

Nouvelle refutation de l'hypothese des forces vives / Par m. l'abbé Deidier.

Contributors

Deidier, Antoine, -1746

Publication/Creation

Paris : C.-A. Jombert, 1741.

Persistent URL

<https://wellcomecollection.org/works/ew6stwxw>

License and attribution

This work has been identified as being free of known restrictions under copyright law, including all related and neighbouring rights and is being made available under the Creative Commons, Public Domain Mark.

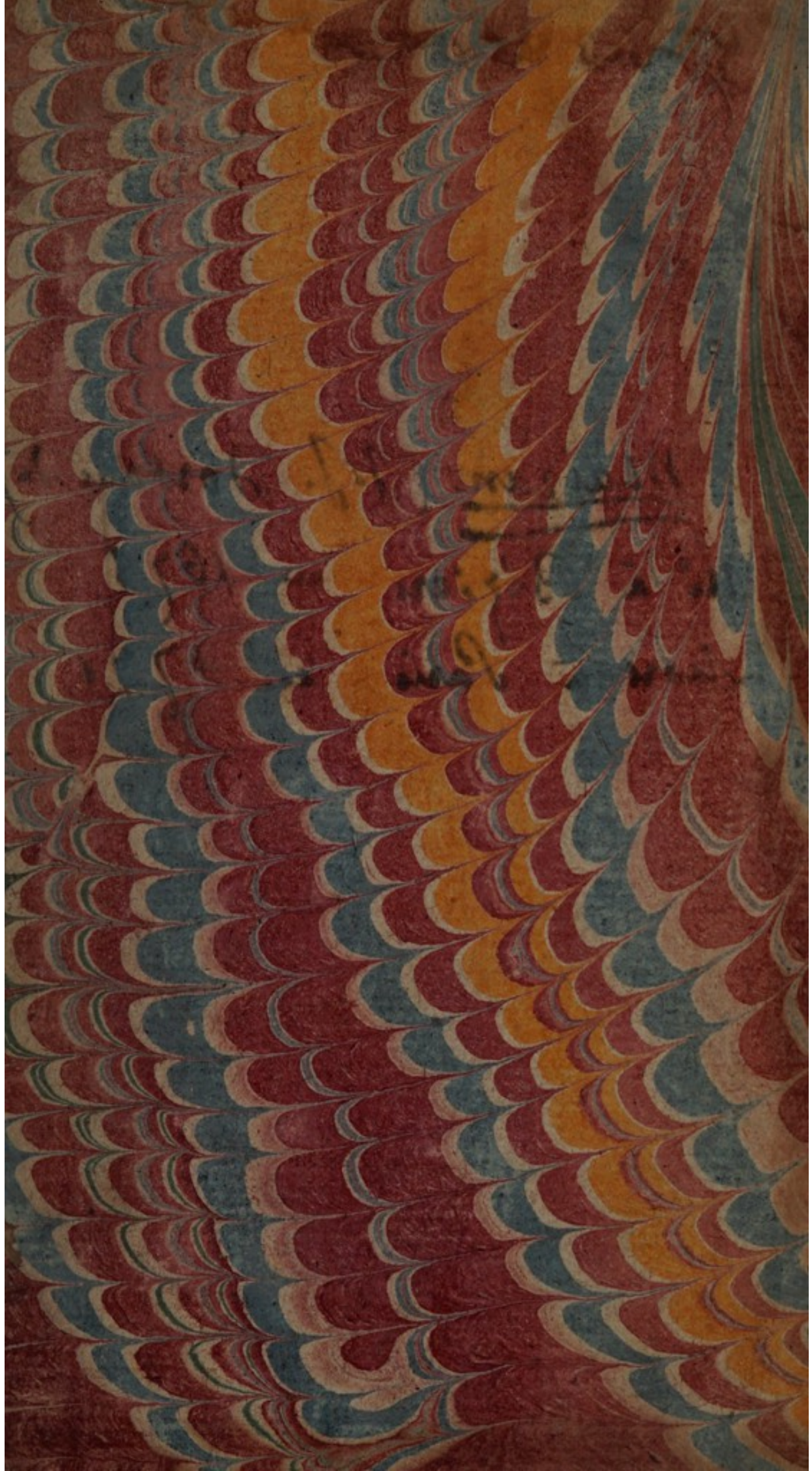
You can copy, modify, distribute and perform the work, even for commercial purposes, without asking permission.



Wellcome Collection
183 Euston Road
London NW1 2BE UK
T +44 (0)20 7611 8722
E library@wellcomecollection.org
<https://wellcomecollection.org>







CTIP
H5

34990/A + 34989

2 folding plates

D xiii d 8/6

18

LB 13

Got 72-317

Mairan (J. J. Dortous J.)

Ni à Béziers en 1678

Mort à Paris en '77'

NOUVELLE
REFUTATION
DE
L'HYPOTHESE
DES
FORCES VIVES.

Par M. l'Abbé DEIDIER.



A PARIS,

Chez CHARLES-ANTOINE JOMBERT, Libraire du Roi
pour l'Artillerie & le Génie, rue S. Jacques,
à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XLI.

AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROI.

NOUVELLE
REFUTATION
DE
L'HYPOTHESE
DES
FORCES VIVES.

Par M. l'Abbé DEDIER.



A PARIS,
Chez CHARLES-ANTOINE JOMBART, Libraire du Roi
pour l'Artillerie & le Génie, rue St. Jacques,
à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XLII.
AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROI.

AVERTISSEMENT
D U
LIBRAIRE.

*L*E sentiment des Forces Vives a été soutenu d'une part , & attaqué de l'autre par tant d'habiles Gens , que nous avons crû faire plaisir au Public d'imprimer en particulier ce que M. l'Abbé Deidier a écrit sur cette matiere dans sa Méchanique générale qui est actuellement sous presse. On trouve l'histoire de cette fameuse Dispute dans le projet de cette Méchanique que

iv AVERTISSEMENT

nous avons eu soin de distribuer à Paris, & d'envoyer dans toutes les Provinces & aux Pays Etrangers. M. de Leibnits, dit l'Autheur, fut le premier qui imagina qu'on devoit distinguer dans les corps, des Forces Vives & des Forces Mortes. Des expériences mal interprêtées le firent tomber dans cette erreur. En Angleterre on rejetta son sentiment avec mépris, en France on le refuta plus sérieusement, & selon toutes les apparences la mort de M. de*

* C'est M. Bernoulli qui nous instruit de ce fait dans son Discours de la communication des Loix du Mouvement.

DU LIBRAIRE. v

Leibnits auroit mis fin à la dispute, si M. Jean Bernoulli environ 28. ans après, ne se fût avisé de la faire revivre. Ce sçavant Géometre envoya à l'Académie Royale des Sciences un Discours sur les Loix de la communication du Mouvement qui fut imprimé en 1727. chez Jombert, Libraire, rue S. Jacques, à Paris. Ce Discours renfermoit beaucoup de belles choses dont l'Académie parla avec éloge, mais loin d'adopter ce qui regardoit la distinction des Forces Vives & des Forces Mortes, l'Académie fit imprimer en 1728.

vj AVERTISSEMENT

une Dissertation de M. de Mairan , où cet illustre Académicien traita la matiere avec toute la profondeur de son génie , & fit voir clairement l'inutilité de cette distinction.

Le Discours de M. Bernoulli étant tombé par hazard entre les mains de M. l'Abbé Deidier , il crut que les preuves sur lesquelles un Géometre de ce nom tâchoit d'appuyer son sentiment , méritoient d'être discutées de façon à empêcher le progrès de l'erreur. Et c'est à quoi il travailla d'abord , mais quelque temps après M. de Mairan lui ayant communiqué sa Dissertation , il y

DU LIBRAIRE. vij

trouva la Question si bien résolue , qu'il crut qu'il seroit inutile de pousser plus loin ce qu'il avoit commencé. Les choses en seroient restées là si les Institutions de Physique n'avoient été mises au jour , mais les nouvelles instances de l'Autheur de cet Ouvrage en faveur des Forces Vives , & sur-tout les Objections qu'il forme contre la Dissertation de M. de Mairan ayant engagé M. l'Abbé Deidier à reprendre ce qu'il avoit abandonné , & à y faire des additions considerables , nous avons cru devoir imprimer à part tout ce qu'il dit sur ce sujet , sans le retrancher néanmoins du corps de la Méchanique , afin

viii AVERTISSEMENT

*de satisfaire également à ceux qui
seront curieux de voir tout l'Ou-
vrage , & à ceux qui ne souhai-
teront que ce qui regarde cette
fameuse Question. Et comme il
y a dans la Dissertation de M.
de Mairan grand nombre de bel-
les preuves que M. l'Abbé Dei-
dier n'a point rapportées de peur
d'être trop long, & que le Public
sera sans doute bien aise de voir
dans l'original celles qu'il a rap-
portées , M. de Mairan a bien
voulu nous permettre d'imprimer
en même temps sa Dissertation.
Ces deux Ouvrages forment
deux Brochures que nous ven-
drons séparément , afin de laisser
à chacun la liberté de prendre*

DU LIBRAIRE. ix

celle qu'il jugera à propos , ou
toutes les deux à la fois. La
Mécanique générale sera ache-
vée d'imprimer dans peu de
temps.

TOULIBRAIRE ix

celle qui il y a de plus, ou
toutes les deux à la fois. La
Assemblée générale sera
de l'importance, dans peu de
temps.





NOUVELLE
REFUTATION
DE
L'HYPOTHESE
DES
FORCES VIVES.



LE Mouvement d'un corps ,
comme tout le monde fait ,
est le transport ou le passa-
ge de ce corps d'un lieu à
un autre. On y considere principale-
ment six choses. 1°. La Masse du corps
ou la quantité des parties de Matiere
qui le composent. 2°. Le temps ou la
durée du Mouvement. 3°. L'Espace
parcouru. 4°. La Vitesse , laquelle
dans la comparaizon de deux ou plu-

siieurs corps en Mouvement, doit s'estimer par les espaces que ces corps parcourent dans un même temps ou dans des temps égaux, lorsque ces corps ne reçoivent pas des nouvelles impressions ou qu'ils ne rencontrent pas des obstacles à surmonter pendant leur course, ou par les espaces qu'ils parcourroient dans des temps égaux, si des nouvelles impressions ou des obstacles nouveaux n'alteroient pas leur Mouvement. 5°. La direction ou le transport du corps vers un lieu plutôt que vers un autre. 6°. Enfin la Force Motrice ou la cause qui donne le Mouvement au corps. La quantité de Mouvement se rapporte à la Force Motrice de la même façon que l'effet se rapporte à la cause qui le produit, c'est-à-dire que de même que l'effet est toujours proportionnel à la cause, de même aussi la quantité de Mouvement est toujours proportionnelle à la Force Motrice du corps.

Un corps peut se mouvoir ou en ligne droite, ou en ligne courbe, ou

enfin le long d'une suite de lignes qui forment des angles entr'elles, & dans tous ces cas son Mouvement peut être ou uniforme, ou accéléré, ou retardé.

Le Mouvement est uniforme lorsque le corps parcourt des espaces égaux en des temps égaux, il est accéléré lorsque le corps reçoit à chaque instant des augmentations de vitesse, & il est retardé quand la vitesse diminue à chaque instant.

Si les augmentations ou les diminutions de vitesse qui se font en des temps égaux sont égales entr'elles, le Mouvement du corps se nomme Mouvement uniformément accéléré, ou uniformément retardé.

Les principales loix du Mouvement uniformément accéléré, sont
1°. que les espaces parcourus en des temps égaux, c'est-à-dire du premier au second, du second au troisième, du troisième au quatrième, &c. sont entr'eux comme les nombres impairs 1. 3. 5. 7. 9. &c. d'où il suit que les espaces parcourus dans le premier

temps, dans les deux premiers, dans les trois premiers, &c. sont comme les nombres 1. 4. 9. 16. 25. &c. qui sont les quarrés des nombres 1. 2. 3. 4. 5. &c. qui expriment les temps pendant lesquels ces espaces sont parcourus. 2°. Que les vîteses acquises à la fin des temps 1. 2. 3. 4. 5. &c. sont entr'elles comme ces temps. On applique ces loix aux corps qui descendent vers le centre de la terre par la seule impression de leur Pesanteur, & en général à tous les corps qui étant poussés par une Force quelconque recevroient en des instans égaux des impressions égales chacune à la première impression de la Force Motrice, & dans tous ces cas il faut observer que les impressions instantanées étant égales de même que les temps, les espaces parcourus iroient en augmentant d'un instant à l'autre dans la raison des nombres impairs 1. 3. 5. 7. &c. comme il vient d'être dit, ce qu'il est à propos de bien remarquer.

Dans le Mouvement retardé il ar-

rive au contraire que les espaces parcourus dans des temps égaux, c'est-à-dire du premier au second, du second au troisième, &c. sont entr'eux comme les nombres 9. 7. 5. 3. 1. qui sont dans l'ordre retrograde des espaces 1. 3. 5. 7. 9. &c. que la Force Motrice fait parcourir en temps égaux dans le Mouvement uniformément accéléré. Et cette loi convient non-seulement aux corps qui après être descendus librement pendant quelque temps, remonteroient avec la vitesse acquise à la fin de leur chute, mais encore à tous les corps, qui étant poussés par une Force quelconque rencontreroient dans des temps égaux des obstacles égaux qui peu à peu feroient périr leur Mouvement. En quoi il faut faire attention que quoique les impressions contraires de la Pesanteur ou les obstacles rencontrés dans des temps égaux soient égaux, cependant les espaces parcourus dans ces mêmes temps vont en diminuant. On verra dans la suite pourquoi j'insiste sur cette Remarque.

De ce que nous venons de dire touchant le Mouvement uniformément retardé , il suit que si un corps après être descendu pendant quelque temps vient à remonter avec la vitesse que sa chute lui a fait acquérir , il remontera précisément au même point d'où il a commencé à tomber dans un temps égal à celui qu'il aura employé à descendre. Car il est visible que puisqu'un corps qui descend , par exemple , pendant trois minutes parcourt des espaces qui sont comme 1. 3. 5. & acquiert trois degrés de vitesse , c'est-à-dire un degré par minutes , ou à la fin de chaque espace , & qu'au contraire en remontant il parcourt des espaces 5. 3. 1. qui sont les mêmes que les précédens , mais dans un ordre retrograde , ce corps doit nécessairement perdre à chaque minute ou à la fin de chaque espace le degré de vitesse que sa pesanteur lui faisoit acquérir dans une minute en descendant , & par conséquent sa vitesse sera entièrement éteinte lorsqu'il sera parvenu au point d'où il

Il avoit commencé à tomber.

Il feroit inutile de démontrer ici les propriétés & les loix des Mouvements uniforme, accéléré, & retardé, dont je viens de donner une legere notion, cela a déjà été fait dans ma Méchanique Générale qui paroîtra bientôt au jour, & d'ailleurs on en trouve les démonstrations dans tous les Livres qui traitent du Mouvement. Venons donc à la Question que j'ai entrepris de discuter.

Tous les Sçavans des siècles passés ont toujours crû d'un accord unanime que les Forces Motrices des corps sont entr'elles comme les produits des Masses par les vîteses, ou comme les produits des Masses par les espaces parcourus dans un même temps ou dans des temps égaux, en faisant abstraction des nouvelles impressions ou des obstacles rencontrés, qui pendant ces temps pourroient augmenter ou diminuer les espaces qui doivent être parcourus. La plûpart des Physiciens & des Géometres modernes sont encore aujourd'hui du mê-

me sentiment, & leurs preuves sont tellement fondées en raison, qu'il ne paroît pas qu'on puisse leur refuser le titre de Démonstrations. Les Forces Motrices sont du nombre de ces causes que nous ne pouvons connoître que par leur effet. Or pour juger de ce qu'une cause peut produire par elle-même, il faut 1°. ne la considérer que dans l'instant de son action, & en éloigner toutes les applications réitérées & successives que l'on pourroit en faire. Car comme ces applications différentes seroient autant d'actions qui quoiqu'égaes entr'elles seroient toujours réellement distinctes, & produiroient des effets réellement distincts, & que les effets sont toujours proportionnels aux causes qui les produisent, il est clair que chaque effet particulier auroit même rapport à l'action particulière qui l'auroit produit, que la somme des effets à la somme des actions, & que par conséquent un plus grand nombre d'effets ne feroient qu'indiquer un plus grand nombre

d'actions réitérées de la cause , & non pas une plus grande puissance dans la cause même eu égard à chaque action. Au reste on voit bien qu'en parlant ainsi je suppose qu'il n'y ait rien d'étranger & de non essentiel à une cause , qui augmente , ou diminue , ou détruise son action réitérée , en un mot que j'envisage les causes comme si elles étoient dans un état semblable à celui de la Pesanteur , laquelle sans souffrir aucune altération donne à chaque instant des impressions égales au corps , mais de peur qu'on ne voulût l'ignorer j'ajoute qu'il faut 2°. écarter de l'effet produit par une cause toutes les circonstances de quelque nature qu'elles soient sans lesquelles la cause pourroit subsister. Ces circonstances peuvent à la vérité faire varier les effets en mille façons , les augmenter , les diminuer , en suspendre même entièrement le cours , mais comme la cause ne dépendra pas d'elle pour exister , il sera vrai de dire qu'elle sera toujours invariable ,

& qu'elle conservera en elle-même le pouvoir d'operer un certain effet fixe & déterminé.

Appliquons ceci aux Forces qui produisent le Mouvement des corps. Que vois - je dans les effets de ces Forces , je veux dire dans le Mouvement ? Des espaces d'une certaine étendue parcourus dans un certain temps par des Masses d'une certaine grandeur , tout ceci est essentiel & entre dans l'idée de ces effets , je n'y sçaurois rien retrancher , mais tout ce qu'on voudroit ajouter de surplus seroit entierement superflu : qu'un corps après avoir reçu l'impression de la Force Motrice , reçoive pendant son Mouvement des nouvelles impressions, de quelque part qu'elles lui viennent , qu'il rencontre sur ses pas des obstacles qui l'arrêtent ou qui affoiblissent sa course , qu'il soit obligé de prendre des nouvelles directions qui lui donnent quelque degré de vitesse qu'il n'avoit pas , enfin qu'on imagine tout ce qu'on voudra, il n'arrivera jamais que l'impression

qu'elle aura reçu de la Force Motrice soit différente de ce qu'elle étoit en elle-même indépendamment de toutes ces circonstances , & cette Force sera toujours telle qu'elle feroit si rien n'avoit derangé son effet.

De tout ceci il a toujours été facile de conclure que le rapport des Forces Motrices ne peut être différent de celui des produits des Masses par les vitesses, en donnant au mot de *vitesse* la signification que nous lui avons donnée ci-dessus ; & nous n'aurions peut-être jamais pensé qu'on dût s'élever contre un sentiment si bien soutenu , si quelques Géomètres modernes ne nous avoient fait voir qu'il n'est rien qu'on n'ose quelquefois critiquer. *Détrompez-vous* , nous ont-ils dit , *il y a deux sortes de Forces Motrices des corps , les unes qu'on doit appeller Forces Mortes , & les autres à qui on doit donner le nom de Forces Vives. Les Forces Mortes sont celles qui font impression sur les corps sans pouvoir vaincre l'obstacle qui les empêche de se mouvoir ; & les Forces Vives sont celles qui agissent sur les corps qui*

sont dans un Mouvement actuel qui dure depuis un temps fini & déterminé. Nous convenons, ont-ils ajouté, que les Forces Mortes, de même que les Forces des corps qui se meuvent d'un Mouvement toujours uniforme, sont entr'elles comme les produits des Masses par les vîteses, & nous prétendons au contraire que les Forces Vives qui agissent sur des corps dont le Mouvement est accéléré ou retardé, sont dans la raison des produits des Masses par les quarrés des vîteses. Mais sur quoi donc ces Géometres ont-ils fondé ces prétentions ? Sur des expériences entassées les unes sur les autres, toujours faites avec beaucoup de préoccupation, & toujours examinées avec une grande envie d'y appercevoir ce que l'on désiroit de trouver. C'est ainsi qu'on se trompe souvent soi-même dans le temps qu'on n'aspire à rien moins qu'à tirer tout l'Univers du sein de l'erreur. Mais de peur qu'on ne nous dise que nous ne voulons rien écouter, examinons ces expériences qu'on nous dit si favorables aux Forces Vives, & voyons ce que nous pour-

rons trouver de défectueux dans la maniere dont on les a employées pour soutenir cette nouvelle opinion. Je commence par la plus ancienne, bien moins pour suivre l'ordre des dates, que parce que je suis prevenu, quoique M. Bernoulli pense autrement, qu'il n'en est point de plus forte & de plus simple en même temps dont on puisse faire usage contre nous, & qu'au contraire si celle-ci ne peut se soutenir, les Forces Vives ne peuvent attendre des autres qu'une très-foible défense. La voici donc dans toute sa force, car je ne veux rien dissimuler. J'avertis seulement que quand je parlerai des Forces des corps qui sont dans un Mouvement actuel, je leur donnerai le nom de Forces *agissantes* pour les distinguer des Forces Vives dont le nom doit être consacré pour signifier des Forces proportionnelles aux produits des Masses par les quarrés des vîteses.

Supposons, disent ces Géometres, que les corps *A*, *B*, étant suspendus auparavant viennent à être lâchés, &

Fig. 1.

tombent librement , enforte que le premier parcourt l'espace AC , & le second l'espace BD ; ces corps étant arrivés en C & D auront acquis des Forces capables de les faire remonter aux mêmes hauteurs CA , DB ; les Forces en A & B seront donc des Forces mortes , & si nous supposons que les corps A & B étant parvenus en C & D remontent en A & B , leurs Forces seront des Forces Vives ; mais ces Forces en C & D seront en raison composées des Masses , A , B & des hauteurs CA , DB , parce que chacune de ces hauteurs consomme totalement la Force du corps qui la parcourt ; donc les Forces Vives seront $M \times CA$, $m \times DB$, mais dans l'hypothese de Galilée les espaces AC , DB sont comme les quarrés des vîteses acquises en C & D , mettant donc V^2 , u^2 au lieu de CA , DB les Forces Vives seront entr'elles comme MV^2 , mu^2 , c'est-à-dire , en raison composée de la raison des Masses , & de la raison des quarrés des vîteses , & si l'on suppose les Masses égales ,
les

les Forces Vives feront comme les quarrés des vîteſſes.

