

**Philosophiae Newtonianae institutiones, in usus academicos / G.J. s'Gravesande.**

**Contributors**

Gravesande, Willem Jacob 's, 1688-1742

**Publication/Creation**

Lugduni Batavorum : Apud Petrum vander Aa ..., 1723.

**Persistent URL**

<https://wellcomecollection.org/works/fs4dmp3p>

**License and attribution**

This work has been identified as being free of known restrictions under copyright law, including all related and neighbouring rights and is being made available under the Creative Commons, Public Domain Mark.

You can copy, modify, distribute and perform the work, even for commercial purposes, without asking permission.



Wellcome Collection  
183 Euston Road  
London NW1 2BE UK  
T +44 (0)20 7611 8722  
E [library@wellcomecollection.org](mailto:library@wellcomecollection.org)  
<https://wellcomecollection.org>





25, 434 / A

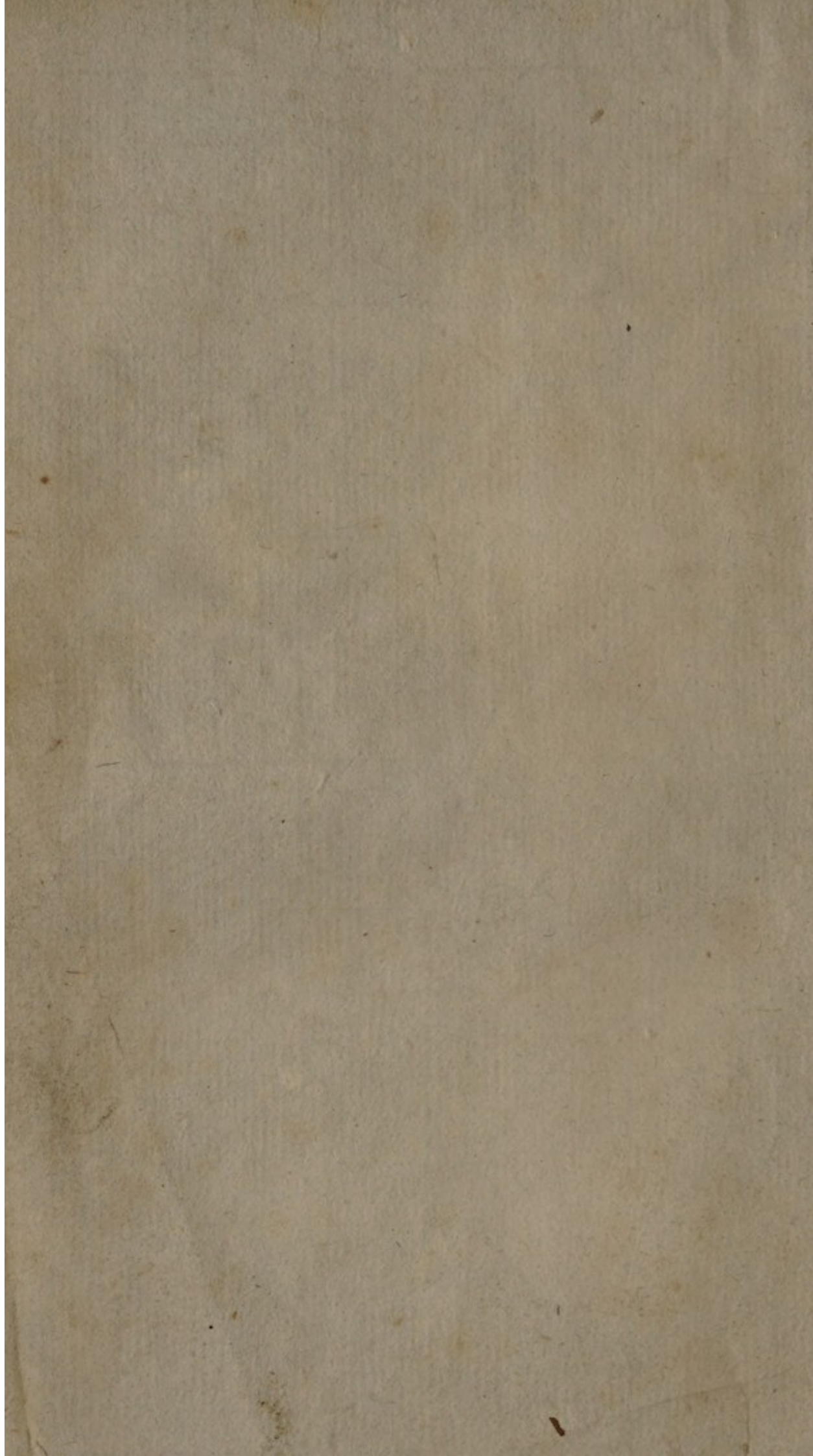
175

R  
W<sup>2</sup> (147)  
em

175









42550

G. J. 's GRAVESANDE,  
PHILOSOPHIÆ  
NEWTONIANÆ  
INSTITUTIONES,  
In Uſus  
ACADEMICOS.



LUGDUNI BATAVORUM  
Apud **PETRUM VANDER Aa,**  
*Bibliopolam & Typographum Academiae atque Civitatis,*

---

MDCCLXIII.  
*Cum Speciali Privilegio Præpotent. Ordd. Hollandiæ &  
West-Frisiæ*







A D

# LECTOREM.

**I**N usum auditorum destina-  
ta erant, quæ ante paucos  
annos publici juris feci *Phy-  
sices Elementa Mathemati-  
ca, Experimentis confirmata*. In his  
non modo Experimenta, quibus pro-  
positiones aut probantur, aut diluci-  
dantur, exacte exponuntur; deli-  
neationesque Machinarum, quarum  
ope instituuntur, exhibentur; sed &  
quæ in Experimentis instituendis ob-  
servanda sunt, summa cum cura, me-  
morantur. Licet hæc omnia videan-  
tur minus necessaria auditoribus, qui-  
bus ipsa experimenta in annuo dis-  
cursu demonstrantur, utile nihilomi-  
nus mihi visum fuit, si experimenta,  
quorum oculati testes fuerant, tempore  
quocunque in memoriam revocare  
possent; aliisque & hoc non ingra-  
tum futurum, persuasum habui. Eo



## AD LECTOREM.

coactus fui eligere formam præ magnitudine, ufui quo præcipue Elementa destinabantur, minus commodam. Minori ideo formâ eadem nunc recudi curavimus, ut dum, in ante edito tractatu, sibi auditores in memoriam revocant, quæ à nobis coram oculis exponuntur, in portatili volumine ea habeant, quæ circa Physicam in privatis & publicis exercitiis explicamus.

In hanc autem formam ut memorata Elementa reduci possent, ita fuere immutanda, ut servato eodem titulo, minorem hunc librum tradere non ausus fu-  
rim.

Experimentorum quibus propositiones aliunde demonstratæ confirmantur, aut dilucidantur, nulla hîc fit mentio; illorum verò, quibus quæ naturæ leges spectant deteguntur, ea tantum memorantur quæ ad, inde deductas, conclusiones, intelligendas, necessaria sunt. Ubique tamen Experimentum auditoribus exhibetur, de eo hac nota mone-  
tur, (*Exp.*).



## AD LECTOREM.

Varia etiam mutavi; addidi quoque demonstrationes plurimarum propositionum, in majori libro tantum indicatarum, aut Experimentis tantum confirmatarum; ita ut pauca tantum quæ subtiliores Matheſeos partes ſpectant non demonſtrata memorentur.

Mutationes præcipue vires ſpectant corporibus motis inſitas, quas ut acutiſſimo ingenio præditus Philoſophus percepit HUGENIUS\*, & ut aperte declaravit dignus qui inter ſummos referatur Philoſophos LEIBNITIUS†, quadratis velocitatum proportionales ſtatuimus.

Quæ hac de re hic diſputantur, & quæ alibi de eadem explicavi‡, non omnem ſcrupulum ſublatura multis ex iis qui contrariam, magisque receptam, ſententiam amplexi ſunt, ſatis perſuaſum habeo; ſed hoc aſſerere auſim, illis, qui vires proportionales ſtatuunt effectibus quibus conſumuntur,

\* 3 quod

\* Vide *Histoire des Ouvrages des Sçavans*, anni 1690. Menſ. Jun. pag. 451. in fine & ſeq.

† In variis locis Actorum Lipſienſium.

‡ Vide *Journal Littéraire*, Tom. 12<sup>me</sup>. pag. 1. & 190.



## AD LECTOREM.

quod ex legibus, continuationis motus, & reactionis actioni æqualis, clare sequi videtur, nullum dubium superfuturum. Directe enim & immediate constat Experimentis, hos effectus, five agatur de partibus corporum mollium intropremendis, five de partibus elasticis flectendis, esse inter se, si vires integræ consumantur, in ratione composita simplicis massarum & duplicatæ velocitatum; ita ut propositi veritas ad oculum pateat. \*.

Qui sententiam contrariam defendunt, non effectum solum considerandum dicunt, sed & ad tempus, in quo exeritur, attendendum; ideoque duas vires æquales, si inæqualibus temporibus consumantur, inæquales dum consumuntur edere effectus, quod an non legi reactionis ipsi actioni æqualis adversetur lectori dijudicandum relinquo, cum agatur de effectibus integris virium æqualium. Elastrium inflexum, dum relaxatur, vim exerit æqualem

\* *Ibid* pag. 21. c. 193.]



## AD LECTOREM.

lem illi cum qua fuit flexum, nisi quantum attritu partium vis quædam destruitur, hoc nemo negabit; vis autem quam exerit, dum relaxatur, pendet à gradu inflexionis, & minime interest utrum lentius, an celerius, fuerit incurvatum; in inflectendis ergo æqualiter duobus ælasteriis similibus vires æquales consumuntur, hoc unicuique ponimus postulatum. Nonne aqua æquali copiâ in vase continetur, siue velocius siue lentius adfluxerit, si modo vas repleatur?

Quis negabit effectum sequi rationem compositam, intensitatis actionis, & temporis quo durat actio? ideoque, ubi effectus sunt æquales, producta intensitatum per tempora esse æqualia; & producta hæc differre ut differunt effectus: quibus comparatis, comparantur producta, non attendendo ad tempora, quæ non mutatis effectibus variari possunt, variatis in eadem, sed inversa ratione, intensitatibus actionum. Eadem vis corpori mo-



## AD LECTOREM.

to infita eo brevius consumitur, quo  
obstaculum magis resistit, sed eo auge-  
tur intensitas actionis, productumque,  
temporis per hanc intensitatem, non  
mutatur.

Licet autem respectu virium mensu-  
ræ NEWTONI sententiam non secu-  
tus fuerim, Philosophiam NEWTO-  
NIANAM vocare illam, quæ hic tra-  
ditur, non dubitavi, licet & de aliis  
inventis aliorum exponantur.

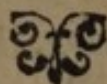
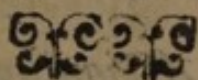
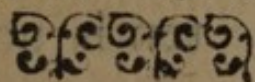
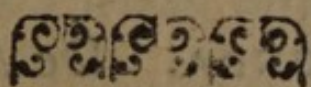
Quam vir præclarus primus tradidit  
summi Philosophi dignissima Soni  
Theoria; quæ, cum subtilissimi inge-  
nii perspicacitate, indefessum conjun-  
gens laborem, circa colores, innu-  
meros Philosophorum corrigens erro-  
res, detexit; Quæ pro ingenii robore,  
& amplitudine, de causis motuum cœ-  
lestium investigavit; multaque alia vi-  
ri, nunquam ab ingenuis veræ Philo-  
sophiæ cultoribus satis celebrandi, in-  
venta, in hisce *Institutionibus* explican-  
tur; ita ut præcipua hujus operis pars  
candido illi rerum scrutatori debea-  
ur .

Sed



## AD LECTOREM.

Sed & alio respectu *Philosophiæ* NEWTONIANÆ hæ vocantur *Institutiones*; nam merito NEWTONIANAM vocamus Philosophiam, in qua ex Phænomenis, rejectis Hypothesibus conclusiones deducuntur; nullus enim ante NEWTONUM methodum hanc caste secutus est, nequidem hanc sibi in omnibus sequendam proposuit. Si illorum, licet præclarorum, & de vera Philosophia bene meritorum, virorum, qui à quibusdam ut NEWTONI in hac Philosophia antecessores memorantur, opera perpendantur, non illos omnem Hypothesium fictionem ex Physicis esse proscribendam statuissè, haud difficulter patebit.





# INDEX CAPITULUM.

## LIBER PRIMUS.

PARS PRIMA. De Corpore in genere.

CAP. I. <i>De scopo Physices, &amp; regulis philosophandi.</i>	Pag. 1
II. <i>De Corpore in genere.</i>	3
III. <i>De Extensione, Soliditate, &amp; Vacuo.</i>	4
IV. <i>De Divisibilitate Corporis in infinitum, &amp; partium subtilitate.</i>	6
V. <i>De cohæsione partium, ubi de Duritie, Mollitie, Fluiditate, &amp; Elasticitate.</i>	9
VI. <i>De Motu in genere, ubi de Loco, &amp; Tempore.</i>	13

PARS SECUNDA. De Actionibus Potentiarum.

CAP. VII. <i>De Actionibus Potentiarum comparandis.</i>	15
VIII. <i>Generalia circa Gravitationem.</i>	18
IX. <i>De Trochlea simplici, Libra, &amp; Centro Gravitatis.</i>	19
CAP	



# INDEX CAPITUM.

CAP. X. <i>De Machinis simplicibus.</i>	23
XI. <i>De Machinis compositis.</i>	31
XII. <i>De Potentiis obliquis.</i>	33

## PARS TERTIA. De Motibus, Potentiarum actionibus, variatis.

CAP. XIII. <i>De Naturæ legibus Newtonianis.</i>	39
XIV. <i>De Acceleratione, &amp; Retardatione Gravium.</i>	42
XV. <i>De Descensu gravium super plano inclinato.</i>	46
XVI. <i>De Oscillatione pendulorum.</i>	49
XVII. <i>De Projectione Gravium.</i>	58
XVIII. <i>De Viribus centralibus.</i>	63

## PARS QUARTA. De Viribus infitis, & Collisione corporum.

CAP. XIX. <i>De Viribus corporibus motis infitis.</i>	74
XX. <i>De Collisione corporum.</i>	78
XXI. <i>De Congressu corporum Elasticorum.</i>	85
XXII. <i>De Motu composito.</i>	89
XXIII. <i>De percussione obliqua &amp; composita.</i>	92
XXIV. <i>De legibus Elasticitatis.</i>	95
* 6	Ll.



# INDEX CAPITUM.

## LIBER SECUNDUS.

### PARS PRIMA. De Gravitate & Pressione Fluidorum.

- CAP. I. *De Gravitate partium Fluidorum, &  
illius effectu in ipsis fluidis.* 105  
II. *De Actione fluidorum in fundos, &  
latera vasorum, quibus continen-  
tur.* 108  
III. *De Solidis fluidis immersis.* 110  
IV. *De comparandis corporum Densitati-  
bus.* 116

### PARS SECUNDA. De Motu & Resistentia Fluidorum.

- CAP. V. *De Celeritate fluidi, ex pressione  
fluidi superincumbentis.* 118  
VI. *De Resistentia Fluidorum.* 119  
VII. *De Fluidis profluentibus.* 132  
VIII. *De Fluido ex vasis profluente, &  
Irregularitatibus in isto motu.* 138  
IX. *De Cursu Fluminum.* 143  
X. *De Motu Undarum.* 150

PARS



# INDEX CAPITUM.

## PARS TERTIA. De Aëre fluido Elastico.

### CAP. XI. *Aërem fluidi proprietates habere.*

157

### XII. *De Aëris Elasticitate.*

159

### XIII. *De Machina Pneumatica, & quibusdam Machinis, quarum effectus ab aëre pendent.*

164

### XIV. *De Aëris Motu Undulatorio, ubi de Sono.*

166

## LIBER TERTIUS.

### PARS PRIMA. De Igne.

### CAP. I. *De Ignis proprietatibus in genere.*

185

### II. *Ignem corporibus adhærere, & hisce contineri. Ubi de Electricitate.*

186

### III. *De motu Ignis. Ubi de Calore & Lumine.*

190

### IV. *De Dilatatione ex Calore.*

194

### PARS SECUNDA. De Inflexione, Refractione, & Reflexione Luminis.

### CAP. V. *De Inflexione Radiorum Luminis.*

197



# INDEX CAPITUM.

CAP. VI. <i>De Luminis Refractione, &amp; hujus legibus.</i>	199
VII. <i>De Luminis Refractione quando Media superficie planâ separantur.</i>	208
VIII. <i>De Refractione Luminis, positis Mediis superficie sphericâ separatis.</i>	211
IX. <i>De motu Luminis trans Medium densius. Ubi de Lentium affectionibus.</i>	218
X. <i>De Visu. Ubi de Oculi constructione.</i>	221
XI. <i>De visione trans Vitra, &amp; corrigendis quibusdam Oculorum vitiis.</i>	229
XII. <i>De Microscopiis &amp; Telescopiis.</i>	234
XIII. <i>De Reflexione Luminis.</i>	240
XIV. <i>De Speculis planis.</i>	245
XV. <i>De Speculis sphericis.</i>	246

## PARS TERTIA. De Opaco & Coloribus.

CAP. XVI. <i>De corporum opacitate.</i>	253
XVII. <i>De diversâ Radiorum Solarium refrangibilitate.</i>	256
XVIII. <i>De Radiorum Coloribus, &amp; horum immutabilitate.</i>	261
CAP.	



# INDEX CAPITUM.

CAP. XIX. <i>De Colorum permixtione. Ubi de Albore.</i>	265
XX. <i>De Iride.</i>	267
XXI. <i>De tenuium Laminarum Coloribus.</i>	274
XXII. <i>De corporum naturalium Coloribus.</i>	280

## LIBER QUARTUS.

### PARS PRIMA. De Mundi Systemate.

CAP. I. <i>Idea generalis Systematis Planetarii.</i>	285
II. <i>De Motu Apparenti.</i>	294
III. <i>De Phænomenis Solis ex motu Telluris in Orbitâ.</i>	297
IV. <i>De Phænomenis Planetarum Inferiorum, ex horum, &amp; Telluris, motibus in Orbitis suis.</i>	299
V. <i>De Phænomenis Planetarum Superiorum ex horum, &amp; Telluris, motibus in Orbitis suis.</i>	303
VI. <i>De Phænomenis Satellitum ex motu horum in Orbitis. Ubi de Eclipsibus Solis, &amp; Lunæ.</i>	304
VII. <i>De Phænomenis ex motu Solis, Planetarum, &amp; Lunæ circa Axes.</i>	311
	CAP.



# INDEX CAPITUM.

- CAP. VIII. *De Phænomenis Telluris superficiem, & peculiares hujus partes, spectantibus.* 315.  
IX. *De Phænomenis ex motu Axeos Telluris.* 328  
X. *De Stellis fixis.* 329

## PARS SECUNDA. Motuum Cœlestium causæ Physicæ.

- CAP. XI. *De Universali Gravitate.* 332  
XII. *De Materia Cœlesti; Ubi vacuum dari probatur.* 341  
XIII. *De Motu Telluris.* 346  
XIV. *De Densitate Planetarum.* 350  
XV. *Totius Systematis Planetarii Explicatio Physica.* 356  
XVI. *Motus Lunæ Explicatio Physica.* 363  
XVII. *De Planetarum Figuris.* 383  
XVIII. *Motus Axeos Telluris Explicatio Physica.* 388  
XIX. *De Æstu Maris.* 390  
XX. *De Lunæ Densitate & Figurâ.* 397



# PRIVILEGIE.

**D**e Staaten van Holland ende Westvrieſland  
doen te weeten. Alzoo Ons vertoon d is by Pieter van-  
der Aa, Boekverkoopet te Leyden, dat hy Suppliant voor ee-  
nige tyd, in Vier curieuſe kopere bladplaten, had uytgevoert  
de *Tabula Chronologica Imperatorum, Regum, Dynaſtarum, Vr-  
bium, Paparum, Rerum, Virorumque Illuſtrium, a Mundo condi-  
ta, ad Annum 1714.*, en die hy vervolgens, van tyd tot tyd,  
zoude vermeerderen; En nu nog onder handen hadde om te  
drukken, *Guiljelmi Jacobi ſ' Gravesande Inſtitutiones Philoſophia  
Newtoniana, in Vſus Academicos, in Duodecimo, cum Figuris*;  
Dog alzoog de Suppliant bedugt was, dat eenige nydige of baat-  
zoekende menſchen, 't zy binnen of buyten 's Lands, hem de  
voorz. *Tabula Chronologica* en 's *Gravesande Inſtitutiones Philoſo-  
phia Newtoniana* mogten komen naa te drukken, waar door hy  
van zijne koſten en arbeyd, daar aan gedaan, of nog te doen,  
verſteecken zoude zijn: zoo keerde de Suppliant zig tot Ons,  
oetmoedelijk verzokende Ons Oefroy op de voorz. *Tabula Chro-  
nologica*, en 's *Gravesande Inſtitutiones Philoſophia Newtoniana*,  
in *Vſus Academicos*, om dezelve voor den tyd van 15. agter-  
eenvolgende jaaren, alleen, met Secluſie van allen anderen, hier  
te Lande te mogen drukken, uyt te geeven en te verkoopen, in  
zoodaanige Taalen en Formaaten, als den Suppliant voor zija  
interest beſt oirbaar zoude vinden: met expreſ verbod aan allen  
ende eenen yegelijken, buyten hem Suppliant, of die zijn Actie  
of Regt namaals mogten verkrijgen, de voorn. *Tabula Chrono-  
logica Imperatorum, Regum, Dynaſtarum, Urbium, Paparum, Re-  
rum, Virorumque Illuſtrium*, in 't Latyn; Midtſgaders *Guiljelmi  
Jacobi ſ' Gravesande Inſtitutiones Philoſophia Newtoniana, in Vſus  
Academicos*, in eenigerhande Taalen te drukken, naa te drukken,  
te doen naa drukken, uyt te geeven, te verkoopen, ofte te ver-  
handelen, in 't geheel, nog ten deele, nog met nog zonder plaa-  
ten, nog onder pretext van vermeerdering, verbetering, veran-  
dering van naam, valsche Tytels, ofte hoedaanig het ook genoemt  
zoude mogen werden, ofte in eenigerhande Taal of Taalen, buy-  
ten dezen Lande gedrukt werdende dezelve niet te mogen inbren-  
gen, te verhandelen ofte te verkoopen, alles t'elkens op ver-  
beurte van alle de naagedrukte, ingebragte, verhandelde of ver-  
kogte Exemplaren, midtſgaders, daar en boven, een Boete van  
Drie duyzent guldens, by Ons tegen de Contraventeurs te ſtel-  
len,



# P R I V I L E G I E.

len, zoo dikwils en menigmaal, als dezelve zouden werden agterhaalt. ZOO IS'T, dat Wy de zaake ende 't voorsz. verzoek overgemerkt hebbende, ende geneegen wezende ter bede van den Suppliant, uyt Onse regte wetenschap, Souveraine Magt, ende Authoriteyt, den zelven Suppliant geconsenteert, geacordeert, ende geöctroyeert hebben, consenteeren, accordeeren ende Oötroyeeren hem by dezen, dat hy, geduurende den tyd van Vyftien eerst agter eenvolgende laaten, de voorsz. *Tabula Chronologica Imperatorum, Regum, Dynastarum, Virium, Paparum, Rerum, Virorumque Illustrium, a Mundo condito ad annum 1714.* ende die hy vervolgens, van tyd tot tyd, zonde vermeerderen, midsgaders *Guiljelmi Jacobi's Gravesande Institutiones Philosophiae Newtonianae, in Vfus Academicos, in Duodecimo,* binnen den voorsz. Onsen Lande, alleen zal mogen drukken, doen drukken, uytgeeven, ende verkoopen, met de figuren: Verbiedende daat omme allen ende eenen yegelyken, het zelve Boek ende de voorsz. *Tabula Chronologica,* in 't geheel ofte ten deel, te drukken, naa te drukken, te doen naa drukken, te verhandelen ofte te verkoopen, ofte, elders naagedrukt, binnen den zelven Onsen Lande te brengen, uyt te geeven, te verhandelen ofte te verkoopen, op verbeurte van alle de naagedrukke, ingebragte, verhandelde, ofte verkogte Exemplaren, ende een boete van Drie duyzent guldens daar en boven te verbeuren, te appliceren een Derde-part voor den Officier, die de Calange doen zal, een Derde-part voor den Armen der plaatse daar het Casus voorvallen zal, ende het resterende Derde part voor den Suppliant, ende dit t'elkens, zoo menigmaal, als dezelve zullen werden agterhaalt; Alles in dien verstande, dat Wy den Suppliant met dezen Onsen Oötroye alleen willende gratificeren tot verhoedinge van sijne schaade, door het naadrukken van het voorsz. Boek ende de *Tabula Chronologica,* daar door, in geenigen deele verstaan, den innehouden van dien te autoriseren, ofte te advouëren, ende veel min dezelve onder Onse Protectie ende Bescherminge, eenig meerder credit, aanzien, ofte reputatie te geeven; Nemaar, den Suppliant in cas daar inne iets onbehoorlykx zouds influëren, alle het zelve, tot zijnen Last, zal gehouden wesen te verantwoorden: tot dien eynde wel expresselijk begeerende, dat, by aldien hy dezen Onsen Oötroye voor her zelve Boek zal willen stellen, daar van geen geabbrevieerde ofte gecontraheerde mentie zal mogen maaken, nemaar gehouden wesen het zelve Oötroy, in 't geheel, en, zonder eenige omiffie, daar voor te drukken, ofte te doen drukken, ende dat hy gehouden zal zijn een Exemplaar

van



# PRIVILEGIE.

van het voorsz. Boek gebonden en wel geconditioneert te brengen in de Bibliotheecq van Onse Vniversiteyt tot Leyden, en daar van behoorlijk te doen blycken: alles, op poene van het effect van dezen te verliezen; Ende, ten eynde de Suppliant dezen Onsen Consente ende Oôtroye moge genieten, als naar behooren, Lasten Wy allen ende eenen yegelyken dien het aangaan mag, dat sy den Suppliant van den inhouden van dezen doen, laten ende gedoogen rustelijk, vredelijk, ende volkomentlijk genieten ende gebruyken, cesserende alle beletten ter contrarie; Gegeven in den Hage, onder Onsen grooten Segele, hier aan doen hangen, op den Twaalfden February, in 't Jaar Onses Heeren ende Saligmakers Duyzent Seven hondert Drie en twintig.

*Was getekend,*

W. V. WASSENAER.

Lager stond,

Ter Ordonnantie van de Staaten

SIMON VAN BEAUMONT.



AVIS



## C O R R I G E N D A.

p. 4. l. 3. *dele* in. p. 66. l. 6. a fine. *lege* in infinitum l. 5.  
 & 4. a fine *lege* singulis p. 72. l. 10. a fine *lege* lineæ Aa. p.  
 73. l. 23. *lege* aberrantem. p. 75. l. ult. *lege* ageret. p. 77. l. 3.  
*lege* Elastorum l. ult. *lege minima.* p. 80. l. 5. *lege* quorum.  
 p. 81. in marg. n. 266. respondere debet l. 14. p. 85. l. 11.  
*post* instauratur *adde*: p. 89. l. 4. *lege* subducitur. l. 7.  
*lege* permutatis. l. ult. *post* designamus *adde*, p. 90.  
 l. 3. *lege* impressione. p. 94. l. 6. *lege.* (287.). p. 132.  
 l. 20. *lege* gravium. l. 173. l. 2. *lege*  $\frac{ri}{r}$   $\frac{RI}{R}$   
 p. 174 l. 5. *legge* Atmosphæram. p. 177. l. 23. *lege* in-  
*terstitia.* p. 185. l. 4. a fine *lege* quorum. p. 186. l.  
 5. *dele* enim. p. 188. l. 16. *lege* Electricitas. p. 192.  
 l. 2. *lege* calorem. p. 292. l. 22. *dele* maximo, id est,  
 terminante representationem Systematis. *lege* cujus  
 diameter æqualis est lineæ AB. p. 310. l. 23. in  
 margine *lege* T. 15. Fig. 6. l. 5. a fine, in margine *le-*  
*ge.* T. 15. Fig. 7. p. 396. l. 4. *lege* (1283.)

## AVIS AU RELIEUR.

**L**e Relieur prendra garde que le papier blanc,  
 qui est à côté des figures, doit être conser-  
 vé pour faire déborder les figures hors du Livre.

## BERIGT AAN DEN BOEKBINDER.

**D**en Boekbinder zy gewaarschoud het  
 wit Papier bezyden de figuren niet af  
 te snyden; maar die witte zyde in de rug  
 te zetten, opdat de Figuren buyten het Boek  
 kunnen uytflaan.





# PHILOSOPHIÆ NEWTONIANÆ INSTITUTIONES.

---

## LIBER I.

Pars I. de Corpore in genere.

### CAPUT I.

*De Scopis Physicis & regulis Philosophandi.*

**P**hyfica circa res naturales & harum  
Phænomena versatur.

#### DEFINITIO 1. & 2.

Res naturales sunt omnia corpora;  
congeriesque illorum omnium universum vocatur.<sup>1.</sup>

#### DEFINITIO 3.

Phænomena naturalia, sunt omnes situs &<sup>2.</sup>  
omnes motus corporum naturalium, ab actione  
entis intelligentis immediate non pendentes, &  
qui a nobis sensibus observari possunt.

Non excludimus ex numero Phænomenorum naturalium motus qui in corpore nostro ad voluntatem fiunt, pendent enim a motu muscutorum, qui etiam alio motu a-



gitantur, in hisce solus motus ex actione immediata mentis oriundus, & nobis omnino ignotus, non est Phænomenon naturale.

Omnes hi motus, regulis certis peraguntur & legibus semper iisdem adstricti sunt.

Sol quotidie oritur & occidit, tempusque ortus & occasus pro anni tempestate & loco, semper determinatur; ejusdem speciei plantæ, iisdem positis circumstantiis, eodem modo produciuntur & crescunt; & sic de cæteris. In iis ipsis quæ nobis omnino fortuita & incerta apparent, certas observari regulas extra omne dubium est.

3. *Physica Phænomena naturalia explicat, id est, illorum causas tradit.*

Cum in has causas inquirimus, ipsum corpus in genere examinandum est, deinde quibus regulis rerum conditor omnes motus peragi voluerit. Hæ regulæ, vocantur *leges Naturæ*.

#### DEFINITIO 4.

4. *Naturæ lex ergo est, Regula & norma, secundum quam Deus voluit certos motus semper, id est, in omnibus occasionibus, peragi.*
5. *Est ideo nostri respectu lex naturæ, omnis effectus, qui in omnibus occasionibus, idem est, cujus causa nobis est ignota, & quem videmus ex nulla lege nobis nota fluere posse.*

Leges naturæ nisi ex examine Phænomenorum naturalium, non possunt elici.

Ope legum hac Methodo detectarum Phænomena alia explicari debent.

In investigatione Naturæ legum, sequentes Regulæ Newtonianæ observandæ veniunt.



REGULA I.

*Causas rerum Naturalium non plures admit- 6.  
ti debere quam quæ & veræ sint, & earum  
Phænomenis explicandis sufficient.*

REGULA 2.

*Effectuum Naturalium ejusdem generis eas- 7.  
dem esse causas.*

REGULA 3.

*Qualitates corporum quæ intendi & remitti 8.  
nequeunt, quæque corporibus omnibus compe-  
tunt in quibus experimenta instituere licet, pro  
qualitatibus corporum universorum habendas  
esse.*

CAPUT II.

*De Corpore in genere.*

**O**Mnium primum in Corpore confide- 9.  
randa venit hujus *extensio*.

Extensionis idea fere semper menti nostræ  
obversatur; est hæc simplicissima, ideoque,  
verbis nullis describi potest.

Omne corpus est extensum, sublata cor-  
poris extensione integrum tollitur corpus.

Omne tamen extensum non est Corpus,  
in quo vero Corpus a mero spatio differat,  
non potest determinari, nisi examinatis prius  
aliis Corporis proprietatibus.

Secunda quæ examinanti Corpus sese of- 10.  
fert est *soliditas*. Quando corpus locum de-  
ferere cohibetur, omne aliud corpus ex lo-  
co a se occupato excludit, & corpora flui-  
dissima æque ac maxime dura hac propieta-  
te gaudent.

Tertia Corporis proprietas est *divisibilitas*; 11.  
eo quod corpus est extensum, etiam est di-



visibile. Extensio enim alia extensione minor semper potest concipi, unde videmus in in omni extensione partes dari, quæ partes in Corpore a se invicem possunt separari; quia

12. Corpus quarta proprietate præditum est, quod possit de loco in locum transferri, unde Corpus *mobile* dicitur. *Vi* autem *insitâ* in motu perseverat.
13. Quando nullum datur obstaculum, corpus ictui minimo cedit, major tamen vis requiritur ad corpus movendum majori cum celeritate quam cum minori, & ad movendum corpus majus quam minus, si æqualis fuerit velocitas. Hinc deducimus Corporis *Inertiam*, quæ in omnibus corporibus quantitati materiæ proportionalis est, omnibus enim materiæ particulis æqualiter competit.
14. Omne corpus figura est præditum, & *Figurabile*, quia in partes potest resolvi & hæ, quæ mobiles sunt, in vario ordine erga se invicem disponi queunt.

### C A P U T III.

#### *De Extensione, Soliditate, & Vacuo.*

15. **H**ic consideranda venit in Scholis decantata quæstio *de vacuo*, scilicet an detur extensio omni materiâ destituta; hæc enim extensio vocatur *vacuum*, *inane*, aut *merum spatium*.

*Vacuum* revera dari ex Phænomenis probatur, & ideo in sequentibus hæc propositio ad examen revocabitur.

Vacuum possibile esse ex solo examine  
idea-



idearum deducitur. Omne enim quod clare concipimus existere posse, possibile est.

Quæstio ergo eo redit, an habeamus ideam extensionis non solidæ.

Soliditatis ideam acquirimus contactu, 16.  
corpora quædam nobis resistere sentimus, & quidem omnibus momentis nobis illa resistunt, quæ descensum versus inferiora loca impediunt; ex qua resistantia apparet corpus ex loco a se occupato omne aliud corpus excludere, id est, illud soliditate præditum esse, quam soliditatis ideam ad corpora subtiliora, quæ propter partium tenuitatem sub sensu non cadunt, transferimus, & experientiâ constat, hæc ipsa, æque ac durissima aliis corporibus resistere.

Aër in quo vivimus fere semper visum & tactum nostrum fugit, in antlia tamen exacte clausa embolo resistit: ita ut hic nulla vi ad antliæ fundum protrudi possit. (*Exp.*)

In extensionis autem idea non continetur idea soliditatis, hanc non nisi ex contactu, illam vero sine illo acquirimus, & si quis nunquam corpus tetigisset, ei soliditas omnino ignota esset.

Conspiciat quis idolum inter speculum cavum & objectum speculo expositum, idolum tale non resistit, corpus tamen æque densum ac corpus repræsentatum videtur, possunt enim colores magis vividi in idolo quam ipsius objecti colores repræsentari. (*Exp.*) Si homo nihil unquam præter talia idola vidisset, & ipsius corpus tali idolo simile esset, an ullam soliditatis haberet ideam? non videtur; extensionis tamen certissime habebit.

Hic non agitur de eo quid sit tale ido-



lum, de ideis disputamus, fat est illud dari.

In soliditatis privatione non omnis sita est differentia inter *spatium* & *Corpus*.

17. *Spatium est infinitum*, ac nullis terminari posse limitibus, rem attente consideranti patebit. Corpora autem finita dantur.

18. *In spatio partes* dari clare videmus, a se invicem vero separari nequeunt, *immobiles sunt*, ut & ipsum *spatium*. Corporis vero partes separationem patiuntur.

Spatii idea simplicissima est; Corporis magis est composita.

19. Soliditas a quibusdam impenetrabilitas vocatur, & ex natura extensionis illam deducere conantur; pedi cubico ex. gr. extensionis, pes alter cubicus extensionis addi non potest quin habeamus duos pedes cubicos, singuli enim habent omnia quæ ad illam magnitudinem constituendam requiruntur; pars ergo una spatii partes omnes alias excludit & ipsa illas admittere non potest.

*Resp.* partem spatii in alium locum translata contradictionem involvere; ex immobilitate ergo partium spatii, non ex impenetrabilitate seu soliditate, sequitur, duas partes spatii confundi non posse.

## C A P U T IV.

*De Divisibilitate Corporis in infinitum,  
& particularum subtilitate.*

**E**O quod Corpus est extensum etiam est divisibile, id est, in eo partes considerari possunt.

Dif-



Differt tamen Corporis divisibilitas, ab extensionis divisibilitate, illius enim partes a se invicem separari possunt. Hæc vero proprietas cum ab extensione pendeat, in extensione examinari debet.

*Corpus est divisibile in infinitum*, id est, in 20. ejus extensione nulla pars quantumvis parva potest concipi, quin detur minor.

Sit linea  $AC$ , ad  $BF$ , perpendicularis. TAB. ut &  $GH$ , ad parvam ab  $A$  distantiam, ad I. eandem etiam perpendicularis, centris  $C, C$ , <sup>ng. 1.</sup> &c. & radiis  $CA, CA$ , &c. describantur circuli secantes lineam  $GH$ , in punctis  $e, e$  &c. quo major est radius  $AC$ , eo minor est pars  $eG$ : radius potest in infinitum augeri, & ergo minui pars  $eG$ , quæ tamen nunquam ad nihilum potest redigi, quia circulus cum linea recta  $BF$ , coincidere nunquam potest.

Partes ergo magnitudinis cujuscunque in infinitum possunt minui & nullus divisionis datur finis.

Innumeris aliis idem probari potest Mathematicis demonstrationibus.

Ex hac divisibilitate deducimus, data qua- 21. vis materiæ particula quantumvis exigua, & dato spatio quovis finito utcunque amplo, possibile esse, ut materia istius arenulæ per totum illud spatium diffundatur, atque ipsum ita adimpleat ut nullus sit in eo porus cujus diameter minimam datam superet lineam. Quod ut demonstremus, spatium implendum, divisum concipimus in cellulas cubicas quarum latera æqualia aut minora sint minimâ lineâ datâ: numerus cellularum finitus erit, & in tot partes arenula data dividi poterit, quot



cellulæ dantur; ita ut in singulis cellulis particulam unam positam concipere possimus: concipiendum ulterius ex singulis hisce particulis minimis globum cavum formari. Propter materiæ divisibilitatem potest globus cavus semper augeri minuendo materiæ crassitiem, cum autem in singulis cellulis globus talis detur, poterunt singuli augeri, donec vicini sese mutuo tangant, ut omnes simul spatium impleant.

22. Objectiones præcipuæ, contra divisibilitatem materiæ in infinitum, sunt, infinitum finito contineri non posse; ex divisibilitate in infinitum sequi, omnia corpora esse æqualia, aut infinitum alio infinito majus dari.

Sed hisce responsio facilis est, infinito non tribuendæ sunt proprietates quantitatis finitæ & determinatæ. Partes infinite parvas numero infinito in quantitate finita dari non posse quis unquam probavit; ut & omnia infinita esse æqualia? Contrarium in innumeris occasionibus a Mathematicis demonstratur.

23. Si examinatâ possibili materiæ divisibilitate partium subtilitatem in corporibus ad examen revocemus, hanc captum nostrum in immensum superare constabit; innumeraque in rerum natura dantur exempla talium particularum a se invicem separatarum.

Boileus hæc variis probat argumentis.

24. Loquitur de filo serico trecentis ulnis Anglicanis longo & ponderis duorum granorum cum semisse.
25. Folia auri mensuravit, & ponderavit, & reperit, quinquaginta pollices quadratos unicum tantum ponderare granum; si unius pol-



pollicis longitudo dividatur in ducentas partes, omnes oculo distingui poterunt, dantur ergo in pollice quadrato partes visibiles quadraginta millia, & in uno auri grano partium numerus est duarum millionum, quas partes visibiles ulterius posse dividi nemo negabit.

Octo granis auri deaurari potest integra 26.  
argenti uncia, quæ deinde porrigitur in filum longitudinis tredecim millium pedum.

In corporibus odoriferis majorem partium 27.  
percipimus subtilitatem & quidem a se invicem separatarum, plura longo tempore fere nihil sui ponderis amittunt & spatium satis magnum particulis odoriferis continuo implent, qui computum de tali subtilitate inire voluerit in illarum numero quid portenti facile reperiet.

Ope microscopiorum objecta quæ visum 28.  
fugiunt magna videntur, dantur animalcula per optima microscopia vix visibilia, habent tamen partes omnes ad vitam necessarias, sanguinem, & alia liquida; subtilitas partium illa componentium quanta sit quis non videt?

## C A P U T V.

*De Cohæsione partium, ubi de Duritie,  
Mollitie, Fluiditate & Elasticitate.*

OMne corpus quod in sensus nostros ca- 29.  
dit, ex particulis quam minimis constat, nulla harum in se est indivisibilis, nostri respectu, omnes sunt, divisio enim quæ a nobis fieri potest, est particularum separatio.



Quando magna vis ad illam separationem requiritur, corpus durum vocatur.

Si partes facilius cedant, & cum sub lapsu partium introcedant molle vocatur.

Sed hæc in significatione vulgari, vis magna & minor nihil determinati denotant & corpus durum respectu unius hominis, alteri molle videtur.

#### DEFINITIO I.

30. *Philosophicè corpus durum vocatur, cujus partes inter se coherent & neutiquam introcedunt, ita ut partes nullo motu affici possint quin disrumpatur corpus.*

Corpus tale perfectè durum nullum novimus.

#### DEFINITIO 2.

31. *Philosophice corpus molle vocatur cujus partes introcedunt & sublabuntur licet ad illud mallei ictus requirantur.*

#### DEFINITIO 3.

32. *Corpus cujus partes cuicunque impressioni cedunt & cedendo facillime moventur inter se vocatur fluidum.*

Hæc omnia a cohæsione partium pendent, quo arctior hæc est eo magis ad perfectam duritiem corpus accedit. Durities vero particularum minimarum ab illarum soliditate non differt, & est proprietas essentialis corporis, quæ non magis explicanda est, quam quare corpus sit extensum & mens cogitet.

An omnia corpora ex particulis æqualibus & similibus consent difficulter determinari poterit; & circa causam cohæsionis particularum multa obscura sunt.

Naturæ leges quæ hic locum habent ex Phænomenis deducuntur.



Cohæſionis lex peculiaris eſt, omnes par- 33.  
tículas *vi attractiva* gaudere, id eſt, ſi vicinæ  
fuerint, ſponte ad ſe mutuo tendunt; cujus  
motus cauſa nos latet, ſed cùm motum hunc  
generaliter locum habere obſervemus, ipſum  
inter leges naturæ referimus a.

DEFINITIO. 4.

Per vocem *attractionis* intelligimus vim 34.  
*quancumque qua duo corpora ad ſe invicem ten-*  
*dunt*; licet forte illud per impulſum fiat.  
Hoc nomine Phænomenon, non cauſam  
designamus.

*Attractio* autem quæ in cohæſione partium 35.  
locum habet hiſce legibus ſubjicitur, *ut in*  
*ipſo particularum contactu ſit perquam magna,*  
*& ſubito decreſcat, ita ut ad diſtantiã quam*  
*minimã quæ ſub ſenſus cadit non agat, imo*  
*etiam ad majorem diſtantiã ſeſe mutet in vim*  
*repellentem, qua particule ſeſe mutuo fugiunt.*

Ope hujus legis multa Phænomena facil-  
lime explicantur, & innumeris experimentis  
præcipue chemicis illa attractio & repulſio  
pleniffime probantur.

In omnibus corporibus fluidis partes omnes 36.  
ſeſe mutuo attrahere videmus, ex figura  
Sphærica quam guttæ ſemper habent; ex eo  
etiam quod nullum detur fluidum, cujus  
partes non ſint quaſi conglutinatæ, quod in  
ipſo Mercurio clare apparet.

Sed multo melius hæc mutua particula-  
rum attractio probatur, ex eo quod in o-  
mnibus fluidis duæ guttæ ſtatim ac ſe invi-  
cem quam minime tangunt, in unam gut-  
tam majorem redigantur; quæ omnia cum  
etiam in metallis liquefactis locum habeant,



sequitur particulas illa componentes & tum sese mutuo attrahere, cum motu ignis a junctione arcentur.

37. Hæc non oriuntur ab aëris pressione, quia & in loco aëre vacuo procedunt, neque ab aliûs materiæ cujuscunque pressione ab omni parte æquali, talis enim pressio guttæ figuram, quæcunque hæc fuerit, minimè potest mutare, ut in libro secundo videbimus. Etiam  
 T. I. primo intuitu patet in gutta ovali A B C D  
 fig. pressiones in superficies A B & C D superare  
 2. pressiones in superficies A D, B C, si ab omni parte gutta æqualiter premitur. Non potest tamen gutta rotunda fieri, quin pressiones hæc minores, majores vincant, quod est absurdum.

38. In attractione contra, quo major est numerus particularum se mutuo attrahentium inter duas particulas, eo majori vi versus se mutuo feruntur, unde motus in gutta datur, donec distantia inter puncta opposita in superficie sint ubique æquales, quod in sola figura sphaerica locum habet.

Multa quoque corpora attractione hæc agunt in corpora extranea. (*Exp.*)

39. Repulsionis exempla habemus inter aquam & oleum, & in genere inter aquam & omnia corpora pingua, inter Mercurium & Ferrum, ut & etiam inter particulas pulveris cujuscunque. (*Exp.*)

#### DEFINITIO 5.

40. *Elasticitas vocatur corporum proprietas, qua, si figura illorum vi aliqua mutetur, ad pristinam figuram redeunt. Si corpus quoddam sit compactum, flectat se, & cum prematur introcedat sine ullo partium suarum sublapsu,*



psu, corpus revertet ad figuram suam, vi illa quæ ex mutua suarum partium attractione oritur.

Illam vero æris proprietatem, quæ illius 41. *elasticitas* dicitur, oriri ex vi qua partes sese mutuo repellunt, suo tempore dicetur.

Et ne quis credat, quia causam prædictæ 42. attractionis & repulsionis non damus, illas inter qualitates occultas esse recensendas. Cum Newtono respondemus,, nos illa principia considerare non ut *occultas qualitates*, quæ ex *specificis rerum formis* oriri finguntur; sed ut *universales naturæ leges*, quibus res ipsæ sunt formatæ; nam principia quidem talia revera existere ostendunt Phænomena naturæ, licet ipsorum causæ quæ sint nondum fuerit explicatum. Affirmare singulas rerum species *specificis* præditas esse *qualitatibus occultis*, per quas eæ vim certam in agendo habeant, hoc utique est nihil dicere. At ex Phænomenis naturæ duo vel tria derivare generalia motus principia, & deinde explicare quemadmodum proprietates, & actiones rerum omnium, ex principiis istis consequuntur; id vero magnus esset factus in Philosophia progressus, etiamsi principiorum istorum causæ nondum essent cognitæ.,

## CAPUT VI.

*De Motu in genere, ubi de Loco & Tempore.*

Motus est translatio de loco in locum, sive 43. *continua loci mutatio*. Unusquisque illius habet ideam, quæ simplex est & verbis explicari nequit.



44. Locus est spatium a corpore occupatum, & de eo idem ac de motu dicendum.

Duplex est, *verus* seu *absolutus*, & *relativus*.

#### DEFINITIO 1.

45. Locus *verus* est pars spatii immobilis quæ a corpore occupatur.

#### DEFINITIO 2.

46. Locus *relativus*, qui solus sensibus distinguitur, est *situs corporis respectu aliorum corporum*.

Sæpe mutatur locus *verus* manente *relativo*, & vice versa.

47. Unde motus alter est *verus* seu *absolutus*, alter *relativus*.

Dum corpus movetur, tempus labitur.

48. Tempus etiam duplex est; *verum* seu *absolutum*, & *relativum*.

49. *Verum* nullam habet relationem ad motum corporum, neque ad successionem idearum in Ente intelligenti, sed sua natura semper æqualiter fluit.

#### DEFINITIO 3.

50. Tempus *relativum* est pars temporis *veri* motu corporum mensurata, hoc solum sub sensu cadit.

Motus omnis potest celerior fieri, & etiam corpus tardius quam ante potest moveri; & verisimillimum est nullum dari motum corporum omnino æquabilem; unde sequitur tempus *relativum* a *vero* differre, hoc enim nunquam citius, nunquam tardius fluit.

#### DEFINITIO 4.

51. Illa motus affectio, qua in certo tempore certum spatium a corpore moto percurritur, vocatur

52. *celeritas* aut *velocitas*; quæ ergo major

aut



aut minor est pro magnitudine illius spatii, & illi spatio semper proportionalis est.

Unde patet spatium percursum ad instar 53. temporis augeri, si velocitas maneat; & generaliter spatium percursum sequi rationem compositam temporis & velocitatis.

DEFINITIO 5.

Motus directio est recta, quæ ducta concipitur versus partem qua tendit mobile. 54.

DEFINITIO 6.

Potentia aut pressio est vis continua in corpore 55. agens ad illud ex loco movendum, & quæ actionem in corpus exerere potest, hoc non moto, aut motu jam impresso non mutato. Si nempe pressionis actio contraria pressione destruat.

LIBRI I.

Pars II. de Actionibus Potentiarum.

CAPUT VII.

De Actionibus Potentiarum comparandis.

**P**ressiones, id est, Potentiarum actiones 56. æquales esse has, quæ æqualibus temporibus æquales edunt effectus, primo intuitu patet.

Pressionem contrariam posse vincere Pressionem, in dubium nemo vocabit. Pressiones 57. æquales sese mutuo destruere, & has esse æquales quæ sese mutuo destruunt, si pro axioma non habeatur, ex dictis haud difficulter deduci poterit.

Ex quibus etiam patet, Pressiones esse inter 58. se



*se ut effectus equalibus temporibus editos.*

59. Si prematur obstaculum & hoc ex loco non recedat, contrariâ pressione destruitur pressio; aliter enim hæc nullum ederet effectum. Si ergo non destruat, cedit obstaculum. Hic non consideranda est vis quæ in quibusdam occasionibus obstaculo communicatur & quæ  
60. in motu perseverat, <sup>a</sup> agitur tantum in tota hac parte secunda de translatione quæ est effectus immediatus pressionis, & quæ semper tantum sola locum habet in momento primo infinite exiguo, quando actione potentiæ obstaculum movetur.

- Cum effectus pressionis contrariâ pressione non destructæ sit obstaculi translatio, sequitur  
61. actiones variarum potentiæ tantum inter se posse differre respectu obstaculorum in quæ agunt potentiæ, & respectu spatiorum ab obstaculis percussorum.

#### DEFINITIO.

62. Magnitudo pressionis considerata cum relatione ad obstaculum quod ab illa removetur vocatur Potentiæ intensitas.  
63. Sunt igitur potentiæ intensitates ut obstacula in quæ illæ agunt.  
64. Si equalibus temporibus per spatia equalia obstacula cedant actiones Potentiæ sunt ut harum intensitates <sup>b</sup>.  
65. Si Potentiæ intensitates fuerint æquales, id est, si in obstacula equalia agant <sup>c</sup>, Potentiæ actiones sunt ut spatia, equalibus temporibus, ab obstaculis percursa <sup>d</sup>.  
66. Si autem & obstacula & viæ ab his equalibus temporibus percurse differant sunt potentiæ  
rum



*rum actiones ut intensitates & ut viæ percurſæ<sup>a</sup>; id est, in harum rationum ratione composita. Ex. gr. si unius potentiæ intensitas fuerit dupla, id est, si obstaculum fuerit duplum, & per spatium triplum removeatur, actio erit bis tripla, aut ter dupla, nempe sextupla. Ratio hæc composita habetur si, datis numeris in ratione intensitatum & aliis in ratione spatiorum percursorum, pro singulis potentiis, intensitas per spatium ab obstaculo percurſum multiplicetur; producta enim habebunt quæſitam compositam rationem.*

*Unde deducimus, divisis singulis actionibus 67. potentiæ per spatium ab obstaculo suo percurſum quotientes esse ut intensitates; & quotientes 68. esse ut spatia percurſa, si singulæ eadem actiones per intensitatem suæ potentiæ dividantur.*

*Ex his patet Intensitates Potentiæ augeri, ut augentur actiones & ut minuuntur spatia percurſa; Vocatur hoc in ratione composita directæ actionum & inversæ viarum percurſarum. 69.*

*Similiter sunt viæ percurſæ directè ut actiones 70. & inversè ut intensitates.*

*Potentiæ actiones sunt æquales, si potentia quæ aliam intensitate superat eodem modo respectu viæ percurſæ superetur<sup>b</sup>. In hoc casu viæ percurſæ sunt inversè ut intensitates; & sese mutuo destruunt pressiones tales, si 71. contrariæ agant<sup>c</sup>.*

CA.

<sup>a</sup> 64. <sup>b</sup> 65. <sup>c</sup> 66.



## CAPUT VIII.

*Generalia circa Gravitationem.*

## PHÆNOMENON I.

73. *Omnia Corpora in Terræ viciniis, si nullo obstaculo cohibeantur, Terram versum feruntur.*

## DEFINITIO I.

74. *Vis qua corpora Tellurem versus pelluntur, vocatur gravitas.*

## DEFINITIO 2.

75. *Vis hæc cum relatione ad corpus, quod ipsâ premitur, vocatur corporis pondus.*

## PHÆNOMENON 2.

76. *Vis gravitatis ubique in Terræ viciniis, & omnibus momentis, æqualiter agit.*

Parva quidem datur gravitatis differentia in regionibus diversis, de qua in sequentibus; nimis tamen est exigua ut hîc consideretur, præcipuè cum in regionibus, quæ inter se sunt vicinæ, omnino sit insensibilis.

77. *Quando corporis descensus obstaculo cohibetur, pondere suo semper æqualiter obstaculum premit, versus Terræ centrum tendens; potest ergo haberi pro potentia in obstaculum agenti, & quæ de potentiis in capite præcedenti sunt demonstrata, hîc etiam locum habent.*

## PHÆNOMENON 3.

78. *Corpora quæ vi gravitatis descendunt, si omnis tollatur resistentia, sunt æque velocia. (Exp.)*

Unde deducimus singulas minimas particulas materiæ si æquales fuerint æqualiter a gravitate premi, cujuscunque corporis particulæ fuerint; gravitatemque totius Corporis



ris pendere a numero particularum talium in hoc. *sunt ergo pondera corporum quantitati- 79. bus materiæ in his proportionalia.*

Quando pondus consideratur ut potentia, 80. intensitas potentiæ proportionalis est quantitati materiæ in corpore ponderanti, & potentiæ directio est versus Terræ centrum.

## CAPUT IX.

*De Trochlea simplici, Libra, & Centro gravitatis.*

### DEFINITIO 1.

**T**rochlea simplex, est orbiculus circa axem 81. volubilis, cui circumpositus funis ductarius T. 1. dictus, Trochlea videtur in A, funis ducta- fig. rius est dce. 3.

Hac Machina potentiæ directio mutatur, nec ullius aliûs usus est, quando suo loco est fixa; in hoc enim casu, Potentia funi du- 82. ctario applicata, ut M, æqualis impedimento P, æquipollet impedimento; Impedimentum enim est contraria potentia, quæ cum prima tantum intensitate differre potest a; nam hæc moveri non potest, quin impedimentum eodem tempore spatium æquale percurrat.

Pondera explorantur, id est, quantitates 83. materiæ in corporibus comparantur<sup>b</sup>, adhibita librâ aut bilance, instrumento notissimo.

### DEFINITIO 2.

Axis libræ vocatur linea circa quam libra 84. movetur, aut potius rotatur.

### DEFINITIO 3.

Quando longitudinem brachiorum sive 85. jugi



jugi consideramus, axis consideratur ut punctum, & vocatur *centrum libræ*.

## DEFINITIO 4.

86. Puncta suspensionis, aut applicationis, vocantur, *puncta in quibus vel ætæ sunt, vel liberè dependent pondera, aut lances quibus pondera imponuntur.*

Circa hanc Machinam sequentia notanda sunt.

87. *Pondus æqualiter gravat punctum, si libere ab eo dependeat ad quamcumque altitudinem, ac si pondus in ipso positum intelligeretur. (Exp.)*

Pondus enim corporis ad omnes altitudines æqualiter trahit funem quo suspenditur.

88. *Actio ponderis ad movendam libram eo major est, quo magis punctum pondere gravatum à centro libræ distat; & actio sequitur rationem distantie prædicti puncti ab illo centro.*

- T. 1.  
fig.  
4. Quando libra rotatur, in eodem libræ motu, punctum B percurrit arcum B b, & punctum A, arcum A a, quorum ultimus maximus est; in illo ergo libræ motu actio ejusdem ponderis varia est, pro puncto cui applicatur, & sequitur proportionem spatii ab hoc puncto percurssi<sup>b</sup>; est ergo in A, ut A a; in B, ut B b; arcus vero illi sunt inter se ut C A, C B. (Exp.)

## DEFINITIO 5.

89. *Libra in æquilibrio dicitur, quando actiones ponderum in utrumque brachium ad movendam libram, sunt æquales; ita ut sese mutuo destruant.*

## DEFINITIO 6.

90. *Quando libra est in æquilibrio, pondera ab utraque parte dicuntur æquiponderare.*

Pon-



*Pondera inæqualia possunt æquiponderare.* 91.  
Ad illud requiritur, ut distantia a centro  
sint reciproce ut pondera a. In eo casu, si  
unumquodque pondus per suam distantiam  
multiplicetur, producta erunt æqualia. (Exp.)

Hoc fundamento nititur Statera Roma- 92.  
na, qua unico pondere omnia ponderantur.  
(Exp.)

Eodem etiam nititur fundamento bilanx 93.  
fallax, cujus nempe brachia sunt inæqualia.  
(Exp.)

*Plurima pondera ad varias distantias ab una* 94.  
*parte, unico pondere ad aliam partem, possunt*  
*æquiponderare.* Ad illud requiritur, ut pro-  
ductum hujus ponderis per suam distantiam  
a centro, æquale sit summæ productorum  
omnium aliorum ponderum, singulatim u-  
numquodque per suam distantiam a centro  
multiplicatorum. (Exp.)

*Plurima pondera, numero inæquali, ab utra-* 95.  
*que parte, possunt æquiponderare.* In eo casu,  
si unumquodque multiplicetur per suam di-  
stantiam a centro, summæ productorum ab  
utroque parte erunt æquales: & si summæ  
istæ sunt æquales, datur æquilibrium. (Exp.)

D E F I N I T I O 7.

Centrum gravitatis vocatur punctum in 96.  
corpore, circa quod omnes partes corporis, in  
quocumque situ positi, in æquilibrio sunt.

Quando duo aut plura corpora jungun- 97.  
tur, sive sint contigua sive separata, com-  
mune centrum gravitatis habent.

Quando centrum gravitatis sustinetur, corpus 98.  
quiescere potest (Exp.)

Quando centrum gravitatis non sustinetur, 99.  
cor-



*corpus quiescere non potest, sed gravitate movetur. (Exp.)*

100. Ex hisce ratio redditur, quare corpora quædam planis inclinatis imposita, devolvantur, & alia simpliciter labantur.

T. I. *fig. 5.* Corpus A labitur, quia centrum gravitatis illius a plano inclinato sustinetur, id est, linea verticalis quæ transit per centrum illud *c*, secat planum inclinatam intra basin corporis *d e*. Corpus vero B devolvitur, quia verticalis linea quæ transit per centrum gravitatis, secat planum inclinatam extra basin *f g*. (*Exp.*)

101. Ex prædictis etiam sequitur, *corpus descendere quando gravitatis centrum descendit*, id est, versus Terræ centrum movetur.

Aliquando in hoc casu corpus si integram ipsius massam consideremus, adscendit. (*Exp.*)

102. Ulterius ex iis, quæ de centro gravitatis dicta sunt, deducitur; Quod omne punctum in quocunque corpore aut machina, quod sustinet centrum gravitatis alicujus ponderis, totum pondus sustineat: ita ut tota vis, qua corpus terram versus tendit, in hoc centro coacta videatur. (*Exp.*)

103. Ad perfectionem libræ requiruntur 1. ut puncta suspensionis lancium aut ponderum sint exacte in eadem linea cum centro libræ; 2. ut ab utraque parte exacte ab isto centro æquidistant; 3. ut libræ brachia, quantum commodè fieri potest, sint longa; 4. ut in motu jugi & lancium, quantum fieri potest, parvus sit attritus; 5. ut centrum gravitatis jugi ponatur paululum infra centrum motus; 6. demum ut partes axeos quæ jugo se-



separantur sint exactissimè in eadem linea recta.

## C A P U T X.

### *De Machinis simplicibus.*

#### D E F I N I T I O I.

**V**ECTIS à Mathematicis vocatur *linea recta* 104.  
*inflexilis, ponderibus sustinendis aut ele-*  
*vandis accommodata, ponderis vel nullius vel*  
*saltem æquabilis.*

Inter Machinas, quæ simplices vocantur, primum locum occupat, est omnium simplicissima, & usu venit quando pondera ad parvam altitudinem elevanda sunt.

Circa Vectem tria consideranda sunt.

1. Pondus sustinendum aut elevandum P. T. 1.
2. Potentia, qua sustinetur aut elevatur M, <sup>fig. 6.</sup> 7. 8.
3. Fulcrum, id est, illud quo Vectis sustinetur, aut super quo movetur aut potius rotatur, dum ipsum immobile manet F.

Vectes triplicis sunt generis.

1. Aliquando fulcrum inter pondus & potentiam ponitur. 105.  
T. 1.  
fig. 6.
2. Aliquando pondus inter fulcrum & potentiam. T. 1.  
fig. 7.
3. Sæpe etiam ipsa potentia agit inter pondus & fulcrum. T. 1.  
fig. 8.

In omnibus casibus regulæ eædem locum habent, quæ ex iis, quæ de libra dicta sunt, sequuntur, & quæ analogiam inter libram & vectem ostendunt. Vectis primi generis est quasi statera Romana ad elevanda pondera accommodata.

*Actio*



106. *Actio potentiae, & ponderis resistentia, crescunt in ratione distantiae à fulcro a; ideoque ut potentia valeat ad sustinendum pondus, requiritur, ut distantia puncti in vecte, cui applicatur, sit ad ponderis distantiam, ut pondus ad potentiae intensitatem b, quæ si paululum adaugeatur, pondus elevabitur. A F, est ad F B, ut potentia M ad pondus P. (Exp.)*
107. *Vectis compositus ex variis vectibus junctis formatur; in hoc casu loco potentiae, adhibito secundo vecte, movetur primus; secundus tertio potest agitari, & sic ulterius si libuerit, ultimo vecte tandem applicatur potentia, quæ est ad pondus in ratione composita ex rationibus potentiarum ad pondera in singulis vectibus, quando separatim adhibentur. (Exp.)*  
Vecte etiam sæpe utuntur artifices ad pondera vehenda, & hujus usus vectis varii dantur casus digni qui notentur, & quorum demonstratio ex dictis facile deducitur.
108. *Circa omnes casus generaliter observandum, intensitatem potentiae, aut intensitates potentiarum junctas, quando plurimæ dantur, æquipollere debere gravitati ponderum vehendorum, aut sustinendorum. Quia in translatione hac potentiae & pondera æquales percurrunt vias.*
109. *Si duabus potentiis sustineri aut vehi debeat*  
T. 1. *pondus, inter potentias collocandum erit, &*  
fig 9. *distantiæ potentiarum ab utraque parte à pondere debent esse in ratione inversa potentiarum intensitatum. Potentiæ duæ M, m, junctæ valent pondus P; & est A C ad C B, ut m ad M. Actiones potentiarum in æquilibrio sunt circa punctum C, ita ut tota harum vis coacta sit in hoc puncto quod solum trahitur pondere P.*



*Quando unâ potentiâ duo pondera sustinenda sunt, potentiam inter pondera poni necesse est, & tunc quæ statim de duabus potentiis dicta sunt, ad pondera applicari debent.* 110.

Plurima pondera sæpe unâ aut plurimis potentiis sustinentur aut vehuntur. Circa quod notandum, omnia pondera, in quocunque sita posita, habere commune centrum gravitatis; quod centrum tale est, ut si ab utraque parte unumquodque pondus multiplicetur per suam distantiam ab isto puncto, summa productorum ab utraque partesit eadem<sup>a</sup>. 111.

Potentia etiam utcunque disposita commune habent gravitatis centrum; possunt enim per pondera repræsentari<sup>b</sup>, & hîc intensitas uniuscujusque potentiæ per suam distantiam à centro multiplicari debet, & summæ productorum erunt ab utraque parte æquales: ut potentiæ ad pondera sustinenda valeant, requiritur ut potentiarum & ponderum idem sit gravitatis centrum. Tunc enim viribus æqualibus c commune hoc centrum gravitatis ad partes oppositas trahitur, ideoque hæ sese mutuo destruunt d. T. I. fig. 106.

Ex dictis explicatio figuræ satis patet, in qua C denotat centrum gravitatis & ponderum & potentiarum. (Exp.)

Prædicta etiam locum habent, si vectis ab utraque parte potentiis trahatur, juxta directiones oppositas agentibus sive horizontaliter, sive juxta aliam directionem quamcunque. 112.

Vectis, inservit ad elevanda pondera ad parvam altitudinem; quando altitudo major

<sup>a</sup> 95. 94    <sup>b</sup> 77.    <sup>c</sup> 108.    <sup>d</sup> 57.



jor est, Axis in Peritrochio usu venit.

DEFINITIO 2.

113. Axis in Peritrochio vocatur, *rota cum axe volubilis.*

Potentia in hac machina applicatur periferiæ rotæ, cujus motu funis, cui affixum est pondus, axi circumvolvitur, quo pondus elevatur.

- T. I. Sit  $a b$  rota,  $d e$  axis,  $p$  pondus elevandum,  $m$  potentia; hujus actione moveatur rota, puncta  $b$  &  $d$  arcus similes eo motu describunt; arcus illi sunt viæ percursumæ à potentia & pondere, & sunt inter se ut  $c b$  ad  $c d$ , id est ut rotæ diameter ad axis diametrum, ex quo sequens regula deducitur.

114. *Potentia eo plus valet, quo major est rota, & illius actio crescit in eadem ratione cum rotæ diametro. Pondus eo minus resistit, quo axis diameter minor est, & illius resistentia in eadem ratione cum axis diametro minuitur. Et semper ut detur æquilibrium inter potentiam & pondus, requiritur ut rotæ diameter sit ad axis diametrum, in ratione inversa potentiæ ad pondus a. (Exp.)*

Notandum, axis diametro funis diametrum esse addendam.

Potentia potest etiam scytalæ applicari, & tunc distantia puncti, cui applicatur, à centro, pro rotæ semidiametro habenda est.

Eodem omnino cum hac Machina nituntur fundamento rotæ dentatæ; respectu axis in peritrochio sunt, quod vectis compositus respectu vectis simplicis.

- T. I. Si axis  $A$  rotæ sit dentatus, valet ad movendam rotam  $R$ , cujus periferia dentes habet,



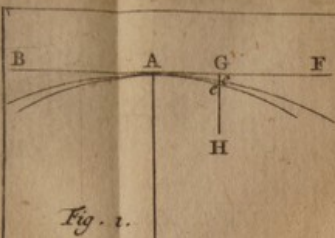


Fig. 1.

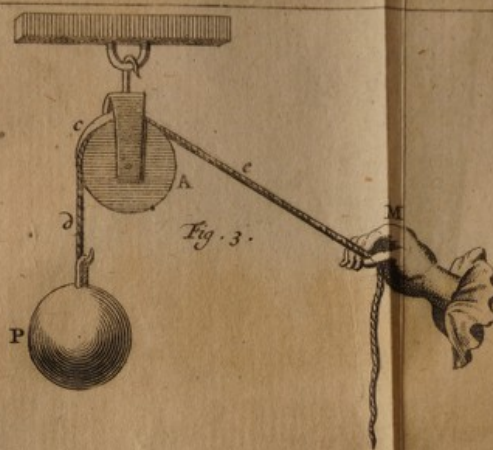


Fig. 3.

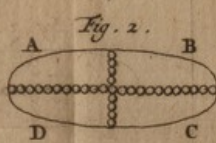


Fig. 2.

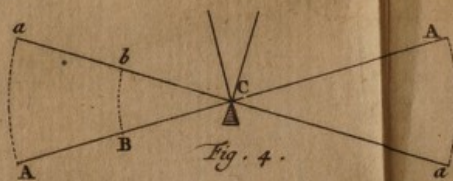


Fig. 4.

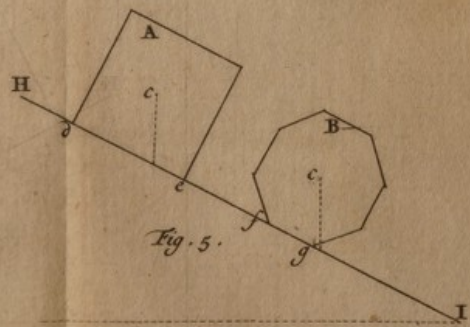


Fig. 5.

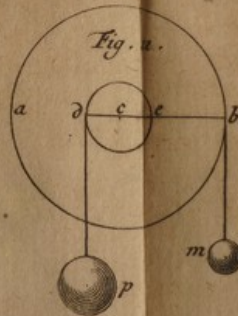


Fig. 1.

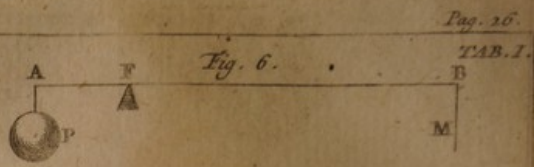


Fig. 6.

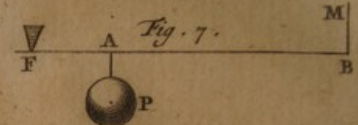


Fig. 7.

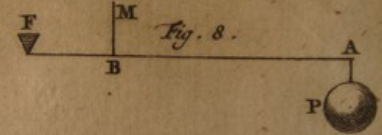


Fig. 8.

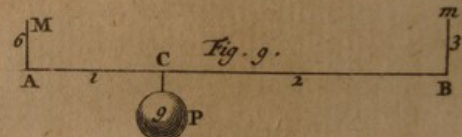


Fig. 9.

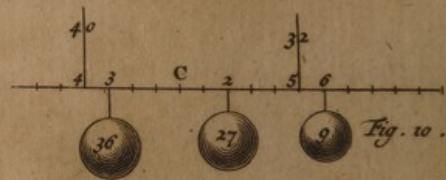


Fig. 10.

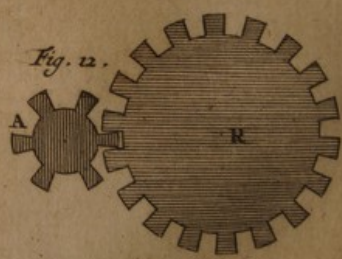
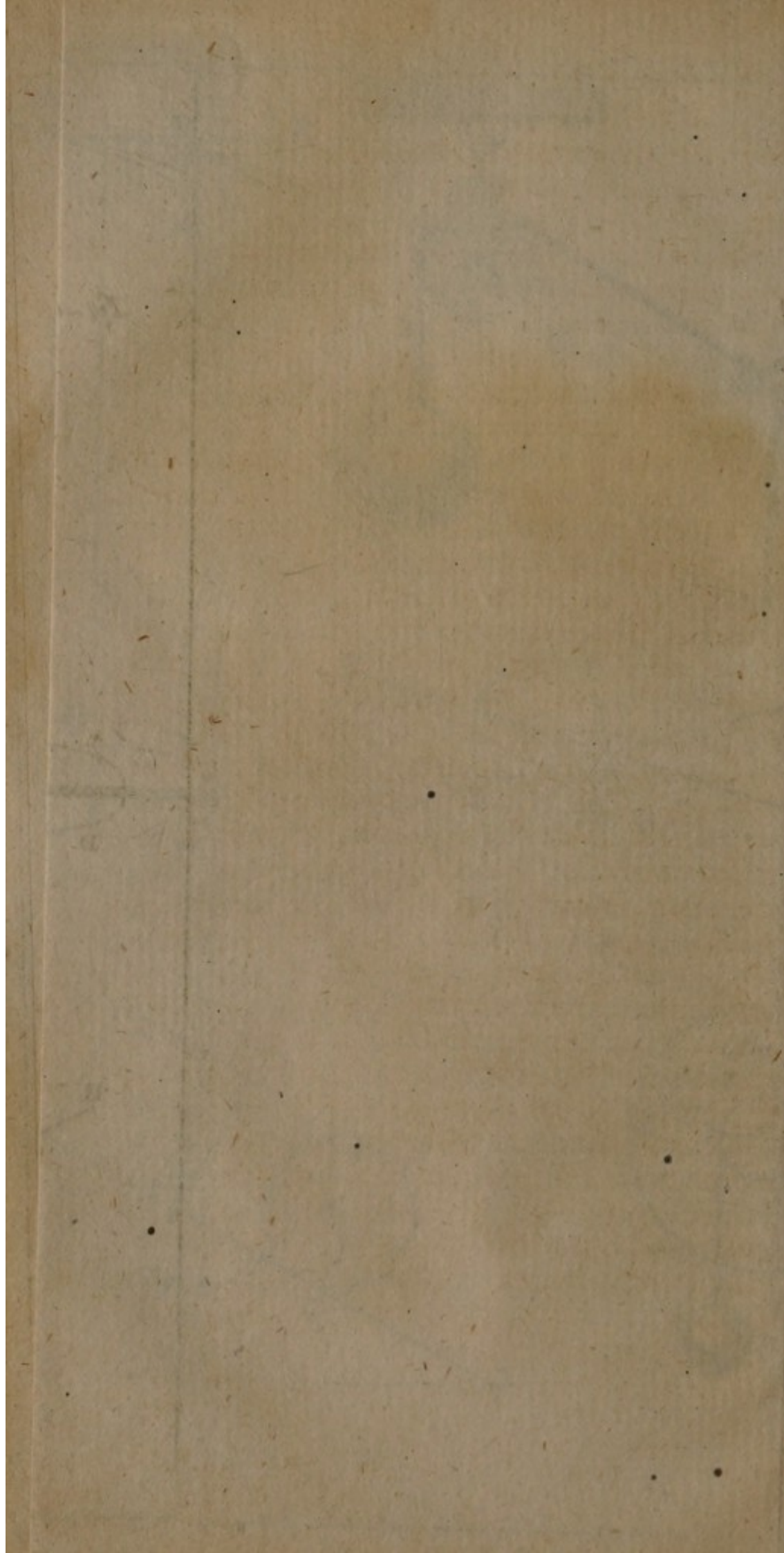


Fig. 12.







bet, & cujus axis iterum tertiæ rotæ motum communicare potest, & sic ulterius. In eo casu

*Ratio potentia ad pondus, ut æquipollet, est 115.  
ratio composita ex ratione diametri axis ultimæ  
rotæ ad diametrum primæ; & ratione cir-  
cumvolutionum ultimæ rotæ ad circumvolu-  
tiones primæ, eodem tempore. (Exp.)*

Cujus regulæ demonstratio ex compara-  
tione viarum percurfarum à pondere & po-  
tentia deducitur.

Multis in occasionibus axis in peritrochio  
ad elevanda pondera inservire nequit; tro-  
chleis in iis casibus utendum, & Machina,  
quæ ex istis formatur, est admodum com-  
pendiosa, & facillime de loco in locum  
transfertur.

Quid sit Trochlea, jam ante dictum a.

Si pondus P Trochleæ conjunctum sit, <sup>T 2.</sup>  
ita ut cum ea trahatur, utraque extremitas <sup>fig. 1.</sup>  
ef, c d funis ductarii sustinet partem dimi-  
diam ponderis. Quando ergo extremitas una, 116.  
unco alligata aut aliter fixa est, vis movens al-  
teri extremitati applicata, quæ dimidium pon-  
deris valet, ponderi æquipollet. Potest funis  
extremitas c d circumire Trochleam fixam  
ad directionem mutandam b, & pondus M  
huic extremitati applicatum sustinet pondus  
P duplum & motu ponderis M, aut poten-  
tiæ cujuscunque in M applicatæ elevatur P;  
cavendum enim, dum pondus hoc cum orbi-  
culo O conjungitur, ne rotatio Orbiculi cir-  
ca axem impediatur.

