396771A

57

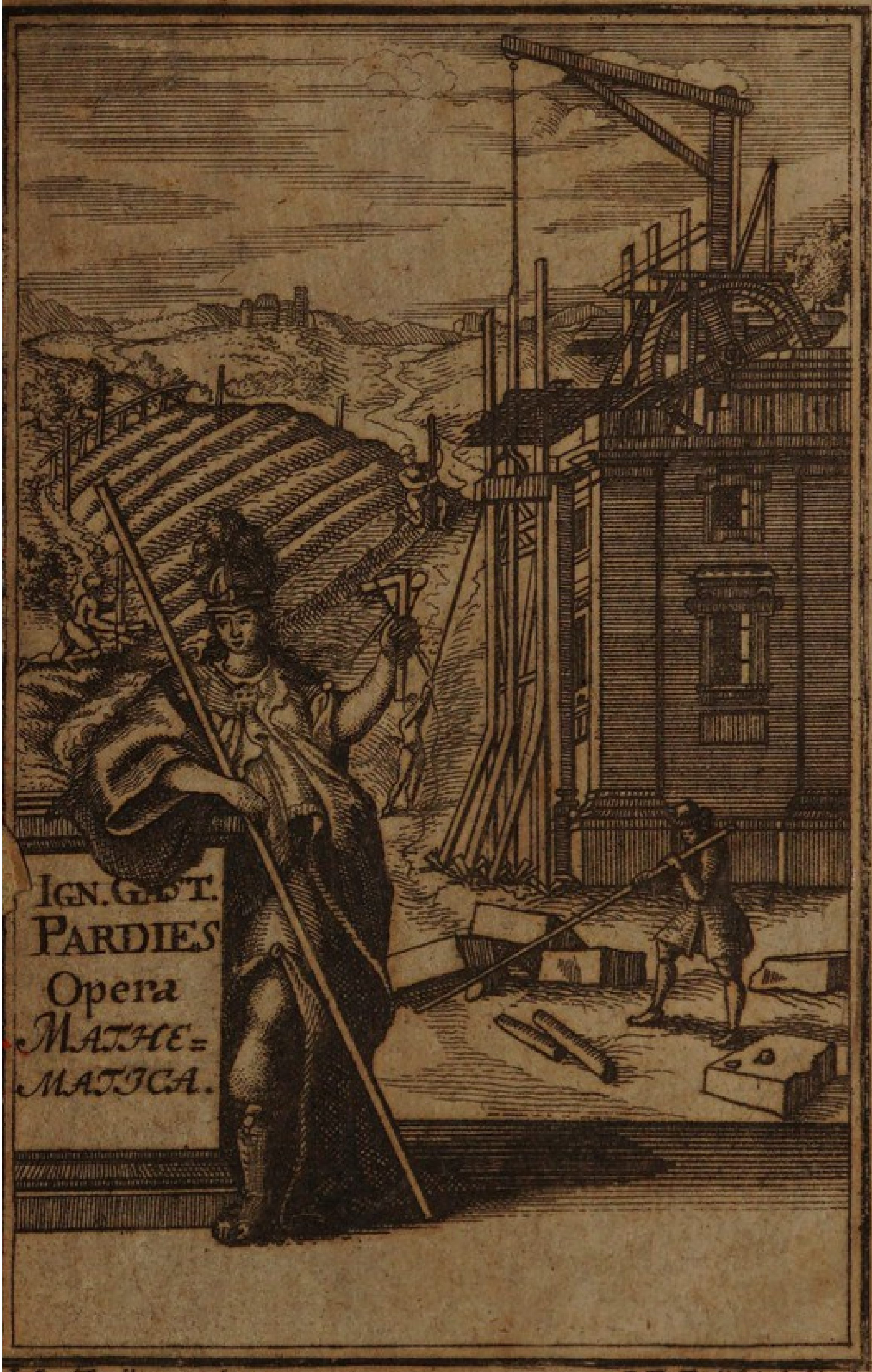
Nr. 18 2,50

N. III

7K

6690

1218



I.L. Zollman. inv. I.B. Brühl. sc. Lips.

P. IGN. GAST. PARDIES S. J.

OPERA MATHEMATICA

continentia

 ELEMENTA

GEOMETRIAE

DISCURSUM

DE

MOTU LOCALI

ad **STATICAM** usum

fr. Ildephonsi ET Schwarz

Duas Machinas, ad conficienda

HOROLOGIA SOLARIA

habiles,

In quibus omnibus nobilissima veterum & recentiorum Geometrarum & Mechanicorum inventa Methodo brevi & facili traduntur

IN USUM STUDIOSAE JUVENTUTIS
LATINITATE DONATA.

EDITIO TERTIA.

JENÆ, Sumptibus GEORGII CHRIST. TROEBERT.
MDCCXXI.

AD LECTOREM.

PRodit L. B. altera pars tractatuum PARDIES, quam diu promiſerat diuque Viri docti exſpectarunt; certè ſi Bibliopolæ Batavo licuit procraſtinationem ejus in raritatem librorum gallicorum, ex inopinato bello funeſtiſſimo ortam, conjicere, & noſtrati idem licebit, eoque magis, quo tam monetæ depravatio momentanea ferè, & neglectus Mathematicorum ſtudiorum, majus obſtaculum eidem ponant. Ita eſt, Gallos amamus, gallica deſideramus, gallica miramur & æſtimamus, & tamen pauci noſtrum, niſi in pejoribus, gallos imitamur. Saltandi artem, linguæ peritiam, exactionum modus & tributorum, & ſi præter inconſtantiam alia quædam, Gallis uſitata, in Germaniam reduces plurimi afferunt, optimas artes & in easdem ſtudia indefeſſa Gallorum, nemo reportat. Matheſis apud Gallos ſat exquiſitè colitur, ipſique Galli eandem omnium

belli

belli Officialium primariam diſciplinam eſſe volunt, opereque ipſô probant, maximum rei bellicæ exinde commodum addi. Rex ipſe, quem Magnum cognominant, ſumtus prægrandes miniſtrat iis qui in Mathematicis ſtudiis aliquid valent, inde Architecturæ militaris indefeſſi cultores dantur, ita ut reliquos præcedere conentur; Geographi, Aſtronomi & Mechanici talia quoque præſtitêre, ut nonnulli eorundem de palma cum reliquis gentibus certare videantur. Non nego quidem Germanos quoque poſſidere quæ Gallis victoriam dubiam reddere poſſint, ſi non præripere; attamen incitamenta h. e. univerſalis, ſtudii Mathematici, amplexus & exiſtimatio deeſt, hinc vileſcunt libri quoque mathematici, & bibliopolæ deterrentur ſumtibus, quos interpretandis exterorum ſcriptis miniſtrarent. Certè mirum eſt dari qui & Juris Studioſo haud neceſſe dicant ut diſciplinas mathematicas ſciat, ſatis eſſe, modo ea, quæ in legibus tradita de ejusmodi caſibus, noverint; annon, *veram non ſimulatam Philo-*

ſophi-

ſophiam, cum Imperatore profitentibus, neceſſe eſt, & hanc utilem Philoſophiæ partem intelligere? Novi ego JCtos Mathematicos multis aliis palmam eripientes; & quid de Feldeno dicemus, ut alios taceam? quantum lumen ipſi Matheſeos ſcientia dederit in reſolvendis Juris Quæſtionibus, ſatis demonſtraret opere ipſo, ſi Senectus permitteret. Quantum vero damnum & opprobrium neglectus diſciplinarum Mathematicarum attulerit Conſiliariis in perluſtrandis rationibus, Advocatis in defendendis cauſis hujus materiæ, Nobilibus ipsis in ritè administrandis officiis aulicis & bellicis, hoc alibi vidi cum stupore. Ne igitur & pauci isti quibus Mathesis arridet defectum librorum aut pretium magnum & peregrinam linguam accusare queant, Bibliopola & hosce sequentes, *de motu locali, luminis, viribus moventibus, Staticâ & horologiographicâ*, priori Autoris libro *de Geometria* adjungere voluit, quorum interpretatio mihi ab Interprete prioris celeberrimô injuncta, non ob peritiam meam, cum vel quotidie a tantis Viris edo-

edoceri non erubeſcam, ſed quod laudatiſſimus Interpres aliis negotiis gravioribus diſtractus huic labori incumbere non poſſit. Quantum ergo mihi, qui Galliam ipſam perluſtravi parumper, licuit, genuinum ſenſum ſecutus ſum tum artis tum linguæ gallicæ. Hoc fateor, Autorem multa non adeo clarè tradidiſſe quæ in præfatione ſua promiſit, præprimis quæ Architecturam bellicam & Pyrobolicam ſapiunt, interim in multis ſua præſtitit. Tuum erit L. B. operam meam benevole accipere, & mathematica non ante despicere, quam eadem edoctus videas nulli usui esse; Vale & fave tuo

Frider. VVilh. Schumacher / *Phil. Mag. & U. J. Cult.*

DISCURSUS

DE

MOTU LOCALI,

UM ANIMADVERSIONIBUS
IN MOTUM LUMINIS.

PRÆFATIO.

NOn hic elogia Mechanicæ componere, aut commoda scientiæ de motu exponere constitui. Notum satis, omnia producta aut ex industria humana, aut naturalibus causis provenientia, non nisi per motum fieri. Adeo ut impossibile sit secreta Physicæ penetrare, vel feliciter progredi in inventione & praxi artium, absque adminiculo mechanicorum, hoc est absque cognitione præceptorum motus. Nec totam hanc materiam hic tradere conabor; nimis ampla est quam ut adeo brevi discursu comprehendi possit. Ad ea me restrinxi quæ hujus scientiæ elementa dici possunt, & in specie, communicationem motus in per-

cuſſionibus, conſiderare inſiſto. Hanc materiam à Maguis viris pertractatam eſſe verum eſt; ſed plane alia via, quam iſti, incedere mihi videor: nam miſſis hypotheſibus particularibus, in ipſis Naturæ fontibus cauſas omnium iſtorum effectuum invenire ſtudeo, quos in motu videmus, & exin demonſtrationes facere, quæ nullam experientiam præſupponentes, non niſi certiſſimis puræ Metaphyſicæ principiis fundarentur. Propoſitum hoc ſine dubio audax videbitur iis, qui difficultatem illam norunt experientiam ſic præveniendi, & Naturæ leges imponendi, quas illa in poſterum obſervet. Forſan & differentia quæ eſt inter regulas quas formare laboro, & eas quas Dn. Deſcartes in ſuis principiis propoſuit, anſam dabit curioſis fautoribus Philoſophiæ dicti Autoris, inquirendi in quonam conſiſtant paralogiſmi mei, cum ratiocinia quæ facio admodum oppoſita ſint iis, quas plurimi hactenus pro veriſſimis demonſtrationibus habuerunt. Fateor enim ex ſeptem regulis quas Carteſius de motu dat, non niſi

uni.

unicam cum meis concordare; ita ut necessario aut Philosophus hic hallucinaverit, aut ego ipse in errores exstantes inciderim. Cæterum, quid per totam Galliam quoad regulas percussionis, quas nonnulli, celeberrimi Regiarum Academiarum Mathematici Parisiis & Londini, proposuere, publicatum sit, haud ignoro. Si gloria est nova quædam in scientiis invenisse, eam his viris dubiam non reddam, quam exin contendere poterunt, quod secreta legum motus invenerint; lubens eam illis cedo, nihilque mihi tribuo. Attamen dicere possum, me tribus jam abhinc annis publice edidisse quod hic in discursu propono; & si regulæ meæ cum istorum conferantur, fortasse conformitatis inibi satis invenietur, ut credas me cum illis in veritatem incidisse; ast satis etiam differentiæ reperietur, ut judicare possis, me non ab iis hæc didicisse; cum ad hæc non nisi regulas suas simpliciter, absque probatione proposuerint, ego autem omnes quas profero, demonstrare allaborem. Et licet Dn. Huygens spem nobis fecerit, se

brevi

brevi libellum editurum, in quo omnes suas regulas probaturus; nihilominus utut tali viro me nequaquam comparem, dicere tamen audeo methodum ejus à mea planè differre, quoniam satis jam se explicuit, & nobis aperuit demonstrationes suas specialibus hypothesibus fulcitas. Quicquid sit, mentem meam jam explicavi, quam parum sollicitus sim de gloria illa, ut habear pro autore harum rerum: totam his Viris linquo; & si iis placuerit me ejus participem reddere, ut beneficium accipam favorem reputabo, si modo agnoscere velint, me cogitationes eorum tetigisse, aut ad minimum non longe ab iis aberrasse.

DISCURSUS
DE
MOTV LOCALI.

I.

SI nobis imaginamur, in toto mundo nihil corporei præter unum aut duos globos esse, & de his globis omnia separamus quæ aliqualem sympathiam aut secretam communicationem causari possint, per quam alter alterum aut attraheret aut propelleret; uno verbo, si globos hos liberos ab omni speciali determinatione consideramus, absque levitate, absque gravitate, in vacuo quodam aut ad minimum in spacio plane uniformi, ubi nihil sit quod eosdem ab uno latere ad aliud trahat, aut eos impedire queat quo minus liberè se moveant; si jam in locum aliquem pro-

Corpus per se in differens est, ad quitem aut motum.

truderentur, tunc conciperemus globos hosce plane indifferentes se habituros, ut se tangant, aut separentur, vel hic aut alibi sint; quoniam in uno loco non plus inveniunt quam in alio; & per consequens eodem modo indifferentes erunt, ut vel in quiete vel in motu sint.

Corpus quando semel in quiete est, semper inibi manet.

II. Ita, si præterea concipimus, unum ex his globis in quiete alicubi esse, allatum illuc per causam aliquam, quæ potentiâ gaudet movendi vel retinendi corpus; eodem tempore concipiemus illum inibi perpetuò quieturum, nisi adsit nova causa eundem promovens aut de loco trahens eo quod motum ipsi det: Globus enim hic cum per se sit indifferens & ad quietem & ad motum, & semel ad quietem determinatus, impossibile est, ut se ipsum ad quietem hanc linquendam, & motum recipiendum determinet. Sic perpetuo in quiete hac permaneat oportet, si nihil aliunde veniat eundem illinc auferens.

Et si semel in motu est semper moveri pergit.

III. Per eandem rationem concipere debemus, quod si alteruter horum globorum in motu sit, pulsus & promotus a Deo, vel Angelo quodam; qui ipsum movere cœpit; concipere,

cipere, dico, debemus, globum hunc qui ſic ſe movere incepit, ſemper in motu perrecturum, niſi nova adſit cauſa eundem retinens; quoniam globus hic cum per ſe indifferens ſit ad motum & ad quietem, & ſemel ad motum determinatus, impoſſibile eſt, ut ſe ipſum ad reliquendum motum & recipiendam quietem determinet. Ita neceſſe eſt ſemper in motu hoc maneat, ſi nihil aliunde veniat eum inde aufferens.

Quies non eſt pura negatio.

IV. Probe video per naturam nos eo inclinare ut quietem conſideremus tanquam ceſſationem actionis, & motum ut actionem poſitivam, quam in nobis ipſis experimur, cum nos movemus aut aliud corpus movere volumus, cum concipiamus corpus manere in quiete, quamdiu nemo illud tangit, aut nulla alia cauſa adeſt quæ reipſa qualitatem aut actionem hanc ad motum neceſſariam ei imprimit. Ita videtur, quod licet corpus ſemel in quiete exiſtens, in ea perpetuo maneat, non tamen ſequatur, quod, ſi ſemel in motu ſit, perpetuo in eo permaneat; ad ſe movendum enim actione poſitiva opus eſt, & quies nil niſi negatio, aut actionis, vel motus ceſſatio eſt.

Tantum actionis positiva esse in quiete quem in motu.

V. Sed si gravitas corporum nostrorum, quæ portare oportet, rigiditas membrorum flectendorum. agitatio spirituum adhibendorum & multa alia aliquam nos experiri faciunt renitentiam, & nos obligant quadam violeutiâ uti ad superanda hæc impedimeuta; inde nulla fluit consequentia contra nostram hypothesin, quâ supponimus nullum impedimentum nec gravitatis nec peculiaris inclinationis dari, neque corporis quod extrinsecus resistere possit. Hoc casu manifestum est, non plus actionis requiri ad motum quam ao quietem; & ut corpus quiescat. non minus necesse est illud in quiete positum fuisse quam necessum est fuisse in motu, ad id ut moveatur, Et revera si consideramus naturam quietis aut motus, reperiemus motum æque dici posse *cessationem quietis*, ac quies dicitur *cessatio motus*: aut potius videbimus utrumque revera positivum quid esse, quoniam motus *est status, per quem corpus locis diversis successive respondet*; aut *præsentia transiens*, aut *series diversarum præsentiarum in locis diversis*: sicut quies *est status*, per quem corpus semper uni eidemque

que loco respondet; aut potius *eadem præsentia in eodem loco.* Ita ut quies æque ac motus sit *Status*, aut potius *Præsentia*; cum hac tamen differentia, quod quies sit Status consistentiæ & præsentia constans, quæ semper eadem conservatur; cum e contrario motus sit status mutabilis, & præsentia transiens. Jam quo etiam modo considerentur præsentiæ hæ constantes aut transeuntes, si quædam actio aut vis adest, aut quoddam genus causarum, in corpore, hunc ordinem diversarum præsentiarum motus producens; non minus actione aut vi opus est in quiete ad conservandam eandem præsentiam: quoniam rem aliquam conservare, est eandem perpetuò producere. Manifestum igitur, quod postquam præsentia per corpus in primo momento producta, (loquor cum iis qui veram harum præsentiarum productionem volunt) eadem de novo rursus producatur oporteat, per idem corpus in sequenti momento, ut in quiete permaneat. Jam mihi videtur, tantundem in hoc actionis & tantundem inesse vis, ac ad producendam præsentiam secundam in hoc secundo momento, loco reproducendæ primæ; & in hoc ſenſu verſum Poëtæ cujusdam antiqui adhibere poſſumus:

Non minor eſt virtus quam quærere parta tueri.

Ita, ſive oporteat quovis momento novam præſentiam, quoad motum producere; ſive etiam quovis momento ſive inſtanti eandem præſentiam quoad quietem reproducere: ſemper eodem recidet, & corpus non minus laboris habebit ad ſe conſervandum in eadem præſentia, & ſe retinendum in quiete, quam ad producendas novas præſentias & ſe conſervandum in motu. Hinc tandem concludendum, quod ſicut corpus eo ipſo quod ſemel ad quietem determinatum ſit, ſufficienter determinatam quoque ad ſe conſervatum perpetuo in eadem præſentia; ita & ſtatim ac ſemel determinatum ad motum, ſufficienter determinatum quoque ad ſemper novas præſentias producendas & ita ſe ſine intermiſſione movendum.

Objectiones. VI. Non multum temporis teram reſpondendo ad omnes inſtantias rabuliſticas quas facere poſſumus de hac materia cum faciles admodum ſint ſolutu, Dicunt enim v. g.

cau-

causam finitam effectum infinitum producere non posse, & motum hunc fore infinitum, quoniam perpetuo duraret. Dicunt eum qui corpus mo-vet ipsi quoque certam qualitatem, quæ *impetus* vocatur, imprimere, & quamdiu qualitas hæc duret, durare etiam motum. Sed qualitate hac cessante, motum quoque cessare: addunt, qualitatem hanc non posse perpetuo durare, cum suapte natura tam imperfecta sit, ut durationem longi temporis non exigat. Dicunt adhuc experientiam testari, omnem motum paulatim cessare: quod in rota violenter agitata animadvertitur; in globulo tudiculari, in area sua agitato; in globo suspenso & aliis corporibus quorum motiones paulatim diminuuntur, & tandem plane exstinguuntur.

Causa finita effectum perpetuum habere potest.

VII. Dico facillime responderi posse ad has difficultates & multas ejus generis alias. Si motum hunc volumus esse effectum infinitum, quoniam perpetuo durat; etiam quies effectus infinitus dicendus erit, si ita perpetuo durat; & consequenter si causa finita non potest habere effectum infinitum, dicendum erit quod simulac homo corpus aliquod quiescere fecerit, corpus hoc non possit perpetuo in quiete hac permanere, sed necesse sit quietem hanc cessare tandem, & corpus se movere incipere; quod rationi non consentaneum est. Magna differentia est inter effectum infinitum, & effectum perpetuo durantem: & si verum est causam finitam non posse infinitum effectum producere; æque verum est, causam quibusvis terminis inclusam, tamen effectum dare posse qui perpetuo subsistat, nisi per novā causam destruatur: si enim Quadratam figuram in cera describo, figura hæc semper durabit, si nihil eam corrumpit aut ipsam ceram destruit. Ita non inconveniens est dicere, quietem aut motum semel in corpore quodam productos, in infinitum durare, nisi ab alio destruantur.

Qualitas qua Impetus vocatur, perpetuo durat.

VIII. (uod qualitatem eam attinet quam in corpore productam volunt per id quod movet, idem mihi est sive credas eam sive non; hoc tantum dico, si qualitas hæc necessaria est, durabit perpetuo, semel producta, & nunquam existere desistet, nisi tunc, cum a nova causa destruetur. Et in hoc Vasquii sententia rationi admodum convenit, dum in genere

Vasquez l. 2. d. 81. c. 2. & 3.

genere de omnibus formis tam substantialibus quam accidentalibus, & in specie de motu & *Impetu* asserit; quod si per momentum saltim subsistere possint absque influxu primæ causæ efficientis, etiam perpetuo durent, donec per productionem novæ formæ contrariæ destruantur. Si vero in sententia hac persistere volumus & dicere, qualitatem hanc esse naturâ suâ tam debilem, ut sponte destruatur; hoc ipso contendo qualitate hac destructa, nihilominus necessum esse, ut motus duret, per rationes jam dictas: quoniam motus cessare nequit nisi quies de novo producatur. Jam semper causa positivâ opus ad producendum de novo qualemcunque effectum; cum tamen non sit necessaria ut id quod jam est subsistere faciat; & hæc vera ratio est quare figura quadrata ceræ inscripta in æternum duraret, si Deus omnia extrinsecus agentia impediret ne quid in cera corumperent, nam cera figuram hanc perdere nequit, nisi alia figura producatur. Et sicut figura de novo existere nequit, absque causa positiva eam producente, qualem nos non adesse supponimus; necesse est hanc figuram primam jam

pro-

productam, semper in possessione existentiæ suæ subsistere. Eodem modo res se in motu habet; & licet prætensus iste impetus existere cesset, motus tamen jam productus, idcirco cessare non debet, quoniam nulla nova adest causa quietem producens; & motus non potest cessare quiete nondum productâ.

Corpora mota moveri desinunt, quoniam impediuntur.

IX. Tandem, quod videmus corpora propulsa brevi tempore moveri desistere, nihil contra nos probat, quoniam certum est corpora hæc impedimenta motus habere. Videmus quoque motum tanto diutius durare in corporibus hisce, quanto plus impedimentorum auferimus aut diminuimus. Sic globus certe diutius currit in pergula bene planata, quam in via scabra. Rota melius volvitur circa axem parvum & bene tornatum quam circa spissum & irregularem; lapis longius per aerem quam per aquam jaculatur. Ast in sequentibus explicare conabor, quomodo impedimenta hæc motum corporum paulatim cessare faciant.

Postulatum ad certitudinem

X. Quæ de natura & perpetuitate motus dixi, aliquo modo ad intellectum ejus quod in discursu sequenti demon-

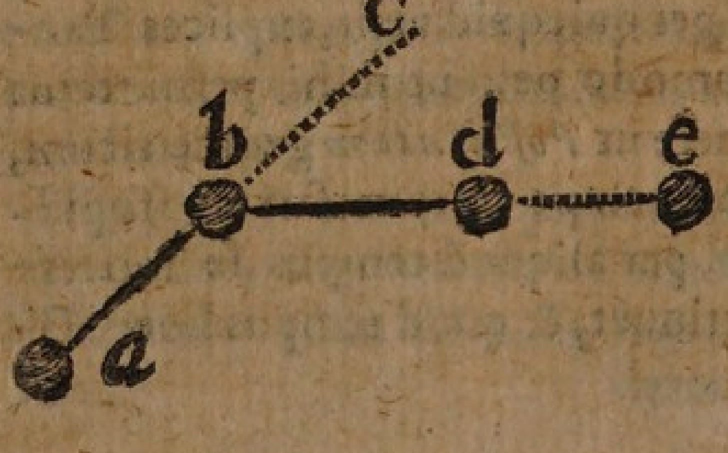
demonstrare conabor necessaria sunt. Cum autem quæstio nunquam adeo clare tractari queat, quin rixosis disputationibus obnoxia sit: probe video quod sine dubio non omnes, per omnes meas rationes, convicti sint de eo quod probare volui. Cæterum cum nemine simultates suscepturus, nec ansam præbiturus credendi, me discursum meum in principio dubio fundare; declaro, me, ad firmandas demonstrationes meas, non opus habere, ut quis cogitet, motum revera perpetuum esse, modo mihi concedatur, quod nemo hominum negabit, quod sc. motus cum semel inceperit, ad minimum per tempus aliquod duret & tanto magis uniformiter continuetur, quanto minus impedimenti adest quod eundem retinet aut diminuit. Mihi unum idemque est, sive continuationem hanc motus per productionem *qualitatis impressæ*, aut per simplicem determinationem, aut per quicquid velis, explices. Tantummodo peto ut mihi permittatur ponere ut *Postulatum* geometricum, quod nempe corpus semel propulsum, per aliquod tempus se movere continuet, & quod tempus hocce satis

sequentium demonstrationum.

tis notabile ſit, dum extrinſecus nihil adſit quod retinere motum aut diminuere poſſit. Hôc mediante ſpero demonſtrationes ſequentes omnem ſua vim accepturas.

Corpus ſucceſſive plures determinationes recipiens ultimæ tantum addictum manet.

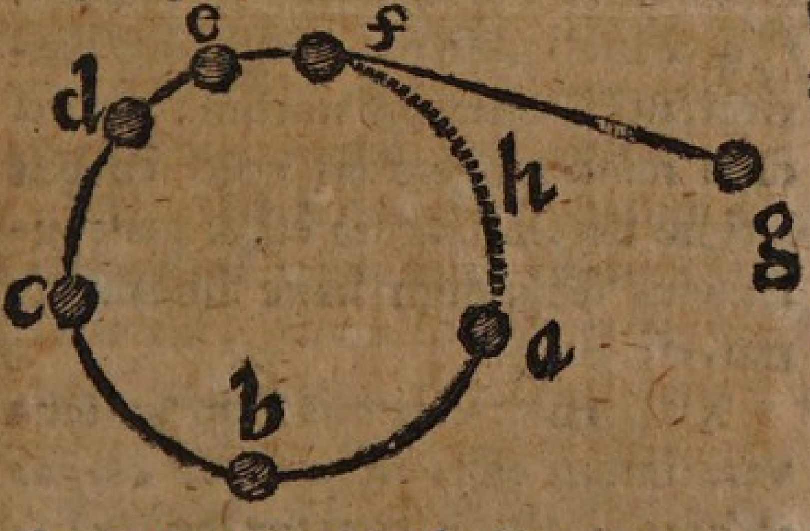
XI. Corpus non ſolum in quiete aut motu permanet, ſicut ſemel incepit in eo eſſe, ſed & in eadem motus ſpecie, & eodem velocitatis gradu manet, in quo poſitum. Verbi gratia, ſi incepit ſe movere in linea recta verſus Orientem cum uno gradu velocitatis, pari gradu ſe movere pergit ita ut nunquam in uno ſaltim puncto a linea hac recedat. Id quod manifeſtum eſt per easdem rationes quas attuli probaturus motum ſemper durare. Notandum autem quod poſteaquam corpus plures diverſas determinationes ſucceſſivè accepit, ultimæ addictum maneat, ita ut præcedentes nihil juris in id retineant. Verbi gratia, ſi globus manu aut aliter pulſus ſit ab *a* in *b*, & deinceps idem globus portetur



a *b* in *d* cumque inibi linquamus; dico globum continuare motum versus *e* in eadem linea *b d e*, cum ea velocitate quam habuit a *b* in *d*; & hæc prima determinatio quam accepit ab *a* in *b*, & quæ eum in c portasset, jam nulli usui est, non magis ac si nunquam fuisset; quoniam per secundam hanc determinationem destructa est.

XII. Hinc sequitur corpus non posse determinari aut induci ut moveatur in lineatur curvâ, aut velocitate inæquali: sed omne corpus liberum in linea recta & uniformi velocitate se movere pergit. Exempli gr.

Corpus liberum non potest determinari ut se moveat in linea curva, aut velocitate inæquali.



Si corpus moveatur in linea curvâ ab *a* per *b*, *c d e*, usque in *f*; (uti lapis in funda) & inde corpus hoc in *f* linquatur ut videamus quo tendat: dico non continuaturum motum in curvilinea versus *h*, sed iturum rectâ

ver-

versus *g* linea, quæ curvam in puncto *f* tanget. Nam quod corpus primo ab *a* in *b* motum sit, nihil ultimæ huic determinationi affert, eodem modo etiam jam moveretur, si tantum incepisset moveri a puncto *b* aut a *c* aut a *d* vel *e* adhuc propius, modo semper in *f* eundem velocitatis gradum habuerit: quoniam omnes hi primi motus totidem didiversæ determinationes sunt, quarum ultimæ primas annihilant; ita corpus ultimæ addictum manet determinationi. Ultima igitur determinatio illud versus *g* portabat; hoc est accipere debet inclinationem quam linea curva habet in puncto *f*; quæ inclinatio per tangentem metitur, uti Geometris notum: secundum hanc tangentem ergo corpus ultimo determinatum est,& per consequens secundum hanc lineam se movere pergit.

Omne corpus quod circa centrum movetur ab eodem discedere conatur.

XIII. Hinc videmus hoc axioma verissimum esse, *quod omne corpus in gyrum actum, conetur longius de centro motus sui recedere*: sicut facit lapis in funda, qui facit ut sentiamus in manu vim quam adhibet ut recta incedere possit linea,&per consequens a manu quæ centrum motus est, recedere: quod faciunt aquæ guttæ

guttæ vel grana arenæ quæ recta lineâ desiliunt, quamprimùm de rota cultrarii, aut verticillo, ubi admodum velociter volvebantur, se liberare possunt:

XIV. Falli quoque eos videmus, qui materiam cœlestem liquidam & immobilem statuentes, solem & astra primum aliquem impetum potuisse accepisse credunt qui semper duret, & qui eos in circulo circa centrum mundi faciat moveri. Manifestum enim est, quod si Angelus, aut alia quæcunque causa, astrum ita in circulo circa centrum mundi moverit; quamprimum Angelus hic aut hæc alia causa astrum reliquerit, hoc etiam eodem tempore in circulo moveri desineret, & rectâ linea versus extremitates mundi auffugeret.

Astra a se ipsis moveri nequeunt.

XV. Sed si corpus alligatum sit uti globus filo appensus vel rota imposita axi, aut si liquidum & vasi inclusum uti aqua in pelvi; tunc si globus hic aut rota semel satis fortiter motus, vel liquor hic motus etiam fuerit; omnia hæc corpora pergent moveri in circulo, globus circa clavum cui appendet, rota circa axin cui affixa, & liquor circa centrum vasis cui inclusus. Item si duo corpora

Quomodo corpus moveri possit circulariter pora invicem juncta æqualiter ad diversa loca agitentur; necesse est corpora hæc opposita in circulo moveri circa punctum quod in medio eorum est: & ita fusus aut verticillum pergit moveri in circulo, quoniam partes oppositæ inter se cum sint unitæ & junctæ, & digitis agitatæ duobus diversis modis, una in hac, altera in illa parte, fusum circa se ipsum volvi oportet. Si autem partes hæ oppositæ inæqualiter pulsentur, ita ut una velocius aliquantum ad latus aliquod feratur; tunc corpus hoc, præter circularem motum circa se ipsum, alium motum habebit, qui illud totum in aliquas diversas lineas mittet, secundum diversitatem & combinationem harum determinationum. Et ita verticillum axe suo in tabula diversas figuras concatenatas describit, quamdiu se cum incredibili velocitate circa proprium centrum movet.

Corpus se movens contra aliud corpus, ipsi totum suum motum dat.

XVI. Cogitemus jam corpus se movens in lineâ rectâ, offendere aliud; & videamus, quid accidere debeat his duobus corporibus. Primò, cum corpora sint impenetrabilia, impossibile est corpus A se movere & corpus B quod ante se offendit, non

etiam

etiam moveri; alias enim corpora hæc ſe penetrarent. Et cum ſuppонam corpus B eſſe plane indifferens vel ad manendum in quiete vel recipiendum motum quem ei dare poterimus, ſimul ac corpus A ſe contra illud movebit, illud etiam ad æqualem motum determinabit; cum ergo nullum impedimentum adſit, corpus B tantundem motus, quantum corpus A habebat, capiet, & ad eundem locum eadem linea eadem velocitate tendet, propter eandem rationem: hoc eſt, quoniam corpora impenetrabilia ſunt, & corpus *a* verſus *b* ſe movere nititur; & præterea corpus B ibi obvium cum omnimoda & ab omni impedtmento libera indifferentia; liquet corpus B ſe debere movere verſus *b* qua eadem velocitate, corpus *a* ſe movebat verſus eundem locum. Ita videtur non plus laboris eſſe ut comprehendas, corpus naturaliter movere poſſe aliud corpus; quam ut concipias duo corpora eſſe impenetrabilia, & corpus ſe movens aliud offendere poſſe.

In concurſu duorum corporum percuſſio fit quæ mutua eſt, & æqualiter in utroque corpore recipitur.

XVII. Jam conſiderandum in concurſu duorum corporum, certam fieri percuſſionem, quæ nihil aliud eſt, quam concuſſio duorum corporum ad ſe invicem accedentium & ita impenetrabilitate ſua invicem ſe impedientium. Enimvero cum ſæpiſſime non niſi unum corpus ſit, quod ſe movet, & quod percutit, quamdin alterum immobile manet, & percuſſionem excipit; percuſſio ſemper mutua eſt, & æqualiter recipitur in utroque corpore, ita ut quan-

tum corpus *a* percutit corpus B, tantum & ipſum percutiatur. Quod facile concipiemus, ſi ſupponimus duo hæc corpora eſſe plane ſimilia quoad maſſam, figuram, duritiem; & ſi ulterius nobis imaginemur, ea ſenſum habere, & dolorem ſentire poſſe, cum percutiuntur: tunc enim manifeſtum eſt corpus *a* percutiens B, tantum doloris ſentire ac B: uti videmus manum, aliam manum percutiendo, ſibi ipſi tantundem mali afferre, quam alteri, ſi æque mollis ſit. Idem concipitur ſupponendo duos clavos plane æquales ad dimi-

dium

dium solummodo defixos alterum in corpore *a* corpore B alterum, inque motu corporis a contra B duo capita clavorum se offendere: concipimus enim quod in hac percussione duo hi clavi infigantur magis & nulla detur ratio, quæ nobis persvadeat, clavum in B magis infigi ac eum, qui est in *a*; e contrario quoniam ambo clavi æquales sunt, & in æquales cuspides desinunt, corporaque æquali duritie prædita, absque ulla alia differentia; necessum est, duos hos clavos æqualiter percuti & unum tantundem infigi ac alterum. Itaque pro axiomate generali ponere possumus, quod *dum duo corpora se percutiunt*, percussio mutua & æqualis fit ab utraque parte.

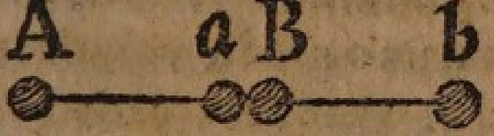
Corpus mobile offendens aliud corpus quiesum ipsi omnem suum motum communicat, & eo ipso immobile manet.

XVIII. Jam redeamus ad exemplum nostrum. Corpus A se movet cum uno gradu velocitatis versus *a*, ibique offendit recta corpus B, per concussionem ipsi communicat suum motum, qui corpus B cum uno gradu velocitatis ad *b* pellet, secundum ea quæ monstravi §. 16. Quoniam ergo percussio quam corpus B. accipit est unius gradus, h. e. capax ad promovendum corpus B, cum uno gradu velocitatis versus *b*, sequitur repercussionem quam accipit eodem tempore corpus *a*, esse quoque unius gradus, h. e. ut possit

corpus *a* cum uno gradu velocitatis pellere ad partes oppositas, h. e. versus A (percussiones enim hæ pellunt & pulsant duo corpora ista ad loca opposita, unum ad *b*, alterum ad A) Et cum jam corpus *a* unum gradum impetus seu velocitatis habeat, ut iret versus *b*; nunc vero similem accipiat ut recedat versus A: necessum est corpus hoc manere immobile in puncto *a*, absque progressu aut regressu; quoniam æqualiter ad loca opposita pellitur. Sic in percussione hac corpus *a* motum suum & velocitatem corpori B. communicat, & interim ipsum immobile manet.

Quid sit velocitas absoluta & respective talis?

XIX. Supponamus jam duo corpora ista moveri, unum versus alterum in eadem linea; unum de *b* cum uno gradu velocitatis versus B. alterum ab A cum simili velocitatis gradu versus *a*, ubi concurrunt, & videamus quid accidet. Percussio non solum hic erit unius gradus, sed duorum; hoc vero ut intelligamus distinſtinguenda velocitas abſoluta corporis alicujus a reſpectivè tali. *Abſolutam* voco, quæ conſideratur in corpore comparato cum ſpatio in quo movetur; *reſpectivè talem* eam, quæ in duobus corporibus inter ſe comparatis conſideratur, per quam velocitatem corpora hæc duo ad ſe invicem accedunt aut a ſe invicem diſcedunt. Uti in exemplo noſtro



Si conſideramus corpus *b* in comparatione ad ſpatium, v. g. uinius pedis, quod uno minuto percurrit, hoc appellabimus gradum velocitatis abſolutæ. Si vero cum corpore A comparamus, quod de loco ſuo verſus *a* movetur pari gradu velocitatis abſolutæ, ſc. percurrendo etiam pedem uno momento tunc velocitas utriusque reſpectivè talis erit duorum graduum, quoniam ſe mutuo accedunt cum hac velocitate, & uno minuto duos pedes permeant, quibus invicem antea diſtabant.

XX. Enimvero vis percuſſionis non per velocitatem abſolutam ſed reſpectivè talem metienda; quoni- *Percuſſiones ſunt ut velocitates* *respectivè tales.*

am percussio, quemadmodum diximus non nisi ab impenetrabilitate corporum duorum provenit, quæ ad se invicem accedendo primum suum motum impediunt, & novas impressiones recipiunt. Unde & videmus percussionem tanto majorem esse, quanto accessio hæc mutua velocior erit. Ita ut *percussiones sint semper ut velocitates respectivè tales*, modo reliqua sint paria. Itaque cum corpora duo se invicem accedant cum uno gradu velocitatis absolutæ, & quodlibet pedem migret uno momento de loco suo; manifestum est percussionem quam quodlibet corpus accipiet in (*ab*)

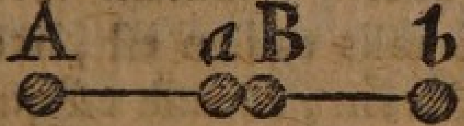
eandem futuram quæ foret, si unum immobile manserit in A, donec alterum venisset de B in A, cum duobus gradibus velocitatis absolutæ, percurrens uno momento duos pedes qui sunt de B usque ad A: quoniam velocitates respectivè tales semper eædem sunt, sive supponamus, quamdiu unum manet immobile in A, tamdiu alterum se movere cum duobus gradibus velocitatis absolutæ, &

uno

uno momento omnes duos pedes percurrere: sive supponamus, utrumque corpus moveri, ac sibi mutuo occurrere, quodlibet cum uno saltim gradu velocitatis, ita ut uno momento absolverint duos pedes istos, qui inter ipsos erant ab initio momenti.

Duo corpora sibi mutuo occurrentia recurrunt mutantes velocitatem suam.

XXI. Cum igitur certum sit percussionem in hoc concursu esse duorum graduum; & utrumque horum corporum in hac collisione impressionem accipere quæ cum duobus gradibus velocitatis ipsa ad loca opposita deferret.



Corpus inquam, *a* accipere impulsum, qui illud ad A cum duobus velocitatis gratibus abriperet, & corpus B consimilem accipere, qui id cum similibus duobus gradibus velocitatis in *b*, pelleret, necesse est corpus *a* recurrere cum uno saltim gradu velocitatis versus A, quoniam propulsatur a duabus inæqualibus & plane contrariis impressionibus; una quæ duorum graduum est versus A, quam accipit in percussione & alia unius gradus versus *b*, quam antea habebat; sic illi solummodo supereſt unus gradus liber ab impreſſione & velocitate, quæ illud ad A propellit. Et eodem modo B feretur verſus *b* cum uno gradu velocitatis, ita ut ambo eadem linea eademque velocitate recurrant qua venerunt. Si nunc ſupponamus, unum velocius progredi altero, v. g. A, moveri cum uno gradu & dimidio, & percurrere unum pedem & dimidium uno momento: & *b*, moveri cum dimidio gradu velocitatis, ac dimidium pedis percurrere ſolum: nunc percuſſio eodem modo duorum graduum exiſtens ac in caſu præcedenti, quoniam velocitas reſpectivè talis eadem eſt, licet abſolutæ differant; neceſſe eſt quodlibet corpus duos gradus impreſſionis accipere & velocitatis ad recurrendum & per conſequens corpus B quod dimidium gradum ſolum habebat velocitatis verſus A, recurret cum uno gradu & dimidio velocitatis; cum uno *a* antea gradum cum dimidio habens verſus *b*, recurrat tantum cum dimidio gradu. Et ita generaliter probari poteſt, *duo corpora ſibi mutuo occurrentia in linea recta recurrere ambo poſt concurſum, mutando velocitates ſuas.*

XXII.

Duo corpora ſe moventia verſus eadem loca, pergunt poſt concurſum, velocitates ſuas mutando.

XXII. Si vero duo corpora moveantur verſus eadem loca in recta linea, ita ut id, quod tardius movetur, antecedat & tandem velocius quod ſequitur, illud conſequatur; tunc ambo pergent moveri in eadem linea ad eadem loca; ſed velocitates ſuas mutabunt. Moveatur corpus A, cum duobus velocitatis gradibus, uno momento duos pedes currens usque ad (a). Eodem

tempore corpus B moveatur in eadem linea cum uno velocitatis gradu, unum ſolummodo pedem percurrens usque ad (b) & ibi corpus (a) illud conſequatur: quoniam vim percusſionis metimur, uti oſtendi, per velocitatem reſpectivè talem; percusſio hæc non debet eſſe niſi unius gradus, quoniam ambo hæc corpora ad ſe invicem non accedunt niſi cum uno gradu velocitatis, & uno momento unum reſpectu alterius nonniſi pedis ſpatium migrat, quod ab initio inter illa erat. Cum igitur corpus (b) antea unum gradum velocitatis habeat, qui illud verſus *a* fert, & jam in percusſione alium ad eadem loca recipiat; neceſſe est ut cum duobus gradibus moveatur, & duos pedes usque ad *b* percurrat: dum corpus (a,) antea duos gradus velocitatis habens versus (b,) & jam unum ad recedendum versus B accipiens, versus *a* cum uno *gradu velocitatis currere cogitur.*

Corpus duram pulsans aliud corpus immobile, recurrit cum omni sua velocitate.

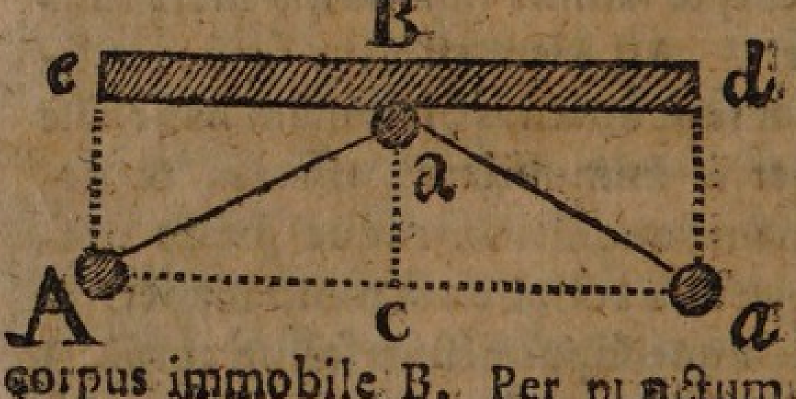
XXIII. Si corpus percussum plane moveri nequit; videamus qualem vim percussio habeat & quo corpus feriens deveniat.

Ponamus corpus A se movere uno gradu velocitatis versus *a*, ibique offendere corpus B indifferens ad motum, ita tamen ut adsit lamina aliqua aut superficies ipsa quoque indifferens ad quietem vel motum, sed quæ penetrari nequeat; hoc casu corpus *a*, laminam hanc feriens, hac mediante & corpus B ferit, quod proxime post illam reperitur. Et cum alias supponam laminam istam non nisi impenetrabilitate sua resistere; manifestum est, (per id, quod evicimus §. 18.) in hoc concursu corpus *a* immobile manere in *a*, & tam laminam quam corpus B moveri versus *b* cum uno gradu velocitatis. Si vero supponamus, eodem tem-

tempore quo A ferit laminam in *a*, eodem quoque B. eam pulsare in B, immobilis lamina manebit, quoniam æqualiter per latera oppoſita concutitur; & quodlibet corpus recurret cum ſuo gradu velocitatis, cum quo venerat. Nam, uti dixi, ambo corpora ſe feriunt, lamina haud obſtante, ac ſi nihil inter illa eſſet. Quamobrem, ſi nihil intermedium eſſet, cum eodem velocitatis gradu recurrerent, uti probatum §. 21. Itaque licet lamina hæc ibi exiſtat, non tamen deſinent recurrere. Cogitemus jam hanc laminam eſſe impenetrabilem & inſuper planè affixam, ita ut nec moveri nec flecti queat; & ponamus accurrere ut antea hæc corpora A & *b*, quæ eam concutiant, eodem tempore in *a* & B: dico hac colliſione facta, utrumque corpus cum eodem velocitatis gradu reverti debere; quoniam ſi lamina indifferens fuiſſet & non affixa, recurriſſent, & lamina immobilis facta fuiſſet. Aſt idem effectus ſequetur, licet ſupponamus, laminam hanc eſſe per ſe immobilem, affixam & firmam; quoniam utroque modo abſque ulla actione aut motu manet. Si denique ſupponamus ſolum corpus A ſe movere verſus *a*, & laminam affixam & firmam pulsare, dicendum quoque corpus *a* recurrere versus A: quoniam recurreret si eodem tempore corpus *b* impetum fecisset in B: recurrit igitur etiam licet corpus *b* non venerit, quoniam lamina immobilis existens semper eundem effectum habet respectu corporis *a*, sive B eam concutiat sive non. Et sic demonstratur, corpus durum impingens in aliud corpus durum inflexile & immobile, reflecti cum omni suo motu: quod neminem adhuc demonstrasse puto.

Angulus reflexionis similis est angulo incidentiæ.

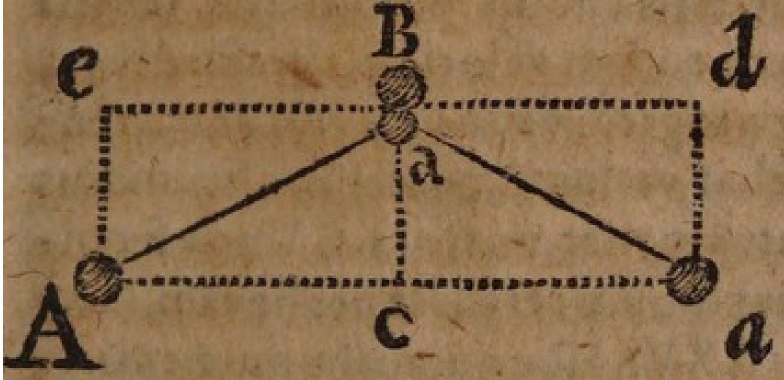
XXIV. Hactenus semper supposuimus, percussiones recta linea factas; videamus modo quid accidat si corpora se pulsent oblique aut a latere; hoc ut comprehendi clarius possit, semper globis aut planis corporibus utar; & sic facile intellectu erit, quid eveniat corporibus figuras irregulares habentibus. Moveatur globus A versus (a) oblique feriens



corpus immobile B. Per punctum

atta-

attactus ducatur linea recta *e d*, postea parallela A *c a*, deinceps *c a*, aut B *d* æqualis *e* A, vel B *e*: dico globum recurrere per lineam (a *a*) ita ut angulus hic reflexionis *a* a *d* semper similis sit angulo



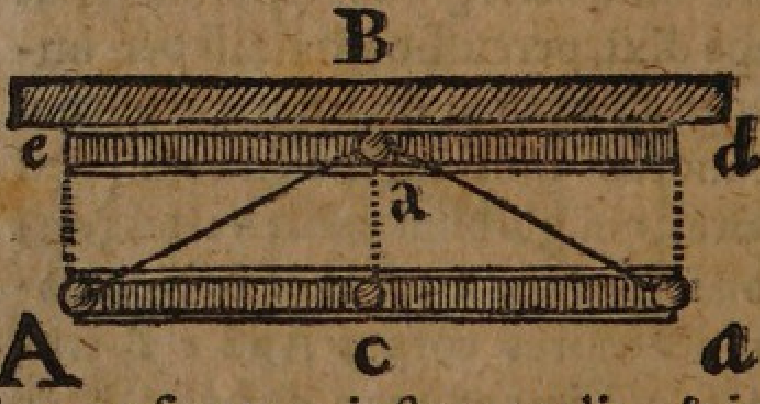
incidentiæ A a *e*. Ad hoc probandum cogitemus globum A accipere una vice duos pulsus aut duas impressiones; unam quæ eum pellit versus *e* cum gradu velocitatis uno, & alteram quæ pellit versus *c* cum duobus gradibus: necesse tunc est se movere in diagonali A (a) & ibi ferire corpus B. Vis autem percussionis solum unius erit gradus: quoniam, ut sæpe dixi, percussio non nisi per impenetrabilitatem duorum corporum fit motus suos impedientium. Sed motus, qui globum pellit versus (*c* a) non impeditur a corpore B. Non datur nisi motus corpus A ad *c* B trudens, qui impeditur a corpore B &

per

per consequens omnem vim huius percussionis metimur per velocitatem respectivè talem quæ corpus A accedere facit versus lineam *e* B: Percussio etiam in hoc casu eadem est ac si corpus A solum de *c* in (a) moveatur cum hoc solo gradu velocitatis: sic in percussione reverti cum eodem velocitatis gradu debet, & progredi versus *c a*, uti antea tendebat versus *e* B, quamdiu alter motus totus manet versus *a d*. Unde sequitur globum recedere per lineam. (a*a*.)

Obliquum motum e duobus motibus componi nobis imaginari possumus.

XXV. Hoc quoniam momenti alicujus est, alio adhuc modo ut explicetur intererit. Imaginemur corpus B immobile, & aliud corpus A *a* pariter inter linea A *e*, *a d* se movere, & impingere in corpus illud immobile; tunc secundum ea, quæ probavi §. 23. corpus hoc totum reflectetur versus A a cum eadem velocitate. Imaginemur adhuc nobis corpus

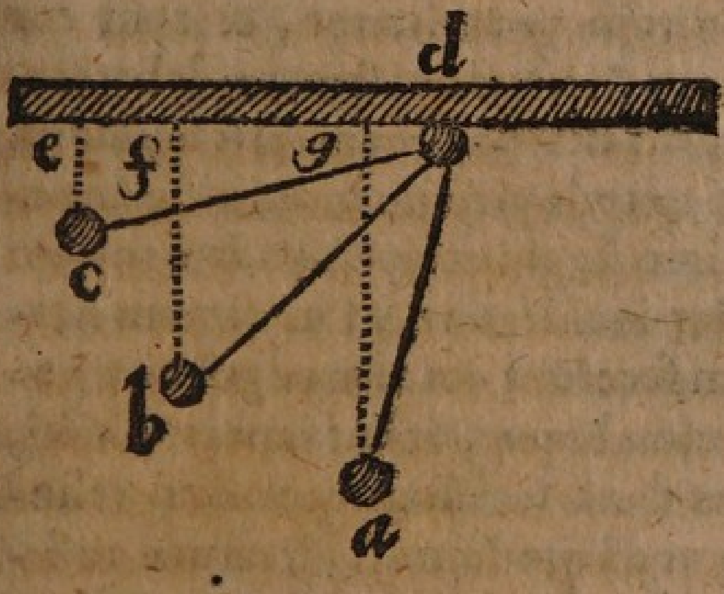


hoc perforatum instar canalis, & in canali

canali globum volvi ab A versus *a*, ita ut eodem tempore, quo totum corpus movetur ab A usque ad corpus immobile B. globus in canali suo percurat A *c*. Quamdiu ergo totum corpus recurret post percussionem, globus perget moveri in canali suo a *c* versus *a* cum eadem sua velocitate. Vera jam via quam globus hic percurrit, erit A a *a*, ut angulus reflexionis sit æqualis angulo incidentiæ, quoniam tam lineæ A *c*, *c a* quam A *e*, *d a*, sunt æquales. Manifestum hinc eandem fore percussionem, & consequenter eandem reflexionem, si globus impegerit immediatè, veniens de A in (a), ac si canalis A *a* impegisset, dum globus in canali sine ulla interruptione cucurrisset. Unde concludere possumus, quod in omni motu obliquo, cum corpus aliquod ferit aliud obliquè, duos quasi motus distinguere possimus, unum quem *Perpendicularem* appellabimus, qui illud inducit ut feriat corpus, & recipit mutationem in percussione; alterum *Lateralem*, per quem corpus aliquod prolabitur in alterum ita ut id non feriat, & qui consequenter totus manet post percussionem. Hic motus perpendicularis ille est, qui globum fert versus *e d*, cujus velocitas per perpendicularem A *e* mensuranda: & lateralem motum pariter metimur per parallelam A *c*, qui post percussionem versus *e a* pergit.

Animadversiones in Argumentum P. Riccioli.

XXVI. Non possum non duas animadversiones addere occasione obliquæ percussionis. Una spectat ad argumentum quod unus Magnorum nostri seculi Virorum protulit, ad decidendam quæstionem de motu Terræ. Contendit, si corpora gravia descenderent in linea curva, qualem describit Galilæus, percussiones eorum non fore sicut eas videmus esse. Quanto altius enim corpus decidit, tanto fortius ferit: ita ut percussio decies aut vicies fortior sit in lapsu centies vel 400ties sublimiori: Interim in hypothesi quam Autor, de quo loquor, oppugnat, vis percussionis, ut ipsi videtur, semper eadem esse deberet; ad minimum nulla foret sensibilis differentia, qualis etiam differnetia inveniatur in altitudinibus lapsum: quoniam corpus grave incederet in linea hac curva velocitate ubique ferme uniformi & sicut vis percussionum semper velocitati proportionata est; concludit, velocitacitatibus in omnis generis altitudine æqualibus semper existentibus percussiones æquales quoque fore. Argumentum verò hoc nihil concludit, quoniam velocitate semper eadem manente percussiones diminui possunt, si sunt obliquæ; & si cogitamus globos *a*, *b*, *c*, ferire murum in *d*, eadem plane velocitate, sed alterum alterô obliquius; certe percussio ejus qui directè magis ferit, admodum major erit; & vim harum



percussionum obliquarum, uti ostendi, per perpendicula *c e*, *b f*, *a g*, metimur. Sic ut globus adeo obliquè ferire possit, ut tantum leviter attingat murum absque ullo quasi effectu. Licet igitur pondera, quæ in curvi linea decidere supponuntur, moveantur uniformi quasi velocitate, non desinent finent tamen fortius ferire, quando altius decidunt, quoniam tunc percussio directa magis erit: & revera, si calculum inire velimus, (quod facile factu per illum quem Autor fecit:) reperiemus obliquitatem hanc motuum semper esse talem quali opus est ad diversitatem illam, quam videmus in percussione corporis cadentis.

In astronomia reformata.

Animadversio in Castella quadam.

XXVII. Altera animadversio concernit id, quod vidi in quibusdam nostrorum castellorum, ubi ædificantes, oblectationem oculorum fortitudini murorum prætulerunt, & cum eos planos & æquos exstruere deberent, eosdem multis ornamentis lapidum, præ cæteris prominentium distinxere: imo singulos lapides adamantium instar inciderunt, ad minimum limbum fecerunt eosdem angulatim ponendo ubique, ita ut lapides juncti, inter duos secessum quendam relinquant ad modum architecturæ rusticæ. Dico si omnis hæc varietas accepta est visui, eandem quoque damnosam admodum esse defensioni. Recessus enim hi & prominentiæ lapidum aggeribus tormentorũ obliquis idem præbent commodum, & eandem vim, quam habent aggeres directi. Sic globus, qui per obliquum inci-

dens

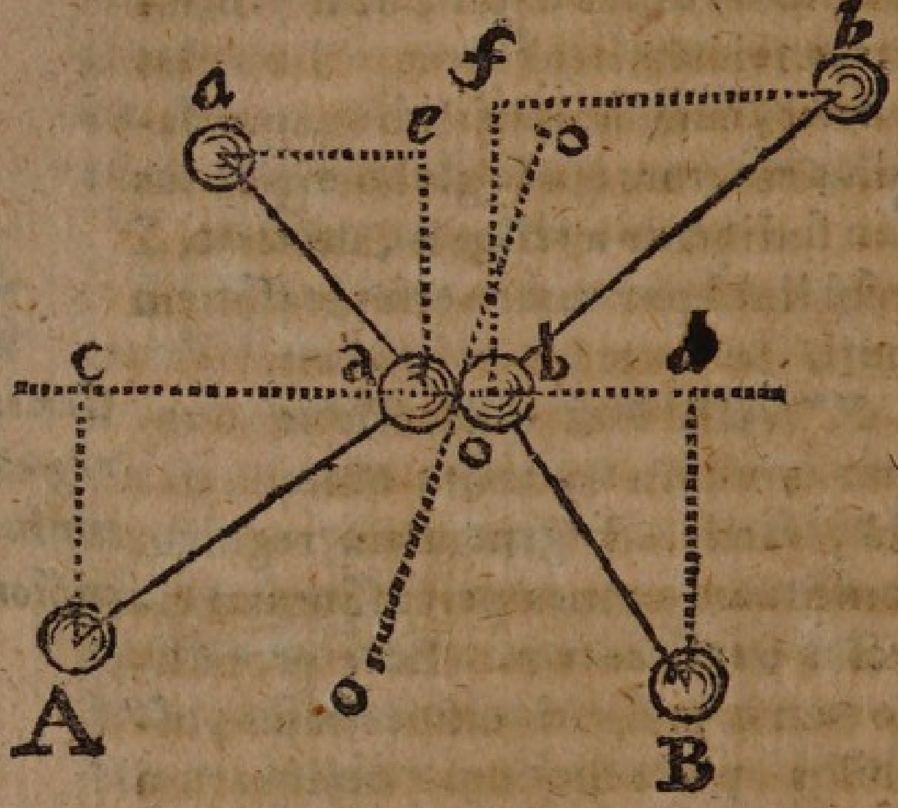
deus in murum, eum leviter modo attigisset, si planus omnino fuisset, jam prominentes tangens lapides, eundem effectum habebit, & æque magnum vulnus dabit, ac si prorsus perpendiculariter feriret. Imo plus efficiet, cum lapis per obliquum facilius eruatur, qui se globo exponens non sustinetur a reliquis, uti tunc, si rectâ lineâ peteretur versus crassitiem muri. Sed recedamus in viam.

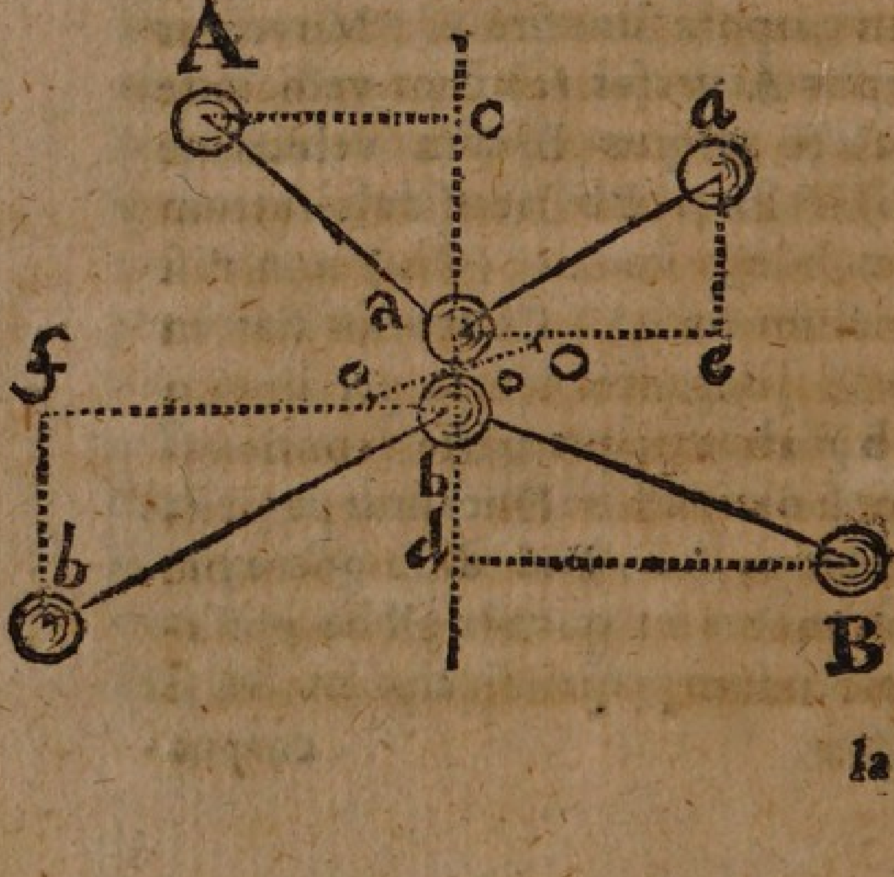
Generalis regula omnium percussionum.

XXVIII. Hac distinctione duorum motuum in motu obliquo factâ, facile est generalem regulam constituere omnes percussionum effectus explicantem. Ecce propositionem cum figuris omnes casus possibilos percussionum obliquarum exprimentibus, imo & rectarum, dum corpora sunt firma. Moveatur corpus A versus (a) cum velocitate (Aa) & corpus B cum velocitate (Bb) in linea (Bb.) aut sit alterutrum immobile, ita ut (Bb) non nisi punctum sit. Concursus fiat in (ab) Jungamus centra per lineam (ab) ab utraque parte continuatam, si opus est. Ducantur perpendiculares, A *c*, B *d*. distinguere hic duos motus in quovis globo possumus? unum perpendicularem, ac si

corpus

corpus A devolutum sit de *c* usque ad (a) & corpus B de *d* usque ad (b.) Alter motus





lateralis est, qui corpus A versus *c* protrudit, & corpus B versus *d*; lateralis hicce integer manet post percussionem in utroque corpore cum contra percussione per motus perpendiculares factà, motus hi perpendiculares mutentur secundum jam demonstrata; h. e. corpus (b) accipiet motum & velocitatem perpendicularem (c a) & corpus (a) accipiet velocitatem & motum (d b.) Ducatur jam linea (a e) æqualis & parallela lineæ A *c*, & linea *e a* æqualis & parallela (d b) dico corpus *a* motum iri post percussionem in linea recta (a *a*) cum velocitate (a *a*.) Et eôdem modô ducatur (b f) æqualis & paralela B *d*, & linea *f b* æqualis & paralela linea (c a) dico corpus (b) motum iri in linea (b *b*); cum velocitate (b *b*); id quod nova probatione non indiget.

XXIX. Notandum, non verum esse, semper tantundem motus absoluti adesse post percussionem, quantum ante eandem adfuerit. Sed facile admodum est demonstratu, motum respectivum semper esse eundem; ita ut corpora ab invicem discedant peractâ percussione, & æque velociter quidem, ut antea acce-

Quantitas motus respectibi semper æqualis.

cede-

cedebant; ita si duo tempora æqualia ante & post percussionem accipiamus A B distantia semper æqualis est distantiæ *a b*. Imo postquam motus explicavero, qui in spacio pleno contingunt, facile mihi probatu fore credo, in generali respectu ad omnia totius mundi corpora, hodie tantundem motus respectivi esse, non plus nec minus, quantum fuit sub initium creationis Mundi.

Medium inter duo corpora, semper uniformiter in recta linea movetur.

XXX. Notandum adhuc, punctum in medio duorum corporum consistens, semper uniformiter in linea recta moveri, & semper ad eundem tendere locum absque ulla interruptione. Itaque si duo tempora æqulia ante & post percussionem accipiamus, & supponamus, (o) esse punctum medium inter duo corpora tempore percussionis, & O etiam medium esse duorum corporum ante percussionem, sicut *o* post eam; o O *o* erit in linea recta, & (Oo) æquale (o *o*: in quo demonstrando non occupabor, licet geometricè fieri possit.

Omnes hæ regulæ veræ sunt, sive corpora sint aquila

XXXI. Mirum absque dubio videbitur, me in omnibus regulis præcedenbus non fecisse mentionem æqualitatis aut inæqualitatis corporum, quorum unum in alterum impinpingit. Et primo intuitu videtur me necessario supponere corpora perfectè æqualia ut ea quæ dico vera sint: si enim unum unum majus alterô, omnes hæ regulæ diversæ erunt; & experientia docet, corpus magnum, si in aliud minus impingat antea immobile, non amittere motum post collisionem, licet lentius pergat: e contrario minus illud si impingat in aliud, cum parte velocitatis suæ reflecti. Sed quando hic omisi distinguere casus æqualitatis aut inæqualitatis corporum, hoc destinatô consilio feci: semper velocitatem & motum confudi, & indicare volui omnes hasce regulas veras esse, sive corpora sint æqualia sive non. Et si observare volumus vim rationis, quam §. 16. attuli, eadem semper est licet corpora sint diversarum magnitudinum. Corpus enim percussum, cum plane indifferens existat sive ad manendum in quiete in sive ad motum capiendum, & omnis effectus ab impenetrabilitate corporum derivetur; si supponamus jam corpus percussum esse majus, modo omnes ejus partes sint benè unitæ necesse est moveri illud eadem velocitate ac corpus feriens, per eandem rationem, quæ obtinent, cum sunt æqualia; quoniam scili- f. non.

scilicet impenetrabilia sunt, & corpus feriens non ulterius moveri potest, quin corpus, quod feritur & ante illud est, omnem ejus velocitatem capiat. Et cum alioquin majus æque indifferens ad quietem & ad motum sit ac corpus æquale; certe idem majus non magis resistet ac æquale, quoniam neutrum nullo plane resistet modo ne minimo quidem. Si verò experientia contrarium nos docet, hoc inde venit, quod motus corporum quos videmus, non in vacuo, uti hactenus supposuimus fiant, sed in spatio corpore aliquo fluido pleno, qualis est aer aut alia adhuc subtilior substantia. Considerandus ergo venis motus corporum solidorum in substantia fluida.

Corpus in pleno æque libere se movet ut in vacuo.

XXXII. Si substantia hæc perfectè fluida est, h. e. si omnes ejus partes, tam parvæ quam magnæ flexiles & liquidæ sunt; si præterea hæc substantia perfectè plena est, ita ut nec condensari nec rarefieri possit, sicut spongia quæ comprimitur aut dilatatur propter poros suos suos; si tandem alicui loco inclusa, unde nullatenus exire possit; tunc corpus durum, quod in medio liquoris hujus moveri incepit, æque libere motum conti-

continuabit, ac in vacuo, & ad extrema usque liquoris tendet, ubi obstaculum immobile reperiens, eâdem cum velocitate reflectetur, & ita in æternum movebitur. Ratio hujus rei est, quod dum corpus durum movetur in liquida substantia, reflexio impetus fiat, quæ eodem momento omnibus liquoris partibus communicatur, ita ut corpus movens impellat partes liquoris ante existentes; & ita gradum sistere deberet, si alia res non superveniret, (per §. 18.) sed partes hæ liquoris impulsæ semel, alias quoque impellunt & ita ad extremas usque impulsus defertur: hinc reflexio oritur, per quam partes quæ post corpus durum existunt, eadem vi impelluntur ad insequendum idem corpus. Quoniam liquore inclusus, & condensare se nequit nec vacuum offendit, nullatenus partes anteriores moveri possunt, quin & posteriores s. corpus insequentes eadem quoque vi moveantur. Ita quantum corpus durum impeditur a partibus præcedentibus tantum & propellitur a posterioribus: & per consequens si motus semel incepit, pergere tenetur sicut in vacuo. Hinc videmus eos non congrué argumentari, qui necessita-

tem

tem vacui per motum demonstrare & probare sustinent.

Motus pedetentim diminuuntur in aere. XXXIII. Si vero corpora dura in liquore spongioso sunt qui possit comprimi, aut qui non ita terminis inclusus, quin extrema sua cedant aliquantum; tunc motus non erit perpetuus, sed paulatim desinet & tandem pläne evanescet. Corpus enim durum plus resistentiæ sentiet in partibus anterioribus liquoris, quam impulsus â posterioribus recipiet: quoniam sicut liquor anterior comprimitur, aut extrema cedunt, communicatio impressionis perfectè fieri nequit, & sic posteriores liquoris partes non tantum pellentur quam anteriores, & consequenter non adeo corpus durum pellent uti anteriores retinent. Hinc est quod omnes motus nostri in aere & aqua aut alio liquido cessent, quoniam certum est aërem esse spongiosum, & facile comprimi, reliquos liquores vero non nisi aere terminari quando in aperto positi, aut ad minimum limbô alicujus vasis, quod cedere & flecti potest, quàm parvum etiam fuerit. Experientia enim nos docet, vasa vitrea, imo & ferrera vel ærea, flecti quando punguntur.

XXXIV.

XXXIV. Percussiones corporum quæ in liquoribus moventur, differunt in quibusdam ab iis, quæ in vacuo fiunt. Hujus rationem ut intelligamus, notandum, quod dum corpus durum in liquore movetur, eidem liquori motum suum communicet, ita ut ille quoque moveatur, corpus durum insequendo, hoc modo, ut ipse dividatur & aperiatur ante, & equatur claudaturque post corpus, it si corpus per accidens quoddam motum suum perdat, liquor nihilominus ita ad motum determinatus corpori motum suum redderet & secum traheret, eô fermè modô, ut rivi flumina aquis suis innatantia ligna deportant. Quod si igitur aliquod corpus feriet aliud sibi æquale, dem ipsi eveniet, quod in vacuo; quoniam si corpora hæc duo æqualia, æquali liquoris quantitate involuntur, quantum liquor corporis impulsi corpus idem impedit, quo minus libere moveatur, tantundem liquoris quantitas circa corpus ferens existens, de novo etiam tam impellens ferit corpus quam impulsum: motus eorundem post percussionem erit ut in vacuo; quoniam re- entia liquoris circa corpus impul-

Percussiones corporum æqualium in pleno ita ut in vacuo fiunt.

Si corpora sunt inaequalia, percussiones aeliter in pleno quam in vacuo fient.

sum per impulsum liquoris circa corpus impellens exactè compensatur,

XXXV. Si vero corpus impellens majus est, necessarium est non tantum percussionis effectum recipere quam alterum quoniam majori violentia per liquorem circumdatum profertur; videmus enim trabem, per fluminis cursum, deportatum, majorem habere effectum, si in pontem aut molendinum impingit quam baculum per idem flumen deportatum, licet trabs non velocius natet ac baculus: & hoc inde quoniam trabs impingens, adhuc magnâ illâ aquarum quantitate impellitur, quâ circumdatur, cum baculus minus impellatur, ob minorem quem occupat locum & pauciorem aquam quâ circumdatur. Hinc si corpusculum in est & aliud magnum in id impingat, hocce magnum corpus motum suum parvo communicando, non manebit immobile; sicut in vacuo faceret, sed motum continuando alterum insequetur, licet lentius magis. E contrario si magnum quiescit, parvum illud, postquam alterum ferierit, & ipsi partem motus sui communicaverit, reflectetur & partem velocitatis suæ amittere. Ex omnibus hisce liquet, Aristotelem non adeo reprehen ſtendendum, uti quidam contendunt, dum ad explicandas cauſas continui motus quem videmus, *medium* adhibuit, h. ſubſtantiam liquidam in qua corpora noſtra ſe movent.

XXXVI. Ad determinandum exceſſum qui in reſiſtentiis aut maximis corporum horum inæqualium impreſſionibus eſſe poteſt, non credo quenquam appellere animum ſuum debere, ad minimum ſi conſideramus corpora talia qualia inter nos habemus, quoniam illud dependet a reſiſtentia, quam corpora liquida cauſantur, in quibus corpora dura, quæ videmus, moventur; a facilitate ſe condenſandi & rarefiendi, quâ gaudent, & multis aliis nobis æque incognitis, ac infinita alia impedimenta, quorum combinatio in infinitum omnes percuſſionum effectus variare poſſunt. Hoc ſolum dicere poſſum, quod certam hypotheſin ponendo, ſatis naturæ congruam, oſtendere poſſimus per præcedentes regulas percuſsiones corporum inæqualium eo modo fieri quô Dominus Huygens vult in ultimo ſuo *Journal des ſcavans ſ.* actis eruditorum. Non multum vero hiſce inſiſtam forte in ſequentibus occaſio dabitur plura de illis dicendi.

Percuſſiones corporum inæqualium ad certam regulam reduci nequeunt.

De refractione. XXXVII. Ex dictis patet adhuc ratio refractionum, quæ fiunt quando corpus durum ab uno liquore ad alterum diversæ consistentiæ progreditur; si enim corpus durum a liquore liberiori ad minus liberum procedit, in cursu suo aliquid de velocitate sua amittet, dum majorem resistentiam experitur in liquore anteriori, quam impellitur ab insequenti; hinc refractio fiet recedendo a perpendiculari. E contrario, si corpus a liquore magis impediente ad aliam liberiorem decurrit, refractio fiet per accessum ad perpendicularem, corpus velocitatem in cursu augebit, quoniam per sequentem liquorem magis pellitur, quam retinetur ab anteriori. De hoc velocitatis augmento neminem adhuc rationem dedisse puto. Non refractionum harum mensuras notabo, quoniam alii hoc fecere, & demonstrationes eorum bene iis accommodari possunt quæ supra dixi. Nec magis de refractione luminis hic loquor, quoniam eam multo aliter fieri credo, h. e. per causas & media plane diversa, sicut demonstrare possem, si alium discursum de motu haberem.

XXXVIII.

XXXVIII. Dicendum esset de motu corporum gravium, tam quæ in aëre decidunt vel in eum ?pelluntur, quam quæ in planis inclinatis currunt aut quæ filo appensa ab utraque parte titubant. Dicendum adhuc de motu liquorum, tam de eorundem casu quam saltu, ut & eorum undulatione, & similibus. Sed hæc totidem requirunt discursus speciales. Et sicuti me invenisse credo aliquid novi in hac materia, non pigebit publico cogitationes meas proponere ut examinetur, si modo viderim primum hunc discursum non indignum judicari, qui legatur ab iis, qui hisce delectantur materiis. *Conclusio.*

INDEX. PARAGRAPHORUM.

AD LECTOREM.

Cum Autor Tractatus de Motu locali ab amico quodam acceperit, nonnullos pagellas prælo ereptas legisse, & publico persuadere illum plane doctrinam Cartesii sequi; imo licet in quibusdam locis eundem oppugnare videatur, utut eum non nominet, nihilominus nonnisi ipsius sensa in hac materia proponere ac con-

confirmare, necessarium sibi credidit, eos per sequentes notas, fini dicti, tractatus superadditas priusquam in lucem prodiret, errore exsolvere qui verbis horum nimiam fidem praberent.

NOTÆ:
in Discursum
De Motu Locali.

AUtor hujus Discursus probans motum nunquam destrui nisi per determinationem contrariam, de novo supervenientem; sufficienter declaravit quam minus adictus huic sententiæ sit. Sed cum ii, qui hanc materiam tractarunt in Italia, Anglia, Belgio & Gallia ferme omnes in eo conveniant; non discedendum à tam communi sententia credidit. Galilæus, Gassendus, Hobbesius, Regius, Maignan, Digby, Kircher, Fabri & plures alii omnes quodammodo hanc perpetuitatem motus sustinent; & non nisi in modo probandi differunt. Maxime ficulnea omnium probationum est absque dubio Cartesii. Autor hic contendit, quod si motus aut quies, semel incipientes cessent Deus sit causa mutationis; quod judicium risum movet iis qui primis Theologiam labiis attigere; cum nemo sit qui nesciat omnes mutationes creaturarum absque ulla mutatione ex parte Dei accidere. *Apud Deum non est transmutatio*, inquit Augustinus; *ideoque apud eum cursus temporis, diei noctisque alternatione nequaquam variatur.* Satis visui quoque patet, cessationem motus non magis contrariam immutabilitati divinæ esse, quam creationem Mundi, aut actiones voluntatis nostræ, aut vicissitudinem dierum ac noctium. Si argumentum Cartesii non tam facile resolvi posset, perniciosissimum foret, quoniam probaret etiam, Deum omnem motum jamjam in mundo conspicuum ab æterno fecisse.

Cum plurimi in eligendis opinionibus ad sententiam Veterum & doctorum scholasticorum respiciunt, addere hic possumus quod ultra ea quæ jam dicta sunt â Vasquio, qui in probandâ perpetuitate motus admodum prolixus est, inquiens, eum si semel inceperit, nunquam desistere, nisi nova causa formam positivam & huic motui contrariam producens superveniat: ultra ea inquam,

tres

tres magnarum thesium Lugdunensium diversis temporibus factæ, idem volunt. Insuper Aristoteles addi potest. En verba ejus Lib 3. de Mereosis, cap. 2. *Si corpus quoddam absque gravitate & levitate existens movetur; necessum est moveri per peregrinam quandam vim; & semel ita motum, in infinitum movebitur.* βίᾳ δὲ κινούμενον, ἄπειρον ποιεῖν τὴν κίνησιν. Et lib. 4. Physic, text. 69. loquens de corpore moto in vacuo quodam, ubi nullum genus impedimenti adesse præsupponitur, in hæc verba erumpit. *Nemo indicare potest quare corpus* hoc modo *in vacuo motum, in aliquâ parte gradum sistat. Quare enim potius hic quam illic* quiesceret? *hinc aut plane non movebitur, aut* si moveri incipit, *in infinitum moveatur necessum est, nisi a fortiori quodam* retineatur. οὐδεὶς ἂν ἔχοι εἰπεῖν, διὰ τί κινηθὲν ςήσεταί που; τί γὰρ μᾶλλον ἐνταῦθα ἢ ἐνταῦθα; ὥς ἢ ἠρεμήσει, ἢ εἰς ἄπειρον ἀνάγκη φέρεσθαι, ἐὰν μή τι ἐμποδίσῃ κρεῖττον.

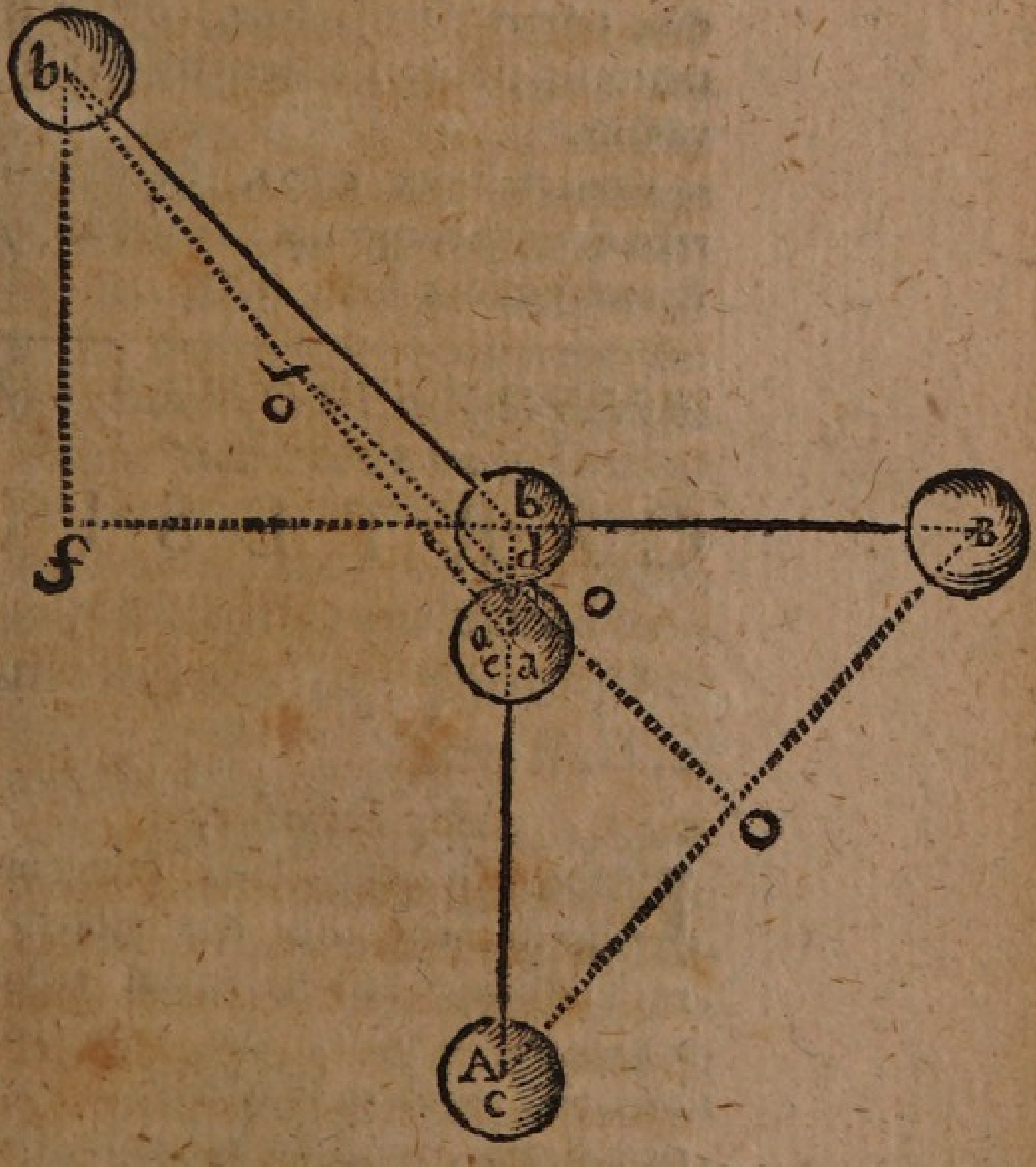
Cartesius pessimè utitur principiô §. 13. explicatô, *Omne corpus,* *quod circa centrum movetur, inde discedere conatur.* Ostendere possumus ipsum falli, dum eo ipso gravitatem corporum explicare vult. Nec tam latè hoc principium accipimus sicut Cartesius. Approbamus potius restrictionem Docti illius Viri, docentis, verum illud esse in motibus artificialibus, non vero in naturalibus.

In §. 16 & sequentibus probata, monstrant Cartesium in sex ex septem regulis de motu falli.

Nullatenus fovemus sententiam de motu terræ, in §. 26. Autor discursus hujus plenissimè persuasus est, quod, licet nulla detur Sacra Scriptura, hypothesis de immobilitate terræ præferenda sit alteri. Tantum monstrare voluit argumentum hoc nihil evincere; meliora enim adsunt, imprimis id, quod de motu tonico magnetis desumtum, in magni momenti occasionibus multum valuit.

§. 29. Cartesio contrarius est, qui motum absolutum, quem ibi vocamus, a respective tali non distinxit. Et cum dicit semper æqualem esse motum ante & post percussionem, de absoluto motu loquitur; hinc videmus

demus eum hac in re falli. In figura enim ſequenti, ante percuſſionem, motus duorum globorum A & B eſt A a, B b, & totus motus poſt percuſſionem in ſolo globo (b) collectus ſaltim eſt (b *b*) altero globo immobili manente in *a*.



Dum in §. 31. mentio fit substantiæ aere subtilioris, non credendum, esse materiam subtilem Cartesii. Quilibet novit corpora dari subtiliora aere, quem respiramus. Et cum Aristoteles in compositione universi sphæram aeream aquæ superimponeret, etiam ignem aeri superimposuit & *Ætherem* super ignem; quæ omnes diversæ sunt substantiæ tanto subtiliores, quanto magis elevantur.

Contendimus §. 37. Cartesium refractiones corporum non probasse, & multominus luminis.

ANNOTATIONES IN EPISTOLAM CARTESII

lumen concernentem

Epitome Epistolæ 17. tom. 2. Cartesii.

Mi Domine,

Lubens intelligo, te nuperam quæstionem inter nos motam, reassumsisse. Sed quoniam video argumentum meum quo tum utebar, tibi nondum satisfecisse, libere tibi dicam, quid de responso tuo sen-

ſentiam, præmittam tamen brevem deſcriptionem; ut de ſtatu controverſiæ ſimus certi.

Cum nuper congregati eſſemus, dixi non revera lucem uno momento moveri, uti tu ſcribis; ſed (quod idem eſſe credis) a corpore lucente uno momento ad oculos noſtros pervenire: Addebam, me credere tam certum eſſe in hac re, ut ſi falſi poſſem convinci, paratus ſim confiteri me nihil in tota adhuc ſcire Philoſophia. Tu vero e contrario aſſerebas lucem in momento non moveri, dicebas quoque te inveniſſe modum illud experientia demonſtrandi, ut facile pateret quis noſtrum falleret. Et hæc experientia, purgata, uti jam eſt, a quam plurimis rebus ſuperfluis, v. g. ſono, malleo bicipite, & ejusmodi rebus, h. e. ita, ut jam in literis tuis ſine dubio multo melius quam prima vice exponis, talis eſt.

Si quis noctu facem manu portans, eandem moveat & in ſpeculum oculos convertat, per quadrantem milliaris ab ipſo diſtans, facile animadvertere poterit, num motum in manu ſua exiſtentem, prius ſentiat, quam mediante ſpeculo videat.

Tam-

Tamque certus de hac experientia eras, ut crederes totam tuam Philosophiam falſam, ſi non notabile, & ſenſibile tempus occurrat, inter momentum illud, quo motus hic ope ſpeculi videtur, & illud, quo iſte in manu ſentitur. Ego regerebam, ſi minimum intervallum intercederet, paratum me confiteri, totam Philoſophiam meam deſtructam eſſe. Et tamen (quod notandum) in tota noſtra diſputatione non tam de eo agebatur, ſi lux in momento quodam transmittitur, aut aliquo tempore indigeat, quam de ſucceſſu experientiæ hujus. Sequenti quoque die, ad finiendum certamen noſtrum & te inutilis ſublevandum laboris, tibi indicabam, aliud adeſſe experimentum ſæpius ab aliquot millibus perſonarum factum, imo ab accuratiſſimis & attentiſſimis, per quod manifeſte videre poſſimus, nullum intervallum temporis eſſe inter momentum quo lumen e corpore lucente exeat, & illud, quo in oculos noſtros incurrat.

Antequam tibi illud exponerem, interrogabam an non concederes lunam a Sole illuminari, & ecclipſes ex inter p oſitione terræ ſolenniter & lunam,

lunam, aut per interpositionem lunæ inter solem & terram: quod concedebas facile. Postea rogabam secundum quam lineam supponeres lumen pervenire ab astris ad oculos nostros: & respondebas, *secundum rectam lineam*: ita ut si solem aspiciam, ille non in eo appareat loco ubi revera est, sed ubi eo momento erat, quo lumen ex eo egressum, cujus vi solem videmus. Tandem rogabam, ut determinares quantum ad minimum debeat esse intervallum temporis sensibile, inter momentum quo fax mota & momentum quo motus ejus ope speculi sentitur, milliaris quadrante distantis. Ad hæc præcedenti die respondebas, ad minimum tantum temporis esse, quantum oportet ad pulsum arteriæ; tunc vero temporis dicebas, me posse accipere tale intervallum temporis quale vellem. Ne vero abuterer venia quam dabas, nonnisi vigesimam quartam partem temporis accipiebam de pulsu arteriæ, dicebamque hoc temporis intervallum, quod pro tua sententia plane insensibile esset in tuo experimento, admodum sensibile esse in meo.