Telle eſt la prétendue démonſtration de ces Autheurs. Mais il eſt aiſé de voir que leur hypothèſe roule ſur une ſuppoſition différente de la nôtre. Selon nous les temps employés par les corps à parcourir leurs eſpaces ſont égaux entr'eux , au lieu que ſelon les deffenſeurs des Forces Vives les temps ſont toujours inégaux , & c'eſt à quoi ils auroient dû faire un peu plus d'attention. Pour en être convaincu il n'y a qu'à obſerver que les corps *A* , *B* étant ſuppoſés deſcendre librement doivent parcourir des eſpaces égaux dans des temps égaux , car ſelon l'hypothèſe de Galilée que tout le monde adopte , deux corps qui commencent à deſcendre parcourent dans les mêmes temps des eſpaces égaux , quoique leurs maſſes ſoient inégales ; or les eſpaces *AC* , *BD* ſont inégaux , donc les temps employés à les parcourir ſont auſſi inégaux. Ainſi pour rentrer dans notre hypothèſe il faut néceſſairement

diviser les produits MV^2 , mu^2 par les temps T , t , ou ce qui revient au même par les vîteses V , u qui sont dans la même raison que les temps selon les loix du Mouvement uniformément accéléré ou retardé, & dès-lors nous aurons pour l'expression des Forces Vives non plus MV^2 , mu^2 , mais MV , mu , ce qui fait voir que les Forces agissantes sont entr'elles dans la raison composée des masses & des vîteses, de même que les Forces mortes, & non pas dans la raison des masses & des quarrés des vîteses.

Il est vrai que la Force du corps A ne pouvant être éteinte par la pesanteur qu'à la fin d'un temps plus grand que celui à la fin duquel la Force du corps B est entièrement consumée, il semble d'abord que cette différence des temps doit entrer dans la considération des Forces des deux corps. Mais pour peu qu'on y fasse attention on decouvrira aisément que cette différence ne vient point de ce que ces Forces sont dans un rapport différent de celui de leurs vîteses, mais seule-

ment de ce que les vîteſſes que la peſanteur ôte à chacune d'elles dans un même temps étant égales entr'elles ne ſont point proportionnelles aux Forces primitives ; d'où il ſuit que la Force du corps *A* qui a perdu moins à proportion que la Force du corps *B* dans un temps égal , doit néceſſairement durer davantage.

Pour mettre ceci dans tout ſon jour , ſuppoſons que le premier corps ſoit deſcendu pendant deux temps égaux *BF* , *FE* , & ait parcouru l'eſpace *BIE* , & que le ſecond corps pendant le premier temps *BF* ait parcouru l'eſpace *BFH* ; ſelon l'hypothèſe de Galilée les vîteſſes de ces deux corps ſeront comme les temps *BE* , *BF* , ou comme 2 à 1. Or ſi ces corps en remontant ne trouvoient point la peſanteur ſur leur paſ, le premier parcourroit d'un Mouvement uniforme dans deux temps *EF* , *FB* égaux aux deux temps de ſa deſcente , l'eſpace *EMB* double de *BIE* qu'il a parcouru en deſcendant , & le ſecond corps pendant un temps *FB*

Fig. 12.

égal au temps de sa descente parcourroit l'espace $FHO B$ double de l'espace FHB parcouru dans sa chute ; ainsi le premier corps dans le temps EF ne parcourroit que l'espace $EINF$ qui n'est que la moitié de l'espace $EIMB$ qu'il parcourroit dans un temps double , & par conséquent les deux corps parcourroient dans un temps égal des espaces $EINF$, $FHBO$ qui seroient comme leurs vîteses , c'est-à-dire , comme 2 , 1 ; mais les masses multipliées par les espaces parcourus dans des temps égaux sont la mesure des Forces ; donc les Forces agissantes de 2 corps égaux considérées dans des temps égaux seroient comme 2 à 1 , ou comme les vîteses , si la Pesanteur n'agissoit pas sur eux. Voyons donc ce que fait cette Pesanteur ; elle ôte au premier temps un degré de vîtesse au premier corps , & dans le même temps elle en ôte aussi un degré au second ; & de là il arrive que le second, à qui la Pesanteur ôte tout ce qu'il avoit de vîtesse , perd toute sa

Force , & que le premier , à qui la Pesanteur n'ôte que la moitié de sa vitesse , ne perd que la moitié de sa Force ; laquelle par conséquent dure davantage , non pas parce qu'elle est avec la Force du second dans un rapport différent du rapport 2 , 1 des vitesses , mais uniquement parce qu'on lui ôte moins à proportion dans un temps qu'on n'ôte à l'autre dans le même temps. De là vient encore que quoique les deux Forces qui font remonter les deux corps soient comme 2 à 1 , cependant les espaces *E I H F* , *F H B* qu'elles font parcourir dans le même temps ne sont pas dans cette raison , mais dans celle de 3 à 1 ; car les vitesses qu'on leur ôte ne leur étant pas proportionnelles , & le premier corps perdant moins à proportion que le second , il est évident que ce corps doit parcourir dans un même temps un espace qui soit plus que double de celui que le second parcourt ; mais tout cela ne diminue rien de la valeur primitive des Forces, & n'empêche point qu'el-

les ne fissent parcourir aux deux corps dans un même temps des espaces qui seroient comme 2 , 1 si la Pesanteur ne s'opposoit à leur montée ou Mouvement comme on a vu ci-dessus, ou si cette Pesanteur leur ôtoit dans un même temps des Forces proportionnelles. En effet la simple inspection de la figure fait voir que si la Pesanteur ôtoit dans le même temps au premier corps 2 de vitesse, & au second 1 de vitesse pour proportionner aux Forces les vitesses ôtées, le premier corps perdrait toute sa Force dans le même temps que le second perdrait la sienne, puisqu'il n'est pas possible qu'il y eût un reste de Force là où il n'y auroit plus de vitesse.

Il n'est donc point vrai que les Forces agissantes soient en raison composée des masses & des quarrés des vitesses, soit qu'on veuille avoir égard à la différence des temps, ou qu'on veuille la négliger, & par conséquent la distinction que l'on veut mettre entre le rapport des Forces agissantes, & le rapport des Forces mortes est

une distinction qui ne sçauroit avoir de fondement. L'erreur des Partisans des Forces Vives vient de ce qu'ils substituent dans la mesure des Forces les espaces au lieu des vîteses comme on avoit toujours fait avant eux, & comme feront toujours les Géomètres qui seront attentifs à suivre la nature. *Les Forces mortes*, disent-ils, *sont en raison des masses & des vîteses*, mais nous démontrons par l'expérience des corps qui remontent que les Forces Vives sont en raison composée des masses & des quarrés des vîteses ; donc il est démontré aussi que les Forces Vives ne sont pas comme les Forces mortes. Reprenons ce raisonnement, & suivons-le pas à pas pour en mieux voir le défaut. *Les Forces mortes sont en raison des masses & des vîteses*. Cette proposition n'est vraie que parce que le mot de vîtesse entraîne toujours avec lui l'égalité des temps, & que par conséquent on a égard à tout ce qui entre dans la composition du Mouvement, je veux dire au temps, à la masse, & à l'espace : mais si l'on nous disoit

que les Forces mortes , ou d'autres Forces qui feroient dans le rapport des Forces mortes font en raison composée des masses & des espaces qu'elles tendent à faire parcourir , ou qu'elles font parcourir , la proposition pourroit être vraie ou fausse , & son énoncé seroit vitieux. Elle seroit vraie si les espaces étoient parcourus dans des temps égaux , parce qu'alors les vîteses seroient comme les espaces ; mais elle seroit fausse si les temps étoient inégaux , parce qu'en ce cas les espaces ne seroient pas dans la raison des vîteses ; & le défaut du raisonnement ne pourroit être imputé qu'à la négligence qu'on auroit eue de ne point faire attention au temps, lequel doit toujours être considéré lorsqu'il s'agit du Mouvement.

Les Défenseurs des Forces Vives disent que ce n'est qu'après que le Mouvement des corps a duré pendant un temps, à la vérité petit, mais fini & déterminé , que les Forces des corps font en raison composée des masses & des quarrés des vîteses ;

ainsi supposons qu'un corps qui commence à se mouvoir parcoure dans un instant un petit espace, & qu'un autre corps égal en masse au premier parcoure un espace égal à celui que le premier a parcouru, mais dans deux instans, les Forces de ces corps n'étant point encore des Forces Vives seroient comme les Forces mortes. Or on voit bien que si on disoit que ces deux Forces sont en raison composée des masses & des espaces on auroit tort, puisque la vîtesse du premier seroit double de la vîtesse du second, à cause qu'il auroit parcouru son espace dans un seul instant, au lieu que l'autre ne l'auroit parcouru que dans deux. Donc, &c.

Nous avons démontré, ajoute-t-on, que les Forces Vives sont entr'elles en raison composée des masses & des quarrés des vîtesses. On l'auroit démontré si l'on avoit prouvé qu'on doit prendre pour leurs mesures les produits des masses par les hauteurs, lesquelles sont comme les quarrés des vîtesses dans les Mouvements accélérés ou retardés;

mais comme nous avons fait voir que cette façon de mesurer les Forces n'étoit pas légitime , non-seulement à cause que l'on neglige la différence des temps , mais encore parce que cette différence ne provient que de ce que les vîtesses que le Mouvement retardé ôte aux Forces dans un même temps ne sont pas proportionnelles à ces Forces , ce qui ne change rien à la nature des Forces en elles-mêmes ; il s'ensuit qu'on croit vainement avoir démontré que les Forces agissantes sont en raison composée , &c.

Donc , conclut-on , nous avons démontré que les Forces Vives ne sont pas comme les Forces mortes : cette conséquence est absolument fausse , puisque le principe sur lequel elle s'appuye n'a nulle apparence de vérité.

M. de Leibnits fut le premier qui imagina la distinction des Forces mortes & des Forces Vives , & malgré le mauvais accueil que les Scavans de France & d'Angleterre firent à ce sentiment , M. Jean Bernoulli dans la suite ne craignit pas de l'embrasser.

Cet illustre Géometre convint que la preuve que M. de Leibnits tiroit du Mouvement retardé ne lui paroïssoit pas assez convaincante , mais il en apporta d'autres qu'il regarda comme autant de Demonstrations que personne à l'avenir ne pourroit plus contester. On les trouve dans son Discours sur les Loix du Mouvement imprimé à Paris en 1727. chez Jombert , Libraire , rue Saint Jacques. Depuis ce temps-là Messieurs Volf, Poleni, Bulfinger, Gravefande, Muschembroc, & quelques autres se sont attachés à appuyer le même sentiment , non-seulement sur des raisons Géométriques , mais encore sur des expériences très-capables d'obscurcir la vérité si l'on n'y faisoit attention. Quoiqu'en fait de Mathématiques les seules Demonstrations aient force de loix , il y a cependant bien des personnes sur qui le nom de quelques Autheurs célèbres fait de grandes impressions , sur-tout lorsqu'on neglige de repondre aux raisonnemens dont ces Autheurs appuyent

leurs idées. Pour prévenir ce mauvais effet je vais rapporter dans toute leur étendue les deux preuves dont M. Bernoulli se sert comme de deux boucliers impénétrables à la plus sévère critique, & j'espère d'en faire voir le foible d'une manière si évidente qu'on n'aura plus lieu de suspendre son jugement entre les deux partis. Le premier de ces Argumens demande quelques principes préliminaires que je vais établir afin que le Lecteur ne trouve rien qui puisse l'arrêter.

Fig. 2. Si un corps ABC se trouvant comprimé par une ou plusieurs puissances a dans soi-même, ou par une cause quelconque, une Force de se remettre dans l'état où il étoit avant la compression après qu'il aura consumé ou repoussé par sa résistance les Forces qui le comprimoient, ce corps se nomme corps élastique, corps à ressort, ou simplement ressort.

Un ressort ABC qui est tenu dans un état de compression par une ou plusieurs puissances est en équilibre avec ces puissances.

Si les puissances A , C , étoient plus foibles que le ressort, elles seroient forcées de céder à la Force du ressort, & si elles étoient plus fortes le ressort cederoit, & se trouveroit dans un état de compression plus grand.

Si un ressort ABC est tenu dans un état de compression par deux puissances, ces puissances sont égales entr'elles. Si la puissance A pressoit plus fortement que la puissance C , la Force du ressort se porteroit sur la puissance plus foible C , & l'obligeroit de céder jusqu'à ce que les deux puissances pussent se trouver en équilibre.

Si un ressort ABC étant tenu dans un état de compression par deux puissances A , C , on substitue à la place de l'une des puissances C un plan immobile EF , la puissance A ne fera pas plus d'effort qu'elle en faisoit auparavant. La résistance du plan EF ne presse pas davantage la jambe CB que la puissance C ne la pressoit; car ce plan ne fait autre chose qu'empêcher la jambe CB de s'écarter de la jambe AB ; or la Force A étoit en équilibre avec la Force C ; donc

elle doit être en équilibre avec la résistance du plan EF .

Fig. 3.

Si deux puissances A , B tiennent plusieurs ressorts égaux dans un état de compression, elles ne font pas plus d'effort que si elles ne comprimoient qu'un seul de ces ressorts ACD . Supposons que les deux Forces A , B étant appliquées aux extrémités A , D du ressort ACD le compriment en lui faisant faire un angle de 30 degrés, je mets à la place de la puissance B un plan immobile MN , & le ressort n'étant pas plus comprimé qu'auparavant, la puissance A ne fera pas aussi plus d'effort qu'elle n'en faisoit. Je prens un autre ressort DEF égal au ressort ACD , & faisant appuyer sa jambe DE sur le plan immobile MN , j'applique à l'autre extrémité F la puissance B . Il est visible que ce ressort sera aussi comprimé que le ressort ACD , puisque tout est égal de part & d'autre. Or l'effort de la jambe CD sur le plan immobile MN est égal à l'effort de la jambe DE sur le même plan; donc si nous ôtons le plan MN , les deux

jambes CD , DE feront en équilibre, & les puissances A , B , ne feront pas plus d'effort qu'elles n'en faisoient avant qu'on ôtât le plan, c'est-à-dire, qu'elles n'agiront pas plus que si elles ne comprimoient que le seul ressort ACD . Par la même raison si au lieu de la puissance B mise en F on substitue un plan OP , la puissance A ne fera pas plus d'effort qu'elle n'en faisoit auparavant, & si l'on met un autre ressort FGH égal à ACD , & qui s'appuyant d'une part sur le plan OP soit comprimé de l'autre par la puissance B mise en H , cette puissance fera le même effort qu'elle faisoit en F ; & comme en ôtant le plan OP les deux jambes EF , FG seront en équilibre, il s'ensuit que les deux puissances A , B , mises en A & en H comprimeront les trois ressorts ACD , DEF , FGH chacun sous un angle de 30 degrés en ne faisant pas plus d'effort qu'en comprimant le seul ressort ACD sous le même angle; & on prouveroit la même chose s'il y avoit un plus grand nombre de ressorts.

Que si au lieu de l'une des puissances *A* on met un plan immobile *VX*, il est évident que la puissance *B* ne fera pas plus d'effort pour comprimer les ressorts *ACD*, *DEF*, *FGH*, &c. chacun sous un angle de 30 degrés, que si elle n'en comprimoit qu'un. Tout ceci supposé venons à la première Demonstration de M. Bernoulli.

Fig. 4.

Concevons, dit cet Auteur, deux rangs de ressorts égaux & également bandés, composés l'un de 12 ressorts, & l'autre de trois, dont une des extrémités soit appuyée contre les points fixes *A*, *B*, & l'autre arrêtée par les boules *L*, *P* que des puissances *R* & *S* empêchent de se mouvoir; il est visible que les deux boules *L*, *P* sont également pressées, & que par conséquent les Forces mortes qui pressent ces boules sont égales. Voyons ce que ces impressions ou Forces mortes mises en œuvre peuvent produire de Forces Vives. Pour cet effet imaginons-nous que les puissances *R*, *S* se retirent, il est constant que les boules *L* & *P* seront obligées de céder, & que dans le Mouvement accéléré que leur imprimeront les

DES FORCES VIVES. 41

les ressorts, la boule *L* acquerra plus de vitesse par les efforts continués de douze ressorts que la boule *P* égale à la boule *L* n'en peut acquérir par les efforts continués de trois ressorts.

Je suppose deux lignes droites quelconques données *AC*, *BD* que je prens pour deux rangs de petits ressorts égaux & également bandés; (nous concevrons que ces deux droites sont comme 12 à 3 afin de ne pas abandonner la supposition que M. Bernoulli a commencé de faire ainsi qu'on vient de voir). Je suppose de plus que deux boules égales commencent à se mouvoir des points *C*, *D* vers *F* & *L* lorsque les ressorts commencent à se dilater. Soient *CM L*, *DN K* deux lignes courbes, dont les ordonnées *GM*, *HN* expriment les vitesses acquises aux points *G*, *H*. Je nomme $BD = a$, l'abscisse $DH = x$, sa différence $HP = dx$, l'ordonnée $HN = u$, & sa différence $TO = du$; je prens ensuite les abscisses *CG*, *CE* de la courbe *CM L* telles qu'elles soient aux abscisses de la courbe *DN K*, comme *AC* est à *BD*, ou ce qui est la même chose; je fais $BD . AC ::$

Fig. 1

D

42 REFUTATION

$DH . CG :: DP . CE$, & supposant $AC = na$, on aura $CG = nx$, $GE = ndx$; soit enfin l'ordonnée $GM = z$; tout ceci supposé je raisonne ainsi.

Les boules étant parvenues aux points H & G , chaque ressort tant de ceux qui étoient resserrés dans l'intervalle AC , que de ceux qui l'étoient dans l'intervalle BD , sera dilaté également, parce que $AC . CG :: BD . DH$; chacun de ces ressorts aura donc perdu une partie égale de son élasticité, & il leur en restera à chacun également; donc les pressions ou les Forces mortes que les boules en reçoivent en H & en G sont aussi égales entr'elles. Je nomme cette pression p . Or l'accroissement élémentaire de la vitesse en H , je veux dire la différence TO ou du est par la loi connue de l'accélération en raison composée de la Force Motrice ou de la pression p , & du petit temps que le Mobile met à parcourir la différence HP ou dx , lequel temps s'exprime par $\frac{HP}{HN} = \frac{dx}{u}$, * on aura donc $du = \frac{p dx}{u}$, & partant $u du = p dx$, dont l'intégrale est $\frac{1}{2} uu = \int p dx$; par la

* Voyez la Méchanique générale, Liv. I. n. 84.

même raison on a $dz = \frac{p \times GE}{GM} = \frac{pn dx}{z}$,
 par conséquent $z dz = pn dx$, & en in-
 tegrant $\frac{1}{2} z z = \int pn dx$; d'où il suit que
 $uu . zz :: \int p dx . \int pn dx :: 1 . n :: a .$
 $na :: BD . AC$. or BD est à AC ,
 comme la Force Vive acquise en H est à la
 Force Vive acquise en G ; donc ces deux
 Forces sont entr'elles comme uu est à zz ;
 ainsi les Forces Vives des corps égaux en
 masses sont comme les quarrés de leurs vîtes-
 ses, & ces vîteses elles-mêmes sont comme
 les racines quarrées des Forces Vives, ce
 qu'il falloit demontrer.

Avant de refuter cette preuve de
 M. Bernoulli, nous chercherons le
 rapport des temps pendant lesquels
 les deux boules se meuvent, & nous
 nommerons t le temps de la boule P
 & T le temps de la boule L . Il est
 sûr par les regles de la propo-
 sition de la Mechanique générale
 que nous venons de citer, que

Fig. 46

$$\text{nous aurons } t . T :: \int dx \times \frac{1}{\sqrt{\int p dx}} .$$

$$n \int dx \times \frac{1}{\sqrt{n \int p dx}} :: \int dx \times \sqrt{n \int p dx} .$$

$$n \int dx \times \sqrt{\int p dx} . \text{ Or } \int dx \text{ est l'inte-}$$

44 REFUTATION

Fig. 5. grale de DH , & $n \int dx$ est l'intégrale de CG ; donc $\int dx = DH$, & $n \int dx = CG$; de même ayant trouvé ci-dessus $uu . zz :: \int p dx . n \int p dx$, nous aurons $u . z :: \sqrt{\int p dx} . \sqrt{n \int p dx}$; mettant donc dans la proportion $t . T :: \int dx \times \sqrt{n \int p dx} . n \int dx \times \sqrt{\int p dx}$ les valeurs DH, CG de $\int dx$ & $n \int dx$, & la raison $u . z$ au lieu de son égale $\sqrt{\int p dx} . \sqrt{n \int p dx}$, nous aurons $t . T :: DH \times z . CG \times u$; mais par la construction nous avons $DH . CG :: BD . AC$, & nous avons trouvé $BD . AC :: uu . zz$; donc $t . T :: uu z . zz u :: u . z$; c'est-à-dire, le temps employé à la fin de l'espace DH est au temps employé à la fin de l'espace CG , comme la vitesse acquise à la fin de DH est à la vitesse acquise à la fin de CG .