Plurimi orbiculi utcunque conjungi pos-  
sunt;

a 81, b 81.



- sunt, & pondus iis annecti; si tunc unum extremum funis fixum sit, & funis circumbeat omnes orbiculos illos, & tot alios fixos quantum necesse est, parvâ potentiâ magnus pondus elevari potest; in eo casu quo  
 117. *numerus orbiculorum ponderi conjunctorum major est, (fixis enim actio potentiæ non mutatur<sup>a</sup>) eo minor potentia valet ad sustinendum pondus; & potentia, quæ est ad pondus, ut unitas ad duplum numeri orbiculorum, ponderi equipollet. (Expl.)*

Ratio est, quod ille sit numerus funium, quibus pondus sustinetur, & unico funi potentia applicetur. (*Exp.*)

118. Quando extremitas funis ductarii annectitur ponderi aut orbiculis mobilibus, potentia est ad pondus, ut unum ad duplum numeri orbiculorum ponderi affixorum unitate auctum. tot enim dantur funes, quibus pondus sustinetur.

119. Plurimi orbiculi separati & mobiles, habentes unusquisque suum funem peculiarem, si ita disponantur, ut in Fig. multo magis actionem potentiæ augment. Actio enim duplicatur pro unoquoque orbiculo, ita ut pro duobus sit quadrupla, pro tribus octupla, & sic de cæteris.  
 T. 2.  
 fig. 2.

Sæpius memorata regula, scilicet spatia percurfa à potentia & pondere, quando æquipollent, esse inter se inverse, ut potentia ad pondus, in omnibus prædictis locum habet.

Hic semper funes paralleli ponuntur; quid funium obliquas discriminis adferat, in sequentibus videbimus.

Ex



Ex prædictis jam satis patet, quomodo ope parvæ potentiae pondus magnum sustineri aut elevari possit; ad hosce usus non restringitur Ars Mechanica: actiones potentiarum in omni casu augeri possunt; exemplum pulcherrimum suppeditat *Cuneus*, instrumentum findendo ligno pluribusque aliis usibus inserviens.

DEFINITIO 3.

*Cuneus est prisma non admodum altum, cuius bases sunt triangula æquicrura; quorum* 120.  
unum videtur in A. T. 2.  
fig. 3.

DEFINITIO 4.

*Altitudo trianguli est cunei altitudo; ut d b* 121.

DEFINITIO 5.

*Trianguli basis vocatur etiam cunei basis; ut c e.* 122.

DEFINITIO 6.

*Acies cunei est linea recta, quæ conjungit* 123.  
*triangulorum vertices; id est, punctum b cum*  
*vertice opposito.*

Ligno findendo aut corporibus separandis acies cunei applicatur, & ictibus mallei loco pressionis cuneus intruditur.

Quando totus cuneus intruditur, spatium a puncto *d*, cui ictus mallei applicantur, percursum est altitudo cunei *d b* quod ideò pro spatio à potentia percurso haberi debet; spatium vero, per quod ligni partes aut corpora a se mutuo recedunt, est basis cunei.

Unde sequitur,

*Potentiam, se habere ad corporum separando-* 124.  
*rum resistantiam, quando æquipollet, ut basis*  
*cunei, ad illius altitudinem a. (Exp.)*

Quan-



Quando agitur de ligno findendo, regula hæc locum non habet; quia non per æquale spatium ligni partes cedunt, & quia partibus quam minime separatis resistentia in totum tollitur. Paulum intricata est determinatio actionis cunei. in hoc casu; propter varia quæ observanda sunt.

Magnam cum cuneo affinitatem habet cochlea. Ex duabus partibus constat.

## DEFINITIO 7.

125. *Prima, quæ vocatur cochlea interior, est cylindrus ad formam helicis sulcatus, ut A B.*  
 T. 2.  
 fig 4.

## DEFINITIO 8.

126. *Secunda, quæ vocatur cochlea exterior, & cujus figura differt pro vario usu Machinæ, est solidum cylindrice excavatum, cujus superficies cava eodem modo sulcata est, ita ut hujus eminentiæ cum alterius cavitatibus congruant, ut DE.*

Hæ duæ partes in se mutuo moveri possunt, quod in usu hujus Machinæ requiritur. Inservit præcipuæ ad comprimenda corpora, quæ jungi & firmiter connecti debent; in hac enim Machinâ potentia minima quam arctissime corpora comprimit. Potest etiam cochlea ad elevanda pondera adaptari. In unaquaque revolutione hujus Machinæ quæta una parte, altera protruditur ad distantiam æqualem intervallo duarum proximarum spiralium conversionum. Potentia ad cochleam movendam applicatur manubrio aut scytalæ, & potentia est ad compressionem, quam generat, ut prædicta distantia, inter duas proximas spiralium conversiones, ad peripheriam circuli, a puncto manubrii aut scytalæ, cui potentia applicatur, percursum a. via enim

127.



a puncto aut plano, quod comprimitur, percursa, illam ad viam potentiae rationem habet.

Hic observandum est, quando potentia ponderi, aut resistentiae, æquipollet in Machina quacunque, si potentia parte quantumvis exigua augeatur, hanc præpollere, Machinam omnium partium attritu carente; quando vero attritus datur, hic etiam a potentia superari debet, quantum verò ad hoc requiratur, ratiocinio Mathematico determinari non potest. In Machina ultimo memorata attritus admodum est sensibilis, & etiam magni usus; nam eo Machina in situ suo servatur, & actione corporum quæ comprimuntur, aut gravitate ponderum quæ elevantur, cessante actione potentiae, motu contrario non ad pristinum situm redit.

## C A P U T X I.

### *De Machinis compositis.*

Jam vidimus, quomodo Machina ex plurimis vectibus <sup>a</sup>, aut plurimis rotis, <sup>b</sup> componi possit, & quomodo in istis machinis *potentia*, ut resistentiae æquipolleet, 128.  
*sit ad resistentiam, in ratione composita ex omnibus rationibus, quas in singulis machinis potentiae ad resistentiam haberent, si separatim adhiberentur*; hæc eadem regula in omnibus aliis machinis compositis obtinet.

Non modo plurimæ machinæ ejusdem generis possunt jungi, ex machinis diversis  
variis

a 107. b. 115.



variis modis machina componi potest; exemplo uno & altero id satis patebit.

Exe. 1. Axi in peritrochio funis ductarius trochleæ jungitur, & potentia rotæ applicatur, si adhibitâ solâ trochleâ quinquies vis augeatur, & diameter axis sit pars sexta diametri rotæ, ratio potentiae ad pondus componitur ex rationibus 1. ad 5.<sup>a</sup>, & 1. ad 6.<sup>b</sup>, est ergo ut 1. ad 30.; & ideo unica libra sustinebit pondus triginta librarum. (*Exp.*)

Exe. 2. Axis in peritrochio cochleâ moveri potest; rota dentata ad illud requiritur, & ut dentes sint inclinati. Cochlea & rota fixæ sunt, & rotæ dens unus & alter cavitatibus cochleæ inferitur, ita ut circumvolutione cochleæ rota circumagatur. Hoc in casu *cochlea perpetua* dicitur, & magni usus est; tot enim pro una rotæ revolutione requiruntur revolutiones cochleæ, id est, manubrii, quo cochlea movetur, quot dentes rota habet, augendo autem viam a potentia percursum, augetur in eadem ratione hujus actio <sup>c</sup>. Si huic rotæ ulterior rota dentata additur, potentiae actio magis augetur. (*Exp.*)

Innumeræ aliæ Machinæ compositæ construui possunt, quarum vires computatione determinantur ope regulæ memoratæ<sup>d</sup>, aut etiam comparatione viæ percursum a potentia cum vi a pondere, aut alio quocumque impedimento, percursum; harum enim ratio est ratio inversa potentiae & ponderis aut impedimenti, quando æqui librium datur <sup>e</sup>.

Pressiones, quæ contrarie agentes æquipollent, semper sunt æquales <sup>f</sup>, si ergo po-

tentia



rentia intensitate minor est impedimento, respectu viæ percurfæ hoc superare debet, & quidem toties quoties ab illo intensitate superatur; nullo enim alio respectu potentiarum actiones differre possunt <sup>a</sup>, etiam nulla alia compensatio dari potest.

## CAPUT XII.

### *De Potentiis obliquis.*

**D**etur punctum A, quod tribus potentiis filis <sup>129</sup>  
applicatis per A B, A E, & A D, tra- <sup>T. 2.</sup>  
bitur, quiescit, si potentia fuerint inter se ut la- <sup>fig. 5.</sup>  
tera trianguli formati lineis juxta directiones  
potentiarum positis; id est, si potentia fuerint  
inter se ut latera trianguli A D b. In quo  
casu positis A B, A E, & A D, respectivè  
ut pressiones per has lineas agentes, si dua-  
bus ut A D & A E formetur parallelogram-  
mum, patet tertiam B A continuatam fore pa-  
rallelogrammi diagonalem & A B A b, æqua-  
les esse inter se.

Punctum autem in A hoc casu quiescere  
demonstramus; quia dum corpus premitur,  
ut juxta directionem A E possit, actione  
immediatâ pressiois, percurrere lineam  
minimam A e, hac actione non destruitur  
pressio per A D, pressio enim in translatum  
corpus agere potest, & revera agit, quia  
pressionem continuam in corpus concipi-  
mus; ideò dum per A e fertur corpus, et-  
iam juxta directionem A D movetur, &  
hisce duobus motibus translatum corpus da-  
tur



tur in  $b$ , ideoque percurrit lineam  $Ab$ ; spatium autem pressione juxta directionem  $AD$  per  $A$   $d$  aut  $e$   $b$ , quas parallelas concipimus, percursum est ad  $Ae$ , ut potentia, quæ per  $AD$  trahit aut premit, ad potentiam per  $AE$  prementem <sup>a</sup>; quia in idem obstaculum ambæ agunt; id est, ut  $AD$  ad  $AE$ , est ideo punctum  $b$  in diagonali  $Ab$ ; & duæ memoratæ potentie ad unicam per hanc lineam agentem reducuntur, & est hæc potentia ad reliquas duas ut  $Ab$  ad  $Ad$  &  $Ae$  <sup>b</sup>, id est, ut  $AB$  ad  $AD$  &  $AE$ . Æqualis est ergo potentia, qua punctum  $A$  trahitur per  $AB$ , potentie, ad quam reliquæ duæ reducuntur, & cum hac contrarie agit; quiescit ideo punctum  $A$  <sup>c</sup>.

Nota est triangulorum proprietas, latera esse inter se ut sinus angulorum oppositorum; sunt ergo in æquilibrio potentie tres, quæ sunt inter se ut sinus angulorum directionibus potentiarum oppositarum formatorum. Id est, si potentia quæ per  $AE$  agit, sit ut sinus anguli  $BAD$ , & sic de cæteris.

In hac propositione duæ potentie quæcunque tertiæ æquipollent, id est, valent unicam potentiam, quæ in eadem directione cum illa tertiâ, sed contrarie, agit, & illi tertiæ æqualis est.

Quando quatuor potentiis punctum trahitur, dabitur æquilibrium, si reductis duabus potentiis ad unicam, hæc potentia nova, cum duabus reliquis, sit in conditione n. 129.; id est, si hisce reliquis etiam ad unicam reductis, potentia ex eo orta æqualis sit, & con-



contrarie agat, cum potentia nova statim memorata.

Punctum A trahitur quatuor filis; versus <sup>T. 2.</sup>  
D, E, F & G, Potentiis lineis A D, A E, <sup>fig. 6.</sup>  
A F, & A G respective proportionalibus.  
Formato triangulo A F b, aut parallelo-  
grammo A F b G, potentiae prae dictae per  
A F, & A G reducuntur ad unicam agen-  
tem per A b, & quae huic lineae proportio-  
nalis est a; daturque æquilibrium, si tres  
potentiae per A D, A E, & A b relatio-  
nem habeant pro tribus potentiis deter-  
minatam<sup>b</sup>; in quo casu si potentiae per A D  
& A E etiam ad unicam A B reducantur,  
A B & A b erunt æquales & in eadem  
linea.

Quae de quatuor potentiis dicuntur, de <sup>133.</sup>  
quinque & pluribus dici potuissent; ex quin-  
que enim si duae ad unam reducuntur, in-  
cidimus in exemplum præcedens. Pun-  
ctum A quinque trahitur potentiis juxta  
directiones A B, A D, A E, A F & A G, <sup>T. 2.</sup>  
& quarum intensitates sunt hisce lineis pro- <sup>fig 7.</sup>  
portionales.

Potentiae per A D & A E ad unicam A c  
reducuntur; potentiae agentes per A F &  
A G ad unicam reducuntur per A b; tandem  
hæ duae novae potentiae, per A c & A b,  
ad unicam reducuntur per A b, quae quintae  
per A B æqualis est, & cum ea in eadem  
linea, sed contrarie, agit.

Ex memorata propositione n. 129. dedu-  
cimus ulterius, *actionem potentiae posse resolvi* <sup>134.</sup>  
*in actiones duarum aliarum potentiarum, &*  
*illud*

a 130. b 129.



illud quidem innumeris modis, propter innumera triangula, quæ formari possunt servato eodem latere.

T. 4. Non interest utrum corpus trahatur juxta  
fig. 14 A B potentiâ, cujus intensitas per hanc lineam exprimitur, an duabus potentiis per A D & A E, aut A e & A d quarum intensitates hisce lineis respectivè sunt proportionales; & resolutio hæc unius potentiæ in duas, arbitraria quidem est, sed tantum respectu unius; si enim una detur, determinatur secunda: triangulum enim datis duobus lateribus, & angulo his contento, determinatur.

135. Hac actionis resolutione possumus in omnibus Machinis reducere potentiam oblique agentem ad directam, & proportionem inter directam & obliquam determinare; quod exemplis sequentibus patebit.

136. Vecti A B, applicatur in B pondus P, &  
T. 2. in A potentia oblique agens per A D, aut  
fig. 8. A d, & concipiatur linea D E vecti in situ horizontali parallela, & A E ad illam & vectem perpendicularis; si potentia obliqua sit ad potentiam, quæ directè applicata per A E pondus sustineret, ut A D ad A E, æquilibrium dabitur.

Directio motus puncti A ex motu vectis est vecti perpendicularis, tendit ergo juxta lineam E A prolongatam; distantia B A cum maneat semper eadem, impeditur A ne magis accedat ad F, & quasi repellitur per directionem F A, quando obliqua potentia per A D trahit; quando vero trahit per A d, recessus puncti A ab F cohibetur, & A quasi trahitur versus F. Ulterius punctum A potentiâ trahitur versus D aut

d.



$d$ , tribus ergo potentiis in utroque casu trahitur hocce punctum, quarum directiones sunt parallelæ lateribus trianguli  $AED$ , aut  $AEd$ ; & quæ ergo, ut detur æquilibrium, sunt inter se ut ista latera <sup>a</sup>.

Eodem modo determinatur potentia obliqua axi in peritrochio applicata.

Pondus  $P$  funibus  $AD$  &  $AE$ , ei anne- 137.  
xis, sustinetur, potentiis duabus inæqualibus. T. 2.  
in hoc casu punctum  $A$  tribus potentiis tra- fig. 9.  
hitur. Formetur triangulum  $ADb$ , ductis  
 $Ab$  perpendiculari ad horizontem, &  $Db$   
ad  $AE$  parallelâ, per punctum  $D$ , ad libi-  
tum in linea  $AD$  notatum. Dabitur æqui-  
librium, si, dum pondus repræsentatur per  
 $Ab$ , potentia, quæ juxta  $AD$  agit, per hanc  
lineam repræsentetur,  $Db$  designante alte-  
ram potentiam.

Hic in transitu observandum, ex datis 138.  
inclinationibus funium  $AD$  &  $AE$  ad hori-  
zontem, rationem inter pondus & intensi-  
tates potentiarum, ex tabulis Trigonome-  
triæ posse determinari. Si in triangulo  
 $ADb$  concipiatur linea  $De$ , per punctum  
 $D$  ad horizontem parallela, & illa habeatur  
pro radio circuli,  $DA$  erit secans, &  $eA$   
tangens anguli, quem efficit  $DA$  cum hori-  
zonte; &  $Db$  erit secans, &  $eb$  tangens  
anguli inclinationis fili  $AE$  ad horizontem;  
unde patet intensitates potentiarum propor-  
tionales esse prædictis secantibus, & pondus  
 $P$  proportionem sequi summæ memoratarum  
tangantium.

Vis qua corpus super plano inclinato  
descen-



descendere conatur, per ea quæ de puncto, quod tribus potentiis trahitur, dicta sunt, determinatur.

## DEFINITIO I

139. Planum inclinatum vocatur, quod cum horizonte efficit angulum obliquum.

T. 2. C B repræsentat lineam horizonti parallelam, A B cum illa efficit angulum obliquum. A B C & planum inclinatum repræsentat. Ab extremitate superiori plani dimittitur perpendicularis linea A C ad horizontem.

- fig 10. DEFINITIO 2.  
140. Longitudo A B vocatur Longitudo Plani.

- DEFINITIO 3.  
141. Linea A C vocatur Altitudo Plani.

Corpus P plano A B impositum juxta directionem A B super Plano conatur descendere; ponamus filo huic lineæ parallelo retineri ut quiescat; plano sustinetur, id est quasi pellitur, juxta directionem *d c* plano perpendicularem, tandem gravitate verticaliter per *c e* conatur descendere. Corpus ergo P tribus quasi trahitur potentiis, quarum directiones lateribus trianguli *c e d* parallelæ sunt, sed corpus quiescit, sunt idcirco potentia inter se ut latera hujus trianguli. Ideo,

142. *vis qua corpus super plano conatur descendere est ad vim qua verticaliter conatur descendere, pondus nempe Corporis, ut d e ad c e aut ut A C ad A B, propter similia triangula c d e, A B C, id est, ut altitudo plani ad hujus longitudinem (Exp.)*

143. Corpus P plano inclinato impositum, quod quiescit, dum retinetur filo P S, cujus
- T. 2. di-  
fig 11.



directio cum plano angulum quemcunque efficit, trahit filum vi quæ se habet ad corporis pondus, ut  $SP$  ad  $RP$  ductis nempe  $PR$  verticali, &  $ASR$  perpendiculari ad planum inclinatum.

## LIBRI I.

Pars III. de Motibus, Potentiarum actionibus, variatis.

### CAPUT XIII.

*De Naturæ legibus Newtonianis.*

**P**ressiones contrariis pressionibus destructas, & obstacula immediatâ potentiæ actione translata, huc usque consideravimus. Nunc pressionem in corpora sibi permixta & in motu perseverantia, agentes examinabimus; hic ut in omnibus Physicis ex Phænomenis ratiocinandum est, & ex iis naturæ leges deduci debent.

Tres a Newtono traduntur, quibus omnia, quæ ad motum pertinent, explicari posse credimus.

#### LEX I.

*Corpus omne perseverat in statu suo quiescendi vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus a viribus impressis cogitur statum illum mutare.* 144.

Videmus Corpus suâ naturâ esse iners & in-



incapax sese movendi, unde nisi causâ extraneâ moveatur, in quiete semper necessario manet.

Corpus etiam semel motum in motu secundum eandem rectam lineam eadem cum velocitate continuare quotidianis Experimentis plenissime constat; nullam enim unquam mutationem in motu fieri videmus nisi aliqua ex causa.

145. Corpus vi *insita* transfertur, & *vis* hæc, ut ex lege hac sequitur, *non mutatur nisi actione causæ extraneæ.*

### L E X    I I.

146. *Mutatio motus est semper proportionalis vi motrici impressæ, & fit semper secundum rectam lineam, qua vis illa imprimitur.*

Quando corpori moto alia superadditur vis, ad illud movendum in eadem directione, motus celerior fit.

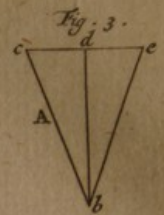
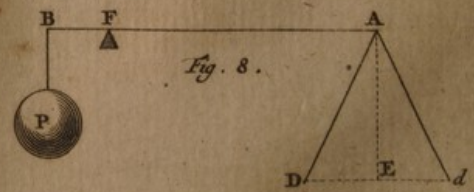
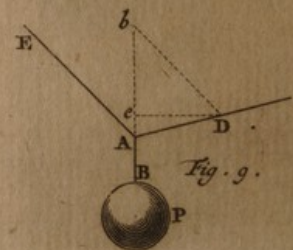
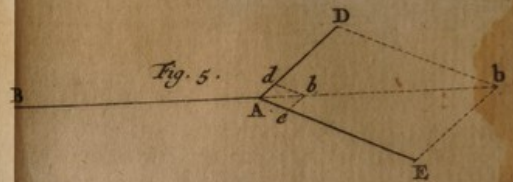
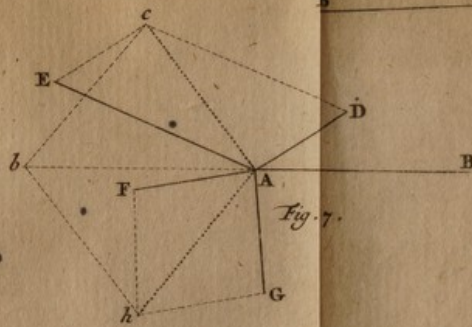
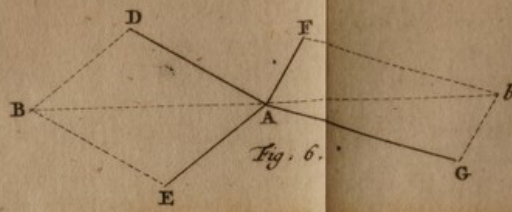
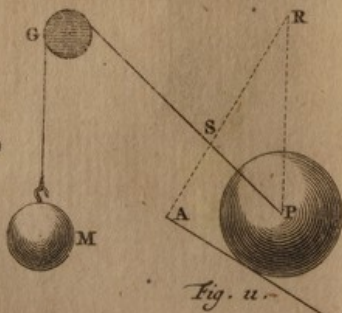
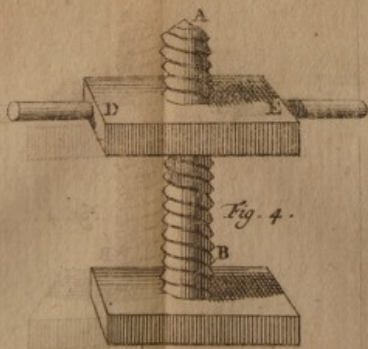
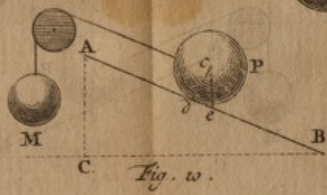
Quando nova impressio motui corporis contraria est, retardatur motus.

Si oblique agat nova impressio, viam suam mutat corpus.

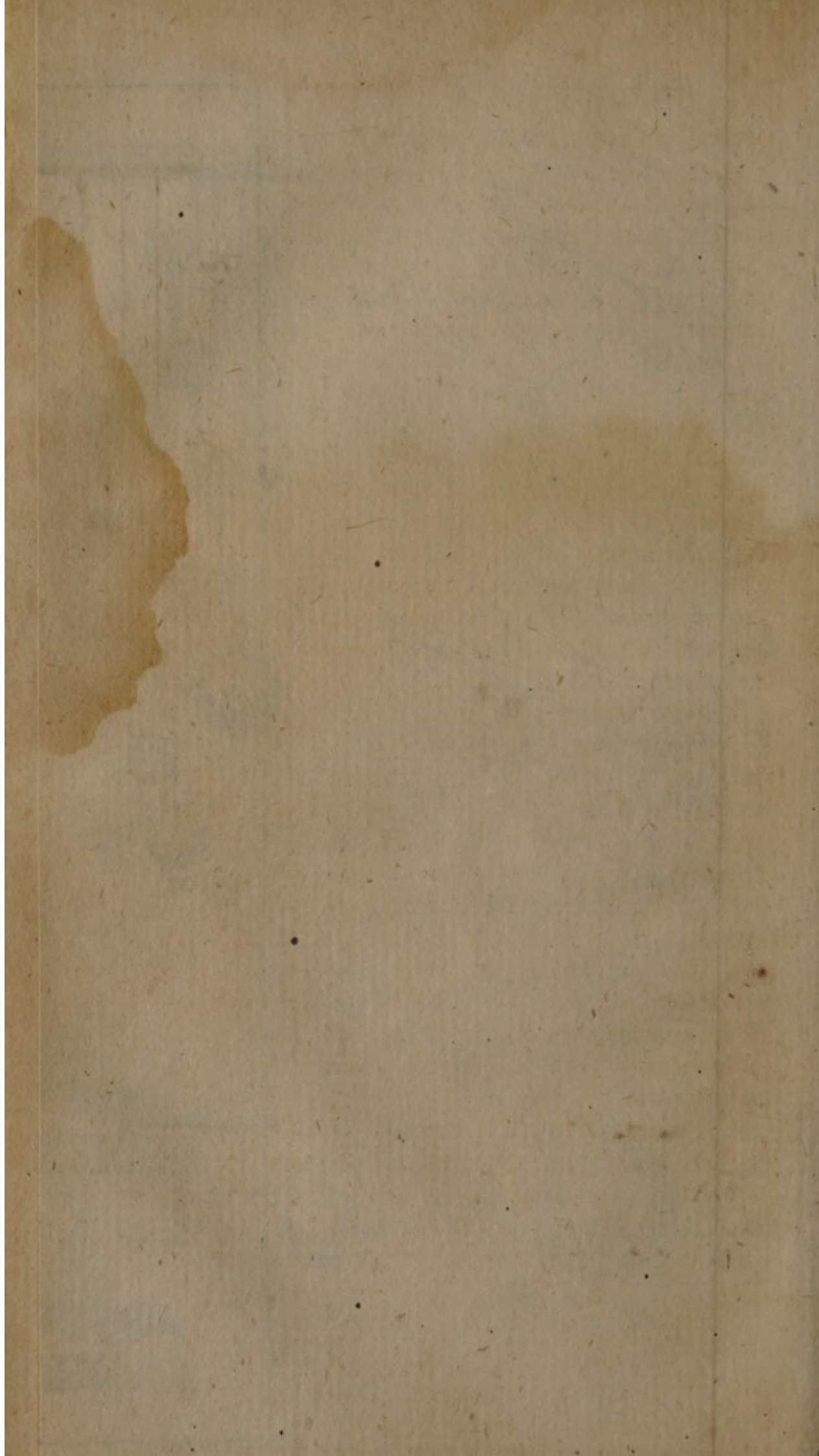
Et in genere omnes mutationes in motu fiunt secundum directiones & pro magnitudinibus impressionum.

- T. 4.  
fig. 13. Sit Corpus in A motum per A E celeritate, quam per hanc ipsam designamus lineam, agat in A impressio, juxta directionem A D, quæ corpori (ut diximus agitato) juxta hanc directionem communicat celeritatem A D. Corpus duobus nunc agitur motibus, quibus lineæ A E & A D eodem tempore percurruntur; hi duo motus sese mutuo non turbant, sed motu ex ambobus composito, secundum hanc legem, quæ ex Phænomenis











nis fuit deducta, corpus fertur. Ut motum hunc compositum determinemus, concipiamus lineam  $AD$ , dum in hac corpus movetur, motu parallelo moveri, celeritate qua corpus fertur per  $AE$ , quam in hoc motu punctum  $A$  percurrit. Translata jam sit linea in  $ad$ , corpus erit in  $b$ , ita ut  $AE$ , ad  $AD$ , ut  $Aa$  ad  $ab$ ; quia & motum lineæ, & corporis in hac, æquabilem ponimus. Absoluto parallelogrammo  $ADBE$ , & ductâ diagonali  $AB$ , clare patet punctum  $b$  in hac diagonali dari, & Corpus dari in  $B$ , ubi linea  $AD$  motu suo pervenit ad  $EB$ , motu 147.  
 ergo composito corpus percurrit diagonalem parallelogrammi formati lineis, situ directiones & longitudinibus celeritates motuum designantibus; diagonalis autem celeritatem motus compositi exprimit.

In sequentibus videbimus & legem respectu vis insitæ locum habere, id est, vim insitam corpori, per diagonalem  $AB$  moto, æqualem esse viribus primæ per  $AE$ , & secundæ quæ corpori juxta  $AD$  communicatur. Si nempe vis secunda non pro parte cum prima contrarie agat, quod obtinet, quando Angulus  $EAD$  est obtusus.

### L E X   I I I.

Actioni contraria semper & æqualis est reactio; sive corporum duorum actiones in se mutuo semper sunt æquales, & in partes contrarias diriguntur. 148.

Quomodocunque corpus in aliud agat, ipsum reactionem æqualem & contrariam pati semper videmus. Digito lapidem premo, premitur æqualiter digitus a lapide. Currum equus protrahit, a curru æqualiter retro-



trotrahitur; lora enim æqualiter versus utramque partem distenduntur.

Corpus in aliud impingitur, resistantiam patitur æqualem actioni, quam in aliud corpus exerit: quod confirmatur Experimentis circa collisiones corporum.

Magnes ferrum ad se trahit, trahitur æqualiter a ferro.

Sedet quis in cymba, cymbam aliam æqualem, & æqualiter onustam, fune trahit; ambæ cymbæ æqualiter moventur, & in medio distantiae primæ concurrunt: si una cymba altera sit major, aut magis onusta, pro diversis quantitibus materiæ in singulis celeritates erunt diversæ.

Et hæc eadem lex generaliter in omnibus corporum actionibus in alia corpora locum habet.

## C A P U T XIV.

### *De Acceleratione & Retardatione Gravium.*

#### D E F I N I T I O I.

149. **M**otus acceleratus, est cujus celeritas omnibus momentis major fit.

#### D E F I N I T I O 2.

150. **M**otus retardatus, est cujus celeritas omnibus momentis minuitur.

Vis gravitatis in omnia corpora pro quantitate materiæ continuò agit, & quæcunque fuerint, eodem modo gravitate moventur; quando corpus libere cadit, impressio primi

mo-



momenti in secundo momento non destruitur; ergo ei superadditur impressio secundi momenti, & sic de cæteris; *motus igitur corporis libere cadentis est acceleratus*, & ex Phænomenis constat *motum æquabiliter in temporibus æqualibus accelerari*; unde sequitur, *gravitatem eodem modo agere in corpus motum ac in corpus quiescens*; ideo celeritates æquales, in momentis æqualibus, corpori communicat. Unde *celeritas, inter cadendum acquisita, semper est ut tempus, in quo corpus cecidit*. Velocitas ex. gr. in certo tempore acquisita erit dupla, si tempus fuerit duplum; & tripla, si tempus triplum, &c.

Designetur illud tempus per lineam  $AB$ , & initium temporis sit  $A$ . In triangulo  $ABE$ , lineæ  $1f$ ,  $2g$ ,  $3h$ , quæ parallelæ ad basin, per puncta  $1$ ,  $2$ ,  $3$ , ducuntur, sunt inter se ut illarum distantia ab  $A$ ,  $A1$ ,  $A2$ ,  $A3$ ; id est, ut tempora, quæ per illas distantias designantur; & velocitates corporis libere cadentis post illa tempora denotant. Si pro lineis Mathematicis aliæ adhibeantur cum minima latitudine, unicuique æquali, non eo mutatur proportio; & hæc minimæ superficies æque prædictas velocitates denotant. In tempore minimo velocitas pro æquabili haberi potest, & ideo spatium in eo tempore percursum velocitati proportionale est <sup>a</sup>. In unaquaque minima superficie memorata, si latitudo superficiei pro tempore habeatur, superficies ipsa spatium percursum designabit. Totum tempus  $AB$  constat ex talibus temporibus minimis; & area trianguli  $ABE$

for-



formatur ex summa omnium superficierum minimarum hisce temporibus minimis respondentium: area ergo hæc spatium tempore A B percursum designat. Eodem modo area trianguli A I. f repræsentat spatium tempore A I. percursum; triangula hæc sunt similia, & areæ illorum sunt inter se ut quadrata laterum A B, A I., aut B E & I. f, id est, *spatia ab initio casus percurſa sunt inter se, ut quadrata temporum per quæ corpus cecidit; aut ut quadrata velocitatum inter cadendum acquisitarum.*

T. 3.  
fig. 1.

156. Diviso tempore A B in partes æquales, A I, I. 2, 2. 3, 3. B; ducantur per divisiones lineæ ad basin parallelæ; *spatia percurſa in illis partibus temporis, id est, in primo, secundo, tertio, &c. momento, positis momentis æqualibus, sunt inter se ut areæ A I f, I f g 2, 2 g h 3, 3 h E B; quæ areæ, ut ex inspectione figuræ patet, sunt inter se ut numeri impares 1. 3. 5. 7. 9.*

Si corpus, postquam cecidit per tempus A B, non ulterius acceleretur, sed celeritate B E, eo casu acquisita, uniformiter motum continuet, per tempus æquale B C, spatium eo motu percursum designatur per aream B E D C, duplam areæ trianguli A B E; & 157. *ideo corpus ab altitudine quacunque libere cadens, ea cum celeritate, quam cadendo acquisivit, in tempore æquali tempori casus, motu æquabili, spatium duplum prædictæ altitudinis percurrent.*

Motus corporis in altum projecti eodem modo retardatur, quo corporis cadentis motus acceleratur, per legem 2.ª; in hoc casu

vis



vis gravitatis cum motu acquisito conspirat, in illo contrarie agit; cum vero vis gravitatis omnibus momentis celeritates æquales corporibus communicet, *motus corporis projecti in altum, æqualibus temporibus, etiam æqualiter minuitur, aut retardatur.* 158.

Vis eadem gravitatis generat motum in corpore cadente, & destruit in corpore adscendente; æqualibus ergo temporibus celeritates eadem generantur, & destruantur. Corpus in altum projectum adscendit, donec totum motum amiserit; ergo adscendit per tempus, in quo corpus cadendo potest acquirere velocitatem, æqualem velocitati cum qua in altum projicitur.

Si B A repræsentet tempus, in quo corpus adscendit, & B E celeritatem, cum qua in altum projicitur; adscensus cessat, ubi celeritas corporis nulla est, ideo lineæ parallelæ ad basin in triangulo A B E repræsentant celeritates in momentis temporis, quibus respondent<sup>a</sup>, & area trianguli A B E spatium adscendendo percursum designat, ut ex demonstratione circa corpora cadentia data<sup>b</sup> potest deduci. Cum autem B E sit velocitas, quam corpus cadendo per tempus A B potest acquirere, triangulum hoc A B E idem est, quod spatium cadendo percursum repræsentat, dum corpus inter cadendum hanc ipsam celeritatem B E acquirit<sup>c</sup>. Unde sequitur, *corpus in altum projectum adscendere ad eandem altitudinem, a qua cadendo potest acquirere velocitatem, cum qua projicitur.* Et altitudines, ad quas corpora cum diversis velocitatibus projecta



46 PHILOSOPHIÆ NEWTONIANÆ  
*jecta possunt adscendere, esse inter se ut qua-*  
*drata illarum velocitatum a.*

## CAPUT XV.

### *De descensu Gravium super plano inclinato.*

- V**is, qua corpus super plano inclinato descendere conatur, ex gravitate oritur, & ejusdem est naturæ cum gravitate; ideo vis illa, omnibus momentis, & in omnibus plani partibus, æqualis est b, & agit in corpus motum eodem modo ac in corpus qui-
161. *escens c: eâdem de causâ motus corporis, super plano libere devolventis, ejusdem est naturæ cum motu corporis libere cadentis; & quæ de hoc dicta sunt, de illo etiam affirmari possunt. Est igitur motus æquabiliter acceleratus in temporibus æqualibus d; & pro-*
162. *positiones num. 152. 153. 155. 156. 157. 158. 159. & 160. si pro descensu, & adscensu directo, motus super plano inclinato ponatur, hîc etiam locum habent.*
163. *Celeritates, quibus corpora duo descendunt, quorum unum libere cadit, & alterum super plano inclinato devolvitur, si eodem tempore cadere incipiant, sunt semper in eadem ratione quam in principio casus e; ergo spatia eodem tempore percurrunt, quæ sunt in ratione longitudinis plani ad illius altitudinem f.*
- <sup>T</sup> 3. In plano A B spatium a corpore percur-  
<sup>fi</sup> 2. sum, dum aliud libere cadit per altitudinem  
planî

a 155. b 76. c 152. d 151. e 151. 161. f 142.



plani A C, determinatur, ducendo ad A B  
 perpendicularem C G: tunc enim longitu-  
 do plani A B est ad illius altitudinem A C,  
 ut A C ad A G. Si circulus describatur  
 diametro A C, punctum G erit in periphe-  
 ria circuli; quia angulus in semicirculo, ut  
 A G C, semper est rectus; & ideo punctum  
 ut G, pro plano utcumque inclinato, sem-  
 per est in eadem illa peripheria: unde sequi-  
 tur, chordas omnes, ut A G esse inter se ut  
 vires, quibus corpora super his descendere  
 conantur; & has percurri a corporibus de-  
 volventibus, in tempore in quo corpus, li-  
 bere cadendo, potest percurrere diametrum  
 A C; & ita tempora devolutionum per illas  
 chordas sunt æqualia. Per punctum C nulla  
 potest duci chorda ut H C, quin detur per  
 A chorda ut A G ei parallela, id est, æqua-  
 liter inclinata, & æqualis; igitur in semircu- 164.  
 lo, ut A H C, *Vires quibus corpora juxta chor-*  
*das, in puncto infimo terminatas descendere co-*  
*nantur, sunt inter se ut hæ chordæ; & quando* 165.  
*corpus sibi permittitur eodem tempore, ad pun-*  
*ctum infimum semicirculi perveniet, sive libere*  
*cadat juxta diametrum, sive descendat super*  
*chordâ H C quâcunque.*

Tempus devolutionis per totum planum A B 166.  
 potest conferri cum tempore descensus per plani  
 altitudinem A C; nam hocce tempus est æ-  
 quale tempori devolutionis per A G; &  
 quadrata temporum sunt inter se ut A B ad  
 A G<sup>a</sup>: sed A B est ad A C, ut A C ad A G:  
 quadrata igitur linearum A B & A C sunt in-  
 ter se, ut A B ad A G; & ideo istæ lineæ A B





Et A C sunt inter se, ut tempora descensus per A B, & A G, aut A C, id est, tempora, in eo casu, sunt *ut spatia percurſa*.

167. *In eodem casu velocitates in fine descensus sunt æquales*; nam post tempora æqualia, quando corpora sunt in G & C, velocitates sunt in eadem ratione quam in principio casus a; id est, ut A C ad A B b. Quando corpus descendit a G ad B, crescit velocitas ut tempus c; & velocitas in G est ad velocitatem in B, ut A C ad A B d: velocitates ergo in B & C eandem rationem habent ad velocitatem in G, & sunt æquales. Ex hisce dedu-

168. *cimus corpus eandem acquirere velocitatem, cadendo a certa altitudine, sive directe cadat, sive per planum inclinatum devolvatur. Et, cum angulus inclinationis nullam adferat mutationem, potest corpus devolvi per plurima plana varie inclinata, Et etiam per curvam, (quæ ut ex innumeris planis diverse inclinatis concinnata considerari potest) Et celeritas semper erit eadem, quando altitudo est æqualis. Non enim interest, utrum Corpus descendat per A B an per E B, in B eadem erit celeritas & eodem modo corpus movebitur per B C; ideoque habebit in C velocitatem, quam devolvendo per E C potuisset acquirere, & in D velocitatem, quam cadendo per G D habuisset. (Exp.)*

T. 3.  
fig. 3.  
169. *Corpus ea cum celeritate, quam cadendo per superficiem quamcunque, sive planam, sive curvam, acquisivit, per aliam superficiem similem ad eandem altitudinem, eodem tempore, adscendere potest e. (Exp.)*

Cor-



Corpus ea cum celeritate, quam cadendo a 170  
certa altitudine acquisivit ad eandem altitudi-  
nem per curvam quamcunque adscendere potest.  
a (Exp.)

## CAPUT XVI.

### De Oscillatione pendulorum.

#### DEFINITIO.

**G**Rave, filo tenuissimo suspensum, & cum fi- 171.  
lo, circa fili punctum fixum, mobile, voca-  
tur Pendulum

Motus penduli est vibratorius, seu oscil-  
latorius.

Quando pondus, filo extenso, ab una  
parte elevatur, gravitate descendit, & cele-  
ritate acquisita ad eandem altitudinem versùs  
aliam partem adscendit <sup>b</sup>; gravitate deinde  
iterum redit, & sic vibrationes continuat.

Rotationem circa punctum suspensionis  
liberrimam hìc ponimus, & nullam dari aë-  
ris resistantiam; quæ in majoribus pendulis  
admodum est exigua.

In motu suo corpus P describit portio- T. 4.  
nem circuli P B G; si loco illius motus cor- fig. 3.  
pus descenderet per chordam P B, & iterum 172.  
adscenderet per chordam B G, & sic vibra-  
tiones suas per chordas perageret; descensus fie-  
ret in tempore, in quo corpus cadendo po-  
test percurrere diametrum circuli P B G <sup>c</sup>;  
id est, longitudinem duplam longitudinis  
penduli: in tempore æquali, adscendit per  
chordam B G <sup>d</sup>; in tempore ergo integræ vi-  
bra-

a 169. 168. b 169. c 165. d 169.



*brationis, corpus cadendo posset percurrere quatuor diametros<sup>a</sup>; id est, longitudinem octuplam longitudinis penduli.* Cumque descensus & adscensus per omnes chordas fiat in tempore æquali, omnes vibrationes per chordas, siue magnas, siue exiguas, sunt æquè diuturnæ. In vibrationibus exiguis, harum durationes, dum in circulo movetur corpus, cum durationibus vibrationum in chordis constantem rationem habent. Idcirco

173. *co ejusdem penduli vibrationes exiguae, licet inæquales, ad sensum sunt æquè diuturnæ.* Cujus æqualitatis causa plenius explicanda est.

174. Rotetur circulus F E B super lineâ A D, donec punctum B in A ad lineam hanc perveniat; hoc motu punctum B describit curvæ portionem B P A: eodem modo similis curvæ portio B D describitur, totaque curva A B D vocatur *Cyclois*.

175. Dividatur hæc in duas partes æquales in B, portionesque B A & B D disponantur ita, ut puncta A & D jungantur in C; punctum vero B cum punctis A & D lineæ A D coïncidat. Juxta harum portionum curvaturam laminæ metallicæ inflectantur ita, ut filum penduli in C suspensi, motu suo vibratorio, ab utraque parte sese laminis istis applicet. & eandem curvaturam cum istis adipiscatur. Nunc posita longitudine penduli C B, corpus P in vibrationibus suis describet cycloïdem A B D, ut a Geometris demonstratur, ita ut filum, longitudinis B C, æquale sit curvæ C A; quare tota curva A B D dupla est lineæ C B, id est, quadrupla diametri F B.

Geo-



Geometræ ulterius demonstrant, *tangen-* 176.  
*tem ad curvam in puncto ut P parallelam esse*  
*chordæ EB, in circulo FEB ductæ ad punctum*  
*infimum B ex puncto E, in quo circulus secatur*  
*a linea PE parallelâ ad basin AD & per P*  
*transeunti; Ut & portionem PB curvæ æqua-* 177.  
*lem esse duplæ chordæ EB.*

Cum autem in singulis curvæ punctis,  
 corpus in curva descendat juxta directionem  
 tangentis ad curvam, sequitur *corpus in pun-* 178.  
*cto quocunque curvæ conari descendere cum vi*  
*quæ proportionalis est portioni curvæ inter hoc-*  
*ce punctum & curvæ punctum infimum B.*  
 Unde sequitur, si duo pendula ut CP ab  
 altitudinibus diversis, eodem momento  
 dimittantur, celeritates, quibus cadere inci-  
 piunt, esse inter se, ut spatia percurrenda,  
 antequam ad B perveniant: si ergo istis viri-  
 bus solis, motu non accelerato, agitentur,  
 eodem temporis momento ad B perveni-  
 rent<sup>b</sup>; eodem modo, celeritatibus secundo  
 momento acquisitis, etiam ad B eodem mo-  
 mento pertingunt; idemque ratiocinium pro  
 momentis sequentibus procedit; & semi-vi-  
 brationes utcunque inæquales, ut & vibra-  
 tiones integræ, ex omnibus viribus junctis,  
 iisdem temporibus peraguntur.

Concipiamus nunc portionem cycloidis, 179.  
 aut integram cycloidem, in linea recta ex- T. 4.  
 tendi ABD, & corpus in hac linea recta fig. 5.  
 moveri juxta legem penduli oscillati in cy-  
 cloide, id est dari pressionem in corpus a-  
 gentem, quæ sequatur rationem distantiae cor-  
 poris a puncto medio B, & quæ in corpus  
 mo-



motum agat ut in corpus quiescens; centro B, radio B A, describatur Semicirculus A L D, qui tempus repræsentat, in quo corpus movetur ab A ad D; tempora in quibus portiones quæcunque lineæ A D describuntur, erectis ad hanc perpendicularibus, determinantur, arcus H I tempus in quo F G, & arcus A H tempus in quo A F percurruntur, designant: celeritates autem in punctis F & G proportionales sunt ipsis perpendicularibus F H, G I.

180. Quæ ut demonstrentur, concipiendum est corpus, quod in linea A D movetur ita, ut temporibus, quæ sunt ut arcus A H, H I, percurrat portiones A F, F G, & sic de cæteris; ita ut totum tempus repræsentetur per semicirculum A L D. Concipiamus ulterius semicirculum in partes minimas æquales divisum, momenta minima æqualia temporis designantes, quales sunt H h & I i. Idcirco positis f h & g i etiam perpendicularibus lineæ A D, temporibus æqualibus lineæ F f & G g percurruntur, quæ cum exiguæ sunt percurruntur motu æquabili, momenta enim temporis adeo exigua concipi possunt, ut acceleratio aut retardatio insensibilis sit; celeritates ergo in punctis F & G sunt, ut F f & G g<sup>a</sup>, quæ sunt inter se ut F H ad G I; propter triangula similia H B F, H b l. & I G B, I m i, ductis lineis H l & I m parallelis lineæ A D; & propter æquales Hypotenuſas H B, I B. & H h, I i. Incrementa celeritatum momentis æqualibus minimis in punctis F & G id est pressiones agentes in istis punctis<sup>b</sup>, sunt ut l h & m i. sunt enim



enim differentiae celeritatum in punctis  $F, f$  &  $G, g$ . Sed, propter triangula memorata similia,  $l h$  &  $m i$  sunt inter se, ut  $F B$  ad  $G B$ ; idcirco pressiones, in punctis  $F$  &  $G$  in corpus agentes, sunt inter se ut distantiae a puncto medio  $B$ . Quæ de incrementis celeritatum demonstrantur in parte  $A B$  lineæ,  $A D$ , in parte  $B D$  de decrementis eodem modo demonstrantur. Agitur ergo corpus juxta legem corporis in cycloide oscillati.

Detur corpus motu æquabili semicirculum percurrentes  $A L D$ , in tempore unius vibrationis in cycloide, id est in tempore, in quo corpus, in linea recta  $A D$  ut explicavimus, motum, illam percurrit. Ex dictis patet  $H h, F f$  &  $I i, G g$ , æqualibus temporibus percurri; unde sequitur, cum directiones sint parallelæ in  $L$  &  $B$ , celeritates in hisce punctis esse æquales.

Idcirco corpus celeritate quam corpus pendulum habet in  $B$ , in tempore unius vibrationis describit semicirculum, cujus diameter est arcus cycloidis a corpore percursus. Si corpus integram percurrat cycloidem  $A B D$ , diameter hæc erit quadrupla diametri  $F B$  <sup>a</sup>, & velocitas in  $B$  erit, quam corpus cadendo ab altitudine  $F B$  acquirit <sup>b</sup>, qua celeritate motu æquabili corpus in tempore casus potest percurrere lineam duplam ipsius  $F B$  <sup>c</sup>. Sed spatia æqualibus velocitatibus percurfa sunt ut tempora <sup>d</sup>; id circo tempus casus per semilongitudinem penduli est ad tempus unius vibrationis per integram cycloidem, aut arcum

a 17. b. 168. c 157. d 53.



cum quemcumque <sup>a</sup>, ut dupla  $FB$ , ad semicircumferentiam circuli, cujus diameter est quadrupla lineæ  $FB$ , aut ad integram circumferentiam, cujus diameter est etiam dupla  $FB$ ; ergo in genere *ut diameter circuli ad hujus circumferentiam.*

183. *In Cycloide pars infima cum circuli arcu exiguo ad sensum coincidit; & hæc est vera ratio, quare in circulo tempora vibrationum exiguarum, utcunque inæqualium, sint æqualia; ideo etiam duratio harum vibrationum habet ad tempus casus verticalis rationem statim memoratam.*

184. Tempora vibrationum *pendulorum quorumcunque* eandem ad tempus casus per semi-longitudinem penduli rationem habent <sup>b</sup>; ideo sunt tempora vibrationum, ut tempora casus per illas semi-longitudines; id est *quadrata durationum vibrationum sunt ut semi-longitudines*<sup>c</sup>, sive ut ipsæ longitudines pendulorum. (Exp)

185. *Velocitates penduli in puncto infimo, in vibrationibus inæqualibus, sunt inter se, ut subtense arcuum, quos corpus descendendo describit.* Sic velocitas corporis  $P$ , descendentis per arcum  $PB$ , est ad ejus velocitatem quando descendit per  $DB$ , ut chorda  $PB$  ad chordam  $DB$ : nam ducendo lineas horizonti parallelas  $Pf$ ,  $Dd$ , in circulo, quadrata prædictarum chordarum sunt inter se ut lineæ  $fB$ ,  $dB$ . Quadrata prædictarum velocitatum sunt etiam ut istæ lineæ  $fB$ ,  $dB$ <sup>d</sup>; ergo velocitates ut chordæ.

Circa omnia, quæ hucusque de pendulis dicta sunt, *non interest cujuscunque magnitudinis sit pondus in pendulo, aut utrum pondera*

*in*



*in duobus pendulis sint diversæ magnitudinis, aut diversæ materiæ: Cùm vis gravitatis proportionalis sit quantitati materiæ in omnibus corporibus <sup>a</sup>, omnia corpora, in iisdem circumstantiis, gravitate æque celeriter moventur. (Exp.)*

Sæpe loco fili virga ferrea tenuis sed rigida adhibetur, & aliquando etiam pondera duo aut plura ei annectuntur, & vocatur *pendulum compositum*; in eo casu regulæ memoratæ locum non habent; sed ista pendula ad simplicia revocantur, determinando in iis punctum, in quo si pondera forent juncta, vibrationes essent æquæ diuturnæ cum vibrationibus penduli compositi. Hocce punctum vocatur *centrum oscillationis*. 187.

*Sit C A pendulum compositum; pondera P & Q; inter hæc datur centrum oscillationis O, quod determinatur, posita virgâ A C rigidâ & sine pondere, si fiat ut pondus Q, multiplicatum per B C, ad pondus P multiplicatum per A C, ita A O ad O Q. Quod ut demonstremus, considerandum est pondera Q & A moveri directionibus parallelis inter se, id est æqualiter ad horizontem inclinatæ; ideo agitari continuo impressionibus ex gravitate, quæ, nisi corpora virgâ rigidâ juncta forent, illis celeritates communicarent æquales <sup>b</sup>. Junctorum autem ponderum celeritates necessario sunt inæquales, & celeritas corporis P, actione ponderis Q, augetur, dum hoc alterius actione retardatur; quæ actiones contrariæ æquales sunt <sup>c</sup>: interea punctum intermedium quoddam O, centrum* 188.

<sup>a</sup> 79. <sup>b</sup> 78. 163. <sup>c</sup> 148.



trum nempe oscillationis, movetur celeritate ex actione gravitatis oriunda.

Sit  $Bb$ ,  $Oo$ , aut  $Aa$  (has enim æquales ponimus lineas) spatium percursum ex actione gravitatis juxta inclinationem quamcunque agentis in tempore quocunque minimo. Cum punctum  $O$  hoc spatium percurrit, tantum per  $BE$  transfertur  $Q$ , & potentia quæ in  $Q$  agit minuitur quantitate, qua eodem tempore corpus hoc percurreret  $Eb$ , & quæ exprimitur per  $Q \propto Eb$ . Potentia autem, quæ in  $P$  agit, augetur quantitate, qua  $P$  eodem tempore transfertur per  $aD$ , & quæ exprimitur per  $P \propto aD$ ; potentia ergo quæ retardat motum corporis  $Q$ , est ad potentiam, quæ accelerat motum corporis  $P$ , ut  $Q \propto Eb$  ad  $P \propto aD$ . Sed potentia hæ applicantur vecti, cujus fulcrum est  $C$ ; idcirco harum actiones, quas æquales demonstravimus, sunt ut  $CB \propto Eb \propto Q$  ad  $CA \propto aD \propto P$ . Ideo  $CB \propto Q$  ad  $CA \propto P$ , ut  $aD$  ad  $Eb$ , aut  $AO$  ad  $OB$ . quod demonstrandum erat. Patet etiam in pendulo tali composito producta fore æqualia, si unumquodque pondus multiplicetur per suas distantias a centrīs suspensionis & oscillationis.

190.

*Si plura pondera dentur & unumquodque per suas distantias a centrīs suspensionis & oscillationis multiplicetur, summæ productorum ab utraque parte centri oscillationis æquales sunt. Quod demonstratione simili evincitur.*

Eodem fundamento nititur demonstratio, licet



licet hæc paulum intricatior sit, qua probatur, *regulæ C A ponderis æquabilis, & circa extremitatem alteram C vibratæ, centrum oscillationis O a puncto suspensionis C distare duabus partibus tertiis longitudinis regulæ.* (Exp.)

T. 4.  
fig. 7.  
191.

Vibrationes pendulorum, ut diximus, licet inæquales, sunt æquæ diurnæ<sup>a</sup>, & hæc pendulorum proprietas maximi usus est in horologiis, quibus motus æquabilis, pendulo adjuncto, communicatur.

Per horologia in diversis locis translata, vim gravitatis non ubique terrarum æqualem esse enotuit; ex eo quod durationes vibrationum ejusdem penduli, in diversis regionibus, inæquales repertæ sunt, & illa gravitatis diversitas per pendula mensuratur.

Dentur duo pendula,  $CP$ ,  $cp$ , quorum longitudines sint inter se, ut vires gravitatis quibus agitantur; si arcus similes excurrant, in punctis respondentibus gravitates eandem semper habebunt rationem inter se, & generabunt celeritates in ratione arcuum percurrentium, (quia arcus similes sunt ut pendulorum longitudines) qui ergo æqualibus temporibus percurrentur<sup>b</sup>, id est, vibrationes erunt æquæ diurnæ.

192.  
T. 4.  
fig. 2.

Si ad eandem longitudinem reducantur mutato pendulo  $cp$ , cujus longitudo fiat  $cq$ , æqualis  $CP$ ; quadratum durationis vibrationis penduli  $cq$  est ad quadratum durationis vibrationis penduli  $cp$ , aut  $CP$ <sup>c</sup>, ut  $cq$ , aut  $CP$ , ad  $cp$ <sup>d</sup>, id est ut gravitas, quæ in pendulum  $CP$  agit ad gravitatem, quæ pendulum  $cq$  agit.

193-

a 172. b 182. c 192. d 184.

C 5



gitat. Sunt ergo quadrata durationum pendulorum æqualium, inverse ut gravitates in pendula agentes. Et in genere quadrata durationum vibrationum pendulorum sunt directe ut pendulorum longitudines <sup>a</sup>, & inverse ut gravitates quibus moventur <sup>b</sup>.

## CAPUT XVII.

## De Projectione Gravium.

395. **S**I in corpus motum potentia agat, mutatur  
T. 3. motus <sup>c</sup>; si corpus projiciatur per A B, in  
fig. 4. tempore, in quo potest percurrere A B, vi gravitatis, fertur versus terræ centrum per B E, & ita, motu composito ex istis duobus, movetur per A E; & illo motu secundo momento percurreret E C, ipsi A E æqualem, nisi secundo momento eadem vi gravitatis latum foret per C G, ita ut motus in secundo momento sit per E G; eodem modo, motus tertii momenti est per G H, & quarti momenti per H I; cum vero vis gravitatis continuo agat, illa temporis momenta minima sunt, & ubique dabitur motus aliter compositus, id est, directionis inflexio; in eo casu ergo corpus *movetur in linea curva*.

396. Hic motus corporis ex projectione magis simpliciter considerari potest in omnibus projectionibus, quæ a nobis fieri possunt; quia omnes lineæ, quæ ad terræ centrum tendunt, pro parallelis haberi possunt; & directio ex illo motu semper est eadem; unde motus ex projectione ex duobus tantum modis constat, primo æquabili per lineam projectionis.



*Etionis, secundo terram versus accelerato a.*

*Projicitur corpus per lineam A E; hori- 197.*  
zontiparallelam; temporibus æqualibus, ex T. 3.  
illo motu, percurreret partes æquales A B, fig. 5.  
B C, C D, D E. Ex gravitate fertur motu  
ad horizontem perpendiculari, directione  
B F, C G, D H, aut E I; motus hic est ac-  
celeratus; & ideo si post primum momen-  
tum corpus sit in F, post secundum erit in  
G, post tertium in H, post quartum in I; ita  
ut posito B F unum, C G sit quatuor, D H  
novem, & E I sedecim b. Corpus *percurreret*  
*curvam* transeuntem per omnia puncta, quæ  
eodem modo ac F, G, H, I determinari pos-  
sunt; *vocatur Parabola.*

Quæ de curva a corpore horizontaliter pro-  
jecto dicta sunt, etiam pertinent ad proje-  
ctionem quamcumque.

Projiciatur corpus per A E, & sint A B, T. 3.  
B C, C D, D E, æquales; corpus percur- fig. 6.  
ret curvam A F G H I, ita ut verticales li-  
neæ B F, C G, D H, E I sint inter se, ut  
1. 4. 9. & 16.; in quo casu etiam curva *Pa-*  
*rabola* vocatur.

D E F I N I T I O

198.

*Sit A I planum quod per A transit, si curva me-*  
*morata hoc secet in I; A I vocatur amplitudo jactus*

Motus corporum, quæ eadem celeritate  
projiciuntur, cum directionibus diverse in-  
clinatis, possunt inter se comparari:

*Potestque corpus celeritate data in plano dato 199.*  
*ad distantiam quamcumque projici.*

Sit celeritas data illa, quam corpus acqui- T. 3.  
sit cadendo ab altitudine M A, quam hori- fig. 6.  
zonti

a 151. b 155.



zonti  $A L$  perpendicularem concipimus, & corpus in plano inclinato  $A I$  in  $I$  projiciendum sit. Ductâ  $M N$  horizonti parallelâ, erigatur  $A N$  normalis plano  $A I$ , secans  $M N$  in  $N$ ; centro puncto medio lineæ  $A N$  per  $A$  describatur circulus, qui etiam per  $M$  transibit; sit  $A R$  pars quarta lineæ  $A I$ ; per  $R$  ducatur, horizonti perpendicularis, id est parallela lineæ  $A M$ , linea  $R b$ , quæ circumsecat in  $B$  &  $b$ ; si corpus projiciatur per  $A B$  aut  $A b$  cadet in  $I$ . Qua methodo etiam directio jactus determinatur, si punctum  $I$  sit in lineâ horizontali per  $A$  transeunti (in quo casu  $M$  &  $N$  coincidunt), aut infra lineam hanc horizontalem.

Motu æquabili celeritate, cum qua projectio fit, corpus potest percurrere  $A E$ , dum cadit per  $E I$ . Quia corpus projicitur velocitate per  $M A$  cadendo acquisita, eodem motu æquabili potest percurrere duplam  $M A$  in tempore in quo ab altitudine  $M A$  cadit <sup>a</sup>. Spatia, velocitate eadem & æquabili percurfa, sunt ut tempora in quibus percurruntur <sup>b</sup>; ergo tempus casus per  $M A$  ad tempus casus per  $E I$ , ut dupla  $M A$  ad  $A E$ . Ideo  $2 M A$  <sup>c</sup> ad  $A E$  ut,  $M A$  ad  $E I$  <sup>c</sup>; Quam ergo proportionem si demonstremus dari in constructione præcedenti, directionem benè fuisse determinatam constabit.

Ducatur  $M B$ , & habemus angulum  $B A R$  a tangente  $A R$ , est enim perpendicularis radio  $A O$ , & a lineâ circumsecante  $A B$  formatum æqualem angulo  $A M B$  in segmento opposito; anguli etiam alterni  $R B A$ ,  
 $M A B$



M A B sunt æquales; ergo sunt similia trian-  
gula A B R, A M B, & lineæ M A, A B, B R,  
proportionales; ergo M A 9 ad A B 9 ut M A  
ad B R; ideo 2 M A 9 ad 2 A B 9, aut A C 9 ut  
M A ad B R, multiplicando consequentia per  
quatuor, habemus 2 M A 9 ad A C 9 multiplica-  
tum per quatuor, id est 2 A C 9, aut A E 9, ut M A  
ad 4 B R aut E I, quod demonstrandum erat.

Demonstratio similis est, si corpus per  
A b projiciatur. Unde sequitur. *corpus per* 200.  
*duas directiones posse projici ut in idem punctum*  
*cadat, si autem distantia sit omnium maxima*  
*ad quam corpus, data velocitate, in plano dato,*  
*potest projici, unica est directio per quam pro-*  
*jiciendum est corpus, punctis B & b coinciden-*  
*tibus in Q, puncto medio arcus M Q A, a quo*  
*puncto semper æqualiter distant puncta B & b.*

Si A I sit *horizontalis* arcus A Q M est se- 201.  
micirculus, & in hoc casu *amplitudo*, ma-  
nente celeritate, cum qua projectio fit, est  
*omnium maxima, quando directio projectionis cum*  
*horizonte efficit angulum semirectum.*

Si celeritas mutetur, & corpus secundum  
eandem directionem projiciatur, amplitudo  
mutatur, in eadem ratione cum altitudi- 202.  
ne A M; id est, *amplitudines, manente eadem*  
*directione, sunt ut altitudines ad quas corpo-*  
*ra, iisdem celeritatibus, in altum projecta*  
*adscendere possunt. sunt ergo ut quadrata ce-*  
*leritatum* a.

Sit corpus ex A projiciendum per punctum 203.  
H in I, positis tribus hisce punctis in eodem T. 3.  
plano verticali, & puncto medio supra lineam 58. 7.  
quæ reliqua duo jungit. Sit A L horizon-

12-



talibus & per tria puncta data ad hanc normales  
 $LE$ ,  $FD$ ,  $AP$ . Ex  $I$  per puncta  $A$  &  $H$   
 ducantur lineæ  $IA$ ,  $IH$ , quarum ultima se-  
 cat  $AP$  in  $P$ ; fiat  $GD$  æqualis  $AP$ , & habetur  
 $AD$  directio jactus. Celeritas detegitur, si sum-  
 tâ  $AR$  quartâ parte  $AI$ , fiat  $MR$  *b* nor-  
 malis ad horizontem, quam in *b* secat linea  
 $Ab$  quæ cum  $PA$  efficit angulum  $PAb$   
 æqualem angulo  $BAR$ ; dividâ  $Bb$  in duas  
 partes æquales in  $Q$ ,  $QM$  est semialtitudo a  
 qua cadendo corpus acquirit velocitatem  
 cum qua projiciendum est.

Corpus projectum velocitate æquabili per-  
 currit  $AE$  &  $AD$ , dum cadit per  $EI$  &  
 $DH$ : ut ergo demonstremus corpus per hæc  
 puncta transire, demonstrandum  $AE$  se ha-  
 bere ad  $AD$ , aut  $EI$  ad  $DG$ , ut  $EI$  ad  
 $DH$ .

In triangulis similibus  $IHG$ ,  $IPA$ ,  $AI$   
 ad  $AG$ , ut  $AP$ , aut  $DG$ , ad  $DG$  minus  
 $GH$ , id est  $HD$ . Sed in triangulis similibus  
 $AEI$ ,  $ADG$ ;  $AI$  ad  $AG$ , ut  $EI$  ad  $DG$ ;  
 ergo  $EI$  ad  $DG$  ut  $DG$  ad  $HD$ ; idcirco  
 $EI$  ad  $DC$ , ut  $EI$  ad  $HD$  quod demon-  
 strandum erat. Velocitatem autem rite esse  
 determinatam constabit ex collatione fig. 7.  
 cum 6.; si ad puncta  $B$ , *b*, attendamus, quæ  
 in utraque figura iisdem litteris designan-  
 tur.

CA-



## CAPUT XVIII.

*De Viribus Centralibus.*

**C**ORPUS in motu motum in linea recta continuat <sup>a</sup>, & ab ea non recedit, nisi impulsu novo agitur; post impulsu motus est compositus, ex duobus nascitur tertius etiam in linea recta <sup>b</sup>. Si ergo corpus movetur in curva, omnibus momentis novo impulsu agitur; curva enim ad rectas lineas revocari non potest, nisi concipiatur divisa in partes infinite parvas. Exemplum talis motus habemus in projectione gravium<sup>c</sup>; aliud habemus in omnibus motibus circa punctum quasi centrum.

*Corpus quod continuo versus centrum aliquod* 204.  
*pellitur, si projiciatur secundum lineam quæ*  
*per illud centrum non transit, curvam descri-*  
*bit: & in omnibus punctis conatur ab illa cur-* 205.  
*va recedere secundum directionem curvaturæ,*  
*id est, tangentis ad curvam; ita ut si vis illa*  
*subito ab actione cessaret, corpus in recta*  
*linea per tangentem illam motum conti-*  
*nuaret.*

Lapis fundæ impositus, & in gyrum agitat, curvam describit, quia fundæ versus manum omnibus momentis quasi retrahitur; si sibi relinquatur per curvæ tangentem recedit:

## DEFINITIO I.

*Vis qua corpus in casu prædicto a centro rece-* 206.  
*dere conatur, qualis est vis qua fundæ agita-*

12



64 PHILOSOPHIA NEWTONIANA  
ta distenditur, vocatur vis centrifuga.

DEFINITIO 2.

207. *Vis autem qua corpus versus illud centrum trahitur aut pellitur, vocatur vis centripeta.*

DEFINITIO 3.

208. *Nomine communi istæ vires vocantur vires centrales.*

209. *In omni casu vis centrifuga & vis centripeta sunt æquales inter se; nam agunt contrarie & sese mutuo destruunt. Vi centripetâ corpus retinetur in curva, & centrifugâ conatur ex hac recedere. Funda agitata æqualiter versus utramque partem distenditur, & lapis ea cum vi a manu conatur recedere, cum qua retinetur; id est, versus manum trahitur.*

Virium centralium maximus usus est in Philosophia Naturali; Planetæ omnes in gyros moventur, & plerique, si non omnes, circa axes rotantur.

210. *Quando corpus plano impositum, cum isto plano, æquali in tempore, circa commune centrum revolvitur, & circulum describit; si vis centripeta, qua corpus, omnibus momentis, versus centrum trahitur aut pellitur, agere cesset, & planum eadem celeritate movere continuet; corpus a centro recedere incipit, respectu plani, per lineam quæ per centrum transit.*

Concipiamus globum funi tenui cohærentem, cujus extremitas altera fixa est in centro Orbis circa centrum agitati, & cui Globus est impositus ita ut eodem tempore cum illo circumrotetur; respectu Orbis quiescit Globus, & in eo situ, solo fune centro Orbis  
alli-



alligato, retinetur; nullam ergo impressionem in illo plano patitur, nisi qua funis distenditur, id est, cujus directio per centrum Orbis transit; & sic, si sibi relinquatur, non potest in illo plano, in primo momento, secundum aliam directionem moveri.

Concipiamus dari vim, qua corpus, ubi-  
cunque detur, pellatur versus centrum C, non interest quomodocunque in punctis diversis varietur vis hæc; concipiamus vim hanc non esse continuam, sed illam ictibus in corpus agere, & momenta temporis inter ictus esse æqualia. Corpus projectum per A B hanc percurrit lineam in momento tali; motum per B L, æqualem A B, in momento sequenti continuaret, nisi in B ictu in corpus pelleretur hoc ad C; ponamus celeritatem ex hoc ictu oriundam in corpore jam agitato, talem esse, ut hac corpus possit in intervallo temporis, inter duos ictus, percurrere lineam L D; si L D sit parallela B C, corpus duobus motibus agitatum percurrit B D<sup>a</sup>, daturque in D, in momento in quo ictu sequenti iterum ad centrum pellitur. Si ictus hic non daretur, in momento sequenti percurreret D E, positis D E & B D æqualibus, sed eodem tempore versus centrum fertur, id est per D C pellitur, si juxta hanc directionem percurrat lineam æqualem lineæ E F in tempore in quo percurreret D E, motu composito corpus movetur per D F, positis E F & D C parallelis. Eodem modo demonstramus in momento sequenti corpus percurrere F H, si  
GH

T. 3.  
fig. 2.



GH sit æqualis spatio in hoc momento, ex ictu versus C percurrento, positisque F G & D F æqualibus, ut & G H & F C parallelis.

Triangula A B C, B L C, habent bases æquales A B, B L in eadem linea, & verticem communem C; sunt ergo æqualia. Triangula B L C, B D C basin habent communem B C & constituuntur inter parallelas B C, L D; sunt ergo æqualia. Idcirco etiam æqualia sunt triangula A B C, B D C. Eodem plane modo demonstramus æqualia triangula B D C, D F C & in genere æqualia esse inter se triangula quæcunque ut A B C, B D C, D F C, F H C, quorum bases momentis æqualibus a corpore projecto percurruntur. Ex qua demonstratione sequens deducitur propositio.

211. *Quando corpus circa centrum movetur, si inter movendum magis ad centrum accedat, acceleratur illius motus; retardatur contra, si a centro recedat. (Exp.)*

212. *Etiam patet corpus projectum & vi centrum versus tendenti agitatum, moveri in plano, quod transit per lineam juxta quam corpus projicitur & per centrum virium.*

Concipiamus nunc momenta inter duos ictus minui, ut & ipsos ictus, manentibus nihilominus illis æqualibus inter se, positis hisce utcunque in æqualibus, demonstratio eadem locum habebit. Si diminutio sit infinitum mutantur ictus in pressionem continuam, & corpus in similis punctis a via recta deflectitur. subjicitur tamen legi in demonstratione præcedenti de-

T. 3. terminata. Si ergo corpus moveatur in curva A B D E, & tempus concipiatur divisum in



in momenta infinite exigua & æqualia inter se, area trianguli mixti  $ACB$  continebit tot triangula exigua æqualia inter se, quot dantur momenta in tempore, in quo percurritur  $AB$ , & area trianguli mixti  $DCE$  eodem modo continebit tot triangula æqualia inter se & prioribus, quot dantur momenta in tempore in quo percurritur  $DE$ ; ideoque tempora in quibus corpus  $AB$  &  $DE$  percurrit, sunt inter se ut numeri triangulorum æqualium arcibus  $ACB$ ,  $DCE$  contentorum, id est ut ipsæ areae. Unde hanc generalem deducimus propositionem.

*Corpus, quod vi versus centrum tendenti in 213.  
curva retinetur, describere areas circa illud cen-  
trum temporibus proportionales.*

Hujus propositionis inversa etiam demon-  
stratur, corpus quod movetur in linea aliqua 214.  
curva in plano, & describit areas circa punctum  
quoddam temporibus proportionales, a recta li-  
nea detorqueri & urgeri vi tendente ad idem  
punctum. Si corpus latum per  $AB$  in momen- T. 3.  
to sequenti & æquali percurrat  $BD$ ; quia mo- fig. 8.  
tu primo, in momento hoc, per  $BL$  æqualem  
 $AB$  motum continuasset, necessario juxta di-  
rectionem  $LD$  a via sua remotum fuit<sup>a</sup>; si au-  
tem triangula  $ABC$ ,  $BDC$  sint æqualia,  
etiam æqualia erunt  $BDC$ ,  $BLC$ ; ideo-  
que linea  $LD$  parallela  $BC$ ; id est directio  
vis quæ corpus a linea recta detorquet versus  
centrum  $C$  dirigitur.

Ut vires centrales inter se comparemus,  
considerandum est vim centripetam esse pres-  
sionem, quæ in corpus agit. Cum in singu-  
lis



lis punctis a linearecta detorqueatur corpus, in singulis momentis deflectio a linea recta est effectus immediatus pressiois, ita ut quæ de potentiarum actionibus demonstrata sunt hic applicari possint a.

215. *Quo major est quantitas materiæ in aliquo corpore, eo major est hujus vis centrifuga, ceteris paribus.*

216. Si liquida variæ densitatis in spatio determinato includantur, ita ut graviora a centro non possint recedere, quin leviora ad illud accedant, & disposita sint ut pondere suo graviora ad centrum accédant, in motu circa illud centrum leviora versus hoc feruntur, & graviora centrum fugiunt. (*Exp.*)

Si solidum cum liquido spatio determinato includatur, idem dicendum ac de duobus liquidis; si liquido levius fuerit, ad centrum accedit, si gravius, ab eo recedit. Quæ omnia oriuntur ex majori vi centrifuga in graviore corpore. (*Exp.*)

217. Vires centrales non modo respectu quantitatis materiæ differunt, sed etiam distantia a centro mutationem affert, ut & celeritas cum qua circumvolvitur corpus; præter hæc nihil in istis viribus datur, ex quo differentia inter illas oriri possit, & in comparandis istis viribus hæc sola considerata sunt.

#### DEFINITIO 4.

218. Tempus periodicum, est tempus in quo corpus circa centrum revolvens integram revolutionem peragit; id est, si curvam describat, quæ in se redit, tempus lapsum inter recessum



cessum a puncto & accessum ad idem punctum; si curva in se non redeat, pro puncto linea per centrum transiens sumenda est.

Tempus periodicum pendet a corporis celeritate, & ideo in comparandis viribus centralibus tempus hocce loco celeritatis considerari potest.

*Quando tempora periodica sunt æqualia, & 219. distantie æquales a centro, vires centrales sunt ut quantitates materiæ in corporibus quæ revolvuntur a. (Exp.)*

*Quando quantitates materiæ in corporibus circumrotatis sunt æquales, & tempora periodica æqualia, vires centrales sunt ut distantie a centro. Si duo corpora æqualia, circulos concentricos B H L, A G M æqualibus temporibus describant, momentis minimis æqualibus arcus similes B I, A F percurruntur. Corpora autem momentis iisdem per tangentes B H, A D moverentur si nulla daretur vis centralis; nam propter arcus exiguos sunt hi tangentibus æquales; Corpora ergo, æqualibus momentis, viribus centralibus, transferuntur per lineas H I, D F, in quarum ratione sunt vires centrales; hæ autem lineæ sunt ut distantie a centro B C, A C.*

*Quando tempora periodica sunt æqualia, sed 221 distantie a centro & quantitates materiæ in corporibus revolutis differunt, vires centrales sunt in ratione composita, quantitatum materiæ, & distantiarum; quod ex duabus ultimis propositionibus sequitur. Ut hanc rationem compositam determinemus, quantitas materiæ in*



in unoquoque corpore per suam distantiam a centro multiplicanda est, & producta quantitas inter se rationem habent. (*Exp.*)

222. Differentiæ virium centralium, ex differentiis distantiarum a centro & quantitatum materiæ oriundæ, sese mutuo possunt compensare; & *positis quantitatibus materiæ in corporibus circumactis in ratione inversa distantiarum a centro, vires centrales erunt æquales*; quantum vis una alterâ major est respectu quantitatis materiæ, tantum hæc illam superat propter majorem distantiam. (*Exp.*)

223. Casus hujus propositionis existat, quando duo corpora filo juncta circa commune centrum gravitatis revolvuntur. Distantiæ enim ab illo centro sunt in ratione inversa ponderum corporum<sup>a</sup>, & ergo vires centrales æquales. Vi qua corpus unum a centro conatur recedere, alterum ad centrum trahitur; & propter virium æqualitatem *sese mutuo retinent & motum continuant*; si circa aliud punctum revolvantur, motum non continuant, & corpus, cujus vis centrifuga præpollet, a centro recedit, & corpus aliud secum fert. (*Exp.*)

Differentia virium centralium ex differentia temporis periodici etiam determinatur.

224. Quando quantitates materiæ in corporibus circumrotatis, & distantie a centro sunt æquales, vires centrales sunt in ratione inversa quadratorum temporum periodicorum, id est, directe ut quadrata revolutionum eodem tempore peractarum.