Nam si ponamus lunam a Terra distare quinquaginta semidiametris

&

& unicum terræ semidiametrum continere sexcenta miliaria (id quod ad minimum supponendum est, aut Astronomia & Geometria fallunt si lumen vigesima quarta parte indiget temporis quod arteriæ adhibent, ut semel pulsent, ad bis quartam milliaris partem percurrendam tum tempore indiget, æquali isti quod arteriæ adhibent ut quinque millies pulsent, i. e. ad minimum hora, ad percurrendum bis spatium quod est terram inter & lunam, uti cuivis apparet qui calculum ducere conabitur. Jam vide quomodo argumentatus sim.

Sit A B C linea

A B C

recta: & ad concludendam eandem rem, vel terram moveri supponamus, vel solem, sint tn. A B C loca ubi sol, Terra & Luna interdum occurrunt sibi invicem; supponamus jam e terra B lunam obscurari in puncto C: eclipsis hæc, secundum supra concessa, præcise nobis apparere debet eodem momento quo lumen e sole ortum, cum in puncto A esset, a luna refractum ad oculos nostros perveniret, si non fuisset impe-

impedita ab interpositione Terræ, i. e. secundum jam concessa, hora post luminis ad terram B accessam. Et adhuc sicut etiam concessum, sol non potest videri in puncto A, nisi præcise eodem momento fit, quo lumen ejus directe ad terram pervenit: Et tamen luna non poterit esse obscurata in C, nisi una hora post Solem visum in A; si concessa tua vera sunt, hoc est, si vigesima quarta parte pulsus arteriæ, motus facis in speculo quod quarta parte milliaris distat, tardius observatur quam in manu sentitur.

Accurata vero observatio quam de ea Astronomi fecere, confirmata per infinita experimenta, satis docet, quod si luna obscurata terram B in C videamus, sol non videri potest in puncto A per horam, citius, sed eodem momento quo eclipsis apparet. Tempus horæ integræ certe sensibilius in observatione loci solaris respectu terræ & lunæ, quam in experimento tuo vigesima quarta pars unius pulsus arteriarum. Consequenter & experimentum tuum inutile est, meum vero quod omnium est Astronomorum, clarissime monstrat, lumen videri absque intervallo tem-

poris

poris ſenſibilis, h. e. uti probavi, uno momento. Argumentum hoc demonſtrationem eſſe contendebam; tu vero e contrario dicebas eſſe paralogiſmum petitionemque principii. Facile vero e reſponſo tuó patet, nam recte illud hoc nomine indicaveris. Nam &c.

Notæ.

Non diſceptare propoſui ea quæ Carteſius de lumine dicit, *illud ſc. e corpore lucido uno momento ad oculos noſtros pervenire.* Cum ipſo conſentio in hoc puncto, perſuaſusque ſum effuſionem luminis non fieri poſſe per ſucceſſivum ſubtilis cujusdam ſubſtantiæ fluxum. Saltim argumentum ejus examinabo, ut quilibet judicare poſſit, an argumentum ejus allatum, demonſtratio ſit uti contendit, an tantum paralogiſmus, ſicut ipſius adverſarius ei objicit.

Carteſius ab initio ponit lumen horam conſumturum ut a luna ad nos perveneret, ſi vigeſimam quartam partem pulſus arteriarum adhiberet ut veniret a ſpeculo, quod quadrante milliaris diſtat. Supponit eo ipſo, tempus motus luminis eadem prôportione tanto majus eſſe debere, quanto majus ſpatium eſt, quod ipſi percurrendum: id quod ipſi optima ratio-

ratione negari poteſt. Nam licet luna duodecim millies magis diſtet a nobis, ac ſpeculum iſtud; inde tamen non ſequitur duodecim millies plus temporis lumini deberi ut a luna veniat, quam a ſpeculo: quoniam fieri poteſt, ut lumen citiſſime moveatur in magno iſto ſpatio quod eſt verſus cœlum, & tardiſſime in brevi hoc ſpatio, quod prope terram eſt, quoniam hic inferior aer ſpiſſior eſt, ut motum luminis retardet; cum ſupra nos, materia, unde Carteſius cœlum componit, ut infinite ſubtilior, lumini medium concedit, quo moveatur majori velocitate quam concipi poteſt. Videmus enim globum tormentarium in aerem emiſſum cum incredibili rapiditate tardisſime moveri quando in paludem aut terreum vallum devenit. Et ſicut hic inepte ſatis falleretur, qui, videns globum hunc minutum temporis conſumſiſſe, ut duos aut tres greſſus in terra procederet, inde concludere vellet, eundem globum duo aut tria millia minutorum conſumere, ut illuc veniat e tormento quod ſupponimus duobus vel tribus millibus paſſuum diſtare: ita dicere poſſumus Carteſium non bene argumenta-

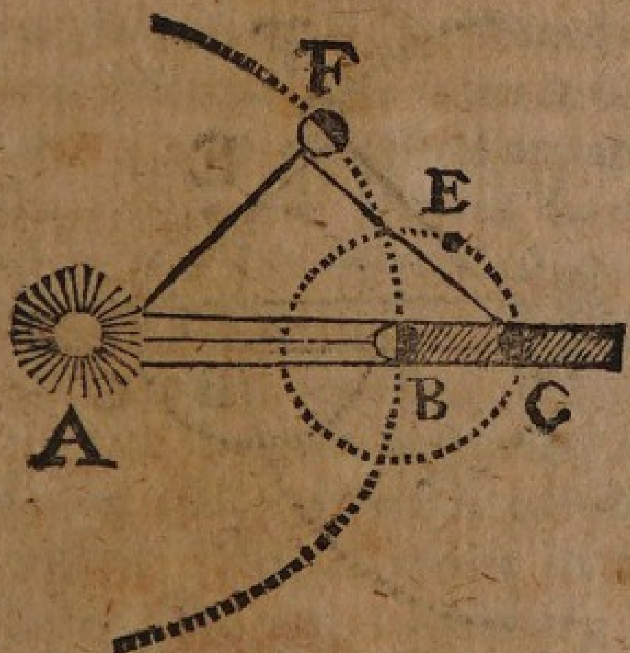
tum

tum, cum inde quod lunam duodecim millies longius diſtantem ſupponit ac ſpeculum, lumen quoque duodecim millies plus temporis conſumere vult, h. e. horam integram ut a luna huc veniet; præſuppo-nendo, illud conſumere vigeſimam quartam partem arteriæ pulſus donec e ſpeculo veniat. Fieri quoque poteſt, ut cum materia hæc cœleſtis aerem ſubtilitate multo magis antecedat ac aer terram, lumen quoque plus temporis conſumat percurrendo hoc breve ſpacium quam conſumit donec per magnum illud cœli intervallum ad aerem noſtrum perveniat: ſicut forte globus plus temporis conſumit penetrans duos aut tres paſſus in vallum, quam veniendo illuc e tormento. Ita ut Carteſius absque ratione horam poſuerit pro tempore quod lumen conſumat veniendo a luna. Hinc cum tota demonſtratio quam deinceps dare vult, huic fundamento ſuperſtruatur; neceſſario tota cadet, fundamento hoc labefactato.

Sed non in hoc ſolum diutius Carteſio contrarius ſum; certe magis in progreſſu argumentationis

ſuæ

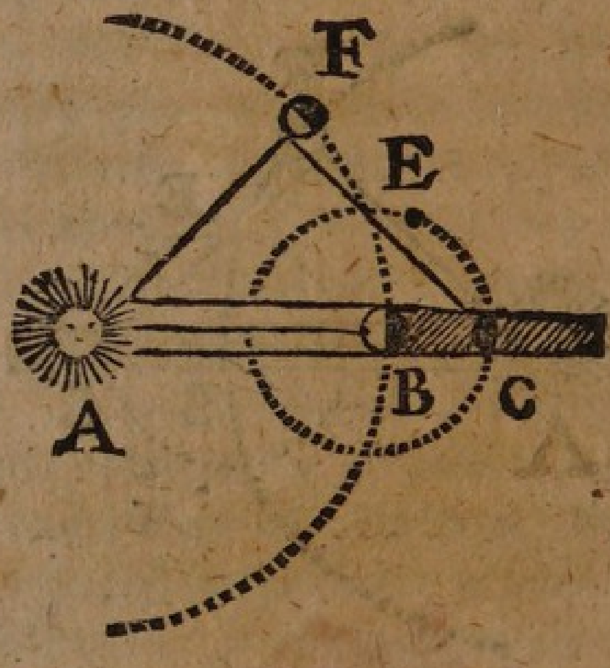
suæ falli videtur. Notandum enim eum proposuisse demonstrationem suam, tanquam æque stringentem in hypothesi Tychonis, ac Copernici: *ut concludamus*, inquit, *eandem rem, sive terram moveri statuas* sive solem, &c. Ponamus igitur Solem immobilem esse in centro mundi A; terram reperiri quandoque in B



& lunam in C, ita ut A B C, sit linea recta; lumen ab A veniens & per B means, consumere semihoram donec perveniat in C, & aliam semihoram donec ex C regrediatur in B; videbunt tunc ii, qui terram in B, inhabitant, lunam aut potius eclipsim ejus in C. Interim tunc etiam iidem adhuc solem videbunt in A, ubi non solum præcedenti hora

fuit,

fuit, ſed & ubi ſemper immobilis permanſit. Quare ergo Carteſius nunc ſolem in alio loco videri ſtatuit? Concedo ſolem hora ante apparuiſſe in A, quam Luna apparuit in C; interim & hoc dico, hora ſequenti i. e. cum luna in C, viſa fuit, ſolem adhuc in A viſum eſſe, quoniam locum non mutavit; & tamen ſolem Terram & Lunam in eclipſi,



apparere in linea recta. Facile determinari jam poteſt, qui fallatur, cum ſit ſubjectum pure geometricũ.

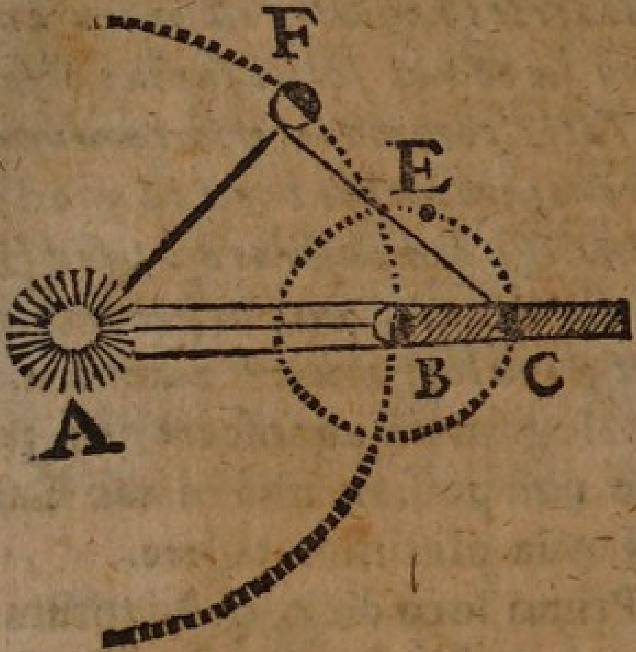
Sed tutius adhuc id fiet, ſi ſcias, quid Carteſius Adverſario ſuo reſpondeat. En litteras: *Si enim recurras, uti facis, ad longitudinem aut tarditatem motus annui, in re plane*

ne

ne a motu lunæ dependenti, quæ duodecies rapidior est motu annuo, imo in re ubi soliti sumus observare satis commode, non tantum differentiam unius horæ id quod sufficiens esse demonstrarem; sed & dimidii minuti, quis in hoc non agnoscet paralogismum? Fateor me hic paralogismum agnoscere non posse, imo non possum non in hac Cartesii instantia plurimos videre.

* Primo loco dicit, quod totum hoc opus, i. e. defectus lineæ rectæ & oppositionis quæ in eclipsibus apparere posset, *omnimode a motu Lunæ dependeat*, & tamen certum est motum lunæ nihil magis ad hoc conferre, quam si immobilis esset. Imaginemur nobis, Lunam postquam in umbra fuit, adhuc velocius moveri quam moveri solet, & venire in E, dum lumen (sive potius defectus, idem enim est) e C venerit in terram B: tunc secundum omnes suppositiones super quibus Cartesius argumentatur, Luna apparere debet in C quoniam supponitur, Lunam & astra apparere, *non in locis ubi sunt revera, sed in iis, ubi erant eo momento cum lumen, quod facit ut ea videamus, ex iis egrediebatur.*

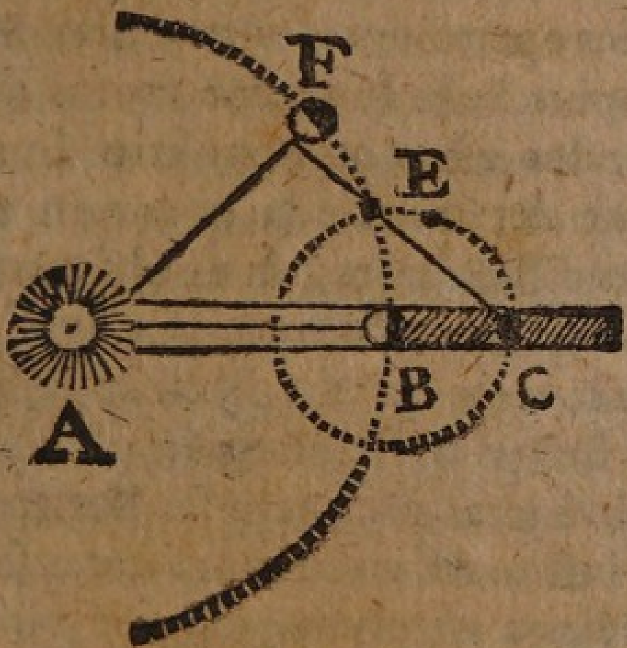
Ita lumen quod jam pervenis



ad nos, procedens e C, ubi luna præcedenti semihora erat, nobis præsentare debet lunam in C, quacunque etiam mundi parte jam sit, si immobilis manserit, aut transposita fuerit; consequenter motui lunæ hic nihil tribui potest.

Secundo loco Cartesius adversarium suum reprehendit, quod allegaverit tarditatem motus annui; ipse vero contendit motum annuum nihil conferre ad rem, *quæ dependet*, inquit, penitus a motu lunæ: Certum interim, quod si quidam defectus oppositionis apparere debet in eclipsi, hunc oriri unice a motu annuo, prout major & sensibilis magis fuerit. Nam si postquam Luna in umbra

umbra terræ in C fuit, terra translata fuerit in F, vi motus annui, donec radii e C ad terram pervenirent; tunc e terra F ſemper ſolem in A videremus & lunam in C: lineæ vero A F F C, non eſſent amplius eadem linea recta, & luna quæ tunc videretur.

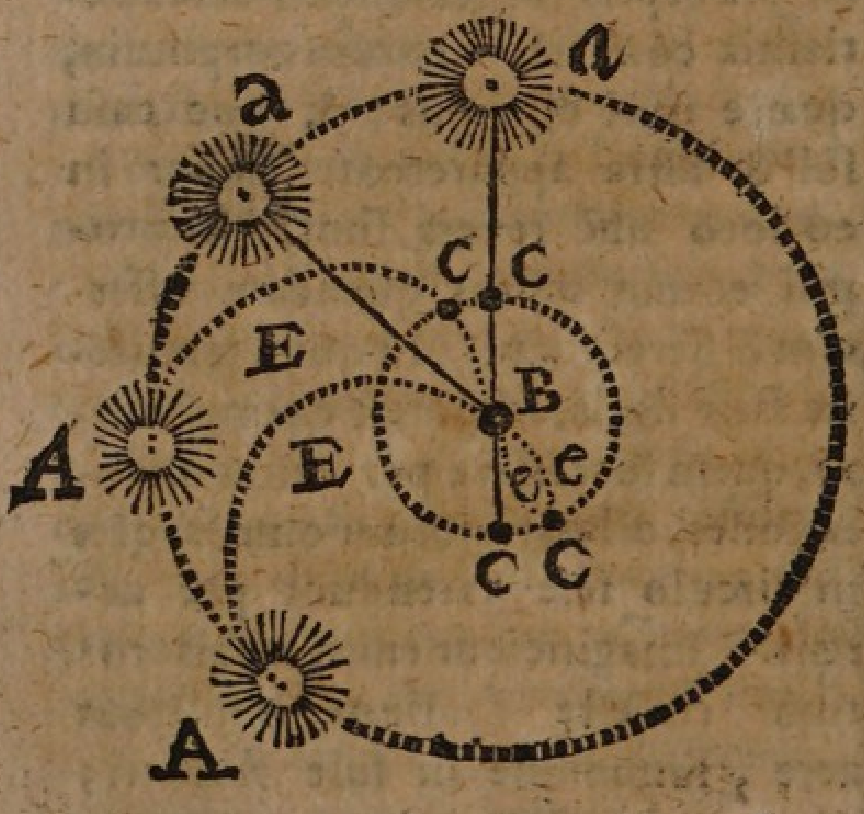


in eclipſi, nihilominus ſoli oppoſita appareret. Sic motus annuus diverſitatem & defectum in oppoſitione ſolis apparente & lunæ obſcuratæ efficere poſſet. Cæterum cum motus terræ annuus per horam, admodum parvus, imo inſenſibilis; clarum eſt, adverſarium Carteſii recte recurriſſe ad lentitudinem hujus motus, ut totam ejus demonſtrationem infringat.

Tandem Cartesius ait, *quod eo ipso satis commode non solum differentiam horæ, sed & dimidii minuti observare possimus*: quod plane falsum est. Nam si agitur solum de motu diurno, verum est discerni posse usque ad minuta, modo adsint bona instrumenta & aptus sis ad tales operationes instituendas. Sed si propius Solis aut terræ motus observandus est, aut oppositio Lunæ præcise determinanda quas non offendes difficultates? & ex observationibus, & ex calculo, & ex reductionibus? exempla sat illustria habemus hujus difficultatis in observationibus quas circa eclipses horizontales instituere voluerunt: notæ sollicitudines astronomorum, ut viderent annon diversitas detegi possit in oppositione Solis & Lunæ orta ex refractione. Quantumcunque vero solliciti fuerint, ut instrumenta sua ampliarent, quam cautos etiam suis in observationibus & calculo se gesserint; vix affirmare poteris, eosdem differentiam quandam distinxisse, non dico minuti horarii; sed tantum minuti gradus. Quomodo ergo Certesius tam commode simili occasione observari vult, differentiam dimidii minuti horarii?

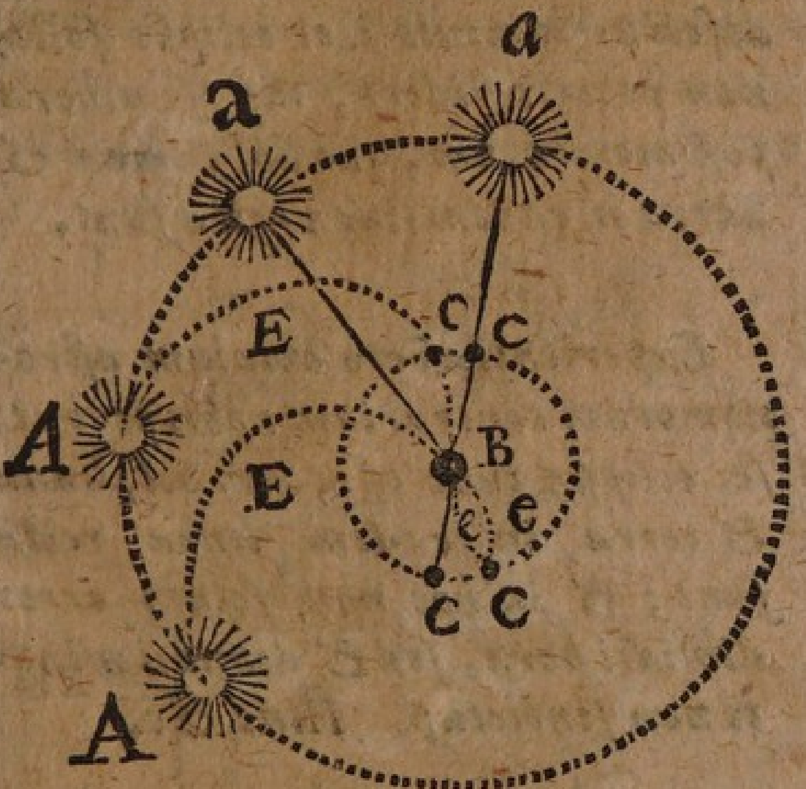
Hactenus solum examinavimus argumenta Cartesii in hypothesi de motu terræ, in qua eandem demonstrationem esse contendebat. Si jam eadem examinare velis secundum hypothesin communem de immobilitate terræ, non credo demonstrationem ipsius meliorem reperiri. Quam diu enim materia cœlestis omnis, quæ solem & stellas vehit, quotidie circa terram movetur; recte argumentari poteris, lumen, a sole aut luna ut ita loquar sparsum, non linea recta ad terram moveri, sed curva & spirali, semper circulariter sequendo motum astri unde projectum; & hoc probari poterit præceptis Mechanicæ, & experientia confirmari eorum corporum, quæ e navi ejicimus, & hoc casu sol & astra apparerent semper in eo loco ubi revera sunt, nisi proprii eorum motus quandam afferrent differentiam. Id quod manifeste satis declarari potest exemplo soni, quem successive per certas undulationes, dilatari norunt omnes, quæ in circulo sese extendunt per aerem. Imaginemur enim nobis totum cœleste spatium impletum aere, sonumque in sole formari;

certe quam diu sol cum toto cœlo se ita moveret circa terram, omnes hæ undulationes circulares aeris eodem quoque tempore transportarentur, a motu aliquo cum centro suo, quod est sol, communi; & ita ad terram delatæ, semper solem & centrum suum designarent non eo loco, quo formatæ fuere, prima vice; sed eodem, quo sol tunc reperiretur, semper excepto proprio solis motu, quem ultra motum cum toto aere communem habere posset. Sed quocunque modo explicetur, aut quæ etiam ratio hujus motus spiralis s. circularis



circuradiorum luminis detur; certum eſt, quod motu hoc ſemel ſuppoſito, Luna in eclipſi ſua directe ſoli oppoſita apparere debebat, ac ſi lumen uno momento expanderetur. Ponamus enim terram eſſe immobilẽ in B, & ſolem exiſtentem in A, radium ad terram mittere; & dum ſol movetur & advenit in (a), radium per ſpiralem A E vergentem venire in B; tunc radius hic ſolem appparere faciet in (a) ubi & revera eſt. Deinceps radius hic A E B, ulterius progrediens, aut potius defectus ejus, ſemihoræ ſpatio per ſpiralem (B e) ibit ad C, ubi luna eſt. Radius denique aut potius ejus defectus reveniens per ſpiralem C e, per aliam ſemihoram ad terram B perveniet, quamdiu Luna tranſportata fuit per materiam cœleſtem uſque in C, & tunc per eundem radium, aut potius ejus defectum, Luna videbitur obſcurata in C; Eodem vero tempore ſol etiam apparebit in altero latere e diametro oppoſitus in *a*, i. e. in eodem puncto, ubi ante horæ ſpatium viſus eſt in (*a*:) Et hoc adeo verum eſt, ut Carteſius, qui ipse hoc bene advertit, utile duxerit adversarium suum ex alio capite aggredi in hypothesi hac. En verba ejus: *Cum postea dicis, radios ex Sole manantes & luna, etiam extra se moveri circulariter, cum Sole & Luna, ita ut astra nobis appareant semper in locis iis ubi sunt revera, licet mediante lumine videantur, quod ex iis antea promanabat, cum in aliis locis erant, (aliter enim quæ dicis concipi non possunt) manifeste antea concessa negas & unde tota hæc pars demonstrationis meæ dependet, ante explicatæ. Non autem observas te hic cadere in alteram ejus partem, quæ est eclipsis solis.*

Non diu hic inquiram quidnam concessum vel negatum Cartesio, propositum mihi tantum est, examinare argumentum ejus. Monstravi adversarium ipsius eum accusare paralogismi, in prima demonstrationis parte; Videamus jam an accuratior sit in secunda? *Sit* (a), *inquit, Sol*, C *Luna &* B *Terra, omnes tres in eadem recta linea, secundum calculum supra factum, si lumen indiget hora, ut veniat a luna* C *ad terram* B, *duodecim horis indigebit ut a sole ad nos veniat, quoniam sol ad minimum*



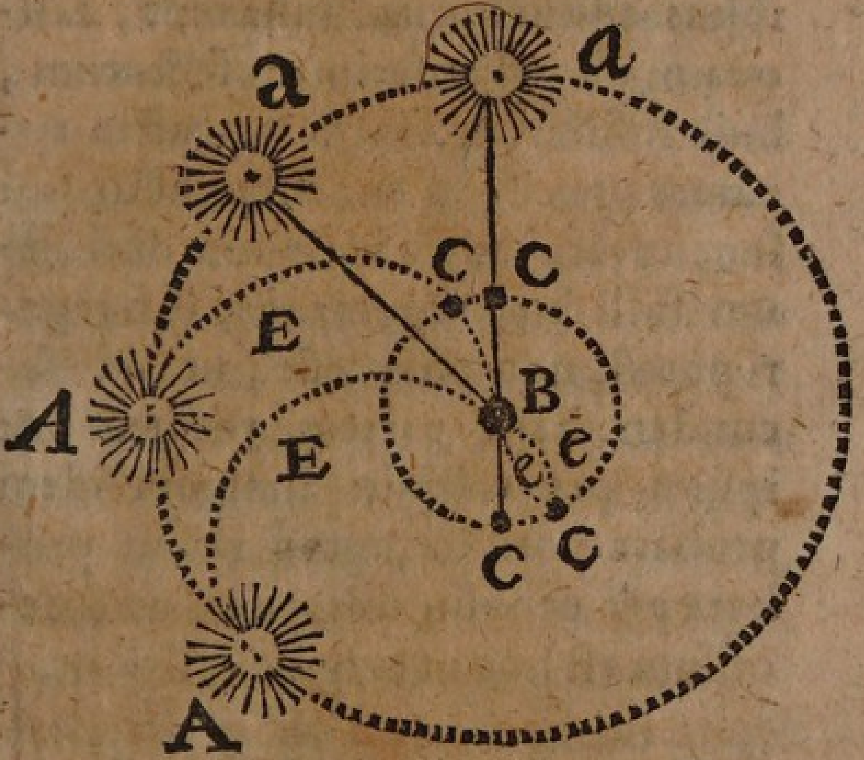
mum vicies quater longius distat a terra quam luna. Jam secundum ultimum tuum concessum, eodem momento quo Sol est in (a) videtur ab his qui sunt in B, non obstante interpositione lunæ, quæ interim non solum est in c sed qua ibi etiam videretur si lumen proprium habe-ret; Sol enim videtur in loco eo ope luminis, quod duodecim horis ante emanavit ex ea, & quod cœlum lu-nare semihora ante percurrens, non potuit impediri a luna, quoniam nondum tunc interposita erat inter solem & terram: lumen quoque jam ab ea impeditum, non poterit ad ter-ram venire nisi semihora post; hinc *defectus luminis i. e. eclipsis solis, non poterit videri, nisi semihora post momentum, quo Sol, Luna & Terra in eadem linea recta sunt.*

Experientia vero omnium astronomorum contrarium nobis probat; sc. eclipsin tunc esse, cum Sol, Luna & terra in eadem linea recta sunt; & in hoc non solum error dimidii horæ, sed & dimidii minuti non sentietur. Hinc &c.

Omnis vis hujus argumenti in eo consistit, quod non obstante interpositione Lunæ cum visa fuerit in (c) sol non desineret videri in *a* mediante radio, qui ab eo duodecim horis ante emanans, non potuisset impediri quin cœlum percurrat lunare semihora ante, cum luna tunc nondum directe interposita inter terram & solem. Ast num Cartesius tam cito oblitus est, quod supponamus radios non ire recta linea? Luna per semihoram ante nondum inter solem & terram posita erat; hoc verissimum est, illa tunc in *c* est, & sol in *a*: non autem ideo verum est, lunam eo

tem-

tempore non posse retinere radios quos per lineam curvam A E c venire supponimus, uti sola figura



ad oculum monstrat. Nihilominus non tam hoc Cartesio objicio, quin miror potius, eum non observasse, aut minimum dissimulasse, quod, quando in hac hypothesi dicimus, astra semper ibi apparere ubi sunt, motus eorum propius sit seponendus, quemadmodum supra annotavi; & hoc in casu, lumen uniformiter motum in linea spirali regulari, necessario apparere faciet res in eclipsibus, ita uti revera apparent; quod optime demonstrari potest. Si Cartesius ita sensui literali verborum ex epistola ipsius adductorum inhærens, tanquam ab adversario profectorum, huic insistat, & supponat, astra apparere præcise in eodem puncto, ubi sunt revera; ultra id, quod dixi, eum falli hoc argumento, ipsi regeri potest, non opus esse, ut ad secundam hanc partem recurrat, & ipsum per eclipsin lunarem idem probare potuisse, quod voluit probare per eclipsin solis; non vero necessum est hoc ut magis explicetur.

Concludit denique Cartesius epistolam suam hoc modo: *Non addam hic multa alia, quæ monstrare possent, hanc ultimam assertionem aut propositionem absurdiorem esse prima. v. g. hoc posito, semper ad orientem in horizonte circulum nigrum conspici debere inter terram & cœlum: & versus occidentem Solem & stellas supra montes & multa alia ejus generis. Non etiam quæro, quanam si motus hic circularis luminis,* quod

quod eodem tempore è diversis astris egreditur, ducatur, ut semper inæqualitatem retineat, quæ est in velocitate astrorum unde egreditur &c. Nam si, quæ scripsi, non sufficiant tibi convincendo, fateor, te planè invincibilem esse. Vale. Hæc non nova absurda sunt, quæ Cartesius objicit, sed novæ difficultates, quibus se ipsum implicat: non sigillatim eas enodabo, quoniam ipse eas modo enarrat. Non satis vero mirari possum, cum video constantiam quâ omnia scribit; imprimis, cum video non esse verba mentem præcurrentia; sed epistolam seriam scriptam in otio, de re, quam longè præmeditatus fuit, & post reiteratas disceptationes. Mihi videtur non in sola hac epistola Cartesium falli; credo me probare posse hoc ipsi in plurimis locis philosophiæ accidisse. Forte & ego fallor, judices appello eorum quæ scripsi, omnes qui ea legere & examinare voluerint. Cum hæc materia pure geometrica sit, & ego ab omnibus abstinuerim, quæ in Physica disceptari possint, facile determinari poterit, a quo paralogismus admissus sit, & num ego ipse in errorem inciderim, dum ostendere volui Cartesium non solidè probare quæ demonstrasse se contendit.

Finis Motus Localis.

STA-

STATICA

SIVE

SCIENTIA

DE

VIRIBUS MOVENTIBUS,

PRÆFATIO.

Tractatus hic est sequela Discursus de Motu Locali, jam ea mente publicati, ut integra haberetur Mechanica, & omnis scientia motus in ordinem redigeretur. Qui modum procedendi modernum norunt, in considerandanatura & artium praxi, etiam commoda norunt, quæ in cognitione legum motus reperimus. Et sicut certum est, nihil in artibus absque usu mechanicæ fieri; ita sciendum etiam nihil in effectibus naturæ particularibus explicari posse, nisi demonstrationes hujus scientiæ ibi adhibeantur. Mechanica regulas præscribit Architecturæ utrique civili inquam, & Militari.

Hæc

Hæc naves exſtruit & gubernat. Hæc machinas conficit, ad elevanda absque difficultate graviſſima onera. Aquæ ductus normat, curſus ejus & ſaltus in molendinis & domibus voluptuariis procurat. Organa absque flatu animat, & canere facit ſolô aquarum caſu. In ſpeluncis artificialibus rupes loqui facit; ubi avium cantus imitatur, & dulciſſimos concentus auribus noſtris præbet. En partem eorum quæ facit ab arte humanâ in uſum traducta, quid autem non facit a natura induſtria adhibitâ? Nonne ipſa terram immobilem firmat ſub pedibus noſtris, & omnibus corporibus locum præſcribit, quem in toto mundo tenere debeant? Imo ipſa hæc eſt quæ Maris ſuperficiem rotundam efficit, & ejus aquas filtrat (defecat) per ductus ſubterraneos, ut inde fon-

tes

tes & rivi oriantur; hæc nubes in medio aeris suspendet, eas in loca diversa detrudit ope ventorum, ex iis pluviam exprimit, ut agri fertiliores reddantur hæc corpora gravia descendere facit, cum duplici velocitate, & hâc de proportione quam Philosophi mirari satis nequeunt, hæc cœlos circumvolvit; & eosdem in motu hoc regulari servat; hæc aves in nube volare, pisces in aqua natare, & animalia in terrâ ambulare facit, hujus ope fit cordis pulsus, sanguinis circulatio, spirituum distributio, respiratio; hæc undiquaque lumen & sonos in gyrum agit quæ inflecti facit aut rumpit in echo, speculis & perspicillis. Verbo, sine ea neque in arte neque in natura quicquam sit; ita ut impossibile sit, in Naturæ consideratione, aut Artis praxi, sine remora progredi

gredi, absque cognitione & usu Mechanicæ.

Fatendum nihilominus, hanc tam pulchram, tam curiosam, tam necessariam scientiam, diu admodum neglectam esse. Aristoteles reverà pulchrè hanc in rem meditatur; cogitationes vero ejusdem limitatæ sunt ad solas vires moventes, quas ad artem equestrem, ductum navium, consistentiam & motum animalium applicat. Quod ab Archimede habemus, propriè nihil aliud est, nisi demonstratio vectis & trutinæ & machinarum quarundam inde orientium. Hiero artificiales fontes & arcus sive balistas tractavit. Quod Vitruvius fecit, aliquantum latius patet: Sed præterquam quod non nisi minor Mechanicæ pars sit, dicendum, quod si volupe fuerit, omnes has parvas machinas movere; si etiam commodum

modum aliquod exin oritur, non magnum tamen inde proveniet adjumentum naturam cognoſcendi. Videamus nihilominus, quò redeat omnis Veterum ſcientia: hoc in ſtatu ad nos usque pervenit, cum non obſtantibus tot commentariis & tot compilationibus, nemo per tot ſecula hunc laborem in ſe ſuſceperit, ut ad novum eandem eveheret perfectionis gradum: donec ultimis hiſce temporibus, tam felicibus in detegendis novis, vidimus quosdam, qui hanc artem excolere conati, vel potius, qui ſibi compoſuere SCIENTIAM *plane* NOVAM *de* MOTU. *Certè Gallilæus rectè Operi ſuo præmiſit titulum* SCIENTIÆ NOVÆ, *quoniam inibi* DE ACCELERATIONE *ponderum tractavit, cadentium,* DE VELOCITATE *corporum in planis inclinatis,* De VIBRATIONIBUS *pendulorum, & de chordis*

tenſis;

tensis; de resistentia & fractura corporum, & multis aliis rebus, antea incognitis. Torricellus adhuc splendorem addidit inventionibus Galilæi, novis suis experimentis vacui, & pulchris argumentis de æquilibrio liquorum. Licet vero excellentes hi viri satis ingenii habuerint, ut invenirent novas scientias, non satis tamen felices fuere ultimam imponendi manum; fatendum enim, multa adhuc, deesse huic scientiæ, qualem nobis dedere, ut Mechanica plena inde fiat; non omnes materias tractat; non nisi experimentis multa probat, quæ ex principiis naturæ probanda; in plures tractatus distincta est, non cohærentes; imo defectus quosdam habet, notantur errores, qui certè veniam merentur in materia tam delicata, haud tamen inquietudine afficere cessant, summam

mam exactitudinem in argumentis physicis desiderantibus.

Vidimus deinceps Magnos viros feliciter laborasset ut excolerent & perfectam redderent hanc scientiam. Continua experimenta in diversis Europæ locis facta; Tractatus in lucem editi de legibus motus, resistentia corporum, vi percussionum æquilibrio liquorum, duritie, gravitate, & multis aliis rebus, certè opera sunt digna Autorum acumine, & seculi elegantiâ; Nondum tamen dicere possumus esse Mechanicam. Pulchre partes sunt, non tamen corpus conficiunt, quoniam a diversis Autoribus producta, diversa collimantibus, nec convenientibus, ut ad idem propositum concurrant, & ex diversis argumentantibus principiis.

Speravi semper Magnum opus Wallisii, tamdiu exspectatum

tum, omnia comprehensurum, quæ de hac re optari possunt; nec de eo amplius dubitabam, cum três magnos Tomos in 4to viderem, cum Titulo, MECHANICÆ ET SCIENTIÆ MOTVS. *Sed expertus sum, hoc excellens in se & admirandum opus, aptius esse satisfaciendis jam consummatis in hac scientia, quam informandis tyronibus. Præterquam enim quod minime omnia comprehendat, tam doctè & geometricè scriptum, ut à paucis intelligi possit.*

Ergo plenum corpus Mechanicum conficere constitui, secundum optimam Pappi ideam, ubi colligere possem omnia quæ diversi Autores in hac materia invenere, cum eo quod ipse detegere potero, si tam felix fuero, ut quicquam novi invenire possim.

Totum opus in sex discursus divido, quorum primus jam apparuit,

paruit, de Motu in genere tractans, de modô, quô producitur, quo conservatur, & communicari potest; de legibus percussionis, de regulis reflexionis, & plurimis similibus motus proprietatibus, considerati in statu libero ab omni alio impedimento. Secundus discursus est is, qui tractat hujusmodi motus qui cum violentia quadam fiunt, resistentiam aliunde obviam superantes. Prætes demonstrationem omnium machinarum moventium, quarum vis vi libræ similis, ibi impossibilitatis motus perpetui ratio habetur; tractatur ibi de corporibus suspensis, vel unô vel ambobus terminis allegatis, de modo, quo rumpuntur, de figura, quam capiunt cum incurvantur; in specie vero ostenduntur, casus ubi funes tensi sunt Parabolici, Hyperbolici, Elliptici aut Circulares. Vires Turrium

&

& Pyramidum examinantur, loca debiliora oſtenduntur; figuræ determinantur, illis adaptandæ quo perfectiores fiant, & æqualiter violentiæ ventorum reſiſtant, Regulas generales damus reſiſtentiæ corporum; medium indicamus has regulas generales caſibus particularibus applicandi, qui Architecturam & reliquos naturæ Artisque effectus concernunt, & exemplo â navis motu petito uſus regularum mechanicarum notatur. In diſcurſu hoc propoſitiones quædam ſunt, quæ forſan aliquid negotii faceſſent geometricarum demonſtrationum non aſſuetis; præteriri vero poſſunt, nec ſunt abſolutè neceſſariæ; nihilominus eas apponere volui, quoniam admodum utiles, & in ſequentibus hujus Mechanicæ valde inſerviunt rebus, quæ ſine illis non reſolvi poſſunt, determinandis.

Tertius discursus, est de motu corporum gravium; ubi absque novorum suppositione omnes hujus motus proprietates demonstrantur; sive proprio pondere descendant corpora, sive moveantur cum violentia propulsa. Ibi ratio ostenditur augmenti & diminutionis miræ velocitatis corporum, ascendendo & descendendo omnes, quos imaginari licet, lenitudinis gradus percurrentium. Galilaus non ostendit has proprietates, nisi supponendo definitionem, ipsi negatam. Balianus aliam progressionem motui horum corporum dare voluit. Hi duo autores suos habuere assectas, & vidimus immensa volumina disputationum quæ tamdiu fuere agitata inter Gassendum & Patrem Cazre, donec res a tribus magnis geometris confecta videretur; Hugenius & Pat. de Billy demonstra ſtrarunt progreſſionem Baliani eſſe impoſſibilem; Fermatus oſtendit æternitate opus eſſe corpori, ut deſcendat in hac velocitatis proportione, ſaltim ab altitudine pedis. Omnes docti his demonſtrationibus tam regularibus aſſentiebantur; Sed Pater Lalouvére, illuſtris ob magna inventa Geometrica, ſuperveniens, Baliani progreſſionem non obſtantibus demonſtrationibus his cunctis, maxime poſſibilem & naturalem eſſe oſtendit; modus etiam, quô illum defendit, tam pulcher viſus, ut nec Fermatus ipſe, quid regereret, invenerit. Omnia hæc in hoc diſcurſu explicata reperientur, monſtrabiturque primam hanc gravitatem aut gradum iſtum celeritatis determinatum, quâ demonſtratio Lalouveri pro fundamento utitur, ſubſiſtere non poſſe. Similis planè progreſſio, quam in motu

bra-

brachii, pedis aut instrumentorum quæ tenemus, quando quidpiam ferimus, observamus, explicatur. Aliud adhuc progressionis genus ostenditur, in globis tormentariis obvium, aut sagittâ ex arcu emissa; motus in planis inclinatis examinatur, & hic propositio ista tantoperè prædicata demonstratur, de motu in Cycloide facto, quam & Hugenium demonstrasse novi.

Quartus discursus de motu corporum liquidorum agit; ubi demonstramus, nihil præsupponendo, omnia quæ in velocitate liquorum accidere videmus, item in vi pressionis ipsorum in directione & figura quam in saltibus, in decursu, & æquilibrio suo induunt. Sub nomine corporis liquidi comprehendimus aerem & omnia corpora, quæ non sunt dura; ita ut in tractatu hoc omnia ad PNEUMATI-

CAM

CAM *spectantia reperiantur, vis elateris, rarefactio & condensatio, vis miranda pulveris compressius omnia denique de vacuo experimenta, & ratio omnium horum mirabilium effectuum ibi repertorum, hic videbuntur.*

Quintus discursus est de motu VIBRATIONIS, *i. e. omnium corporum motum reciprocum eundo & redeundo facientium, uti pendula, chorda tensæ, elateres & plura alia corpora. Pendulum hic describitur, cujus vibrationes omnes æqualiter durant; demonstratur etiam omnes vibrationes in chorda tensa æqualiter durare; vibrationes duarum chordarum æqualis magnitudinis, & æqualiter tensarum, reciprocam rationem longitudinis chordarum habere, cum in pendulis saltim in proportione subdupla sint; in æqualibus chordis, vibrationes in pro-*

portione ſubdupla eſſe reſpectu virium aut ponderum tendentium; vibrationes iterum in ratione ſubdupla eſſe ad ſpiſſitudinem funium ejusdem longitudinis, & æqualiter tenſorum. Ita ut per cauſas omnia ea demonſtrentur, quæ experientia nos obſervare docuit in ſonis & harmonia chordarum tenſarum.

Sextus Diſcurſus eſt de motu UNDULATIONIS, ad exemplum circulorum in ſuperficie aquæ orientium injectô, lapide. Similes Circuli conſiderantur in aere vel aliis ſubtilioribus ſubſtantiis formandi, quas maniſeſtiſſima experientia ubique expenſas eſſe docet. Et hic motus ille eſt, quem MOTUM UNDULATIONIS vocamus, qui luſui & delectationi infantium inſerviens, ſubtiliſſimis Philoſophis ſubjectum profundiſſimæ meditationis exhibere poteſt. Examinamus

namus ergo, quomodi circuli formari possint, & quomodo deinceps motus eorũ invicem communicetur, quæ sint lineæ directionis, quali vi prope aut in longinquum agere queant, quomodo reflectantur, quomodo refrangantur; supponentes deinceps, cum omnibus Philosophis, sonum hujusmodi motu aeris pro vehiculo uti, omnia ad sonum spectantia explicamus; & conjecturam facientes de propagatione luminis, examinamus annon etiam supponere possimus lumen simili motu pro vehiculô uti in aere subtiliori? Ostendimus etiam revera in hac hypothesi omnem luminis proprietatem & colorum modo quodam naturæ convenientissimo explicari, quæ absque eâ haud facile explicantur; spero etiam, me lectori satisfacturum, quando iis modum, quô mensura refractionum demonstratur, ostendam.

En finem & Propositum operis hujus, in quo præter magnum propositionum geometricarum numerum, quarum novitas doctis forsan accepta erit, ingens copia praxium curiosarum & utilium in omnibus artibus, reperitur, ut & multæ demonstrationes, quæ pulcherrimis Physicæ quæstionibus decidendis inservient. Quod artem attinet, gravissimæ ibi positæ observationes aquarum ductum concernentes; Molendina pneumatica describuntur, ad allevandam aquam conducentia, noctu dieque ad omnem ventum agitanda, ita ut tangi non debeant. Proportio ibi datur quantitatis pulveris tormentarii ad cuniculos & tormenta; Regulæ præscribuntur in jactu certo globorum majorum observandæ, quos Galli BOMBES vocant; longitudo determinatur, tormentis attribuenda,

ut

ut per longissimum spatium vim suam exerant; novæ machinæ delectationi aptæ describuntur; ut & perpetuum mobile. Quoad Physicam verò medium datur explicandi per leges Mechanicas systema Tychonis Brahe, quod plurimis Mathematicis impossibile visum. Impossibilitas motus atomorum Epicuri ostenditur. Ostenditur etiam motum cœlorum non provenire posse ab ipsorum forma, i. e. motum hunc non procedere posse e principio interno & naturali, quemadmodum dicimus, corpora gravia ruere deorsum aut levia ferri sursum per principium internum & naturale. Proponitur Modus mechanicus duritiem corporum explicandi, & resistentiam quam, cum rumpuntur, monstrant; qui labor non adeo levis est, uti fortè imaginantur sibi nonnulli: Fluxus & refluxus maris, origo fontium, & plurima ejus generis, ad leges mechanicas revocantur. Lubens propositum meum articulatim proponere volui, ut judicium doctorum acquirerem, qui non majori beneficio me afficere poterunt, quam si indicaverint, quid corrigendum aut addendum judicent.

STATICA
VEL
SCIENTIA
De
VIRIBUS MOVENTIBUS.

I.

Vires contraria in ponderibus

ACcidit ſæpe corpora ita inter ſe ligata eſſe, ut unum ſine altero moveri nequeat; quandoque ſi unum ſe movere nititur contra alia, ſe impediunt invicem, ſi vires eorum æquales ſunt, ſin minus, fortius prævalet, & debilius obligat ut moveatur contra propriam inclinationem. Ita in bilance videmus, pondus unum deſcendere non poſſe, niſi alterum attollatur; & ſi æque gravia ſunt, ambo in æquilibrio manent, cum utrumque deſcendere nititur ob gravitatem ſuam; ſin minus, majus obligat minus, ut contra naturam & inclinationem corporum gravium aſcendat.

II. Si

II. Si loco duorum ponderum *Et aliis cor-* æqualium in duabus trutinæ lancibus *poribus.* reponendorum non nisi unum reponatur in lance una & alteram homo manu apprehendat deorsumque trahat, fieri posset, ut homo hic ita vim temperet attrahentem, ut pondus, oppositum sustineat; nec tamen illud amplius ascendere faciat, aut descendere permittat; hoc casu concipimus vim manus hujus æqualem viribus ponderis esse. Et si jam loco ejusdem ponderis, aliam manum ab altera parte trahere supponamus, eadem vi, qua pondus; tunc speciem æquilibrii inter duas manus concipimus, quæ cum æquali vi utrinque trahant, neutra alteram superare potest, consequenter immobiles manent ambæ.

III De his igitur viribus, ad mo- *Subjectum* venda corpora necessariis non ob- *statica* stante resistentiâ virium contraria- *sunt.*] rum, quæ ab altera parte motum hunc impedire conantur; de his inquam viribus jam agendum nobis, hancque scientiam *Staticam* appellamus, quæ non solum viribus illis convenit quæ in corporibus gravibus offenduntur, sed & omni nisui quem in quocunque corpore nobis concipere. Verum eſt, quod cum nulla vis ſit, quæ non aliquo modo per vim ponderum explicari poſſit, ordinarie exemplum corporum gravium adhiberi, ut intelligatur quid in genere omnibus trahentibus aut moventibus conveniat viribus. Et ita leges Staticæ explicamus, ita ut ſub vocabulo ponderis, æquilibrii & omnis ejus quod ponderi corporum ſimile, in genere intelligere poſſimus corpora quæ pollent vi movendi, quæ ſe invicem impediunt aut ſuperant.

Centrum grabitatis. IV. *Centrum grabitatis* aut ponderis corporis cujusdam eſt punctum, ex quo ſi ſuſpendatur corpus, in æquilibrio manet. Si filum extremo baculi cujusdam longi alligetur, isque ſuſpendatur, manifeſtum ſatis eſt, baculum inclinari; aſt ſi filum medio baculi alligetur, & ſuſpendatur, facile obſervabimus baculum non magis in unum quam alterum inclinari latus, ſed in æquilibrio manere, ſi dimidiæ baculi partes æquali gravitate fuerint prædictæ. Et hoc medium gravitatis, unde baculus ſuſpenſus in æqulibrio manet, centrum eſt gravitatis baculi.

Ubi ſit in corpore regulari. V. Si baculus plane uniformis eſſet, & perfectum cylindrum exhiberet,

æque

æque ſpiſſum in uno extremo ac in altero; & adhæc e materia quadam factus cujus partes æque magnæ ſunt æque graves; tunc centrum gravitatis idem cum centro figuræ baculi erit; hoc eſt, ſi punctum medium totius baculi capias, in eodem puncto & centrum gravitatis habebis; quoniam patet illud, ſi in hoc puncto ſuſpendatur, in æquilibrio manſurum, cum æqualis gravitas utrinque ſit, eadem ratione applicata, ſicut æqualis quantitas adeſt materiæ.

Et in irregulari.

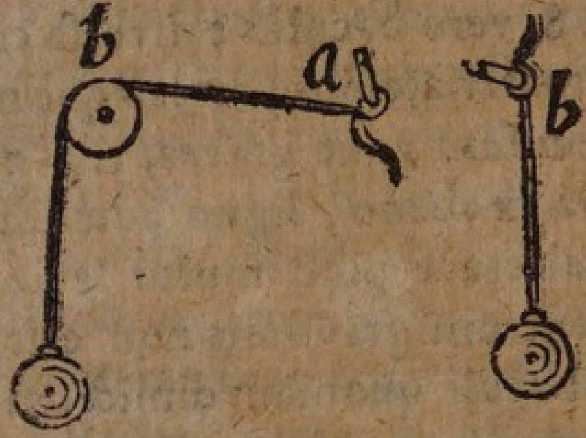
VI. Si vero baculus e diverſa conſtaret materia, cujus partes æque magnæ non ſunt æque graves, v. g. pars dimidia ex ebeno, ligno admodum gravi, altera e pino multo leviori; tunc centrum gravitatis non erit in medio baculi, quoniam dimidium ex ebeno cum ſit gravius multo, ſuperaret alterum e pino, multo levius; ut igitur centrum reperiatur, in dimidium ex ebeno progrediendum.

Corpora homogenea & heterogenea.

VII. Corpora e tam diverſa quoad pondus materia conpoſita, heterogenea appellantur, & quæ uniformem ſaltim continent, & ubique æque gravem, homogenea dicuntur.

Linea directionis.

VIII. *Linea directionis* eſt linea per quam tractio fit. Uti ſi pondus *c*, ſuſpenſum ope fili *cb*, gravitate ſua trahit clavum *b*, cui filum alligatum, linea directionis ea erit quam imaginari nobis poſſumus, clavum tranſientem, & directe deorſum tendentem, qualis eſt idem filum *bc*, quoniam revera pondus tunc in recta linea deorſum trahit ſecundum hanc lineam. Si vero filum duceretur



ſupra trochleam *b*, & clavum attingat, *a* a latere poſitum; tunc linea directionis reſpectu clavi *a*, erit linea *ab*, quæ ad latera tendet, non deorſum; quoniam revera clavus ad latus trahitur, non deorſum.

Centrum gravium

IX. Sicut obſervamus corpora gravia ſemper recta linea ad centrum terræ cadere, quando libere cadunt; ita quoque dicimus centrum terræ eſſe *centrum gravium*, h. e. punctum ad quod omnia gravia,

via tendunt corpora. Ut ita bene distinguendum *centrum* gravitatis a *centro gravium* aut corporum gravium.

X. Quoniam lineæ directionis diversorum corporum suspensorum directe ad centrum gravium tendunt, i. e. ad medium terræ, omnes hæ lineæ se intersecant in hoc puncto, consequenter nec inter se parallelæ sunt, rigorose loquendo; paradoxon quoque verissimum est, duos muros oppositos conclavis cujusdam spissiores esse & longius a se distare in superiori parte quam in inferiore, si prorsus complanati fuerint, & ad normam regulamque exstructi. Hoc in rigore mathematico verum, sed differentia multo minor est, quam ut sensu percipi possit; ita ut respectu ejus, quod sub sensus cadit, dicere possimus muros esse parallelos, & ubique æque spissos. Et ita etiam supponere possumus, omnes lineas directionis corporum suspensorum, parallelas inter se esse.

Linea directionis corporum suspensorum parallela censentur.

XI. Regula generalis est, corpora gravia semper in tantum descendere quantum possunt; h. e. semper infimum locum petere, quo pertingere possunt, si non impediantur ab alio corpore quod se descensui ipsorum oppo-

Corpora semper descendunt, si possunt.

opponit. Si igitur globum fastigio tecti imponas, deorsum volvetur, si potest, nec obstaculum invenit, quod ipsum retinet; cum enim gravitas ejus semper eum deorsum trahat, ipsum hoc casu eo tendere necesse est.

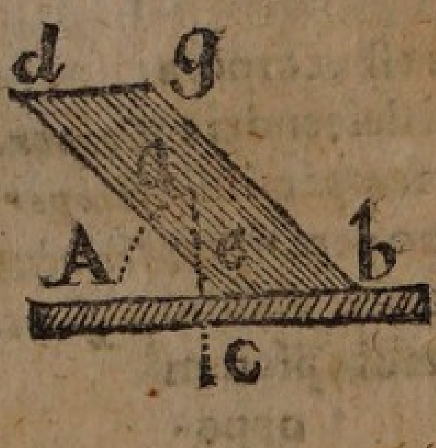
Etiam in plano inclinato.

XII. Idem dicendum de corpore æquo & complanato, tecto cuidam imposito, aut plano inclinato; complanatum enim hoc corpus nihil obstaculi inveniens, ad infima decurret, cum uniformitas superficierum nullatenus impediat delapsum.

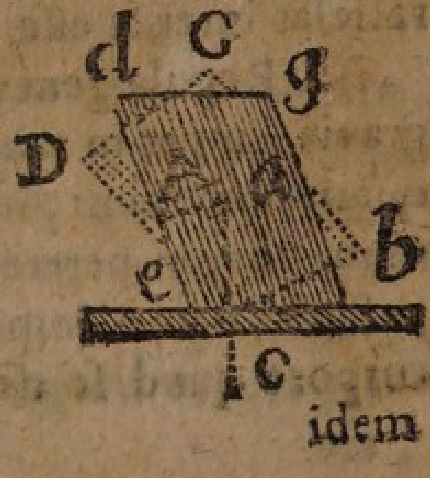
Corpus immotum manet, cum moveri nequit absque ascensu centri gravitatis.

XIII. Cum dicitur corpus descendere quia magis deorsum ferri potest, hoc intelligendum est respectu centri gravitatis; hoc enim centrum omnia moderatur, cum in hoc puncto principalis descensus vis sita, sit. Ita ut, si corpus moveri debet, centrum gravitatis descendere posse, necessum sit, alias non movebitur. Ita si corpus *g b e d*, primæ figuræ, tabulæ imponatur, imaginari nobis facile possumus

2



1



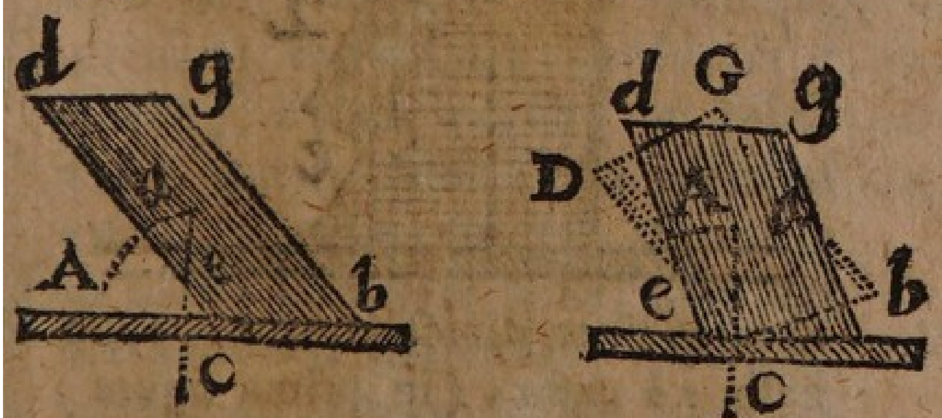
idem

idem versus D inclinari & prolapsurum, quoniam vero hoc fieri nequit quin centrum gravitatis *a* tollatur ad *A*, corpus in hoc situ manere cogitur absque motu.

Unde videmus, necesse esse ad immobilitatem corporis tabulæ impositi, aut alii fulcro, ut centrum gravitatis descendere nequeat; & ad hoc sufficit, si corpus, quod illud sustinet, non inclinatum est, ut linea directionis, h. e. linea e centro gravitatis versus centrum graviũ tendens, in aliquam partem baseos corporis cadat. Et e contrario, si linea hæc extra basin corporis cadit, corpus hoc sine dubio titubabit. Sic corpus *a* in secunda fig. cadat necesse est, quoniam cum centrum gravitatis in *a* existat & linea directionis *dc* cadat extra basin *e b*, totum corpus *a* versus *A* inclinari potest, ita ut, dum angulo *e* semper insistit,

Et cum linea directionis basin transit.

2

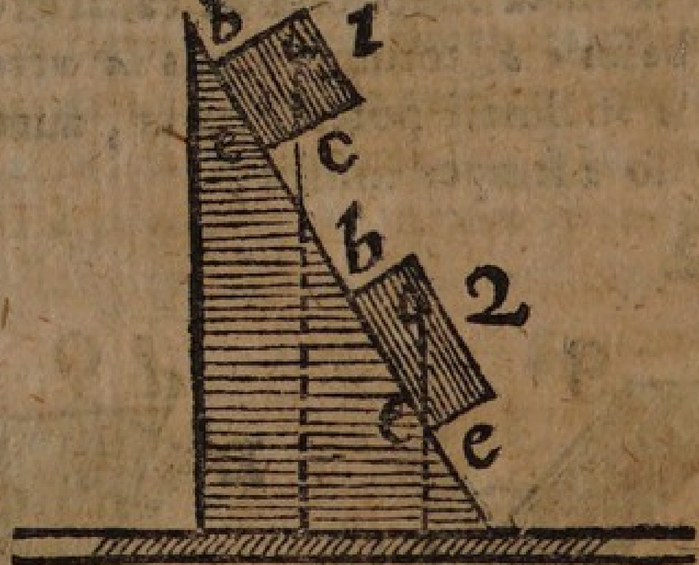


cen-

centrum *a* moveatur versus *A*, circuli partem describens, cujus centrum *e*; & sicut facile videmus, centrum gravitatis *a* depressius fore in *A*, ut demonstratione ulteriori non indigeat; ita dicendum est etiam totum corpus titubaturum. In prima vero figura manebit immotum, quoniam linea directionis *a c* intra basin corporis hujus *b e* cadente, idem corpus titubare nequit, neque ex una, neque ex altera parte, v. g. versus *D*, quin & centrum *a* moveatur in *A*.

Quænam corpora repant, quænam rotentur, in plano inclinato?

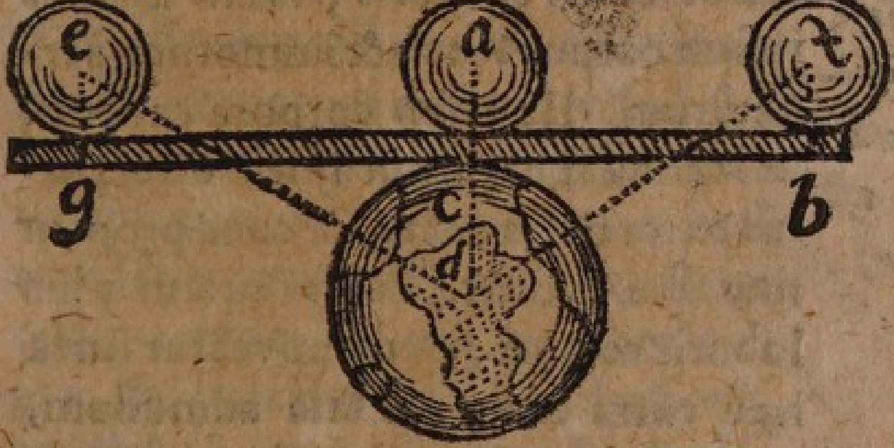
XV. Videmus adhuc, si tabula corpus sustinens, inclinatur, corpora hæc rotari quandoque descendendo, & quandoque repere.



Si enim linea directionis *a c* extra basin *e b* cadit, (in prima figura) corpus rotabitur; si vero intra eam, uti

uti in secunda figura, corpus repet; id quod ad oculum patet.

XVI. Hac ratione globus plano cuidam impositus, semper rotari debet, donec ad certum pervenerit punctum ubi quietus esse possit. *Globulus super plano.*



Imaginetur nobis planum *b g*, supra terram *d*, & ducatur a centro gravium *d* perpendicularis *d c a*, versus planum *b g*; & videbimus globum ibi bene consistere posse, quoniam linea directionis *a c d* percurret punctum c, cui globus innititur. In quovis vero alio loco uti in *e* vel in *f*, globus descendere & versus *a* rotari poterit, quoniam tunc linea directionis *e d* aut *f d*, extra punctum fulciens *g* aut *b* cadet. Ita videmus veritatem paradoxorum, neminem in plano ambulare posse, quin vel ascendat vel descendat; hominem semper ad eundem locum meantem

in

in ambulacro plano, quandoque de-ſcendere, quandoque aſcendere; & in tantum procedere poſſe, ut tandem repere cogatur, nec amplius ſtare poſſit.

Corpus tanto firmius ſuſtinetur, quãto baſis eſt eſt latior.

XVII. Videmus præterea, quanto latior baſis corporis, tanto firmius ipſum corpus fore, & immotum perſtiturum. Ut enim corpora cadant, movenda ſunt, ita ut linea directionis extra baſin cadat, & tunc proprio pondere cadent. Patet autem plus laboris requiri, ut demoveatur linea hæc extra baſin, ſi lata admodum, quam ſi anguſta admodum.

Acus in cuſpide ſua ſtare nequit.

XVIII. Licet ergo ſtricte loquendo, acus erectâ ſtare poſſit, poſita in cuſpide ſupra tabulam marmoream, nihilominus impoſſibile eſt eam ibi manere immotam, quoniam cuſpide ſolum quæ ferme inviſibilis, inſiſtens, minima vi dimoveri poteſt linea directionis extra baſin tam exiguam, ſi ſemel inibi exiſteret.

Ob perpetuam aeris agitationem.

XIX. Et quoniam aer perpetuo agitatur, agitatio hæc plus ſatis ſufficiet ad movendam & dejiciendam acum.

Quædam corpora grandia

XX. Non ergo mirum videatur, turres quoſdam per aliquot ſecula con-

consistere, licet inclinati sint versus alterum latus, & ruinam minentur; quoniam turres isti hoc artificio exstructi esse poterunt, aut hoc forte fortuna venire potuit, ut centrum totius operis magnorum horum corporum directe a basi sua sustentetur.

non corruunt, licet inclinentur aut super exigua basi existant.

Nec mirum prodigiosum Obeliscum Romæ immotum manere in basi sua, licet non nisi proprio pondere partes cohæreant, quamvis enim basis admodum parva est ad altitudinem relata, massa tamen hæc tam inepta, & tam enormis ponderis est, ut nulla vis venti tam fortis sit, quæ sufficienter eam movere, aut lineam directionis extra basin dimovere possit.

XXI Lex hæc mechanica jam explicata, exacte observatur in omnibus Naturæ effectibus; aliquid vero mirandi inest modo, quo animalia utuntur, ut se sustineant & a lapsu conservent, de quo alibi dicemus. Interim in genere notandum, omne animal, in quocunque situ fuerit, ita dispositum, esse, ut linea directionis intra pedes aut manus constituatur, quibus sustinetur; & si Pictores & sculptores hanc regulam non curant, ridendos se præbent, &

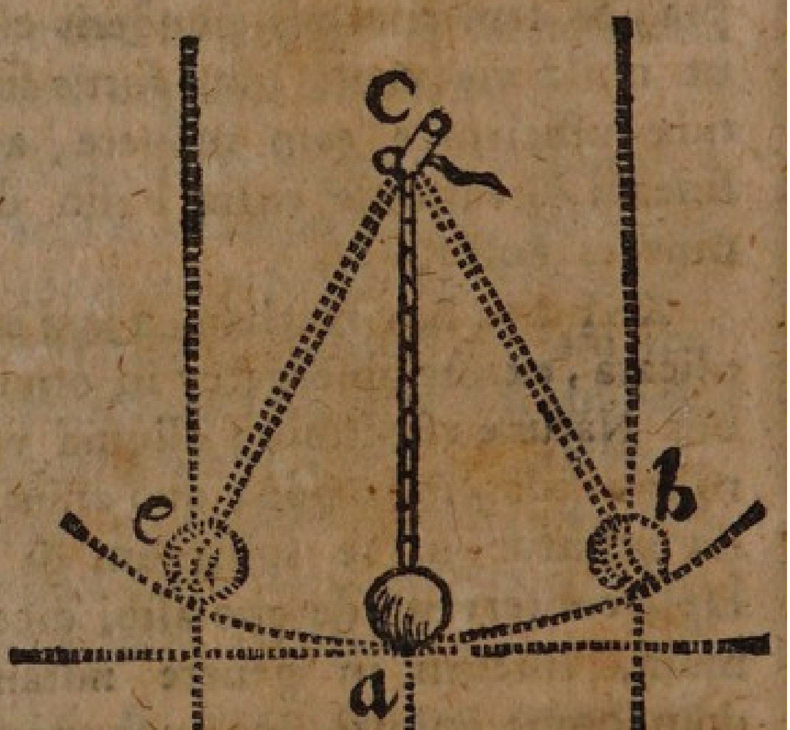
Leges Mechanicæ ab animalibus & pictoribus observatæ.

ani-

animalibus situm dant quem habere nequeunt.

Quando corpora suspensa in quiete maneant.

XXII. Corpora suspensa, quieta manent, dum linea directionis transit punctum cui appensa; & si inde dimoveantur, ipsa illuc per pondus proprium reducuntur. V. g. si corpus *a* suspensum ex clavo *c*, manebit in *c a* quoniam linea directionis est *c a*; si vero versus *e* aut versus *b* trahatur, descendere poterit in *a*; quoniam patet, in arcu *e a b*, in quo



corpus suspensum moveretur, punctum infimum esse *a*, & consequenter corpus descendere versus punctum hoc.

XXIII.

XXIII. Cogitandum, corpus per se non mutare gravitatem, dum mutat figuram aut situm, Ita massa plumbi pondo æquans, cum rotunda est etiam pondo æquabit, licet quadrata sit & vel in meridiem vel orientem vergat; sique massa hæc plumbi stateri imponatur, semper idem reperietur pondus. Imo, vis quam adhiberet libere suspensa ex clavo quodam ope fili, eadem semper foret, quamcunque figuram & situm haberet.

Corpus gravitatem non mutat, licet situm aut figuram mutet.

XXIV. Postquam pondus ex clavo ope fili suspensum & quietum vidimus, concipiamus jam filum hoc rigescere & unum inflexile corpus cum pondere constituere, vis, qua clavus trahitur, propterea nequaquam mutabitur; quoniam manifestum est, flexibilitatem vel rigorem fili nihil hic conferre.

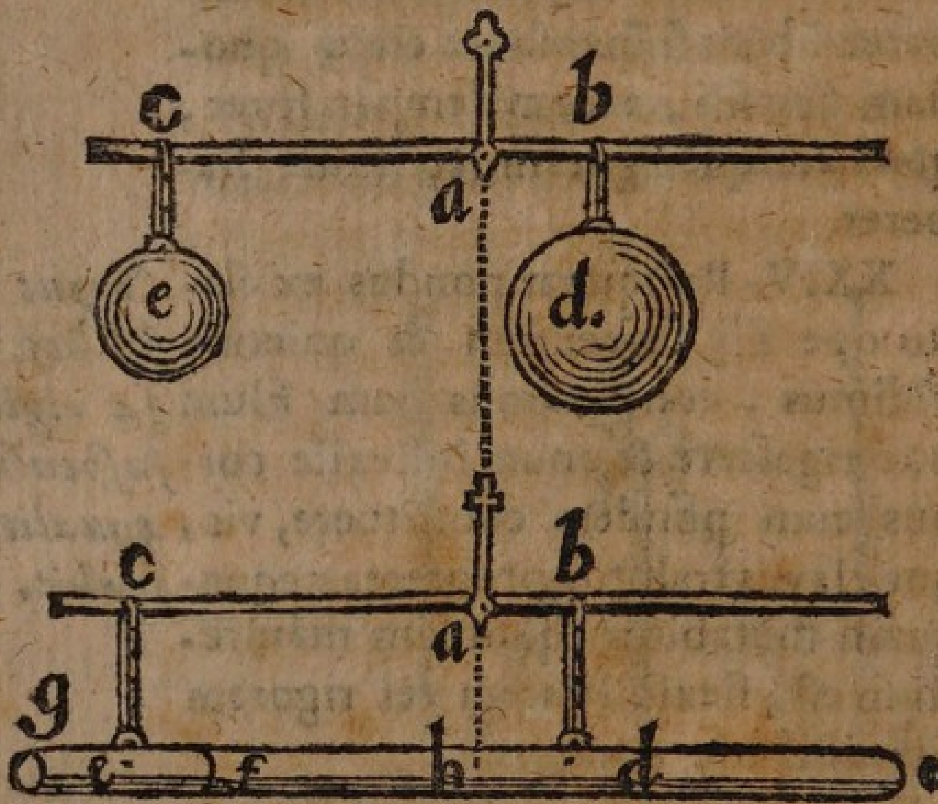
Corpus ope fili vel virgæ rigidæ suspensum æqualiter trahit.

En jam maxime arduam Staticæ prepositiouem

XXV. Pondera duo suspensa e duobus extremis libræ, in æquilibrio manent, dummodo brachia Libræ, quibus pondera appensa, in ratione reciproca ponderum fuerint. Mentem meam clarius aperiam. Imaginemur, nobis baculum *b c* (1. fig. pag. seq.) qui ansam aut filum in medio

Propositio Statica fundamentalis.

dio *a* habeat quo teneri & instar libræ suspendi possit; sint præterea duo pondera, *d* & *e* appensa per puncta *b* & *c*, ita ut pondus *d*, ad pondus *e* sit reciproce, ut longitudo *a c* ad longitudinem *a b*; h. e. si pondus *d* est duplum ponderis *e*, longitudo *a c* sit etiam dupla longitu-



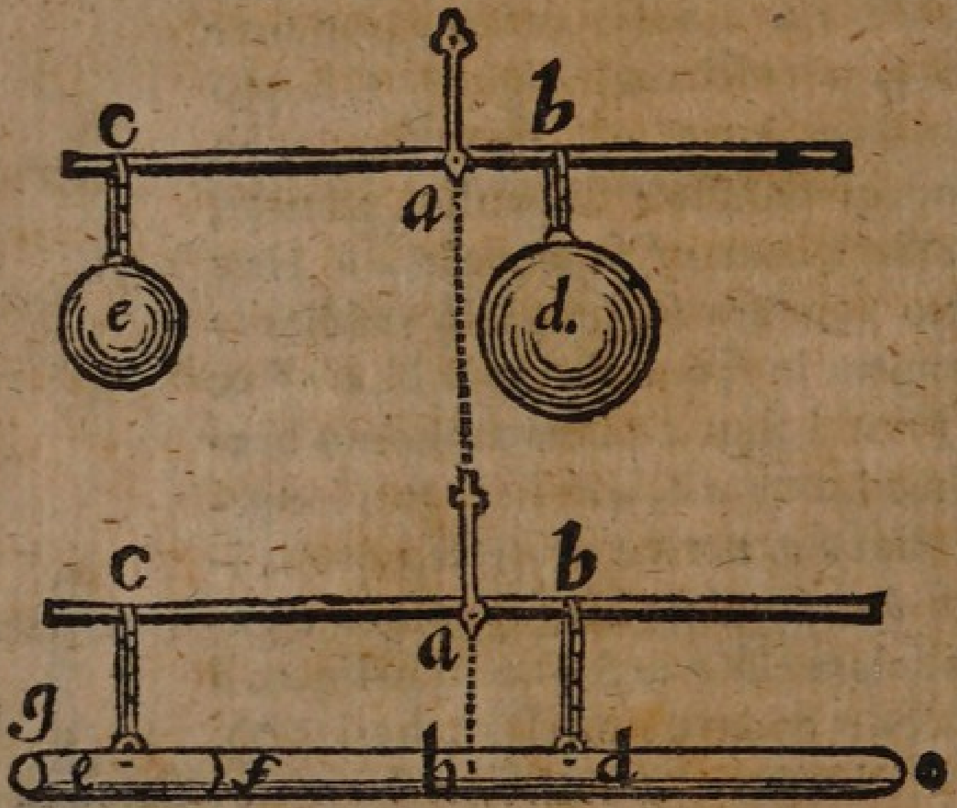
dinis *a b*; aut si pondus *d* est triplum ponderis *e* longitudo *a c*, sit etiam tripla longitudinis *a b*; aut denique, ut, quamcunque pondus *d* habeat rationem ad *e*, eandem longitudo *a c*, habeat ad longitudinem *a b*; dico pondera *d* & *e* in æquilibrio fore.

XXVI.

XXVI. Ad demonſtrandam hanc propoſitionem imaginari nobis poſſumus, pondera *d* & *e*, mutare figuram, & ambo oblonga evadere, ita ut totum pondus *d* ſit extenſum in figura *e f* (fig. 2.) duplo longiori quam *a c*, quo ſemper in *b* ſuſpenſum maneat & dimidium ipſius *d f*, ſit æquale *a c*. Eadem ratione pondus *e* longius reddatur in figura *g f*, duplo longiori, quam *a b*, ita ut ſemper in eodem puncto *c* ſuſpenſum maneat, & dimidium *e f* ſit æquale *a b* Hæc duo pondera ſic longiora reddita ſe tangent in *f*, quoniam dimidia *e f* & *d f* ſimul ſunt æqualia ambobus brachiis Libræ *a b*, *a c*: h. e. toti longitudini *b c*, aut *d e*, quæ eſt æqualis ipſi *b c*, quoniam hic ſuppono *d e* parallelam eſſe *b e*; & alioquin lineas *b d* & *c e* etiam parallelas haberi (10). *Demonſtratio.*

XXVII. Cæterum, ſicut ſupponere poſſumus duo hæc pondera conſtare ex materia homogenea cujus partes æque magnæ ſunt æque graves, neceſſe eſt, ut ita longiora reddita, ſint ejusdem ſpiſſitudinis, & ambo priſma conſtituant, vel baculum prorſus uniformem. Quoniam enim omne pondus *o f*, eſt ad omne pondus *f g*. uti *a c* ad *a b* per hypotheſin, aut uti longitudo *c f*; (dupla ipſius *Demonſtratio.*

ac) ad longitudinem *fg*, (duplam ipſius a b;) ſequitur ſecundum regulas geometricas de ſolidis, ſpiſſitudinem duorum priſmatum iſtorum æqualem eſſe; quoniam regula generalis eſt, priſmata ejusdem craſſitiei, inter ſe eſſe uti eorum longitudines.



item priſmata, quæ inter ſe ſunt uti longitudines eorum, eſſe ejusdem craſſitiei. Igitur duo priſmata *ef*, *fg*, cum ſint inter ſe ſicut longitudines *ef*, *fg*; neceſſario ejusdem ſunt craſſitiei, & ita priſma totale vel baculum uniformem faciunt.

Demonſtratio. XXVIII. Conſiderando jam priſma hoc totale, ut pondus unicum & con-

continuum, reperiemus, ipsius centrum gravitatis debere esse in *h*, quod suppono punctum medium totius corporis, *o g* (5) Jam punctum hoc *h*, perpendiculariter imminet puncto *a*, quoniam enim tota longitudo *o g*, dupla ipsius *b c*, dimidiũ ejus *o h* erit æquale eidem *b c*, & quoniam *o d*, æqualis ipsi *a c* necesse etiam *d h*, esse æqualem ipsi *a b*, ita cum *d* cadat sub *b* *h* cadet etiam sub *a*.

XXIX. Imaginemur jam nobis omne filum rigescere, & consideremus *o d b e e g* ut corpus unicum & inflexile, ita tamen ut tota Libra *b c* & fila rigida sine omni gravitate considerentur; videbimus totum hoc corpus suspensum ex *a* in quiete manere, quoniam linea directionis *a h* per centrum gravitatis *h* & punctum suspensionis *a* transit. (22) Filis ergo mollioribus factis & flexilibus, totum in quiete manebit ut ante; (24) immo tunc adhuc quiescet, si concipiamus corpus divisum in f, quia tum pondus *f g*, in eodem situ manebit, utpote suspensum in medio sui & centro gravitatis *e*, tum corpus *o f*, ceu semper in centro gravitatis *d* suspensum. Ergo si tandem imaginemur nobis pondera hæc *o f*, *f g* abbreviari *Demonstratio.*

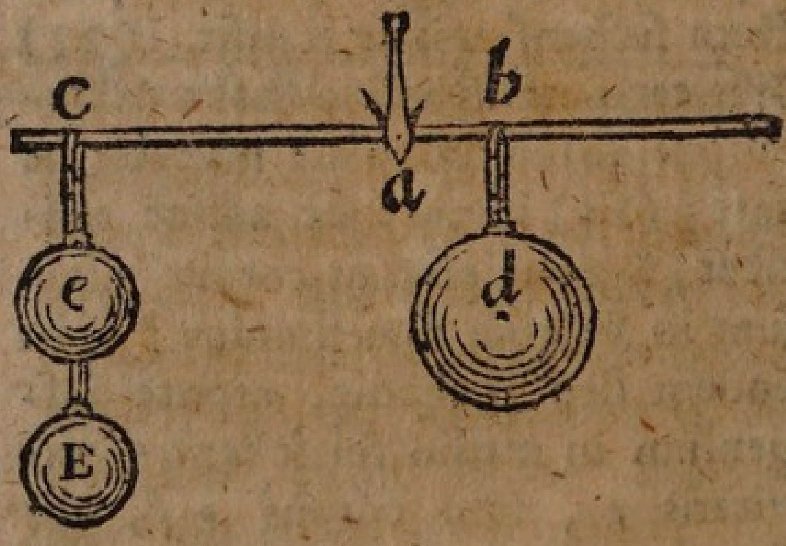
& ad priorem figuram redire (fig. 1.) etiam tum in quiete manebunt, quoniam quodlibet eorum ſemper eodem puncto Libræ *b*, aut *c* appenſum, a ſuo latere eodem modo trahit, qualicunqne figura fuerit præditum; (23) Et conſequenter hæc duo corpora ita in quiete poſita, ſunt in æquilibrio, quod E. D.

Nota ad demonſtrationem Archimedis.

XXX. Qui norunt quid in hac materia dicant interpretes & Commentatores Archimedis, animadvertent, in adducta demonſtratione omnes difficultates evitari, quibus ſubjacet ordinaria demonſtratio.

Longitudo filorum, e quibus pondera dependent, nihil refert.

XXXI. Plura adhuc circa eandem notari poſſunt, quale eſt illud, nihil referre, num pondera appendantur filis longioribus, num bre-

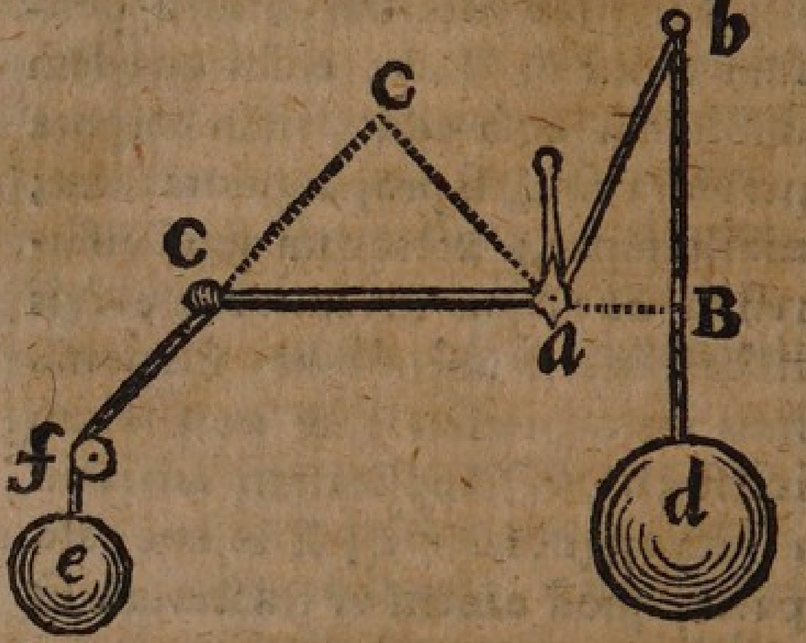


vioribus; manifeſtum enim, ſi pondus *e* appenſum filo *c e*, eſt in æquilibrio

librio cum pondere *d*, idem quoque illi æquilibre futurum, si sit appensum filo *c E*. Licet enim quædam dubitandi ansa adsit, num corpora graviora sint, si propinquiora terræ; nihilominus, præterquam quod differentia hæc, quæ invenitur in parvis hisce filis, est insensibilis, supponimus idem pondus (& non solum idem corpus) applicatum antea in *e*, jam applicari in *E*; & in hoc casu patet, quod eadem vi tracturum sit punctum *c*. *bil refert.*

XXXII. Notandum adhuc, brachium Libræ, unde pondus suspendi censemus, ad perpendiculum insistere debere lineæ directionis. V. g. si brachium Libræ *b a* retractum est, concipienda venit linea horizontalis *a B*, quæ perpendicularis cadit in lineam directionis *b d* in *B*, & tunc pondus *d* censebitur suspensum in puncto *B*, & brachium solummodo erit *B a*. Similiter si pondus *e* paululum ad latus trahit ope trochleæ *f*, continuatur linea *f c C*, & ducitur *a C* perpendicularis, brachiumque Libræ erit *a C*, & non *a c*. Ita ut longitudo brachii sumenda a centro bilancis usque ad locum ubi perpendicularis lineam directionis ponderis secat, V. gr. hic *Quomodo longitudo brachiorum libræ determinanda?*

longitudines brachiorum sunt *a B* &

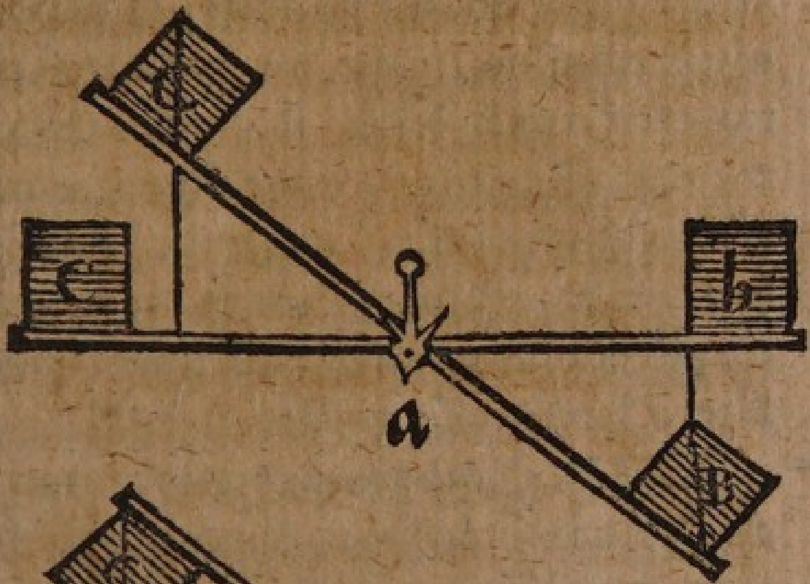


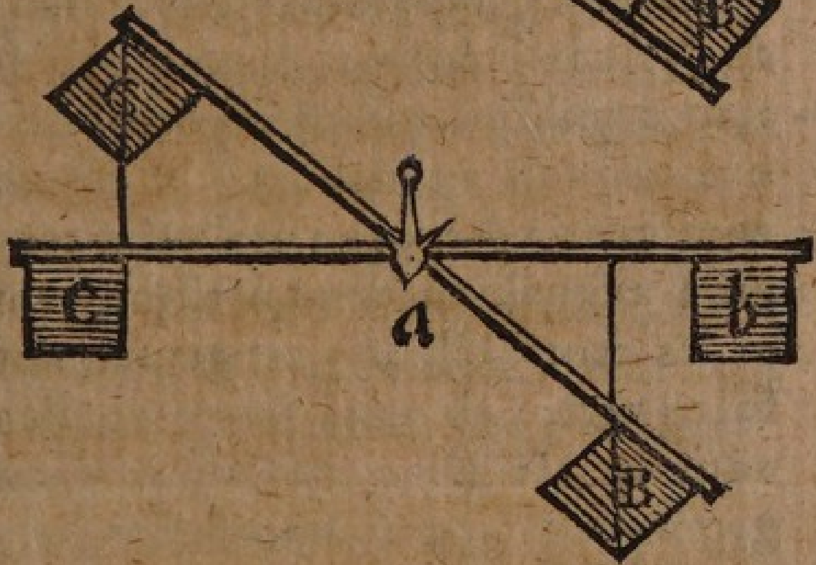
a C. & non *a b* & *a c*; sic pondera *d* & *e* erunt uti *a C* & *a B.*

Casus ubi libra ipsa æquilibrio sese restituit.

XXXIII. Notandum præterea, quod si pondera Libræ imposita in æquilibrio sunt; quamprimum paululum Libram versus alterum latus inclinaveris, pondus ejusdem lateris prævaliturum & effecturum sit, ut statera plane vacillet; quoniam in situ obliquo Libræ, linea directionis B longius ab *a* recedet, & linea C. propius ad idem *a* accedet. E contrario si pondera inferne affixa; licet libram aliquantum inclines, statim tamen in situm horizontalem revertetur, quoniam in situ obliquo Libræ, linea directionis B propius ad *a* accedit, & linea C. longius recedit; sic C. prævalet.

XXXIV.





Libræ fallaces.

XXXIV. Videmus quoque Libras fallaces variis modis construi posse. Si enim brachia earum inæqualis longitudinis sunt, duæ lances, quæ in æquilibrio sunt vacuæ, etiam in æquilibrio manere possunt, positis in iis ponderibus inæqualibus. Sic si ducatum justo leviorem lanci imponas, longiori brachio appensæ, credes justi ponderis eam esse; sed fallacia hæc evitatur, si situs immutatur & ducatus in altera lance, in qua antea reponebatur pondus, & deponitur pondus in ea, in qua antea erat ducatus. Item si lances filamentis alligentur, quorum extrema aliquantum infra centrum lancis sunt, in æquilibrio manere videbuntur, licet plus ponderis ab uno quam altero latere esse possit.