De tout ce que nous venons de voir il suit que le Mouvement des deux boules est un Mouvement uniformément accéléré, car la Force morte ou pression des boules égales L, P est égale, de même que leur Pe-

Fig. 4.

lanteur est égale , les espaces parcourus sont entr'eux comme les quarrés des vîteſſes , & les temps sont comme les vîteſſes ; tout ſuit donc ici la Loi de Galilée ; or dans cette Loi lorsque les espaces parcourus sont égaux , les temps employés à les parcourir vont en diminuant , & les impressions de la Peſanteur correspondantes à ces temps inégaux diminuent aussi , puisque ces impressions ne sont égales que lorsque les temps étant égaux les espaces vont en augmentant ; donc les Forces des ressorts qui tiennent ici lieu des impressions de la Peſanteur , & dont les debandemens sont parcourir des espaces égaux aux corps sont des impressions inégales sur ces corps. Par exemple le premier ressort *M* fait plus d'impression sur *L* que le ſecond , & le ſecond en fait plus que le troiſième , & ainſi de ſuite à cauſe que les temps correspondans aux debandemens égaux vont en diminuant ; ainſi quoique les douze ressorts qui agiſſent sur la boule *L* ſoient égaux entr'eux , cependant

les impressions qu'ils font sur cette boule vont en diminuant à mesure qu'ils en sont plus éloignés, & il faut dire la même chose des trois ressorts qui agissent sur la boule *P*. D'où il suit que les impressions des douze ressorts sur la boule *L* prises ensemble valent moins que les Forces de ces douze ressorts prises ensemble, puisque les Forces des douze ressorts sont égales, au lieu que les impressions vont en diminuant, & par la même raison les impressions des trois ressorts qui agissent sur la boule *P* prises ensemble valent moins que les Forces de ces trois ressorts. Or les Forces agissantes des boules *L*, *P* sont proportionnelles aux impressions des ressorts qui les pressent puisqu'elles en font les effets; donc ces Forces Vives sont moindres que les Forces des ressorts, & par conséquent elles ne sont pas dans la raison des espaces ou des quarrés des vîteses. Il semble que Monsieur Bernoulli auroit dû s'apercevoir du défaut de son raisonnement.

Et pour faire voir que les Forces des corps en Mouvement sont ici comme les vîtesſes de même que partout ailleurs , il n'y a qu'à conſiderer que les vîtesſes étant comme $\sqrt{12}$ eſt à $\sqrt{3}$, ou comme $2\sqrt{3}$ à $\sqrt{3}$, ou enfin comme 2 à 1 , le temps de la boule L eſt au temps de la boule P comme 2 à 1. C'eſt pourquoi ſuppoſant que les deux boules faſſent effort pour réfermer les reſſorts avec les vîtesſes acquiſes à la fin des debandemens , la boule L ne conſumera ſa Force qu'à la fin de deux temps , à chacun deſquels elle perdra un degré de vîtesſe à cauſe de l'égalité des temps , & la boule P perdra ſa Force à la fin du premier temps , parce que la vîtesſe qu'elle perdra étant égale à la vîtesſe qu'elle avoit , il ne lui en reſtera plus ; or comme la boule L ne continuera de ſe mouvoir après le premier temps que parce que la vîtesſe qu'elle aura perdu en fermant des reſſorts ſur ſon paſſage , ſera moins grande par rapport à ſa vîtesſe totale , que la vîtesſe que la boule P

aura perdu dans le même temps n'est grande par rapport à sa vîtesse totale, & qu'au contraire en supposant que les vîtesses ôtées à chaque boule dans un même temps fussent proportionnelles à leurs vîtesses totales, les deux boules perdroient toute leur Force à la fin de ce premier temps ; il s'ensuit que les Forces de ces boules doivent être comme les vîtesses qu'elles perdroient en même temps si les vîtesses perdues dans des temps égaux étoient proportionnelles aux vîtesses acquises, ou comme les espaces qu'elles parcourroient dans le même temps si elles ne perdoient rien de leurs vîtesses. Mais les portions proportionnelles de vîtesse que les boules perdroient dans un même temps sont comme les vîtesses acquises, & non pas comme leurs quarrés ; donc les Forces de ces boules ne sont pas comme les quarrés des vîtesses acquises, mais simplement comme ces vîtesses.

L'argument que l'on tire contre les Forces Vives de la différence des temps a paru si fort à M. Bernoulli qu'il

qu'il n'a pris d'autre parti que celui de nier qu'on dût faire attention à cette différence ; mais comme ce sçavant Géometre n'ignoroit pas qu'on ne nie point une Proposition sans donner les raisons qui engagent à prendre la négative , il s'est appuyé sur une propriété de la Cycloïde renversée que nous avons démontrée dans la Méchanique , Liv. I. n. 204.

Soient les deux corps égaux A , B attachés à deux différens points A , B de la demi Cycloïde renversée ABC , si l'on vient à couper les fils qui les retiennent , & que ces corps ne puissent se mouvoir que le long de la demi Cycloïde, ils se mouvront d'un Mouvement accéléré , puisque la demi Cycloïde est un Polygone d'une infinité de côtés ou de plans inclinés , & que le Mouvement sur des plans inclinés est un Mouvement qui s'accélère , cependant ces deux corps arriveront à la fin d'un même temps au point C , quoique les espaces qu'ils ont à parcourir soient différens ; donc si ces deux corps après être parvenus

Fig. 71

en *C* viennent à remonter avec leurs vîtesſes acquiſes , ils parviendront auſſi dans un même temps aux points *A* , *B* , d'où ils étoient partis , & par conſéquent , dit M. Bernoulli , il eſt fort aisé de faire monter des corps peſans à différentes hauteurs dans des temps égaux.

Je ne ſçais pas quel avantage M. Bernoulli prétend tirer d'une expérience qui ſe trouve directement oppoſée à ce qu'il veut établir. Deux corps égaux peuvent dans des temps égaux parcourir des eſpaces inégaux par un Mouvement accéléré ; cela eſt indubitable , & ne ſcauroit même manquer d'arriver quand les vîtesſes acquiſes avec leſquelles les corps remontent ſont inégales. Mais les eſpaces inégaux parcourus dans des temps égaux ſeront-ils comme les quarrés des vîtesſes acquiſes ? C'eſt ce que nous nierons toujours , comme étant oppoſé aux loix du Mouvement retardé , & ce que M. Bernoulli ne nous fera jamais trouver dans la Cycloïde renverſée. Au contraire nous

DES FORCES VIVES. 51

avons démontré dans l'Ouvrage cité ci-dessus que les espaces CA , CB parcourus dans des temps égaux par les corps A , B sont précisément comme les vîtesses acquises à la fin de leur descente ; & ceci seroit pour nous un nouveau motif d'attaquer les Forces Vives , si nous cherchions à entasser expérience sur expérience plutôt qu'à établir un raisonnement décisif contre lequel on ne puisse plus revenir.

Après la prétendue Démonstration touchant les ressorts que nous venons de refuter , M. Bernoulli en apporte une autre qu'il nomme Géometrique & Générale , & , qui , à son avis , est si fort au-dessus de toute exception , qu'elle est seule capable de convaincre les Partisans les plus obstinés de l'opinion vulgaire. Voyons si en effet elle a de quoi nous convaincre pleinement , ou si à notre tour nous n'aurons pas quelque raison plus forte qui emportât le dessus. Ceux qui n'entendent pas les règles du Mouvement composé , au-

ront soin avant de lire ceci , de voir ce que nous enseignons touchant ce Mouvement dans notre Méchanique.

Fig. 6.

Figurons-nous , dit M. Bernoulli , que le corps *C* frappe obliquement un ressort placé en *L* avec la vitesse *CL* ; soit l'angle d'obliquité *CLP* de 30 degrés , afin que la perpendiculaire *CP* devienne égale à $\frac{1}{2}$ *CL* ; soit la vitesse *CL* = 2 , & soit enfin la résistance du ressort *L* , telle que pour le plier il faille précisément un degré de vitesse dans le corps *C* , lorsque ce corps le heurte perpendiculairement , on suppose que le corps *C* se meut sur un plan horizontal. Ceci connu , je dis qu'après que le corps *C* aura choqué obliquement le corps *L* avec une vitesse *CL* de deux degrés , vitesse , qui , en vertu de la composition du Mouvement , est composée de *CP* = 1 & de *PL* = $\sqrt{3}$, ce corps perdra entièrement le Mouvement perpendiculaire par *CP* , & ne retiendra que le Mouvement par *PL* = $\sqrt{3}$, ainsi le corps *C* après avoir consumé son Mouvement par *CP* à plier le premier ressort *L* , continuera à se mouvoir selon la direction *PLM* avec la vitesse *LM* = *PL* = $\sqrt{3}$. Conce-

vons au point M un second ressort semblable au premier, & l'angle de l'obliquité LMQ tel que la perpendiculaire LQ soit 1 ; il est clair que le Mouvement par LM étant composé des deux collatéraux par LQ & QM , continuera selon la direction QMN avec une vitesse MN égale à $QM = \sqrt{2}$; imaginons au point N un ressort égal à chacun des précédens que le corps rencontre sous un angle demi droit MNR , afin que MR perpendiculaire à la ligne de situation du ressort devienne égal à 1. Il est manifeste que le Mouvement par MN composé des Mouvements par MR & par RN consumera le premier de ces Mouvements par MR à plier le ressort N , & par conséquent son autre Mouvement par RN continuera avec une vitesse $NO = RN = 1$; le corps C conserve donc encore un degré de vitesse suivant la direction RNO après avoir plié les trois ressorts, L , M , N , & c'est avec ce degré de vitesse qu'il pliera le quatrième ressort O , contre lequel je suppose qu'il heurte perpendiculairement.

Il paroît de tout ceci que le corps C a la Force de plier avec deux degrés de vitesse

quatre ressorts , dont chacun demande pour être plié un degré de vitesse dans le corps C. Mais ces quatre ressorts pliés sont l'effet total de la Force du corps C mû avec deux degrés de vitesse , puisque toute cette vitesse du corps C se consume à plier ces quatre ressorts l'un après l'autre , & un seul ressort plié est l'effet total de la Force du même corps C mû avec un degré de vitesse , puisque la résistance de chaque ressort est telle qu'elle détruit précisément un degré de vitesse dans ce corps C. Puis donc que les effets totaux sont entr'eux comme les Forces qui ont produit les effets , il faut que la Force Vive du corps C mû avec deux degrés de vitesse soit quatre fois plus grande que la Force Vive du même corps mû avec un degré de vitesse.

Quand on soutient une mauvaise cause l'esprit & le sçavoir sont d'un très-foible secours , le raisonnement de M. Bernoulli montre assez que ce Géometre s'est servi habilement de l'un & de l'autre , mais malgré la subtilité de ses raisons , il n'est pas difficile d'en decouvrir le défaut.

Je ne sçaurois disconvenir qu'il n'y

ait ici quatre degrés de Force , puis-
 que les quatre ressorts n'agissant point
 l'un sur l'autre demandent chacun un
 degré pour être comprimé , mais je
 nie que ces quatre degrés de Force
 soient produits uniquement par les
 deux degrés de vitesse du corps C ,
 & que les quatre ressorts n'aient con-
 sumé que deux degrés de vitesse ,
 comme M. Bernoulli l'avance ici. Le
 corps C ayant perdu un degré de vi-
 tesse par le choc du ressort L n'en au-
 roit plus qu'un degré s'il continuoit à
 se mouvoir selon la même direction
 CL , mais comme il prend la direc-
 tion LM , sa vitesse devient $\sqrt{3}$; or
 $\sqrt{3}$ étant plus grand que 1 , il est
 constant que l'excès de vitesse que le
 corps C gagne dans la direction LM
 sur la vitesse 1 qui lui resteroit s'il
 suivoit sa première direction , est $\sqrt{3}$
 -1 . De même la vitesse $LM = \sqrt{3}$
 étant diminuée de 1 après le choc du
 ressort M , il ne devoit rester au
 corps C que $\sqrt{3} - 1$ de vitesse , mais
 il lui reste $\sqrt{2}$ plus grand que $\sqrt{3} - 1$,
 donc ce que le corps gagne de vitesse

est $v_2 - v_3 + 1$; enfin la vitesse $MN = v_2$ étant diminuée de 1 par le choc du ressort N , la vitesse restante après ce choc devoit être $v_2 - 1$, mais cette vitesse restante est 1, donc le corps C a gagné $1 - v_2 + 1$, ajoutant donc toutes ces vitesses gagnées par les différens changemens de direction, nous aurons $v_3 - 1 + v_2 - v_3 + 1 + 1 - v_2 + 1 = 2$, ainsi les changemens de direction ont augmenté la vitesse primitive 2 du corps C de 2 degrés de vitesse, & par conséquent il y a eu à la fin du Mouvement quatre degrés de vitesses éteintes, de même qu'il y a eu quatre Forces consumées. Or les quatre ressorts égaux ayant été comprimés par des degrés égaux de vitesses, CP , LQ , MR , NO , & leur résistance ayant fait perir quatre Forces égales, il s'ensuit que chacune de ces Forces a été proportionnelle à la vitesse, & que par conséquent la somme des quatre Forces, c'est-à-dire, la Force totale du corps C est comme la somme des quatre vitesses, & non pas comme le quarré de cette somme.

Il est vrai que la Force éteinte par les quatre ressorts est comme le quarré 4 de la vîtesse primitive du corps 2 , mais comme cette vîtesse ne renferme pas toute la vîtesse qui a composé cette Force , puisqu'elle n'en est que la moitié , il faudroit donc dire que la Force agissante est comme le quarré de la moitié de sa vîtesse totale ; encore ne seroit-ce que dans l'exemple présent , car si au lieu de la vîtesse primitive 2 nous prenions 4 , c'est-à-dire , si nous faisons $CL=4$, & $CP=1$, ce qui demanderoit que l'angle de l'obliquité CLP fût plus aigu , alors en faisant à peu près la même construction que M. Bernoulli , nous trouverons que le corps C avec 4 de vîtesse pourroit fermer 16 ressorts , dont chacun demanderoit un degré de Force pour être comprimé , ainsi la Force totale seroit 16 , & par conséquent elle seroit comme le quarré 16 de la vîtesse primitive 4. Mais comme 4 ne renferméroit pas toute la vîtesse de cette Force , puisqu'il y auroit 16 vîtesses correspon-

dantes aux 16 ressorts bandés, il faudroit dire que la Force agissante feroit ici comme le quarré du quart de sa vîtesse totale, tandis que dans le cas précédent il auroit fallu dire que la Force agissante étoit comme le quarré de la moitié de toute sa vîtesse, d'où l'on voit que la Force agissante dans ces sortes d'exemples n'a point de rapport fixe avec le quarré de sa vîtesse totale, au lieu qu'elle est constamment comme cette vîtesse.

Ce n'est donc qu'à la Décomposition du Mouvement, & non pas à aucune qualité des Forces agissantes qu'il faut attribuer la différence des effets que produit un corps en Mouvement lorsqu'il suit successivement les directions des Forces qui composent son Mouvement; les Forces composantes prises ensemble sont toujours plus grandes que la composée; par exemple les vîtesses CP , PL prises ensemble sont plus grandes que la vîtesse CL qu'elles composent, c'est pourquoi si le corps C après avoir suivi la direction CL rencontre un

obstacle qui lui faisant perdre le Mouvement selon CP , l'oblige de se mouvoir selon LM qui est dans la direction PL , la vitesse qu'il aura selon cette direction sera plus grande que celle qu'il auroit eüe après le choc s'il avoit suivi la direction CL , ce qu'il auroit pu faire si le ressort L avoit été perpendiculaire sur CL , & ne lui avoit ôté sur sa direction qu'une vitesse égale à CP . Donc en suivant la direction LM il aura plus de Force que s'il suivoit toujours la direction CL . Et il est visible qu'en décomposant plusieurs fois son Mouvement, on augmentera sa Force, & on le rendra capable de plus grands effets. Mais tout cela ne dit rien en faveur des Forces Vives, & quoiqu'on veuille établir là-dessus, jamais on ne prouvera que ces Forces soient comme les quarrés de leurs vitesses.

Pour mieux faire voir la fausseté de la prétention de M. Bernoulli, je n'ai qu'à montrer que s'il y a ici quatre degrés de Force agissante, il y a aussi quatre Forces mortes qui ten-

dent chacune selon sa direction à donner 1 de vitesse, & que par conséquent les Forces agissantes sont ici dans la même raison que les Forces mortes. Or voici comme je le prouve : la vitesse CL est composée de CP , PL ; la vitesse PL ou LM est composée de LQ , QM , & la vitesse QM ou MN est composée de MR ou RN ou NO ; donc la vitesse CL est composée des quatre CP , LQ , MR , RN qui sont égales entr'elles. Menant donc par le point C la droite CZ égale & parallèle à LQ , la droite CX égale & parallèle à MR , & la droite CT égale & parallèle à NO , la Force CL sera composée des quatre Forces mortes CP , CZ , CX , CT , qui toutes tendront à donner au corps C selon leurs directions un degré de vitesse ; c'est pourquoi si le corps C choque successivement selon ces 4 directions, il y aura 4 degrés de Force agissante correspondans aux 4 Forces mortes, & si le corps C fuit toujours la direction CL , il n'y aura que deux degrés de Force

agissante correspondans à une Force morte qui tendroit à donner sur CL les deux degrés de vitesse que les quatre Forces mortes tendent à donner au corps selon cette direction CL . Donc les Forces agissantes sont comme les Forces mortes, mais celles-ci sont comme les vitesses qu'elles tendent à donner; donc les Forces agissantes sont aussi comme leurs vitesses, & non pas comme leurs quarrés. Et si elles sont comme le quarré de la vitesse qui suivroit toujours la direction CL , c'est que les Forces mortes qui composent cette vitesse sont aussi comme le quarré de la vitesse de cette direction.

Je pourrois rapporter ici quelques autres prétendues Demonstrations que les Partisans de M. de Leibnits apportent pour soutenir son sentiment, mais comme les refutations que j'en ferois rouleroient à peu près sur les mêmes principes, je me contenterai de dire que les Auteurs qui prennent ce parti se trompent en négligeant la différence des temps, ou en préten-

dant mesurer les Forces par les produits des masses par les espaces , ou enfin dans le Mouvement composé en prenant une partie des vîtesses pour les vîtesses totales.

J'achevois de répondre à la dernière Preuve de M. Bernoulli lorsque j'appris que M. de Mairan avoit traité des Forces Vives dans sa sçavante Dissertation imprimée en 1728. dans les Memoires de l'Academie Royale. Le mérite & la réputation de cet illustre Academicien , joint au désir que j'avois de profiter de ses lumieres, me porterent à m'adresser directement à lui. Il me reçut avec sa politesse ordinaire , & loin d'être piqué que j'eusse écrit sur un sujet qu'il avoit si bien discuté , comme il arrive à quelques Sçavans hérissés & jaloux , qui s'imaginent qu'on leur fait tort quand on écrit après eux, il m'exhorta lui-même à continuer mon travail. Mais sa modestie ne lui permettoit pas de voir que sa Dissertation dont il me faisoit part , alloit bientôt me faire tomber la plume des mains. En

effet à la première lecture que j'en fis j'y trouvai des preuves si solides & si convaincantes contre le sentiment des Forces Vives, que je crus qu'il étoit inutile de revenir sur une question qui avoit été si clairement résolue. Ce ne fut même qu'en faveur des personnes qui n'ont point les Memoires de l'Academie que je laissai subsister dans ma Méchanique générale ce que j'avois déjà écrit. Je serois toujours resté dans le même sentiment si les Institutions de Physique n'avoient été mises au jour. L'érudition & le sçavoir qui paroît dans cet Ouvrage méritent bien qu'on marque le cas qu'on en fait en répondant à ce qui s'y trouve d'opposé à notre façon de penser. Ce n'est pas que j'aye dessein d'examiner tout ce qui y est rapporté en faveur des Forces Vives, la plupart des preuves étant les mêmes que celles de M. de Leibnits & Bernoulli que j'ai réfutées ci-dessus, je ne pourrois les discuter de nouveau sans tomber dans des redites dont je m'assure que tout Lecteur raisonna-

ble voudra bien me dispenser. Mais il n'en est pas de même à l'égard d'un article des Institutions de Physique, où la Dissertation de M. de Mairan est attaquée, & si je ne dois pas avoir la témérité de croire que je puisse donner quelque degré de clarté aux Ecrits de ce célèbre Géometre, du moins je dois aimer assez la vérité pour faire voir à mes Lecteurs qu'on tâchera toujours vainement de l'obscurcir dans un Ouvrage où elle a été mise dans tout son jour.

Fig. 1.

M. de Leibnits, Inventeur des Forces Vives, semble n'avoir appuyé son sentiment que sur la première preuve que nous avons réfutée ci-dessus. Que deux corps A , B commençant à tomber des points, A & B , parcourent l'un l'espace AC dans deux secondes, & l'autre l'espace BD dans une seconde; les espaces AC , BD seront entr'eux comme les quarrés 4. 1 des temps 2, 1, & les vitesses acquises à la fin de ces espaces ne feront que comme les temps mêmes, ou comme 2. 1; cependant
 si

DES FORCES VIVES. 65

si l'on conçoit que ces corps étant parvenus en *C* & *D* soient repoussés en haut avec leur vitesse acquise, le corps *A* remontera en *A* dans un temps égal à celui qu'il a employé à descendre de *A* en *C*, & le corps *B* remontera en *B* dans un temps égal à celui qu'il a employé à parvenir de *B* en *D*. Tout le monde convient de ceci; or, disoit M. de Leibnits, les espaces que deux Forces font parcourir à deux corps, sont la mesure la plus naturelle qu'on puisse assigner à leurs quantités, & ces espaces sont ici comme les quarrés des vitesses acquises à la fin des temps; donc les Forces qui font remonter les corps *A*, *B* sont comme les quarrés de leurs vitesses. Mais ces Forces sont des Forces Vives, car elles sont acquises par un Mouvement actuel, & dans des temps finis & déterminés; donc les Forces Vives sont entr'elles comme les quarrés des vitesses, en supposant les masses égales comme nous faisons ici, ou comme les produits des masses par les quarrés des

vîteſſes ſi les maſſes ſont inégales.