Mo-



Moveantur duo corpora in circulo <sup>T. 3.</sup>  
 A G M. Tempora periodica erunt inverte <sup>fig. 10.</sup>  
 arcus eodem tempore descripti; id est in-  
 verse ut A G, ad A F, si hi arcus eodem  
 tempore a corporibus percurrantur. Sint  
 hi infinite exigui; si nullæ darentur vires cen-  
 trales, in tangente corpora percurrerent par-  
 tes A E, A D arcubus memoratis æquales,  
 & viribus centralibus percurruntur eodem  
 tempore lineæ E G, D F in quarum ratione  
 sunt vires hæ. Quia agitur de arcubus in-  
 finite exiguis, E G & D F, licet ad centrum  
 C tendant pro parallelis ipsi A C haberi pos-  
 sunt; sunt ideo E G, & D F ut quadrata  
 subtenfarum arcuum A G, A F aut ut quadrata  
 ipsorum arcuum; quia exigui sunt & a sub-  
 tensis non differunt; ideoque inverte ut qua-  
 drata temporum periodicorum. (Exp.)

*Quomocunque inter se vires centrales diffe-* 225.  
*rant, ex jam dictis inter se possunt compa-*  
*rari; nam sunt semper in ratione composita,*  
*ex ratione quantitatum materiæ in corporibus*  
*revolutis <sup>a</sup>, & ratione distantiarum a cen-*  
*tro <sup>b</sup>, ut & ratione inversa quadratorum*  
*temporum periodicorum <sup>c</sup>.* Multiplicando  
 quantitatem materiæ in unoquoque corpore  
 per distantiam a centro, & dividendo pro-  
 ductum per quadratum temporis periodici,  
 quotientes divisionum erunt in dicta ratione  
 composita; id est, ut vires centrales. (Exp.)

*Quando quantitates materiæ sunt æquales,* 226.  
*distantiæ ipsæ per quadrata temporum periodico-*  
*rum dividuntur, ad determinandam proportio-*  
*nem inter vires centrales.*

In



227. In hoc casu si quadrata temporum periodico-  
rum fuerint inter se ut cubi distantiarum, quo-  
tientes divisionum erunt in ratione inversa  
quadratorum distantiarum; & in ea ratione  
etiam vires centrales. Sint distantia a centro  
D & d; tempora periodica T, t; vires cen-  
trales V, v; ponamus  $T^2 \propto d^3 :: D^3, d^3$ ; ergo  

$$\frac{D}{T^2} \propto \frac{d}{t^2} :: \frac{D}{D^3} \propto \frac{d}{d^3} :: \frac{1}{D^2} \propto \frac{1}{d^2}$$
 Sed  $V, v ::$   

$$\frac{D}{T^2} \propto \frac{d}{t^2} \text{ ergo } V, v :: \frac{1}{D^2} \propto \frac{1}{d^2}.$$

228. Si corpora sint inæqualia, sed in hæc agant  
vires centrales ejusdem naturæ cum gravitate,  
non interest quæcunque sint massæ corporum,  
aut quomodocunque moveantur, defleuntur  
versus centrum in momentis æqualibus per spatia,  
quæ sunt proportionalia ipsis viribus, & propositio  
ultima etiam in corporibus inæqualibus obtinet.

229. Ellypsin vocant Geometræ lineam ovalem,  
T. 3. cujus hæc est descriptio; sit A a, recta: C  
fig. 11. punctum hujus medium; F, f, puncta a C  
æqualiter distantia; F G f filum, cujus ex-  
tremitates in F & f fixæ sunt, quod æquale est  
lineæ a. Tenso filo clavo G in plano, in  
quo datur A a Ellyptis describitur. Si plano  
conus aut cylindrus secetur, sectio sæpe talis  
est linea. Puncta F, f, vocantur foci; C cen-  
trum; A a axis major; minor axis per cen-  
trum transit, perpendicularis est ad majorem,  
& ab utraque parte curvâ terminatur.

230. Ponamus vim, de qua statim locuti su-  
mus, quæ in corpora mota ut in quiescentia a-  
gat, quæ æqualis sit ad distantias æquales a cen-  
tro



*tro in diversis vero inversè ut quadratum distantia; hac poterit corpus percurrere Ellypsin, cujus focorum alter cum centro virium coincidit; ita ut corpus describat curvam in se redeuntem, & in singulis revolutionibus semel accedat ad centrum virium, & semel ab hoc recedat. In recessu minuitur corporis celeritas (211.), & quidem ita, ut vis centralis, licet ipsa minuatur, viam corporis flectat, & hoc ad centrum accedere cogat. Accessu augetur celeritas ita, ut, licet vis augeatur, corpus iterum a centro recedat.*

*Corpus potest tali celeritate projici ut, 231. in recessu a centro, vis, quæ auctâ distantia minuitur, non valeat ad viam ita inflectendam, ut corpus redeat; percurrit in hoc casu corpus aliam ex sectionibus conicis Parabolam aut Hyperbolam.*

*Si vis centralis juxta aliam proportionem 232. quamcunque in recessu a centro decrescat, non poterit corpus lineam in se redeuntem describere.*

*Sed si vis decrescat juxta proportionem parum 233. ab hac aberrante, poterit curva a corpore descripta referri ad Ellypsin mobilem, cujus nempe axis, in plano, in quo corpus revolvitur, movetur motu angulari, manente foco in centro virium. Motus autem axeos in ean- 234. dem partem dirigitur cum motu corporis, si vis celerius decrescat auctâ distantia quam pro ratione inversa quadrati distantia: Si vero vis 235. tardius, id est minus, decrescat in recessu a centro, motus Ellipseos in contrariam partem dirigitur.*

*Corpus etiam Ellypsin describit, si vis centralis, 236. in recessu a centro, crescat, & sit ubique*



*in ratione distantiae a centro, quod in hoc casu cum centro Ellypseos coincidit. (Exp.)*

237. Si etiam vis juxta aliam rationem crescat, curva non in se redit, sed potest sæpe ad Ellypsin circa centrum in plano mobilem referri (Exp.) Unde sequitur, si ad n. 232. attendamus,
238. nullâ vi centrali, ad æquales distantias æqualiter agenti curvam posse describi in se redeuntem & excentricam, id est cujus centrum cum centro virium non coincidit, præter Ellypsin, in cujus focorum altero centrum virium datur; vimque centralem, in hoc casu, sequi rationem inversam quadrati distantiae.
239. Circulum autem, cujus centrum cum centro virium coincidit, posse describi vi juxta rationem quamcunque crescentem aut decrescentem, si modo ad distantias æquales æqualiter agat, facile patet.

---

## L I B R I I.

Pars IV. De Viribus insitis, & Collisione corporum.

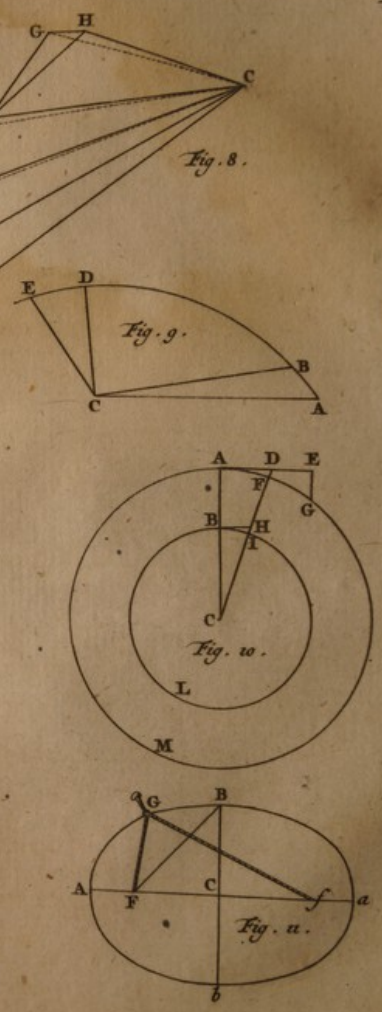
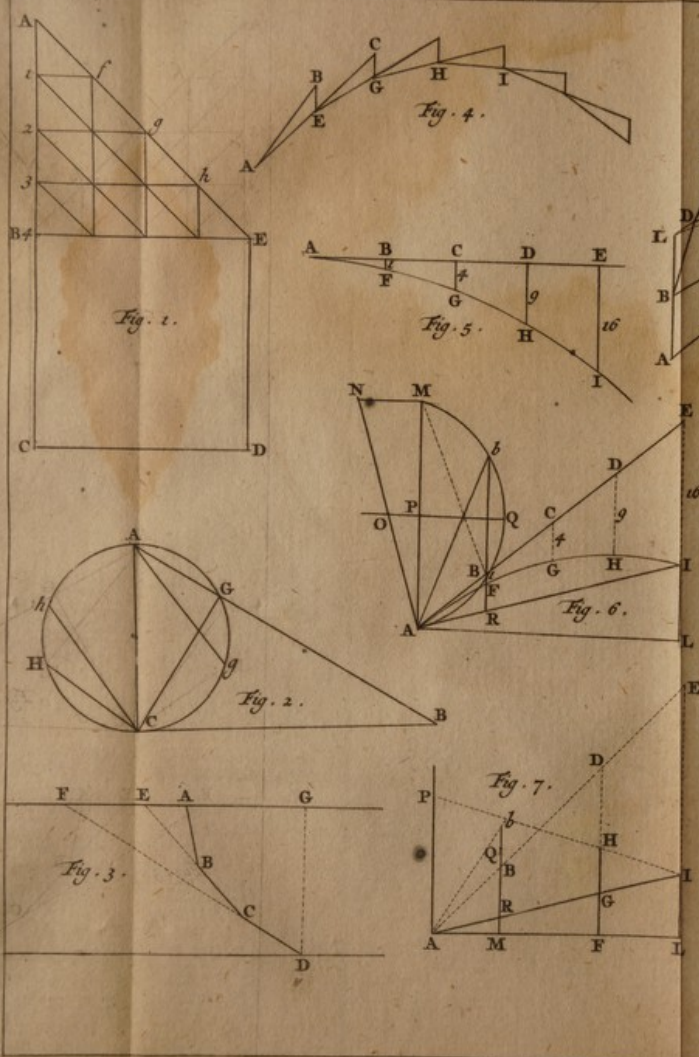
### CAPUT XIX.

*De Viribus corporibus motis insitis.*

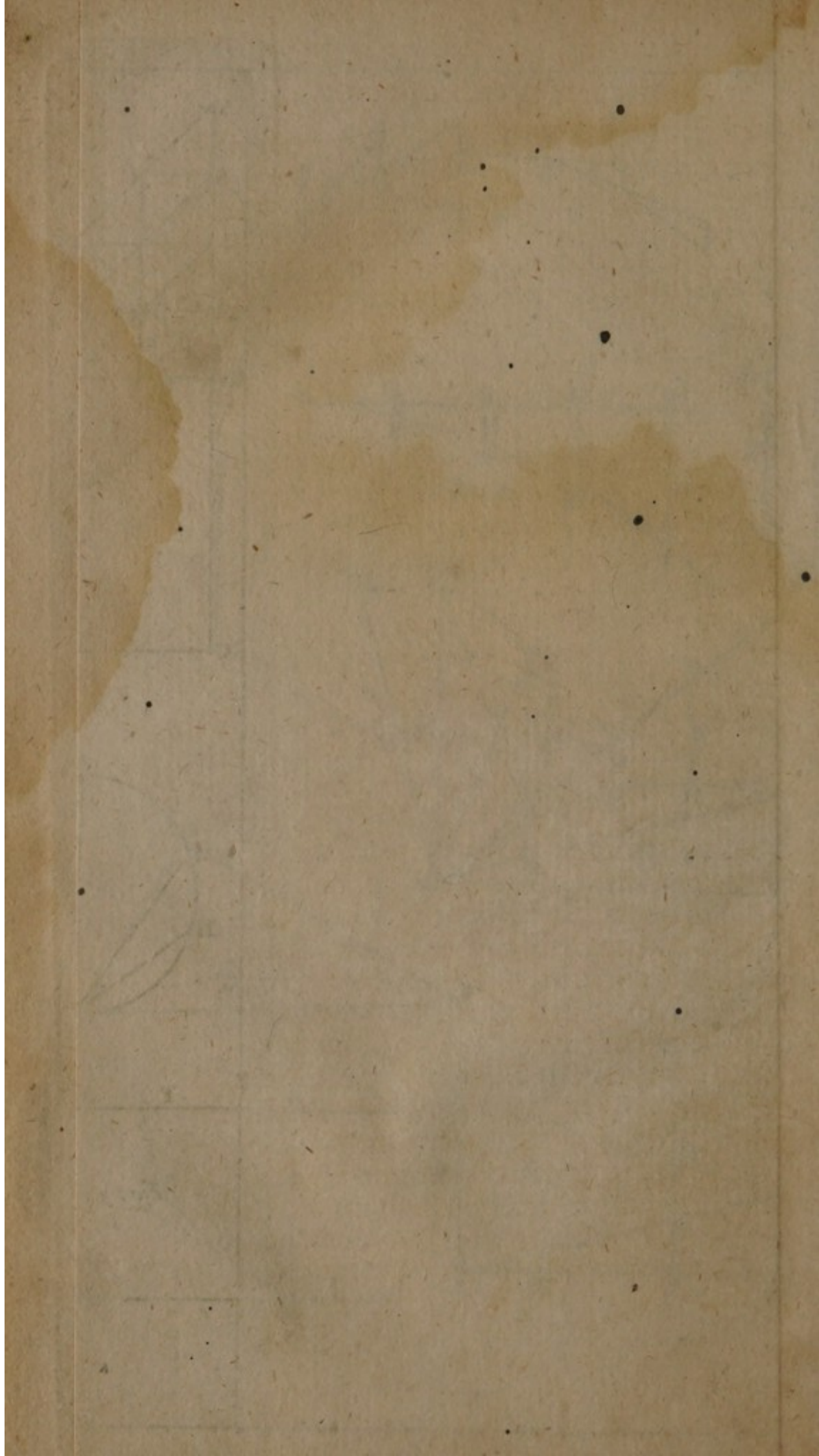
**V**I insita corpus de loco in locum transferri diximus; de virium comparatione nunc agendum; quod ut ordine fiat, de harum genesi quædam præmittenda erunt.

Vidimus antea corpus ex loco moveri, si pressio, contraria pressione non destructa, in illud agat (59); quod ergo obtinebit, si corpus











pus nullo obstaculo retineatur: quacunque celeritate corpus cedit hanc in perpetuum servabit, quamdiu causa extranea in corpus non agit (144). Si pressio actionem suam in corpus continuat, augetur celeritas jam acquisita, illudque quamdiu corpus premitur (146).

Videmus ergo, vim esse effectum integrum pressionis, quæ per tempus finitum in corpus egit, pressio autem, contraria pressione destructa, singulis momentis infinite exiguis destruitur. Ergo *pressio, contraria pressione destructa, respectu vis insitæ est infinite exigua.* 240. Id circo *vis minima maximam potest superare* 241. *pressionem.*

Clare etiam patet pressionem minuere posse corporis celeritatem, ideoque vim; eodem modo ac auget celeritatem & vim.

Dum pressione corpus acceleratur, manente æquali pressione in corpus agenti non augetur celeritas æquabiliter. Sint elastra <sup>T. 4i</sup> infinite parva *e, e, e, e, &c.* <sup>fig. 1.</sup> juncta inter se, & flexa, quæ, si ad pristinam redeant figuram, illam acquirant, quæ in E repræsentatur, & per spatium infinite exiguum sese expandant. Elastrorum hæc est proprietas, ut, si, dum se expandunt, in corpus sibi relictum premant, huic vim integram, cum qua se expandunt, communicent, si ad partem oppositam obstaculo immobili insistant. Elastrum E communicat corpori P gradum velocitatis infinite exiguum. Ut elastrum sequens corpori æqualem gradum velocitatis communicet, requiritur ut elastrum, dum sese expandit, ea velocitate feratur, quam corpus jam acquisivit, aliter non agerent in corpus



motum, ut E in corpus quiescens egit; præterearequiretur, ut in hoc motu insistat Elastrum translatum obstaculo, quod versus partem oppositam cedere nequeat; id est propellendum est ea vi, qua hoc propellit corpus; quod obtinebit, si elastro simili sese expandente propellatur. Duo ergo elastra eodem momento sese expandentia requiruntur, ut secundus gradus celeritatis corpori communicetur, id est vis desideratur dupla illius, qua primus gradus corpori communicatur. Simili demonstratione patebit, tria elastra, eodem momento sese expandentia, aut vim triplam requiri, ut communicetur tertius velocitatis gradus & sic de cæteris. Possitis nempe gradibus velocitatis infinitè exiguis ne in singulis gradibus varii gradus dentur. Patet ergo vim, qua gradu infinite exiguo corporis celeritas augetur, eo majorem desiderari, quo corpus majorem jam acquisivit celeritatem, vimque hanc in ratione celeritatis jam acquisitæ augeri; unde sequitur

242. *corpus accelerationi resistere in ratione velocitatis suæ.*

243. Ex hisce sequitur *difficilius corpus accelerari quam retardari.* Si Ex. gr. corpus decem habeat gradus velocitatis, minori impetu tollitur decimus, quàm communicatur undecimus.

Ex præcedenti demonstratione etiam deducimus, juxta quam rationem, auctâ corporis velocitate, augeatur vis corpori insita. Elastra sese expandentia agunt in corpus, cui nullum resistit obstaculum, ideo integram qua se expandunt vim corpori communicant; cum autem elastra sint æqualia, vires sunt



sunt ut numeri Elastrorum, quorum expansione communicantur. Corpus verò expansione Elastrorum non potest celeritatem acquirere, nisi motu accelerato, ita ut per singulos gradus minores velocitatis transeat. Sit  $AF$  celeritas corporis;  $Ab, bc, cd, \&c.$  gradus infinitè exigui celeritatis,  $Ab$  primus  $bc$  secundus,  $\&c.$  per quos omnes transit corpus antequam acquirat celeritatem  $AF$ . Parallelogramma  $Abhe, bcif, cdlg, \&c.$  sunt inter se respectu, ut numeri Elastrorum, quibus gradus velocitatis primus, secundus, tertius,  $\&c.$  acquiruntur; ideoque areæ  $Adle, AFGe$ , sunt inter se ut numeri elastrorum, quibus velocitates  $Ad, AF$  acquiruntur, id est sunt hæ areæ inter se ut vires ejusdem corporis, aut duorum corporum æqualium, hisce velocitatibus motorum; cum autem lineæ  $Ae, eh, hf, fi, \&c.$  sint infinitè exiguæ; areæ  $Adle, AFGe$  sunt triangula similia, & sunt inter se ut quadrata laterum homologorum aut velocitatum  $Ad, AF$ . (Exp.)

*Vi*res, quas corpus cadendo acquirit, sunt ut altitudines, quas cadendo percurrit, ab initio casus; sunt enim hæ ut quadrata velocitatum in fine descensus (155). (Exp.) Cum propositio hæc Experimentis immediatè demonstretur, sequitur gravitatem, quæ æqualibus temporibus æquales corpori communicat gradus celeritatis, non iidem æquales gradus vis communicare.

Si corpora fuerint inæqualia, æqualibus velocitatibus mota, vires insitæ sunt inter se ut quantitates materiæ in singulis; Vis enim corporis est summa virium omnium particularum ex quibus constat, & singulæ particulæ minimè



æquales vires habent æquales, si velocitate eadem ferantur; idcirco in corporibus æque velocibus sunt vires, ut numeri particularum æqualium materiæ in singulis.

248. *Vires corporibus insitæ*, inter se differre non possunt nisi respectu velocitatis, aut quantitatis materiæ in corporibus: ergo vires quæcunque, ex dictis (244, 247.), conferuntur inter se & sunt in ratione composita quantitatum materiæ, & quadratorum velocitatum. Si igitur singulorum corporum massæ per quadrata suarum velocitatum multiplicentur, producta virium rationem exprimunt.

249. Ex his facillime deducimus corpora cadendo vires æquales acquirere, si altitudines, quas descendendo percurrunt, sint inter se in ratione inversa massarum. (Exp.).

250. *Vires vero ipsas esse in hac ratione inversa massarum si velocitates fuerint reciprocè ut massæ.*

## C A P U T XX.

### *De Collisione corporum.*

251. **C**Orpus motum, si in aliud incurrat, visua in hoc agit, maioremque edit actionem pro majori resistantia, & quantum agit, tantum ex vi insita amittit (148).

Non hic de corporibus perfectè duris agam, talia nulla nota sunt; quoniam autem cum his experimenta instituire non liceat, de horum collisione etiam nil determinare aufferim. Quod vero corpora nobis nota spectat, constant singula ex partibus inter se cohærentibus vi cujus effectum novimus, & cujus causa nos latet (33); illud tantum

no-



novimus vim, quæ particulæ cohærent, veram esse pressionem, quæ cum insitâ vi minimâ superari possit (241), *nulla datur corporum collisio sine quadam partium introcessione*; quam dum corpus vi sua superat pressionem, vis quædam destruitur, & *corpus in aliud incurrere non potest, aut duo in se mutuo sine diminutione summæ virium*. In corporibus elasticis partes iectæ ad præstinam redeunt figuram, & redeunt premunt in corpus, cujus actione introcessere, hac pressione novæ generatur vis, sed de hac nondum agimus, in ipsis corporibus elasticis datur, ante figuram instauratam, diminutio virium, de qua hic agimus.

*Nulla in corporum collisione vis destruitur, nisi quæ ad partes intro premendas requiritur*. Ponamus primo corpora versus eandem partem tendere, antecedens necessario tardius alio moveretur, & ictu acceleratur, consequens vero quia in aliud agit ex vi sua amittit; effectus vis amissæ est augmentum vis in antecedente, & introcessio partium, & effectus hic valet vim amissam à consequente (251). Sed illa, quam acquisivit antecedens, non est vis destructa, ergo sola hæc destruitur, qua partes introcedunt. Secundo, tendant corpora in partes contrarias, in hoc casu corpora ambo sibi mutuo resistunt, non modo inertiam sed etiam viribus insitis, sed quo major est resistentia, eo magis partes comprimuntur, eoque major partium introcessio; ita ut vires improprie dicantur sese mutuo destruere, vi sua corpus corpori resistit, quâ natâ resistentiâ vis corporis aliûs destruitur superando pressionem qua partes



255. cohærent. Paradoxa hæc propositio, *vim nunquam immediate vim destruere*, experimentis extra dubium est, quibus constat introcessiones in corporibus ejusdem generis, (nempe quarum partes æqualiter cohærent,) esse æquales, si vires æquales ictibus destruantur, siue corpora tendant ad eandem partem; siue directionibus contrariis ferantur, viribus æqualibus, aut utcumque inæqualibus; siue in obicem firmum impingat corpus. (Exp.)

## DEFINITIO I.

256. *Celeritas, quâ duo corpora ad se mutuo accedunt, aut separantur, vocatur celeritas respectiva.*
257. *In motibus versus eandem plagam est differentia celeritatum absolutarum; est vero harum summa, si corporum directiones fuerint contrariæ.*

Collisionem corporum tantum examinabo sphæricorum; etiam in hoc, & sequenti capite, tantum agitur de impactione directa.

## DEFINITIO 2.

258. *Impactio duorum corporum sphæricorum dicitur directa, quando directio motus, aut motuum, si ambo moventur, per amborum centra transit.*

## DEFINITIO 3.

259. *In omni alio casu ictus dicitur obliquus.*
260. *Quando corpora elastica in se mutuo impingunt, partium quæ introcessere restitutione, sese mutuo repellunt & a se invicem post ictum separantur; si omni elatere destituantur, nulla talis datur actio; Id circo post impactum directum non separantur; nam impactione directio mutari non potest.*



De collisione in genere cum hoc capite  
agam, explicandum quid obtineat in corporibus 263.  
*non elasticis*, nam & hoc ipsum in *elasticis* locum  
habet, saltem in ipso momento, in quo corpora  
concurrunt, ante corporis figuram instauratam.

Motu duobus corporibus communi cor-  
pora hæc in se mutuo agere nequeunt, pen-  
det ergo ictus a *velocitate respectivâ*, qua ma- 264.  
*nente intensitas impacttionis eadem erit*, quomodo-  
cunque *celeritates absolutæ variant*. ab intensi-  
tate hac pendet partium introcessio, quæ er-  
go, *si non mutatur velocitas respectiva*, eadem 265.  
*semper erit*, (Exp.), ut & *vis destructa* (254. 266.  
Quam ergo determinabimus in omni casu, si  
in uno id fiat data velocitate respectiva.

*Si corpora duo*, five æqualia, five utcun- 267.  
que inæqualia, *in contrarias partes lata*, in se  
*mutuo incurrant*, potest, data velocitate respec-  
tivâ ita horum constitui motus, ut quod  
libuerit alterum post ictum secum ferat, un-  
de sequitur, *casum dari*, in quo post ictum quie-  
scunt. In hoc casu *summa virium absolutarum* 268.  
valet vim in omni casu. positâ eadem ve-  
locitate respectivâ, destructam (265). In  
hoc eodem casu *summa hæc est*, *servatâ ve-*  
*locitate respectiva*, *omnium minima*. Si enim  
summa minor daretur, minor vis ictu de-  
strueretur, quod impossibile (265).

*Summa autem hæc est omnium minima, si positis* 269.  
*directionibus contrariis, celeritates fuerint inverse*  
*ut massæ*. Sit A corpus; hujus velocitas *a*; Ba-  
liud corpus, cujus velocitas *b*: sit A ad B, ut *b* ad  
*a* ergo  $Aa \propto Bb$ . Summa virium est  $Aaa +$   
 $Bbb$  (248); augeatur velocitas *a* quantitate *e*,  
ut velocitas respectiva servetur, eadem quan-  
titate minuenda est velocitas *b* (257). ideo



summa virium in hoc casu est  $Aaa + 2.Aae + Aee + Bbb - 2Bbe + Bee$  (248).; sed  $2.Aae \propto 2.Bbe$ : ergo summa hæc ad hanc redit  $Aaa + Bbb + Aee + Bee$  quæ superat primam.

Eodem modo patebit summam virium augeri auctâ velocitate  $b$  & imminutâ  $a$ , unde constat, minimam in casu memorato esse summam. Dicatur nunc  $d$  velocitas respectiva data;  $a + b \propto d$  (257); &  $a \propto d - b$  ut &  $b \propto d - a$ ; ergo ex  $Aa \propto Bb$  deduci-

mus  $a \propto \frac{Bd}{A + B}$  &  $b \propto \frac{Ad}{A + B}$ : ergo summa virium  $Aaa + Bbb \propto \frac{AABdd + BBAdd}{A + B^2}$

270.  $\propto \frac{ABdd}{A + B}$ . Unde patet vim in ictu quocunque amissam esse proportionalem producto ex ambabus massis, multiplicato per quadratum velocitatis respectivæ, & diviso per massarum summam (266).

271. Moveantur corpora, aut versus eandem partem, fig. 9., aut in partes contrarias, fig. 11. & sint massæ ut  $AB$  &  $BC$ ; sit hujus velocitas  $BE$ ; illius  $BN$ : velocitas respectiva erit  $EN$  (257). dividatur hæc in  $I$  ita ut  $IN$  sit ad  $IE$ , ut  $BC$  ad  $BA$ , & erit  $BI$  velocitas, qua ambo corpora post ictum feruntur; id est mutationes in velocitatibus sunt in ratione inversa massarum,  $BC$  acquirit  $EI$  dum  $AB$  amittit  $NI$ . Si enim concipiamus navem translata velocitate  $BI$ . Si in hac moveatur corpus  $BC$  velocitate  $IE$  a prora ad puppiem, habet velocitatem absolutam  $BE$ ; & corpus  $AB$  feratur a puppi ad proram  
velo-



velocitate IN, habebit hoc velocitatem absolutam BN; hæc corpora, cum in nave ferantur directionibus contrariis, & velocitatibus, quæ sunt inversè ut massæ, post ictum, in nave quiescunt (267. 268. 269.) id est eadem cum nave velocitate feruntur.

Determinatur BI regulâ facili, quam ut *fig. 9.* detegamus, sint rectangula BM, BF producta massarum per suas celeritates, & absolvantur parallelogramma AO & CD; ductâ DO, secât hæc BN in I; nam triangula DIF. & INO sunt similia, & IN ad IE, ut NO, aut BC, ad DE, aut AB. Per I ducatur HL, parallela AB, & complementa IM IF erunt æqualia; ergo, corporibus *272.* tendentibus ad eandem partem, si ex summâ productorum BM, & BF, massarum per suas velocitates subtrahamus MI, & ejus loco substituamus IF, prædicta summa æqualis erit rectangulo AL, quod si dividatur per AC, summam massarum, quotiens divisionis dabit AH, aut BI, velocitatem corporibus communem post ictum. (Exp.)

Si corpora tendant in partes contrarias, & ex *273.* producto majori BM subtrahamus MI, & *fig. 11.* substituamus IF, habemus BM æquale gnomoni AHLFE B; ex quo si subtrahamus productum BF, habemus HC differentiam productorum massarum per suas velocitates; si autem hanc dividamus per summam massarum AC, quotiens erit velocitas quæsitâ BI, quæ dirigitur ad eandem partem cum BN: id est ambo corpora, velocitate detectâ feruntur versus eandem partem cum corpore, cujus productum massæ per velocitatem aliâs productum simile excedit. (Exp.).



274. Si corpus unum quiescat, ex utraque regula sequitur, corporis moti productum velocitatis per massam dividi debere per massarum summam. (Exp.).

275. Unicum superest notandum, corpora directionibus contrariis lata post impactum quiescere, si vires fuerint in ratione inversa massarum (267. 268. 269. 250). in quo casu si vis minor augeatur, ita tamen ut vim alterius corporis nondum æquet, corpus, cujus vis minor erit, corpus majori vi motum regredi coget; & ne quis de veritate paradoxii hujus dubitet, directis in hoc casu experimentis demonstramus vim corporis victi, alterius vim superare. (Exp.).

Vis corpori insita alterius vim nunquam immediate destruit, perit hæc actio qua partes intropremuntur (254), ita ut corpus eo majorem amittat vim, quo majorem patiatur resistantiam; sed hæc a materiæ inertia & a vi contraria oriri potest, ita ut corporis vis minuenda sit, si hujus inertia, id est materiæ quantitas (13) augeatur, ut in utroque casu æqualiter alii corpori resistat, unde paradoxii explicationem deducimus. Nam, ut ex hac observatione sequitur,

277. Quando duo corpora in se mutuo incurrunt, dantur actiones, & duæ reactiones, utraque actio suæ reactioni æqualis est; ut corpora quiescant post ictum, non requiritur ut ante ictum vires contrariæ sint æquales, sed ut utrumque corpus patiatur resistantiam, quâ ipsius vis destrui possit.



## CAPUT XXI.

*De Congressu Corporum Elasticorum.*

**C**orpora elastica, post ictum, ut jam notavimus separantur (260), sed diversa vi in similibus circumstantiis; nam in variis corporibus *elasticitas* differt, *perfecta dicitur*, 278. *quando partes ictæ ad pristinum situm redeunt vi æquali illi, cum qua fuere ictæ.*

De perfecta agimus elasticitate; ergo vis destructa partium intercessione harum reditu instauratur *summa virium corporibus insitarum* 279. *post ictum, æqualis est summæ virium ante ictum.*

Unde sequitur *corpus elasticum in obicem* 280. *firmum impingens eadem celeritate redire qua accessit; Si directio sit perpendicularis ad obicem etiam per eandem directionem redibit; quia non magis versus unam quam versus aliam partem potest deflecti.*

Corpora inæqualia, in contrarias partes lata, velocitatibus in ratione inversa massarum, si elatere destituantur, post ictum quiescunt (267. 268. 269.). *Elastrum dum* 281. *se expandit versus utramque partem actionem exerit, quæ æqualis est reactioni aut resistantiæ, quam ad partem oppositam patitur* (148.): *resistentiæ corporum inæqualium, quæ Elastio premuntur, sunt ut quantitates materiæ in his* (13.) *ergo actiones sunt in eadem ratione versus partes oppositas, id est sunt in ratione inversa corporum motorum; idcirco velocitates sunt in eadem hac ratione* (250).



(Exp.), quod etiam locum habebit, si corpora in  
*veve in semutuo incurrant.*

282. Ex his deducimus *mutationem in veloci-  
 tate corporis cujuscunque post ictum duplam  
 esse si sit elasticum quam si elatere destituatur.*

T. 4. 1. Tendant corpora versus eandem partem,  
 fig. 9. &, iisdem positis, quæ in n. 271., velocitas  
 post ictum, si corpora non sint Elastica, est  
 B I; & amisit corpus A B, ex velocitate sua,  
 quantitatem N I; demonstrandum est, si  
 sint corpora elastica, velocitatem amissam  
 esse N G, duplam N I. Corpus B C acqui-  
 sivit E I, quando non sunt elastica; nunc  
 autem, quia de elasticis agitur, augmentum  
 erit duplum, nempe E P. Ut hoc demon-  
 strems probandum  $AB \propto BN + BC \propto BE$   
 $BE = AB \propto BG + BC \propto BP$ ,  
 (279. 248. 281.)

fig. 10. Formentur quadrata linearum B E, B G,  
 B N, & B P; & ducatur omnium diagonalis  
 B V. Ducatur I S parallela ad P V; & per  
 S, punctum, in quo diagonalem secat, du-  
 catur X S K parallela P B; continuentur  
 G R & E Q in Z & K; quia I N & I G sunt  
 æquales, ut & I P & I E, triangula Y S T,  
 R S Z sunt æqualia, etiam triangula S X V,  
 S K Q. Idcirco Trapezium G R T N, æ-  
 quale est rectangulo G Z Y N, & trapezium  
 E Q V P æquale rectangulo E K X P.

Semidifferentia quadratorum linearum  
 B N, B G est trapezium G R T N, id est  
 rectangulum G Z Y N. Eodem modo  
 semidifferentia quadratorum linearum B P,  
 B E est rectangulum E K X P; Sed rectan-  
 gula hæc, propter communem altitudinem  
 I S, sunt ut bases, aut ut, basium semisses  
 I N,



IN, IE; & ut sunt semidifferentiæ quadrato-  
 rum, ita integræ differentiæ: ergo  $B N_9 -$   
 $B G_9, B P_9 - B E_9 :: I N, I E$ , id est ut  
 $B C$  ad  $A B$  ex constructione; idcirco  $A B$   
 $\propto B N_9 - A B \propto B G_9 - B C \propto B P_9 - B C$   
 $\propto B E_9$ ; ideo  $A B + B N_9 + B C \propto B E_9 -$   
 $A B \propto B G_9 + B C \propto B P_9$ . quod demon-  
 strandum erat.

2. Tendant nunc corpora in partes <sup>fig. 11.</sup>  
 contrarias si corpora non sunt elastica  
 corpus  $B C$  amittit integram suam velo-  
 citatem, etiam in contrariam partem ac-  
 quirat velocitatem  $B I$ , & mutatio integra  
 in velocitate est  $E I$ ; quæ si duplicetur, po-  
 sitis  $I P$  &  $I E$  æqualibus, corpus redibit  
 cum velocitate  $B P$ ; Corpus  $A B$  amisit ve-  
 locitatem  $I N$ , si mutatio duplicetur, erit  
 hæc  $N G$ , positis  $N I$  &  $I G$  æqualibus; to-  
 tam ergo amittit suam velocitatem & cele-  
 ritate  $B G$  in contrariam partem fertur. De-  
 monstrandum  $B P$  &  $B G$  esse corporum  $B C$   
 $A B$  velocitates post ictum, si elastica fue-  
 runt; id est  $A B \propto B N_9 + B C \propto B E_9 -$   
 $A B \propto B G_9 + B C \propto B P_9$  (279. 248.  
 281.).

Formentur iterum quadrata linearum  $B P$ , <sup>fig. 12,</sup>  
 $B N$ ,  $B E$  aut  $B e$ , &  $B G$  aut  $B g$ . Propter  
 æquales  $I N$ ,  $I G$ , &  $I P$ ,  $I E$ , æquales sunt  
 $N P$ ,  $E G$ , aut  $e g$ ; addamus utrimque  $e N$ ,  
 erunt æquales  $e P$ ,  $g N$ . Differentia qua-  
 dratorum  $B V$  &  $B Q$ , id est quadratorum li-  
 nearum  $B P$ ,  $B E$ , est rectangulum, cujus ba-  
 sis est  $P V$ , &  $e Q$ , id est  $P E$ , & alti-  
 tudo  $e P$ ; differentia quadratorum  $B T$ ,  $B R$ ,  
 id est quadratorum linearum  $B N$ ,  $B g$  aut  
 $B G$ , est rectangulum, cujus basis est  $N T$ ,  
 &  $g$



&  $gR$ , id est  $NG$ , & altitudo  $gN$ ; propter æquales altitudines rectangula hæc sunt ut bases  $PE$ ,  $NG$ , aut ut harum semisses  $IE$ ,  $IN$  quæ sunt ut,  $AB$ ,  $BC$ ; ergo  $BPq - BEq$ ,  $BNq - BGq :: AB$ ,  $BC$ : id circo  $AB \propto BNq - AB \propto BGq \equiv BC \propto BPq - BC \propto BEq$ ; unde deducimus  $AB \propto BNq + BC \propto BEq \equiv AB \propto BGq + BC \propto BPq$ . quod demonstrandum erat.

283. Ex propositione n. 282 quam in omnibus casibus demonstravimus, sequitur *velocitatem respectivam duorum corporum elasticorum post ictum & ante ictum esse eandem* & ex eadem propositione sequentes deducimus regulas, quibus velocitatem corporis elastici post ictum determinamus.

## R E G U L A I.

284. Si corporis velocitas, positis corporibus non elasticis in se mutuo impingentibus, ictu augeatur, augmentum duplicatum priori velocitati addendum erit, ad velocitatem determinandam, si corpora fuerint elastica. (Exp.).

## R E G U L A 2.

285. Si corpora, quæ in se mutuo impingunt, non elastica sint, & corpus ex velocitate amittat, pars amissa duplicanda erit, & ex priori velocitate subtrahenda, ad determinandam velocitatem quæsitam, positis corporibus elasticis. (Exp.).

Circa secundam regulam observandum, corpus quod redit non modo totam suam amittere velocitatem, sed & velocitatem in contrariam partem primæ velocitati esse addendam ad determinandam velocitatem amif-



amissam ; & hæc summa in tali casu duplicanda est, ut ex priori motu subtrahatur. Quando autem ex minori velocitate major subdicitur, excessus in contrariam partem sumendus est.

Ex hisce regulis deducimus corpora æqualia elastica per mutatis velocitatibus, motum continuare si versus eandem plagam ferantur (Exp.), & permutatis velocitatibus singula redire, si directiones fuerint contrariæ (Exp).

Si corpus in æquale quiescens incurrat, ut permutent corpora velocitates, motum corpus post ictum quiescit & alterum cum prioris velocitate movetur. (Exp).

In corporibus elasticis subita admodum est elateris actio : Ideo si varia corpora elastica sint contigua & ultimum percutiatur omnia sequentia agitantur quasi essent separata, id est sola actione vicini corporis movetur corpus quodcumque, & in vicinum tantum agit, partibus elasticis redeuntibus antequam actio sequenti corpori communicari possit. (Exp.)

## CAPUT XXII.

### De Motu composito.

VIdimus quomodo corporis motus mutetur actione novâ in hoc agente (146.) Si corpus moveatur per A D, celeritate, quam hac lineâ designamus, & vis nova hoc pellat per A e, aut A E, aut A e, celeritate, quam hisce lineis, quas æquales ponimus, designamus corpus, duabus celerita-

T. 4.

fig. 15.

ta.



tatibus latum, movetur per  $A b$ , aut  $A B$ , aut  $A b$  (147). Non tamen in singulis hisce casibus impressiōi æquali æqualis communicatur velocitas lateralis; si hæc dirigatur per  $A e$  pro parte cum motu corporis conspirat, ita ut in hoc motu contineatur acceleratio motus per  $A D$ . Eodem modo retardatio velocitatis per  $A D$  continetur in motu per  $A e$ ; idcirco impressiōes, quibus corpora per  $A e$  aut  $A e$  pelluntur, ut velocitatem hisce lineis designatam corpori communicent non sunt æquales inter se (243.), neque impressiōi, quibus corpori quiescenti hæc posset communicari velocitas (242.). In solo casu, in quo angulus  $E A D$  est rectus, motus lateralis neque conspirat neque contrarie agit cum motu per  $A D$ , & impressiō, qua corpus movetur, in corpus agit quasi quiesceret. In hoc casu præter vim ex celeritate  $A D$ , corpori communicatur vis per  $A E$ ; & utraque proportionalis est quadrato suæ velocitatis (244.) ideo corporis vis integra proportionalis est ambobus quadratis linearum  $A D$  &  $A E$ , quod congruit cum demonstratis: nam fertur corpus celeritate  $A E$ , cujus quadratum valet memorata duo quadrata.

Unde deducimus non interesse neque respectu impressiōum, quibus corpus agitur, neque respectu virium, neque velocitatum, utrum corpus per  $A B$  feratur celeritate  $A B$ , an per  $A D$  &  $A E$  celeritatibus hisce lineis proportionalibus, quæ inter se angulum rectum continent.

289. Inde deducimus *motum corporis resolvi posse in duos alios innumeris modis*, quod fiet, si  
li-



linea, in directione motus dati posita, & longitudine celeritatem designans, sit hypotenuſa trianguli rectanguli; nam hujus reliqua duo latera ſitu motuum quaſitorum directiones dabunt, & longitudinibus ſuis reſpective velocitates horum expriment.

Ut nunc determinemus, qua vi corpus per 290. A e ſit agitandum, ut ei communicetur celeritas A e; motum hunc in duos reſolvo per A f & A g, poſitâ e g parallelâ A f; Per A f tantum corpori vis communicanda eſt, qua corpus ſi quieſceret hac celeritate poſſet ferri, & quæ proportionalis eſt quadrato A f (244) per A g autem vis communicanda eſt, qua celeritas A D quantitate A g augeatur, id eſt fiat A h, quæ vis proportionalis eſt differentiæ quadratorum A h, A D (244); hæ vires ſimul communicandæ erunt juxta A e, ut corpus hac celeritate poſſit ferri; & vis integra corpori proportionalis eſt quadrato lineæ A D, differentiæ quadratorum linearum A h & A D & quadrato A f; primis duobus ex hiſce tribus quantitativibus in unam ſummam collectis, habemus quadratum lineæ A h, cui ſi addatur quadratum lineæ A f, aut h b, habemus quadratum lineæ A b; cui proportionalem eſſe vim corpori inſitam ex ante demonſtratis ſequitur (244.), quibus etiam conſtat corpus celeritate A b ferri (147.).

Si motum per A e in duos reſolvamus per 291. A f & A g, motu hoc ſecundo retardatur motus per A D; unde ſequitur, ut corpus per A e, celeritate hac lineâ designatâ feratur, illi communicandam eſſe vim, quæ proportionalis ſit quadrato A f, & imprefſionem,



sionem, qua agitatur, ulterius tantum valere debere, ut quantitate  $Ag$  possit minuire velocitatem  $AD$ ; in hoc casu corpus juxta directionem  $AD$  tantum superstitem habebit vim proportionalem quadrato  $Ab$ , cui si addatur vis proportionalis quadrato  $Af$  habemus vim proportionalem quadrato  $Ab$ ; quod iterum cum ante demonstratis congruit (147. 244.).

## CAPUT .XXIII.

*De Percussione obliqua & composita.*

## DEFINITIO 1.

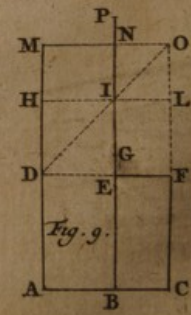
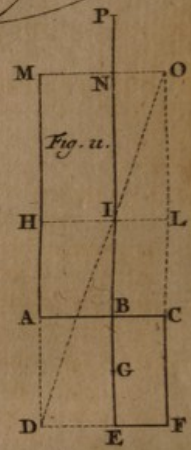
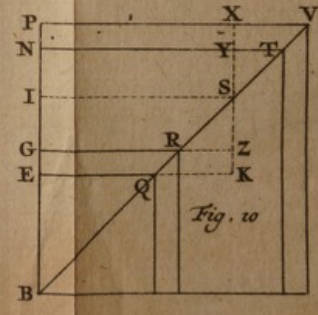
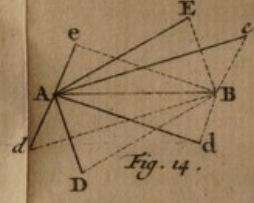
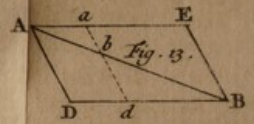
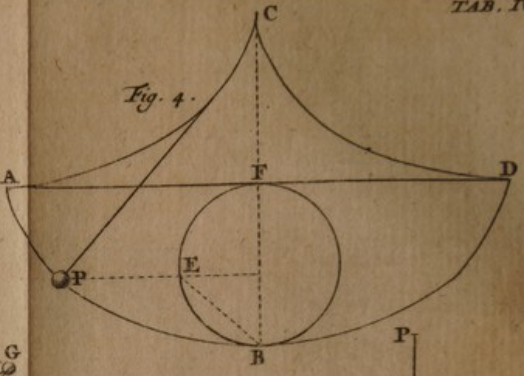
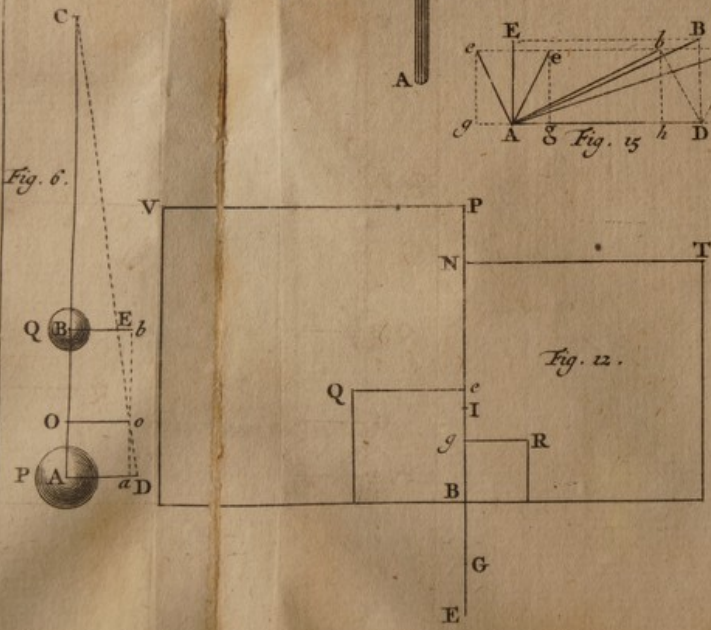
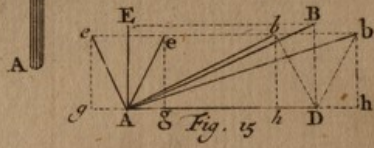
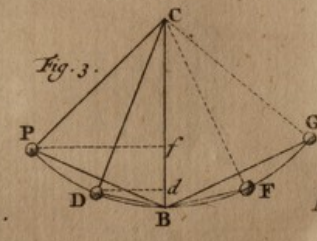
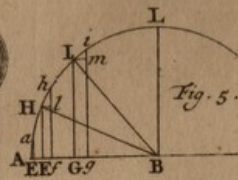
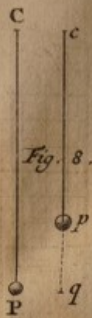
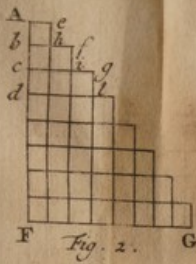
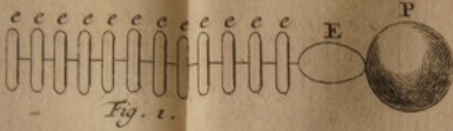
292. **A**ngulus incidentiæ vocatur angulus quem directio motus corporis, ad aliud accedentis, efficit cum perpendiculari ad superficiem hujus in puncto, in quo percutitur.

## DEFINITIO. 2.

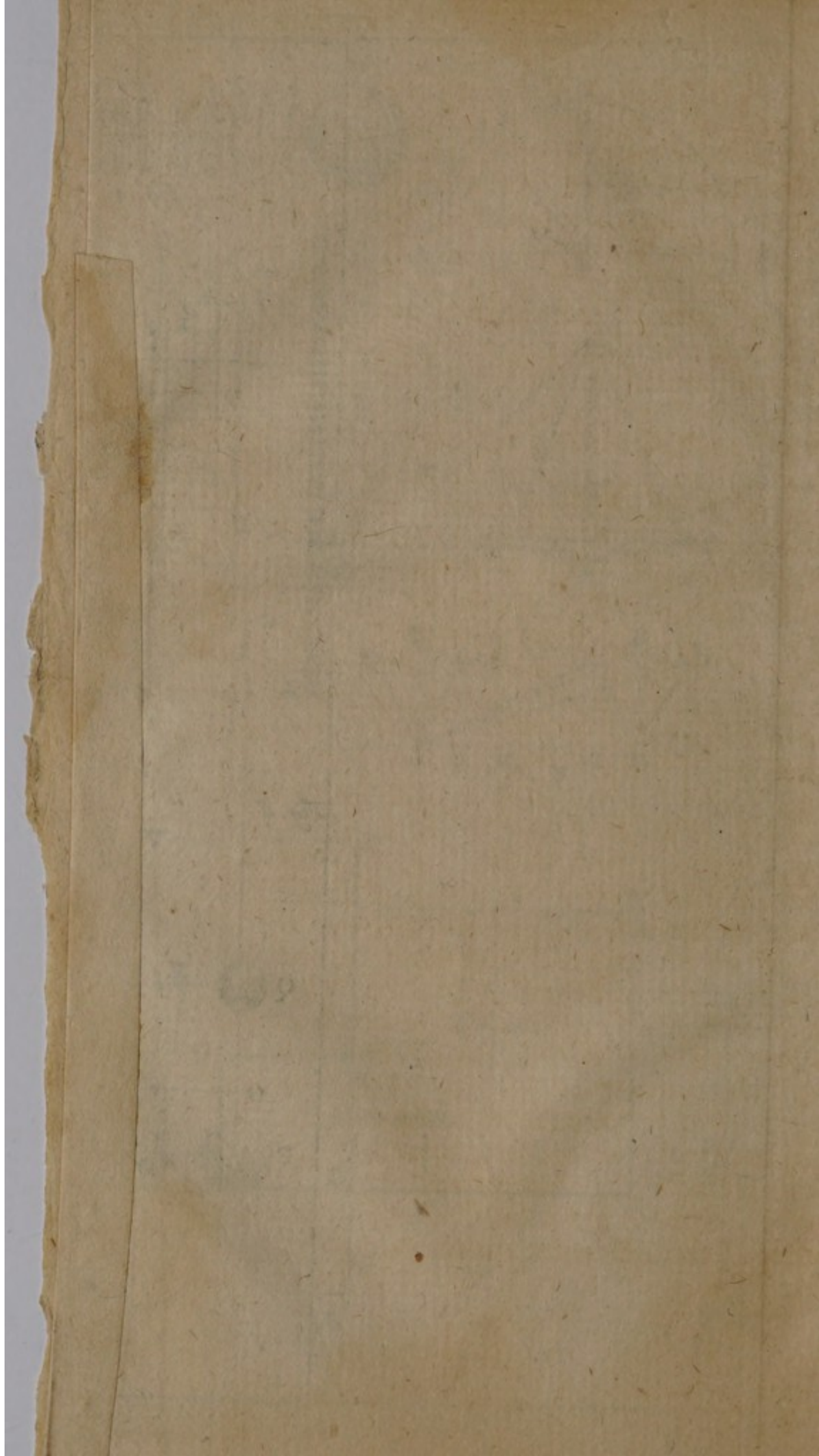
293. - Angulus reflexionis est angulus, quem cum eadem perpendiculari efficit directio motus corporis post percussione.

294. **S**i Corpus elasticum  $P$  in obicem firmum elasticum  $F G$  incurrat, obliquè juxta directionem  $Pa$ , redibit per  $ap$ , ita ut angulus incidentiæ  $PaB$ , æqualis sit angulo reflexionis  $Bap$ . Motus per  $Pa$ , quam longitudine celeritatem corporis designare ponimus, potest resolvi in duos, quorum unius directio parallela sit lineæ  $Ba$ , alterius huic perpendicularis; & corpus in obicem incurret in  $a$ , quasi celeritatibus  $Ca$ ,  $Ba$ , & juxta hæc directiones, latum foret (289). Motus per  $Ca$  ictu non mutatur & celeritate  $aE$  corpus motum continuat positis  $Ca$ , &  $aE$  æqualibus; mo-











tu per  $Ba$  directe in obstaculum incurrit, & per eandem lineam ea celeritate, qua accessit, redit (280.), id est per  $aB$ ; hisce autem duobus motibus latum corpus redit per  $ap$ , diagonalem rectanguli lineis  $aE$ ,  $aB$  formati (147). triangula  $BPa$  &  $Bap$  esse æqualia liquet, unde constat propositum.

Ex eadem motus resolutione in duos alios determinatur motus corporum oblique in se mutuo impingentium.

Corpus  $Q$  quiescit, corpus  $P$ , directione  $T. 5.$  & celeritate  $PA$ , in illud impingitur. Per  $fig. 2.$  centra amborum corporum, cum  $P$  in  $A$  pervenerit, ducatur linea  $DB$ , & ad illam perpendicularis  $PB$ , & absolvatur parallelogrammum  $ABPC$ ; motus per  $PA$  resolvitur in duos alios per  $PB$  &  $PC$ , aut  $BA$ ,  $CA$  (289.); motu per  $CA$  corpus  $P$  non agit in corpus  $Q$ ; actio ergo oritur ex solo motu per  $BA$ , id est, corpus  $P$ , *impactione obliqua per  $PA$  celeritate  $PA$ , in corpus  $Q$  agit, eodem modo ac si directe in illud impingeret per  $BA$  celeritate  $BA$ .* Et sic motus corporis  $Q$  ex illa actione, siue corpora sint elastica, siue non, determinatur ex iis quæ de impactione directa dicta sunt.

Motus corporis  $P$  post impactum ex iisdem principiis deducitur; motus per  $CA$  non mutatur; ergo motu illo cum æquali celeritate corpus  $P$  fertur directione  $AE$ ; sit ideo  $AE$  æqualis  $CA$ . Mutatio in motu  $BA$  determinatur respectu corporis  $P$ , eodem modo ac motus corporis  $Q$ , per ea quæ de collisione directa explicata sunt; sit celeritas illius motus  $AD$ ; ex isto motu & motu per  $AE$  oritur motus compositus per  
dia-



diagonalem  $A p$ , quæ situ & longitudine directionem & celeritatem corporis  $P$  post impactum denotat (147).

296. *Quando corpora sunt æqualia & elastica, totus motus per  $B A$  ex percussione destruitur (184), & solus motus per  $C A$  superest, qua directione tunc etiam fertur corpus  $P$ . In illo casu semper post impulsu corpora ambo, quocunque modo corpus  $P$  ad aliud accedat, separantur directionibus angulum rectum continentibus. (Exp).*

297. Eodem etiam fundamento nititur determinatio motus duorum corporum post percussione, quando ambo moventur, quomocunque in se mutuo ferantur. Casus omnes eodem modo solvuntur.

T. 5. *Corpus  $P$  moveatur directione & celeritate  $P A$ ; corpus  $Q$  directione & celeritate  $Q a$ ; ducatur linea  $B b$ , transiens per amborum corporum centra ubi sese mutuo tangunt; ad hanc sint  $B P$  &  $Q b$  perpendiculares, & absolvantur parallelogramma  $P B A C$  &  $Q b a c$ . Motus corporis  $P$  resolvitur in duos alios, quorum celeritates & directiones designant  $C A$ ,  $B A$ . Motus, in quos resolvitur motus corporis  $Q$ , designantur per  $c a$ ,  $b a$ ; motibus per  $C A$  &  $c a$  corpora non agunt in se mutuo; non mutantur ergo hi motus, & post occursum designantur per  $A E$  &  $a e$ , ipsis  $A C$  &  $a c$  æquales; percussio ex motibus per lineas  $B A$ ,  $b a$ , est directa, & determinatur in præcedentibus: sit motus corporis  $P$  versus  $D$ , & ejus celeritas  $A D$ ; corporis  $Q$  motus versus  $d$ , & ejus celeritas  $a d$ . Post occursum ergo motus corporis  $P$  componitur ex motibus*



bus per  $A E$  &  $A D$ , & movetur per diagonalem  $A p$ . Corporis  $Q$  motus post impactum componitur ex motibus per  $a e$  &  $a d$ , unde corpus illud fertur per diagonalem  $a q$ ; & longitudines illarum diagonalium celeritates corporum post occursum denotant. In Fig. 3. corpora non elastica ponuntur. in fig. 4. idem casus, positis corporibus elasticis, representatur.

Percussionis compositæ unicum casum 298. memorabo.

Quiescat corpus  $P$ , in hoc, eodem momento, velocitatibus æqualibus, directe in-  
currant corpora  $Q, Q$  corpori  $P$  æqualia, directionibus  $Q q, Q q$ ; continuentur hæ directiones, & sint in his continuationibus  $P b, P b$ , celeritatem corporum  $Q, Q$  ante impactionem designantes; formetur Rhombus  $P d p d$  ita, ut ductis ex  $p$  ad  $P d, P d$  continuatas si necesse fuerit perpendicularibus  $pa, pa$ , puncta  $b, b$  sint media inter  $d, a$  &  $d, a$ . Corpus  $P$  post ictum directione  $P p$  & celeritate huic lineæ proportionali feretur, corpora vero  $Q, Q$ , directionibus servatis movebuntur celeritate  $b d$  aut  $b a$ ; motum continuabunt si angulus, quem directiones corporum  $Q, Q$  continent, fuerit acutus, redibunt si idem angulus fuerit obtusus. (Exp.)

## CAPUT XXIV.

### *De Legibus Elasticitatis.*

Quid sit *Elasticitas*, & unde oriatur, jam vidimus (40.); etiam quid ex eo in congressu corporum, sive directe, sive oblique, in se mutuo impingentium eveniat; su-



superest ut ipsius *Elasticitatis leges* examine-  
mus, illudque ex Phænomenis.

Omnia corpora, in quibus *Elasticitatem* observamus, constant ex filamentis tenuibus, aut saltem quasi ex talibus constantia considerari possunt; in hoc enim casu corpus in fila divisum concipi potest; illaque fila, ad se mutuo apposita, corpus constitue-  
re; ut ergo in casu omnium minime com-  
posito *Elasticitas* examinetur, chordæ con-  
siderandæ sunt, & quidem metallicæ; chor-  
dæ enim ex intestinis ovium spiram formant,  
& non ut fibræ, ex quibus corpora formantur,  
considerari queunt.

299. *Fibrarum Elasticitas in eo sita est, quod ex-  
tendi possint, & sublata vi, qua producuntur,  
iterum ad pristinam longitudinem redeant.*

300. *Fibræ nullam habent Elasticitatem, nisi cer-  
ta cum vi tensæ sint; ut patet ex chordis pa-  
rum tensis & quarum extremitates fixæ  
sunt, quæ si a situ paululum removeantur,  
ad illum sponte non redeunt: quisnam vero  
sit gradus tensionis, in quo Elasticitas in-  
choetur, Experimentis nondum fuit deter-  
minatum.*

301. *Quando nimia cum vi fibra tenditur, Elasti-  
citatem amittit; & neque gradus hicce ten-  
sionis notus est; illud constat tensionem fi-  
brarum, quæ Elasticitatem constituit, certis  
limitibus terminari.*

302. *Ex hisce patet differentia corporum ela-  
sticorum & non elasticorum; quare corpus  
elasticum elasticitatem amittit, & quomodo e-  
lasticitate destitutum proprietatem illam ac-  
quirat. Lamina metallica, repetitis mallei i-  
ctibus, fit elastica, calefacta vim illam amittit.*



Inter limites tensionis, quibus elasticitas terminatur, pro vario tensionis gradu, vis diversa requiritur, ad chordam certa quantitate producendam; quænam hic proportio locum habeat Experimentis determinari debet, quæ, ut jam dictum, cum chordis metallicis instituenda sunt. Cum vero hæ chordæ vix sensibilibiter producantur, directe productionum proportionum mensurari nequeunt; alia methodo hæ determinantur.

Sit chorda horizontalis  $A B$ , certa vi <sup>T. 5.</sup> tensa; cujus extremitates in  $A$  &  $B$  fixæ <sup>fig. 7.</sup> sunt; pondere in medio chordæ appenso inflectatur chorda, ut situm  $ACB$  acquirat.

D E F I N I T I O.

*Linea, ut  $Cc$ , a puncto medio chordæ post inflexionem, ad punctum medium in situ naturali, vocatur chordæ sagitta.* 303.

Sit  $ce$  circuli portio, centro  $B$ , & radio  $Bc$ , descripti. Inflexione dimidia pars chordæ producta fuit quantitate  $Ce$ , quæ quantitas cum sagitta  $Cc$  certam relationem habet. Pondus etiam, quo chorda inflectitur, certam cum vi, qua fibra producitur, id est, per  $BC$  trahitur, relationem habet; & ita comparando in variis Experimentis sagittas  $Cc$ , & pondera quibus chordæ inflectuntur, productionum proportionum determinantur.

Pondere ad libitum tendatur chorda, & <sup>304.</sup> minori quocunque inflectatur, mutatis hisce ponderibus utcunque, si in eadem ratione illa mutantur, non variatur sagitta. (*Exp.*).

Ex quo Experimento sequitur, <sup>305</sup> pondus, quo certa quantitate producitur fibra, in variis gradibus tensionis fibræ, eandem cum tensione



*rationem sequi*; si dentur ex. gr. tres fibræ ejusdem generis, longitudinis, & crassitie, quarum tensiones sunt ut 1. 2. & 3.; pondera quæcunque in eadem ratione æqualiter producant illas fibras.

306. *Ejusdem fibræ productiones minimæ sunt inter se quam proxime ut vires quibus fibræ producantur.* Detur ex. gr. fibra tensa pondere centum unciarum, si separatim producat viribus unius uncie, duarum unciarum, & trium unciarum, productiones erunt quam proxime ut unum, duo, & tria, id est, unaquæque uncia superaddita æqualiter producit fibræ: nam tensiones ponderibus 100. 101. & 102. unciarum, quibus in singulis casibus, quando uncia superadditur, tenditur fibra, sensibilibiter inter se non differunt.

T. 5.  
fig. 8. Hæc fibrarum proprietas ad inflexionem ipsarum applicari potest, & magni usus est. Inflectatur chorda A B, ita ut situs A c B, A c B, & A C B acquirat, ita tamen ut in maxima inflexione sagitta non sit quartæ partis unius pollicis, posita chordæ longitudine duorum pedum cum semissè; in istis casibus productiones chordæ sunt admodum parvæ, ergo in ratione virium, a quibus oriuntur (306), & istas vires designant; denotet c D vim qua chorda non inflexa tenditur, & centro B describatur circulus D d; lineæ d c, d c, d C, quæ superant lineam c D, quantitate qua in singulis casibus fibra fuit producta, exprimunt vires integras, quibus in singulis casibus fibra tenditur. Sed arcus D d vix est unius gradus, & D semper a puncto c satis distat, quare D d pro linea recta ipsi c C parallela haberi potest, &



& lineæ  $c d$ ,  $c d$ ,  $C d$  in eadem sunt ratione cum lineis  $c B$ ,  $c B$ ,  $C B$ . Punctum ideo  $C$  versus  $B$  &  $A$  semper trahitur, viribus lineæ  $C B$  aut  $C A$  proportionalibus; & vis qua chorda inflectitur, cujus directio est per  $c C$ , est ut dupla sagitta (137), aut ut ipsa sagitta. In omnibus ergo chordæ cujuscunque inflexionibus minimis, sagitta crescit & minuitur in eadem ratione cum vi qua chorda inflectitur. (Exp.). 307.

In chordis ejusdem generis, crassitie, & æqualiter tensis, sed diversæ longitudinis, productiones, quæ ex superadditis æqualibus ponderibus oriuntur, sunt inter se ut chordarum longitudines. Ex eo hoc patet, quod chorda in omnibus punctis sit æque tensa; productio ergo integræ chordæ est dupla productionis dimidiæ partis, aut chordæ dimidiæ longitudinis. 308.

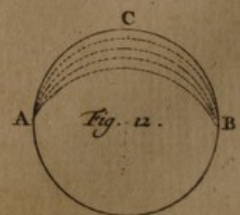
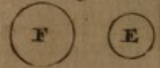
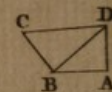
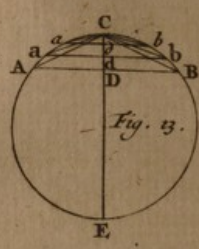
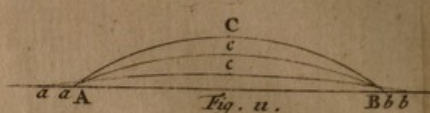
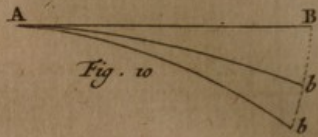
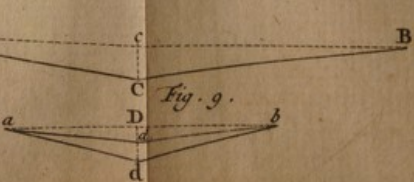
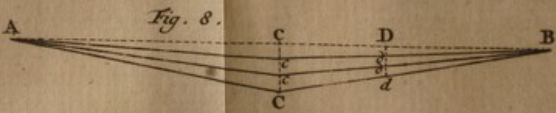
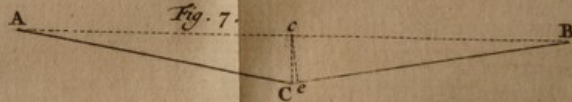
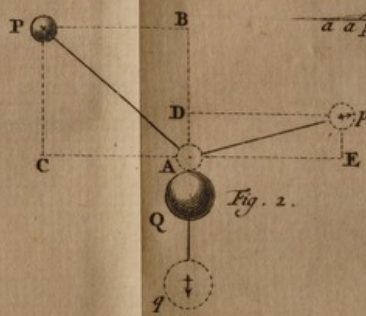
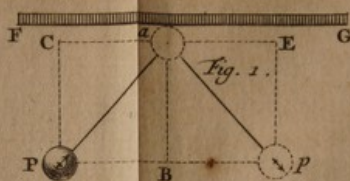
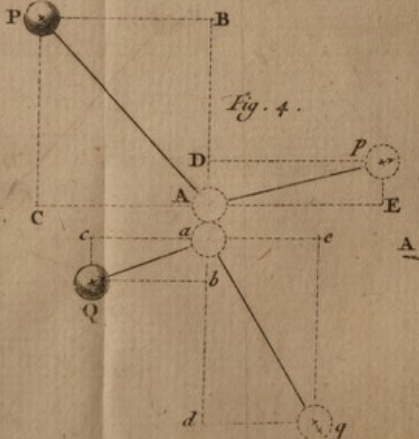
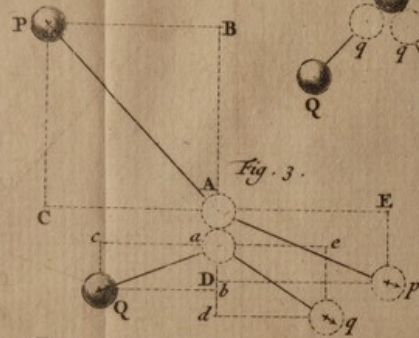
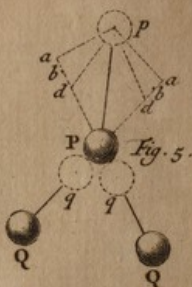
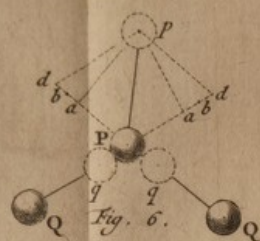
Quod ad inflexionem illarum chordarum attinet, sint  $A B$ ,  $a b$ , chordæ ejusdem generis, & crassitie, sed diversæ longitudinis, æque tensæ, & ita inflexæ, ut  $A C B$  sit situs illius,  $a d b$  hujus inflexio; & sint triangula  $B C c$  &  $b D d$  similia:  $c B$  est ad  $D b$ , id est, chordarum longitudines, ut  $C B$  ad  $d b$ ; chordæ ergo proportionaliter ad longitudines producuntur, & ideo viribus æqualibus, juxta directiones  $b d$ ,  $a d$ ,  $B C$ ,  $A C$  trahuntur (308); propter similitudinem autem triangulorum statim memoratorum vires etiam juxta  $c C$  &  $D d$  agentes sunt æquales inter se (137), & sagittæ  $c C$ ,  $D d$  sunt ut chordarum longitudines; quod igitur, cæteris paribus, in chordis inæqualibus & inflexis semper obtinet. (Exp.). 309.



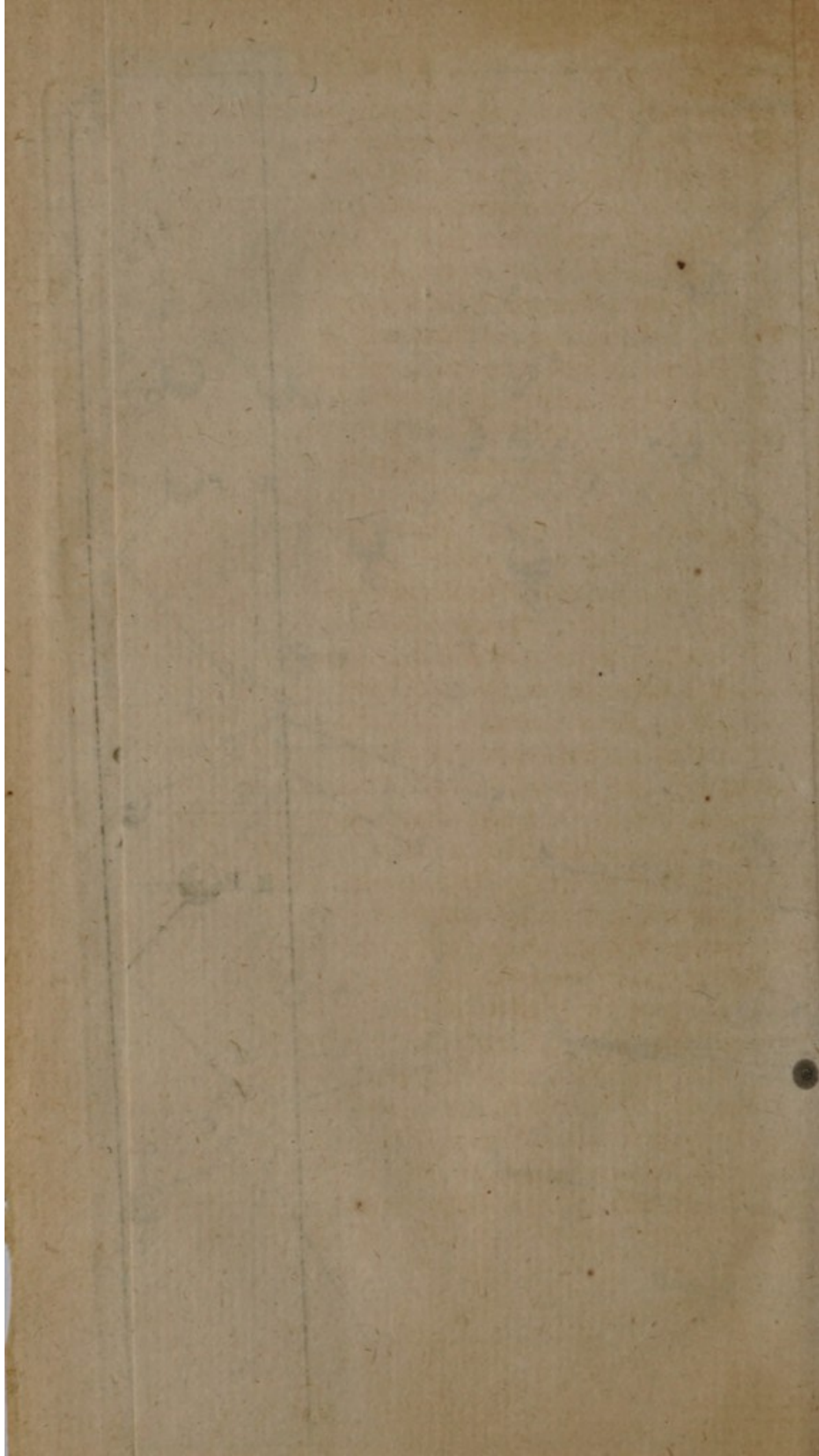
310. Fibræ ejusdem generis, sed diversæ crassitie inter se comparantur; possunt considerari quasi formatæ ex multis fibris tenuissimis ejusdem crassitie, quarum numeri in fibris memoratis sunt ut quadrata diametrorum; aut ut pondera *quando fibræ sunt æquales*. Viribus ergo, in eadem ratione quadratorum diametrorum, hæ fibræ æqualiter tenduntur; quæ etiam ratio inter vires, quibus chordæ inflectuntur, requiritur, ut sagittæ datis fibris æqualibus sint æquales. Sed minuendo in eadem ratione vim, qua fibra tenditur, cum vi, qua inflectitur, sagitta non mutatur (304); *positis igitur viribus, quibus fibræ tenduntur, æqualibus, si æqualibus viribus inflectantur*, etiam in eo casu *sagittæ erunt æquales, quæcumque fuerit crassitie diversitas*. (Exp.).

311. *Si chorda utcumque tensa AB inflectatur*, ut figuram ACB acquirat, & *sibi relinquatur*, T. 5. ex elasticitate ad primam figuram redit, & fig. 7. in eo casu motus puncti C est acceleratus; nam in situ ACB chordæ, punctum C movetur, cum vi qua in illo situ retineri potest; motus hicce non destruitur, & ei superadditur, in omnibus punctis sagittæ, vis qua punctum C in illis retineri posset; celeritas omnium maxima est in c, & ea punctum C ulterius fertur, deinde redit, *variasque vibrationes peragit*, in quibus punctum C nisi parva spatia non excurrit; qua de causa vis, qua in omnibus distantis a c agitur punctum C, est ut hæc distantia (307). Et  
312. *quia causa movens est elasticitas chordæ*, transfertur causa hæc cum ipsa fibra, ita ut hanc licet agitatam premat quasi quiesceret; ita  
ut











ut vis hæc sit *eiusdem generis cum gravitate* (152). Congruit ergo motus hicce cum motu corporis in cycloïde vibrati (178), & *vibrationes licet inæquales sunt æque diurnæ* (173).

*Positis duabus chordis similibus & æqualibus, sed inæqualiter tensis*, vires inæquales requiruntur, ut æqualiter inflectantur; ergo vibrationes temporibus inæqualibus peragunt. 313.

Motus chordarum conferri possunt cum motibus pendulorum in cycloïdibus vibratorum (311), & similes cycloïdes, viribus diversis, describentium; quæ vires sunt inverse ut quadrata temporum vibrationum (193): in chordis ergo etiam *quadrata temporum vibrationum sunt inter se inverse*, ut vires quibus æqualiter inflectuntur; quæ sunt *ut pondera quibus chordæ tenduntur* (304).

*Quando chordæ sunt similes, æque tense, sed diversæ longitudinis*, motus illarum cum motu pendulorum etiam confertur. Non interest quantum ad actionem gravitatis in corpus; & ideo quantum ad motum corporis ex gravitate, utrum manente materiâ, ipsa vis gravitatis minuatur in certa ratione, an vero manente hac vi materia in eadem ratione augeatur (70), quod ergo ad motum chordæ etiam applicari potest (312). Ergo chordæ,  $ACB$ ,  $adb$ , quæ ponderibus æqualibus inflectuntur, agitantur ut corpora in quibus gravitates agerent, quæ forent inter se ut  $ab$ , ad  $AB$ ; in hac enim ratione inversa sunt quantitates materiæ in chordis. Chordæ etiam hæmoventur ut pendula, quarum longitudines sunt ut  $cB$  ad  $Db$ , aut  $AB$  ad  $ab$ , ergo quadrata durationum vibrationum, quæ sunt inverse ut vires, & directe ut longi-



tudines pendulorum (194), sunt in ratione composita ex inversa ratione  $ab$  ad  $AB$ , id est,  $AB$  ad  $ab$ , & directâ ipsius  $AB$  ad  $ab$ ; quæ ratio composita est ratio quadratorum longitudinum; *chordarum* igitur *longitudines* sunt ut *vibrationum tempora*.