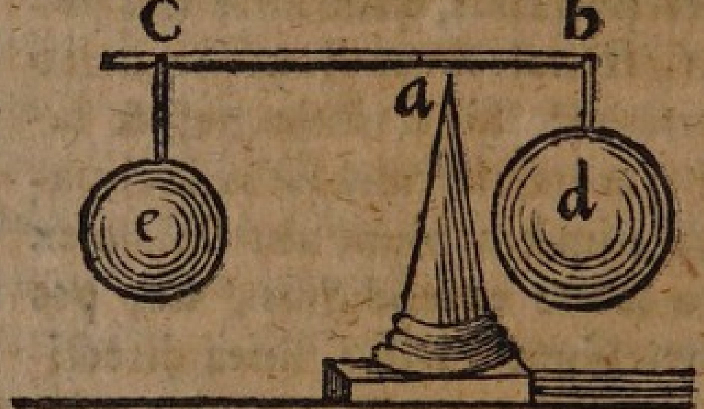
Leges æquilibrii observata in animalibus.

XXXV. Notanda denique miranda Naturæ industria, & usus regularum æquilibrii, qui est in compositione corporis animalium, in eorum consistentia & motu; ita enim corpora animalium composuit, ut, cum pedes centri Libræ vices gerant, aut fulcri vectis, ab omni latere pondus adsit æquale. Hinc omnium partium geminarum una ab uno latere, altera ab altero æqualiter a medio distat, sicut brachia, aures, oculi renes; & partes simplices sunt in medio, sicut nares, os, mentum; si vero non sunt in medio, alia ab altero latere pars adest, contrarium pondus addens, sicut fel & lien, cor & pulmones. Sic quoque si ab anteriori parte partes adsunt extreme graves etiam a posteriori aderunt contrapondium sistentes; De qua materia Galenus pulchram animadversionem habet. Præterea Natura animalia ita fecit, ut in omni-

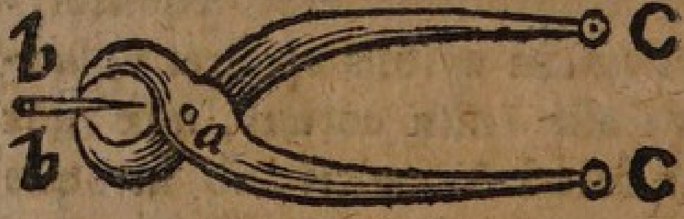
omnibus situbus æquilibrium habeant, semper æqualiter distributo utrinque pondere corporis. Sic magno ventre præditi retrorsum inclinantur; contra gibbosi aut sarcinam dorso impositam gestantes, antrorsum incurvantur. Si quid a terra sublaturi inclinamur, reponimus pedem, aut ad minimum podicem totum; nam alias caderemus, cum plus ponderis in anterioribus adesset. Inde est ut nihil e terra tollere possimus, quod ante nos positum, si calces conjunctim muro apponantur. Sic si titubamus & lapsuri versus alterum latus inclinamur, statim brachium aut tibiam ex altero latere extendimus, ut, pes aut brachium a basi s. linea directionis hac ratione recedens, plus valeat ad retinendum reliquum corporis in æquilibrio. Hoc æquilibrium etiam in avibus apparet volantibus, alæ enim eorum, quæ sunt instar fulcri & centri, ab utroque latere æquale semper addunt pondus. Sic Aves longo collo gaudentes, etiam longos habent pedes, quos volando retrorsum extendunt, sicut Ciconiæ. Si aves in altum se levare volunt, alas protrahunt versus caput, eum in finem, ut cum plus ponderis adsit versus caudam, caput paululum elevetur, & in altum dirigatur, quo motus fieri debet. Contra si descendere volunt, retrahunt alas retrorsum, ut, capite inclinato deorsum, omnis motus eo tendat. Multæ aliæ ejus generis reflexiones adsunt, quas quilibet sibi facile facere potest, non sine delectatione, modo paululum attentus sit.

Vectis sive libra fulcita.

XXXVI. Idem appareret effectus in libra, si non suspenderetur,



sed fulciretur in cuspide quadam, ubi

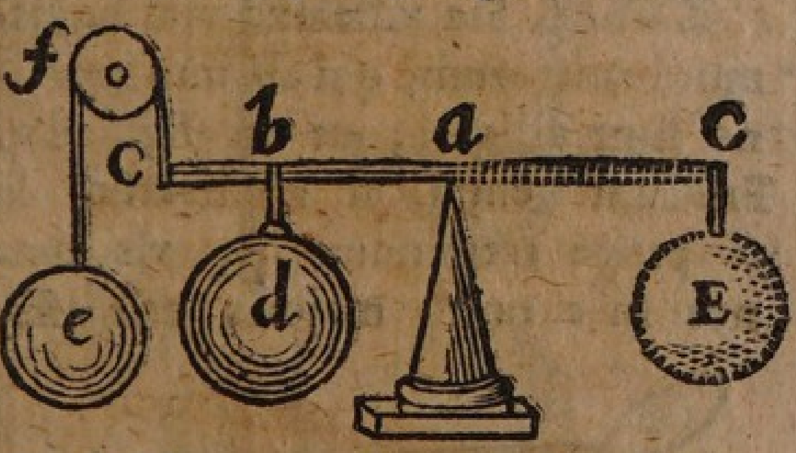


libere

libere titubare poteſt, & tunc rectius vectis vocaretur, quam Libra.

XXXVII. Inde ratio dari poteſt de vi forficum, forcipum & ſimilium machinarum. Sunt enim totidem vectes, vel potius in unoquoque inſtrumentorum iſtorum adeſt par vectium, cujus centrum eſt clavus *a*, eosdem conjungens, & ſicut brachia quæ manu tenemus, h. e. *a c*, *a c* longiores ſunt falculis *a b*, *a b*, ita vis brachiis applicata, magni eſt effectus. *Vires forficum & forcipum.*

XXXVIII. Vectis fulcrum ſuum in extremitate habere poteſt, v. g. imaginemur nobis perticam *c a* fulcitam extremo ſuo, *a*, ab altero extremo pendeat funis qui trochleam tranſiens, *f*, ſit alligatus ponderi *e*, quod punctum *c* perticæ, attollere nitetur; in alio puncto *b* ejusdem perticæ, ſit ſuſpenſum pondus *d* *Vectis in extremitate fulcrum habens.*



quod idem punctum *b* in pertica detrudere nitetur. En duos contrarios nisus. Si duo hi nisus in æquilibrio manent, ita ut unus non superet alterum, erunt in ratione reciproca distantiarum, i. e. sicut longitudo *c a* se habet ad longitudinem *b a*, ita erit pondus *d* ad pondus *e*. Si enim imaginemur perticam in C productam, ita ut *a C* sit æqualis *a c*; & supponamus pondus E æquale ponderi *e*, sit suspensum in C; pondus hoc E tantundem allaborabit, ut dejiciat punctum C & consequenter ad attollendum punctum *c*, quantum pondus *e*, ad attollendum punctum *c*. Ita loco applicationis ponderis *e* in *c*, applicari potest in C, ubi manebit in æquilibrio cum pondere *d*; & consequenter (25.) cum eo erit in proportione reciproca distantiarum, *a C*, *a b*.

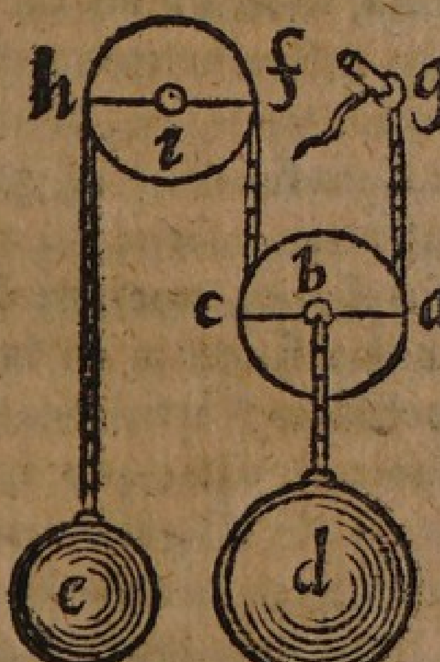
Vis certi generis cultri. XXXIX. Sic videmus vim hujusmodi cultrorum, qui ab uno termino sunt alligati, ut in fig. seq. Frustum enim si applicatum in *b* prope terminum *a*, vis manus in *c* tanto majoris erit effe-

ctus

ctus, quanto longius distabit ab *a*, quàm *b*. Eodem modo videmus januam premere magna vi illud quod propè cardines; & si duo homines connitantur, alter ut aperiat, alter ut claudat januam, habilitas eorum in eo consistet, ut tantum a cardine distent, quantum poterunt. Videmus insuper fortius nos mordere dentibus interioribus maxillæ, quam anterioribus; quoniam maxillæ moventur quasi circa centrum quoddam, quod est versus fundum maxillarum.

De Trochleis.

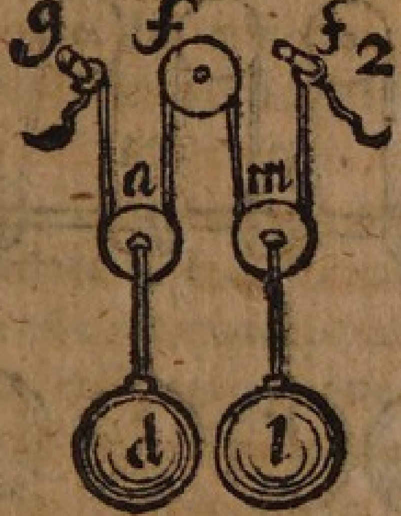
XL. Alligetur funis clavo fixo *g*, & transeat supra trochleam *a c*, deinceps iterum supra trochleam fixam *f h*; sintque duo pondera *d* & *e* appensa, unum in centro trochleæ, *b*,



 alterum

alterum in extremitate funis; hæc duo pondera nituntur contra se invicem; & si sunt in æquilibrio, pondus *d* erit duplum ponderis *e*. Considerandа enim trochlea *a c*, instar vectis fulciti in extremo *a*; & revera, loco trochleæ imaginemur perticam *a c*, alligatam extremitate sua *a* funi *g a*; deinceps alius funis alligetur alteri extremo, *c*, quo attrahamus in altum, sive immediate per manum, sive ope trochleæ *f b*, & ponderis *e* si jam pondus *d* appendatur medio perticæ, liquet, (38.) vim applicatam in *c* adæquantem vim applicatam in *b* non nisi dimidium esse ipsius *d*. Nihil jam refert, num vectis *a*|*c* sit pertica lata an arcta, rotunda an quadrata, potest ergo instrumentum esse rotundum instar trochleæ; Nihil quoque refert, num funis sit alligatus in *a*, aut replicatus inferne, ut assurgat per *c* versus *f*; ita trochlea hæc est vectis, cujus fulcrum in latere *a*. Quod trochleam *f*, attinet ea nec auget nec diminuit vim; quoniam supponimus eam esse alligatam per centrum suum *i*, circa quod volvitur. Ita est ergo libra duo brachia æqualia habens, *i f*, & *i b*, ita ut vis applicata in in *b* per pondus *e* ut trahat deorſum punctum *b*, eundem habitura ſit effectum ac ſi in *f*, applicaretur ad attollendum punctum *f*.

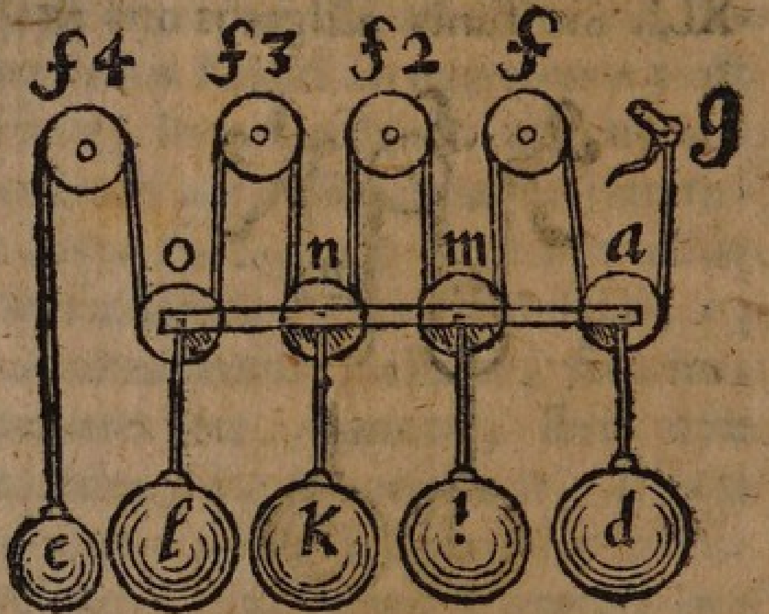
XLI. Sic funis alligatus una ex- *Æquilibrium in trochlea.*



tremitate clavo *g*; & altera clavo *f* 2, tranſiens tres trochleas *a*, *f*, *m*, quarum *f* habeat claviculum fixum; reliquæ duæ fulciantur fune. Sint porro duo pondera *d* & *i* æqualia, ſuſpenſa per duas trochleas *a* & *m*; dico hæc duo pondera fore in æquilibrio, & minimam vim ſufficere ad alterum attollendum trahendo alterum deorſum, id quod oppido liquet. Idem accideret, ſi major numerus trochlearum adeſſet, *a*, *m*, *n*, *o*, &c. ſuſpenſarum eodem fune, qui recurreret per totidem trochleas *f*, *f* 2, *f* 3, *f* 4, &c. quæ claviculos fixos haberent; tunc enim omnia pondera *d*, *l*, *k*, *i*, &c. ſibi invicem æqualia, in æquilibrio erunt,

erunt & minima vis ea ascendere aut descendere faciet.

De trochleis multiplicatis. XLII. Si in extremo funis alligetur pondus *e*, quod tantum dimidium



sit unius ponderum *l*, *k*, &c. hoc pondus *e* solum tenebit in æquilibrio omnia reliqua pondera *l*, *k*, *i*, *d*, quantus etiam eorum numerus. Si enim funis firmiter alligatus in *f* 3 esset in æquilibrio cum *l*; (40) sed *k* & *l* secundum prædicta in æquilibrio existentia, æqualiter trahunt utrinque ut vertant trochleam *f*, quodlibet in suam partem. Hinc cum vis eorum æqualis est, trochlea immobilis manet, ac si firmiter alligata esset; Ita ut funis *o*, *f* 3, possit putari firmiter alligatus in *f* 3, vera enim reliqua pondera *k*, *i*, *d*, non magis eam agitant trahendo, ac si troch-

trochleæ earum planè immobiles essent, & funes in *f* 3, *f* 2. &c. alligati. Jam si funes isti ita alligati essent, pondus *e*, esset in æquilibrio cum pondere *l*, (40) sicut est, licet funis liberè transeat super trochleas f 3, f 2, &c. sic minima vis detrudens *e* deorsum, sufficeret ad *l* attollendum.

Vis trochlearum separatarum.

XLIII. Cogitemus jam omnia hæc pondera *l*, *k*, *i*, *d*, tam inter se connexa esse, ut, quamprimum unum attollitur, reliqua quoque attollantur; quod intelligi potest, si imaginamur nobis, trochleas esse ligatas ope perticæ transversæ; aut capsulæ inclusas. Tunc enim non majori labore opus erit ad levanda omnia hæc pondera, quam ad levandum primum, quoniam omnia in æquilibrio existentia nec ascensui nec descensui resistunt, uti monstravimus (41) Ita si supponimus, *e* habere vim attollendi primum pondus *l*, eo in casu quo hoc pondus *l*, solum fit, aut omnes hæ trochleæ *f* immobiles eandem etiam haberet ad attollenda omnia reliqua pondera k, *i*, *d*, quoniam hæc pro nihilo putantur utpote nullâ ratione resistentia; ita ut omnes hæ trochleæ, *o*, *n*, *m*, *a*,

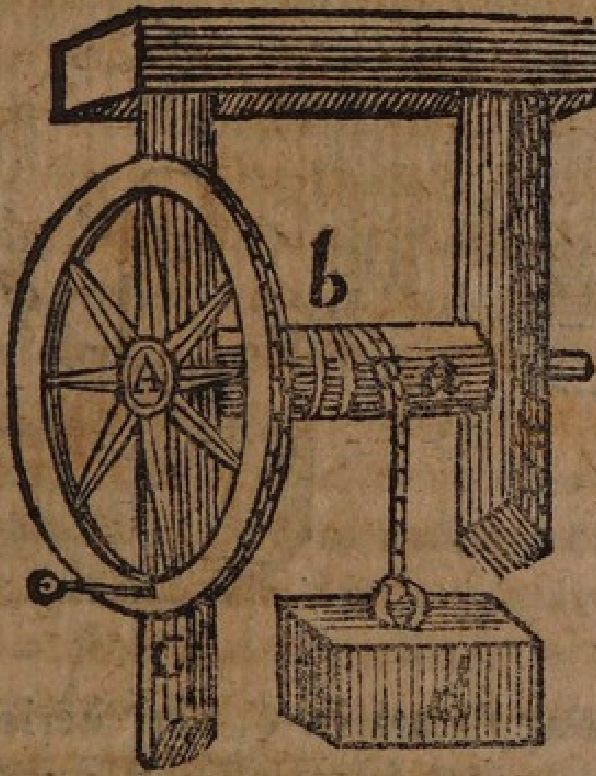
capsulæ

capsulæ inclusæ, absque resistentia ascensuræ sint, quamprimum trochlea *o* ascendet, & per consequens futurum, ut pondera alligata attollant.

Vires trochlearum invicem junctarum. XLIV. Si denique imaginemur nobis, omnia hæc pondera *l*, k, *i*, *d* in unum pondus coacervata, videmus sanè non amplius resistere ita unita; & hac ratione parvum pondus *e* poterit adæquare in finitis modis majus quod à pluribus trochleis secundum præscriptum modum dispositis suspenditur.

Vis est sicut unitas ad duplum numeri trochlearum. XKV. Facile notandum, proportionem virium quæ tenent æquilibrium ope trochleatum, esse uti unitatem ad duplum numeri trochlearum suspensarum; sicut igitur hic quatuor trochleæ sunt, *a*, *m*, *n*, *o*, pondus *e* unius libræ, adæquabit pondus totale *d*, *i*, k, *l*, octo librarum, & unicus vir trahens funem in *e*; resistet octo aliis capsulam trochlearum *a o* trahentibus.

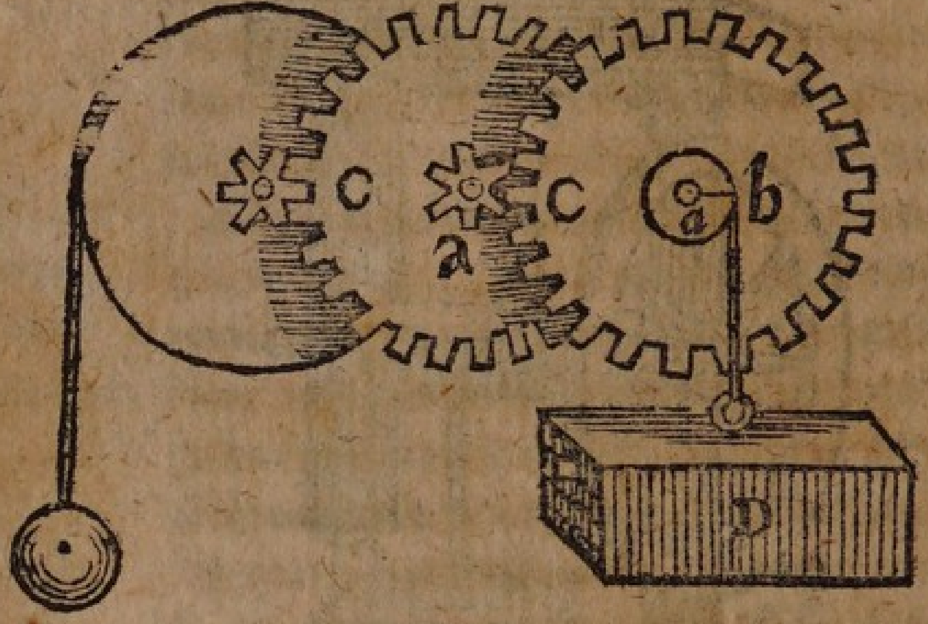
De axi rota. XLVI. Sit rota *A C*, axis ejus *A d* circa quem convolvatur funis sustinens pondus *d*. Manus applicetur manubrio *C*, ad volvendam rotam, & attollendum pondus *d*. Cum igitur manus applicata sit in magna distantia à centro *A*, videlicet *C A* & pondus



dus e contrario applicatum in parva â centro *a*, videlicet *b a*; parva vis in *e* adæquabit magnam in b; & ambæ vires in æquilibrio existentes, erunt sicut *C A* ad *b a*; i. e. sicut magnitudo sive diameter rotæ ad magnitudinem sive diametrum axis.

XLVII. Ope rotarum dentatarum, mirè vis augetur; si enim prima rota Diametro constat sexies, aut decuplo majori quam axis *a c*, vis libræ unius applicata in *c*, æquabit pondus *D* sex aut decem librarum. Si vero primæ hujus rotæ dentes incidant dentibus axeos (a) secundæ rotæ, ita ut hæc secunda rota etiam sex, aut dedecies major sit axe suo vis unius *De rotis dentatis.*

libræ



libræ applicata in *C*, peripheriæ secundæ rotæ, idem efficiet quod sex vel decem libræ applicatæ axi (a) & eadem hæc vis sex vel decem librarum in axe (a) applicata peripheriæ primæ rotæ *C*, idem efficiet quod vis sexies vel decies major applicata in *b*. Ita unica libra in *C* adæquabit triginta sex vel centum libras in *b*. Si jam tertiam, aut quartam rotam addas, etiam diametris sexies vel decies majoribus constantes quam axes, vis semper multiplicabitur per sex vel decem; ita ut unica libra *e* applicata peripheriæ quartæ rotæ, adæquaret mille ducenta nonaginta sex, vel duo millia applicata in *b*.

Machina ad terram

XLVIII. Patet admodum, multiplicando rotas, attollli posse pondus

æque

æque grave ac Terra tota, modo machina certo loco ſtare poſſit, & reſtes fortes ſatis adſint. Hinc non inanis nec abſurda propoſitio illa Archimedis, quem dicunt punctum extra terram petiiſſe, ut hanc totam e loco ſuo moveret.

loco ſuo dimovendam.

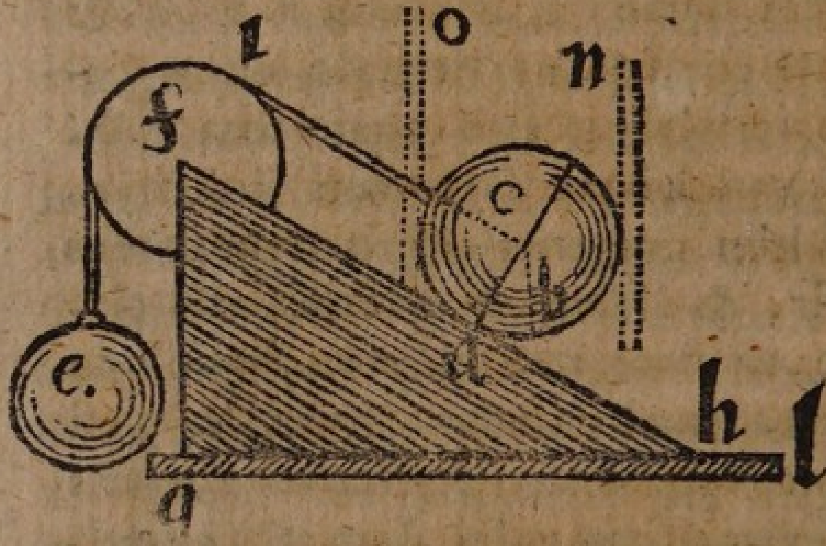
XLIX. Ut rotæ agere poſſint, neceſſe eſt dentes cujuslibet axeos eſſe æquales dentibus rotæ itsdem occurrentis; intervalla dentium etiam æqualia ſint oportet; ſimiliter numerus dentium axium & rotarum, ſemper proportionatus erit eorum magnitudini; ſi ergo rota decies axem ſuperat, etiam decies majorem numerum dentium habebit & per conſequens decuplo citius circumvolvetur axis quàm rota ipſa. Ita ut ad menſurandam vim rotæ, ſaltim numerus dentium notandus ſit, & videndum quoties axis circumvolvatur, eo temporis ſpatio, quo rota ſemel circumvolvitur. V. g. ſi hic reperias axem tertiæ rotæ tricies ſexies circumvolvi, dum axis *a b* primæ rotæ ſemel circumit, concludendum, libram applicatam axi tertiæ rotæ adæquare triginta ſex libris applicatis axi *b*, & ſi unica libra applicatur peripheriæ tertiæ rotæ, quam ſuppo-

Vis rotarum multiplicatur ſicut earum peripheria.

ſupponimus adhuc ſexies majorem axe ſuo, habebit adhuc ſexies majorem vim, & adæquabit ducentas & ſedecim libras appenſas in *b*.

De Plano inclinato.

L. Sit *planum horizontale h. g.* hoc eſt tabula ad normam poſita, nullatenus inclinans. Sit adhuc *Planum inclinatum h, f,* hoc, tabula inclinans ad alterum latus. Globus poſitus in plano hoc, retineatur ope funis *c i,* qui parallelus plano inclinato & tranſiens trochleam *f.* ſuſtinet pondus *e*; ita ut dum pondus *e* trahit ex ſua parte in altum evecturũ globum, & globus ex ſua parte reſiſtit pondere ſuo, æquilibrium exiſtat;



Dico pondus ita ſuffulcitum plano inclinato, plus ponderare quàm pondus in aere ſuſpenſum, & ſint juxta lineam perpendicularem, ad horizontem, *f g*, trahit, pondus *c* fore ad pondus *e* uti *h f* ad *f g*. LI.

LI. Imaginemur enim nobis, totum pondus globi istius coacervari in lineam vel baculum, *a c*, perpendicularem plano *h f*, qui centrum gravitatis in *c* habeat sicut & globus, & etiam uti globus plano inclinato insistat in *a*. Patet funem *i c*, trahi a pondere hujus baculi, sicut antea a globo. Imaginemur adhuc baculum hunc non solum impositum termino *a*, sed ibi quasi alligatum, ita tamen, ut ibi volvi possit, tanquam circa punctum fixum, ut inclinet in *h*, aut elevetur versus *i*. Ducatur horizontalis *a b*, & perpendicularis *c b*. Considerare possumus *c a b* instar trutinæ cujus centrum est *a*, brachium alterum *a c*, ita ut pondus *e* sit applicatum in *c*; & perpendiculariter trahat versus *i*; alterum brachium est *a b*, ita ut baculus *a c*, applicetur puncto *b*, (32) Jam cum pondus *e* trahat ab una parte & baculus ab altera, & hæc duo corpora maneant in æquilibrio, necesse est pondus baculi *a c*, esse ad pondus *e* uti distantia *a c* ad distantiam *a b*, (25 vel 32.) Sed *a c* est ad *a b* uti *h f* ad *f g*, quoniam hæc duo triangula *a b c*, & *f g h* sunt similia; primô enim angulum rectum habent, *b* & *g*, & cum præterea *b a h*, æquetur ipsi

Vis ponderis in plano inclinati.

ipsi $a\,h\,g$, (geomet. 1, 31.) necesse est & horum complementa $b\,a\,c$, & $q\,f\,g$, esse æqualia. Ulterius liquet, globum idem efficere quod baculum ita applicatum. Hinc & pondus globi est ad pondus e, uti $h\,f$ ad $f\,g$; Q. E. D.

Animadversio in quandã legem motus propositum in Discursu de Motu locali,

LII. Antequam ulterius progrediamur, utile est, hic reflexionem quandã addere, quæ lumen afferet ad rectius intelligendam legem quandam motus, quæ peregrina visa plurimis eorum, qui eam in discursu de motu locali legerunt. Postquam in hoc tractatu id adduximus, quod accidere posse credidimus corporibus in percussionibus, diximus §. 32. omnia ista observatum iri si corpora sibi mutuo occurrentia inæqualia forent, licet experientia, uti eodem loco notavimus, contrarium doceat, quonium videmus, parvum globum impingendo in majorem, in ipsum non omnem suam effundere velocitatem. Hinc evenit, ut plurimi eorum, qui de his regulis percussionis egerunt, velocitatem a motu distinxerint, & crediderint æqualem motum communicatum corpori bis majori, non nisi bis minorem velocitatem efficere debere. Sicut enim certa salis quantitas injecta cyatho ad dimi-

dimidiam usque partem aquâ repleto, ſalſedinem efficit duplo majorem, quam ſi eadem quantitas injecta ſit cyatho pleno; ita hi Viri credunt eandem quantitatem motus diſtributam in duplo plures partes, & corpus bis majus debere duplo minori velocitate gaudere; & quod ita corpus parvũ cum corpori magno, qnod offendit, nil amplius quam motum ſuum omnem communicare poſſit, non poſſit ipſi velocitatem ſuam communicare, quoniam motus hic debeat agere velocitate proportionaliter minori prout in plures partes diſtributus eſt, & majori corpori communicatus.

Motus non diſtribuitur partibus corporis, uti ſal partibus aquæ

LIII. Ignoro qualem ideam de motu habeamus, dum eundem inſtar ſalis conſideramus, & ponimus, quod, ſi diſtribuatur in plures partes unius corporis, ibi aut majorem aut minorem velocitatem acquirat inſtar ſalſedinis, pro ratione multitudinis partium hujus corporis, per quod diſtribuitur. Non concipio quomodo motus communicari dicetur vel diſtribuatur, niſi id fiat hac ratione, quod corpus quoddam & omnes ejus partes movemus: Parvus globus non tranfundit motum in alterum globum, quem ferit, ſed feriendo eum movet. Id jam in quæstione est, an magno & parvo motum æque velocem imprimere possit; & mihi quoque videtur in suppositione, quam fecimus, & in qua convenimus omnes, corpora tanquam in vacuo absque gravitate, levitate, & alio quocunque impedimento considerari debere; Mihi, inquam, videtur manifestum satis esse, in hoc casu non majori opus esse vi, ad corpus magnum quam ad parvum movendum; nec majorem requiri laborem ad movendas decem partes, quam ad movendas quinque, quoniam nec quinque nec decem ullatenus resistunt. Et certe, quoniam globus feriens alium sibi æqualem, eum movere potest, & dum movet, eidem omnem velocitatem suam communicare: uti omnes in eo conveniunt; si secundum hunc globum consideramus junctum tertio qui nullam novam resistentiam addit, nonne manifestum est, eandem vim quæ sufficit ad movendum secundum globum, si solus esset, sufficere etiam ad movendum eadem velocitate, si juncta sit huic tertio, qui nullam novam addit difficultatem? Verum equidem est, in statu eo, in quo nos sumus, plus laboris nobis esse in movendo lapide, magno quam parvo;

parvo; nemo vero ignorat, hoc tribuendum resistentiæ, quam gravitas horum lapidum parit. Si enim magnus lapis non esset gravior parvo, non dubitandum eundem eadem facilitate moveri posse.

Quæ Cartesius de resistentia corporum quiescentium habet, rationi contrariantur.

LIV. Cartesius affirmat, corpora absq; gravitate a se ipsis hanc habere vim, ut ei loco affixa maneant ubi quiescunt, ita ut non sine labore inde emoveri possint; hoc autem concipi nequit. Quomodo enim concipi potest, corpus affigi posse in vacuo ei loco, ubi nihil adest, aut certe nihil firmi & solidi. Ut corpus adhæreat alicubi certe corpus quoddam solidum reperiat necesse est & immobile, cui inhærere possit, sicut anchora navis rupi inhærens. Sed quale medium, quo navis immota adhæreat & figatur in medio maris, in fluiditate aquæ, cui innatat? Quo vinculo corpus, in medio aeris suspensum, ibi ita affigi poterit, ut immotum maneat, & resistat omni isti, quod ipsum loco movere annitatur? Et quod majus est, quomodo nobis imaginari poterimus, corpus adhærescere vacuo, ut immotum reddatur, & resistat omni isti quod id inde trahere allaboret? Sani vix mihi persvadere possum, hos viros clare concipere, quod hic dicunt ii ipsi, qui nihil a se admitti profitentur, quod non possit facile concipi. Sed ne moras diuturniores nectam, evidenter demonstraturus quam difficilis intellectu sit hæc sententia Cartesii; spero in sequentibus discursus hujus de Mechanica evidens fore, plane naturæ contrariam eam esse. In corporibus nullam resistentiam imaginari poterimus, ex eorum parte fortiorem & efficaciorem hac, quam ab ipsorum gravitate proficisci experimur; Interim annitor demonstrare in discursu de motu corporum gravium, quod parvum granum arenæ, dum cadit in lancem trutinæ unam, attollat alteram, ubi sit aliud pondus æque grave, si placet, ac tota Terra, ipsique communicet omnem velocitatem, quam habebat dum descendit; & hæc omnia adeo plausibilia reddam, tot etiam experimentis confirmabo, ut sperem non aliena videri quæ in §. 31. præmisi.

Quod parvum corpus velocitatem suam magno communicare teneatur.

LV. Interim, ut eo utar, quod probavi in hoc discursu de planis inclinatis, considerare possumus pondera homogenea *e* & *c* (fig, aph. L) quæ cum in æquilibrio sint, nihilominus admodum inæqualia sunt, ita ut *c* decies vel centies majus esse possit

quam

quam *e*. In hoc casu, si quid licet minimum, addamus ponderi *e*, hoc pondus vincet & descendendo attollet eadem velocitate alterum pondus *c*. Patet ergo corpus hoc parvum *e* non solum movere posse corpus decies & centies majus ipso, sed insuper ei communicare velocitatem suam; id quod sufficit ad demonstranda quæ volui.

Corpus planum super plano inclinato.

LVI. Si loco globi nobis imaginemur corpus planum & superficiem hujus corpus & plani inclinati adeo politam, ut corpus hoc delabatur absque ulla resistentia; conciperemus, hoc corpus eundem habere nisum descendendi, quem habet globus; tota quoque differentia, quam observamus jam, dum videmus globum descendere facilius ac corpus planum, inde est, quod superficies nunquam adeo politæ sint, quin asperitas quædam remaneat, quæ facit, ut unum in alterum impingat, & eo ipso aliquantum impediatur in motu.

Proportio vis descendendi in plano inclinato.

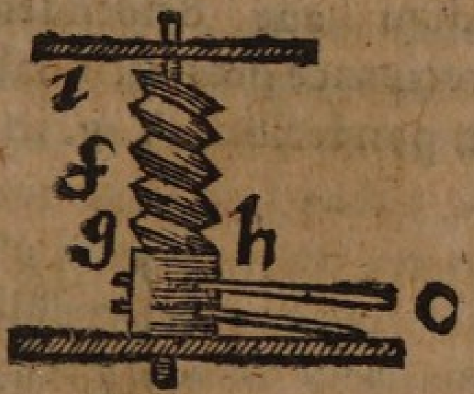
LVII. Sic in genere ponere possumus, conatum corporis descensuri in plano inclinato *fb*, (fig aph L.) esse ad totam gravitatem, uti perpendicularis *fg* ad planum inclinatum; vel sicut sinus anguli inclinationis *fbg* ad sinum totum.

De Cuneo. LVIII. Hinc cognoſcimus vim cunei; ſi enim concipiamus totum corpus *fhg*, inſtar cunei, &, cum antea nobis imaginaremur, pondus *c* trahi in altum verſus *f*, nunc ſupponamus, cuneum trudi verſus *l*, dum corpus *c* incluſum eſt clatro *no*, in quo aſcendere vel deſcendere poteſt; evidens eſt, corpus *c* ſua gravitate reſtiturum & anniſurum, ut impediat motum cunei. Hic conatus idem eſt cum eo quo impedire nitebatur, ne verſus *f* truderetur, in præcedentibus propoſitionibus. Patet enim, eandem ſemper fore reſiſtentiam, ſive cuneo immoto corpus *c* aſcendat in *f*, ſive corpore *c* incluſo clatro *no*, cuneus trudatur verſus *l*. Ita vis ſufficiens corpori attollendo verſus *f*, ſufficiet etiam cuneo tradendo verſus *l*. Ita ut cuneus tanto facilius trudatur, quanto acutior & facies *hf* longior in ratione ad baſin *fg*.

Fig. apb. L.

De Cochlea. LIX. Vis cochleæ inſuper hinc cognoſcitur, quoniam cochlea nihil aliud eſt, quam ſuperficies inclinata, convoluta circa arborem ſive axin. Ita imaginemur, corpus, motui ſuperne reſiſtens, applicatum eſſe in *h*, ſub primam helicem cochleæ, ſi tunc

ſaltim

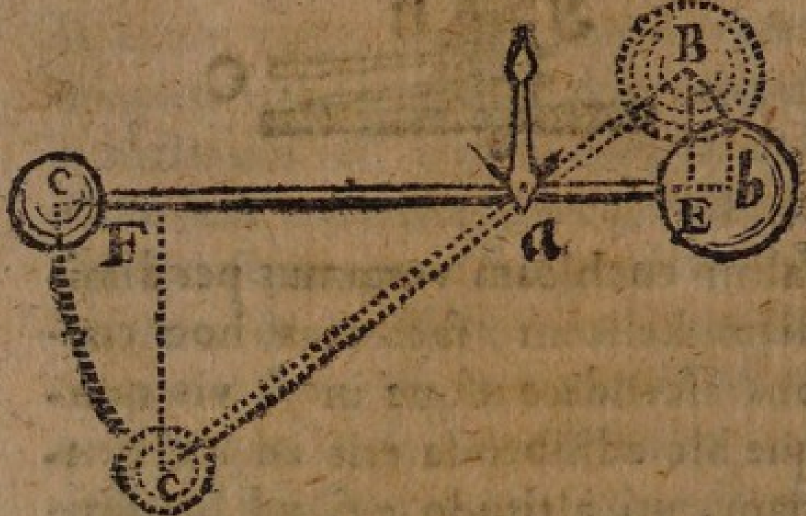


ſaltim cochleam vertamus per dimidiam helicem, faciemus hoc corpus aſcendere uſque in *f*, vis quoque hic adhibenda erit ad reſiſtentiam, uti altitudo *g f*, ad longitudinem dimidiæ helicis *h f*; vel, uti tota altitudo cochletæ *g i*, ad totam longitudinem ſpirarum convolutarum cochleæ. Si cochleæ huic vectem transverſum *c*, jungamus; vim cochleæ augebimus, eo magis, quanto longior hic Vectis, & quanto manus longius ab axe applicatur.

LX. Cochlea etiam paratur, quæ occurrit rotæ dentatæ, eamque vocamus *Cochleam infinitam.* Si enim manubrio quodam vertatur, ipſa rotam maxima vi volvit. *De cochlea infinita.*

LXI. In omnibus hiſce viribus moventibus obſervandum, motum perpendicularem, quem pondera eodem tempore adhibent aut ada- *In omni machina motus*

Si proportionalis est. scendendum aut descendendum, semper reciproce proportionalem esse iisdem ponderibus. V. g. in Libra



bac, si pondus minus, *c*, descendit per arcum *c C*, eodem tempore quo majus pondus *b* ascendit per arcum *b B*, videmus altitudinem perpendicularem C F, esse ad altitudinem *B E* sicut brachium *a c*, ad brachium *a b*; h. e. (supponendo hæc duo pondera esse in æquilibrio) sicut pondus *b* ad pondus *c*; id quod facile in trochleis & omnibus reliquis machinis demonstrari potest.

Principium mechanicum desumptum a tempore & motu. LXII. Quidam etiam exin fecere principium ad demonstrandam rationem omnium virium moventium; & evidens satis videtur, nec plus nec minus virium requiri ad tollendum pondus centum librarum per altitudinem

tudinem pedis, quam unius libræ pondus per altitudinem centum pedum; ita ut pondus unius libræ descendens centum pedes, adæquet ponderi centum librarum emetiens altitudinem pedis unius. Principium hoc quædam continet, quæ menti non adeo perfecte satisfacient, ut demonstrationes inde fieri possint. Verissimum nihilominus est, & post demonstrationes datas de viribus moventibus, audacter pro indubitato haberi potest.

Perpetuum mobile impossibile est per Mechanicam.

LXIII. Hinc ostendi potest, illos operam perdere, qui media inquirunt, perpetuum mobile ope Staticæ conficiendi. Ad hoc certe necessario requireretur, ut certa corpora descenderent, aliaque ascenderent, ita ut eadem, quæ semel ascendêre, etiam deinceps descendant, ac ita motum continuent, successione & circulatione continua. Manifestum vero est, in ejusmodi casibus id, quod descendit, etiam ascendere debere. Si id, quod ascendere debet, est æquale ei, quod descendere cogitur eodem tempore, impossibile est, motum a se ipso fieri, quoniam pondus æquale hoc modo non potest superare aliud æquale. Si descendens majus est quam ascendens, necesse est velocitatem descendentium certa ratione minorem esse; ita ut sicut pondus descendens est ad ascendens, ita velocitas ascendentis sit ad velocitatem descendentis; alias successio non poterit esse perpetua, & plus corporis ascenderet quam descendit, vel contra, plus descenderet quam ascendat; & ita machina mox evacuaretur. Si vero velocitas descendentis est ad velocitatem ascendentis, in ratione reciproca ponderum vel corporum, æquilibrium existet & nullum commovebitur.

Exemplum demonstrans impossibilitatem perpetui mobilis.

LXIV. Consultum est adducere aliquod exemplum; Vidi quendam qui hoc modo perpetuum mobile reperisse se credebat. Sit rota quæ libere volvi possit circa axem fixum *a*. In hac rota parvus sit canalis per modum volutæ factus, oriens a centro *a*, & plurimos gyros faciens usque ad peripheriam; postea hic canalis regreditur in semicirculo per *f g* usque ad centrum *a*, ubi se iterum oculo volutæ jungit. Cogitemus jam globum plumbeum, vel guttam argenti viri, esse in principio volutæ *b*; hæc gutta sive hic globus sequens inclinationem volutæ, descendet ad

infi-

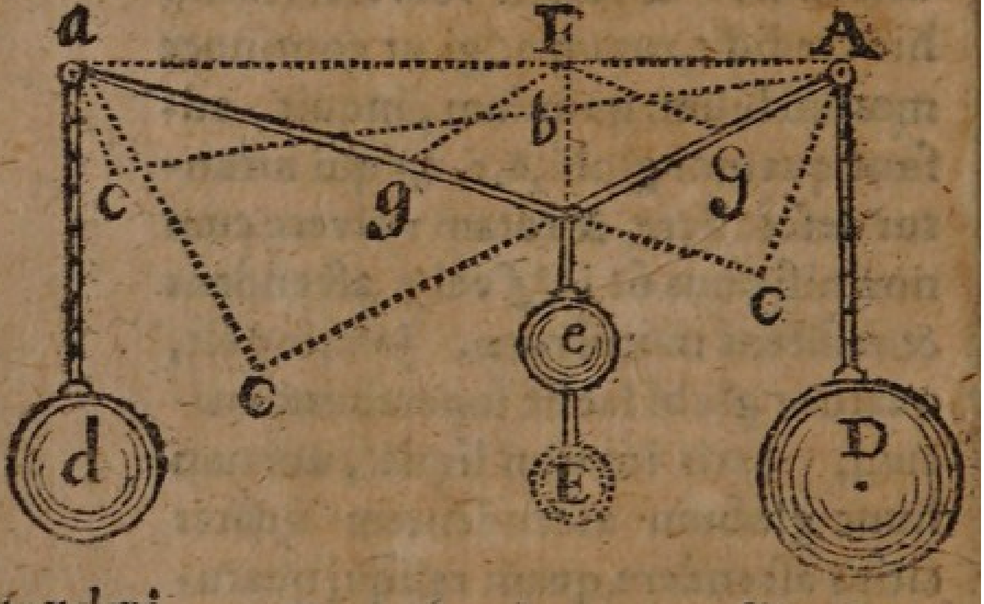
f. 54.

nfimum locum,& volvet totam ro-
am. Poftquam rota gyrum egit,
& globus defcendit in *c*; adhuc ali-
um globum pone in *b*, tunc ambo hi
globi adhuc velocius agitabunt ro-
am; & poftquam finito gyro fecun-
do ambo globi reperientur in *d* & *c*,
pone adhuc tertium in *b*, & deinceps
denuo quartum peracto gyro tertio,
& quintum peracto quarto. Cum
quintus gyrus incipit, globus pri-
mum inmiffus delatus erit in *f*, & fi
rota continuet motum fuum, idem
cadet per *g*, & ita ad initium volutæ
a vel *b*, reveniet & iterum incipiet
defcendere, & rotam volvere. Homo
hic credidit, rotam cogi ut continuet
motum fuum, quoniam, inquit, ad-
funt quatuor globi, *b*, *c*, *d*, *e* qui nitun-
tur defcendere, & rotam volvere cum
non nifi unus fit in *f* vel *g* afcendens
& refiftens motui rotæ. Jam, inquit,
quatuor globi facile fuperabunt uni-
cum. Satis interim liquet, unicum
hunc globum afcendentem quater
citius afcendere, quam reliqui quatu-
or defcendunt & eandem viam, quam
globus emetitur per quatuor circu-
los defcendendo, confici deinceps
afcendendo, per unicum gyrum. Ita
quilibet globorum defcendentium,
tantum quartam partem vis iftius ad-
hibe-

hibebit, quam adhibet ascendens, & consequentes hic adæquabit omnes quatuor.

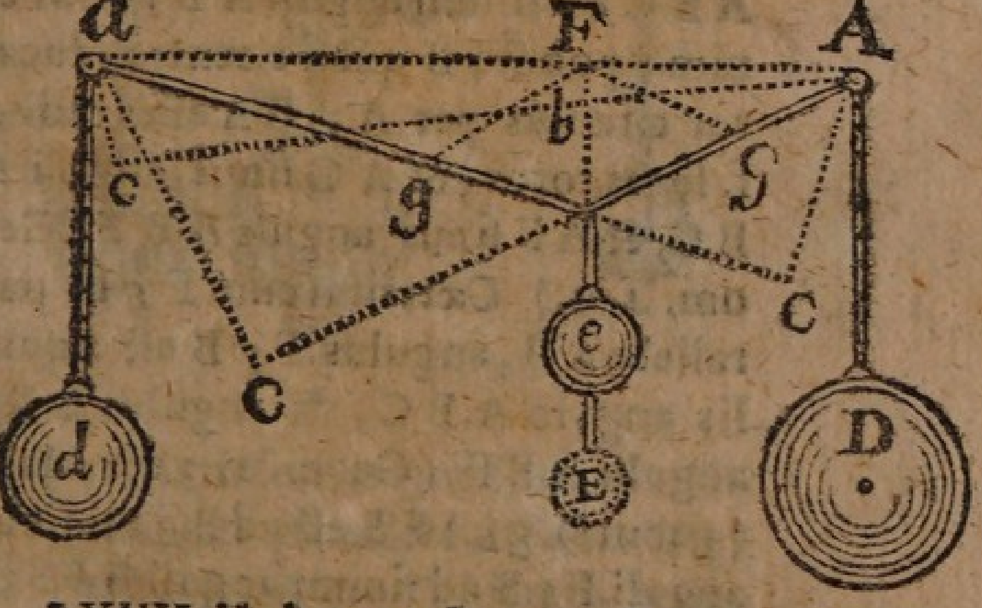
Hac demonstratio ad omnia alia exempla applicanda.

LXV. Exemplum hoc commodissimum est ut intelligamus impossibilitatem motus perpetui; discursus enim iste ad omnia possibilia exempla applicari potest, ubi ascendere faciemus liquorem, aut aliud corpus per gravitatem aliorum ponderum, aut aliarum particularum liquoris descendentis, & qui deinceps iterum ascendere debet a se ipso, ut motum continua quadam circulatione continuet.



De ponderibus appensis medio funis, aligati terminis ambobus.

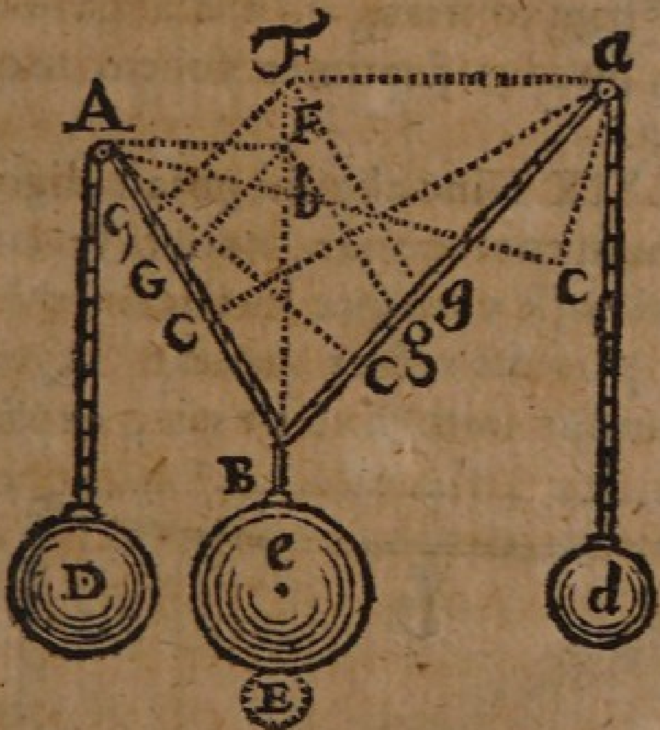
LXVI. Imaginemur nobis funem super duas trochleas *a* & A decurrentem, & suis extremis duo pondera *d* & D sustinentem. Sit adhuc tertium pondus e, appensum puncto B ejusdē funis inter duas istas trochleas, omnia omniaq; ista maneant in æquilibrio, ita ut funis incurvetur in B, faciatque angulum *a* B A. Ut jam proportionem ponderum metiamur, continuetur linea directionis *e* B, usque ad F. Ducantur F G, F g, parallelæ funibus duobus *a* E & A B. Dico pondus *e* esse ad pondus D, uti linea B F, ad lineam B G; idemque pondus *e* esse ad pondus *D*, ut linea B F est ad lineam B g, & consequenter D. *d*: B G. B g.



LXVII. Ut hoc probemus, imaginemur lineas A C, *a c* perpendiculariter in funes *a* B G, A B *c*, cadere prolongatas si opus sit. Porrò nobis imaginemur unum horum funium, *v. gr.* A B, rigidum instar perticæ ferreæ, ita tamen, ut in puncto A volvi pos- *Demonstratio virium eorum.*

ſit, quò elevetur verſus AF, vel deprimatur verſus A C. Pondus *e* appenſum in B, deorſum trahet iſtam perticam, & vim ejus metietur linea A F, (quam perpendicularem ſuppono ipſi B F) ac ſi appenſum eſſet ex F. (32.) Pondus vero *d*, alligatum etiam in B per funem B *a d*, elevabit perticam, & vim ejus metietur linea A C, ac ſi alligata ſit in C. (32.) Ita duobus ponderibus *e* & *d* manentibus in æquilibrio, *e* erit ad *d*, uti A C ad A F (25 vel 32) h. e. uti ſinus anguli A B C ab ſinum anguli A B F. Si enim e puncto B quaſi e centro, ducatur circulus per A; B A eſſet radius ſ. ſinus totus, & A C ſinus anguli A B C, & A F ſinus anguli A B F (Geom. 4. 9.) Cæterum cum F *g* ſit parallela A B, angulus F *g* B eſt æqualis angulo A B C, & angulus B F *g* angulo A B F (Geom. 1. 31.) Jam (geom. 9. 38.) F B eſt ad B *g* uti ſinus anguli F *g* B ad ſinum anguli B F *g* h. e. uti C. A eſt ad F. A vel ſicut *e* ad *d*. Eadem ratione probabitur, quod *e*. D :: *a c*. F :: B F. B G. Q.E.D. Notandum tamen in fig. ſeqv. angulum *a* B A, qui eſt acutus, æqualem eſſe angulo *a* g F: F B vero ſemper eſſe ad B g, uti ſinum anguli F g B (h e. anguli

guli contigui F g *a*) ad finum angu-li B F g, hoc eſt, uti A C ad A F. No-tandum ulterius, nihil referre, an puncta *a* & A æqualiter eleventur; nam ducta *a* F vel A F perpendicu-lariter in lineam directionis B *e*, idem



eſt quodnam ſumas punctum *F* vel F, & quamnam parallelam ducas F g, F G, vel *F g*, *F g*. Videmus enim quod, cum parallelogrammata, g F G B & *g F G B*, ſint æqualia, latera eorum & diametri ſemper easdem habeant proportiones, ita punctum F indifferenter ſumi poteſt, ubicunque velis, in linea directionis, etiam extra perpendicularem ductam ab *a* aut A.

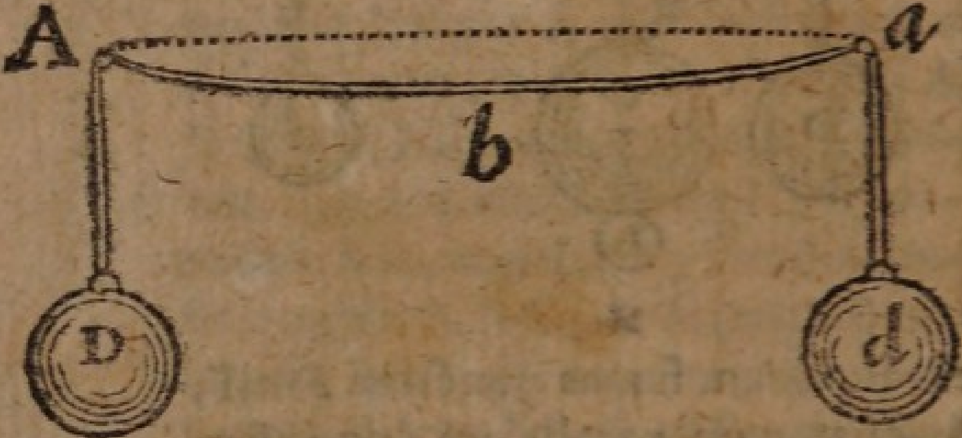
Quam

Vis hæc prodigiosa est. Vide etiam fig. aph. L.

LXVIII. Quam magna etiam sint pondera *d*, D, & quam parvum pondus *e* vel E, hocce tamen sufficiet ad deprimendum funem ab *a* A, & elevandum pondera *d*, D. Semper enim linea *a e* tam brevis sumi poterit, ut sit ad *a* F, uti E ad D; tuncque constructo triangulo rectangulo *a c* A, pondus deprimet funem usque in *b*.

Impossibile est bene extendere funem.

LXIX Hinc aliquid notatu dignissimum consequitur, nullam sc. concipi posse vim, quæ ita funem trahat, ut perfecte rectus maneat. Quam enormis enim hæc sit vis, exprimi



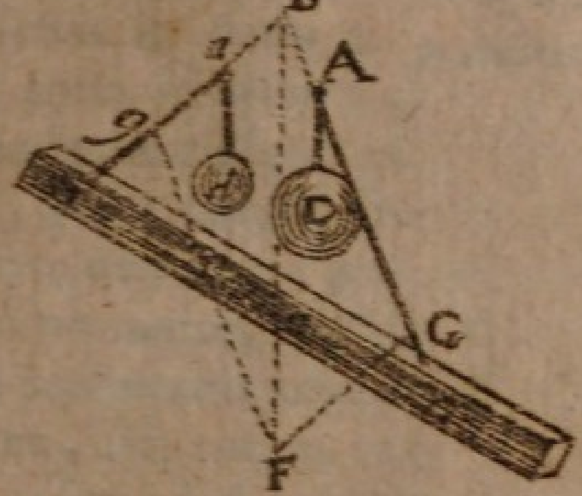
poterit magnis istis ponderibus *d* D, funem trahentibus; sed sicut funis ipse pondus quoddam habet, hæc gravitas sufficiet, ut incurvetur aliquantum funis *a b* A & eleventur pondera *d*, D.

Situs.

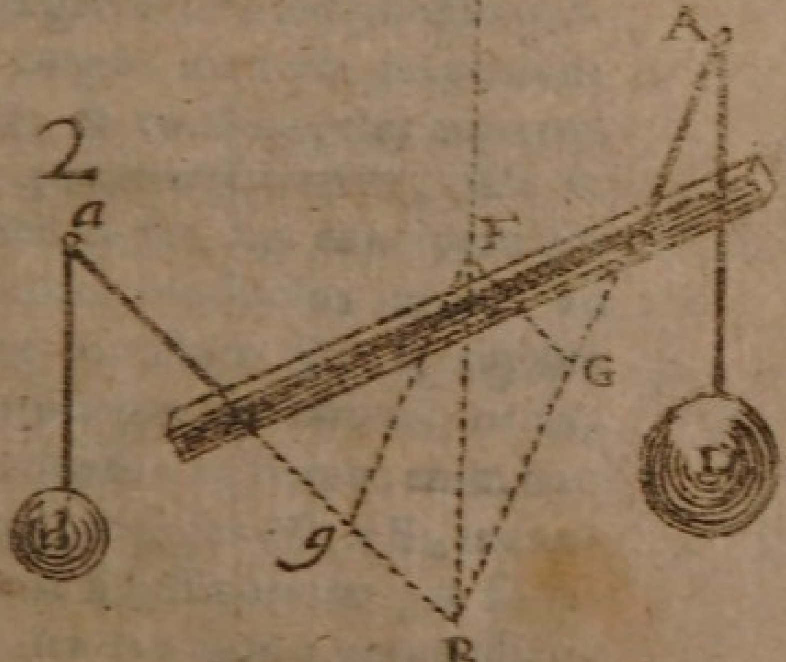
LXX. Dum corpus *o n*, cujus centrum

p. 161.

1



2



trum gravitatis est *e*, suspenditur per duos funes *o A n a*, hi funes ita inclinantur, ut si continuarentur, se intersecarent decussatim in linea directionis *e B*. Si enim in prima figura funis *o* A producatur usque in B, & ibi figatur, patet corpus in eodem situ manere, quoniam directiones nullatenus mutantur. Si quoque funis *n a* producatur usque in B, & ibi figatur, ille corpus in eodem, ut antea, situ sustinebit. Itaque si funes non duobus punctis *a* & A alligarentur, sed puncto unico B; corpus maneret suspensum uti antea, & consequenter centrum *e* foret perpendiculariter, sub B. (22.) Sed in sec. fig. concipere debemus funes productos usque ad commune punctum B, & rigidos instar perticarum ferrearum, ut sustineant corpus *o n*; corpus enim hoc ita suffulcitum super *o* B, *n* B, maneret, æque ac si sustineretur per funes A *o*, *a n*, ita centrum *e* perpendiculariter super puncto B reperietur; (14) Non immoror probationi, quod funes hi, (dum non paralleli sunt) se decussatim secare debeant in puncto quodam; satis enim liquet, puncta *a* A, *o n*, in eodem esse plano.

corporum appensorum duobus funibus.

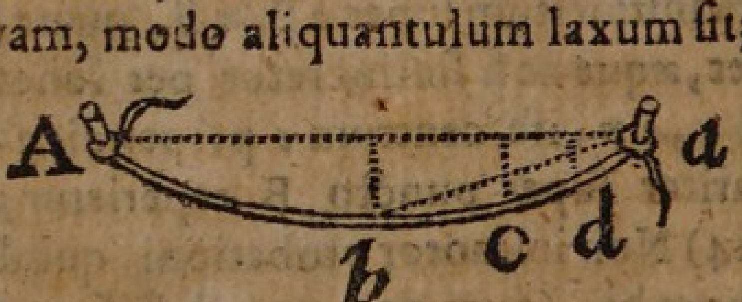
LXXI.

Vis tractionis eorundem.

LXXI. Corpora hæc ſuſpenſa ſi inclinentur, diverſimode funes trahent, a quibus ſuſtinentur; & vim tractionis hujus metimur uti in aphor. 67. ſumendo punctum F in linea directionis, & ducendo parallelas F G, *F g*. Vis enim ponderis *o n*, ſi exprimatur per lineam F B, linea B G exprimet vim, á qua funis *o* A trahitur, & linea B *g* vim funis *n a*. Id quod adhuc exprimi poteſt duobus ponderibus D & *d*, quæ erunt ad corpus *n o*, uti lineæ B G, B *g* ad lineam B F. Præterea conſiderari poſſent hæc corpora ſuſtenta tribus funibus, vel pluribus; ſed, ut taceam, quod hoc diutius nos remoretur, quilibet ipſe omnes haſce reflexiones inſtituere poterit.

Funes ſuſpenſi duobus extremis ubique incurvantur.

LXXII. Si pondus longum & flexile, (ſicut funis) alligatur duobus terminis, incurvabitur iu lineam curvam, modo aliquantulum laxum ſit;



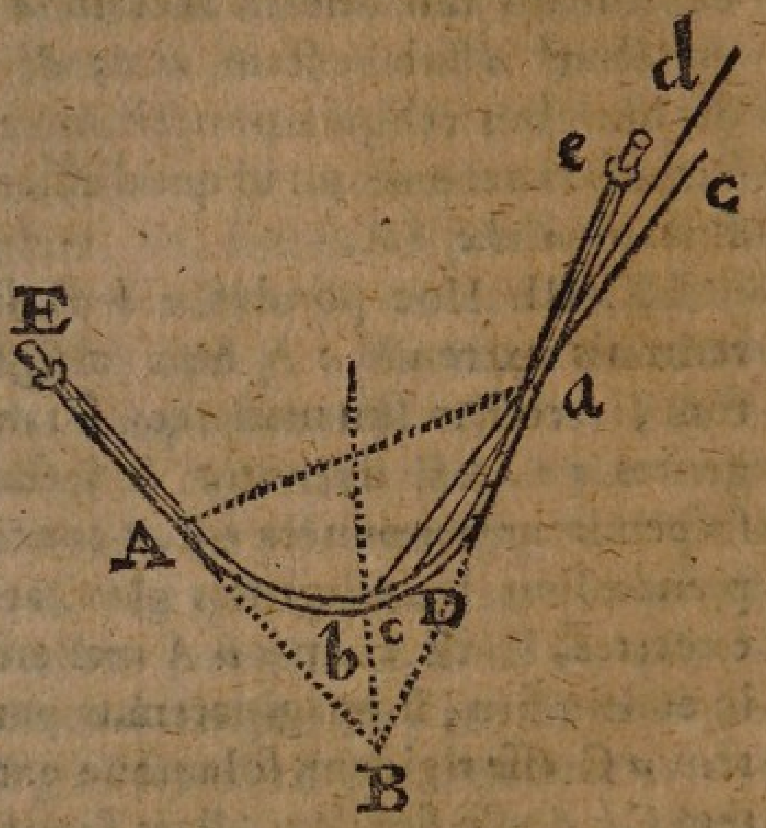
Cum enim duo extrema ſint *a* A, gravitas deprimet punctum *b*, ſub lineam rectam *a* A, ut & punctum *c* depri-

deprimetur sub lineam rectam *a b*, punctum *d* sub rectam *a c*; & id de omnibus reliquis punctis imaginabilibus tenendum: id quod efficiet lineam *a d c b* A.

Proprietas tangentium hujus incurbationis.

LXXIII. Hoc pondus *a b* A ità terminis extremis *a* A fixis alligatum, in eodem situ maneret, si tangentes *a e*, A E ducantur & ipsum suspendatur per puncta *e*, E. (concipiendæ sunt hæ tangentes gravitatis expertes) Funis enim *a b* A maneret in eodem situ, si imaginaremur partem *a* C esse rigidam, solamque partem C *b* A esse flexilem; licet supponamus hanc partem *a* C ita rigidam se posse vertere circa *a*, ut elevetur versus *a* A, aut inclinetur versus *a* B. Si loco partis curvæ & rigidæ *a* DC, virga recta ponatur *a* C; totum residuũ C *b* A iterum in eodem situ manebit, modo interim nobis imaginemur, totam vim, cujus pars *a* D C deprimit punctum C, coacervatam esse in eodem puncto C, ope ponderis suspensi per C, quod deorsum trahit, sicut tota curvam pars *a* D C trahebant: Nihil enim refert an virga sustinens per extrema sua *a* & C, sit recta vel curva, vel alterius naturæ, modo vis extremitatis C sit semper eadem, uti hic esse supponimus. Producen-

fig. seq.



ducendo jam hanc virgam in linea rectâ versus *c* & affigendo in *e*, omne residuum manebit, sicuti antea erat. Tandem si virga hæc flexilis redditur, instar fili *e* nihil cedet. Eadem ratione imaginemur nobis filum flexile D *a* D alligatum in *d* totum, residuum funis D G *b* A, in eodem situ permanebit. Ita si punctum D puncto *a* tantum jungamus, quantum placet, alligemusque filum in *d*, semper residuum funis D *b* A in eodem situ manebit. Quantò ergo propius etiam eò linea D *a* D accedet tangentem *a e*, ita ut, duobus punctis D & *a* in eodem puncto *a* concurrentibus,

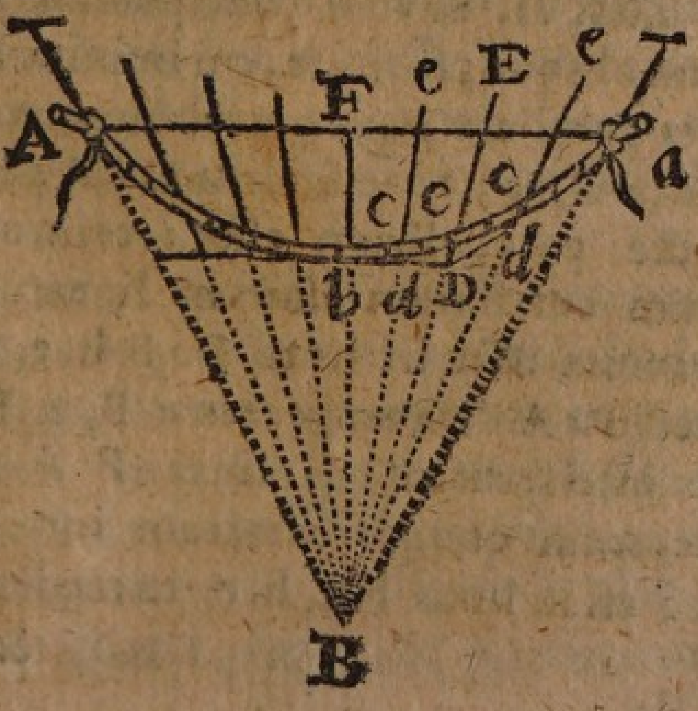
tibus, lineæ quoque duæ *a d* & *a c* concurrant in eadem linea *a e*. Sic si suspendatur funis *a b* A per tangentem *e a* altero extremo affixo in A, omnis dispositio funis eadem erit ac si suspenderetur per extrema *a* & A. Ob eandem quoque rationem, situs non mutabitur, si puncto E alligetur per tangentem A E. Sic probavimus, quod erat probandum.

Centrum gravitatis corporum curvorum.

LXXIV. Tangentes continuatæ decussatim se secant, in linea directionis continuata *F b* B 70. & 73.) ita ut si elevetur perpendicularis puncti communis B offendetur centrum gravitatis *b* funis *A b a* (Fig. aph. 73. 75.)

Catena & funes non incurvan-

LXXV. Putarunt nonnulli funes & catenas si alligentur, duobus terminis incurvari in lineam parabolicam.



tur parabolicè.

Hoc vero falſum in catenis, & in funibus, qui haut facile producuntur. Si enim, catena compoſita ex parvis annulis iisque ſubtiliſſimis, efficeret figuram *a b* A, & ducerentur tangentes per *b*, videlicet *b* D, & per *a*, ſcilicet *a* D, hæ duæ tangentes ſe ſecarent in D in linea directionis DC catenæ *a* C *b* (per propoſit. præced.) Concipere enim poſſumus, eſſe catenam fixam in *a* & *b*: & tunc pars iſta *a* C *b* in eodem maneret ſitu, quo fuit alligata liberè ſolis extremis *a* & A. Ita centrum gravitatis in catena *a b*, erit C. Si jam linea *a* C *b* parabolica eſſet, linea D C E divideret *a* F in duas partes æquales, pars vero parabolæ *a* C major eſſet ac C *b*: facile ergo demonſtratu eſt, centrum gravitatis in parabola *a b* non poſſe eſſe in C.

Quo caſu filum incurvaretur parabolicè.

LXXVI. Si vero concipiamus filum absque gravitate, cui infinitæ lineæ parallelæ æquè graves imponantur, E C, *e c*; tunc filum *a* C *b* A perfectè parabolicum eſſet; centrum enim cunctarum iſtarum linearum gravium eſſet in linea F *b* B h. e. in medio *a* A. Ita tangentes *a* B, *b* B, ſe interſecarent in linea F *b* B. Centrum quoque linearum inter *a* & F eſt in linea E C h. e. in medio *a* & F

&F

& F*c*. Sic tangentes *b* D, *a* D ſe ſecabunt in linea hac E C D. Imo tangentes *b d*, *c d* ſe ſecabunt in linea e *c d*, h. e. in puncto medio inter E & F. &c. Sed hæc proprietas parabolæ eſt, geometrisque notum, nullam dari aliam lineam, ubi ea occurrat.

LXXVII. Jam ponamus gravitatem cunctarum linearum parallelarum æqualiter diſtributam per funem rectum *a* A, alligatum duobus extremis; poſſeque funem produci trahendo, & omnes partes deorſum tendere per lineas lineæ directionis parallelas: tunc funis productus revera incurvabitur parabolicè; omne enim pondus quod in *e* F erat, erit in *c b*: pondus E*e*, in C*c*; *e* E, in *c* C; & *a e*. &c. Sic pars funis *a c* erit longior quam *c b*, quoniam ſupponimus omnes has partes deſcendere per lineas parallelas, & conſequenter partem & pondus *a e* æquare parti & ponderi *a c*, ſicuti etiam pondus eF ponderi *c b*.

Quinam funes parabolicè incurvari poſſint.

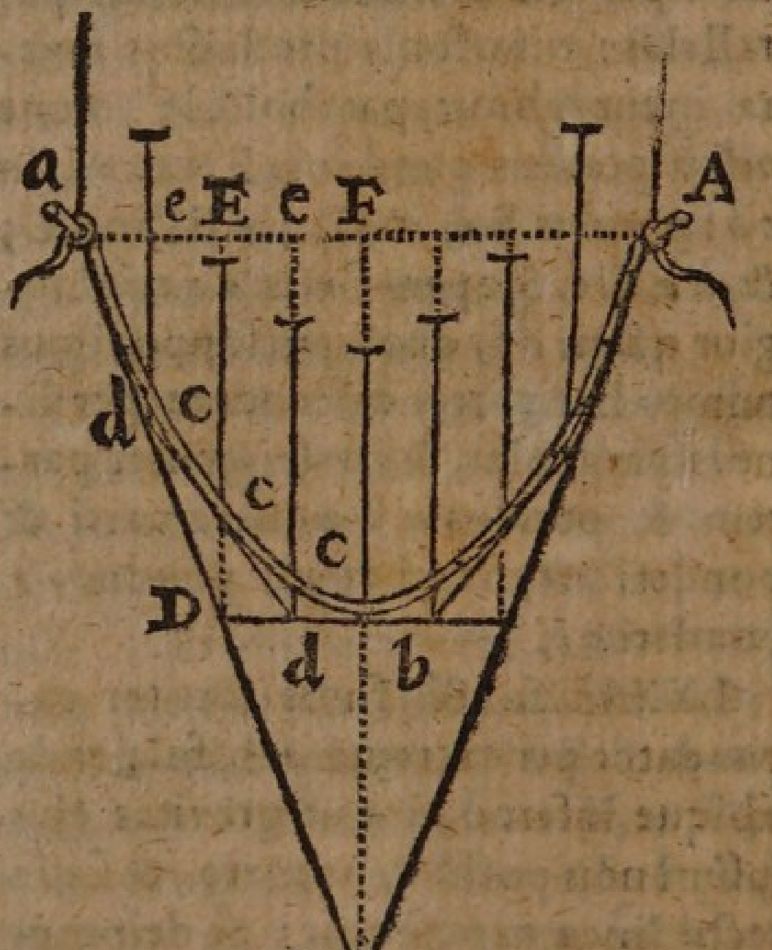
LXXVIII. Si funis fortiter expandatur per extrema *a* A, fulciendo ubique infernè, ita ut gravitas ejus ipſum non poſſit deprimere, & ſic in recta linea extendatur; Si deinceps fulcra auferantur, gravitasque liberè agere ſinatur, funis iſte producetur ali.

Caſus particularis, in quo funes parabolicè curvantur, & caſus, ubi ſecus curvantur.

aliquantum & incurvetur; & curvatura illa erit parabolica. Hoc ex præcedentibus propositionibus sequitur, partes enim funis hujus non descendentes, nisi vi gravitatis, quæ eas producit, descendere quoque debent juxta lineas directionis, quæ censentur parallelæ, quoniam non producuntur, nisi in quantum eas gravitas trahit.

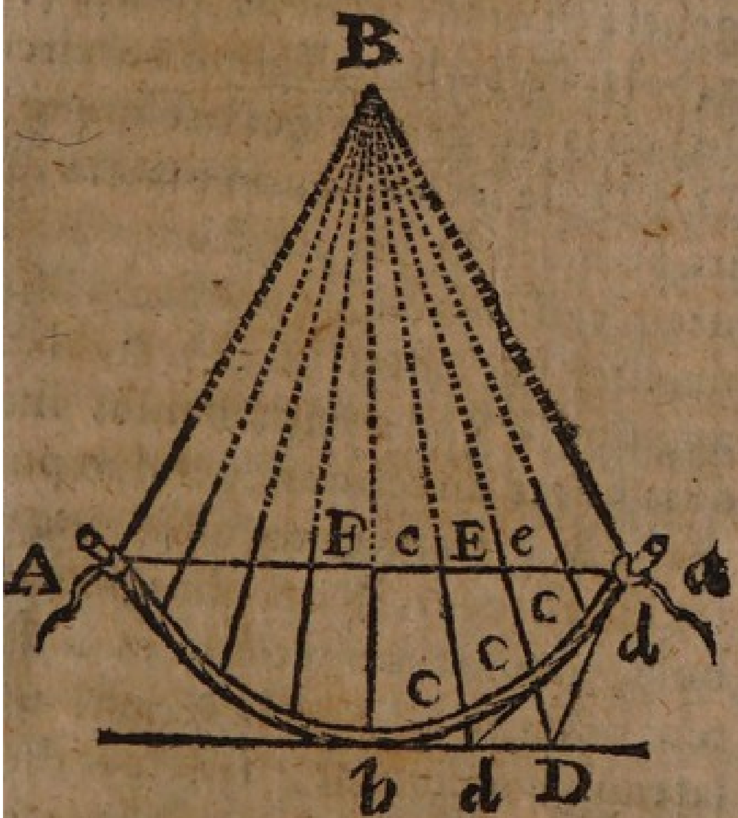
Casus quo funes curvantur Hyperbolicè &

LXXIX. Si supponamus lineas directionis non esse parallelas, F *b*, E C, *e c*, sed concurrere inferius in puncto



B, funis productus incurvaretur hyperboperbolicè. Si verò lineæ directionis concurrunt sursum in puncto B funis curvabitur ellipticè, vel circulariter. *ecliptice, uti in fig. sequ.*

LXXX. Ratio est, quoniam si dividamus æqualiter angulum B A per lineam B F, angulum B F per lineam B E, & angulum a B E per lineam B e &c. & supponamus portiones linearum e c, E c, c, F b, &c. utpote æquè graves fulciri filo indivisibili; oppido liquet, centrum gravitatis omnium linearum, quæ inter a & A sunt, reperiri in medio, videlicet in linea F b prolongata, si opus sit; & centrum earum, quæ inter a & F sunt, itidem reperiri in linea media, videlicet in E C, &c. *Demonstratio.*



Ita si ducas tangentes per a & per b, se intersecantes in D. punctum D reperietur in linea E prolongata versus B; Similiter si ducatur tangens per C, intersecans b D in d, & a D in d, puncta d & d reperientur in lineis e c & e c, prolongatis versus B. Jam isti, quibus sectiones conicæ notæ, facile demonstrabunt, has esse proprietates essentiales sectionum istarum; & in genere in omni sectione conica (Parabola, Hyperbole, Ellipsi vel circulo) duas tangentes qualescunque (a D, b D) se secare in uno puncto (D) ita ut ducendo per punctum (D) lineam versus focum oppositum B, æqualiter hâc linea (B D) dividatur angulus (a B b) comprehensus inter duas lineas directionis, per duo puncta (a & b) transeuntes, unde tangentes ducebantur. Notandum, in parabola, cum focus oppositus in infinitum distet, h. e. lineæ directionis nullatenus concurrant, sed parallelæ sint; linea directionis transiens per punctum (D) ubi tangentes se intersecant, censebitur dividere angulum in duas partes æquales, eô ipsô, quod æqualiter totum spatium dividet.

Fig. apb. 75.

Funes extensi sunt revera hyperbolici.

LXXXI Dicendum ergo funes bene extensos, & propria gravitate se in curvantes paululum elongando, in

curva

curvari revera Hyperbolicè, & non parabolicè, quoniam revera lineæ directionis non ſunt parallelæ ſed omnes ad terræ centrum concurrunt.

Superficies extenſæ etiam incurvantur & convexa fiunt deorſum.

LXXXII. Hoc ſuperficiebus applicari poſſet; & facile intelligimus velum ſuperius & inferius alligatum duabus antennis parallelis, vel per latera duobus malis etiam parallelis, ſi infletur per ventum, incurvari in priſma parabolicum. Videmus quoque linteolum expanſum per quatuor angulos, curvari deorſum propriô pondere, & capere figuram convexam. Quod ſi loco linteoli, imaginemur laminam materiæ cujusdam quæ facilè extenditur, ut ceræ, vel vitri liquefacti, hancque horizontaliter ponamus, ſuper magnum rotundumque foramen, tunc lamina extendetur in figuram fermè parabolicam.

Uſus hinc derivandus applicando hactenus dicta optica ad conficienda vitra eliptica, hyperbolica & parabolica.

LXXXIII. Forſan hæc uſum haberent in opticis quoad ſpecula & perſpicilla: hoc enim modo ſpecula vitrea elliptica, hyperbolica & parabolica confici poſſent, absque dubio facilius & forſan exactius quam per reliquas hactenus probatas inventiones. Si enim vitrum bene polium & ſatis gracile, ſuper laminam ferri rotundè perforatam poneretur repe riretur medium ſufflandi ſuperne violenter, ita ut afflatus e foramine parvo ſupernè veniret, (ut è puncto B. fig. aph. 86,) dum flamma vitrum liquefaceret ſubtus figura ferme elliptica conciliaretur vitro, ſpeculum mirandum in uſum microſcopii exhibituro. Si loco ſufflatus ſuperni, medium reperiretur, attrahendi violenter ſatis inferne, (ut in puncto B, fig. aph. 79,) vitrum figuram haberet ferme hyperbolicam. Novi difficultates mihi opponi ſolitas hac de re, ſed nihil amplius de iis dicam. Fieri hoc poterit, Deo volente, in Optica, quam publicaturus ſum.

Quædam corpora rumpuntur cum trahuntur, quædam frangun. tur, dum flectuntur.

LXXXIV. Funes, metalla & reliqua, de quibus ſermo fuit, corpora, non rumpuntur cum flectuntur, ſed ſolum, ſi violenter trahuntur. Alia e contrario dantur corpora, quæ dum dura ſunt, reſiſtunt tractioni & facile franguntur, ſi annitemur ea flectere, ſicut vitra, lapides & ligna ſicca. Ita baculum non franges trahendo in duobus ipſius terminis, franges verò flectendo ſupra genu. Non prolixè examinabo, unde hoc vinculum, ſ. combinatio partium ſeſe tam fortiter invicem tenentium, oriatur; Non tam facilis hujus rei demonſtratio eſt, ac credi poſſet, & licet hæc quæ-

ſtio

ſtio ſolvenda per Mechanicam nihi-
loſecius de eadem hic non loquar
quoniam dabitur locus alius, in hoc
diſcurſu de motu, isque commodior.

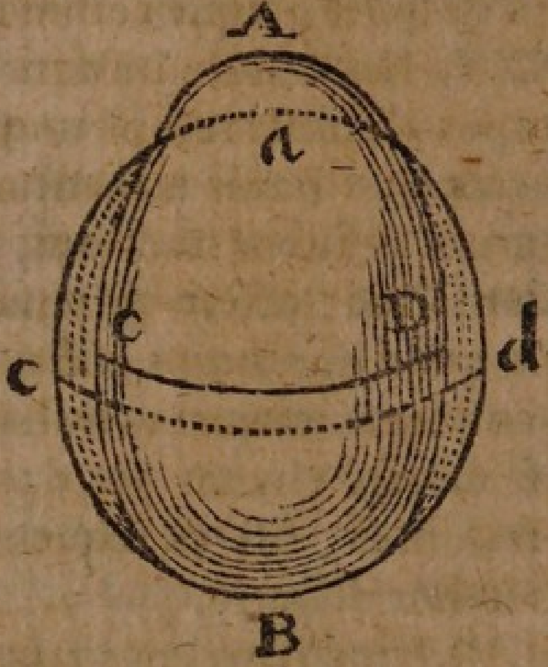
LXXXV. Notandum interim nul-
lum corpus abſolutè rumpi unquam,
niſi partes ejus nimis trahantur; ſi
jam vitrum reſiſtens tractioni, fran-
gitur, dum illud flectere volumus, in-
de venit, quod ope hujus inflexionis
partes convexas majori vi trahamus,
quam ſi directè vitrum per duo ex-
trema trahimus, uti ex ſequentibus
patebit in hoc diſcurſu.

Nullum corpus rumpitur, niſi violenta tractione.

LXXXVI. Hinc reperimus tam pro-
digioſam reſiſtentiam in ovo, quod
frangere cupimus premendo duo ex-
trema manubus ambabus: Quod ad-
modum mirum videtur rationis igna-
ris, cum teſta ovorum tam fragilis, &
facile admodum frangi poſſit, dum
alio modo premitur. Ratio hæc eſt,
quod cum teſta dura ſit, non poſſit
frangi, niſi flectatur; ſi jam extrema
ovi premis, teſta non flectitur: Ima-
ginemur enim nobis ovum A B, &
prematur, ut duo extrema propius
ad ſe invicem accedant: Ut extre-
mum A accedat ad B, & ſit v. g. in *a*,
neceſſe eſt duo latera C, D, magis à
ſe invicem diſcedere, uti videmus
in *c*, *d*, ita ut totus ambitus, *c d*

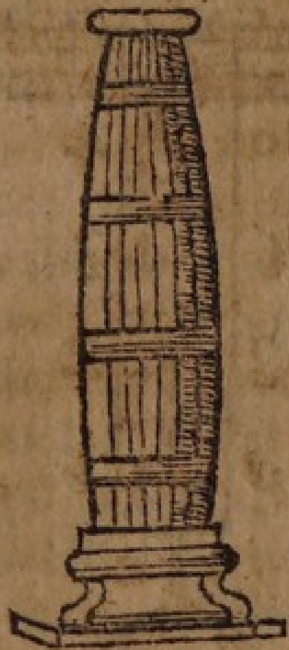
Difficultas frangendi ovum premendo per ambo extrema.

major ſit ipſo C D, id quod fieri nequit, quoniam teſta ovi non poteſt



diduci, & quam fragilis etiam ſit, ſatis tamen reſiſtere violentiæ trahenti valet. Ita ambitus ovi C D cum dilatari non poſſit, ſuperficies A C B, A D B, incurvari nequeunt, nec per conſequens rumpuntur. Aliter ſe res habet, ſi ovum per latera premas, quoniam circuitus ovi ita acceptus, cum non rotundus, ſed ovalis exiſtat, figuram mutare poteſt ſine diductione, & ita teſta flecti poteſt, & conſequentur frangi

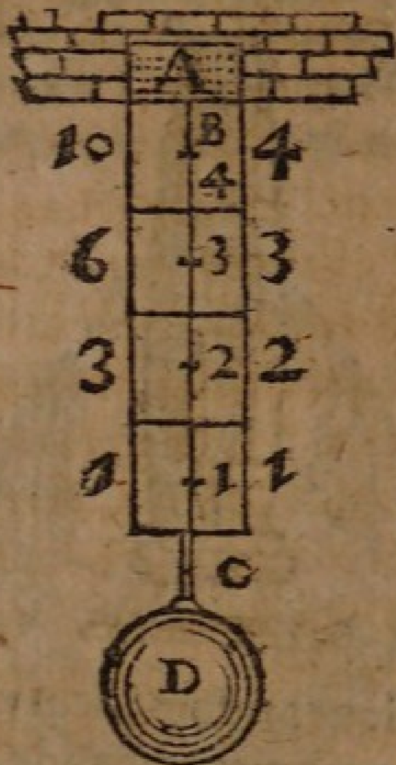
Vis Columnarum. LXXXVII. Ita columnæ fieri poſſunt ex aſſeribus ligneis, qui admodum fortes erunt. Si enim conjungantur, inſtar aſſularum doliolorum, eosdem



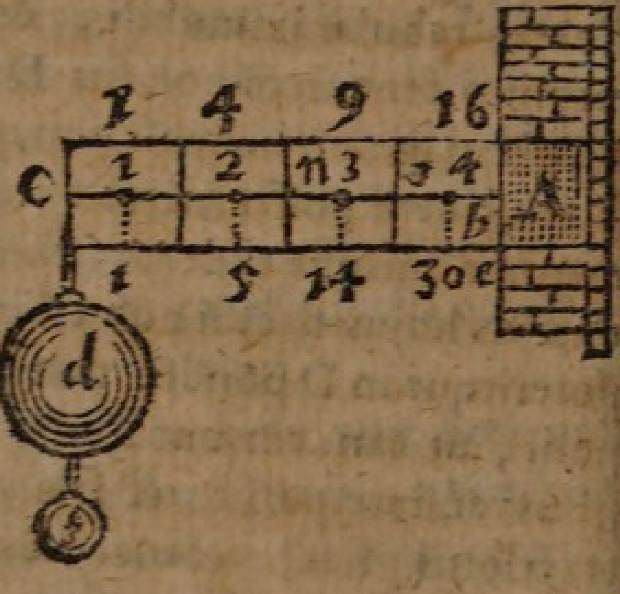
eosdem aliquantulum incurvando,& circulis ferreis circumdando, hæ columnæ cavæ sufficient gravissimo oneri. Videtur Architectos antiquos, aliquantum huc collimasse in compositione columnarum rotundarum & aliquantum tumentium.

Baculus magis resistit trahenti quam flectenti.

LXXXVIII. Concipiamus baculum B C alligatum per terminum superiorem tabulæ immobili, & altero termino tenentem pondus D. Baculus hic magnam habebit vim, & forsan sustinere posset majus onus quam magnus quisque rudens. Nihilominus vis hujus baculi non est infinita, poteritque in D pondus tam enorme poni, ut eandem baculus non amplius resistere possit, & frangatur vi tractionis, sicut rudens. Suppono



pondus D esse maximum, quod baculus sustinere possit, ne frangatur; ita ut si quicquam adjungatur in D, baculus rumpatur. Jam imaginemur eundem baculum esse horizontaliter affixum unô terminô muro A immobili, & alteri termino alligari



idem

idem pondus *d*; tunc baculus hic resistere non poterit, sed infallibiliter frangetur. Hoc ut ostendamus, imaginemur baculum hunc affigi in A vel *A* extremo suo B vel *b* ope funis A B vel *Ab*, & hunc funem solum esse, qui resistat, vel sustineat totum corpus B C D vel *b c d*: certè dus *d* magis funem trahet, si baculus horizontalis, quam si verticalis. Dum enim horizontalis est, libram exhibet, cujus centrum est *e*, brachium unum *e b* & alterum *e c*. Pondus *d* dum trahit *c*, tanto magis & fortius funem in *b* trahit, quanto linea *c e* longior est quam *e b*. Ita si fiat *d* ad *f*, sicut *c e* ad *e b*, pondus *f* erit maximum, quod baculus horizontalis ferre potest, ita alligatus, uti supposuimus. Jam facile concipimus combinationem partium baculi lignei inde oriri, quod hæ partes revera colligentur, non unico fune, sed infinitis parvis filamentis, quæ frangantur oportet si baculus frangi debet.