Si cette preuve de M. de Leibnits pouvoit reſter ſans replique, elle ſuffiroit pour donner gain de cauſe aux Partifans des Forces Vives ; mais au contraire ſi on parvient à démontrer ſa fauſſeté, toutes les autres qu'on nous objecte doivent néceſſairement tomber d'elles-mêmes, non ſeulement par le rapport qui ſe trouve entre les expériences ſur leſquelles on les fonde, & celle que nous venons de rapporter, mais encore parce qu'on ne pourroit nous dire pourquoi ces Forces ſe trouveroient ici en défaut, tandis qu'on voudroit les faire ſubſiſter dans tous les autres cas. C'eſt donc à ce point principal d'où dépend la déciſion du différent que M. de Mairan s'eſt attaché avec le plus de ſoin. D'abord il nous fait voir que les eſpaces que deux différentes Forces font parcourir à des corps égaux ne ſçauroient être la meſure des quantités de ces Forces que dans la ſuppoſition de l'égalité des temps ; or il eſt viſible que les temps ſont ici diffé-

rens , puisqu'ils sont comme 2 , 1 ; donc les espaces AC , BD ne sont pas la mesure des Forces qui font remonter les corps en A & B . Cette réponse a toute la solidité qu'on peut demander ; en fait de Mouvement si l'on n'a égard à tout ce qui est renfermé dans son idée , je veux dire , à la masse , à l'espace , & au temps , on se mettra toujours en danger de tomber dans l'erreur ; & dans les cas particuliers où l'on ne se sera point trompé , il arrivera par hazard que les choses qu'on aura négligées seront égales , ce qui vérifiera la conclusion qu'on aura tirée , sans justifier le raisonnement. Et qu'on ne dise point qu'il y a une distinction à faire entre les Forces uniformes & les Forces retardées ; je sçais que celles-ci rencontrent à chaque pas des obstacles qui les affoiblissant peu à peu les font enfin perir , & qu'au contraire celles-là ne rencontrant point d'obstacles , conservent toujours une entière vigueur ; mais ces obstacles ne changent point la valeur intrinsèque des

Forces. Il sera toujours vrai de dire qu'une Force comme deux, est une Force comme deux, soit qu'elle soit détruite par une cause étrangere, ou qu'elle ne le soit pas. Ce qui aura été détruit ne sera jamais que deux; de même qu'en ôtant la cause qui détruit, on ne retrouvera que deux.

Il paroît donc que M. de Mairan auroit pu s'en tenir à la réponse que nous venons de rapporter; mais comme on se seroit peut-être imaginé qu'en négligeant la différence des temps, il devoit du moins admettre que les Forces agissantes sont dans la raison des quarrés de leurs vîteses; il pousse la chose plus loin, & recherchant la véritable cause des effets qui ont occasionné la question, il nous fait voir que malgré la diversité des temps les Forces agissantes ne sont que comme leurs vîteses, & non pas comme leurs quarrés. *Ce ne sont point, dit-il, les espaces parcourus par le Mobile dans le Mouvement retardé qui donnent l'estimation & la mesure de la Force Motrice, mais les espaces non parcourus, &*

qui l'auroient dû être par un Mouvement uniforme dans chaque instant. Ces espaces non parcourus sont en raison des simples vitesses, & partant les espaces qui repondent à une Force Motrice retardée, ou décroissante en tant qu'elle se consume dans son action, sont toujours proportionnels à cette Force, & à la vitesse du Mobile, tant dans les Mouvements retardés, que dans le Mouvement uniforme. Cette assertion qui paroît un espee de paradoxe, comme M. de Mairan l'avouë lui-même, se trouve démontrée dans toute la rigueur Géométrique dans sa Dissertation, & l'on peut dire que c'est ici le plus rude coup que les Forces Vives ayent jamais effuyé. L'Auteur des Institutions de Physique a l'esprit trop pénétrant pour ne l'avoir pas senti. Quoique l'Ouvrage de M. de Mairan contienne grand nombre d'autres preuves, qui toutes tendent à la destruction des Forces Vives, il ne s'est attaché qu'à celle-ci, convaincu, peut-être, que si l'on pouvoit une fois la réduire au néant, toutes les autres feroient faciles à dis-

siper. A son avis , M. de Mairan n'a rien oublié de tout ce qu'on peut dire en faveur d'une mauvaise cause ; mais son raisonnement est toujours vicieux dans le fonds , & plus il est séduisant, plus il se croit obligé de faire sentir aux Lecteurs que la doctrine des Forces Vives n'en peut souffrir aucune atteinte. Je rapporterai bientôt & la Démonstration de M. de Mairan , & les raisons que lui oppose l'Autheur des Institutions de Physique. Mais auparavant je suis bien aise de rappeler ce qui regarde la nature & les propriétés des Mouvements accélérés & retardés , & d'en tirer quelques conséquences qui mettront le Lecteur en état de juger plus facilement du parti que l'on doit prendre dans cette question.

Fig. II.

Soit le corps A qui commence à tomber du point A , & qui se meut pendant un temps représenté par la ligne AF que je suppose divisé en quatre petits temps égaux , finis & déterminés AC , CD , DE , EF ; supposons aussi que l'espace parcou-

tu pendant le premier temps AC soit représenté par le triangle ACH . Il est sûr que si à la fin du temps AC la Pesanteur cessoit d'agir sur le corps A , & que ce corps ne se mût que par la vitesse acquise à la fin de ce temps, l'espace $CHMD$ qu'il parcourroit pendant le second temps CD feroit double de l'espace ACH parcouru pendant le premier temps; personne ne disconvient de ceci, & en effet il est clair qu'une vitesse acquise & uniforme doit faire parcourir un espace double de celui qui a été parcouru avec une vitesse qui s'est augmentée par des accroissemens insensibles & égaux en supposant l'égalité des temps de part & d'autre. Or tandis que la vitesse acquise à la fin du temps AC feroit parcourir au corps A l'espace $CHDM$ pendant le temps CD , la Pesanteur de son côté si elle agissoit toute seule lui feroit parcourir dans le même temps CD l'espace HMN égal à l'espace ACH qu'elle auroit fait parcourir dans le premier instant; car la Pesan-

teur agissant toujours de la même
 manière sur le corps , les accroisse-
 mens de vitesse qu'elle donne dans
 des temps égaux sont égaux ; laissant
 donc agir la vitesse acquise à la fin du
 temps AC , & la Pesanteur , l'espace
 parcouru pendant le temps CD fera
 $CHND$, & cet espace sera composé
 de deux parties , dont l'une $CHMD$
 seroit parcourue avec une vitesse uni-
 forme si elle agissoit seule , & l'autre
 $HN M$ sera parcourue avec une
 vitesse accélérée. Il est aisé de voir
 que si la vitesse acquise pendant le
 temps CD agissoit seule sur le corps
 pendant le temps DE , l'espace par-
 couru $MNZX$ seroit double de
 $HN M$, & que laissant agir cette
 vitesse conjointement avec la Pesan-
 teur & avec la vitesse acquise à la fin
 du temps AC , l'espace parcouru
 $DNOE$ fera composé de trois par-
 ties, dont les deux $DMXE$, $MNZX$
 seroient parcourues avec des vitesses
 uniformes & égales si elles agissoient
 seules , & la troisième NOZ sera
 parcourue avec une vitesse accéle-
 rée ;

rée ; & continuant le même raisonnement on trouvera que les espaces parcourus , à l'exception du premier , sont tous parcourus par un Mouvement dont une partie seroit uniforme , & l'autre accélérée ; c'est-à-dire , le Mouvement du premier espace seroit accéléré ; celui du second auroit une partie uniforme , & l'autre accélérée ; celui du troisième en auroit deux uniformes , & l'autre accélérée ; & ainsi de suite.

Et il faut observer que quoique je dise que chacun des espaces est parcouru avec des vîteses , dont les unes seroient uniformes si elles agissoient seules , & dont la dernière est accélérée ; je ne veux pas dire pour cela qu'une partie de ces espaces soit parcourue uniformément , & l'autre d'une manière accélérée , car les vîteses uniformes & accélérées agissant ensemble ne forment qu'une seule vîtesse accélérée dans chaque espace.

Puisque la vîtesse acquise à la fin du temps AC feroit parcourir l'espace $CHMD$ dans le temps CD , que

celle-ci jointe à la vîtesse que la Pe-
 fanteur auroit ajoutée à la fin du tems
 CD , c'est-à-dire, toute la vîtesse ac-
 quise à la fin des deux tems AC ,
 CD feroit parcourir pendant le tems
 DE l'espace $DNZE$, & ainsi de sui-
 te; il s'ensuit que les vîtesses acqui-
 ses à la fin des tems AC , AD ,
 AE , AF sont comme les espaces
 $CHDM$, $DNZE$, $EOKF$, $FPIL$;
 mais ces espaces ayant les hauteurs
 égales, sont comme leurs dimensions
 inégales CH , DN , EO , FP , & à
 cause des triangles semblables ACH ,
 ADN , &c. ces dimensions CH ,
 DN , &c. sont comme les tems
 AC , AD , &c. donc les vîtesses ac-
 quises à la fin des tems AC , AD ,
 &c. sont comme les tems. Mais à
 cause des mêmes triangles semblables
 les espaces ACH , ADN parcourus
 à la fin des tems AC , AD , &c.
 sont comme les quarrés de ces tems;
 donc les espaces parcourus à la fin des
 tems AC , AD , &c. sont comme
 les quarrés des tems, tandis que les
 vîtesses ne sont que comme les tems.

DES FORCES VIVES. 75

Les Forces acquises à la fin des temps AC , AD , &c. *sont comme les vîteses acquises à la fin de ces mêmes temps ; car les vîteses acquises sont comme les espaces* $CHDM$, $DNZE$, $EOKF$, &c. *qu'elles feroient parcourir dans des temps égaux* CD , DE , EF , &c. & les espaces parcourus dans des temps égaux sont la mesure la plus naturelle des quantités des Forces qui font parcourir ces espaces, ce que les Partisans des Forces Vives ne peuvent nier, puisqu'ils l'admettent même lorsque les temps ne sont pas égaux ; donc les Forces acquises à la fin des temps AC , AD , &c. sont comme les vîteses acquises à la fin de ces mêmes temps.

De ce que nous venons de prouver, il suit nécessairement qu'il n'y a point de différence entre les vîteses acquises & les Forces acquises à la fin des mêmes temps ; or les Partisans des Forces Vives conviennent que les vîteses acquises sont comme les temps AC , AD ; donc ils doivent convenir aussi que les Forces acquises sont

comme les temps; mais les Forces acquises à la fin des temps AC , AD , &c. sont des Forces agissantes, puisqu'elles sont acquises par un Mouvement actuel & après un temps déterminé; donc les Forces agissantes sont comme les temps, ou comme les vitesses, & non pas comme les quarrés.

Je vois bien qu'on me dira que les Forces dont je parle, sont des Forces uniformes, au lieu que M. de Leibnits parloit de Forces retardées; mais je redirai aussi que les Forces uniformes, & les retardées n'ont rien en elles-mêmes qui puisse les distinguer, & que toute la différence qu'on y trouve ne venant que des obstacles que les unes rencontrent, tandis que les autres n'en rencontrent point, tout ce qu'il en arrive c'est que celles-ci se trouvent affoiblies peu à peu, & perissent même totalement, tandis que celles-là sont toujours dans la même vigueur. Pour s'en convaincre pleinement on n'a qu'à supposer que deux corps d'égale masse soient

pouffés avec des vîteffes égales , mais que l'un rencontre fur fa route d'autres corps qui par leur choc détruiſent peu à peu ſon Mouvement , & que l'autre n'en rencontre point , celui qui aura été choqué ſe trouvera en repos , tandis que l'autre continuera à ſe mouvoir , & parcourra par conſéquent un eſpace plus grand ; dira-t'on pour cela que ces deux corps n'ont pas été pouffés avec des Forces égales ? C'eſt ce que je ne crois pas qu'aucun Géometre ou Phyſicien oſe jamais avancer , & ce qui me fait croire auſſi qu'on ne ſoutiendra jamais qu'une Force qu'on transforme d'uniforme en retardée , ou de retardée en uniforme puiſſe être différente d'elle-même ; mais allons plus avant.

Suppoſons qu'un autre corps *B* commençant à tomber du point *B* ſe meuve pendant les temps *Bc* , *cd* égaux chacun à chacun aux temps *AC* , *CD* , l'eſpace *Bch* parcouru par le corps *B* pendant le temps *Bc* ſera égal à l'eſpace *ACH* parcouru par le

Fig. 111

corps A pendant le temps $AC=Bc$; & l'espace Bdn que B parcourra pendant le temps Bd sera égal à l'espace que A parcourra pendant le temps AD ; & comme les vîteses ou les Forces acquises par le corps B à la fin des temps Bc , Bd seront entr'elles comme les droites cb , dn égales chacune à chacune aux droites CH , DN à cause de la similitude des triangles Bcb , ACH , Bdn , ADN , & des hauteurs égales Bc , AC , Bd , AD ; il s'ensuit que la vîtesse ou Force acquise du corps B à la fin du temps Bd sera à la vîtesse ou Force acquise du corps A à la fin du temps AF , comme dn est à FP , ou comme 2 à 4 , ou comme 1 à 2. Maintenant supposons que les deux corps A , B ayant parcouru les espaces AFP , Bdn à la fin des temps AF , Bd soient repoussés en enhaut avec leurs vîteses acquises à la fin de ces temps ; il est clair que si la Pesanteur cessoit d'agir sur ces corps , le corps A parcourroit l'espace $ARPF$ double de l'espace APF dans un temps égal à celui qu'il a

employé à parcourir APF ; car la vitesse ou Force acquise à la fin du temps AF lui feroit parcourir pendant le temps EF l'espace $FPQE$ qui est le quart du rectangle $FPR A$; & comme cette vitesse feroit uniforme , puisque nous supposons qu'elle ne trouveroit point d'obstacles , il s'ensuit qu'elle feroit parcourir au corps A le rectangle $FPR A$ quadruple du rectangle $FPQE$ dans le temps FA quadruple de FE . Par la même raison le corps B parcoureroit l'espace $dn u B$ double de l'espace Bdn dans un temps égal à celui qu'il a employé à parcourir Bdn , & ces deux espaces $FPRN$, $dn u B$ seroient entr'eux comme 4 à 1 à cause que les bases FP , dn , & les hauteurs AF , Bd sont entr'elles comme 2 à 1. Ainsi les espaces parcourus seroient en raison doublée des vitesses acquises , ou des vitesses qui obligeroient les corps A , B à remonter.

Que si nous laissons agir la Pesanteur sur les deux corps A , B pendant qu'ils remonteront , il arrivera que

80 REFUTATION.

pendant le temps EF la Pesanteur empêchera le corps A de parcourir l'espace OQP , car la Pesanteur agissant uniformément sur le corps, soit qu'il descende ou qu'il monte, elle doit l'empêcher en montant pendant un temps, de parcourir un espace OPQ égal à l'espace OKP qu'elle lui feroit parcourir dans le même temps s'il descendoit. Ainsi la vitesse qu'elle fera perdre au corps en montant pendant le temps EF étant égale à celle qu'elle lui auroit fait acquérir en descendant pendant le même temps, laquelle vitesse acquise lui feroit parcourir dans un temps semblable un espace semblable & égal à l'espace $KOPP$; il ne doit plus rester au corps A à la fin de ce temps qu'une vitesse, laquelle ne lui feroit parcourir pendant le temps ED que l'espace $EOTD$ si elle ne rencontroit point d'obstacles; mais comme la Pesanteur s'oppose toujours à son passage, le corps A perdra pendant ce temps la partie de cette vitesse qui lui auroit fait parcourir un espace sembla-

DES FORCES VIVES. 81

ble & égal à $ZOTN$, & continuant ce même raisonnement on trouvera que les vîteses perdues pendant les temps FE , ED , DC , CA sont représentées par les espaces $KPOQ$, $ZOTN$, $MNRH$, $CHAG$, lesquels pris ensemble sont égaux à l'espace $FPQE$ que le corps auroit parcouru dans le premier temps EF , & qui représente la vîtesse acquise avec laquelle le corps remontoit. Par la même raison le corps B en remontant aura perdu des vîteses représentées par les espaces $mnyh$, $chgB$, qui pris ensemble sont égaux à l'espace $dnyc$ qui représente la vîtesse acquise avec laquelle il remontoit. Or les espaces réellement parcourus par les corps A , B en remontant étant les triangles AFP , Bdn qui sont moitié des rectangles $AFPR$, $Bdnu$ qu'ils auroient parcourus s'ils n'avoient point trouvés de résistance ; il est évident que ces espaces sont encore entr'eux comme les quarrés des vîteses qui font remonter les corps, d'où il semble d'abord qu'il faut faire

une distinction entre les vîteses & les Forces des corps , à cause que les vîteses étant comme 2 à 1 , les espaces que l'on confond mal à propos avec les Forces dans le cas présent sont comme 4 à 1.

Pour lever cette difficulté on répond d'abord que les espaces ne sont ici comme 4 à 1 que parce que la première Force agit dans un temps double de celui qui est employé par la seconde Force ; & en effet si on ne laisse agir la Force uniforme du corps *A* que pendant le temps *FD* égal au temps *dB* de la Force uniforme du corps *B* , on trouvera aisément que le corps *A* parcourra un espace qui ne sera à l'espace parcouru par *B* que comme 2 à 1 , ou comme la vîtesse acquise de *A* à la vîtesse acquise de *B* ; mais comme on pourroit prétendre que la diversité des temps en augmentant l'espace parcouru par *A* augmente aussi la Force des corps , nous allons montrer que cette Force est la même , soit qu'elle agisse pendant les deux temps *FE* , *ED* , ou qu'elle

DES FORCES VIVES. 83

agisse pendant les quatre FE , ED , DC , CA .

Les effets étant toujours proportionnels à leurs causes on ne peut mieux juger de la quantité d'une Force qui se détruit en agissant que par les obstacles qui causent sa destruction. Or les obstacles qui détruisent la Force de A sont les impressions de la Pesanteur, lesquelles font perir au premier instant FE la vitesse qui feroit parcourir un espace égal à $KPQO$; au second la vitesse qui feroit parcourir un espace égal à $ZOTN$; au troisième celle qui feroit parcourir un espace égal à $MNYH$; & au quatrième celle qui feroit parcourir un espace égal à $CHGA$; donc ces impressions ou obstacles sont comme les espaces $KPQO$, $ZOTN$, $MNYH$, $CHGA$. Par la même raison les obstacles qui font perir & consumer la Force de B sont comme $mnyh$, $chgB$. Mais les quatre espaces $KPQO$, $ZOTN$, $MNYH$, $CHGA$ sont aux espaces $mnyh$, $chgB$ comme 4 à 2, ou comme 2 à 1; donc les obs-

tacles qui détruisent les Forces de *A* & de *B* sont comme 2 à 1, & par conséquent les Forces sont comme 2 à 1, ou comme leurs vîteses.

On voit par là que la seule considération des Mouvements accélérés & retardés nous découvre, 1°. que la vîtesse d'un corps multipliée par la masse n'est point différente de sa Force, soit que le Mouvement soit uniforme, ou qu'il soit accéléré, ou retardé; 2°. que la Force n'augmente point par la plus grande durée du Mouvement; 3°. enfin que M. de Mairan a eu raison de dire que ce sont les espaces non parcourus, & qui l'auroient dû être par un Mouvement uniforme, qui donnent l'estimation & la mesure de la Force Motrice dans le Mouvement retardé; les espaces non parcourus par le corps *A*, c'est-à-dire, les espaces que la Pesanteur a empêché de parcourir, sont au premier instant l'espace *PQO*, au second l'espace *OTN*, au troisième l'espace *NYH*, & au quatrième l'espace *HGA*; de même les espaces

non parcourus par le corps B sont au premier instant l'espace nyh , & au second l'espace hgB , mais ces espaces non parcourus de part & d'autre étant comme 4 à 2, sont en même raison que les obstacles qui ont détruit les Forces; donc puisque les Forces sont comme les obstacles qui les détruisent, elles sont aussi comme les espaces non parcourus. Mais il est temps de faire voir comment M. de Mairan démontre lui-même la proposition que nous avons rapportée ci-dessus; c'est à la page 29. de la première édition de sa Dissertation, ou à la page 67. de la seconde édition qu'il s'explique ainsi*.

Concevons deux mobiles égaux A & B qui remontent sur les lignes AD de quatre toises, BD de deux toises; l'un, sçavoir A avec deux degrés de vitesse, & l'autre B avec un degré. Si rien ne s'opposoit à la

Fig. 2.

* La première édition est in-quarto, & se trouve à la tête des Mémoires de l'Académie de l'année 1728. & la seconde qui vient de se faire est in-douze, & se vend à Paris chez Jombert, Libraire, rue S. Jacques.

86 REFUTATION

Force Motrice du corps *B*, c'est-à-dire, si le Mouvement étoit uniforme, *B* parcourroit au premier temps les deux toises *Bd* sans rien perdre de cette Force ni du degré de vitesse dont elle résulte. Mais parce que par hypothèse les impulsions contraires de la Pesanteur qui lui sont continuellement appliquées pendant ce temps achevent de consumer sa Force & sa vitesse, & l'arrêtent enfin lorsqu'il est parvenu à la fin *b* de la première toise, le mobile *B* ne parcourra qu'une toise dans son Mouvement retardé; & je dis de même du mobile *A*, il auroit parcouru dans le premier instant les quatre toises *AD*, mais les impulsions contraires de la Pesanteur l'ont fait, pour ainsi dire, reculer d'une toise *DC* pendant ce temps; de sorte qu'il n'en a parcouru réellement que trois, & ces impulsions contraires ont consumé ou détruit en lui un degré de Force & un degré de vitesse, comme ils ont fait dans le corps *B* pendant un temps semblable. Mais parce que le corps *A* avoit deux degrés de Force & deux degrés de vitesse, il lui en reste encore 1, & il se trouve par là en *C*, & à la fin du premier temps dans le cas où se trouvoit le corps *B* au com-

commencement de ce premier temps. Il a donc
 tout ce qu'il faut pour parcourir encore deux
 toises CE en un second temps semblable au
 premier si aucune impulsion contraire ne s'y
 oppose. Mais les impulsions contraires de la
 Pesanteur vont s'y opposer de la même façon
 qu'elles se sont opposées au Mouvement du
 corps B ; donc le corps A ne parcourra pen-
 dant ce second temps que la toise CD , ayant,
 pour ainsi dire, reculé de l'autre toise ED
 en vertu du retardement, ou des impulsions
 contraires à sa Force Motrice, après quoi
 il s'arrêtera en D , comme le corps B en b ;
 de sorte qu'il n'aura parcouru en tout dans
 les deux temps de son Mouvement que qua-
 tre toises. Ce sont ces espaces bd , CD dans
 le premier instant, & DE dans le second,
 & ainsi de suite que j'appelle non parcou-
 rus. Ils sont non parcourus relativement à
 la Force Motrice des corps A , B , & à
 leur direction donnée de B vers d , & de A
 vers E , à laquelle seule on fait attention ;
 quoiqu'en un sens ils soient très-réellement
 parcourus en valeur, en direction contraire,
 & par l'effet d'une autre Force Motrice
 opposée à la première, qui s'y mêle, & qui
 la modifie continuellement, comme feroit le

Mouvement contraire d'un plan sur lequel le mobile seroit porté.