315. Eodem modo comparantur *tempora vibrationum chordarum diversæ crassitiei*, positis *chordis æqualibus*, & *æqualibus ponderibus tensis*; hæ æqualibus ponderibus æqualiter inflectuntur, & ideo agitantur ut pendula æqualia, in quæ agunt gravitates, quæ sunt inverse ut quantitates materiæ in chordis, id est, ut quadrata diametrorum; quæ ratio iterum invertenda est ad habendam proportionem quadratorum durationum vibrationum (193); Ideo *diametri ipsæ* sunt ut *durationes*.

316. *Datis chordis ejusdem generis quibuscunque*, *vibrationum durationes* inter se possunt comparari; sunt enim in ratione composita, ex ratione inversa radicum quadratarum ponderum, quibus *chordæ tenduntur* (313), ratione longitudinum *chordarum* (314), & ratione diametrorum (315) Multiplicando diametrum per longitudinem, dividendo productum per radicem quadratam ponderis, quo *chordæ tenditur*, si pro variis chordis eadem operatio instituatur, quotientes divisionum erunt inter se ut *vibrationum tempora*.

317. Lamina elastica pro congerie *chordarum* haberi potest: quando lamina inflectitur, fibræ quædam producuntur, & productiones inæquales sunt in diversis laminæ punctis, & ex iis, quæ de chordis dicta sunt, curva, quæ a lamina inflexa formatur, deditur.

Com-



Comparando inter se varias *ejusdem laminae inflexiones*, hæ *proportionales sunt viribus*, quibus *lamina flectitur*. (Exp.). Sit lamina  $A B$ , cujus extremitas  $A$  fixa est, duabus inflectatur viribus, quibus perveniat ad  $a b$  &  $a b$ ; si una fuerit alterius dupla,  $b b$  &  $b B$  erunt æquales; & ideo in vibrationibus motus *laminae* eodem modo acceleratur ac motus chordæ (307), & motus ponderis in cycloïde (178); & hæ *vibrationes sunt æque diuturnæ*.

Quæ de inflexione laminarum dicta sunt, ad laminam curvam  $A C B$  transferri possunt; si illa duobus ponderibus gravetur ut situs  $a c b$ ,  $a c b$  acquirat, & pondera sint inter se ut unum ad duo, distantia  $c c$  &  $c C$  erunt æquales (318); introcessiones igitur puncti  $C$  sunt ut pondera, quibus lamina gravatur: quod etiam referri potest ad introcessiones plurimarum laminarum junctarum.

Non tamen in Globo  $A C B$ , ex materia elastica, qui quasi ex variis laminis constans considerari potest; introcessiones puncti ut  $C$  erunt proportionales viribus, quibus corpus comprimitur. Nam si introcessio duplicetur, dupla vis quidem requiritur propter duplam laminarum inflexionem, sed augenda ulterius est vis propter majorem numerum laminarum inflexarum, & experimentis constat, hac de causa vim duplicandam esse, ita ut vis quadrupla requiratur: etiam in genere experimentis constat, quadratum introcessionis sequi eandem proportionem cum vi, qua globus comprimitur, id est, si ipse globus in obicem firmum incurrat, sunt in-



troceffiones ut velocitates, quibus in hunc impingitur (244).

T. 5.  
fig. 13.

Impingat, variis vicibus, punctum C globi A C B E in planum quodcunque, & punctum C introcedat ad  $d$ ,  $d$ , & D, velocitates in ictibus erunt inter se ut lineæ C  $d$ , C  $d$ , C D; in primo ictu pars  $a c b$  plana fit, in secundo pars  $a c b$ , in tertio pars A C B: cum hic semper agatur de arcubus minimis, arcus, id est, diametri superficierum planarum ex ictibus, sunt inter se ad sensum ut chordæ C  $a$ , C  $a$  & C A; ergo ipsæ superficies ut quadrata illarum chordarum, in qua etiam ratione, ex natura circuli, sunt lineæ C  $d$ , C  $d$ , & C D, quæ sunt inter se ut velocitates. *In Sphæra igitur elastica superficies planæ ex ictibus eandem cum velocitatibus, quibus in obicem incurrit, proportionem sequuntur.* (Exp.).

## FINIS LIBRI PRIMI.





# PHILOSOPHIÆ NEWTONIANÆ INSTITUTIONES.

---

## LIBER II.

Pars I. de Gravitate, & Pressione  
Fluidorum.

### CAPUT I.

*De Gravitate partium Fluidorum, & il-  
lius effectu in ipsis Fluidis.*

**F**luidum vocatur corpus, cujus partes impressioni cuicunque cedunt, & cedendo facillime moventur inter se (32). Unde sequitur fluiditatem ex eo oriri, 323.  
*quod partes non arcte inter se co-  
hæreant, & quod motus non impediatur inæ-  
qualitatibus in partium superficiebus, ut fit in  
pulveribus.*

Particulæ autem, ex quibus fluida constant, ejusdem sunt naturæ cum aliorum corporum particulis, easdemque proprietates habent; fluida enim sæpe in solida convertuntur, quando magis arcta inter partes co-

E s.

hælio



hæsiō datur, ut glacies: metalla contra liquefacta exemplum solidi in fluidum mutati præbent.

324. *Fluida & eo cum corporibus solidis congruunt, quod constent ex particulis gravibus, gravitatem materiæ quantitati proportionalem, ubicunque posite, habentibus. Si in ipso fluido gravitas sensibilis non sit, ex eo hoc oritur, quod partes inferiores superiores sustineant, hæque descensu arceant (Exp.); ipsam vero gravitatem eo non destrui liquet; quod vase contentum fluidum pro sua quantitate gravet libram, cui vas appenditur.*

325. *Ex hac gravitate sequitur, superficiem fluidi, vase inclusi ne effluat, si superne illud non prematur, aut æqualiter prematur, quod nullam mutationem adfert, planam fieri, & horizonti parallelam. Cum enim impressioni cuicunque particulæ cedant, tam diu gravitate moventur, donec descensui locus non amplius detur.*

326. *Particulæ inferiores superiores sustinent & hisce premuntur, pressioque hæc sequitur proportionem materiæ incumbentis, id est; altitudinis fluidi supra particulam pressam, cum vero superficies suprema fluidi sit ad horizontem parallela (325), singula puncta superficiæ cujuscunque, quæ concipitur in fluido ad horizontem parallela, æqualiter premuntur.*

327. *Si ergo in aliquo loco talis superficiæ pressio detur, minor quam in cæteris punctis, fluidum, quod impressioni cuicunque cedit, ibi movebitur, id est, ascendet donec pressio fuerit æqualis. (Exp.).*

328. *Pressio in particulas inferiores, quæ oritur ex gra-*



gravitate fluidi superioris, actionem suam exerit  
versus omnes partes, & quidem æqualiter.  
(Exp.). Quod ex natura fluidi sequitur;  
nam hujus partes impressioni cuicunque ce-  
dunt, & facillime moventur; gutta ergo  
quæcunque locum, quem occupat, non ser-  
vabit, si, dum a fluido superiori premitur,  
ab omni parte non æqualiter prematur; mo-  
veri vero non potest propter guttas vici-  
nas, quæ eodem modo & eadem cum vi a  
fluido supereminenti premuntur; quiescit  
idcirco gutta prima, & æqualiter ab omni  
parte, id est, juxta directionem quamcun-  
que premitur.

Ex hisce sequitur *fluidorum particulas sin-* 329.  
*gulas* ab omni parte æqualiter premi & ideo  
*quiescere*; illasque non continuo inter se  
moveri, ut a multis statuitur.

*In tubis communicantibus, sive æqualibus,* 330.  
*sive inæqualibus, sive rectis, sive obliquis,*  
*fluidum eandem adipiscitur altitudinem*; id est,  
omnes superficies supremæ sunt in eodem  
plano horizonti parallelo; quod facile ex  
dictis deducitur. Sit vas A, tubus vertica-  
lis C B, & tubus inclinatus E D; commu-  
nicationem habeant ope tubi C E; detur in  
his fluidum, & concipiatur superficies hori-  
zonti parallela *f g h*; si altitudines, *f i* & *g l*  
fuerint inæquales, fluidum adscendet ubi mi-  
nor est (327). Ex eadem ratione, nisi pres-  
siones in *g* & *h* fuerint æquales, fluidum non  
quiescet; sunt vero æquales, quando *l* & *n*  
sunt in eodem plano horizontali; nam cum  
pressio oriatur ex gravitate partium, quæ  
tendit versus terræ centrum, altitudo fluidi  
prementis juxta illam directionem mensurari

T. 6.  
fig. 1.



debet, id est, erit  $h m$ ; obliquitas vero columnæ  $h n$  nullam mutationem adfert; quia ad eandem profunditatem ubique pressio versus omnes partes æqualis datur (328). (Exp.)

Non omnia fluida sunt æque gravia, id est, non eandem materiæ quantitatem in eodem spatio continent, in singulis tamen prædicta locum habent.

331. *Quando fluida diversæ gravitatis eodem vase continentur, gravius locum infimum occupat, & premitur a leviori, illudque pro altitudine hujus. (Exp.).*

## C A P U T I I.

*De Actione Fluidorum in fundos, & latera vasorum quibus continentur.*

332. *F*undus & latera vasis, quo fluidum continentur, a partibus fluidi illa immediate tangentibus premuntur, & propter actioni æqualem reactionem (148), æqualem etiam particulæ istæ pressionem sustinent. Cum verò pressio in fluidis versus omnes partes sit æqualis, fundus & latera æque premuntur ac partes fluidi vicinæ; actio ergo hæc ad instar altitudinis fluidi crescit (328. 326), & ubique ad eandem profunditatem est æqualis, pendetque ab illa altitudine, & nullo modo a fluidi quantitate. Manente igitur fluidi altitudine & fundi magnitudine, æqualis semper erit actio in fundum, utcunque mutetur
333. *v*asis figura. In omni casu pressio, quam fundus patitur, valet pondus columnæ fluidi, cujus basis est ipse fundus, & altitudo distantia  
ver-



*verticalis supremæ superficiei fluidi ab ipso fundo. (Exp.).*

Talem esse in vase prismatico, cujus basis est A B, & in quo altitudo fluidi est A C, non facile in dubium quis vocabit; nam totum fluidi pondus & nil præterea sustinet fundus. Sed servatâ altitudine fluidi & basi vaseos, non mutatur pressio in fundum, licet, figurâ mutatâ, vas minorem aut majorem fluidi copiam contineat, ut in fig. 3. & 4. Quod quantumvis paradoxum ex natura fluiditatis sequitur. Gutta quæcunque quæ quiescit, versus omnes partes æquali cum vi conatur recedere (328); si ergo ab una parte prematur, versus illam partem, propter æqualem actioni reactionem, eadem cum vi recedere conabitur, & cum hac eadem vi versus omnes partes ipsa premet: In fig. 3. fluidum, quod fundum tangit, & tubo respondet, sustinet pondus columnæ fluidi, in tubo contentæ, & ad fundum usque continuatæ, & tali cum vi fundum premit, ut & fluidum vicinum, quod cum effluere non possit in fundum, & fluidum vicinum cum hac eadem vi agit; idem de fluido huic vicino dicendum, & sic in omnibus fundi punctis datur pressio æqualis pressioni in loco in quem fluidum in tubo gravat; & ideo fundus gravatur eodem modo ac si fluidi columna, ejusdem altitudinis cum fluido in tubo, & cujus basis esset ipse fundus, huic imponeretur. In fig. 4. concipiatur vas prismaticum A B. d c, simile vasi fig. 1., eo fluidum exterius a fluido in prisma contento separatur, hocque solum in fundum premit, fundusque hoc totum sustinet. Fluidum in prisma

T. 6.  
fig. 2.



premit in latera hujus, fluidum exterius premit in superficiem anteriorem prismatis, & superficies exterior plane eodem modo premitur ac interior, pressionesque in puncta opposita sunt plane æquales; ita ut, si superficies tolleretur, pressiones hæ sese mutuo destruerent; non interest igitur an talis superficies detur nec ne, & ea sublata, id est, sublato prismate, non mutatur actio in fundum.

Licet omnia prædicta a gravitate fluidorum pendeant, horum actiones ab ipsorum gravitate distingui debent, quæ semper quantitati materiæ est proportionalis (324).

Pressionem lateralem & ea quæ sursum dirigitur, æquales esse pressioni in fundum, positâ eadem profunditate infra superficiem supremam fluidi, ex actione fluidi versus omnes partes æqualiter agentis deducitur; quæ ergo ex mutatâ vaseos figurâ etiam non variant. (*Exp.*).

### C A P U T III.

#### *De Solidis fluidis immersis.*

**D**iversam corporum gravitatem, sive solidorum, sive fluidorum, ex eo oriri, quod in spatio æquali majorem aut minorem materiæ quantitatem contineant, ex ante dictis sequitur (79).

#### DEFINITIO I.

334. *Materiæ quantitas in corpore considerata cum relatione ad volumen corporis, id est, ad spatium ab hoc occupatum, vocatur corporis densitas.*

Cor-



Corpus dicitur habere densitatem duplam, aut triplam, &c. densitatis alterius corporis, quando, positis voluminibus æqualibus, continet materiæ quantitatem duplam, aut triplam &c.

DEFINITIO 2.

Corpus homogeneum dicitur, quod in omnibus partibus ejusdem est densitatis. 335.

DEFINITIO 3.

Heterogeneum, quod in variis partibus inæqualis est densitatis. 336.

DEFINITIO 4.

Gravitas corporis considerata cum relatione ad volumen vocatur corporis gravitas specifica. 337.

Gravitas specifica dicitur dupla, quando manente volumine pondus est duplum.

Gravitates ergo specificæ & densitates corporum, in corporibus homogeneis, in eadem sunt ratione; & sunt inter se ut pondera corporum æqualium quantum ad volumen. 338.

Si corpora homogenea fuerint ejusdem ponderis, volumina eo sunt minora, quo densitates sunt majores, & manente pondere, minuitur volumen in eadem ratione, in qua densitas augetur; sunt ideo in eo casu volumina inverse ut densitates. 339.

Inde videmus, quomodo, in homogeneis corporibus, si duæ ex tribus rationibus dentur, ponderum, voluminum, & densitatum, tertia detegatur.

Pondera sunt in ratione composita voluminum & densitatum. 340.

Volumina sunt directè ut pondera, & inverse ut densitates. 341.

Tandem densitates sunt directè ut pondera, & inverse ut volumina. 342.

Quan-



343. *Quando solidum fluido immergitur, a fluido ab omni parte premitur, pressioque hæc in ratione altitudinis fluidi supra solidum crescit. Ut illud ex dictis in capite præcedenti sequitur, ac etiam directis Experimentis probatur. (Exp.).*

344. *Quando solidum ad magnam profunditatem fluido immergitur, pressio in superiorem partem a pressione in inferiorem vix differt; unde corpora alte immersa ab omni parte quasi æqualiter premuntur; quæ pressio, à corporibus mollibus sine figuræ mutatione, & ab admodum fragilibus sine disruptione, sustineri potest. (Exp.). Ne quidem*  
 345. *guttæ cujuscunque fluidi figura, pressione alterius fluidi ab omni parte æquali, mutari potest.*  
 T. 6. *fit gutta figuræ irregularis A, quæ alio fluido*  
 fig. 5. *ab omni parte æqualiter premitur. Directio pressiois in omnibus punctis est perpendicularis ad superficiem; quod si negetur, resolvenda erit pressio in duas (134), quarum una perpendiculariter agat ad superficiem, alia juxta directionem superficiei parallelam, quæ secunda cum in superficiem non agat, premitur gutta illâ solâ, cujus directio perpendicularis est ad superficiem. Prematur punctum B; particula pressa quaquaversum æquali cum vi premit, particule singule pressæ eodem modo premunt, ita ut pressio statim per integram guttam dispergatur, quare particula ut D, quæ in gutta ab omni parte æqualiter premitur, conatur cedere per D E, cum vi qua premitur, id est, cum vi qua externe premitur particula B, sed æquali vi ponimus per E D premi particulam D; non poterit ergo hæc moveri; eadem de-*



demonstratio poterit applicari puncto F, & alii puncto cuicunque superficiei, ita ut nullus motus in gutta dari possit.

*Solidum fluido specificè gravius, ad quam-* 346.  
*cunque altitudinem fluido immersum, descendit.*

Superficies inferior corporis premit superficiem fluidi, quæ ab hac parte corpus tangit; pressioque hæc valet pondus columnæ constantis ex ipso corpore & fluido superincumbenti, & hac vi corpus deorsum fertur. Pondus columnæ similis, sed quæ tota ex fluido constat, est vis cum qua corpus a fluido sursum premitur (343. 328). Cum vero solidum ponatur fluido specificè gravius, vis hæc minor est illâ, & ab eadem superatur.

Simili ratiocinio, *solidum fluido specificè* 347.  
*levius, & huic immersum, ad supremam fluidi superficiem adscendere debere, probatur.*

*Positâ vero eâdem solidi cum fluido gravita-* 348.  
*te specificâ, neque adscendet, neque descen-*  
*det, sed ad quamcunque altitudinem in fluido*  
*suspensum manebit, & fluidum integrum cor-*  
*pus sustinebit; in quo casu, propter æqua-*  
*litatem gravitatum specificarum, fluidum*  
*sustinet pondus æquale ponderi quantitatis*  
*fluidi, quæ impleret spatium a corpore oc-*  
*cupatum. Fluidum autem eodem modo*  
*agit in omnia solida æqualia ad eandem pro-*  
*funditatem immersa, & æqualiter illa susti-*  
*net; amittit ergo corpus immersum quodcun-* 349.  
*que partem gravitatis suæ, æqualem ponderi*  
*fluidi quod spatium ab illo occupatum posset im-*  
*plere. (Exp.).*

D E F I N I T I O 5.

*Pondus, quod corpus fluido immersum servat,* 350.  
*vocatur illius gravitas respectiva.*

Hæc-



351. Hæcque gravitas respectiva est excessus gravitatis specificæ solidi super gravitatem specificam fluidi (349).

352. Ex hisce sequitur, omnia solida æqualia, licet diversæ gravitatis specificæ, quando eidem fluido immerguntur, pondus æquale amittere.

353. Ex dictis ulterius sequitur, quomocunque inter se differant densitates corporum inæqualium, si eodem fluido immergantur, pondera ab iis amissa esse in ratione voluminum. In ea enim ratione sunt spatia ab iis in fluido occupata.

Idcirco corpora ejusdem ponderis, sed diversæ densitatis, partes inæquales ponderis amittunt, quando eodem fluido immerguntur, propter voluminum inæqualitatem. (Exp.).

Quando solidum, fluido specificè gravius, in fluido suspenditur, fluidum, ab omni parte, in illud solidum, pro altitudine sua, agit (343), & solidum æqualiter in illud reagit; actiones illæ sunt igitur eædem, ac si spatium, a solido occupatum, ipso fluido impleretur; & ita non interest, respectu gravitatis fluidi, utrum in eo solidum specificè gravius suspendatur, an affundatur ejusdem fluidi quantitas, quæ æquale spatium cum solido occupat. (Exp.).

355. Ex collatione n. 349. & 354. patet, fluidum acquirere pondus, quod solidum immersum amittit. Vis gravitatis semper proportionalis est quantitati materiæ, & non mutatur immersione solidi in fluidum; ideo summa ponderum solidi & fluidi, & ante & post immersionem, non differt (Exp.).

356. Corpus, fluido specificè gravius, & quod  
in



in hoc descendit, majori cum vi deorsum fertur quam sursum premitur, ut antea explicatum (346); quarum virium differentia est corporis gravitas respectiva. Vis prima pro parte constat ex pondere fluidi corpori superincumbentis; & corpus ad talem potest immergi profunditatem, ut hocce pondus æquale sit memoratæ gravitati respectivæ; si in eo casu fluidum hoc superincumbens tollatur, sustinebitur corpus a pressione fluidi inferioris. (*Exp.*). Si ad majorem profunditatem corpus immergatur, & etiam fluidum cohibeatur, ne in superficiem corporis supremam premat, (cum pressio, qua corpus sursum pellitur, cum profunditate ad quam immergitur crescat, (343) majori cum vi in altum feretur corpus quam gravitate descendet, quare, si libere moveri in tubo possit, adscendet. (*Exp.*). 357.

*Idem solidum, quod fluidis diversæ densitatis immergitur, diversam ponderis sui partem amittit* (349); ideo quando duo corpora, ejusdem densitatis & ponderis, fluidis diversæ densitatis immerguntur, destruitur inter illa æquilibrium. (*Exp.*) 358.

*Solidum fluido levius, & huic immersum,* 359. adscendit, & versus supremam fluidi superficiem hæret (347); ita ut pro parte tantum immergatur; pro majori tamen gravitate specifica in fluido magis descendit, & corpus non quiescit, nisi pars immersa tale spatium in fluido occupet, ut fluidum, quod idem hocce spatium impleat, ejusdem ponderis cum toto corpore esset. In alio enim casu solidum non eadem cum vi in partes vicinas fluidi agit, cum qua fluidum ageret, si corporis locum



occuparet, in quo tamen casu solo quies fluidi (329) & ipsius corporis dari potest.

360. Sequitur ex hac propositione, *corporum, in superficie ejusdem fluidi natantium, partes immerfas esse inter se ut corporum pondera*. Idcirco si, superaddito pondere, corporis gravitas mutetur, in eadem ratione augetur
361. *pars immerfa; & partes, quæ variis ponderibus in fluidum descendunt, sunt inter se ut hæc pondera*. (Exp.).
362. In n. 356. & 357., vidimus, quomodo corpus fluido gravius natare possit; simili methodo corpus fluido levius in fundo retineri potest; in illo casu pressio fluidi superincumbentis tollitur, hic tollenda est pressio fluidi inferioris, qua corpus sursum pellitur. (Exp.).

#### C A P U T IV.

##### *De comparandis Corporum densitatibus.*

- D**E fluidorum densitatibus primò agam. Comparando corporum æqualium pondera detegimus illorum densitates (338). Si ergo *vas quodcunque exacte fluido repleatur, & fluidum illud ponderetur, idemque fiat cum aliis fluidis, pondera erunt ut densitates*. Sed methodus hæc in praxi variis obnoxia est difficultatibus.
363. Quando duorum fluidorum pressiones sunt æquales, materiæ quantitates, id est, pondera in columnis, æquales bases habentibus, non differunt (326); quare volumina, id est, columnarum altitudines, *sunt inverse ut densitates* (339); quo methodus hæc comparandi de-



deducitur, si enim in tubis communicantibus fluida diversa dentur, & quiescant, pressiones erunt æquales, & mensuratis fluidorum diversorum altitudinibus ratio inter horum densitates detegitur. Altitudines autem eadem sunt, licet tubi inæquales diametros habeant. (*Exp.*).

Adhibito solido immerso etiam comparantur fluidorum densitates, *si enim solidum, 365. fluidis comparandis levius, variis fluidis immergatur, partes immersæ erunt inversè ut liquidorum densitates*; nam, quia idem solidum adhibetur, portiones variorum fluidorum, quæ singulis casibus spatium a parte immersa occupatum possent implere, sunt ejusdem ponderis (359); ergo volumina illarum portionum, id est, ipsæ partes immersæ, sunt inverse ut densitates (339). (*Exp.*).

Methodus omnium optima est, adhibito solido fluidis graviore. *Quando idem corpus 366. variis fluidis immergitur, pondera ab illo, in his amissa, sunt inter se ut horum densitates* (349. 338). (*Exp.*).

Solidorum densitates detegimus ponderando hæc in fluido quocunque; in omnibus corporibus homogeneis densitates sunt in ratione composita, ex directa ponderum, & inversa voluminum (342); & ideo *dividendo 367. pondera per volumina dantur densitates*, id est, dantur numeri, qui sunt inter se ut hæc densitates.

In omnibus corporibus, adhibitâ librâ, pondera comparantur; volumina deteguntur *ponderando corpora in eodem fluido; pondera enim ab iis amissa sunt ut ipsorum volumina 368. (353).* (*Exp.*).



369. *Annectendo corpus, cujus densitas quæritur, & quod fluido gravius est, corpori fluido leviori, etiam pondus in fluido amissum detegitur. Nam pars hujus corporis, quæ appenso illo immergitur, proportionalis est ponderi, quo gravatur corpus fluido levius (361); id est, proportionem sequitur ponderis corporis, cujus densitas quæritur, fluido immergi, ita ut hac methodo detegi possit pondus corporis in fluido; ideoque pondus in fluido amissum. (Exp.). Exactius pondus hoc amissum adhibita bilance detegitur.*

## L I B R I I I.

### Pars II. De Motu, & Resistentia Fluidorum.

#### C A P U T V.

##### *De celeritate fluidi, ex pressione fluidi superincumbentis.*

- F**Luidum inferius a superiori premitur, & quidem æqualiter versus omnes partes (328): ex actioni æquali reactione, æquali cum vi versus omnes partes conatur recedere; idcirco si pressio ab una parte tollatur, versus illam partem movetur fluidum; & non interest versus quamcunque partem pressio tollatur, eadem cum celeritate movetur.
- 370.

Ad eandem profunditatem celeritas est etiam ubique eadem, propter pressionis æqualitatem (326. 325); mutata vero profunditate mutatur celeritas.

Non



Non tamen eandem cum profunditate proportionem sequitur velocitas, licet pressio, ex qua velocitas oritur, in eadem ratione cum profunditate crescat (326). Vis, quæ singulis particulis communicatur ad instar pressionis augetur; est autem vis hæc ut *quadratum celeritatis* (244); quod ergo *crescit ut altitudo fluidi supra foramen, ex quo profluit fluidum.* 371.

*Velocitas fluidi, pressione fluidi superincumbentis moti ea est, quam corpus cadendo ab altitudine profunditati foraminis æquali acquirere potest;* nam crescit in eadem ratione velocitas corporis cadentis, in qua augetur fluidi velocitas, dum foramen deprimitur (155 371). & in initio hæ velocitates sunt æquales: in fluido enim partes supremæ, & corpus in principio casus, solo pondere, id est, velocitatibus æqualibus inter se (78), descendere conantur. 372.

## CAPUT VI.

### *De Resistentia fluidorum.*

*Corpora, quæ in fluidis moventur, resistentiam patiuntur.* Oritur hæc ex duabus Causis. 373.  
*Prima est partium cohesio,* Corpus in motu separans fluidi partes superare debet vim, cum qua hæ cohærent. *Secunda est materie inertia,* quæ omnibus corporibus competit, qua corpori resistunt, cujus actione ex loco moventur.

*Actio fluidi in corpus eadem est, sive corpus certâ celeritate per fluidum feratur, sive fluidum eadem celeritate motu contrario moveatur, dum corpus quiescit;* actio enim hæc a motu respectivo 374.



ctivo pendet, qui idem est in utroque casu; & fluidum in primo casu in corpus motum agit respectively eodem modo ac in secundo in corpus quiescens, ideo *celeritas in hoc casu generata, ea est quam corpus in illo amittit.*

375. *Resistentia fluidi est pressio*; nam non possunt singulæ particulæ fluidi in corpus incur-rere; quædam, nisi corpus fuerit admodum acutum, ad partem anticam quiescunt, & aliæ juxta has feruntur, juxta ipsum corpus moventur, si sit acutum; in utroque casu particulæ motæ non impingunt neque in corpus neque in particulas, sed tantum pre-munt simili fere modo, quo corpus premit planum, super quo movetur; eodem etiam modo corpus sphæricum, quod celeritate quacunque ad aliud in curvam excavatum accedit, in hoc non impingit, sed hoc tan-tum premit, si juxta directionem curvaturæ id est, tangentis ad curvam, cavitatem in-tret motumque juxta curvam continuet.

376. *Resistentia ex prima causa, cohesione par-tium, sequitur proportionem particularum separandarum, quarum numerus, manente tempore, in ratione velocitatis crescit.*

Resistentia ex materiæ inertia, cum pon-dere conferri potest. Pressio, quam corpus quiescens patitur, dum juxta hoc movetur fluidum, eadem est, quomodocunque flui-dum celeritatem, cum qua juxta corpus fer-tur, acquisiverit. Ponamus hanc cadendo ac-quiritam; & detur cylindrus A B E D, cu-jus axis verticalis, in vase M N S R in in-feriori & superiori parte aperto; repleto va-se, per hoc moveatur fluidum proprio tan-tum pondere, posita superficie supremâ in  
M N;



$MN$ ; fluidum in primo momento in singulis punctis eâ celeritate fertur, quam corpus acquirere potest cadendo a superficie fluidi  $MN$  ad particulæ profunditatem (372). Accedente continuo novô fluido, ita ut suprema superficies maneat, quomodocunque hoc fiat, fluidum ubique semper eodem modo movetur, & corpus  $AEDB$  patitur actionem, quæ valet resistantiam hujus Cylindri per idem fluidum quiescens translati velocitate quam corpus cadendo ab altitudine  $lk$ , acquirere potest. (374). Quod autem corpus patitur, est pondus fluidi, quod non movetur, & a corpore sustinetur, pondus nempe sphæroidis  $A/B$ , cui ponderi ergo æqualis est resistantia fluidi, sed tantum resistantia ex secunda causa; nam cohæSIONEM partium hic non consideramus; si enim talis cohæSIO daretur, fluidum, quod in descensu cum fluido, quod a corpore sustinetur, cohæreret, illam quam memoravimus, dum circa corpus movetur celeritatem non haberet. Pondus fluidi memorati, quod a corpore sustinetur, differt pro vaseos capacitate; sed cum resistantiam non in determinato vase, sed in genere, consideremus, illius amplitudinis vas debemus concipere, ut sensibiliber fluidi via a corpore non coarctetur. & hisce positis determinandum est pondus sphæroidis. Quod ut fiat determinanda est primo altitudo hujus, & qua curva terminetur. Facile patet altitudinem esse  $kl$ ; quia nulla fluidi particula in tota hac linea potius versus unam quam versus aliam partem descendere potest. Sit  $lbiA$  curva qua ab omni parte terminatur fluidum hoc quiescens, cujus naturam de-

F
ter



terminamus, si consideremus particulas, quæ juxta hanc descendunt, in singulis punctis moveri juxta directionem curvæ, & eodem tempore, illas verticaliter deorsum ferri celeritate, quam cadendo ab altitudine superficiæ supremæ acquirere possunt (168. 372), ita ut moveantur juxta eandem legem, juxta quam movetur Corpus horizontaliter projectum, (168. 195. 197). id est quadrata linearum horizontalium  $g b$ ,  $f i$ , aut harum duplarum  $h o$ ,  $i p$  sunt inter se ut  $l g$ ,  $l f$ , & particula parabolam describit (197). Fluidum vero totum, quod a Cylindro  $A B D E$  suslinetur, continetur solido, quod formatur circumvolutione parabolæ  $l i A$

- fig. 7. circa axem  $l k$ . Detur Triangulum isocèles  $A B l$  parallelogrammo  $A B O P$  inscriptum; sit trianguli basis æqualis diametro Cylindri in fluido, & altitudo  $l k$  æqualis altitudini  $l k$  (fig. 6). sintque  $g$  &  $f$ , in fig. 7., puncta ab  $l$  distantia, quantum  $g$  &  $f$  ab  $l$  in fig. 6.; ductis  $mr$ ,  $ns$ , per  $g$  &  $f$  ad basin parallelis, erunt hæ lineæ inter se ut  $l g$ ,  $l f$ , aut ut quadrata linearum  $h o$  &  $i p$ ; id est ut sectiones circulares solidi  $A i l o B$ , planis per puncta  $g$  &  $f$  ad basin parallelis. Idcirco triangulum  $A l B$  (fig. 7). repræsentabit solidum memoratum, dum parallelogrammum  $A O P B$  repræsentat cylindrum, cujus basis est basis solidi & altitudo  $k l$ ; nam in tali cylindro omnes sectiones ad basin parallelæ sunt æquales basi paraboloidis & in parallelogrammo singulæ lineæ parallelæ ad basin sunt æquales basi trianguli. Ideo ut triangulum ad parallelogrammum, id est unum ad duo, ita pondus paraboloidis ad pondus cylindri; Unde determi-



minatam habemus corporis resistantiam, quæ  
 in hoc casu valet pondus cylindri ex fluido,  
 cujus baseos diameter est  $AB$  & altitudo  
 dimidium  $kl$ . Et in genere *resistentia* Cylin- 377.  
*dri, juxta axis directionem moti, æqualis est*  
*ponderi cylindri ex fluido, per quod corpus move-*  
*tur, æqualem cum corpore basin habentis, &*  
*cujus altitudo est dimidium altitudinis, a qua*  
*corpus in vacuo cadendo potest acquirere veloci-*  
*tatem, cum qua Cylindrus per fluidum movetur.*

Hoc autem pondus augetur ut quadratum 378.  
 memoratæ velocitatis (155). ideo in hac etiam  
 ratione *crescit resistantia ex secundâ causâ*: Quæ  
 etiam, ut ex eadem demonstratione sequitur, 379.  
*augetur ut fluidi densitas, & ut superficies*  
*cui resistitur.*

Corpori ergo, in fluido moto, partim re-  
 sistitur in ratione velocitatis, partim in 380.  
 hujus ratione duplicata. *Resistentia ex cohæsi-*  
*one partium in fluidis, si glutinosa excipias, non*  
*est admodum sensibilis respectu resistantiæ aliûs,*  
*& cum hæc crescat in ratione quadrati velo-*  
*citatis (378), illa in ipsa ratione velocitatis*  
*(376), quo magis celeritas crescit, eo ma-*  
*gis hæ resistantiæ inter se differunt; quare in* 381.  
*motibus celerioribus hæc sola consideranda venit,*  
*quæ est ut quadratum velocitatis.*

In sequentibus non loquor de fluidis glu-  
 tinosis, neque de motibus lentioribus, in  
 quibus resistantia ex cohæsione partium con-  
 sideranda venit.

Si fluidum vasi figura prismatis donato in- 382.  
 cludatur, & per illud moveantur, celeritate æ-  
 quali & directione ad latera prismatis paral-  
 lelâ, duo corpora, unum sphericum, alterum  
 cylindricum, ita ut diameter basis hujus corpo-



ris sit æqualis diametro sphaeræ, cylindruſque feratur juxta directionem ſui axis, corpora hæc eandem patientur reſiſtentiam. Ut illud demonſtretur, concipiendum corpora quieſcere, fluidum vero cum celeritate, quam corpora habuere, per vas moveri; quo actiones corporum in fluidum & fluidi in corpora non variantur (374). Mutatio in motu fluidi tranſeundo juxta corpus, ex eo ſolo oritur, quod ibi illud in ſpatium magis anguſtum redigatur; ſed pyxidis capacitas æqualiter ab utroque corpore minuitur; mutationem ergo æqualem corpus utrumque producit, & æqualiter in fluidum agit &, propter actioni æqualem reactionem, fluidum æqualiter agit in corpus utrumque; quare etiam utrumque æqualem reſiſtentiam patitur, quando hæc moventur, fluidum vero quieſcit.

383. *Hæc demonſtratio*, licet vas augeatur, æqualiter procedet, & in fluido infinito compreſſo locum habebit, idcirco *ad corpora alte immerſa referri poterit*. Agitur hic de fluido continuo, & cujus partes preſſione in minus ſpatium redigi nequeant; aliter accumulatio dabitur ad partes anticas corporis, relaxatio vero ad partes poſticas; idque eo magis, quo magis corpus eſt obtuſum, unde major in motu fluidi mutatio, ut & reſiſtentia major in corpus, ſi hoc moveatur.

384. *Quando corpus in fluido quocunque movetur juxta ſuperficiem*, ad partes corporis anticas elevatur fluidum, ad poſticas deprimitur; majoresque ſunt hæ elevationes & depreſſiones, quo magis corpus eſt obtuſum, & eo huic magis reſiſtitur; major etiam in motu fluidi  
in



in hoc casu datur irregularitas, qua etiam augetur resistantia. *Hæc etiam obtinent*, 385. *si corpus non alte immergatur*, in quo tamen casu motus fluidi irregularitas præcipua auctæ resistantiæ causa est.

Ut ergo hæ irregularitates seponantur, considerata sunt corpora alte immersa, & circa ea regulæ tradendæ sunt, quibus, in variis casibus, inter se possint conferri retardationes. Corpora ponimus sphærica, licet demonstrationes eodem modo procedant in omnibus corporibus similibus & similiter motis.

Resistentia a retardatione distinguenda est; *Resistentia est pressio* (375), *Retardatio est trans-* 386. *latio ex actione immediatâ hujus pressionis.*

*Dentur corpora æqualia, sed diversa densita-* 337. *tis, æquali cum velocitate per idem fluidum mota*; fluidum eodem modo in utrumque agit; eandem ergo patiuntur resistantiam, retardationes vero diversas; & sunt hæ inter se ut spatia, per quæ, iisdem pressionibus, corpora proposita transferri possunt (386); id est, sunt inverse ut quantitates materiæ in hisce corporibus (70), aut *inverse ut horum densitates* (338).

*Positis autem corporibus ejusdem densitatis*, 388. *sed inæqualibus, æque celeriter, per idem fluidum motis*, crescunt resistantiæ in ratione superficierum (379), id est, ut quadrata diametrorum; quantitates materiæ augentur in ratione cuborum diametrorum; dividendo resistantias per materiæ quantitates, dantur retardationes; (68. 386). *sunt ergo hæ ut quadrata diametrorum directè, & ut cubi diametrorum inverse*, id est, *inverse ut ipsæ diametri.*



389. Si corpora fuerint æqualia, æque velocia, ejusdem densitatis, sed per fluida varia mota, retardationes sunt ut fluidorum densitates (379. 65).
390. Quando corpora æque densa, & æqualia, per idem fluidum, variis velocitatibus, feruntur, retardationes sunt ut quadrata velocitatum (378. 65).
391. Possunt ex dictis inter se conferri motuum quorumcunque retardationes; sunt enim hæc 1. ut velocitatum quadrata (390); 2. ut fluidorum, per quæ corpora moventur, densitates (389); 3. inverse ut corporum diametri (388); 4. tandem inverse ut ipsorum corporum densitates (387).

Numeri, in harum rationum ratione composita, proportionem retardationum exprimunt. Multiplicando quadratum velocitatis per liquidi densitatem, & productum dividendo per productum diametri corporis per hujus densitatem, & sic operando pro variis motibus, divisionum quotientes prædictam rationem compositam inter se habebunt.

392. Possunt etiam retardationes inter se conferri, determinando pondus, quod resistantiam valet (377), & hoc dividendo per pondus corporis moti (68); Primum detegitur, determinando, ex data corporis moti celeritate, altitudinem cylindri fluidi de quo in n. 377., & deinde pondus ex notis fluidi gravitate specifica & corporis diametro. Globus ex. gr. diametri trium pollicum per aquam moveatur, celeritate qua in tempore minuti secundi sedecim pedes potest percurrere; ex iis quæ de corporibus cadentibus & pendulis dicta sunt (182. 184. 157), ut & per Experimenta pendulorum, fuit detectum, hanc esse celeritatem, quam corpus cadendo ab altitudine quatuor pedum acquirit; pondus ergo cylindri aquei, diametri tri-



trium pollicum, & altitudinis duorum pedum, id est, pondus circiter sex librarum & trium unciarum, æquipollet resistentiæ globi prædicti.

Motuum directorum retardationibus consideratis, transeundum ad motum pendulorum.

Penduli, in vacuo oscillati, arcus adscensu, celeritate descendendo acquisita, descriptus æqualis est arcui descensu descripto (169); in fluido non itidem, & eo major est inter hos arcus differentia, quo major est resistentia, id est, si agatur de iisdem fluido & pendulo, quo major est arcus descendendo descriptus.

*Sit fluidi resistentia in ratione ipsius velocitatis, & pendula duo, omnino similia, in cycloide oscillata, inæquales peragant vibrationes, eodemque momento cadere incipiant; moveri inchoant cum viribus, quæ sunt ut arcus descensu describendi (178); si hæ impressiones primi momenti solæ considerantur, post tempus quodcunque celeritates erunt in eadem ratione ac in principio; nam retardationes, quæ sunt ut ipsæ velocitates, harum proportionem immutare nequeunt; ratio enim inter quantitates non mutatur, additione aut subtractione quantitatum in eadem ratione. Temporibus igitur æqualibus, utcumque inter movendum ex resistentia mutantur corporum celeritates, spatia percurruntur, quæ sunt ut vires in principio (52), id est, ut arcus descensu describendi; idcirco post tempus quodcunque corpora sunt in horum arcuum punctis respondentibus. In hisce autem punctis pressiones agunt in eadem*



ratione quam in principio (178); & proportio celeritatum, quæ ex resistantia non variatur, ex gravitate etiam nullam mutationem patitur. In adscensu gravitas motum corporum retardat, sed in punctis respondentibus illius actiones sunt in eadem ratione quam in descensu. Ubique ergo in punctis respondentibus celeritates sunt in eadem ratione. Cum autem iisdem momentis corpora sint in hisce punctis respondentibus, sequitur motum amborum eodem momento destrui, id est, *iisdem temporibus vibrationes absolvi*. Spatia in tempore unius vibrationis percurta sunt ut vires quibus percurruntur; id est,

394. *arcus integrarum vibrationum sunt ut arcus descensu descripti*, quorum dupli sunt arcus in  
 395. *vacuo describendi. Defectus arcuum in fluido descriptorum ab arcibus in vacuo describendorum sunt differentie quantitatum in eadem ratione, & sunt ut arcus descensu descripti.*

- Ex eo quod eadem inter hosce varios arcus proportio detur, sequitur *celeritates in punctis respondentibus arcuum descriptorum esse ubique ut arcus descensu descriptos*; hæc enim puncta respondentia sunt etiam puncta respondentia arcuum in vacuo describendorum, in quibus hanc proportionem locum habere demonstravimus.

397. *Crescat nunc resistantia in ratione duplicata velocitatis, & vibrationes inæquales peragat corpus pendulum, majores erunt magis diuturnæ, propter resistantiam magis crescentem quam in casu n. 393.*
398. *Celeritates tamen, positis arcibus non admodum inæqualibus, in arcuum descriptorum punctis*



*etis respondentibus, sunt ubique quam proxime in eadem ratione, & quidem ratione arcuum descensu descriptorum.* Si resistantia esset in ratione celeritatis, hæc proportio obtineret (396), nunc vero turbatur propter majorem resistantiam in majori vibratione, qua motus in hac magis minuitur. Sed duplici ex causa magis acceleratur. 1. Vibratio hæc major diutius durat (397), corpusque diutius hæret in certo spatio quam in spatio respondenti in vibratione minori, & per longius tempus acceleratur. 2. Defectus arcus descripti, ab arcu in vacuo describendo, major est, servata proportionem, in vibratione majori; quia in hac resistantia magis differt a resistantia in minori vibratione, quam in n. 395. puncta ergo respondentia, servata proportionem, magis a puncto infimo in arcu majori quam in minori distant, quamdiu in hoc corpus descendit; major ideo, servata proportionem, in illo datur acceleratio, quia vis, quæ continuo in corpus agit, est ut hujus distantia a puncto infimo (178). Datur ergo compensatio, & memorata proportio instauratur. In adscensu corporis, duratio retardationis concurret cum resistantia ad hanc turbendam proportionem, sed nunc minus in majori arcu puncta respondentia, servata proportionem, a puncto infimo distant, quam in minori, & ex gravitate minor, servata proportionem, retardatio datur; & ita jam, servata proportionem, crevit differentia distantiarum punctorum respondentium a puncto infimo, ut ex hoc solo facile compensatio detur.

Resistentiæ, quæ sunt ut quadrata celeritatum, sunt igitur ubique in punctis respon-



- dentibus, ut quadrata arcuum descensu descriptorum; in qua etiam ratione retardationes sunt (391); cum harum singulæ in punctis respondentibus eandem servant proportionem, in ea etiam erunt proportione summæ omnium, id est, retardationes integræ, quæ sunt defectus arcuum in fluido descriptorum, ab arcubus in vacuo describendorum;
399. aut quod idem est, *differentiæ inter arcus descensu & adscensu proximo descriptos*. Hæ ergo differentiæ, *si vibrationes non fuerint admodum inæquales, sunt quam proxime ut quadrata arcuum descensu descriptorum*. Quod etiam Experimentis in vibrationibus majoribus confirmatur; in hisce enim proportio resistentiæ, de qua hic agitur, locum habet (381). (*Exp*).
400. *Corpus in fluido libere descendens acceleratur, ex gravitate respectiva corporis, quæ continuo in hoc agit; non tamen æquabiliter ut in vacuo (151). Ex fluidi resistentia datur retardatio, id est, accelerationis diminutio, quæ diminutio cum corporis velocitate augetur.*
401. *Datur etiam velocitas maxima, quam corpus cadendo acquirere potest; nam si hujus velocitas talis fuerit, ut resistentia ex ea oriunda, æquipolleat ponderi respectivo corporis, accelerari hujus motus non ulterius potest; motus enim, qui continuo a gravitate respectiva generatur, a resistentia destruitur, &*
402. *æquabiliter corpus progreditur: ad illam celeritatem maximam corpus cadendo continuo accedit, illam vero acquirere nunquam potest.*

Quando fluidi & corporis densitates dantur, datur pondus respectivum corporis, & ex nota corporis diametro, detegi potest, a qua altitudine cadendo in vacuo corpus potest



test acquirere velocitatem, ut resistantia, in fluido, valeat pondus illud respectivum (377), quæ erit velocitas maxima memorata.

Si agatur de sphaera notum est, hanc esse æqualem cylindro ejusdem diametri, & altitudinis duarum partium tertiarum hujus diametri; quæ altitudo est augenda in ratione, in qua pondus corporis respectivum superat fluidi pondus, ut habeamus altitudinem cylindri fluidi, cujus pondus æquet pondus respectivum corporis; hæc autem altitudo si duplicetur, datur altitudo, a qua cadendo in vacuo corpus acquirit velocitatem, quæ resistantiam huic ponderi respectivo æqualem generat (382); & quæ ideo est velocitas maxima, quam, cadendo ab altitudine infinita, in fluido corpus acquirere potest (401. 402). 403.

Plumbum undecies gravitate aquam superat, quare pondus illius respectivum ad aquæ pondus est ut 10. ad 1.; globus ergo plumbeus, ut ex dictis sequitur, non majorem cadendo per aquam potest acquirere velocitatem, quam in vacuo cadendo, ab altitudine tredecim diametrorum suarum cum parte tertia.

Corpus fluido levius, & in illo ex actione fluidi adscendens, iisdem legibus cum corpore graviore in fluido cadente movetur. Corpus ubicunque ponatur, a fluido sustinetur & in altum fertur, vi quæ valet differentiam ponderis corporis a pondere quantitatis fluidi, ejusdem voluminis cum corpore (347. 349); datur ergo vis, quæ continuo æquabiliter in corpus agit, qua non modo actio gravitatis corporis destruitur, ita ut hæc, in hoc casu, non considerata sit, sed qua etiam corpus motu 404.



æquabiliter accelerato in altum fertur, eodem modo ac corpus fluido gravius descendit gravitate sua respectiva; sed eodem plane modo ex resistentia accelerationis æquabilitas, in adscensu corporis fluido levioris, quam in descensu gravioris, destruitur.

405. *Quando corpus fluido specificè gravius in hoc in altum projicitur, duplici ex causa retardatur, ex corporis gravitate respectiva, & ex fluidi resistentia, ad minorem ergo adscendit altitudinem quam si in fluido ejusdem densitatis non resistente posset adscendere, si tale daretur.*
406. *Defectus autem altitudinum in fluido ex hujus resistentiâ, in minoribus altitudinibus, sunt fere ut quadrata altitudinum in medio memorato non resistente. Altitudo autem in medio non resistente est ad altitudinem in vacuo eadem celeritate, ut gravitas integra ad gravitatem respectivam; quod ex demonstratis circa descensum gradum super plano inclinato deducitur, nam lineæ, per quas eadem celeritate corpora super diversis planis adscendunt, sunt inversæ, ut vires, quibus corpora in illis planis deorsum pelluntur (142. 168. 169).*

## C A P U T VII.

### *De Fluidis profliantibus.*

408. **F**luidum verticaliter ex foramine profliens, ea cum celeritate in altum adscendit, cum qua ad altitudinem superficiæ supremæ fluidi pervenire potest (372. 159); nunquam tamen ad illam altitudinem pertingit; illudque variis ex causis. 1. Celeritas, qua fluidum in altum adscendit, omnibus momentis minuitur, & columna fluidi profliantis  
con-



constat ex partibus, ad varias altitudines, celeritate diversa motis: columnæ ubique ejusdem crassitie partes omnes necessario eadem celeritate moventur; prædicta columna fit ergo latior omnibus momentis, dum fluidi celeritas minuitur; quod ex impetu fluidi insequentis oritur, & ex natura fluidi impressioni cuicunque cedentis, & facile versus omnes partes moti; ex hoc impetu motus ubique retardatur. 2. Minuitur & hicce motus ex fluido, quod, cum totum motum amisit, hæret in superiori parte columnæ, & a fluido insequenti sustinetur per momentum temporis, antequam ad latera defluat, quo fluidum hoc insequens retardatur, quæ retardatio toti columnæ communicatur. 3. Attritu juxta latera foraminis minor est fluidi profiliantis celeritas; qui attritus augetur, quando per tubos & epistomia fluidum deducitur. 4. Tandem aëris resistentia motui fluidorum remoram facit.

Causam primam retardationis memoratam corrigi minime posse nemo est qui non videt.

Secunda corrigitur paululum inclinando fluidi directionem, ut per se patet, & hæc est ratio, quare *fluidum, per directionem paululum inclinatum, altius, quam verticaliter profiliens, adscendat.* (Exp.). 409.

Circa tertiam causam retardationis notandum, majorem, servata proportionem, dari attritum in minoribus foraminibus quam in majoribus; ex aucta celeritate attritus etiam augetur: quare *foramina cum altitudine aquæ profiliantis sunt augenda.* 410.

Extremities tuborum, ex quibus aqua profilit, vulgo figuram coni truncati habent;



in qua extremitate magnum aqua attritum patitur, & irregulariter movetur, motuque irregulari in altum exit. Corriguntur hæc obtegendo extremitatem tubi laminâ planâ & politâ, in qua foramen datur; altius enim tunc aqua profilit, & quia motu omnino regulari adscendit, perfecte est translucida. (Exp.).

412. Tubi, per quos aqua ex receptaculo deducitur, latissimi, respectu foraminis, requiruntur; ut lente aqua in hisce tubis moveatur, & sensibilis attritus non detur. Ex eadem ratione epistomiorum aperturæ latissimæ desiderantur. (Exp.).

414. Resistentia aëris sensibilem in motu fluidorum exerit effectum; inter fluida ipse refertur, ut in Parte sequenti dicetur, idcirco hic obtinent quæ de adscensu corporis cujuscunque in fluido dicta sunt; & in altitudinibus minoribus, defectus altitudinum ab altitudinibus in fluido ejusdem densitatis non resistente, quæ ab altitudinibus in vacuo vix differunt propter exiguam aëris densitatem, sunt in ratione quadratorum harum altitudinum (406); id est, sepositis cæteris retardationum causis, sunt in ratione quadrati altitudinis fluidi supra foramen. Præter hanc resistentiam, datur & alia minime contemnenda aëris actio in fluidum profiliens. Circumdat ille totam columnam fluidi salientis, motuique hujus, quo ad latera sese expandit, dum latior fit, resistit, & major vis fluidi insequentis requiritur, quam si hæc resistentia sublata esset; resistit ergo aër etiam pressione laterali. Resistentia ex fluidi ictu in aërem crescit cum superficie impingenti, id est, si maneat celeritas, augetur cum foramine, in qua etiam ratione crescit quantitas materię



riæ motæ, & hujus respectu non interest cu-  
juscunque magnitudinis fuerit foramen.

Pressio lateralis sequitur proportionem su-  
perficiei columnæ; materia mota, quæ ma-  
nente celeritate est in eadem ratione cum  
vi insita, sequitur proportionem totius co-  
lumnæ, id est, quadrati superficiei hujus;  
magis ergo, si foramen augeatur, crescit vis  
insita quam ipsa causa retardans; *in majoribus* 415.  
*ideo fluidorum profilientium altitudinibus*, ut  
pressio lateralis, quæ, cum diutius agat, ma-  
jorem actionem exerit, melius superari pos-  
sit, *majora desiderantur foramina*; quod & in  
eodem casu ex alia causa requiri antea dixi-  
mus (410): in quo loco ut & hic majora  
foramina pro majoribus tantum altitudinibus  
necessaria ponimus, licet demonstrationes  
proben hæc foramina, in majoribus altitudi-  
nibus maximè necessaria, in genere esse ante-  
ponenda. Sed magna foramina, etiam motui  
obstant; nam major datur superficies, cui in-  
cumbit fluidum altissimum, quod totum mo-  
tum amisit, ibique diutius hæret, antequam ad  
latera defluat. Ex hisce duobus effectibus con-  
trariis, simul junctis, *datur in omnibus alti-* 416.  
*tudinibus certa foraminis mensura, per quod flu-*  
*idum ad maximam quam potest adscendit altitu-*  
*dinem*. Regulæ tamen de determinando fo-  
ramine dari nequeunt, quia latitudo tubo-  
rum, per quos fluidum deducitur, horum-  
que inflexiones illud mutant, ita ut variatio  
in infinitum detur.

Circa maximas altitudines notandum, *ma-* 417.  
*gnitudinem foraminis, ut & altitudinem, ad*  
*quam fluidum adscendere potest, limites suos ha-*  
*bere, quos excedere vetitum*. Fluidum non  
fo-



solum illud ex foramine exit, quod huic respondet, sed, ut fluxus continuus detur, fluidum vicinam continuo adfluit, quod oblique movetur, & dum profilit motu composito agitur, & motus verticalis fluidi profilientis turbatur; quo majus est foramen, eo major est perturbatio ex hac causa oriunda, & in aquis profilientibus nunquam foramina pollicem unum cum quadrante excedere debent. Quando fluidi celeritas nimia est, tanta cum vi in aërem impingit, ut in guttas dispergatur; in quo casu minuendo celeritatem altitudo, ad quam adscendit fluidum, augetur, & altitudo datur, quæ est omnium maxima, ad quam fluidum adscendere quit; hæcque in aqua profilienti, vix centum pedes superat.

418. *Fluida, quæ oblique profiliunt, non ex tot causis, neque tantum, quam verticaliter profilientia retardantur.* Secunda retardationis causa, antea memorata (408), hic locum non habet, & effectus primæ minor est; de cætero hic locum habent, quæ de solidis oblique projectis dicta sunt in capite XVII.

419. lib. I.; & *fluidum ut innumera solida sese mutuo insequentia & eandem viam percurrentia considerari potest.* In motu fluidi via percurta sensibilis est, & quæ de solidis oblique projectis dicta sunt ope fluidorum ad Experimentum vocantur; ad quod hydrargyro utendum, propter hujus fluidi, præ cæteris, gravitatem specificam. (*Exp.*).

Simili methodo, qua per circulum determinatur distantia, ad quam corpora oblique projecta cadunt (199), detegitur distantia, ad quam fluidum ex foramine in latere vasis profilit, quando vas plano horizontali imponitur: di-

ver-



versa est hæc distantia pro varia foraminis altitudine, manente superficie superiori fluidi.

*Sit A B vasis fluido repleti altitudo; secetur* T. 6.  
*hæc in duas partes æquales in C; centro C* fig. 8.  
*& radio E A semi-circulus describatur; de-* 420.  
*tur foramen in E: tandem ducatur ad A B*  
*perpendicularis E D in semi-circuli circum-*  
*ferentiâ terminata in D. Profiliat fluidum ex*  
*E ad F in plano horizontali, distantia B F*  
*erit dupla perpendicularis E D.*

Quod ut demonstretur, considerandum, fluidum, motu æquabili, celeritate cum qua ex foramine exit, in tempore, in quo corpus cadere potest ab E ad B, percurrere spatium B F (196). In omni motu spatium percursum est in ratione composita celeritatis & temporis (53); & hoc per illam multiplicando datur spatium percursum; id est, si pro variis motibus hæc instituatur operatio, dantur quantitates, quæ spatiorum percursorum proportionem exprimunt. Si cum quadratis celeritatum & temporum computatio ineatur, dabitur proportio quadratorum spatiorum percursorum. A E hic designat quadratum celeritatis (371); E B autem quadratum temporis (155); harum linearum productum exprimit ergo quadratum spatii percursi B F. Hoc productum est quadratum lineæ E D; quæ idcirco, mutato foramine, crescit & minuitur in eadem ratione cum distantia B F. Posito foramine in centro C, distantia B G, ad quam fluidum profilit, ipsi B A æqualis est (372. 157), & est dupla perpendicularis quæ in C ad A B in semi circulo duci potest; quod ergo in omnibus foraminibus obtinet, & E D erit dimidium ipsius B F.

Ex



421. Ex hisce sequitur *fluidum ex foramine in centro C ad distantiam omnium maximam pro-  
filire. (Exp.)*.
422. Ex dictis ulterius sequitur *ex foraminibus E & e æque distantibus a centro C fluidum ad eandem profilire distantiam, quia in eo casu perpendiculares ED, e d sunt æquales. (Exp.)*.

## CAPUT VIII.

*De Fluido ex vasis profluente, & irregularitatibus in isto motu.*

423. **F**Luidi quantitas, quæ in dato tempore ex dato foramine fluit, ad instar fluidi exeuntis velocitatis crescit: pendet hæc ab altitudine fluidi supra foramen, & non interest versus quamcunque partem motus fluidi dirigatur (370); quadrata ergo quantitatum effluentium sunt in ratione altitudinum fluidi supra foramina (371).

In tempore in quo corpus libere cadendo percurrit altitudinem fluidi supra foramen, exit ex foramine fluidi columna longitudine duplum altitudinis hujus æquans (372. 157). Foramen ipsum est basis columnæ, & datur; si altitudo fluidi supra foramen nota sit, datur tota columna; tempus etiam facile determinatur per Experimenta pendulorum (182): detecta autem quantitate, quæ in tempore noto exit, quid in tempore quocunque dato effluat non latet.

Hic notandum, aëris resistantiam, & attritum fluidi juxta latera foraminis, motum fluidi impedire, & regulam memoratam non exacte obtinere, & semper minorem, quam quæ per hanc determinatur, effluere fluidi quantitatem; Experimentis tamen, circa a-  
quam



quam institutis, constat, quadrata quantitatum quæ æqualibus temporibus ex eodem foramine effluunt, servare sensibiliber proportionem altitudinum aquæ supra foramen, in altitudinibus quinquaginta pedes non excedentibus.

In vasis, in quibus fluidi adfluxus non datur, hujus celeritas dum effluit continuo mutatur, ad quod attendendum in comparatione temporum, in quibus vasa diversa evacuantur.

Vasa cylindrica hîc consideramus, & dicta, ad vasa quæcunque eandem juxta integram altitudinem capacitatem servantia, referri poterunt; ponimus fluidum per foramen in fundo effluere.

*Tempora, in quibus vasa cylindrica, ejusdem 424. diametri & altitudinis, evacuantur, fluido ex foraminibus inæqualibus fluente, sunt inter se inverse ut hæc foramina.*

Vasa hæc, planis ad basin parallelis, concipiantur divisa in partes æquales minimas; & divisiones utriusque vasis non differant inter se; cum agatur de partibus minimis, concipi potest celeritatem in evacuatione unius partis non mutari. Fluidi quantitas, quæ ex foramine fluit, si celeritas non mutetur, crescit cum foramine, & eo breviori tempore evacuatur determinata fluidi quantitas, quo foramen majus est; tempusque minuitur in ratione, in qua foramen augetur. Partes respondentes in vasis celeritatibus æqualibus evacuantur; partes etiam ipsæ, id est, quantitates fluidi, quæ effluunt, sunt æquales; idcirco sunt tempora in inversa ratione foraminum; quod cum in singulis partibus respondentibus locum habeat, ad tempora evacuationum integrorum vasorum etiam referri debet.

*Quan-*



425. Quando vasa cylindrica sunt inæqualia & æque alta, per foramina æqualia, in temporibus, quæ sunt ut cylindrorum bases, evacuantur. Vasa iterum in partes minimas, & numero æquali in utroque vase, divisa concipiantur: ex partibus respondentibus per foramina æqualia, & æquali celeritate, fluidum fluit; quantitates ergo, quæ effluunt, sunt ut tempora; & ideo in hac temporum ratione sunt ipsæ partes respondentes, quæ sunt ut cylindrorum bases: tempora autem integrarum evacuationum sunt ut tempora, in quibus partes respondentes evacuantur.

426. T. 6.  
fig. 9.  
10. Dentur tandem duo vasa cylindrica EF, AD, quorum bases sunt æquales, altitudines vero diversæ, ex. gr. ut 1. ad. 4. & evacuentur hæc per foramina æqualia: concipiantur etiam hæc vasa planis ad basin parallelis in partes minimas divisa, quales sunt Hi, Cd; sitque idem numerus partium in utroque vase; & sint partes inter se ut ipsa vasa, id est, ut 1. ad 4. Partes singulas motu æquabili evacuari, quia de minimis agitur, considerare possumus; celeritates in partibus respondentibus sunt ubique ut 1. ad 2. (372), quia altitudines harum partium supra bases sunt ut vasorum altitudines, quæ sunt ut horum numerorum quadrata. Unde sequitur tempora, in quibus partes respondentes evacuantur, etiam esse inter se ut unum ad duo; quia in tempore duplo, celeritate dupla, quantitas quadrupla evacuatur. Cum autem tempora sint in eadem ratione pro singulis partibus respondentibus, tempora, in quibus integra vasa evacuantur, sunt etiam ut unum ad duo. Si vasa sint ut 1. ad 9., tempora, ex demon-  
stra-



stratione simili, erunt ut 1. ad 3.; & in genere tempora sunt ut celeritates, quibus partes respondentes evacuantur, quarum celeritatum quadrata sunt *ut vasorum altitudines*, (371) in qua ratione ergo etiam sunt quadrata temporum (Exp.).

Tempora, in quibus vasa cylindrica quaecunque evacuantur, sunt in ratione composita basium (425), inversa foraminum (424), & radicum quadratarum altitudinum (426).

Dividi ita potest vas cylindricum, ut partes inter divisiones interceptæ equalibus temporibus evacuentur, quod fiet, si divisionum a basi distantie fuerint ut numerorum naturalium quadrata; tempora enim evacuationum vasorum, quorum altitudines hanc sequuntur proportionem, sunt ut numeri naturales (426), & temporum differentie æquales.

Tempus, in quo vas cylindricum evacuat, est ut celeritas, cum qua fluidum effluere inchoat (371. 426); celeritas ergo, dum fluidum in vase descendit, in eadem ratione minuitur, cum tempore evacuationis fluidi in vase superstitis; & motus fluidi, ex vase cylindrico fluentis, est retardatus equaliter in temporibus equalibus.

Si ex cylindro, & ex alio vase ejusdem altitudinis, & fluidum semper ad eandem altitudinem continenti, per foramina equalia fluat fluidum, in tempore, in quo evacuat cylindrus, ex vase memorato fluit dupla aquæ quantitas quam ex cylindro. Nam, propter altitudines vasorum æquales, celeritates in principio sunt æquales; fluidi, quod ex vase semper repleto exit, celeritas est æquabilis; celeritas fluidi, ex cylindro fluentis, est æquabiliter retardata (429).

Id.



Idcirco ex isto vase, dum cylindrus, evacuatur fluet dupla aquæ quantitas quam ex cylindro. Si enim duo corpora eadem celeritate propellantur, & primum motu æquabili progrediatur, secundum autem motu æquabiliter retardato, & moveantur donec hoc totum motum amiserit, primum in eo tempore percurreret spatium duplum spatii a secundo percurſi (157. 159); hic fluidum, quod effluit, pro spatio percurſo haberi potest, quia foramina sunt æqualia.

431. *Præter irregularitates ex attritu & aëris resistantia, dantur aliæ variæ ex cohæſione partium, etiam in fluidis non glutinosis: de aqua sola hic loquar. Circa hanc observamus, licet eadem cum vi juxta directionem quamcunque, manente aquæ altitudine supra foramen, propellatur (372), omnium celerissime verticaliter descendere; in motu enim suo aqua cadendo continuo acceleratur, cum inſequenti cohæret & hanc accelerat, velocitatemque aquæ ex vase profluentis auget.*

432. *Ex eadem cohæſione motus ex vase, cum quo in inferiori parte tubus conjungitur, magis acceleratur.* Sit vas tale H G æquale & simile vasi figuræ 10. & quod cum tubo F altitudinem habeat vasis C B figuræ 9.; habeat tubus aperturas ambas æquales foraminibus in fundis vaſorum figurarum 9. & 10.; impleantur aquâ vasa tria. In principio motus, ex vasis fig. 9. & 11. æquali cum celeritate aqua fluit, quia altitudines aquæ supra foramina, ex quibus aqua exit, sunt æquales. Sed celeritas in vase cum tubo statim minuitur, quia ex tubo non major fluere potest aquæ quantitas, quam quæ tubum per aperturam superio-



periolem intrat, quem major aquæ quantitas ingredi nequit, quam quæ ex vase fig. 10. fluere potest. Cum autem partes aquæ cohæreant, aqua effluens illam, quæ tubum intrat, accelerat, & hæc exeuntem retardat; & aquæ quantitas, quæ certo tempore ex vase fig. 11. effluit, est media inter aquæ quantitates, quæ ex vasis aliis duobus eodem tempore, fluere possunt. (*Exp.*).

*Maneat apertura superior tubi, qua cum vase 433. tubus communicationem habet; augeatur apertura inferior; major aquæ quantitas effluet, & magis accelerabitur aqua, quæ tubum intrat; satisque potest augeri hæc apertura, non mutata tubi longitudine, ut ex illa major aquæ quantitas fluat quam ex vase fig. 9. In hoc casu, per aperturam tubi superiorem ad parvam infra aquæ superficiem profunditatem, major fluit æquæ quantitas, quam ex apertura æquali ad profunditatem, quadruplam. Adhibito longiori tubo idem præstari poterit, licet non augeatur tubi apertura inferior. (*Exp.*).*

## CAPUT IX.

### *De Cursu Fluminum.*

#### DEFINITIO 1.

**F**lumen vocamus aquam, in canali superius 434. aperto, propria gravitate fluentem, ut A E. T. 7.

#### DEFINITIO 2.

Flumen in eodem statu manere, aut in 435. statu manente, dicitur, quando aqua uniformiter fluit, ita ut in eodem loco semper sit ad eandem altitudinem.

DE-



## DEFINITIO 3.

436. Sectio Fluminis vocatur planum Flumen secans perpendiculariter ad fundum, ut ponq.

Quando Flumen a lateribus terminatur, planis inter se parallelis, & ad horizontem normalibus, & fundus etiam est planum, si-  
ve horizontale, siue inclinatum, sectio Fluminis cum tribus hisce planis angulos rectos efficit, & est parallelogrammum.

437. In omni Flumine in statu manente, eadem aquæ quantitas per singulas sectiones eodem tempore fluit. Nisi enim in loco quocunque eadem aquæ quantitas adfluat, quæ ex eo defluit, in eodem statu Flumen non manebit; & demonstratio hæc locum habet, quæcunque fuerit alvei irregularitas, ex qua, alio respectu, multæ in Fluminis motu mutationes oriuntur; attritus ex. gr. major est pro majore alvei inæqualitate.

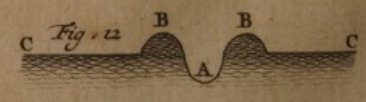
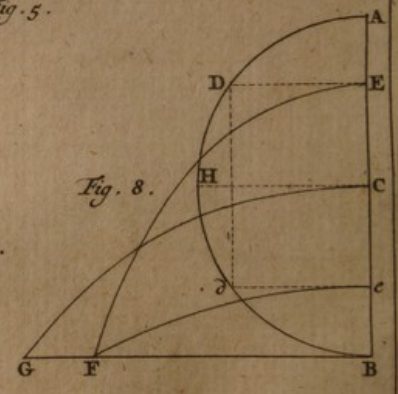
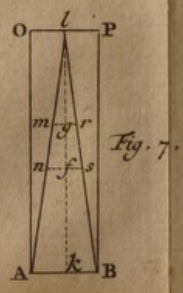
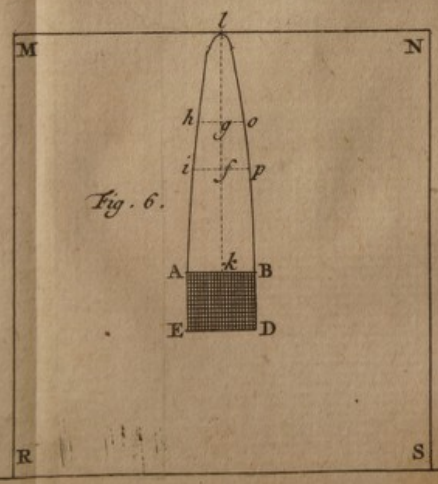
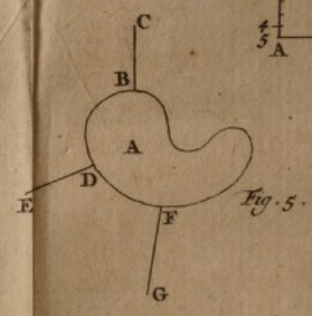
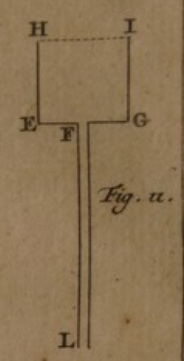
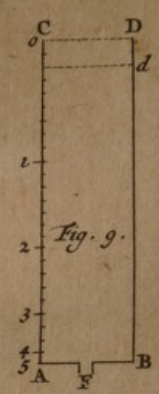
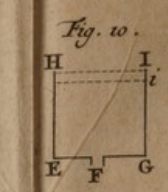
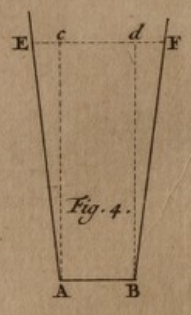
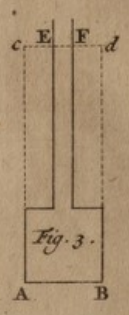
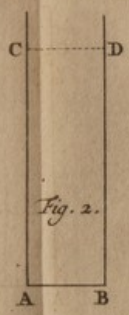
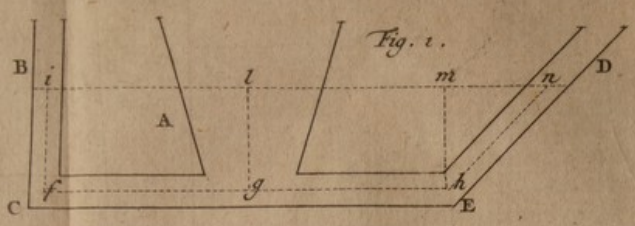
Irregularitates in Fluminis motu in infinitum variari possunt, & regulæ circa illas tradi nequeunt; sepositis ergo irregularitatibus omnibus Fluminum cursus examinandus est; nisi enim in hoc casu motus leges notæ fuerint, de nullo iudicium, vero fundamento nixum, ferri poterit.

Ponimus ergo aquam fluere per canalem regularem, sine sensibili attritu; canalem terminari ad latera planis parallelis inter se & verticalibus; fundumque etiam planum esse & ad horizontem inclinari.

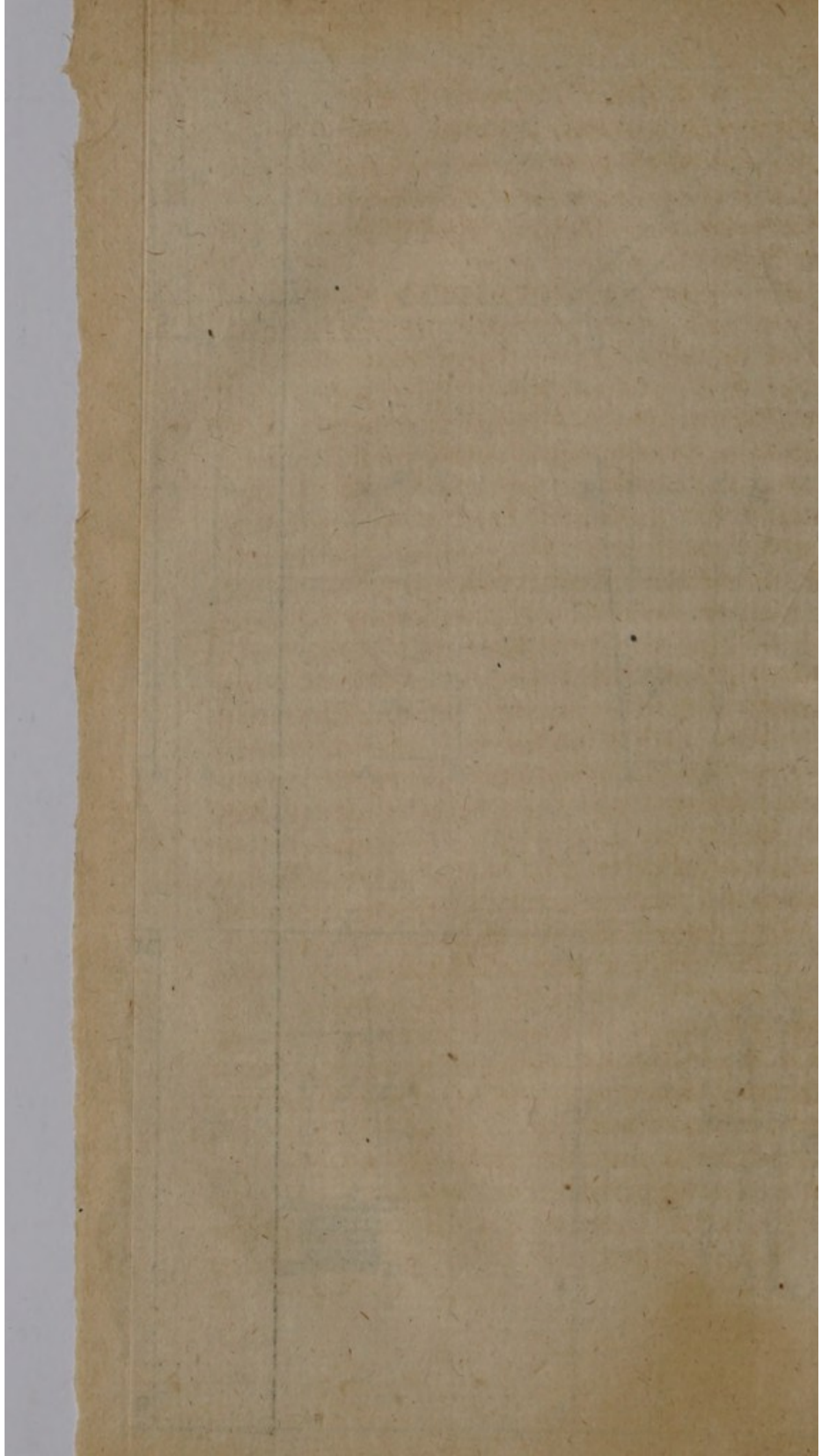
Sit canalis A E; ex receptaculo majori aqua in illum fluat, maneatque in receptaculo semper ad eandem altitudinem, ut Flumen sit in statu manenti. Aqua juxta planum inclinatum descendit & acceleratur

(161);











(161); quo, propter æqualem aquæ quantitatē per singulas sectiones fluentem (437), *altitudo aquæ, recedendo a Fluminis initio, continuo minuitur*, & aquæ superficies adipiscitur figuram *i q s*. 438.

Ad determinandam aquæ velocitatem in variis locis, concipiamus canalē aperturam ADCB plano claudi; si perforetur planum, eo celerius ex foramine profiliet aqua, quo magis hoc distabit a superficie aquæ *hi*; eandemque habebit aqua celeritatem, quam corpus, cadendo a superficie aquæ ad profunditatem foraminis infra illam, acquirit (372); quod ex pressione aquæ superincumbentis oritur. Datur eadem pressio, id est, eadem vis motrix, quando impedimentum in A C tollitur; canalem tunc intrat unaquæque particula aquæ, cum celeritate quam corpus acquirit, cadendo ab aquæ superficie ad particulæ profunditatem. Particula hæc, juxta planum inclinatum, in canale movetur, & hujus motus acceleratur; & quidem eodem modo ac si verticaliter cadendo motum continuasset ad eandem profunditatem infra superficiem aquæ in origine Fluminis (168). Ideo si ducatur horizontalis linea *i t*, particula in *r* habebit celeritatem, quam corpus cadendo per *i C*, & devolvendo per C *r* potest acquirere; quæ est celeritas, casu per *t r*, a corpore acquisita. Ubique ergo mensuratur particulæ celeritas, ducendo ab hac perpendicularem ad planum horizontale, quod per superficiem aquæ in origine Fluminis concipitur, & velocitas, quam corpus per hanc perpendicularem cadendo acquirit, erit particulæ celeritas; quæ major



est pro majori perpendicularis longitudine.)

