Mouvement , & des Forces Mortes.*

46. Voilà donc de formais tous les Mouvements réduits à la même loi , où égard aux Forces Motrices dont

ils résultent , ou qu'ils expriment. Leur communication dans les corps flexibles & à ressort , ne nous fera plus imaginer une autre espece d'Estimation , ni conclure une autre valeur pour cette Force , que dans les corps inflexibles & sans ressort. Toute la différence ne consistera qu'en ce que dans les uns la communication est successive , & que dans les autres elle est instantanée. Ce qui produit cette succession dans les uns , & cette instantanéité dans les autres , est , comme nous l'avons dit ( N<sup>o</sup>. 16. & 28. ) tout-à-fait étranger à leur Force Motrice ; il ne peut donc apporter de changement qu'à l'ordre de sa distribution , & nullement à sa quantité ou à sa valeur. En un mot , la chaîne de nos raisonnemens sur la mesure des Forces n'est plus interrompue , & elle nous conduit toujours au même but dans tous les cas, sans en excepter la simple *Tendance* , ou le repos , en tant qu'il résulte de l'équilibre , ou du conflit des Forces contraires.

47. Cependant il faut prendre gar-

de , comme on l'a toujours remarqué , & long-temps avant qu'il fût question des *Forces Vives* , & des *Forces Mortes* , que le simple effort momentanée de la Tendance , & des Puiffances contraires , dans l'équilibre , ne peut , en un fens , être comparé à l'effort de la Percuffion , & au choc des corps mous ou flexibles tels qu'ils existent dans la Nature. La raifon en est bien évidente par nos principes , & je ne vois pas fur quel fondement on a tant fait valoir cette différence en faveur de l'opinion nouvelle. L'effet de la Percuffion dans ces corps réfulte d'une vîteffe actuellement finie , & celui de la simple Tendance confifte dans zero de vîteffe , ou dans une vîteffe infiniment petite ; l'effet de la Percuffion est produit & mefuré dans une fuite infinie d'instans qui font un temps fini , & la simple Tendance est conçûë & mefurée dans tout instant indivifible quelconque de fa durée. Elle est donc à la Percuffion comme le zero au fini , ou comme le point à la ligne.

48. Mais si dans la Tendance on intègre une Suite infinie d'instans de sa durée égale à la durée finie de la Percussion, la Tendance, & la Percussion seront analogues. Et si les premiers ou les derniers termes des deux Suites, égaux entre eux, le sont au dernier terme de celle de la Percussion, leurs sommes seront l'une à l'autre, comme l'espace parcouru par un Mouvement uniforme en un temps, à l'espace parcouru par un Mouvement retardé ou accéléré, dont la durée auroit été le même temps. Car l'effort de la Tendance est constant, & celui de la Percussion croissant ou décroissant, il passe par zero, où il s'y termine, selon qu'on le conçoit actif ou passif. De sorte que si l'on exprime les espaces parcourus d'un Mouvement retardé ou accéléré par la somme des ordonnées  $mi, mi, \&c.$  d'un triangle rectangle  $ABC$ , dont la base,  $BC$ , soit proportionnelle à la vitesse initiale ou finale, & la perpendiculaire  $AB$ , à la somme des instans  $i, i, \&c.$  la Percussion pourra

Fig. 7.

être représentée par ce triangle , & la Tendance , par un parallélograme *BCED* , de même base , & de même hauteur. C'est ainsi à peu près qu'un homme est aussi épuisé de Forces , pour avoir soutenu un poids pendant un certain temps , que pour l'avoir transporté ou lancé bien loin.

Fig. 7.