Et à la page 33. de la premiere édition, & 75. de la seconde, M. de Mairan continuë ainsi : *Les espaces non parcourus à chaque instant représentent la Force perdue & consumée à cet instant, ou ce qui revient au même, l'effort de la puissance contraire qui la détruit, ou qui la consume en s'exerçant contre elle ; mais la somme de toutes les Forces perduës, ou de tous les efforts contraires est égale à la Force totale du mobile. Donc, &c.*

Les espaces Bb, AC parcourus par le mobile dans le premier instant sont l'effet de la Force constante & conservée, & non de la Force retardée ou perdue ; ainsi ils ne doivent point mesurer la perte qui s'en est faite dans le temps employé à les parcourir. Cette perte, dis-je, s'est faite en les parcourant, & non à les parcourir : elle doit être repandue sur ces espaces, & sur le temps employé à les parcourir ; mais elle n'a d'effet réel, & n'apporte du changement à la Force Motrice totale, & ne la fait décroître que proportionnellement à l'espace non parcouru, ou à la valeur de l'espace non parcouru

DES FORCES VIVES. 89

parcours repandue ou retranchée continuellement sur les portions correspondantes d'espace parcouru. L'espace parcouru n'exprime que la repetition de la Force totale ou de la partie qui en est conservée ; espace qui seroit infini si elle étoit toujours conservée, quelque finie qu'elle pût être. C'est donc l'espace non parcouru, Bd , CD , DE qui mesure sa partie perdue ou consumée, celle-là même qui fait le complement de la totale, avec celle qui s'est conservée à chaque instant, & qui se seroit conservée de même si le Mouvement eût été uniforme, & s'il eût fait parcourir au mobile l'espace qu'il ne parcourt pas faute d'uniformité.

Il est clair que les espaces bd , CD , DE qui ne sont que l'unité repetée à chaque instant & à chaque degré de vitesse perdu, sont égaux en nombre aux instans & aux degrés de vitesse, & par conséquent que leur somme est égale ou proportionnelle à la simple vitesse initiale du Mouvement retardé ; mais leur somme est égale à la Force du mobile (ce qui a été démontré ci-dessus) ; donc la Force est proportionnelle à la simple vitesse, soit qu'on la considere dans un instant particulier de

son action, soit qu'on la considere dans la somme des instans de sa durée, & de son action totale.

Après une Demonstration aussi nette & Géométrique que celle-ci, on avoit lieu d'esperer que les Partisans de l'opinion contraire se rendroient enfin à une vérité qui leur étoit si clairement expliquée. Mais les noms de Messieurs de Leibnits & Bernoulli sont si célèbres qu'il semble qu'on ait tort d'opposer des Demonstrations à leur autorité. Voici de quelle maniere l'Authéur des Institutions de Physique attaque ce qui vient d'être rapporté. *Pour sentir, dit-il, page 780. le vice de ce raisonnement, il suffit de considerer l'action de la Pesanteur comme une suite infinie de ressorts égaux qui communiquent leurs Forces en descendant, & que le corps referme en remontant, car alors on verra que les pertes d'un corps qui remonte sont comme le nombre des ressorts; c'est-à-dire comme les espaces parcourus, & non pas comme les espaces non parcourus.*

La comparaison que l'on fait des impressions de la Pesanteur avec les

impressions d'une suite de ressorts égaux à quelque chose de brillant qui ébloüit d'abord ; mais quand on examine la chose de près on y trouve un défaut de parité si sensible qu'il paroît surprenant que M. Bernoulli ait pu s'y laisser prendre le premier. Lorsqu'un corps se meut en conséquence des impressions toujours égales de la Pesanteur , les espaces parcourus d'une impression à l'autre vont en augmentant dans la raison des nombres impairs 1. 3. 5. 7. &c. & les temps sont égaux ; d'où il suit que si l'on divise en espaces égaux l'espace total qu'un corps doit parcourir pendant un temps déterminé , les impressions de la Pesanteur d'un espace à l'autre iront en diminuant , & les temps employés à parcourir ces espaces égaux diminueront aussi à mesure qu'ils s'éloigneront de l'origine du Mouvement ; cela est incontestable dans le Systême de Galilée que les Deffenseurs des Forces Vives reçoivent de même que nous. Si l'on veut donc établir une comparaison

juste entre les impressions de la *Pesanteur* & les impressions d'une suite de ressorts égaux, il faut ou qu'on dise que les espaces parcourus en conséquence des impressions successives des ressorts sont comme les nombres 1. 3. 5. 7. &c. & que les temps employés à les parcourir sont égaux, ou qu'on veuille au contraire que ces espaces soient tous égaux, & que les temps aillent en diminuant de même que les impressions. Mais on ne peut vouloir que les espaces parcourus d'une impression à l'autre augmentent dans la progression des nombres impairs, car M. Bernoulli a démontré lui-même, comme on a vu ci-dessus, que les espaces parcourus par la boule *P* en conséquence des impressions des trois ressorts *BN*, sont aux espaces parcourus par la boule *L* en conséquence des impressions des 12 ressorts *AM*, comme 3 à 12, c'est-à-dire, comme les nombres des ressorts ou des impressions faites sur *P*, est au nombre des ressorts ou des impressions faites sur *L*; & cela ne

ſçauroit être ſi ces eſpaces alloient en augmentant , puisqu'en ce cas les eſpaces parcourus par P feroient aux eſpaces parcourus par L , comme 9 à 144 , c'eſt-à-dire , comme les quarrés des nombres 3 & 12 des impreſſions , à cauſe que dans toute progreſſion des nombres impairs 1. 3. 5. 7. &c. la ſomme de la progreſſion eſt toujours égale au quarré du nombre qui marque la multitude des termes , & que les nombres qui marquent ici les multitudes des eſpaces parcourus par P & par L , ſont les nombres 3 & 12 des impreſſions ou des reſſorts. Donc il faut néceſſairement qu'on diſe que les eſpaces parcourus d'une impreſſion à l'autre ſont des eſpaces égaux entr'eux , & que les temps employés à les parcourir vont en diminuant , de même que les impreſſions ; mais ſi les impreſſions diminuent , il eſt viſible que leur ſomme , c'eſt-à-dire les Forces que les corps reçoivent , ſont moindres que la ſomme des Forces égales des reſſorts ; donc on a tort de ſoute-

nir que les Forces des corps mûs par des ressorts soient comme ces ressorts, ni que ces corps en refermant les ressorts fassent des pertes qui leur soient proportionnelles, puisque les impressions contraires qui seroient la cause de ces pertes ne seroient pas dans la même proportion.

Quel sera donc le rapport des impressions des ressorts ? Le voici. De même que dans le Mouvement des corps qui tombent, les impressions de la Pesanteur sont égales & les temps aussi lorsque les espaces parcourus d'une impression à l'autre sont comme les nombres 1. 3. 5. 7. &c. de même aussi dans le Mouvement des corps poussés par une suite infinie de ressorts, les impressions seront égales & les temps aussi quand les espaces parcourus seront dans la même progression. Mais dans le Mouvement des corps qui tombent les sommes des impressions sont comme les sommes des temps égaux à la fin d'un temps total, ou comme la vitesse acquise à la fin de ce temps, ou enfin

comme la racine de l'espace total parcouru ; donc dans le Mouvement des corps pressés par des ressorts les sommes des impressions à la fin d'un temps total sont aussi comme la vitesse acquise à la fin de ce temps , ou comme la racine de l'espace total.

Et il faut observer en passant que la somme des impressions n'étant que comme la racine de l'espace total , & les ressorts étant au contraire comme cet espace , ou comme la somme des espaces égaux qui le composent , & dont chacun est égal à la place qu'occupe le debandement d'un ressort ; il s'ensuit nécessairement que s'il a fallu pour une première impression l'espace du debandement d'un ressort , il faudra pour une seconde impression égale à la première , l'espace du debandement de trois ressorts , pour une troisième , l'espace du debandement de cinq , & ainsi de suite dans la progression des nombres impairs.

Après avoir montré que les pertes d'un corps qui remonte ne sont pas

comme la somme des ressorts, mais simplement comme la racine de cette somme, il faut encore montrer que ces pertes sont comme les espaces non parcourus, & non pas comme les espaces parcourus, ainsi que l'Auteur des Institutions de Physique le prétend.

Fig. II. Supposons donc que les corps *A*, *B* étant parvenus en *F* & en *d* remontent avec leurs vîteses acquises, les ressorts qu'ils feront obligés de surmonter en des temps égaux seront les mêmes qui leur auront donnés leurs Forces en descendant; donc le corps *A* qui dans l'instant *FE* parcourroit l'espace *FPQE* s'il ne trouvoit point de ressort, sera obligé de perdre l'espace *PQO* égal à l'espace *OKP* que les ressorts qu'il rencontre lui auront fait parcourir en descendant, & comme ces ressorts en lui donnant l'espace *OKP* lorsqu'il descendoit lui auront donné une vîtesse capable de parcourir l'espace *KPQO* dans un instant, de même en remontant la Force de ces mêmes ressorts

en lui ôtant l'espace PQO lui ôtera une vîtesse qui lui feroit parcourir un espace égal à $KPQO$ dans un instant ; ainsi le corps A ne pourroit plus parcourir dans l'instant ED que l'espace $EOTD$ s'il ne se trouvoit point d'obstacles , mais comme il rencontre encore des ressorts qu'il faut surmonter, il perd l'espace OTN & une vîtesse capable de faire parcourir un espace double de OTN dans un instant , & continuant à raisonner de la même manière on trouvera que dans les deux autres instans le corps A aura perdu deux espaces NRH , AGH égaux aux deux espaces précédens , & deux vîtesses égales aux précédentes. De même le corps B aura perdu en remontant deux espaces nhy , hgB , & deux vîtesses semblables & égales à celles que le corps A aura perdu. Or ces espaces ou ces vîtesses perdues consomment totalement les deux Forces , & ce sont les espaces perdus qui en perissant ont fait face aux ressorts , & les ont fait perir ; donc les Forces perdues sont comme les espaces per-

du ou non parcourus , & non pas comme les espaces parcourus , puisqu'il est évident que ceux-ci ne sont pas comme les espaces non parcourus. Il semble que l'Autheur des Institutions de Physique auroit dû voir que la Démonstration de M. de Mairan avoit réfuté ce qu'il avance ici , avec toute la clarté qu'on pouvoit desirer.

Pour mieux faire voir que ce n'est pas par les espaces plus grands qu'une Force retardée parcourt dans un temps plus grand qu'il faut juger qu'elle est plus grande qu'une autre , M. de Mairan s'exprime ainsi dans un autre endroit de sa Dissertation , page 24. de la premiere édition , & 57. de la seconde : *comme il ne s'ensuit pas de ce que le Mouvement uniforme d'un corps fini qui a une vitesse finie ne cesse jamais ou dure toujours , que la Force Motrice actuelle qui la produit soit infinie , il ne s'ensuit pas non plus à la rigueur que la Force Motrice de ce même corps dans le Mouvement retardé en soit plus grande de ce qu'elle doit durer davantage. Elle n'est*

DES FORCES VIVES. 99

réellement plus grande que parce qu'elle fait parcourir de plus grands espaces en des temps égaux , ou plutôt ces espaces ne sont plus grands en des temps égaux que parce que la Force est plus grande en vertu d'une plus grande vitesse ; & dans ce cas elle doit durer davantage ou perir plus tard, non pas à la rigueur , parce qu'elle est plus grande , car la seule raison de la masse pourroit la rendre telle , mais parce qu'en des temps égaux elle fait parcourir de plus grands espaces. C'est par là accidentellement qu'elle dure davantage ou perit plus tard. La plus longue durée sera si l'on veut , une indication d'une plus grande vitesse , mais non pas un second principe de valeur qui doive multiplier la valeur qu'indique déjà la vitesse ou les espaces parcourus appliqués au temps. Ce seroit faire un espece de double emploi très-vicieux , mesurer une Force par ses effets , & par les effets de ses effets , & toute leur suite repandue successivement sur différens espaces.

Tout ceci est évident & se demonstre de lui-même , mais les Forces Vives ne s'en accommodent point ; il faut donc absolument prendre le par-

ti d'y trouver à redire , & de le critiquer. On voit aisément , dit l'Autheur des Institutions de Physique* , *que dans le Mouvement uniforme supposé éternel , il n'y a nulle destruction de Force ; au lieu que lorsque la Force Motrice pendant un temps double a derangé des obstacles quadruples , il y a eu une depense réelle de Force , laquelle n'a pu se faire sans un fonds de Force quadruple ; & qu'ainsi ces deux cas ne peuvent se comparer.* S'il pouvoit se faire que la Force Motrice pendant un temps double derangeât des obstacles quadruples , nous ne sçaurions disconvenir qu'il ne fallût un fonds de Force quadruple pour produire un pareil effet ; mais si au contraire les obstacles derangés dans des temps doubles ne sont jamais que doubles de même que les espaces parcourus dans le Mouvement uniforme en différens temps sont toujours proportionnels à ces temps , je ne vois pas pourquoi nous ne pourrions comparer les obstacles qui sont derangés par la Force retardée , avec les espaces que la Force uniforme fait par-

courir. Or M. de Mairan a démontré que les espaces non parcourus dans des temps doubles font comme ces temps, & il est visible que ces espaces font dans la même raison que les obstacles qui les ont empêchés d'être parcourus; donc il faut ou que l'Auteur des Institutions de Physique nous fasse voir le vice de sa Démonstration, ou qu'il convienne lui-même du peu de solidité de son raisonnement.

Plus on a poussé les Partisans des Forces Vives par la justesse & la solidité des raisonnemens, plus aussi ont-ils appelé les expériences à leur secours. Les uns, à l'imitation de M. Bernoulli, ne nous parlent que de la Force des ressorts, & les autres au contraire ne nous entretiennent que des propriétés des corps mous. Nous avons déjà réfuté les preuves que M. Bernoulli prétend tirer des expériences des chocs des corps élastiques; il ne me reste donc plus qu'à répondre à ce qu'on nous objecte touchant les corps mous, & c'est ce que nous

allons faire en peu de mots.

Fig. 9.

Si l'on prend de l'argile $EFGH$ dont la consistance soit assez forte pour soutenir un corps qu'on poseroit sur la surface EF , & qu'après avoir élevé ce corps à différentes hauteurs AB , CB , &c. on le laisse tomber à chaque fois, on trouvera toujours que les enfoncemens du corps dans l'argile seront proportionnels aux hauteurs dont il sera tombé; c'est-à-dire, si les hauteurs AB , CB sont comme 1 à 2, les enfoncemens du corps dans l'argile seront dans la même raison; or ces enfoncemens étant causés par la seule vitesse acquise par le corps lorsqu'il est parvenu sur la surface EF , & la Pesanteur n'y contribuant rien, puisqu'on suppose que cette surface peut en arrêter l'action. Les Partisans des Forces Vives raisonnent ainsi: les enfoncemens sont les effets des Forces du corps, mais les effets sont toujours proportionnels à leurs causes; donc ces enfoncemens sont entr'eux comme les Forces acquises du corps lorsqu'il est parve-

nu en B ; mais par l'expérience les enfoncemens sont comme les hauteurs AB , CB , & les hauteurs sont comme les quarrés des vîteffes acquises ; donc les Forces sont aussi comme les quarrés des vîteffes acquises. A ce raisonnement spécieux , M. de Mairan répond que les enfoncemens du corps ne pouvant se faire sans déplacer à chaque instant des nouvelles parties de l'argile , le Mouvement du corps est retardé de la même façon que s'il remontoit au point d'où il est tombé ; & que de même qu'il parcourroit en remontant des espaces plus grands, & pendant plus de temps à mesure qu'il seroit tombé de plus haut, & pendant un plus long temps ; de même aussi il s'enfonce plus avant dans l'argile & pendant un temps plus long , lorsque la hauteur dont il est tombé se trouve plus grande. Mais comme ce sçavant Géometre , dans la vûë d'éclairer davantage l'esprit , n'a pas jugé à propos de s'en tenir à la seule raison tirée de la différence des temps , lorsqu'il s'est agi du Mouve-

ment retardé d'un corps qui remonte, & que la conformité qui se trouve entre le Mouvement retardé du corps qui s'enfonce dans l'argile, & du corps qui remonte l'engageoient à se servir des mêmes preuves, voici de quelle maniere il applique ce qu'il a dit au sujet des corps qui remontent, non-seulement aux corps qui s'enfoncent dans des corps mous, mais encore à tous les effets du Mouvement & du choc des corps à ressorts, page 30. de la premiere édition, & 71. de la seconde.

Ce que je dis des espaces non parcourus n'a pas moins lieu à l'égard de tous les autres effets du Mouvement & du choc par rapport aux espaces non parcourus, & nous dirons de même, que ce ne sont pas les parties de matiere déplacées, ni les ressorts bandés ou aplatis qui donnent l'estimation & la mesure de la Force Motrice, mais les parties de matiere non déplacées, les ressorts non bandés & non aplatis, & qui l'auroient été si la Force Motrice se fût toujours soutenue, & n'eût point souffert de diminution, &c.

Pour en donner un exemple soient des impulsions, des obstacles, ou des résistances quelconques infiniment répétées & placées sur le chemin *AE* du Mobile *A*; telles par exemple que les particules de matiere 1. 2. 3. 4. 5. &c. ou des lames de ressort à déplacer, à abbatre, à soulever, ou à bander. Il est évident que si le Mobile avec un degré de vitesse & de Force peut en soulever deux en un instant par un Mouvement uniforme, c'est-à-dire, en conservant ou en reprenant toujours toute sa Force & toute sa vitesse après avoir soulevé la première, & qu'au contraire il n'en puisse soulever qu'une par un Mouvement retardé, toute sa Force & toute sa vitesse s'étant consumée à soulever ou à bander la première, il est, dis-je, évident que le Mobile *A* ayant deux degrés de Force & autant de vitesse soulèveroit ou banderoit quatre de ces lames de ressort dans un instant par un Mouvement uniforme. Mais il perd dans cet instant & en bandant les premiers ressorts un degré de sa Force & de sa vitesse; & un degré de Force & de vitesse perdue donne par hypothese une lame de moins soulevée, ou bandée; donc il n'en bandera que trois

Fig. 104

au premier instant ; sçavoir , 1. 2. 3. & il s'en faudra la lame 4 & l'espace C D qu'il ne fasse ce qu'il auroit fait s'il n'eût rien perdu. Cependant comme il lui reste encore un degré de Force & de vîtesse qui lui seroient soulever deux lames 4 , 5 , & parcourir le chemin C D E en un second instant, si son Mouvement demeuroid uniforme , il doit continuer de se mouvoir & d'agir contre les résistances qui s'opposent à son Mouvement ; mais au lieu de deux il n'en doit surmonter qu'une lame 4 D , à cause que son Mouvement y est retardé , & que sa Force se trouve totalement éteinte. Ce qui fera en tout quatre portions de matiere déplacées , ou 4 ressorts bandés en vertu de deux degrés de Force résultante de deux degrés de vîtesse , & de l'action totale qui a duré deux instans. J'appellerai donc portions de matiere non déplacées , ressorts non soulevés , non bandés , & en général obstacles non surmontés , tous ceux qui ne l'ont point été faute d'uniformité & de persévérance dans la Force du Mobile ; sçavoir , 4 D dans le premier instant, 5 E dans le second , &c. quoiqu'ils puissent être censés surmontés par la Force contrai-

re dont les impressions redoublées peuvent enfin arrêter entierement le Mobile.

C'est ici où l'Autheur des Institutions de Physique paroît triompher par la façon dont il attaque ce raisonnement. *Dans les obstacles surmontés*, dit-il page 430. *Comme les déplacemens de matiere, les ressorts fermés, &c. on ne peut réduire même par voye d'hypothese ou de supposition le Mouvement retardé en uniforme, comme M. de Mairan l'avance dans son Memoire, & quelque estime que j'aye pour ce Philosophe, je ne crains point d'avancer qu'il dit ici une chose impossible; car il est aussi impossible qu'un corps avec la Force nécessaire pour fermer 4 ressorts en ferme 6, (quelque supposition que l'on fasse) qu'il est impossible que 2 & 2 fassent 6. Si l'on suppose avec M. de Mairan que le corps n'auroit consumé aucune partie de sa Force pour fermer 4 ressorts dans la premiere seconde d'un Mouvement uniforme; je dis que les 4 ressorts ne seroient point fermés, ou qu'ils le seroient par quelqu'autre agent; que si on suppose au contraire qu'ayant épuisé une partie de sa Force à former les trois premiers ressorts dans la*

premiere seconde , & n'ayant plus que la Force capable de lui faire fermer un ressort dans la deuxieme seconde , le corps reprendroit une partie de sa Force pour en fermer deux dans la deuxieme seconde par un Mouvement uniforme (car il faut faire l'une ou l'autre de ces suppositions) ; on suppose dans le dernier cas que le corps a renouvelé sa Force , ce qui sort entierement de la question. Ainsi il n'est point vrai que la Force totale d'un corps soit représentée par ce qu'elle eût fait si elle ne se fût point consumée , car elle ne pouvoit jamais faire un effet plus grand que celui qui l'a détruite , & elle ne contenoit en puissance que ce qu'elle a deployé dans l'effet produit.