In puncto quocunque  $r$  ad Fluminis fundum ducatur perpendicularis  $rs$ , Fluminis altitudinem mensurans; cum ad horizontem inclinetur  $rs$ , si a variis hujus lineæ punctis ad  $iz$  perpendiculares ducantur, eo hæ breviores erunt, quo magis ab  $r$  distabunt, omniumque brevissima erit  $sv$ ; ideoque particularum, in linea  $rs$ , celeritates eo minores sunt, quo magis hæ ad superficiem Fluminis accedunt, & *aqua inferior celerius superiori movetur.*

440. *Harum tamen aquarum, in progressu fluminis, ad æqualitatem continuo magis accedunt celeritates.* Nam celeritatum harum quadrata sunt ut  $rt$  ad  $sv$ , quarum linearum differentia, recedendo a fluminis origine, continuo minuitur, propter imminutam altitudinem  $rs$  (438), dum lineæ ipsæ augentur. Quod cum in quadratis obtineat, multo magis in ipsis celeritatibus locum habet, quarum differentia ergo etiam minuitur, dum ipsæ crescunt.

441. Si fundi inclinatio in principio fluminis mutetur ut sit  $yZ$ , & major aquæ quantitas in canalem fluat, altior erit ubique in flumine, sed non mutatur celeritas aquæ in loco quocunque. Hæc enim celeritas non ab altitudine aquæ in flumine pendet, sed, ut demonstratum, a distantia inter particulam motam & planum horizontale per aquæ superficiem in origine fluminis transiens; quæ distantia perpendiculari ut  $rt$  aut  $sv$  mensuratur; hæ autem adfluxu aquæ non variantur, si modo maneat aquæ superficies in receptaculo.

Clau-



*Claudatur canalis pars superior obstaculo, ut 442.*

X, quod quantumvis parum infra aquæ superficiem descendat; aqua omnis quæ adfluit perfluere non poterit, adscendet idcirco; sed eo celeritas aquæ infra cataractam non augetur (441), continuoque accumulatur aqua adfluens; quæ ergo ita adscendit; ut supra impedimentum aut ripas fluminis defluat. Si vero ripæ eleventur, & impedimentum continetur, supra lineam *t* i aquæ altitudo excreset, antea enim hujus celeritas augeri nequit: in quo casu totius aquæ in receptaculo altitudo augebitur; cum enim ponamus flumen in statu manenti, necesse est, ut aliunde continuo in receptaculum tantum aquæ adfluat, quantum ex illo in flumen defluit; imminutâ vero aquæ defluentis quantitate, necessario altitudo in receptaculo augetur, donec celeritas aquæ infra obstaculum fluentis ita augeatur, ut eadem aquæ quantitas infra hocce obstaculum transeat, quæ ante positam cataractam per hanc fluminis sectionem fluxit.

Hæc omnia, ut jam monuimus, sepositis irregularitatibus omnibus, vera sunt, & quo irregularitates sunt minores, eo magis cum dictis motus veri congruunt; de quibus ut judicium feratur, necesse est ut Experimentis velocitates aquarum possimus comparare, & ipsas velocitates ita determinare, ut spatia in certo tempore percursa detegantur.

Sit circuli quadrans A C B in gradus divisus; in centro ei annectitur filum, cujus extremitas altera cum globo P, aquâ graviore, coheret.

443.  
T. 7.  
fig. 2.



Aquâ fluenti globus immergitur, servato latere  $CA$  quadrantis in situ verticali; globus ex motu aquæ ita sustinetur, ut filum  $PC$  cum latere  $CA$  angulum  $PCA$  constituat, cujus ope aquæ in globum impingentis celeritas detegitur.

Globus in aqua quiescens tribus potentiis trahitur; gravitate sua verticaliter descendere conatur; ex fluidi actione juxta motus aquæ directionem fertur; & tandem filo per  $PC$  trahitur. Formetur triangulum  $EFG$ , in quo  $EF$  lineam verticalem designat, cum hac constituat linea  $FG$  angulum  $EFG$ , æqualem angulo a directione motus fluminis cum linea verticali formato, tandem sit angulus  $GEF$  æqualis angulo  $PCA$ . Trianguli  $EFG$  latera parallela sunt directionibus trium memoratarum potentiarum, potentia ipsæ idcirco sunt ut hæc latera (129); si ergo  $EF$  globi gravitatem respectivam designat,  $FG$  exprimet actionem aquæ in globum. Si pro variis Experimentis, eodem adhibito globo, variis in locis institutis, talia triangula delineantur, latere  $EF$  manente, (gravitatem globi respectivam, quæ non mutatur, designante) latera ut  $FG$  inter se proportionem actionum aquæ in globum servabunt. Hæ autem sunt ut quadrata velocitatum aquarum in locis, in quibus Experimenta instituta sunt (381); non enim interest, quantum ad actionem aquæ in globum, utrum hic moveatur, & illa quiescat, an contra aqua, quiescente globo, moveatur (374).

Actio aquæ in globum cum pondere confer-



ferri potest, est enim ad globi gravitatem respectivam ut F G ad E F

Hæc autem actio æquat resistantiam, quam patitur corpus, quando per aquam quiescentem movetur, eadem celeritate, cum qua nunc aqua fluens in globum quiescentem impingit (374). Ex noto pondere, resistantiam valente, quodnam spatium, celeritate cum qua corpus movetur, in dato tempore percurri possit, detegitur (377); dabitur ergo & hic spatium, quod ab aqua in tempore noto potest percurri, & sic etiam aquæ quantitas, quæ per locum magnitudine datum, in fluminis sectione, in dato tempore, fluit. 444.

Notandum hanc velocitatis aquæ determinationem non bene procedere versus aquæ superficiem, quia actio aquæ in globum ibi irregularis est (385). Potest hæc celeritas detegi immergendo aquâ corpus, aquâ paululum levius, quod versus superficiem hæreat & non satis hanc excedat ut motu venti affici possit; cum gravitates specificæ aquæ & corporis vix differant, & hoc pro toto immerso haberi possit, eadem celeritate cum aqua movebitur, & mensurari tempus, ope penduli, poterit, dum corpus spatium ante mensuratum percurrit. Quando vento aquæ superficies agitur, non bene Experimentum procedet, propter motum undarum, quo in corporis motu irregularitas datur. 445.



## CAPUT X.

*De Motu Undarum.*

446.  
T. 6.  
fig. 12.

A Quæ quiescentis superficies plana est & ad horizontem parallela (325); si aliqua ex causa hæc cava fiat in A, circumdatur hæc cavitas elevatione BB: elevata hæc aqua gravitate descendit, & celeritate descendendo acquisita cavitatem novam format, quo motu aqua ad latera hujus cavitatis adscendit, & implet cavitatem A, dum nova elevatio versus C formatur; hæc dum deprimitur de novo aqua versus eandem partem adscendit; unde motus in aquæ superficie oritur, & cavitas, præ se elevationem ferens, ab A versus C movetur.

## DEFINITIO 1.

447. *Cavitas hæc cum conjuncta elevatione vocatur Unda.*

## DEFINITIO 2.

448. *Latitudo undæ est spatium ab unda in superficie aquæ occupatum & mensuratum juxta motus undæ directionem.*

Cavitas ut A ab omni parte elevatione circumdatur; & motus memoratus versus omnes partes sese expandit; undæ ideo per  
449. *circulum moventur.*

T. 7.  
fig 3. Detur obstaculum A B, in quod unda, cujus origo est in C, incurrat; examinandum quam in puncto quocunque ut E mutationem patiatur unda, quando in hoc puncto ad obstaculum pervenit. In omnibus locis, per quæ unda transit, dum hæc latitudinem suam percurrit, aqua elevatur, ca-



vitas deinde formatur, quæ iterum imple-  
 tur; quam mutationem dum superficies a-  
 quæ subit, hujus particulæ per parvum spa-  
 tium eunt & redeunt. Directio hujus mo-  
 tus est per  $CE$ , celeritasque hac ipsâ lineâ re-  
 præsentari potest; concipiatur hicce motus  
 in duos alios resolutus per  $GE$  &  $DE$ , quo-  
 rum celeritates per hæc lineas respective  
 repræsentantur (289). Motu per  $DE$  par-  
 ticulæ in obstaculum non agunt, & eadem  
 celeritate post impactum, juxta hanc dire-  
 ctionem motum continuant; motusque hic  
 repræsentatur per  $EF$ , positis  $EF$  &  $ED$   
 inter se æqualibus. Motu per  $GE$  particu-  
 læ directe in obstaculum incurrunt, & aqua,  
 quæ ultra obstaculum progredi nequit, &  
 ab insequenti propellitur, cedit versus par-  
 tem, versus quam minima resistentia datur,  
 id est, adscendit; hæcque major quàm in  
 cæteris locis elevatio ex motu per  $GE$  ori-  
 tur; quia hoc motu solo ad obstaculum par-  
 ticulæ accedunt. Descensu aqua eam ac-  
 quirat velocitatem, cum qua fuit elevata, &  
 eadem cum vi particulæ aqueæ ab obstaculo  
 juxta directionem  $EG$  repelluntur, cum qua  
 ad obstaculum accessere. Ex hoc motu, &  
 motu inemorato per  $EF$ , oritur motus per  
 $EH$ , cujus celeritas per lineam  $EH$ , æqua-  
 lem lineæ  $CE$ , designatur, & reflexione  
 celeritas undæ non mutatur, reditque hæc  
 per  $EH$ , eodem modo ac sublato obstacu-  
 lo per  $Eh$  motum continuasset. Si a  $C$  per-  
 pendicularis  $CD$  ducatur ad obstaculum, &  
 hæc producat, fiatque  $Dc$  æqualis  $CD$ ,  
 linea  $HE$  continuata transibit per  $c$ ; & cum  
 hæc demonstratio in omnibus punctis obsta-



450. culi procedat, sequitur *undam reflexam eandem habere figuram ab hac parte obstaculi, quam ultra lineam A B habuisset, si in obstaculum*
451. *non incurrisset. Si obstaculum ad horizontem inclinetur, aqua super illo adscendit & descendit, & attritum patitur, quo undæ reflexio turbatur, & sæpissime in totum destruitur. Hæc est ratio quare plerumque fluminum ripæ undas non reflectant.*
452. *Quando in obstaculo ut B L foramen datur ut I, pars undæ, quæ per hoc transit, motum directe continuat, & versus Q Q sese expandit, novaque unda formatur, quæ per semicirculum movetur, cujus centrum est ipsum foramen. Nam pars undæ elevata, quæ primo transgreditur foramen, statim paululum ad latera defluit, & deinde descendendo cavitatem format, quæ ab omni parte ultra foramen elevatione circumdatur, quæ versus omnes partes, eodem modo, ac de genesi primæ undæ dictum (449), movetur.*
453. *Eodem plane modo unda, cui opponitur obstaculum ut A O, inter O & N motum continuat: sed versus R, per portionem circuli, cujus centrum non multum ab O distat, sese expandit.*
454. *Ex hisce facile deducitur motus undæ pone obstaculum ut M N.*
455. *Undæ sæpe producuntur ex motu corporis tremulo, quæ etiam per circulum sese expandunt, licet per lineam rectam corpus eat & redeat; aqua enim agitatione elevata descendendo cavitatem format, quæ ab omni parte elevatione circumdatur.*
456. *Undæ varie sese mutuo non perturbant, dum juxta varias directiones moventur. Cujus effectus*



fectus ratio est, quod quamcunque ex motu undæ figuram adeptæ fuerit aquæ superficies, in hac elevatio & depressio dari possunt, ut & motus qualis in undæ motu requiritur.

Qui unquam undarum motum attente consideravit, hæc omnia cum Experimentis congruere vidit.

Celeritas undarum ut determinetur, motus alius cum harum motu analogus exami-  
 nandus est. Detur fluidum in tubo cylindrico T. 7.  
fig. 4.  
 curvo E H, superetque altitudo fluidi in crure E F altitudinem in alio crure quantitatē 457.  
*i e*, quæ differentia in duas partes æquales secanda est in E. Gravitate sua descendit fluidum in crure E F, dum æqualiter in tubo G H adscendit; & ita quando superficies fluidi pervenit ad E, ad eandem in utroque crure datur altitudinem, & in hoc situ solo fluidum potest quiescere: sed celeritate descendendo acquisita motum continuat, adscenditque in tubo G H, ad *i* dum in E F deprimitur ad *i* usque, nisi quatenus attritu motus minuitur. Fluidum in tubo G H magis elevatum etiam gravitate descendit, & fluidum in tubo it & redit, donec ex attritu totum motum amiserit.

Quantitas materiæ movendæ est totum fluidum in tubo; vis motrix est pondus columnæ *e i*; hoc fluidum premens eodem motu cum reliquo fluido in tubo cietur, ita ut hujus respectu quiescat, premit ergo toto suo pondere in fluidum inferius (152). Altitudo fluidi prementis semper est dupla distantiae inter superficiem fluidi & punctum E; quæ ergo distantia cum hac vi motrice in eadem ratione



crescit & minuitur. Distantia autem hæc est spatium a fluido percurrentum, ut perveniat ad situm quietis; quod ergo spatium semper est ut vis quæ continuo in fluidum agit: sed ex hac causa demonstravimus penduli in cycloide oscillati vibrationes omnes esse æque diuturnas (178); ideo & hic, *quæcunque fuerit agitationum inæqualitas, æquali semper tempore fluidum it aut redit.*

458. *Tempus in quo fluidum sic agitaturn adscendit aut descendit, est tempus in quo vibratur pendulum, cujus longitudo, id est, distantia inter centra oscillationis & suspensionis, æqualis est semi-longitudini fluidi in tubo, sive semi-summæ linearum E F, F G, & G H: longitudo hæc in axe tubi mensuranda est.*

T. 7.  
fig. 5.

Vibretur hocce pendulum in cycloide methodo superius (175) explicata. Pendulum P C & arcus A D ejusdem sunt longitudinis; arcus enim C A æqualis est arcui A D, & cum illo penduli filum congruit, quando corpus, cum filo connexum, est in A; in hoc puncto directio curvæ ad horizontem perpendicularis est, & corpus toto suo pondere juxta curvam descendere conatur: hoc autem pondus est ad vim in corpus agentem, posito hoc in P, ut A D, aut P C, ad P D (178). Sit nunc fluidum in eo situ, ut e E (fig. 4.) æqualis sit P D; pondus totius materiæ movendæ, id est, totius fluidi, est ad pondus *ei*, quod est vis in hoc situ in fluidum agens, ut longitudo fluidi in tubo ad lineam *ei*, in qua ratione etiam sunt harum quantitatum semisses, id est, P C, ad P D (fig. 5.). In pendulo ergo pondus materiæ moven-



vendæ est ad vim in hanc agentem in P, ut in tubo pondus materiæ movendæ ad vim in hanc agentem in situ *e b*. Æqualibus viribus ideo corpus pendulum & fluidum in hac occasione propelluntur, & illud ubique obtinet, ubi spatia a fluido in agitatione & a corpore in vibratione percurrenda sunt æqualia; idcirco in hoc casu agitatio & vibratio eodem tempore peraguntur, & non modo in hoc casu, sed semper (457). Cum vero vibrationes exiguæ in circulo a vibrationibus in cycloide non differant, etiam ad illas demonstratio referri debet.

Ut ex dictis determinemus undarum celeritatem, variæ undæ æquales & sese mutuo immediate insequentes considerandæ sunt ut AB, CD, EF, quæ ab A versus F moventur. Unda AB percurrit latitudinem suam, quando cavitās A pervenit ad C; quod fieri non potest, nisi aqua in C ad altitudinem undarum culminum adscendat, iterumque ad profunditatem C descendat; in quo motu aqua infra lineam *hi* sensibilibiter non agitur: congruit ergo hicce motus cum motu memorato in tubo, & aqua adscendit & descendit, id est, unda latitudinem suam percurrit, dum pendulum longitudinis dimidii B C duas peragit oscillationes (458); aut dum pendulum longitudinis B C D, prioris quadruplæ, semel vibratur (184).

Pendet igitur celeritas undæ a longitudine lineæ B C D, quæ pro majori undarum latitudine, & pro majori profunditate, ad quam in motu undarum aqua descendit, major est.

In undis latioribus, quæ non alte elewantur,

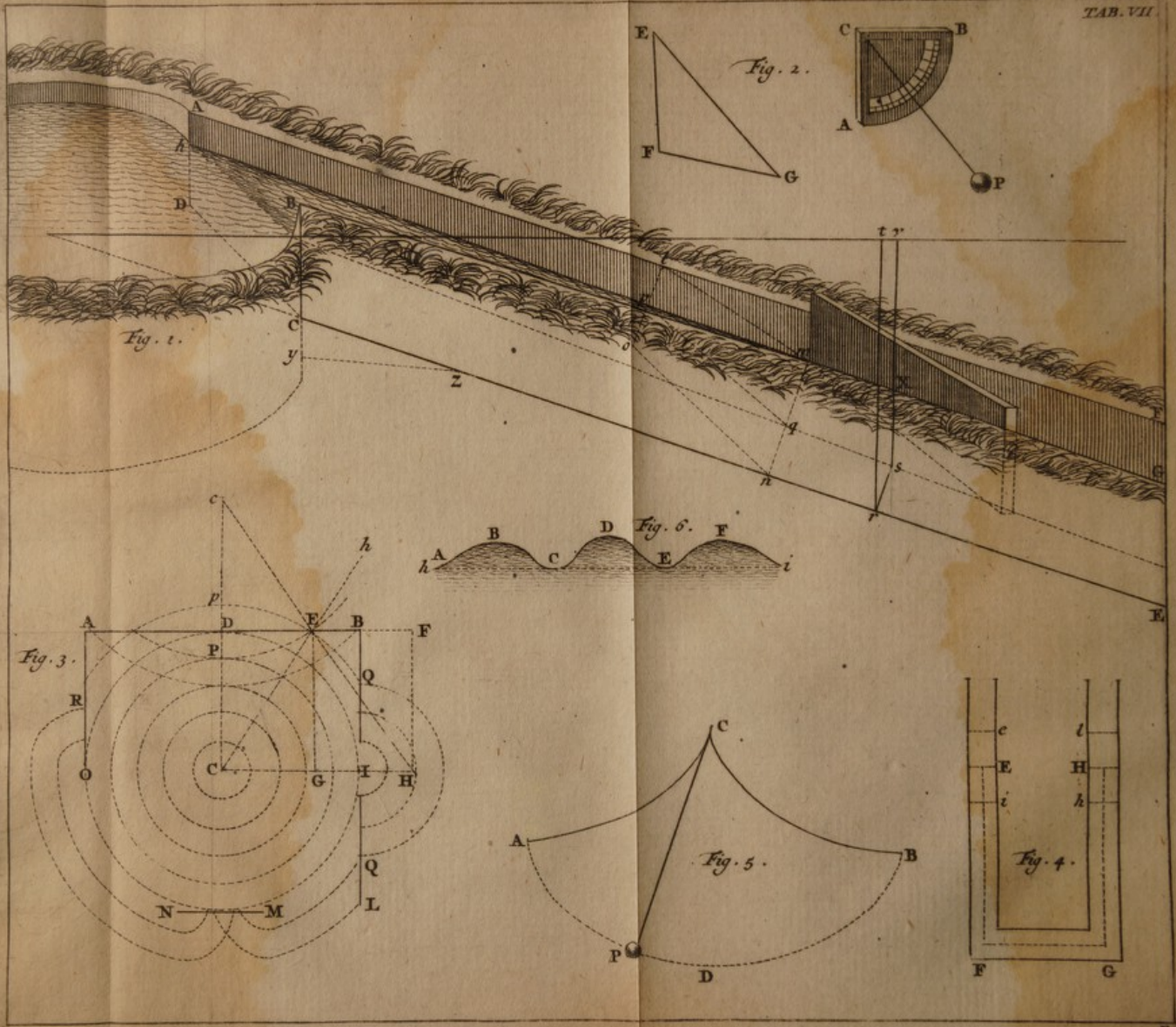


- linea ut B C D a latitudine undæ vix differt, &  
 459. in eo casu *unda latitudinem suam percurrit, dum pendulum huic latitudini æquale semel oscillatur.*  
 In omni motu æquabili multiplicando tempus per celeritatem datur spatium percursum  
 460. (53); unde sequitur *celeritates undarum esse ut radices quadratas latitudinum*: nam cum in hac ratione sint tempora, quibus latitudines suas percurrunt (184. 459), eadem in harum celeritatibus ratio requiritur, ut producta temporum per celeritates sint ut undarum latitudines, quæ sunt spatia percurfa.

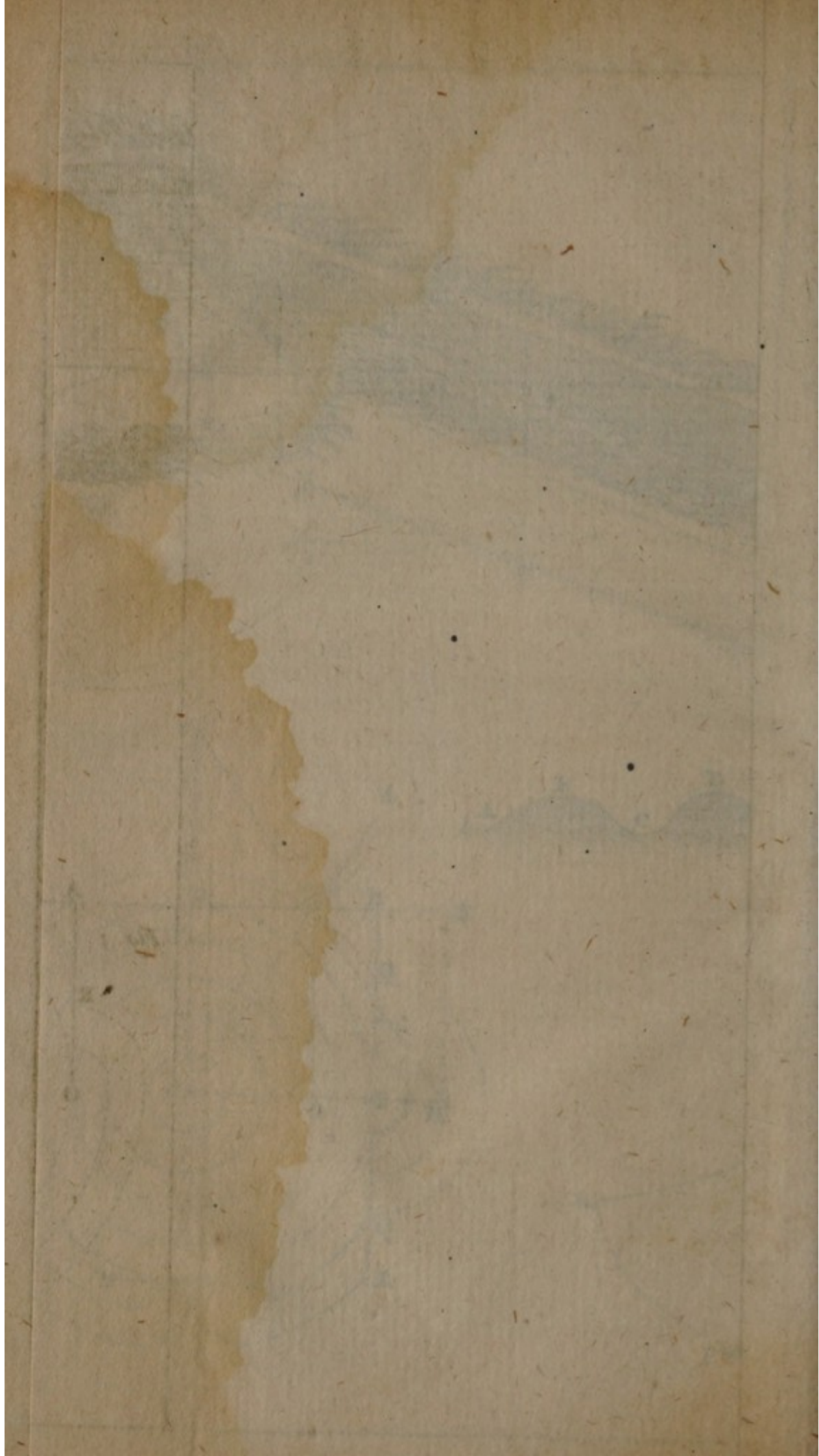
Hæc omnia tantum pro quam proxime veris habenda sunt, quia undarum motus a motu in tubo paululum differt; qui error pro parte tamen compensatur ex eo quod penduli longitudo mensuretur juxta lineas inclinatas B C & C D.













L I B R I I I.

Pars III. De Aëre Fluido Elastico.

C A P U T X I.

*Aërem Fluidorum proprietates habere.*

**D**E Aëre sæpius locuti sumus, cum in hoc vivamus & hoc semper circumdemur, in multis Experimentis ad illius effectum attendendum; nunc autem ipsius proprietates singulatim examinandæ veniunt.

Aër est corporeus, gravis, illius partes impressioni cuicunque cedunt, & facillime moventur inter se, premit pro altitudine sua, & pressio versus omnes partes est æqualis, & *inter fluida referri debere patet.* 461.

D E F I N I T I O I.

*Omnis aër, quo terra circumdatur, simul consideratus vocatur telluris Atmosphæra, aut simpliciter Atmosphæra.* 462.

D E F I N I T I O 2.

*Aëris altitudo supra terra superficiem vocatur Atmosphærae altitudo.* 463.

*Aërem esse corporeum ex eo sequitur, quod ex loco a se occupato cetera corpora excludat* (16). 464.

*Illum impressioni cuicunque cedere, & partes facile moveri, a nemine in dubium vocari potest.* 465.

*Gravem esse probatur, quia in ceterorum fluidorum superficies premit, illaque in tubis sustinet.* 466.



T. S.

fig. r.

Detur tubus vitreus A B, longitudinis circiter trium pedum, & cujus cavitatis diameter sit quartæ partis unius pollicis; si extremitas A obturetur, & tubus mercurio repleatur; alteraque extremitas vase V mercurium continenti immergatur, mercurius sustinebitur ad altitudinem circiter viginti novem pollicum. (*Exp*). Oritur hoc ex æris pressione in superficiem mercurii in vase, quæ ubique æqualiter premi non potest, nisi in tubo, cui ær nullus inest, mercurii columna detur, quæ æqualiter cum aëre exteriori premat (327).

Nē mutetur hæc pressio quando tubus inclinatur, eandem mercurius servat altitudinem verticalem (300);

Hæc eadem æris pressio sustinet aquam in vitro, quod aqua immergitur, hacque repletur, & deinde extrahitur, orificio manente immerso (*Exp*).

467. Eodem modo aqua sustineretur, licet vitri altitudo triginta & duos pedes æquaret. Hydrargyrum enim gravitate sua specifica fere decies & quater superat aquæ gravitatem specificam, & columna aquea triginta & duos pedes excedens, æqualiter cum mercurii columna viginti novem pollicum premit, quæ pressio Atmosphæræ pressioni æquipollet.

468. *Pressionem æris ab hujus altitudine pendere*, ex dictis facillime deduci potest; sed immediate probatur, transferendo tubum cum mercurio, statim memoratum, in locum elevatum, nam octavâ parte unius pollicis descendit mercurius pro altitudine centum pedum ad quam Machina elevatur.

469. *Aërem versus omnes partes æqualiter premere* ex eo patet, quod à corporibus mollibus hujus pressio sine figuræ mutatione, & à fragilibus sine disruptione sustineatur, licet æquet pressionem mercurii ad altitudinem viginti novem pollicum, aut aquæ ad altitudinem triginta duo-



duorum pedum (467); nil, præter pressionem æqualem ab omni parte, memorata corpora intacta servare posse quis non videt; hanc autem pressionem illud præstare constat (345). Sublato aëre ab una parte, pressio in partem oppositam sensibilis est. (*Exp.*).

## CAPUT XII.

### *De Aëris Elasticitate.*

**C**eterorum fluidorum proprietates aërem habere vidimus; præter has peculiarem habet, qua locum majorem aut minorem occupat; prout vi diversa comprimitur; & statim ac vis hæc minuitur, sese expandit. Propter analogiam hujus effectus cum corporum elasticitate, hæc aëris proprietas hujus elasticitas dicitur. 470. 471.

*Aërem posse comprimi* Experimento jam memorato constat (16). 472.

*Illum posse dilatari* sequenti probatur. T. 8.

Detur tubus AB clausus in A, infundatur mercurius, ita ut in tubo aër relinquatur, qui in statu aëris exterioris occupet spatium A l; si tubi extremitas B mercurio immergatur, descendet mercurius ad g, ibique hærebit. Altitudo i g multum differt ab altitudine mercurii in tubo aëre omnino vacuo; quæ differentia ponderi aëris, in tubo inclusi, non est adscribenda; nimium exiguum est hocce pondus, ut sensibilem differentiam in altitudine mercurii producat: aëris expansio hujus effectus causa est. (*Exp.*) fig. 2.

Ex hoc Experimento hanc deducimus regulam, aërem sese ita dilatare, ut spatium ab hoc occupatum sit semper in verse ut vis qua comprimitur. Vis, qua aër comprimitur in statu aëris exte- 473.



terioris, est pondus totius Atmosphæræ, quod æquale est ponderi columnæ mercurii altitudinis  $hf$  (Fig. 1.); vis ergo hæc comprimens hac altitudine potest exprimi; spatium occupatum ab aëre in tubo, quando tali vi comprimitur, est  $Al$ . At in Fig. 2. pressio Atmosphæræ duos exerit effectus, sustinet columnam mercurii  $ig$ , & aërem in tubo reducit in spatio  $gA$ : si vis, qua mercurius ad altitudinem  $gi$  sustinetur, subtrahatur ex pressione totius Atmosphæræ, id est, si altitudo  $gi$  ab altitudine  $hf$  auferatur, superest vis, qua aër in superiori parte tubi comprimitur. Hæc autem differentia altitudinum mercurii  $hf$  &  $gi$  est semper ad  $hf$ , ut  $Al$  ad  $Ag$ ; id est, vires sunt inverse ut spatia.

Hæc eadem regula in aëre compresso obtinet.

T. 8.  
Fig. 3.

Detur tubus curvus  $ABCD$ , apertus in  $A$ , clausus in  $D$ , pars  $BC$  mercurio impleatur ita ut pars  $CD$  aërem contineat in eodem statu cum aëre exteriori; vis ergo comprimens est columna mercurii, cujus altitudo est  $hf$ , (Fig. 1.) & per hanc altitudinem hæc vis ut in præcedenti Experimento designatur; spatium autem ab aëre occupatum est  $CD$ . Tubo  $AB$  mercurius infundatur ut ad  $g$  pertingat, aër reducet in spatio  $eD$ : vis comprimens nunc valet columnam mercurii altitudinis  $fg$ , ut & pressionem aëris exterioris in superficiem  $g$  mercurii; vis hæc designatur per summam altitudinem  $fg$  in hac figura &  $hf$  in fig. 1. Hæc summa est semper ad  $hf$  (fig. 1.) ut  $CD$  ad  $eD$ ; iterumque vires sunt inverse ut spatia. (Exp.).

474. *Aëris elasticitas est ut hujus densitas*; hæc enim est inverse ut spatium ab aëre occupatum (342); & ideo ut vis aërem comprimens (473); quæ æqualis est illi qua aër conatur sese expandere (148).



(148); hæc autem est hujus elasticitas.

Ex hisce sequitur, aërem in quo vivimus, ad illam, quam in terræ vicinis habet, densitatem reduci ex pressione aëris superincumbentis, illumque magis aut minus comprimi pro majore aut minore Atmosphæræ pondere; ex qua etiam causa in apice montis minus densus est aër quam in valle, a minori enim pondere comprimitur.

Quo usque hæc expandendi proprietas sese extendat non constat, & nullis posse determinari Experimentis admodum probabile est. Facili Experimento constat aërem spatium vicibus viginti millibus majus in uno casu occupare quam in alio (Exp.).

Ex hisce deducimus, particulas aëreas non esse ejusdem naturæ cum ceteris corporibus elasticis; nam non possunt particulæ singulæ vices & septies versus omnes partes sese expandere, & ita vices millies augeri, servatâ superficie omni inæqualitate aut angulo experte; in omni enim expansione aut compressione particulæ facile moventur inter se: cum etiam multo magis quam in hoc Experimento aër dilatari possit, sequitur *aërem constare ex parti-* 475  
*culis sese mutuo non tangentibus & sese mutuo repellentibus.* Talem particularum proprietatem in multis occasionibus detegi jam vidimus (39); illamque & hic obtinere satis patet; causa vero hujus vis nos omnino latet, & pro lege naturæ ipsa habenda est. (5).

*Vis, qua particula aërea sese mutuo fugiunt, cre-* 476  
*scit in ratione in qua distantia inter centra particu-*  
*larum minuitur, id est, vis illa est inverse ut* T. 8.  
*hæc distantia. Quod ut demonstretur, confide-* fig. 4.  
*rentur duo cubi æquales A & B, inæquales aë-*  
*ris quantitates continentes; sint distantiae inter*  
*centra particularum ut unum ad duo; in eadem*



ratione sed inversa erunt numeri particularum in lineis *de* & *hi*. numeri particularum agentium in superficies *dg* & *hm* sunt ut unum ad quatuor, nempe ut quadrata numerorum particularum in lineis æqualibus; & ut horum numerorum cubi, scilicet ut unum ad octo, sunt æris quantitates in cubis contentæ; in qua etiam ratione sunt vires comprimantes ærem in cubis (473). Vires agentes in superficies æquales *dg* & *hm* sunt ut vires quibus ær comprimitur (148): sunt etiam in ratione composita numerorum particularum agentium, & actionum singularum particularum: hæc ergo ratio composita est ratio unius ad octo: rationum componentium prima, ut dictum, est unius ad quatuor, quare necessario secunda est unius ad duo, quæ est ratio inversa distantiae inter particulas. Hæcque demonstratio generalis est, nam unum & octo cubos quoscunque, unum & quatuor quadrata radicum cuborum, & tandem unum & duo ipsas radices in genere designant.

Hæc demonstratio probat actionem, quam particulæ continuo ab omni parte patiuntur, augeri in ratione in qua distantia inter centra particularum minuitur, sive hæc actio ad particulas tantum vicinas, sive etiam ad magis distantes, referri debeat. In primo casu vis ipsa repellens, qua singulæ particulæ gaudent, est ut actio memorata, id est, inverse ut distantia inter particularum centra.

In secundo casu vis repellens ad omnes distantias est æqualis; tunc enim pendet actio in singulas particulas ab harum numero in eadem linea, qui numerus est inverse ut distantia inter particularum centra. Tunc etiam, posita eadem æris densitate, ibi major erit elasticitas, ubi major æris quantitas, quod experimentis non congruit, primum idcirco casum locum habere videmus.

*Esf-*



*Effectus elasticitatis aëris similes sunt effectibus gravitatis, aërque inclusus elasticitate eodem modo quam non inclusus pondere suo agit.* 477.

Aër, totius Atmosphæaræ pondere gravatus, versus omnes partes premit ex ipsa natura fluiditatis (328), & vim quam exerit ab elasticitate nullo modo pendere liquet; quia, hac posita aut sublata, vis quæ a pondere Atmosphæaræ oritur, & huic æqualis est, minime mutatur. Cum vero aër sit elasticus, pondere Atmosphæaræ in tale spatium redigitur, ut elasticitas, qua renititur in pondus comprimens, hocce pondus æquet (148). Elasticitas autem crescit & minuitur cum diminuta aut aucta distantia particularum (476), & non interest utrum pondere Atmosphæaræ an quocunque alio modo aër in certo spatio retineatur, in utroque casu eadem cum vi sese expandere conatur, & versus omnes partes premit. Idcirco si in terræ viciniis aër, servata hujus densitate, includatur, inclusi pressio valebit totius Atmosphæaræ pondus. (*Exp.*).

Manente eadem aëris constitutione, prædicta semper locum habent; sed non immutabilis est hæc constitutio; *augetur sæpe aut minuitur vis repellens particularum, licet distantia inter harum centra non mutetur; de hac mutatione in libro sequenti agam; calore crescit elasticitas, frigore minuitur; & pro auctâ elasticitate sese expandit aër: est ergo densitas inverse ut elasticitas, si pondus comprimens maneat.* 478. 479.



## CAPUT XIII.

*De Antlia Pneumatica, & quibusdam Machinis quarum effectus ab aëre pendent.*

480. **A**ëris elasticitas fundamentum est constructionis Machinæ, quâ aër ex vase exhauritur. *Antlia Pneumatica* vocatur, quæ variis modis construitur. In omnibus pars præcipua est cylindrus metallicus cavus, ab interiori parte politus; in hoc movetur embolus, exactissime cum cylindri superficie interiori congruens, ne aëri transitus ad latera detur. Fundo cylindri embolus applicatur, deinde elevatur, quo ex cylindri cavitate aër omnis excludatur. Si cum vase quocunque, per tubum in fundo cylindri, cavitas hæc communicationem habeat, aër in vase sese expandet, & pro parte cylindrum intrabit, ita ut in cylindro & vase eandem habeat densitatem. Claudatur communicatio inter vas & cylindrum, aërque ex cylindro ejiciatur, & embolus fundo applicetur. Si secunda vice embolus elevetur, referatâ communicatione inter cylindrum & vas memoratum, iterum aëris densitas in vase minuetur; & repetito emboli motu tandem aër in vase ad densitatem minimam reducet. Aër tamen omnis hac methodo nunquam exhauriri potest; singulis enim vicibus aër sese ita expandit, ut eandem in cylindro densitatem habeat ac in vase, in quo ideo semper aër quidam superest.

Antliæ omnes prædicta communia habent, in multis tamen differunt. Sed satis est hic explicasse quomodo ope antliæ ex vase aër exhauriatur.

Varia



Varia ope hujus machinæ experimenta instituuntur, quibus quæ de aëris proprietatibus dicta sunt confirmantur & dilucidantur; ipsum pondus aëris vase inclusi determinatur; multaque alia circa aërem, notatu dignissima, deteguntur, & sub oculos ponuntur. (*Exp.*).

Multarum machinarum effectus ab aëre pendunt, quorum explicatio ex dictis facile deducitur, quod uno aut altero exemplo illustrasse sufficiat.

Tubus curvus, cujus extremitas una aquâ immergitur, dum extremitas altera extra vas aquam continens, infra aquæ superficiem descendit. Si fugendo aut quocunque alio modo aëre evacuetur tubus, fluet aqua. Hæc machina *siphon* vocatur. 481.

Hujus effectus ex pressione aëris oritur; qui aquam in siphone pellit, premens in superficiem aquæ vase contentæ; premit etiam aër in aquam exeuntem, illamque sustinet; pressiones hæ sunt æquales, & in superiori parte siphonis contrarie agunt, ibique valent Atmosphæræ pondus, dempto pondere columnarum aquearum, quæ a pressionibus sustinentur. Columna aquea in crure externo altitudine oppositam columnam superat; ergo ab hac parte magis aëris pressio minuitur, & pressio opposita hanc vincit, fluitque aqua. (*Exp.*).

Antliæ vulgares constant ex duobus tubis, 482. valvulâ separatis ita, ut aqua ex inferiori in superiorem possit adscendere, non vero descendere; superior tubus brevis est & in hoc movetur embolus corio circumdatus, in quo valvula similis datur.

Fundo cylindri admoveatur embolus, huic superinfundatur aqua, ut aëris transitus cohibeatur; si aquâ immergatur extremitas tubi inferioris, & elevetur embolus, adscendet aqua in  
cy-



cylindrum aut tubum superiorem, ex quo descendere nequit; quare per embolum transit, quando hic descendit. Elevato iterum embolo novâ aquâ cylindrus repletur; & prima in vas cum cylindro superiori cohærens elevatur, ex quo per tubum fluit. (*Exp.*).

## CAPUT XIV.

*De Aeris motu undulatorio, ubi  
de Sono.*

483. **S**I aër quocunque modo agitetur, particulae motae e loco recedunt, vicinalque in minus spatium reducunt; & aër dum in uno loco dilatatur in vicino comprimitur. Aër compressus ex instauratione elateris ad pristinum non modo statum redit, sed ipse dilatatur ex motu a particulis acquisito.

Hoc motu aër primo dilatatus in primum statum redit, aërque versus alias partes comprimitur. Hoc iterum obtinet dum aër ultimo compressus sese expandit, quo nova datur compressio. Oritur ergo ex agitatione quacunque motus analogus cum motu undæ in aquæ superficie (446); eodem nomine datur, & vocatur aëris undæ aër compressus cum insequenti dilatato (447).

484. Aër compressus versus omnes partes semper dilatatur, & motus undarum est motus sphaera sese expandentis, eodem modo ac in superficie aquæ undæ per circulum moventur (448).

485. Dum undæ in aëre movetur ubicunque transit; particula e loco moventur & ad hunc redeunt, spatiumque brevissimum ita & reditu percurrunt.

T. 8. Ut hujus motus leges pateant, concipiamus  
fig. 5. particulas aëreas ad distantias æquales in linea recta esse dispositas *a, b, c, d,* &c. si moveatur

un-



unda per hanc lineam, ponamus autem illam pervenisse inter  $b$  &  $p$ ; aërem dilatari inter  $b$  &  $h$ , comprimi vero inter  $h$  &  $p$ ; ut hæc omnia in linea  $i$  repræsentantur.

*Densitas maxima datur in  $m$ , loco medio inter  $h$  &  $p$ , & maxima dilatatio inter  $b$  &  $h$  in medio  $e$ .* 486.

*Ubicunque particula vicina non æque distant, motus ex elasticitate datur particularum minus distantium versus magis distantes (476); hicque motus solus, feposito omni motu acquisito, examinandus est.* 487.

*Inter  $b$  &  $e$  datur motus a  $b$  versus  $e$ , id est, cum motu undæ conspirans; qui etiam datur inter  $m$  &  $p$ .* 488.

*Motus autem contrarius est inter  $e$  &  $m$ , ab  $m$  versus  $e$  dirigitur.* 489.

*In  $m$  &  $e$ , ubi motus directiones mutantur, nulla ex elasticitate datur actio, quia particulæ vicinæ ad distantias æquales inter se positæ sunt.* 490.

*In locis  $b$ ,  $h$ , &  $p$  omnium maxima est distantiarum particularum vicinarum differentia; idcirco omnium maxima elasticitatis actio.* 491.

Deducimus ex his particulam, pro vario in unda situ, variam ab elasticitate actionem pati, qua illius motus generatur, acceleratur, minuitur, aut destruitur; idcirco directio motus particulæ, ex sola directione memoratæ actionis, determinari nequit, & cum hac directione non semper congruit illa, singularumque particularum motus omnibus momentis mutatur.

Particulæ omnes inter  $b$  &  $p$  translatae sunt, juxta ordinem litterarum. Particulæ inter  $h$  &  $p$  juxta hanc directionem motum continuant, ceteræ inter  $h$  &  $b$  versus  $b$  redeunt, ut in sequentibus dicetur.

Perfe-



- Perseverant hæc in motu quo regrediuntur, donec ex actione elateris, cujus directio in puncto *e* mutatur, motus acquisitus de novo destruat; in quo casu particula ut *b* ad quietem & pristinum situm redit. In momento sequenti particula *c* in situ pristino quiescit, *p* vero ad *q* accedit, ut in linea 2; & successive, in momenti æqualibus, adipiscitur unda omnes situs, qui hic in lineis 1. 2. 3. &c. 13. videntur; &
492. *dum unda a situ in linea 1. ad situm in linea 13. pervenit, totam percurrit latitudinem suam. Particula p in hoc motu it & redit*, huiusque motus in hac figura sensibilis est, & ut clare patet, particula hæc *successive per omnes situs partiarum in unda transit*. Singulæ particulæ successive
493. *ve simili motu agitantur; & diviso tempore in tot partes, quot particula dantur in latitudine undæ, particula unaquæque datur in illo situ, in quo momento præcedenti fuit particula sequens, quæ per unum momentum tale diutius fuit agitata.*
494. *Motus cujuscunque particula, ut p, in itu & reditu suo analogus est cum motu penduli vibratorio, dum duas peragit oscillationes, id est, semel it & redit.* Pendulum in oscillatione descendit, motusque acquisitus cum gravitatis actione conspirat & hac acceleratur, donec ad punctum arcus describendi infimum, id est, medium viæ percurrentæ, pervenerit; pergit motu acquisito qui actione gravitatis, cujus directio in hoc puncto mutatur, destruitur, dum corpus per alteram arcus describendi partem adscendit: corpus hoc iisdem legibus redit. Particula *p* ex elasticitate movetur, motusque acceleratur ex elasticitatis actione, donec ipsa ad situm particulae *m* in linea 1. pervenerit (488), qui situs in linea 4. videtur, in qua particula *p* occupat punctum medium spatii itu & reditu percurrenti, ut ex
- sta-



statim demonstrandis patebit. Motu acquisito, licet elasticitas contrarie agat (489), in motu perseverat, donec illius actione totus motus sit destructus, quod fit percurrento spatium æquale illi in quo fuit generatus; datur tunc particula in situ, in quo videtur in linea 7., qui respondet cum situ particulæ *b* in linea 1. Ex elasticitate tunc particula redit & acceleratur, donec situm particulæ *e* in linea 1. adepta sit (489), ut in linea 10.; id est, donec iterum, ut in linea 4, versetur in puncto medio viæ percurrentæ. In reditu suo continuat particula donec ex actione elateris, cujus directio iterum mutatur (490), totus motus destruat; tuncque particula ad pristinum situm ut in linea 13. redit, & ibi, cum novâ actione non agitur, quiescit. Idcirco cessante motu corporis tremulo, quo aër agitur, novæ undæ non generantur, numerusque undarum a numero agitationum illius corporis non differt.

Si in pendulo post duas vibrationes gravitatis actio cessaret, ut in aëre, post itum & reditum particulæ, elasticitatis actio in hanc particulam cessat, in omnibus motus particulæ aëreæ cum motu corporis penduli congrueret. In puncto medio arcus oscillatione percurrenti nulla datur gravitatis actio, hujusque directio mutatur; in puncto medio spatii a particula *p* itum & reditu percurrenti, in quo datur in linea 4. & 10.; congruit hujus particulæ situs cum situ particularum *m* & *e* in linea 1., in quibus punctis nulla elasticitatis actio datur, & hujus directio mutatur (490). In pendulo quo magis corpus oscillatum a puncto infimo aut medio arcus describendi distat, eo magis vis gravitatis in illud agit; quo magis etiam particula *p* a puncto medio spatii percurrenti distat, eo major in illam est elasticitatis actio, & in lineis 1. 7. & 13. ma-



xime a puncto memorato distat particula, situsque hujus congruit cum punctis  $b, h$ , &  $p$  in linea 1., in quibus elasticitatis actio est omnium maxima (491).

Qua lege hæc elasticitatis actio, cum aucta a sæpius memorato puncto medio distantia, crescat, determinatur ex lege ipsa elasticitatis æris, cujus particulæ sese mutuo fugiunt cum vi quæ est inverse ut distantia inter particularum centra (476): & demonstrabo elasticitatis actionem in particulam ut  $p$  ad instar distantia a puncto spatii percurrendi, mediò augeri aut minui; 496. & ideo *particulas singulas ire & redire juxta legem quam sequitur corpus in cycloide oscylatum* (178).

Quod ut pateat, considerandum, legem elasticitatis determinare æris motum, & vice versa ex motu dato posse determinari legem elasticitatis. Hac utar secundâ methodo, & ponendo, singulas particulas in itu & reditu agitari, vi quæ cum distantia a puncto medio spatii, itu & reditu percurfi, augetur & minuitur, demonstrabo ad hoc requiri illam ipsam legem elasticitatis, quam in aëre locum habere ante vidimus (476); unde constabit particulas æreas revera moveri juxta legem corporis penduli in cycloide oscillati.

T. 8. Detur circulus AFB, cujus circumferentia  
fig. 6. æqualis sit latitudini undæ; sit circulus minor, priori concentricus, GIO L, cujus diameter æqualis sit spatio itu & reditu percurso a particulis, quod cum exiguum sit, circulus hic respectu alterius sensibilem non habet magnitudinem.

Ponamus circumferentiam circuli minoris representare tempus, in quo unda latitudinem suam percurrit, id est tempus, in quo particula it & redit (492), ideoque bis lineam GO percur-



currit juxta legem corporis gravitate in cycloide moti: semicirculus ergo repræsentat tempus, in quo semel linea hæc percurritur.

Sit in majori circulo  $EF$  distantia inter centra duarum particularum vicinarum quiescentium: ductis ex  $E$  &  $F$  lineis ad centrum, arcus  $Ii$ , in minori circulo, repræsentabit momentum ex his, de quibus n. 493.: majorem enim circumferentiam latitudini undæ æqualem posuimus.

Idcirco, si particula translata sit per  $GH$ , sequens particula quæ per momentum unum diutius fuit agitata, translata erit in itu per  $Gh$  (179), ductis  $IH$ ,  $ih$ , perpendicularibus ad  $GO$ ; & differentia translationum erit  $Hh$ : differentia autem translationum particularum vicinarum, est augmentum, aut diminutio, distantiae inter has: in hoc casu, in quo antecedens particula per minus spatium fuit translata,  $Hh$ , aut  $Im$ , quam illi parallelam ponimus, est diminutio distantiae, quæ ergo est  $EF$  minus  $Im$ .

Ratio quæ datur inter  $Im$  &  $EF$  est composita ex ratione  $Im$  ad  $Ii$ , &  $Ii$  ad  $EF$ . Prima ratio est quæ datur inter  $IH$  &  $IC$ ; propter similia rectangula triangula  $Imi$ ,  $IHC$ . Secunda ratio est eadem quæ datur inter  $IC$  &  $CE$ , ut patet. Ratio ex his composita est  $IH$  ad  $EC$  aut  $AC$ .

Idcirco si semidiametro majoris circuli distantiam inter particulas ante agitationem designemus,  $HI$  repræsentabit diminutionem distantiae, dum arcus  $GI$  tempus agitationis repræsentat (179): simili demonstratione constat, in reditu particularum,  $HL$  repræsentare augmentum distantiae, si arcus  $OL$  tempus reditus repræsentat, id est arcus  $GLOL$  tempus agitationis.



Si nunc concipiamus lineam  $PQ$  parallelam  $GO$ , & quæ in  $P$  circulum majorem tangat; & continuetur  $HI$  in  $R$ ; erit  $HR$  æqualis  $AC$ , subtractâ  $HI$  restat  $IR$ , quæ distantiam particulæ cum vicina designat, posito tempore agitationis  $GI$ ; si foret hoc  $G I O L$  distantia inter particulas effet  $RL$ , & distantia in momentis quibuscunque designantur lineis parallelis lineæ  $PC$ , ab una parte lineâ  $QP$  & ad aliam semicirculo  $G I O$  in itu, &  $O L G$  in reditu, terminatis.

Differentia inter duas distantias vicinas est  $im$  aut  $nl$ , si  $Ii$ , aut  $Ll$ , ut ante designat momentum, de quo in n. 498, in quo casu hæ lineolæ constantes sunt: sed cum ponamus particulas agitari, in itu & reditu, juxta legem corporis penduli gravitate in cycloide oscillati, lineolæ ut  $im$  aut  $nl$ , si  $Ii$  aut  $Ll$  fuerint constantes, designant vim accelerantem motum, dum tempus agitationis designatur per  $GI$ , aut  
 497.  $G I O L$  (180); Ergo *vis accelerans, qua in particulas singulas in motu, quem sinximus, omnibus momentis agit, proportionalis est differentia inter distantias vicinas particularum*; si nempe vis hæc accelerans in eo cum gravitate conveniat, ut agat in particulam motam ut in quiescentem ageret (152); quod obtinebit, si vis accelerans ab aëris elasticitate pendeat, tunc enim causa movens cum ipsis particulis transfertur.

Ipsam autem hanc vim accelerantem revera in aëre locum habere demonstramus. Vis, qua particulæ, quarum distantia designatur per  $IR$ , sese mutuo repellunt, est ad vim qua a se invicem repelluntur particulæ, quarum distantia exprimitur per  $ir$ , ut  $\frac{I}{RI}$  ad  $\frac{I}{ri}$  (476); & harum virium differentia est vis, qua parti-

cu-



cula media agitur, qua vis exprimitur per  
 $\frac{1}{ri} \frac{1}{RI} \propto \frac{RI - ri}{RI \times ri} \propto \frac{mi}{RI \times ri}$ ; dum vis, qua parti-  
 culæ quiescentes sese mutuo fugiunt, quarum  
 distantiam designat  $GQ$ , est  $\frac{1}{GQ}$ ; id est sunt

vires hæ ut  $\frac{mi}{RI \times ri}$  ad  $\frac{1}{GQ}$ , five ut  $mi \propto GQ$

ad  $RI \times ri$ , aut ad  $GQ$ ; quia circulus minor  
 respectu majoris sensibilem magnitudinem non  
 habet, quare  $QG$ ,  $RI$ ,  $ri$ , pro æqualibus sine er-  
 rore sensibili haberi possunt. Ultima ergo memora-  
 ta ratio est quæ datur inter  $mi$  &  $GQ$ ; dividendo  
 nempe utramque quantitatem per  $GQ$ , quo  
 ratio inter has non mutatur. Si ergo per  $GQ$   
 designemus vim, qua particulæ quiescentes sese  
 mutuo fugiunt,  $im$ , id est differentia distanti-  
 rum vicinarum vim accelerantem exprimet,  
 quæ est ipsa quæ requiritur, ut singulæ particulæ  
 juxta legem corporis in cycloide oscillati agi-  
 tentur (497). Quod demonstrandum erat.

Vis accelerans, quæ in aëris particulas agit, cum  
 gravitate potest conferri, & celeritas undæ cum  
 celeritate corporis cadentis.

Quando corpus in cycloide oscillatum, hanc  
 integram percurrit curvam, in punctis, a pun-  
 cto medio viæ percurrendæ maximè remotis,  
 toto suo premitur pondere (176); Idcirco ut  
 cum gravitate conferamus vim accelerantem  
 motum particulæ dum per  $GO$  it & redit, de-  
 bemus cum pondere particulæ conferre vim quæ  
 in hanc agit in  $G$  aut  $O$ , & hanc versus  $C$  pre-  
 mit.

Lineæ ut  $Ii$  &  $im$  in puncto  $G$  confundun-  
 tur; ideo positis  $AD$  &  $EF$  æqualibus, id est,  
 positâ  $AD$  æquali distantie inter centra particu-  
 larum quiescentium, & ductâ  $DC$  ad centrum,

H 3

Gg,



$Gg$ , quæ æqualis est  $Ii$ , exprimet vim quæ in  $G$  particulam versus  $C$  premit, dum  $GQ$  vim exprimit; qua particulæ quiescentes sese mutuo repellunt.

T. 8. Ponamus Atmospfram, non mutatâ aëris  
fig. 6.7. quantitate, ubique supra locum, in quo unda movetur, esse ejusdem densitatis cum aëre in hoc loco, & sit in hoc casu altitudo Atmosphæræ  $SV$ ; sit  $Ss$ , æqualis  $AD$ , distantia inter centra duarum particularum vicinarum;  $Ss$  est ad  $SV$ , ut unitas ad numerum particularum in  $sV$ ; id est  $Ss$  ad  $SV$ , ut pondus unius particulæ ad pondus quò particulæ  $Ss$ , ad se mutuo pelluntur, quod pondus valet vim qua elasticitate particulæ hæc a se mutuo recedere conantur (148.).

Pondus autem unius particulæ est ad vim in  $G$ , de qua statim locuti sumus, in ratione composita, ponderis unius particulæ ad vim elasticam aëris quiescentis, & hujus vis elasticæ ad vim in  $G$ , id est in ratione composita  $Ss$  ad  $sV$  aut  $SV$ , &  $QG$  ad  $Gg$ . Ultima hæc ratio componitur ex ratione  $QG$ , aut  $AC$ , ad  $GC$ , &  $GC$  ad  $Gg$  quæ eadem est cum ratione  $AC$  ad  $AD$  aut  $Ss$ . Idcirco ratio composita ex rationibus  $Ss$  ad  $SV$ , &  $QG$  ad  $Gg$ , etiam componitur ex rationibus,  $Ss$  ad  $SV$ ,  $AC$  ad  $GC$ , &  $AC$  ad  $Ss$ ; quæ est ratio  $Ss \times AC \times AC$  ad  $SV \times GC \times Ss$ , aut  $AC^2$  ad  $SV \times GC$ ; sunt ergo in hac ratione, vis gravitatis cum vi qua particulæ in motu undulatorio agitantur, & qua vi si pendulum longitudinis  $CG$  loco gravitatis ageretur, duas perageret vibrationes in tempore, in quo unda latitudinem suam percurrit, in hoc enim tempore particula it & redit (492.).

Ergo si aliud detur pendulum vi gravitatis agitatum & longitudinis  $SV$ , quadratum tem-

pq-



poris in quo hoc duas peragit vibrationes, est ad quadratum temporis in quo unda latitudinem suam percurrit, in ratione composita directæ SV ad GC, & inversæ AC q ad SV  $\propto$  GC (194). ex quibus componitur ratio SV q ad AC q. Id circo ipsa tempora sunt ut SV ad AC. Tempus autem, in quo pendulum, cujus longitudo est SV, duas peragit vibrationes, est æquale tempori, in quo corpus celeritate cadendo a semialtitudine SV acquisitâ potest percurrere circumferentiam circuli, cujus semidiameter est SV (181. 177.) quod tempus cum sit ad tempus, in quo unda latitudinem suam, id est circumferentiam circuli, cujus semidiameter AC percurrit, ut SV est ad AC, in qua ratione sunt ipsæ circumferentiæ, spatia percurfa sunt ut tempora; ideo velocitates æquales (53).

Idcirco undæ velocitas æqualis est illi, quam corpus acquirit cadendo a semialtitudine, quam Atmosphæra haberet, si manente aëris quantitate, ubique illam haberet densitatem, quam habet in loco, in quo unda movetur. 498.

Hæc demonstratio locum habet quæcunque fuerit undæ latitudo, & sive per majus aut minus spatium particulæ in itu & reditu excurrant; unde constat Undas omnes æquali celeritate moveri. 499.

Locum hoc habebit quamdiu altitudo Atmosphærae, positâ hac ubique ejusdem densitate, non mutatur mutata autem hac, celeritas undarum mutatur; & sequuntur quadrata celeritatum rationem altitudinum (498. 155.). Mutatur autem sæpe altitudo hæc; nam manente elasticitate aëris densitas sæpe variat; & mutari potest elasticitas densitate manente; tandem ambæ simul mutationi sæpissime obnoxia sunt. 500. 501.

In primo casu, positâ semper Atmosphæra ubique ejusdem densitatis, altitudo mutatur, quan-



titas verò aëris comprimētis non variat; quia hujus pondus æquale est elasticitati, & est altitudo ut spatium ab aëre occupatum, ideo inverse ut densitas; quare in undis harum celeritatum quadrata sunt inverse ut densitates. (500).

502. Quando densitas manet, sed mutatur elasticitas, altitudo Atmosphæræ mutatur ut pondus comprimens, id est ut elasticitas (148), Ergo quadrata celeritatum undarum sunt ut elasticitatis gradus (500).

503. Si & elasticitas & densitas differant, quadrata velocitatum undarum erunt in ratione composita directæ elasticitatis (502), & inversæ densitatis (501).

504. Si densitas & elasticitas crescant aut minuantur in eadem ratione, inversa ratio densitatis directam elasticitatis destruet, & non mutabitur undarum celeritas.

Ultimus hic casus exstat in aëris compressione (424) ex aëre adfluente, quo etiam, si de cetero maneat aëris constitutio, altitudo Atmosphæræ posita hac ubique ejusdem densitatis non mutatur, nam pro ratione ponderis superadditi in minus

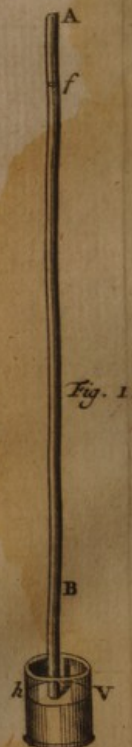
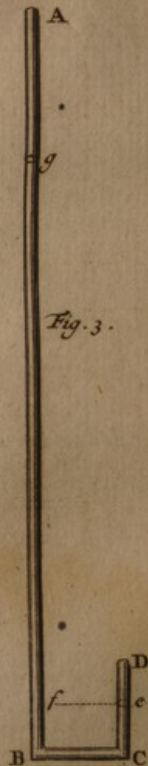
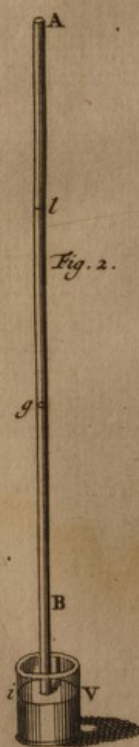
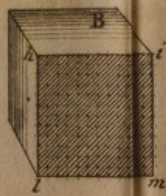
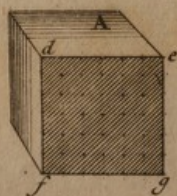
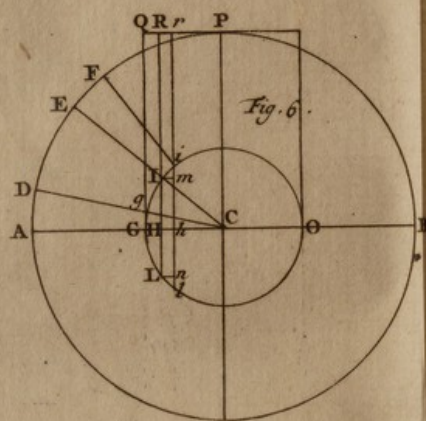
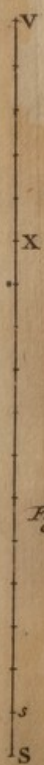
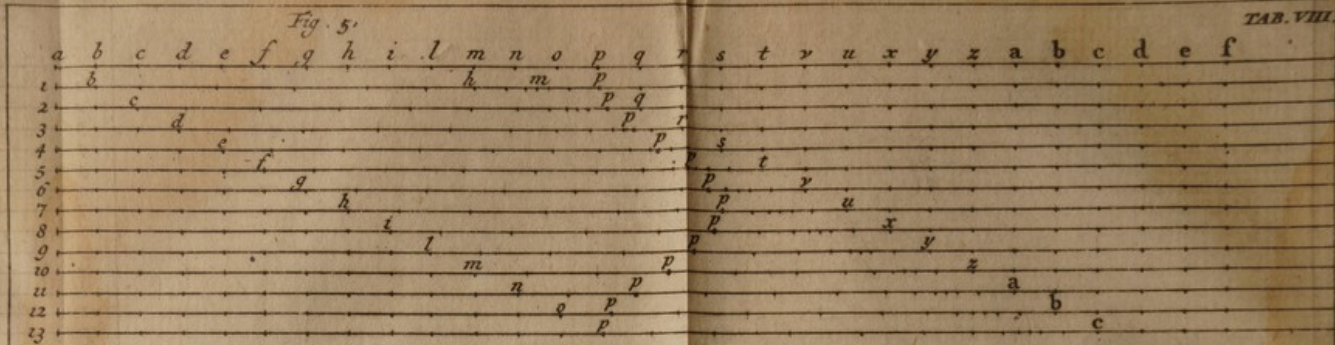
505. spatium redigitur. Idcirco ex mutata altitudine columnæ mercurii. quæ ex Atmosphæræ pressione in tubo aëre vacuo sustinetur (466), quod pondus, quo aër in terræ viciniis comprimitur, mutatum indicat, non debemus undarum celeritatem mutatam

506. dijudicare. Ex eadem ratione undæ æquali celeritate in apice montis & in valle moventur; nisi etiam ex alia causa mutatio in elasticitate, ex frigore (478) nempe, in apice montis fere semper magis intenso, detur; ex quo undæ lentius moventur (502.)

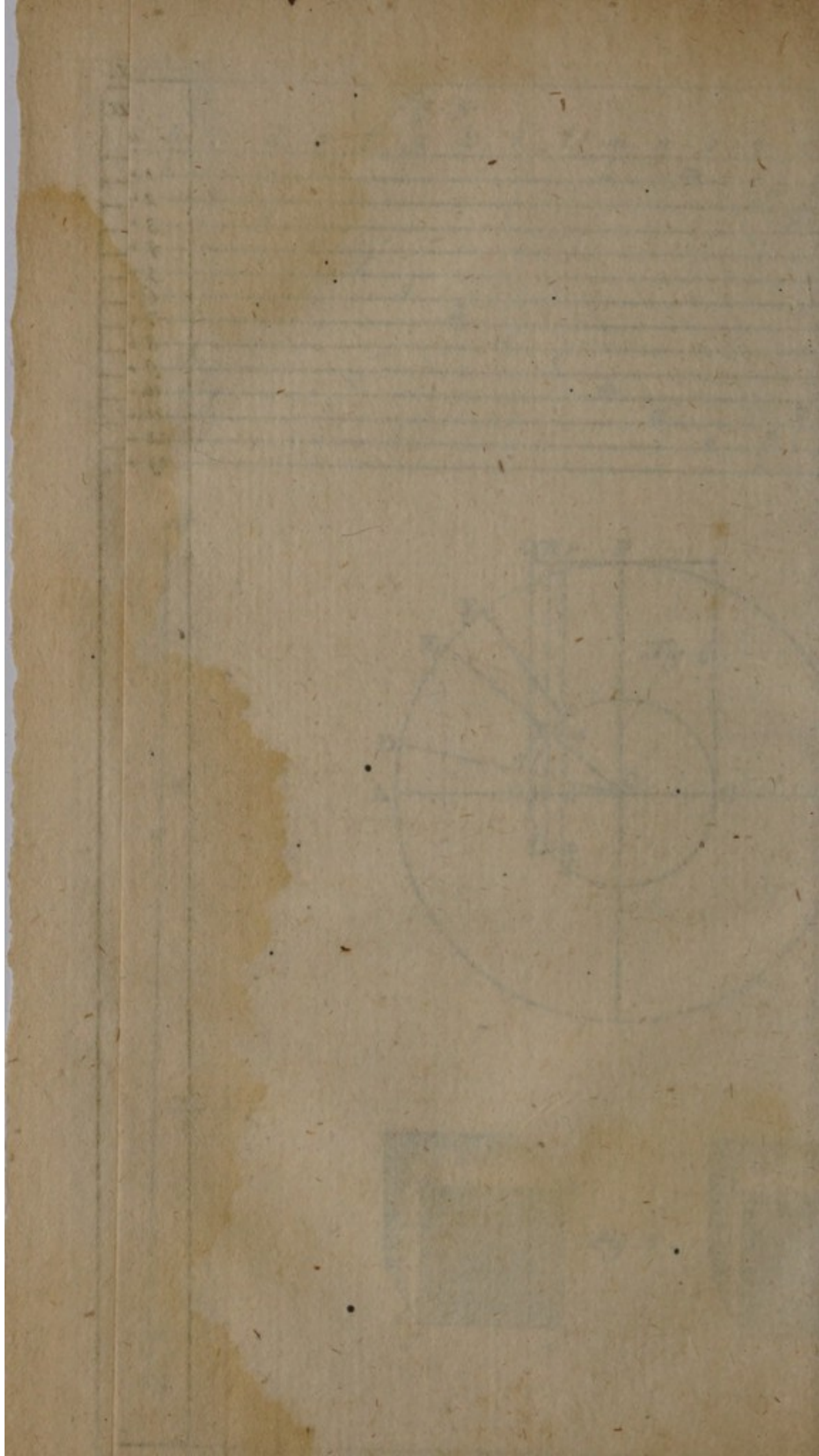
507. Undas æstate celerius quam hieme moveri etiam patet.

Altitudo Atmosphæræ posita hac ubique ejusdem densitatis detegitur, si mensuretur altitudo











columnæ Mercurii, quæ in tubo aëre vacuo cum pressione Atmosphæræ æquiponderat (166), & comparando aëris densitatem cum densitate mercurii, quod ponderando aëre fieri potest. Detectâ verò Atmosphæræ altitudine, celeritas, quam corpus a dimidia hac altitudine cadendo acquirit, per experimenta pendulorum determinatur (182. 184).

Aëris motus, de quo in hac computatione agitur, ex sola elasticitate oritur, & exacta esset computatio, si particulæ ipsæ ad interstitia inter has sensibilem rationem non haberent, si vero ponamus dari hîc rationem sensibilem, velocior erit undarum motus; propagatur enim per corpora solida in instanti, quod etiam referri debet ad corpuscula heterogenea in aëre natantia. Inde tamen nullo modo labefactantur demonstrationes præcedentes, in quibus proportio celeritatum detegitur.

Consideravimus particulas aëreas quasi essent 508. puncta, *celeritates, quæ in hac hypothesi deteguntur, augenda sunt pro ratione quam habet materia ad interstitia, ad detegendas veras velocitates.*

Undarum in aëre motus sonum producit; de quo 509. antequam agamus, pauca de sensationibus in genere præmittenda sunt.

Adeo arctum est mentis & corporis vincu- 510. lum, ut quidam motus in hoc cum certis in illâ ideis quasi cohæreant, & separari nequeant. Ex corporis motu omnibus momentis ideæ novæ in mente excitantur, talesque sunt rerum omnium sensibilibus ideæ; nihil tamen commune inter motum in corpore & ideam in mente percipimus. Nexus qui hic datur perspicientiam nostram fugit, neque ullum possibilem esse videmus. Innumera in rerum universitate latent, quæ ne quidem ideis attingimus.

Aëris motus undulatorius agitât tympanum



auris, quo aëri, hoc organo contento, motus communicatur, qui in nervum auditorium translatus soni ideam in mente excitat.

Auris structura mirabilis est, & interna, &  
512. externa; sed de motu aëris agimus: *hunc esse vehiculum soni* Experimento probatur. (Exp.).

Ex eo solo quod aër sit vehiculum soni, & quod sine aëris translatione sonus per illum moveatur, clare sequitur *in sono motum aëris undulatorium dari & sonum ex motu corporum tremulo oriri*. Hoc etiam extra omne dubium est, in chordis aut nervis tensis, ex quibus agitatione tremula sonus elicitur. In campanis majoribus & in multis aliis corporibus motus hicce tremulus admodum sensibilis est; in campana vitrea sonum edente, visibilis fieri potest. (Exp.).

514. Non tamen *sonus pendet a motu tremulo visibili*, sed a motu alio tremulo, quo in motu memorato *particulae minores afficiuntur*. (Exp.),

515. Ex his deducimus *corpus percussum per aliquod tempus post ictum sonum edere*; fibra agitata per aliquod tempus ex elasticitate vibrationes continuat (311) *sonum etiam cessare cessante motu tremulo* (495).

Sæpiissime videmus, corpus sonum edere, licet aër ab eo agitatus nullam cum aëre exteriori communicationem habeat; ex quo sequitur *aëris agitatione fibras, ex quibus corpora constant, moveri: qui motus in aërem exteriores transfertur*.  
517.

Hæc soni translatio ex fibrarum motu tremulo maxime notabilis est (Exp.).

518. *Celeritas soni eadem est cum celeritate undarum, quæ aurem percutiunt, & quæ de harum celeritate dicta sunt* (498. 499. 500. 501. 502. 503. 504. 505. 506. 507. 508) huc referri debent. Circa n. 498. notandum soni celeritatem computatione minime posse determinari (508): ignota enim est



est proportio inter diametros particularum & interstitia inter has; ut & quantum spatium particulæ heterogeneæ in aëre occupant non constat. Immediate Experimento detegitur soni celeritas.

Nocte accendatur ignis cum strepitu conjunctus, ad quamcunque, ab hoc igne, antea mensuratam distantiam detur spectator, qui breviori pendulo mensuret tempus inter lumen visum & sonum auditum, quo datur soni celeritas; luminis enim motus, saltem in spatio in quo hoc Experimentum institui potest, est momentaneus.

Tali Experimento in Gallia enotuit, sonum percurrere pedes Gallicos mille & octoginta in spatio temporis unius minuti secundi; sed non constans est hæc celeritas (507).

Si eodem tempore, in quo hac methodo determinatur soni velocitas, detegatur spatium percursum ex elasticitate, dabitur soni acceleratio ex crassitie particularum & materia heterogenea.

*Soni celeritas est æquabilis (496); in majori nihilominus spatio aliquando acceleratur aut retardatur (502), ex diverso elasticitatis gradu in variis locis, in quibus gradus caloris aut frigoris diversus datur (478).*

*Soni celeritas non sensibiliter variat ex vento cum illius motu conspirante, aut in contrarium flante.* Vento certa aëris quantitas de loco in locum transfertur, acceleratur sonus, quandiu per illam aëris partem movetur, si soni directio cum venti directione eadem fuerit; cum autem sonus celerrime moveatur, in tempore brevissimo percurrit aërem a vento agitatam, & non diu acceleratio durat, quæ de cetero non admodum est magna; venti enim violentissimi, quo arbores eradicantur & ædificia subvertuntur, celeritas se habet ad soni velocitatem, circiter ut unum ad triginta tria. Eodem argumento non



fenibilem ex vento dari in soni motu retardationem probatur.

524. Spatium a particulis itu & reditu percursum a vento augeri aut minui potest; idcirco *ad majorem distantiam sonus auditur pro venti directione.*

Intensitas soni pendet ab ictibus aëris in nervum auditorium, & sunt hi ut vires particulis percutientibus insitæ. Vires hæ sunt ut numeri particularum eodem tempore in tympanum incurrentium, & ut quadrata celeritatum, quibus incurrunt (248).

Particularum eodem tempore incurrentium numerus sequitur proportionem densitatis aëris, velocitatis undæ, & numeri ictuum eodem tempore aurem aficientium. Quadratum celeritatis, qua singulæ particulæ moventur, sequitur rationem quadrati velocitatis undæ (nam quo citius hæc movetur eo celerius particula it & redit, & rationem quadrati spatii itu & reditu percurfi, & tandem rationem quadrati numeri ictuum eodem tempore in aurem agentium. Ratio ex hisce omnibus composita est ratio densitatis, cubi velocitatis undæ, quadrati spatii itu & reditu percurfi, ut & cubi numeri undarum certo tempore; duæ primæ rationes reducuntur ad rationem directam radicis quadratæ cubi elasticitatis, & rationem inversam radicis quadratæ densitatis (503); elasticitas autem est ut pondus quo gravatur aër (148), quod æquale est ponderi columnæ mercurii, de qua in n. 466.

525. *egimus. Generaliter ergo est soni intensitas directe ut radix quadrata cubi ponderis aërem comprimantis, ut quadratum spatii itu & reditu a particulis percurfi, ut cubus agitationum certo tempore; & inverse ut radix quadrata densitatis.*

Ceteris manentibus, si pondus quo comprimitur aër mutetur, densitas in eadem ratione cum pondere mutatur, & augetur soni intensi-



fitas in ratione radicis quadratæ cubi ponderis, & minuitur ut ipsa radix quadrata ponderis. Ergo ceteris paribus est soni intensitas ut pondus quo 526.  
aër gravatur; id est, crescit & minuitur hæc intensitas, ut columna mercurii, quæ cum Atmosphæræ pondere est in æquilibrio. Exp.

Si cetera maneant, elasticitas autem augeatur, 527.  
in eadem ratione cum aucta elasticitate minuitur densitas (474), & soni intensitas augetur ut radix quadra elasticitatis (525). Ideo æstate ceteris- 528.  
paribus major est soni intensitas quam hieme. (Exp.).

Datur etiam differentia in sono ex numero vibrationum fibrarum corporis sonum edentis, id est, ex numero undarum certo tempore in aëre productarum; pro diverso enim numero percussionum in aure sensatio diversa in mentē datur.

Ab hoc vibrationum numero pendet tonus musi- 529.  
cus, qui eo magis acutus dicitur, quo magis crebri sunt recursus in aëre; eo vero gravior, quo minor est undarum numerus;

Gradus acuminis diversorum tonorum sunt inter se ut undarum numeri, quæ eodem tempore in aëre 530.  
dantur.