LXXXIX. Animadvertendum nihilominus proportionem dictam, non posse esse illam, quæ revera in ligno reperitur. Posito enim baculum ligne- *Quænam proportio resistentiæ baculi in* *bis duobus statibus.* um horizontalem digitum latitudine &20. longitudine adæquantem frangi à pondere decem librarum, rumpetur (secundum proportionem datam) si verticalis, â pondere 400. librarum. Certum interim, quod, si baculus horizontalis decem ferre libras potest, verticalem posse ferre ultra mille & decem millia. Sed in proportione data, suppoſui baculum alligatum ope funis cujusdam, omnemque vim solum in extremo *b* vel B factam; cum tamen infinita filamenta sint, quæ baculum permeant, & ubique omnes partes vinciunt; ita ut vis tractionis non solum sentiatur in extremitate *b* vel B. sed per totum baculum distribuatur. Concipiendus ergo baculus, non ut solidum quid, solummodo affixum in A vel in *A* per funem A B, vel *A b*, sed ut series particularum, 1, 2, 3, 4. similibus funibus contexarum, qui funes etiam trahuntur a pondere D vel *d*; & hoc modo funis conferens longè magis trahetur, in proportione, si baculus horizontalis; quod non satis considerasse videntur ii, qui hoc argumentum pertractarunt;

Prima hypothesis, pro mensuran- XC. Ut adhuc magis intelligantur hæ proportiones, cogitemus baculum

lum constare ex quatuor parvis æ- *da Si bacu-*
qualibus quadratis, quæ dum ipsa *li tracti in*
gravia sunt, funem trahunt, qui eadem *longum.*
ita transfigit, ut alligetur centris ho-
rum 4. quadratorum, ac si quatuor
funes diversi essent. Primum & infi-
mum quadratum dum funem suum 1,
2, uno gradu virium pro gravitate sua
trahit; secundum suum trahet 2, 3,
duobus gradibus, quoniam non so-
lum sua gravitate eum trahit, sed ad-
huc primi, quia duo hæc quadrata
non nisi unum pondus constituunt
respectu funis 2, 3, quia eadem su-
stinet. Ita funis hic 2, 3, trahetur
duobus gradibus. Tertium quoque
quadratum suum funem tribus &
quartum quatuor gradibus trahet. Si
jam cogitemus non esse amplius fu-
nes distinctos, sed unicum funem, o-
mnia transfigentē, non nisi extremis
A & C alligatum; tunc omnes gradus
tractionis omnibus partibus totius
funis communicabuntur; ita ut gra-
dus, quô primum quadratum trahit,
pandatur per totam longitudinem
funis totius, duo etiam gradus se-
cundi quadrati, & tres tertii, & qua-
tuor quarti. Ita omnes hi gradus
invicem conjuncti sunt numero de-
cem in toto fune, qui hinc trahitur
decem gradibus. H 6 XCI.

Et ejus, qui ad latus trahitur;

fig. aph. 78.

XCI. Si vero Quadrata hæc ponantur horizontaliter, tunc conjunctim funem *b c* trahent, ac si suspensa essent in medio *n*, ubi centrum gravitatis est; & sicuti linea hæc a *b* usque ad centrum quater major est ac *e b*, funis in *b* trahetur ab his quadratis, vi, quæ erit ad illam in ratione quadrupla, qua trahitur in prima figura, ubi quadrata verticalia. Ita funis quarti quadrati cum trahatur quatuor gradibus in prima figura in secunda trahetur 16. gradibus. Eodem modo quadrati tertii funis novem, secundi 4. & primi uno gradu trahetur; omnes hi gradus sibi additi faciunt 30. gradus, quibus funis trahetur.

Progressio arithmetica, & Progressio quadratorum hic occurrentes.

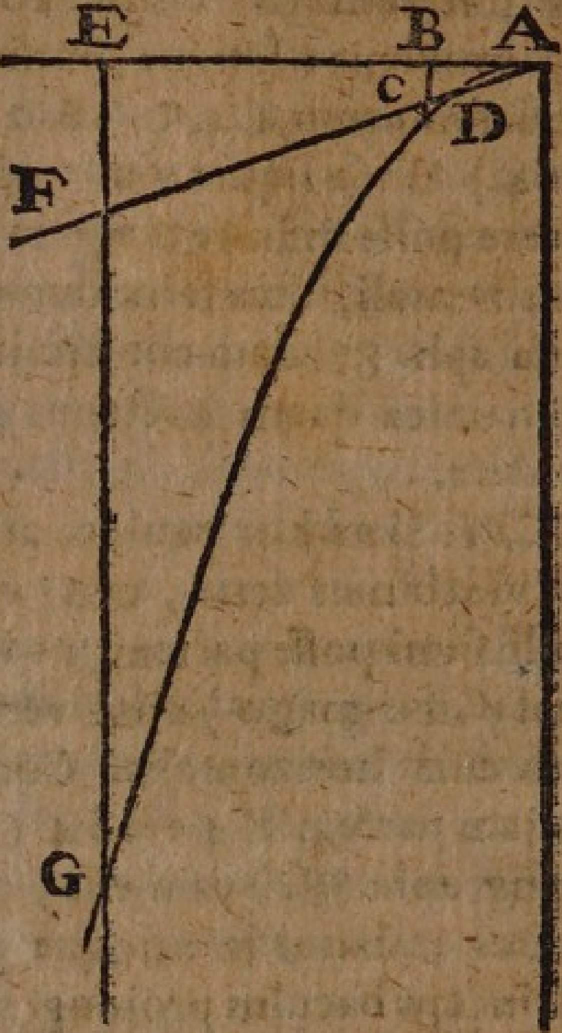
XCII. Hinc videmus gradus trahendi crescere arithmeticè in partibus verticalibus, sicut numeri earundum partium; in horizontalibus vero crescere uti quadrata ejusdem numeri.

Hypothesis secunda.

XCIII. Si non in 4. amplius, sed in octo partes baculum divisum concipiamus tunc cum omnes gradus tractionis in fune verticali sint 36. (id quod est summa numerorum horum arithmeticorum, 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8.) gradus funis

funis horizontalis erunt 204. (id quod provenit e summa omnium octo quadratorum, 1. 4. 9. 16. 25. 36. 49. 64.) Unde liquet vim tractionis crescere posse infinite magis in baculo horizontali, ultra terminum, quem regula aph. 88. data constituit, quæ tamen unica quam hactenus Autores edere.

XCIV. Si ad hæc paulum attendimus, videbimus certe, tam parvam baculi sumi posse partem, ut tantum trahat (imo magis) dum verticalis, quam cum horizontalis. Concipiamus jam partem B 4 vel *b* 4 (in iisdem fig. aph. 88.) eam esse, quæ æqualiter trahatur in utroque positu. Si deinceps baculus prolongetur, usque in C, & *c*, (iisdem figuris) examinandum erit, quantum trahatur, si horizontalis, & quantum, si verticalis fuerit. Imaginemur nobis baculum constare ex infinite multis partibus, quarum filamenta pergant ab uno extremo ad alterum; ducatur parabola A D G, & tangens A E, parallela axi B D, ita ut A B sit æqualis longitudini partis baculi B 4 vel *b* 4. Ducatur insuper linea recta A C F, ita ut triangulum rectilineum A C B sit æquale spatio parabolico A D B. Postea sumatur A E æqualis longitudini *Geometrica expressio de Si baculorum horum.*



totius baculi B C vel $b\,c$, & ducatur parallela E F G: dico triangulo A E F vim tractionis baculi verticalis repræsentante, (sicut triangulum A B C tractionem solius partis B repræsentat, spatium parabolicum A G E representaturum tractionem baculi horizontalis.

Resistentia eadem, sive unico filamento redunita, sive

XCV. Effectus semper idem erit, sive vis in unico fune coacervata, qui omnes particulas baculi contexit, sive per plures funiculos distributa fuerit. Facile enim patet, quod si vis s. resi-

resistentia quæ in solo funiculo medio *Ab* erat, distribueretur per duos funiculos extremitatum *o e*, æqualiter a medio *b* distantes, vel per tres *o*, *b*, *e*, vel per quot libuerit qui tamen æqualiter locentur utrinque supra & infra medium; facile, inquam, patet, pondus *d* superaturum æqualiter omnem resistentiam in medio coadunatam, vel divisam circa medium. Quam enim vim in funiculis superioribus lucramur, recedendo a puncto fulcri *e*, hanc perdimus in funiculis inferioribus, accedentibus eidem puncto fulcienti *e*.

inter plures divisa.

XCVI. In omnibus præterea supposuimus id, quod vinculum particularum hujus baculi constituit, esse instar funiculorum qui omnes particulas baculi transfigunt, ita ut funiculi hi tracti ab uno extremo, trahantur quoque ab altero. Hoc vero non ita est, & sine dubio filamenta ligantia partes ligni, l. aliorum corporum frangibilium non procedunt libere ab uno termino ad alterum; econtrario vero certum est, admodum breves esse, in quibusdam magis, in reliquis minus, prout corpora magis aspera, vel minus. Et sicut impossibile est hanc longitudinem nosse, cujus diversitas infinite mu-

Regula generalis de resistentia omnium corporum dari nequit.

tat

tat proportiones virium & resistentiæ; haud possibile credo, regulam generalem dare, ut determinentur hæc proportiones in corporibus particularibus.

Funis distractus rumpitur in medio.

XCVII. Nihilominus reflexiones quædam fieri possunt, ut videantur loca, ubi corpora rumpi debent si flectuntur aut trahuntur. Primo, funis distractus vi quadam aliena rumpi debet præcise in medio, quoniam distractione ubique æquali existente, fractio in loco funis debiliori fiat oportet. Locus vero iste est directe in medio; quoniam versus extrema, filamenta alligantur locis istis, ubi termini baculi existunt: ita magis resistere possunt, & fortius insequentia filamenta tenere quæ cum istis primis connectuntur: ita ut hæc secunda filamenta melius vim sustineant tertiis, & hæc melius quartis & ita de reliquis, usque ad media.

Ubi reliqua corpora frangantur.

XCVIII. Eadem ratione, si filamenta partes corporum ligantia illigata sint uti in funiculis, & libere ab uno extremo ad aliud vergerent, hæc corpora distracta etiam in medio frangerentur; quoniam vero hæc filamenta non ita ab extremis ad extrema procedunt, necesse est, corpora ra hæc frangi eo loco, ubi violentior tractio, fit, ergo jam inquirendum ubi talis ſtractio fiat.

XCIX. Si capias baculum in duobus extremis, & flectas, ponens genu inter ambas manus, maxima tractio in medio genu fiet: Manifeſte enim admodum, partes illas, quæ in medio ſunt genu, in latere convexo, in oppoſitas partes trahi, alteras dextrorſum, ſiniſtrorſum alteras, cum partes dimidii baculi, ad dextram vergentis, non trahantur proprie niſi uno modo: ita diviſio vel fractio ſuper genu fieri debet; cum præterea ibi ſit locus, ubi vectis longior exiſtens, majus etiam commodum præbebit. *Baculus ad genu fractus.*

C. Sic ſi trabs vel longus lapis *Trabes vel lapides ful-*

fulciatur duobus muris B, C, & in medio

citi duobus extremis.

dio A grave onus ponatur, quod trabem vel lapidem incurvari faciat, fractio fiet in medio A. Est enim hic libra inversa; & sicut in secunda fig. si baculus impositus esset cardini A, & in duobus extremis duo pondera æqualia essent B, C, baculus hic incurvaretur eodem modo, ac si per sua extrema traheretur manibus, super genu, & fractio in medio fieret; ita in prima fig. cum pondus premat in A, & duo extrema B & C immobilia maneant, idem effectus sequi debet & fractio in A fieri.

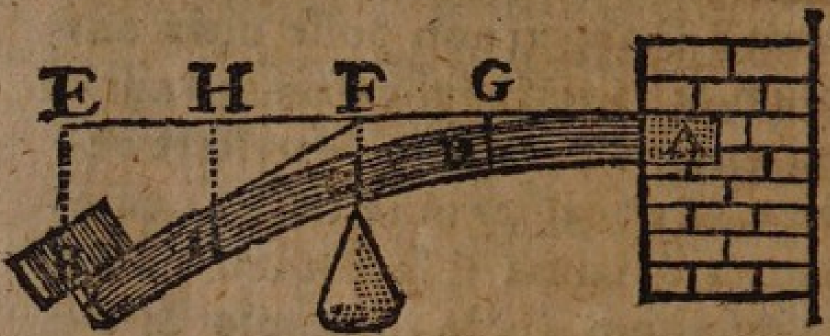
Trabes l. lapides pressi extra medium.

CI. Si jam non in medio A pondus (in prima fig.) vel genu (in secunda) ponatur, sed in D, majores vires ad frangendum corpus C B requiruntur. Nam ut in secunda fig. filamenta in D jam eadem vi trahantur, ac filamenta in A, tunc, cum fulcrum ibi erat, oportet vim (punctatam) applicatam supra C tanto majorem esse, quanto distantia C D minor est, ita ut sicut CD est ad C A, ita sit vis trahens cum fulcrum est in A, ad vim (punctatam) quæ trahit, cum fulcrum est in D. Verum etiam est, tunc vim applicatam in B tanto magis diminui debere, quanto magis distantia B D augeatur; Videmus vero hanc distantiam

tiam B D augeri non posse ultra duplum, & ita vim applicatam in B nunquam ultra dimidium decrescere debere, ut æqualiter in D trahat: cum contra distantia C D diminui possit in infinitum, duplo, centuplo & omnibus aliis proportionibus, quacunque volueris; augeri etiam duplo, triplo, centuplo & in infinitum, debet vis in *C*, ita ut vim applicatam in *B* adæquaret, (& trahat partem D eadem vi qua primum pondus C partes A trahebat, cum fulcrum ibi esset. Unde etiam videmus plus virium adhibendum ad frangendum baculum, cum genu non est in medio duarum manuum, quam cum ibi est. Idem de prima fig. dicendum. Virium harum proportio, ita eundem effectum procurantium, hac ratione exprimitur; Vires C & B (dum fulcrum est in D) sunt ad vires C & B (dum fulcrum est in A) uti rectangulum C A B ad rectangulum C D B.

CII. Si vero baculus, vel trabs, vel aliud corpus, affigatur muro uno suo extremo A, & in altero extremo B prematur, sive imposito onere, sive manu; fractio continget in medio C inter A & B; posito quod filamenta vinculum constituentia illigentur invicem, uti in funibus, alioquin ve- *Vis trabium & lapidum.*

ro



ro libere ab uno extremo ad alterum tendant, Quoniam vero filamenta hæc non ita ab uno extremo ad alterum tendunt, fractio fiet in medio ultimæ partis versus A, cum ibi maxima fit tractio, tam propter onus maximum ibi agens, cum totum corpus A B ponderosum sit, quam quod vectis ibi longior.

Corpora hæc incurvantur parabolice.

CIII. Pondus vel vis applicata in B, deorsum trahet omnes partes corporis A B, ac si appensa esset cuilibet parti I C D; & cum totum corpus A B, secundum supposita, ubique flecti possit, hic inverso modo fit, id quod in funibus extensis contingit, vel potius in filis alligatis duobus extremis, quibus fulciantur lineæ parallelæ æque ponderosæ, & æque ab invicem distantes, quæ cogant filamenta incurvari parabolice, uti demonstravimus aph. 76. Ita in hoc casu corpus A B incurvatur parabolice, dispositum præpostere ad ad aliud, uti satis facile probari potest, applicando hic demonstrationes aph 76. seqq. & ostendendo, tangentes A F, B F, vel alias quascunque intersecare sese medio inter duo puncta A & B, vel alia, per quæ hæ tangentes ductæ.

CIV. Vide jam propositiones quasdam generales de *resistentia solidorum*, quarum demonstratio geometrice fieri potest, secundum dicta, & unde quilibet infinite multa problemata utilia & jucunda deducere possit. Supponimus hic, majoris facilitatis causa, corpora, de quibus sermo, & quæ inter se comparamus, esse prismata, quorum sectiones vel bases sunt similes figuræ, nisi in singulari casu aperte aliud dicamus. Supponimus etiam, nisi in casibus singularibus aliter nos explicemus, omnia hæc corpora esse ita unita, ut solum in eo extremo frangantur quo alligantur, ac si retinerentur funibus, qui rumperentur vi, qua hæc corpora trahunt. *Regulæ generales de resistentia solidorum.*

CV. I. *Si corpora per extremum alterum affixa sunt æque magna, nisus, quem adhibent ut frangantur proprio pondere, est in ratione dupla ipsorum longitudinis.* Nam si in fig. aph. 88. capiamus totum corpus *Corpora affixa horizontaliter uni termino.*

corpus A *c* ab una, & tantum A *s* ab altera parte, cujus longitudo e. gr. non sit nisi quarta pars longitudinis A *c*; corpus A *c* aget contra *b*, ut id frangat, ac si suspensum esset e medio *n*; ubi centrum gravitatis est; & corpus A *s* aget, ac si suspensum esset in puncto 4. ubi ipsius medium & centrum gravitatis est. Jam A *n*, A 4 : : A *c* A *s*. Sic igitur corpus A *c* fortius aget solum idcirco, quod longius applicatur quam A *s*; & hæc augmentatio actionis, s. vis acceptæ ex hoc solo capite, erit uti longitudo A *c*, ad longitudinem A *s*, h. e. quadruplo major. Cum interim corpus A *c* ponderosius sit, videlicet, quadruplo ponderosius corpore A *s*, uti longitudo A *c* est quadruplo major longitudine A *s*; corpus hoc A *c* adhuc majori vi aget, ex hoc capite, secundum eandem rationem longitudinis A *c* ad longitudinem A *s*, h. e. quadruplo fortius. Sic totum corpus A *c* ubique secundum rationem aget bis sumtam, (h. e. rationem duplam) longitudinis A *c* ad ad longitudinem A *s*, h. e. A *c* aget 16. cies magis quam A *s*. Et si id, quod corpus hoc in *b* tenet, constaret ex funibus, necesse foret funes corpus A *c* sustinentes sedecies fortiores esse.

II. Si

II. Si corpora ejusdem sint crassitiei, tunc vis sustinens onera, pracidens ea qua propria causari potest gravitas, est simpliciter in ratione reciproca longitudinum, si sumamus longitudinem a loco, ubi affixa, ad locum, ubi onus fulcitur. Si corpus A c sustinere potest in c millenarium pondus, sustinere potest in c quatuor millia citra rupturam; Idem enim onus d positum primo in c, & deinceps in s fortius in c quam in s aget, secundum rationem longitudinis A c ad longitudinem A s h. e. quadruplo magis.

III, Si sunt ejusdem longitudinis, vis absoluta ad sustinendum onus citra rupturam ea pracidens, quæ proprium pondus causari potest, est in ratione triplicati latitudinis. Uti si corpus A c primum habeat totam longitudinem e o, & deinceps dividatur, nec retineatur nisi latitudo e b, v g. dimidium; liquet, non adeo fortiter vim sustinere in superficie non nisi hac parva latitudine e b gaudente, quam in superficie, quæ latitudinem duplo majorem habet e o; & differentiam fore sicut superficies istas, sive in ratione duplicata latitudinis e b, e o, h. e. quadrupla. Nam sicut quodlibet punctum harum

super-

ſuperficierum *e o* vel *e b* coadunatum totidem punctis corporis A ope fibrarum, quaſi totidem funiculis tenentibus ibi, major jam ſuperficies iſta, *e o*, reſpectu ſuperficiei *e b*, tanto etiam fortius affigetur, quoniam pluribus fibris vel funibus alligabitur. Inſuper reſpiciendum ad rationem vectis, cujus centrum eſt *e*, brachium alterum eſt *e b*, alterum, in corpore *c o e*, eſt, *e b*; unde ſequitur corpus *c o e*, minus concedere & majus commodum habere, in eadem ratione *e b* ad *e o* h. e. dupla; Ita tota totius corporis *c o e* vis ad vim corporis *c b e*, erit in ratione duplicata *e o* ad *e b*, i. e. octuplo major.

IV. Si ſunt ejusdem longitudinis, niſus quem adhibent, ut rumpantur proprio pondere, eſt in ſimplici ratione latitudinum. Si corpora *c o e*, *c b e* ſolummodo alligarentur funibus in *o* & in *b*, neceſſe eſſet, funes in *o* eſſe duplo fortiores quam funes in *b*. Revera enim totum corpus *c o e* plus ponderis habet quam corpus *c b e*, in ratione dupla latitudinum *o e*, *b e*, h. e. quadruplo majus. Exemplo vero vectis, cujus centrum eſt *e*, brachium unum *c e*, brachium alterum in corpore *c b e*, ſit *e b*; & niſus corporis *c o e* minor ſit niſu corporis

c b e

c b e in ratione *e o* ad *e b*, h. e. dupla: ita omnis nisus corporis *c o e* erit ad nisum corporis *c b e* simpliciter in ratione *e o* ad *e b*, dupla.

V. *In corporibus ejusdem longitudinis, rumpi conantibus proprio pondere, vis respectiva, h. e. resistentia, quam præbent, ne frangantur, respectu nisus a gravitate ipsorum provenientis: vel potius nisus, quem præbet gravitas respectu vis resistentis, est in ratione duplicata latitudinum.* Absolute enim loquendo corpus *c o e* fortius est corpore *c b e*, in ratione triplicata *o e* ad *b e*, per tertiam propos. hujus aph. nisus vero etiam ponderis *c o e*, adversus *o e*, major est in ratione simpla *o e*, ad *b e*, per quartam propos. Ita vis totius corporis *c o e* comparata cum nisu gravitatis ipsius, est ad vim corporis *c b e* etiam cum nisu gravitatis comparatam, in ratione duplicata *o e* ad *b e*.

VI. In omnibus istis longitudo brachii verticalis vectis sumenda ab hypomochlii puncto extremo (e) usque ad altitudinem centri gravitatis superficiei (e b o) Ut enim quodlibet punctum hujus superficiei, *e b o*, tenet certa vi, & resistit nisui quem alterum brachium exercet, imaginari nobis possumus hanc vim cujusque puncti instar ponderis, quod eam trudit versus corpus A tanquam suum horizontem; Ita centrum hujusmodi ponderis esset in eodem puncto, ubi revera verum centrum gravitatis hujus superficiei. Cum vero hoc cent nm gravitatis semper reperiatur in figuris similibus in distantia quadam puncti e proportionata altitudinibus $e\,b$, $e\,o$, indifferenter pro brachiis trutinarum, vel altitudines superficierum, vel distantias a centro gravitatis assumere licet.

VII. In omnibus corporibus, cujuscunque longitudinis, vel latitudinis sint, vis absoluta est in ratione composita triplicata rationis latitudinum, (si sectiones sunt similium figurarum, vel, ubi hoc non obtinet, in ratione superficierum, & in ratione altitudinum usque ad centrum gravitatis) & reciproca longitudinum.

Corpora fufulcita horizontaliter in duobus extremis.

VIII Corpora suffulcita in duobus extremis, duplo majorem vim habent, ac ista quæ affiguntur uno solum termino, licet alias æque crassa sint & æque longa.

IX, Regulæ praecedentes veræ sunt in corporibus suffulcitis, in duobus extremis, respectu vis istius quam

quam habent, qua portant in medio citra periculum fractionis.

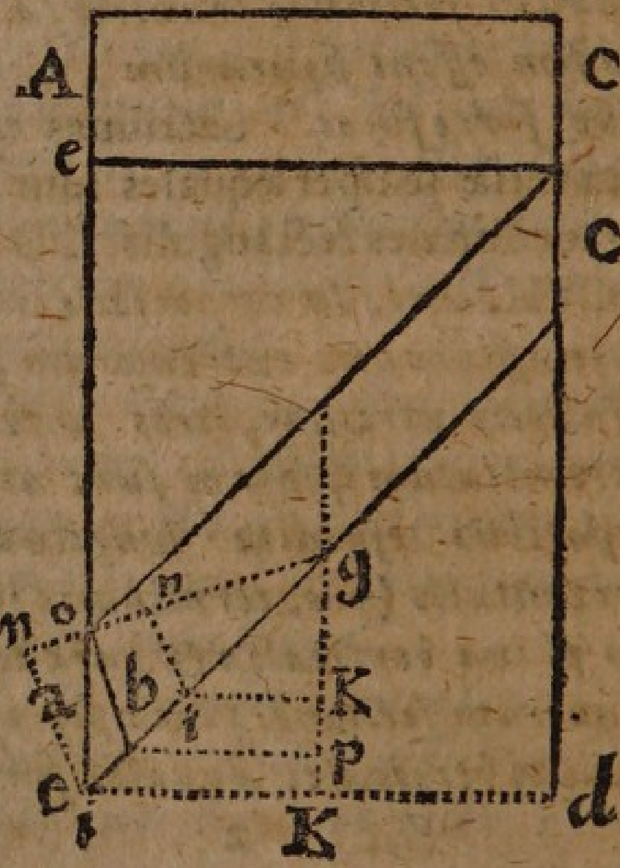
X. In corporibus ejusdem longitudinis & ejusdem crassitiei, quorum quædam portant onus in puncto medietatis A, & reliqua in puncto D, extra medietatem propiori uni extremorum quam alteri; vires ita portandi citra periculum fractionis si a proprio ipsorum pondere abstrahamus, sunt reciproce sicut rectangula segmentorum CAB, CDB (101.) *aph.* 100.

XI. Unde sequitur, quod si corpus ejusmodi esset figuræ; ut sectio ab uno extremo ad alterum usque continuata, esset circularis vel elliptica, & sectiones transversæ earundem essent figurarum, ubique æque forte foret. Sectiones enim transversæ semper æquales sunt, vel proportionales rectangulis C D B.

CVII. *XII. In corporibus inclinatis, affixis uno extremorum, vel suffulcitis utrisque, vires absolutæ extremitatum ipsorum sunt uti in corporibus ejusdem longitudinis horizontalis (h. e. terminatis inter duo plana verticalia & parallela,) & quorum sectiones factæ per idem planum verticale, æquales forent.* *Corpora inclinata.*

Fig. seq. Ita corpus inclinatum (c a) tantundem virium habet in (e o) ac horizontale *c* A, licet longius & arctius sit, modo ambo ejusdem longitudinis horizontalis sint, videlicet, modo ducta *c d* verticali, & *d e* horizontali, inveniatur *d e* æqualis ipsi *c A*: & alioquin superficies (e o) etiam æqualis sit superficiei *e o* & *c* ipsi (*c*) & altitudo *e o* altitudini (*e o*)

XIII. Determinare locum ubi corpus inclinatum affixum uno extremo frangi debet, considerando omnes partes corporis hujus unitas in longum iisdem filamentis, quæ eas transeunt ab uno extremo usque ad alterum. Ab extremo (o) su-



peri-

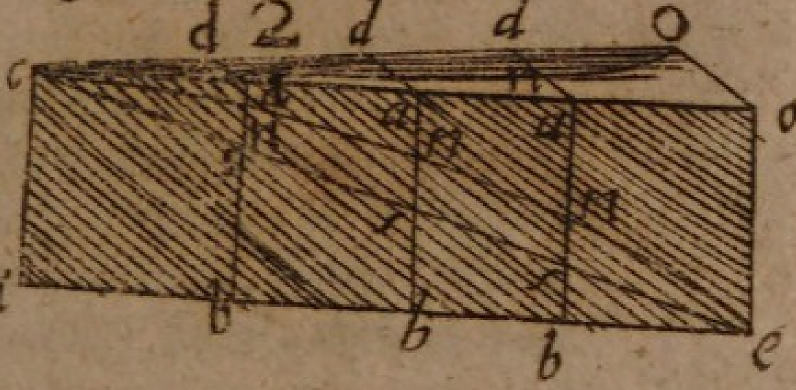
perioris, ad punctum *g* superficiei inferioris, ubi linea directionis totius corporis, ducatur linea recta *o g*, super ea sit perpendicularis *o b*; dico corpus debere frangi in *o b*. Si enim punctum *b* imaginemur nobis esse centrum cujusdam vectis, cujus brachium unum *b p*, cui insistit totum pondus corporis (a c,) alterum *b o* resistens divisioni; Si quoque aliud nobis imaginemur punctum, qualecunque illud fuerit, *i*, sive superius aliquantum s. inferius in eadem superficie, veluti centrum alterius vectis *k i o*, si tum semper accidat, *p b* majorem habere rationem ad *b o*, quam *k i*, ad *i o*, h.e. brachium *i o* majus esse respectu brachii *i*k, quam *b o* respectu *p b*; verum etiam erit, pondus (a c) acturum fortius in vecte *p b o* quam in vecte k *i o*. Hoc experimur reipsa; si enim *i n* ducatur parallela *b o*, vel perpendicularis ad *g o*, semper verum erit quod *p b b o*: *K i*. *i n*, quoniam tam *p b*, *K i* quam *b o*, *i n* sunt, uti *g b*, *g i* (Geom. 6. 42.) Jam *i o* est semper major ipsa *i n*, (Geom. 2.19) quoniam per hypothesin *i n*, est perpendicularis: ita *i o* erit semper major respectu k *i*, quam *b o* respectu *p b*; & consequenter superficies in *i o* fortior eſt, & magis reſiſtit brachio *i* k, quam ſuperficies *b o* brachio *p b*; ratio ergo in *b o* eſt, quod corpus hoc debilius ſit, & inde etiam frangi cogatur.

Telamo ſ. Mutulus parabolicus æque fortis per omnes partes ſuas.

CVIII. Ponamus porro omnes corporis partes eſſe æque fortes, & æque diviſibiles, in proportione magnitudinum; jam imaginemur Telamonem, cujus ſuperficies ſuperior ſit parallelogrammum *o* C, ſuperficies parallelæ amborum laterum ſint parabolicæ *o b c e*, quarum axis eſt *o c*, vel O C, ſupremum *c*, vel C, applicatæ verticales *o e*, *a b*; Hic Telamo æque fortis erit per cunctas partes, ad portandum onus in extremitate *c* C, ut præſcindamus id, quod proprium pondus cauſari poteſt. Nam ſi ſumas ſuperficiem *b a d*, brachium *b a* in trutina *a b g* majus erit reſpectu brachii *b g* quam brachium *e o* reſpectu brachii *e* G trutinæ *o e* G; & hæc differentia eſt in ratione ſubduplicata longitudinum *c a*, *c o*, h. e. in ratione *b a*, *e o*, ſecundum naturam parabolæ. Cæterum ſuperficies *b a d* debilior eſt ſuperficie *c o* O, in eadem ratione *e o*, *b a*. Ita debilitas ſuperficiei *b a d* cum ſit compenſata magnitudine brachii *b a*, hæc ſuperficies *b a d*, reſiſtere debet ponderi, quod

Fig. I.

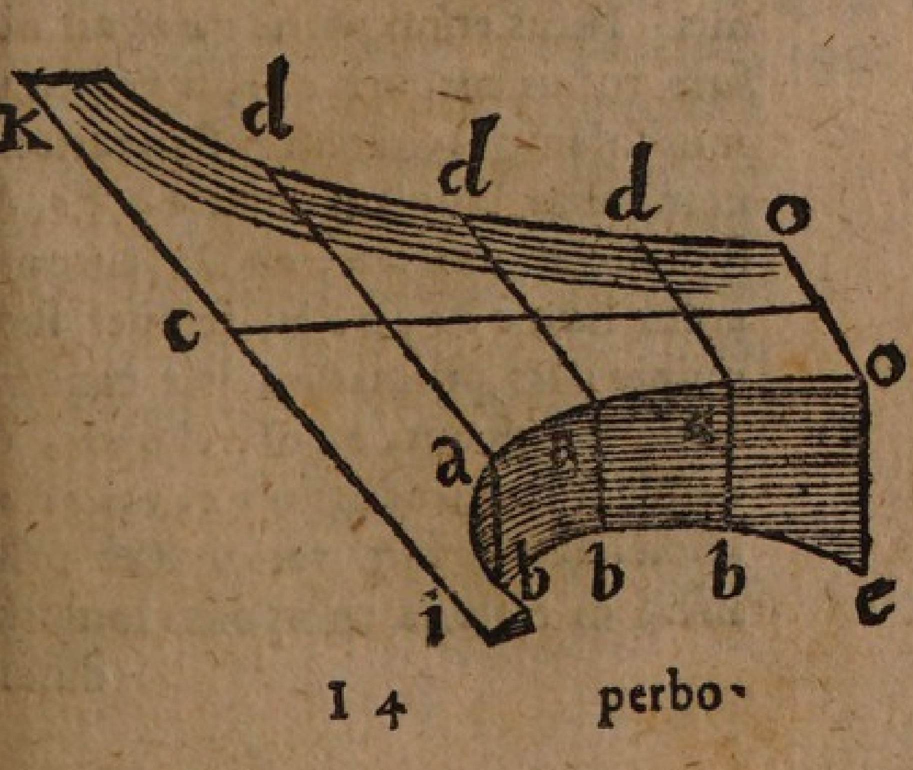
P. 198.



quod ageret per brachium *b g*, quantum ſuperficies *e o* O reſiſtit eidem ponderi, quod agit per brachium *e* G.

CIX. Sic ſi alius Telamo ambas ſuperficies, ſuperiorem & inferiorem habeat, æquales, parallelas & triangulares, ſuperficiesque laterum parallelogrammas, *o e i c*, ita ut *o e i c*, ſint verticales; hic telamo etiam ubique æque fortis erit ad ferendum onus in *c*. Onus enim ageret contra ſuperficiem *b a d* debilius multo quam contra ſuperficiem *e o* O, ſicut *b i* eſt brevior *e i*; ſed & ſuperficies *b a d* minus ſuſtineret, quam ſuperficies *e o* O, ſicut *a d* eſt brevior quam *o* O, h. e. uti *ib. ie.* *Telamo triangularis æque fortis ubique.* *Fig.* 2.

CX. Ita ſi ſuperficies ſuperior eſt planum terminatum per duas Hyperbo- *Telamo Hyperboli-*



cus ubique æque fortis. perbolæ aſymptotas *o a a*, O *d d* & rectam aſymptotam, *i* k, ſuperficies inferior planum, *e i* k, ſuperficies laterum curvæ factæ per verticales *a b*, *a b*, & *d*, *d*; hic Telamo etiam æque fortis erit ubique, ac ferendum onus in puncto *c* ſ. tota linea *i* k, modo hoc onus æqualiter extendatur ultra citraque punctum *c*. Nam ſecundum naturam Hyperbolæ omnes ſuperficies *b a d* parallelæ ſuperficiei *e o* O, ſemper æquales ſunt, & trutinæ *o e*, *G a b g*, ſemper ſimiles.

Pyramis horizontalis æque fortis ubique. CXI. Si vero in fig. 2. aph. 108. imaginemur genus pyramidum *c n e* cujus ſectiones *n a n*, parallelæ baſi e o O, ſint ſimiles & ſectio verticalis *c n e* ſit Parabola, cujus axis eſt *c*; hæc pyramis horizontaliter poſita ubique æque robuſta erit, reſpectu niſus, quem adhibet proprium pondus. Niſus enim partis *c a n*, ad niſum totius corporis *c o e*, ſi reſpiciamus ſolam gravitatem, eſt in ratione compoſita longitudinum *c a*, *c o*, & ſuperficierum *n a n*, *e o* O; (corpora enim hæc *c o e*, *c a n*, ſemper ſunt quinta pars priſmatum quæ eandem baſin agnoſcunt, *e o* O vel *n a n*, & eandem longitudinem *o c*, vel *a c* & conſequenter ſunt veluti hæc priſmata in ratione compoſita longitudinum

dinum *o c*, *a c* & superficierum *e o O*, *n a n*) Respectu vero vectis, cujus centra essent *n* vel *e*, brachium unum *n a* vel *e o*, alterum æquale distantiæ *a c* vel *o c*, (sive sextæ parti hujus distantiæ, ubi demonstrari potest, quod centrum gravitatis corporum *c a n*, *c o e* reperiatur nisus partis *c a n* est ad nisum totius corporis *c o e* reciproce uti *c a*, *c o*; Ita omnis nisus corporum horum tam rationem gravitatis, quam ratione vectis, est in ratine superficierum *n a n*, *e o O*: imo & vis, sive resistentia superficierum *n a n*, *e o O*, est ut superficies ipsæ *n a n*, *e o O*.

CXII. Considerare jam possumus pyramidem verticaliter positam uti fastigia turrium, & examinare vim qua pollent resistendi ventis, & subsistendi. Si pyramis quædam est, cujus sectio per axin sit rectilinea, uti *e s c o* & abstrahamus a gravitate solummodo vinculum considerantes, quod est inter partes; æque robusta erit ubiq; ut vento resistat, qui eam dejicere annititur. Vis n. venti qui afflat totam superficiem *o e s c*, est ad vim venti afflantis partem *a s c*, sicut tota superficies *o e s c*, ad partem *a s c*, h. e. in ratione duplicata *o c*, *a c*, vis vero etiam tenens superficiem

Pyramides verticales æque fortes ubique.
F. 2. apb. 100.

perficies *e o* O, *s a d*, est uti superficies ipsæ, h. e. in ratione duplicata *e o*, *s a*, vel *o c*, *a c*; cæteroquin trutinæ *c e o*, *c s a*, similes sunt, sumamus pro uno brachiorum *c e* & *c s*, vel tertiam partem eorum, ubi reperitur centrum gravitatis superficierum *c e o*, *c s a* contra quas ventus flat.

Turris parabolicus ubique æqua fortis. CXIII. Si sectio pyramidis per axin est parabola *c b e*, cujus axis *c o*, hæc pyramis ubique æque fortis erit ad resistendum vento, respectu vis ponderis partium resistentium propriis gravitatibus. Vis enim venti qui totam parabolicam superficiem *o e b c* afflat, est ad vim venti afflantis parte *a b c* uti tota superficies ad hanc partem, vel in ratione compo- *e o*, *c a*, & *o e*, *a b*; Respectu vero vectis, cujus brachium unum esset altitudo *o c*, vel *a c*, (vel distantia, semper huic altitudini proportionalis usque ad centrum gravitatis superficierum parabolicarum, & consequenter viribus venti,) alterum vero brachium *o e*, vel *a b*; nisus venti major esset contra *o e*, quam contra *a b*, in ratione *o e*, *a b*; ita ut omnis nisus venti, tam ratione magnitudinis superficierum, quas afflat, quam ratio-

ratione vectis, semper sit in ratione composita *o c*, *a c* & rationis duplicatæ *o e*, *a b*. Resistentia vero etiam vel vis superficierum, *e o O*, *b a d*, est uti gravitas corporum *b o c*, *b a c* h. e. in ratione composita *o c*, *a c*, & rationis duplicatæ *o e*, *a b*.

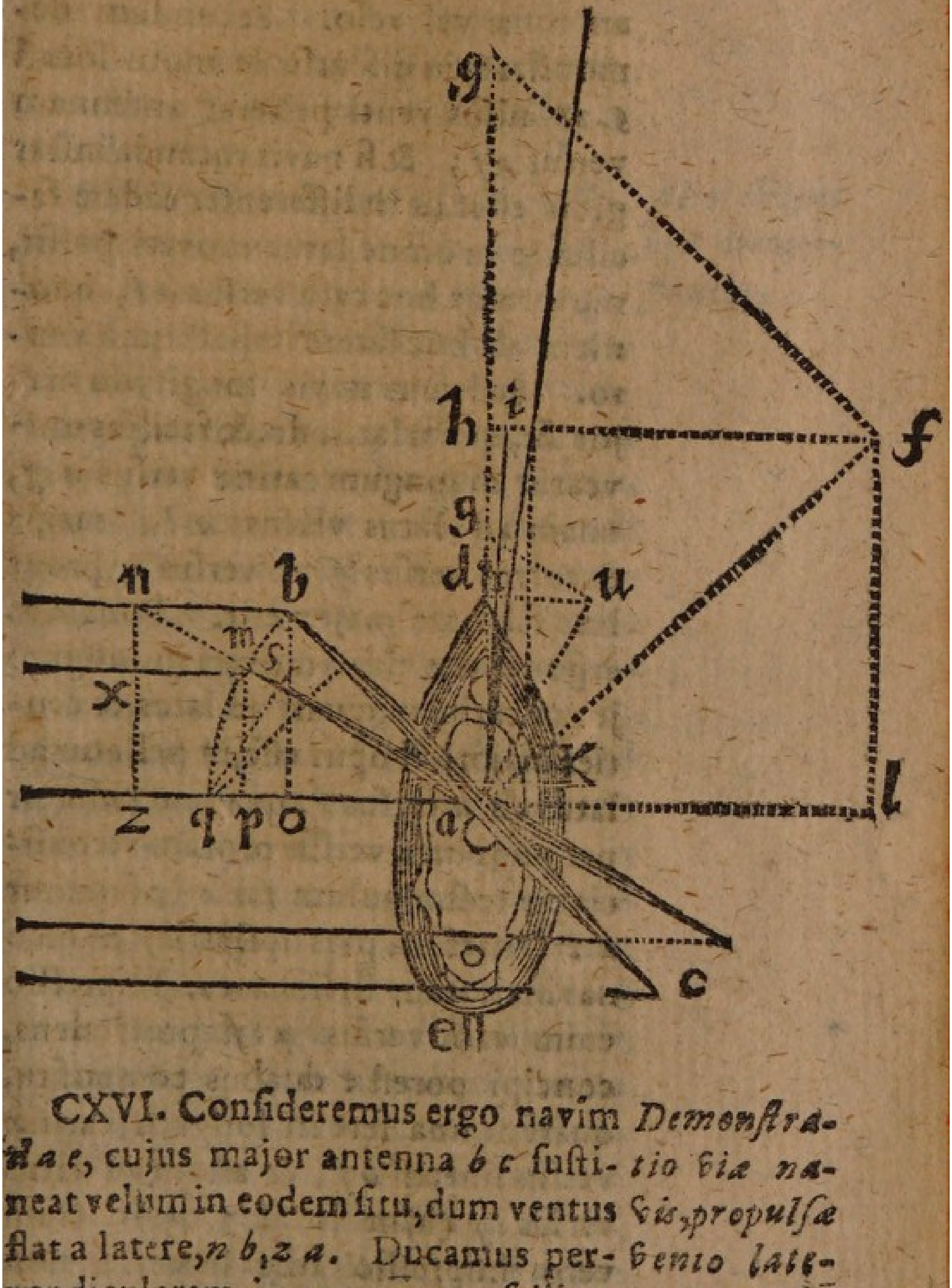
CXIV. Hinc videmus pyramidem *o c s e*, fortiorem esse inferne versus *o e*, quam superne in *a s* vel (a s) respectu habito ad resistentiam, quam revera causatur gravitas; Si vero pyramis secatur versus cuspidem in (a s) fortior erit versus inferiora & superiora quam versus ullum locum intermedium; & hoc problema sa. pulchrum est determinare locum pyramidis debiliorem, & ubi ventu eam frangere & dejicere possit. Er. problema; *Pyramis acuta* (a s c o) *si detur, invenire sectionem* (*s a s*) *parallelam basi e o O, quæ talis sit, ut trapezium* (*a s s a*) *multiplicatum per lineã ductam per centrum gravitatis, perpendiculariter super basi* (*s a*) *majorem rationem habeat ad segmentum pyramidale* (*a s s a d* *multiplicatum per basin trapezii,* (*s a*) *quam omnia alia trapezia facta per aliam sectionem, & multiplicata itidem per lineam*

Locus debilior pyramidis acuta.

ductam per centrum gravitatis in basin, ad segmentum pyramidale ortum per hanc novam sectionem, & multiplicatum per basin hujus novi trapezii. Hoc problema non tam difficile, quam prolixum.

Applicatio regularum Statica, ad motum navis.

CXV. Omnes hæ cognitiones, admodum utiles esse possunt in Architectura & reliquis artibus; & si opifices ope diuturnæ experientiæ & boni judicii judicare possunt firmitatem & fragilitatem ædificii & similium rerum: Non dubitandum, si hoc judicium & diuturna experientia juvetur cognitionibus Mechanicæ, quin multo admodum tutius judicare possint; melius remedia incommodis obortis sint reperturi; majori securitate cautelas sument, & sine dubio inutilibus sumtibus parcent. Discursus hic, qui non nisi generales regulas continere debet, non videtur permittere ut hæc ad casus singulares applicemus; ast non ingratum puto, si exemplo quodam ostendatur usus Mechanicæ in natura explicanda & artibus perficiendis. Subjecti ergo loco motum Navis assumo quæ sine dubio pulcherrimum artis opus. & ubi industria humana videtur optime optimè observare præcepta mechanicæ naturalis.



CXVI. Consideremus ergo navim *a e*, cujus major antenna *b c* sustineat velum in eodem situ, dum ventus flat a latere, *n b*, *z a*. Ducamus perpendicularem in antennam, scilicet *Demonstratio via navis, propulsæ vento laterali.*

af &

af & lineam aliam *adg* secundum carinam navis, tertiam *fg* parallelam antennæ vel velo. Secundum demonstrata in discursu de motu locali §. 28. nisus venti pelleret antennam versus *af*; & si navis rotunda instar globi esset, ut indifferenter eâdem facilitate in omne latus moveri possit, moveretur hoc casu versus *al*, quoniam ab hoc latere impellitur a vento. Sed cum navis longitudo major sit, quàm latitudo, & facilius moveatur in longum carinæ versus *ag*, quam ad latus versus *al*, magis decurret versus *g* ac versus *l*, prout hæc facilitas major erit. Ponamus ergo centies citius moveri in longum juxta carinam, quam ad latus, & centies majori vi opus esse, ut pellatur ad latus ab *a* versus *l*, quam ut pellatur per puppim *c* versus proram *d*: conficiatur rectangulum *fhal*; sumatur *hi* centesima pars ipsius *hf*; dico navim ituram in linea *ai*. Impressio enim eam versus *af* protrudens, concipi potest e duabus composita, quarum una fert in longum carinæ versus lineam *hf*, & altera ad latus versus *lf* (Mot. local. §. 25.) Cum vero impressio hæc lateralis non nisi centesima parte agere possit, patet

patet eô tempore, quo Navis perveniet ad lineam *b f*, non percursuram a latere nisi spatium *b i*, nempe centesimam partem ex *b f*, quam percurrisset, si ita liberè excurrisset in hoc latere.

CXVII. Concipere adhuc possumus, navem moveri in linea *a g*, sicut in plano inclinato; nam in triangulo *a f g*, navis directè pelletur versus *a f*, sicut pondus versus horizontem; ponamus non posse moveri ad latus, sed solum in longum carinæ, impulsus eam pellet versus *g*, sed cum gradu diminuto, ita ut si vis venti repræsentaretur lineâ *a f*, impulsus non versus *a g* ageret, nisi vi, quam exprimit linea *a h*, secundum aphor. 51. Quoniam hic *a h* est ad *a f* uti *a f* ad *a g*; ita navis iret usque in *h* per hanc vim venti *a f*. Cum interim navis non plane incapax motus lateralis sit, sed suscipere possit centesimam partem istius motus, sumenda esset *a k* centesima pars ipsius *a f*, & ducenda parallela *k i*; nam sic habebimus *a i* viam Navis, eôdemque tempore cognoscemus devenisse illuc è spatio *b i*. *Alia hujus via demonstratio.*

In hisce non attendimus ad id, quod tota massa Navis, sese exponentis vento, contribuere potest, ut citius

citius debebatur; ponimus quoque gubernaculum (e) esse prorsus rectum secundum carinam.

Mutatio obliquitatis antennarum & velorum.

CXVIII. Consideremus deinceps navi & vento in eadem dispositione manentibus, obliquitatem antennæ mutari, & jam esse in *a m*, acutioremque angulum cum vento facere. Ducamus *a u* perpendicularum antennæ; tunc secundum lineam hanc *a u*, navis à vento pelletur, (Mot. loc. §. 28.) Ducamus adhuc *m p*, *b o*, perpendiculares vento *a p*; sumaturque longitudo *a u*, ita ut *a f* sit ad *a u*, in ratione duplicatâ ipsius *b o* ad *m p* denique ducamus *u d* perpendicularem carinæ *a d*, in qua sumatur centesima pars *d t*. Dico navim ituram per lineam *a t*, eô tempore quô ivisset per *a i*, si antenna mansisset in *a b*. Si enim ex centro *a* circulum ducamus *b m q*, perpendiculares *q s*, *q r*, (æquales *m p*, *b o*) metientur vim ejusdem venti, *q a*, qui impetum facit in duas antennas (Mot. loc. §. 24. 25. 26.) & sicut *q s*, vel *m p* minor est quam *q r*, vel *b o*, etiam vis venti diminuitur ex hoc solo capite, ea proportione, qua linea *m p* est minor ipsa *b o*: Cæterum vis venti adhuc diminuitur in eadem proportione ex alio capite. Si enim antenna est in *a b*, pel-

litur

litur per totum ventum qui est inter *b n* & *a z*; cum contra, dum est in *a m*, non pellatur nisi ventô qui est inter *m x* & *a z*; ita hæ duæ vires in eadem diminuuntur proportione lineæ *b o* ad *m p*, h. e. in ratione *f u* ad *u a* quæ sumtæ sunt in ratione duplicatâ ipsius *b o* ad *m p*. Vi venti jam expressa per *a f*, dum antenna est in *a b*, vis hæc exprimetur per *a u*, si æqualiter totum motum suscipere posset; sed cum centies facilius secundum carinam moveatur *a d*, quam ad latera, movebitur versus *t*, secundum antea demonstrata.

CXIX. Hisce considerationibus determinari potest obliquitas antennarum, ad properandum aptissima; quo obliquior enim antenna versus ventum, eo minus deflectit navis, sed etiam minus properat; contra, quo rectior antenna est ad ventum, citius navis deflectit, ita, ut antenna hac ratione disponi possit, ut tam cito deflectat, quam procedat: imo postquam ad certum angulum deventum, noxium est, eum magis augere, quia tunc navis minus procederet; hique anguli ope Mechanicæ & Geometriæ perfectè determinari possunt, æque *Alia mariна considerationes.*

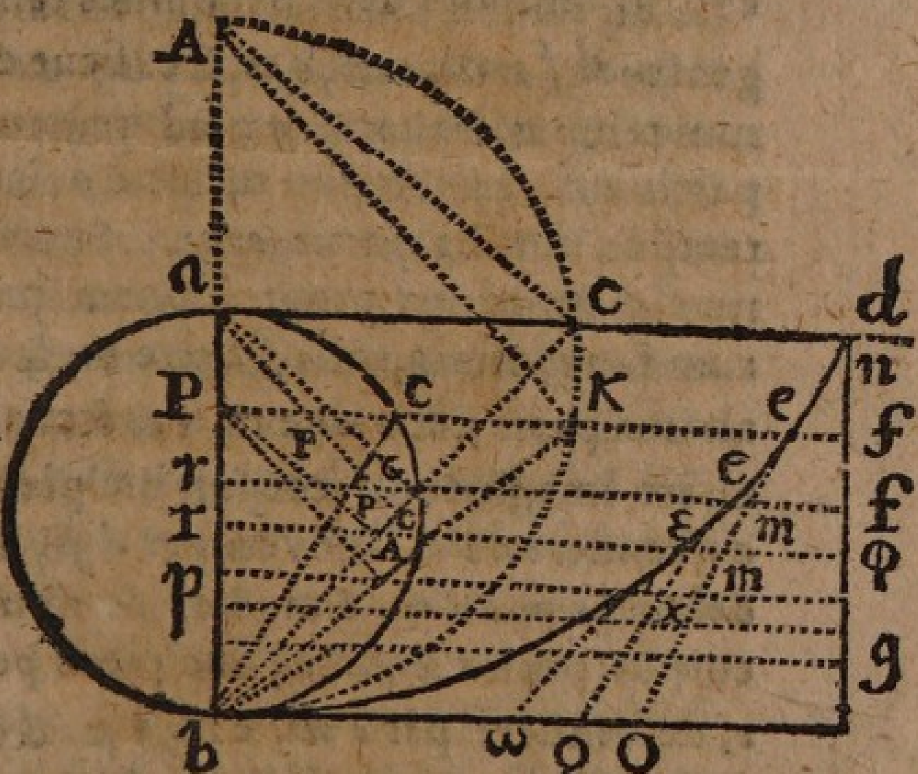
ac

ac infinita alia problemata magni momenti, marina concernentia: uti, v. gr. Duæ naves ſi dentur, & ventus ſtans, determinare tunc Rhombum & obliquitatem aptiorem altera, ad alteram ſequendum vel fugiendum. Si incedendum turmatim, determinare obliquitatem, quæ ſumenda, & magnitudinem turmarum. Determinare optimam figuram navis, ut velocius incedat vel fortior ſit. Id quod inclinatio gubernaculi efficere poteſt, ad vertendas naves, impediendas ne declinent, & cogendas ut magis contra ventum incedant. Quare Navis contra ventum incedere poſſit; licet vela rigida ſint uti Chinenſia quæ mattis vel ſtoreis conſtant. Ad quem usque Rhombum venti contrarii progredi poſſimus ſine declinatione. Quale commodum a velis flexibilibus, ſi inflentur, (Parabolicè.) exiſtat. Cui uſui ſint vela latina, demonſtrarique poteſt, vela latina, hyperbolicè conjuncta, quorum malum & Horizon aſymptota, æqualem vim habere ſupernè & infernè, ut Navis ad latera inclinetur, licet malum infinitè elevetur, vel velum infinitè extendatur undiquaque. Omnia hæc reſolvi poſ-

ſunt

ſunt hiſce regulis Mechanicis; ſed explicata ſufficere credo propoſito meo.

Cum pagina quædam adſint vacuæ, & in præfatione mentionem fecerim motus uniformis in Cycloide; motum indicabo quo utor, ut hanc uniformitatem demonſtrem; quô videre poſſim, ſi Huygenius ſuam publicaverit demonſtrationem, num ſatis felix fuerim ut conſentiam cum tam magno Viro.



PENDULUM

IN CYCLOIDE.

E Circulo *a c b* ſit cycloides *d e e ε b*, *ω o* eſt tangens, *d g*, *e o*, eo

e ω,

$e\omega$, sunt tangentes diversæ. Dico motum ponderis semper eodem tempore per omnes tangentes dg, eo, eo &c. fieri. Nam si parallelis da, fe, cP, fm, cp, Φm, $e\pi$ p &c. ducantur tangentes dg, eo, eo &c. erunt æquales & æqualiter inclinatæ ad funes bPa, bp, b pc. &c. in quibus funibus tempus semper æquale est.

Lineæ gd, gf, $gfg\Phi$ &c. continuo parallelæ sunt. Dico motum eodem tempore fieri, per omnes tangentes df, em, em, $e\mu$ &c. sicut enim tempus totius dg, ad tempus partis df; ita tempus totius eo, ad tempus similis partis em. Sumamus quamcunq; progressionem harum tangentium, uti df, em, e m, &c. ab una parte; & em, e m, $e\mu$ &c. ab altera imaginemur corpus incipiens descendere de d, moveri per df, & deinceps per em, e m &c. & aliud corpus primo æquale, incipiens per e, descendere per em, e m, $e\mu$. &c. *Dico hæc corpora mota iri eôdem tempore in tangentibus, quæ consistunt ordine progressioni ipsarum simili*, v. gr. per 3 (e m) progressionis df, em em &c. & per 3am $e\mu$ progressionis em, e m $e\mu$ &c. Nam propor-

tio-

tiones cordarum æquales & æquè inclinatas, *a* P, *c p*, c p, *κ ϖ* &c. sumamus, & continuemus 3tiam c p (æqualem ipsi e m) donec concurrat cum *a d*, in puncto C. Per punctum C ducatur circulus *b* C A. Si pondus descenderet per C c p, incipiendo per C, veniret in (c) eodem tempore quò perveniret iu *a*, si descenderet per A *a*, incipiendo ab A; & motum continuans versus c p *b*, percurreret lineam c p, eodem tempore ac lineam *a* P (facile enim videmus p P esse parallelam ipsi *c a*. Jam notum, pondus viam (c p) percurrere eodem tempore, sive incipiat moveri per lineam C c, sive venerit per duas *a* P, *c p*; ita tempus quod pondus impellit ut percurrat hanc 3tiam, c p, descendendo per tres *a* P, *c p*, c p idem est cum illo, quô pondus deferretur, in *a* P, descendendo per A P, & incipiendo per A. Idem vero pondus utitur eodem tempore ad percurrendam 3am *κ π* (secundæ progressionis) si incipit dascendere per *c p*, & motum continuat deinceps per c p, *κ π*; producendo enim *π κ*, offendes circulum A C K, in linea P c K, quod facile demonstratu. Ita tempus per K*κ*, est æquale tempori per A *a*, & tempus per *κ π* tempori per *a* P.

Inde

Inde sequitur, si sumatur progressio terminorum infinitorum *d f*, *e m*, em *e μ*, &c. procedens versus inferiora cycloidis *b*; motus ibi fiet semper eodem tempore, quo etiam tempore corpus incipiat descendere. Et sicut termini hujus progressionis tam parvæ esse possunt ac velis, ita ut primus *a* P vel *d f* modo millesima pars sit, vel centesima millesima, vel centum myriodena pars diametri *a b*; patet omnes hosce terminos progressionis, cum sint tangentes infinitè minores cycloide, haberi posse pro ipsa Cycloide, & ita motum per cycloidem semper eodem fieri tempore, a qualicunque puncto corpus descendere incipiat. Si velimus, hæc ad demonstrationem veterum reduci possunt; na n motus qui fit in hisce tangentibus quæ ita inferne tendunt, *d f*, *em*, em &c. semper brevior est isto, qui fieret per Cycloidem *d e e e* &c. licet multiplicando terminos progressionis, infinitè accedamus æqualitati; sed &, si tangentes, sint ductæ sursum *en* en, *ε ν* &c. motus ibi erit majori tempore quam in Cycloide.

Pondus suspensum in puncto *d*, per funem duplicem diametri *a b*.

truti-

trutinas inter duas cycloides similes *de* e *ε*, & *d* EE, infra describet & cycloidem totam, æqualem & similem superioribus, & omnes vibrationes tempore fierent æquali. Nam semper *e o*, e o (vel *c b*, c b) est dimidium residui Cycloidis *c b*, c b.

Finis de Viribus Moventibus.

DUÆ

DUÆ
MACHINÆ
ad facillimè conficienda
HOROLOGIA
GALLICO IDIOMATE
DESCRIPTÆ ET EXPLICATÆ
per
P. IGNATIUM GASTONEM
PARDIES, SOCIETATIS JESU;
In
LATINAM LINGUAM
TRANSLATÆ.

PRÆFATIO.

Difficultas, quam experimur in conficiendis horologiis Solaribus, & in tædiosa diversarum operationum prolixitate, quæ instituendæ sunt communem methodum adhibenti, delectamentum nobis ordinariè adimit, quod aliàs ex studio tam curioso tamque utili proveniret. Hinc non satis æstimari possunt inventiones praxes hasce faciliores reddentes. Duas en *Machinas ad hoc propositum admodum commodas, quoniam iis mediantibus unius horæ spatio ratio quævis horologia conficiendi disci potest, ea quoque, quæ didicimus ludendo quasi exercere; & sa-*

& facillimè omnis generis horologia in muris & in conclavibus describere possumus.

Non cogitandum autem, usum instrumentorum horum operationem mechanicam esse, ubi cæco impetu agamus, quid agamus nescientes. Quantum ad operationem, praxis simplicissima & certissima pro doctissimâ & omnium maximè geometricâ tenenda est; & puto admodum difficile esse, cum minore labore aut majori certitudine, sine harum machinarum ope quicquam in hoc negotio efficere. Sed si de Theoria addiscenda agitur horologiorum, eandem melius, quam ope harum duarum machinarum addisci posse non credo, utpote quibus facilè monstratur ratio omnium operationum, proportio linearum horariarum, Solis cursus, sectiones *arcuum ſignorum, verbô tota ſcientia gnomonica,*

Deſcriptio harum Machinarum è libro quodam latino, cui Titulus: Horologium Thaumanticum, *deſumta. Eſt Horologii genus, quod ideo Thaumanticum appellatum, propter Iridem artificialem, aut arcum cœleſtem, quæ in conclavi expanſa, diverſas ibi horas deſignat, ſigna idem zodiaci, gradus altitudinis & omnia quæ notare in Horologiis poſſumus, cum aliis particularitatibus tantò curioſioribus, quanto magis huic horologiorum generi peculiares ſunt, cum nihil adhuc iis ſimile in lucem ediderint vel exactiſſimè has res pertractantes. Quôvis momentô cognoſcuntur in iisdem loca terræ ſolis lucem habentia vel noctis tenebris immerſa. Uno ſtatim intuitu oculi loca illa videntur ubi Sol actu*

oritur

oritur vel occidit. Regiones inibi notantur longissimâ die & etiam nocte longissimâ gaudentes; loca ista ubi perpetua nox aut dies continuus, secundum Polos distinguuntur; horæ item Italicæ & Babylonicæ, magnitudo crepusculorum, longitudo diei vel noctis. Novæ hæ horæ tam ingeniose Lugduni inventæ unicâ linea ibi repræsentantur. Signa ascendentia & descendentia, Domus cœlestes & reliqua adeo quæ turbarent communia horologia, hic absque confusione & tanto ordine videntur, ut adspectus ipse satis jucundus.

Occasione hujus horologii, quod antea nondum apparuerat, aliud describitur, affinitatem magnam cum hocce habens, & quod in globo describitur, ubi absque stylo ullo umbra globi ipsa omnia ista notat, quæ in hoc horologia thaumantico videntur:

tur: ita ut quicquid per confine umbræ & lucis fit, totum globum dividens; hoc in altero per arcum cœlestem conclave intrantem & illud dividentem efficitur.

Quoniam talis artificialis arcus cœlestis quædam admiranda habeat, in id incubuimus in hoc libro, ut daremus media aliquot eum conficiendi; Forte & isti qui Dioptricam amant hic quædam offendent, quæ erunt ipsorum palati, aut ad minimum eosdem excitabunt, ut inquirant in ea, quæ jam deteguntur, quo ea, quæ hic inchoantur quæque magni sunt usus, magis magisque perficiant. Tandem in hoc libro medium proponitur focos sectionum conicarum inveniendi, describendis arcubus signorum in horologiis inserviens. Dudum jam has lineas ope certe fili describendi inven-

tio cognita; ſed inventum hoc in deſcribendis horologiis admodum utile, inutile hactenus in praxi fuit, ob permagnam difficultatem focos inveniendi, h. e. puncta ubi filum alligandum: ſic ut ſigna citius methodo ordinariâ deſcribi poſſent, licet longâ quam vel calculo, vel alia operatione punctum horum focorum inveniri. Propoſitio ergo generalis hic datur, & geometrica demonſtratio, quâ mediante facillimè foci hi in quavis ſectione reperiuntur, cum non niſi duæ lineæ parallelæ ad duas alias jam datas ducendæ, veniant.

Machinæ duæ ad conficienda horologia facillimo negotio.

Descriptio primæ Machinæ.

I.

Vide Fig. primam.

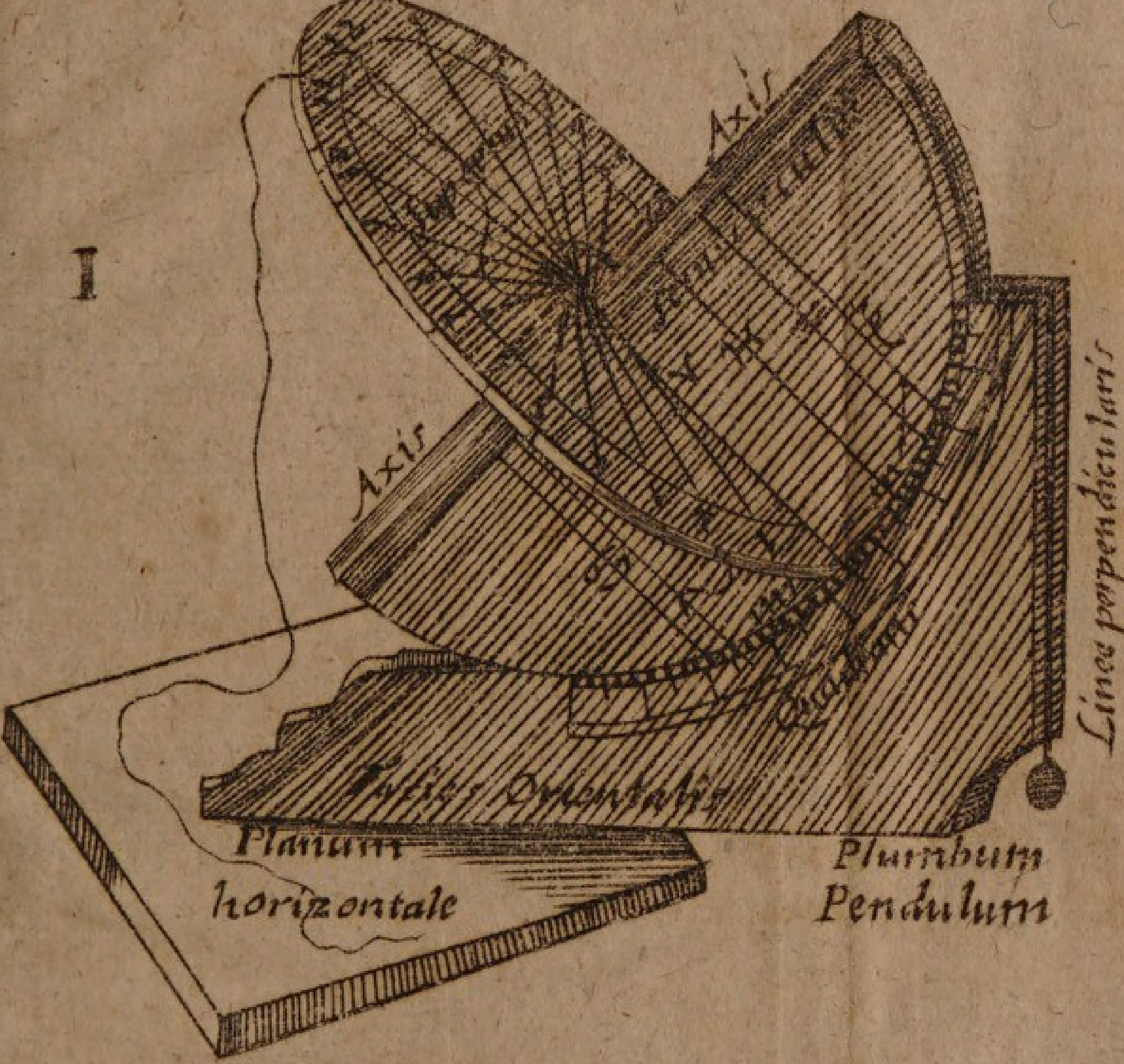
PRima hæ machina ex ligno conficitur, licet melius ex orichalco aut aliô molliori metallô conficiatur. Tres habet partes principales. Prima est pene quadrata tabula satis spissa & bene complanata; *planum horizontale* appellamus, quoniam in praxi horizontaliter sive ad regulam ponendum.

2. Ad angulum hujus Plani datur fibula quædam benè tornata, in qua secunda pars, quam *Planum Meridionale* vocamus, quod in fibula sicut axi verti debet, ita ut semper cum horizontali plano ad angulum rectum consistat.

3 In latere hujus *Plani* plumbum, regulæ vicem subiens.

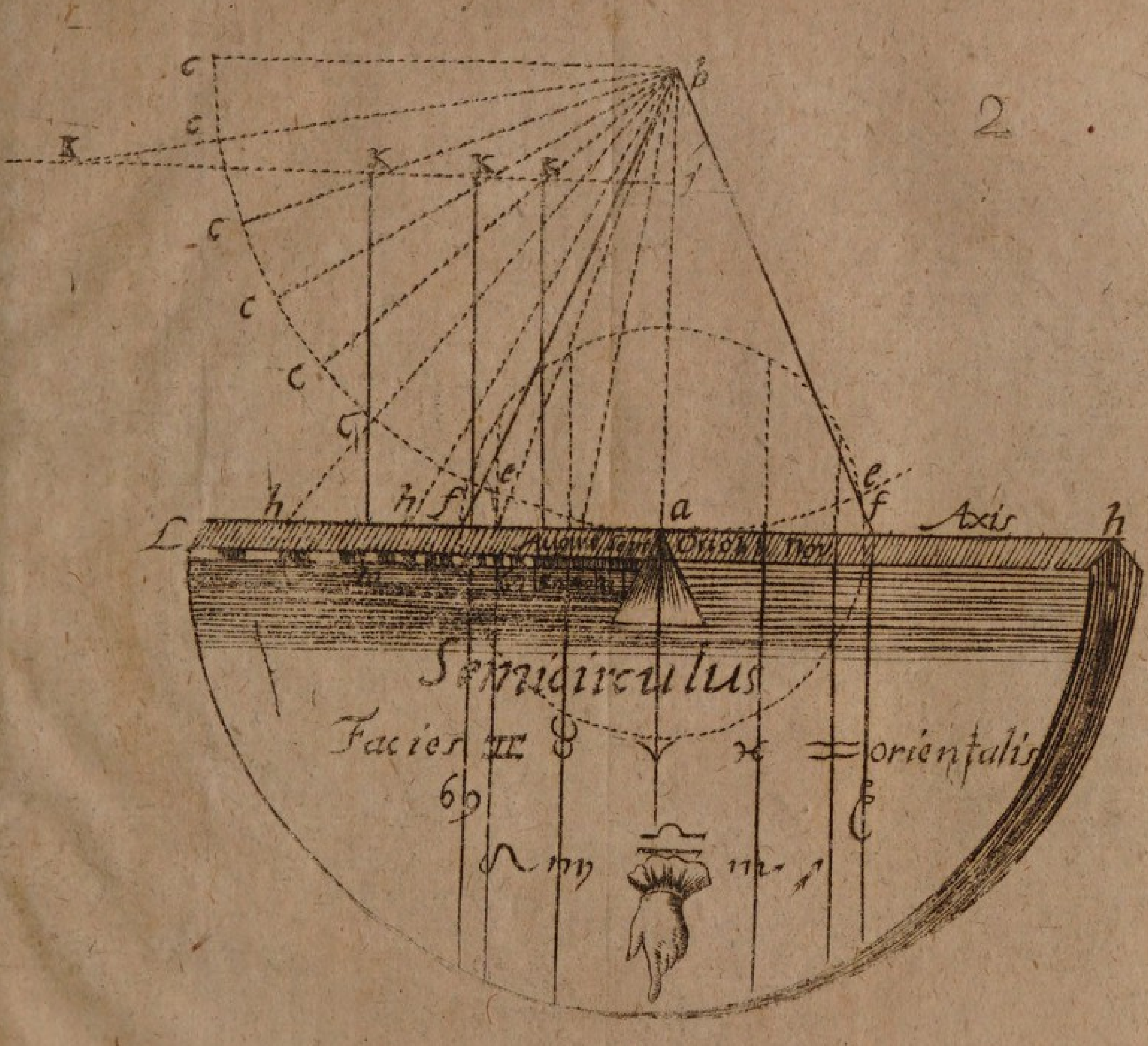
4. Planum hoc idem duabus constat partibus; ultima *Quadrans* vocatur

I


Axis
Axis
Linea perpendicularis
Planum
horizontale
Plumbum
Pendulum

p. 225.

2



catur, quoniam quarta pars circuli in nonaginta gradus diviſa; Altera *ſemicirculus* eſt, ita quadranti applicatus, ut inclinando verti poſſit, quo velis. Diameter hujus ſemicirculi vocatur *Axis*; & centrum ſimpliciter inſtrumenti *centrum*, ſicut filum inde oriens vocatur *filum centri.*

5. Tertia pars circulus eſt viginti quatuor æqualibus conſtans partibus, quarum quævis in duas vel quatuor alias dividi poteſt. Circulus hic ita plano meridionali jungitur, ut ſemper cum eo angulos rectos conſtituat, licet locum mutare & diverſas ſituationes recipere poſſit; Una facies circuli *ſuperior* dicitur, *inferior* altera.

6. In ſemicirculo videntur menſes certo modo notati. Qui non niſi praxin obſervant, non multum laboris impendant, ut noſcant, quomodo ſigna hæc aut menſes notaverim, quoniam inſtrumenta perfecta invenientes & ſignata, iis uti poſſunt ad facienda horologia, ſecundum uſum in ſequentibus explicandum.

7. Qui vero adhuc inſtrumenta ipſi ſignare cupiunt, hoc uti poſſunt modo. In axem *a b* ducitur perpendicularis *a k* æqualis ſemidiametro cir- *Fig. 2.*

culi. Ex *b* tanquam centro circulus fiat *a e*. Ab utraque parte ex *a* ad *e* viginti tres gradus 30. ſumantur, Duc jam rectas lineas *b e*, *b e*, axem ſecantes in *f*, *f*, & habebis in duobus hiſce punctis *f*, *f*, loca duorum tropicorum, ubi notes ſigna *cancri* & *capricorni*. Poſthæc ex centro *a* ducatur circulus *a f*, qui dividatur in duodecim æquales partes, & ducantur lineæ parallelæ per diviſiones oppoſitas, quibus reliqua zodiaci ſigna notantur in axe, uti videmus in figura. Utilius autem videtur menſes inſcribere axi ſicut ſignis reſpondent. Sex ex iisdem lateri orientali & occidentali totidem inſcribenda. Signa ipſa inferius aliquantum in ſemicirculi facie poni poſſunt.

8. Supra axem, gradus notantur ſervientes ad deſcribenda almicantarata in Quadrante, eaque ita notantur. Circulus *a c* in gradus ſuos dividitur, per ſingulos, aut decimum ſaltem quemcunque lineæ ex *b* ducuntur, quæ axem in *bb* dividunt; ita ut diſtantiis *ab*, *ab*, paulo inferius transportatis gradus deſcripti ſint usque ad 44. aut 45. cum ſemicirculus non plures continere poſſit. Sed ſi *i* k axi parallela ducatur, ita ut *i b* ſit quarta

Fig. 4.

pars

3

P. 227

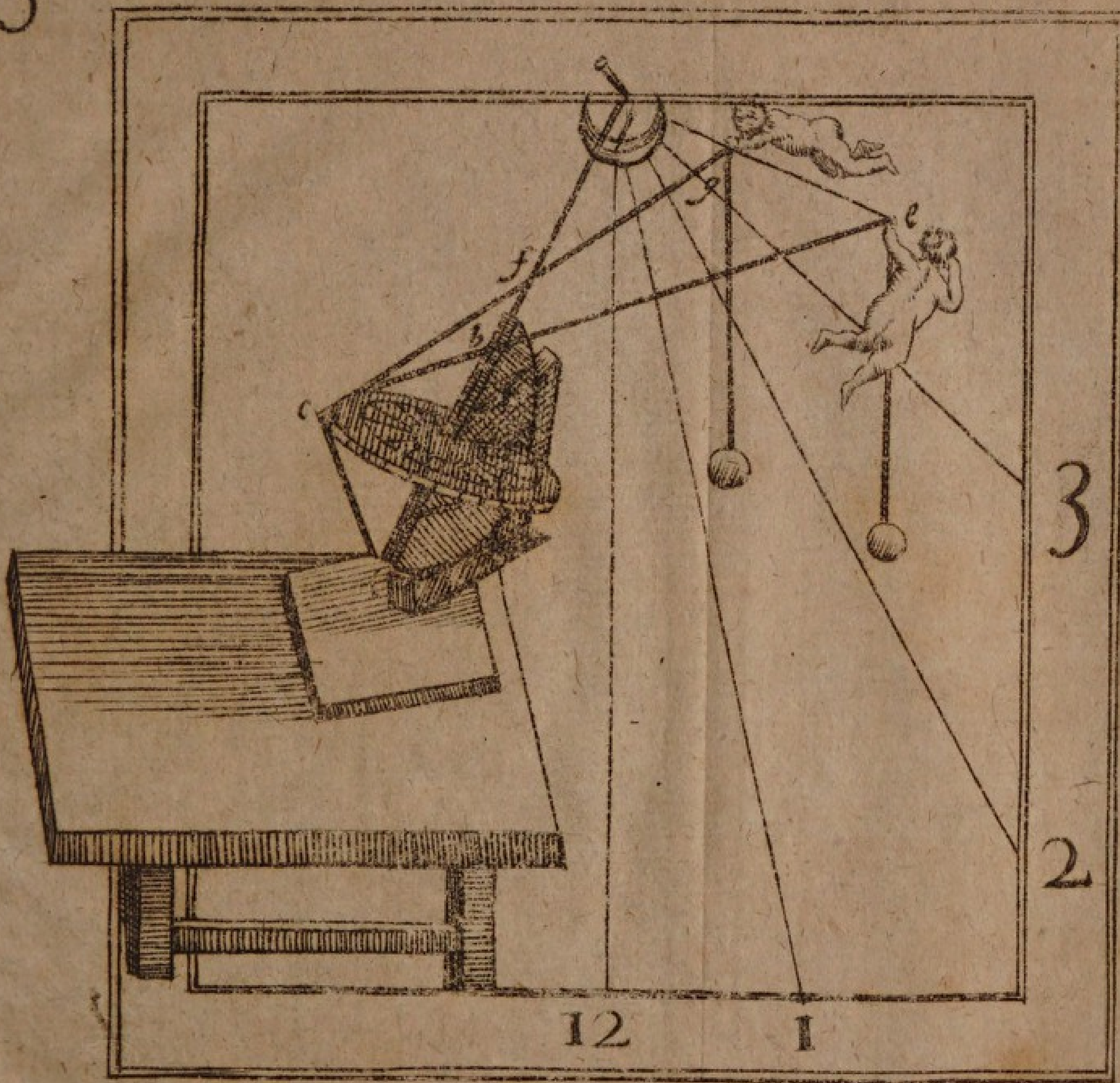


Fig. 4.

pars lineæ *a b*, diſtantiæ *i* k, *i* k in lineam *l l* transferri poſſunt, per parallelas k *l*, k *l*; & ita gradus habebis 70. & amplius. Commodum eſt ponere gradus minores in orientalem partem ſemicirculi & majores in occidentalem.

Uſus primæ Machinæ
PROBLEMA I.
Horologium ſolare in quavis ſuperficie deſcribere.

I.

POne tabulam firmam & immobilem ad murum, aut aliam ſuperficiem, cui horologium inſcribendum, ita ut ſpatium aliquod ſuperſit inter ſuperficiem hanc & tabulam, fermè magnitudinem ſtyli futuri adæquans. In limbo tabulæ *Planum horizontale* inſtrumenti perpendiculariter ponatur, quod ope plumbi in *plano meridionali* efficitur. Nam ſi plumbum ſemper ad normam deſcendere vides in linea tergo plani meridionalis inſcripta, dum planum hoc quaqua verſum volveris, planum horizontale perpendiculare eſſe, certus eſſe potes. Sed ſi plum- *Fig. I.*

bum lineam transgreditur, id indicio est, planum in illam partem vergere, itaque levare illud & probe firmare oportet, quando ad normam componitur.

2. Pone Semicirculum super quadrante suo, ita ut parvus index qui est in medio peripheriæ, respondeat gtadui elevationis poli sicuti gradus in Quadrante notati sunt. Postea pone *Circulum* super *Plano meridionali*, ita ut una superficierum suarum *centrum* tangat, attamen non tegat. Observandum autem in sex mensibus brevium dierum, *Superficiem superiorem* tangere debere centrum, in reliquis autem *inferiorem*; insuper circulus hic ita ponendus, ut cum axe rectum constituat angulum; quod fiet, si circuli superficies in eadem linea cum linea *Arietis* & *Libræ* est in semicirculo.

3. Sole splendente, verte in fibula sua Plenum meridionale cum Circulo suo, ita ut membra circuli præcisè cadat in axe super gradum signi aut super piem mensis iu quo sumus illo ipso die, quo operatio instituitur; & si ponatur instrumentum, uti debct poni, tunc *Planum* Meridionale resoondebit meridiano

cœlesti

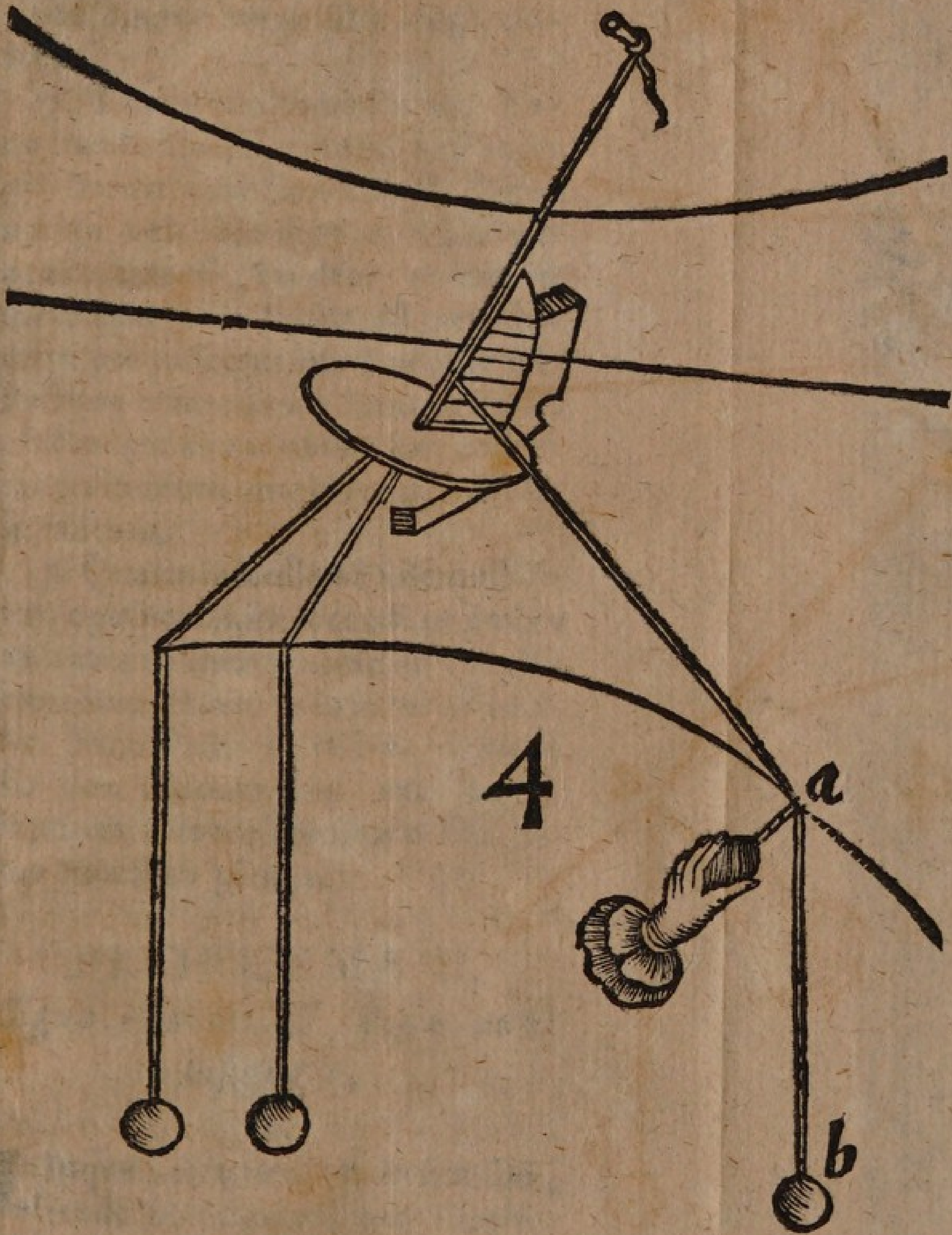
cœleſtis, *Axis* axi, *Circulus* æquatori.

4. Extende per totum axem *filum centri* donec murum attingat recta linea, ſive ſuperne verſus polum arcticum, ſive inferne ad Antarcticum. Punctum muri, quod filum ita extenſum attinget, erit centrum horologii, in illudque omnes horarum lineæ definent, ſive id in ipſa figura ſit, qua horologium ſit circumſcriptum, aut longius ab ea recedat. Inſuper, filum hoc ita extenſum ſitum ſtyli denotabit, aut acus horologii. Si enim virgam ferream muri eodem loco applicas & eodem ſitu, ubi eſt filum hoc, virga hæc inſerviet loco ſtyli & umbra ſua denotabit horas. Si ſtylus iſte longiori intervallo vergat in murum ſicut ſæpius accidit, nimis difficile imo impoſſibile erit tam longam affingere virgam; & in hoc caſu ſufficit alium adhibere ſtylum, cujus finis ſ. extremum tangat axem aut filum per axem extenſum, in aliquo ſaltim loco. Huic etiam ſtylo figura quævis dari poteſt, e. gr. Serpentis, Avis &c. Modo enim roſtrum aut extremum ejus tangat filum, umbra ejus extremitate ſua denotabit horam.

5. Horæ diversimode notantur. Prima hæc est ratio; instrumento sic posito, accipe filum centri & extende illud, ita ut transeat per singulas horas circuli, gradatim; & designa in muro puncta, ubi filum ita expansum, quamlibet horam transiens definit. Nam ducta linea e centro Horologii (quod est punctum muri ubi filum per axem transiens definit,) per singula puncta, lineæ omnium horarum ductæ erunt, & per consequens totum horologium perfectum. Si centrum vero nimis longe in murum abit, aut plane non, sicut accidere potest, utere. - -

6. Secunda ratione. Instrumento posito sicut supra accipe aliud filum, quod extremo axis *i* adstringas, duc illud per horam quandam circuli e.g. *r*, replica illud extendendo per axem aut super filum axi superintensum, ita ut filum hoc *c* bene expansum, simpliciter axem tangat, aut filum means per axem, in *b*, & deinceps in *f*, aut alio quovis loco, & ut puncta ubi filum ita extensum definit in muro sint *g* & *e*. Tunc solum ducatur linea *g e*, quæ erit hora denotata in *c*. Hora hac ita notata *c*, pone filum de loco *c* in aliam horam, & simili operatione

ad pag. 231.



tione omnes horas Horologii notabis.

7. Tertius modus noctu fit. Pone candelam ita ut umbra axis meet per horam quandam circuli. Tunc umbra axis ejusdem aut fili per axem extensi, eandem horam in muro denotabit, & nonnisi creta ducatur per umbram hanc necesse est. Posthæc transponens lumen, ita ut umbra per aliam horam eat, eodem modo in muro notabis eam. Et sic in reliquis.

8. Quarta interdiu ad solem efficitur, ope speculi, ita locandi, ut umbra axis eat per horam quandam circuli; tunc enim eadem hora in muro lineam horæ hujus describit. Ultimæ hæ duæ rationes sunt excellentes, inprimis si locus horologio destinatus non satis planus.

PROBLEMA II.

Signa Zodiaci & Festa anni designare.

I.

Linque instrumentum in situ suō, tende filum centri per superficiem circuli, & filum hoc in diversis punctis muri desinens, ibi lineam

æqui-

æquinoctialem notabit, ubi eſſe debent ſigna *Arietis* & *Libræ*, poſtea pone circulum in ſignum *Cancri*, (ſemper ad angulum rectum cum axe) extende jam filum centri, ſucceſſive illud tranſire faciens circumferentiam circuli; & hoc modo ſignum *cancri* in muro denotabis, ſi deinceps circulum ſuper quodvis ſignnm ordine pones, ſimili modo omnia Zodiaci ſigna notabis.

2. Ita ſi circulum ponas in diem menſis in quo eſt Feſtum aliquod immobile, e. g. 15. Aug. 24. Junii, aut alium, eodem modo in muro deſcribes lineam, trahens filum circa peripheriam circuli, & umbra ſtyli in lineam hanc cadet, toto die hujus feſti.