Il n'y a qu'à lire l'endroit de la Dissertation de M. de Mairan que j'ai rapporté pour voir qu'on n'attaque qu'un vain phantôme bien éloigné de la réalité. De quelque matiere que l'on traite il est toujours permis de faire telle supposition que l'on voudra , possible , ou impossible , pourvu que les conséquences que l'on en tire se trouvent renfermées dans les bornes de la possibilité. Que

M. de Mairan suppose qu'un corps qui se meut d'un Mouvement uniforme , & qui rencontre des obstacles sur ses pas reprenne toute sa Force à chaque obstacle qu'il renverse , on ne sçauroit le trouver mauvais sans être de mauvaise humeur ; chaque obstacle dans cette supposition sera renversé par la partie que le corps perdra de sa Force , & le Mouvement de ce corps sera cependant uniforme en vertu de la reproduction de la partie perdue qui se fera dans l'instant ; ce seroit uniquement vouloir le chicanner que de dire que ces obstacles ou ressorts ne seroient point fermés, ou qu'ils le seroient par quelque autre agent. Mais si après cette supposition M. de Mairan concluoit qu'un corps qui consume toute sa Force à détruire quatre obstacles pourroit ne la consumer qu'après en avoir détruit six ou huit , dès-lors le vice du raisonnement seroit manifeste , & quelqu'estime que l'on ait pour ce Philosophe , on ne craindrait point d'avancer que son sentiment

feroit faux. Or M. de Mairan est trop éclairé pour donner dans des parallogismes de cette nature. Un corps qui consomme sa Force à fermer quatre ressorts, n'en fermera jamais six en agissant selon les mêmes loix ; cela est indubitable, & le contraire est aussi impossible qu'il est impossible que 2 & 2 fassent six. Mais il est sûr aussi que si ce corps pouvoit reprendre toute sa Force à chaque ressort qu'il ferme, il pourroit en fermer huit dans un temps égal à celui qu'il a employé à en fermer quatre lorsque sa Force se consumoit, & c'est uniquement ce que M. de Mairan a prétendu, & ce qu'il a pu prétendre conformément à la Doctrine de Galilée. Or c'est de ce raisonnement que l'on ne sçauroit éluder que ce sçavant Géometre tire la solution de la Dispute. Le corps *B* avec 1 de Force & 1 de vitesse uniforme pourroit dans une seconde fermer deux ressorts 1, 2, s'il pouvoit reprendre sa Force après avoir renversé le premier, mais avec 1 de Force & 1 de vitesse retardée il

DES FORCES VIVES. III

ne ferme qu'un ressort dans une seconde. De même le corps *A* égal à *B* ayant deux de Force & deux de vitesse uniforme pourroit fermer 4 ressorts dans une seconde, s'il pouvoit reprendre toute sa Force à mesure qu'il ferme chaque ressort, mais avec deux de Force & deux de vitesse retardée il ne ferme dans une seconde que 3 ressorts, & il perd un degré de vitesse; il est évident qu'à la fin de la première seconde le corps *A* se trouvant dans le cas où étoit le corps *B* au commencement de la première seconde, pourroit fermer deux ressorts dans la deuxième seconde si la vitesse 1 & la Force 1 qui lui reste à la fin de la première pouvoit se conserver sans rien perdre, & qu'au contraire sa Force s'affoiblissant il ne fermera qu'un ressort dans la deuxième seconde. Or puisque le corps *A* en conservant toute sa Force comme il a été dit, auroit fermé six ressorts dans deux secondes, c'est-à-dire, quatre dans la première seconde si sa vitesse 2 s'étoit conservée, & deux à la

deuxième seconde si sa vitesse 1 eût été uniforme, & que le Mouvement retardé par les pertes qu'il fait ne lui permet de fermer dans ces deux mêmes secondes que 4 ressorts, il s'enfuit qu'il a perdu une quantité de Force qui lui auroit fait fermer encore deux ressorts ; par la même raison on trouvera que le Mouvement retardé du corps *B* lui a fait perdre une quantité de Force, avec laquelle il auroit fermé encore un ressort dans la première seconde. Mais les pertes que les deux corps ont faites sont la cause de leur destruction, & les causes sont proportionnelles aux effets ; donc les pertes 2 & 1 sont comme les Forces des corps *A*, *B*, & par conséquent les Forces des corps *A*, *B* sont comme les ressorts non fermés, & qui l'auroient été si les corps avoient pu conserver dans chaque seconde la vitesse qu'ils avoient au commencement de cette seconde.

Il faut observer ici que M. de Mairan ne dit point que le corps *A* à la fin de la première seconde, n'ait plus qu'une

qu'une Force uniforme capable de lui faire fermer un ressort dans la deuxième seconde, mais que ce corps ayant encore 1 degré de vitesse & 1 de Force, pourroit dans la deuxième seconde fermer deux ressorts si son Mouvement ne se retardoit point ; ce qui est bien différent de ce que l'Autheur des Institutions de Physique semble vouloir lui faire dire pour avoir droit d'en conclure qu'il sort de la question.

Il faut encore observer que quoique les obstacles que le corps *A* surmonte soient tous égaux entr'eux, cependant les Forces qu'ils deployent contre ce corps ne sont pas égales. Car les espaces *A1*, *12*, *23*, &c. sur lesquels on doit concevoir que les obstacles 1. 2. 3. &c. sont repandus, étant tous égaux entr'eux, le corps *A* employe plus de temps à parcourir le second qu'à parcourir le premier, à cause que sa Force diminuant, sa vitesse diminue. Ainsi l'obstacle 1 séjourne moins de temps sur le corps *A* que l'obstacle 2, & par

conséquent il lui ôte une moindre vitesse. Par la même raison l'obstacle 2 ôte au corps *A* une vitesse moins grande que celle que le troisième lui ôte, & ainsi des autres. Or comme nous supposons que les trois premiers ressorts ou obstacles détruisent un degré de Force & de vitesse, & que le quatrième détruit un autre degré de Force & de vitesse, il s'ensuit que les résistances des trois premiers obstacles prises ensemble sont égales à la résistance du quatrième; & ceci va me servir à répondre à une objection qu'on pourroit me faire sur ce que j'ai dit ci-dessus touchant les corps qui remontent avec leur vitesse acquise à la fin de leur chute.

Fig. 13.

Supposé, me dira-t-on, que le corps *A* remonte de *D* vers *A* avec la vitesse acquise par sa chute à la fin de deux secondes *AC*, *CD*, ce corps parcourroit dans une seconde un espace *DEMC* quadruple de l'espace *ACH*, si la Pesanteur n'agissoit plus sur lui. Mais comme la Pesanteur s'oppose à son passage, il ne parcour-

ra dans la premiere seconde en remontant qu'un espace $DEHC$ triple de l'espace CHA qu'il parcourra pendant la deuxiême seconde ; or vous avez dit , ajoutera-t-on , que ce corps ne rencontrera qu'un obstacle dans la premiere seconde, non plus que dans la deuxiême ; donc ou il faut que M. de Mairan ne mette qu'un obstacle dans la premiere seconde , ou que vous en mettiez trois au lieu d'un.

Je répons à cela que lorsque j'ai dit que le corps A ne rencontroit qu'un obstacle à chaque temps de son Mouvement , j'ai entendu l'obstacle total qui répondoit à l'espace total parcouru à la fin de chaque temps ; car il est sûr que ces obstacles totaux font des résistances qui se trouvent égales à la fin des temps égaux , c'est-à-dire , qui détruisent des degrés égaux de vîteses. Mais cela n'empêche pas qu'on ne puisse dire qu'il y a trois obstacles qui répondent aux trois espaces égaux qui composent l'espace total $DEHC$ parcouru en remontant dans la pre-

miere seconde, car la Pesanteur agissant toujours sur le corps pendant qu'il tend à parcourir les quatre espaces compris dans $DEMC$, & trouvant plus de vitesse au corps A pendant le premier espace, elle fait moins d'impression sur lui qu'elle n'en fait pendant le second, où la vitesse est diminuée, & par la même raison elle en fait moins pendant le second qu'elle n'en fait pendant le troisième; ainsi ces différentes impressions peuvent être regardées comme différens obstacles égaux en eux-mêmes, mais qui résistent plus ou moins, à proportion de la durée de leur résistance, ou du séjour qu'ils font sur le corps, lequel emploie plus de temps à parcourir un espace à mesure que sa vitesse diminue par la résistance que l'obstacle précédent lui à fait; mais ces trois obstacles ensemble n'ôtant à la fin de l'espace $DEHC$ qu'un degré de vitesse, de même que l'obstacle du second instant CA n'en ôte qu'un, la résistance des trois premiers obstacles est

égale à la résistance du quatrième.

On voit ici le parfait rapport qui se trouve entre le Mouvement retardé par la Pesanteur, & le Mouvement retardé par des obstacles surmontés, comme les déplacements de matiere dans les enfoncemens, les ressorts fermés dans le choc des corps élastiques, &c. Dans le Mouvement retardé par la Pesanteur, les résistances de cette Pesanteur vont en augmentant dans les espaces égaux que le corps parcourt, quoique la Pesanteur soit toujours la même, & cependant ces résistances dans des temps égaux font perdre des vîteses égales. De plus, ces vîteses perduës à la fin du Mouvement font la mesure des Forces, & non pas les espaces parcourus; tout cela a été démontré par M. de Mairan, de façon qu'il n'est pas possible de refuter son raisonnement: on l'a vu ci-dessus. Or dans les enfoncemens de matiere, ou dans le choc des corps élastiques les obstacles qu'il faut déplacer, ou les ressorts qu'il faut fermer dans des espa-

ces égaux sont égaux entr'eux , de même que la Pesanteur est égale à elle-même ; car nous supposons que dans les enfoncemens les couches de matiere qu'il faut deplacer sont homogenes , & que dans le choc des corps élastiques les ressorts à fermer sont égaux ; donc puisque la Pesanteur dans des espaces égaux fait des résistances d'autant plus grandes que les espaces s'éloignent davantage du premier espace , & que cependant ces résistances dans des temps égaux ne font perdre au corps que des vî-
teffes égales ; il s'ensuit que les couches égales de matiere qu'il faut de-
placer dans les enfoncemens , & les ressorts égaux qu'il faut fermer dans le choc des corps durs doivent faire des résistances , & retrancher des vî-
teffes proportionnelles aux résistan-
ces de la Pesanteur , & aux vîteffes qu'elle retranche dans des temps égaux , car les causes étant propor-
tionnelles , les effets doivent l'être aussi ; & par conséquent il s'ensuit que puisque la quantité des Forces

éteintes par la Pesanteur doit s'estimer par les vîteses éteintes , ou par les espaces non parcourus , lesquels sont entr'eux comme les vîteses acquises , & non pas comme les quarrés des vîteses , la quantité des Forces éteintes par les déplacemens de matiere , ou par des ressorts , doit s'estimer aussi par les vîteses éteintes , ou par les couches de matiere non déplacées , ou les ressorts non fermés , & qui l'auroient été si le corps avoit pu conserver toute sa Force.

On ne peut mieux montrer jusqu'où va la prévention des Partisans des Forces Vives qu'en faisant voir l'erreur où M. Wolf est tombé. Ce Géometre célèbre par ses sçavans Ecrits demontre dans sa Méchanique que dans le choc de deux corps à ressorts , soit que l'un soit en repos , ou que tous les deux se meuvent dans un même sens , ou dans un sens contraire , les quarrés des vîteses après le choc multipliés par les masses sont égaux aux quarrés des vîteses avant

le choc multipliés par les masses. Cette proposition est vraie, quelque supposition que l'on fasse, pourvu que l'on ne veuille point avoir égard aux directions contraires des vitesses, c'est-à-dire, pourvu qu'on ne veuille point retrancher le Mouvement qui va d'un sens, de celui qui va d'un sens opposé, comme font les Cartesiens. Les Formules Algebriques nous en assûrent, & ces Formules ne sçauroient nous tromper. Mais que conclure de là ? *C'est*, dit M. Wolf, *qu'il y a toujours une même quantité de Forces Vives avant & après le choc.* Or c'est ici où est l'erreur. Il est certain qu'il y a toujours une même quantité de Mouvement avant & après le choc en ne prenant pour Mouvement que celui qui est dans la direction du corps qui avoit le plus de Force avant le choc, & en retranchant de ce Mouvement celui qui s'y trouveroit opposé après le choc. Les Deffenseurs des Forces Vives en conviennent avec ceux qui sont du parti contraire. Mais qu'il y ait une même
quantité

quantité de Forces agissantes en négligeant les différentes directions, cela ne sçauroit être, parce que dans ce sens il arrive toujours que la quantité de Mouvement après le choc se trouve plus grande que la quantité de Mouvement avant le choc. Comme la plûpart des expériences qu'on rapporte en faveur des Forces Vives supposent que le corps choqué soit en repos avant le choc; tout ce que nous allons dire roulera sur cette supposition.

Soient donc les corps A , B , dont le premier A se meut selon la direction AB sur un plan extrêmement poli, & le second B est en repos sur ce plan. Je nomme M la masse du corps A , V sa vitesse, & m la masse du corps B . Tout le monde convient que si ces deux corps ne sont pas élastiques ils se mouvront tous les deux après le choc dans la même direction avec une vitesse commune exprimée par $\frac{MV}{M+m}$; multipliant donc cette vitesse d'une part par la

Fig. 146

masse de A , & de l'autre par la masse de B , la quantité de Mouvement de A après le choc sera $\frac{MMV}{M+m}$, & celle de B sera $\frac{mMV}{M+m}$; c'est pourquoi ajoutant ces deux quantités ensemble, la somme sera $\frac{MMV}{M+m} + \frac{mMV}{M+m} = MV$; or la quantité de Mouvement avant le choc étoit aussi MV ; donc il se trouve après le choc une quantité de Mouvement égale à la quantité de Mouvement avant le choc.

Supposons maintenant que les deux corps soient élastiques, on convient encore que la vitesse de A après le choc sera $\frac{MV - mV}{M+m}$, & celle de B $\frac{2mV}{M+m}$; d'où l'on voit que si M est plus grand que m , le corps A après le choc suivra la première direction, & ira moins vite que B , & que si M est moindre que m , le corps A rebroussera chemin, à cause que sa vitesse $\frac{MV - mV}{M+m}$ sera négative. Multi-

pliant donc ces deux vîtesſes par leur maſſes , la quantité de Mouvement de *B* après le choc ſera $\frac{2mMV}{M+m}$, & celle de *A* ſera $\frac{MMV - mMV}{M+m}$, ſi ſa direction eſt la même que celle de *B* , & $\frac{mMV - MMV}{M+m}$ ſi ſa direction eſt oppoſée à la direction de *B*. C'eſt pourquoi ajoutant enſemble ces deux quantités lorsqu'elles ont la même direction , ou retranchant la quantité de Mouvement de *A* de celle de *B* lorsque les directions ſont contraires, la ſomme ou le reſte ſera pour l'un & l'autre cas $\frac{2mMV - mMV + MMV}{M+m} = MV$. Or *MV* eſt la quantité de Mouvement de *A* avant le choc ; donc il y a encore ici même quantité de Mouvement avant & après le choc ; & cela arrivera toujours toutes les fois qu'on ne prendra pour quantité de Mouvement après le choc que celle qui eſt ſelon la direction du corps *A* , & qu'on en retranchera celle qui pourroit lui être oppoſée.

Pour fixer notre imagination dans ces deux cas supposons d'abord $M=3$, $V=2$, & $m=2$, la vitesse de A après le choc sera $\frac{MV - mV}{M + m} = \frac{6 - 4}{5} = \frac{2}{5}$, & celle de B sera $\frac{2MV}{M + m} = \frac{12}{5}$; multipliant donc ces vitesses par leur masses, la quantité de Mouvement de A après le choc sera $\frac{6}{5}$, & celle de B sera $\frac{24}{5}$; ainsi ajoutant ces deux quantités ensemble à cause qu'elles sont dans la même direction, leur somme sera $\frac{30}{5}$; or la quantité de Mouvement avant le choc est $3 \times 2 = 6 = \frac{30}{5}$; donc cette quantité est égale à la quantité de Mouvement après le choc.

Pour le second cas supposons $M=2$, $V=2$, & $m=3$, la vitesse de A après le choc étant négative sera $\frac{mV - MV}{M + m} = \frac{2}{5}$; c'est-à-dire, A rebroussera chemin avec $\frac{2}{5}$ de vitesse, & celle de B sera $\frac{2MV}{M + m} = \frac{8}{5}$; multipliant donc ces vitesses par leur masses la

quantité de Mouvement de *A* après le choc selon la direction contraire sera $\frac{4}{5}$, & celle de *B* selon la direction primitive sera $\frac{24}{5}$. Ainsi retranchant la quantité de Mouvement de *A* de la quantité de Mouvement de *B*, la quantité de Mouvement qui restera selon la direction primitive sera $\frac{24}{5} - \frac{4}{5} = \frac{20}{5} = 4$. Or la quantité de Mouvement de *A* avant le choc est $2 \times 2 = 4$; donc cette quantité est égale à celle qui se trouve après le choc.

Les Deffenseurs des Forces Vives nous accordent aisément tout ceci dans le sens que je viens d'expliquer, mais comme dans le second cas le corps *A* ne laisse pas que d'avoir un vrai Mouvement, quoique sa direction soit dans un sens opposé à celle du corps *B*, & que dans ce sens il y a une plus grande quantité de Mouvement après le choc qu'avant le choc, ce qui ne peut provenir que d'une augmentation de Force qui se fait dans l'instant du choc, ils prétendent qu'au lieu de dire que les Forces

agissantes sont ici proportionnelles aux quantités de Mouvement comme on l'a toujours crû, il faut dire au contraire qu'elles sont entr'elles comme les quarrés des vîteses multipliés par les masses, tandis que les quantités de Mouvement ne sont que comme les masses multipliées par les vîteses, & cela par la raison que dans tous les cas il se trouve toujours que les quarrés des vîteses après le choc multipliés par les masses sont égaux aux quarrés des vîteses avant le choc multipliés par les masses. Mais ce raisonnement ne conclut rien, & c'est ce que nous allons faire voir.

Dans le Mouvement uniforme les Forces des corps en Mouvement sont entr'elles comme les masses multipliées par les vîteses, ou par les espaces parcourus dans des temps égaux; *le temps est à considérer*, dit l'Auteur des Institutions de Physique*, dans les occasions dans lesquelles pendant un plus long temps il peut y avoir un plus grand effet produit comme dans le Mouvement uniforme, car alors l'espace total

* page 425.

parcouru qui est le seul effet produit sera plus ou moins grand , selon que le Mouvement du corps sera continué plus ou moins de temps. Or ce principe posé , voici comme je raisonne.

Le corps *A* avant le choc se meut d'un Mouvement uniforme , puisque nous supposons qu'il est sur un plan bien poli exempt de frottement , & que nous faisons abstraction de la résistance de l'air. Donc la Force du corps *A* avant le choc est comme le produit de sa masse par sa vitesse. De même les corps *A* , *B* après le choc se meuvent d'un Mouvement uniforme , car nous ne voyons rien après le choc qui augmente ou diminue les vitesses que le choc leur a données ; donc les Forces de ces corps sont aussi comme les produits de leur masses par leur vitesses , & par conséquent il n'est point vrai de dire , comme M. Wolf le prétend , que les Forces des corps à ressort avant ou après le choc soient comme les quarrés des vitesses multipliés par les masses , quoiqu'il soit vrai que les produits des quarrés

des vitesses par les masses soient égaux avant & après le choc.

Mais d'où vient cette multiplication de Forces dans les corps à ressort lorsqu'après le choc ils suivent des directions contraires ? Elle vient uniquement de leur élasticité qui les rend capables d'être comprimés & de se retablir , & non pas de quelque différence qui se trouve dans les Forces Motrices lorsqu'elles mettent en Mouvement des corps qui sont élastiques ou qui ne le sont pas. Supposons le corps $A=M=2$, sa vitesse $V=2$, & $B=m=3$, si ces deux corps ne sont pas élastiques leur vitesse commune après le choc sera

$$\frac{MV}{M+m} = \frac{4}{5} ; \text{ donc la quantité de Mou-}$$

vement de A après le choc sera $\frac{8}{5}$, & celle de B $\frac{12}{5}$, & ajoutant ensemble ces deux quantités la somme sera $\frac{20}{5} = 4$, & par conséquent cette somme sera égale à la quantité de Mouvement $2 \times 2 = 4$ du corps A avant le choc.

Maintenant supposons que ces

corps deviennent élastiques , & que $A=2$ avec la vîtesse 2 choque $B=3$ qui est en repos. La Force de A avant le choc sera encore 4 puisque son Mouvement est uniforme ; ainsi si nous ne faisons attention qu'au Mouvement communiqué par la Force Motrice les deux corps A , B après le choc iroient selon la même direction avec une vîtesse commune égale à $\frac{4}{5}$, mais comme l'élasticité de ces corps leur donne la Force de se comprimer mutuellement & de se redresser , Force qui ne vient point de la Force Motrice , & qui en est même tout-à-fait indépendante , il arrive , comme tout le monde en convient , que cette Force de ressort agit avec la vîtesse primitive 2 qu'elle distribue aux deux corps reciproquement à leur masses , c'est-à-dire , que si on partage la vîtesse 2 ou $\frac{10}{5}$ en deux parties $\frac{4}{5}$, $\frac{6}{5}$ qui soient entr'elles comme les masses 2 , 3 , le corps B reçoit la partie $\frac{4}{5}$, laquelle jointe à $\frac{4}{5}$ que le Mouvement de A lui communique indépendamment du ressort fait $\frac{8}{5}$ de

vitesse pour le corps *B*, & le corps *A* reçoit $\frac{6}{5}$, mais dans une direction contraire, à cause que c'est en conséquence de la réaction du corps *B* qu'il reçoit cette vitesse. Or indépendamment du ressort le corps *A* après le choc à $\frac{4}{5}$ de vitesse selon la direction primitive; donc les $\frac{6}{5}$ qu'il reçoit de la Force du ressort selon la direction contraire détruisent ces $\frac{4}{5}$, & il lui reste $\frac{2}{5}$ de vitesse selon la direction contraire; c'est pourquoi multipliant les masses par les vitesses la quantité de Mouvement de *A* après le choc sera $2 \times \frac{2}{5} = \frac{4}{5}$, & celle de *B* sera $3 \times \frac{8}{5} = \frac{24}{5}$; donc si l'on n'a pas égard à la différence des directions la somme des quantités de Mouvement après le choc sera $\frac{28}{5}$, & par conséquent cette somme sera plus grande que la quantité de Mouvement $4 = \frac{20}{5}$ du corps *A* avant le choc; & cette augmentation de quantité de Mouvement ou de Force ne viendra pas de la Force Motrice qui n'est que comme 4, mais uniquement de la réaction des ressorts.