Tonus ab intensitate soni non pendet, & chorda agitata eundem edit tonum, sive per majus, sive per minus, spatium eat & redeat (312). 531.

Consonantie oriuntur ex convenientia inter varios 532.  
motus in aëre, qui eodem tempore nervum auditorium afficiunt.

Si duo corpora tremula temporibus equalibus vibrationes peragant, nulla inter tonos datur differentia, & consonantia hæc, omnium perfectissima, Unisonus dicitur. 533.

Si vibrationes fuerint ut unum ad duo, consonantia vocatur Octava aut Diapason. 534.

Positis vibrationibus ut duo ad tria, id est, si 535.  
unius corporis vibratio secunda cum tertia alte-



rius semper concurrat, *consonantia dicitur Quinta aut Diapente.*

536. *Vibrationes, quæ sunt ut tria ad quatuor, dant consonantiam, quæ vocatur Quarta aut Diatesaron.*

537. *Ditonus nominatur, si æris recursus fuerint ut quatuor ad quinque.*

538. *Et Sesquiditonus dicitur consonantia ex concursu quinta vibrationis unius corporis cum sexta alterius.*

Consonantiæ ex agitatione chordarum, si hæ fuerint ejusdem generis, ex notis harum dimensionibus ut & tensione facile determinantur, minimarum enim partium agitationes ab integrarum chordarum agitationibus pendent.

539. *Ceteris paribus, si duarum chordarum longitudines fuerint ut numeri recursuum in consonantia, datur hæc inter tonos quos chorda edant (314).*

540. *Idem obtinet, si ceteris paribus diametri prædictam proportionem habent (315).*

541. *Etiam si ceteris paribus proportio vibrationum in consonantia detur inter radices quadratas tensionum (313)*

542. *Et generaliter, positis chordis ejusdem generis quibuscunque, si ratio composita ex directa longitudinum, & diametrorum, & inversa radicum quadratarum tensionum, sit ratio inter numeros vibrationum eodem tempore peractarum in consonantia quacunque, datur hæc ex agitatione chordarum (316.).*

Hæc omnia a Musicis fuere Experimentis confirmata. Notarunt hi circa hæc chordas Phænomenon admodum notabile, cujus casus varii digni sunt qui explicentur.

543. *Dentur chordæ quacunque tense, vibrationes suas aequalibus temporibus peragentes; agitetur una, movebitur & altera. Singulæ æris undæ ex illius chordæ motu tremulo impingunt in hanc, motum*



tumque minimum huic communicant ex motu quantumvis exiguo variis vicibus it & redit chorda (311), moveturque ex prioris undæ ictu, dum secunda accedit, cujus motus cum chordæ motu conspirat (312), & hunc accelerat. Quæ de secunda unda dicuntur etiam ad sequentes referri debent, & acceleratio dabitur, donec ambarum chordarum motus fuerint fere æquales.

Ex eadem demonstratione sequitur *chordam* 544. *agitata motum communicare alteri, quæ duas aut tres peragit vibrationes, dum prior semel vibratur.*

Si autem chorda agitata varias peragit vibrationes, dum chorda ex aëre movenda unicam peragere potest, ex præcedenti demonstratione sequetur motum peculiarem huic communicatum iri. Qui ut detegatur, notandum durationem vibrationis & chordæ longitudinem reciprocari, ita ut ceteris manentibus determinata longitudo ab immutata duratione vibrationis separari nequitquam possit. Si ergo chorda quæcumque variis ictibus percutiatur, quibus huic motus communicatur, & ictus magis crebri sint, quam qui longitudini chordæ conveniunt, hujus pars, cujus longitudo tempori communicatæ vibrationis competit, tantum agitabitur, & motus quasi undulatorius chordæ communicabitur; & longitudo undarum in chorda pendeat a duratione vibrationis communicatæ, id est, a tempore inter ictus.

Dentur *duæ chordæ, quarum una bis vibratur, 545. dum altera semel, & illa agitetur, duratio vibrationum, quæ ex aëris motu alii chordæ communicantur, completit chordæ semilongitudinis hujus (314), & talis est longitudo undarum in hac ipsa. Idcirco ex motu communicato dividitur chorda in duas partes æquales, punctumque medium quies-*



*quiescit.* Experimento hoc confirmatur jungendo chartæ frustum chordæ, cui motus communicatur, quod si in puncto medio ponatur, quiescit, in omni alio loco motu tremulo afficitur.

546. *Si chorda agitata, ut ex huius motu altera moveatur, tres peragat vibrationes, dum chorda movenda semel vibratur, ex motu communicato dividetur hæc in tres partes, & duo dabuntur puncta quietis, quod eodem modo Experimento confirmatur. Alii casus motus communicati, qui a Musicis observantur, facile ex prædictis deducuntur.*

547. *Quæ de reflexione & inflexione undarum in aqua dicta sunt (450. 452. 453. 454.), ad harum reflexionem in aëre referri possunt, elasticitate in hoc casu eundem fere effectum cum pressione aquæ elevatæ in illo exerente.*

548. *Ex soni reflexione sæpissime oritur soni repetitio, quæ Echo vocatur. Si ejusdem undæ, per spheram sese expandentis (484), partes variæ in varias superficies impingant, ita ut reflexæ concurrant, fortior ibi est aëris motus, & sonus auditur. Variis vicibus sæpe idem sonus repetitur, ex variis ejusdem undæ partibus ad varias distantias reflexis, & quarum quædam successive in eodem loco concurrunt. Talis repetitio etiam aliquando datur ex repetita reflexione.*

550. *In tubo per reflexionem augetur sonus: figura omnium perfectissima, quæ tali tubo dari potest, est parabolæ, circa lineam axi ad distantiam quartæ partis pollicis parallelam, rotantis. Si enim quis in tali tubo loquatur, ponendo os in axe machinæ & in foco parabolæ, undæ ita reflectuntur ut singulæ harum partes motum axi machinæ parallelum acquirant, quo undæ vis & etiam sonus multum augetur. Tubi extremitas, per quam sonus exit, ad formam labiorum inflectitur. (Exp.).*

LIBRI SECUNDI FINIS.

PHY-



# PHYLOSOPHIÆ NEWTONIANÆ INSTITUTIONES.

---

## LIBER III.

### Pars I. De Igne.

#### CAPUT I.

##### *De Ignis proprietatibus in genere.*



Arias Ignis proprietates novimus, multa tamen circa hunc nos latent.

Hypothesēs non fingam, ex Experimentis ratiocinaturus sum & quod nondum plenissime notum est intactum relinquam.

*Ignis omnia corpora quantumvis densa, & dura, 551.<sup>3</sup>  
facillime penetrat.* Nullum enim novimus corpus quod, admoto igne, non in omnibus punctis calefiat.

*Ignis celerrime movetur, constat hoc ex corpo- 552.<sup>2</sup>  
ribus igne violentissime agitatis.*

*Ignis sese corporibus jungit & nam quando igni 553.<sup>1</sup>  
admoventur, ut jam dictum, incalescunt; in 554.<sup>1</sup>  
hoc etiam casu expanduntur: Quæ expansio etiam  
observatur in corporibus, cujus partes non co-  
hærent, in quo casu elasticitatem, sæpe perquam 555.<sup>1</sup>  
magnam, acquirunt, ut illud observatur in aëre  
& vaporibus.*

Ex



556. Ex hac expansione etiam deducimus *corpora omnia ignem continere*; quia nullum fere novimus, quod non possit coarctari remoto pro parte igne contento.
557. *Attrahitur enim ignis a corporibus ad certam distantiam*; ut in parte sequenti patebit (607)  
Quibus in genere expositis pleraque peculiariter sunt examinanda.

## CAPUT II.

*Ignem corporibus adhærere & in hisce contineri, ubi de electricitate.*

**I**gnem omnibus corporibus contineri diximus, quod etiam ex eo sequi videtur, quod nulla dentur corpora, quæ ex attritu non calefiant (556); ignemque arcte cum corporum partibus cohærere in fumo & vaporibus patet; constant enim fumus & vapor ex partibus a corporibus separatis, & ab igne cum illis conjuncto agitat, sæpe violentissime.

Varia de cætero dantur notabilia phænomena ex igne corporibus contento oriunda, quorum quædam hic sunt memoranda: inter hæc dantur, quæ cum electricitate connexionem notabilem habent, qua de causa de his ipsis electricitatis phænomenis agendum etiam erit.

## DEFINITIO

558. *Electricitas est hac corporum proprietas qua, si attritu calefiant, trahunt, & repellunt, corpora leviora ad distantiam sensibilem.*
559. Dentur duo frusta crystalli montanæ, agentur hæc juxta se mutuo, statim, lucida intotum fiunt, licet ex attritu calorem sensibilem non acquirant. Lumen æque ac calor ignem dari indicat; lumen autem majus datur in  
pun-



punctis, in quibus ambo frustra sese mutuo tangunt. (*Exp.*).

Tubus vitreus longitudinis circiter quindecim aut octodecim pollicum & diametri unius pollicis, si linteo aut panno quocunque in loco obscuro atteratur, lumen emittit. (*Exp.*). 560.

Idem hicce tubus attritu calefactus electricitatem sensibilem admodum habet; si enim corpora levia, ut frustra folii aurei tenuissimi, & fuligo, plano imponantur, & admoveatur tubus, agitantur hæc corpora; a tubo attrahuntur & repelluntur variisque motibus afficiuntur. Et exerit tubus hunc suum effectum ad varias distantias pro varia aëris constitutione, aliquando ad distantiam unius pedis; vapores in aëre effectum minuunt. (*Exp.*) 561.

Circa hoc experimentum notatu dignum, & explicatu difficillimum, est quod spectat directionem attritus; manu extremitas tubi tenetur, dum manu altera atteritur, quod si fiat recedendo a manu tenente, effectus sensibilis non est; contrarium observatur, si attritus ab extremitate tubi libera dirigatur versus illam quæ manu tenetur. Hæcque indiscriminatim obfinent, quando cum tubo ab una parte clauso ab altera aperto experimentum instituitur, sive tubi extremitas clausa, sive altera extremitas manu teneatur. Circa quod tamen observandum non omne vitrum æqualem habere electricitatem, si hæc validior sit, quod notavimus de directione attritus locum non habet, ideo in vitro anglicano non observatur, nisi aliquando illis diebus, in quibus, propter aëris constitutionem, languida est electricitas. 562.

Globus vitreus aëre vacuus, diametri circiter octo aut novem pollicum, si celerrime in loco obscuro circumrotetur, dum manu globo applicata attritus datur, totus quasi lucidus fit 563.



fit ab interiori parte, lumenque majus est in locis, in quibus manus vitrum tangit. (*Exp.*).

§64. Si autem globus aërem contineat, & eodem modo agitetur, & manus applicetur, nullum in interiori aut exteriori globi superficie lumen apparet; corpora vero ad exiguam a globo distantiam, ex. gr. quartæ partis unius pollicis, aut minorem, lucida fiunt, sicque solæ partes manus applicatæ, quæ terminant aut potius circumdant partes immediate tangentes globum, lucidæ sunt. (*Exp.*),

§65. Globus hic idem agitatus & attritu calefactus sensibilem & externe & interne electricitatem exerit. Ut patet filis, quæ solâ electricitate versus partem superficiem calefactam diriguntur. (*Exp.*).

§66. Extracto aëre, Elasticitas nulla, neque interna, neque externa, observatur. (*Exp.*)

Si ad omnia præcedentia attendamus experimenta, sequentes conclusiones ex illis deduci posse videntur, quas non ut certas tradimus, sed ut valde probabiles; certum a probabili rite semper distinguendum.

§67. *Vitrum in se continere, hujusque superficiem circumdari atmosphærâ quadam, quæ attritu excitatur* (561. 565.), & *motu vibratorio agitur*; trahit enim & repellit corpora levia (561.): partes minimæ vitri ex attritu agitantur, & propter harum elasticitatem, motus hicce est vibratorius, qui atmosphæræ memoratæ communicatur; ideoque atmosphæra eo ad majorem distantiam actionem exerit, quo ex majori attritu partes vitri magis agitantur.

§68. *Ignis vitro contentus ex actione hujus atmosphæræ expellitur*, saltem cum hac atmosphærâ moveatur; dum enim corpora levia ad distantiam a vitro agitantur, corpora etiam ad distantiam lucida fiunt (565. §64.)

§69. *Atmosphæram, & ignem, facilius moveri in vacuo*  
eti-



etiam patet: si enim globo aër extrahatur, nullum lumen, neque electricitatis actio ab exteriori parte observari possunt (563. 566.), pars vero globi interior maxime lucida apparet, ignisque majori copia in hoc experimento quam in statim memorato (564) sensibilis est.

Electricitatis autem actio extracto aëre etiam ab interiori parte cessat (566.), quo everti videtur quod de faciliiori motu atmosphære in vacuo dictum. Minime tamen probabile est atmosphæram sæpius memoratam in hoc casu nullibi moveri. Videtur e contra illam eandem cum igne viam sequi & versus illam partem moveri, ad quam minor datur resistantia; & cessationem actionis electricitatis tribuendam esse ipsi privationi aëris, quo mediante *ab atmosphæ. 570.*  
*ra fila moventur*; eodem modo, ut in sequentibus videbimus (602. 603.), ac ignis, qui liberissime omnia corpora penetrat, *mediante aëre* aut vapore violenter in illa agit.

Missis conjecturis, nixis licet multis experimentis, ad cætera, quæ ignem spectant, redeamus.

Si in loco aëre vacuo globus vitreus agite- 571.  
tur ita, ut ex attritu incalascit, globus lucet (*Exp.*), unde sequitur *Ignem vitro contentum ut appareat aëre non indigere*, incalascit enim & lucet sublato aëre & interno & externo.

Innumeris aliis experimentis, attritu in vacuo lumen dari, constat.

Mercurium ignem continere experimentis in 572.  
vacuo institutis patet. Si enim mercurius probe depurgatus in vitro aëre vacuo agitetur lucidus apparet. (*Exp.*).

Notissima datur chemica præparatio ex urina, 573.  
*Phosphorus Urinæ* dicta, in aqua servatur; si ex illo stilus formetur & litteræ super charta scribantur, in loco obscuro, igneæ apparebunt. Phosphorus ipse aquâ extractus statim incalascit



fcit & fumum emittit; quæ omnia ignem magnâ copiâ Phosphoro contineri probant. (*Exp.*)

574. In hoc Experimento *sensibilem observamus aqua actionem in ignem Phosphoro contentum*; illa enim hunc retinet ita, ut minimè ex Phosphoro, quamdiu aquâ circumdatur, exire possit; sublata autem aquâ calor & fumus statim indicant ignem a Phosphoro recedentem.

575. *Aër etiam ignem aquâ calidâ contentum quodammodo in hac retinet*, id est cohibet ne eadem celeritate ac in vacuo exeat. (*Exp.*).

576. Quid simile observamus respectu ligni lucidi; lignum enim datur, quod in terra putrefactum, si terrâ extrahatur, lucet; terra quæ lignum circumdat retinet ignem, sublata hac, ignis exit & per aliquot dies lucidum manet. In vacuo cito perit lumen & admissio aëre non instauratur.

Quomodo autem ignis in corpore retineatur a corporibus circumdantibus & cuinam actioni effectus hic tribuendus sit, non facile determinari poterit; minimè probabile est pressionem hîc esse considerandam, cum ignis omnia corpora subtilitate sua facile penetret.

### C A P U T    I I I.

#### *De Motu Ignis, ubi de Calore & Lumine.*

**I**gnem celerrime moveri diximus (552), motus hicce pro variis circumstantiis diversos edit effectus pro diversitate particularum igne agitatarum. Calor etiam est hujus motus effectus.

577. *Calor in corpore calido est agitatio partium corporis & ignis in hoc contenti*, qua agitatione motus in corpore nostro datur, qui ideam caloris in mente nostra excitat;



*Calor nostri respectu nihil est præter illam ideam, 578.  
& in corpore calido nil datur præter motum ex ignis  
actione.*

Hic in memoriam revocare debemus, quæ  
n. 510. de sensationibus in genere dicta sunt,  
quæ etiam ad lumen referri debent.

*Quando ignis per lineas rectas oculos nostros in- 579.  
trat, ex motu quem fibræ in fundo oculi communi-  
cat, ideam luminis excitat; de quo fibrarum mo-  
tu in sequentibus peculiarius erit agendum (710.)*

*Motum per lineas rectas in lumine dari ex obsta- 580.  
culo, quo lumen intercipitur, facile probatur.  
Contra autem talem motum in calore non requi-  
ri, motumque irregularem magis aptum esse ex eo  
probatur, quod radii solares directe a Sole ad  
apicem montis pervenientes, sensibilem quan-  
tum ad calorem non edant effectum; dum in  
valle in quo motu irregulari variis reflexioni-  
bus agitantur radii, calor sæpe detur maxime  
intensius.*

#### DEFINITIO.

*Corpus vocatur lucidum, quod lumen emittit, 581.  
id est, ignem per lineas rectas agit.*

*Lumen non ubique dari ubi datur ignis, extra 582.  
omne dubium est; corpora calida non semper  
lucere, quotidie videmus; in lumine motus per  
lineas rectas requiritur, ubi talis motus abest,  
lumen etiam deest.*

*An autem corpus detur lucidum sine calore quæ- 583.  
ritur. Calor in corporibus est motus qui in  
infinitum minui potest; & motus ille dari po-  
test, licet nobis non sit sensibilis, de quo calore  
sæpe nihil investigare possumus; Verum enim  
vero certissime constat multa dari corpora lu-  
cida sine calore nobis sensibili (572). Circa  
quod notandum, nullum dari calorem nobis  
sensibilem, nisi corpus quod in organa nostra  
agit habeat calorem superantem calorem ipso-  
rum*



um organorum. Unde videmus iudicium circa colorem, quod sensibus fertur, omnino esse incertum, questionemque sensibus terminandam non esse. Datur tamen vulgaris observatio, quæ indicare videtur, lumen a calore separari non posse; Corpora enim radiis solaribus illustrata, eo citius calorem acquirunt, quo pro colore lumen minori copia reperiunt, ita ut cum lumine reperiatur illud quod calorem excitare in corpore potest.

Quando partes minimæ, ex quibus corpus quodcunque constat, attritu, aut actione ignis extranei, aut alio quocunque modo agitantur, ignis ab his separatur & in corpore agitur, tuncque ignis & particulæ corporis attractione in se mutuo agunt, ut illud, experimentis insequentibus memorandis (607.), probatur. Qua actione particulæ quædam a corpore separantur & motu ignis a corpore auferuntur. Hæc  
 584. autem est causa quare corpora duriora violento attritu sæpe comburantur.

585. Deducimus ex hisce, combustionem corporum esse partium separationem ex actione mutua in se invicem partium corporis & ignis; harum partium quædam motu ignis ablata flammam, & fumum, formant.

Videmus ulterius, corpus, quod admoto igne comburitur, non modo dissolvi ex actione ignis extranei, sed etiam ex actione ignis in ipso corpore contenti; caloremque augeri & ex novo igne accedente, & ex aucta agitatione ignis,  
 587. quem corpus ipsum continet, & ita calorem non sequi proportionem quantitatis ignis.

Circa motum luminis constat, ut diximus (581.), hoc moveri per lineas rectas; sed utrum sit successivus, an momentaneus luminis motus, disputatur; id est, utrum eodem quo corpus lucere inchoat momento, lumen ad distantiam



tiam quamcunque sensibile fit, an vero successive lumen ad loca magis ac magis distantia perveniat.

Ex observationibus variis astronomicis clare 588. sequi videtur, motum hunc esse successivum, & diu de eo non dubitarunt Philosophi; quibusdam tamen recentioribus observationibus conclusiones ex primis deductæ labefactantur, & quid ignotum circa motum luminis dari fateri cogimur.

Motus de loco in locum non successivus contradictionem involvit, & *lumini motum de loco in locum esse tribuendum vix in dubium vocari potest.* 589.

Observamus enim translationem ignis in vaporibus & in fumo; in quibus casibus ignis secum fert corpora, quibus adhæret & sæpe tamen celeriter movetur. si ignis subtilitas consideretur, facile patebit illum in immensum retardari a corporibus, quibus adhæret, & liberatum velocitate maxima debere transferri.

Circa calorem & lumen varia præterea observanda sunt, maxime digna quæ notentur, sed quorum multa explicatu sunt difficillima. In Physicis ubi causæ latent, effectus saltem sunt memorandi.

*Corpora calefacta videmus multa, quorum si calor augeatur, lucida fiunt;* talia sunt metalla: Partium agitatione ignem emittunt, sed non per lineas rectas; aucto verò partium motu, per lineas rectas pro parte movetur ignis & corpus. lucet. 590.

Eodem modo fumus, si admotâ flammâ magis incalescat, ipse in flammam convertitur; id est in corpus lucidum mutatur. (*Exp.*) 591.

Aërem in ignem agere diximus (575), illius actio in hunc in multis occasionibus minime contemnenda datur respectu luminis. Sæpe ut *lumen detur, aut ut ignis servetur, aëris præsentia* 592.



*necessaria est*, quod in combustione omnium corporum observatur, quæ absente aëre extinguuntur.

Si candela lucens, laminæ Machinæ Pneumaticæ imposita, vitro obtegatur, & aër extrahatur, statim extinguitur. (*Exp.*)

Simile quid observatur, si Pyrita cum frusto chalibis atteratur. Quamdiu aëre circumdantur lumen ex attritu dari observatur; sublato vero aëre, licet attritus continuetur, lumen non apparet; admissio aëre iterum sensibile est. (*Exp.*)

593. Contra etiam observamus *aëris absentiam* sæpissime requiri in lumine, ut illud in experimentis ante memoratis observari potuit (563. 572.) Tan-

594. dem sublato aëre augetur aliquando lumen, quod & in aëre videri potest. Si enim Phosphoro urinæ, de quo antea (573.), litteræ inscribantur, aut figuræ delineentur, in charta; in loco obscuro, ut dictum, lucidæ erunt; detur hæc charta in loco vacuo, magis litteræ elucescent. (*Exp.*)

## C A P I T U L U M IV.

### *De dilatatione ex calore.*

595. **O**Mnia corpora ex ignis actione dilatantur (554); hanc autem *dilatationem*, mutato calore, immutari observamus; ita ut a motu ignis non verò ab hujus quantitate pendere videatur; corpora enim, sive attritu sive admoto igne extraneo calefiant, sese expandunt; quod in lamina ferrea facile observatur, quæ, sive attritu, sive admoto igne, calefacta, sese expandit. (*Exp.*)

596. Fluida eodem modo ac solida ex calore dilatari, in T. 9. Thermometris, instrumentis notissimis, quotidie observari potest. (*Exp.*)

Circa quæ instrumenta notandum, hæc quidem



dem indicare calorem mutatum, sed an coloris gradum demonstrent incertum est, id est, ignotum est, quænam relatio detur inter mutationem in expansione & mutationem in calore: ut, ex comparatis dilatationibus, gradus caloris possint conferri inter se.

Si subito incalescat Thermometri globus G, aut 597. cylindrus C, statim fluidum in tubo descendit, sed immediate post ascendit. Ex calore subito citius vitrum ipsum incalescit quam fluidum in vitro contentum, ideo dilatato ex calore vitro, & eo auctâ hujus capacitâ, descendit fluidum, sed immediate post calor liquido communicatur, quod ideo ascendit.

Ex corporum expansione patet, *particulas, ex* 598. *quibus corpora constant, ex actione ignis acquirere vim repellentem, qua a se mutuo recedere conantur, & quæ cum vi, qua particulae sese mutuo petunt (33), contrarie agit.* Quamdiu hæc vis illam superat, particulae cohærent minus aut magis pro diverso caloris gradu. Quando vis repellens fere adæquat vim attrahentem, particulae antea intimè junctæ vix cohærent, & impressioni cuicunque cedunt, & facile moventur inter se; unde videmus *corpus solidum calore in flui-* 599. *dum mutari;* quod in omnibus corporibus, quæ calore liquefiunt, observatur, imminuto vero calore ad pristinum statum redeunt. Quæritur *an non fluiditas omnis a colore pendeat?* quod de- 600. *terminari non potest,* quia corpus omnino igne destitutum nullum novimus; illud certum est calorem non modo causam esse fluiditatis in metallis, cerâ, & similibus corporibus, liquefactis, sed multa corpora, quæ vulgo inter fluida referuntur, a calore solo fluere; sic *aqua* 601. *est glacies liquefacta,* sublato enim pro parte aquæ calore coalescit.

Calor ita potest adaugeri, ut in quibusdam 602. I 2  
cor-



corporibus tota vis attrahens superetur a vi repellente, in quo casu particulæ sese mutuo fugiunt; id est vim elasticam acquirunt, quæ similis est illi, qua particulæ aëris gaudent (475), quæ etiam in aëre calore augetur, effectum hunc observamus in fumo & vaporibus, ut patet in Æoli Pila, vocatur hoc nomine globus, cui jungitur tubus, cujus apertura vigesimam pollicis partem vix æquat. Globo pro parte aquâ impleto super igne ponatur, eo momento, quo aqua in vapores mutabitur, exhibunt vapores per foramen, si autem calor augeatur ita ut violenter ebulliat aqua, vapores compressi in superiore parte globi ab omni parte elasticitate sua recedere conantur & violento motu per tubum exeunt.

603. Magis sensibilem effectum vis elasticæ vaporum habemus. Si aucto foramine, hoc claudatur, & globus igni inponatur, donec aqua violenter ebulliat; si tunc globus cum rheda minori jungatur, & foramen aperiatur, exhibit vapor violenter versus unam partem, dum rheda versus partem oppositam feretur. (*Exp.*).

604. Vapor violenter compressus conatur versus omnes partes recedere & quidem æqualiter, ideoque pressiones oppositæ sese mutuo destrunt, aperto vero foramine vapor qui exit non premit; tollitur ergo pressio quædam ab una parte & contraria prævalet, rheda movetur.

605. Tubuli, pulvere nitrato farti, accensi, in altum feruntur; quia pulvis accensus elasticitatem acquirit, & hujus partes quaquaversum conantur recedere: cum ab una parte tubus sit apertus, pressio in tubum minor datur versus illam partem & contraria ideo prævalet.



LIBRI III.

Pars II. De Inflexione, Refractione, & Reflexione luminis.

CAPUT V.

*De Inflexione radiorum luminis.*

**P**Ræmissis, in parte præcedenti, quæ ignem in genere spectant, luminis proprietates, & phænomena ex iis oriunda ad examen revocanda sunt.

Mira admódum sunt quæ circa lumen observantur, paucis tamen naturæ legibus pleraque explicantur.

Lumen movetur per lineas rectas (579), obstaculo potest intercipi, quod totum illud & quidem solum intercipit quod ad obstaculum accedit.

DEFINITIO.

*Lumen quodcunque consideratum juxta directionem motus sui, si totum juxta eandem directionem feratur, vocatur Radius luminis.* 606.

Tale est lumen quod a Sole procedens per foramen transit.

Ignis, ut antea dictum, a corporibus attrahitur (557), cujus attractionis effectus notabiles in combustionem corporum observamus; in lumine etiam sensibiles sunt; deflectitur enim a via recta *lumen quando juxta corpora transit.* 607.

Sit  $ICH$  acies corporis, radii luminis  $AB$ ,  $EF$ , inflectuntur per  $FG$ , &  $BD$ , eo magis quo



ad minorem a corpore distantiam transeunt. Quod sequentibus experimentis detegitur.

Si inter acies duas cultrorum detur distantia circiter decimæ partis unius pollicis, & in cubiculo obscuro, lumen, quod per foramen intrat, inter has transeat ad distantiam trium pedum a fenestra, si lumen cadat super charta, ad distantiam quinque pedum ab aciebus, ad latera luminis apparebit, ab utraque parte, lumen simile caudæ Cometæ, quod probat lumen *inflexi* dum juxta acies transit; (*Exp.*).

Si magis ad se mutuo accedant acies, ut ex. gr. distantia inter has sit centesimæ partis unius pollicis, loco luminis memorati ab utraque parte apparent fimbriæ coloratæ tres, in situ parallelo ad acies, quæ & magis distinctæ apparent, si foramen in fenestra minuitur. Unde autem colores hi oriantur, in sequentibus patebit (*Exp.*). Nunc satis erit ex hoc experimento deducere, lumen *attrahi a corporibus*, a quibus radii inflectuntur; nisi enim daretur motus versus corpus, per rectam radius motum continuaret.

608. *Actio vero corporum, quâ in lumen agunt ad hoc attrahendum, sese exerit ad distantiam sensibilem*; nam si inter acies memoratas distantia detur circiter quadringentesimæ partis pollicis, nullum lumen inter fimbrias memoratas super charta apparebit, ita ut, in hoc casu, totum lumen quod inter acies transit versus utramque partem inflectatur & formet fimbrias memoratas. Quod clarè indicat chalibem ad minimum ad distantiam octingentesimæ partis pollicis in lumen agere. (*Exp.*).

609. *Actionem illam cum imminutâ distantia augeri*, etiam probatur; nam si minuatur distantia inter acies, fimbriæ successivè evanescunt, donec, junctis aciebus, lumen nullum inter has transcat. Primæ autem fimbriæ quæ evanescunt, sunt



sunt quæ radiis minimè inflexis formantur, ultimæ quæ a radiis maximè inflexis; id est, dum accedunt ad se mutuo acies, umbra inter fimbrias ab utraque acie formatas continuò augetur, donec tandem totum lumen ab utraque parte evanescat. Unde clarè sequitur, eo magis inflecti radios, quo ad minorem distantiam ab aciebus transeunt, id est attractionem cum imminutâ distantia augeri. (Exp.).

Hæc autem attractio quid peculiare habet, 610. nam *attractio unius aciei ad motû aliâ augetur*. Quod experimento clare patet, nam in accessu acierum ad se mutuo inflexio radiorum continuò major est. (Exp.).

## CAPUT VI.

### *De Luminis Refractione & hujus legibus*

#### DEFINITIO I.

**O**Mne quod lumini transitum dat, vocatur Medium. 611.

Vitrum, Aqua, ipsum Vacuum, sunt media.

Dum radius ex uno medio in aliud penetrat, sæpe a linea recta deflectitur.

#### DEFINITIO 2.

Inflexio hæc *Refractio* dicitur. 612.

Ut detur *refractio* requiritur, ut media densitate differant, & ut radius cum superficie, media dirimente, angulum obliquum efficiat. 613.

Oritur *refractio* ex eo, quòd radii a densiori medio magis quam a rariore attrahantur, a qua attractione, quæ in capite præcedenti probatur, omnia, quæ refractionem spectant, deducuntur. 614.

Sit EF mediorum separatio, sit versus X medium densius, versus Z medium rarius. Singulæ materiæ particulæ vi attractivâ gaudent (33.), hæcque vis respectu luminis locum ha- 615.  
T. 9.  
fig. 2.  
bet



bet (607). Sit distantia, ad quam actionem sursum am particulæ exerunt, illa, quæ datur inter lineas  $EF$  &  $GH$ . Lumen ergo, quod inter has lineas datur, a medio  $X$  attrahitur.

Ad distantiam, ad quam datur linea  $GH$ , solæ particulæ extremæ medii  $X$  in lumen agunt; in distantia minore cum his & aliæ agunt ita, ut vis attrahens crescat quando distantia minuitur, ut ante jam observatum (609). Detur in medio densiori  $X$ , linea  $IL$  ad eandem ab  $EF$  distantiam, ad quam in medio  $Z$  datur  $GH$ . Intret lumen medium  $X$ , ab omni parte attrahetur a particulis medii, quarum distantia a lumine minores sunt distantia inter  $EF$  &  $GH$ ; ad hanc enim distantiam lumen a particulis medii  $X$  attrahi ponitur.

Quamdiu lumen versatur inter lineas  $EF$  &  $IL$ , vis attrahens versus  $IL$  prævalet, quia majori numero particulæ versus hanc partem trahunt; crescente autem numero particularum in contrariam partem agentium, id est, crescente distantia ab  $EF$  minuitur vis versus  $IL$ , donec in ipsa linea  $IL$  versus omnes partes æqualiter attrahatur lumen, quod ubique in medio  $X$  ultra  $IL$  etiam obtinet.

Accedat radius luminis  $Aa$  & oblique incidat in superficiem dirimentem media, aut potius in superficiem  $GH$ , ubi datur initium actionis, qua lumen versus Medium  $X$  pellitur; Quando radius pervenit ad  $a$ , detorquetur a linea recta per vim, qua a medio  $X$  attrahitur; id est, qua juxta directionem, ad hujus medii superficiem perpendicularem, versus hoc pellitur. Et quidem in omnibus punctis deflectitur radius a linea recta, quamdiu datur inter lineas  $GH$  &  $IL$ , inter quas memorata attractio agit; ideoque inter has lineas Radius curvam  $ab$  describit, eodem modo



do ac de gravibus projectis dictum (195). Ultra lineam  $IL$  cessat actio Radium deflectens rectâ ergo pergit per  $bB$ , juxta directionem curvæ in puncto  $b$ .

Distantia inter lineas  $GH$  &  $IL$  admodum est exigua, quare in refractione ad partem incurvatam radii non attendimus, radiusque consideratur quasi constans ex duabus lineis rectis  $AC$ ,  $CB$  concurrentibus in  $C$ , nempe in superficie media dirimenee.

Per  $C$  ad superficiem  $EF$  detur perpendicularis  $NCM$ .

D E F I N I T I O 3.

*Pars  $AC$  Radii memorati vocatur Radius incidens.* 617.  
*Angulus est  $ACN$  Angulus incidentiæ* (292).

D E F I N I T I O 4.

*Pars  $CB$  radii dicitur Radius refractus.* 618.

D E F I N I T I O 5.

*Angulus  $BCM$  vocatur Angulus refractionis.* 619.  
 In hoc casu, ubi lumen e medio rariori in densius penetrat, Angulus refractionis minor est Angulo incidentiæ, ex inflexione radii; æquales enim forent hi anguli, si radius  $AC$  per  $CD$  rectâ viâ motum continuaret. Accedit autem Radius  $CB$  magis ad perpendicularem  $CM$ ; quare refractionis dicitur fieri versus perpendicularem. (Exp).

Contra, si radius e medio densiori in rarius trans-  
 eat, recedet a perpendiculari, quia attractio medii densioris in radium eadem est, sive radius ex rariori in densius, sive e densiori in rarius penetret. Idcirco si  $BC$  sit radius incidentiæ,  $CA$  erit radius refractus, id est, per easdem lineas movetur radius, a quacunque parte procedat. Ideoque, si duo radii, unus e medio densiori in rarius, alter e rariori in densius, penetrent, angulusque refractionis hujus æqualis sit angulo incidentiæ illius, reliqui duo anguli incidentiæ & refractionis erunt æquales inter se. (Exp).



624. Ex quibus sequitur, *directionem radii non mutari, si moveatur trans medium terminatum duabus superficiebus parallelis inter se, quantum enim in ingressu aliquam partem versus deflectitur, in tantum exactissime dum exit partem oppositam versus inflectitur. (Exp).*

625. *Si radius perpendiculariter cadat in superficiem, qua duo media separantur, a recta via non deflectetur attractione medii densioris; actione hac cum radii motu in eadem directione in hoc casu agente. (Exp).*

In dictis huc usque, tantum consideravimus attractionem medii densioris, quia hæc prævalet, non tamen contemnenda est actio medii rarioris, quia hæc minuit actionem medii densioris, quæ eo minor erit in lumen, quo media inter se minus densitate differunt. Idcirco

626. *nulla datur refraction, ubi densitates mediorum sunt æquales, & eo major est, quo hæc densitates magis inter se differunt.*

Refractionis leges ex acceleratione, quam generat attractio, deducuntur; examinanda ideo est hæc acceleratio.

#### DEFINITIO 7.

627. *Spatium planis G H & I L terminatum, vocatur spatium attractionis.*

Inter plana, quæ his lineis repræsentantur, attractio obtinet, non ultra (615).

628. *Directio hujus actionis est perpendicularis ad superficiem media dirimentem, ideoque ad superficiem I L; & inæqualis est ad varias distantias ab hac superficie (615). Ad æquales verò distantias æqualis est, quia medi ambo homogenea & ubique sibi similia ponuntur.*

Motus radii A C potest resolvi in duos alios motus juxta directiones A O & O C (289), quarum prima superficiem S F parallela est, secunda huic eidem superficiem perpendicularis; quorum motuum celeritates respectivè proportion-



tionales erunt hisce lineis  $AO$  &  $OC$ , dum  $AC$  ipsius radii celeritatem denotat (289).

*Motus juxta directionem  $AO$  ex attractione perpendiculari ad superficiem  $IL$  non mutatur, solus motus juxta  $OC$  acceleratur* (628). 629.

Potest servatâ lineâ  $AC$ , celeritate nempe ipsius radii, hujus inclinatio mutari, quo etiam mutatur celeritas juxta directionem  $OC$ , quæ celeritas in totum evanescit, si minimus sit angulus  $AaG$ . In quo casu si post ingressum luminis in medium densius, illius motus in duos resolvatur, ita ut unius directio sit superficiem  $IL$  perpendicularis, hujus celeritas in totum tribuenda erit attractioni sæpius memoratæ. In ingressu enim in spatium attractionis generatur motus juxta hanc directionem, & in transitu per hoc spatium, in quo ubique nova actio juxta eandem directionem in lumen agit, continuo acceleratur. Quæ acceleratio in omni luminis transitu per spatium attractionis obtinet, sed diversa est, pro varia celeritate, qua lumen perpendiculariter ad superficiem media dirimentem accedit. 630.

Si æquabilis foret attractio per totam latitudinem spatii attractionis, possent, quæ accelerationem memoratam spectant, ut de acceleratione gravium dictum (154), determinari ope trianguli rectanguli  $PQR$ , in quo lineæ parallelæ ad basin celeritates repræsentant, dum portiones areæ trianguli spatia percursa designant. Hic autem de eodem spatio percurso semper agitur, latitudine nempe spatii attractionis, quia solum motum ad superficiem Media dirimentem perpendicularem consideramus; idcirco per portiones æquales areæ trianguli  $PQR$  spatium hoc percursum semper repræsentatur. Sit portio hæc  $Pdc$  quando cum celeritate  $o$ , lumen spatium attractionis juxta



memorata directionem perpendicularem intrat, id est, quando radius incidens cum superficie media separante angulum minimum format; *dc* in hoc casu designabit celeritatem attractione acquisitam, & quâ lumen spatium attractionis exit.

Si autem lumen cum celeritate, quæ per *fg* designatur, perpendiculariter spatium attractionis intret, exhibit spatium cum celeritate *hi* positis areis *Pdc* & *fgih* æqualibus inter se, ut ex dictis patet. Triangula *Pdc*, *Pfg*, *Pbi* sunt similia, ideoque horum areæ sunt inter se ut quadrata laterum homologorum *dc*, *fg*, *hi* summa autem arearum *Pdc*, *Pfg* æqualis est areæ *Pbi*, (propter areas æquales *Pdc* & *fgih*); ergo & summa quadratorum linearum *dc* & *fg* æqualis est quadrato lineæ *hi*; unde sequitur tribus memoratis lineis formari posse triangulum rectangulum, cujus hypotenusa erit *hi*. Ergo

63 I. *In triangulo rectangulo, cujus latus unum est celeritas, quâ lumen perpendiculariter spatium attractionis intrat, latus alterum celeritas percurrente hoc spatium acquisita, quando lumen celeritate o. hoc intrat, hypotenusa trianguli designat celeritatem, qua lumen ad partem oppositam spatium attractionis perpendiculariter exit.* Quod universaliter obtinet, quomodocunque mutetur attractio in spatio attractionis pro varia distantia a planis, quibus hoc spatium terminatur. Quod ut probetur,

Ponamus spatium attractionis in duas partes, five æquales five utcunque inæquales secari plano parallelo ad superficies quibus terminatur. Ponamus ulterius attractionem dari diversam in his partibus, in eadem tamen illam non variari. Considerandæ sunt hæ partes ut duo di-

T 9. versa spatia attractionis. Sit *A* celeritas, quam  
63. 1. lumen primam partem spatii percurrente ac-  
qui-



quirit, quando spatium intrat celeritate o.; sit B celeritas secundam partem spatii percurrento acquisita, quando itidem lumen hanc partem celeritate o. intrat. Notandum in hac demonstratione ubique agi de motu perpendiculari ad superficiem, qua media separantur.

Intret lumen primam partem spatii memorati celeritate o. Ad secundam partem accedet celeritate A; si ergo lateribus A & B triangulum formetur rectangulum E C D, hypotenusæ E D designabit celeritatem, qua lumen ex spatio attractionis exhibit (631).

Si lumen celeritate F G spatium attractionis intret, formetur triangulum rectangulum H F G lateribus F G & A; hypotenusæ H G erit celeritas, qua lumen prima parte spatii attractionis exit (631), & in secundam penetrat, formando autem triangulum rectangulum H G I cujus perpendicularis æqualis sit lineæ B, datur hypotenusæ I G designans celeritatem, qua lumen exit, & post totum spatium attractionis percursum motum continuat (631).

Demonstrandum autem est celeritatem I G etiam esse hypotenusam trianguli rectanguli N M L, cujus latus M L æquale est F G celeritati, qua lumen spatium attractionis intrat, & cujus latus alterum L N æquale est lineæ E D, celeritati, quam lumen acquirit totam latitudinem spatii refractionis percurrento, quando hoc intravit celeritate o.; quo demonstrato & in hoc casu, in quo duæ diversæ vires attractionis agunt, propositionem n. 631. obtineri patebit.

Lineas vero I G & N M æquales esse, ex consideratione triangulorum rectangulorum facile liquet. Quadratum lineæ N M valet quadrata linearum N L & L M, aut F G: N L æqualis est lineæ E D, cujus quadratum valet quadrata linearum E C



& C D, aut linearum A & B, æqualium lineis F H & H I: *Æquale* ergo est quadratum hypotenusæ N M tribus quadratis linearum F G, F H, & H I. Quibus iisdem tribus quadratis æquale est quadratum lineæ G I; hoc enim valet quadrata linearum H I & H G, quod ultimum æquale est quadratis linearum H F & F G.

632. Si spatium refractionis in spatia quotcunque dividatur planis parallelis superficiebus, quibus spatium hoc terminatur, & in partibus diversis vires attractionis diversæ obtineant, eadem demonstratio *locum habebit*; & potest utcunque etiam in infinitum augeri divisionum numerus; qui casus extat *in refractione*, quam lumen trans-eundo ex medio quocunque in aliud diversæ densitatis patitur (628); cui ergo applicari potest *regula n. 631*:

T. 9. Sit Z medium rarius, X medium densius, se-  
65. 6. parentur plano E F; detur radius luminis A C oblique in superficiem E F incidens; designet A C celeritatem luminis in medio Z, sitque hæc linea A C constans; id est, maneat quæcunque fuerit radii inclinatio. Centro C semidiametro C A describatur circulus; detur N C M ad E F perpendicularis; ex A ducantur perpendiculares A O ad N C, & A Q ad E F.

Motus per A C concipiatur resolutus in duos alios, unum juxta A O, alterum juxta A Q aut O C (289); designabit linea O C radii celeritatem perpendicularem superfici ei E F, quæ celeritas sola ex attractione medii augetur (629).

Sit CP celeritas, quam lumen acquirit perpendiculariter percurrento spatium attractionis medii X; positâ luminis celeritate in ingressu o.; hypotenusæ O P trianguli rectanguli P C O erit celeritas radii A C in medio X, juxta directionem perpendicularem superfici ei E F (632.); celeritas luminis juxta directionem



AO aut QC, parallelam superfici ei EF, non  
 mutatur (629). Sit ideo CV æqualis AO aut  
 QC, & VB perpendicularis ad EF, æqualis hypo-  
 tenusæ PO, ducaturque CB; erit motus per CB  
 motus ex ambobus compositus, & determinat li-  
 nea hæc situ suo directionem, & longitudine sua  
 celeritatem *luminis in medio X* (147.). *Celeritas*  
*hac variâ inclinatione radii AC non mutatur*; qua- 633.  
 dratum enim lineæ CB valet quadratum lineæ  
 BV aut PO, & quadratum lineæ CV aut  
 AO: quadratum vero lineæ PO valet quadrata  
 linearum PC & CO: æquale ergo est quadra-  
 tum lineæ CB tribus quadratis linearum PC, CO,  
 & AO, quæ duo ultima si jungantur, habebimus  
 quadratum semidiametri AC aut CN: id est, CB  
 æqualis est PN, cujus quadratum valet etiam qua-  
 drata linearum PC & CN; PN autem ex mutata  
 inclinatione radii AC nullam mutationem subit.

Linea CB secatur in T circulum semidiametro  
 CA descriptum; a punctis B & T perpendicu-  
 lares BS & TR ducantur ad CM: propter tri-  
 angula similia CBS, CTR, BC erit ad TC,  
 aut CA, ut BS ad TR: quæ ergo lineæ, pro-  
 pter constantes BC & CA, eandem semper  
 rationem habebunt, quicumque fuerit angulus  
 incidentiæ. TR est sinus anguli refractionis  
 TCR; & BM æqualis CV, æqualis AO, est  
 sinus anguli incidentiæ ACO.

*In omni ergo radii incidentis inclinatione constans* 634.  
*& immutabilis datur ratio inter sinus angulorum in-*  
*cidentiæ & refractionis.*

Cum autem BC & CA, quæ sunt ut me-  
 morati sinus, etiam designent celeritates luminis  
 in mediis X & Z, sequitur *sinus hos esse inverse* 635.  
*ut sunt celeritates in istis mediis.*

Si medium Z sit aër & X aqua, sinus præ-  
 dicti sunt ut 4. ad 3., & celeritas luminis in aëre  
 ad hujus celeritatem in aqua, ut 3. ad 4. Si  
 vero,



vero, manente Z aëre, X sit vitrum, sinus sunt ut 17. ad 11.; circa omnia media illud unico experimento determinasse sufficit.

Ratio quæ datur inter sinus angulorum quorumcunque est inversa secantium comp. ut in hac figura patet, concipiendo circulum semidiametro CQ, aut CV, ductum: tunc enim  
 636. AC, æqualis CT, & CB sunt *secantes* angulorum ACQ & BCV, *complementorum angulorum incidentiæ & refractionis*, & sunt *inverse* ut BS, æqualis AO, & TR, quæ in majori circulo sunt *sinus angulorum incidentiæ & refractionis*.

637. Hucusque radium è medio rariori in densius intrantem consideravimus, sed eadem constans finuum proportio, in n. 634. memorata, in motu radiorum contrario obtinet; anguli ACN, MCB non mutantur, quicumque sit radius incidens, five AC five BC (622.). In hoc casu si BC sit celeritas radii incidentis, CA erit celeritas radii refracti; eodem enim modo, ex attractione versus medium X, motus radii ex X in Z transeuntis retardatur, ac in motu contrario acceleratur.

## CAPUT VII.

*De luminis refractione, quando media superficie planâ separantur.*

### DEFINITIO I.

638. **R** Adii ab eodem puncto, quasi centro, procedentes & sic continuo magis a se mutuo recedentes, dicuntur *divergentes*.

### DEFINITIO 2.

639. Magis divergentes sunt, qui majorem Angulum inter se formant.

DE-



## DEFINITIO 3.

*Punctum, a quo radii divergentes procedunt, 640:  
dicitur Punctum radians.*

*Quo magis radii sunt divergentes, positâ eâdem 641:  
inter hos distantia, quo minus distat punctum ra-  
dians & contra.*

*Sæpe refractione, aut reflectione, radii ita 642:  
moventur, quasi a puncto radiante procede-  
rent, licet revera a tali puncto non procedant;  
id est, si radii continuarentur, versus partem  
a qua procedunt, in unum punctum concurre-  
rent. In hoc casu etiam divergentes radii di-  
cuntur.*

## DEFINITIONES. 4. &amp; 5.

*Radii qui in unum punctum concurrunt, aut 643:  
continuati concurrerunt, vocantur convergentes;  
& magis convergentes, qui majorem angulum 644:  
formant.*

## DEFINITIO 6.

*Punctum concursus radiorum convergentium vo- 645:  
catur Focus.*

## DEFINITIO 7.

*Punctum, in quo radii convergentes, & ante 646:  
concursum intercepti aut deflexi, continuati concur-  
rerent, vocatur Focus imaginarius; quo nomi-  
ne etiam datur punctum, ex quo fluere conci-  
piuntur radii divergentes, qui ex puncto radi-  
ante non procedunt (642)*

*Quo magis radii convergunt, positâ eâdem inter 647:  
hos distantia, eo minus distat focus sive verus sive  
imaginarius.*

*Si radii paralleli transiant è medio quocunque in 648:  
aliud alterius densitatis, post refractionem etiam  
sunt paralleli: quia omnes æqualiter inflectun-  
tur, in toto enim hoc capite agitur de mediis  
superficie planâ separatis,*

*Dentur media X & Z, hoc rarius, illud verò 649:  
densius, plano E S separata, procedant à puncto R T. 9:  
radii fig. 7.*



radii divergentes  $R C$ ,  $R o$ ,  $R n$ , mediumque densius intrent: inter hos sit  $R C$ , perpendicularis ad superficiem  $E S$ ; hic a via non deflectitur (625.), & per  $C G$  motum continuat. Radii  $R o$ ,  $R n$  refractionem patiuntur versus perpendiculares, quæ in punctis  $o$  &  $n$  ad superficiem  $E S$  concipiuntur (620.) Hi radii, si non nimium dispergantur, in medio densiori ita moventur, quasi procederent omnes a foco imaginario  $r$ , magis a superficie distant, quam ipsum  $R$ ; quod tamen non mathematicè est intelligendum, per punctum enim spatium exiguum, quod aliter punctum physicum vocatur, intelligimus. (Exp.)

Ut hanc demonstremus propositionem, considerandum est, angulum  $R o C$  esse complementum anguli incidentiæ ad angulum rectum, & angulum  $r o C$  esse etiam complementum anguli refractionis ad angulum rectum, ideoque lineas  $R o$ ,  $r o$  esse secantes comp. angulorum incidentiæ & refractionis, posito semidiametro  $o C$ ; inter quas secantes constans datur ratio (636.634.). In dispersione exigua  $R o$  &  $R C$ , ut &  $r o$ , &  $r C$ , sensibilibus non differunt; ideo inter  $R C$  &  $r C$  constans datur ratio; id est  $r$  æquè fixum est ac  $R$ , licet inclinatio radii mutetur: idcirco  $R n$  ita etiam refringitur per  $n A$  quasi ab  $r$  procederet, & est  $rc$  ad  $c R$ , ut sinus anguli incidentiæ ad sinum anguli refractionis (636.)

650. Si nimium dispergantur radii, hæc demonstratio locum non habet, & locus concursus  $r$  pro puncto haberi non potest; in hoc casu circellus ibi concipiendus est, in quem omnes radii concurrunt, qui eo major erit, quo majorem angulum radii divergentes formant.

651. Si radii quidam ex  $R$  procedentes non admodum dispergantur, sed valde oblique incidant in superficiem  $E S$ , refringuntur quasi procederent ex puncto  
non



*non admodum a puncto r remoto: ut ex dictis factis liquet.*

*Radii qui ut A n, B o, G C convergentes ex 652. medio densiori X in rarius Z transeunt, citius concurrunt, quam concurrerent, si in medio densiori motum continuarent (621.), id est, magis convergentes fiunt, & focus verus minus quam imaginarius distat (647.). In hac figura focus imaginarius est r, focus autem verus R (622.). Propositio hæc propriè est inversa propositionis n. 649. quare & hic, ex nota ratione finium angulorum incidentiæ & refractionis, dato r detegitur R.*

*Quando radii convergentes, ut H D, I p, L q, 653. habentes focum imaginarium f, è medio rariori Z in densius X penetrant, minus convergentes fiunt (620.), & in focum F, magis distantem a superficie E S (647.), concurrunt, ut patet hic applicando demonstrationem datam in n. 649. ex qua etiam deducitur methodus determinandi F. (Exp.).*

*Radii ex puncto F procedentes, & ex medio densiori in rarius penetrantes, magis divergentes fiunt, & moventur quasi ex f procederent, quæ propositio est inversa præcedentis.*

## CAPUT VIII.

*De refractione laminis, positis mediis superficie sphericâ separatis.*

**S**int Media densitate differentia X & Z, hoc rarius, illud densius, separentur superficie sphericâ E S, cujus centrum est C, & cujus convexitas est ad partem medi rarioris. T. 9.  
fig. 8.

Ut casum simplicissimum ante alios examinemus, ponamus radios parallelos ut B O & A n,

ex



ex medio rariori in densius penetrantes, in memoratam convexam superficiem incidere; deturque inter hos  $BO$ , qui continuatus per centrum  $C$  transit, & perpendiculariter cadit in superficiem  $ES$ ; ideoque a recta non deflectitur (625). Radii omnes non nimium ab hoc distantes ad hunc refractione medii densioris accedunt, & in unum punctum  $F$  colliguntur. Sit ex. gr. radius  $An$ , qui refringitur per  $n$   $F$ ; per punctum  $n$  ducatur ad centrum  $C$  semidiameter  $Cn$  continuata ad  $p$ ; cum hæc perpendicularis sit ad superficiem media dirimentem, angulus incidentiæ est  $Anp$ , æqualis angulo  $nCO$ ; angulus refractionis est  $CnF$ . Si arcus  $nO$  fuerit exiguus, anguli hi sunt ut horum sinus, quorum ratio est constans (634). In eadem ergo ratione crescunt & minuuntur hi anguli  $nCO$  &  $CnF$ , ut & horum differentia angulus  $nFO$ ; qui igitur sequitur proportionem arcus  $nO$ , mensuræ anguli  $nCO$ : Quamdiu arcus  $nO$ , 15. gr. non superat, manente  $F$  angulus  $nFO$  in eadem ratione cum hoc arcu sensibilibiter augetur & minuitur; ideoque omnes radii inter  $An$  &  $BO$ , refractione, sensibilibiter in punctum  $F$  concurrunt. Si detur ratio inter sinus angulorum incidentiæ & refractionis, nota est ratio inter Sinuum differentiam, & sinum anguli incidentiæ, quæ ratio datur inter angulos  $nFO$ ,  $nCO$ , qui cum exigui sint, sunt inverse ut  $OF$  ad  $OC$ ; ergo ut semidiameter superficiæ ad foci a superficie distantiam. (Exp.).

- T. 9. Detur iterum  $X$  medium densius,  $Z$  rarius,  
 fig. 9. separentur superficie sphæricâ  $ES$ , cujus centrum est  $C$ , & cujus convexitas est ad partem  
 656. medii rarioris: Ex puncto radiante  $R$  procedant radii, & in medium densius per memoratam superficiem penetrent, ita ut inter hos radius  $RO$  continuatus per centrum  $C$  transeat; hic non refrin-



fringitur dum aquam intrat, & ad hunc refractione reliqui omnes accedunt, & *quando parum disperguntur in unum punctum*, ut  $F$ , colliguntur, eodem modo ac de radiis parallelis dictum; cum hac differentiâ, quod focus  $F$  in hoc casu magis distet. Eadem etiam demonstratio hîc locum habet ac circa radios parallelis, quæ hoc fundamento nititur, quod angulus incidentiæ, cum arcu  $n O$  in eadem ratione crescat, quod & hîc obtinet, si arcus  $n O$  gradus 15. non superet. Detur radius  $R n$ , per  $n$  ex centro  $C$  ducatur  $C n p$ : angulus  $R n p$  erit angulus incidentiæ: dividatur hic in duas partes lineâ  $n q$ , parallelâ lineæ  $R O C$ ; pars  $p n q$  æqualis est angulo  $n C O$ , qui arcu  $n O$  mensuratur, & qui ideo cum hoc arcu eandem sequitur proportionem; quam etiam, posito hoc exiguo, sequitur angulus  $n R O$ , æqualis secundæ parti anguli incidentiæ, qui igitur intotum etiam cum arcu  $n O$  in eadem ratione crescit & minuitur, quæ enim ratio in singulis partibus locum habet, respectu totius etiam obtinet.

Similis demonstratio potest applicari radiis<sup>657.</sup> quibuscunque divergentibus, aut convergentibus, qui in quocunque casu in superficie sphericâ refringuntur, & qui ut hac demonstratione constat, in exigua dispersione, focum habent aut verum, aut imaginarium, aut paralleli sunt inter se. Quod in genere hic notasse sufficiat.

*Focus  $F$  radiorum ab  $R$  procedentium, accedente*<sup>658.</sup>  *$R$  recedit & vice versa.* Accedente puncto radiante, si maneat punctum  $n$ , augetur angulus incidentiæ, quo crescente, augetur etiam angulus refractionis  $F n C$ , &  $n F$  ad majorem distantiam interfecat  $R C$ . (*Exp.*).

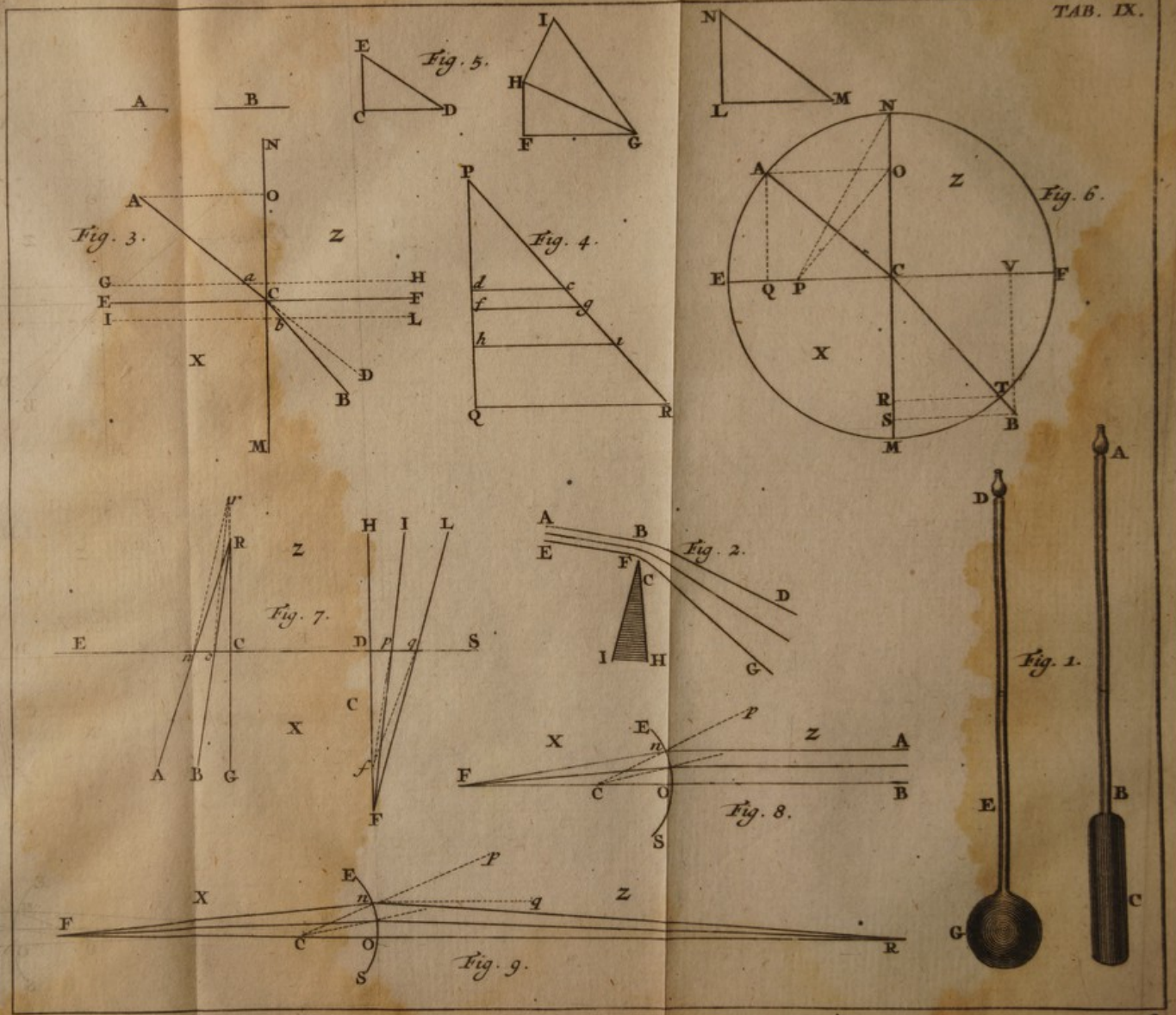
Dato puncto  $R$ , detegi facile posse  $F$  videbimus, si ad sequentia attendamus. Angulus  
 $n F O$



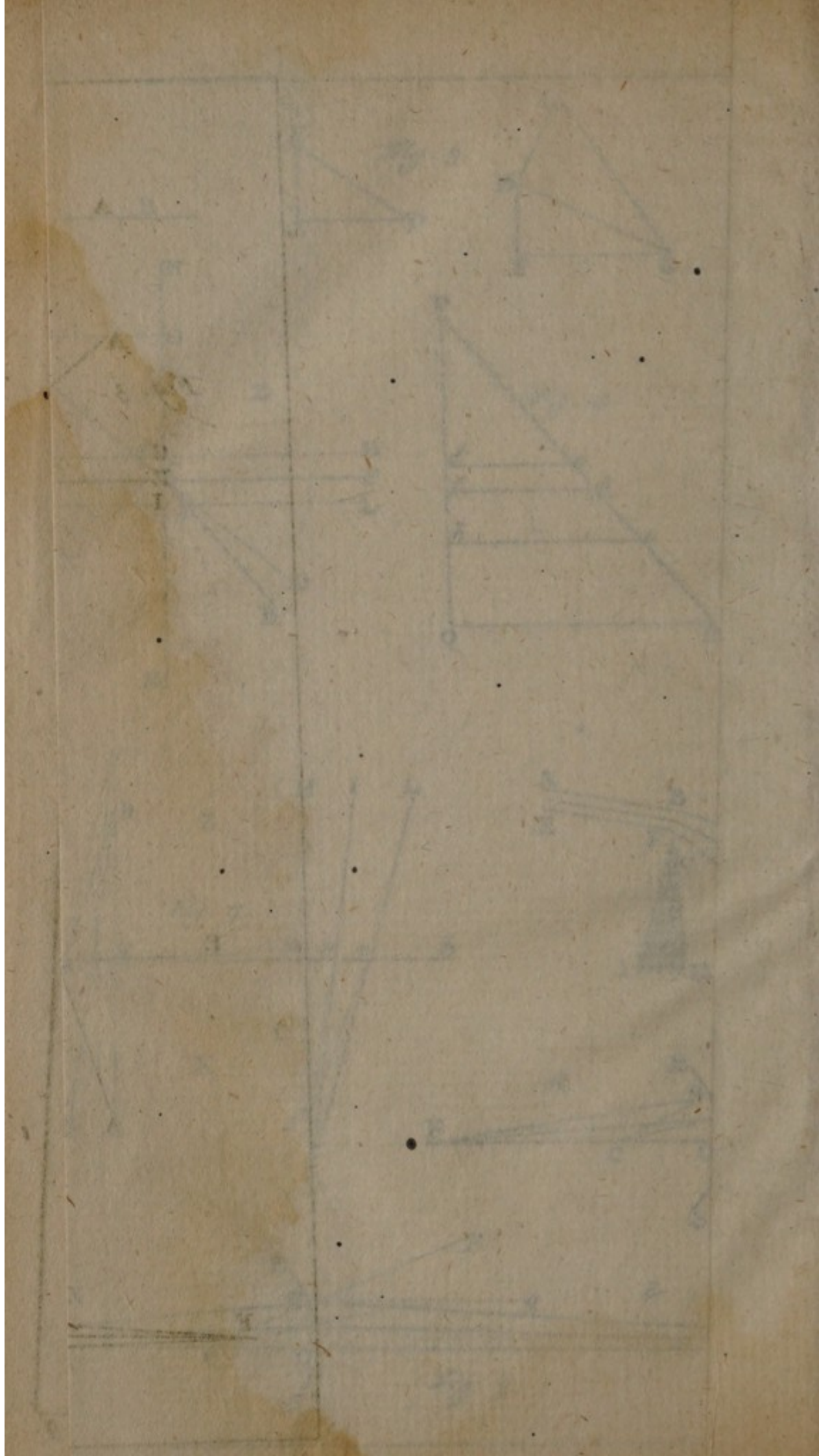
$n$  F O se habet ad angulum  $n$  C O, quia exigui sunt, ut C O ad F O; ideo ut F C, linearum differentia, ad F O, ita angulorum differentia, id est angulus refractionis C  $n$  F, ad  $n$  C O; sed inter has datur ratio composita ex ratione anguli C  $n$  F, ad  $p$   $n$  R, quæ est ratio sinus anguli refractionis ad sinum anguli incidentiæ, & ratione anguli  $p$   $n$  R ad  $n$  C O, aut  $p$   $n$  q, quæ est ratio lineæ C R ad O R, nam  $q$   $n$  R æqualis est  $n$  r O, qui se habet ad  $n$  C O, ut C O ad R O, unde componendo ratio C R ad O R deducitur.

659. *Ita potest admoveri punctum radians ad superficiem media dirimentem, ut focus ad distantiam infinitam recedat, id est, ut radii refracti paralleli fiant. (Exp.).*
660. *Si magis accedat punctum radians R, divergentes fient radii refracti, minus tamen divergentes quam incidentes; (Exp.).*
661. *Si radii, qui ex medio rariori in densius per superficiem convexam intrant, convergentes sint, & ad centrum superficiæ dirigantur, nullam patiuntur refractionem (625.). Si versus aliud punctum dirigantur, cum versus perpendicularem refringantur (620.), ita inflectuntur radii, ut focus radiorum horum convergentium semper detur inter centrum superficiæ media dirimentis, (ad quod perpendiculares omnes diriguntur), & punctum versus quod radii incidentes tendunt. Id est, si focus imaginarius incidentium detur ad minorem distantiam quam centrum, minus convergentes sunt radii refracti: si ultra centrum detur hicce focus imaginarius, magis convergentes erunt radii refracti. (Exp.)*
663. *Ex hucusque dictis, quæ in motu radiorum contrario obtinent, facile determinamus (622.); id est, motum radiorum ex medio densiori in rarius,*











rius, manente superficie convexa ad partem medii rarioris.

Radii paralleli post refractionem in focum concurrunt (659.).

Etiam in punctum aut focum conveniunt radii 664. ex puncto radiante manantes, (656.) & accedente hoc recedit illud, & contra (658).

Ita potest disponi punctum radians, ut focus ad 665. distantiam infinitam detur, id est, ut radii refracti paralleli sint. (655.)

Si ulterius accedat punctum radians, refracti di- 666. vergentes sunt; minus divergentes quam incidentes, si punctum radians magis distet à superficie quam centrum (662.).

Si autem punctum radians detur inter superficiem 667. & centrum, radii refracti magis divergentes erunt (662.).

Si radii fuerint convergentes, magis in omni casu 668. fiunt convergentes, quod ex refractione a perpendiculari (621.) sequitur, & etiam deducitur ex n. 660.

Ponamus iterum radios ex medio rariori Z in den- 669. sius X intrare, cavitatem autem superficiei sphaericae ES, media separantis, dari ad partem medii rario- T. 10. ris. Si radii fuerint paralleli, ut BO, An; BO, fig. 1. qui per centrum C superficiei ES transit, nullam patitur refractionem; An verò ad perpendicularem Cp per nG refringitur (620.), & versus Z continuatus interfecat BCO in f, quod etiam respectu radiorum inter BO & An obtinet (657.); fiunt ergo hi radii divergentes, habentes focum imaginarium f in medio rariori, quem regulam in n. 649. traditam determinari posse facile patet. (Exp).

Si à puncto radiante R in CB ultra C, radii 670. emanant, minuitur angulus incidentiae AnC, & idcirco etiam angulus refractionis Gn p; id est, radii refracti magis divergentes fiunt, & ad C



accedit focus imaginarius  $f$  (641.) : donec accessu puncti radiantis tandem hoc coincidat cum foco imaginario in  $C$ ; in hoc enim casu radii nullam patiuntur refractionem (625).

In hoc casu  $fC$  ad  $fO$ , in ratione composita sinus anguli refractionis ad sinum anguli incidentiæ, & ratione  $RC$  ad  $RO$ ; quod detegitur referendo hîc, mutatis mutandis, demonstrationem datam in n. 658.

671. Si ulterius accedat punctum radians, inter  $C$  &  $O$  magis distat focus imaginarius ab  $O$ , quàm punctum radians, inter hoc enim &  $C$  semper ille datur, propter angulos refractionis minores angulis incidentiæ (620.). (Exp.).

672. Si radii fuerint convergentes, & punctum concursus detur in medio densiori, in viciniis superficiei media separantis, refracti radii etiam, sed minus, convergunt quàm incidentes. (Exp.).

Si ab  $O$  magis ac magis recedat focus imaginarius radiorum incidentium, id est, si hi minus convergant, etiam minus convergent radii refracti donec, recessu foci imaginarii, refracti paralleli sint. (Exp.).

674. In ulteriori recessu foci imaginarii divergentes fiunt refracti radii. (Exp.).

675. Radii, qui e medio densiori in rarius penetrant, manente superficiei cavâ ad partem hujus medii, iisdem fere legibus subjiciuntur.

Radii paralleli refractione divergunt (673. 623.).

676. Si à puncto radianti procedant, magis sunt divergentes (672.).

677. Et cum accessu puncti radiantis continuo magis ac magis divergunt (673.).

678. Convergentes radii, qui ad centrum superficiei sphericae tendunt, nullam subeunt mutationem (625.).

679. Si magis aut minus convergant, focus imaginari-



*us incidentium semper datur inter centrum superficiæ media separantis, & focus refractorum (670. 671.), qui potest in infinitum recedere, ita ut radii refracti paralleli sint (669.).* 680.

Huc usque consideravimus radios parum ad superficiem media separantem inclinatos; nam de incidentibus egimus, inter quos datur radius ad separationem mediorum perpendicularis, & qui parum disperguntur. *In radiis obliquis fere eadem propositiones locum habent, in hoc tamen casu omnes inflectuntur, quod in directis non æquè; radius enim ad superficiem perpendicularis non inflectitur. In obliquis etiam omnes majorem patiuntur refractionem, id est, magis ad se mutuò aut à se mutuò radii inter se vicini inflectuntur, quam in directis, positis iisdem circumstantiis.* 681. 682.

Sit *Z* medium rarius, *X* densius, *ES* superficies, (cujus centrum *C*) quæ media separat, radii *An*, *Bm* paralleli concurrunt in *F*. Radii, qui procedunt ex puncto radiante *R*, concurrunt in focus *f*. T. 19. fig. 2.

Si convertatur superficies, ut cavitas sit ad partem medii rarioris, radii *An* & *Bm* paralleli habebunt focus imaginarium in *f*; hujus autem distantia a superficie *ES*, ut & memoratorum focorum *F* & *f* in fig. 1. minor est, quam si radii forent directi. T. 19. fig. 1.

*Corporis lucidi singula puncta sunt puncta radiantia & habent singula suum focus; qui si omnes in planum album incidant, corpus lucidum, candelam ex gr., depingunt (Exp.)* 683.

*Repræsentatur candela in situ everso; quia radii, à diversis punctis procedentes, refracti sese mutuò interfecant. Ex qua eadem causa, si duæ dentur candelæ in repræsentatione situm mutant.* 684.



685. *Omnes mutationes in lumine, de quibus in hoc capite actum, eò magis sunt sensibiles, quo superficies media dirimens est magis curva, id est, minoris sphaera portio.*

## CAPUT IX.

*De Motu Luminis trans Medium densius,  
ubi de Lentium affectionibus.*

616. *Vitrorum frequens usus est, aëre densiora sunt, & ex aëre in aërem trans vitrum radii penetrant. Pro variis superficiebus, quibus terminatur vitrum, diversas in hoc motu lumen mutationes subit, quæ ut determinantur, vitra, aut media quæcunque medio rariori circumdata, & variis superficiebus terminata, examinanda sunt. Considerando solas superficies planas & sphaericas, sex Classes dantur.*

1. Medium hoc planum est ab utraque parte.
2. Ab una parte planum ab altera convexum.
3. Ab utraque parte convexum.
4. Ab una parte planum ab altera cavum.
5. Cavum utrimque.
6. Terminatur superficie cavâ, & opposita convexa est.

## DEFINITIO I.

687. *Si de vitro agatur, & crassitiem non magnam habeat, in quinque ultimis casibus vitrum tale Lens vitrea dicitur.*

*In secundo & tertio casu lens dicitur convexa; si tamen hi casus distinguendi sint, in secundo casu dicitur plano-convexa. Eodem modo in quarto casu dicitur plano-cava; licet & hic casus, cum quinto sequenti, ad cavas lentes generaliter referatur. Lens autem cavo-convexa ad cavas aut convexas lentes refertur, pro illa aut hac superficie prævalente; prævalet autem cu-*



cujus curvatura major est, id est, quæ minoris sphaeræ portio est.

DEFINITIO 2.

*In omni lente, aut medio quocunque ut dictum terminato, axis vocatur linea recta, quæ ad ambas superficies perpendicularis est. Quando ambæ superficies sunt sphaericæ, per ambarum centra transit axis; posita verò alterâ superficie planâ, perpendiculariter ad hanc per aliud centrum procedit.* 688.

*In transitu luminis per medium, duabus superficiebus planis terminatum, radiorum directio non mutatur (624.): qui casus in vitris planis extat.* 689.

*Lentium convexarum quarumcunque proprietas est, quod radii in transitu versus se mutuo inflectantur: eò magis, quo major est convexitas: cavarum autem quod radii à se mutuo deflectantur, magis pro majori cavitate. Nam per vitrum planum radiorum directio non mutatur (689.), inflectendo autem unam aut ambas superficies, alia datur radiorum directio: magis versus lentis axem inflectuntur ex convexitate superficiei vitri, & excavando superficiem ab axe deflectuntur; ut clarè patet in omni casu, comparando inflexionem in superficie plana ad axem perpendiculari, cum inflexione in superficie sphaerica. Et differentia inflexionum, id est, directionis radiorum mutatio, cum distantia ab axe crescit; & in quacunque radiorum directione locum habet; æquè in radiis obliquis, quàm in directis: sed in radiis obliquis propter majores angulos incidentiæ mutationes majores sunt. Ex quibus Lentium proprietates sequentes deducimus.* 690. 691.

*Radios parallelos, transeundo per lentem convexam, in focum concurrere. (Exp.)* 693.

*Radios divergentes aut minus divergere, aut parallelos fieri, aut tandem convergere; in quo casu recedente puncto radiante accedit focus, & vice versa:* 694.



Casus autem hic extat: quando punctum radi-  
ans à lente magis removetur, quàm ab hac di-  
stat focus radiorum parallelorum. (*Exp.*)

695. Tandem *radios convergentes magis in egressu lu-  
minis convergere.* (*Exp.*)

696. *Hæc etiam obtinent in radiis obliquis: circa quos  
notandum distantias focorum radiorum exeuntium,  
minores esse quàm in radiis directis, & reliquas mu-  
tationes magis sensibiles esse (692.).* (*Exp.*)

Hæc eadem omnia ex examine duplicis refra-  
ctionis in ingressu & egressu luminis deducuntur.  
Hæc autem duplex refractionis in casu quocunque  
sub oculis ponitur, in experimentis quibus lenti-  
um convexarum affectiones memoratæ confir-  
mantur.

Singula puncta corporis lucidi, ut antea me-  
moratum (683.), sunt puncta radiantia, & po-  
sita iuxta distantia à convexâ lente, singula fo-  
cum suum habent (694.).

697. Detur candela lucens, à lente convexâ re-  
mota ultra focum radiorum parallelorum, ad  
oppositam lentis partem super plano albo, per  
focos punctorum flammæ, hæc repræsentabitur,  
& quidem inversa, propter radiorum interse-  
ctionem in transitu per vitrum. (*Exp.*)

698. *Lentes convexæ sunt etiam vitra ustoria, quia  
colligunt radios solares (693.), qui, propter So-  
lis immensam distantiam, pro parallelis habentur.  
Radii verò in foco collecti, propter ignem an-  
tea dispersum, nunc collectum, & propter  
ignis motum juxta varias directiones, violenter  
urunt.* (*Exp.*)

Quando propter lentis magnitudinem non  
fatis exactè colliguntur radii, antequam ad fo-  
cum perveniant, per secundam minorem conve-  
xam lentem transmittuntur, quo in minus spati-  
um rediguntur, ita ut magis violenter comburant.