3. Ut autem in muro diverſa puncta commodius deſcribi poſſint, in quæ deſinit filum, utile erit adhibere acum ex orichalco, argento aut ebore aut alia molli materia confectam & per foramen *a* hujus acus ducere filum, donec plumbum extremo fili *b* appenſum, illud ſemper extenſum teneat. Tunc enim facile movebitur filum, & certius notabuntur in muro tot puncta quot velis.

PRO-

PROBLEMA III.

Signare Azimuta & Almicantarata.

I.

QUadrantem linque in situ suo, & verte semicirculum, ita ut axis ejus erectus sit versus punctum verticale. Applica jam circulum quocunque loco libuerit, modo ad angulum rectum, & notabis Azimuta eodem modo ac horas, cum axis inclinatus esset. Nam filum in quemvis gradum circuli aut decimum vel decimum quintum quemcunque ponens, & per axem ducens, diversa puncta in muro denotabis, ubi filum desinet.

2. Quoad Almicantarata, pone circulum in gradum quendam lineæ *l*, sub axe, e. g. in decimum, duc jam filum centri circa perimetrum uti dixi in signandis arcubus signorum, & hoc modo lineam curvam in muro notabis, quæ erit Almicantaratum, vel gradus elevationis super Horizontem, qui est notatus in loco ubi circulus positus est, id est decimus. Et quando extremum umbræ cadet, in hanc lineam, hoc denotabit Solem tunc super Horizontem elevatum

tum esse decem gradibus; postea pone circulum in 20. & 30 gradum, & reliquos, & ita omnia Almicantarata describes usque ad 45. gradus ferme. Sed ad describenda illa quæ sunt ultra 45. alio parvo circulo opus est, qui quartam saltim partem hujus circuli adæquet, & qui etiam jungi possit semicirculo. Nam hunc circulum parvum in parvos gradus ponens, denotare poteris in muro ad 70 gradus, quod omnino sufficere potest, cum Sol nunquam tam alte adscendat in Europa.

PROBLEMA IV.

Denotare Domus cœlestes.

DEprime semicirculum, ita ut plane decumbat & axis Horizontalis sit. Pone circulum in Medio, eumque inclina, ita ut una superficie tangente centrum, circumferentia respondeat gradui elevationis Poli, in Quadrante. Tunc tende filum juxta axem usque ad murum, & habebis centrum, ubi omnes lineæ domuum cœlestium se inter secabunt. Si deinceps filum tenditur per horas, quæ numero pari constant in circulo, 8, 10, 12, 2, 4, 6,

de-

describes domus cæleſtes eodem modo quo horas aſtronomicas deſcripſimus.

PROBLEMA. V.

Horas Italicas, Babylonicas & Judaicas deſcribere.

1.

TRopicis & Æquatore ſecundum probl. II. notatis, non multum difficultatis occurrit in his horis deſcribendis, quoniam quælibet earum Æquatorem tranſit in eodem puncto, cum hora aſtronomica, ita ut ibi jam punctum ſit ad quamlibet horam pertinens & aliud tantum reſtet quærendum, quod ſit in alterutro tropicorum, hoc modo.

2. Linea horizontalis inter Tropicos, a parte orientis eſt 24ta hora Italica & a parte occidentis 24ta Babylonica: & utrinque eadem horizontalis, eſt 12ma Judæorum. Si itaque capias locum tropici cujusdam, ubi Horizontem ſecet & numeres in eodem tropico horas ſingulas, habebis ibi punctum pro qualibet hora Italica & Babylonica. E. g. obſervans, Horizontem, ſecare tropicum *Cancri* circa hora veſpertinam ſeptimam & tres quadrantes cape punctum in hora

præ-

præcedenti, i. e. in 6. & tertia quadrante, & hoc erit punctum, quod permeabit 23a hora Italica; ducens igitur ab hoc puncto lineam versus punctum Æquatoris, ubi 5ta hora astronomica est, habebis totam lineam 32æ horæ Italicæ. Deinceps duc aliam lineam a puncto 5tæ horæ & tertii quadrantis tropici hujus ad quartam horam æquatoris, hæc dabit 22am horam Italicam &c.

3. Eodem modo advertens, horizontem a parte occidentis circa quartam & quadrantem, secareTropicum, accipies horam sequentem in eodem tropico, h. e. 5. & quadr. & ab hac ad 7am Æquatoris lineam duces quæ erit prima Babylonica. Deinceps linea a 6 cum quadr. tropici usque ad 8 Æquatoris ducta erit secunda Babylonica &c.

4. Si Horizon tropicos non secat ad orientem, aut occidentem, scias tantummodo horam ortus, & occasus Solis Diei longissimi & brevissimi totius anni. E. g. cum scias solem oriri die brevissimo hora septima & $\frac{3}{4}$, duces modo lineas horarum babylonicarum per $6\frac{3}{4}$, $5\frac{3}{4}$, $4\frac{3}{4}$, $3\frac{3}{4}$, &c. hora-

rarum tropici *Capricorni*, & 7, 8, 9, 10. &c. Æquatoris; aut si scis solem oriri circa $4\frac{1}{4}$ die longissimo, duc lineas a $5\frac{1}{4}$, $6\frac{1}{4}$, $7\frac{1}{4}$, $8\frac{1}{4}$, &c. Tropici *Cancri* per 7, 8, 9, 10, &c. Æquatoris, & habebis easdem horas babylonicas.

5. Similiter sciens solem occidere die longissimo circa $7\frac{3}{4}$, duc lineas a $6\frac{3}{4}$, $5\frac{3}{4}$, $4\frac{3}{4}$, $3\frac{3}{4}$, &c. Tropici *Cancri* per 5, 4, 3, 2, &c. Æquatoris & habebis horas Italicas.

6. Quoad Judaicas, divide in sex partes æquales horas, quæ sunt post meridiem ad solis occasum vel ortum, hoc est ad horizontem usque, in uno Tropico, & a qualibet harum partium duc lineas per quamvis horam Æquatoris, & habebis Judaicas: ita ut linea meridionalis semper sit 6ta hora Judæorum, & quæ transit per primam Æquatoris, sit 7ma Judæorum &c.

Notæ.

1. Si in Horologiis contenti sumus designasse solas horas astronomicas, qualemcunque adhibere licet stylum

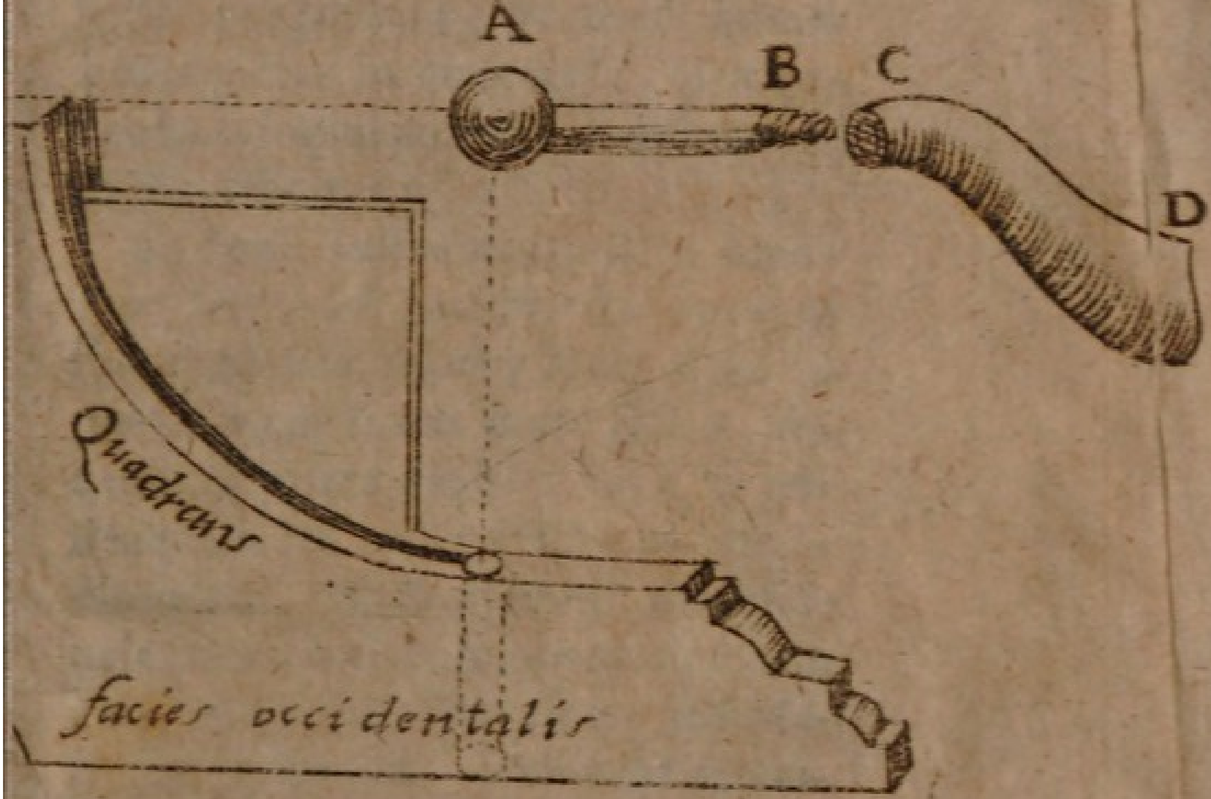
ſtylum modo ejus extremum tangat aliquot punctum axis. Sed dum ſigna Zodiaci, aut alii circuli adduntur, neceſſe eſt, extremum ſtyli reſpondere præciſe centro inſtrumenti.

2 Nimis ſæpe incommodi eſt, tanta exſtruere tabulata, & adeo firma, ut ei tabula imponi poſſit, inſtrumentumque ibi teneri immobile. Melius ergo longe eſt, pandere linteum Pictorum, aut chartam magnam in imo muri, in quo Horologium deſcribendum & in hoc panno pro lubitu operari. Horologium enim in hoc panno conſcriptum, transportari poteſt, ex ſcala quadam, in ſummum muri inque locum a murariis præparatum; applicando itaque illud in eodem ſitu, quo erat infra murum, penicillo quodam omnes horæ & arcus, ita ut in panno ductæ apparent, pingi poſſun. Præprimis vero bene obſervanda diſpoſitio ſtyli prout eam determinavit inſtrumentum in panno.

PROBLEMA VI.

Horologium reflexionis in cubiculo facere.

Optima


A
B
C
D
Quadrans
facies occidentalis

1.

Pulcherrima horologia sunt horologia reflexionis. In fenestra parvum speculum ponitur, quod radium in conclave reflectit, accipiendo lumen a sole, ita ut radius iste locum mutans secundum solis progressum, denotet omnes horas pictas in conclavi. Hoc genus horologiorum nostro instrumento sic efficitur;

2. Pone instrumentum in fenestra, ferme ad locum ubi parvum speculum esse debet; loca illud in meridianum suum more solito, secundum allata Probl. I. n. 3. & postea quam ita inveneris situm meridionalem, verte planum meridionale cum suo circulo, ita ut summum axis, non polum borealem, sed Meridiem respiciat. Deinceps operabis in conclavi eodem modo quem præscripsi in aliis horologiis in muro conficiendis.

3. Si nonnisi horas astronomicas cupis, speculum horizontale esse debet, ita ut in puncto, quodcunque illud fuerit, axem tangat, ubi filum per axem extenditur. Si vero signa & alios circulos cupis, speculum eo

loco

loco poſitum eſſe oportet, ubi centrum inſtrumenti fuit.

PROBLEMA VII.

Omni momento horam & altitudinem Poli Regionis invenire ubi degis.

ADde acum magneticam inſtrumento, hujus ope Planum meridionale vero meridiano loci ſuper imponi poterit. Poſtea circulo centro impoſito, eleva aut inclina ſemicirculum, qui portet etiam circulum, donec peripheriæ umbra directe ſuper diem in axe cadat. Tunc parva manus, quæ eſt in medio limbi ſemicirculi indicabit altitudinem Poli in gradibus Quadrantis, & eodem tempore umbra axis denotabit horam in circulo; niſi quod craſſities Plani meridionalis impedimentum quoddam a nona ad tertiam horam efficiat.

Nota.

INſtrumentum hoc ex orichalco factum absque dubio commodiſſimum

mum erit quoniam loco plani horizontalis virga ferrea ipsi addi potest, ope cujus instrumentum stylo Horologii alligari potest, qui stylus quam firmissime muro affigi debet. Hoc in casu autem stylus ex 2 partibus compositus esse debet, ita ut pars A B a parte C D vel prorsus, vel aliquo saltem intervallo mediante cochleâ removeri possit. Si horologium conficere vis, quadrantem instrumenti absque circulo suo & semicirculo ponas oportet, ita ut centrum respondeat directè extremo styli A, & præterea quadrans circumvolvi possit in fibula sua, dum semper verticalis vel horizonti perpendicularis manet. Tunc aufer styli extremum, & junge semicirculum & circulum quadranti instrumenti, quod jam verti potest quaquaversum, non amplius impeditum stylô, propter ablatum caput styli. Sic volvitur, Sole splendente, ad orientem, & secundum dicta Probl. I. n. 3. seqq. operatio instituitur. Horologiô confectô instrumentum aufertur & caput styli in locum suum restituitur.

Descriptio secundæ Machinæ.

I. Machina hæc est certa Lucerna,

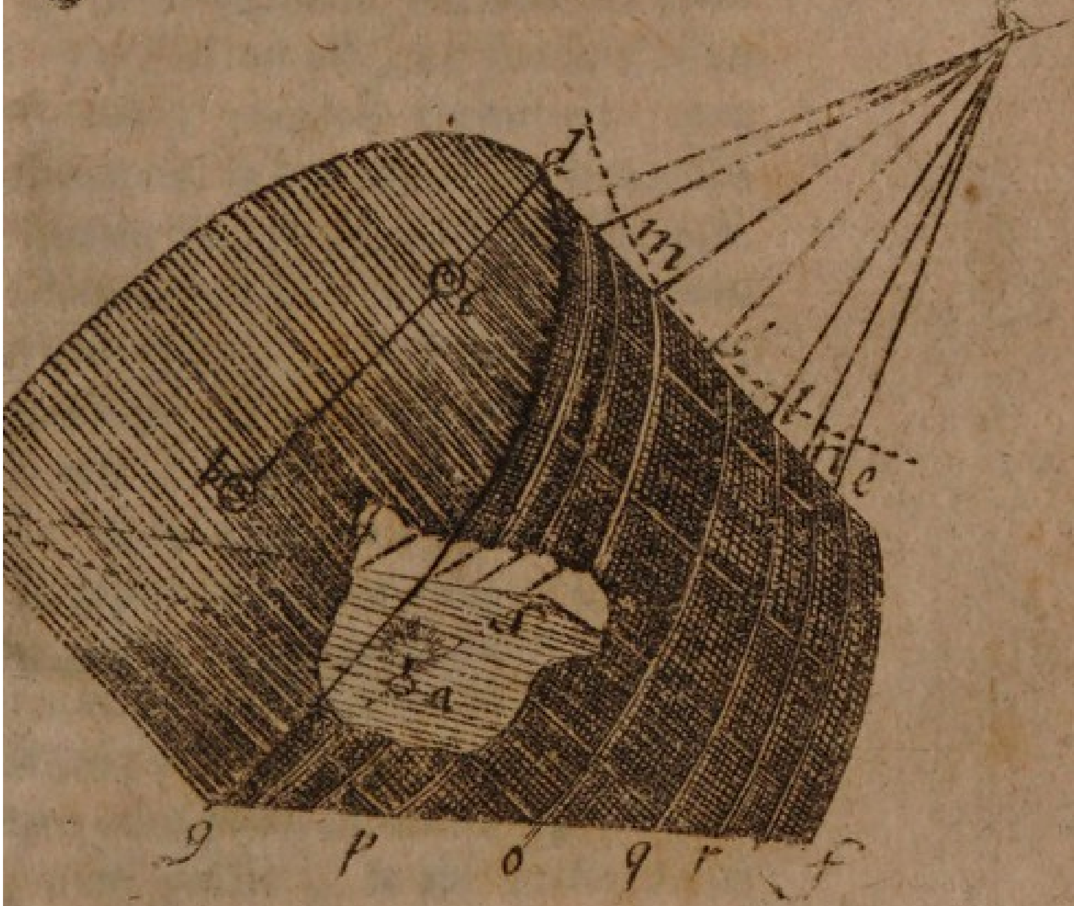
ex ferro albo vel chartâ densiore constans, sub cylindri formâ, (Vide Fig 6:) *g b d* est lamina circularis, vel magnum circuli segmentum, sicut & lamina opposita *f e* quæ est segmentum parvum, ita ut hæc duo segmenta sibi addita circulum totum constituant. Punctum *b* est centrum circuli *g b d*, per quod axis cylindri transit; *g h f f* est lamina, cujus medio foramen *a*, centrum instrumenti, inest. Arcus *i o*, *m p*, *l q*, &c. sunt arcus signorum. Lineæ rectæ parallelæ sunt horæ. Omnes hæ lineæ hoc modo signantur.

2. Totus circulus cylindri, h. e. peripheria *g h d*, in 24. partes dividitur æquales, & inde parallelæ ducuntur, quæ sunt horæ, ita ut linea per altissimum punctum *d* & *e* transiens horam duodecimam s. meridiei denotet.

3. In medio semicirculus *i o* circa cylindrum ducitur, qui erit Æquator. Perpendicularis *i k* semidiametro *b d* æqualis ducitur Ex *k* tanquam centro circulus describitur, in cujus utraque parte accipiuntur 23. gradus 26.; & per hunc gradum ductis lineis *k a*, *k e* in meridiano habebis puncta, per quæ circuli Æquatori

ri

6



ri paralleli ducendi, qui erunt Tropici; posthæc facilè puncta reliquorum signorum inveniuntur, secundum praxin datam n. 7. descriptionis primæ machinæ.

4. Utile quidem, sed non absolutè necessarium est, ut semicirculus Æquatoris præcisè terminetur per inferiorem laminam, eo loco, ubi Æquator lineam sextæ horæ secat, & ut lamina eadem cum plano Æquatoris angulum regionis, ubi degimus, constituat. Hoc enim modo lamina ista erit Horizon.

Usus Machinæ secundæ.

1. In lapide fenestræ excava fossulam rotundam magnitudine semisphærum adæquantem, ut ibi ponas speculum; aut cura confici thecam ferream cum pede infernè, qui lapidi immitti possit, & ibi ferruminari plumbô.

2. Accipe jam lineam meridianam, quæ per hunc locum transit, quod a meridie, sole splendente, facillime fit. Nam si teneas plumbum filo appensum in altera parte fenestræ, ita ut umbra fili transeat per fossam excavatam, umbra hæc erit linea meridiana. Commodius adhuc filum ita expansum linqui & in eodem situ firmari potest.

3. Noctu lampadem parvam in fossula colloca, ita ut flamma tenuis sed clara in ipso loco speculi existat.

4. Huic impone Machinam, ita ut flamma lampadis rectè foramini *a* insistat, quod est centrum, & eodem tempore radius per foramen axis *b* means, respondeat filo extenso, aut cuivis alii parti, ubi linea meridiana fuerit. Verbo, oportet Machinam hanc orientalem esse, & ita positam, ut axis verum meridianum loci respiciat.

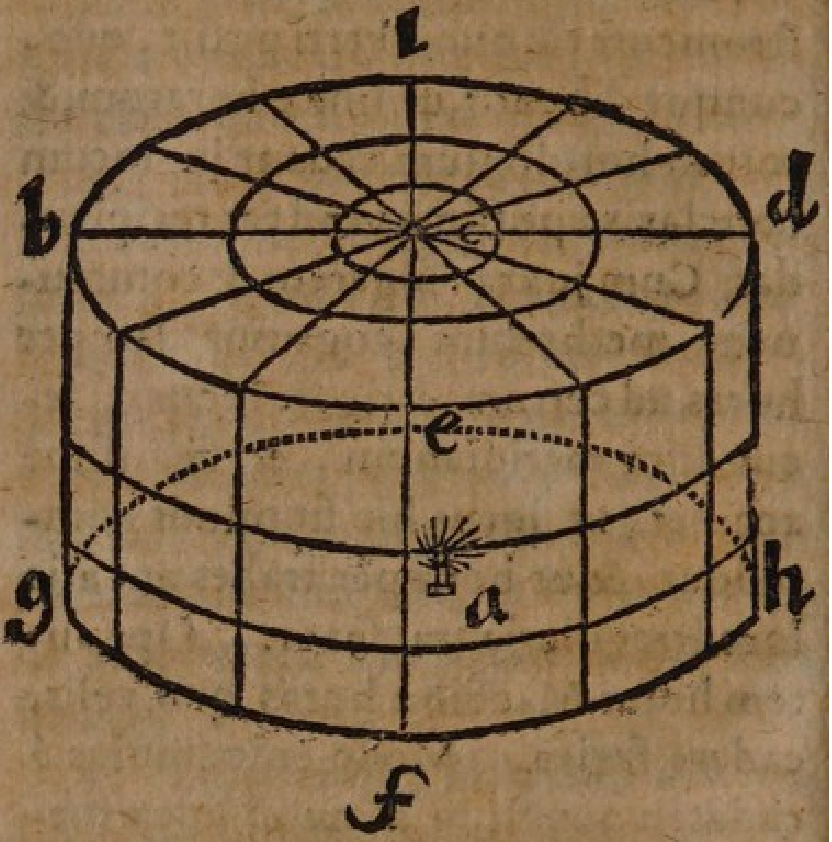
5. Tunc radius lampadis omnia Lucernæ foramina transiens, fideliter totum horologium in conclavi denotabit, ita ut certò omnia pro commodo tuo depingere possis.

6. Deinceps speculum sume & huic fossæ immitte, ita ut una vice & horam & signum diei notet & momenti, quod aliunde per aliud quoddam horologium cognosci debet. Et quando vitrum ita positum, mastige firmandum est in hoc situ, aut potius coloribus crassioribus, humectatis oleô nucum quales colores pictores ad deaurandum adhibent, qui benè siccantur, & mirè rem continent, pluviæ & calori resistentes.

7. Un-

7. Unum commodorum hujus instrumenti est quod verti possit, quocunque libuerit, ut lineæ horarum, & totum horologium cadant in locum conclavis aptissimum ad eas recipiendas. Cum juxta vulgarem & communem methodum cogamur semper horas ad certum dirigere locum, secundum meridianum, & sæpissimè accidet, ut locus hic sit minus commodus, & ut horæ per trabes aut alia loca irregularia transeant. Ope autem hujus Machinæ horas quo velis, cadere facies. Modo enim radius *b* cadat in punctum aliquod lineæ meridianæ, h. e modo axis cylindri sit in plano meridionali, instrumentum erigi aut inclinari potest, ad orientem vel occidentem verti, prout commodum videbitur. Posset quidem etiam disponi, ut radius *b* non transiret per meridianam lineam, sed tunc plus difficultatis aderit in locatione.

8 Simili Machinâ Azimuta & Almicantarata notari possunt. Si enim adhibeas aliam lucernam instar tympani (2. fig.) & ita ponas ut flammâ lampadis in centro *a* existente, radius *c* respondeat puncto verticali Horologii, (quod punctum alterô instrumentô invenitur, dum



mus in tabula punctum ubi radius *c* ejus instrumenti Fig 1. definit) tunc radi i per circulos parallelos transeuntes in conclavi denotabunt Almicantarata, sic ut *g f b* sit horizon; lineæ vero transverfales, & deorsum cadentes, denotabunt azimuta, modo lucerna hæc ita locata sit, ut radii pertranseuntes unam harum linearum cadant in Meridiana in conclavi designatam. Eodem modo & meridiani diversarum regionum, circuli latitudinis, & tota Geographia signari possunt.

9 Incommodum, quod experimus lampadem adhibentes, hoc est, quod

lumen illud nimis debile fit, ut omnia in pariete vel tabulato vix bene discerni possint, si conclave magnum est, ideo utendum radiis solaribus ope speculi; quod ita fit.

10. I, Initio affige speculum parvum loco suo, 2. si Sol in illud splendorem mittit, denota tria aut quatuor loca, in quæ radius reflexus cadit tribus diversis horis, in conclavi. Consultum est, ut hoc facias eo die, quo sol in aliquod signum intrat; & minimum una harum operationum fieri debet cum scimus horam certam instare, e. g. duodecimam, decimam, tertiam cum dimidio, &c. 3. Loca instrumentum, ita ut centrum ejus præcise respondeat parvo speculo. 4. Adhibe quatuor aut 5 specula satis magna, (concava meliora sunt) & ita eadem dispone, ut radios a sole receptos reflectant in parvum speculum, quod eos ex parte sua reflectet in peripheriam Laternæ, qui foramina ibi invenientes, in conclave cadent, & satis vivaciter lineas Horarias & signorum denotabunt. 5. Sed cum videmus radios hosce ita laternam transire, illa sic disponenda est, ut radii signum diei percurrentes, in quo tria aut quatuor puncta

cta notavimus, præcise respondeant etiam hisce punctis, & ut eodem tempore radii horæ incidant etiam in punctum tum annotatum, cum ista hora esset.

11. Hoc instrumentum in primis aptum ad conficienda Horologia in muris & alibi; Sed in hunc finem minus sit oportet, & etiam levius quam ad horologia reflexionis; adhæc, oportet invenire medium, illud stylo jam muro infixo affigendi, ita ut caput styli in centro instrumenti reperiatur, quod non adeo difficile factu est. Insuper ita locandum est, ut radii solares, per rimam horæ duodecimæ transeuntes, respondeant lineæ meridianæ jam muro inscriptæ, & ut eodem tempore radii signi etiam tribus aut quatuor punctis respondeant, quæ in die signi illius notata erant. Si sol non cadit a meridie in murum, utendum aliquo alio puncto alia quadam hora notato, de qua certi sumus facti vel per aliud horologium vel alia via.

12. Notandum quod dum conficimus horologium Reflexionis, instrumentum ita ponendum sit ut tergum considat superne, ipsum instrumen-

ſtrumentum vero ita verti poſſit, ut axis & foramen *b* meridiem reſpiciant, non ſeptentrionem aut Polum. E contrario cum facimus horologia in muris, neceſſe eſt inſtrumentum tergum ſuum infra habeat, & axis vel punctum *b* directe Polum aſpiciat.

Facillimum eſt omnia hæc applicare horologiis per radios directos facientis, qui per foramen tranſirent, ut conclave quoddam intrent.

ELEMENTA
GEOMETRIÆ

in quibus

Methodo brevi ac facili summe necessaria ex Euclide, Archimede, Apollonio, & nobilissima veterum & recentiorum Geometrarum inventa traduntur

per

P. IGNAT. GASTON PARDIES,
S. J. Gallico Idiomate conscripta

Nunc vero

IN VSVM STVDIOSÆ JUVENTVTIS
latinitate donata.

EDITIO QVINTA.

JENÆ,
SVMPTIBVS GEORGII CHRIST. TROEBERT
MDCCXXI.

VIRO ILLUSTRI

NICOL. CHRISTO-PHORO LYNCKERO,

JCto, Hæreditario Domino in Kötſchau, in Aula Saxo-Iſenacenſi & Regimine Tutelari Jenenſi Conſiliario Excellentiſſimo, Judicii Provincialis & Scabinatus Aſſeſſori, Collegii Juridici Seniori & Profeſſori Primario, Academiæ Salanæ hodie

RECTORE MAGNIFICO,

Patrono obſervantisſime colendo

perpetuam felicitatem!

IGnoſce homini ad Themidos ſacraria proruenti. Gallus eſt, cui natura liberiorem indulſit

 ge-

genium. Non tamen miles, qui Tuos turbaret circulos, sed mathematicus audit jamdudum doctorum volitans per ora virum. Hic postquam natale reliquit solum, mutato habitu, quod Jesuitis solenne est, Germaniam perlustrare constituit. Abhorret nihilominus eadem cum maleficis sede locari; cum patris non promittat funus neque principum inquirat in annos; sed mare & terram, numeroque carentem arenam metiri doceat. A me igitur, cui hactenus familiaris fuit, enixe petiit, ut Patronum conciliarem, sub cujus tutela exterus apud exteros securus vivere posset. Diu non deliberavi, sed magnificum nomen Tuum ad id exerandum esse dixi. Dictum. Factum! Qua-

pro-

propter in me converte iras, si quicquam in audendo peccatum fuit. Simul tamen reputa, summum Tuum favorem, quem sine ullis meæ tenuitatis axiomatibus per sola postulata novo plane ac singulari conamine mihi demonstrasti, primos subjecisse igniculos. His enim observantia mea excitata, hanc sibi legem latam putavit, etiam otii & partium noctis rationem Tibi soli reddere. In Gallia quidem Auctor Chinenses, Europæis populis si dIs placet oculatiores, imitatus operam suam omnibus Academiæ Regiæ membris, tanquam judicibus, obtulit: Nunc vero eadem defertur ad Academiæ nostræ caput, quia Te solum amplissimum laboris hujus theatrum esse existumavi. Suscipe igitur Vir Illu-

ſtris ſerena fronte, quod animo devoto calidisque omnigenæ felicitatis votis offero, & futuris quoque temporibus perpetuum Nominis Tui cultorem benevolentiæ Tuæ radiis bea. Jenæ die 14. Martii clɔ Iɔc LXXXIV.

Illuſtri Nomini Tuo

devotiſſimus

INTERPRES.

L. B.

ELementa Geometriæ magna facilitate demonſtrata hic accipis. Poſſunt ea omne tædium, quod incipientibus ex prima Euclidis lectione oritur, pleniſſime tollere. Erubui ſæpius quando in explicatione Euclidis ab auditoribus mihi objiciebatur, cur hæc per ſe nota demonſtrantur, cur non breviori via id fit? &c. Cœpi igitur evolvere varios Euclidis commentatores, ſed alii prolixitate nimia, alii dum breves eſſe voluerant, obſcuritate laborabant, ad unum vero omnes ordini Euclideo ſtricte inhærebant. Tandem incidi in præſentem auctorem, cujus labor deſideriis incipientium ex aſſe ſatisfacere videtur. Abſit tamen, ut hoc ipſo Studioſæ Juventuti Euclidem è manibus excutiamus, aut quicquam ejus laudi detrahamus. Manebit illa ſemper illibata, quamdiu nomen mathematici eruditorum ordini inſertum erit. Viam potius planiorem reddet hæc opera, ut ad ipſa Euclidis adyta pervenire queamus. Hoc igitur cum noſtrum ſit propoſitum, interpretatio præſens æquum ſperabit judicem. Fateor regulas bonæ interpretationis geniumque linguæ Gallicæ non ſemper obſervatum fuiſſe. Et qui fieri aliter potuit, cum ſtans quaſi pede in uno & aliis quam plurimis diſtrictus, unice in commodum quorundam DNN. Commilitonum eam abſolverim. Si Deus majora nobis dederit otia, facile cuncta ad limam revocari poterunt. Ceterum Nicolai Mercatoris introductionem in Geometriam præmiſit, & appendicis loco ex Logica ſive Arte cogitandi ſubjeci cap. 9. part. IV. in quo defectus Geometrarum notantur, quia & illa & hec cum Auctoris noſtri ſcopo maxumopere conveniunt. Vale & labori fave.

PRÆFATIO.

QVi conferent exiguam libelli hujusce molem cum inſcriptionis ſuæ magnitudine, primo fortè intuitu abiterrebuntur inæqualitate, quæ inter utramque eſt; & timendum eſt, ne illi omnia hæc promiſſa adeò eximia habeant pro verbis audacioribus hominis qui facilè ſuſcipiat quæ præſtare non poſſit: ſed hos ego rogatos velim, ſuſpendant paulùm judicium ſuum, ac conſiderent in præſentia nonniſi dimidium horum Elementorum dari, & de ſedecim libris, quibus illa abſolvi debent, nonniſi novem nunc publicari, quoniam reliqui, abſtruſiora atque eminentiora Geometriæ inventa explicantes, incipientibus hanc artem addiſcere non adeò neceſſarii ſunt. Interea in primis hiſce libris non omittuntur quæcunque pulcra habentur in quindecim libris Euclidis, & præterea quæ Archimedes de quadratura circuli demonſtravit & alia quædam ejusdem generis. Videbitis hîc mirabiles numerorum proprietates quas Euclides in ſeptimo, octavo & nono Elementorum ſuorum demonstravit. Discetis hic demonstrationem *magnitudinum incommensurabilium*, quæ fortè maximus est conatus cujus capax sit humana mens, quoniam dum scrutatum abit usque ad possibilitatem rerum, tantâ cum claritate ac perspicuitate id quod est & quod non est deregit; & quod in infinita multitudine comparationum, quas omnes observat tanquam possibiles inter duas magnitudines, demonstrat immobili quadam certitudine, neque ipsum Deum videre earum unam aptam quam suppeditet ut communem mensuram duarum harum magnitudinum. Verumenimvero licet hæc demonstratio pulcra sit, fatendum tamen est, eam satis esse difficilem; ii quibus inventionem tantam debemus, non aliud nobis iter ostenderunt, quam quo ipsi fuerant usi, aut quod revera aliud non nossent, aut quod hac ratione voluerint partem laboris, quò defuncti fuerant nos quoque experiri & simul gustare tanto majori cum gaudio delicias novi hujus mundi, quanto majori cum labore eò pervenissemus. Quodcunque sit, hæc via adeò longa plenaque difficultatum est, ut pauci, qui aut constantiæ satis ad ferendum ejus tædium habeant, aut virium ad superandas molestias inveniantur. Nescio an ausim dicere me satis fuisse felicem in detegendo novo itinere. Nec tamen admodum

dum magnæ id mihi laudi foret: interdum audaculus nauta felicior est in nova quadam detectione, quam peritissimus navarchus, fortunaq; idem in tempestate reperire sinit, quod nemo perfectissima, quæ de re nautica haberi potest, cognitione detegere potuisset. Sic etiam contingere potuisset ut vasta hæc Geometriæ maria percurrens, forte quadam offendissem novum aliquod iter & magnis hominibus qui me præcesserunt incognitum. Nihilominus bonam hanc fortunam mihi attribuere non studeo; illud tamen minimum jure dicturus sum, viam quam ego ingredior, iturus ad Incommensurabiles, brevissimam esse atque facilimam, ita ut exigua attentione, quæ quatuor aut quinque saltim parvarum pagellarum lectioni dicanda est, exactè aliquis comprehendere possit rem quam paucissimi, etiam ex iis qui se Geometriæ penitus dedunt, intelligere queunt.

Posthæc de diversis progressionum generibus ago, ac peculiariter duabus magis celebribus, quæ sunt Geometrica & Arithmetica, insisto; easque inter se conferens Logarithmorum quoque tractationem suscipio, eorumque artificium ostendo mediante linea aliqua Geometrica, quæ admodum utilis erit ad resolutionem Problematum Algebraicorum de omnis generis dimensionibus. Hæc est illa linea quacum olim quadrare potui Hyperbolen; & quod non ita pridem amicorum quidam in Diario sive Actis Eruditorum Angliæ de iis, quæ de hac materia à peritissimis Geometris publici juris facta sunt, ostendit, adeò me non occupavit, ut potius cogitationem mihi injecerit, eos noluisse omnia quæ de hac re dici possent, nobiscum communicare. Finio autem primam hanc partem praxi Geometrica; quæ deberet contineri ultimo demum Elementorum omnium libro. Præter operationes faciliores communioresque trado hic principia mensurandi magnitudines & distantias locorum inaccessibilium, conficiendi tabulas Topo- & Chorographicas; inveniendi sinus, tangentes & secantes omnium angulorum; ac tandem notitiam omnium eorum quæ ad hanc partem, quæ Geometria practica vocatur, pertinent.

Post hæc totidem libris tradam Algebram, Sectiones Conicas, Sphæricas, & Staticam; sed ante omnia quinque aut sex generales regulas stabiliam, è quibus deinceps, tanquam per corollaria, demonstratio infinitarum propositionum, quæ pro palmariis in Geometria habentur, trahitur. Inde natura invenietur & mensura spatiorum asymptoticorum, quorum cognitio res est omnium maxime admirabilis, & quæ clarissimè magnitudinem ac spiritualitatem animæ nostræ ostendit, siquidem hæc solo spi-

ritus

ritus sui lumine ultra infinitum penetrans adeò clarè res, quas nulla sensuum experientia eam docere, nullaque corporea facultas percipere saltem potest, detegit. Spatia hæc sunt extensionis actu infinitæ, comprehensa inter duas lineas, quæ prolongatæ, in infinitum, non se unquam offendunt; unde ipsis nomen Asymptotorum est. Interim hic demonstratur, hæc spatia quoad longitudinem infinita, nihilominus circulo alicui aut alteri figuræ determinatæ æqualia esse: ita ut Infinitum ipsum, quam immensum, & quam innumerabile etiam illud est, nihilo secius ad calculum atque mensuram Geometriæ reducatur, & anima nostra, major adhuc illo, id comprehendere queat. Ex omnibus naturalibus, quas homo propria ratiocinatione acquirere potest, notitiis sine dubio hæc Infiniti comprehensio maximè est admirabilis: neque quicquam ego aptius video quod de animæ nostræ existentia nos convincat, atque doceat, ultra materialem facultatem qua nobis res imaginamur medio organorum, esse nobis aliquam plane spiritualem ad cogitandum & ratiocinandum, quam omnium Philosophorum maximus *potentiam aliquam ab organis independentem, separatam à materia, & aliunde quam à corpore venientem* appellat. Certè, quantascunq; etiam vires intendemus, ut nobis infinitum imaginemur, ad extremum tamen ejus nunquam veniemus; & quamdiu in sola ejus imaginatione nos detinebimus, formare seu concipere quidem nobis poterimus spatium aliquod vastæ distensionis, illud tamen semper erit determinatum: siquidem cum imaginatio, ut propriè loquamur, corporea quædam sit potentia, quæ objecta non nisi per phantasmata ac species sensibiles nobis repræsentat, ea ipsa, instar corporis, in repræsentationibus suis determinata esse debet. Et quemadmodum tabula aliqua oculis nostris quandam extensionem actu infinitam subjicere nequit, quia id quod limitibus in certo aliquo spatio circumscriptum est id quod terminos nullos habet continere non potest; ita etiam imaginatio quæ nihil aliud est quam tabula repræsentans imagines revera satis subtiles, sed semper materiales, non nisi corporeas atque limitibus comprehensas res nobis ostendere potest, cum tota infiniti immensitas picturæ alicujus corporeæ terminis contineri nequeat. Imaginatio igitur eo usque non attingit, ut nobis infinitum repræsentet. Sed aliunde demonstratio quam de natura & proprietatibus immensæ hujus atq; infinitæ extensionis asymptoticæ instituimus, nos pariter omnes convincit, haberi intra nos facultatem, quæ idonea sit hanc infinitam extensionem nobis repræsentare. Quemadmodum enim ut regula atque circino figuram in charta delineatam metiar, opus est me eam figuram præ oculis atque ad manus habere, quò instrumenta ad angulos ejus atque latera applicans, omnes ejus dimensiones sumere, & sic magnitudinem illius determinare possim; ita etiam ut rationis meæ regula mensuras spatii hujus asymptotici sumere queam, necesse est, ut ejus ideam aliquam intimè animo meo præsentem habeam; & ut idem animus, liceat ita loqui, huic ideæ atque interiori figuræ se applicans, ejus dimensiones accipiat, magnitudinem determinet, atque omnes ejus proprietates demonstret. Necessum itaque est ut agnoscamus claras & distinctas infinitæ alicujus extensionis ideas & repræsentationes nos in nobis habere, & per consequens eam facultatem quæ ita nobis repræsentat id quod corpus nullum repræsentare potest, esse potentiam quandam pure spiritualem & à materia distinctam: adeo ut Geometria unica quadam demonstratione simul aliquam maximè admirabilium naturæ proprietatum, eodemque tempore unam è duabus maximi momenti veritatibus Moralibus probet.

Audebone ulterius etiam progredi, & dicere in hac ipsa demonstratione invictum quoque argumentum existentiæ Dei reperiri? Novi equidem divinam naturam abyssum esse luminis, quod passim se dif-

fun-

fundit, & in cœcissimorum etiam atque stupidissimorum animis sese inserit: sed nec minus novi, quousque progressa sit Libertinorum impietas, qui cum propriæ ac internæ refutationi resistere, aut sibi ipsis respondere nequeant, extrinsecus tamen aliorum demonstrationes eludere, intricato negotio de æternitate se munientes, conantur; & in tuto se esse sub infinita hac causarum dependentium multitudine, ac refugii locum nunquam non invenire in æterna serie diversarum productionum arbitrantur. Verùm Geometria, manifesto quodam asymptotorum exemplo, invicto argumento demonstrat, quod etiam in hac ipsa, quam prætendunt, causarum subordinatarum & dependentium unius ab altera in infinitum serie necessario veniendum sit ad primam aliquam naturam, quæ cum omnibus his causis particularibus cum concurrat, omnibusque temporibus correspondeat, quoque ipsa sit infinita & æterna, & quæ licet non sola ullam harum causarum sine concursu & determinatione aliarum producat, nihilominus generalis quæ res omnes producit conservatque, causa existat.

Fortè, post hæc omnia, nonnemo cogitabit me res hic in epitome solùm tradere, hancque Geometriam iis quidem, quibus jam cognita esset hæc scientia, me-

memorialis libelli loco futuram, non verò instituturam eos, qui eam addiſcere cupiunt. Sed profiteor longè ab intentione mea hoc abeſſe, quæ nunquam fuit epitomen conficere: ſemper enim præ me tuli Geometriam conficere, quæ incipientibus inſerviret, & ex qua illi etiam qui nunquam de Mathematicis rebus quicquam audiviſſent, brevi admodum tempore, non ſolum quod ſummè neceſſarium eſt in Geometria, ſed ſubtiliora quoque addiſcere poſſent. Non ignoro libros in hac materia breviſſimos non eſſe clariſſimos; atque in magno numero eorum, qui nobis lectionem atque cognitionem Euclidis faciliorem reddere voluere, plurimi ſatis ejus volumen minuerunt; propterea tamen non omne tempus quo ad eum intelligendum opus eſt, abbreviarunt.

Inter omnes Commentatores, maxime prolixus eſt, mea quidem opinione, Clavius, Pater Fournier verò breviſſimus; nihilominus perſvaſum mihi eſt, longiori tempore opus eſſe ad mediocriter intelligendum Euclidem in Patre Fournier, quam in Clavio: adeò verum eſt, in Geometria ſtudii, ac laborum tempus non magnitudine aut parvitate voluminis metiendum eſſe. Itaque in inſtituto, quod erat, medium Scientiam hanc cum maxima qua poſſet facilitate addiſcendi tradere, non tàm in-

ſcri-

ſcriptis brevis eſſe, quàm ut in modo procedendi facile intelligerer ſtudui; ſique hic libellus exiguus admodum apparet, non tàm illud brevitati demonſtrationum particularium adſcribendum erit, quam methodi generalis facilitati. Notandum enim eſt inter ea, quæ difficilem ac tædioſam Euclidis & vulgarium Autorum lectionem faciunt eſſe & illud, quod dum in ſummo illo rigore, quo nihil quod demonſtrari poſſit, quàm facile aliàs etiam appareat, ſine demonſtratione abire ſinunt, ſæpè accidit ut quod clarum fuiſſet, ſi animo id quale naturaliter videbatur propoſuiſſe ſatis habuiſſemus, poſtea difficile ac intricatum evadat, quando ad demonſtrationem regularem id reducere volumus. Imò & hoc obſervabis in Euclide, ut demonſtret propoſitionem aliquam magni momenti, longam adhibere propoſitionum ſeriem, quæ propriè nulli ſunt uſui quam ad probandam principalem hanc propoſitionem. Si itaque ſola explicatione ut veritas perſpiciatur efficere poſſumus, absque eo ut laboremus demonſtrare id de quo plenè convicti ſumus, & ſermones inſumamus, qui non videntur aliud facere, quam nos dedocere id quod ignorare non poſſumus, labore hoc certè ſuperſedebimus. Parimodo, ſi una vice omnes hæ principales atque magni momenti propoſitiones, abs-

que

que adhibita longa illa demonſtrationum ſerie, tantisque apparatibus, demonſtrari poſſunt, habebimus procul dubio medium res inutiles reſcindendi: atque hoc eſt illud, quod ego me pluribus in locis præſtitiſſe arbitror, dum in unica quadam propoſitione demonſtro, quod aliàs non niſi tædioſa illa aliarum propoſitionum ſerie probatum fuit. Aliud, quo uſus ſum, medium abbreviandi, eſt res ad generalia certa principia reducere; quod non in hoc ſolùm libro feci, ubi per quinque ſexve regulas univerſales ferme infinitum numerum palmariarum propoſitionum demonſtro, ſed in multis aliis etiam locis, veluti quando de Sectionibus Conicis agens, quatuor illarum proprietates per unam proprietatum, quæ unicæ alicui ſectioni peculiaris eſt, demonſtro. E. g. eas omnes ſub proprietatibus Ellipſeos conſiderans, dico Circulum eſſe ellipſin, cujus duo foci ſe tangunt; Parabolam eſſe ellipſin, cujus duo foci ſunt in infinitum à ſe invicem diſtantes; & Hyperbolen eſſe ellipſin cujus foci magis quam infinitum diſtant: quod optime procedit ac bene percipi poteſt, velut illo in loco explico.

Nonneminem ſine dubio malè habebit quod conſuetam methodum definitiones, principia & propoſitiones collocandi deſeruerim; ac forſan ille me Geometriæ, ſub-

latis

latis illis, quæ ei semper dignitatem accuratissimæ scientiæ dederunt, injuriam facere credet. Alius quidam reprehendet, quod adhuc vetustos quosdam demonstrandi modos retinuerim, postquam moderni, per expolitam illam hujus in quo vivimus temporis rationem, demonstrationes multo *magis naturales* dederunt, atque differentiam, quæ est inter *illuminare animos* atque *eos convincere*, ostenderunt. Objicietur mihi porrò, quod in pluribus negligentior fuerim; quod multas propositiones absque quod eas demonstrem prætersierim; quod sæpè loca, quæ non directè id quod in quæstione est probant, citem; quod indifferenter *Conversa* & propositione ipsa utar. Ad hæc omnia verbo uno respondeo, me, cum Geometriam cum omni qua fieri posset facilitate docere instituissem, hanc viam, quam insisti, maximè idoneam invenisse: quod non obstabit, quo minus bonas hominum harum rerum peritorum de me opiones lucrifaciam.

Interim animadverto, me dum omnimodam brevitatem hujus Opusculi promitto, nimis longum in Præfatione esse. Verumtamen non me detineo in ostendendis magnis Geometriæ utilitatibus; id solùm dico, eam si unquam in Scientiis naturalibus aut Artium praxi commodi quicquam attulit, nunc certè & his & illis summe esse

ne-

necessariam. Notum est quousq; seculo nostro artium perfectio prolata sit, & quantâ cum indagine res occultissimæ in Physica perpendantur. Eo modo quo his temporibus Physica docetur, Geometria æque ac Mechanica, quæ nihil aliud est quam Geometria ad motum localem applicata, necessaria est, & qui maxima hodiè famâ clari sunt, ab iis qui harum duarum cognitione instructi non sunt, intelligi nequeunt. Quod Mechanicam attinet, ejus Elementorum, in dissertatione de motu locali, quam meam profiteri non est quod pudeat, jam tradidi partem; atque spero cum eo quod hoc libro de Geometria nunc publici juris facio, duo magna haberi posse adminicula per quæ Physica, prout nunc traditur, intelligatur, recteque de ea judicetur. Fortassis etiam observare licebit eos, quibus honori est Philosophiam suam Geometriæ atque Mechanicæ fundamentis superstruxisse, non semper bene esse fundatos; & illud ipsum quod doctrinæ eorum incrementa dedit, inservire poterit ad errores eorum agnoscendos. Porrò Lectorem moneo, me nullo modo eorum, quæ hoc opusculo traduntur, auctorem haberi velle; undique quæ mihi placuerunt collegi: ac si quis heic quicquam reperiat quod à se inventum putet, aut ab alio quopiam, audacter id arripiat, Autorive suo attribuat, lubens ego consentio; nec litem ei ullam movebo. Quod si quis forte fortuna quicquam hic offenderit quod alibi non invenit, idque mihi tribuere velit, pro meo tunc id agnoscam, metu ne plane pro deserto habeatur.

MONITA

ad eos qui Geometriam discere cupiunt.

EOdem tempore quo legitur propositio, considerentur & apposita figura. Laboris id principio est, sed duobus tribusve ille diebus superatur.

Non deserendus est labor, si occurrant res, quæ non initio statim comprehendantur; Geometria non tam facile quam historia quædam capitur.

Si postquam propositionem aliquam cum attentione legens, eam non intelligas, ulterius progredere; intelliges eam fortasse in sequentibus, aut ad minimum tunc, cum omnibus perlectis de novo planè legere incipies.

Numeri qui inter Parentheses reperiuntur, veluti e.g. (3.24.) notant id quod eo loco dicitur alibi probatum esse, nempe libro tertio articulo vigesimo quarto: ita ut prior numerus librum, reliqui articulum significent; eosque articulos consulere oportet, ut sciatur probatio ejus quod legitur.

Si vocabula invenies quæ non intelligas, consule tabulam quæ in fine subjuncta est.

Maxi-

Maxime conducet initio Magistrum, qui has demonstrationes explicet, habere, ea enim ratione multo facilius quam si ipse tantum legeris hæc addisces.

Si quis laborem non subterfugerit in Collegium Claremontanum veniendi, Autorem horum Elementorum ea die Lunæ atque Veneris explicantem offendet.

Sperabam primo quoque tempore reliqua hujus Geometriæ in lucem edere; verùm eorum impressionem aliquandiu differre coactus sum, quo spatium haberem alios Mathematicos tractatus multò magis necessarios publicandi. Quamprimùm Staticam Opticam & Quadrantes, in quibus jamjam distineor, absolvo, continuo statim ordine Algebra, Sectiones Conicæ, & reliqua quæ promisi, ut plena quædam & perfecta Geometria fiat, imprimentur.

Nicolai

Nicolai Mercatoris in GEOMETRIAM *Introductio brevis*

G*Eometriæ* tradendæ methodus eadem debebat esse, quæ aliarum scientiarum; ubi Nomen exponitur primum, tum definitio, genus, subjectum, objectum, principia, genesis, & affectiones tam primæ, quam secundæ.

Nomen Geometriæ dimensionem terræ innuit; quod ea, quæ plerumque metiri solemus, vel terra sint, vel ex terraqueo globo producta.

Convenit igitur hoc nomen apprimè scientiæ vel arti, quæ in dimetiendis objectorum visibilium quantitatibus occupatur: quales sunt itinerum distantiæ; altitudines montium & ædificiorum; agrorum latifundia, vel moles corporum.

Postulabat ab industria mentis ipsa necessitas, ut inquireret in rationem ista definiendi. Voluit igitur sollicitata mens succurrere indigentiæ rei, & intellecto negotio, quæcunque ad institutum facerent, examinare.

Ideoque non dedignatur Geometria ortum ſuum nec invidet nomen arti, quæ ſuis natalibus præfuerat. Quinimo inventis ſuis liberè uti jubet; dummodo luminibus ſuis acceptum feratur, quicquid illa circa materiales extenſiones occupata machinatrix usquam pollet.

Dehinc opportunum eſt quærere, quænam ſit illa, quam nos Geometriæ nomine indigitamus. Ne ſim longus, accipe *definitionem*.

Geometria eſt ſcientia circa magnitudinum geneſin & affectiones occupata.

Genus eſt *ſcientia*, cujus finis unicus & ſolus eſt ſcire.

Subjectum inhæſionis eſt *mens*, cujus facultates omnes in eruenda ſcientia occupantur.

Mentis *facultates* ſunt *Voluntas*, *Intellectus*, *Judicium*.

Objectum eſt *magnitudo*, non illa quidem materiæ adhærens, ſed ab omni materia abſtracta. Quid ſit abſtractio Mathematica, docent Philoſophi. Nobis ſufficit, quod poſſumus concipere lineam, vel extenſionem in latum, aut ſolidum; quamvis illa nulli materiæ adhæreat. Atque in hoc elucet diſcrimen inter Geometriam puram & Practicam.

Principia, quæ magnitudinem conſtituunt, ſunt Infinitum, Punctum, & Motus.

Infinitum eſt, quod omni termino & poſitio ſitione caret, nec proinde augeri vel minui poteſt.

Ab Infinito differt *Maximum*, quod augeri quidem nequit, at minui poteſt omnino.

Punctum nec augeri poteſt, nec minui, neque aliud in ſe quicquam habet præter poſitionem

A Puncto differt *Minimum*, quod minui quidem nequit, at augeri poteſt omnino.

Cæterum Infinitum abſolutè conſideratum non eſt principium magnitudinis; ſed cùm in Infinito ponitur Punctum, tum demum evadit ipſum Infinitum Campus maximus, qui eſt veluti matrix vel receptaculum magnitudinum gignendarum.

Sed nec Punctum abſolutè conſideratum, principium eſt magnitudinis; ſed accedente motu ſit terminus lineæ, & quaſi ſemen omnium magnitudinum gignendarum.

Eſt autem *Terminus* magnitudinis cujusque extremum, nullam utique partem ipſius conſtituens, ſed limites tantùm ponens.

Ita punctum terminat lineam, licet innumera puncta ne minimam quidem conſtituant lineam. Et linea terminat ſuperficiem, licet innumeræ lineæ ne minimam quidem partem conſtituant ſuperficiei. Denique ſuperficies terminat corpus, licet innumeræ ſuperficies ne minimam quidem partem conſtituant corporis.

Sic igitur Punctum terminus eſt terminorum, atque hoc nomine purum putum eſt principium magnitudinis Reliqui termini, nimirum linea & ſuperficies certo reſpectu ſunt quoque magnitudines, atque tum principii nomine haudquaquam veniunt. Ita linea abſolute conſiderata, magnitudo eſt, conſtans partibus ſuis; at ſi moveatur linea in transverſum, jam conſideratur ut terminus & principium ſuperficiei, quam generat. ſed cujus tamen partem nullam conſtituit Ita ſuperficies abſolute conſiderata, magnitudo eſt, partibus ſuis conſtans; at ſi moveatur ſuperficies in transverſum, jam conſideratur ut terminus & principium corporis, quod motu ſuo generat, cujus tamen partem nullam conſtituit. Quare principium magnitudinis ſecundum, proprie loquendo, eſt *terminus*; quisque ſcilicet magnitudinis ſuæ Cum verô à puncto reliqui termini trahant indiviſibilitatem illam, cujus ratione vocantur termini, ita ut linea ſit indiviſibilis in latum, ſuperficies indiviſibilis in profundum; ideo puncto, ut termini terminorum, ſecundi principii locum haud inepte tribui exiſtimamus.

Tertium principium eſt *Motus*, qui eſt exſpatiatio termini in campo libero.

Motus autem termini cujusque talis ſit oportet, ut ſi quas habet partes, ſingulæ ſuccedant novis veſtigiis, nunquam antea preſſis.

Pun

Punctum quidem, cum nullas habeat partes, quocunque motu cieatur, necessario lineam describit; at linea non quovis motu superficiem: etenim fieri potest ut lineæ rectæ, vel circularis, singulæ partes pristino quidem excedant vestigio, at non ita tamen, ut non aliquæ vel omnes succedant in vestigia jam antea pressa; quo motu nulla producitur superficies, sed tantum linea recta continuatur, vel circularis in seipsum revolvitur. Ideoque dixi, oportere, ut singulæ termini partes novis vestigiis, *nunquam antea pressis*, insistant. Ubi animadvertendum, licet omnes & singulæ partes vestigio suo excedere debeant; non impedire hoc tamen, quò minus lineæ rectæ unus terminus, vel curvæ lineæ ambo termini maneant fixi, ut generetur superficies: nam termini, uti diximus, non sunt partes ejus magnitudinis, cujus sunt termini.

Ut verò mota superficie generetur corpus, omnis quoque superficiei partes nova vestigia occupare debent, nunquam antea pressa; nec tamen impedit hoc, quò minus unicus saltem superficiei terminus, nempe qui sit linea recta, fixus maneat suo loco: quia linea non est pars superficiei.

Corpus autem, licet moveri possit ita, ut singulæ ejus partes novis vestigiis insistant; fieri tamen non potest, quin aliqua vestigia, quæ à succedentibus partibus occupantur, jam ante preſſa fuerint ab aliis partibus, quæ inde exceſſerunt: ideoque motus corporis non producit novam ſpeciem magnitudinis.

Hinc liquet, non eſſe plures, quam tres magnitudinis ſpecies, nimirum lineam, ſuperficiem, corpus.

Jam vero, *Geneſis* magnitudinis eſt productio extenſionis ex termino movente in campo libero.

Magnitudo autem eſt moles determinata & continua.

Affectiones magnitudinis *primæ*, quæ illi ſemper inſunt per ſua principia, ſunt moles, determinatio, & continuitas. Nam ab Infinito habet molem; à termino circumſcriptionem vel figuram; & à Motu continuitatem, extenſionem, & partium extra partes poſitionem.

Affectiones ſecundæ oriuntur, cùm vel una aliqua magnitudo comparatur cum ſuis partibus, reſpectu molis; etenim tota æqualis eſt omnibus ſuis partibus, eademque major qualibet ſui parte: vel cùm duæ pluresve magnitudines ejusdem ſpeciei comparantur invicem; nam ſi termini unius congruant terminis alterius, æquales ſunt; ſin excurrant termini unius ultra limites alterius, inæquales. Itaque comparatio molis facit *æqualitatem* vel *inæqualitatem*, quæ quidem nihil aliud eſt, quam ipſa magnignitudinum *ratio*. Et *ratio* quidem *æqualitatis* non nisi unica esse potest: at *inæqualitatis ratio* innumeris modis variat, dum magnitudinum comparandarum altera quidem constantem molis mensuram obtinet, altera vero a minima continuò excrescit in maximam; ubi tot oriuntur rationes diversæ, quot sunt in crescente momenta incrementi, & crescens ad constantem acquirit rationem continuo majorem atque majorem; at constans ad crescentem, rationem continuo minorem atque minorem. Contrarium accidit, cum alterâ quidem magnitudine molem obtinente constantem, altera a maxima continuo decrescit usque ad minimam; ubi decrescens ad constantem acquirit rationem continuo minorem atque minorem; at constans ad decrescentem, rationem continuo majorem atque majorem. Ita magnitudo crescens vel decrescens ad constantem rationes omnes obit, quotcunque sunt a minima usque ad maximam, & constans itidem ad crescentem vel decrescentem.

Sed cum duo vel plures sunt constantes, ad quas totidem crescentes vel decrescentes obeunt rationes continuo majores vel minores; tum oritur *rationum æqualitas* vel *inæqualitas*, quæ quidem melius explicari non potest, quam per ipsam magnitudinum genesin, dum scilicet procreantur motu successivo.

Hic autem *motus* est vel *æquabilis*, cum terminus movens æqualibus temporum momentis æqualia ſpatia conficit: vel *inæqualis*, cum velocitas intenditur ſubinde vel remittitur.

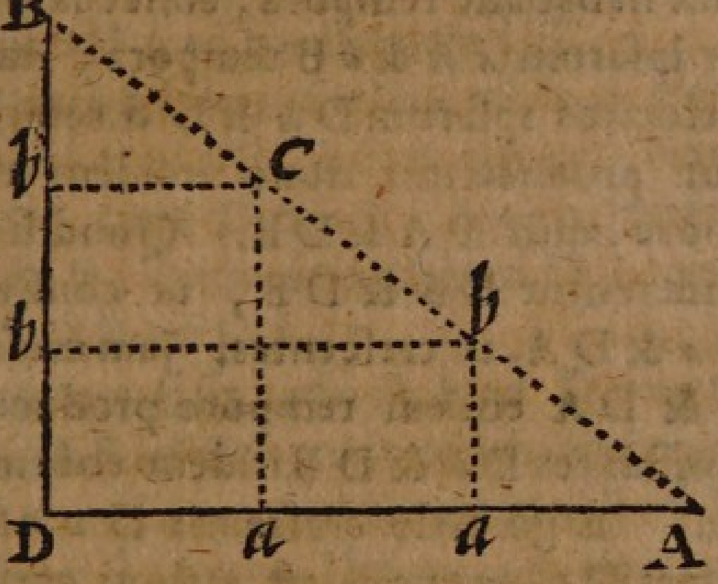
Et cum fieri poſſit, ut terminus aliquis ad certum tempus incedat quidem motu æquabili; at mox velut ex abrupto mutet tenorem velocitatis in citatiorem vel tardiorem; ubi rurſus fieri poteſt, ut novus ille velocitatis tenor ſit quidem in ſe æquabilis, at reſpectu prioris omnino citatior vel tardior: ideoque ad explicandam rationum æqualitatem, convenit ubique intelligere motum non modo æquabilem, ſed *ejusdem* quoque *tenoris*, hoc eſt, eadem, quà cœpit, velocitate perpetuo incedentem. Hic ita ſuppoſitis,

Rationes æquales ſunt creſcentium ad ſuam cujusque conſtantem, cum eodem inſtanti è carceribus ſuis erumpunt, atque eodem tempore in ſuas conſtantes excreſcunt, & præterea quovis inſtanti ſimul ſiſtunt. Nam æqualia tempora producunt æquales rationes creſcentium ad ſuam cujusque conſtantem.

Ubi non eſt opus, ut creſcentes ſint ejusdem ſpeciei, neque ut ſint æque veloces; ſed ſufficit creſcentem quamlibet ejusdem eſſe ſpeciei cum ſua conſtante; & motum uniuscujusque creſcentis in ſe eſſe æquabilem, & ejusdem tenoris.

Hinc

Hinc jam perfacilè eſt demonſtrare ſex illos argumentandi modos Geometris uſitatos, qui ſunt rationis alternæ, inverſæ, diviſæ, compoſitæ, converſæ, & ex æquali.



Exponantur enim quæ conſtantes D A & D B, quas duo puncta à D erumpentia verſus A & B producant eodem tempore, ita ut, cum unum pervenerit à D ad *a*, alterum pervenerit à D ad *b*; & cum illud pervenit ad a, hoc pervenerit ad b; denique cum illud ad A, hoc ad B. Dico, per definitionem ſuperiorem; cum creſcentes D *a*, D *b* eodem tempore productæ ſint & conſtantes D A, D B itidem eodem tempore; rationem D *a* ad D A æqualem eſſe rationi D *b* ad D B: Atque ob hoc etiam, *alternando* terminos duos medios, eſſe rationem D *a* ad D *b* æqualem rationi D A ad D B. Nam si ab æqualibus temporibus D A & D B, auferantur æqualia D *a* & D *b*; restant æqualia tempora *a* A & *b* B. Maneant jam velocitates ipsarum D A & D B eædem, quæ fuerant; at ipsis D *a* & D *b* gignendis præter ea, quæ habebant tempora, concedantur insuper ipsarum *a* A & *b* B tempora; ita fiet, ut velocitas ipsarum D *a* & D *b* retardetur, & ut producantur nunc quidem eodem tempore, quo D A & D B. Quod si igitur considerentur D *b* & D B, ut constantes; at D *a* & D A, ut crescentes. Jam crescentes D *a* & D A eodem tempore producuntur, & constantes D *b* & D B itidem eodem tempore. Ergo ratio crescentis D *a* ad constantem D *b*, æqualis est rationi crescentis D A ad constantem D B. q. e. d.

Rursus, supponendo ut prius, rationem D *a* ad D A æqualem esse rationi D *b* ad D B: dico, *invertendo* terminos, esse quoque rationem D A ad D *a* æqualem rationi D B ad D *b*. Sint enim D *a* & D *b* constantes, & D A & D B crescentes. Cum D *a* & D *b* gignantur eodem tempore; & D A, D B itidem eodem tempore: erit per definitionem, ratio D A ad D *a* æqualis rationi D B ad D *b*.

Tertio, si sit ratio D *a* ad D A æqualis rationi D *b* ad D B; erit etiam *dividendo* terminos ratio D *a* ad *a* A æqualis rationi D *b* ad *b* B. Sint enim constantes *a* A & *b* B; harum tempora sunt æqualia, quippe quæ restant,

reſtant, cum ab æqualibus ipſarum D A & D B temporibus auferuntur æqualia tempora ipſarum D *a* & D *b*: ſed & creſcentium D A & D B tempora ſunt æqualia: Ergo ſequitur per definitionem, quod ratio creſcentis D *a* ad conſtantem *a* A æqualis ſit rationi creſcentis D *b* ad conſtantem *b* B.

Quarto; ſi ſit ratio D *a* ad *a* A æqualis rationi D *b* ad *b* B; erit etiam *componendo* terminos, ratio D A ad *a* A æqualis rationi D B ad *b* B; item ratio D A ad D *a* æqualis rationi D B ad D *b*.

Quinto; ſi ſit ratio D A ad D *a* æqualis rationi D B ad D *b*; erit etiam *convertendo* ratio *a* A ad D *a* æqualis rationi *b* B ~~ad B *b*~~.

Sexto; ſi ſit ratio D *a* ad *a* ɑ æqualis rationi D *b* ad *b* 𝔟; & porrò ratio *a* ɑ ad ɑ A æqualis rationi *b* 𝔟 ad 𝔟 B: erit etiam *ex æquali* ratio D *a* ad ɑ A æqualis rationi D *b* ad 𝔟 B.

Quæ quidem omnia demonſtrantur ex ipſa temporum æqualitate, nec ulteriorem explicationem poſtulant.

Dicitur autem iſta, de qua hactenus egimus, rationum æqualitas, *proportio*; & magnitudines ipſæ rationum æqualitate affectæ, vocantur *proportionales*. Verum ad intelligendam *rationem duplicatam*, vel *triplicatam*, quæque hanc ſequitur, figurarum *ſimilitudinem*; deſcendendum nunc eſt ad ſingularum magnitudinum geneſin, quo pacto nimirum *linea recta* procreetur, & *angulus rectilineus*, nec non *superficies plana*, atque in hac *circulus*, & *linea perpendicularis*, item *figuræ trilateræ* & *quadrilateræ*, tandemque *lineæ parallelæ*, & *figuræ similes* tam *planæ*, quam *solidæ*. Itaque jam.

Linea recta generatur, cum punctum movetur ita, ut singulorum vestigiorum à singulis elongationes cum ipsis lineæ incrementis paria faciant.

Cùm verò magnitudines ex iisdem principiis, atque eodem modo genitæ, congruant inter se; rectæ autem omnes generentur ex puncto, eodem illo, quo diximus, modo: ideoque omnes rectæ sibi mutuò congruunt.

Congruere autem dicuntur magnitudines, cum, applicatione facta, singula puncta unius incidunt in totidem puncta alterius. *Congruentia* autem *cum æqualitate* conjungitur, cum singula puncta unius incidunt in singula puncta alterius.

Præterea, cum quævis pars rectæ eodem generetur modo, quo & tota: ideoque, si quævis duo puncta partis incidant in duo puncta totius; congruent & singula reliqua puncta partis totidem punctis totius, nec ullum partis punctum existet extra totam. Quia, dum generatur recta, non nisi uno modo proceditur à puncto ad punctum.

Unde

Unde patet; si duæ rectæ diversæ sibi mutuò occurrant, eas non posse nisi in unico puncto convenire. Quæ enim rectæ in pluribus, quàm uno, punctis conveniunt, non sunt diversæ, sed eadem recta

Patet item; si pars rectæ moveatur per vestigia totius, vel si recta aliqua sua ipsius vestigia legat; non nisi eandem rectam continuari.

Et si recta convertatur, itidem ut axis sphæræ, atque inter convertendum duo quævis illius puncta hæreant suo vestigio: nullum omninò relinquorum punctorum vestigio suo excedet. Quia, ut diximus, per duo puncta non nisi unica recta continuari potest.

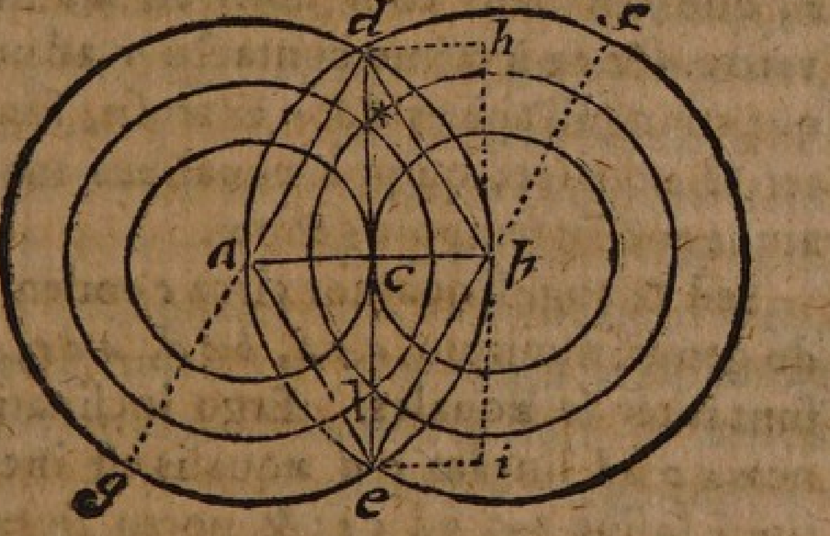
Et vicissim; si alicujus lineæ, dum circa duo puncta fixa convertitur, singula puncta hæreant suo vestigio; illa linea erit recta. Nam si aliquod ejus punctum distaret â recta circa eadem puncta conversa; fieret, ut conversis ambabus, revolutionibus æquabilibus & synchronis ipsum punctum distans eandem semper servaret distantiam, cum ambæ lineæ situm inter se eundem servent: ideoque punctum distans, quod initio revolutionis erat infra rectam, post dimidiam revolutionem foret supra. Et cum recta locum non mutet; oporteret, ut punctum distans locum mutasset, quod tamen suo vestigio hærere supposueramus.

Deinde, ſi in lineà recta ſumatur punctum aliquod, quod ab ipſa digrediendo deſcribat aliam rectam a priori diverſam; tum generatur *angulus rectilineus*, qui nihil eſt aliud, quàm duarum rectarum diverſarum ad ſe invicem inclinatio.

Facto autem angulo rectilineo, ſi tertia quædam recta moveatur ſuper ambabus angulum intercipientibus, ita ut tertia illa nunquam non ſtringat ambas; tum generatur *ſuperficies plana*, & ubicunque tandem ſiſtat tertia illa linea, ibi triangulum terminat rectilineum, quæ eſt figura plana tribus iſtis rectis incluſa.

Quòd ſi porrò in ſuperficie plana ponatur recta linea, quæ altero ſuo extremo figatur, dum ipſa, circumgyrando in orbem, redeat ad ſitum priſtinum; figura ſic generata in plano vocatur *circulus*; & linea, quam extremum mobile deſcribit, eſt *peripheria*; & punctum fixum eſt *centrum*. Cæterum ex ipſa geneſi innoteſcit differentia circuli ſpecifica, quæ conſiſtit in æqualitate omnium rectarum a centro ad peripheriam eductarum.

Eſt verò & alia circuli geneſis, quam concipies, ſi lapidem fingas naturali deſcenſu incidere in ſtagnum quietum. Etenim à puncto, ubi incidit lapis, tanquam centro, emicabit in ſuperficie ſtagni circulus quidam initiò minimus; qui paulatim excurrentirentibus undique radiis excreſcet in maximum. Ubi memineris, me in hac delineatione uti lapide pro puncto, & ſuperficie ſtagni pro plana (licet reverà ſit ſphærica) & motu radiorum, quaſi eſſet æquabilis, licet fortaſſe incitatior ſit initio, & tardior in fine. Neque aliter faciunt Geometræ, cùm per figuras in charta vel pulvere exaratas ſubjiciunt oculis, quæ mente concipi volunt.



Quòd ſi verò duo lapides eodem inſtanti & impetu incidant in duo diverſa ſtagni puncta; generabuntur duo circuli, quos æqualiter creſcere putemus Hi ſibi mutuò occurrerent primùm in puncto *c*, quod ab utriusque centro *a* & *b* æqualiter diſtat; cùm radios æqualiter creſcere ſtatuamus. Poſtquam

quam verò se mutuo attigerint isti duo circuli, jam quoque incipient se invicem secare in aliis subinde atque aliis punctis, quæ sectiones tam supra quam infra primum contactum excurrent in lineam, cujus singula puncta à centris circulorum æqualiter absunt. Et dum pergunt crescere circuli, tandem illorum peripheriæ simul appellunt utraque ad alterius centrum; atque tum radii, continuati à centris ad utramque sectionem, faciunt cum ea, quæ centra connectit, duo triangula æquilatera *a b d* & *a b e*, quorum basis communis est *a b*: lineæ verò *c d* & *c e* à primo contactu *c* ad utriusque trianguli apices *d* & *e* extensæ, sunt inter se æquales; quippe æqualibus motibus atque eodem tempore genitæ.

Sed & anguli quatuor circa *c* eodem modo geniti, nimirum *a c d*, *b c d*, *a c e*, *b c e*, sunt inter se æquales. Ergo inclinatio lineæ *a c* ad lineam *c d* æqualis est inclinationi ipsius *b c*, ad *c e*; & porro lineæ *c d* ad lineam *c b* inclinatio æqualis est inclinationi ipsius *c e* ad *c a*. Quæ igitur ex æqualibus inclinationibus componuntur *Sergentia*, nimirum lineæ *a c* ad *c b* per inclinationes *a c d* & *d c b*, & lineæ *b c* ad *c a* per inclinationes *b c e* & *e c a* sunt æquales. Ergo radii contingentium *a c* & *b c* sunt *in directum* siti; & recta *contra connectens a b* transit per contactum *c*.

Sunt

Sunt verò & *c d* & *c e* lineæ propter eandem rationem *in directum* sitæ; eædemque deprehendentur quoque esse *rectæ*, si triangula *b c d*, *b c e*, fixis punctis *c* & *d*, item *c* & *e*, convertantur, donec incidant in plana triangulorum *a c d*, *a c e*. Nam angulus *b c d* congruet angulo *a c d*, item angulus *b c e* angulo *a c e*, & recta *c b* rectæ *c a*. Ubi non solùm puncta *d* & *e* manent suo loco, ut erat suppositum, sed & quæcunque alia in linea *d e* puncta à circulorum sectionibus genita fuerant, veluti K & *l*, singula suis vestigiis hærent, dum triangula *b c K*, *b c l*, & reliqua simul genita, convertuntur. Ergo, inquam, *d c e* est linea recta, quæ cum ad rectam *a c b* æquales habeat inclinationes s. angulos *d c a* & *d c b*, dicitur ob hoc *perpendicularis*, & anguli ipsi æquales *d c a*, *d c b* vocantur *recti*.

Cæterùm recta *d e* non tangit peripherias contingentium circulorum nisi in unico puncto *c*. Nam quæcunque magnitudines non possunt ex iisdem principiis eodem modo produci, eæ nec possunt sibi mutuò congruere. Non possunt autem circuli occurrentes in *c*, & recta *d e* eodem modo produci: quia recta cum æqualibus incrementis pares facit elongationes â puncto *c*; circuli verò contingentes in se redeunt. Ergo recta *d e*, & circuli contingentes non possunt sibi mutuo congruere. Enimverò, si vel in duobus punctis congruerent, etiam tota longitudine congruerent.

Ex

Ex eadem porrò scaturigine manat omnium omnino *triangulorum isoscelium* pariter ac *rectangulorum* genesis, omnium item *rhomborum* & *parallelogrammorum rectangulorum*, nec non singulorum *affectiones inseparabiles*.

Nam in isoscelibus quidem una cum æqualibus lateribus generantur æquales anguli. In rhombis verò opposita latera & anguli fiunt æquales. In rectangulis autem triangulis, quale est *b c d*, duo anguli acuti *c b d* & *c d b* semper æquipollent uni recto. Applicetur enim trianguli *a c e* hypotenusa *a e* hypotenusæ *d b* trianguli *d c b*; componetur ex ambobus triangulis figura rectilinea *b c d h*. Et eodem modo ex triangulis *a c d* & *b c e* componetur figura *b c e i*. Cùm verò *d c*, *c e*, *h b*, *b i* sint æquales; item *d h*, *c b*, *e i* æquales; & rectæ *d c*, *c e* in directum sitæ: poterunt *d* & *h* puncta æquali motu descendere, & simul appellere, *d* quidem ad *c*, *h* verò ad *b*; & tum linea *dc* congruet lineæ *c e*, & *h b* ipsi *b i*, & figura *b c d h* figuræ *b c e i*, & angulus *h d c* angulo *b c e*: & cùm *b c e* sit rectus; erit & *h d c* rectus. Sed *h d b* æqualis est ipsi *c b d*. Ergo *c b d* cum *c d b* æquipollet uni recto. q. e. d. Sunt ergo etiam figurarum rectangularum, qualis est *b c d h*, & latera & anguli opositi æquales; & diameter *d b* illas dividit in duas partes æquales.

Jam

Jam verò, cum *i c* faciat cum *d e* duos angulos *i c e*, *i c d* duobus rectis æquales; idem valebit in triangulis *a c l* & *b c* K eodem modo compositis, & per descensum aptatis; item quoq; in omnibus aliis triangulis à circulorum crescentium sectionibus simul productis. Quapropter recta rectæ insistens semper facit duos angulos duobus rectis æquales.

Rursus, cùm *alterni d a b* & *a b e* sint æquales, & eorum *complementa a b f* & *b a g* itidem æqualia; sequitur, quòd inclinatio lineæ *d a* & *a b*, & hujus *a b* porro ad *b f*, æquales sint inclinationibus ipsius *e b* ad *b a*, & hujus *b a* porrò ad *a g*: quare *a d* non magis annuit ad *b f*, quàm *b e* ad *a g*, nec *a d* producta citius occurret *b f* productæ, quam *b e* occurrat ipsi *a g*. Cum verò *e b f* & *d a g* sint rectæ, non possunt sibi mutuò bis occurrere: ergo *e b f* & *d a g* nunquam concurrent, ideoque vocantur *Parallelæ*, quarum affectio inseparabilis est, quòd habeant angulos alternos *d a b* & *a b e* æquales.

Figuræ autem *a d b e*, & *h c d b*, parallelis lineis contentæ vocantur *parallelogramma*.

Possunt verò ex jam dictis perfacilè derivari reliquæ triangulorum quorumcunque affectiones. Et primò quidem, quòd cujusque trianguli tres anguli æquales sint duobus rectis. Cùm enim trianguli rectanguli tres anguli æquipolleant duobus rectis, & nul-

nullum non triangulum dividi possit in duo rectangula; æquipollebunt utriusque trianguli rectanguli duo acuti uni recto, & cum trianguli obliquanguli omnes anguli æquipolleant duorum rectangulorum acutis; patet cujusque trianguli tres angulos æquales esse duobus rectis

Patet quoque; si trianguli alicujus singula latera æqualia sint singulis alterius trianguli lateribus; etiam angulos congruere, & esse æquales. Nam si basis unius applicetur basi alterius, & intervallo unius lateris trianguli, ad quod fit applicatio, describatur unus circulus, & intervallo alterius lateris alter circulus: oportet, ut applicati trianguli latera sibi mutuo occurrant in communi circulorum sectione. Quoniam omnes rectæ, quæ æquales sunt trianguli applicati lateribus terminantur in peripheria sui quæque circuli; quare non possunt sibi mutuo occurrere, nisi in communi circulorum sectione. Congruentibus autem lateribus, non possunt non congruere anguli.

*P*atet denique, cujusque trianguli duo latera majora esse tertio. Nam si recta connectens centra circulorum contingentium sumatur pro basi; liquet, quod super ista basi constitui possit triangulum cujuscunque figuræ. Atqui illa latera nunquam concurrere possunt in ullo puncto, quod sit utrique peripheriæ commune, cum non

tan-

tangant se in pluribus punctis, quàm uno. Ergo vel in unius tantùm circuli peripheria concurrent, vel in neutrius. Si in unius tantùm; jam unum quidem latus æquale est dimidiæ basi, at alterum majus; ergo ambo simul majora totâ basi. Sin in neutrius peripheria concurrant; vel erit punctum concursus extra utrumque circulum, & jam utrumque latus majus dimidia basi; vel fiet occursus intra alterutrum æqualium circulorum, & tum poterunt describi alii duo circuli, ita ut unus transeat per punctum concursus, alter verô eum tangat in aliquo puncto baseos; atque sic erit illud punctum rursus extra hunc alterum circulum, cum non tangant se nisi uno puncto.

Quod si Problemata sectari lubeat, habemus hîc lineæ & anguli bisectionem, erectionem & demissionem perpendicularis, angulorum æqualium & linearum parallelarum descriptionem, quæ in Geometria utramque paginam faciunt. Sed properandum est nobis ad finem.

Interim tacendum non est, posse & parallelogramma & triangula cujuscunque generis etiam alio modo produci. Nam si recta insistat rectæ perpendiculariter, incipiatque moveri in transversum, ita ut singula ejus puncta æqualiter recedant à pristinis vestigiis; describetur isto motu parallogrammum rectangulum. Nam apex lineæ insi-

sten-

ſtentis, à linea ſubjecta ſemper æqualiter diſtat, ideoque motu ſuo lineam deſcribit parallelam. Et ad quemcunque ſitum pervenerit linea mota, ſemper tota æqualiter abeſt à quovis relictorum veſtigiorum, hoc eſt, ſemper parallela manet primo termino, unde exceſſerat. Quòd ſi jam tantundem promoveat in transverſum, quantum ipſa longitudine pollet; fit *quadratum*: ſin plus, vel minus; fit *rectangulum alterâ parte longius*.

Sin recta rectæ inſiſtens non faciat quidem angulum rectum, attamen motu ſuo ſingula puncta æqualiter provehat, & tantundem excurrat in latum, quantum ipſa longitudine pollet; fit *Rhombus*: ſin plus, vel minus; *Rhomboides*.

Eodem modo, ſi plana ſuperficies, inſiſtens planæ, moveatur ita, ut ſingula ejus puncta æqualiter procedant; fit *priſma*. Et ſi figura inſiſtens ſit parallelogrammum; corpus, quod generatur, eſt *parallelepipedon*, hoc eſt, parallelis ſuperficiebus incluſum.

Coni & *Cylindri* geneſin habetis apud Euclidem, ubi motu trianguli vel parallelogrammi, gyrante circa latus perpendiculare, producuntur: ne fortè ſoli videamur motum ad generandas magnitudines accerſere.

Poſſunt verò & Conus & Cylinder aliter quoque produci; hic quidem, ſi circulus mergatur in profundum; ille vero, ſi inter mergendum a minimo continuò augeatur in maximum.

De

De parallelogrammis, prismatibus, parallelopipedis, Cylindris unum idemque est Theorema, quòd sint in eadem ratione cum lineis, quas singula puncta, dum generantur ipsæ magnitudines, motu suo describunt. Id quod ex definitione æqualium rationum manifestum est.

Redeundo verò ad Figuram Primam, si punctum quoddam incipiat moveri ab A versus D, & simul ex movente excrescat linea sursum, quæ semper ad A D obtineat eundem angulum, atque interea dum pervenit ad D, ipsa crescat ad altitudinem D B; jam describetur duplici illo motu superficies A D B, quæ vocetur constans, & crescentes sint A a b, A a c; Dico, crescentem A a b ad constantem A D B habere *duplicatam rationem* ejus, quam habet crescens A a ad constantem A D; ideò, quia eodem tempore bis crescit in ratione A a ad A D; etenim dum crescit in longum in ratione A a ad A D, simul etiam crescit in latum in ratione a b ad D B (quæ eadem est cum ratione A a ad A D.) Eodem modo ratio A a c ad A D B duplicata est rationis A a ad A D.

Quòd si verò à singulis lineæ crescentis in altitudinem D B vestigiis descendant inter movendum totidem parallelogramma, crescentia simul in latum & profundum; jam describetur motu transverso istorum parallelogrammorum corpus solidum, quod voca-

vocatur *pyramis* Oportet autem non modò lineam, quæ crescit in altitudinem D B, interea dum movetur, eundem semper ad A D angulum obtinere; sed & parallelogramma crescentia eodem semper modo inclinari ad superficiem A D B. Et quocunque articulo sistatur motus pyramidis crescentis, semper habebit pyramis sistens ad constantem *triplicatam rationem* ejus, quam habet latus sistentis ad latus constantis. Dico; pyramidem, cujus summitas est A a b, ad eam, cujus summitas est A D B esse in ratione lineæ A a ad A D ter repetitâ. Dum enim latus, movente puncto, crescit in ratione A a ad A D; ipsa pyramis A a b crescit ter in eadem ratione, nimirum in longum, in ratione A a ad A D, in latum in ratione a b ad D B, denique in profundum in ratione qua demerguntur parallelogramma.

Figuræ autem, quæ sic crescunt in ratione duplicata, vel triplicata, vocantur *similes*.

Hactenus igitur derivavimus ortum magnitudinum ex genuinis principiis, & ortarum affectiones ex ipsa genesi demonstravimus. Quam methodum, si, quibus vacat, persequi libuerit; habebimus aliquando Geometriam scientiam suo nomine dignam.

(o)

J. J. ELE-

J. J.

ELEMENTA GEOMETRIAE.

LIBER PRIMUS
De lineis & angulis.

I.

PEr nomen *quantitatis* intelligimus rem, quæ comparata ad aliam ejusdem naturæ, major vel minor, æqualis vel inæqualis appellari poteſt: ut ſunt extenſio, numerus, pondus, tempus, motus; hæc omnia, in quantum ita comparari poſſunt ſecundum plus vel minus, ſunt objectum Geometriæ.

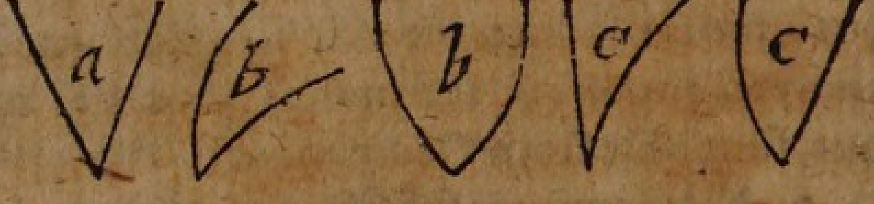
2 Nihilominus ſubſiſtimus tantum in conſideratione extenſionis, utpote quæ exemplum & menſura omnium aliarum quantitatum eſſe poteſt.

3. Quantitas, quæ extensionem tantùm habet in longitudinem sine ulla profunditate, appellatur linea; illa quæ extensa est in longitudinem & latitudinem dicitur *superficies*: & illa quæ longitudinem, & latitudinem & profunditatem habet, appellatur *corpus* sive *solidum*.

4. *Punctum* est initium quantitatis, quod concipitur ac si nullam haberet extensionem, & undiquaque indivisibile esset: sic extrema vel medium lineæ, sunt puncta.

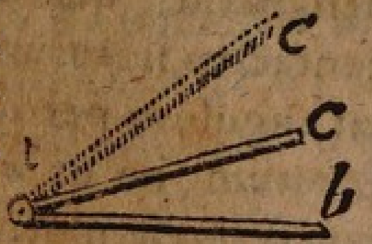
5. Lineæ sunt vel *rectæ* vel *curvæ*: similiter superficies sunt vel *planæ*, quæ *plana* dicuntur simpliciter: vel *curvæ*, quæ sunt vel *convexæ*, ut exterior superficies globi, vel *concavæ*, ut interior alicujus fornicis.

6 Quando duæ lineæ se mutuo tangunt in uno puncto, & postea altera ab altera recedit oritur inter illas *angulus*, qui *Rectilineus* dicitur, si duæ lineæ sunt rectæ, *a* *Curvilineus*, si sunt curvæ, *b*: *Mixtus*, si una est curva, altera recta, *c*.