DES FORCES VIVES. 131

Il est vrai que si l'on fait le carré $\frac{64}{25}$ de la vitesse $\frac{8}{5}$ de B après le choc, & qu'on le multiplie par la masse 3, ce qui donne $\frac{192}{25}$, & qu'après avoir multiplié le carré $\frac{4}{25}$ de la vitesse $\frac{2}{5}$ de A près le choc par la masse 2, ce qui donne $\frac{8}{25}$, on ajoute $\frac{192}{25}$ à $\frac{8}{25}$, la somme sera $\frac{200}{25} = 8$, & par conséquent sera égale au carré 4 de la vitesse de A multiplié par sa masse 2; mais cela ne fait rien en faveur des Forces Vives, puisque nous avons fait voir que les Forces agissantes de A & B ne sont pas comme les carrés des vitesses multipliés par les masses, mais simplement comme les masses multipliées par les vitesses.

M. Herman ayant fait une expérience dans laquelle la masse du corps élastique choquant A étoit $= 1$, sa vitesse 2, & la masse du corps élastique B qui étoit en repos avant le choc étoit $= 3$, il s'est trouvé nécessairement que la vitesse de l'un & l'autre corps A, B après le choc a été $= 1$, il est facile de le justifier en appliquant à ce cas les formules que

nous avons rapportées. Or comme le quarré de 1 n'est pas différent de 1, il est arrivé encore que la Force de *A* après le choc a dû être 1, & celle de *B* a dû être 3, soit qu'on veuille que ces Forces soient entr'elles comme les vîteses multipliées par les masses, ou qu'elles soient comme les masses multipliées par les quarrés des vîteses; l'Autheur des *Institutions de Physique* remarque page 435. que ceci est vrai, de l'aveu même de ceux qui refusent d'admettre les Forces Vives, & nous n'aurions garde de le desavouer. Mais que s'ensuit-il de ceci. Le calcul & l'expérience nous disent que le corps *A* & le corps *B* ont chacun 1 de vîtesse, mais ni l'un ni l'autre ne nous dit si pour mesurer les Forces agissantes, cet 1 doit être regardé simplement comme 1, ou s'il faut le prendre comme 1 élevé au quarré, & par conséquent cette seule expérience ne peut pas plus autoriser les Partisans des Forces Vives à soutenir que les Forces agissantes des corps *A*, *B* après le choc sont comme les masses multi-

pliées par les quarrés des vîteſſes , qu'elle ne nous donneroit droit de dire que ces Forces ſont comme les produits des vîteſſes par les maſſes , ſi nous n'avions pas d'autres preuves à apporter de cette vérité.

Suppoſons en effet qu'un Géometre peu éclairé s'appuyant ſur cet exemple oſât avancer que quoique les Forces après le choc ſoient comme les maſſes multipliées par les vîteſſes , ou comme les quantités de Mouvement , il arrive cependant que la ſomme de ces Forces eſt égale au quarré de la vîteſſe de *A* avant le choc multiplié par ſa maſſe par la raiſon qu'il ſe trouve dans cet exemple que la ſomme $1 + 3 = 4$ des Forces après le choc eſt égale au quarré 4 de vîteſſe 2 de *A* avant le choc multiplié par ſa maſſe 1 ; il eſt certain qu'un hypothèſe ſi chimerique ſeroit bientôt renverſée , & qu'il ſuffiroit pour cela de faire voir à ſon Auteur que ce n'eſt ici qu'un cas particulier qui ſe trouveroit contredit par tous les autres cas ou l'on changeroit la vîteſſe

ou le rapport des masses. Supposons, par exemple, $A=2$, $V=2$, & $B=3$, dès-lors la Force de A après le choc seroit $\frac{4}{5}$, & celle de $B=\frac{24}{5}$, comme on a vu ci-dessus, & par conséquent leur somme $\frac{28}{5}$ ne seroit pas égale au carré 4 de la vitesse de A multiplié par sa masse 2, ce qui seroit $8=\frac{40}{5}$, & il en seroit de même d'une infinité d'autres suppositions.

Je conviens que les Partisans des Forces Vives peuvent répondre que dans le cas de M. Herman, comme dans tous les autres, les carrés des vitesses après le choc multipliés par les masses sont égaux à la masse de A multipliée par le carré de la vitesse primitive; mais de quoi cette réponse peut-elle leur servir? Le principe sur lequel ils se fondent est certain & incontestable, c'est une propriété essentielle au choc des corps à ressorts que les carrés des vitesses après le choc multipliés par les masses sont égaux au carré de la vitesse primitive du corps choquant multiplié par sa masse, & cette propriété vient de

l'élasticité des corps , puisqu'on ne voit jamais rien de semblable lorsque les corps ne sont pas élastiques. Il faudroit renoncer aux Formules reçues de tous les Sçavans pour disconvenir de cette vérité , mais s'ensuit-il de là que les Forces Motrices ou agissantes soient comme les masses multipliées par les quarrés des vîtesses ? Je ne le vois pas , & l'on ne viendra jamais à bout de le demontrer. A la vérité ce n'est que par le Mouvement que la Force du ressort se manifeste , & par conséquent il faut que les Forces Motrices agissent , afin que nous puissions juger si les corps sont élastiques , & jusqu'à quel point ils le sont. Mais comme cela ne nous dit autre chose , sinon que les Forces Motrices sont des causes occasionnelles , ou , si l'on aime mieux , des conditions sans lesquelles le ressort n'agiroyt point , & que tous les Physiciens sçavent bien que ces conditions ne sont pas des causes efficientes , il reste toujours aux Deffenseurs des Forces Vives à nous donner les fondemens

de leurs prétentions. Ce n'est point à des expériences réitérées que nous croyons devoir nous en tenir, ces expériences avec quelque soin qu'elles soient faites ne nous montrent que des effets, & ces effets nous diront toujours que les quarrés des vîteses après le choc multipliés par les masses sont égaux à la masse du corps choquant multipliée par le quarré de sa vîtesse, nous le sçavons sans avoir besoin d'en être plus certains; qu'on nous montre donc aussi que les Forces Motrices sont entr'elles dans cette raison, & nous n'aurons plus rien à repliquer.

J'ai déjà démontré en plusieurs endroits de cet Ouvrage que les Forces Motrices & agissantes sont toujours proportionnelles aux quantités de Mouvement, & que par conséquent elles ne sçauroient être dans le rapport des quarrés des vîteses multipliés par les masses; mais afin qu'on ne dise point que je passe trop légèrement sur la distinction qu'on veut mettre entre le rapport des Forces
agissantes

agissantes & celui des quantités de Mouvement , voici une nouvelle preuve qui achevera de faire voir l'inutilité de cette distinction.

Supposons que deux boules élastiques d'égales masses soient sur un plan horizontal bien poli , & d'une étendue infinie, & que tandis qu'une personne pousse l'une avec 2 de vitesse , une autre personne pousse l'autre avec 1 de vitesse. Il est certain que le Mouvement de ces boules étant uniforme , puisque nous supposons que ces personnes après les avoir poussées ne leur donnent plus de nouvelles impressions, que le plan est exempt de frottement , & que nous faisons abstraction de la résistance de l'air ; il est certain , dis-je , que les espaces parcourus dans des temps égaux par ces corps seront la mesure de leurs quantités de Mouvement , & en même-temps de leurs Forces agissantes. L'Auteur des Institutions de Physique nous en assure lui-même en nous disant que le temps est ici à considérer à cause que les espaces par-

courus sont les seuls effets produits , ainsi qu'on a vu ci-dessus par le passage que nous avons rapporté de cet Auteur. Donc la personne qui aura poussé la première boule n'aura fait qu'un effort double de celui qu'aura fait la personne qui aura poussé la seconde boule , car ce sont ces efforts qui auront produit les Forces des deux boules , & les causes sont toujours proportionnelles à leurs effets.

Maintenant supposons que tandis que la boule qui a 2 de vitesse continue à se mouvoir quelqu'un pose par hazard sur sa direction une autre boule dont la masse est à celle de la boule qui se meut comme 3 à 1 , il arrivera après le choc que la boule choquante rebroussera chemin avec 1 de vitesse , & aura 1 de Force , & que la boule choquée suivra la direction primitive de la boule choquante avec 1 de vitesse , & aura par conséquent trois de Force ; donc après le choc il y aura 4 de Force dont le Mouvement sera encore uniforme , car nous ne voyons rien après le choc qui aug-

mente ou diminue l'impression que le choc aura donné aux deux boules , à moins qu'il n'arrive par hazard que d'autres boules se trouvent sur leur chemin. Or je dis ces 4 de Force feront doubles de la Force 2 que la boule choquante avoit avant le choc ; donc il n'est pas possible que l'effort 2 que la personne a fait pour pousser la boule choquante soit la cause de cette Force 4 , autrement il faudroit dire ou que l'effet peut n'être pas proportionnel à sa cause , ou que l'effort 2 a dû devenir comme 4 en conséquence d'un choc arrivé par hazard , ce qui est absurde attendu que les deux personnes qui ont poussé les deux premières boules avant le choc ayant fait des efforts comme 2 à 1 , & ayant ensuite abandonné les boules à elles-mêmes , ces efforts , ni par conséquent les impressions qu'ils ont faites , ne sçauroient par eux-mêmes changer de rapport , à moins qu'une cause étrangere ne vienne les alterer ; il est donc sûr & constant que la boule choquante n'avoit pas avant le

choc une Force qui fût comme le quarré de sa vîtesse multipliée par la masse, c'est-à-dire, une Force 4, & que par conséquent s'il s'est trouvé 4 de Force après le choc, cette augmentation ne peut être venue que d'une cause étrangere à la Force Motrice, laquelle cause ne peut être ici que la mutuelle reaction des ressorts. De même la boule choquante, & la choquée ayant reçu du choc, des Forces comme 1 & 3, & des vîtesse uniformes, il est visîble qu'elles se meuvent de la même façon que si elles avoient été poussées par deux personnes qui auroient fait des efforts comme 1 & 3, & qui les auroient ensuite abandonnées à elles-mêmes; d'où il suit que les Forces de ces boules ne peuvent être non plus que comme leurs masses multipliées par leurs vîtesse, & non par leurs quarrés, Donc ni avant ni après le choc les Forces des corps élastiques ne sçauroient être dans des rapports tels que les Deffenseurs des Forces Vives leur attribuent; & par conséquent

leur expériences ne prouvent tout au plus , sinon que dans le choc direct des corps à ressort , il y a plus de Force après le choc qu'auparavant dans le cas où le corps choquant rebrousse chemin , de même que dans les chocs obliques où la Force se trouve augmentée par les changemens de directions , comme on a vu ci-dessus dans la Réponse à la seconde Preuve de M. Bernoulli.

L'on ne donne point ce qu'on n'a pas , c'est un axiome généralement reçu , & l'Auteur des Institutions de Physique ne manque pas de s'en servir pour nous montrer qu'un corps qui ne choque qu'avec une certaine Force ne peut pas produire une Force plus grande que celle qu'il avoit , & qu'ainsi si après le choc on trouve plus de Force qu'il ne paroïssoit y en avoir auparavant , on se trompoit sans doute sur l'estimation de cette Force primitive. Voyons donc qui se trompe de lui ou de nous.

Je reprens son propre exemple , qui est celui de M. Herman , le

corps *A* avec 1 de masse & 2 de vitesse choque le corps *B* qui est en repos & qui a 3 de masse. Nous supposons que les deux corps sont élastiques. Après le choc il y a quatre de Force, donc, dit-il, le corps *A* devoit avoir 4 de Force, car s'il en avoit eu moins il auroit donné plus qu'il n'avoit. Or le corps *A* ne paroïssoit avoir que 2 de Force, puisqu'il avoit 1 de masse & 2 de vitesse, donc nous avons mal estimé sa Force en multipliant sa masse par sa vitesse. Mais comment nous sommes-nous donc trompés ? Le corps *A* se mouvoit d'un Mouvement uniforme avant le choc, sa masse étoit 1, & sa vitesse 2, & dans le Mouvement uniforme la Force est comme la masse multipliée par la vitesse ou par l'espace parcouru dans un certain temps, l'Autheur des Institutions de Physique en tombe d'accord page 425. ; donc il faut ou qu'il se trompe lui même, ou que nous ne nous trompions pas. Mais ne proposons point cette alternative, person-

ne ne se trompe ici ; le corps *A* n'a que 2 de Force avant le choc , cela est certain , & après le choc il y a plus de Force qu'il n'y en avoit auparavant , cela est incontestable ; d'où vient donc cette différence , c'est de l'élasticité des corps que l'Auteur des Institutions de Physique n'a pas voulu distinguer de la Force Motrice ; le corps *A* ne peut donner ce qu'il a , mais la Force du ressort supplée au reste ; voilà la solution.

M. Huguens a démontré qu'un corps en repos qui ne reçoit le choc que par l'entremise de plusieurs autres corps qui sont entre lui & le corps choquant , reçoit plus de Force que si le corps choquant le frappoit immédiatement. Or je demande si cette Force reçue par le corps choqué étoit dans le corps choquant dans le temps , par exemple , qu'il n'y avoit que trois corps en repos entre le choqué & le choquant ; si on me dit oui , je mets entre les deux deux fois plus de corps en repos , trois fois plus , cent fois plus , & ainsi de suite à l'in-

fini, & comme il arrivera selon la Demonstration de M. Huguens que la vîteſſe du corps choqué par l'entremiſe de tous ces corps ſe trouvera augmentée peu à peu à l'infini, je conclurai que le corps choquant que l'on ſuppoſe avoir toujours une même vîteſſe finie dans tous ces chocs, avoit cependant dans lui-même une Force infinie, puisqu'à la fin il aura produit une Force infinie dans le corps choqué. Or cela eſt abſurde; donc il eſt abſurde auſſi de dire qu'un corps qui en choque un autre immédiatement ait toujours toute la Force qui ſe trouve après le choc; la multiplication des Forces dans le choc immédiat, comme dans le médiat doit ſ'expliquer par l'élaſticité des corps, & vouloit en chercher ailleurs la cauſe; c'eſt vouloir recourir à des qualités occultes à la maniere des Anciens.

Je ne m'arrêterai pas davantage ſur cette matiere. Je crois en avoir aſſez dit pour montrer que M. de Mairan a decouvert toute la fauſſeté de l'opinion

nion des Forces Vives , & que la Dissertation fera toujours vainement attaquée. Mais comme son Ouvrage renferme grand nombre d'autres preuves que je n'ai point rapportées de peur d'être trop long , je conseille à ceux qui voudront être mieux instruits d'avoir recours à l'original , & d'y prendre cet esprit de justesse , de précision & de clarté qui y brille de toutes parts.

L'illustre Auteur des *Institutions de Physique* imprimées à Paris chez Prault , fils , Quai de Conty en 1740. n'ayant pas jugé à propos de mettre son nom à la tête de cet Ouvrage , j'ai cru devoir n'en parler dans cette Refutation que comme d'un Auteur anonyme qui veut être inconnu, mais cela n'empêche pas que je n'aye toute l'estime & le respect qui sont dûs à la sçavante érudition , & au rang distingué de la personne qui a mis ce Traité au jour.

F I N.

N

E R R A T A.

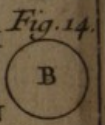
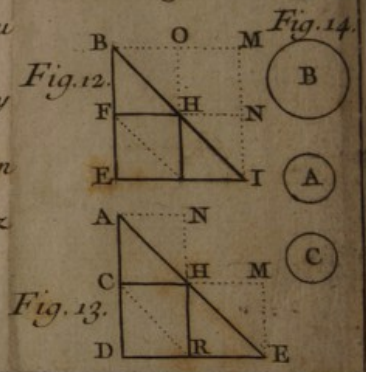
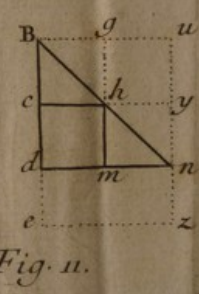
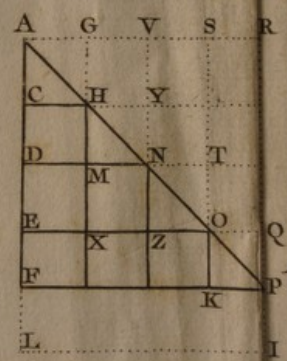
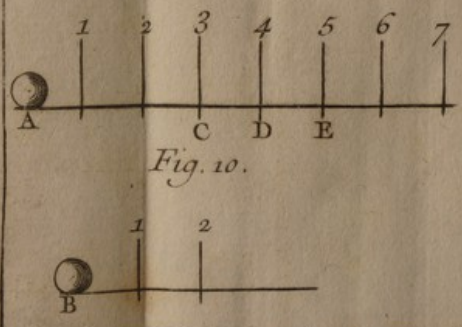
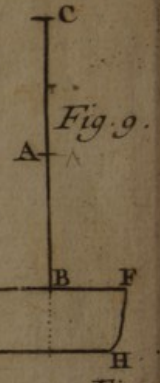
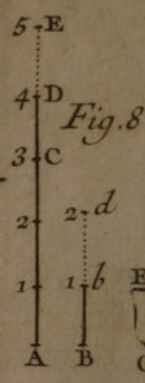
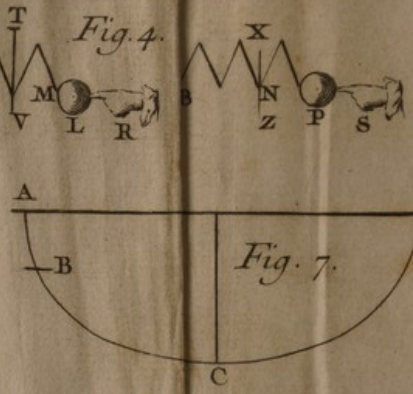
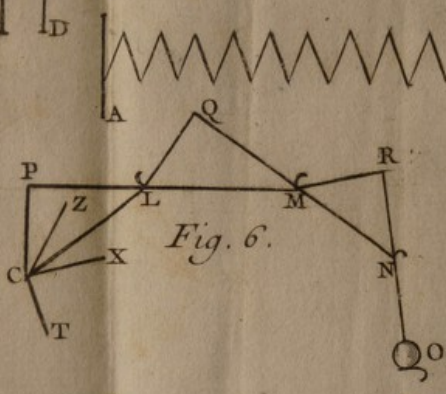
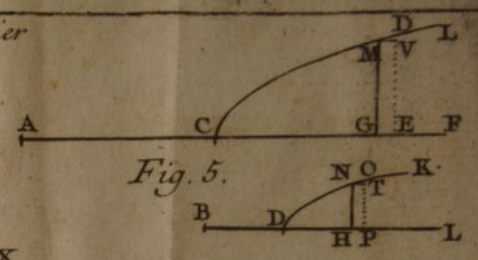
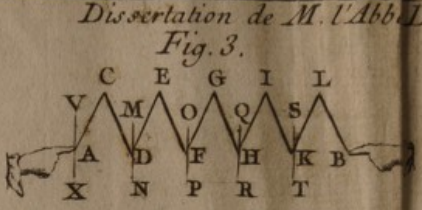
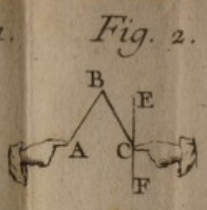
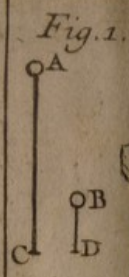
PAge 12. ligne 5. des nouvelles impressions , lisez de nouvelles impressions : page 27. l. 25. BIF , lisez BIE : page 55. l. 14. après ces mots la même direction CL , ajoutez pour un plus grand éclaircissement ; c'est-à-dire , si le ressort L avoit été perpendiculaire à la direction CL , & ne lui eût ôté qu'un degré de vitesse : page 62. l. 11. de l'Academie Royale , lisez de l'Academie Royale des Sciences : page 63. l. 13. Institutions Physiques , lisez Institutions de Physique : page 90. . 16. pour sentir , dit-il , page 780. lisez pour sentir , dit-il , page 430.

A P P R O B A T I O N .