49. La Percussion sera encore comparable à la simple Tendance dans le choc des corps infiniment durs & inflexibles ; par ce que leur collision est instantanée. Elle le sera de même dans le choc des corps flexibles , si l'on ne la considère que dans un de ses instans , par exemple dans l'instant final ; car alors , à proprement parler , on ne compare que la dernière ordonnée du triangle à une ordonnée du parallélograme sur l'axe commun *AD*. Et c'est par là que les Formules du choc des corps élastiques , pour leurs vitesses après le choc , sont les mêmes dans les deux hypothèses , soit des Forces comme les simples vitesses , soit des Forces comme les carrés des vitesses. C'est

sans doute encore dans cette idée que  
 le *P. Mersenne*, le *Cazre*, &c. & en  
 dernier lieu deux Autheurs fameux  
 par leurs expériences Physiques ont  
 essayé de mesurer la Percussion par la  
 chute d'un corps contre le bras d'une  
 balance, à l'autre bras de laquelle est  
 suspendu un poids en repos; c'est-à-  
 dire, par analogie avec la simple Pe-  
 santeur. En quoi cependant il seroit  
 difficile qu'ils eussent rien trouvé  
 d'exact, tant à cause des frottemens  
 auxquels cette expérience est sujette,  
 que parce que l'énergie du choc, ou  
 son impression sur l'un des bras de la  
 balance exigent un temps fini, pen-  
 dant lequel le poids en repos de l'au-  
 tre bras recevra toujours quelque  
 Mouvement, en raison inverse de sa  
 masse, quelque grande qu'elle soit  
 par rapport au corps choquant. Car  
 la plus petite Percussion doit vaincre  
 la plus grande Puissance finie, qui lui  
 résiste sans Mouvement local; ainsi  
 que j'avoit très-bien remarqué, &  
 très-clairement expliqué le Scavant  
*Borelli*, il y a plus de 50 ans, dans

son Traité de la Percussion. C. 29.  
Pr. 90,

50. Enfin la simple Tendance, & le Mouvement actuel peuvent être comparés dans leurs Compositions & leurs Décompositions, comme nous l'expliquerons bientôt, & en ce que l'analogie des Forces en équilibre, ou en action, est la même de part & d'autre. Je veux dire, par exemple, que si les trois Puissances, *X*, *Y*, *Z*, tirent ou poussent un même point *P*, qu'elles tiennent en repos par leur équilibre, & en vertu de leurs directions *XP*, *YP*, *ZP*, trois Mobiles qui se choquent selon les mêmes directions, doivent avoir la même analogie de Mouvements entre eux, que celle de ces Puissances, pour demeurer en repos après le choc, s'ils sont exempts de ressort, ou pour rejaiillir avec les mêmes vitesses qu'avant le choc, s'ils ont du ressort. Fig. 8.

51. Mais comment les loix de la simple Tendance au Mouvement ne seroient-elles pas les mêmes en géné-

ral , que celles du Mouvement actuel ? Toute Tendance , toute *sollicitation* au Mouvement , la Pesanteur , les Attractionns magnetiques , & électriques , ne sont-elles pas l'effet , ou ne peuvent-elles pas tout au moins être conçûes comme l'effet de quelque Mouvement ? Je dis plus , *l'Inertie* de la matiere , quelle qu'en soit la cause , cette résistance , plus ou moins grande , qu'elle apporte à être tirée du repos , & à recevoir un Mouvement fini , en raison de sa masse , ne peut-elle pas à la rigueur être conçûe comme l'effet de quelque Mouvement ? Du moins , & incontestablement doit-elle être conçûe comme une Force actuelle , qui agit par quelque Mécanisme qui nous est caché. Mais si c'est une Force , la *Masse* , dans le sens que nous l'employons en parlant du Mouvement , & de sa quantité , est elle-même une véritable Force , ou tient lieu d'une véritable Force. Car quand je dis qu'on a d'autant plus de peine à tirer un corps du repos , & à le faire mouvoir avec une  
certaine

certaine vitesse, qu'il a plus de Masse ; quand j'ajoute que les poids des corps sont comme leurs Masses, que leurs Forces sont encore comme ces mêmes Masses multipliées par la vitesse, & toutes les autres propositions semblables, ou je n'attache aucune idée à ce que je dis, & au mot de Masse, ou j'y attache l'idée d'une Force capable de modifier celle qui est extérieurement appliquée au corps, pour le mouvoir, ou pour l'arrêter. Sans cela la Masse ne seroit pas plus capable de s'opposer à l'action de la Force extérieure, ou de concourir avec elle pour en augmenter l'effet, que le volume, ou la couleur, ou telle autre dénomination accidentelle des corps. En un mot, une Force ne peut être augmentée, modifiée, ou détruite, que par une autre Force, par un être semblable & de même nature qu'elle.