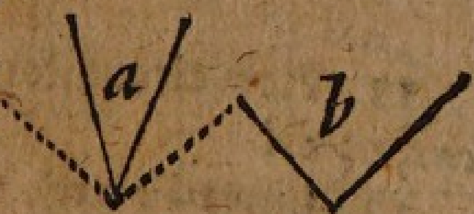


7. Angulus tanto minor esse dicitur, quanto magis lineæ quæ illum constituunt, ad se invicem inclinatæ sunt. Sumantur duæ

duæ lineæ *a b* & *a c*, quæ ſe mutuo tangant in *a*; ſi concipias, duas illas lineas moveri inſtar compaſſi, ita ut in *a*, tanquam clavo compaſſi, ſemper conjunctæ maneant, licet extremitas *c* recedat ab extremitate *b*; tunc obſervabis, quo magis extremitates à ſe mutuo recedent, eo majorem quoque evadere angulum inter illas conſtitutum: & contra, quo magis extrema ad ſe mutuo accedunt, eo magis lineæ ad ſe invicem inclinatæ erunt, & hinc angulus minor erit.

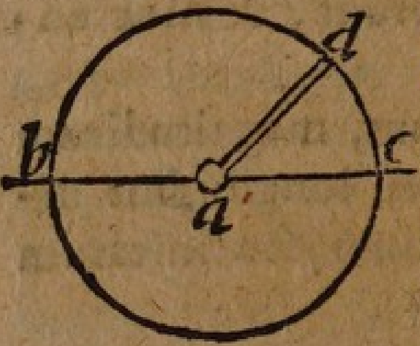


8. Hinc bene notandum, magnitudinem angulorum non æſtumari longitudine linearum, illos conſtituentium, ſed linearum inclinatione Ex. gr. angulus *b* eſt major angulo *a*, licet lineæ ang. *b* ſint breviores: quoniam non ſunt ita inclinatæ ad ſe invicem, ut lineæ ang. *a*: clarius, imaginare ang. *b* eſſe impoſitum ang. *a*, ceu monſtrant lineæ punctatæ, ang. *b* repræſentantes. Tunc videbis angulum *b* commode intra ſe continere ang. *a*, lineasque ang. *a* magis ad ſe invicem inclinatas eſſe, quam lineas ang. *b*, & ſic tandem ang. *a* multo minorem eſſe.



9. Angulus communiter tribus literis deſignatur, quarum media notat punctum contactus linearum, ut in fig.ſeq. *d a c* notat angulum per duas lineas *d a* & *c a* conſtitutum, ita ut *a* ſit punctum commune, quo ſe lineæ mutuo tangunt

10. Si concipimus lineam *a d* in extremo *a* affixam medio lineæ *b c*, eamque præterea ſinamus moveri circa punctum *a*; tunc quando illa redierit ad eundem locum, ex quo moveri cœperat, deſcripſit lineam curvam, quæ appellatur *circulus*, vel potius *circumferentia* circuli, nam proprie loquendo, *circulus* eſt omne illud ſpatium, quod circumferentiæ includitur.



11. Pars circumferentiæ appellatur *Arcus*, ut *c d*.

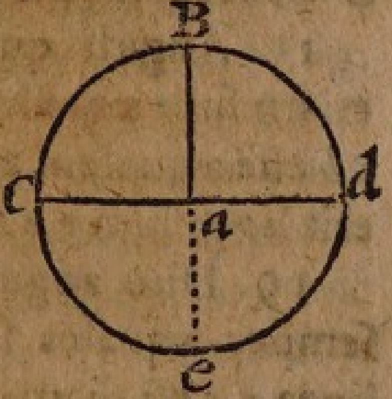
12. Linea *b c* per circumferentiam terminata, appellatur *Diameter*, quæ dividit circulum in duas partes æquales, quod probare opus non eſt. Imo omnis linea recta ducta per *centrum* id eſt, punctum *a*, dividet circulum in duas partes æquales, & ipſa etiam erit diameter.

13. Linea *a d* vel *a c* quævis alia ducta è centro ad circumferentiam, appellatur *radius*, vel *ſemidiameter*.

14. Omnes

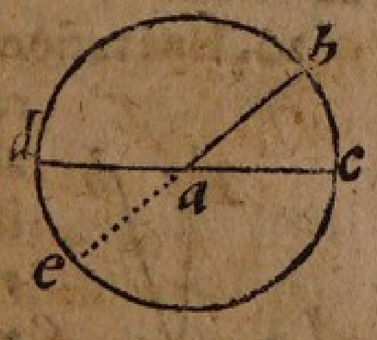
14. Omnes radii sive semidiametri unius circuli sunt æquales.

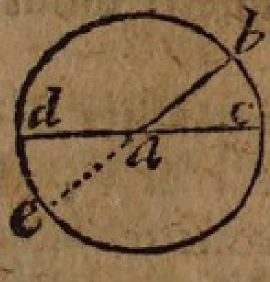
15. Quando extremitas *B* æqualiter distat à duobus extremis diametri *c* & *d*, id est, quando *B* est in medio semicircumferentiæ; tunc linea *B a* facit duos angulos *B a c* & *B a d*, qui *recti* vocantur, & utrinque sibi æquales sunt. Et si linea *B a* producta fuerit versus *e* faciet quatuor angulos rectos, & novam constituet diametrum, quæ cum priori circulum dividet in quatuor partes æquales.



16. Tunc etiam lineæ dicuntur perpendiculares una ad aliam, *B a* ad *d c*, & *d a* ad *B e*.

17. Verum si *b* proximior est uni extremo diametri, quam alteri; tunc hæc linea dicitur *obliqua* & facit utrinque duos angulos inæquales, quorum minor appellatur *acutus*, *b a c*; major vero *obtusus*, *b a d*. Et si linea *b a* fuerit producta usque ad *e*, erit illa nova diameter & infra duos novos angulos constituet: ita ut in universum adsint quatuor anguli, quorum duo,



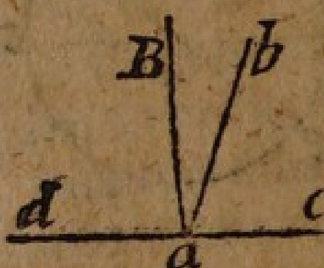


qui ſe tantum in puncto tangunt ut *b a c* & *e a d*, vel *b a d* & *c d e* appellantur *oppoſiti ad verticem*: illi vero, qui habent latus commune dicuntur *anguli deinceps*, ut *d a b* & *bac*, vel *b ac* & *cae* &c.

18. Anguli qui arcus æquales habent, etiam ſunt æquales. Vt ſi probetur arcum *c b* eſſe æqualem arcui *e d*, etiam probatum erit angulum *c a b* eſſe æqualem *e a d*.

19. Duo anguli deinceps, ſimul ſumti, ſemper æquales ſunt duobus rectis. Nam linea *d c* eſt diameter, & cum illa circulum in duas partes æquales ſecet, erunt duo arcus *c b* & *b d*, ſimul ſumti, æquales ſemicircumferentiæ. Sic etiam duo anguli *c a b* & *ba d* ſimul ſumti, æquales erunt duobus rectis, quoniam ſemicirculum adimplent, æque ac duo recti.

20. Hac ratione hæc propoſitio eſt generalis; cum linea recta ſuper aliam lineam rectam conſiſtit, duos angulos deinceps vel rectos, vel duobus rectis æquales efficiet. Nam ſi lineæ ſunt perpendiculares,



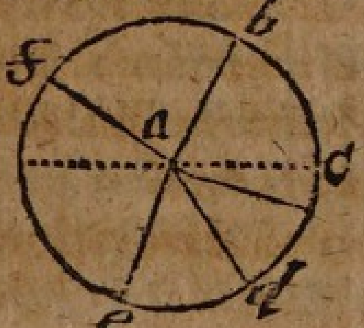
ut *B a* ſuper *d a c*, anguli utrinque ſunt recti. (15) Si vero linea eſt obliqua, ut *b a* ſuper eadem *d a c*, tunc anguli quidem ſunt inæquales; ſed quantum obtuſus *b a d* ſuperat rectum *B a d*, tantum etiam acutus *b a c* ſuperatur ab alio recto *B a c*. Et ſic

par-

parvitas unius compensatur magnitudine alterius.

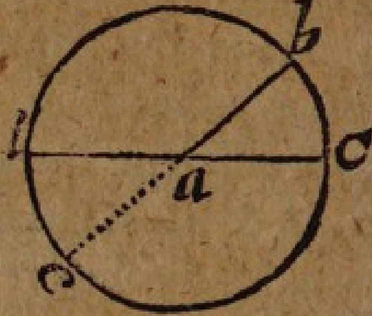
21. Si duo anguli, latus commune habentes, æquales sunt duobus rectis, reliqua latera efficient lineam rectam. Sint anguli *d a b* & *b a c*, latus commune *b a* habentes, æquales duobus rectis, dico lineam *a d* cum linea *a c* constituere rectam lineam; (fig. art. 17.) quod manifestum est per jam dicta. Nam si è centro *a* ducatur circulus *d b c*, duo arcus *d b*, *b c* erunt æquales semicircumferentiæ, quoniam supponitur hos duos angulos æquales esse duobus rectis. Et sic lineæ *d a*, *a c* constituent diametrum & per consequens erunt *posita in directum.*

22. Si ex dato puncto *a* erigantur diversæ lineæ *a b*, *a c*, *a f*, *a d*, &c. illæ efficient diversos angulos; & omnes hi anguli simul sumti, vel si qui alii circa idem punctum constituerentur, erunt æquales quator rectis: Nam



perspicuum est, omnes hos angulos complere circulum, cujus circumferentiam quoque dividunt in totidem ræcus *b f*, *f e*, *e d*, *d c*, *c b*. Et sic omnes hi arcus simul sumti sunt æquales quatuor quadrantibus circuli, id est, omnes hi anguli sunt æquales quatuor rectis; nam etiam quatuor anguli recti adimplent circulum.

23. Anguli *oppositi ad verticem* sunt inter se æquales. Sint duæ lineæ rectæ *dac* & *bae*, dico angulum *bac* esse æqualem angulo *ead*: nam arcus *cb*, cum arcu *bd* constituit semicircumferentiam (12)



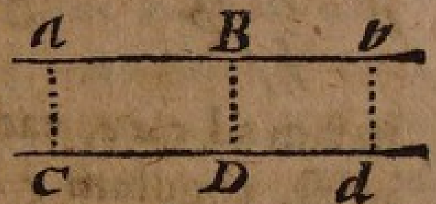
& eadem ratione arcus *bd* cum arcu *de* etiam facit semicircumferentiam. Hinc arcus *bc* est æqualis arcui *de*, quia arcus *bd* semper facit eandem quantitatem, sive conjungatur cum arcu *bc*, sive cum arcu *de*. Ob eandem rationem angulus *dab* est æqualis angulo *cde*.

24. Tota circumferentia circuli dividitur in 360 partes æquales, quæ *gradus* appellantur, & quilibet gradus in 60. partes æquales, quæ sunt *minuta*, & quodlibet minutum in 60. *secunda* & sic in infinitum. Et quando magnitudo angulorum determinanda est, numerantur gradus, quos illi comprehendunt. Ex. gr. quando nominamus angulum 90. grad. tunc intelligimus angulum rectum, quia angulus rectus comprehendit quartam partem circumferentiæ, quæ continet 90 gradus, quia tota circumferentia continet 360, quorum quarta pars est 90. Similiter angulus 60. grad. est angulus qui facit duas tertias recti.

25. Gradus in scribendo notantur cifra, quæ numeris vel imponitur vel à latere adjun-

jungitur. Minuta notantur virgula una I. Secunda per duas virgulas II: Tertia per tres III: Quarta per quatuor IV: &c. ut o I II.
25. 32. 43. id est, 25. gradus, 32. minuta, 43. secunda.

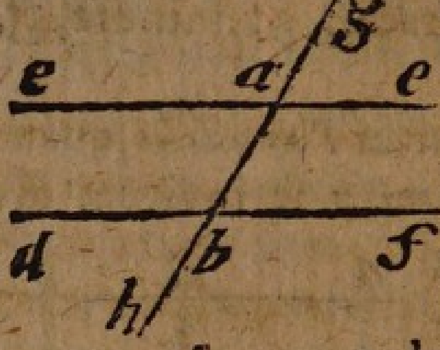
26. Duæ lineæ dicuntur *Parallelæ*, quando illæ undique æqualiter à se invicem distant. Duæ lineæ *a b* & *c d* sunt parallelæ, si æqualiter distant in *a c* & in *b d* vel in *B D* & in quovis alio loco.



27. Hæc distantia mensuratur per perpendicula. Vt si quis concipiat ex puncto *a* lineam *a c* perpendiculariter cadere super *c d*: & eodem modo *b d* cadere perpendiculariter super *d c*; statim cognoscet, quod positis illis duobus perpendiculis *a c*, *b d* æqualibus, etiam duæ lineæ *a b* & *c d* æqualiter ab invicem distent in his locis; quod natura notum est sine ulteriori probatione.

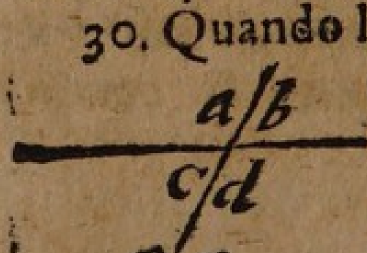
28. Duæ lineæ parallelæ in infinitum productæ, nunquam concurrunt; nam cum semper æqualiter distent, ubivis licebit perpendiculares ducere æquales *a c* aut *b d*: & per consequens nunquam se contingunt.

29. Si linea ſecat duas alias lineas parallelas, erit æqualiter inclinata ad utramque: & ſi linea ſecans duas alias, æqualiter ad utramque inclinata eſt, hæ duæ erunt parallelæ.



Sint duæ lineæ parallelæ *c a e*, *d b f* ſecatæ per lineam *g a b h*; dico hanc lineam *g a b h* eſſe inclinatam ad *c a e*, eadem ratione ac ad *d b f*: id eſt, angulum *g a e* eſſe æqualem angulo *g b f*. Hoc natura notum eſſe videtur, ſi modo exigua attentione perpendatur. Nam ſi angulus *g a e*, ex. gr major eſſet, & linea *a e* magis remota ab *a g*, tunc punctum *e* lineæ *a e* inclinaret verſus *f*, quia *b f* tantum non recederet, quantum *a e*: & ſic duæ lineæ *a e* & *b f* non eſſent parallelæ. Vlterius, ſi conſipimus has duas lineas tanquam latera regulæ, poterimus totam regulam conſiderare tanquam lineam indiviſibem. Sic anguli *h b d* & *c a g* erunt ut *anguli deinceps* æquales duobus rectis (20.) & ang. *h b d* & *g a e* erunt ut duo anguli *oppoſiti ad verticem* inter ſe æquales. (23.)

30. Quando linea ſecat duas parellelas, efficit octo angulos, quorum quatuor *a*, *b* : *b*, *g*, ſunt *externi*, reliqui ſunt *interni*. Anguli *c* & *f* vel *d* & *e* appellantur *alterni*; ang. *b*

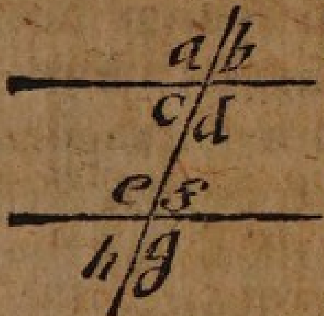


& *f*

& *f* vel *a* & *e* sunt *alternatiße oppoſit*: anguli *d* & *f*, vel *c* & *e* ſunt *interni ad eaſdem partes* lateris.

31. Anguli alterni & alternative oppoſiti ſunt inter ſe æquales *b*, *f*, *c*, *h*, & *a*, *e*, *d*, *g*. (29.)

32. Quando linea hac ratione incidit in duas parallelas, efficit angulos internos ad eaſdem partes æquales duobus rectis.

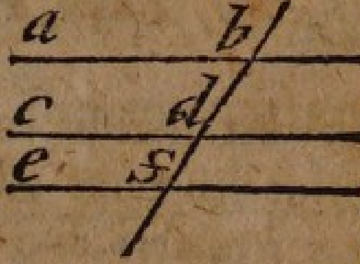


Angulus *d* cum ang. *f* eſt æqualis duobus rectis, quia *f* eſt æqualis ang. *c* (31.) Sed *c* cum *d* facit duos angulos rectos: (20.) E m. *f* cum *d* faciet duos angulos rectos, Q. E D.

33. Propoſitio quædam appellatur *converſa* alterius, quando facta concluſione ex aliquo quod ſuppoſitum erat, poſtea in propoſitione altera converſa id ſupponitur quod concluſum erat, ut exinde colligamus quod ab initio ſupponebatur. Ex gr. hic dicimus, ſi lineæ ſunt parellelæ, anguli *d* & *f* ſimul ſumti æquales erunt duobus rectis, ubi ſupponimus lineas eſſe parallelas & exinde concludimus: E. anguli &c. Converſa ſic fieret. Si anguli *interni ad eaſdem partes* lateris ſunt æquales duobus rectis, lineæ erunt parallelæ: ubi ex ſuppoſito, hos angulos eſſe æquales duobus rectis, concludimus lineas eſſe parallelas.

34 Converſæ h.l. ſunt veræ, nim. ſi linea duas alias lineas ſecās angulos alternos &c. æquales facit, hæ duæ lineæ ſunt parallelæ.

3. Si duæ lineæ ſunt parallelæ uni tertiæ,



inter ſe erunt parallelæ. Sit linea *a b* parallela lineæ *c d* & *e f* ſit etiam parallela *c d*, dico *a b* eſſe parallelam *e f*: nam ſi ducatur linea *b d f* omnes tres ſecans, angulus *b* erit æqualis ang. *d* (31.) & eodem modo angulus *f* erit æqualis angulo *d*: 31 E angulus *b* eſt æqualis ang. *f*, quia axioma eſt, ſi duo ſunt æqualia eidem tertio, inter ſe ſunt æqualia. Quoniam igitur angulus *b* eſt æqualis ang. *f*, ſequitur lineam *a b* eſſe parallelam lineæ *e f*. (34)

LIBER

LIBER SECUNDUS

De Triangulis.

I.

F*Igura* est spatium undique circumscriptum. Si lineæ illam terminantes sunt rectæ, appellatur figura *rectilinea*: si curvæ sunt, appellatur *curvilinea*; & si partim rectæ partim curvæ, vocatur *mixta*.

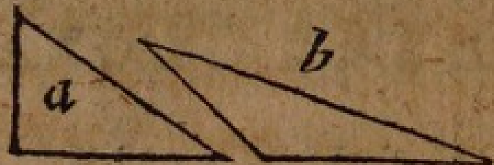
2. Figuræ sunt vel *planæ*, quæ sunt in superficie plana, vel *solidæ*, quæ sunt corpus cum tribus dimensionibus. Hic agimus tantum de figuris planis.

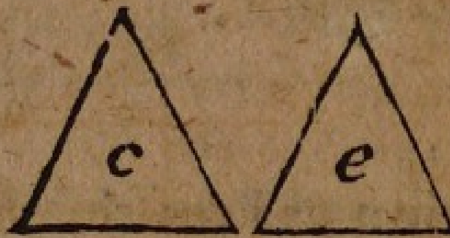
3. Omnes lineæ, quæ figuram circumscribunt, simul sumtæ, constituunt *circumferentiam*, vel *Perimetrum*, vel *circuitum* figuræ.

4. Ex omnibus figuris planis curvilineis vel mixtis, circulus tantum consideratur, vel pars circuli, terminata arcu & una vel pluribus lineis rectis.

5. Inter figuras rectilineas simplicissima est *Triangulum*, quod terminatur tribus lineis, tres angulos constituentibus

6. Triangulum, habens angulum rectum, appellatur *Triangulum rectangulum*, *a*: habens angulum obtusum, appellatur *obtusangulum* vel *Amblygonium*; habens tres angulos acutos, dicitur *acutangulum* vel *Oxygonium* *c*, *e*.

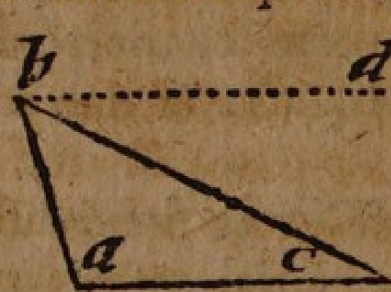




7. Quando triangulum omnia latera habet inæqualia, appellatur *Scalenum*, *a*, : *b* Si duo latera sunt æqualia, est *Isosceles*, *e*: si omnia latera sunt æqualia, est *æquilaterum*; *e*.

8. Si duo saltim latera trianguli sumuntur, appellari possunt *crura*, & tertium tunc appellabitur *basis*. Omnes latus potest sumi pro base.

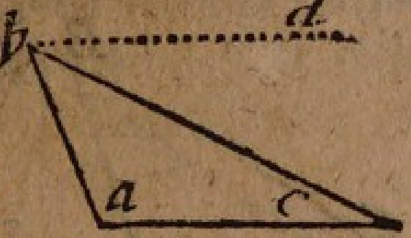
9. In omni triangulo tres anguli simul sumti sunt æquales duobus rectis. Sit triangulum *a b c*, dico angulum *a*, una cum angulo *c*, & ang. *a b c* respondere duobus rectis: nam si concipiamus lineam *b d*



esse parallelam lineæ *ac*, hæ duæ lineæ parallelæ secantur per tertiam *b c*, & per consequens anguli alterni erunt æquales, id est,

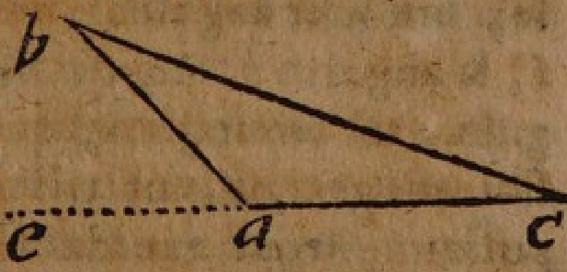
angu-

angulus *c* est æqualis ang. *c b d* (1 31.) Vlterius, linea *b a* incidens in lineas parallelas *b d* & *a c*, facit angulos internos ad easdem partes lateris æquales duobus rectis (1 32, id est, angulus *abd*, una cum angulo *a* est æqualis duobus rectis. Sed angulus *a b d* est compositus ex duobus



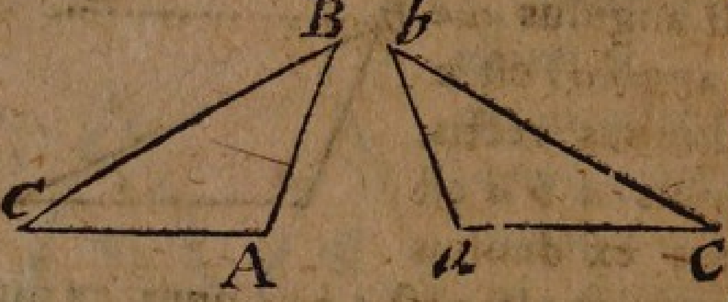
angulis, quorum alter est *a b c* (unus ex numero trium angulorum ipsius trianguli) alter *d b c*, quem æqualem esse diximus ang. *c*. E. m. tres anguli, nim. *a b c*, una cum *c* & *a* duobus rectis æquales erunt; Q. E. D.

10 Producta basi cujuscunque trianguli, angulus externus est æqualis duobus internis oppositis. Sit triangulum *a b c*. & producatur latus *c a* ad *e*, habebis angulum *b a e*, qui appellatur angulus *externus* trianguli. Jam dico angulum hunc externum *b a e* esse æqualem duobus angulis *b* &



c, qui sunt *interni oppositi*; nam hi duo anguli *b* & *c* cum tertio *b a c* simul sumti faciunt duos rectos, (per præced.) & similiter hic tertius angulus *b a c* cum angulo *b a e* facit etiam duos rectos: (1.20.) E. anguli *b* & *c* simul sumti tantum faciunt, quantum angulus *b a e*; Q. E. D.

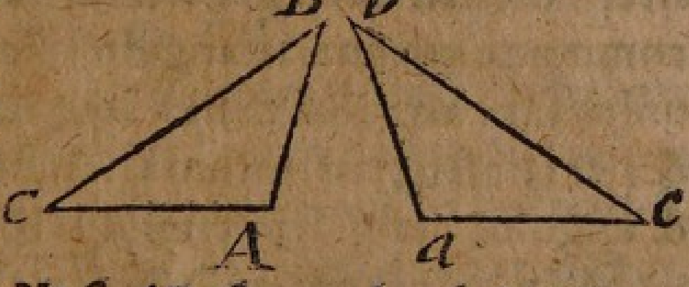
11. Si triangulum *ABC* habeat duo latera *AB* & *AC* æqualia duobus lateribus *ab* & *ac* alterius trianguli; & si præterea angulus *A* sit æqualis angulo *a*: dico tertium latus *BC* etiam esse æquale *bc* & angulum *B* angulo *b* & *C* angulo *c*, & totum triangulum *ABC* toti triangulo *abc*.



Nam si concipiamus triangulum *abc* esse superimpositum triangulo *ABC*, ita ut latus *ab* exacte respondeat *AB* quod illi æquale est, tunc etiam latus *ac* cadet super *AC*, quia supponitur angulum *a* esse æqualem angulo *A*; & sic punctum *c* cadet super *C*, quia *ac* est æquale *AC*: E. m. *bc* cadet super *BC*, & per consequens ipsi erit æquale; similiter angulus *c* erit æqualis angulo *C*, & angulus *b* angulo *B*, & totum rtiangulum toti triangulo, quoniam omnia ita sibi congruunt, ut triangulum superimpositum, neque excedat alterum, neque ab eo excedatur.

12. Figuræ, quæ sibi exacte respondent, si una superposita fuerit alteri, dicuntur figuræ *congruæ, quæ mutuo sibi congruunt*: & hoc est axioma generale, *quæ mutuo sibi congruunt, æqualia sunt.*

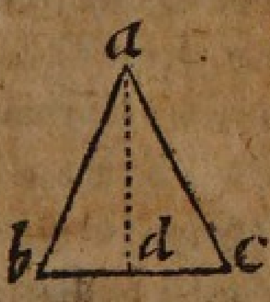
13. Etiam conversa præcedentis propositionis vera est; nimirum, si triangulum habet tria latera æqualia tribus lateribus alterius trianguli, omnes anguli unius etiam æquales erunt angulis alterius, & area seu spatium unius trianguli erit quoque æquale areæ alterius:



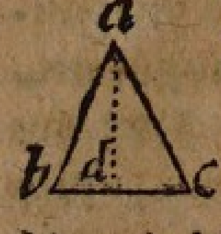
Vt si AB est æquale ab, & AC, ac, & BC, bc: dico angulum A esse æqualem angulo a, & B angulo b, & C angulo c, totumque triangulum ABC toti triangulo abc; quod non indiget probatione.

14. Si angulus A est æqualis ang. a, & angulus B ang. b, & latus AB lateri ab; erit etiam latus AC æquale lateri ac, & BC lat. bc, & totum triangulum ABC toti triangulo abc; quod facile probari potest per præcedentes.

15. In omni triangulo Isoscele duo anguli quos crura æqualia ad basin constituunt, sunt inter se æquales. Sit triangulum abc, cujus crus ab sit æquale ac, dico angulum b esse æqualem angulo c: nam si concipiamus basin bc esse divisam æqualiter in d, linea ad efficiet duo triangula adc & adb, & tria latera unius trian-



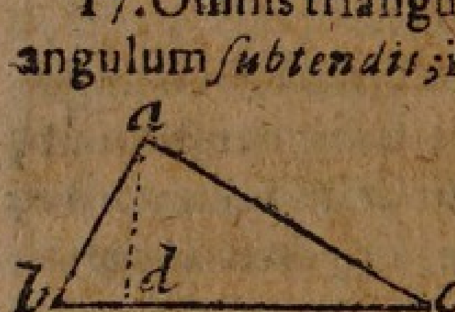
guli



guli erunt æqualia tribus lateribus alterius; nam *a c* eſt æquale *a b* per hypotheſin vel ſuppoſitionem ipſius propoſitionis ; & *d c* *d b*, quia hic ſupponimus baſin *b c* eſſe æqualiter diviſam in *d*. Tertium latus *a d* eſt commune utrique triangulo : ſic tria latera unius ſunt æqualia tribus lateribus alterius, & per conſequens totum triangulum *a d b*, & angulus *c* ang *b* ; (2.13.)Q.E.D.

16. In omni triangulo Iſoſcele, ſi linea cadens ex angulo verticis dividit baſin bifariam, id eſt, in duas partes æquales, tunc ad eandem baſin perpendicularis eſt, ac angulum quoque verticis bifariam ſecat : nam angulus *a d c* eſt æqualis ang. *a d b* per præcedentem : & per conſequens uterque rectus eſt. & linea *a d* eſt perpendicularis ad *b c* (1.15. Similiter angulus *d a c* eſt æqualis angulo *d a b*, per præcedentem.

17. Omnis trianguli majus latus majorem angulum *ſubtendit*; id eſt, majori angulo oppoſitum eſt. Sit latus

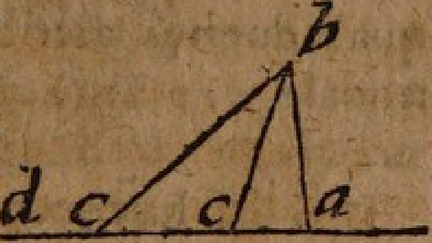


b c majus latere *a c* dico angulum *a* ſubtenſum à latere *bc* eſſe majorem ang. *b*, qui ſubtenditur à latere *a c* : nam cum *b c* ſit majus *c a*, concipe *c d* eſſe æquale *c a*, ita ut *a d c* ſit triangulum Iſoſceles : Ergo (2 15.) angulus *c a d* erit æqualis angulo *c d a*. Sed angulus

gulus *c a b* eſt major angulo *c a d*, *totum enim eſt majus ſua parte*. Ergo angulus *c a b* eſt major angulo *c d a*. Vlterius, cum angulus *c d a* ſit externus reſpectu minoris trianguli *d a b*, major erit ſolo interno *b*: (2.10.)Ergo multò magis, angulus *c a b* erit major angulo *b*. Q. E. D.

18. Omnes triangulum neceſſario habere debet duos angulos acutos: nam ſi tantum unum haberet, reliqui duo eſſent vel obtuſi, vel recti, vel unus obtuſus & alter rectus. Sed nullum horum eſſe poteſt, cum (2.9.) omnes anguli ſimul ſumti duos tantum rectos faciant.

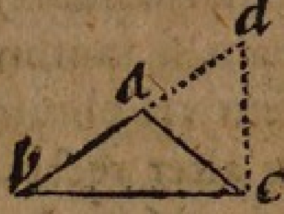
19. Omnium linearum quæ duci poſſunt à puncto dato ad lineam datam, breviſſima eſt perpendicularis & illæ ſunt longiores, quæ magis recedunt à perpendiculari. Sit data linea *a d* & punctum datum *b*; ſit præterea *b a* perpendicularis ad *d a*, à qua *b e* magis remota ſit quam *b c*:



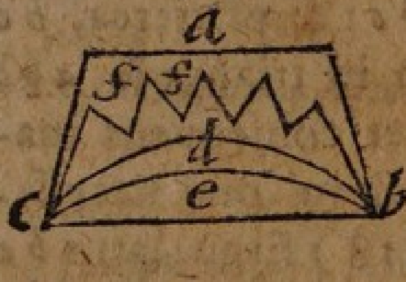
dico *b a* eſſe breviſſimam omnium linearum poſſibilium, ex. gr. *b c*: & præterea, *b e* eſſe longiorem *b c*: Nam in triangulo *a b c* angulus *a* eſt rectus, & per conſequens maximus omnium, quia reliqui duo neceſſario eſſe debent acuti: (2.18) Ergo latus *b c* eſt majus latere *b a*. (2.17) tanquam ſubtenſum majori angulo. Similiter in triangulo

gulo *b c e* angulus *b c e* est obtusus, quia angulus *b c a* est acutus, & per consequens latus *b e* erit majus latere *b c* (2. 17.) tanquam subtendens majorem angulum.

20. In omni triangulo duo latera simul sumta majora sunt tertio. Sit triangulum *a b c*, dico latus *a b*, una cum *a c*, esse majus solo *c b*: Nam sit producta *b a* & concipiatur *a d* æquale *c a c*, erit triangulum *a d c* Isosceles, & per consequens angulus *a c d* erit æqualis angulo *d*: (2. 15.) Ergo angulus *d c b*, qui major est ang. *d c a*, etiam major erit ang. *d*: Jam si conciperes *b d c* tanquam unum triangulum, latus *b d* erit majus latere *c b*, (2 17) tanquam subtensum angulo majori Sed *b d* est æquale duobus lateribus *b a*, *a c*, quia *a d* est æquale *a c*: Ergo duo latera *b a*, *a c* sunt majora *b c*; Q. E. D.



21. Etsi hæc propositio demonstrata sit, nihilominus pro principio natura noto admitti potest. Nam linea *c b*, cum sit recta, facit viam brevissimam à puncto *c* ad punctum *b*, dum interim reliquæ *c ab*, vel etiam *cdb* vel *c e b* circuitum faciunt, & per consequens longiorem viam absolvunt. Similiter illud cum Archimede



de pro principio ponere possumus, illarum linearum quæ tales circuitus faciunt, istas esse longiores, quæ suo ambitu alias circumscribunt vel includunt, & sic *c d b* esse longiorem *c e b*, & *c a b* longiorem *c d b*; quod tamen intelligendum non est de illo casu, ubi lineæ efficiunt figuram dentatam, ut in hac figura, ubi lineæ *c f f b* longiores esse possunt *c a b*, non obstante quod circumscribantur circuitu *c a b*.

LIBER

LIBER TERTIUS.

De Quadrilateris, & Polygonis.

I.

Figuræ terminatæ quatuor lineis rectis quatuor angulos efficientibus, appellantur *quadrilatera.*

2. Quando lineæ oppositæ sunt parallelæ, quadrilaterum appellatur

parallelogrammum, a; si non, appellatur simpliciter *Trapezium, b.*

3. Si parallelogrammum omnes quatuor angulos rectos habuerit, dicitur *parallelo-*

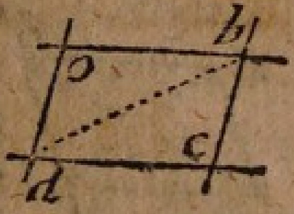
grammum Rectangulum c, vel brevitatis gratia, *Rectangulum:* & si præter hæc etiam omnia latera sunt æqualia, dicitur *quadratum, d.*

4. Si omnia latera æqualia quidem sunt, anguli vero non, tunc parallelogrammum dicitur *Rhombus.*

5. Si parallelogrammum neque angulos neque latera æqualia habet, dicitur *Rhomboides, a.*

6. In-

6. In omni parallelogrammo anguli oppositi sunt æquales. Sit parellelogrammum *o b c d*, dico angulum *o* esse æqualem angulo *c*: nam angulus *o* est æqualis angulo exteriori *b* (1.31.) & *b* est æqualis *c*: (1.31.) ergo etiam *o* est æqualis *c*.



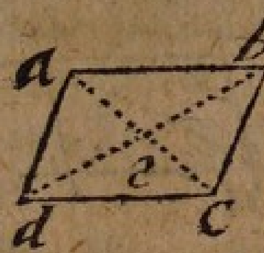
7. Linea ducta ex angulo ad angulum oppositum, dicitur *Diagonalis* vel *Diameter*, ut *b d*.

8. Omne parallelogrammum dividitur bifariam, id est, in duas partes æquales, per diagonalem. Diagonalis *b d* dividit parallelogrammum *o b c d* in duo triangula *o b d* & *b c d*. Probandum igitur erit hæc duo triangula esse æqualia. 1. angulus *o* est æqualis angulo *c*. (3. 6.) 2. angulus *o b d* est æqualis ang. *c d b*: (1.6.) & ob eandem rationem etiam angulus *o d b* est æqualis ang. *c b d*. Habent igitur hæc duo triangula omnes angulos reciproce æquales; & præterea, latus *b d* est commune utrique triangulo: E. etiam totum triangulum *o b d* est æquale toti triangulo *c b d* (2 14.)

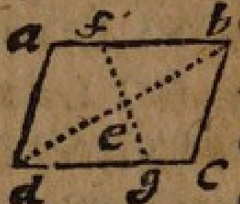
9. In omni parallelogrammo latera opposita sunt æqualia inter se, quoniam totum triangulum *o b d* est æquale toti triangulo *d c b* per præcedentem: E etiam latus *c d* erit æquale lateri *b o* & latus *o d* lateri *b c*; Q.E.D.

10. Duo

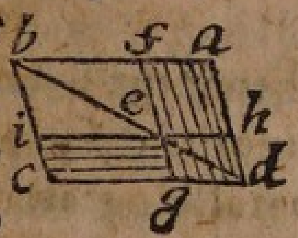
10. Duæ diagonales *a c* & *b d* secant se mutuo in medio *e*; nam in triangulis *a e d* & *b e c*, latus *a d* est æquale lateri *c b* (3.9) angulus *e a d* est æqualis ang. *e c b*, (1.31) ob eandem rationem angulus *a d e* est æqualis ang *c b e*; (1.31) & ulterius angulus *a e d* est æqualis ang. *c e b*, (1.23.) quia ipsi ad verticem oppositus. E. latus *d e* est æquale lateri *b e* & latus *a e* lateri *c e* (2.14.) Sic igitur duæ diagonales sunt divisæ æqualiter in *e*.



11. Omnis linea recta *f g*, transiens per medium diagonalis *e* dividit parallelogrammum in duas æquales partes. Probandum est, trapezium, id est, quadrilaterum irregulare, *a f g d a* esse æquale trapezio, *c g f b c*. 1. triangulum *b e f* est æquale triangulo *d e g*: nam latus *d e* est æquale *e b* per hypothesin; angulus *f* est æqualis angulo *g*; (1.31.) angulus in *e* utrinque est æqualis, quia est oppositus ad verticem &c. E triangulum *f e b* est æquale triangulo *g e d*. (2.14.) 2. totum triangulum *a d b* est æquale toti *c b d*. (3.8.) Ergo si de triangulo *a d b* auferatur parvum triangulum *f e b* & per compensationem ei iterum addatur triangulum *d e g*, resultabit trapezium *a f g d* æquale triangulo *a d b*, medietati s. semissi totius parallelogrammi. Q.E.D.



12. Si in diagonali *bd* ſumatur punctum *e*, perque illud tranſeant duæ lineæ lateribus parallelæ, nim. *gef* & *hei*; reſultabunt quatuor parallelogramma, nim. *efbi*, *ehdg*; (& hæc duo appellantur *parallelogramma circa diametrum*) & reliqua duo parallelogramma *ebaf*, & *eicg*, quæ appellantur *complementa*:



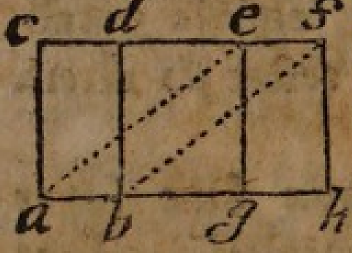
duo verò complementa cum uno parallelogrammo circa diametrum efficiunt figuram, quæ vocatur *gnomon*, quale hic eſt ſpatium lineis notatum.

13. In omni parallelogrammo *complementa* ſunt æqualia. Probandum erit *ebaf* eſſe æquale *egci*. Totum triangulum *bad* eſt æquale toti triangulo *bdc* (3. 8.) Similiter triangulum *efb* eſt æquale triangulo *ebi*, (3. 8.) & etiam *chd* eſt æquale *egd*: (3. 8.) Ergo ſi ab æqualibus triangulis *bda*, & *bdc*, auferantur æqualia, nimirum ſi auferantur ab una parte *efb*, & *ehd*, & ex altera parte *eib*, & *edg* reſtabit ab una parte parallelogrammum *ebaf* æquale parallelogrammo *eicg*, quod reſtat ab altera parte. Q.E.D.

14. Parallelogramma quæ ſunt ſuper eadem baſi, & in iisdem parallelis, ſunt inter ſe æqualia. Sit parallelogrammum *abdc*, & aliud *abfe*, ita ut baſis

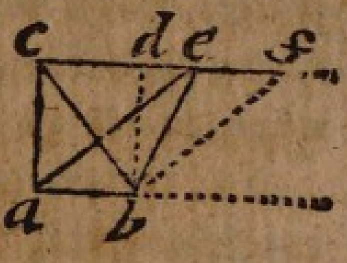
a b sit communis utrique, & linea *c d* producta transeat per *e f*; simulque hac ratione duo parallelogramma inter duas parallelas constituantur, nimirum inter lineam *a b* & lineam *c f*, parallelam lineæ *a b*: Dico parallelogrammum *a b d c* esse æquale *a b f e* 1. *c d* est æquale *e f*, quia tàm hæc quàm illa æquales sunt lineæ *a b*: (3. 9.) Ergò si hisce duabus lineis æqualibus addamus lineam *d e*; erit *c e* æqualis *d f*. 2. *c a* est æqualis *d b* (3. 9.) 3 angulus *a c e* est æqualis angulo *b d f*: (1. 31.) Ergò totum triangulum *a e c* est æquale toti *b f d*. Si jam de quovis horum triangulorum æqualium auferatur triangulum album *d e o*, quod est inter duo parallelogramma, & cuivis illorum etiam addatur triangulum lineis contrariis notatum *o a b*; resultabit ex hisce ab una parte parallelogrammum *a b d c* æquale parallelogrammo *a e f b*, ab altera parte constituto.

15. Parallelogramma, quæ sunt in eisdem parallelis *a h* & *c f* & super æqualibus basibus, alterum super *a b*, & alterum super *g h*, ita ut *a b* æqualis sit *g h*, sunt æqualia. Nam si quis concipiat tertium parallelogrammum *a e f b*, hoc æquale erit



erit *a b d c*, (3. 14.) quoniam est supe^r eadem basi *a b*, & in iisd. parallelis *a b* & *c f*: Et idem hoc parallelogrammum *a e f b* etiam est æquale *g b f e*, quia utrumque habet eandem basin, nim *e f* (nihil enim refert sive basis sit in inferiori linea s. in superiori) & sunt in iisd. parallelis, nim. *f e*, & *b a*. Ergo etiam *h f e g* est æquale *a b d c*, quia sunt æqualia uni tertio *a e f b*.

16. Triangula super eadem basi *a b* & inter easdem parallelas *a b* & *c e* constituta sunt æqualia. Triangulum *a b c* est æquale triangulo *a e b*, quia si quis concipiat lineam *b d* parallelam *a c* & aliam *b f* parallelam *a e*, resultabunt duo parallelogramma *a c d b*, & *a e f b*, quæ cum sint super eadem basi & in eisdem parallelis, erunt æqualia. (3. 14.) Sed triangulum *a c b* est dimidium parallelogrammi *a c d b*, & triangulum *a e b* est dimidium parallelogrammi *a e f b*: (38) Ergo hæc duo triangula inter se sunt æqualia.



17. Triangula super æqualibus basibus constituta & in iisdem parallelis, inter se sunt æqualia. Demonstratio est facilis.

18. Si triangulum cum parallelogrammo eandem basin habuerit, in eisdemque fuerit parallelis, dimidium erit parallelogrammi. Triangulum *a b e* est dimidium parallelogrammi *a e f b*.

 19. Pen-

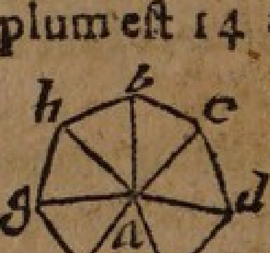
19. *Pentagonum* eſt figura quinque laterum & quinque angulorum. Si omnia latera ſunt æqualia, & omnes anguli æquales, pentagonum eſt *regulare*.

20. *Hexagonum* eſt figura ſex laterum & totidem angulorum; *Heptagonum* ſeptem; *Octogonum* octo &c. quæ quoque regularia ſunt, ſi omnes anguli & latera omnia inter ſe æqualia ſunt.

21. *Polygonum* in genere omnis dicitur figura, quæ pluribus comprehenſa lateribus, plures efficit angulos: ſed vocabulum hoc rarò adhibetur, niſi figuræ pluribus quam quatuor aut quinque lateribus conſtent.

22. Omne polygonum dividi poteſt in tot triangula, quot habet latera. Si intra figuram ſumatur punctum *a*, ubicunque id fuerit, & ex eo concipiantur ductæ lineæ verſus quemcunque angulum *a b*, *a c*, *a d* &c. tot erunt triangula, quot fuerint latera polygoni.

23. Anguli polygoni omnes ſimul ſumti conficiunt bis tot rectos, demtis quatuor, quot ſunt latera polygoni. E.gr. ſi polygonum habet ſeptem latera, quorum duplum eſt 14 ab iiſque auferantur quatuor,

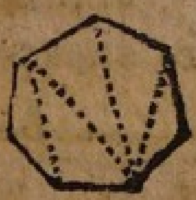


reſtant decem: dico omnes angulos hujus heptagoni, nimirum angulum *c b h* una cum *b h g* & *h g f* &c. ſimul ſumtos eſſe æquales his decem angulis

re-

rectis. Nam si ex puncto *a* ducantur ad angulos septem lineæ *a b*, *a c*, *a d* &c. ad constituenda septem triangula quodlibet horum triangulorum habebit tres angulos duobus rectis æquales :(2.9.)ita ut omnes anguli simul sumpti in septem triangulis æquales sint 14. rectis. Sed quodlibet horum triangulorum unum habet angulum circa verticem in puncto *a*; ita ut, si omnes ponerentur circa hoc punctum, totum circuitum implerent. Ergo hi septem anguli coeuntes ad punctum *a* æquales sunt quatuor rectis, (1. 22.) & per consequens omnes reliqui anguli, qui conficiuntur ab ipsis lateribus heptagoni, æquales sunt decem rectis; Q E. D.

24 Polygonum etiam resolvi poterit in in triangula, ducendo lineas ab angulo ad angulum; sed tunc numerus laterum excedit numerum triangulorum duobus.

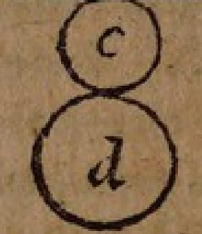


LIBER QVARTVS

De Circulo.

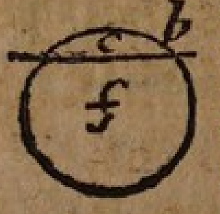
I.

LInea circulum *tangere* dicitur, quæ cum circulum tangat, non tamen eum secat,



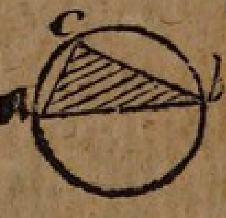
licet producatur ultra punctum contactus. Linea *a* tangit circulum *c* prout etiam circulus *c* tangit circulum *d*: sed in *b* linea circulum transit eumque secat.

2. Linea transiens per circulum, eum secat in duas partes, quæ appellantur *segmenta*, *e*



est segmentum *minus* & *f majus*; hæc linea secans dicitur *chorda* & partes circuli sectæ *arcus*. Chorda cum arcu constituit in duobus extremis duos angulos mixtos, qui appellantur *anguli segmenti*, ut *e b f*.

3. Si in arcu segmenti sumatur punctum

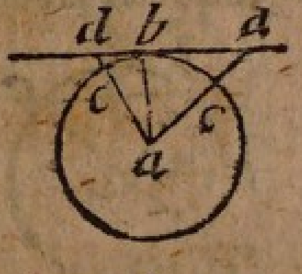


c ubicunque id fuerit, & concipiantur duæ lineæ *c a*, *c b*; illæ constituent ang. *a c b* qui vocatur *angulus in segmento*: & hic ang. *a c b insistere* dicitur arcui alterius segmenti inferioris.

4. *Sector*

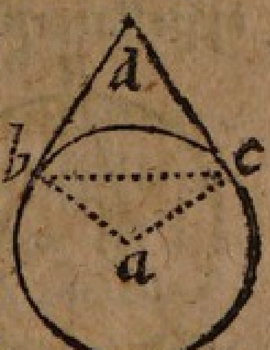
4. *Sector* circuli est triangulum mixtum, duabus semidiametris *a b*, *a c*, & arcu circuli *b c*, comprehensum. Sector hic notatus est lineolis.

5. Si ad extremitatem semidiametri *a b*, concipiatur perpendicularis *b d*, illa tanget circulum in unico puncto *b*; & quodvis aliud punctum lineæ *b d* erit extra circulum situm. Ex. gr. punctum *d* est extra circulum; nam si concipiatur linea *a d* ducta ex centro, quæ secet circulum in puncto *c*, erit illa *a d* major *a b*, (2.19.) & per consequens major quam *a c*, quia *a c* est æqualis *a b*: (1.14.) E. punctum *d* cadit extra circulum. Q.E.D.



6. Chorda quædam *b c* dividitur bifariam per perpendicularem *a d*, per centrum *a* ductam; nam triangulum *a b c* est Isosceles, quoniam *a b* est æquale *a c*: (1.14.) E. perpendicularis *a d* secat basin *b c* in duas partes æquales (2.16.) Et arcus quoque *b c* est divisus bifariam.

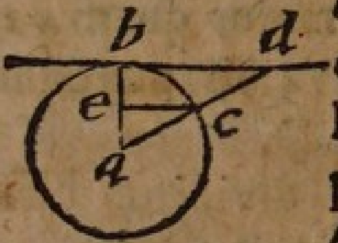
7. Si duæ lineæ *d b* & *d c* tangant circulum, erunt æquales. Nam concipiantur à centro ad puncta contactus lineæ ductæ *a b* & *a c*, erunt hæ perpendiculares ad tangentes. (4.5.) Vlterius

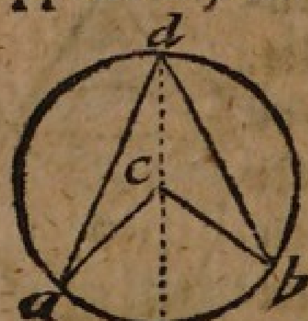


terius, si concipiatur linea *b c*, angulus *a b c* erit æqualis ang. *a c b*: (2.15.) E. si ab æqualibus, i.e angulis rectis *a b d* & *a c d*, auferantur æqualia, i.e. angulus *a b c* ab una parte, & ang. *a c b* ab altera, erunt reliqui anguli æquales, i.e. *c b d* erit æqualis *b c d*, & per consequens latus *d b* erit æquale lateri *d c* (2.15.)

8. Duæ chordæ æquales *b c*, *e f* constituunt duo segmenta *b d c* & *e g f* æqualia, & lineæ quoque perpendiculares *a o* & *a n* æquales erunt. Quod facile probari potest.

9. Sit semidiameter *a b*, perpendicularis *b d* & alia linea *a c d* secans circulum in *c* & perpendicularem in *d*, nec non linea *c e* perpendicularis ad radium *a b*: omnes hæ lineæ gaudent certis nominibus. Linea *bd* terminata per *a d*, appellatur *tangens* arcus *b c*, ex.gr. 30°; linea *a d* vocatur secans ejusdem arcus 30°: linea *c e* dicitur *sinus* ejusdem arcus: & tandem *a b*, appellatur *sinus totus*, vel simpliciter radius.





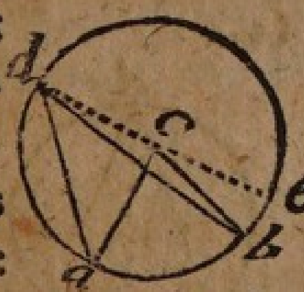
10. Si in circumferentia circuli duo sumantur puncta *a* & *b* atq; ab illis lin. ducantur ad centrum *c*, & aliæ duæ ad aliud punctum *d* in circumferentia, duo constituentur an-

anguli, quorum alter *a c b* vocatur *angulus ad centrum*, alter *a d b angulus ad circumferentiam.*

11. Angulus ad centrum *a c b* semper duplex est anguli ad circumferentiam *a d b*. 1. Si una linearum, ut *b d*, transeat per centrum *c*, angulus *a c b* erit externus respectu trianguli *a c d* (2. 10.) & per consequens erit

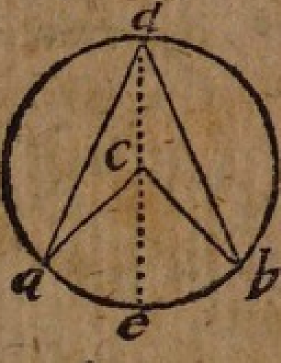
æqualis duobus angulis internis oppositis, nim. angulo *a d c* & ang *d a c*; (2. 10.) Sed hi duo anguli *a d c* & *d a c* inter se sunt æquales (2. 15.) quia duo crura *c a* & *c d* sunt æqualia: (1. 14.) Ergo angulus *a c b* est duplex unius horum duorum, nim. *a d c*; Q. E. D. 2. Si linea quædam *a d* vel *b d* non transeat per centrum *c*; concipiatur *d c e*, ita ut *e* sit extra arcum *a b*:

Tunc totus angulus *a c e* erit duplex anguli *a d e*, per casum primum hujus propositionis; & similiter angulus *b c e* est duplex anguli *b d e*:

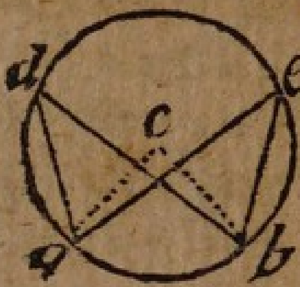


Ergo si de angulo *a c e* auferatur *b c e* & de angulo *a d e*, (qui est semissis anguli *a c e*) auferatur *b d e*, (qui etiam est semissis anguli *b c e*) erit residuum *a d b* dimidium *a c b*: quia axioma est, si quantitas est dupla alterius, & auferatur à majori duplum illius quod aufertur à minori, quod residuum

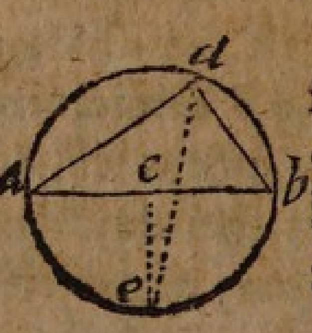
duum eſt in majori erit etiam duplum reſi-dui in minore: vel ſi totum totius eſt duplum, & ablatum ablati, erit & reliquum reliqui duplum. 3. Si punctum *e* cadit intra arcum *a b*, tunc angulus *a c e* erit duplex anguli *a d e* & angulus *b c e* erit etiam duplex ang. *b d e*, quod jam in primo caſu hujus propoſitionis demonſtratum erat, ergo angulus totus *a c b* eſt duplex ang. *a d b*.



12. Omnes anguli qui inſiſtunt eidem arcui *a b* ſunt inter ſe æquales, in quocunque loco circumferentiæ etiam fuerit illorum punctum verticale. Angulus *a e b* eſt æqualis angulo *a d b*, quia uterque eſt ſemiſſis anguli *a c b*, qui eſt ad centrum *c*. (4.11.)



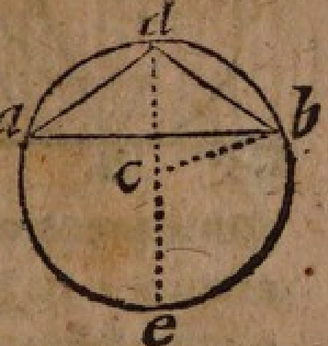
13. Angulus ad centrum *ace*, inſiſtens medietati arcus *a b* cui inſiſtit alius angulus ad circumferentiam *a d b* eſt æqualis eidem angulo ad circumferentiam. (4. 11.)



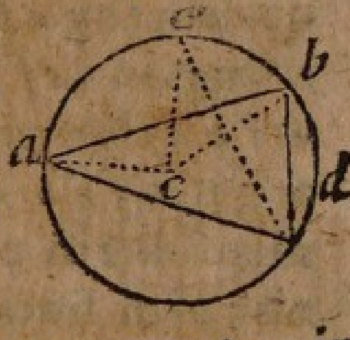
14 Angulus *a d b*, qui inſiſtit ſemicircumferentiæ, eſt rectus; nam ſi *e* dividat bifariam ſemicircumferentiam *a e b*, angulus *a c e* erit

rit æqualis ang. *adb* per præcedentem. Sed *ace* est rectus:(1.15.)Et etiam *adb* est rectus

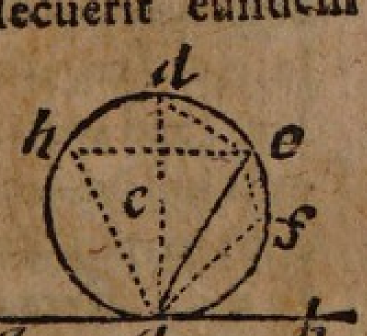
15. Angulus *adb* in minori segmento est obtusus, quia cum arcus *aeb* sit major semicircumferentia, erit etiam arcus *be*, qui est semissis arcus *aeb*, major 90^{o}. Et angulus *adb* qui est æqualis angulo *bce*, (4.13.) erit major 90^{o}; id est, erit obtusus.



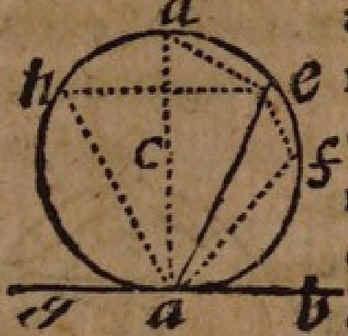
16. Angulus *adb* in majori segmento est acutus: nam est æqualis angulo *ace*. Sed cum arcus *aeb* sit minor semicircumferentia, arcus *ae* qui est semissis *aeb*, erit minor 90. grad.



17. Si recta linea *gab* tangat circulum in puncto *a* & alia linea *ae* secuerit eundem circulum, angulus *bae* erit æqualis angulo in segmento opposito *abe*: Et angulus *eag* erit æqualis angulo in altero segmento *afe*: Nam concipiatur perpendicularis *ad*, quæ transibit per centrum *c*,(4.5.)quo ipso angulus *aed* erit rectus: (4.14.)& per consequens, quia tres anguli unius trianguli sunt æquales

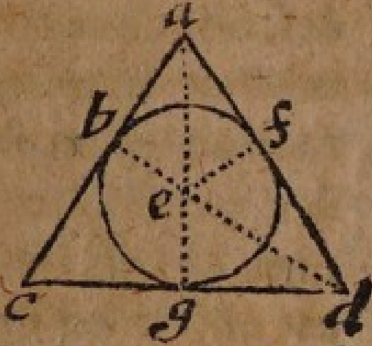


duobus rectis (2 9. angulus *e a d* unà cum angulo *a d e* constituet unum rectum. Sed idem *e a d* cum *e a b* etiam efficiunt rectum, quia *a d* est perpendicularis ad *a b*: E. angulus *e a b* est æqualis *a d e*, & per consequens omni angulo, qui insistet eidem arcui *a e* & punctum quodvis habuerit in circumferentia, ut ang. *e h a*, quia omnes hi anguli inter se sunt æquales; (4. 12) Et hæc est prima pars hujus propositionis. Nunc probandum est, angulum *e a g* esse æqualem ang. *a f e*; quæ est altera pars. In triangulo *a e f*, angulus *a f e* una cum *f a e* & *f e a* est æqualis duobus rectis, (2.9.) Sed angulus *f e a* est æqualis *f a b*, per jam demonstrata in parte prima hujus propositionis; nam linea *f a* considerari potest ut secans circulum & tangentem *b a*, in quo casu angulus *f a b* debet esse æqualis omni angulo, qui fieri potest in segmento opposito *f d b a*. Sed angulus *f e a* est in hoc segmento, quia insistit arcui *f a* & ejus punctum *e* incidit in punctum quoddam circumferentiæ *f e d h a*, ut ita angulus *f e a* æqualis sit ang. *f a b*. Porrò duo anguli *e a f* & *f a b* unà cum *a f e* sunt æquales duobus rectis. Sed iidem *e a f* & *f a b* unà cum *e a g* sunt etiam æquales duobus rectis: (1. 20) Ergo angulus *e a g* est æqualis ang. *e f a*, Q.E.D.



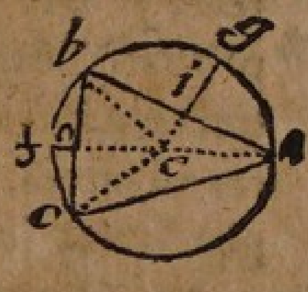
18. Fi-

18. Figura rectilinea *circa circulum describi* dicitur, cum singula latera ejus circuli peripheriam tangunt, Triangulum *a c d* circa circulum *b g f* descriptum est, quia quodlibet latus hujus trianguli tangit circulum in *b*, in *g*, in *f*.



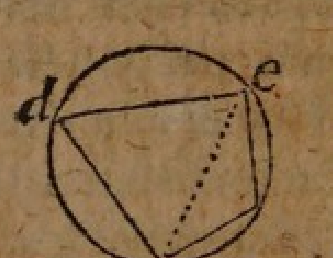
19. Figura *circulo inscribi* dicitur, cum singuli ejus anguli tetigerint circumferentiam, ut triangulum *a b c* in figura sequente.

20 Omne triangulum *a b c* inscribi potest circulo: nam si quis concipiat duas lineas *c i* & *c o*, quæ latera *a b* & *b e* perpendiculariter, & medio secent, tunc ex puncto *c* tanquam centro duci poterit circulus per punctum *b*. Sed dico hunc circulum quoque transiturum per puncta *a* & *e*: nam 1. duo triangula *c i b* & *c i a* erunt æqualia, quia latus *i b* est æquale lateri *i a* per hypothesin, latus *c i* est commune, & angulus ad *i* est utrinque rectus: Ergo (2. 11.) latus *c b* est æquale lateri *c a*. 2. Ob eandem rationem probari poterit latus *e c* esse æquale *e b*. Et per consequens circulus, cujus centrum erit *c*, & semidiameter *c b*, transibit per *a* & *e*.



21. Triangulum *a c d* (fig. art. 18.) poteſt deſcribi circa circulum. Nam ſi concipiantur duæ lineæ *a e* & *d e*, qui dividant bifariam angulum *a* & *d*; Et poſtea quoque lineæ perpendiculares ad latera trianguli, nim. *e b*, *e f*, *e g*, dico, ſi quis circulum ducat ex centro *e* per *b*, hunc circulum tangere tria latera trianguli in punctis *b*, *f*, *g*. Nam 1. duo triangula *a e b*, *a e f* ſunt æqualia: Habent enim latus *a e* commune, angulum ad *b* & *f* rectum, & alium angulum ad *a* æqualem, quia angulus *b a f* eſt diviſus bifariam: Ergo latus *e b* eſt æquale lateri *e f*. (2. 14.) 2. Ob eandem rationem probari poterit *e g* eſſe æquale *e f*. Et quia hæ lineæ *e b*, *e f*, *e g* ſunt perpendiculares ad latera trianguli, circulus *b f g* tanget latera in his punctis. (4. 5.)

22. Omne quadrilaterum *a f e d* in circulo deſcriptum habet angulos oppoſitos ſimul ſumtos duobus rectis æquales. Nam ſi per punctum *a* ducatur tangens *g a b* & diagonalis *a e*, erit angulus *a f e* æqualis angulo *e a g*, (4. 17.) & angulus *a d e* angulo *e a b*; (4. 17.) & per conſequens quia duo *e a b* & *e a g* ſunt æquales duobus rectis, hi duo anguli oppoſiti *f* & *d* etiam æquales erunt duobus rectis. Similiter probari poterit, angulos *f e d* & *f a d* fore æquales duobus

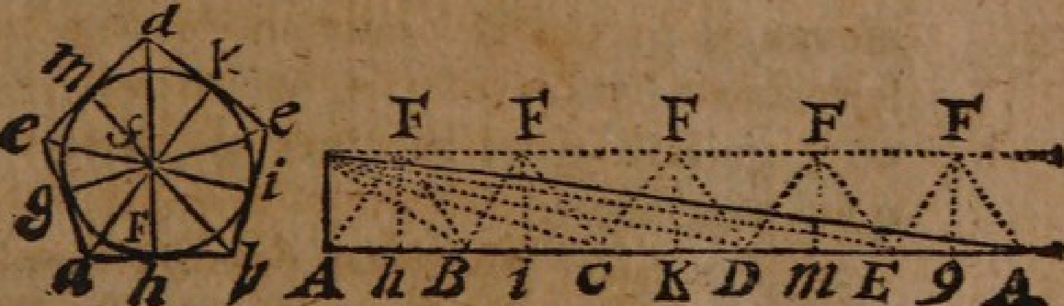


bus

bus rectis, si quis saltem concipiat aliam tangentem ad punctum *f*.

23. Conversa hujus propositionis etiam manifesta est; nim. omne quadrilaterum, cujus anguli oppositi sunt æquales duobus rectis, inscriptum esse circulo, id est, posse habere circulum qui tangat omnes illius quatuor angulos.

24. Omne polygonum circa circulum descriptum est æquale triangulo rectangulo, cujus unum crus esset æquale semidiametro circuli, & alterum toti circumferentiæ polygoni. Sit linea *F A* æqualis semidiametro *f h*, & perpendicularis infinita A B C D, &c. in qua sumatur A *h* æquale *a h* & *h* B æquale *h b* & *B i* æquale *b i* & *i C* æquale

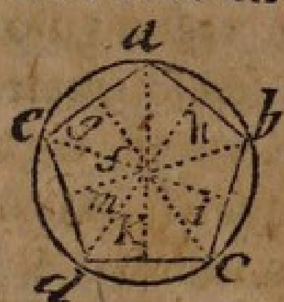


i c &c. ita ut tota A B C D E A sit æqualis toti circumferentiæ polygoni *a b c d e a*. Ulterius sit *F F F* parallela A B, ita ut omnes perpendiculares *h* F, *i* F, *k* F, &c. sint æquales semidiametro *f h* vel *f i* &c. manifestum erit triangulum A F B esse æquale triangulo *a f b* & triangulum B F C triangulo *b f c* & CFD, triangulo *c f d* &c. Sic omnia hæc triangula simul sumta erunt æqualia toti polygono. Sed triangulum F A A est

æqua-

æquale omnibus his triangulis simul sumtis, quia si ducantur lineæ B F, C F, D F, &c. triangulum F A B erit æquale triangulo F A B, & F B C æquale F B C &c. (3. 16.) Ergo etiam totum triangulum F A A est æquale polygono; Q.E.D.

25. Omne polygonum regulare est æquale triangulo rectangulo, cujus unum crus esset tota circumferentia polygoni, & alterum perpendicularis aucta ex centro ad latera polygoni Demonstratio est eadem cum præcedente propositione. Nam omnia perpendicula *f h*, *f i*, *f k*, &c. sunt æqualia &c.

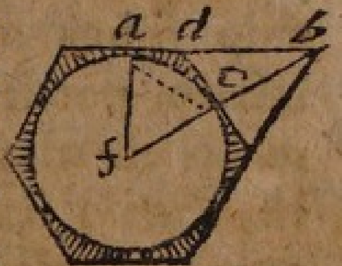


26. Omne polygonum circumscriptum est majus circulo, & omne polygonum inscriptum est minus illo. Quod manifestum est, quia id quod continet, majus est eo quod continetur.

27. *Perimeter* (vel circumferentia) omnis polygoni circumscripti major est circumferentia circuli, & perimeter omnis polygoni inscripti est minor illa: hoc etiam manifestum est per 21. Libri secundi.

28. Si in minori segmento circuli *a b c* describitur triangulum Isosceles, ita ut *a b* sit æqualis *b c*: erit triangulum illud majus dimidio segmenti. Nam si ducatur tangens *e b d*, tunc erit

sit parallela ad *a c*, est enim perpendicularis ad *f b* (4. 5.) cui etiam *a c* perpendicularis est, (4. 6.) & præterea terminetur parallelogrammum rectangulum *a e d c*: erit hoc majus segmento circuli *a b c*. Sed triangulum *a b c* est semissis parallelogrammi *a e d c*. (3. 18.) E. triangulum *a b c* est majus dimidio segmenti *a b c*.



29. Sit tangens *a d b* & secans *f c b*, & recta *a c*, ut & alia tangens *c d*; dico triangulum *d b c* excedere dimidium trianguli mixti, rectis *a b*, *c b* & arcu *c a* comprehensi: nam cum in triangulo *d b c* angulus in *c* sit rectus, (4. 5.) latus *d b* erit majus latere *d c* (2. 17.) sed *d c* est æquale *d a*: (4. 7.) Ergo *d b* est majus *d a*: E. triangulum *c b d* est majus triangulo *c a d*: (3. 17.) E. m. majus dimidio totius *c b a*. Sed triangulum *c b a* est majus triangulo mixto, arcu *a c*, & rectis *b c*, *b a*, comprehenso: E m. triangulum *d b c* est majus dimidio trianguli mixti *a b c*.

3. Ex hisce duabus propositionibus sequitur, quod si multiplicata fuerint latera polygonorum regularium, exinde fieri posse circumscripta & inscripta, ita ut differentia, qua circumscriptum excedet circulum, vel qua circulus excedet inscriptum, etiam pro lubitu minor reddi possit;

fit; nam si de quacunque quantitate auferatur plus quam dimidium, & de residuo etiam plus quam dimidium, & iterum de hoc residuo plus quam dimidium & sic aliquoties, tandem perveniemus ad residuum minimum desideratum; quod natura notum est. Sic, postquam inscriptum est triangulum, quod minus est circulo tribus magnis segmentis, adhuc inscribi potest hexagonum, quod quidem majus est triangulo; sed minus tamen est circulo sex parvorum segmentorum, quæ in adjecta figura alba sunt. Sed hæc sex parva segmenta simul sumta non continent tantum spatium, quantum semissis trium priorum segmentorum (4. 28.) Et licet adhuc inscribi possit dodecagonum, quod circulus excedet duodecim parvis segmentis; nihilominus duodecim hæc simul sumta non æquivalent semissi sex segmentorum hexagoni; & sic, multiplicando latera polygoni, pro lubitu quis diminuere potest differentiam, qua circulus excedet polygonum inscriptum. Similiter, postquam triangulum circumscriptum est, adhuc circumscribi potest hexagonum, postea dodecagonum, & figuru viginti quatuor laterum &c.

31. Omnis

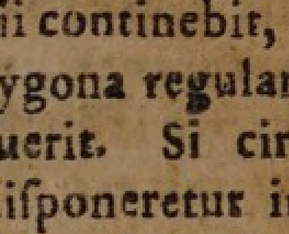
31. Omnis circulus est æqualis triangulo rectangulo, cujus unum crus (ex. gr. perpendiculum) est semidiameter, & alterum (ex. gr. basis) est linea recta, æqualis circumferentiæ circuli. Nam triangulum hoc erit majus quovis polygono inscripto, & minus quovis polygono circumscripto: (per 24. 25. 26. & 27. lib. 4.) E. erit æqualis circulo. Nam si esset majus, tunc licet minima esset differentia, adhuc tamen construi posset polygonum circumscriptum, cujus differentia à circulo minor esset differentia ejusdem circuli & trianguli rectanguli: & sic polygonum circumscriptum esset hoc triangulo minus, quod absurdum est. Similiter, si triangulum hoc esset minus circulo, construi adhuc posset polygonum inscriptum, quod majus esset hoc triangulo; quod est impossibile.

Hoc *genus demonstrationis, quod nunc adhibemus & per* impossibile *appellatur, inter pulcherrima veterum inventa numeratur; tota quippe Geometria* indivisibilium *in eo fundatur: ita ut mirari necessum habeamus, quosdam recentiorum autorum eam rejecisse tanquam mancam & indirectam. Quod si vero quispiam tam delicati fuerit ingenii, ut nullam demonstrationem perferre possit, quæ non concludat directe & positive, tunc facile erit eam convertere in regularem & directam: Nam saltim id pro principio ponere* debe-

debemus, quod si duæ quantitates determinatæ *a* & *b* tales fuerint, ut quævis alia quantitas conceptibilis, quæ major vel minor esset quam *b*, etiam major vel minor esset quàm *a*, tunc duæ quantitates *a* & *b* erunt æquales. *Posito hoc principio, quod reverà ex se manifestum est, probari poterit directè, triangulum illud esse æquale circulo, quoniam quævis figura, quæ saltim concipi potest (inscripta) minor circulo, etiam minor est triangulo; & quævis figura (circumscripta) major circulo, etiã major est triangulo.*

Hoc est, quod quadraturam circuli *appellant, quæ consistit in eo, ut constituatur quadratum, vel triangulum, vel quævis figura rectilinea æqualis circulo; quod fieret, si inveniri posset linea recta æqualis circumferentiæ, ceu videre est in ipsa propositione; sed hæc æqualit. nunquam inventa est Geometr.*

32. Linea disposita circulariter, plus spatii continebit, quam quævis alia figura polygona regularis, quæcunque etiam illa fuerit. Si circumferentia circuli *a b c d* disponeretur in formam quadrati vel alterius polygoni regularis, ita ut omnia latera *e g*, *g h*, *h i*, *i e*, simul sumta, æqualia sint circumferentiæ *a b c d*; dico circulum esse majorem polygono.



Nam circulus est æqualis triangulo, cujus u-

num

num latus eſt circumferentia, & alterum ſemidiameter *f a*: polygonum v. eſt æquale triangulo, cujus unum latus etiam eſt eadem circumferentia *a b c d* (vel latera *e g b i*) & alterum latus *f o* (4.25.) Et quemadmodum *f o* minus eſt quam *f a*, ſic totum triangulum ſecundum æquale polygono, erit minus primo triangulo, quod æquale eſt circulo: & per conſequens polygonum hoc erit minus circulo; Q.E.D.

Hoc eſt quod volunt, quando communiter dicunt, inter omnes figuras Iſoperimetras, *vel quæ habent æquales circumferentias, maximam eſſe circulum.*

LIBER

LIBER QVINTUS.

De Solidis.

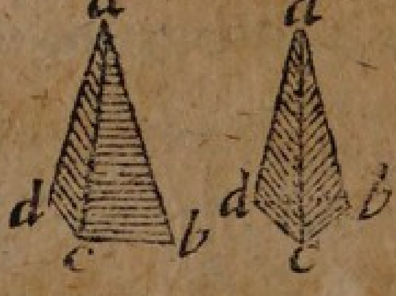
I.

Linea recta eſt ſimpliciter *recta* ad planum, vel *erecta* in plano *ad angulos rectos*, quando neque in hanc neque in illam partem eſt magis inclinata, ut columna in pavimento.

2. Duo plana ſunt parallela, quando omnes perpendiculares vel rectæ, inter plana ductæ, æquales ſunt.

3. Planum eſt perpendiculare vel *rectum* ad aliud planum, quando neque in hanc neque in illam partem eſt magis inclinatum, ut murus in ſolo.

4. *Angulus ſolidus* oritur, quando tria vel plura plana ſe contingunt in uno puncto, ut punctum adamantis bene præparati.



5. Si concipiatur linea *a b* fixa in puncto *a* & poſtea mota ſecundum longitudinem laterum polygoni *b c d*, deſcribet ea per motum hanc figuram, quæ appellatur *Pyramis.*

6. Po-

6. Polygonum appellatur *basis* Pyramidis.

7 Si linea *a b* moveatur secundum longitudinem circuli *b c d*, describit *conum*, cujus *basis* est hic circulus; &

linea ducta à vertice ad centrum circuli *e*, est *axis*.

8. Si linea *a b* moveatur uniformiter circa duo Polygona *b e d*, *a f g*, quæ sint secundum latera & angulos mutuo & in totum æqualia, ut & parallela, ita ut latera æqualia sibi responde-

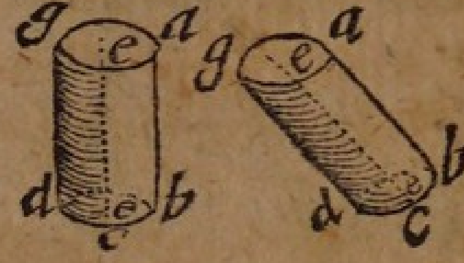
ant parallela, *a f*, *a d*, *b c*, *f g*, *a d*, *c d* &c. tunc hæc linea per motum producet figuram, quæ dicitur *Prisma* : ejus polygona sunt *bases*.

9. Si bases prismatum sunt parallelogramma, appelatur *Parallelepipedum*.

10. Si linea *a b* moveatur uniformiter circa duos circulos æquales & parallelos, describit *Cylindrum*.

11. Linea quæ jungit centra *e e* basium, est *axis* cylindri.

12. In omnibus his figuris, quando axis est perpendicularis ad basin *dec*, illæ appellantur Isosceles; Si verò axis est inclinata, sunt scalenæ.

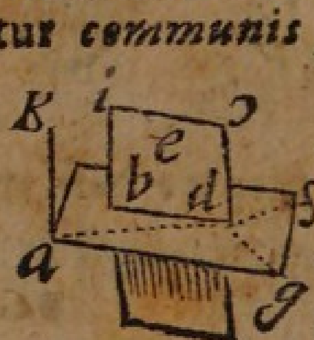


13. Si Semicirculus *adb* revolvatur circa suam diametrum, describit *sphæram* vel globum, cujus *axis* est *ab*; *centrum c* idem est cum centro semicirculi. Omnis linea ducta per centrum *c* & utrinque terminata per superficiem sphæræ, appellatur *diameter* & dici potest *axis*.

14. Omnes lineæ ductæ à centro *c* ad circumferentiam, dicuntur *radii*, & sunt inter se æquales.

15. Duæ lineæ rectæ, quæ se mutuo secant, sunt in eodem plano, & per consequens omne triangulum etiam est in uno plano.

16. Si duo plana *edb*, & *dab* se mutuo secent, id fiet in linea recta *db*, quæ appellatur *communis sectio*.



17. Si linea *cd* est perpendicularis ad duas lineas *fd* & *gd*, in plano *fgd* existentibus, illa etiam erit perpendicularis ad planum.

18. Si

18. Si linea *c d* eſt perpendicularis ad tres *fd*, *gd*, *ad*, hæ tres lineæ ſunt in uno plano.

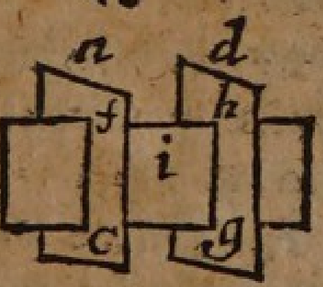
19. Si duæ lineæ *dc*, *bi* ſunt perpendiculares ad idem planum *f d b*, erunt illæ parallelæ.

20. Si duæ lineæ *dc*, *bi* ſint parallelæ, & ducatur quævis alia linea recta à quovis puncto unius lineæ ad alteram, ut *db*, hæ tres lineæ erunt in eodem plano.

21. Si duæ lineæ *dc*, *bi* ſint parallelæ tertiæ *ak*, licet illæ cum hac non exiſtant in eodem plano, inter ſe tamen parallelæ ſunt.

22. Si una atque eadem linea *ab* eſt perpendicularis ad duo plana *cd*, *ef*, tunc hæc ſunt parallela.

23. Si duo plana parallela *d b g*, *a f e* ſecentur per planum aliquod tertium *i*, communes illorum ſectiones *hg*, *fe*, ſunt parallelæ.



24. Si ſolidus angulus tribus angulis planis contineatur; ex his duo quilibet, utut aſſumti, tertio ſunt majores.

Omnes hæ propoſitiones tam manifeſtæ ſunt, ut adhibita exigua attentione non neceſſum ſit pluribus eas probare.

52. Omnes anguli plani, qui angulum ſolidum conſtituunt, ſimul ſumti ſunt minores quatuor rectis. Nam ſi facerent quatuor rectos, non conſtituerent angulum ſolidum, ſed planum. Ergo ut angulus ſolidus fieri poſſit, oportet angulos quatuor rectis minores eſſe.

Suaſor eſſem, ut anguli & figuræ ex charta conſtruerentur, & hac ratione omnia facile comprehendi poterunt.

26. In omni parallelepipedo plana oppoſita ſunt æqualia: quod facile concipi poteſt.

Octo ſequentes demonſtrationes demonſtrabuntur in ſecunda parte elementorum. Nihilominus & hic demonſtrari poſſint, ſi ſolidis ſaltim applicentur, quæ jam probata ſunt de planis lib. 3. & 4. ſed non opus eſt hiſce diu inhærere.

27. Parallelepipeda baſibus æqualibus & planis parallelis contenta ſunt æqualia. (vid. 3. 14.)

28. Omne parallelepipedum ſecatur in duo priſmata triangularia æqualia ab ipſo plano per duas diametros parallelas adverſorum planorum.

29. Priſmata triangularia ſuper æqualibus baſibus & inter easdem parallelas conſtituta, ſunt æqualia.

30. Pyramides in baſibus æqualibus, & in eisdem parallelis conſtitutæ, ſunt æquales.

31. In genere omnia priſmata, cylindri, coni, in baſibus æqualibus & in eisdem parallelis conſtituti ſunt æquales.

32. Pyramides & coni, qui habent baſes æquales baſibus priſmatum & cylindrorum, & ſunt in eisdem parallelis, erunt tertia pars priſmatum vel cylindrorum.

33. Omnis ſphæra eſt æqualis cono, cujus axis perpendicularis eſt ſemidiameter ſphæræ, & baſis planum æquale toti ſuperficiei convexæ ejusdem ſphæræ.

34. Inter omnes figuras ſolidas, quæ eadem ſuperficie terminari poſſunt, maxima eſt ſphærica.

35. Corpus *regulare* eſt, quod continetur figuris regularibus & æqualibus, gaudetque angulis ſolidis æqualibus, ut ſunt.

36. *Tetraedrum* eſt contentum quatuor triangulis æqualibus & æquilateris, tale eſt pyramis, cujus baſis eſt æqualis cuivis faciei ſeu lateri.

37. *Hexaedrum* ſeu *Cubus* conſtat ſex quadratis æqualibus, prout ſunt illi quibus ludimus.

38. *Octaedrum* eſt ſub octo triangulis æqualibus & æquilateris.

39. *Dodecaedrum* eſt ſub duodecim pentagonis æqualibus & æquilateris contentum.

40. *Icosaedrum* constat viginti triangulis æqualibus & æquilateris.

41. Vltra hæc quinque corpora regularia, impossibile est plura alia invenire; quod ita demonstratur:

Sumantur triangula æquilatera, quæ sunt inter figuras rectilineas simplicissima. Ad minimum tria requiruntur ad constituendum angulum solidum; sed his tribus conjunctis perfectum oritur tetraedrum: nam hæc triangula in unum punctum coeuntia, relinquunt basin triangularem similem & æqualem lateribus, ceu videre est ex compositione.

Junctis quatuor ejusmodi triangulis, oritur angulus Octaedri.

Ex quinque talibus triangulis resultat angulus Icosaedri.

Sex triangula simul juncta non possunt constituere angulum solidum, sunt enim æquales quatuor rectis: Sed omnis angulus solidus constat angulis planis, qui simul sumti minores esse debent quatuor rectis: (5. 25.) sic igitur impossibile est per triangula, alia corpora regularia conficere, præter illa tria:

Si jam assumamus quadrata, & tria simul jungamus, habebimus cubum; & non poterit aliud corpus præter cubum per quadrata constitui, quia si assumerentur quatuor quadrata & conjungerentur, non efficerent

rent angulum ſolidum, ſed tantum planum. (5. 25.)

Si ſumantur tria pentagona, reſultabit angulus dodecaedri: ſed quatuor pentagona non poſſunt conſtituere angulum ſolidum.

Tandem tria hexagona ſimul juncta, cum efficiant quatuor angulos rectos, angulum ſolidum conſtituere non poſſunt; & tria heptagona vel aliæ figuræ plurium laterum id multo minus præſtare poterunt: Sic igitur non poſſunt plura præter hæc quinque corpora regularia conſtrui, tria cum triangulis, unum per quadrata, & unum per pentagona.

LIBER SEXTUS
De Proportionibus.

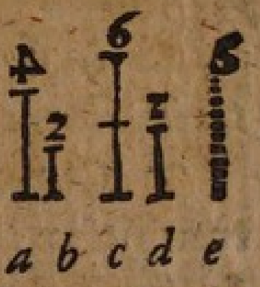
I.

QUando loquimur *de magnitudine*, item quantitate *magna*, ſemper comparatio inſtituitur inter hanc quantitatem & aliam ejusdem naturæ, reſpectu cujus illa *magna* dicitur: Sic dicimus montem eſſe parvum, adamantem eſſe magnum, quia comparamus hunc montem cum aliis, in quorum comparatione *minor* eſt; & ſimiliter comparamus hunc adamantem cum aliis, in quorum comparatione hic eſt major.

2. Quando hac ratione conſideratur quantitas, ut inveſtigetur quantam *magnitudinem* illa habeat in comparatione ad aliam; tunc magnitudo quæ datur in comparatione ad aliam, appellatur *ratio*, vel ſi rem melius exprimere velimus *comparatio.*

3. Quantitas quæ refertur ad aliam dicitur *antecedens*, ea vero ad quam alia refertur, *conſequens.*

Sumantur quatuor quantitates, & com-



comparentur binæ & binæ *a* 4. cum *b* 2. & *c* 6. cum *d* 3. Si reperiatur *a* habere tantam *magnitudinem* in comparatione ad *b*, quam *c* in comparatione ad *d*: Tunc dicuntur hæ rationes æquales; i.e. ratio *a* ad *b* est æqualis rationi *c* ad *d*; Et ut *a* habet duplo majorem quantitatem quam *b*; sic etiam *c* duplo majorem habebit quam *d*.

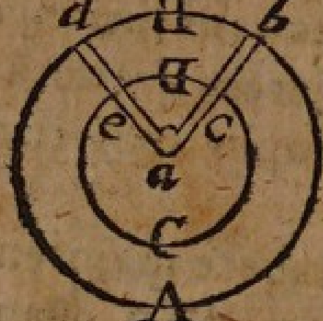
5. Sed si reperiatur *a* 4. habere majorem quantitatem in comparatione ad *b* 2. quam *c* 6. in comparatione ad *e* 5. Ex. gr. Si reperiatur *a* 4. habere duplo majorem quantitatem quam *b* 2. *c* 6. vero non habere duplum in ordine ad *e* 5. tunc dicuntur hæ rationes inæquales, & *a* habet *majorem rationem* ad *b* quam *c* ad *e*; ita ut *habere majorem rationem* nihil aliud sit quam habere majorem quantitatem in comparatione ad secundam quantitatem, quam tertia non habet in comparatione ad quartam.

6. Æqualitas rationum appellatur *proportio*; & quando dantur quatuor quantitates, quarum prima habet tantam magnitudinem in ordine ad secundam, quantam tertia habet ad quartam, tunc hæ quatuor quantitates vocantur *proportionales*.

Ut melius intelligamus totum mysterium proportionum, quæ inter difficillima Geometriæ referuntur, prout etiam revera sunt altioris indaginis; illas explicabo aliquo exem-

plo, quod solum meo quidem judicio rem intellectu facilem reddet, quæ tamen alias satis intricata videtur.