Quæ, spectant lentes cavas, & harum proprie-



tates ex dictis (691.) facile deducuntur.

*Radii paralleli divergentes sunt, per lentem cavam* 699.  
*transeundo. Exp).*

*Divergentes magis divergunt. (Exp.)* 700.

*Convergentes, aut minus convergunt; aut paral-* 701.  
*leli sunt; aut quod in minus convergentibus ob-*  
*tinet, divergentes lentem exeunt. (Exp.)*

*Quæ omnia, æquè in obliquis radiis, ac in dire-* 702.  
*ctis locum habent, in illis tamen magis sensibilibiter*  
*(692.). (Exp.)*

## CAPUT X.

### *De Visu, ubi de Oculi constructione.*

**Q**UAS luminis proprietates refractionisque leges explicavimus, mirandum, in objectis menti nostræ repræsentandis, usum habent.

His legibus objecta in fundo oculi pulcherri-  
mè, propriis suis coloribus ornata, depingun-  
tur; hæcque pictura, ut in sequentibus dicam  
(710.), occasio est idearum, quæ in mente cir-  
ca res visas excitantur.

Quomodo autem hæc pictura in oculo detur  
explicari non potest, nisi examinatâ novâ lumi-  
nis proprietate; radiorum nempe divisibilitate  
captum nostrum superante.

#### DEFINITIO.

*Corpus, quod non est lucidum & lumen intercipit,* 703  
*vocatur opacum.*

*Corpora pleraque inter hæc opaca omnia, ex-* 704.  
*ctissimè polita, ut & perfectè nigra, excipias, si*  
*quæ dantur, dividendi luminis proprietatem*  
*habent; reperiunt lumen ita, ut à singulis pun-*  
*ctis radii percussii dividantur, & versus omnes*  
*partes recedant, & singula puncta corporis sint quasi*  
*puncta radiantia, ex quibus lumen versus omnes*  
*partes procedit.*



705. Unde deducimus Methodum depingendorum objectorum in plano albo; singula enim puncta corporis illuminati, ex quibus radii ad lentem convexam perveniunt, post lentem focum suum habent (694.). Objectorum distantium, licet inæqualiter, foci sensibilibiter eandem ad distantiam à lente dantur; hisce in eodem plano, objecta hæc, repræsentari possunt; quæ repræsentatio inversa est, propter radiorum interfectionem transeundo per vitrum; & sensibilis, est in loco obscuro, in quo lumen per solam lentem intrat, & quidem illud solum quo objecta depinguntur.

Hæc obtinent, ubicunque lens ponatur, & quidem circa omnia objectorum puncta, luminis radiis illustrata, à quibus lineæ rectæ non interruptæ ad lentem duci possunt; ita ut eodem Experimento probetur divisibilitas memorata in lumine, & dividendi luminis capacitas in corporibus lumen reperiuntibus.

In loco obscuro foramen detur, cui variare spondeant objecta, ad distantiam ad minimum quinquaginta pedum, & majorem. In hoc detur lens convexa, quæ colligit radios parallelos ad distantiam quatuor aut quinque pedum; si ad distantiam paululum majorem post lentem detur planum album, in hoc objecta memorata pulcherrimis coloribus depinguntur. Notandum lentem in situ ad planum parallelo ponendam esse; & motu plani aut lentis detegi distantiam ad quam objecta exactissimè repræsentantur. (*Exp.*)

Hæc objectorum repræsentatio magnam cum illa, qua in fundo oculi objecta visa depinguntur, affinitatem habet, ut ex oculi constructione patebit.

706. Oculi figura, si capite extrahatur, præterpro-



propter est sphærica: nihilominus pars anterior est paululum magis convexa.

Oculi sectio in hac figurâ repræsentatur. T. 16.

Pars magis convexa A A, est translucida & fig. 4.  
*tunica cornea* vocatur.

Totum oculi integumentum, corneâ exceptâ, vocatur *sclerotica* B A A B; pars scleroticæ quæ corneæ adjacet, vocatur *adnata*, five *album oculi*.

Ab interiori parte cornea obtegatur tunicâ *uvea* dictâ, quæ in medio foramen habet *pp*, quod nominatur *pupilla*.

Uvea constat ex fibris circularibus concentricis, ad angulos rectos per rectas fibras intersectis. Si primæ inflectuntur, relaxantur secundæ, & pupilla minuitur; augetur motu fibrarum contrario.

In medio oculi, magis tamen versus partem anteriorem, datur corpus molle translucidum C C, lenti convexæ simile, cujus superficies posterior convexitate anteriorem superat. Vocatur *humor crystallinus*. Axis hujus cum oculi axe, per centra pupillæ & totius oculi transeunte, coincidit.

Sustinetur crystallinus humor filis, quæ in singulis punctis circumferentiæ hujus cohærent, & interiori parti oculi annectuntur: in formam arcus inflectuntur, & muscoli sunt, nominantur *ligamenta ciliaria*, duo videntur in I C, I C. Omnia inter se cohærent, & cum crystallino separationem in oculo formant, huncque in duas cavitates, unam anteriorem *pp*, alteram posteriorem S S, dividunt.

Anterior cavitas repletur fluido aquæ simili, dicitur *humor aqueus*.

Cavitas posterior repletur humore translucido, ejusdem circiter densitatis cum humore aqueo,



fed non æquè fluido; *humor vitreus* vocatur.

Superficies posterior & interior oculi tunicâ obtegitur, *choroides* dictâ, quam iterum obtegit membrana tenuiffima, cui nomen *retinæ* datur.

Nervus opticus NN, ad posteriorem bulbi oculi partem, paululum ad latus, datur, & ita cum oculo jungitur, ut hic fit quali expansio nervi optici, tunciæ enim nervi expansæ choroidem & scleroticam formant; Fibræ autem, ex quibus retina constat, concurrunt & medullam nervi formant.

Oculus in capite movetur variis musculis cum sclerotica cohærentibus; de his hîc non agitur; oculi constructionem cum relatione ad motum luminis confidero, de omnibus cæteris loqui consultò abſtineo.

707. *Radii à puncto quocunque procedentes, & qui per pupillam oculum intrant, ex medio rariori in densius per superficiem sphæricam transeunt, ideoque positâ justâ puncti distantia ab oculo, radii post*  
 708. *refractionem convergunt (656.); ideoque positâ corneâ & humore aqueo, dabitur pictura inversa objectorum in oculo (704. 705.). (Exp.)*

- Pictura statim memorata in oculo, ad nimiam distantiam à corneâ, & ultra fundum oculi, daretur; minuitur idcirco distantia ope *humoris Crystallini*, densioris mediis illum circumdantibus; radii enim convergentes in humore aqueo trans crystallinum in humorem vitreum penetrant; id est, ex medio rariori trans densius, duabus superficiebus sphæricis convexis terminatum, in rarius; quo motu convergentes radii magis convergentes fiunt (695.); ideoque citius concurrunt, & *pictura memorata intra oculum cadit. (Exp.)*

710. *Objecta, quæ ut explicavi in fundo oculi depinguntur, in retinâ delineantur; & motu luminis si*  
*bra*



*bra tenuissima, ex quibus retina constat, agitantur; qua agitatione idea objectorum, in oculo depictorum, in mente excitantur. Nexus inter ideas & motus quibus excitantur, ut ante dictum (510.), nos latet: in causis sensationum determinandis, non ultra nervorum agitationes penetrare possumus.*

*Quo pictura memorata magis est exacta, eo ob- 711.  
jecta distinctius apparent. Quando radii ab eodem 712.  
puncto manantes non exacte in retinâ junguntur, illius pictura non est punctum sed macula, quæ confunditur cum picturis punctorum vicinorum in quo casu visio confusa est.*

*Cum autem, pro variâ puncti radiantis distan- 713.  
tiâ, hujus focus magis aut minus removeatur (658.), necesse est, ut mutatio detur in oculo, ne locus in quo pictura est exacta; ante aut post retinam cadat, & visio confusa sit.*

*Quænam autem hæc sit mutatio, difficulter admodum determinatur, variæque dantur Philo-  
sophorum sententiæ; circa quas in genere no-  
tabo, minime probabile esse totius oculi figuram mu- 714.  
tari, ad removendam aut admovendam retinam, & in interiori oculo mutationem quærendam esse.*

*Nam si figura oculi mutaretur, cum in omnibus Animalibus æquæ necessaria sit mutatio, de qua agitur, in omnibus animalibus oculi figura easdem subibit mutationes; ejusdem enim effectus causas varias in rerum natura non deprehendimus. In Balenâ verò sclerotica nimium est dura, ut variationi obnoxia sit. Ulterius, si talis detur mutatio in toto oculo, orietur hæc ex musculorum exteriorum pressione, quæ pro vario oculi situ diversa erit, & tantum regularis in unico oculi situ.*

*Si nunc oculum in interiori examinemus,*



mutationem in crySTALLINO necessariò dari patebit, qui translatione in oculo, aut mutatione figuræ, desideratum effectum præstabit, Radii enim retinam ante concursum secantes, in retinâ concurrent, si convexior fiat crySTALLINUS humor (690.), aut si servatâ hujus figurâ, ipse magis versus anteriorem oculi partem feratur.

715. *CrySTALLINI humoris situm facile mutari, illumque ad retinam accedere & ab hac recedere, manente illius axe, ex eo liquet, quod ligamina ciliaria musculosa sint: quando hi musculi inflantur, & breviores fiunt, minuitur cavitas, quæ ex inflexione horum ligaminum formatur in Cl, Cl; quo comprimitur humor vitreus, qui ipse in humorem crySTALLINUM premit & hunc propellit, hujusque distantiam à retinâ auget; quod in visione objectorum propinquorum requiritur (658. 694.).*

Aliam præter hanc in oculo mutationem dari, ex experimento, in sequentibus memorando (747.), demonstratur, quæ cum hac contrariè agit; quod unde deductum fuerit dice-

716. *tur. Mutatio autem secunda etiam ad ipsum crySTALLINUM referenda est; hic quando à ligaminibus ciliaribus trahitur, quo à fundo oculi recedit, etiam planior fit, quare ut magis recedat, quàm si figuram immutabilem haberet, necesse est: id est, mutationem magis sensibilem esse, quod usum suum habere videbimus (724.).*

Limites suos habent hæ mutationes in oculo,

718. *inde etiam objecta tantum distincta apparent inter certos limites, ad varias distantias pro variis oculis*  
 719. *positos: & sæpissimè in eodem homine, non pro singulis oculis iidem limites dantur, quod ejusdem ferè est utilitatis, ac si pro ambobus oculis limites magis inter se distarent; unico enim oculo objectum distinctè videri sat est. In quibusdam etiam, proximus limes respectu unius o-*



culi, magis distat quàm maximè remotus respectu alterius, in hoc casu objecta propinqua & valdè remota distinctè videntur, intermedia confusa apparent.

Pictura in fundo oculi, ut dictum (708.), 720. est inversa; unde quæsitum, quare objecta erecta appareant? Quæstione aliâ respondemus, an quis melius concipiat nexum inter ideam in mente, & figuram erectam, quàm everfam? nexum nos nullum percipere fatemur; experientia autem docet, dari nexum inter picturam inversam in oculo & objecti erecti ideam; & præterea nihil novimus.

*Ambobus oculis si idem objectum intueamur, unicum* 721. *apparet*; illudque in eo casu solo, quando objectum in punctis respondentibus retinæ depingitur; quod probabiliter ex concursu nervorum opticorum sequitur. Observatur enim in omnibus animalibus, quæ idem objectum ambobus oculis vident, nervos opticos concurrere, antequam ad cerebrum perveniant, ad quod iterum separati pertingunt; in animalibus verò quæ singulis oculis diversa objecta intuentur, nervi optici ab oculis ad cerebrum usque separantur.

*Unicum tantum punctum eodem tempore distinctissime videri potest*, quod nempe in axe oculi repræsentatur; si ambobus oculis punctum quis intueatur, ita sunt dirigendi oculi, ut axes amborum oculorum continuati in illo concurrant; quod obtinet, quando in aliquod punctum intentos oculos habemus.

Hæc ipsa axium directio in judicio circa distantiam objectorum visorum usum habet; situs enim diversus oculorum pro vario angulo ab axibus formato datur, & pendet hic ab objecti distantia: unde, ne quidem ad illud attendendo, usu facultatem acquirimus, de distantia



723. dijudicandi, *ex axium directione*; quæ nobis sensibilis est, quia à motu oculi, nobis sensibili, pendet. Videmus ergo usum duorum oculorum ad certam à se mutuo distantiam positorum; *quamdiu hæc oculorum distantia sensibilem rationem habet ad objectorum distantiam, de hac judicium satis certum est.*
724. *De minoribus distantiiis etiam unico oculo dijudicamus*; quia in variatione exiguæ distantiae mutatio in oculo (715. 717.) sensibilis est.
725. *De magnis distantiiis, si de objectis notis agatur, judicium ex magnitudine apparente & colore fertur.*
726. *De maximis impossibile est judicium, nisi ex diversis locis idem objectum observetur.*
727. *Magnitudo appa-ens objecti, pendet à magnitudine picturæ in fundo oculi, quæ ipsa pendet ab angulo, sub quo objectum videtur, id est, qui formatur à lineis ab extremitatibus objecti ad oculum ductis.*
728. *Magnitudo hæc apparens distinguenda est à magnitudine, quam mens nostra tribuit objecto viso, quæ ultima judicio nititur, quod non solum apparentiam pro fundamento habet. Notum est unicuique, objectum eo minus apparere, quo magis distat, unde pro majori distantia objecti, si nota sit, magnitudo apparens objecti augetur in judicio à mente lato, quod fit ne quidem ad illud attendendo. Ideò idem objectum, ad eandem distantiam, diversæ apparet magnitudinis, si judicium de distantia fuerit diversum.*
729. Exemplum notabile habemus in Sole & Lunâ, majoribus apparentibus propè horizontem, quam ad majorem altitudinem; licet, ut Astronomis notum, pictura Solis in fundo oculi sit eadem in utroque casu, & Lunæ pictura minor sit, quando propè horizontem major appa-



paret; de distantia judicium ferre non possumus (726.), sed major, ex interpositis campis & cœlo, hæc videtur propè horizon tem. Per tubum si intueamur corpora memorata, distantia apparens evanescit, & cum hac magnitudo quæ ex ipsâ deducitur. Ab infantia continuò, & adhucdum omnibus momentis, ideam distantia cum augmento in magnitudine apparente jungimus, (quod ad verum de magnitudine judicium ferendum necesse est,) quo hæc ideæ ita intimè junguntur, ut separari nequeant, ne quidem in illis casibus, in quibus novimus illas nos in errorem ducere. Quot errores tribuendi sint ideis ita junctis norunt Logici.

## CAPUT XI.

*De visione trans vitra, & corrigendis  
quibusdam oculorum vitiis.*

**O**bjectum visibile est, quia singula hujus puncta sunt quasi puncta radiantia (707. 708. 709.); Punctum ergo apparet in illo loco, ex quo radii divergentes emittuntur. 730.

Si radii utcunque inflexi divergentes oculum intrent, dabitur punctum visibile in radiorum foco imaginario; planè enim eodem modo radii hi oculum intrant, ac radii directè ex illo foco procedentes, idemque, ut in retinâ concurrant, crystallini situs requiritur: ita ut respectu spectatoris non intersit, utrum illi radii refracti, an hi directi oculum intrent, & idem motus detur in oculo, cum se constituit ut visio sit distincta (713. 724.). 731.

Punctum eo magis illuminatum apparet, quo plures radii ab hoc procedentes oculum intrant. 732.



733. *Objecta visa trans vitrum planum, superficiebus inter se parallelis terminatum, ad minorem distantiam, quàm nudis oculis apparent.* Sit A punctum visibile; radii ex hoc procedentes, & oculum intrantes, dantur inter A b, & A b; hi refracti in vitro V V moventur per b c, b c; & exeunt per c d, c d parallelas lineis A b, A b (624): quia autem b c, b c ad perpendicularem refringuntur (620), c d, c d, inter b A & b A cadunt; id est, sese mutuò secant in a minus distantia quam A; focus ergo imaginarius radiorum oculum intrantium est a, in quo punctum A apparet (731.)
734. *Punctum hoc etiam magis illuminatum apparet, visum trans vitrum memoratum.* Nam omnes radii inter A b & A b pupillam intrant inter d & d; cum verò lineæ A b, A b sint parallelæ lineis c d, c d, & hæ dentur inter illas, A b & A b continuatæ ultra d & d caderent; ideoque sublato vitro; radii qui nunc pupillam intrant majus spatium occuparent, & non omnes oculum intrarent.
735. *Magnitudo apparens objecti augetur interposito vitro plano;* Objectum A E nudo oculo videtur sub angulo A d E; posito verò vitro V V, ob refractionem per A b c d & E b c d, videtur sub angulo c d c, qui præcedente major est. Non tamen pro ratione aucta magnitudinis apparentis objectum majus videtur (728); nam ad minorem distantiam apparet (733.)
737. *Augmentum magnitudinis apparentis eo major est, quo magis differunt anguli A d E & c d c; quorum differentia crescit cum accessu intersectionum linearum A d cum b c & E d cum b c, versus puncta b & b; quod obtinet in accessu objecti ad vitrum; ideoque omnium maxima est, quando objectum vitrum tangit; quod probat objecta in ipso vitro etiam amplificata apparere.*  
Et



Et in genere, posito oculo in medio rariori, ob-738.  
jectum quod in medio densiori videtur majus appare-  
re, quod etiam refractione appropinquatur (654.)  
Confirmantur hæc quotidianâ experientiâ, re-  
spectu objectorum in aquâ visorum.

Detur punctum A trans lentem convexam V V 739.  
visum, radii A b, A b in c d, c d minus diver- T. 10.  
gentes exeunt, quasi nempe ex a procederent fig. 7.  
(694); ideoque punctum hoc ad majorem distan-  
tiam apparet (731.) Etiam magis illuminatum; 740.  
nam transeundo per vitrum ad se mutuo acce-  
dunt radii, (690) & in minus spatium redigun-  
tur, quare etiam majori numero pupillam in-  
trant.

Magnitudo apparens objecti etiam augetur; 741.  
id est, Objectum sub majori angulo trans vitrum T. 10.  
convexum videtur, quod ex inspectione figura- fig. 8.9.  
rum patet: Objectum A E nudis oculis videtur  
sub angulo A d E, nunc autem sub angulo ma-  
jori e d c; nam (in fig. 8) radii A b, E b con-  
vergentes, magis convergunt ex lente exeun-  
tes (695); aut (in fig. 9.) divergentes, conver-  
gentes ad oculum perveniunt (694.) Idcirco  
objectum amplificatum apparet, & ex remotâ ap-  
parentiâ (739; 728), & ex auctâ hujus magni-  
tudine apparente ideo non sequitur magnitudo, 742.  
quam objecto tribuimus, eandem proportionem cum  
magnitudine apparente; quare non inhæremus in  
demonstrandis quæ hanc spectant. Sed gene-  
raliter notamus;

Angulum, sub quo objectum trans vitrum con-743.  
vexum videtur, minui in recessu oculi à vitro;  
quamdiu objectum non distat à vitro ultra pun-  
ctum, in quo radii paralleli colliguntur: posito verò  
objecto ad majorem distantiam, augetur magnitudo  
apparens in oculi recessu.

Eodem modo, posito oculo inter vitrum & so-744.  
lum radiorum parallelorum, in recessu objecti minui-  
tur



*tur angulus memoratus; posito oculo ad majorem distantiam, idem angulus in recessu objecti augetur: in quo ultimo casu ita potest removeri objectum, ut trans vitrum non sit visibile, ut statim dicetur (748.)*

In ipsis etiam casibus, in quibus objecta sunt visibilia, non semper distinctè apparent.

745. *Nam, ut punctum distinctum appareat, requiritur, ut radii à puncto procedentes divergentes oculum intrent (730); & ut focus imaginarius horum radiorum detur, respectu spectatoris, inter limites distinctæ visionis (731. 718.)*

746. *Si objectum removeatur ultra focum radiorum parallelorum, radii à puncto objecti manantes convergentes oculum intrant (694); qui casus nudis oculis impossibilis est: in hoc visio semper confusa datur, & oculus sese disponit, ut visio omnium minimè sit confusa; ex hac dispositione de distantia dijudicamus, ut in omni casu in quo unico oculo de hac judicium fertur (724.)*

747. *Hæc autem distantia non semper eadem videtur, unde deducuntur, quæ de mutatione figuræ crystallini dicta sunt (716.) Si enim, posito crystallino mobili, figuram immutatam habeat, in omni objecti & oculi situ, in quo radii ex puncto manantes convergentes oculum intrant, minima dabitur confusio, si crystallinus quantum potest ad retinam accedat: ita ut in omni casu eadem daretur oculi dispositio, & idem judicium circa distantiam; quod ut dictum, experientiæ adversatur: si autem in recessu à retinâ crystallinus planior fiat, mutationes dantur in oculo, quæ congruunt cum variis judiciis circa distantiam in vario objecti & oculi situ.*

748. *Si in casu ultimo, in quo radii à puncto convergunt, ita removeatur oculus, ut concurrant radii*



*dii antequam ad oculum perveniant*, dantur in singulis punctis, in quo radii concurrunt, puncta radiantia; nempe foci singulorum punctorum objecti, quibus objectum inversum in plano albo repræsentatur (705); & qui sunt puncta visibilia respectu oculi, ad quem radii post intersectionem pervenire possunt (730). In hoc casu *objectum inversum apparet*, quia objectum ipsum non videmus, sed hujus repræsentationem post vitrum, quam inversam dari diximus (705.)

Nudis oculis dixi casum impossibilem esse, 749. in quo radii à puncto convergentes oculum intrant; ideoque visionem talem semper confusam esse; quia nempe ad casum impossibilem oculorum constructio non adaptatur: aliquando tamen, sed rarò, & in hoc casu objecta distinctè videntur, quod cum ex vitio oculi oriatur, quo omnis distincta visio nudis oculis tollitur, ad has exceptiones regulæ generalis attendendum non esse credidi.

*Plerorumque senum vitium in oculis est*, quod 750. nisi objecta longinqua distinctè non videant, propinqua confusè; quod, *interpositâ lente convexâ*, vitium corrigitur. Radii, à puncto propinquo manantes, ultra retinam concurrunt; per vitrum convexum minus divergunt, dum oculum intrant, & in oculo citius concurrunt; id est, ad oculum perveniunt quasi à puncto remotiori, quod à fene distinctè videtur, procederent.

*Trans lentem cavam objecta minus distantia, minus illuminata, & minora, apparent.* 751.

Radii *A b*, *A b*, & omnes intermedi, trans- T. 10. eundo per lentem cavam magis divergentes fig. 10. fiunt (700), & oculum intrant quasi a puncto minus distantia *a* procederent (641); in quo punctum *A* apparet (731.).

Ex



Ex radiorum divergentiâ auctâ magis disperguntur radii, & minori numero oculum intrant, quod minuit puncti illuminationem (732.).

T. 11. Minuitur etiam magnitudo apparens, quia  
fig. 1. radii  $A b$ ,  $E b$ , quibus extremitates objecti videntur, minus convergentes ad oculum perveniunt (701); ideo angulus  $c d c$ , sub quo trans lentem objectum videtur, minor est angulo  $A d E$ , sub quo nudis oculis apparet: quare & ex imminutâ distantâ & ex imminuto angulo memorato, imminutum apparet objectum (728.).

752. *Illis inservit lens cava, qui objecta propinqua tantum distinctè vident; Myopes vocantur; trans hanc lentem puncta remota appropinquantur (751); & radii, qui ante retinam concurrebant, magis divergentes oculum intrantes, in retinâ concurnant.*

Vitra dantur unicâ superficie planâ ab unâ parte terminata, ad aliam variis superficiebus planis, angulos inter se formantibus, per has radii, ab eodem puncto procedentes, diversas patiuntur refractiones; & pro singulis superficiebus oculum intrant juxta diversam directionem, & quasi à puncto diverso procederent: id est, format idem punctum varios focos imaginarios; & idcirco multiplicatum apparet: videtur nempe in singulis focus imaginariis (731): quod cum obtineat respectu singulorum punctorum

753: *objecti, per talem lentem polygonam objectum multiplicatum apparet. (Exp.)*

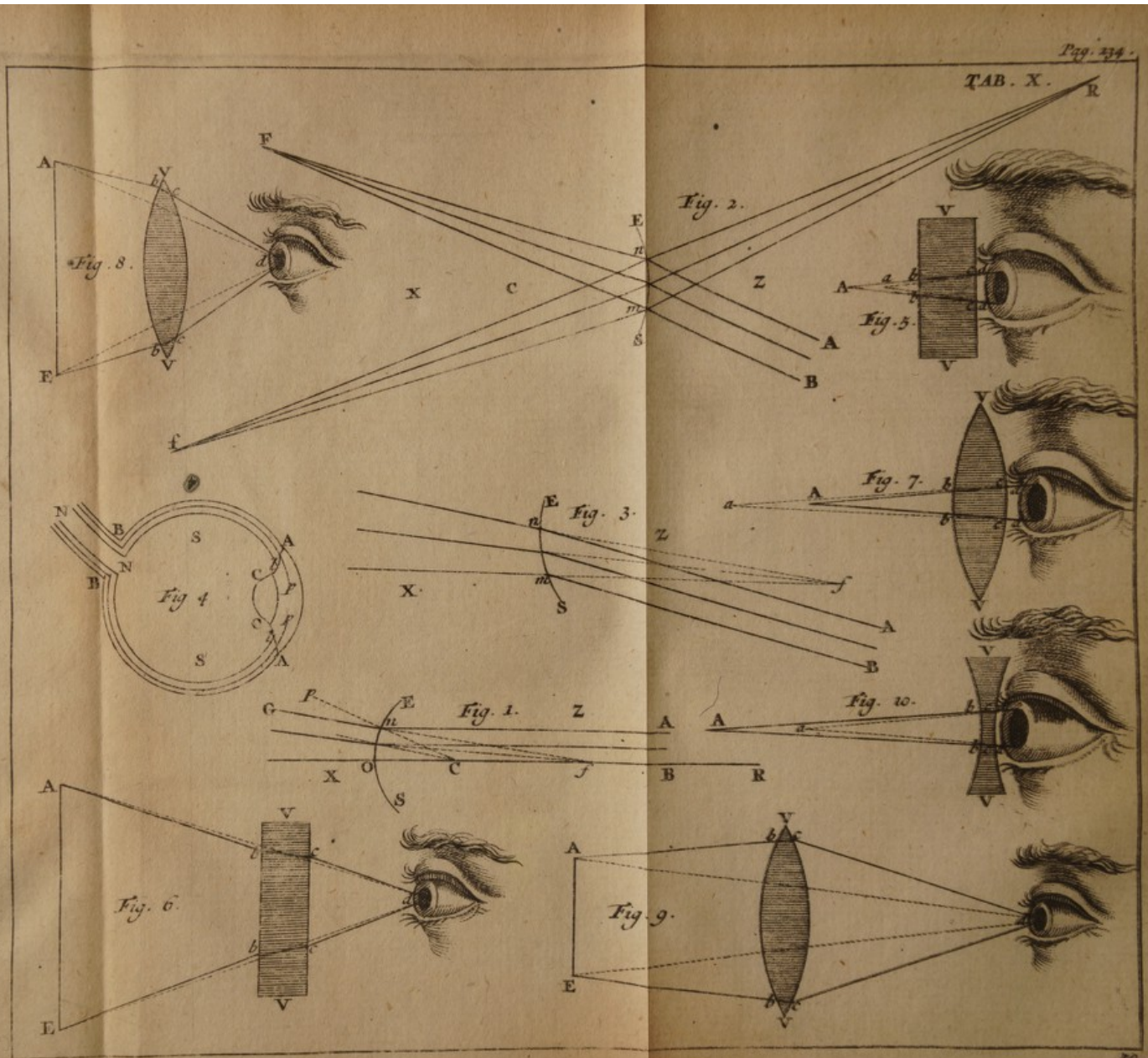
## C A P U T XII.

### *De Microscopiis & Telescopiis.*

Vitrorum, sphaericis superficiebus terminatorum, usus, in corrigendis oculorum Senum & Myopum vitiis, vidimus (750. 752.)

Quan-











Quantum valeant, in minimis objectis detegendis, & in longè distantibus quasi sub oculis ponendis, dicendum est.

Vitra convexa objecta amplificare diximus (741); quæ amplificatio pendet à refractione radorum, transeundo per lentem convexam, unde sequitur illam augeri, si servatis iisdem conditionibus, refractione augeatur; quem effectum obtinemus, augendo convexitatem lentis; quæ eò convexior est, quo superficies, hanc terminantes, sunt portiones minoris sphaeræ; quod nisi in exiguis vitris locum habere non potest.

#### DEFINITIO I.

Tales lentes exiguae *Microscopia* vocantur. 754.

*Microscopio exigua objecta in immensum amplificantur* ita, ut quæ nudis oculis detegi non possunt, hoc mediante, distinctissimè videantur. 755.

#### DEFINITIO 2.

*Spatium per Microscopium visum, id est, circulus* 756. *in quo objecta per Microscopium visibilia sunt, vocatur* Microscopii campus.

Per Microscopium V si intueamur objectum T. II. exiguum A E, in *a e* amplificatum apparebit fig. 2. (739. 741.) (Exp.)

Dantur & Microscopia composita, ex duabus aut tribus lentibus constantia; quo fundamento nitantur, explicatione illius, quod ex duabus lentibus constat, satis patebit.

Detur lens exigua, admodum convexa, V V, T. II. ad talem ab hac distantiam detur objectum A E, fig. 2. ut singula illius puncta post lentem focum suum habeant (705. 694); admoveatur ita objectum, ut foci removeantur ad *a e* (694), dabitur ibi objecti repræsentatio, admodum amplificata, quæ super plano albo si recipiatur sensibilis fiet (705.). (Exp.)

Puncta singula repræsentationis *a e* sunt pun-



puncta radiantia, & visibilia (730. 748); quæ per microscopium majus V V visa, auctam repræsentationem *a e* exhibent in *a e* (755); id est, radii ab objecto A E procedentes, post refractionem per ambas lentes V V, V V, oculum intrabunt, quasi ex objecto in *a e* procederent.

757. *Objectum itaque inversum, & multò magis amplificatum, per hoc Microscopium compositum apparet, quàm per Microscopium simplex.*

DEFINITIO 3. & 4.

758. *In hoc Microscopio lens minima objecto vicina vocatur objectiva, alia ocularis dicitur.*

Ne hæc nimium sit exigua requiritur: nam puncta repræsentationis *a e*, licet sint puncta radiantia, non tamen versus omnes partes lumen emittunt; radii soli, qui per lentem objectivam transeunt, sese mutuò interfecant in singulis punctis repræsentationis *a b*; quæ ergo per lentem ocularem visibilis non erit, nisi radii, per lentem objectivam transeuntes, ad

759. *lentem ocularem perveniant. Campus ideo pendet à magnitudine hujus lentis.*

760. *Oculus etiam ita disponendus est, ut omnes radii, qui ad lentem ocularem pertingunt, per hanc transeundo, ad oculum perveniant; quod obtinemus, disponendo oculum in *d*, puncto, in quo radii à centro lentis objectiva provenientes, ocularem transeundo, colliguntur.*

Per Microscopia objecta satis illuminata apparent; quia parum à vitro distant, & ita radii iidem per exiguam lentem transeunt, qui ad distantiam majorem, nisi per majus foramen,

761. *men, non transirent. Sæpe tamen, in maximis amplificationibus, necesse est, ut objecta illuminentur radiis, transeundo per lentem convexam, collectis.*

Magnam cum Microscopio composito affi-  
ni-



nitatem habet Telescopium Astronomicum.

DEFINITIO 5.

Telescopia vocantur, instrumenta ad objecta 762.  
longinqua videnda adaptata.

De quo nunc agimus, vocatur *Astronomicum*, 763.  
quia rebus terrestribus videndis minimè est  
aptum, objecta enim inversa repræsentat: de  
situ autem apparentiæ minimè solliciti sunt  
Astronomi.

*Telescopium* hoc constat ex duabus lentibus con-  
vexis, unâ objectivâ, quæ versus objecta dis-  
ponitur, alterâ oculari, quæ ad partem oculi  
datur. Ope primæ, objecta longinqua ad cer-  
tam distantiam post lentem repræsentantur  
(705), ut in microscopio composito objecta  
propinqua. Per lentem ocularem si observe-  
tur hæc repræsentatio, amplificata & inversa  
apparet, ut de Microscopio dictum. *Campum* 764.

etiam in hoc casu, ut in Microscopio, à ma-  
gnitudine lentis ocularis pendere, clarè liquet: ut  
& situm oculi eodem modo pro Telescopio, quàm pro 765.  
Microscopio, determinari (760): differt enim Te-  
lescopium Astronomicum à Microscopio com-  
posito in eo solo, quod in hoc lentes sint ma-  
gis convexæ, quæ objectis longinquis videndis  
minimè sunt aptæ, præcipuè quod spectat len-  
tes objectivas. In Microscopio lens objectiva  
ocularem convexitate superat: in Telescopio  
contrarium obtinet.

Telescopia, quantumvis longa, fideribus  
observandis apta sunt, quæ viginti pedes ex-  
cedunt, ad objecta, in terræ superficie, vi-  
denda nullius usus sunt; propter aëris conti-  
nuam agitationem, in tantâ objectorum ampli-  
ficatione nimium sensibilem.

Brevius autem *Telescopium Astronomicum*, re- 766.  
*bus terrestribus videndis, adaptatur, additis dua-*  
*bus lentibus convexis, quæ etiam oculares dicun-*  
*tur;*



tur: tres autem oculares similes sunt, & minus convexæ quàm in Telescopio Astronomico, servatâ eâdem lente objectivâ.

767. Detur lens objectiva VV, quæ objectum longinquum inversum repræsentat in *ea*: Dentur ulterius lentes oculares tres DD, DD, DD. Prima disponitur, ut radii, à punctis repræsentationis *ea* procedentes, paralleli lentem exeant (694.): in hoc casu radii, qui à puncto medio lentis objectivæ procedunt, colliguntur in G (694.); secunda lens disponitur, ut radii hi in G collecti, ibique sese mutuo interfecantes, & quasi ex illo puncto procedentes, paralleli exeant (694.): quibus positis, radii à vitro objectivo ad *e* provenientes, ibique sese mutuo interfecantes, & punctum hoc repræsentationis objecti formantes, per primam lentem refracti, per G paralleli inter se moventur; per secundam lentem refringuntur juxta directionem D e & in *e* colliguntur (693.) ita, ut hoc punctum sit punctum novæ repræsentationis. Eodem modo puncto *a* primæ repræsentationis respondet punctum *a* secundæ repræsentationis; quod cum etiam locum habeat respectu punctorum intermediarum, datur objecti repræsentatio in *a e*. (*Exp.*).

- Si repræsentatio *a e* videatur per tertiam lentem ocularem, posito oculo in *o*, in quo colliguntur radii paralleli a D, e D,
768. *amplificatum, appropinquatum & erectum, objectum apparet*; videtur enim sub angulo D o D, dum nudis oculis sub angulo exiguo apparet; etiam objectum appropinquatum habemus, quia, licet ultra *a e* videatur, distantia tamen, ad quam apparet, relationem sensibilem non habet ad objecti longinqui distantiam. (*Exp.*).

769. *Singula etiam objecti puncta magis illuminata apparent*; radii enim qui, ab aliquo pun-



puncto ad singula lentis objectivæ puncta advenientes, in puncto repræsentationis sese mutuò interfecant, propter exiguam lentis ocularis ab hac repræsentatione distantiam, parum disperguntur, antequam ad oculum perveniant; ita ut omnes hunc intrent. Est itaque illuminatio, per Telescopium, ad hanc, nudis oculis, ut superficies lentis objectivæ, per quam radii trans-eunt, ad pupillæ superficiem (732.).

*Construuntur etiam ex duabus lentibus Telescopia, per quæ objecta erecta, illuminata, & amplificata, apparent.* 770. Breviora hæc sunt, nam propter arctum campum, si longitudine pedem unicum excedant, ferè nullius usus sunt.

Sit  $VV$  lens objectiva; repræsentatio inversa objecti distantis datur  $ea$  (705.): lente cavâ  $DD$  intercipiuntur radii ita, ut qui à centro lentis  $VV$  procedunt, inflectantur quasi à puncto  $f$  procederent (700.): eâdem refractione radii concurrentes in  $a$ , divergentes fiunt (701.), habentes focum imaginarium in  $a$ ; quod idem in singulis punctis repræsentationis  $ea$  obtinet, & loco hujus datur repræsentatio imaginaria, erecta, in  $ae$ : id est, radii oculum intrant, quasi ex objecto in  $ae$  procederent. T. II. fig. 5.

Radii, omni respectu, divergentes ex lente oculari exeunt; ideò quantum potest oculus huic lenti admovendus est. 771.

*Campus in hoc Telescopio pendet à magnitudine lentis objectivæ:* radii enim, qui à puncto oblique ad centrum hujus lentis perveniunt, sæpe oculum non intrant, dum radii ab eodem puncto, qui per lentem versus peripheriam trans-eunt, ad oculum pertingunt. 772.



## CAPUT XIII.

*De Reflexione Luminis.*

**L**umen à corporibus opacis reperi vidimus, & quidem in omnibus punctis versus omnes partes (704.). In causâ est inæqualitas superficierum, quæ constant ex innumeris planis minimis, quæ, in omnibus punctis sensibilibus, versus omnes partes diriguntur; quod fieri posse videbimus, si concipiamus minimas illas superficies ubique exigua quasi hemisphæria formare. Hoc revera sic se habere deducimus, ex reflexione luminis, à *superficie politâ*, id est, cujus æqualitates sunt sublatae; quæ *versus unam tantum partem in singulis punctis lumen* reflectit; quod æquè in curvis ac planis superficiebus locum habet. Etiam, à superficiebus minimè politis, lumen maximâ copiâ *reflecti* versus illam partem, versus quam, si politæ forent, in totum reflecteretur, quotidianis experimentis extra dubium est.

T. 11. Sit radius luminis AC, obliquè in superficie-  
fig. 6. em planam impingens; sit ad hanc perpendicularis CO, & reflectatur radius per CB,

## DEFINITIO

774. Radius CB, vocatur *Radius reflexus*.  
 Angulus OCB est *angulus reflexionis*. (293.).
775. *Radius reflexus est cum incidente in eodem plano perpendiculari ad planum reflectens.*
776. Hujus enim plani actio, qua lumen reperi videtur, perpendiculariter dirigitur ad hoc planum, quod sibi simile ponitur in omnibus punctis.
777. *Angulus reflexionis æqualis est angulo incidentiæ.*  
 (Exp.)
778. Si radius reflexus fiat radius incidens, id est, si lu-



lumen accedat per lineam  $BC$ , redibit per  $CA$ , id est, *primus incidens fiet reflexus*, ut patet ex æqualitate angulorum  $BCO$ ,  $OCA$ .

Ex hac æqualitate angulorum incidentiæ & reflexionis, ulterius deducimus, *lumen eâdem* 779.  
*cum vi à corpore post impactum recedere, qua accessit.* Resolvatur motus per  $AC$ , in duos motus per  $AO$  &  $OC$  (289.), positus  $AO$  ad planum reflectens parallelâ, &  $OC$  ad hoc perpendiculari; continuetur  $AO$ ; motus juxta hanc directionem non mutatur ex plani actione: sint ideo  $AO$  &  $OB$  æquales; si lumen recedat à plano ea cum vi, cum qua accessit, motus ex repulsione repræsentatur per  $CO$ , & in hoc casu radius reflexus transit per  $B$  (147.); id est, angulus  $OCB$  æqualis est angulo  $OCA$ , quod cum experimento congruit.

Circa luminis reflexionem notatu dignissimum est, *lumen non incurrere in partes solidas corporum,* 780.  
*dum ab his reflectitur, sed ibi reflecti, ubi liberrimè pertransire potest.* Variis illud probabo experimentis, quibus aliæ miræ reflexionis proprietates deteguntur.

Quotidianum est experimentum à nemine non observatum, *lumen* dum per medium quod- 781.  
cunque movetur, ex. gr. vitrum, aquam, ærem, sensibilem & regularem non pati reflexionem: ibi autem *reflecti, ubi media duo diversæ densitatis separantur*, sic in superficie aquæ aut vitri reflectitur.

An tantâ copiâ lumen, ubi media separantur, in horum particulas potest incurrere, dum per utrumque per spatium magnum in has non incurrendo movetur? An tales particulæ majori numero versus superficiem dantur quam alibi?

*Lumen etiam majori copia reflectitur, in den-* 782.  
*siori medio, incurrendo in superficiem rarioris, quàm*



*contra in rariori, impingendo in superficiem densioris.*  
 Si in loco obscuro, in quo lumen per foramen intrat, detur prisma triangulare vitreum, & lumen prisma intret; si in prismate ad latus perveniens efficiat angulum incidentiæ majorem grad. 40. in totum reflectitur, & nihil in aërem penetrat; lumen autem in aëre a vitro nunquam in totum reflectitur. (*Exp.*).

Si verò reflexio fiat ex impactu luminis in partes solidas corporum, plures tales dantur partes in aëre, quàm in vitro: nam si ab ipso vitro in hoc lumen reflecteretur, ad separationem mediorum lumen nunquam pertingeret: ex vitro etiam lumen posse exire, ubi reflectitur, in *Exp.* statim memorandis probatur. In viciniis idcirco vitri tot requiruntur partes in aëre, ut lumini via non detur, ita ut in totum in vitrum reflectatur; tales tamen non dari patet, quia per aërem juxta omnes directiones ad vitrum usque pervenit lumen & vitrum intrat. Etiam in eodem loco superficiiei, separantis vitrum & aërem, lumen ab unâ parte accedens reflectitur, dum quod à parte oppositâ advenit, transmittitur. Quod clarè probat lumen ibi reflecti, ubi petransire potest.

783. Si in experimento statim memorato minuatur luminis obliquitas, pro parte in aërem transibit. (*Exp.*). Quis concipiet lumen, quod ex vitro in aërem transibit & in partes solidas non incurrit, illud totum, si paululum augeatur obliquitas, incurrere in tales partes: cum in utroque medio, ut dictum, meatus juxta omnes directiones dentur.

784. Si quando lumen in totum in vitro reflectitur, loco aëris aqua vitrum tangat, lumen, quod in aërem impingendo, in totum reflectebatur, nunc



nunc in aquam incurrens, pro parte in hanc penetret, & pro parte tantum reflectitur. (Exp.) Quod experimentum cum reflexione, ex impactu in partes solidas, minimè congruit.

In parte tertiâ hujus libri etiam videbimus, tenues laminas, quæ lumen reflectunt, illud transmittere, si crassiores fiant.

Probat etiam Exp. ultimò memoratum vim *reflectentem eo esse majorem, quo media, quæ à superficie reflectente separantur, magis densitate differant,* vitrum enim & aër, magis quàm illud cum aquâ, densitate differunt. 785.

In hoc Experimento etiam videmus *reflexionem fieri ex eâdem vi, qua radii refringuntur, quæ in diversis circumstantiis varios edit effectus.* Radius, qui ex medio densiori in rarius transit, attractione illius medii à perpendiculari recedit (621.); si incidentis obliquitas augeatur, augeatur & refracti obliquitas, donec tandem hic, in ipsa superficie media dirimente, moveatur. Quod obtinet, quando sinus anguli incidentiæ est ad sinum totum, ut sinus incidentiæ in medio densiori, ad sinum refractionis in rariori; in hoc enim casu angulus refractionis est rectus. Si ulterius incidentis radii obliquitas augeatur, radium in rarius non posse penetrare clarè patet: hicce est casus, in quo lumen in totum reflectitur; quæ reflexio pendet ab attractione, qua radii refringuntur. Nam radius, dum per spatium attractionis movetur, incurvatur versus medium densius (615.); si in densiori medio detur & ita incurvetur, ut antequam per totum penetraverit spatium attractionis, tangens ad curvam parallela sit superficiei media separanti, curva continuata regreditur, ideoque radius reflectitur ex attractione medii densioris, hæcque curvæ continuatio similis & æqualis est primæ portioni, & efficit angulum reflexionis æqualem an-



gulo incidentiæ; quia per eandem partem spatii attractionis lumen redit, & eadem vires attrahentes in punctis respondentibus portionum curvæ in lumen agunt. Sic corpus projectum, in ascensu & descensu, curvas similes & æquales describit.

787. *Non tamen omnem reflexionem ab hac attractione eodem modo pendere*, clarum est, nam in eo casu, in quo refractione datur, lumen pro parte reflectitur; ne quidem in totum ex rariori medio in densius penetrat lumen: nam & in hoc casu, in quo attractio quam maximè reflexioni opponitur, quidam radii reperiuntur.
788. *Reflexionem tamen, in omni casu, cum vi refringente relationem habere*, in dubium vocari non potest.
789. *Ubi lumen sine refractione transit, ibi non reflectitur* (613. 781.) *ubi autem refractione maxima est, ibi etiam reflexio fortior* (626. 785.); quod non modo obtinet, quando lumen, in medio densiori motum, in rariorem impingit, ut in n. 784. sed idem observatur, quando lumen in densius medium impingit: sic posito lumine in aëre, superficies vitri fortius reflectit, quam aquæ; adamantis superficies iterum fortius. Immer- sis aquâ, vitro & adamante, in separatione horum corporum cum aquâ vis refringens minor est quam in vicinis aëris & eorundem corporum (626.); minus etiam fortiter in aquâ, quam in aëre, reflectunt lumen hæc corpora. Ex hac relatione vis reflectentis cum vi refringente deducimus, *lumen reperi ad certam distantiam à corporibus*, eodem modo ac vis refringens ad certam à corpore distantiam agit; confirmatur hæc propositio ex demonstratis circa reflexionem, quæ non pendet ab impactu in partes solidas corporum; & plenissimè evincitur si consideremus, *corpora polita regulariter lumen reflectere*, quod in speculis observamus, licet



licet in horum superficiebus innumera dentur rasura: nam pulveris attritu poliuntur, & quantumvis sint exiguae hujus particulæ, respectu luminis rasuras magnas in superficie relinquunt; unde in ipsa superficie reflexio necessario irregularis est; si autem ad exiguam à superficie distantiam reflexionem fieri concipiamus, minuuntur, & ferè in totum tolluntur irregularitates, ut attendendo facilè liquet.

## CAPUT XIV.

### *De Speculis planis.*

**S**IT *bc* superficies speculi plani; *A* punctum T. II. fig. 7.  
 radians; *continuetur planum speculi, & ad hoc* 792.  
*à radiante A dimittatur perpendicularis AC; si*  
*continuetur hæc, & fiat Ca aequalis CA, a erit*  
*focus imaginarius reflexorum radiorum ex A pro-*  
*cedentium*. Sit *Ab* radius incidens; *bf* radius re-  
 flexus, *continuetur hoc ultra speculum; pro-*  
 pter angulos incidentiæ & reflexionis æquales  
 inter se (777), æquantur etiam horum comple-  
 menta anguli *AbC*, *fbd*; huic æqualis est op-  
 positus ad verticem *abC*. Triangula *AbC*,  
*abC* rectangula habent latus commune *Cb*  
 & angulos æquales *Cba*, *CbA*; in omni-  
 bus ergo conveniunt, & sunt æquales  
 inter se *CA* & *Ca*: quæ demonstratio omni-  
 bus aliis radiis, ex *A* profluentibus, com-  
 petit, in quocunque plano perpendiculari ad  
 planum speculi concipiantur. Idcirco ubicun-  
 que oculus detur, si ad hunc radii reflexi per-  
 veniant, oculum intrabunt quasi ex *a* procede-  
 rent; & in hoc puncto apparebit punctum *A*  
 (731.); hujus autem puncti apparentia eundem si- 793.  
*tum habet respectu speculi, ad partem posticam,*



quàm habet ipsum punctum radians ad partem antericam.

794. Quod si applicetur ad singula puncta objecti, patebit, objectum post speculum apparere, in eo situ, in quo reverà datur ante speculum.

## C A P U T X V.

### *De Speculis sphaericis.*

**O**Mnis superficies sphaerica considerari potest, quasi formata ex innumeris superficiebus planis minimis; planumque, sphaeram in puncto quocunque tangens, est quasi continuatio talis plani exigui.

Specula sphaerica sunt aut *cava* aut *convexa*.

Prima formantur ex portione sphaerae cavæ & politæ.

Secunda sunt portiones sphaerarum ab exteriori parte politarum.

795. Radius in speculum quodcunque sphericum impingens, cum suo reflexo, dantur in plano, quod continuatum per sphaerae centrum transit (775.), est enim tale planum ad superficiem sphaerae perpendicularare.

796. Linea, quæ per centrum sphaerae & punctum incidentiae ducitur, continuata, cum radio incidente & reflexo angulos aequales format (777.); nam linea hæc est perpendicularis ad superficiem, & hi sunt

797. anguli incidentiæ & reflexionis: ideoque radius per centrum transiens, aut qui continuatus per centrum transiret, reflexus in se redit.

T. II. Sit *be* portio speculi convexi, cujus convexitatis centrum est *C*; punctum radians *A*; sint *Ab*, *Ad*, *Ae*, radii incidentes, reflexi erunt

798. *bf*, *dg*, *eh*, si à puncto radiante *A* ducatur tangens ad speculum, radius reflexus erit continuatio incidentis, aut potius in puncto contactus terminatur radiorum reflexio.

Si



Si radii à speculo convexo reflexi  $bf$ ,  $dg$ ,  $eh$  799. continuantur, cum omnibus intermediis, intersectionibus suis formant curvam  $aa$ , quam omnes hi radii tangunt, & radii vicini sese mutuo interfecant in ipsa peripheria curvæ; ita ut semper oculum intrent quasi à puncto peripheriæ procederent; in qua ideò punctum  $A$  semper apparet (731.), quamdiu reflexi ad oculum pervenire possunt, & oculus movetur in plano, quod per centrum sphaeræ transit: remoto verò oculo ex hoc plano, in alià curvâ apparet radians, quia tales curvæ dantur in singulis planis, quæ per  $A$  &  $C$  concipi possunt.

Cum omnes hæ curvæ & quidem integræ dentur post speculum, omnia etiam objecta post 800. speculi superficiem apparent.

Objecta etiam apparent erecta. Nam si punctum 01.  $A$  moveatur circa speculum, eodem motu fertur tota curva  $aa$ ; quod probat, quantum ad situm erectum aut inversum, puncta repræsentationis eandem inter se habere relationem, quam ipsius objecti puncta.

Recedente puncto  $A$  à speculo, recedit & tota curva motu contrario; posito autem  $A$  ad distantiam infinitam, punctum curvæ, à superficie maximè remotum, ab hac distabit quartam partem diametri: Unde sequitur imminuta ap- 802. parere objecta; repræsentationes enim omnes inter arctos limites continentur.

Si movetur oculus, movetur & objecti apparentia, 803. cujus figura etiam mutatur: singula enim puncta per suas curvas moventur, & quidem inæqualiter pro diverso oculi situ, respectu singulærum curvarum; unde necessario figura mutatur.

Sit  $b d$  speculum cavum, portio sphaeræ cujus 804. centrum est  $C$ ; cadant in speculi superficiem radii  $T$ . 12. paralleli, inter quos detur  $C d$  per centrum transi- fig. 1.



ens; reflexione hic in se redit (797.). & *radii vicini, reflexi, convergentes fiunt, & cum hoc concurrunt in focus F, punctum medium inter d & C.* Sit  $A b$  radius parum à  $C d$  distans; ducatur semidiameter  $C b$ ; angulus incidentiæ erit  $A b C$ , cui æqualis est angulus reflexionis  $C b F$  (796.), ut & angulus alternus  $b C F$ ; Est ergo isosceles triangulum  $b F C$ , & latera  $F C$  &  $F b$  sunt æqualia: propter exiguum  $b d$ ,  $F d$  &  $F b$  sensibilibiter non differunt; ideò  $F C$  &  $F d$  sunt æquales: quæ demonstratio omnibus radiis à  $C d$  parum distantibus competit.

Si radii paralleli magis à  $C d$  distent, in  $F$  non conveniunt; omnes tamen in circellum exiguum concurrunt, si speculi diameter non excedat sextam aut quintam partem diametri sphaeræ, cujus portio est speculum.

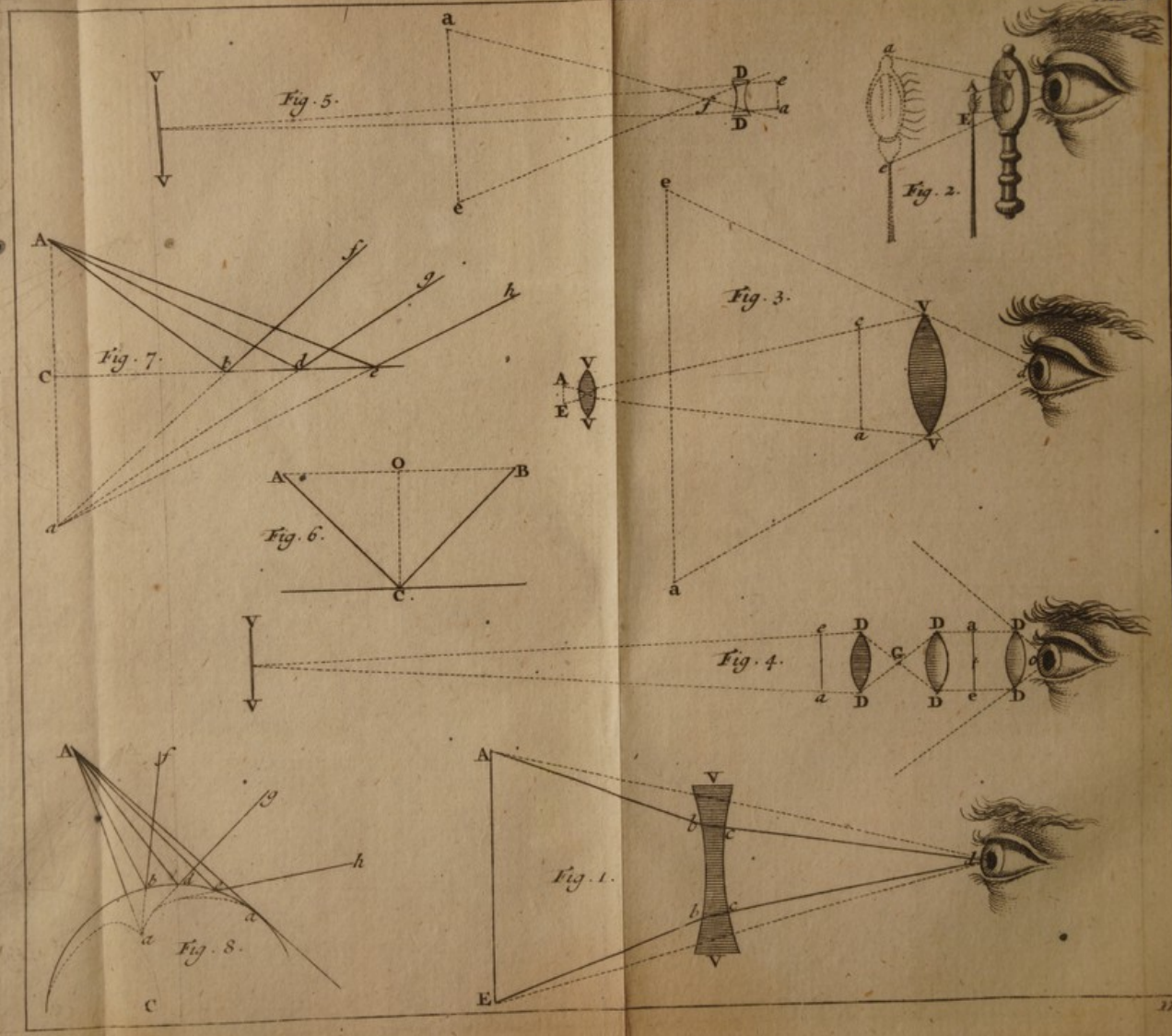
805. Hoc fundamento nituntur *specula ustoria*, quæ *radios solares parallelos in focus colligunt.* Detur speculum concavum, ex metallo, aut vitro hydragyro à posteriori parte induto. Exposito speculo radiis solaribus ita, ut radius, qui ad speculi punctum medium pertingit, ad superficiem sit perpendicularis; cum omnes alii huic sint paralleli, colliguntur in focus, ad distantiam à speculo quartæ partis diametri sphaeræ, *ibique violenter urunt.* (Exp.).

- Si consideremus radios à  $C d$  remotos & huic parallelos, si vicini fuerint, reflexi sese mutuo interfecant, antequam ad  $C d$  perveniant; & in  
806. hoc casu, id est, *ubi incidentes paralleli obliquè in speculum impingunt, parum dispersi reflexione in unum punctum colliguntur.*

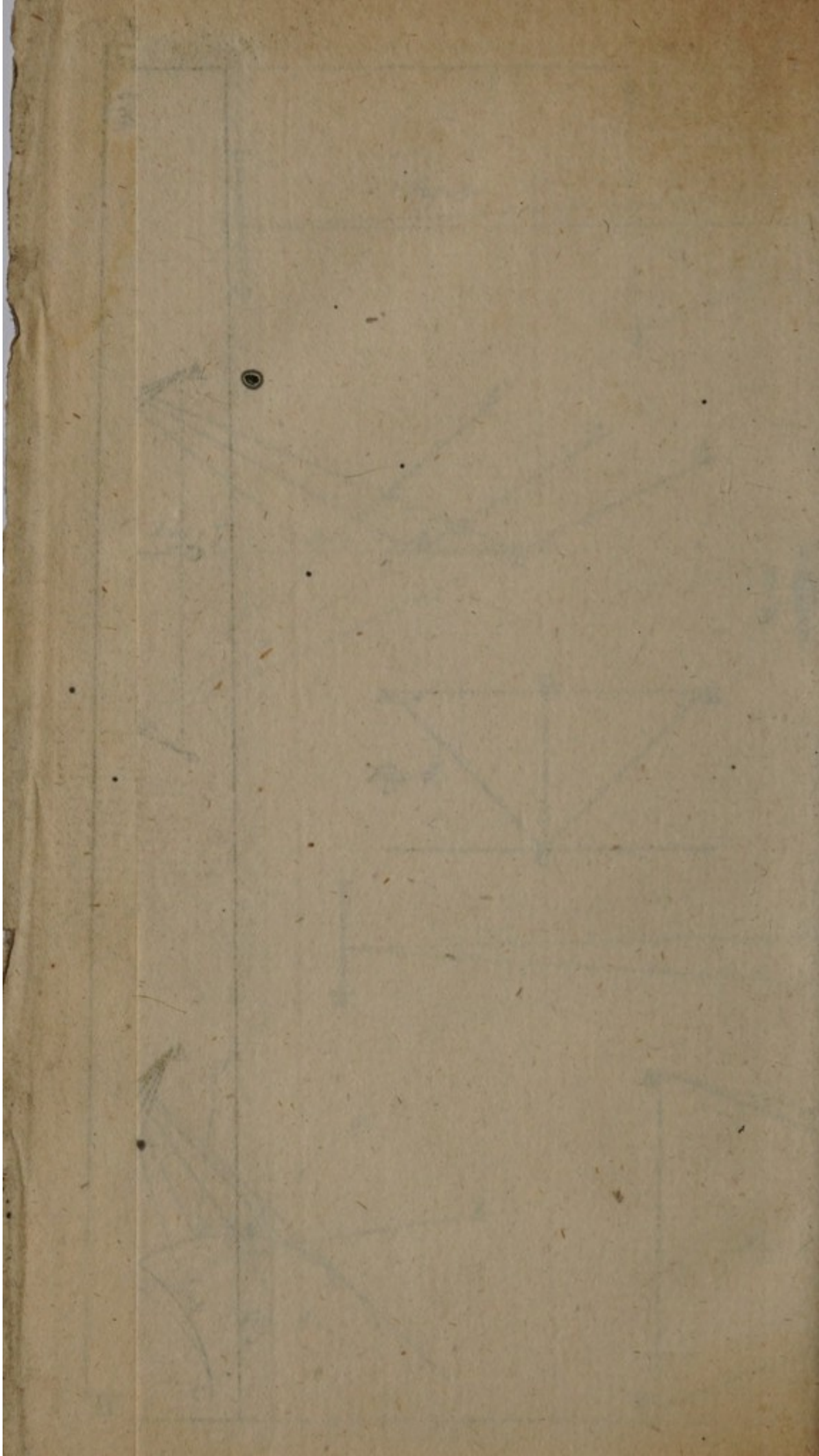
807. Si focus, in quo radii paralleli à speculo cavo colliguntur, fiat punctum radians, radii parum dispersi, reflectuntur paralleli inter se (804. 778).

808. Ex hisce speculi cavi proprietatibus deducimus methodum repræsentandi objecta in loco ob-











obscuro, similem illi, de qua antea, adhibitâ lente convexâ (705.).

Detur foramen  $F$  in pariete; sit  $a b$  speculum T. 12. cavum ita dispositum, ut colligat in  $F$  radios fig. 2. parallelos, & ad parietem perpendiculares: juxta hanc directionem radii ex  $F$  procedentes reflectuntur (807.), quales sunt radii, qui, ab objectis percussî, in  $F$  sese mutuò interfecant.

Sint  $A F$  radii à puncto objecti longinqui manantes; reflectuntur hi à speculo perpendiculariter ad parietem; & quia radii ex puncto longinquo, per exiguum foramen transeuntes, pro parallelis haberi possunt, colliguntur hi, post reflexionem, in punctum  $a$ , ad distantiam parietis (806.), id est, in superficie hujus; ubi idcirco punctum repræsentatur. Eodem modo radii per  $B F$ , à puncto profluentes, colliguntur in  $b$ , quod cum respectu omnium punctorum objecti locum habeat, datur hujus repræsentatio in pariete; qui si albus fuerit, & objectum Solis radiis illustratum, vividis coloribus depictum objectum erit. (*Exp.*).

Sit speculum cavum  $b e$ ; centrum cavitatis  $C$ ; 809. punctum radians  $A$ , ultra centrum  $C$  à speculo distans; radii incidentes  $A b$ ,  $A d$ ,  $A e$ , quorum T. 12. fig. 3. reflexi  $b f$ ,  $d g$ ,  $e h$ , cum intermediis, mutuis intersectionibus, formant curvam  $a a$ , quam omnes tangunt; Punctum ideo  $A$  in hac curvâ apparet (799.), & moto oculo in plano curvæ apparentia per hanc curvam transfertur. In singulis autem planis quæ per  $C A$  concipi possunt talis datur curva, omnes concurrunt in linea  $C A$ , nempe in  $a$ . In hoc puncto  $a$  ergo maximâ copia colliguntur radii reflexi, quod ideo vocatur 810. focus radiorum ex  $A$  profluentium. Vice versa  $A$  est focus, posito radiante in  $a$  (778.).

In hac figura pars curvæ, quæ ab unâ parte lineæ  $A C$  datur, tantum delineata est; pars



similis ad aliam partem concipi debet; ambæ junguntur in foco puncti radiantis.

811. *Recedente puncto radiante ad speculum accedit curva.*

Accedente radiante recedit à speculo curva  
812. & versus ipsum radians movetur; donec in centro *C* concurrant; in quo si detur radians, omnes radii reflexi cum incidentibus coincidunt (797.), & tota curva quasi coacta est in ipso centro.

813. Si ulterius accedat radians, ut inter centrum & speculum detur, magis etiam recedit curva, quæ tunc ultra centrum datur, & in curvâ omnium maximè recedit punctum, in quo omnes curvæ quæ in variis planis concipiuntur concurrunt, id est, focus puncti radiantis, qui ad

814. distantiam infinitam datur, quando radians distat à speculo quartam partem diametri sphaera (804 807.). Tuncque curva in infinitum extenditur & duæ partes quæ in foco radiantis concurrunt separantur;

815. talis pars separata videtur in *aa*; si magis accedat radians, magis à se mutuo declinant curvæ partes, quia radii ut *Ab* cum vicinis reflexi curvam non tangunt, sed divergentes sunt; id est, reflexi ultra speculum continuati sese mutuo intersecant, & formant novam curvam post speculum, quæ constat ex duobus cruribus, quorum unum videtur in *aa*; concurrunt in lineâ *CA* continuatâ, nempe in *a*, & recedendo à speculo in infinitum porriguntur. Daturque ab utraque parte puncti radiantis, in superficie punctum ut *d*, quod separat radios formantes curvas *aa* & *aa*; radiusque *Ad* reflexus in *dg* neutram curvam tangit, si versus utramque partem *g*, *g*, in infinitum continuetur, licet continuo magis ad utramque curvam accedat. Si tota sphaera absolveretur, respectu partis oppositæ sphaeræ, ultra centrum distaret radians, & radii reflexi formarent curvam, de qua antea



tea (809.), qua conjungerentur crura separata ut a.a. His præmissis phænomena speculorum concavorum explicanda sunt.

Si corpore lucido illuminetur speculum, radii à 816. singulis punctis corporis manantes reflexi, curvas formant, sed maximâ copiâ in horum punctorum focis colliguntur (810); si ideo foci hi in superficie 817. plani albi dentur, dabitur ibi corporis lucidi representatio, ut in n. 697. & quidem inversa, nam linea quæ jungit punctum radians cum suo foco, transit per centrum sphæræ (810); in quo idcirco omnes tales lineæ sese mutuo intersecant; & hæc intersecctio, datur inter punctum radians & focum (813), in quo punctum repræsentatur. Accedente autem ad speculum corpore lucido, recedit apparentia (811), quæ in eo casu major est. (Exp.).

Objecta, ultra centrum posita, inter speculum & 818. centrum apparent, nam singula puncta in curvâ T. 12. ut a a apparent (809); etiam imminuta & in- fig. 3. versa sunt objectorum idola: nam in arctum spa- 819. tium rediguntur; & in descensu puncti A adscendit representatio hujus, linea enim a a eundem servat situm respectu A C a rotantis circa centrum C. (Exp.).

Representatio puncti, in centro sphæræ positi, cum 820. ipso puncto radiante coincidit, & ab hoc quasi absorbetur (812).

Posito oculo in hoc centro nullum objectum ab hoc 821. poterit videri; soli enim radii ab oculo provenientes ad ipsum reflectuntur (797). (Exp.)

Si objectum detur inter centrum & punctum, in 822. quo radii paralleli reflexi colliguntur; apparet etiam objectum extra speculum, ad majorem distantiam à speculo, quàm ipsum objectum (813); inversa est representatio, quod eodem modo probatur ac in n. 819; & amplificatur, quia hæc magis remouetur à centro, quàm ipsum objectum ab hoc



distat; in infinitum enim à centro recedit repræsentatio, dum objectum quartam partem diametri sphaeræ percurrit. (*Exp.*)

823. *Si objectum non distet à speculo quartam partem*  
 T. 12. *diametri sphaeræ, pro diverso oculi situ, aut ante aut*  
 fig. 4. *post speculum objectum apparet.* Posito oculo, ut radii reflexi ad hunc perveniant, qui formant curvam *a a*, ut versus *f*, videbit objecti apparentiam ultra speculum (815), amplificatam; quia curvæ ut *a a*, quæ ad varia puncta pertinent divergentes sunt. (*Exp.*).

- Si ad oculum perveniant radii formantes curvam *a a*, objectum extra speculum apparet: &  
 824. *in utroque casu repræsentatio est erecta*; adscendente enim aut descendente puncto *A*, eodem motu curvæ *a a*, *a a*, in quibus repræsentatur, agitantur. (*Exp.*).

825. *Si oculus detur in puncto*, in quo radii reflexi pertinentes ad utramque curvam sese mutuo interfecant, *ut in O*, *duplex dabitur objecti apparentia.* (*Exp.*).

- Facile patet in omni casu, apparentiæ puncta non eandem inter se habere relationem  
 826. *quam habent objecti puncta*; ideoque *speculum cavum nunquam objectum exactè repræsentare*: maximè tamen irregularis repræsentatio est, quæ datur in lineis ut *a a*.

827. Dantur & specula cylindrica convexa & cava, uno respectu sunt plana, alio respectu sphaerica; idcirco objectorum repræsentatio admodum irregularis est, quæ irregularitas, cum à regulari figurâ pendeat, determinari potest ita, ut figuræ delineantur, quæ dum revera irregulares sunt, in tali speculo, in determinato oculi situ, regulares videntur. (*Exp.*).



## LIBRI III.

## Pars III. De Opaco &amp; Coloribus.

## CAPUT XVI.

*De Corporum Opacitate.*

## DEFINITIO.

**C**orpora qua lumen transmittunt vocantur pellucida. Talia sunt omnia media (611), vacuo excepto.

Nullum datur corpus, cujus partes minima non sint pellucida; hoc in dubium nemo vocabit, qui microscopiis sæpe usus est: partes quædam metallicæ, quæ licet exiguæ, lumen non transmittunt, si in menstuis dissolvantur, id est, in partes multò minores dividantur, translucidæ fiunt. Facili etiam experimento probatur, lumen per pleraque corpora opaca transire posse.

In cubiculo obscuro, in quo lumen solare per foramen intrat, si obtegatur foramen laminâ tenui corporis opaci, per hanc transibit lumen; lignum crassitie decimæ partis pollicis lumen omne non intercipit. (*Exp.*) Hoc autem experimento perfecta partium transluciditas in corporibus opacis non probatur, talis enim in minimis partibus tantum obtinet.

Opacitas non oritur, ut vulgò creditur, ex eo, quod via, per quas lumen transire posset, obturentur à materiæ particulis, per singulas enim corporis partes minores lumen transit; inutilis etiam ad opacitatem talis est luminis interceptio; ad opacitatem requiritur luminis reflexio & deflectio à lineâ rectâ, ad quod separa-



tio duorum mediorum tantum requiritur (626. 789).

831. Concipiamus corpus constans ex particulis minimis, perfectè translucidis, (quales sunt particulæ ex quibus corpora constant (829)) poris inter se separatis; interstitiaque aut vacua dari aut repleta medio densitate differente cum ipsis particulis; lumen si intret hoc corpus, omnibus momentis incidet in superficiem media, densitate differentia, separantem; innumeras ergo patietur reflexiones & refractiones in illo corpore (613. 785), ita ut pertransire non poterit. Videmus ergo *opacitatem à poris pendere; Repletis enim poris, medio ejusdem densitatis cum particulis ipsis corporis*, nullam in corpore lumen patietur reflectionem, aut refractionem, sed rectâ transibit (829. 626. 789); & *corpus erit translucidum.*

Licet non possimus experimenta instituere, in quibus pori exactissimè medio ejusdem densitatis cum particulis repleantur, sequentia nihilominus, satis clarè doctrinam Newtonianam, de opacitate, evincunt.

Charta, si aquâ madefiat, magis fit translucida; hæc implet poros & minus quàm aër densitate cum particulis chartæ differt. Oleum eundem edit effectum. (*Exp.*). variæ laminæ vitreæ, quæ, ad se mutuo applicatæ, omnes simul crassitie duos pollices non æquant, minus erunt translucidæ, propter aërem interjectum inter laminas, quàm frustum ejusdem vitri, cujus omnes partes cohærent, & quod crassitie duos pollices excedit. (*Exp.*).

Dentur, ex eodem vitro, duodecim laminæ, quantum fieri potest ejusdem crassitie; sex & sex ad se invicem applicentur, ex duabus hisce congeriebus si minus translucida aquæ immergatur, extracta, transluciditate, aliam

vin-



vincet; quia aqua, quæ in hoc casu interstitia inter plana replet, densitate cum vitro minus differt quàm aër. (*Exp.*).

Confirmantur ulterius, & extra omne dubium ponuntur, quæ de opacitate dicta sunt, innumeris experimentis, quibus *corpora perfecte* 832. *translucida, separatione partium*, non interveniente corpore ullo opaco, *opaca fiunt*.

Agitetur liquidum quodcunque, perfecte translucidum, quod in spumam potest converti, donec in bullas extensum sit, statim opacum erit, ex interstitiis aëre repletis. (*Exp.*).

Resina terebinthina, & aqua, sunt corpora translucida; commixta corpus formant opacum. (*Exp.*).

Aqua & oleum commixta sunt opaca; licet separata sint translucida.. (*Exp.*).

Vitrum quantumvis translucidum, si in pulverem redigatur fit opacum. Etiam ex rimis in vitro hoc opacum est. (*Exp.*).

In hisce omnibus clarè videmus opacitatem dari, quia inter partes translucidas interjacet medium diversæ densitatis; quod etiam in nubibus observatur, quæ opacæ sunt ex aëre inter aquæ particulas interposito.

Si hisce addamus, quæ de tenuium laminarum coloribus in capite 21. sequenti dicuntur; nova habebimus experimenta, quibus solis plenissimè probatur corpora lumen intercipere, quia ex particulis tenuibus, medio, densitate cum ipsis particulis differente, circumdatis, constant.

Corpora quædam opaca exiguum luminis copiam reflectunt, reliquum lumen, innumeris divisionibus, quas in reflexionibus & refractionibus memoratis patitur, in corpore extinguitur; talia sunt *corpora nigra*; si *perfectè nigra* darentur, 833. *nullum reflecterent lumen*; corpus enim omne,



mine, si nullo illustretur lumine, & ita nullos radios reflectat, nigrum apparet.

Corpora reliqua opaca coloribus variis induta videntur, quædam etiam translucida coloribus tinguntur: Unde hi oriantur, examinandum nunc est.

## C A P U T XVII.

### *De diversâ radiorum solarium refrangibilitate.*

Corpora variè colorata apparent, licet iisdem radiis solaribus, qui ab illis reflectuntur, illuminentur: multa præterea lucis phænomena, circa colores, minimè negligenda dantur.

834. In his ad tria attendendum est: 1. Ipse radii examinandi sunt. 2. Animadvertenda est radiorum reflexio. 3. Inquirendum in constitutionem superficierum corporum diversè coloratorum.

835. Quod radios spectat, prima harum proprietates, hic notanda, est, *non omnes radios, in circumstantiis similibus, eandem pati refractionem.*

#### D E F I N I T I O 1.

836. Radii, qui talem diversam refractionem patiuntur, diversæ refrangibilitatis dicuntur, & magis refrangibiles, qui magis refractione inflectuntur.

#### D E F I N I T I O 2.

837. Homogenei radii dicuntur, qui refrangibilitate inter se non differunt.

#### D E F I N I T I O 3.

838. Heterogenei, qui non omnes equaliter, in iisdem circumstantiis, refractione inflectuntur.

T. 12.  
fig. 5.

Sit inter A B & C D radius solaris, ex innu-



numeris aliis, inter se parallelis, formatus; non omnes hi æqualem patiuntur refractionem, si enim obliquè in superficiem B D medii densioris incidant, quidam inter B E & D G refringuntur, & juxta hanc directionem in densiori medio moventur; alii magis inflectuntur, & inter B F & D H, juxta harum linearum situm, motum dirigunt; nulla denique directio concipi potest intermedia juxta quam radii quidam non moventur, in singulis punctis inter B & D: ita ut radius quantumvis exiguus refractione in innumeros alios dividatur, quia omnis radius, ut à Sole profluit, quantumvis exiguus heterogeneus est, & constans ex innumeris minoribus radiis refrangibilibus juxta omnes gradus refrangibilitatis.

Radii memorati paralleli, incidentes in superficiem planam, refractione moventur inter B E & D H; quæ lineæ divergunt inter se, & continuatæ magis ac magis separantur; ita ut radii memorati refractione dispergantur. In n. 648. *radios consideravimus homogeneos*, ut ubi-839.  
 que in tota parte præcedenti; satis est exigua differentia refrangibilitatis in radiis solaribus, ut in præcedentibus negligi potuit. Quid in homogeneis radiis obtineat etiam prius fuit examinandum, & quid ex diversâ refrangibilitate in propositionibus mutandum sit unusquisque facile videbit,

Ut hæc radiorum refrangibilitas ad oculum 840.  
 pateat, augenda est divergentia memorata; quod fit, si radii memorati incidant in superficiem E H, medium densius terminantem, & hoc à rariori separantem, quæ cum superficie B D angulum quemcunque format, & ad hanc ita inclinatur, ut in illam radii magis refrangibiles obliquius incidant, quàm minus refrangibiles; ita ut illi, transeundo in medium rari-  
 rius,



rius, ex duplici causa, majori refrangibilitate & majori inclinatione, magis detorqueantur, & ab aliis magis divergant. Radii minus refrangibiles inter  $BE$  &  $DG$ , secundo refracti inter  $ER$  &  $GL$  motum continuant; alii inter  $FM$  &  $HV$ : in quo casu, si, ad distantiam quindecim aut viginti pedum, in plano hi radii cadant, sensibilibiter maximè & minime refrangibiles separantur, & totum intermedium spatium radius, mediâ refrangibilitate præditis, illuminatur.