3052. Cela posé il est clair que ce que nous appellons communément la Force d'un corps en Mouvement, n'est pas une quantité simple ou li-

neaire , mais un véritable produit de deux facteurs analogues , un rectangle de deux Forces , ſçavoir , celle que nous exprimons par le mot de *Maffe* , & que nous imaginons comme intrinſeque au *Mobile* , & celle que nous appellons plus particulièrement *Force* , & qui eſt cenſée lui venir du dehors par le choc , & en vertu de quelque transport actuel , & viſible , eû égard aux corps qui l'environnent. Sur ce pied là , la ſimple *Tendance* , la *Pefanteur* , la *Preſſion* , & la *Force Morte* , toujourn relatives , ou à la ſeule *Maffe* , ou au ſeul effort momentanée de quelque choc inviſible qui agit conſtamment , & qui eſt répété à chaque inſtant , feront encore au *Mouvement local* , & à la *Percuſſion* d'une durée finie , comme le *zero* ou l'infiniment petit au fini , ou comme la *ligne* à ſon produit par une autre *ligne* , ou à la *ſurface*. Sans préjudice à la comparaifon qu'on en peut toujourn faire en un autre ſens , ſçavoir , en ne les conſiderant que dans quelque inſtant commun & indiviſi-

ble, comme dans le choc des corps infiniment durs. Ainsi que nous l'avons expliqué dans les Articles précédens.

53. On voit par là jusqu'où la distinction des Forces, en *Forces Mortes*, & en *Forces Vives* pourroit être utile, si l'on n'avoit attaché à ces dernières une idée de quantité tout-à-fait différente, de celle que nous avons démontré devoir être assignée à toute Force Motrice. Mais après les disputes qu'il y a eû sur cette matiere, & la contrariété de sentimens qui les ont fait naître, ce seroit abuser des termes que de se servir de celui de *Forces Vives*, pour ne dire que ce qu'on a fort bien dit jusqu'ici sans cela, & pour exprimer toute autre chose que ce que lui ont fait signifier ceux qui en sont les Inventeurs. Ce seroit laisser croire qu'il ne s'agit dans toute cette dispute que d'une Question de Nom, tandis qu'elle roule sur la chose même, & nous contenter d'une conciliation apparente, au lieu de la conciliation réelle que nous y avons

cherchée inutilement , & qu'en effet nous n'y ſçaurions trouver.

## X I.

*De la Décomposition des Forces,  
& des vitesses.*

54. On a prétendu encore tirer grand avantage pour les Forces Vives de la Décomposition des Forces & du Mouvement dans le choc oblique des corps ; parce qu'en effet , & en général , la somme des Décompositions ſe trouve plus grande , & ſouvent comme le quarré de la Force primitive décompoſée , ou de la viſeſſe. C'eſt un point de recherche, qui peut ſans doute avoir ſes difficultés, & qui par lui-même eſt très-digne de l'attention des Sçavans ; mais on va voir , par le peu que nous en dirons ici , qu'il n'inflüë en rien contre l'Eſtimation ordinaire des Forces & du Mouvement.

55. Premièrement on ſçait que la

Composition ou le produit de plusieurs Facteurs diffère en quantité de leur somme, ou de la simple Addition. Ainsi les nombres 1, 2, 3, 4, en qualité de Facteurs produisent 24, & leur somme n'est que 10, tandis que  $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ , en qualité de Facteurs ne produisent que  $\frac{1}{24}$ , & que leur somme est  $\frac{50}{24}$ . Où est donc la contradiction, qu'une Force quelconque étant considérée dans le Mouvement total du corps où elle réside, comme produit, ne soit pas la même que ce qu'on la trouve dans la somme de ses Facteurs, quand elle vient à être décomposée ?