7. Concipiatur circulus *b A d* per motum lineæ *a b* circa punctum *a* descriptus; & similiter sit circulus *c C e* per motum



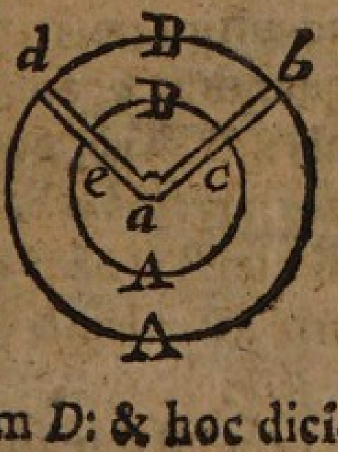
puncti *c*, quod est in linea *a c b*, descriptus; Concipiatur denuo eandem lineam *a c b* adhuc alia vice moveri usque ad *a e d*; arcus *b B d* appelletur *B*; arcus *c D e* appelletur *D*; totus circulus *b B A* nominetur *A*; totus circulus *c D C* vocetur *C*: Jam si comparemus ab una parte totum circulum *A* ad arcum *B*; & ab altera parte totum circulum *C* ad arcum *D*, manifestè apparebit, circulum *A* habere tantam magnitudinem in ordine ad arcum *B*, quantam circulus *C* habet in ordine ad arcum *D*; & si *B* est quarta vel 6ta pars circuli *A*. *D* etiam erit quarta vel sexta pars circuli *C*: quod hac ratione effertur, *ut se habet A* ad *B*, *sic se habet C ad D*, & brevitatis gratia nos sic notabimus *A. B :: C. D.*

8. Si jam rationem invertimus comparando *B* ad *A* & *D* ad *C* etiam manifeste videbimus, quod *B. A :: D. C.* ita ut supposito *A. B :: C. D*, subito conclusionem inferre possimus *invertendo*: Ergo *B. A :: D. C.*

9. Si instituamus alternationem comparando antecedens cum alio antecedente, & simi-

ſimiliter conſequens cum alio conſequente, concludemus *alternando*, Ergo *A.C*:: *B.D*. & hoc manifeſtum eſt: nam ſi totus circulus *A* eſt duplum vel triplum (vel quæcunque alia ratio ſit) circuli *C*, arcus *B* etiam erit duplum vel triplum (vel alia quævis ratio) arcus *D*. Hoc manifeſtum eſſe dico, quia duo circuli *A* & *C* deſcripti ſunt per motum lineæ *a c b*, ita ut dum *b* deſcribit totum circulum *A*, interea *c* deſcribat totum circulum *C*, & dum *b* deſcribit arcum *B*, interea *c* etiam deſcribat arcum *D* & hoc per unum communem motum circularem; niſi quod punctum *c*. dum tardius movetur quam punctum *b* etiam minorem circulum in proportione ad tarditatem deſcribat: Et ſimiliter dum punctum *b* abſolvit arcum *B*, punctum *c* pari modo deſcribit arcum *D*. qui erit minor in proportione tarditatis ſuæ.

10. Si comparemus differentias antecedentium & conſequentium cum ipſis conſequentibus; Ex. gr. *A* minus *B*, cum *B*, & *A* minus *D*, cum *D*, videbimus etiam hic dari proportionem & *A* minus *B.B*:: *A* minus *D. D*; nam manifeſtum eſt arcum *b A d* (qui eſt *A* minus *B*) ſe habere ad arcum *B*, ut arcus *c A e* (qui eſt *A* minus *D*) ſe habet ad arcum *D*: & hoc dicitur fieri *dividendo*.



11. Si conjungimus antecedentia & consequentia atque ea comparamus cum consequentibus, habebimus *A* plus *B*. *B*:: *A* plus *D*. *D*; quod dicitur fieri *componendo*.

12. Si concludimus *A*. *A* minus *B*:: *A*. *A* minus *D*, hoc dicetur fieri *convertendo*.

13. Si sumantur plures quantitates quæ sint proportionales binæ ac binæ *B.f*:: *D.i* & *f g*:: *i.n* &c.tunc possumus concludere sumendo primas & ultimas, *B.g*:: *D n*; & dicetur ratio *ex æquo ordinata*.

Propositio quæ sequitur paulò intricata est, sed non est magni momenti & omitti potest.

14. Sed postquam sumsimus *f.g*:: *o.D*, id est, ut se habet penultima ad ultimam in primo ordine: sic alia quædam quantitas *o* se habet ad primam secundi ordinis, tunc concluditur: Ergo *B*. *g*:: *o*. *i*, id est, ut prima ad ultimam in primo ordine: sic hæc alia quantitas *o* ad penultimam secundi ordinis: & hæc comparatio appellatur *ex æquo perturbata*. Verum hoc semper concludi potest: nam quia *f g* vel *i.n*:: *o*. *D* etiam erit *alternando* & *invertendo* *o*. *i* :: *D*. *n*. vel :: *B*. *g*.

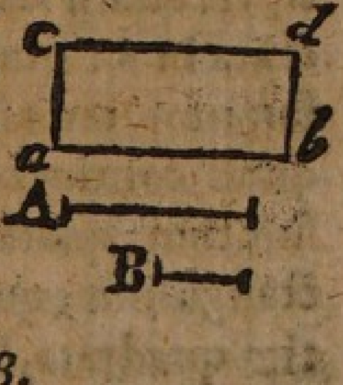
15. Si sumatur *B* tam multiplex quam *D*. ex.g.3.*B*.& 3 *D*. concludemus *B*. *D*:: 3 *B*.3 *D*.

Et

Et ſimiliter :: 10 *B.* ad 10 *D.* vel etiam :: $12\frac{1}{2}$ *B.* ad $12\frac{1}{2}$ *D;* Et ſic quacunque ratione multiplicentur hæ duæ magnitudines *B* & *D.* ſi modo æqualiter multiplicentur, tunc ſemper prodibit eadem ratio inter magnitudines æqualiter multiplicatas & magnitudines ſimplices. Magnitudines æqualiter multiplicatæ appellantur *æque multiplices* ſimplicium *B* & *D*, & *æque multiplices* inter ſe eſſe dicuntur ut ſimplices.

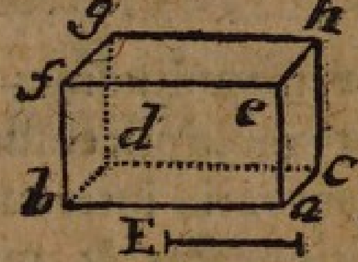
16. Si dividatur *B* eadem ratione ac *D* & ſumatur ex gr. pars quarta de *B*, & quarta pars de *D*, vel etiam decima à *B* vel decima a *D*, vel alia quævis pars; Hæ partes habebunt eand. rationem inter ſe ac tota. *B. D* :: $\frac{1}{4}$ *B.* $\frac{1}{4}$ *D* :: $\frac{1}{10}$ *B.* $\frac{1}{10}$ *D.* &c. Hæc omnia naturâ nota ſunt.

17. *Multiplicare* lineam per aliam lineam, eſt producere parallelogrammum rectangulum, quod pro duobus lateribus contiguis has duas lineas habet. Ex. gr. multiplicatur linea *A* per lineam *B*, & fit rectangulum *a b c d*, ita ut *a b* vel *c d* ſit æquale *A*, & *b d* vel *a c* ſit æquale *B*.

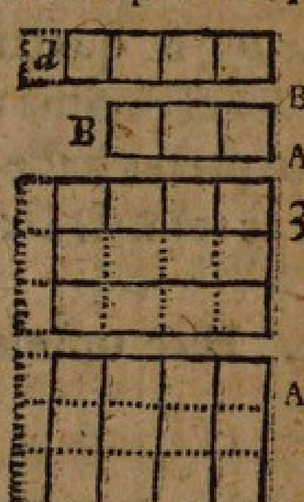


18. Multiplicare rectangulum vel aliam ſuperficiem per lineam, eſt nibil aliud quam

producere parallelepipedum (5. 9.) cujus basis sit hæc superficies & altitudo perpendicularis hæc linea. Ex.gr. multiplicatur superficies *a b d c* per lineam *E*, & fit solidum *a b f g h* &c. ita ut basis illius sit superficies *a d*, & altitudo *a e* vel *b f* æqualis E.



19. Vt has multiplicationes bene concipere possimus, necessum est imaginari duas lineas, ac si haberent latitudinem, atque earundem totam longitudinem dividere in parva quadrata, ceu vides in his figuris, ubi *A* est linea, vel potius regula constans tribus parvis quadratis, & *B* est alia regula constans quatuor parvis quadratis ejusdem latitudinis cum tribus quadratis regulæ *A*. Jam igitur multiplicare *A* per *B*, vel *B* per *A*, est nihil aliud, quam sumere regulam *B* toties, ac sunt quadrata in *A*, vel etiam sumere *A* toties, quot sunt quadrata in *B*: quod ad idem recidit. Sic *B* sumtum ter efficit primum rectangulum, quod continebit duodecim quadrata: & *A* sumtum quater constituet secundum rectangulum, quod etiam continebit duodecim quadrata, & erit in totum æquale primo.

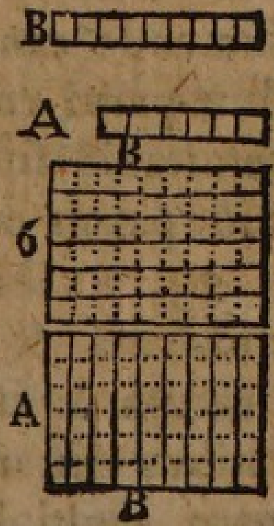


4

20. No-

20. Notandum est, eandem multiplicationem nihilominus fieri, etiamsi in longitudine lineæ non exacte inveniatur certus numerus parvorum quadratorum; ut si in *A*, ex. gr. essent tria quadrata & in *B* quatuor & dimidium, vel quatuor, & alia pars aut excessus quicunque, hic notatus per *d*; tunc *B* ter saltim sumitur, ut multiplicatio fiat *B* per *A*, & compositum erit primum rectangulum duodecim quadratorum & trium excessuum seu particularum *d*. Similiter multiplicando *A* per *B*, id est, sumendo *A* quater cum dimidio, vel quater cum tali excessu *d*, resultabit secundum rectangulum etiam constans duodecim quadratis & tribus *d*.

21. Si concipiamus lineam *B* ad dimidium se contrahere, ita ut, manente longitudine semper eadem, postea habeat octo parva quadrata, (id est, longitudo sit octies major latitudine,) etiam sequetur, si eadem ratione se contrahat latitudo *A*, dari in illa sex parva quadrata: ita ut si nunc multiplicetur *B* per *A*, vel *A* per *B*, orientur duo rectangula in totum æqualia duobus prioribus. Nam *B* sumta sexies facit primum rectangulum constans 48. quadratis; & *A* sumta octies facit secundum rectan-



gulum etiam conſtans 48. quadratis; & hæc 48. quadrata nec plus nec minus valent quam duodecim illa præcedentis rectanguli, quia unum horum duodecim reſpondet quatuor ex 48, ceu in figura videre eſt, ſic quæcunque tandem latitudo etiam minima hiſce lineis detur, eas in infinitum contrahendo, manifeſtum erit, rectangula quæ per multiplicationem ab illis producuntur ſemper eſſe eadem. Hinc audacter lineæ ut indiviſibiles aſſumi & inter ſe multiplicari poſſunt, cum ex illis rectangulum efficiendum eſt, quia nunquam magnitudo hujus rectanguli variatur, licet vel minima latitudo lineis relinquatur.

22. Facillimum eſt omnia hæc applicare multiplicatione ſolidorum: ſed loco quadratorum, concipi debent cubi: nam ſi concipiatur ſuperficies conſtans duodecim cubis, & ex altera parte linea conſtans duobus cubis, multiplicari poterit ſuperficies duodecim cuborum per lineam duorum, ſumendo eandem ſuperficiem toties, quot ſunt parvi cubi in linea, id eſt, bis, & tunc reſultabit ſolidum conſtans viginti quatuor parvis cubis.

23. Ex his omnibus apparet hæc parva quadrata & cubos in multiplicatione linearum & ſuperficierum, reſpondere unitatibus in multiplicatione numerorum: nam multiplicare numerum per alium,

ex.

ex. gr. 3 per 5, nihil aliud eſt, quam ſumere 3 toties, quot ſunt unitates in 5, vel ſumere 5 toties, quot ſunt unitates in 3. & productum erit 15. Sicut multiplicare lineam per aliam, eſt ſumere alteram illarum toties quot ſunt quadrata in altera; & multiplicare ſuperficiem per lineam, eſt ſumere ſuperficiem toties quot ſunt cubi in linea.

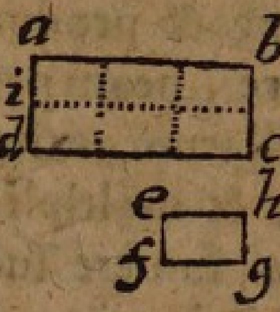
Alio in loco ſermo erit de multiplicatione ſuperficierum per ſuperficies, vel per ſolida, ex qua reſultant compoſita, quæ appellantur plurium quam trium dimenſionum.

14. Omnes magnitudines exprimi poſſunt lineis: ut ſi magnitudo quædam dupla eſt vel tripla alterius, vel in quacunque alia ratione, ſaltim ſumantur duæ lineæ, quarum altera dupla ſit vel tripla alterius, vel in quacunque alia ratione ſimili cum ratione magnitudinum. Sic ad exprimenda duo tempora, ex gr. horam & duas horas; vel m. duas accelerationes ſive velocitates, quarum altera ſit dupla alterius, ſaltim ſumantur duæ lineæ *a* duplo *b*, & poteris dicere *a* repræſentare duas horas, vel majorem accelerationem, & *b* reſpondere uni horæ vel minori accelerationi, & cum illis lineis agere ac cum ipſis horis &c.

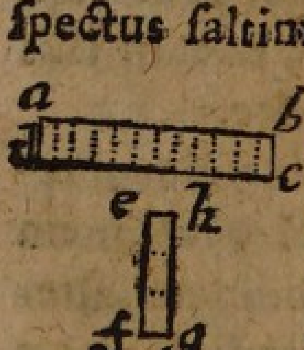
25. Ad cognoſcendam proportionem rectangulorum, neceſſum eſt ſcire rationem longitudinis unius ad longitudinem alterius, & præterea rationem latitudinis unius

ad

ad latitudinem alterius, ex. gr. ad cognoſcendam rationem rectanguli *a c* ad rectangulum *e g*, non ſufficit ſcire longitudinem *a b* eſſe triplam long. *e h*, ſed præterea ſcire debemus *a d* eſſe duplam *e f*: nam ſi ſumatur *a i* æqualis *e f*, rectangulum *b i* erit triplum



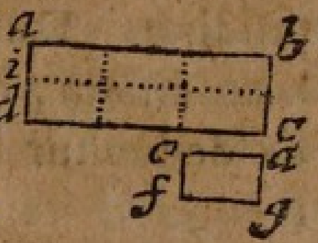
rectanguli *e g*, quia *a b* eſt tripla *e h*, & *a i* æqualis *e f*. Et ulterius, quemadmodum *i d* etiam eſt æqualis *a i*, vel *e f*, (quia ſupponitur *a d* eſſe dupla *a i* vel *e f*,) rectangulum *i c* etiam erit triplum rectanguli *e g*. Sic totum rectangulum *a c* eſt bis triplum rectanguli *e g*, id eſt ſextuplum, ſive continet ſexies rectangulum *e g*. Quod dico de ratione dupla & tripla latitudinum & longitudinum, idem quoque intelligi debet de quavis alia ratione: nam ſi *a b* eſt quadrupla *e h* & *a d* tripla *e f*, rectangulum *a c* erit ter quadruplum rectanguli *e g*, id eſt, duodecuplum ipſius *e g*, vel continebit illud duodecies. Sed ſi *a b* eſt duodecupla *e h*, & *e f* tripla *a d*; tunc fiet certa compenſatio. Nam ſi reſpectus ſaltim habeatur ad ſolas latitudines *a b* & *e h*, rectangulum *a c* illud ſuperat & duodecies æquat; ab altera parte nihilominus amittit hunc exceſſum in altitudinibus *a d*



&i

& ef, dum rectangulum eg alterum æquare debet tribus vicibus. Si jam comparemus excessum & defectum, cum rectangulum ac sit ab una parte duodecies majus, & ab altera parte tribus vicibus minus, restat illiud tantum esse quatuor vicibus majus eg.

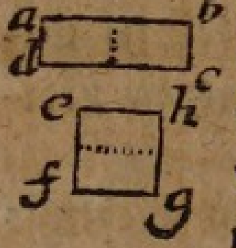
26. Hoc intelligimus, quando dicimus rectangula esse in *ratione composita* laterum: nam si ab est tripla eh & ad dupla ef, rectangulum ac habebit rationem compositam tripli & dupli ad rectangulum eg, id est, erit bis triplum, vel ter duplum, vel uno verbo sextuplum. Similiter si ab est quadrupla eh, & ad tripla ef, rectangulum ac habebit rationem compositam quadrupli & tripli ad rectangulum eg, id est, erit ter quadruplum, vel quater triplum, vel uno verbo duodecuplum. Similiter si ab est duodecuplum eh, & ad subtriplum ef (id est, ef sit triplum ad) ratio rectanguli ac ad rectangulum eg erit composita ex ratione duodecupla & ratione subtripla, i. e. ac erit duodecies subtriplum, vel vice versa, vel uno verbo quadruplum eg.



Si tertia pars thaleri duodecies sumatur, resultant quatuor thaleri; ita ut quatuor thaleri sint duodecies subtriplum thaleri, i. e. faciunt duodecies tertiam partem thaleri.

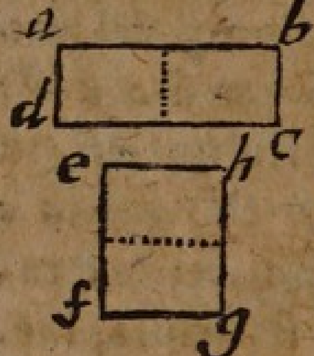
27. Ex-

27. Exinde apparet, si latera duorum rectangulorum sunt reciproce proportionalia, rectangula esse æqualia: nam si *ab* est



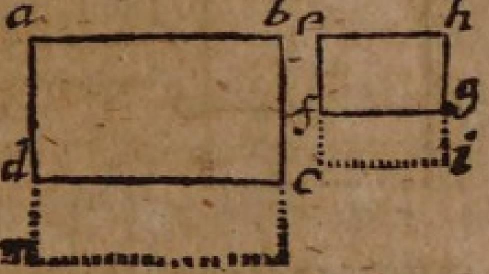
dupla *eb*, sit vero reciproce *bg* dupla *bc*, vel etiam si *ab* est tripla *eb*, & *bg* tripla *bc*, vel quamcunque tandem rationem habuerit *ab* ad *eb*, eandem etiam habeat *bg* ad *bc*, manifestum erit, quantum rectangulum *ac* excedit alterum in longitudine, tantum idem excedi in latitudine. Dum sic longitudo compensat latitudinem, inter se sunt æqualia. Exinde deducitur hæc propositio maximi momenti.

28. Si sunt quatuor magnitudines proportionales, id quod provenit ex multiplicatione duarum mediarum, semper æquale



est ei, quod producitur ex multiplicatione duorum extremorum; ut si *ab*, *eb*: : *hg*, *bc*, dico, ex multiplicatione *ab* & *bc*, oriri rectangulum *ac*, & ex multiplicatione mediarum *eb* & *bg*, oriri rectangulum *eg*, & hæc duo rectangula *ac* & *eg* esse æqualia. (6.27.) Quod fit per lineas & rectangula, fieri potest per quamcunque aliam magnitudinem, quia omnes magnitudines possunt exprimi per lineas, & omnes multiplicationes magnitudinum per multiplicationes linearum, i. e. per rectangula. (6.24.)

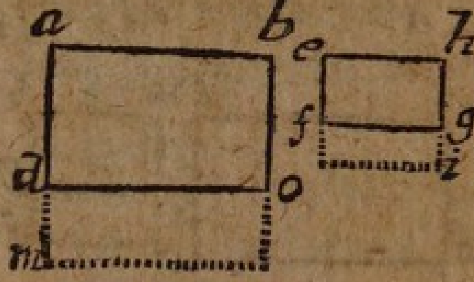
29. Quando rectangula habent latera proportionalia, ita ut *a b*, *e h* : : *ad*, *e f*, tunc dicitur rectangulum *ac* esse in *ratione duplicata* laterum ad rectangulum *e g* : nam ratio *a c* ad *e g* est composita ex ratione *a b* ad *e h*, & ex ratione *a d* ad *e f*. (6.26.) Sed ratio *a b* ad *e h* hic est (per hypothesin) eadem cum ratione *a d* ad *e f* : Et sic ut habeamus rationem rectanguli *a e* ad rectangulum *e g*, sufficit bis sumere rationem *a b* ad *e h*. Ex. gr. Si, *a b* est dupla *e h*, & *a d* est dupla *e f*, rectangulum *a c* erit bis duplum, i. e quadruplum rectanguli *e g*. Et si *a b* est tripla *e h*, & *a d* tripla *e f*; erit *a c* ter triplum *e g*, id est, nonecuplum : Et si *a b* est quadruplum *e h*, erit *a c* quater quatruplum, i. e. sextecuplum *e g*.



30. Si sumatur tertia quædam proportionalis *n o*, ita ut *a b*. *e h* : : *e h*, *n o*, duo rectangula *a c* & *e g* erunt ut lineæ *a b* & *n o*. Nam *a b* ad *n o* est in ratione duplicata *a b* ad *e h*. Et si *a b* est dupla vel tripla, vel quadrupla *e h*, erit *a b* bis duplum, vel ter triplum, vel quater quadruplum *n o*.

31. Rectangula illa, quæ hac ratione latera proportionalia habent. *a b*, *e h* : : *a d*, *e f*, appellantur *similia*: quorum latera

tera *homologa* sunt illa, quæ in proportione sibi respondent, ut *a b* & *e h* vel etiam *a d* & *e f*: nam si *a b* est latus maximum rectanguli *a c*, erit etiam *e h* latus maximum rectanguli *e g*.



32. Omnia quadrata sunt rectangula similia: nam manifestum est, si *a b* est dupla vel tripla *e b*; erit etiam *a m* dupla vel tripla *b i*, quia *a m* est æqualis *a b* & *b i* æqualis *e b*.

33. Rectangula similia inter se sunt, ut quadrata super illorum latera homologa constituta. Dico rectangulum *a c* esse ad rectangulum *e g*, ut quadratum *b m* ad quadratum *e i*: nam tam quadrata quam rectangula, sunt inter se in ratione duplicata *a b* ad *e b*. (6. 29. 31.)

34. Ad cognoscendam rationem duorum solidorum parallelepipedorum rectangulorum, necessum est scire rationem baseos unius ad basin alterius, & præterea rationem altitudinis unius ad altitudinem alterius, quia ratio unius solidi ad aliud composita est ex rationibus longitudinum, latitudinum, & altitudinum; quod facile intelligitur ex dictis de rationibus rectangulorum. Iam si parallelepipedum basin habet duplam baseos alterius parellelepipedi, & alti-

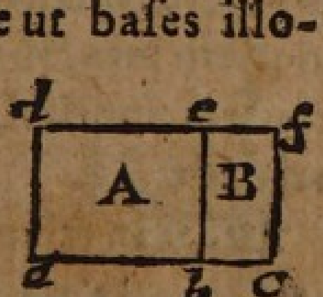
altitudinem triplam altitudinis, primum erit bis triplum, vel ter duplum, vel uno verbo ſextuplum alterius.

35. Si baſes duorum parallelopipedorum reciproce ſunt ut illorum altitudines, parallelepipeda ſunt æqualia. Hoc probatur ut vigeſima ſeptima hujus libri: nam quantum unum excedit alterum in latitudine & longitudine, tantum exceditur in altitudine.

36. Quando parallelepipeda rectangula habent omnia latera proportionalia, appellantur *ſimilia* & ſunt *in ratione triplicata* ſuorum laterum, ut diximus de parallelogrammis eſſe *in ratione duplicata*.

37. Parallelepipeda rectangula ſimiliter inter ſe ſunt ut cubi, ſuper latera homologa conſtituti: nam tam cubi quam parallelepipeda ſunt inter ſe in ratione triplicata laterum homologorum.

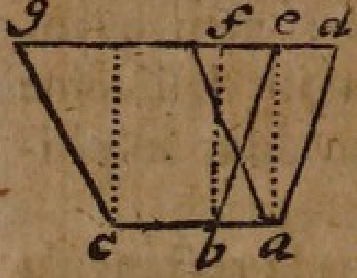
38. Rectangula quorum eadem fuerit altitudo, ita ſe habent inter ſe ut baſes illorum. Sint rectangula *A*&*B* inter parallelas *d f* & *a c* conſtituta, ita ut *a d* æqualis ſit *c f*: dico *A*. *B*:: *a b*, *b c* id eſt, rectangulum *A* eſſe ad rectangulum *B*, ut baſis *a b* ſe habet ad baſin *b c*. vt ſi, ex. gr. *a b* eſt dupla *b c*, *A* etiam erit duplum *B*; & ſi *a b* ſit tripla, vel quadrupla *b c*; erit etiam *A* triplum vel quadruplum *B*:



nam

nam *A* nihil aliud eſt quam linea *ab* multiplicata per lineam *ad* (6.17.) & *B* nihil aliud eſt, quam linea *bc*, multiplicata per eand. *ad* vel *be* ipſi æqualem. E. (6.15.) *A.B*:: *b*,*bc*.

39. Omnia parallelogramma, quæ ſunt in eisdem parallelis, ſunt inter ſe ut illorum baſes. Dico parallelogrammum *adeb* eſſe ad parallelogrammum *afgc*, ut *ab* ad *ac*: nam conſtitutis rectangulis punctatis ſuper easdem baſes, erunt illa rectangula æqualia parallelogrammis. (3.14.) Sed hæc rectangula ſunt illorum baſes: (per præcedentem) E. parallelogramma etiam ſunt ut illorum baſes, nim. *adeb*, *afgc*:: *ab*, *ac*.



40. Triangula in eisdem parallelis conſtituta ſunt ut baſes; ſunt enim ſemiſſes parallelogrammorum.

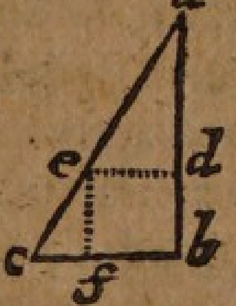
41. Quando triangula habent baſes ſuas in eadem linea recta, & eorum vertex incidit in idem punctum, tunc cenſentur eſſe inter easdem parallelas, ut *ade* & *cde*, vel etiam *ade* & *bde*.

42. Si in triangulo ducatur linea parallela ad baſin, hæc proportionaliter ſecabit trianguli crura. Sit triangulum *abc* & linea *de* parallela ad *bc*, dico *ad*. *ae* :: *ab*. *ac* & :: *db*. *ec*. Nam ſi concipiantur

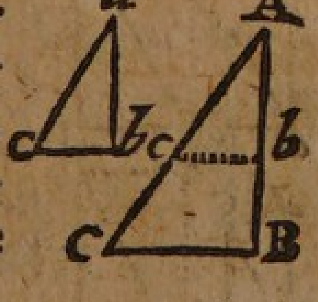
tur

tur lineæ *c d* & *e b*, triangulum *c e d* erit ad triangulum *e a d*, ut *c e* ad *e a*: (6.40.41.) similiter triangulum *b d e* ad triangulum *d a e*, est ut *b d* ad *a*. Sed triangulum *c e d* est æquale triangulo *b d e*: (3.16.) E. etiam triangulum *b d e* sive *c e d* est ad triangulum *e a d* ut *b d* ad *d a* vel ut *c e* ad *e a*: ergo etiam *b d. d a :: c e. e a*, quia tam ratio *b d* ad *d a*, quam ratio *c e* ad *e a* exprimunt eandem rationem trianguli *b e d* vel *c e d* ad triangulum *e a d*.

43. Si in triangulo *a c b* ducatur linea *d e*, parallela ad basin *c b*, dico *e d. c b :: a d. a b* vel *:: a e. a c*: nam ducta *e f* parallela ad *a b*, erit *f b* æqualis *e d*. (3.9.) sed per præcedentem *f b. c b :: e a. c a ::* ergo *e d, c b :: e a. c a* vel *:: d a. b a*.



44. *Triangula similia* appellantur illa, quæ habent omnes tres angulos æquales, id est, singulos hujus singulis alterius, licet triangula ipsa sint inæqualia. Ex. gr. si angulus *A* est æqualis ang. *a*, & angulus *B* ang. *b*, & ang. *C*. ang. *c*, totum triangulum *A B C* erit simile triangulo *a b c*.



45. Si duo triangula habuerint duos angulos duobus angulis utrumque utrique æquales, etiam reliquus reliquo æqualis, &

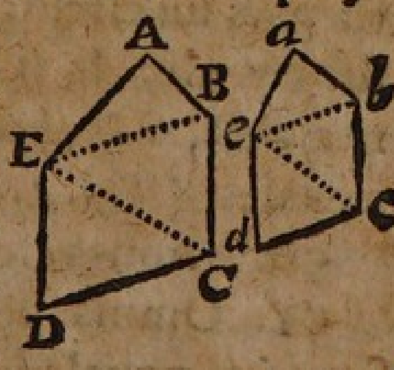
tirantriangula ipsa similia erunt: nam cum tres anguli in quovis triangulo efficiant duos rectos, (2.9.) necessum est, si duo anguli unius trianguli sunt æquales duobus rectis alterius trianguli, etiam tertium unius tertio alterius æqualem esse.

46. Omnia triangula similia habent sua latera (circa angulos æquales) proportionalia. Dico *AB. ab :: AC. ac :: BC. bc.* Nam si in majori triangulo *ABC* sumatur *Ab* æquale *ab*, & *Ac* æquale *ac*, triangulum *Abc* totum æquale erit triangulo *abc*; (2.11.) sic angulus *Abc* est æqualis ang. *abc* (2.11.) ergo etiam æqualis est angulo *B*, qui per hypothesin æqualis est ang. *b*: *g.* linea *bc* est parallela lineæ *BC*: (1.31.) Ergo (6.42.43.) *Ab. AB :: Ac. AC :: bc. BC.*

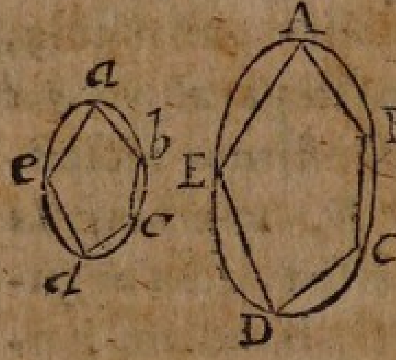
47. Omnia triangula similia, inter se rationem duplicatam habent suorum laterum homologorum. Sit *abc* simile *ABC*, ita ut *ab AB :: bc. BC.* Primo, si *b* & *B* sunt anguli recti, sint terminata rectangula *bc da*, & *BCDA*, hæc rectangula *bd* & *BD* erunt inter se in ratione duplicata lateris *bc*, ad latus homologum *BC*, vel ut quadratum super *bc* constitutum, ad quadratum super *BC.* (6.29. 33.) Sed triangulum *abc* est semissis rectanguli *bcd*, (3.8.) & triang. *ABC* est

eſt ſemiſſis rectanguli $B\ C\ D$. (3. 8.) Ergo etiam hæc triangula ſunt inter ſe in ratione duplicata laterum homologorum, &c. Secundò, ſi triangula non ſunt rectangula, ut in figura ſecunda, ſint ductæ parallelæ $a\ d$ & $A\ D$, & poſtea ſint conſtituta rectangula $b\ c\ d\ e$ & $B\ C\ D\ E$, 1. triangula $a\ d\ c$ & $A.\ D.\ C.$ erunt ſimilia, quia angulus d eſt æqualis angulo D. nimirum ambo recti. Et præterea, angulus $d\ a\ c$ eſt æqualis ang. $D\ A\ C$, quia ſunt æquales angulis $a\ c\ b$ & $A\ C\ B$: (1. 31.) Ergo $a\ c.\ A\ C$:: $c\ d.\ C\ D$. (6. 46.) Ergo $a\ c.\ A\ C$:: $b\ c.\ B\ C$:: (per hypotheſin) E. $c\ d.\ C\ D$:: $b\ c.\ B\ C$: & per conſequens etiam rectangula $b\ d$ & $B\ D$ ſunt ſimilia (6. 31.) & inter ſe ſunt ut quadrata ſuorum laterum homologorum: (6. 33.) Ergo etiam ſemiſſes illorum, id eſt, (3. 18.) triangula $a\ b\ c$ & $A\ B\ C$ ſunt in ratione duplicata ſuorum laterum homologorum, vel ut quadrata &c.

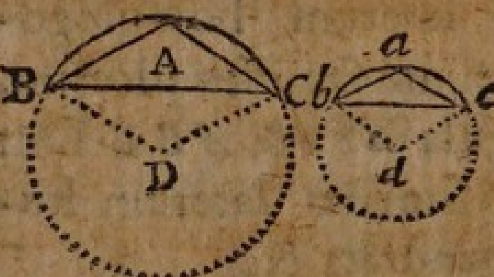
48. Polygona ſimilia ſunt, quæ habent æque multa latera, ita ut ſinguli anguli unius ſint æquales ſingulis alterius polygoni, & latera illorum circa angulos æquales proportionalia, ut ſi angulus A eſt æqualis ang. a, & ang. B ang. b. &c. & præterea $A\ B.\ a\ b$ :: $B\ C.\ b\ c$ :: $C\ D.\ c\ d$ &c. hæc duo polygona ſunt ſimilia.



49. Inter curvilineas vel mixtas figuras, *ſimiles figuræ* ſunt illæ, quibus inſcribi vel circa quas deſcribi poſſunt figuræ ſimiles; ita ut polygonum, quod inſcriptum fuit, vel deſcriptum circa unam, etiam alteri inſcribi vel circumſcribi poſſit ſimile.



Ex. g. ſi pro lubitu inſcribi aliquod polygonum *A B C D E*, majori curvilineæ figuræ, & etiam poſſum inſcribere aliud ſimile minori curvilineæ, *a b c d e*, hæ duæ curvilineæ erunt ſimiles. Similiter, ſi ſumſiſſem duas mixtas, ut duo ſegmenta circuli *A B C* & *a b c*, & uni inſcripſiſſem pro lubitu triangulum *A B C*, poſſem vero alteri ſimile *a b c* inſcribere, erunt hæc duo ſegmenta ſimilia; & abſolutis



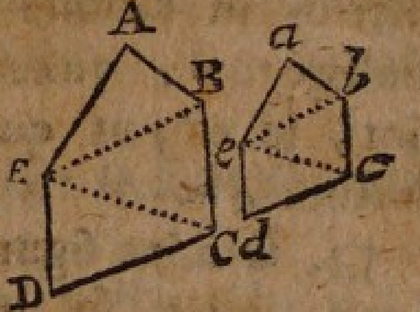
circulis, hæc ſegmenta erunt æquales portiones circulorum, ita ut ſi arcus *B A C* eſt tertia pars ſui circuli, etiam *b a c* erit tertia pars ſui circuli: & ſi ad centrum ducantur lineæ *B D*, *C D*, *b d*, *c d*, anguli *D* & *d* erunt æquales. (Vid. 4. 11. & ſequentes.)

50. Omnes circuli ſunt figuræ ſimiles.

51. Omnia polygona ſimilia dividi poſſunt in æqualem numerum triangulorum,

ſimi-

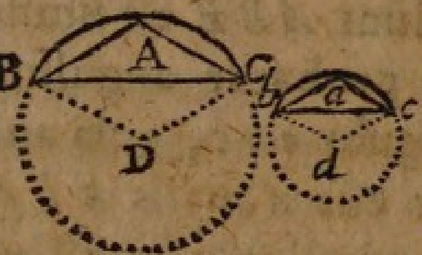
similem. Sint polygona *A B C D E* & *a b c d e* & primum ſit diviſum in ſua triangula per lineas *B E. C E:* (3. 14.) dico, ſi alterum quoque ſit diviſum per lineas *b e* & *c e*, omnia triangula unius erunt ſimilia triangulis alterius. Ex.gr. *a b e* ſimile eſt *A B E*, nam angulus *a* eſt æqualis ang. *A*, (per hypotheſin) & præterea *A B. a b* :: *A E. a e* :: (etiam per hypotheſin) Ergo triangulum *A B E* eſt ſimile *a b e* (6. 46.) Porro probatur angulum *E B C* eſſe æqualem angulo *e b c*, quia angulus *A B C* ſupponitur eſſe æqualis *a b c*, & ceu jam probatum, angulus *a b c* eſt æqualis ang. *A B E*: ſi igitur ab æqualibus auferantur æqualia, angulus *E B C* æqualis erit angulo *e b c*. Similiter probatur angulum *e c b* eſſe æqualem *E C B* & per conſequens (6. 45.) totum triangulum *e c b* erit ſimile triangulo *E B C*, & ſic de reliquis.



52. Omnia polygona ſimilia inter ſe ſunt in ratione duplicata ſuorum laterum homologorum, ſive ut quadrata ſuper latera homologa conſtituta. Dico, ut quadratum *A B* ſe habet ad quadratum *a b*, ſic totum polygonum *A B C D E* ſe habet ad polygonum *a b c d e*: nam cum omnia triangula unius polygoni ſimilia

ſint triangulis alterius (6. 51.) erunt omnia hæc triangula unius polygoni ad omnia alterius in ratione duplicata laterum homologorum, quæcumque etiam illa fuerint, id eſt, ut quadratum *AB*, ad quadratum *ab*.

53. Omnes figuræ ſimiles, etiam curvilineæ, inter ſe ſunt ut quadrata ſuper latere quodam figurarum ſimilium ſive inſcriptarum ſive circumſcriptarum conſtituta. Sint ex. gr. circuli, quibus inſcripti ſint duo triangula ſimilia *bac* & *BAC*, dico totum circulum *ABC* ſe habere ad circulum *abc*, ut quadratum *BC* ad quadratum *bc*, ſive quod idem eſt, ut quadratum ſemidiametri *DB* ad quadratum ſemidiametri *db*: nam circulo *abc* (ſaltim cogitatione,) inſcribi vel conſcribi poteſt quodcunque polygonum. (4. 30.) Sed omne polygonum inſcriptum *abc* minorem rationem habebit ad circulum *ABC*. quam quadratum ſuper *bc* ad quadratum *BC*, & omne circumſcriptum circulo *abc* majorem rationem habebit ad circulum *ABC*, prout facile probari poterit per præcedentem & per ea, quæ dicta ſunt de circulo in libro quarto: E. &c.

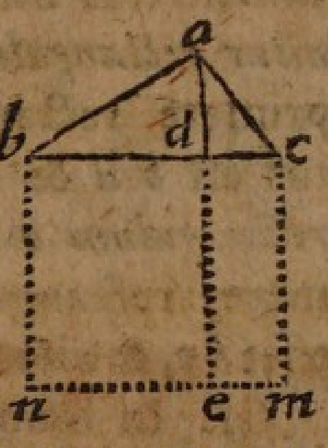


54. Omnia

54. Omnia hæc applicari possunt ad solida. *Solida similia* sunt illa, quæ habent angulos æquales & latera proportionalia, vel quibus inscribitur, vel circumscribitur &c.

55. Solida similia inter se sunt ut cubi, &c. Vid. 6. 36. 37. &c.

56. Si in triangulo rectangulo *a b c* ducatur ab angulo recto *a* perpendicularis *a d* in *hypotenusam* (sive latus maximum) *b c*, tria erunt rectangula inter se similia, nimirum *a d c*, *a d b* & totum *b a c*: nam 1. quodlibet horum trium triangulorum habet angulum rectum. 2. triangula *a b c* & *a b d* habent angulum *b* communem: E. sunt similia: (6.45.) 3. triangula *a b c* & *a d c* habent angulum *c* communem: E. sunt similia.



57. Perpendicularis *a d* est media proportionalis inter *c d* & *d b*, id est, ut *c d*. *d a* :: *d a*. *d b*. Nam cum triangula *c d a* & *a d b* sint similia per præcedentem, erit *c d* (crus minus trianguli *c d a*) ad *d a* (crus majus) ut *a d* (crus minus trianguli *a d b*) ad *d b* crus majus. (6. 46.)

58. Quadratum *a d* est æquale rectangulo ex *c d* & *d b* constituto: nam cum *c d*. *d a* :: *d a*. *d b* (per præcedentem) rectan-

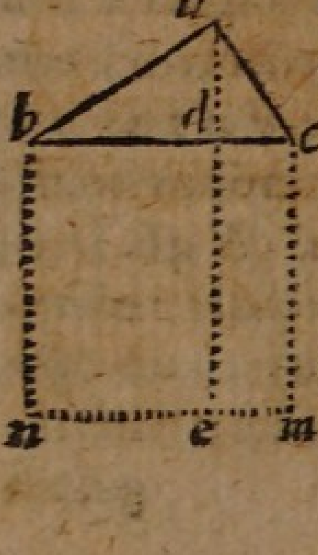
 gulum

gulum extremorum *c d* & *d b* erit æquale rectangulo mediorum *d a* & *d a* (6. 28.) Sed cum duo latera hujus rectanguli sint æqualia, quia *d a* bis sumitur, sequitur rectangulum hoc esse quadratum *d a*: & sic propositio sequens generalis poni potest.

59. Quadratum mediæ proportionalis semper æquale est rectangulo extremorum.

60. Ad exprimendum rectangulum, sufficit tres literas adhibere. Ex. gr. *si ponitur rectangulum b d c*, tunc volumus exprimere rectangulum, cujus alterum latus est *b d* & alterum *d c*; & si diceretur *rectangulum b c d*, tunc vellemus exprimere rectangulum, cujus alterum latus esset *b c*, & alterum *c d*.

61. In omni triangulo rectangulo quadratum super *hypotenusa* (sive maximo latere) constitutum est æquale duobus quadratis *crurum*. (vel reliquorum laterum.) Si quadratum *b c m n* per perpendicularem

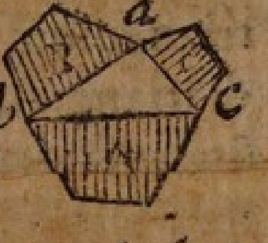


a d e in duo rectangula *d e m* & *d e n* divisum; dico rectangulum *d e m* esse æquale quadrato *a c*, & rectangulum *d e n* quadrato *a b*; & per consequens totum quadratum *b c m n* esse æquale qua-

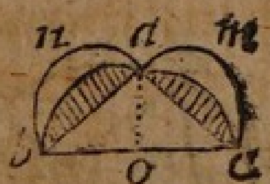
dra-

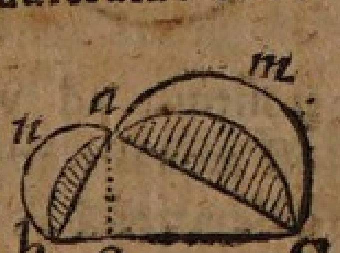
dratis *ac* & *ab*: nam 1. cum duo triangula *adc* & *bac* ſint ſimilia (6.56.) erit *dc* ad *ac* (in minori triangulo *adc*) ut *ac* ad *bc*: (in majori triangulo *bac*) ergo *ac* eſt media proportionalis inter *dc* & *bc* vel *cm*; ſic quadratum *ac* eſt æquale rectangulo *dcm* (6. 59.) Ob eandem rationem probatur *ba* eſſe mediam proportionalem inter *bd* & *bc* vel *bn* &c.

62. Si in tribus lateribus trianguli rectanguli conſtituantur tres figuræ ſimiles, ſimiliterque poſitæ, maxima erit æqualis duabus reliquis: nam cum figuræ hæ ſimiles ſint ut quadrata in lateribus homologis conſtituta, (6. 53.) figura *A* erit ad figuras *B* & *C*, ut quadratum *bc* ad quadrata *ca* & *ab*. Sed quadratum *bc* eſt æquale duobus reliquis: (per præcedentem) ergo, &c.



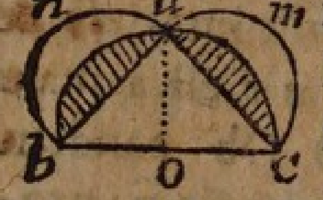
63. Si ſuper maximo latere *bc* fiat ſemicirculus *bac*, & ſuper reliquis lateribus duo alii ſemicirculi *bna*, & *amc*; maximus ſemicirculus æqualis erit reliquis duobus. (per præcedentem.) Si ab utraque parte auferatur commune, ſegmenta nim. ſtriata *ba* & *ae*; quod ab utraque parte reliquum, erit æquale; id eſt, triangulum *bac* ab n-



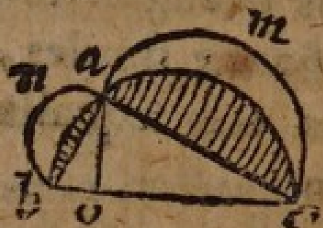


na parte æquale erit duabus lunulis *b n a* & *a m c* ab altera parte: & hæc est *quadratura Lunarum Hippocratis.*

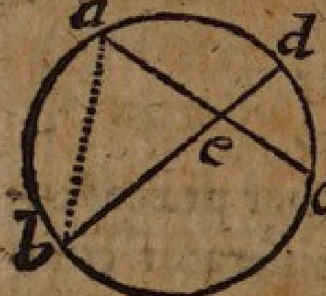
64. Quando triangulum *b a c* est Isosceles, lunulæ sunt æquales; ita ut triangulum *b a o*, semissis trianguli *b a c*, sit æquale cuivis lunulæ: sed quando triangulum est scalenum, ut in



secunda figura, lunulæ sunt inæquales, & æque difficile est dividere triangulum *b a c* in duas partes per lineam *a o*, ut demonstrari possit triangulum *b a o* esse æquale lunulæ *b n a* & triangulum *o a c* lunulæ *c m a*; æque difficile est: inquam, hoc præstare, quam invenire quadraturam circuli.

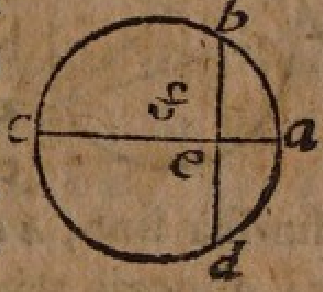


65. Duæ chordæ se secantes in circulo, habent sua segmenta *reciproca*, id est, reciproce proportionalia. Dico ut *a e. b e* :: *e d. e c.* & per consequens rectangulum *a e c* esse æquale rectangulo *b e d:* nam si concipiantur *d c* & *b a*, erunt duo triangula similia, *a e b* & *d e c.* Nam 1. habent angulum ad *e* oppositum ad verticem; (1. 23.) angulus *d* est æqualis angulo *a*, (4. 12.) quia insistit eidem arcui *b c* & in eadem circumferentia est:



est: Ergo hæc duo triangula sunt similia; sic *ae.be::ed.ec.* (6.46.)

66. Si *ac* est diameter circuli & *db* perpendicularis, erit *de* vel *be* media proportionalis inter *ae* & *ec*, quia *de* æqualis erit *eb* (4.6.) sic *ae. de:: be* vel *de. ec.* & quadratum *de* æquale rectangulo *aec.*

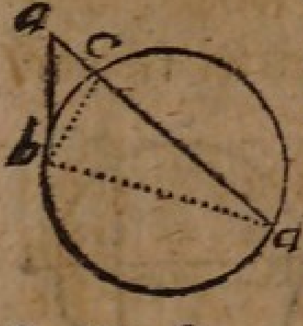


67. Duæ lineæ ductæ à puncto extra circulum assumto ad circumferentiam, ab eaque intus terminatæ, inter se sunt reciproce ut illarum segmenta externa: Dico *ac. ad:: ae. ab* & per consequens rectangulum *cab* esse æquale rectangulo *dae*: nam si concipiantur lineæ *bd* & *ec*, erunt duo triangula similia *abd* & *aec*: nam 1. angulum *a* communem habent. 2. Angulus *d* est æqualis angulo *c*, (4.12.) quia insistunt eidem arcui *be*: Ergo triangula *abd* & *aec* sunt similia; (6.45.) sic *ad. ac.* (quæ sunt majora latera duorum triangulorum) :: *ab. ae.* (quæ sunt minora latera eorundem triangulorum.)

68. Si una harum linearum *ab* tangat circulum in *b*, dum interea altera eundem secat in *e* & *d*, tunc *ab* est media propor-

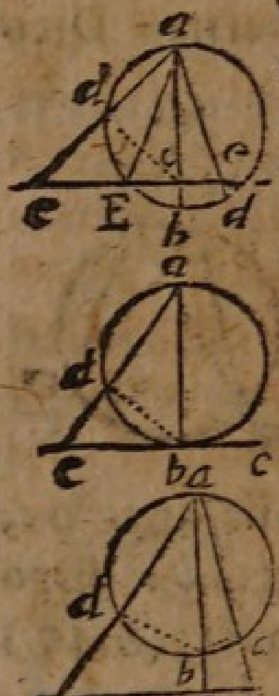
 tio-

tionalis inter *a e* & *a d*: nam ductis lineis



b e & *b d*, triangula *a b d* & *a e b* erunt ſimilia, quia 1. angulum *a* communem habent. 2. Angulus *a b c* eſt æqualis angulo *b d e* (4.17.) cum ergo hæc duo triangula ſimilia ſint, *a e. a b* :: (quæ ſunt duo latera minoris trianguli *a b e*) :: *a b. a d* (quæ ſunt latera homologa alterius trianguli *a d b*.)

69. Sit diameter *a b* ſecata in *c* per

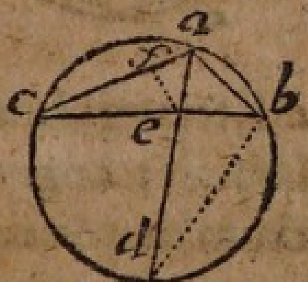


perpendicularem infinitam *c e*, vel intra circulum, ut in prima figura, vel in circumferentia ut in ſecunda figura, vel extra circulum, ut in tertia figura: ſit præterea ex puncto *a* pro lubitu ducta linea recta, ſecans perpendicularem in *e*, & circulum in *d*; dico ſemper *a d. a c* :: *a b. a e*. Nam ſi ducatur linea *b d*, erunt duo triangula ſimilia *e a c* & *d a b*, quia 1. angulum habent communem *e a c* & *d a b*. 2. etiam rectum habent; nam ang. *a c e* rectus eſt (per hypotheſin) & ang. *b d a* quoque eſt rectus (4. 14.) ergo hæc duo triangula ſunt ſimilia *a d a c*: *a b. a e*.

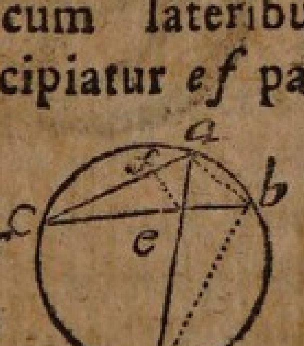
70. In

70. In secunda figura *a b* semper est media proportionalis inter *a d* & *a e*, & in prima, media est *a E*, ubi circulus lineam *c e* secat.

71. Si in triangulo inscripto, angulus *b a c* est divisus bifariam, id est, in duas partes æquales, per lineam *a e d*. Dico *b a. a e :: a d. a c*; nam ducta linea *b d*, erunt duo triangula similia *a b d* & *a e c*, quia 1. angulus *d* est æqualis angulo *c*. (4. 12.) tanquam insistens eidem arcui *a b* & in eadem circumferentia. 2. angulus *b a d* est æqualis angulo *e a c* per hypothesin: Ei hæc duo triangula sunt similia: & propterea *a b a d :: a e. a c.*



72. Quando angulus in vertice ita divisus est in duas partes æquales, segmenta basis sunt proportionalia cum lateribus *b a. a c :: b e. e c*: nam concipiatur *e f* parallela ad *b a*, tunc erit *b a. a c :: e f. f c*. Sed *e f* est æqualis *a f*, quia ang. *a e f* æqualis est ang. *e a b*. (1.31.) & per consequens angulo *e a f*: sic triangulum *a f e* est Isosceles; (2.15.) & vice hujus comparationis *b a. a c :: e f. f e*. ponere possumus hanc *b a. a c :: a f. f c*. vel etiam (6. 42.) *b e. e c*. Q. E. D.



73. Si duo circuli ſe intus contingant, & ex puncto contactus *a* ducatur tangens, & perpendicularis *acb*, quæ per centra duorum circulorum tranſibit, (4. 5.) & præterea quævis alia linea ſecans duos circulos in *e* & *d*. Dico ſemper *ae*. *ad* :: *ac*. *ab*: nam ductis lineis *ec* & *db*, triangula *aec* & *adb* erunt ſimilia, cum habeant ang. communem in *a* & alium rectum in *e* & *d*. (4. 14.)

74. Etiam arcus *ec* erit ad arcum *db*, ut totus circulus *aec* ad circulum *adb*. (6. 49. & 4. 11. &c.)

LIBER

LIBER SEPTIMUS

De Incommensurabilibus.

I.

MInor quantitas dicitur in posterum *metiri* majorem, quando minor aliquoties sumta exacte æquat majorem. Ex. gr. ponamus ulnam continere sex pedes, pes unus *metietur* ulnam, quia pes sexies sumtus exacte æquat ulnam.

2. Quantitas, quæ metitur majorem, appellatur *pars* majoris, & major dicitur *multiplex* minoris : sic pes est pars ulnæ, & ulna est multiplex pedis.

3. Si sumatur magnitudo unius passus, qui continet pedes duos & dimidium, & tentaverit quis metiri ulnam, id præstare non poterit, nam si sumatur passus tantum bis, resultabunt duntaxat quinque pedes, qui nondum æquant ulnam: & si idem passus ter sumatur, resultabunt pedes septem cum dimidio, qui ulnam excedent: sic igitur hæc quantitas duorum pedum cum dimidio non metitur ulnam, neque

proprie dicitur *pars* ulnæ : nihilominus dicere possumus illas esse *partes*, nam hæc quantitas continet quinque pedes dimidios: sed pes dimidius est pars ulnæ, nam si duodecies sumatur, eam metitur : sic igitur passus hic continet partes ulnæ, quia continet quinque pedes dimidios, qui sunt $\frac{5}{12}$ id est, quinque partes duodecimæ unius ulnæ.

4. Quando duæ quantitates ita comparatæ sunt, ut inveniri possit tertia quantitas, quæ sit pars utriusque, id est, quæ utramque metitur, tunc hæ duæ quantitates sunt *commensurabiles :* sic quantitas unius passus, & ulna sunt duæ quantitates commensurabiles, quia dari potest tertia quantitas, nimirum pes dimidius, qui metietur ulnam & passum: nam pes dimidius quinquies sumtus æquat passum, & idem pes dimidius sumtus duodecies æquat ulnam.

5. Si vero possibile non est, invenire tertiam quantitatem, quæ metiatur utramque, tunc hæ duæ quantitates sunt *incommensurabiles.*

6. Magnitudines commensurabiles sunt *ut numerus ad numerum*, id est, hæ magnitudines exprimi possunt per certos numeros, ita ut magnitudo se habet ad aliam magnitudinem, sic certus numerus se habeat

ad

ad alium certum numerum. Ex. gr. si linea est unius ulnæ vel sex pedum, & alia linea unius passus s. duorum pedum cum dimidio, hæ duæ lineæ erunt ut numerus ad numerum; nam quia pes dimidius metitur utramque, alteram per quinque & alteram per duodecim, manifestum est, cum altera contineat quinque pedes dimidios, & altera duodecim, has duas lineas esse ut 5. ad 12. & per consequens ut numerus ad numerum.

7. Si duæ magnitudines non sunt ut numerus ad numerum, id est, si possibile non est exprimere magnitudines per duos numeros, erunt incommensurabiles: quod certum est per præcedentem.

8. Dispiciendum igitur nunc est, an revera tales magnitudines dentur, quæ per numeros exprimi non possunt: nam si hoc est, necessum erit dicere, dari magnitudines incommensurabiles.

9. *Numerus planus* est qui provenire potest ex multiplicatione duorum numerorum. Ex. gr. sex est numerus planus, quia provenit ex multiplicatione 3. & 2. nam bis ter sunt sex. Similiter 15. est numerus planus, quia provenit ex multiplicatione 5. per 3. Similiter 9. est numerus planus, quia provenit ex 3. per 3.

10. Numeri, qui in se mutuo multiplicati, planum producunt, appellantur

late-

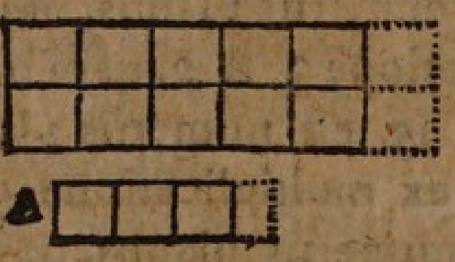
latera plani, ut 2. & 3. sunt latera plani 6. Similiter 3. & 5. sunt latera plani 15.

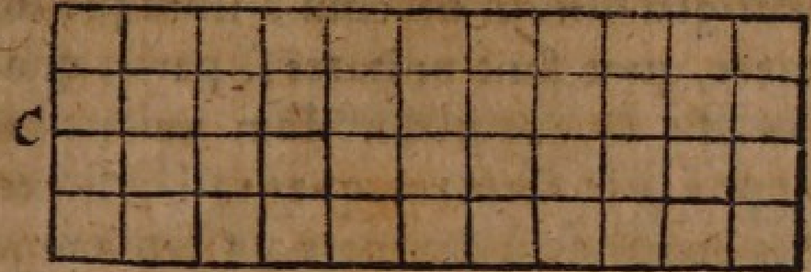
11. Si concipiantur unitates ut parva quadrata, ea in formam rectanguli collocari poterunt, si numerus illarum fuerit planus. Ex. gr. 12. quadrata collocantur in formam rectanguli, cujus alterum latus continet 6. & alterum 2. Similiter 48. constituet rectangulum, cujus alterum latus est 12. & alterum 4. Vid. fig. sequentes *B* & *C*.

12. *Numerus quadratus* est planum, cujus latera sunt æqualia, ut 4. resultans ex multiplicatione 2. per 2. ut 9. proveniens ex 3. per 3. ut 16. ex 4. per 4. &c.

13. Numerus quadratus collocari potest in formam quadrati; & numerus qui collocari potest in formam quadrati, est quadratus, & qui non potest hac ratione collocari, non est numerus quadratus.

14. Numeri *plani similes* sunt, qui collocari possunt in formam rectangulorum similium, id est, quorum latera sunt proportionalia ut 12. & 48. nam latera plani 12. sunt 6. & 2. ceu videre in figura *B.* & latera plani 48. sunt 12. & 4. ceu videre est in

B

A



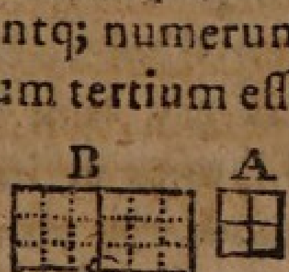
in figura *C*. ſed 6. 2 :: 12. 4.

15. Omnes numeri quadrati ſunt plani ſimiles. (6. 32.)

16. Omnis numerus collocari poteſt in forma lineæ rectæ, & in hoc ſtatu haberi poteſt pro plano; hinc 3. in figura *A* erit planum ſimile 12. nam latera plani 3. ſunt 3. & 1. quia ſemel ter faciunt ter, & latera plani 12. ſunt 6. & 2. ſed 3. 1 :: 6. 2.

17. Dantur numeri, qui non ſunt plani ſimiles, ut ab 1. usque ad 10. ſunt 1. 4. 9. qui cum quadrati ſint, ſimiles ſunt; poſtea ſunt 2. 8. qui habent unum latus duplum alterius: reliqui non ſunt plani ſimiles, ut 3. 5. 6. 7.

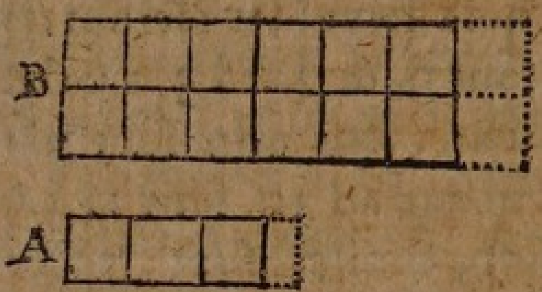
18. Si numerus quadratus multiplicet alium num. quadratum, producetur tertium quadratum ex.gr. *A*. 4. & *B*. 9. ſint numeri quadrati & ſe multiplicent, producantq; numerum C. nim. 36. Dico hunc numerum tertium eſſe quadratum: nam multiplicare *B* per *A* eſt ſumere *B* toties, quot ſunt unitates in *A*. Sed totum numerum *B*. 9. conſiderare poſſum, tan-



quam

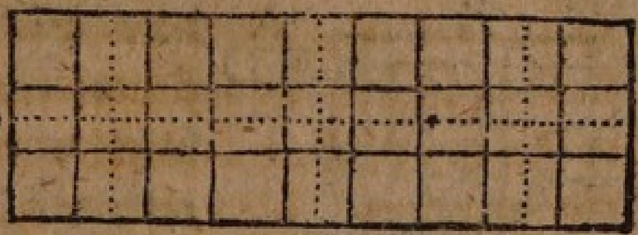
quam quadratum unicum, illudque toties ſumere, quot ſunt unitates ſ. parva quadrata in *A*: & quemadmodum unitates in *A* ſunt poſitæ in formam quadrati; ſic etiam toties quadratum *B* ponere potero, tanquam tot unitates: hinc erunt 4. *B*. quæ conſtituent quadratum totum *C*. 36.

19. Si ſint duo numeri plani ſimiles, major dividi poteſt in tot quadrata, quot ſunt unitates in minori. *A*. 3. & *B*. 12. ſunt plana ſimilia: ita ut latus 3. ad latus 6. ſit ut latus 1. ad latus 2. Poſſum dividere planum *B*. 12. in tria quadrata ſimiliter locata ut tria parva quadrata plani *A*, & quodlibet majorum



quadratorum in *B* reſpondebit 4. illorum in *A*. Similiter ſi plana ſunt 8. & 72. poſſum dividere 72. in 8. quadrata, quorum quodlibet continebit 9. illorum in minori plano 8. Idem etiam accidet, ſi vel unus vel ambo ſunt numeri fracti, ut ſi *A* continet 3. cum dimidio & *B* 14. poſſum dividere 14 in tria quadrata cum dimidio, eodem modo diſpoſita ut in *A*, ceu videre eſt in parvis quadratis punctatis, quæ figuris adjecta ſunt. Similiter ſi plana ſunt *B*.12.&*D*.27. poſſum dividere 27. non tantum in tria quadrata eodem modo diſpoſita ut illa in *A*, ſed

A, sed etiam in 12. eodem modo posita ut illa in *B*: quod videre est per lineas punctatas. Ad hoc

D 

præstandum, tantum dividuntur latera majoris plani in tot partes, in quot sunt divisa latera homologa minoris plani. Figuræ ipsæ rem totam facilem reddent.

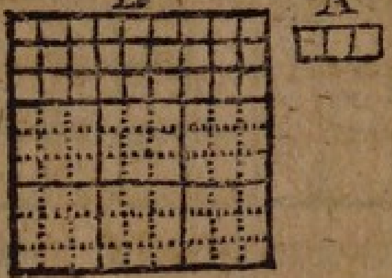
20. Numeri plani, qui sic dividi possunt, ut tot sint quadrata in majori plano, quot sunt unitates in minori, sunt similes: hæc est conversa præcedentis.

21. Duo numeri similes in se mutuo multiplicati producunt numerum quadratum. Nam diviso majori plano in tot quadrata, quot sunt unitates in altero plano (7.19.) Multiplicabitur planum per aliud, si majora quadrata majoris plani toties sumantur, quot sunt unitates vel parva quadrata in minori plano, id est, toties quot sunt ipsa. Sed multiplicare numerum quadratum per eundem numerum, nihil aliud est quam constituere quadratum ex quadratis. Ex. gr. *A*. 3. & *B*. 27. cum sint plana similia, considero *B*. 27. ut planum compositum ex tribus majoribus quadratis, ut *A*. 3. est planum compositum

ex

ex tribus unitatibus vel tribus, parvis quadratis. Si jam sumo

B A

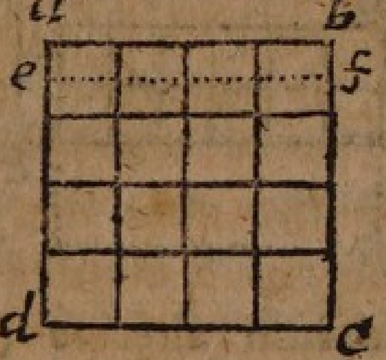


hæc tria majora quadrata toties, quot sunt unitates in *A*, id est, ter, tunc produco ter tria quadrata majora *B*, i. e. 9. quadrata, quorum quodlibet respondet 9. illorum, quæ sunt in *A*, & omnia 9. quadrata in *B* respondebunt 81. illorum in *A*; ita ut *A*. 3. multiplicatum in *B*. 27. producat 81. qui est numerus minorum quadratorum in formam quadratam dispositus, & per consequens (7. 13.) hic numerus 81. est quadratus. Similiter si plana sunt 12. & *D*. 27. divido 27. in 12. quadrata, quæ multiplico per 12. & resultant 144. majora quadrata posita in formam quadrati, quæ respondent 324. illorum in minori plano.

22. Si duo numeri plani sint similes, quacunque ratione unum disponatur, eadem ratione poterit disponi alterum. Sint 3. & 12. plana similia ut supra. Si disponantur 12. in lineam rectam ad constituendum rectangulum, cujus latus unum sit 12. & alterum 1. Dico etiam 3. posse disponi in rectangulum simile, cujus latus unum habebit 6. & alterum semissem unius &c.

23. Si

23. Si numerus dividat alium numerum quadratum, producet numerum tertium, qui erit planus ſimilis diviſori. Sit quadratum *ac* 16. & dividatur per quemcunque numerum ex.gr.



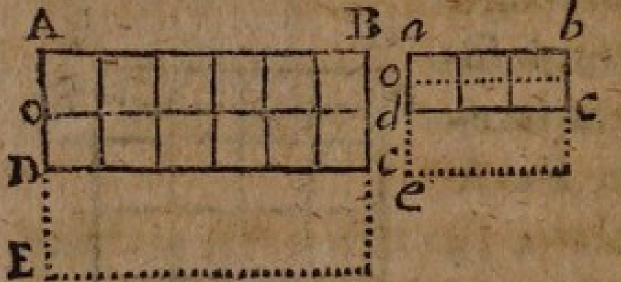
per 8. Id quod fit, ſi ſumatur octava pars lateris *ad*, nimirum *ae* & ducatur parallela *ef*; nam reſultabit planum *af*, quod erit octava pars quadrati *ac*. Sed dividere numerum vel planum per 8. eſt ſumere octavam partem hujus numeri ſive plani. Dico *af* eſſe planum ſimile ad 8. Nam cum 8. ſit diſpoſitus in lineam rectam ad conſtituendum rectangulum, cujus unum latus ſit 8. & alterum 1. rectangulum *af* ipſi erit ſimile, quia *ae* ſumta eſt octava pars ab *ad* vel *ab*: Ergo ut 8. ad 1. (quæ ſunt latera plani 8. diviſoris) Sic *ab* ad *ae* (quæ ſunt latera plani provenientis ex quadrato *ac* diviſi per 8.) Ergo &c Q. E. D.

24. Si duo numeri plani ſe mutuo multiplicantes producant quadratum, ſunt ſimiles.

25. Duo numeri plani non ſimiles ſe mutuo multiplicantes, non poſſunt producere numerum quadratum. Hæ propoſitiones ſunt corollaria præcedentium.

26. Si

26. Si duo numeri ſint plani ſimiles, eorum æque multiplices quicunque & illorum partes æquales quæcunque, ſunt etiam plani ſimiles. Sint plani *a b c d* 3. & *A B C D* 12.

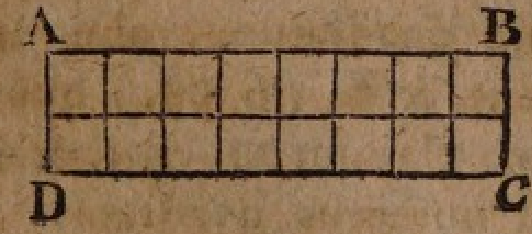


ſimiles, ita ut *a b. A B : : b c. B C.* Dico ſi ſumatur duplum unius & duplum alterius (vel quivis alius æque multiplex) hæc dupla erunt ſimilia: Nam ſumta *a e* dupla *a d*, & *A E* dupla *A D*, ad conſtituendum planum *b e* duplum plani *b d* & planum *B C* duplum plani *B D*, manifeſtum eſt ut *a d. A D : : a e. A E.* ſed *a d. A D : : a b. A B.* Ergo etiam *a e. A E : : a b. A B*; Et per conſequens plana *b e* & *B E* ſunt ſimilia. Similiter ſe habebit ſi ſumantur illorum ſemiſſes *b o*, *B O* vel quævis aliæ partes æquales.

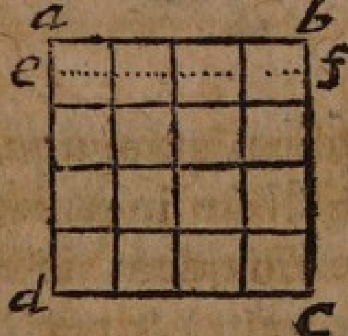
27. Si duo numeri ſint plani non ſimiles, eorum æque multiplices quicunque, & eorum partes æquales quæcunque etiam erunt non ſimiles. Hoc ſequitur ex præcedente.

28. Inter duos numeros planos ſimiles quoscunque, incidit numerus medius proportionalis. Sint numeri plani ſimiles 2. & 8. Dico poſſibile eſſe invenire tertium numerum qui medius proportionalis

nalis erit: nam si concipiatur planum 8. in lineam rectam AB dispositum, & planum 2. etiam in lineam rectam AD, & ex his duabus lineis fiat



planum AC 16. hoc planum AC 16. provenit ex multiplicatione duorum numerorum 2. & 8. (6.17.& seqq.) & per consequens numerus parvorum quadratorum totius plani AC 16. erit numerus quadratus, (7. 21.) & poterit disponi in figuram quadrati (7. 13.) Sit igitur dispositus in figuram quadratam ac; Sic quadratum ac erit æquale plano AC, quia est idem numerus aliter saltem dispositus. Ergo (6.59.) latus ab 4. erit medius proportionalis inter AD 2. & AB 8.

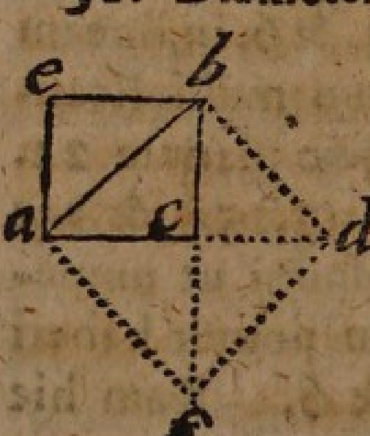


29. Inter duos numeros non similes non potest cadere numerus medius proportionalis. Sint numeri 4. & 6. in lineam rectam dispositi, & se mutuo multiplicantes producant planum 24. hoc planum 24. non est numerus quadratus; (7.25.) & per consequens non poterit disponi ut numerus quadratus. Ergo non poterit haberi numerus medius inter 4. & 6. Nam hic nu-

numerus qui nunc concipitur medius, multiplicatus per ſe ipſum, produceret numerum quadratum, aliunde æqualem plano ex 4. & 6. (6. 59.) quod eſt impoſſibile quia planum 24. ex 4. & 6. productum non eſt numerus quadratus.

30. Sint duæ lineæ *ae* & *ec*, ut numerus ad alium numerum non ſimilem: ex. gr. ut 1. ad 2. Sit præterea *eb* media proportionalis, ita ut *ae*. *eb* :: *eb*. *ec*. Dico *eb* eſſe incommenſurabilem duobus extremis *ae* & *ec*: nam cum *ae* & *ec* ſint ut 1. & 2. id eſt, ut numeri non ſimiles (per hypotheſin) æque ac illorum æque multiplices quicunque, (7. 27.) nunquam erit poſſibile invenire numerum medium proportionalem inter *ae* & *ec*, (per præcedentem) & per conſequens *eb* non erit ad *ae* vel *ec* ut numerus ad numerum: Ergo illa eſt incommenſurabilis.

31. Diameter quadrati *ab* eſt incommenſurabilis lateri *ac*. Nam ſumta *ad* dupla *ac* & facto triangulo *abd*, quod erit ſimile *abc*, quia cum *cd* ſit æqualis *cb*, angulus *cdb* eſt æqualis angulo *cbd*; (2. 15.)



Sic

Sic angulus *c d b* est semissis recti æque ac *c a b*. Ergo *a b d* est rectus, &c. Sic *a c*. *a b* :: *a b*. *a d*. Ergo *a b* est media proportionalis inter *a c* 1 & *a d* 2. Et per consequens (per præcedentem) incommensurabilis.

32. *Potentia* lineæ appellatur quadratum quod constituitur super illa linea. Potentia lineæ *a c* est quadratum *a c b e*, & potentia lineæ *a b* est quadratum *a b d f*. Et linea *a b* dicitur *bis posse lineam a c*, qui mos loquendi à Græcis transumtus & in Geometriam receptus fuit.

33. Diameter *a b* est commensurabilis *potentiâ* lateri *a c*, id est, quadratum *a b d f* est commensurabile quadrato *a b c e*, cum unum sit duplum alterius.

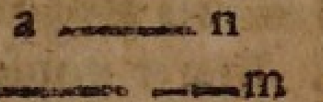
34. Sed si sumatur *a o* media proportionalis inter *a b* & *a c*, hæc media *a o* erit incommensurabilis in potentia, id est,

a ——— o

quadratum lineæ *a o* erit incommensurabile quadrato *a c*, vel quadrato *a b*: nam quadratum *a c* ad quadratum *a o* est in ratione duplicata *a c* ad *a o*, (6. 29.) id est, ut *a c* ad *a b*, (6. 30.) Sed *a c* est incommensurabile *a b*: (7. 31.) Ergo etiam quadratum *a c* etiam est incommensurabile quadrato *a o*.

35. *Secunda potentia* lineæ est cubus, qui hanc lineam pro latere habet.

36. Si ſumantur *a n* & *a m*, duæ mediæ proportionales inter *a c* & *a b*, ita ut *a c*. *a n* :: *a m*. *a b*. erit linea *a n* incommenſurabilis ſecunda



potentia *a c*, id eſt, cubus *a c* erit incommenſurabilis cubo *a n*, quia cubus *a c* eſt ad cubum *a n* in ratione triplicata lateris *a c* ad latus *a n*, id eſt, ut *a c* ad *a b*. Sed *a c* & *a b* ſunt incommenſurabiles &c. Sunt vero etiam *a c* & *a m* commenſurabiles ſecunda potentia, nam cubus *a m* eſt duplus cubi *a c*.

37. Quæ dicta ſunt de numero plano facile applicari poſſunt numeris ſolidis. *Numeri ſolidi* appellantur illi, qui proveniunt ex multiplicatione numeri plani per quemcunque numerum: Ex. gr. 18. eſt numerus ſolidus ortus ex 6. (qui eſt numerus planus) multiplicato per 3. vel ex 9. multiplicato per 2.

38. Numeri *ſolidi ſimiles* ſunt illi, quorum parvi cubi ita diſponi poſſunt, ut conſtituant parallelepipeda rectangula ſimilia.

39. Numeri *cubici* ſunt illi qui diſponi poſſunt in formam cuborum, ut 8. vel 27. quorum *latera* ſunt 2. & 3. *baſes* vero 4. & 9.

40. Omnis numerus cubicus multiplicans alium numerum cubicum, producit tertium numerum cubicum.

41. In-

41. Inter duos numeros ſolidos ſimiles, incidunt duo numeri medii proportionales. *Saltem applicari debent ſolidis, quæ jam demonſtrata ſunt in ordine ad plana.*

42. Hæ demonſtrationes quibus probatur dari lineas & magnitudines incommenſurabiles, probant etiam *continuum* non eſſe compoſitum ex punctis finitis: nam ſi diameter æque ac latus quadrati eſſent compoſita ex punctis finitis, punctum metiretur latus & diametrum: Nam punctum inveniretur certis aliquot vicibus in latere & certis quoque vicibus in diametro; quod eſt impoſſibile (per demonſtrationes præcedentes.)

43. Quia in triangulo rectangulo quadratum lateris maximi eſt æquale duobus quadratis reliquorum laterum, (6 61.) Semper adhibitum fuit illud triangulum ad inveniendas incommenſurabiles: nam ſi omnia tria latera ſunt commenſurabilia, poterunt omnia tria exprimi tribus numeris, & tunc quadratum maximi numeri erit æquale quadratis duorum reliquorum numerorum; ut ſi maximum latus eſt 5. pedum, minimum 3. mediocre 4; quadratum ex 5. erit 25. & reliqua quadrata erunt 9. & 16. & hæc duo ſimul ſumta 9. & 16. conſtituunt tertium 25. Sed ſi latus minimum eſt 2. & mediocre 3. maximum latus non poterit exprimi per numeros, quia quadra-

tum minoris lateris 4. additum quadrato mediocris 9. facit 13. qui exprimit quadratum lateris maximi: Sed ut hic numerus 13. non eſt numerus quadratus, ſic etiam non poteſt habere latus ſive radicem per aliquem numerum expreſſam.

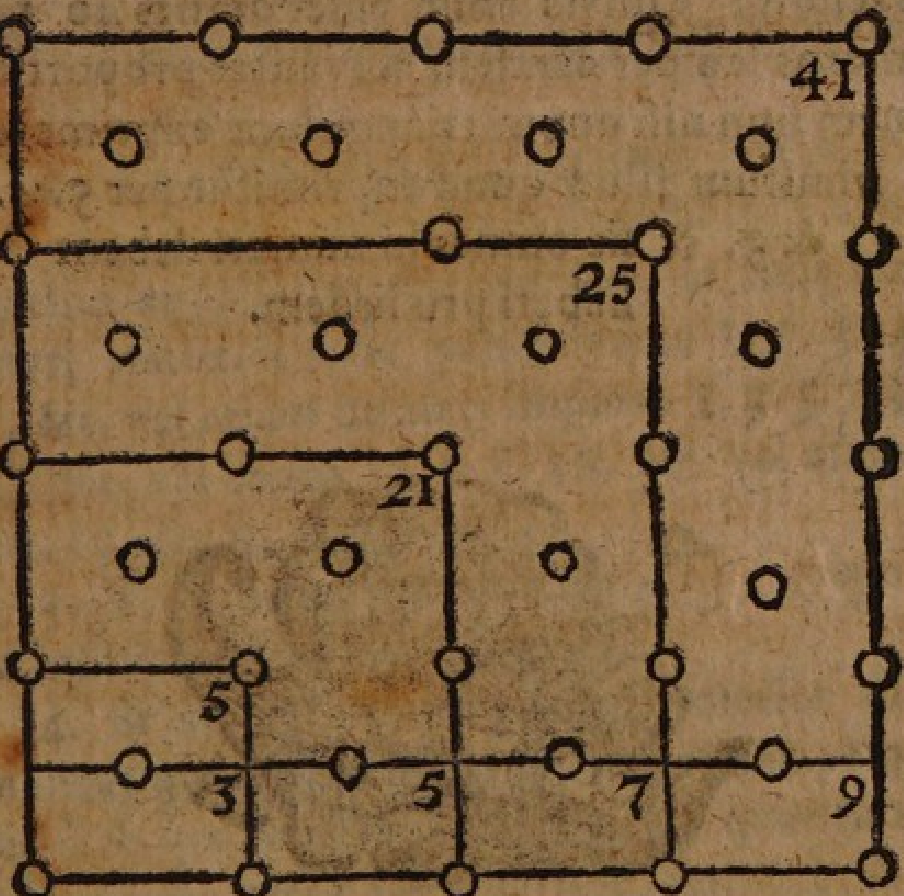
44. Omni tempore ſolliciti fuerunt in indaganda aliqua methodo ad inveniendos diverſos numeros, qui exprimerent tria latera trianguli rectanguli, ut ſecuri eſſe posſimus, hæc tria latera eſſe commenſurabilia. En methodum, qua inveniri poſſunt omnes numeri posſibiles huic ſcopo convenientes.

45. Si ſumantur duo numeri quicunque, (etiam ipſa unitas) quorum differentia ſaltem eſt unitas & conjungantur duo quadrata horum duorum numerum; reſultabit numerus qui erit radix quadrati æqualis duobus quadratis? Et hic numerus exprimit latus maximum trianguli rectanguli, latus mediocre exprimetur numero unitate ſaltem minori; & latus minimum per duos primos numeros ſibi invicem additos. Ex gr. ſumtis 1. & 2. & quadrato utriusque 1. & 4. conjungo hæc duo quadrata 1. & 4 & produco 5. dico 5. poterit exprimere latus maximum, & mediocre, & 3. minimum: ita ut 25. quadratum maximi lateris ſit æquale 16. & 9. quadratis reliquorum duorum laterum. Similiter ſi ſumo

mo 2. & 3. eorumque quadrata 4. & 9. conjungo, produco 13. Dico 13. & 12. & 5. exprimere latera trianguli rectanguli, ita ut 169. quadratum de 13. æquale sit 144. & 25. quadratis ex 12. & 5. Similiter sumtis 3. & 4. eorumque quadratis 9. & 16. additis producuntur 25. Dico 25. esse maximum latus trianguli, 24. latus mediocre & 7. minimum.

Hæc omnia facilius inveniuntur hac ratione.

46. Si disponantur unitates decussa-



tim, omnes numeri constituentes figuram quadratam erunt numeri convenientes ad

 expri-

exprimendum latus maximum. Latus minimum erit numerus comprehensus in duobus prioribus ordinibus figuræ quadratæ, & latus mediocre erit unitate minus latere maximo.

47. Si hæc figura continuata fuerit, dabit omnes numeros possibiles: Sed notari debet æque multiplices trium numerorum inventorum idem præstare; ut inventis 5. 4. & 3. eorum dupli 10. 8. & 6. exhibebunt tria latera trianguli, ita ut 100. quadratum ex 10. sit æquale 64. & 36. quadratis ex 8. & 6. Similiter eorum tripli 15. 12. 9. idem faciunt: Quivis enim videt omnes hos numeros semper eandem servantes proportionem non nisi unum triangulum exprimere, nimirum illud quod exprimitur per 5. 4. & 3. & sic omnes hi numeri debent haberi pro iisdem.

LIBER OCTAVUS
De Progressionibus & Logarithmis.

I.

PRogressio est series quantitatum, quæ inter se invicem similem aliquam habitudinem habent, & quælibet harum quantitatum appellatur *terminus.*

2. Quando termini se mutuo insequentes æqualiter crescunt vel decrescunt; Progressio appellatur *Arithmetica*, ut sunt numeri naturali serie procedentes 1. 2. 3. 4. 5. &c. vel etiam numeri impares 1. 3. 5. 7. 9. 11. &c. vel etiam ut 4. 8. 12. 16. vel etiam 20. 15. 10. 5. 0.

3. Progressio arithmetica potest augeri in infinitum sed non diminui.

4. Si in progressione arithmetica sumantur quatuor termini, quorum duo priores à se invicem tantum distant, quantum duo posteriores; Hi quatuor termini dicuntur proportionales in proportione arithmetica, ut in progressione numerorum natu-

naturalium 1. 2. 3. 4 6. 6. 7. 8. 9. &c. Si sumamus 2. 3 ::: 9. 10. (hæc nota ::: inposterum indicabit proportionem arithmeticam) erit eadem proportio arithmetica inter 2. & 3. quæ est inter 9. & 10. id est, 10. excedere 9. tantum, quantum 3. excedit 2. Similiter 3. 5 ::: 8. 10. sunt in proportione arithmetica. Sicut etiam 1. 5 ::: 5. 8. ubi 5. bis repetitur & est medium arithmeticum inter 1. 9.

5. In proportione arithmetica aggregatum duorum extremorum est æquale aggregato duorum mediorum, ut in 2. 3 ::: 9. 10. aggregatum ex 2. & 10. est 12. & aggregatum ex 3. & 9. etiam est 12. Similiter in 3. 5 ::: 8. 10. aggregatum ex 3. 10. est 13. & aggregatum ex 5. & 8. quoque est 13. Ratio hujus ex se satis manifesta est, nam si 10. excedit 8. etiam id quod additur 8. nimirum 5. excedit tantum illud quod additur 10. nimirum 3. & sic oritur æqualitas.

6. Aggregatum sive summa primi & ultimi termini est æqualis summæ secundi & penultimi, vel tertii antepenultimi &c. ut in primo exemplo 1. & 9. faciunt 10. & similiter 2. & & 8. vel etiam 3. & 7. vel 4. & 6. semper sunt 10. & in medio restat 5. qui bis sumtus (tanquam respondens duobus, quia æqualiter distat à primo & ultimo) etiam efficit 10.

7. Si addatur primus terminus ultimo & multiplicetur illorum summa per semis-

sem

sem numeri terminorum, productum erit æquale aggregato omnium terminorum simul sumtorum, ut hic si 1. addatur 9. ut oriantur 10. & multiplicentur per 4. & $\frac{1}{2}$ (sunt enim 9. termini) fient 45. qui sunt summa omnium terminorum ab 1. usque ad 9. Hoc manifestum est per præcedentem.

8. Quando termini progressionis sunt continuo proportionales; id est, si 1. est ad 2. ut idem est ad 3. & ut 4. ad 5. &c. Tunc progressio appellatur *Geometrica*, ut 1.2.4.8. 16.32. vel etiam 1.3.9.27.71. vel etiam 3. 12.48.192.768. vel 8.4.2.1 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{16}$, &c.

9. Progressio Geometrica potest augeri & diminui in infinitum.

10. Quando progressio incipit ab 1. secundus terminus appellatur *radix* vel *latus*: tertius appellatur *quadratum* vel secundus gradus: quartus, *cubus* vel tertius gradus: quintus *quadrati quadratum* vel quartus gradus, sextus *sursolidus* vel quintus gradus, septimus *quadrati cubus* &c.

11. Si sumantur quatuor termini, quorum duo priores tantùm distant à se invicem in progressione, quantum duo posteriores, erunt simpliciter proportionales, & productum extremorum erit æquale producto mediorum 6. 28.)

12. Sit Quantitas AB divisa in C, in D, in E, in F &c. ita ut $AB.\ AC :: AC.\ AD :: AD.\ AE$, &c. Dico $BC.\ CD.\ DE.\ EF.$ &c.

esse in progressione Geometrica continuè proportionales, & $AB.\ AC :: BC.\ CD :: CD.\ DE$ &c. nam quia $AB.\ AC :: AC.\ AD$ erit *dividendo* AB minus AC. (id est, CB.) $AC :: AC$ minus AD. (id'est, DC.) AD. & per consequens *alternando* $CB.\ DC :: AC.\ AD$ vel $:: AB.\ AC$. Sic de omnibus aliis probabitur $:: DC.\ ED.\ FE.$ &c.

13. Sit progressio quantitatum in linea recta BC, CD, DE, EF, &c. Et sit sumta Cd æqualis termino secundo CD, ut habeamus dB, differentiam primi & secundi termini, & fiat ut Bd ad $BC ::$ sic BC ad aliquam quartam lineam, nimirum BA. Dico si numerus terminorum BC, CD, DE &c. sit finitus, licet quam maximus sit, omnes hos terminos simul sumtos, etiamsi

illorum sint centum mille milliones, fore minores BA. Si quis supponeret esse hos terminos infinitos in multitudine; tunc hi hi termini simul sumti erunt præcise æquales BA: Nam quia per hypothesin Bd (id est, BC minus Cd vel CD) est ad BC:: ut BC (i. e. AB minus AC) est ad AB; Facile patebit ut $BC. CD :: AB. AC :: AC. AD$ &c. & per consequens omnes termini $CD. DE. EF$ &c. erunt adhuc intra punctum A, ad quod eò magis appropinquabitur quo magis augebitur numerus terminorum; Et sic quidem videmus omnes hos terminos, (qui in schola appellantur *partes proportionales*) si actu infiniti essent, non facere longitudinem infinitam, quoniam sunt inclusi in BA.