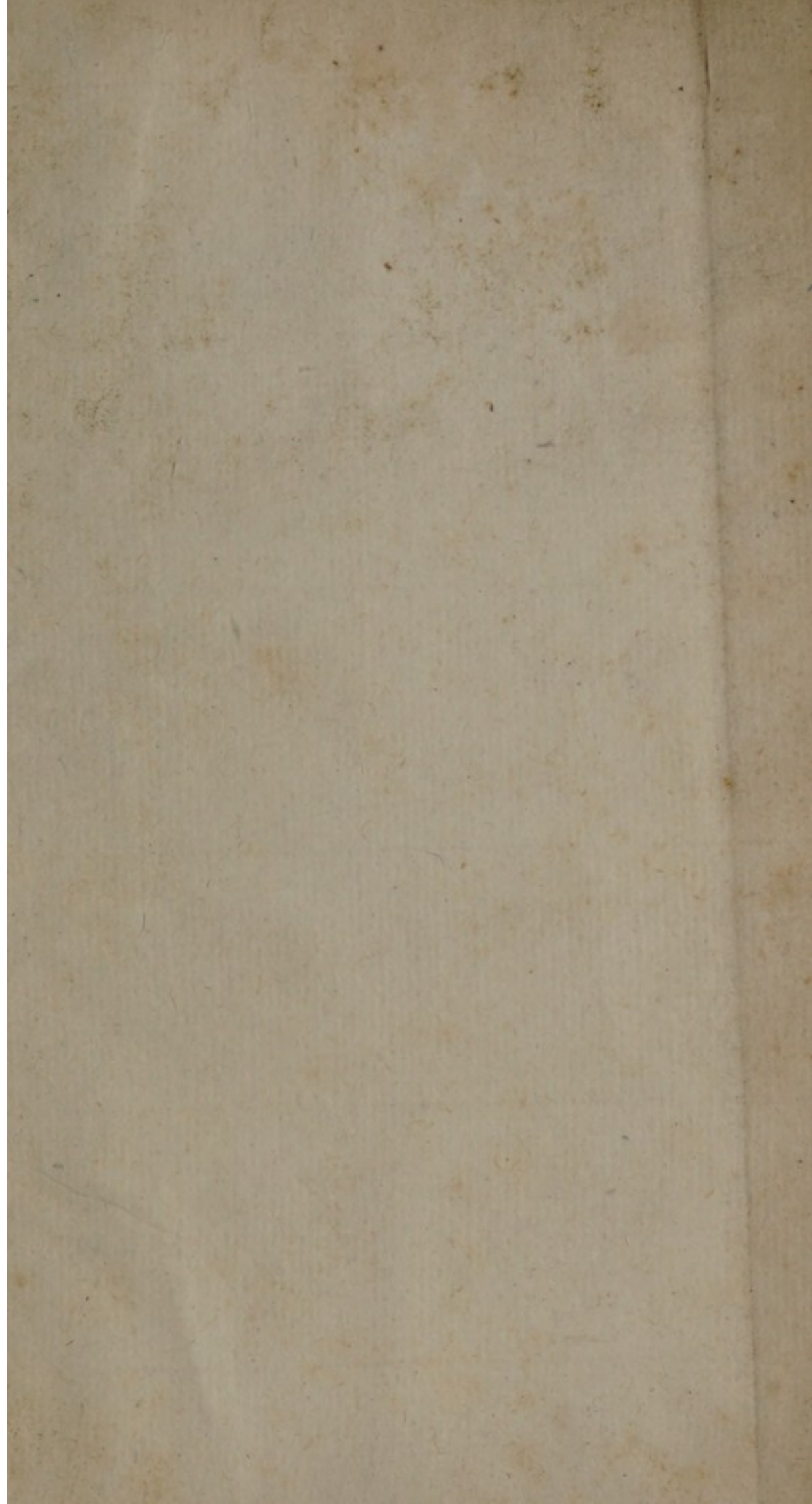
J'Ai lû par ordre de Monseigneur le Chancelier un Manuscrit intitulé : *Refutation des Forces Vives*. Fait à Paris , ce 10. Janvier 1741.

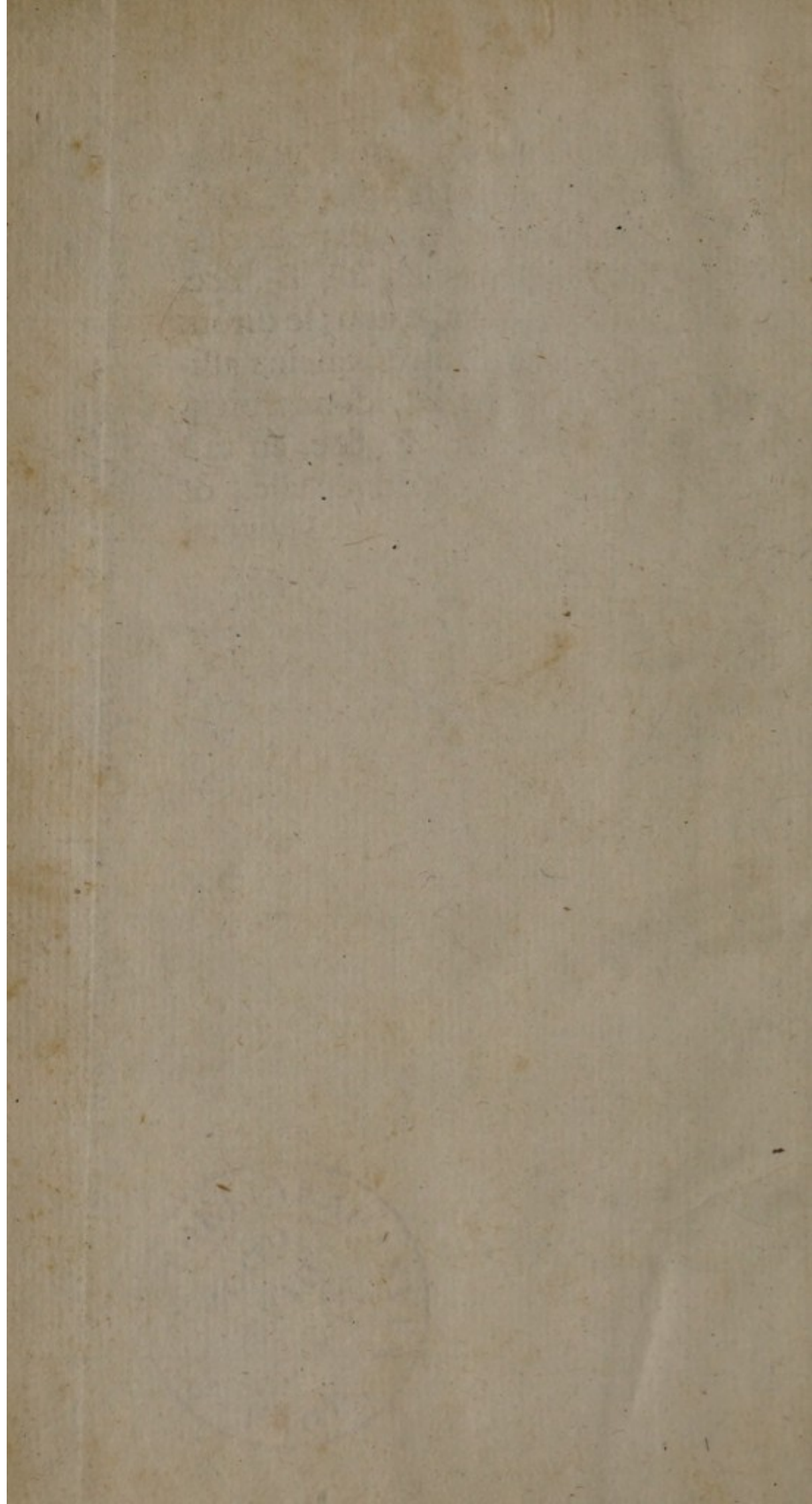
Signé , MONTCARVILLE.

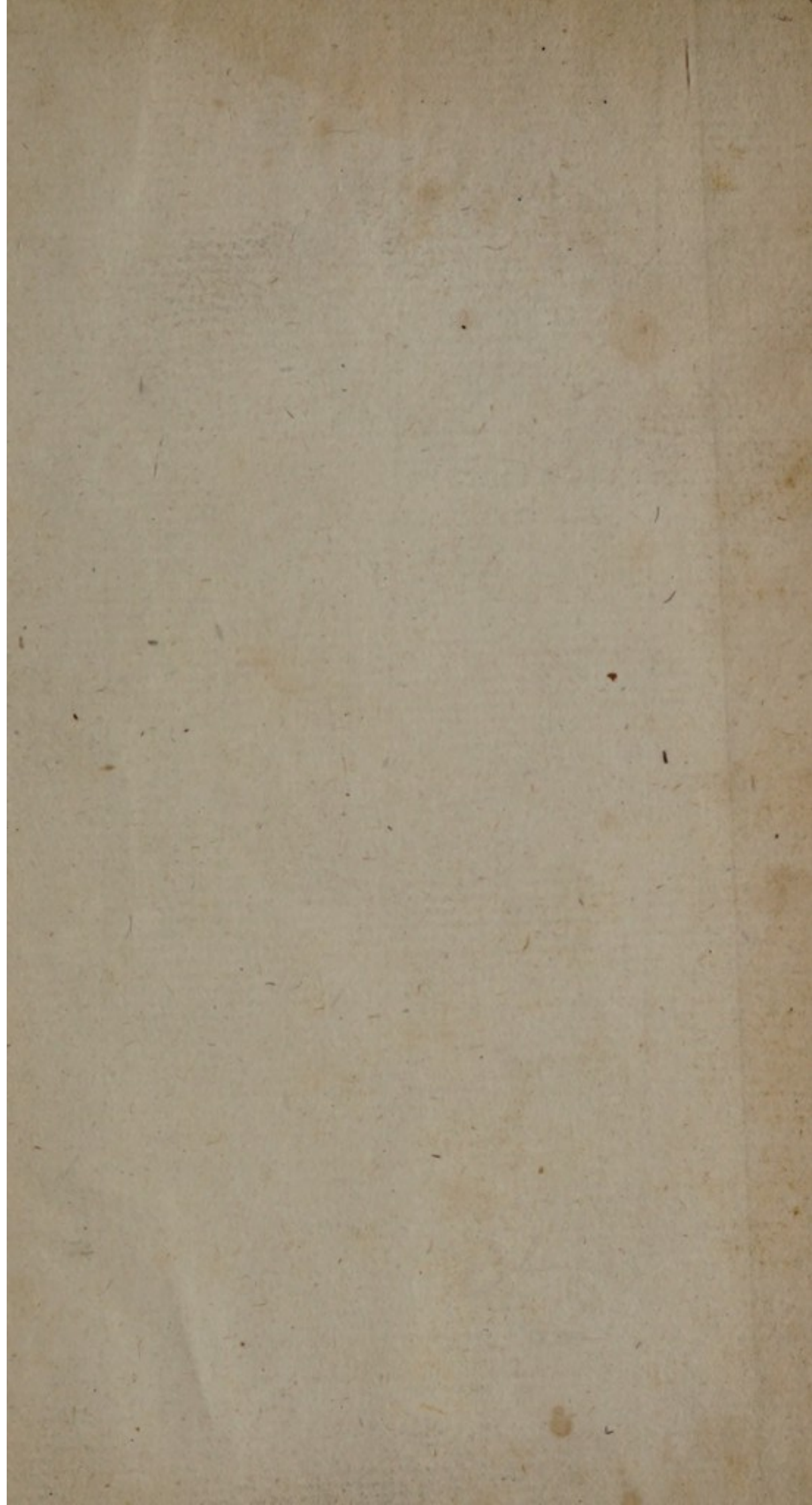
*Le Privilege se trouve à la fin
de la Méchanique.*

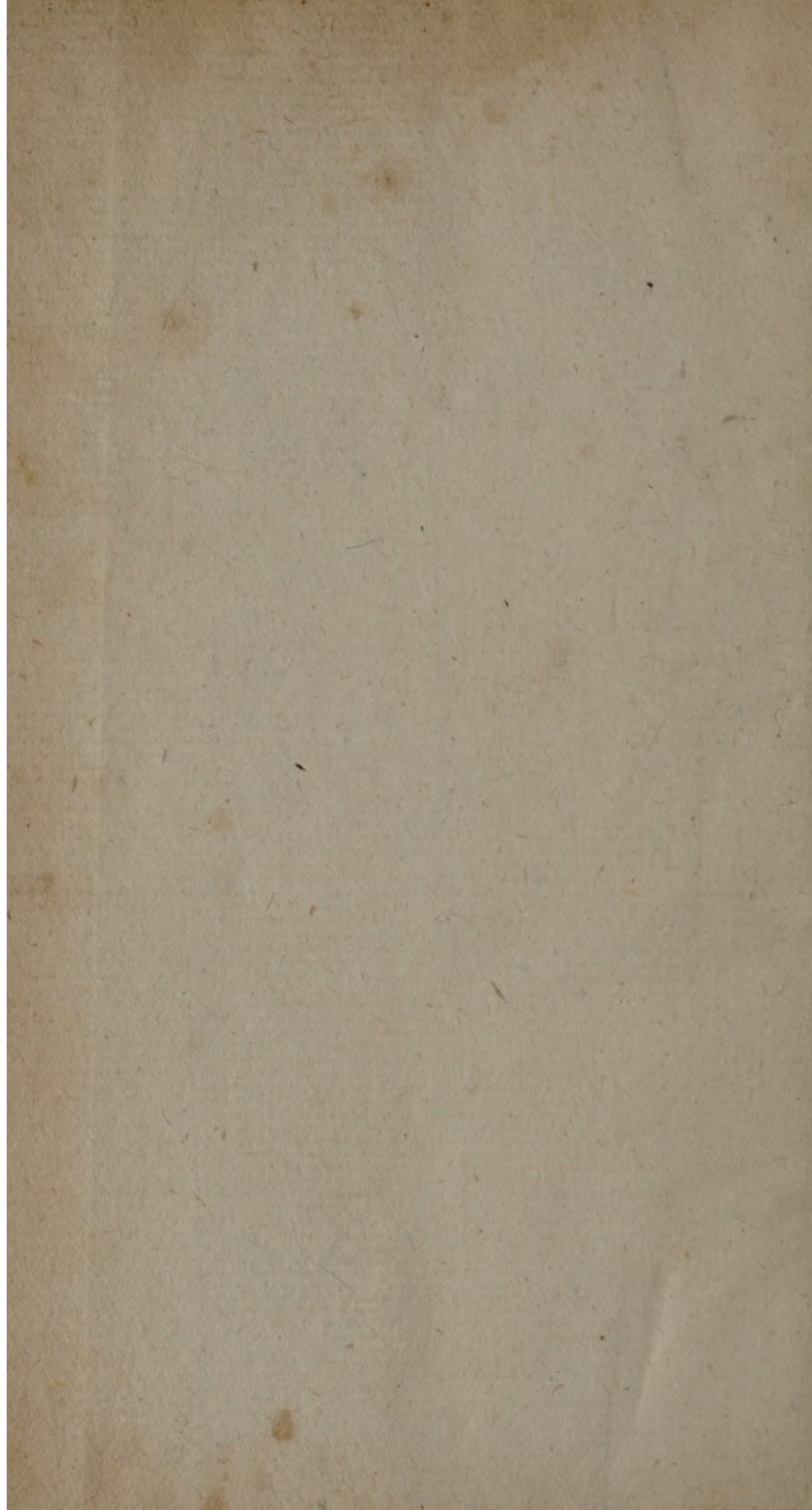


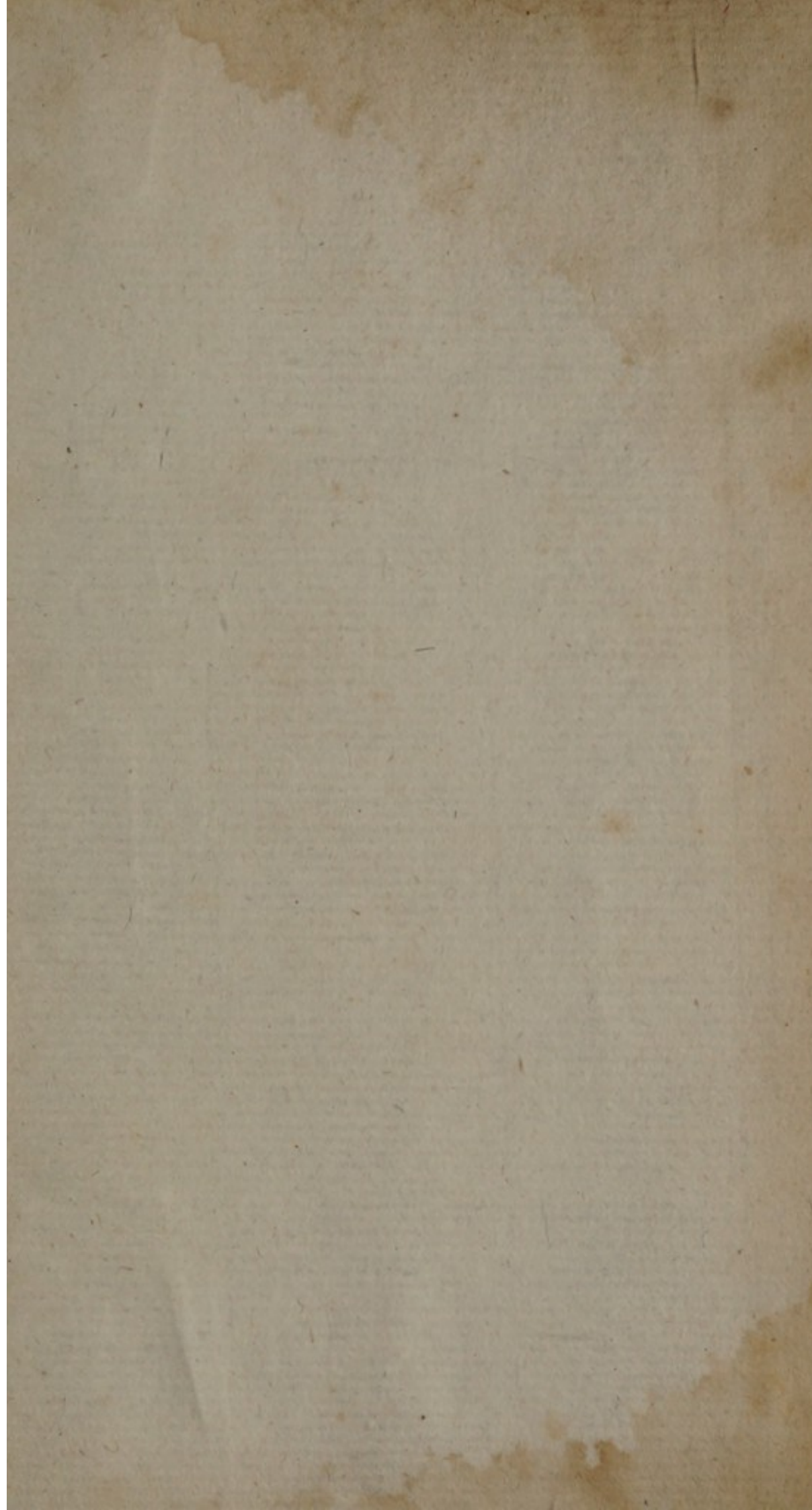


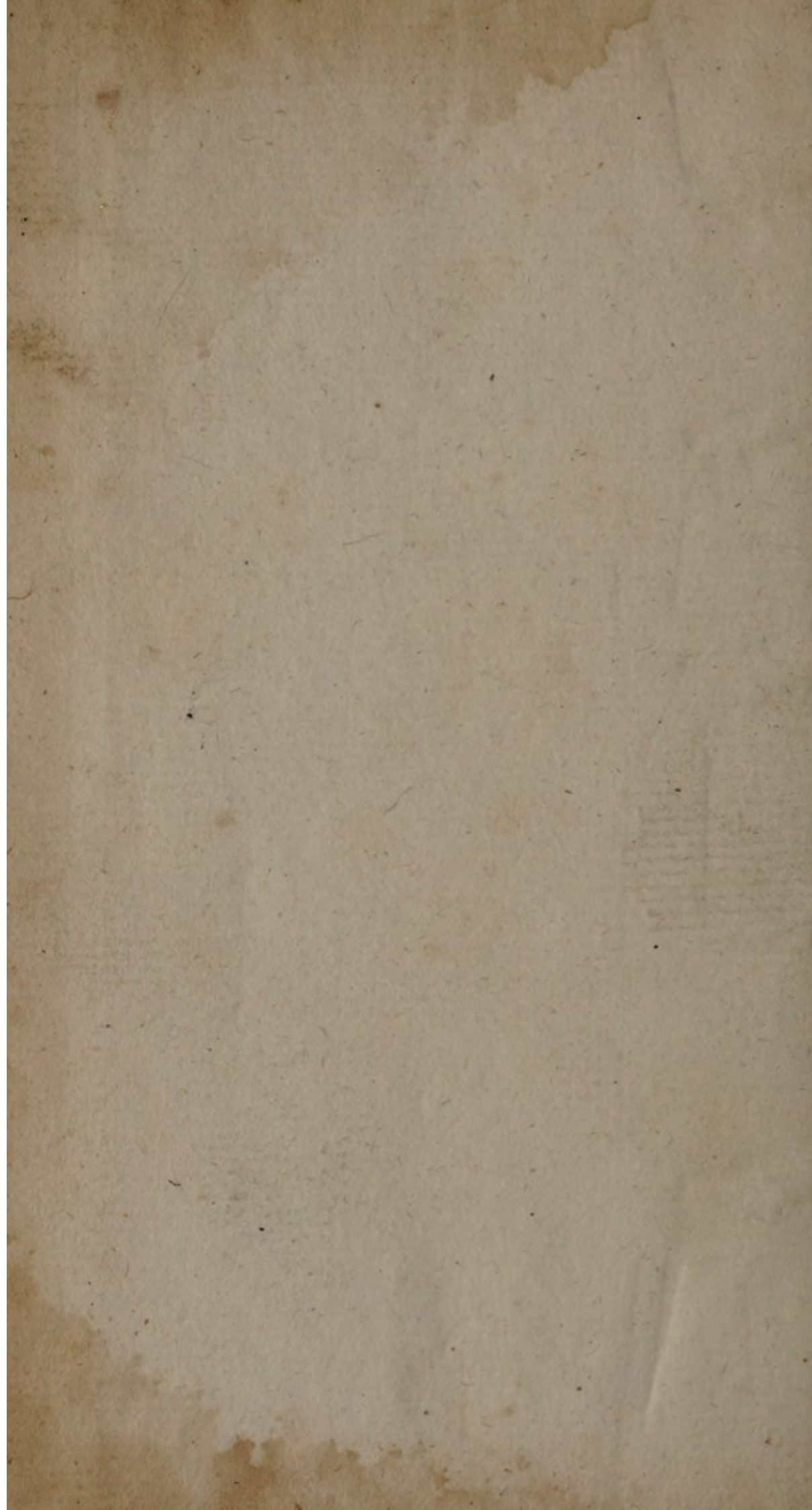












a 32H