56. Secondement la Composition, & la Décomposition des Forces qu'on appelle *Mortes* ou des simples Tendances, ne diffère point en cela de la Composition, & de la Décomposition du Mouvement actuel, comme nous l'avons déjà remarqué dans l'Article des *Forces Mortes* ( N°. 50. ). Cette considération est une des premières qui m'a fait suspendre mon jugement sur les *Forces Vives*, malgré

Fig. 6. C. 9.

Les sçavans hommes que je voyois se  
 déclarer pour elles ; & il en a été fait  
 mention dans l'Histoire de l'Acadé-  
 mie de 1721 \*. Je remarquai dès-lors  
 qu'il en étoit de même de plusieurs  
 points ou nœuds d'une corde tirés à  
 la fois par plusieurs Puissances aux-  
 quelles une seule fait équilibre , que  
 de plusieurs ressorts bandés successi-  
 vement par un seul Mobile. Car soit  
 la corde *ANOEQ* tirée par 5 Puif-  
 sances en équilibre, *A*, *X*, *Y*, *Z*, *Q*,  
 par les points ou nœuds *N*, *O*, *E*. Il  
 est évident que chacune de ces Puif-  
 sances en particulier soutient l'effort  
 de toutes les autres , quelles que  
 soient leurs valeurs , & leur somme.  
 Ainsi par le moyen des directions se-  
 lon lesquelles on les fait agir , il est  
 possible , & par des Regles très-con-  
 nuës , de trouver une de ces Puissan-  
 ces , *A* , par exemple , qui vaille 2 ,  
 & qui fasse équilibre aux 4 autres ,  
*X*, *Y*, *Z*, *Q* , dont la valeur en par-  
 ticulier soit 1 , & la somme 4. Ce  
 qui revient au Cas des 4 ressorts ci-  
 dessus ( N°. 42. ) que le Mobile *A*

bande successivement par un Mouvement oblique, surmontant par là avec 2 degrés de Force ou de vitesse 4 obstacles,  $R, E, S, T$ , qui pourroient chacun en particulier consumer toute la Force d'un Mobile de même masse, qui n'en auroit qu'un degré. Car la corde tendue, ou ses parties,  $AN, NO, OE, EQ$ , doivent avoir les mêmes directions entre elles, ou faire les mêmes angles que les chemins que suit le Mobile  $A$ , pour bander les ressorts,  $R, E, S, T$ ; & les directions  $NX, OY, EZ, EQ$ , des puissances,  $X, Y, Z, Q$ , par rapport aux portions de la corde,  $NO, OE, EQ, EZ$  auxquelles elles sont perpendiculaires, repondent encore à la direction selon laquelle se doit mesurer l'effort du Mobile  $A$ , contre les ressorts,  $R, E, S, T$ . Donc on n'est pas plus fondé à conclure que le Mobile  $A$  avoit 4 degrés de Force, de ce qu'il a bandé ces 4 ressorts, qu'à dire que la Puissance  $A$  a 4 degrés de Force, de ce qu'elle fait équilibre à 4 autres Puissances dont la

somme vaut 4 degrés de Force. Et il ne faut pas objecter que la Puissance *A* ne fait proprement équilibre qu'à deux, *X*, *O*, ou plutôt aux trois *X*, *Y*, *E*, les deux dernières des trois, *Y*, *E*, réunissant leur effort au point *O*, comme les deux dernières des quatre, *Z*, *Q*, réunissent le leur au point *E*; car je répondrai aussi que dans chaque instant du choc, & du bandement des ressorts, le Mobile *A* ne fait que des efforts proportionnels à sa Force & à sa vitesse actuelles, & que les trois premiers *R*, *E*, *S*, étant bandés au premier temps de la durée de son action, le dernier ne l'est qu'au second temps, ainsi qu'il a été expliqué dans cet endroit du Mémoire.