14. Hæc demonstratio facilior redditur in exemplo progressionis particularis, cujus termini sunt in ratione dupla, ex. gr. BC. dupla CD. & CD. dupla DE. &c. nam si numerus terminorum est finitus, etiamsi illorum essent centum milliones, & sumatur terminus ultimus & minimus, ex. gr. FE, eique adjungatur alia quantitas ipsi æqualis, scil. FA; manifestum est EA esse æquale penultimo termino ED: nam penultimus ED est duplus ultimi FE, per hypothesin. Sed EA etiam est duplus FE, quia ponimus FA æquale $E. F$. Similiter AE cum DE, id est, AD, erit æquale sequenti termino CD: & tandem AC erit æquale BC. Ita ut exinde videre liceat primum & maximum terminum semper æ-

qualem eſſe omnibus reliquis ſimul ſumtis, modo addatur quantitas æqualis ultimo & minimo termino: Verum ſi nihil addatur, primus ſemper erit major omnibus reliquis ſimul ſumtis. Si quis ſupponat hos terminos eſſe actu infinitos, tunc maximus *BC* erit præcise æqualis omnibus reliquis infinitis ſimul ſumtis, *CD*, *DE*, *EF* &c.

nam quivis facile videt quo plures adjiciuntur termini eo magis appropinquari verſus *A*, dum ſemper medietas quæ reſtat diminuitur. Sed quando continuo quantitas diminuitur medietate, & reſiduum iterum medietate & ſic porro, manifeſtum eſt, ſi ſupponatur actu infinities medietate fuiſſe diminutam, nihil tandem reſtare. Hoc etiam demonſtrari poteſt per deductionem ad impoſſibile monſtrando omnes hos terminos infinitos ſimul ſumtos, neque eſſe majores neque minores *B A*.

15. Exinde reſolvi poſſunt difficultates quæ in ſcholis moventur contra diviſibilitatem continui, & a Geometriæ ignaris pro inſolubilibus habentur, cum tamen in rei veritate nihil ſint quam meri paralogismi.

16. Si ponantur duæ progresſiones, altera Geometrica incipiendo *ab* 1. & altera Arithmetica incipiendo *ab* 0, ita ut termini

mini unius respondeant e regione terminis alterius, tunc termini Arithmeticæ appellantur *Logarithmi*, & *exponentes*, ut

0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8.
1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256.

17. Quod in progresfione Geometrica, peragitur per multiplicationem & divisionem, id in Logarithmis absolvitur per additionem & subtractionem: ut si essent tres numeri 2. & 8 :: 64. & desideraretur quartus numerus proportionalis in progresfione Geometrica, necessum erit multiplicare 8. per 64. (utpote qui sunt duo termini medii) nam productum 512. erit æquale (6.28.) producto ex 2. & alio quarto numero, tanquam extremis quatuor proportionalium: ad inveniendum vero quartum hunc numerum, duntaxat necesse est dividere 512. per 2. & prodibunt 256. eritque tota ratio 2. 8 :: 64. 256. ita ut 64. & 256. tantum a se invicem distent in ordine progresfionis, quantum 2. & 8. (8. 11.) sed si loco numerorum Geometricorum 2. 8 :: 64. sumti fuerint Logarithmi ipsis respondentes, nimirum 1. 3 :: 6. & quis vellet quærere Logarithmum quartum, debuisset addere 3. & 6. ut prodeant 9. & subtrahere 1. de 9. ut prodeant 8. qui esset Logarithmus numero Geometrico 256. respondens.

18. Similiter si sumantur duo numeri Geometrici 4. & 8. quibus respondent Lo-

rithmi 2. & 3. multiplicatis 4. per 8. prodibunt 32. qui respondent Logarithmo 5. qui ex additione 2. & 3. oritur.

19. Similiter si sumantur 16. & multiplicentur per seipsos, resultabunt 256. qui respondebunt Logarithmo 8. qui exinde oritur si 4. sibi ipsi addatur.

20. Si quis desideraret numerum Geometricum Logarithmo 16. respondentem deberet sumere 256. qui respondet 8. & illos in se multiplicare, & prodibunt 65536.

21. Si quis etiam desideraret numerum Geometricum, qui responderet Logarithmo 23. debet sumere duos Logarithmos, qui simul sumti constituant 23. ut 7. & 16. & inter se multiplicare numeros Geometricos ipsis respondentes, nimirum 128. (sub 7.) per 65536. (qui essent sub 16.) & productum erit 8388608. quod responderet 23. Logarithmo, id est, quod vigesimum quartum locum, post numerum primum 1. habere debet.

22. Exinde videre est qua ratione facile quis respondere possit quæstioni quæ ordinariè proponitur, quanti veniret equus, si hac conditione emeretur, ut pro primo clavo solvatur, teruncius & pro secundo clavo duo teruncii, pro tertio quatuor, pro quarto octo, & sic usque ad vigesimum quartum: Nam vigesimus quartus con-

stabit

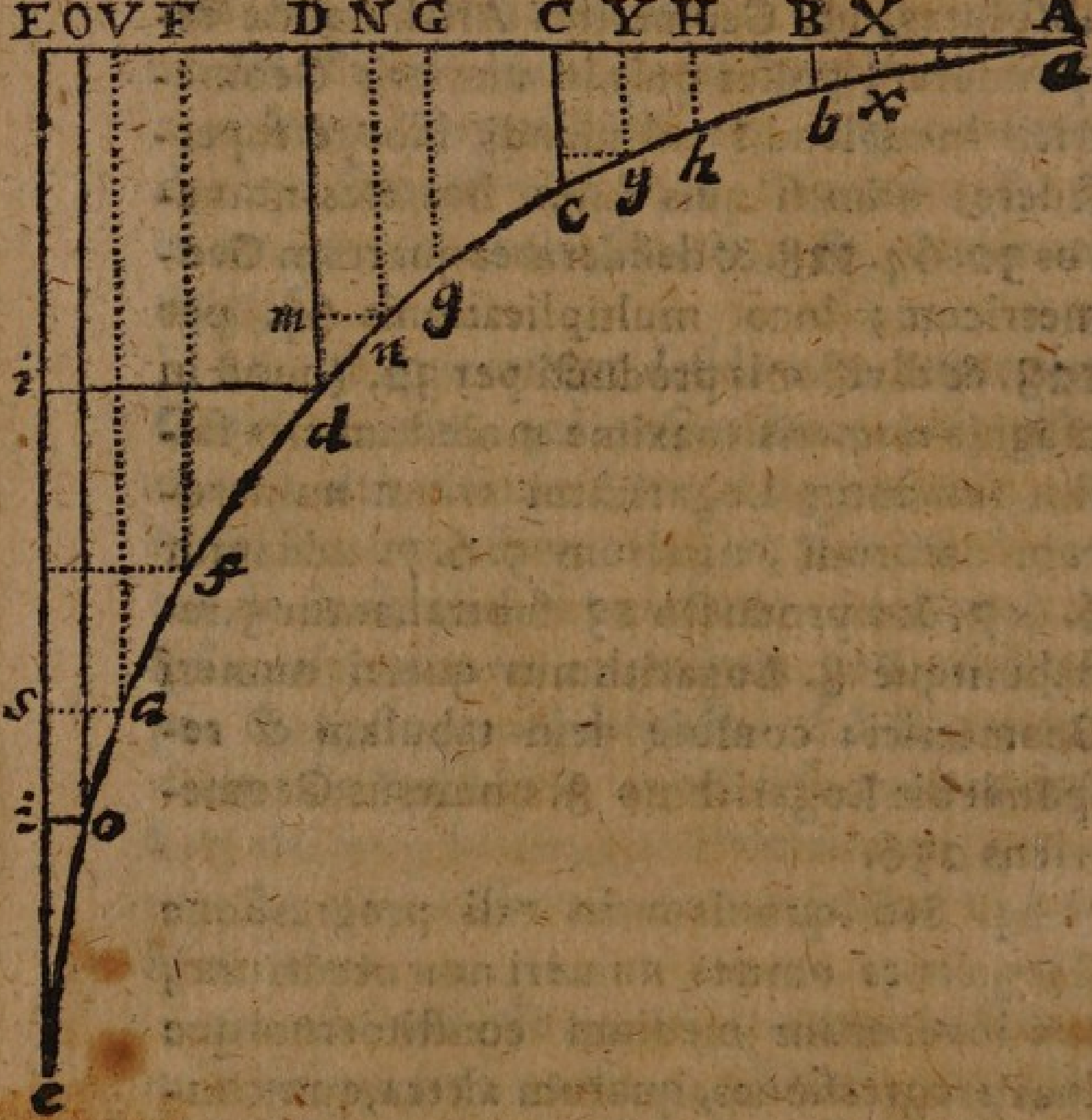
ſtabit 8388608 terunciis, id eſt, 69905 libris 8. terunciis, & duplicata hac ſumma (juxta 8. 14.) prodibit totum equum conſtare 139810. libris.

23. Si quis haberet in magnis tabulis alicujus libri duas progresſiones longas jam abſolutas, ubi Geometrica Arithmeticæ reſponderet; poſſet quis in numeris Geometricis inveniendis calculandi labore ſuperſedere: nam ſi quis daret hos tres numeros 32. 64. 128. & deſideraret quartum Geometricum; loco multiplicationis 64. per 128. & diviſionis producti per 32. (quod in magnis numeris maxime moleſtum eſt) ſaltim ſumantur Logarithmi trium numerorum datorum, nimirum 5. 6. 7. addantur 6. & 7. & à producto 13. ſubtrahantur 5. reſtabuntque 8. Logarithmus quarti numeri Geometrici: conſule dein tabulam & reſpondebit Logarithmo 8. numerus Geometricus 256.

24. Sed quoniam in tali progresſione Geometrica omnes numeri non occurrunt, hoc invenerunt medium conſtitueruntque duas progresſiones, quarum altera, quæ continet omnes numeros 1. 2. 3. 4. 5. &c. & videtur eſſe progresſio Arithmetica, nihilominus proprietates habet Geometricæ; & altera quæ continet numeros apparenter maximè irregulares, nihilominus eſt progresſio arithmetica. Ecce lineam quæ perfectè continet omnia hæc myſteria.

25. Sit

25. Sit linea recta AE divisa in partes æquales AB, BC, CD, DE, &c. Per puncta A, B, C, &c. concipiantur lineæ rectæ Aa, Bb, Cc parallelæ inter se, sintque in progres-



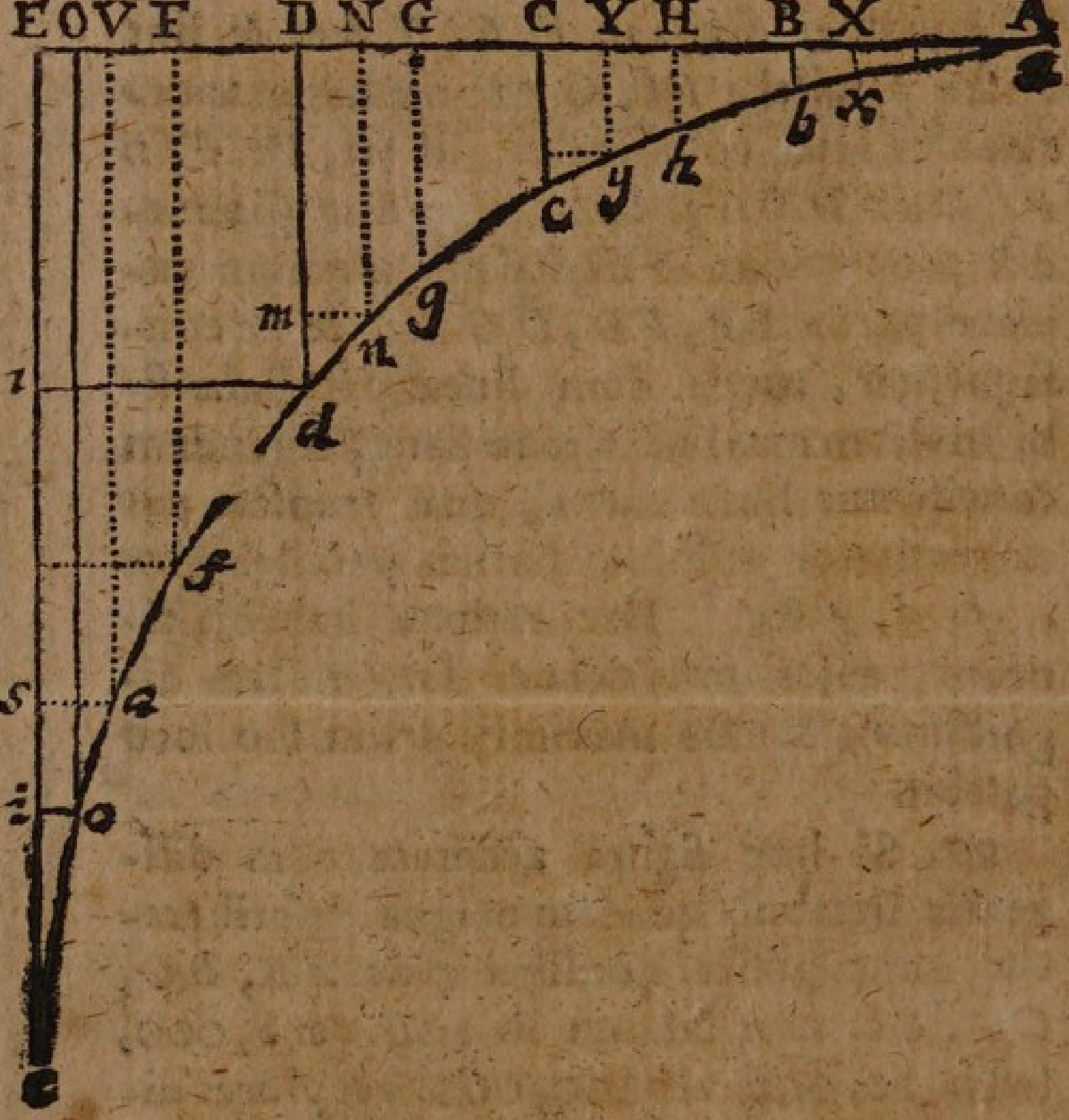
sione Geometrica: Exempli gratia, si Aa fuerit 1. Bb 10. sit Cc 100. Dd 1000. Ee, 10000. &c. habebimus duas linearum progressiones, alteram Arithmeticam, alteram Geometricam: Nam lineæ AB, AC, AD, *AD*, *AE* erunt in progressione Arithmetica, ut 1. 2. 3. 4. & sic repræsentabunt Logarithmos, quibus respondebunt lineæ Geometricæ *Aa*, *Bb*, *Cc*, &c.

26. Quælibet partium *ED*, *DC* &c. sit æqualiter divisa in *F*, *G*, *H* &c. & sint ductæ parallelæ *Ff*, *Gg* & mediæ proportionales inter collaterales, id est, *Ee*. *Ff*:: *Ff*. *Dd*:: *Dd*. *Gg*. &c. denuo sint aliæ mediæ proportionales ductæ per medium cujusvis partis *EF*, *FD*, *DG* &c. & sic consequenter, usque dum lineæ parallelæ sibi invicem maximè vicinæ fiant, & tandem concipiatur linea curva, quæ transeat per extremitates omnium harum parallelarum *e*, *f*, *d*, *g* &c. Hac ratione habebis lineam, cujus proprietates sunt notatu dignissimæ, & usus maximi, prout suo loco patebit.

27. Si hæc figura accurata cum diligentia in tabula quadam magna describeretur, tunc posset quælibet pars *AB*, *BC*, *CD*, &c. non tantum in 100. vel 1, 000, sed in 10, 000. vel 100, 000. vel plures dividi. Ita ut si *AB* fuerit 100, 000. *AC* esset 2000, 000. & *AD* 300. 000, &c. secundum progressionem Arithmeticam.

28. Suppositâ linea *Ee* 10, 000. partium, concipimus per quamvis partem lineas parallelas cum *AE*, quæ curvam in totidem punctis secent. Exempli gratia, sit

fit linea parallela 10. ducta per partem 9, 900. totius *Ee*, quæ fecet curvam n *o*. Sit etiam alia parallela *o O*, fecans



lineam *A E* in puncto *O* in parte 399, 563. exinde quis poterit cognofcere 399, 563. effe Logarithmum numeri 9, 900. Similiter fi *S u* tranfiret per partem 9, 000 lineæ *E e*, & *u V* fecaret lineam *A E* in 395, 424.

424, tunc esset hic numerus Logarithmus numeri 9, 000. &c.

29 Hac ratione posset quis confice-re tabulam Logarithmorum ab 1. usque ad 10, 000, & ulterius, si quis voluerit producere lineam *AE*.

30. Nota, ut habeas omnes Logarithmos ab 1. usque ad 10, 000, sufficit quærere Logarithmos post 1, 000. usque ad 10, 000. id est, (ducta linea parallela *dt*) sumendo Logarithmos omnium partium post *t* usque ad *e*, quarum Logarithmi continentur inter *E* & *D*: nam per hoc habebis Logarithmos omnium aliarum partium, quæ sunt post *t* ad *E*, & quarum Logarithmi sunt inter *D* & *A*. Exempli gratia, cum *O o* sit 9, 900. partium & ejus Logarithmus 399, 563, idem numerus assumi poterit pro Logarithmo numeri *n N* 990. & numeri *y Y* 99. mutando duntaxat cifram primam 3. quia secundum compositionem hujus lineæ *O*, *N*. vel *N Y*, æquales esse debent *E D* vel *D C*, quod quivis facile demonstrabit. Sic *O N*, vel *N Y* continebunt 100, 000. & quia *A O* est 399, 563. ablatis *O N* 100, 000, restabunt 299,563. pro *A Y*, à quibus si iterum auferantur 100, 000. restabunt 199, 563 pro *A Y*; & eadem ratione cum *A V* habeat 395,424. pro logarithmo numeri *V u* 9, 000.

etiam

etiam habebis 095, 424. pro logarithmo $X x 9$. vel 195, 424. pro logarithmo numeri 90. vel 295, 424. pro logarithmo numeri 900.

31. Vt hæc omnia etiam ad praxin deducantur per calculum, non necesse est ullam talium figurarum delineationem instituere, sed saltim delineatas concipere: nam ope arithmeticæ possum invenire numerum medium proportionalem $F f$ inter duos $O d$ & $E e$, & postea etiam medios inter $D d$ & $F f$, vel inter $F f$ & $E e$ &c. Sed ea quæ explicavimus sufficiunt, ut habeamus cognitionem, quantum quidem nobis necesse est, naturæ & artificii logarithmorum: nam opus non est, ut ipsi calculi laborem subeamus, & tabulam logarithmorum condamus, quia jam peractus est hic labor. Deus enim, boni publici causa, homines quosdam excitavit, quibus magnam largitus fuit patientiam, ut superare potuerint molestias laborum, qui videri poterant intolerabiles. Scimus quippe ultra viginti viros, stipendio ad id conductos per viginti annos & quod excedit in calculando assiduitate plane improba desudasse.

32. Præter has duas progressiones datur & tertia, quæ appellatur *Harmonica*, quando sumtis tribus terminis, qui

se

se immediatè consequantur, observare licet, quod maximus ad minimum sit ut differentia inter maximum & medium, ad differentiam inter medium & minimum, ut 30. 20. 15. 5. &c. sunt in progressione harmonica; nam sumtis 30. 20. 15. differentia inter 30. & 20. est 10. & differentia inter 20. & 15. est 5. sed 10. 5 :: 30. 15.

33. Hæc progressio potest diminui in infinitum, sed non augeri.

Ea quæ jam dicta sunt de hac progressione magnum usum non præstant, neque etiam plane extraordinariis proferendis nunc incumbo.

In continuatione hujus Geometriæ observabuntur quædam proprietates hujus progressionis notatu dignissimæ, quæ aliquam lucem adferre poterunt illis, quæ habemus de musica veterum, cujus obscuritas nondum detecta est. Ibi demonstrabitur respectus seu habitudo, quam hyperbole habet ad hanc progressionem; nam quemadmodum angulus rectilineus inservit inveniendis inter duas datas tot mediis, quot quis voluerit habere in ratione arithmetica; & ut linea illa curva, quam descripsimus in usum logarithmorum, etiam inservit inveniendis inter duas datas tot mediis, quot quis desideraverit in ratione Geometrica; Sic notare licebit hyperbolen inser-

ſervire inveniendis inter duas datas tot mediis, quot quis voluerit in ratione harmonica.

34. Datur quoque progresſio quadratorum, & cuborum, quadrati quadratorum, ſurſolidorum, quadrati cuborum &c. ut 1. 4. 9. 16. 25. 36. &c. quia omnes ſunt numeri quadrati, quorum radices ſunt numeri naturales 1.2.4.4.5. 6. &c. Similiter 1. 8. 27. 64. 125. 216. ſunt cubi eorundem numerorum. Similiter 1. 16. 81. 256. 625. 1296. ſunt quadrati quadrata eorundem numerorum.

35. In progresſione quadratorum poſita o pro primo termino, ſic o 1. 4. 9. 16. &c. ſumma omnium terminorum eſt major tertia parte ultimi termini multiplicati per numerum terminorum; & hic exceſſus qui eſt ultra tertiam, ſemper tanto minor eſt, quo major eſt numerus terminorum. Similiter in progresſione cuborum, hæc ſumma terminorum major eſt quarta parte; & in quadrati quadratis, illa eſt major quinta parte, & ſic conſequenter in reliquis. Hoc ut probemus, ſufficit ſaltim facere inductionem, prout videre eſt in hac tabula, ubi ſecunda columna continet progresſionem quadratorum poſt o. Tertia columna complectitur ſummas terminorum. Exempli gratia, ibi videre licet ſummam poſt o. usque

1	0	0	0		
2	1	1	2	$\frac{1}{1}$	vel $\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$
3	4	5	12	$\frac{5}{12}$	vel $\frac{1}{3} + \frac{1}{12}$
4	9	14	36	$\frac{7}{18}$	vel $\frac{1}{3} + \frac{1}{18}$
5	16	30	80	$\frac{9}{24}$	vel $\frac{1}{3} + \frac{1}{24}$
6	25	55	150	$\frac{11}{30}$	vel $\frac{1}{3} + \frac{1}{30}$
7	36	91	252	$\frac{13}{36}$	vel $\frac{1}{3} + \frac{1}{36}$

que ad 9. eſſe 14. Quarta columna continet productum cujusque termini multiplicati per numerum terminorum qui ſunt poſt 0. usque ad ipſum; numerus ille notatus eſt in prima columna, ut 36. eſt productum ex 9. multiplicatis per 4. Quinta columna comprehendit fractiones, quæ exhibent proportionem numerorum tertiæ

tiæ & quartæ columnæ, ut è regione 14. & 36. ponitur $\frac{7}{18}$, qua fractione hoc volumus 14. esse ad 36. ut 7. est ad 18. & sic etiam esse summum terminorum 14. ad productum ex 9. multiplicatis per 4. nim. ad 36. ut 7. ad 18. Ulterius, in eadem co-

1	0	0	0	
2	1	1	2	$\frac{1}{1}$ vel $\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$
3	4	5	12	$\frac{5}{12}$ vel $\frac{1}{3} + \frac{1}{12}$
4	9	14	36	$\frac{7}{18}$ vel $\frac{1}{3} + \frac{1}{18}$
5	16	30	80	$\frac{9}{24}$ vel $\frac{1}{3} + \frac{1}{24}$
6	25	55	150	$\frac{11}{30}$ vel $\frac{1}{3} + \frac{1}{30}$
7	36	91	252	$\frac{13}{36}$ vel $\frac{1}{3} + \frac{1}{36}$

lumna

lumma quinta, post $\frac{7}{18}$ observantur & hi characteres (vel $\frac{1}{3} + \frac{1}{18}$;) quibus hoc volumus, $\frac{18}{7}$ tantum valere, quantum una tertia una cum una decima octava parte, quia revera $\frac{7}{18}$ tantum valent quantum $\frac{6}{18}$ una cum $\frac{1}{18}$ id est, $\frac{1}{3} + \frac{1}{18}$ ita ut summa 14. sit tertia pars ex producto 36. & præter illam adhuc una decima octava pars ex 36. Similiter, reperio 30. tanquam summam terminorum usque ad 16. esse majorem tertia parte ex 80 tanquam producto ex 16. per 5. & excessum esse $\frac{1}{24}$: Nam $\frac{30}{80}$ tantum valent quantum $\frac{3}{8}$, vel quantum $\frac{9}{24}$ vel quantum $\frac{8}{24} + \frac{1}{24}$ vel tandem quantum $\frac{1}{3} + \frac{1}{24}$ Sed $\frac{1}{24}$ tantum non est quantum $\frac{1}{18}$; sic igitur in continuatione hujus tabulæ observare licet, hos excessus, qui sunt ultra tertiam partem, semper diminui, prout numerus terminorum crescit: nam hi excessus sunt $\frac{1}{24}$ $\frac{1}{30}$ $\frac{1}{36}$ $\frac{1}{42}$ $\frac{1}{48}$ &c. dum denominator fractionis interea semper augetur numero senario.

34. Si quis constitueret similem tabulam cuborum, tunc videre erit fractiones, quæ erunt ultra partem quartam, semper valore diminui, dum interea illarum denominator augetur quaternario, quoties novus terminus in progressione additus fuerit; & similiter in reliquis progressionibus per similes tabulas id observare dabitur, quod generaliter in propositione præcedente dictum fuit.

Omnia hæc erunt maxime utilia in continuatione hujus Geometriæ, ubi etiam plures aliæ progresfiones occurrent.

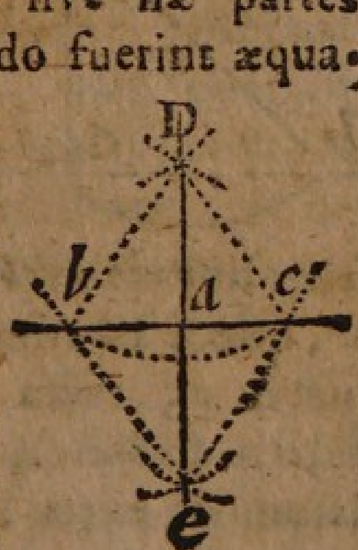
LIBER ULTIMUS.

Problemata vel Geometria Practica.

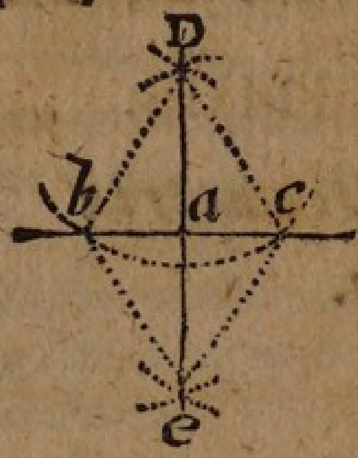
I.

PRoblema appellatur in Geometria propositio, quæ docet aliquid constituere ac praxin demonstrat, contra ac *Theoremata*, quæ sunt propositiones speculativæ, in quibus considerantur passiones seu proprietates rerum jam factarum.

2. *Ex puncto dato* a *quod est in linea* b a c *perpendicularem erigere.* Abscinde circino utrinque partes æquales *ac* & *ab*: parum refert sive hæ partes magnæ sint seu parvæ, modo fuerint æquales. Aperi paulo plus crura circini & ex punctis *b* & *c*, tanquam centris, duos describe arcus similes, se mutuo in puncto *d* intersecantes. Postea adplicata regula ad puncta *a* & *d*, duc lineam *a d*, quæ erit perpendicularis desiderata (2. 16.)

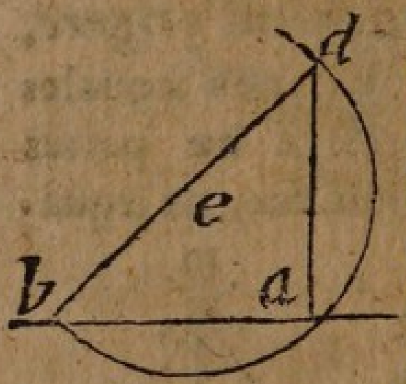


3. Ex puncto dato d *ducere perpendicularem versus lineam* b



a c. Ex centro *d* describe arcum circuli, qui secet lineam in duobus locis *b* & *c*: dein ex hisce duobus punctis *b* & *c* eadem circini apertura, describe duos parvos arcus, se mutuo intersecantes in *e*, & erit linea *de* perpendicularis quæsita. (2. 16.)

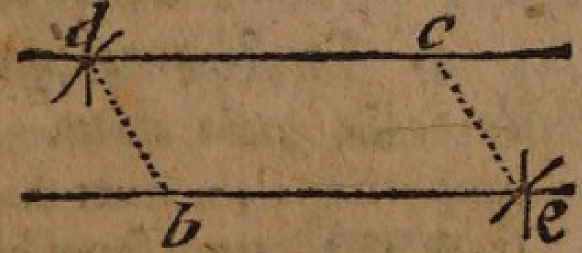
4 Quando puncta data *a* vel *d* sunt ad extremitates chartæ vel superficiei, in qua figura constitui debet, & non assumi potest distantia debita ultra punctum *a*, secundum praxes præcedentes; tunc hac ratione processus erit instituendus. Si punctum *a* datum est in linea, assume extra lineam punctum, ubi libuerit versus *e*, & ex eo tanquam centro describe circulum, qui transeat per *a* &



secet lineam in *b*: Dein ex *b* duc lineam *be*, quæ si continuata fuerit, secabit circulum in *d*; recta *da* ducta erit perpendicularis ad *ba*. (4. 14.) Si verò punctum *d* datum est extra lineam, duc lineam pro lubitu *db*, & ex medio hujus lineæ describe cir-

circulum *b a d*, qui secet *b a* in *a*; linea *d a* erit perpendicularis desiderata. (4.14.)

5. ***Ad datum punctum, data recte lineæ, parallelam ducere.*** Sic linea data *a b*, & punctum datum *c*, per quod ducenda sit parallela: ex puncto *c* tanquam centro describe arcum circuli, qui secet lineam datam in *a*: dein in eadem linea data

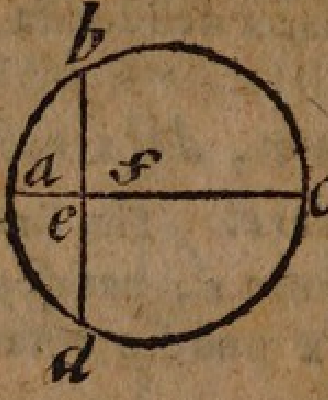


accipe punctum *b* pro lubitu, quod tamen, quantum fieri potest, remotum sit à puncto *a*, & ex hoc puncto *b* eadem circini apertura fac alium arcum circuli *d*: Accipe circino distantiam *a b*, & hac ipsa apertura, ex puncto *c* tanquam centro, describe arcum qui secet alium in *d*; applicata regula ad duo puncta *c* & *d* habebis lineam *c d* parallelam lineæ *a b*; nam quadrilaterum *c a b d*, habet latera opposita æqualia per ipsam constructionem; & per consequens est parallelogrammum, per conversam nonæ propositionis libri tertii.

6. ***Inter duas lineas datas*** a e ***&*** e c ***invenire mediam proportionalem*** Dispositis lineis datis *a e* & *e c* in lineam

 re-

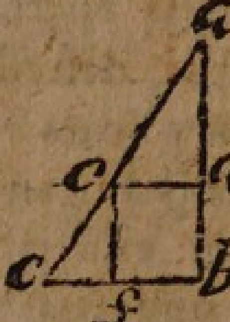
rectam, ut constituant lineam totam ac,



quære in ea medium f & ex hoc puncto f describe circulum abe; erige perpendicularem eb, quæ secet circumferentiam circuli in puncto b, erit linea eb media proportionalis, ita ut $ae.eb::eb.ec.$ (6. 66)

7. *Constituere quadratum æquale rectangulo dato.* Accipe mediam proportionalem inter duo latera rectanguli, & quadratum super hac media constitutum erit quæsitum (6 59.)

8. *Datis tribus lineis, invenire quartam proportionalem.* Sint lineæ datæ ad, de, ab; constitutis ad & ab in

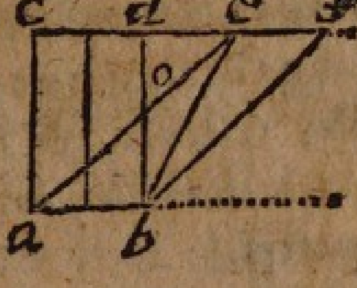


unam rectam, & de transversim posita, ut emergat triangulum ade, produc latus ae versus c, & ex puncto b duc parallelam bc, dico lineam bc esse quartam proportionalem desideratam, & ut $ad, de.::ab.bc.$ (6. 43.)

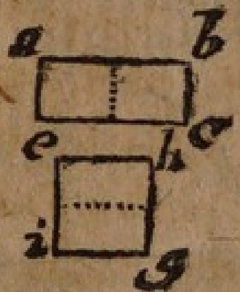
9. *Triangulo dato* a e b *æquale parallelogrammum rectangulum constituere.* Per summitatem e duc e c parallelam basi ab, erit rectangulum

$abdc$

abdc duplum trianguli *aeb*: (3. 18.) divisa vero basi *ab* in duas partes æquales, & erecta perpendiculari, orietur rectangulum æquale triangulo.



10. *Dato rectangulo, constituere aliud rectangulum æquale, quod habeat longitudinem datam.* Sit rectangulum datum *abc*, cui constituendum sit aliud æquale, quod pro latere habeat longitudinem *ei*. Hic habemus tres lineas datas, nimirum *ab*, *bc* (quæ sunt latera rectanguli dati) & *ei*, quæ esse debet latus alterius rectanguli constituendi. Nunc igitur inquirenda est quarta linea, quæ sit alterum latus hujus rectanguli. Datis his tribus lineis, quære ex illis quartam proportionalem (9. 8.) quæ sit *eb*, ita ut *ei*. *ab* :: *bc*. *eh*: dico rectangulum *ieb* fore desideratum æquale rectangulo *abc*. (6, 27.)

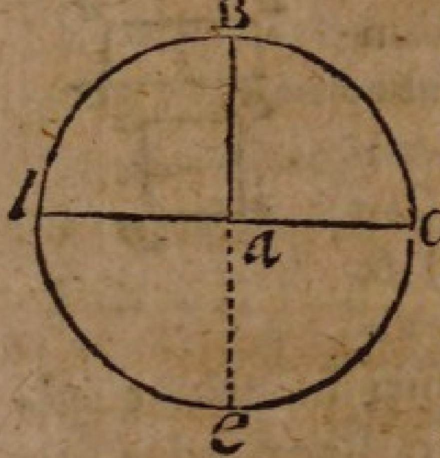


11. *Quodcunque polygonum in quadratum effingere.* Resolve polygonum in triangula (3 22. vel 24.) & constitue tot rectangula æqualia his triangu-

 lis,

lis, 9 9.) ita ut omnia hæc rectangula habeant eandem longitudinem: (5. 10.) conjunge omnia hæc rectangula, ut unum ex illis resultet, & fac quadratum (9. 7.) æquale huic rectangulo, & habebis quod quæris.

12. Dividere circulum in quatuor, in sex, & omnes arcus in duas partes æquales. Vt dividatur in quatuor partes, necessum est ducere duas perpendiculares per centrum, ut *dac* & *Bae*.

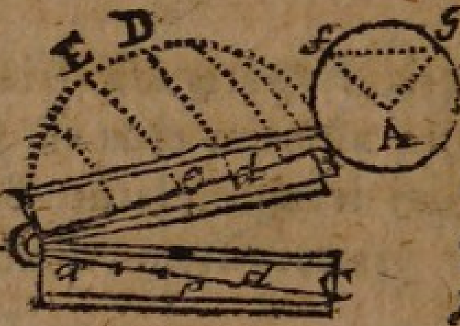


Si eum vis dividere in octo partes, divide quemvis arcum *B c*, *e e* &c. in duas partes; quod fit, si ex punctis *B* & *c* duos arcus eadem circini apertura descripseris: nam ducta linea ex puncto interfectionis ad centrum *a*, dividet arcum *B* & *c* in duas partes æquales: eodem modo procedes cum reliquis arcubus. Vt dividere possis circulum in sex partes, accipe circino semidiametrum: nam ea nim. semidiameter sexies circumferentiæ applicata, hanc perfecte metietur: sic consequenter dividi potest circulus in partes 12. & 24. & 48. &c.

13. Di-

13. Dividere circulum in quinque, in quindecim & alias partes æquales. Hoc fieri potest geometrice hac methodo, quam demonstro in Algebra. Constitue triangulum rectangulum, cujus alterum crus sit semidiameter circuli, & alterum semissis semidiametri. Ab hypothenusa hujus trianguli aufer dimidium semidiametri, residuum erit chorda 36°. & latus Decagoni. Duplicato hoc arcu, prodibi arcus 72°. qui est quinta pars circuli; & chorda horum 72°. erit hypotenusa trianguli rectanguli, cujus alterum crus est semidiameter, & alterum decagoni latus. Sed quemadmodum per præcedentem docuimus invenire 60°. Sic etiam habebimus differentiam inter 36. & 60. nimirum 24°. quæ est decima quinta pars circuli. Sed in praxi brevissima & certissima via est, circino iteratis vicibus aperturam quærere, quæ, si quinquies adplicata fuerit circumferentiæ, eam exacte metiatur: postea quælibet harum partium eodem modo dividatur in tres, quærendo per circinum & repetendo, si prima vice rem non tetigeris: & habebis circulum in quindecim partes divisum. Si quælibet harum 15. partium etiam dividatur in quatuor, & quælibet harum quator in sex, erit totus circulus in 360. gradus divisus. Et hæc divisio maximè commoda est ad praxin. Nota, quod nondum inventa sit methodus dividere geometrice arcum in tres partes æquales, neque in quinque, neque in septem, neque in alias partes impares. Dico geometrice, nihil præter lineam rectam & circulum adhibendo.

Divisio hæc circuli in 360. gradus etiam maximè utilis est, si quis sciverit usum circini seu instrumenti proportionum: est hoc genus aliquod circini, quod habet brachia a B, a C, in quibus notata sunt diversæ lineæ & diversæ divisiones, quarum illæ, quæ maximum usum præstant, reducuntur ad duas: nam in uno



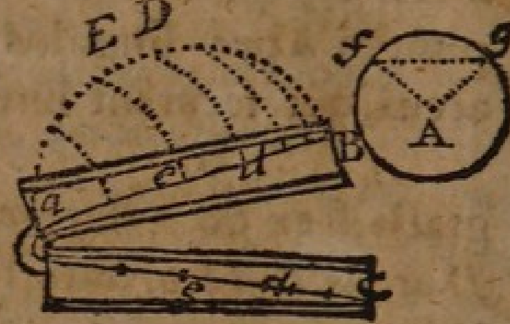
latere circini est quædam linea in quovis brachio a e B, & a e C, quæ inservit divisioni totius circuli in 360. gr. una opera absolvenda, & ut pro lubitu gradus quoscunque sumere possim. Divisio circini absolvitur modo sequente......

14. *Instrumentum proportionum signare seu præparare, ut in inserviat divi-*

divisioni circuli. Concipe semicirculum *a E D B*, qui exacte divisus sit in 180^{o}. si ex puncto *a* per singulos gradus ducerentur arcus, qui secarent lineam *a e B*; exempli gratia, si ex 60^{o}. *E* duceretur arcus *E e*, & ex 90^{o} *D* arcus *D d* &c. notari deberet 60. in brachio instrumenti è regione *e*, & 90, è regione *d* &c. Si in altero brachio *a C* pariter processeris, habebis hoc latus instrumenti divisum, prout necessum est.

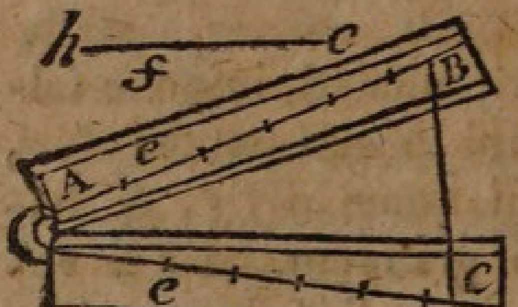
15. *Explicare usum instrumenti proportionum, quatenus inservit divisioni circuli*. Sit datus circulus *A f*, accipe circino communi semidiametrum *A f*, dein adplicato altero pede hujus circini communis ad punctum *e*, id est, gradum 60. in uno brachio circini seu instrumenti proportionum, tamdiu remove aut admove alterum brachium, usque dum pes alter communis circini præcisè incidat in punctum *e*' alterius brachii Instrumenti proportionum, ita ut distantia *e e* æqualis sit semidiametro *Af*; Jam si statim invenire volueris 90^{o}. circuli dati, impone saltim duos pedes circini in duo puncta *d*, *d*, & transfer hanc distantiam in *f g*, & habebis arcum *f g* 90, graduum. Sic si vo-

lueris ſumere 35. gradus, ſaltim impone pedes circini communis in puncta lineæ *a B*, *a C*, in quibus eſt 35. gradus, & transfer hanc diſtantiam in circulum datum, & hac ratione procedere debes cum quovis



alio gradu. Omnia hæc fundantur in propoſitionibus 42.43.49.50 libri ſexti: nam quemadmodum omnes circuli ſunt figuræ ſimiles, (6.50.) chorda *A D* ad ſemidiametrum *A F* ut chorda *A D* ad ſemidiametrum *e d*, id eſt, ut *a d* ad *a e*. Aliunde verò triangula *a d d* & *a e e* ſunt ſimilia, & ſic *d d*.*e e* :: *a d*.*a e*. Sed *d d* per conſtructionem æqualis eſt *f g* & *e e* lineæ *A f*: ergo *f g*. *A f* :: *a d*, *a e*.

16. Signare ſ. preparare inſtrumentum proportionum, ut inſervire posſit diviſioni linearum rectarum. Ex centro circini ſint in brachiis

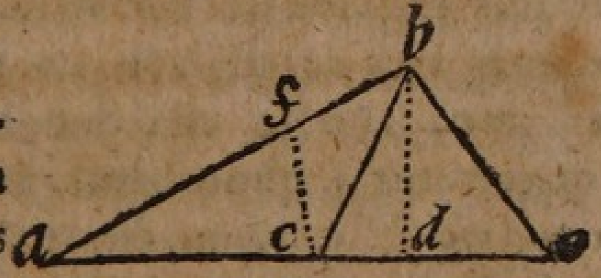


ductæ duæ lineæ verſus *B* & *C*, quarum quælibet diviſa ſit in 100. vel 200 partes æquales, & ſic inſervient ad dividendam una opera lineam

da-

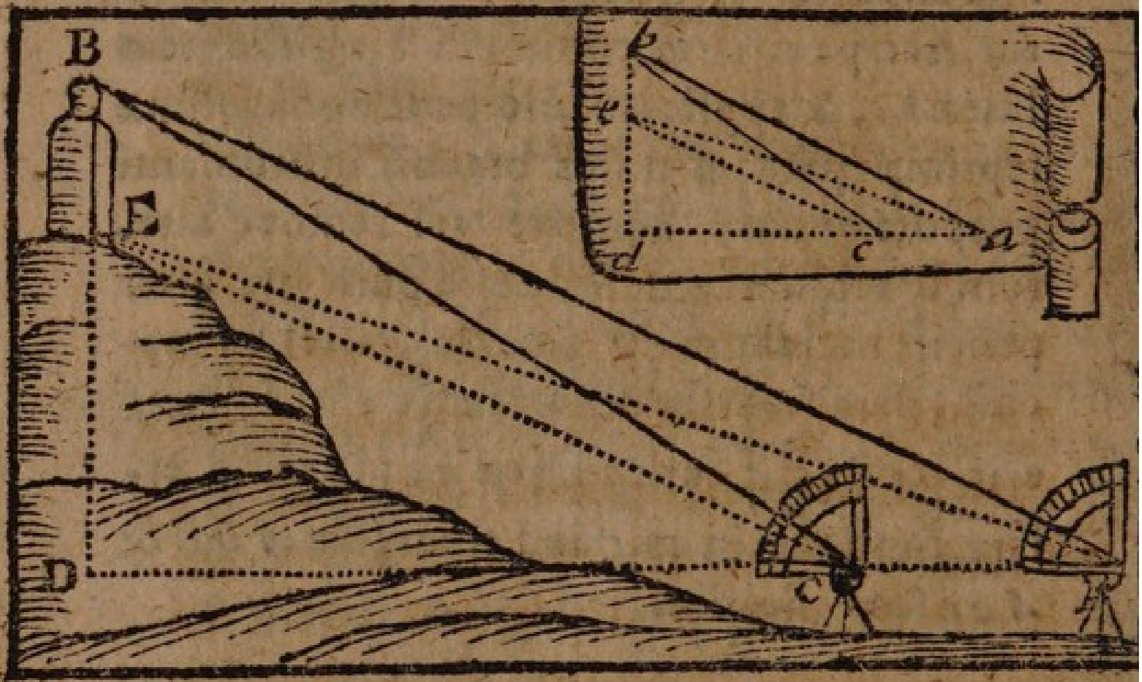
datam, in quotcunque partes volueris. Exempli gratia, sit linea data *b c* & ab ea debeant sumi $\frac{25}{97}$ id est 25 nonagesimæ septimæ partes; Hoc in passu dividi deberet tota linea *b c* in 97 partes æquales, ut ex iis sumi possent 25. quod prolixum esset; sed ope circini proportionum id facile absolvitur. Accipe circino communi longitudinem lineæ *b c*, & applicato uno pede nonagesimæ septimæ parti *B* unius brachii instrumenti proportionum, admove vel remove alterum brachium tamdiu, usque dum pes alter præcise incidat in 97. partem *C* alterius brachii; dein transfer distantiam *e e* in *b f*, & *b f* erit exacte $\frac{25}{97}$ totius lineæ *b c*: id quod etiam fundatur in eo, quod triangula *A B C* & *A e c* sunt similia.

17. Super datam lineam constituere angulum tot graduum, quot desideraveris.



Sit linea data *ac*, super qua constituendus detur angulus 30. graduum. Ex puncto *a*, tanquam centro, describe circulum *e f*, in quo sumes per circinum proportionum, vel aliter 30. gradus à *e* usque ad *f*, & per hunc 30. gradum ducatur linea *a f*, quæ cum linea *a c* constituet angulum 30. graduum.

18. *Cognitis angulis dati trianguli & uno latere, invenire reliqua latera.* Si tibi dicatur, esse alicubi triangulum, cujus basis *A C* sit decem ulnarum

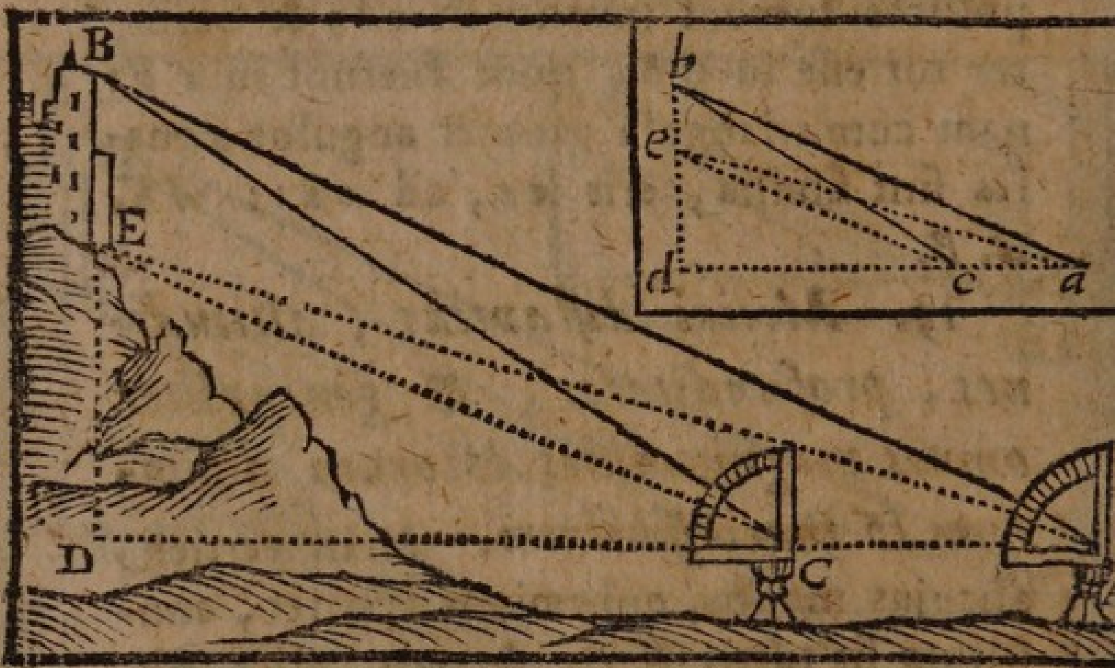


& anguli ad basin, ut *A C B* habeat 150. gr. & angulus *C A B* 20. gr. (& per consequens tertius angulus ad verticem erit 10. quia omnes tres anguli 150. 20. 10. simul sumti efficiunt 180. id est, duos rectos) & à te quæreretur, quot ulnas habere debeat quodvis reliquorum duorum laterum *A B*, *C B*. Fac in charta vel potius in tenui chartaceo triangulum simile *a c b* sequentem in modum: Accipe basin pro lubitu *a c* 10. pollices longam, vel quascunque alias decem

cem partes: super *c a* describe duos angulos, alterum *c a b* 20. grad. & alterum *a c b* 150. grad. (9. 27.) & duæ lineæ *a b*, *c b* se mutuo intersecabunt in aliquo loco, nimirum in *b*. Metire igitur quot pollices sint in *a b* vel in *c b*: nam certus esse potes, tot esse ulnas in *A B*, quot pollices fuerunt inventi in *a b*; & similiter tot esse in *C B*, quot fuerunt in *c b*: nam cum triangula propter angulos æquales sint similia, erit *a c*, ad *a b*:: *A C*. *A. B*.

19. *Metiri distantias, altitudines, profunditates, & generaliter omnes magnitudines locorum dissitorum & inaccessibilium.* Si in vertice alicujus montis, qui eminus apparet, constituta sit turris *B E*; & quis vellet observare illius distantiam & altidinem, is deberet aliquo instrumento (ex. gr. quadrante, id est, quarta circuli parte, quæ divisa sit in 90. grad. & instructa regula quadam, circa centrum mobili, quam *dioptram* appellamus) hoc inquam instrumento sumere deberet duos angulos in diversis stationibus, sequentem in modum. Si es in statione *A*, ita constitue instrumentum, ut latus unum exacte respondeat lineæ horizontali *A D*, & hunc situm neque attollendo neque deprimendo muta; Applica ocu-

oculum ad *A*, id est, centrum instrumenti & dirige regulam versus verticem turris *B* tamdiu, donec illa cum tuo radio visuali coincidat: tunc hæc regula in circumferentia instrumenti notabit gradus anguli *BAD*: Est enim circumferentia instru-



menti in gradus divisa. Postea muta stationem, & progredere in loco plano ad 10. ulnas (vel pro lubitu in quavis alia distantia) usque ad *C*, & ibi denuo cape aliam angulum *BCD*, cujus ope habebis angulum deinceps *BCA*, quia hi duo simul sumti æquales sunt duobus rectis: & sic in triangulo *ACB* cognitam habes basin, quam 10. ulnis longam sumsisti: præterea etiam cognitos habes duos angulos ad basin; & per consequens ex hisce potes elicere latus *CB* vel latus *AB* (9.18.) Accipies etiam altitudinem *BD*, vel distan-

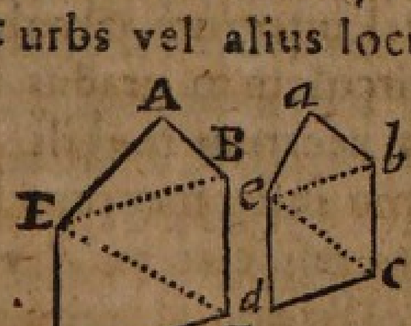
tiam

tiam *A D*, si in parvo triangulo simili ducas ex puncto *b* perpendicularem *b d*; nam *B D* vel *A D* habebunt tot ulnas, quot *b d*, vel *a d* pollices. Si acquisita altitudine *B D*, eadem methodo etiam investigetur altitudo *E D*, habebis quoque magnitudinem *E B* à vertice ad basin vel pedem turris.

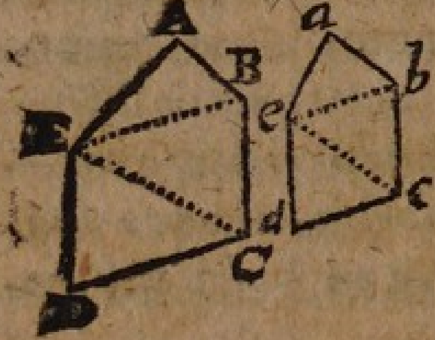
Interdum loco accessus versus turrim & observationum à vertice ad basin, nec non angulorum, qui à radiis visualibus & horizontali constituuntur; interdum inquam conducit sumere duas stationes juxta se invicem: sed ad idem recidit, & praxis revera non differt. Hoc medio, ut quivis videt, metiri possumus omnes magnitudines, quæ saltim concipi possunt, si modo extremitates duorum locorum dissitorum observare licet. Nolo hic pluribus describere praxes speciales, neque enarrare commoda ex perspicillis & opticis tubis, qui dioptræ instrumenti applicari possunt commodo observantium inæstimabili.

20. *Delineare planum alicujus loci.*

Sit urbs vel alius locus *A B C D E*, & desideretur à te illius planum delineari; Accipe omnes distantias laterum & linearum ex angulo in angulum ductarum, easque transfer



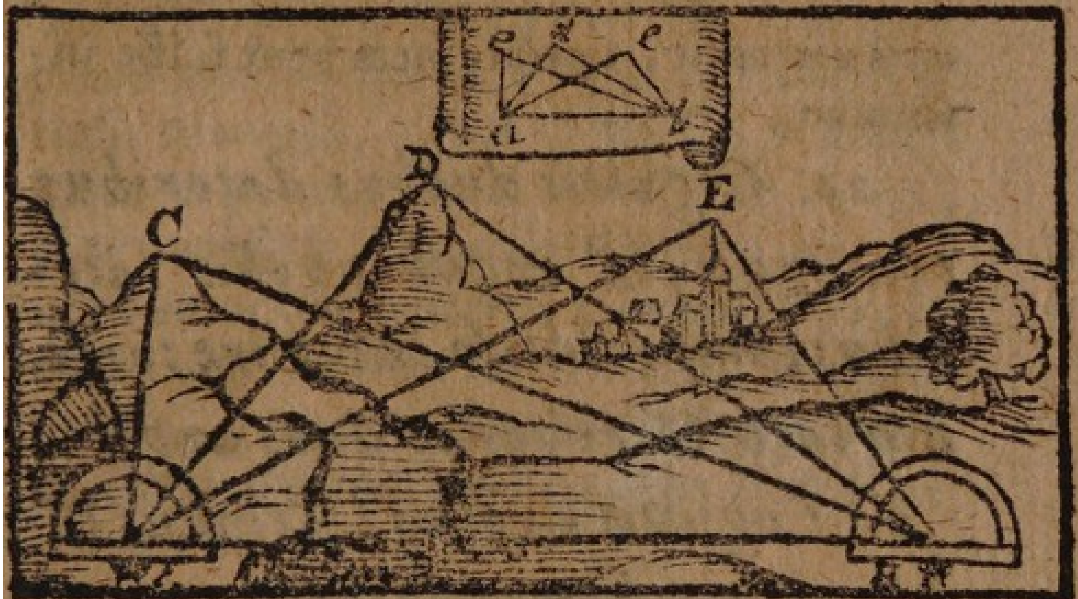
fer in chartam secundum proportionem: Exempli gratia, inventa *A B* 30. ulnarum,



B C 59. *C D* 50. *B E* 67. *A E* 49. &c. & facta in charta aliqua scala, divisa in 100. partes parvas, duc lineam *a b* 30. partium, *b e* 67. *a e* 49. hæ lineæ simul conjunctæ constituunt triangulum *A B E*, & si continuaveris efficere triangulum *b e c* simile *B E C*, &c. habebis figuram totam *a b c d e* similem loco *A B C D E*.

21. Si non datur intrare locum, vel metiri distantias angulorum *B E*, *E C*, necessum est sumere angulos loci, eosque in figuram transferre, ita ut si angulus *B A E* fuerit 66. grad. etiam angulus *b a e* sit 66. grad. & sic de reliquis.

22. *Exhibere delineationem urbis vel regionis.* Ascende in duo loca eleva-ta *A* & *B*, è quibus conspicere possis urbem vel regionem, cujus delineationem dare vis. Habeas quadrantem, vel integrum circulum vel etiam saltim semicirculum in gradus divisum & dioptrâ circa centrum mobili instructum: colloca primo instrumentum super *A*, ita ut unum latus respiciat ex *A* versus B. instrumento sic collocato ac firmato, respice turres, ædes, montes & alia loca notabi.



tabilia ut, *E D, C*, &c. atque omnes hos angulos accipe mediante dioptra, eosque memoriæ ergo nota; angulus *CAB*, exempli gratia, est $50^{\circ}.\ 30^{\mathrm{I}}$. angulus *DAB* $45^{\circ}.\ 8^{\mathrm{I}}$ &c. Dein procede eodem modo super *B* & nota angulum *ABC* esse $40^{\circ}.\ 10^{\mathrm{I}}$. & angulum *ABD* $47^{\circ}.\ 28^{\mathrm{I}}$. &c. Postea in charta assume pro lubitu lineam *a b*, & describe angulos æquales illis, quos invenisti; *c a b* æqualem *CAB*, *d a b* æqualem *DAB*, *a b c* *ABC* &c. & sic habebis puncta *c*, *d*, *e* &c. quæ erunt in eadem à se invicem distantia ac turres vel alia loca notabilia *C*, *D*, *E* &c. Datis jam locis principalioribus reliqua facile delineari possunt. Ad instituendam verò operationem accuratiorem, maxime conducet sumere etiam angulos tertii imò quarti loci; ut si omnia coinciderint,

quis

quis certus sit, operationem bene fuisse institutam.

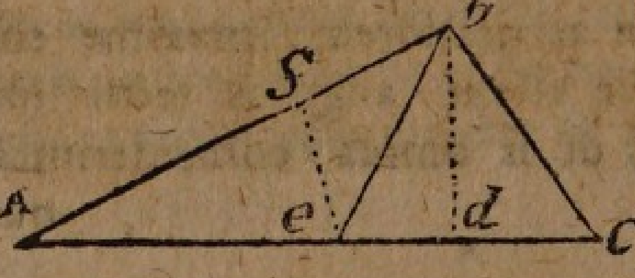
23. *Cognitis duobus lateribus trianguli, & angulo ab illis lateribus comprehenso, invenire tertium latus & reliquos duos ang....*

24. *Cognitis duobus lateribus & angulo uni horum laterum opposito, invenire tertium latus & reliquos angulos. ....*

25 *Cognitis omnibus angulis & uno latere invenire reliqua latera. ......*

26. *Cognitis tribus lateribus, invenire omnes angulos.* Hæc omnia exacte inveniuntur, si saltim in chartaceo constituuntur triangula similia.

27. *Metiri* aream (*id est, magnitudinem sive capacitatem interiorem*) *alicujus trianguli dati* abc. Ex vertice *b* duc perpendicularem *b d* ad basin *a c* productam, si necesse fuerit; divide *a c* in 10. (vel pro la-



ubitu in quasvis alias partes) & vide quot partes contineantur in *b d* per 10. habebis aream trianguli, (3.18) Vt si *b d* contineret 12. partes, quales sunt decem in *a c*, tunc necessum esset multiplicare 6. per 10. ut oriantur 60. capacitas trianguli *a b c*, id est, triangulum hoc tantum spatii comprehendit, quantum 60. continebunt parva quadrata, quorum quodvis latus esset decima pars lineæ *a c*.

In praxi nulla datur methodus qua facilior vel etiam exactior sit, quam hæc ipsa; nihilominus in certis casibus maxime conducit cognitio metiendi abstracté, quæ tamen non habetur nisi mediante calculo. En igitur principia, ex quibus artificium calculandi eruitur.

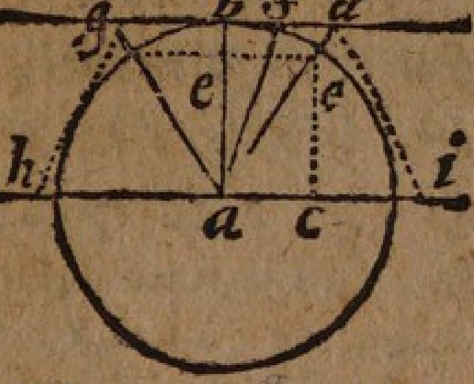
28. *Cognitis in triangulo rectangulo* a b d *duobus lateribus, invenire tertium latus per calculum.*

Sit crus *b d* 3. ulnarum, & crus *a d* 4. ulnarum : multiplica 3. per 3. & 4. per 4. ut exinde oriantur duo quadrata, quæ in summam collecta æqualia erunt quadrato hypotenusæ *a b* :(6 61.)& per consequens quadratum *a b*:(6.61. & per consequens quadratum *a b* est 9 plus 16. id est 25. Ut igitur mihi constet magnitudo *a b*, saltim sumo latus vel radicem quadratam ex 25. quæ est 5. & exinde concludo *a b* esse 5. ulnarum. Si hypothepotenusa *a b* 5. nota est cum uno latere, *a d* 4. tunc subtrahi debet quadratum 16. à quadrato 25. & restabunt 9 quorum radix est 3 magnitudo alterius cruris *b d*. Interdum accidit, ut duo quadrata crurum in unam summam collecta, non constituant numerum quadratum, vel ut quadratum unius cruris subtractum à quadrato hypotenusæ non relinquat numerum quadratum: ut si crura sunt 2. & 3. quadrata erunt 4 & 9. quæ addita faciunt 13. Sed 13. non est numerus quadratus & per consequens non habet exactam radicem; sed nihilominus dantur numeri, qui proxime accedunt, ut hic $3\frac{3}{5}$ est proxime radix ex 13 nam $3\frac{3}{5}$ in se multiplicatis, faciunt 13. minus $\frac{1}{25}$: & sic latus *a b* est $3\frac{3}{5}$ paulo majus.

Hic non traditur methodus extrahendi radices quadratas, quia hæc est regula Arithmeticæ, de qua hic non agitur.

29. *Computare tangentem, secantem & sinum 30. graduum.* Sit exempli gratia *b a* radius sive sinus totus, *a d* secans 30. grad. *b d* tangens, *c e* sinus; Observatu facile est, *b d* esse semissim lineæ *a d*: nam ducta *a g* alia secante 30. grad.

trian-



triangulum g a d erit æquilaterum: nam quivis angulorum g, d & a erit 60. grad. cum igitur b d sit semissis lineæ d g, etiam erit semissis lineæ a a: ob eandem rationem c e erit semissis lineæ a c. Posito igitur in triangulo rectangulo a e c, hypothenusam a c esse 2. & crus a c 1. & sublato quadrato 1. â quadrato 4. restabunt 3. æqualia quadrato lateris a e, quod æquale est c o (sinui arcus c, 1.60. graduum.) Sed si loco 2. & 1. pro a c & c e nos sumamus 1,000,000 & 500,000, quadratum ex c e, nimirum 250,000,000,000, subtractum à quadrato 1,000,000,000,000, relinquet 750,000,000,000, cujus radix quâm proxime est 866,025. pro a e vel c o sinu 60. graduum.

30. *Cognito* c e *sinu anguli cujuscunque, invenire* c o *sinum complementi hujus anguli.* Complementum anguli, est illud quod ad 90. grad. deest. Exempli gratia, si angulus c a b habuerit 30. grad. complementum illius erit 60. grad. nam 60. una cum 30. efficiunt 90. grad. Propositio hæc demonstrata est in præcedente.

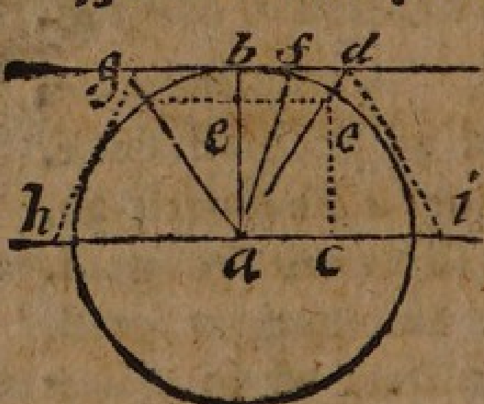
31. *Cognito* c e *sinu anguli, & sinu complementi, nimirum* c o *vel* a e; *invenire tangentem* b d, *& secantem* a d. Quia triangula *a e c* & *a b d* sunt similia, tunc sequitur *a e. c e* :: *a b. b d* :: & *a e. a c* :: *a b. a d* :: & sic per regulam trium in arithmetica, posito arcum *c b* esse 30. grad. elicitur tangentem *b d* esse 577, 350. & secantem *a d*, 1, 154, 700.

32. *Cognitis sinu, tangente & secante alicujus arcus* b c; *invenire sinum, tangentem & secantem medietatis arcus.* Ducta *a f* per medium arcus *b c*, erit *d f. f b* :: *a d, a b* (6. 72.) & per consequens dabitur tangens *b f* 15. grad. ut & sinus & secans eorundem 15. grad. Porro etiam denuo bifariam diviso arcu *b f*,

o I

dabitur sinus, tangens & secans 7. & 30. & postea 3. grad. 45. min. & sic in infinitum.

33. *Invenire sinum* c e 45. *grad.*



Est hic sinus æqualis sinui complementi eorundem 45. gr. nimirum *e a* & per consequens invenitur etiam tangens & medietas 22. 30. & 11. 15. &c.

34. *In-*

34. *Invenire sinum 36. grad.* Postquam circulo inscripsisti pentagonum, regulare, habebis proportionem lateris hujus pentagoni ad radium. (9 13) Sed latus hoc est chorda 72. grad. & semissis hujus chordæ est sinus medietatis 72. gr. & min. 36. Hac ratione cognitus est sinus 36 grad. & per consequens etiam tangens & secans ut & semis-

o o o I o I
ses 18. 9. 4. 30. 2. 15. &c.

35. *Invenire sinum, tangentem & secantem 12. grad. & medietatum*

o o o I I
6., 3., 1. 30., 45. &c. Postquam cognita est chorda 24. grad. quæ est latus polygoni regularis 15. laterum (9. 13.) etiam innotescet &c.

36. Omnibus his collectis habebimus sinus, tangentes & secantes angulorum,

I o I o I o I o I
45, 1. 30., 2. 15., 3. 45, 4. 30. & reliquos o-
I I
mnes de 45. ad 45.

37. *Invenire sinus omnium arcuum, qui sunt inter duos arcus jam inventos à 45. ad 45.* Instituenda est regula proportionum. Exempli gratia,

I I
cum sinus 45. sit 1308. erit sinus 1., 29. quia

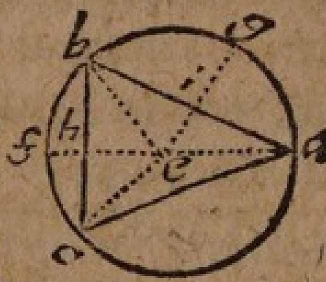
ut $45^{I}.\ 1^{I}.$ :: 1308. 29. ob eandem rationem ſinus 20^{I}. erit 581. Similiter, ut habeas ſinum $3^{o}\ 30^{I}$. ſic procedes: cum ſinus 3^{o}. ſit 5233. (9. 35.) & præterea ſinus $3^{o}.\ 45^{I}$. ſit 6540. (9. 32.) apparet hæc 45. minuta, quæ ſunt inter 3^{o}.& $3^{o}.\ 45^{I}$. importare 1307. pro augmentatione ſinus: nam ſublato 5233. ſinu 3. grad. à 6540. ſinu $3^{o}.\ 45^{I}$. reſtant 1307. Si igitur volueris indagare ſinum $3^{o}.40^{I}$. ſic dices: Si 45^{I}. (quæ ſunt poſt 3. grad. uſque ad $3^{o}.\ 45^{I}$.) important 1307. pro augmento ſinus, quantum augmenti inferent 30^{I}. quæ ſunt inter 3^{o}. & $3^{o}.\ 30^{I}$. peracta operatione invenio 871. quæ partes ſi addantur ad 5233. reſultabunt 6104. pro ſinu 3. 30. & ſic in reliquis omnibus.

Hac methodo conduntur tabulæ ſive ſinuum ſive tangentium & ſecantium omnium angulorum à minutis ad minuta ab 0. *usque ad* 90. *grad.*

Nota

Nota, per hanc ultimam regulam non invenire exacte sinus, quia sinus non eadem proportione cum arcubus sua augmenta capiunt: sed error tam exiguus est, ut non necessum sit exactiorem operationem instituere.

38. Mediantibus his tabulis computantur triangula, quia certi sumus in quovis triangulo latera inter se esse, ut sinus angulorum oppositorum: exempli gratia in triangulo *a b c*, ex centro *e* circulo circumscripto, perpendiculares *e i*, *e b*, divident bifariam latera *ab* & *bc* (4. 6.) hinc *a b. bc :: a i. b h.* Sed *a i* est



sinus anguli *a e i*, vel *a c b*, qui (4. 13.) illi æqualis, & similiter *b h* est sinus anguli *b e b* vel *b a c*: Ergo, &c.

39. Ex hoc principio, *cognitis duobus angulis & uno latere, vel duobus lateribus & uno angulo, invenire reliqua.* Operare per regulam proportionum; ut se habet unum latus cognitum ad sinum anguli oppositi noti; sic se habet alterum latus notum ad quartum numerum, qui erit sinus anguli alteri lateri oppositi. Vel m. si duo anguli sint cogniti cum uno latere, sic procedendum erit; ut se habet sinus anguli dati ad latus huic angulo oppositum: sic se habet sinus alterius anguli cogniti ad quar-

tum numerum, qui erit latus alteri huic angulo oppoſitum &c.

40. Operationes hæ nunc in compendium redactæ ſunt: nam ſoliciti fuerunt, non tantum ſinus & tangentes in tabulas redigere, ſed etiam illorum logarithmos, è regione reſpondentes; Ita ut loco multiplicationis & diviſionis, quam labore intolerabili in calculo ſinuum & tangentium adhibere neceſſum habemus, in applications logarithmorum ſaltim additione vel ſubtractione utamur: ut ſi in triangulo *ABC*, (9.18) cujus latus *A C* eſt notum nimirum

Sin. ang. A. 20 gr.	9. 5340517
A C. 10. ulnarum.	1. 0000000 0
Summa	10. 5340517.
Sin. ang. B. 10. gr.	9. 2367702.
Reſiduum quod eſt C B. 19, $\frac{7}{10}$ ulnarum.	1. 2943815.

10. ulnarum angulus *A B C* 10. grad. angulus *CAB* 20. grad quæreretur latus *B C*, dicendum eſſet, ut ſe habet ſinus anguli *B* (qui in tabulis eſt 17364.) ad latus *A C*, quod eſt cognitum 10. ulnarum: ſic ſe habet ſinus anguli *A* (qui eſt in tabulis 34202) ad latus

tus *C B.* quod quæritur: ad hoc quartum *C B* inveniendum necessum esset multiplicare secundum terminum 10. per tertium 34202. & productum 342020 dividere per primum 17364. quod prolixum est. Sed loco horum numerorum accipimus illorum logarithmos, addendo logarithmum 20 grad. logarithmo 10. ulnarum, & à summa auferendo logarithmum 10. grad. & restabit logarithmus 1.2943855. qui in tabula reperitur inter 19. & 20. ita ut latus C B ferme sit 20. ulnarum.

Libri, qui sinus & logarithmos tradunt, specialius hæc explicant. Nihilominus puto me tantum dixisse, quantum scire necesse est, ut quis in his omnibus proprio marte progredi possit. Addentur quædam aliæ proportiones hanc rem concernentes in continuatione hujus Geometriæ.

41. *Invenire lineam rectam, quæ quàm proxime æqualis sit circumferentiæ circuli.* Sumta duodecies *b d* tangente 30. grad. hisque duodecim tangentibus ita circa circulum dispositis, ut semper binæ & binæ ponantur in directum, ceu videre est in figura art. 27. in qua *d g* sunt duæ tangentes oppositæ, ita ut quælibet respondeat 30. grad. & similiter *g h*, & *d i*, &c. producetur hac ratione polygonum circumscriptum 6. laterum, cujus circum-

ferentia major erit circumferentia circuli (4. 27.) Si verò sinus *i e* duodecies sumatur, constituetur polygonum inscriptum 6. laterum, cujus circumferentia minor est circumferentia circuli. Hinc si radius *a b* datus sit partium 1, 000, 000, erit tangens *b d* 577, 350. duodecies sumta, id est, 6. 928, 200, major circumferentia circuli, & sinus *e c* 500,000 duodecies sumtus, nimirum 6, 000, 000, minor erit circumferentia circuli.

42. Sed si loco tangentis & sinus de 30. grad. quem duodecies sumsisti, nunc accipias tangentem & sinum unius gradus, nimirum 17455 & 17452. constituentur duo polygona, alterum circumscriptum 6, 283, 800. majus, & alterum inscriptum 6, 282, 720. minus circulo.

43. Tandem sit radius datus 100, 000, 000, 000. & accipiatur tangens & sinus unius minuti 21600 es, (nam tot sunt minuta in circulo) constituetur 628, 318, 512, 000 minus (nam sinus 1. minuti est 29, 088, 820.) & 628, 318, 533, 600. majus. (nam tangens 1. minuti est 29, 088, 821.) Et si hi tres numeri, radii nimirum, polygoni circumscripti & inscripti dividantur per 100, 000, restabunt pro radio 1, 000, 000: & perimeter polygoni circumscripti erit 6, 283, 185 $\frac{336}{1000}$ & perimeter inscripti erit 6, 283,

185

185 $1\frac{12}{100}$ Ita ut hæ duæ circumferentiæ, quarum altera est major circumferentia circuli, & altera minor, nihilominus inter se non differant centum millesima parte radii. Si quis voluerit sumere sinum & tangentem unius secundæ, immensum in modum proximior fieret æqualitas perimetrorum polygoni circumscripti & inscripti.

44. In praxi assumitur diametrum esse quam proxime ad circumferentiam ut 7. ad 22. id est, si semidiameter vel radius divisus sit in 7, circumferentia proxime continebit illarum partium 44: & hoc convenit cum eo, quod explicavimus. Nam 7. 44 :: 100. $628\frac{4}{7}$.

45. *Invenire aream circuli dati.* Si radius vel semediameter divisus sit in 1000, circumferentia proxime habebit 6283. Jam multiplicata semissi hujus circumferentiæ 3141. per radium 1000 erit productum 314 1000. pro tota area circuli: (4.41.) Si vero semidiameter fuerit alterius mensuræ exempli gratia 9. pollicum, dicendum erit 1000. 3141 :: 9. $16\frac{269}{1000}$ & ultimus hic numerus postea multiplicandus (qui esse debet semicircumferentia) per 9.

 (qui

(qui est semidiameter) & resultabunt $173\frac{421}{1000}$ pro area circuli.

Vt mihi videtur, magis commoda est hac proportio de 1000. ad 3141. quam illa quæ communiter adhibetur 7. ad 22.

46. *Metiri capacitatem parallelepipedi, vel cylindri.* Multiplica basin per altitudinem perpendicularem.

47. *Metiri pyramidem vel conum.* Multiplica tertiam partem bàseos per altitudinem.

48. *Metiri sphæram.* Multiplica tertiam partem superficiei per semidiametrum, vel etiam duas tertias maximi circuli per diametrum.

FINIS.

APPEN-

APPENDICIS LOCO
adjicere placuit
Caput nonum Part. IV.
ex

LOGICA SIVE ARTE COGITANDI,

ex Gallico ſermone in Latinum translata;

quia illud cum methodo auctoris noſtri maxime convenit.

De quibusdam defectibus in Geometrarum methodo passim obviis.

QVod in Geometrarum methodo obvium est, jam vidimus ad quinque regulas à nobis reductum, in quibus observandis nimii esse non possumus: & fatendum quidem est, rem esse prorsus admirabilem, tot occulta & eruta esse, & firmissimis rationibus demonstrata ope regularum adeo paucarum: ita ut inter omnes Philosophos soli Geometræ sint, qui suis è scholis & libris disputationes litesque exterminarunt.

Nihilominus si, sepositis præjudiciis, dicenda sententia sit, uti ea laude spoliari non debent, quod viam præ cæteris omnibus maxime certam instituerunt ad veritatem assequendam, ita negari non potest, quin in aliquos defectus lapsi sunt, qui à fine quidem proposito eos non averterunt, sed tamen per devia & incommodas viarum asperitates circumduxerunt. Et hoc illud est quod tractis ipsius Euclidis exemplis conabor ostendere.

DEFECTUS PRIMUS.

De certitudine, quàm de Evidentia; de intellectu convincendo, quam illuminando magis laborare.

Lau-

Laudi Geometris dandum, quod nihil proferant nisi certum & demonstratum. Sed videntur non satis animadvertisse ad perfectam alicujus veritatis scientiam, non sufficere illam habere pro vera & demonstrata, si insuper rationibus petitis ab ipsis rei cognitæ visceribus penitissimè non pervideamus, cur illa vera sit. Nam quamdiu citra hoc genus certitudinis consistimus, animis nostris plenè factum non erit satis, altiorem, quippe penitioremque rerum cognitionem concupiscimus, quòd indicio est, nos veram perfectamque cognitionem nobis nondum comparavisse. Dici potest, quod hic Defectus cæterorum, quos infra perstringemus, causa sit & origo; ac proinde non est cur illi denudando diutius hoc loco immoremur, cum id in sequentibus fiet.

DEFECTUS SECUNDUS.

Ea probare, quæ probatione non egent.

Fatentur Geometræ non esse probanda, quæ ex se clara sunt: Ea tamen sæpissime probant. Quia cum ad assensum extorquendum magis, quàm ad intellectum illuminandum sese, uti diximus, applicuerint, hoc abundantius crediderunt se fuisse præstituros, si res etiam evidentes probatiunculis stabilirent, quám si easdem simpliciter proponerent, agnoscendamque menti evidentiam committerent.

Hoc illud est, quod Euclidem impulit ad

probandum duo trianguli latera simul sumpta esse tertio majora. Quamvis hoc ex ipsa lineæ rectæ notione evidens sit, quæ est earum brevissima, quæ inter duo puncta duci possunt; & quæ est naturalis mensura intervalli, quo punctum à puncto distat: quod tamen non foret, si omnium linearum brevissima non esset, quæ à puncto ad punctum ducuntur.

Hoc etiam illum compulit, ut Problema demonstrandum faceret, quod poterat inter postulata reposuisse, sc. *ducere lineam æqualem lineæ datæ.* Quamvis hoc facillimum sit, imò facilius quam circulum dato radio describere.

Procul dubio hic defectus ex eo ortum duxit, quod Euclides non considerarit omnem certitudinem omnemque evidentiam cognitionum nostrarum in scientiis naturalibus huic principio inniti: *Quicquid in clara & distincta Idea alicujus continetur, potest de illo verè affirmari.* Ex quo sequitur, si per simplicem tantùm Ideæ considerationem, nullis aliis Ideis ascitis, cognosci potest attributum in illa Idea contineri, propositionem debere pro evidenti & clara haberi, quemadmodum superius dictum est.

Novi equidem esse quædam prædicata, quæ minori negotio cognoscuntur Ideis inesse, quam alia; sed si inesse cognosci possint mediocri attentione, ita ut nullus, cui ſana mens, de eorum connexione poſſit ſeriò dubitare, ſufficere arbitror, ut Propoſitiones ejusmodi, ex Idearum ſimplici conſideratione enatæ, principiorum loco ſint, quæ demonſtratione non indigeant: Sed, ut plurimum, brevi aliqua explicatione. Ac proinde contendo neminem, qui vel tantillum ad ideam lineæ rectæ attenderit, non eſſe perſpecturum, non tantùm quod à duobus punctis ejus notio dependeat, (quod Euclidi poſtulatum eſt) ſed etiam, idque facilè & clariſſimè, quòd, (ſi linea recta rectam ſecet, ſintque in ſecante duo puncta, quorum utrumlibet æqualiter diſtat à duobus punctis in linea ſecta) quòd, inquam, aliud in ſecante dari punctum non poſſit, quod non æqualiter diſtet à duobus punctis in linea ſecta aſſignatis. Ex his facilè cognoſci poterit, quando linea ad lineam erit perpendicularis, ſine angulorum triangulorumque auxilio, quæ tum demum tractari debent, cum multa fuerint demonſtrata, quæ non niſi ope linearum perpendicularium demonſtrari poſſunt.

Obſervatione etiam dignum eſt, maximos Geometras pro principiis ponere Propoſitiones hac noſtra multo obſcuriores. Archimedes etenim pulcherrimas ſuas demonſtrationes huic axiomati inædificavit. *Si duæ lineæ in eodem plano easdem extremitates habent; & ſi curvæ vel cavæ ſint ver-*

sus eandem partem, contenta minor erit continente.

Fateor equidem, probare id, quod probatione non indiget, vitium videri quam minimum, imò in se nullum esse: Est tamen, si ea consideremus, quæ inde sequuntur. Hinc enim illa naturalis ordinis inversio oritur, de quo infra agemus, cum hæc prurigo ea probandi, quæ pro claris ex se & evidentibus supponi debent, ipsos Geometras adegerit, ad illa tractanda, (ut scil. iis probandis inservire possent, quæ probari non debebant) quæ postea tantum secundum naturalem rerum ordinem essent resumenda.

DEFECTUS TERTIUS.

Demonstrare per impossibile.

Hoc genus demonstrationum, quo quid demonstratur, non per propria rei principia, sed per aliquod (si res aliter sese haberet,) inde subsequuturum absurdum, apud Euclidem frequentissimum est. Cum tamen manifestum sit, tales demonstrationes assensum quidem nostrum extorquere, non autem intellectum clarigare: qui tamen scientiarum finis præcipuus esse debet. Animus enim noster tranquillus quietusque non fit, nisi sciat & rem esse, & rationem cur ita sit, quod non habetur à Demonstratione deducente ad impossibile.

Non tamen omnino rejiciendæ sunt tales demonstrationes: nam adhiberi possunt ad

pro-

probandas conclusiones negativas, quæ propriè corollaria tantum sunt aliarum propositionum, vel ex se evidentium, vel aliàs demonstratarum. Et tunc etiam hoc genus demonstrationis ad impossibile adigens, explicationis potius loco habendum est, quàm novæ demonstrationis.

Tandem dici potest hasce demonstrationes tunc tantum admittendas, cum aliæ excogitari non possunt. Culpa tamen non caret, qui illis utitur ad conclusiones positivas probandas. Jam verò multa sunt in Euclide hoc modo demonstrata, quæ tamen facili negotio aliter possent demonstrari.

DEFECTUS QVARTUS.

Demonstrare per aliena & remota.

Hoc vitium apud Geometras Communissimum est: parum illi solliciti sunt, unde probationes accersant, modo demonstrativas nanciscantur; cum tamen demonstratio imperfectissima sit, quæ instituitur per aliena & remota, à quibus res demonstratæ secundum naturæ ordinem non dependent.

Dictis lucem ab exemplis fœnerabimur. Euclides l. 1. pro. 5. probat triangulum Isosceles habere duos angulos ad basim æquales, ad hoc, latera æqualiter producit, nova hinc triangula fabricatur, quæ demum cum aliis jam factis comparat.

Nunquid autem incredibile non est, rem adeò facilem, ac est hæc angulorum æqualilitas, tantis ambagibus indigere ad sui probationem. Nunquid quidpiam magis ridiculum, quàm hanc angulorum æqualitatem à peregrinis illis angulis deducere; cùm naturalem ordinem servanti, & facilimi & maxime naturales modi quam plurimi se offerant illam æqualitatem probantes.

Propositio 47. l. 1. quæ probat quadratum basis angulo recto subtensæ, æquale esse quadratis reliquorum laterum, inter Euclideas propositiones decantatissima est. Evidens tamen est adductam demonstrationem naturalem non esse, cum æqualitas quadratorum à triangulorum æqualitate non dependeat, quod tamen est hujus demonstrationis medium; sed à linearum proportione, quæ facile potest demonstrari ope solius perpendiculi, ab angulo recto ad basin demissi.

Euclides totus scatet hujusmodi demonstrationibus à remotis & alienis.

DEFECTUS QVINTUS.

Non observare naturalem rerum ordinem.

Turpissimum Geometrarum vitium hoc est; nullum enim illi ordinem sibi observandam rati sunt, modo priores propositiones ita disponant, quæ posterioribus possint demonstrandis inservire; ac proinde veræ methodi regulas negligentes, (qua docemur à simplicibus, & maxime generalibus semper ordiri, ut demum ad composita & particula.

cularia deſcendamus,) omnia confundunt; unà lineas & ſuperficies, triangula & quadrata commiſcent; figurarum ope linearum proprietates demonſtrant, aliaque multa invertunt, unde ſcientiæ pulcherrimæ labes fœdiſſima aſpergitur.

In Euclidis Elementis creberrimum eſt hoc vitium. Cum quatuor prioribus libris de extenſo actum fuerit, quinto agitur de proportione omnimodarum generaliter magnitudinum: ſexto extenſum reſumitur: ſeptimo, octavo, & nonò de numeris differitur, ut de extenſo demum agatur in decimo. En præpoſterum omnium ordinem! ſed etiam in particularibus infinities peccat, primũ librum orditur à conſtructione trianguli æquilateris, & demum, poſt duas ſupra viginti propoſitiones, generalem methodum præſcribit trianguli conficiendi ex datis tribus lineis rectis, modo duæ ſint tertia majores, quod ex conſtructione trianguli æquilateris ſuper linea data notum erat.

Nihil de lineis perpendicularibus demonſtrat, vel de parallelis, niſi per triangula. Superficierum dimenſiones cum dimenſionibus linearum confundit.

Libro primo pro. 16. demonſtrat, producto latere trianguli, angulum exteriorem majorem altero interiorum oppoſitorum, &, inferius poſt 16. propoſitiones, probat hunc angulum eſſe æqualem duobus rectis.

Ex-

Exſcribendus nobis eſſet Euclides, ſi omnia hujus vitii exempla vellemus adducere.

DEFECTUS SEXTUS.

Non adhibere diviſiones & partitiones.

Et hujus vitii accuſanda Geometrarum methodus. Non quod Generum de quibus agunt omnes ſpecies non notent, ſed quia id faciunt terminos ſimpliciter definiendo, definitiones tum ſubjiciendo, cum tamen declarare deberent & genus tot ſpecies habere, & plures non poſſe habere, quia Generalis Idea Generis plures recipere differentias non poteſt; quod multum lucis afferret ad generis ſpecieique naturas penitius cognoſcendas.

Exempli libro primo Euclidis habentur definitiones omnium ſpecierum trianguli; ſed quis non videt multum claritatis affulſurum, ſi ita illæ proponerentur.

Triangulum dividi poteſt, vel ſecundum latera, vel ſecundum angulos.

Latera ſunt vel Omnia æqualia, & vocatur *Æquilaterum*. Vel Duo tantum æqualia, & vocatur *Iſoſceles*. Vel Omnia inæqualia, & vocatur *Scalenum*.

Anguli ſunt vel Omnes acuti, & vocatur *Oxigonum*. Vel Duo tantum acuti, & tunc tertius eſt. Vel Rectus, & dicitur *Rectangulus*. Vel Obtuſus, & dicitur *Ambligonium*.

Præ-

Præſtat autem, tum demum hanc trianguli diviſionem tradere, cum prius explicatæ & demonſtratæ fuerint generales trianguli proprietates, unde poterit cognoſci duos ſaltem angulos in triangulo debere eſſe acutos, quia tres junctim duobus rectis æquivalent.

Hoc vitium coincidit cum illo inverſi ordinis: non enim debemus de ſpeciebus agere vel eas etiam definire niſi poſtquam probe ipſum genus cognovimus, præſertim ſi multa de genere dici poſſunt & explicari, ſine ſpecierum mentione.

INDEX
Vocum in hac Geometria explicatarum.

Primus numerus notat librum, & reliqui articulum.

A.

C

Cru-

Minu.

Ra-

(o)

M. O. m

Weg. 18/XII.

36 x