57. J'avouë cependant que pour bien entrer dans l'esprit des *Forces Vives*, il faudra remarquer ici une différence, qui est, que dans le cas du Mouvement actuel, & des 4 ressorts, la valeur 1, de la Force de chaque ressort; ou de chacun des obstacles surmontés, doit être considérée  
comme

comme un quarré , ou  $1^2$ . Au lieu que dans le cas de la simple Tendance , ce n'est que 1 lineaire pour chacune des puissances  $X, Y, Z, \&c.$  D'où il arrive, comme nous le dirons plus bas , que d'autres valeurs assignées à la puissance  $A$  , donneroient la somme des  $X, Y, Z, \&c.$  en raison double simplement avec elle , & non pas comme son quarré. Mais cette différence ne nous importe en rien pour la conséquence que nous avons prétendu tirer de la comparaison des deux cas. Il suffit que les Décompositions quelconques d'une Force la surpassent , & donnent une somme plus grande que leur produit considéré dans la Force même , dans un cas où incontestablement les *Forces Vives* n'ont point lieu , pour infirmer tout ce qu'on en veut déduire en faveur des *Forces Vives*.

58. Troisièmement la circonstance des temps se mêle encore ici , & fournit le dénouement des principales difficultés qui s'y rencontrent. Elle entre visiblement dans les Décompo-

Fig. 10.

sitions successives , ou plutôt ces Décompositions , & les effets du choc ne sont qu'une seule & même chose ( N<sup>o</sup>. 42 ). Et à l'égard de celles qui se font à la fois , ou en un temps infiniment petit , en vertu d'un ressort infiniment prompt , la distinction des temps y entre encore par rapport au centre commun de Gravité des Mobiles , & au transport de matiere qui en résulte de même part. Car supposons la boule *X* , qui soit un ressort parfait , mue selon la direction *XR* , avec une vitesse qui lui fasse parcourir en une seconde de temps le chemin *xR* , ou la Diagonale d'un parallélograme *xERF*. Supposons de plus que la boule *X* étant parvenue en *x* , y rencontre deux autres boules semblables , *y* , *z* , selon les directions *xE* , *xF* , des côtés du parallélograme , qui comprennent l'angle *ExF*. Pour plus de simplicité , imaginons que cet angle est droit , & que le parallélograme *xERF* se réduit à un quarré. On sçait qu'en ce cas la boule *X* s'arrêtera en *x* , & que son Mou-

vement  $xR$  se trouvera décomposé en ces deux ci  $xE$ ,  $xF$ , tels que chacune des boules  $y$ ,  $z$ , parviendra en une seconde de temps à l'extrémité,  $E$ , ou  $F$ , du côté du parallélograme, c'est-à-dire, à la ligne  $EKF$ , par rapport au transport de  $x$  vers  $R$ , ou à la direction primitive; ce qui donne leur centre commun en  $K$ . Mais dans un temps semblable la boule  $X$  feroit parvenuë en  $R$ , & auroit fait le chemin  $xR = 2xK$ , ou, ce qui est la même chose, il faudroit deux secondes de temps aux boules  $y$ ,  $z$ , pour faire un pareil chemin vers  $GRH$ . Donc la loi des Mouvements simples est encore ici gardée à cet égard, & il faut deux fois autant de temps à une même Force primitive pour transporter de même part deux masses égales, que pour en transporter une seule.

59. Enfin je prends garde que ce ne sont pas seulement les Forces, qui dans leur Décomposition se trouvent faire une somme plus grande que la primitive, & quelquefois en raison

du quarré des vîteffes : les vîteffes eſ-  
 les-mêmes font dans ce cas. Car je  
 puis, faifant abstraction de tout autre  
 objet, imaginer que la vîteffe primi-  
 tive exprimée par  $xR$ , eſt décompo-  
 ſée en ces deux,  $xE$ ,  $xF$ , qui ex-  
 priment celles des boules  $y$ ,  $z$ , &  
 dire par conſéquent, que la vîteffe  
 avant le choc étant comme  $xR$ , ou  
 $\sqrt{xR^2}$  ou  $\sqrt{1} = 1$ , eſt devenuë  
 après le choc comme  $xE + xF$ , ou  
 $2\sqrt{\frac{xR^2}{2}}$ , ou  $2\sqrt{\frac{1}{2}} > 1$ . De même ſi  
 dans l'Article ou N°. 42. & à la  
 place des 4 reſſorts  $R$ ,  $E$ ,  $S$ ,  
 $T$ , & dans les mêmes circonſtances  
 je mets 4 boules,  $R$ ,  $E$ ,  $S$ ,  $T$ ,  
 égales à la boule  $A$  qui les vient  
 frapper en  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ , ſous des direc-  
 tions  $Aa$ ,  $ab$ ,  $bc$ ,  $cd$ , telles que  
 la meſure du choc  $ae$ ,  $bf$ ,  $cg$ ,  $cd$ ,  
 ſoit toujours égale à  $\frac{1}{2}Aa$ , elles iront  
 toutes quatre après le choc avec 1  
 degré de vîteffe chacune, exprimé  
 par les chemins  $RG = ae = \frac{1}{2}Aa$ ,  
 $EH = bf = ae$ ,  $SI = cg = bf$ , &  
 $TK = cd = cg$ . Faudra-t-il conclu-

Fig. 11.

re de là qu'il y avoit dans la Nature 4 degrés de vitesse avant le choc, qu'ils étoient cachés dans la vitesse de la boule *A*, & qu'ils n'ont fait que se développer, & se manifester par le choc? Non sans doute; car la boule *A* unique sujet du Mouvement avant le choc, n'avoit par hypothese, que 2 degrés de vitesse. Je vois bien qu'on dira que ce ne sont point 4 degrés de vitesse après le choc, mais seulement 4 vitesses en des masses différentes. Mais je réponds de même, que les Forces décomposées après le choc, ne sont pas 4 degrés de Force, comme ç'en étoit 2 avant le choc, mais 4 Forces prises séparément, & qui résident en 4 masses différentes. Et si l'on insiste sur ce que la vitesse n'est à proprement parler, que l'effet ou l'indice de la Force, ou si l'on veut, la Force elle-même vûë sous un aspect différent; je demande pourquoi cet effet, cet indice de la Force, ou la Force elle-même exprimée par la vitesse, ne se trouve-t-elle ici primitivement que comme la racine de ses

Décompositions en même genre, elle qu'on veut qui soit comme le quarré, ou comme ces Décompositions, quand on la considère sous un autre aspect, & plus particulièrement comme Force ? Mais ce qui leve entièrement la difficulté, & dont nous avons déjà touché quelque chose ( N°. 57. ) en parlant des simples Tendances, c'est que la vitesse  $Aa$ , par exemple, ne donne dans ses Décompositions  $RG$ ,  $EH$ , &c. une somme égale à son quarré, que dans le cas où l'hypoténuse  $Aa$ , du triangle  $Aea$ , est double de la perpendiculaire  $ae$ , & où ce rapport est exprimé par les nombres 2 & 1 ; à cause de la propriété accidentelle du nombre 2, dont le double 4 est égal à son quarré, & de celle de l'unité, qui est toujours 1 à toutes ses puissances. Car si l'on prend, par exemple, 1 &  $\frac{1}{2}$ , 4 & 2 à leur place, on trouvera que les vitesses décomposées font une somme double, par rapport à la primitive. D'où il est clair, que l'expression des Forces & des vitesses dans ce cas, en

tant que ramenée en preuve pour les *Forces Vives*, n'est pas identique, & que cependant la comparaison que nous venons d'en faire, n'en est pas moins juste par rapport à notre but. Puisque s'il faut conclure qu'une Force étoit primitivement comme le quarré de sa vîtesse, de ce que la somme de ses Décompositions en des temps quelconques, est proportionnelle à ce quarré, il n'en faudra pas moins dire, dans un cas tout semblable, que la vîtesse primitive, qui, par hypothese, a une certaine valeur, doit pourtant être mesurée, par une valeur double, à cause que ses Décompositions la donnent telle. Ce qui est également absurde.

## X I I.

*Conclusion, & Recapitulation de  
cet Ouvrage.*

60. Il résulte donc de toutes nos remarques, que la Force Motrice des

corps n'est jamais en elle-même, ni dans ses effets en général que proportionnelle à la simple vitesse; c'est-à-dire, aux espaces parcourus divisés par le temps, commune mesure de l'action de toute Force Motrice, & de sa quantité. \* Et que si quelques-uns de ses effets, tels que les espaces parcourus dans le Mouvement accéléré ou retardé, les parties de matière déplacées, ou les ressorts applatis par le choc & la collision mutuelle des corps, paroissent la donner \* comme les quarrés de la vitesse, ce n'est que parce que dans tous ces cas, la Force qui agit à chaque temps en raison de la vitesse actuelle, selon la Loi générale des Mouvements, agit aussi d'autant plus de temps qu'elle est plus grande, selon la Loi particulière des

N<sup>o</sup>. 3. 7. de sa quantité. \* Et que si quelques-uns de ses effets, tels que les espaces parcourus dans le Mouvement accéléré ou retardé, les parties de matière déplacées, ou les ressorts applatis par le choc & la collision mutuelle des corps, paroissent la donner \* comme les quarrés de la vitesse, ce n'est que parce que dans tous ces cas, la Force qui agit à chaque temps en raison de la vitesse actuelle, selon la Loi générale des Mouvements, agit aussi d'autant plus de temps qu'elle est plus grande, selon la Loi particulière des

\* 26. Mouvements retardés. \* Ainsi les effets d'une Force double par rapport à une autre, ne sont jamais quadruples, que parce que la durée de son action, dans la production de ses effets est double par rapport à la durée de l'action de cette autre. \* Et la du-

N<sup>o</sup>. 11. 12. 23. &c. 46.

14. 17. 22.

rée de son action n'est double , que parce que le Mobile séjourne la moitié moins de temps sur chacun des obstacles semblables qui lui résistent ; \* & cela encore par le principe \* 30. , que toute résistance diminuë d'autant moins la Force qui s'exerce contre elle , qu'elle lui est appliquée moins de temps. \* Car toute Force , \* 32. & tout Mouvement, considérés seuls & en eux-mêmes , devroient durer toujours , & produire par là des effets sans fin , un espace parcouru infini ; \* c'est leur nature. Il faut donc \* 33. des impulsions ou des Forces contraires pour les détruire , & ils doivent durer d'autant plus , ou être détruits d'autant plus tard par ces Forces contraires , qu'ils sont plus grands par rapport à elles , & plus loin en ce sens du terme opposé , l'*Inertie* , \* & \* 37. le repos ; ce qui n'est pas moins encore de leur nature. Les effets quadruples en un temps double ne font donc qu'indiquer & manifester une Force double , & il faudroit qu'ils fussent octuples , ou comme le cube

de la vîtesse , pour indiquer une Force quadruple , ou comme le quarré

\* 35. de la vîtesse. \* C'est là la Loi & la véritable mesure des Forces , tirée de leurs effets mêmes , en tant qu'elles se soutiennent , & qu'elles perséverent dans leur action. Leur mesure en tant qu'elles s'y consomment , & qu'elles périssent , ne nous en donnera pas une évaluation différente.

\* 36. 38. \* La somme des espaces non parcourus , des parties de matiere non déplacées , des ressorts non bandés , & qui l'auroient été , si la Force n'eût point diminué & péri , en un mot tous les effets analogues à ses pertes , à ses valeurs négatives & successivement retranchées , & par conséquent proportionnels à elle-même , le font

40. à la simple vîtesse. \* Quant à la distinction des *Forces Mortes* & des *Forces Vives* , ou , selon nous , de la simple Tendance , & du Mouvement actuel , nous avons montré jusqu'où

\* 43. 44. elle étoit recevable ; \* en quoi ces

45. deux sortes de Forces bien entendues

\* 47. 52. différoient entre elles , & en quoi

53.

elles étoient de même genre , fans  
 qu'on en pût rien conclure de favo-  
 rable à l'opinion nouvelle. \* Enfin la \* 48. 49.  
 Décomposition des Forces & des 50. 51.  
 Mouvemens , qui garde toujourns la  
 même analogie , & les mêmes rap-  
 ports que la Décomposition des sim-  
 ples Tendances , & des vîteſſes , \* ne \* 54. &c.  
 nous permet plus de douter que la 59.  
 Nature ne ſoit parfaitement unifor-  
 me ſur cet article , comme elle l'eſt  
 preſque toujourns dans la partie eſſen-  
 tielle de ſes Phénomènes.

F I N.

Faint, illegible text, possibly bleed-through from the reverse side of the page. The text is arranged in several lines and is difficult to decipher due to its low contrast and the aged, yellowed paper.

Faint, illegible text, possibly bleed-through from the reverse side of the page.

Dissertation de M. De Mairan.

Fig. 1<sup>re</sup>



Fig. 2.

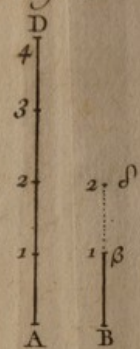


Fig. 3.

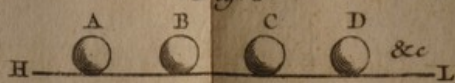


Fig. 5

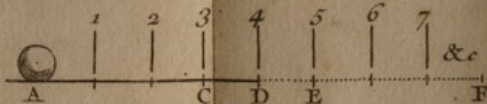


Fig. 10.

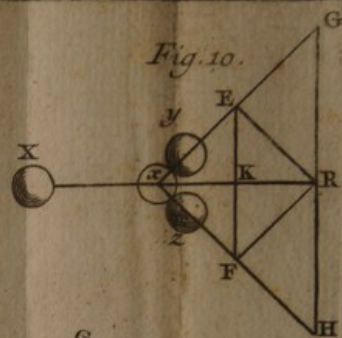


Fig. 6.

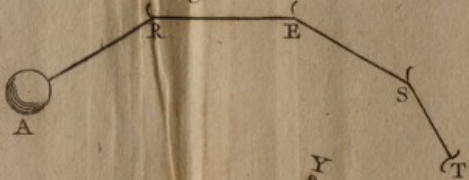


Fig. 8.

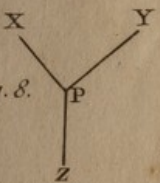


Fig. 9.

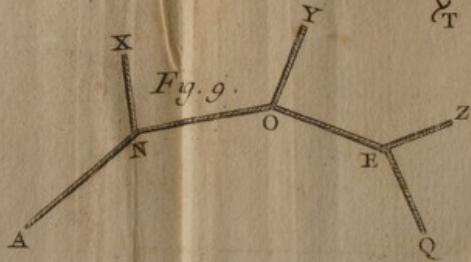


Fig. 4.



Fig. 7.

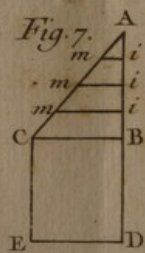
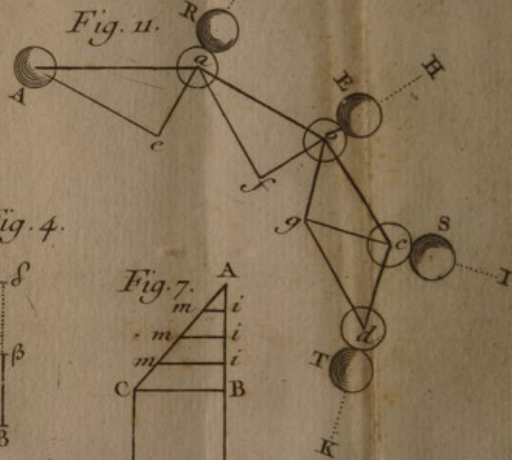


Fig. 11.





a 324