Sub oculis hoc ponitur adhibito prisma triangulari vitreo. Lumen ad prisma perpendiculariter ad axem accedit & transmittitur, ut in hac fig. demonstratur, in qua  $BD$  &  $EH$  latera prismatis designant; ad quorum utrumque æqualiter inclinatur lumen: quod si, ad distantiam quindecim aut viginti pedum, cadit in tabulam, chartâ  
 T. 12. albâ obtectam, radii divergentes ad tabulam per-  
 fig. 6. veniunt & in hac formant imaginem oblongam in  $RV$  delineatam, terminatam, ad latera, lineis parallelis, in  $R$  &  $V$  verò semicirculis. (*Exp.*)

Radii solares, per foramen rotundum transeunt, si ad certam distantiam in planum cadant, in hoc videtur macula illuminata rotunda, eo major, quo planum magis à foramine distat; quod oritur ex radiis à lateribus Solis provenientes, cum illis, qui à centro ad foramen perveniunt, angulum formantibus, & in foramine hos interfecantibus, ita ut in plano quasi imago Solis detur.

Si radii per prisma non transirent, & ad distantiam tabulæ in planum caderent, Solis imago haberet diametrum æqualem latitudini imaginis  $RV$ ; quæ latitudo refractione non mutatur; quia radii, perpendiculariter ad axem, prisma intrant, & ad hoc, respectu latitudinis imaginis, non inclinantur. Cum autem a-



lio respectu *oblonga* fit *Solis imago*, clarè inde sequitur, non omnes radios æqualem passos refractionem; radiis homogeneis rotundam, licet refractis, dantibus Solis imaginem. Semicirculis in R & V terminatur tota imago, quia *ex circularibus imaginibus tota constat*: inter R & V autem dantur imagines circulares innumeræ, ex radiis refrangibilitatum intermediarum omnium possibilium; aliter ad latera non lineis rectis imago terminaretur.

Si ad foramen, per quod lumen cubiculum intrat, applicetur lens objectiva Telescopii sedecim aut viginti pedum; ad distantiam, ad quam radii paralleli à lente colliguntur, Sol exactissimè repræsentatur, & hujus imago circinatis limitibus terminatur. Nam radii à singulis punctis Solis, qui, propter hujus immensam distantiam, pro parallelis haberi possunt, ad talem distantiam in unum punctum colliguntur.

Si nunchi radii per prisma transmittantur, singulæ imagines ex radiis homogeneis, positâ tabulâ ad justam distantiam, exactè terminantur; ideòque imago oblonga R V, quæ ex omnibus illis imaginibus formatur (*Exp.*).

Procedit eodem modo hoc experimentum, si radii transeant per prisma cujuscunque materiæ aëre densioris. (*Exp.*)

Si spectator ad distantiam quindecim, aut viginti pedum, intueatur foramen, per quod lumen in cubiculum intromittitur, rotundum illud apparet; si prisma triangulare ex materia aëre densiori ante oculos ponatur ita, ut radii à foramine procedentes, post refractiones, similes illis quas lumen in experimentis memoratis patitur, ad oculos perveniant, foramen oblongum apparebit. Situs prismatis detegitur, si, posito hoc in situ horizontali & acie super-

nè,



nè, paululum circa axem agitetur, quo motu adscendit & descendit imago foraminis, & prisma retineatur in situ, in quo foramen maximè depresso apparet. (*Exp.*).

Probat hoc experimentum, æquè ac præcedentia, diversam radiorum refrangibilitatem; nam, radiis homogeneis unius cujusque refrangibilitatis, foramen apparet in focus imaginariis radiorum à singulis punctis foraminis procedentium (731.), quæ imago rotunda est; radii, qui variam patiuntur refractionem, juxta varias directiones oculos intrant, & imagines dantur diversæ, quæ omnes imaginem oblongam, quæ reverâ videtur, formant.

842. Hanc autem *diversam refrangibilitatem non à medio refringente pendere, sed ab ipsorum radiorum constitutione*, ex eo probatur, quod radii, qui in uno casu maximam patiuntur refractionem, in refractione quacunque à viâ maximè deflectantur. Detur prisma secundum, cujus axis angulum formet rectum cum plano per axem prioris transeunti, & in hoc secundum prisma cadat imago oblonga memorata ita, ut radii eodem modo per hoc prisma ac per primum refrangantur; in hoc casu non eodem modo disperguntur, quod quadratam formaret imaginem, sed manente hujus latitudine, inclinatur, radiis iis maximè ex viâ deflexis, qui in refractione per primum prisma maximam refractionem passi sunt. (*Exp.*).

843. *Demonstratio*, antea data (634.), de constanti ratione inter sinus angulorum incidentiæ & refractionis, ad radios quoscunque homogeneos referri debet, positâ verò diversâ refrangibilitate, proportio hæc variat, ut ex experimentis hujus capituli clarè sequitur.

844. *Refrangibilitatem autem, in singulis radiis, omnimodo esse immutabilem* experimentis, in sequentibus memorandis, extra omnè dubium erit.



CAPUT XVIII.

*De Radiorum Coloribus & horum  
immutabilitate.*

**D**iversa radiorum refrangibilitas cum diverso colore conjuncta est: & singuli radii, pro ut magis aut minus refractione inflectuntur, colorem sibi peculiarem, & omnino immutabilem, habent. 845.

Circa colores notandum, quod circa alias sensationes jam fuit notatum (510. 578. 710.); colores sunt ideæ, quæ nihil cum radiis, quibus excitantur, commune habent: definiendum ideo, quid per radios coloratos & objecta colorata intelligamus.

DEFINITIO I.

*Objectum illo colore tinctum dicitur, cujus idea, radiis ab objecto reflexis, in mente excitatur.* 846.

DEFINITIO 2.

*Radii homogenei, qui in retinam impingentes, ideam alicujus coloris in mente excitant, vocantur radii illius coloris.* 847.

Dicimus radios ideam excitare, intelligimus radios fibras agitare, &, occasione hujus agitationis, ideam in mente dari.

Ex experimentis in capite præcedenti memoratis, diversum colorem habere radios diversæ refrangibilitatis plenissimè constat: Variis enim coloribus tincta est imago Solis oblonga.

*Qui radii minimè refractione à viâ defleuntur, rubri sunt, reliqui colores hoc ordine sequuntur, aureus, flavus, viridis, cæruleus, indicus, violaceus, cujus ultimi coloris sunt radii maximâ refrangibilitate præditi. Oblonga memorata Solis imago, ut dictum (841.), formatur innume-* 848.



meris imaginibus rotundis, si harum diametri minuantur, quod fit interceptis radiis solaribus ita, ut soli per prisma transeant à centro Solis manantes, non mutantur centra imaginum peculiarium oblongam formantium; idcirco longitudo *ab* imaginis inter lineas parallelas non mutatur; & hæc sola superesset, si infinitè parva daretur imaginis latitudo ita, ut hæc longitudo sola considerata sit in determinandis colorum limitibus in ipsâ imagine, hi in hac figurâ litteris *a, b, c, d, e, f, g, h*, notantur, & numerus unicuique colori adscriptus spatium ab hoc in imagine occupatum designat, divisâ totâ imaginis longitudine in partes 360.

T. 12.  
fig. 6.

849. *Si latitudo imaginis Solis oblonga minuatur, magis in imagine colores heterogenei separantur, quia in singulis punctis minori numero confunduntur imagines peculiares, ex radiis variarum refrangibilitatum parum inter se differentium.*

850. *Color cujuscunque radii, ut & hujus refrangibilitas, nullis refractionibus, neque reflexionibus, aut permixtionibus quibuscunque mutatur.*

De refractione & reflexione in hoc capite, de permixtione in sequenti, agam.

851. Refrangibilitatem refractione non mutari in exp. n. 842. probatur; quod & etiam ad colorem referri potest; hæc eadem experimento sequenti clariùs evincuntur: Circa quod notandum, quod & de sequentibus etiam dicendum est, experimenta instituenda esse cum prismatibus ex vitro puro venulis immune, his enim irregulariter lumen in prismate movetur & radii refractionibus non ritè separantur.

Si oblonga Solis imago, adhibitis cautelis necessariis, quantum fieri potest ex radiis homogeneis formetur, & hæc intercipiatur, paucis tantum radiis unius coloris per exiguum foramen transmissis, hi non alterius prismatis refractione se-



separantur, neque horum color mutatur; radiis diverforum colorum successive transmissis, prolore diverso diversa refractione datur, color autem non mutatur. (*Exp.*).

Refrangibilitatem & colorem neque reflexio- 852.  
ne mutari etiam ex experimentiis constat.

Radii partem, ex. gr. rubram, imaginis oblongæ coloratæ sæpius memoratæ formantes, à quocunque corpore reflectantur, rubri sunt; id est, omnia corpora in illo lumine rubra sunt: in lumine violaceo sunt violacea; in viride sunt viridia; & sic de cæteris. Patet hoc, si illud tentetur cum minio, auripigmento, cœruleo montano, panno utcunque tincto, &c. (*Exp.*).

Si duarum oblongarum solis imaginum, adhibitis duobus foraminibus, & duobus prismatibus, formatarum, & super plano quocunque depictarum, diversi colores ad latera jungantur, & ad distantiam quindecim aut viginti pedum, per aliud prisma triangulare observentur, separati apparebunt; radiis diverforum colorum licet reflexis diversas patientibus refractiones. (*Exp.*).

In chartâ albâ ducantur lineæ nigræ, inter se parallelæ, & latæ circiter decimam sextam pollicis partem; illuminentur hæ oblongâ imagine, solis radiis, a medio sole provenientes, formatâ, ut magis colores sint homogenei (849.), ita, ut lineæ juxta imaginis longitudinem dirigantur. Detur ulterius lens convexa, diametri quinque aut sex pollicum, quæ radios rubros, à puncto radiante emissos à vitro sex pedes distanti, ad distantiam æqualem colligit. Si lens hæc detur ad distantiam sex pedum ab imagine memoratâ, partes linearum, quæ in colore rubro dantur, in chartâ, per radios à lente collectos, ad distantiam etiam



sex pedum exactè repræsentantur, in imagine rubrâ; admovenda autem est charta circiter tres pollices cum semissie, ut partes linearum, colore indico illuminatæ, distinctæ appareant, in imagine ejusdem coloris; colores intermedii dant imagines ad distantias intermedias; violaceus adeo est debilis, ut fila in hoc repræsentari nequeant. (*Exp.*).

Confirmat ergo & hoc experimentum, reflexorum radiorum colorem novâ refractione per lentem non mutari; ut & radios maximè refrangibiles, transeundo per lentem aliis magis inflecti.

853. Probat etiam Experimentum hoc ultimum, *diversam radiorum refrangibilitatem in causâ esse, quo minus Telescopia sint perfecta.* Foci enim punctorum æquè distantium, ad varias à lente distantias dantur, pro vario colore; unde etiam inæqualiter, à lente oculari distant, punctorum repræsentationes; quæ ideo per hanc non omnes perfectè videri queunt.

854. Circa reflexionem radiorum notandum, *radios in totum facilius reflecti, qui majorem habent refrangibilitatem;* nam quo major datur radiorum refractione, eo minor requiritur obliquitas ut omnes reflectantur (784.). Vidimus (783.), agitando prisma circa axem, radios primò transeunt, auctâ horum inclinatione, in totum reflecti; si autem lentè in hoc casu prisma moveatur, videmus radios violaceos ante omnes alios in totum reflecti, deinde indicos; & cæteros alios eo ordine, quo in imagine Solis oblongâ, sæpissimè memorata, disponuntur: quod patet si reflexi, prismatis refractione, separentur. (*Exp.*).



## CAPUT XIX.

*De Colorum permixtione, ubi de Albore.*

**R**Adiorum refrangibilitatem, & colorem, 855.  
permixtione radiorum variæ refrangibilitatis non mutari dictum (850.); quod ex experimentis patet.

Si variarum imaginum oblongarum Solis (847.) colores diversi confundantur, inde novus color oritur. Spectatori tamen qui hos per prisma intuetur, separati apparent colores, & neque color, neque refrangibilitas, hac colorum confusione mutantur. (*Exp.*).

Si oblonga colorata Solis imago, cadat in lentem convexam ad distantiam sex aut septem pedum à prismate dispositam, radii divergentes, qui imaginem formant, refractione lentis convergunt, & ad certam distantiam sese mutuo interfecant, si ad majorem distantiam detur Tabula, radii, qui post intersectionem iterum divergunt, dispersi ad hanc perveniunt; daturque iterum imago oblonga colorata, sed colores, propter intersectionem contrario ordine disponuntur, non tamen, permixtione mutantur. (*Exp.*).

Quibus manentibus, si charta nigrâ radii quidam imaginis ante permixtionem intercipientur, quod permixtionem mutat, quæ hac methodo adlibitum variatur, radiorum cæterorum iterum separatorum colores non mutantur. (*Exp.*).

Si radii solares, ut ad nos perveniunt in rotum ab aliquo corpore reflectantur, hoc album apparet; radii autem hi sunt congeries radiorum variorum colorum (835. 845.), unde deducimus permixtionem colorum variorum constituere al- 856.  
be. 857.



*bedinem*; si enim colores, qui observantur in oblongâ Solis imagine, sæpius memoratâ, eâ proportionē, qua in illâ imagine dantur, inter se confundantur, conflatur albedo: quod & eo respectu radios immutabiles probat. A Sole procedentes radii albi apparent, si separantur horum colores deteguntur, iterum permixti instauratur albor.

Si in Experimentis duobus ultimis in n. 855. memoratis; ponatur tabula, in ipso loco ubi omnes radii imaginis refractione lentis convexæ confunduntur; albedo dabitur; si color ruber imaginis chartâ nigrâ interceptiatur, evanescit albedo, & color ad cæruleum vergit; interceptis verò radiis violaceis & cæruleis, rubescit albor (*Exp.*).

Ope variorum prismatum etiam colores imaginis Solis oblongæ confunduntur & permixtio alba est. (*Exp.*).

Si spectator imaginem Solis oblongam coloratam, ad distantiam prismatis, lumen refringentis, intueatur, rotundam & albam videbit imaginem; secundâ refractione primam destruyente; quo radii iterum permixti oculum intrant, quibus in hoc casu imago alba apparet. (*Exp.*).

858. *Non omnium, qui in imagine Solis oblongâ observantur, colorum permixtio ad albedinem conflandam necessaria est, ipse radiorum solarium albor paululum ad flavum vergit, radiis flavis pro parte ex permixtione sublatis albor datur magis perfectus. Ex quatuor aut quinque colorum permixtione, justâ servatâ proportionē, albedo nascitur.*

859. *Colores, etiam innumeros primarii, id est, homogenei, permixti generant, ab homogeneis aut primariis, diversos. Sæpe color homogeneo similis ex aliorum permixtione conflatur; sed quando nudis oculis inter homogeneum & permixtum dif-*  
se-



*ferentia nulla observatur, trans prisma sensibilis hæc est.* Trans prisma observentur objecta quæcunque exigua, ut litteræ in chartâ, muscæ & alia similia; si lumini aperto exponentur, confusa apparent; si lumine homogeneo, radiis bene separatis, illuminentur, trans prisma visa distinctis limitibus terminantur. (*Exp.*).

## C A P U T XX.

### *De Iride.*

**P**Eractis quæ radios, quibus corpora illuminantur, spectant, antequam hanc materiam missam faciamus, explicandum est phænomenon, nimium notabile & vulgare ut silentio prætereatur.

*Arcus coelestis*, aut, *Iris*, à nemine sæpissimè non fuit observatus; quibusdam præmissis, explicandum erit unde oriantur.

Detur medium densius, rariori circumdatum, circulo  $BDFH$  terminatum. Incidant in illud radii  $T$  homogenei paralleli inter se, quorum unus est  $AB$ ; ducatur semidiameter  $CB$  continuata ad  $N$ ; perpendicularis est hæc ad superficiem media dirimentem;  $ABN$  est ergo angulus incidentiæ; hic æqualis est angulo opposito ad verticem  $CBL$ , cujus sinus est  $CL$ , per centrum ad  $BL$  perpendicularis; refringitur radius ad perpendicularem (620.), estque angulus refractionis  $CBM$ , cujus sinus est  $CM$ , à  $C$  ad  $BD$  perpendicularis: pro singulis radiis, ut  $AB$ , datur eadem ratio interlineas, ut  $CL$  &  $CM$  (634.).

Radius  $BD$  pro parte in medium rarius penetrat juxta  $DE$ , pro parte reflectitur per  $DF$ ; efficitque angulum reflectionis  $CDF$  æqualem



angulo incidentiæ BDC (796.); unde BD & DF æquales sunt. Radius DF pro parte etiam ex densiori medio exit per FG, pro parte reflectitur per FH; qui eodem modo pro parte exit per HI, & pro parte reflectitur; hanc autem reflexionem, ulterioresque reflexiones & refractiones non consideramus; nimium debiles sunt, propter varias quas lumen passum est divisiones.

T. 12. Radius FG, qui post unicam reflexionem  
fig. 8. medium densius exit, cum radio incidente AB efficit angulum GPA, qui variat in diversis radiis incidentibus; Ideò, licet hi paralleli fuerint, *disperguntur, post unicam reflexionem exeuntes*, ut ex inspectione figuræ patet.

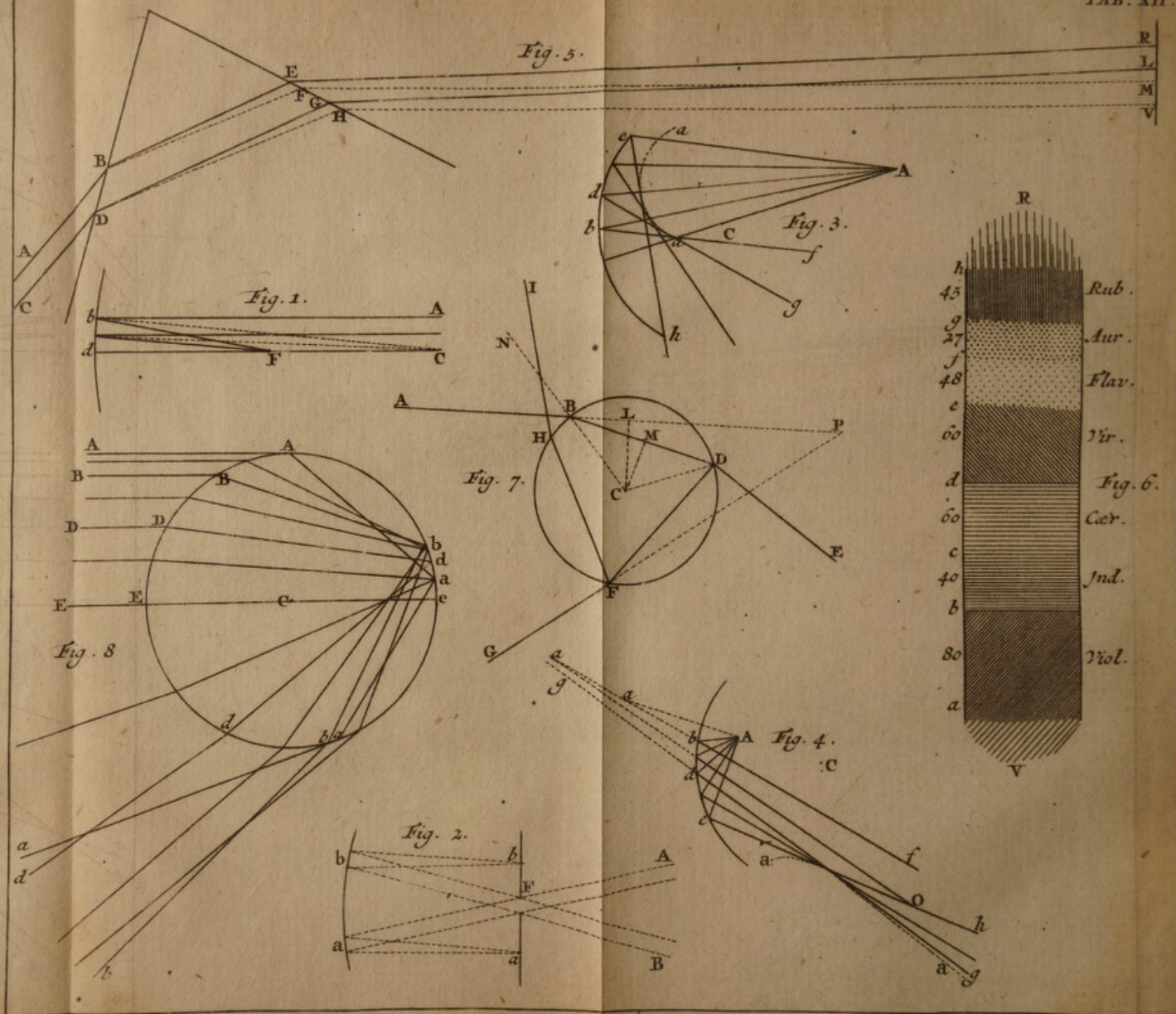
Radius EE, qui continuatus per centrum C transit, neque reflexione neque refractione à viâ deflectitur (797. 625.).

Recedendo ab hoc radio, ad incidentem continuò minus inclinatur radius, qui redit. Sic radius DD, qui per *dd* exit ex medio densiori, & per hanc lineam regreditur, cum *dd* majorem angulum format, quàm, cum suis redeuntibus, & ex medio densiori exeuntibus, efficiunt radii intermedii inter DD & EE.

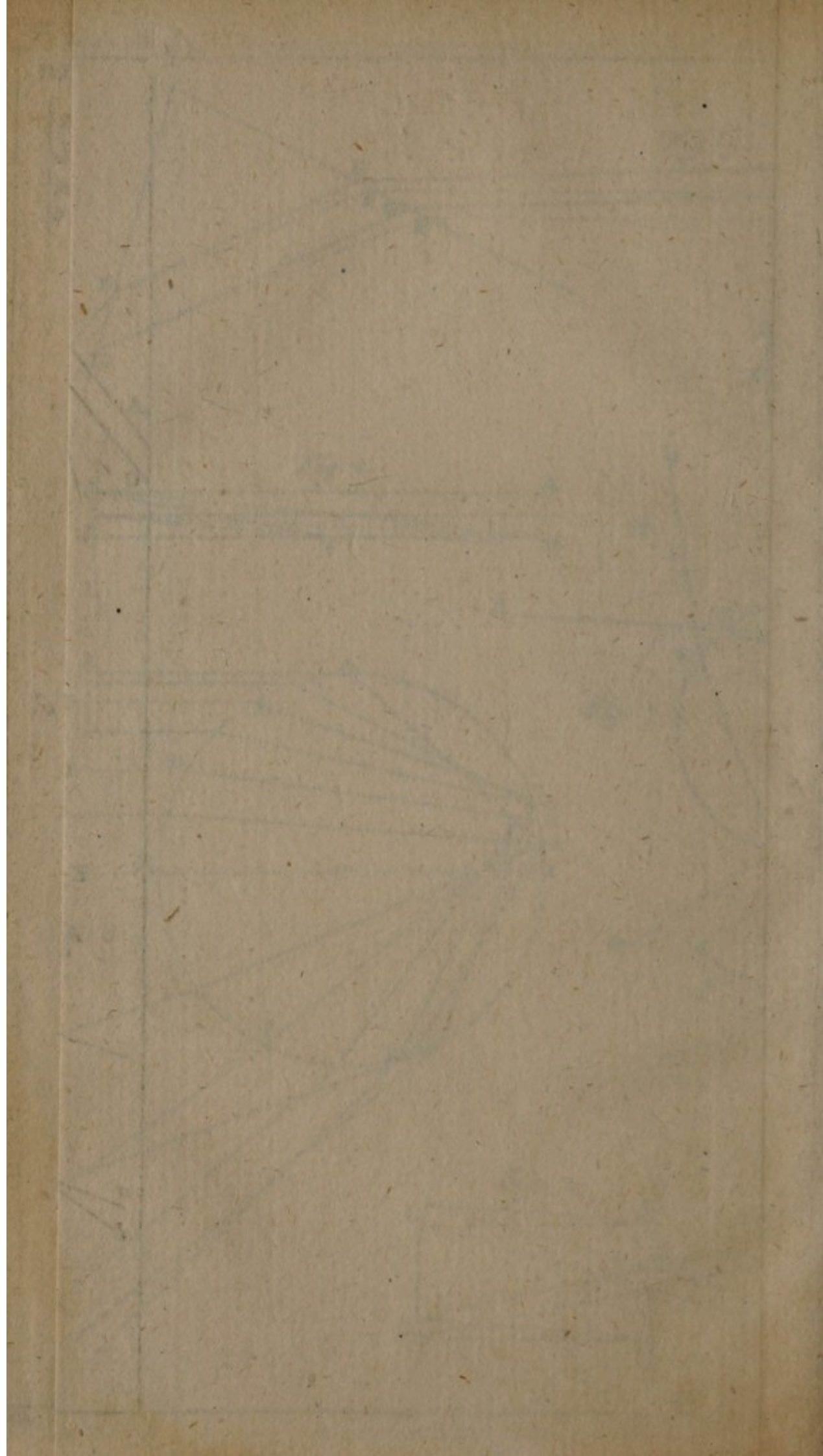
862. Datur radius ut BB, cujus respectu inclinatio hæc est omnium minima, id est, qui efficit angulum ut GPA (fig. 7.) omnium maximum. Ultra BB, magis ad incidentes inclinantur radii redeuntes; sic AA per *aa* redit.

863. Ex hac *radiorum redeuntium* dispersione, recedendo à medio densiori debiliores continuò sunt, & horum *color non, per totum spatium quod implent, percipi potest*, licet incidentium color vividus sit. Color, in radiis redeuntibus, *sensibilis tantum est, ubi radii vicini paralleli sunt & adjacentes parum admodum divergunt*, ita ut  
ad











ad magnam distantiam satis densi sint, ut percipiantur. *Hi soli efficaces dicuntur*, & dantur, ubi radii vicini incidentes refracti concurrunt in ipso puncto reflexionis.

Sint  $AB$ ,  $ab$  radii vicini, paralleli inter se, T. 13.  
incidentes in superficiem circularem medium fig. 1.  
densius terminantem; si hi refracti, per  $BD$ ,  
 $bd$ , concurrant in  $D$ , puncto reflexionis, re-  
flexi,  $DF$ ,  $Df$ , æquales angulos cum  $Ff$  for-  
mabunt, ac  $DB$ ,  $Db$  cum  $Bb$ ; ideoque refracti  
 $FG$ ,  $fg$  paralleli (623.) & efficaces erunt (863). In  
hoc casu sequenti methodo determinatur an-  
gulus ab incidente cum redeunte formatus, id  
est, angulus  $APG$ , qui hic est omnium maximus.

Ponamus inter sinus angulorum incidentiæ & 864.  
refractionis, quando lumen ex medio rariori,  
quo densius circumdatur, in densius, ipso cir-  
culo contentum, penetrat, rationem dari, quæ  
datur inter  $J$  &  $R$ . Est ergo, ductis, perpendi-  
culari  $Cm$  ad  $bD$ , & arcu  $mn$  centro  $C$  &  
semidiametro  $Cm$ ,

$$J, R :: CL, CM :: Cl, Cm :: CL - Cl \\ = Ll, CM - Cm = Mn.$$

Ducatur  $Bo$  ad  $BL$  perpendicularis; ut &  $Bp$   
ad  $BD$  normalis; deturque  $bp$ , quæ cum  $Bp$   
angulum rectum format; tandem lineis jungan-  
tur puncta  $B$ ,  $C$ , &  $M$ ,  $m$

Triangula  $Bbo$ ,  $BCL$  sunt similia; sunt enim  
rectangula, & anguli  $oBb$  &  $CBL$ , quorum  
singulorum differentia cum angulo recto est an-  
gulus  $oBC$ , sunt æquales.

Eodem modo probatur, similia esse tri-  
angula  $BMC$  &  $Bbp$ ; huic etiam simile  
est triangulum  $Mmn$  rectangulum in  $n$ ,  
nam latera  $Mn$ ,  $Bp$ , perpendicularia lineæ  
 $BD$ , sunt parallela; ut &  $Mm$  &  $Bb$ , quia in  
partes æquales, in  $M$  &  $m$ , bisecantur lineæ  
M 3 BD,



$BD, bD$ . Idcirco etiam  $Bb$  est dupla  $Mm$ , &  $Bp$  dupla  $mn$ . Ex hisce deducimus.

$$BC, BL :: Bb, Bo.$$

$$BC, BM :: Bb, Bp.$$

ergo

$BL, BM :: Bo = Ll, Bp = 2Mn :: J, 2R :: CL, 2CM$ , conferendo hasce proportionem cum ante memoratâ proportionem.

Cum proportionalium quantitatum, quadrata proportionalia sint, datur alternando

$$BLq, CLq :: BMq, 4CMq.$$

Undè deducimus

$$\begin{aligned} BLq + CLq &= BCq, BLq :: BMq + 4CMq \\ &= BCq + 3CMq, BMq = BCq - CMq \\ &= BLq + LCq - CMq. \end{aligned}$$

Subtrahendo primum & secundum terminum è tertio & quarto, quo proportio non turbatur, habemus

$$BCq, BLq :: 3CMq, LCq - CMq :: 3Rq, Jq - Rq;$$

datur enim inter  $CM$  &  $LC$  eadem ratio ac inter  $R$  &  $J$ .

Si ergo nota sit ratio inter  $R$  &  $J$ , innotescit ratio inter semidiametrum  $BC$ , & lineam  $BL$ , quæ est sinus anguli  $BCl$ , qui angulus idcirco datur; notus est igitur arcus  $BN$ , ut &  $FH$ , sunt enim hi æquales.

Dato sinu  $BL$ , datur &  $BM$  sinus anguli  $BCM$ ; quia ut ante vidimus

$$BL, BM :: J, 2R.$$

Determinatur ergo arcus  $BD$  cui æqualis est  $DF$ .

[ 865. Ex hisce facilè deducimus arcus  $NH$  &  $BF$ ; si ex hoc ille subtrahatur, & residuum in duas partes æquales dividatur, habetur, ut notum est, mensura anguli  $APG$ .

Quando ratio inter  $J$  &  $R$  variat, mutatur ang-



gulus A P G; qui ideò diversus est pro variâ radiorum refrangibilitate.

*Si Radiis heterogeneis, ut à Sole profluunt, il-* 866.  
*lustretur superficies memorata, efficaces diversorum*  
*colorum non angulos aequales cum incidentibus effi-*  
*ciunt, & sic ope hujus refractionis separantur colo-*  
*res. (Exp.).*

Quod autem spectat radios, qui post duplam <sup>867.</sup>  
 in medio densiori reflexionem hoc exeunt, ef- <sup>T. 11.</sup>  
 ficaces erunt, si post primam reflexionem pa- <sup>fig. 2.</sup>  
 ralleli sint: tunc enim F H, *fh* ad H *h* eodem  
 modo inclinantur ac B D, *bd* ad B *b*; ideò-  
 que positis incidentibus A B, *ab* parallelis,  
 exeuntes H I, *hi*, etiam paralleli erunt (623.).

In hoc casu *dD* est dimidium differentiae in-  
 ter arcus D F & *df*, aut D B & *db*; horum  
 autem differentia est B *b* minus D *d*; si ergo  
 hicce ex illo subtrahatur, supererit duplum ar-  
 cus D *d*, cujus triplum est idcirco B *b*. Si li-  
 neis jungantur puncta D, *d*, & B, *b*, triangu-  
 la B E *b* & D E *d* erunt similia, ut notum est;  
 quod ergo etiam obtinet, si ipsi arcus B *b*, D *d*  
 fuerint minimi, ita ut pro lineis rectis haberi  
 possint.

Datur idcirco inter E D & E *b* ratio, quæ  
 inter hos arcus obtinet, id est E D est pars ter-  
 tia ipsius E *b*, aut E B; quia exiguum admo-  
 dum ponimus arcum B *b*. Dividitur igitur  
 M D in duas partes æquales in E; & M E est  
 pars tertia ipsius E B.

Si nunc, ut in fig. 1., formentur triangu-  
 la B *ob*, B *p* *b* & M *mn*, erit M *m* pars tertia B *b*,  
 & B *p* triplum ipsius M *n*; si nunc, mutatis mu-  
 tandis, ad hanc figuram applicemus quæ re-  
 spectu fig. 1. demonstrata sunt (864), quia in  
 hac B *p* valet 3 M *n*, cujus quadratum est 9 M *nq*,  
 habemus.



B Cq, B Lq : : 8 Rq, Jq—Rq

Ex qua proportionē, ut de fig. 1. dictum, detegitur arcus BN, cui æqualis HG; & quia in hoc casu

B L, B M : : J, 3 R,

Innotescit etiam arcus BD, cui propter angulos reflexionis, æquales angulis incidentiæ (796), æquales sunt DF & FH.

868. Ex quibus datis, facile eliciuntur arcus GFDN & BH, quorum semi differentia est mensura anguli HPB, ab exeunte radio cum incidente formato; qui angulus in hoc casu omnium similium est minimus, & pro diversâ radiorum refrangibilitate diversus. Unde etiam
869. in hoc casu post duplicem reflexionem efficaces variorum colorum, positis incidentibus parallelis, separantur. (Exp.).

870. Huc usque explicata ad Iridem applicari possunt; ad quod phænomenon gutta aquea in aëre suspensa requiruntur; ut spectator, adverso Sole inter hunc & guttas collocetur; & ut post guttas nubes detur obscura, ut magis sensibiles sint colores, qui vix percipiuntur, si lumen vividum eodem tempore oculos intret.

Si, hisce positis, concipiamus singulas guttas secari planis, per Solem & oculum spectatoris transeuntibus, quæ de medio, superficie circulari terminato, demonstrata sunt (864. 865. 866. 867. 868. 869.), ad singulas hæc sectiones poterunt applicari.

Hic autem agitur de radiis ex aëre in aquam penetrantibus. In radiis rubris, id est, minime omnium refrangibilibus, ratio inter sinum anguli incidentiæ & sinum anguli refractionis, id est, inter J & R, est 108. ad 81.; aut quæ eadem est, 4. ad 3.; cum quibus numeris si computatio ineatur, angulus APG (fig. 1.) erit 42. gr. 2' (865), & angulus API (fig. 2.)

erit



erit 50. gr. 57'. (868); si de radiis violaceis agatur, J est ad R, ut 109. ad 81.; qui numeri dant angulos A P G (fig. 1.) 40. gr. 17'. (865), & A P I (fig. 2.) 54. gr. 7'. (868).

Sint nunc guttæ per aërem diffusæ, & illustratæ radiis solaribus parallelis inter se & lineæ  $OF$ , per oculum spectatoris transeunti. Concipiantur lineæ  $eO$ ,  $EO$ ,  $bO$ ,  $BO$ ; & sint anguli  $eOF$  40. gr. 17',  $EOF$  42. gr. 2',  $bOF$  50. gr. 57',  $BOF$  54. gr. 7': eadem hæ lineæ cum radiis incidentibus  $de$ ,  $DE$ ,  $ab$ ,  $AB$ , angulos efficiunt memoratis respectivè æquales; ideò, si guttæ concipiantur in  $e$ ,  $E$ ,  $b$ ,  $B$ , radii efficaces violacei, post unicam reflexionem in guttâ  $e$ , oculum intrant; & ad oculum efficaces rubri ex guttâ  $E$  perveniunt; itidem post unicam reflexionem, reliqui colores intermedii inter  $e$  &  $E$  observantur, ordine antea memorato (848). Post duas in guttâ reflexiones ex guttâ  $b$  radii efficaces rubri ad oculum perveniunt; & violacei efficaces ex guttâ  $B$ ; inter has guttas colores intermedii apparent, eodem modo ac inter  $E$ ,  $e$ , sed ordine contrario disponuntur, & propter duplicem reflexionem etiam debiliores sunt.

Concipiamus lineam ut  $Oe$ , circa lineam  $OF$  fixam, servato angulo  $eOF$ , revolvi, & conum aut partem superficiei coni formare; in omni situ linea  $eO$  cum radiis solaribus, parallelis inter se & lineæ  $OF$ , efficiet angulum 40. gr. 17'. Si ergo gutta juxta partem superficiei hujus coni sive ad eandem sive ad diversas distantias diffusa fuerint, videbit oculus arcum violaceum: idem dicendum est de cæteris coloribus; ideòque, datis guttis, in aëre suspensis, videt arcum latitudinis  $eE$ , coloribus homogeneis, ante memoratis (848), tinctum, eodem



ordine dispositis ac in experimentis cum prismatibus; quia in guttis æquè ac in prismate radii heterogenii separantur (840. 866.).

872. Simili ratiocinio patet *dari arcum, latiore, primum circumdantem, in quo colores iidem, sed contrario ordine, & debiliores, apparent.* (Exp).

## C A P U T XXI.

### *De tenuium Laminarum Coloribus.*

**T**Ransimus ad corporum naturalium colores, & ante omnia examinandas credimus tenues lamellas. Qui vitrum tenue, aut globos ex aquâ cum sapone formatos, attentè consideravit, varios colores in illis observare facillimè potuit.

873. Radii luminis, ope laminæ tenuis & translucidæ, inter se separantur, & *pro variâ crassitie laminæ, radii quorundam colorum transmittuntur, aliorum reflectuntur; & eadem lamina tenuissima alius coloris est, si radiis transmissis, quàm si reflexis videatur.* Si duo vitra objectiva, majoribus telescopiis inservientia, A B & C D, super se mutuo imponantur, & arctè, comprimantur, in medio ubi vitra sese mutuo tangunt datur macula translucida, quæ circulis coloratis circumdatur. Si lumen reflexum ab aëre, inter vitra interjacente, ad oculum in O perveniat, macula translucida nigra apparet & colores, qui à centro recedendo ita disponuntur ut ad varios ordines, propter colores repetitos, referri possint, sequentes sunt: NIGER, cœruleus, albus, flavus, rubeus: VIOLEACEUS, cœruleus, viridis, flavus, rubeus: PURPUREUS, cœruleus, viridis, flavus, rubeus: VIRIDIS, rubeus: qui colores etiam aliis



aliis circumdantur, sed recedendo à centro continuo debiliores.

Si lumen trans vitra ad oculum O perveniat, macula translucida, omnes transmittens radios, alba est, & juxta hanc seriem recedendo à centro apparent colores, qui etiam ad varios ordines referuntur, ordinibus memoratis oppositos: ALBUS, rubeus flavescens, niger, violaceus, cœruleus: ALBUS, flavus, rubeus, violaceus, cœruleus: VIRIDIS, flavus, rubeus, viridis subcœruleus: RUBEUS, viridis subcœruleus: qui etiam colores aliis debilioribus circumdantur. (*Exp.*)

Lamina tenuis ex aquâ formatur, si hæc paululum sapone incrassata fuerit, & in bullam inflatur. Obtegatur hæc vitro admodum translucido, ne, aëris agitatione, colores qui in hac bullâ observantur, motu aquæ, confundantur. Bulla talis, quia aqua continuo versus omnes partes defluit, tenuissima est in supremâ parte, & crassities descendendo continuo augetur, & totius crassities ex eâdem causâ de momento in momentum minuitur. Antequam bulla disrumpatur, summitas ipsius ita tenuis fit, ut omne lumen transmittat, & nigra appareat, Si in hoc casu bulla hæc reflexo lumine observetur, dum cœli subalbidioris reflexione illustratur, & lumen extraneum intercipitur, corpore quocunque nigro ultra bullam posito; macula nigra statim memorata iisdem circulis coloratis circumdatur & eodem ordine dispositis, quàm circa maculam nigram in præcedenti experimento. Descensu aquæ continuo dilatantur annuli colorati donec frangatur bulla. (*Exp.*)

Si, ubi extremus bullæ circuitus, reflexis radiis rubeus apparet, spectator illum, transmissis radiis, intueatur, cœruleus erit, & in ge-



nere colores, transmissis & reflexis radiis, eodem modo ac in præcedenti experimento, sibi mutuo opponuntur.

875. Ex hisce experimentis collatis, sequitur *augendo tenuissima lamina crassitiem, hujus colorem mutari, & quidem mutationes dari successivè easdem, eodem ordine, sive ex rariori aut densiori medio formetur lamella*; nam in laminâ aëreâ inter vitra, & aqueâ in bullâ, quarum crassities recedendo à medio crescunt, eodem ordine colores disponuntur.

876. In laminâ tamen densiori minor crassities requiritur, quàm in rariori, ut eodem colore tingantur. Iisdem positis quæ in Exp. in n. 873. memorato; madefactis paululum ab unâ parte vitrorum marginibus, aqua paulatim inter vitra penetrabit; in aquâ non alii, quàm in aëre, circulatorum colores observantur, neque horum ordo mutatur, sed circuli contrahuntur; ubi ad centrum pervenit aqua, omnes circulatorum portiones in aquâ à portionibus in aëre separantur, & in minus spatium rediguntur. (Exp.).

877. Lamina color ab illius crassitie (873.), & densitate (876.), pendet, non à medio circumdante. Si lamella ex lapide peculiari ita tenuis detur, ut colorata appareat, colores non mutantur si madefacta fuerit, id est, si, loco aëris, aquâ circumdetur lamella. (Exp.).

878. Ejusdem lamella color est eo magis vividus, quo illius densitas magis differt cum densitate medii circumambientis. Hoc Experimento probatur; nam colores laminæ madefactæ languidiores sunt, quàm laminæ aëre circumdatae. Etiam minus vividi sunt colores in lamina aquea quæ vitro, quam quæ aëre,

cir-



circumdatur ; minus autem aqua & vitrum densitate differunt , quàm aër & aqua.

*Si media densitate aequaliter differant , colores vi-* 879.  
*vidiores erunt , si densius rariori circumdetur : nam*  
in laminâ vitreâ tenuissimâ , quæ coloribus ex  
tenuitate tingitur , aëre circumdatâ , colo-  
res magis vividi erunt , quàm in Exper.  
n. 873. in quo lamina aërea vitro circumda-  
tur.

*Ejusdem densitatis lamina , eodem medio circum-* 880.  
*data , eo majori copiâ lumen reflectit , quo tenuior*  
*est. Nimum tamen si minuatur crassities , non* 881.  
*reflectit lumen. Patent hæc experimentis præce-*  
dentibus ; in quibus circuli colorati mino-  
res , qui etiam sunt tenuiores , omnium  
optimè lumen reflectunt ; in centro verò , ubi  
lamina est omnium tenuissima , nulla sensibilis  
datur reflexio ; ut illud in n. 873. clarè patet :  
in primo datur etiam lamina tenuissima aërea ,  
quæ lumen non reflectit ; nam macula in cen-  
tro translucida superat magnitudine superficies  
vitrorum , quæ ex introcessione partium imme-  
diatè sese mutuo tangunt.

*Si dentur lamina ejusdem medii , quarum crassi-* 882.  
*ties sint in progressionē arithmeticâ numerorum na-*  
turalium 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. &c. , si omnium te-  
nuissima reflectat radios homogeneos quoscunque , se-  
cunda eosdem transmittet , tertia iterum reflectet ,  
& alternis vicibus radii reflectuntur & transmittun-  
tur : id est , laminæ , quarum crassities in pro-  
gressionē memoratâ respondent numeris impa-  
ribus 1. 3. 5. 7. &c. , reflectunt radios , quos  
transmittunt reliquæ , quarum crassities respon-  
dent numeris paribus 2. 4. 6. 8. &c.

Hæc laminarum proprietas obtinet respectu  
radiatorum homogeneorum quorumcunque : cum



hac differentiâ, quod crassities diversæ pro coloribus diversis requirantur, ut ante dictum (873); omnium minima est in coloris violacei reflexione; in rubri reflexione omnium maxima: positis crassitiebus intermediis, radii refrangibilitatis intermediæ reflectuntur, id est, *crescente radii refrangibilitate etiam minuitur crassities lamina, qua illum reflectit.*

Instituatur experimentum in loco obscuro, in quo imago Solis oblonga, sæpius memorata, in chartâ repræsentatur. Dentur, ut in n. 873. duo vitra objectiva, telescopiorum majorum, super se mutuo compressorum, & ita disponantur, ut in his, quasi in speculo, successivè videantur colores singuli imaginis memoratæ; id est, vitra successivè illuminentur radiis homogeneis diversis: quod obtinetur paululum circa axem agitando prisma, quo radii in imagine oblongâ separantur. Annuli, in experimento primo memorati, apparent, sed majori numero, & unus tantum coloris: propter coloris immutabilitatem in radiis homogeneis (850.): in interstitiis horum annulorum radii transmittuntur ut in chartâ, dispositâ post vitra, in quam radii transmissi impingunt, clarè patet; annuli omnium sunt minimi, quando sunt violacei; dilatantur successivè considerando colores sequentes ad rubrum usque. Si, positis annulis coloris cujuscunque, diametri exactè mensurentur circulorum, qui in medio latitudinis singulorum annulorum concipiuntur, quadrata diametrorum erunt inter se ut numeri impares 1. 3. 5. &c. & eodem modo, mensuratis diametris circulorum, in medio singulorum interstitiorum inter annulos, illarum quadrata erunt ut numeri pares 2. 4. 6. &c. Cùm autem agatur de vitris sphaericis, crassities laminæ aëreæ, in circulis memo-



moratis, sunt ut numeri pares & impares.  
(Exp.).

## DEFINITIO.

*Color homogeneus, in laminâ mediî cujuscunque, 884.  
dicitur primi ordinis, si lamina fuerit omnium tenuissima, quæ talem colorem reflectit; in laminâ, cujus crassities tripla est, dicitur secundi ordinis, &c.*

*Color primi ordinis est omnium maximè vividus; 885.  
& successivè, in ordinibus sequentibus, secundo, tertio, &c., minus ac minus vividus est (880.).*

Quando radiis heterogeneis illustratur lamina aërea, inter vitra Telescopiorum, aut lamina similis ex aliâ quacunque materiâ, ut in 873. 874. varii ex annulis, in experimento in n. 883. memorato, visis, inter se confunduntur, & color videtur, qui ex horum permixtione conflatur; nam eadem lamina crassities, ad colores diversos, variorum ordinum, reflectendos, sæpè requiritur: sic lamina, quæ violaceum tertii ordinis reflectit, etiam repercutit rubram secundi ordinis, ut, ad hoc attendendo, ex ultimo experimento deducitur: ideoque in n. 873. 874. violaceus annulus tertius cum parte exteriori annuli rubri secundi confunditur, & color datur purpureus; non tamen omnis ruber color secundi ordinis absorbetur; quia annulus ruber violaceum latitudine superat. 886.

*Quo magis augetur lamina crassities, eo plures colores reflectit, varios, ex diversis ordinibus. 887.  
Lamina violacea decimi ordinis, congruit cum coeruleâ noni ordinis, & flavâ octavi ordinis, & tandem cum rubrâ septimi ordinis, & color laminæ ex permixtione horum colorum conflatur.*

*Si in Exp. memoratis in n. 873. 874., obliquè 888.  
spectator intueatur laminas, aëream, & aqueam, distantur annuli cum oculi obliquitate, id est,*



- est, in hoc motu oculi *lamina color* in determinato loco *mutatur*: major tamen est in n. 873.
889. dilatatio: quod probat *obliquitate radiorum colorem magis mutari, si lamina densiori medio, quàm si rariori circumdetur.*
- T. 13. Cujus propositionis demonstrationem ex re-  
fig. 5. fractionis legibus facile deducimus. Sint L & l laminæ tenues; hæc medio densiori, illa medio rariori circumdata; sint ambæ ejusdem crassitie: si in has incidant radii AB, *ab*, æqualiter ad laminas inclinati, in L refraction fiet, accedendo ad perpendicularem (620); in l contra refringitur radius recedendo a perpendiculari (621); & licet BD & *bd* sint æquales, *b c* longitudine superat BC, ideòque major datur mutatio in motu luminis in laminâ l quàm in L.
890. *Auctâ densitate lamina L, manente medio rariori quo circumdatur, minor dabitur differentia inter B C & B D, ideoque minor mutatio*
891. *coloris: & si ita augeatur vis refringens lamina, ut radii refracti, quæcunque fuerit incidentis obliquitas, sensibilibiter inter se non differant, sensibilis non dabitur differentia in colore lamina, in quocunque situ oculus ponatur.*
892. Ex hisce deducimus, *quarundam laminarum colorem ex mutato oculi situ variari, aliarum colorem permanere.*

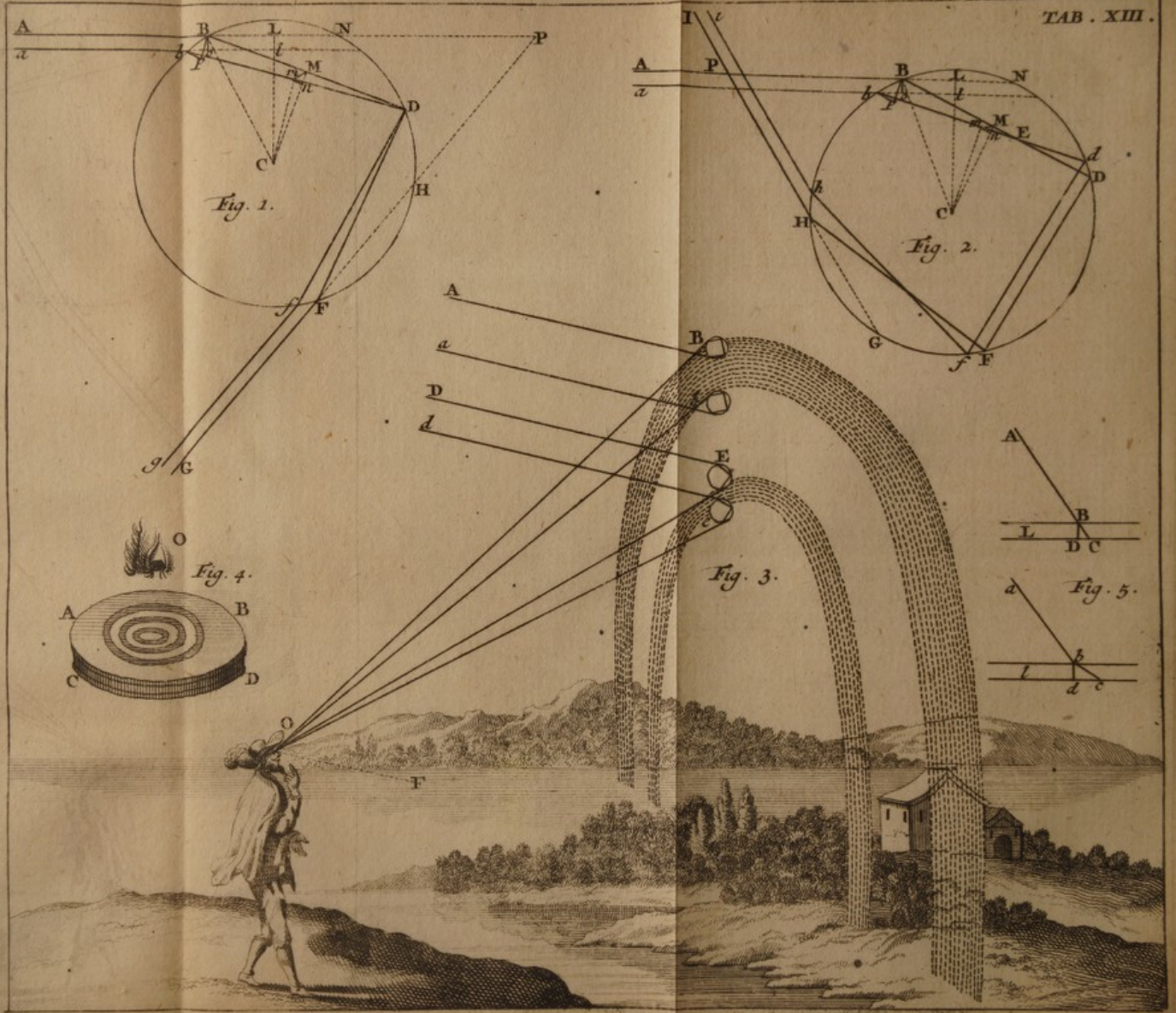
## C A P U T XXII.

*De Corporum naturalium Coloribus.*

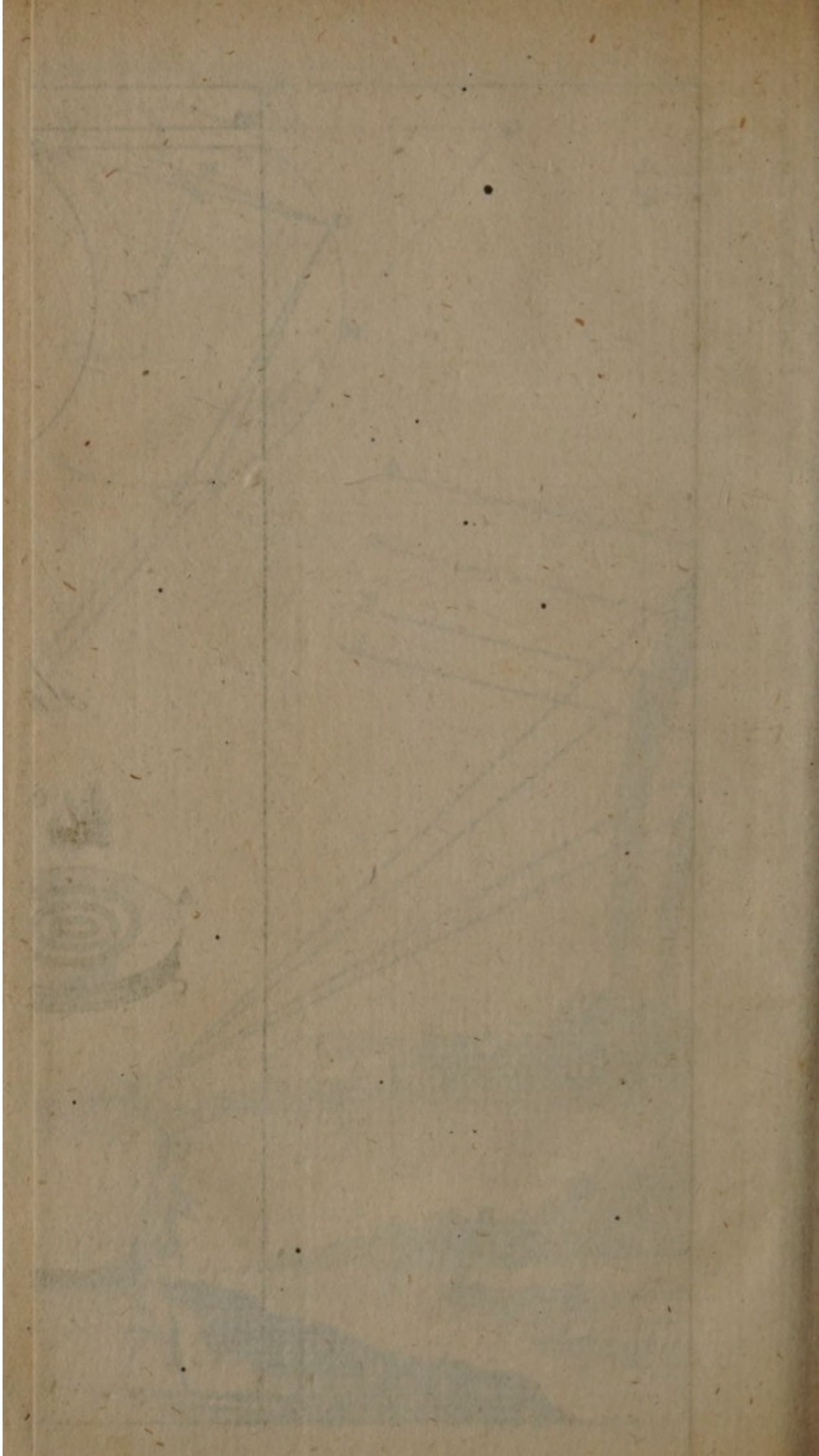
QUæ Corporum quorumcunque colores spectant, ex huc usque explicatis facile deducuntur.

Vidimus radios laminis colores sibi peculiare  
&











& immutabiles habere, ita ut reflexione non mutantur (850.). 893.

Ideò radii à corporibus reflexi, majorem aut minorem refrangibilitatem habent pro majori aut minori refrangibilitate, quæ competit colori ipsius corporis, In medio chartæ nigræ duo frustra quadrata, duorum circiter pollicum, vittæ sericæ, unum rubeum alterum violaceum, junguntur ita, ut sese mutuo ad latera tangant, disponitur charta nigra, ut à lumine per fenestram cubiculum intranti vittæ probè illuminentur: si spectator trans prisma vittas intueatur, colores separati apparent. (Exp.).

Si eadem vittæ sericæ flammâ candelæ illuminentur; ad sex pedum distantiam detur lens convexa, de qua in n. 842., ad distantiam circiter sex pedum, in chartâ albâ dabitur repræsentatio vittæ rubræ, ad minorem distantiam aliis repræsentationem exactam habemus. Determinatur ubi repræsentationes sunt exactæ, si fila nigra trajiciant superficiem vittarum, nam hæc fila distincta apparent in exactâ repræsentatione, (Exp.). 894.

Corporum colores varios dari, quia radii diversi à corporibus diverse coloratis reflectuntur, & corpus illius coloris apparere, qui oritur ex permixtione radiorum reflexorum, non modo ex præcedentibus experimentis deducitur, sed etiam directis demonstratur. Dentur duo corpora quæcunque, unum rubrum, alterum cœruleum, illuminentur hæc successivè, in loco obscuro, coloribus imaginis coloratæ, refractione prismatis formatæ, singuli colores ab ambobus quidem reflectuntur, sed radii rubri magnâ copiâ à corpore rubro reperiuntur, dum paucos ex his reflectit corpus cœruleum, ut ex collatione coloris rubri amborum corporum clarè patet; contrarium observatur in radiis cœruleis, qui à corpore 895.



pore cœruleo magnâ copiâ reflectuntur, dum à corpore rubro pauci tantum, reflexione redeunt. (*Exp.*).

Radii, qui à corpore non reflectuntur, in hoc penetrant, ibique innumeras reflexiones & refractiones patiuntur, ut inter num. 830. & 831. explicavimus, donec tandem sese jun-  
 896. gant particulis ipsius corporis (553.). Idèò *corpus eo citius incalescit, quo minori copiâ reflectit lu-*  
 897. *men.* Idcirco corpus album, quod ferè omnes radios quibus illustratur reflectit (856.), *omnium lentissimè incalescit, dum corpus nigrum, in quod ferè omnes radii penetrant, quia pauci tantum reflectuntur (833.), citius aliis calorem acquirit.*

Ut autem determinemus constitutionem superficierum corporum, à qua color pendet, debemus attendere ad minimas particulas, ex quibus hæ superficies formantur; Particulæ hæ sunt translucidæ (829.), & separantur medio, densitate differente cum ipsis particulis (831.); sunt etiam tenues, aliter superficies quasi corpore translucido obtegeretur (831.), & color à particulis infra has pendêret. In omni ergo superficie corporis colorati dantur laminæ innumeræ exiguæ tenues; minuendo autem laminam, servatâ hujus crassitie, non hujus proprietates, quantum ad luminis reflexionem, mutantur; nam lamina minima, cum relatione ad radios luminis, magna admodum est: Idcirco demonstrata in Capite præcedenti, ad hæc laminas in superficiebus corporum applicari possunt. Unde sequentes deducimus conclusiones.

898. *Pendet color corporis à crassitie, & densitate partium corporis, quæ in superficie interjacent meatui in corpore (877.).*

899. *Eo magis vividus & magis homogeneus est color, quo partes sunt tenuiores (885. 886. 887.).*

900. *Cæteris paribus, partes memorata crassitiem omnium*  
*ma-*



*maximam habent, si corpus fuerit rubrum, omnium minimam, si violaceum (848.).*

*Partes corporum densitate medium in interstitiis 901. multum superant (889. 890. 891.).*

*Densitas hac minor est in caudis pavonum & 902. in genere in corporibus, quorum color pro diverso oculi situ variat (888. 890.).*

*Color corporis obscurior & fuscior est, si medium 903. densius poros intret (878.); tunc enim partes à quibus color pendet, medio densiori quàm ante, circumdantur.*

*Experimur hoc in omnibus corporibus, quæ 904. intimè ab aquâ aut oleo penetrantur: exsiccatis corporibus pristinum recuperant colorem, nisi in quibusdam occasionibus, in quibus, actione aquæ aut olei, quædam partes sunt sublatae, aut quando partes quædam aquæ aut olei, cum partibus corporis ita conjunguntur, ut lamellarum crassities mutetur.*

*Ex simili causâ deducuntur mutationes in coloribus quorundam liquidorum, ex permixtione cum aliis liquidis. Sæpe particula salinæ, natantes in uno liquido, sese jurgunt particulis salinis natantibus in alio; aut, ex actione particularum supervenientium, separantur particula junctæ, quibus omnibus mutatur particularum crassities, & cum hac liquidorum color (875).*

*Liquidi aliquando diversus est color, si radiis re- 905. flexis, quàm si transmissis, videatur: unde hoc oriatur antea vidimus (873.). Infusio ligni nephritici, non nimium saturata, reflexis radiis cœrulea apparet, & flava videtur; si inter lumen oculum detur phiala infusionem continens. (Exp.).*

*Si in infusione ligni nephritici infundatur spiritus aceti vini, flava apparet quomodocunque videatur. (Exp.).* 906.

*In hoc casu particularum crassities mutatur, &*



& radii per singulas particulas transmissi interceptiuntur; licet verò liquor inter oculum & lumen ponatur radiis reflexis videtur, nam tales radios ad oculum pervenire ex variis reflexionibus, quas lumen in liquido patitur, facile concipimus. Hicce autem color solus sensibilis est, quia radii directè per liquidum penetrare non possunt.

907. Ex hoc ipso deducimus, quare *liquidum coloratum, in vitro figura conii inversi, si detur inter oculum & lumen, diversi coloris appareat, in variis vaseos partibus*; in inferiori parte non omnes radii per particulas transmissi interceptiuntur, magis ac magis interceptiuntur, quo majori copiâ liquidum inter oculum & lumen detur; donec tandem omnes interceptiuntur, & soli à particulis reflexi liquidum penetrent; in quo casu color coincidit cum colore liquidi, radiis reflexis visi.

908. *Nubes sæpe pulcherrimè coloratae apparent?* constant ex particulis aqueis quibus interjacet aër, pro variâ ideò particularum aquearum crassitie, color diversus in nube dabitur (875.).

## FINIS LIBRI TERTII.





# INSTITUTIONES PHILOSOPHIÆ NEWTONIANÆ

## LIBRI IV.

### Pars I. De Mundi Systemate.

#### CAPUT I.

#### *Idea Generalis Systematis Planetarii.*



Patium nullis limitibus terminari posse (17.) qui attentè consideraverit, vix inficias ire poterit, supremam omnipotentem intelligentiam, quam terricolis arcto in campo demonstravit, sapientiam ubique manifestam fecisse. Quem hîc arctum dico campum, in immensum captum nostrum superat; arctum tamen cum spatio infinito collatum.

*Tellus nostra cum sedecim aliis corporibus, (non plura novimus) in determinato spatio movetur; non ultra determinatos limites, neque à se mutuo recedunt; neque ad se mutuo accedunt hæc corpora; & immutatis legibus motus horum subjiciuntur.*

#### DEFINITIO I.

*Congeries hæc septemdecim corporum vocatur Systema Planetarium.*

Cir-



Circa hæc sola ferè tota versatur ars Astronomica; de his etiam præcipuè acturus sum in hoc opere; reliqua Universum constituentia corpora nimium à nobis distant, ita ut horum motus, si moventur, à nobis observari nequeant; inter hæc nobis sensibilia sunt sola lucida, & quidem insigniora tantum, & quæ à nobis cæteris minus distant: etiam illorum quæ Telescopio deteguntur, plurima oculo inermi visibilia non sunt.

## DEFINITIO. 2.

911. Corpora hæc omnia dicuntur *Stella fixæ*.

Fixæ vocantur, quia eundem situm inter se sensibilibiter servant; circa hæc peculiaris quædam, in sequentibus, memoranda erunt.

912. Quod autem Systema Planetarium spectat: In hoc septemdecim dari corpora diximus; omnia sunt spherica: Unicum proprio lumine lucet; reliqua sunt opaca, & mutuato lumine visibilia sunt.

913. Sol est corpus illud lucidum, & omnium in Systemate Planetario longè maximum; in hujus medio quiescit, saltem exiguo motu tantum agitur.

## DEFINITIO 3.

914. Reliqua sedecim vocantur *Planeta*.

Hi in duas classes dividuntur; sex dicuntur Planetæ primarii; decem vocantur Planetæ secundarii. Quando de Planetis, nullâ adjetâ distinctione, loquimur, primarios intelligimus.

915. *Primarii Planeta motibus suis Solem cingunt*, & ad diversas ab hoc distantias, in curvis, in se redeuntibus, feruntur.

916. *Planeta secundarius circa primarium revolvitur*, & hunc in motu suo circa Solem comitatur.

917. *Planeta in motibus suis lineas Ellipticas (229.), à circulis non admodum differentes, describunt.*

Et



*Et singulæ lineæ hæc fixæ sunt, saltem, nisi post longum tempus, exigua in situ mutatio observatur.*

*Ita singulorum Planetarum primariorum orbitæ 918; disponuntur, ut focorum alter cadat in centro Solis; T. 3. si Ellipsis A B a b repræsentet orbitam Pla-fig. 11. netæ, centrum Solis est F:*

DEFINITIO 4.

*Distantia, inter centrum Solis & centrum orbi- 919. ta, vocatur Planetæ Excentricitas: ut F C.*

*In singulis revolutionibus Planeta semel ad Solem 920. accedit, & semel ab hoc recedit; daturque ad distantiam omnium maximam in extremitate a axeos majoris orbitæ; & ad distantiam omnium minimam in extremitate oppositâ A.*

DEFINITIO 5.

*Distantia Planeta à Sole vocatur Media, quæ aqua- 921. liter cum maximâ & minimâ differt. Ad hanc datur Planeta in extremitatibus B, b, axeos minoris.*

DEFINITIO 6.

*Punctum orbitæ, in quo Planeta à Sole maximè 922. distat, vocatur Aphelium. Ut a.*

DEFINITIO 7.

*Punctum orbitæ, in quo planeta minimè à Sole 923. distat, vocatur Perihelium. Ut A.*

DEFINITIO 8.

*Nomine communi puncta hæc vocantur Au- 924. ges seu Apsides.*

DEFINITIO 9.

*Linea quæ apsidæ conjungit, id est, axis major 925. orbitæ, vocatur linea Apfidum.*

*Orbita unaquæque in plano datur, quod per cen- 926. trum Solis transit.*

DEFINITIO 10.

*Planum orbitæ Telluris vocatur Planum Ecli- 927. pticæ.*

*Hoc quaquaversum continuatum concipitur;*

&



& ad situm planorum reliquarum orbitalium, respectu hujus, attendunt Astronomi.

## DEFINITIO II.

928. *Puncta in quibus orbita secant planum Eclipticæ vocantur Nodi.*

## DEFINITIO. 12.

929. *Linea quæ jungit orbita cujuscunque Nodos, id est communis sectio plani orbitæ, cum Plano Eclipticæ, vocatur Linea Nodorum.*

930. *Planeta non equali celeritate in omnibus punctis orbitæ suæ fertur; quo minus à Sole distat, eo celerius movetur; & tempora, in quibus arcus varii orbitæ percurruntur, sunt inter se ut areae, lineis ad centrum Solis ductis, formatae; Arcus AG & GB*

931. *percurruntur in temporibus, quæ sunt inter se, ut areae triangulorum mixtorum AFG, GFB*

932. *Omnes Planeta versus eandem partem feruntur; & horum motus, in orbitis suis, est contrarius motui, quem quotidie in omnibus corporibus cœlestibus observamus, quo in uno die tellurem circumferri videntur, de quo in sequentibus.*

## DEFINITIO 13.

933. *Motus, qualis est Planetarum in orbitis, dicitur in consequentiâ, & directus.*

## DEFINITIO 14.

934. *Motus contrarius dicitur in antecedentiâ; aliquando etiam retrogradus.*

935. *Quo à Sole magis removentur Planeta, eo in orbitis lentius feruntur; ita ut tempora periodica magis distantium majora sint, & ex majori orbitâ percurfâ, & ex lentiori motu.*

## DEFINITIO 15.

936. *Axis Planetæ dicitur linea, quæ per centrum Planetæ transit, & circa quam hicce rotatur.*

937. *Planeta, saltem plerique, & Sol ipse circa axes revolvuntur: duo dantur circa quos, hujus respectu, observationes instituere non licuit, qui*  
hoc



hoc motu probabiliter non destituuntur.

*Motus hicce conspirat cum motu Planetarum* 938.  
in orbitis, id est, *est in consequentiâ.*

*Axes ipsi motu parallelo feruntur*, ita, ut fin- 939.  
gula axeos Planetæ puncta lineas æquales & si-  
miles describant.

DEFINITIO 16.

*Axeos extremitates dicuntur Planeta Poli.* 940.

*Planetarum à Sole distantias satis accuratè inter* 941.  
*se conferunt Astronomi*; ita ut totius Systematis T. 14.  
ideam habeamus. Orbium dimensiones in hoc  
schemate repræsentantur, in quo puncta N N,  
singulorum orbium Nodos designant.

*Nondum tamen hujus systematis dimensiones, cum* 942.  
*ullâ mensurâ nobis notâ in superficie Telluris, conser-*  
*re possumus*; observationes enim, circa talem  
collationem institutas, erroris expertes est Astro-  
nomus non afferet.

Ut autem variæ systematis partes inter se con- 943.  
ferantur, ponimus mediam Telluris à Sole di-  
stantiam, dividi in 1000. partes æquales, quæ,  
in mensurandis reliquis dimensionibus, adhi-  
bentur.

Sol ☉ in medio systematis, ut ante dictum, 944.  
exiguo motu agitur, circa axem revolvitur  
in spatio 25. dierum: & axis ad planum Ecli-  
pticæ inclinatur, efficiens angulum 87. gr. 30'.

Planetarum omnium minimè à Sole distat 945.  
Mercurius ☿; Hujus distantia media à Sole est  
387: Excentricitas est 80; Inclinatio orbitæ,  
id est, angulus à plano orbitæ cum plano Ecli-  
pticæ formatus, est 6. gr. 52'. In tempore 87.  
dierum, 23. horarum, revolutionem circa So-  
lem peragit.

Insequitur Venus ♀; cujus distantia media à 946.  
Sole est 723: Excentricitas 5: Inclinatio orbi-  
tæ 3. gr. 23': Tempus periodicum 224. dier



17. hor.: Circa axem rotatur in 23. horis.

947. Planeta tertius ordine à Sole, est Tellus nostra ☿, hujus distantia media à Sole est 1000.: Excentricitas 169: In ipso plano Eclipticæ movetur. Tempus periodicum est 365. dier. 5. hor. 51': Circa axem in spatio 23. hor. 56'. 4" revolvitur: Axis cum plano Eclipticæ efficit angulum 66. gr. 31'.

948. Mars ♀ à Sole in mediâ distantia removetur 1524.: Excentricitas est 141.: Inclinatio orbitæ 1. gr. 52': Tempus periodicum 686. dier. 23. hor.. Circa axem revolutionem peragit in 24. hor. 40'.

949. Jupiter ♃ Planetarum maximus, à Sole distat mediâ remotione 5201.: Excentricitas 250.: Inclinatio orbitæ, 1. gr. 20': Tempus periodicum 4332. dier. 12. hor.: Circa axem revolvitur in 9. hor. 56'.

950. Saturni ♄ Planetarum remotissimi à Sole distantia media est 9538.: Excentricitas 547.: Orbitæ inclinatio 2. gr. 30': Tempus periodicum 10759. dier. 7. hor.. Hic annulo circumdatur, qui Planetam non tangit, & hunc nunquam deserit: nisi adhibito Telescopio visibilis non est.

Datâ distantia mediâ, addendò excentricitatem, detegitur maxima distantia, subtractâ verò excentricitate ex mediâ distantia, determinatur distantia minima (921.).

951. Tres Planetæ, Mars, Jupiter, & Saturnus, qui ultra Tellurem à Sole removentur, dicuntur *superiores*. *Inferiores* Planetæ vocantur Venus & Mercurius.

952. *Inter primarios Planetas tres secundariis stipantur.*

Circa Saturnum quinque Planetæ, satellites dicti, moventur: Circa Jovem quatuor: Circa Tellurem unus, Luna nempe.

Pla-



Planetæ secundarii, Lunâ exceptâ, nudis oculis non deteguntur.

*Satellites circa primarios describunt areas, lineis 953. ad centra primariorum, ductis temporibus proportionales; ut respectu centri Solis de primariis dictum (931.).*

*Luna circa Tellurem in ellipsi movetur, cujus for- 954. corum alter occupat Telluris centrum, à quo Lunæ distantia media est semidiametrorum Telluris  $60\frac{1}{2}$ .: Excentricitas mutationi obnoxia est, media 955. est semidiametrorum  $3\frac{1}{3}$ .: Planum orbitæ, cum 956. plano Eclipticæ, efficit angulum circiter 5. gr., sed non constans est hæc inclinatio. In motu Lunæ 957. circa Tellurem, non motu parallelo feruntur, neque linea Apsidum, neque linea Nodorum; sed hæc in antecedentia, illa in consequentia fertur; prima in 9. circiter annis revolutionem peragit, secunda in 19. Annis. Lunæ tempus periodicum, circa tellurem est 27. dierum & 7. circiter horarum; & exactissimè in eodem tempore circa axem rotatur.*

*Planetarum circumjovialium primus seu in- 958. timus, à Jovis centro distat diametros Jovis  $2\frac{5}{6}$ .: circa Jovem circumvolvitur in uno die 18. hor. 28'.*

*Secundi distantia est diametrorum Jovis  $4\frac{1}{2}$ .: tempus periodicum 3. dier. 13. hor. 18'.*

*Tertii distantia est  $7\frac{1}{6}$ . diam.: Tempus periodicum 7. dier. 4. hor.*

*Quartus distat  $12\frac{2}{3}$ . diam.: Revolvitur in tempore 16. dier. 18. hor. 5'.*

*Primus seu intimus Saturni Satelles, à centro 959. Saturni distat  $\frac{39}{40}$ . diam. Annuli: Tempus periodicum 1. diei, 21. hor. 18'.*

*Secundi distantia est diam. Ann.  $1\frac{1}{4}$ .: Tempus periodicum 2. dier. 17. hor. 41'.*



Tertii distantia est  $1\frac{3}{4}$ . diam. Ann.: Tempus periodicum 4. dier. 13. hor. 47'.

Quarti distantia 4. diam. Ann.: Tempus periodicum 15. dier. 22. hor. 41'.

Quinti distantia 12. diam. Ann.: Tempus periodicum 79. dier. 7. hor. 53'.

960. De motu horum, ut & Jovialium Satellitum, circa axes, nil certi huc usque ex observationibus Astronomicis determinari potest

Si ad distantias & Tempora periodica Planetarum attendamus, hanc regulam in nostro Systemate, ubicunque plurima corpora circa idem punctum revolvuntur, id est, *circa Solem, Saturnum, & Jovem*, obtinere videmus: *Quadrata Temporum periodicorum esse inter se, ut cubos distantiarum mediarum à centro.*

962. Dimensionum ipsorum corporum, in nostro Systemate, ideam damus in schemate, in quo omnes Planetæ primarii, ut & Saturni annulus, secundum dimensiones suas, delineantur. Sol, cujus magnitudo omnes alias excedit, repræsentatur circulo maximo, id est, terminante repræsentationem Systematis.

Hæ dimensiones satis exactè proportionem corporum inter se exhibent, si tellurem excipiamus, quæ, ex ratione jam tradita (942.), cum cæteris corporibus ita conferri non potest, ut de errore dubium nullum superfit.

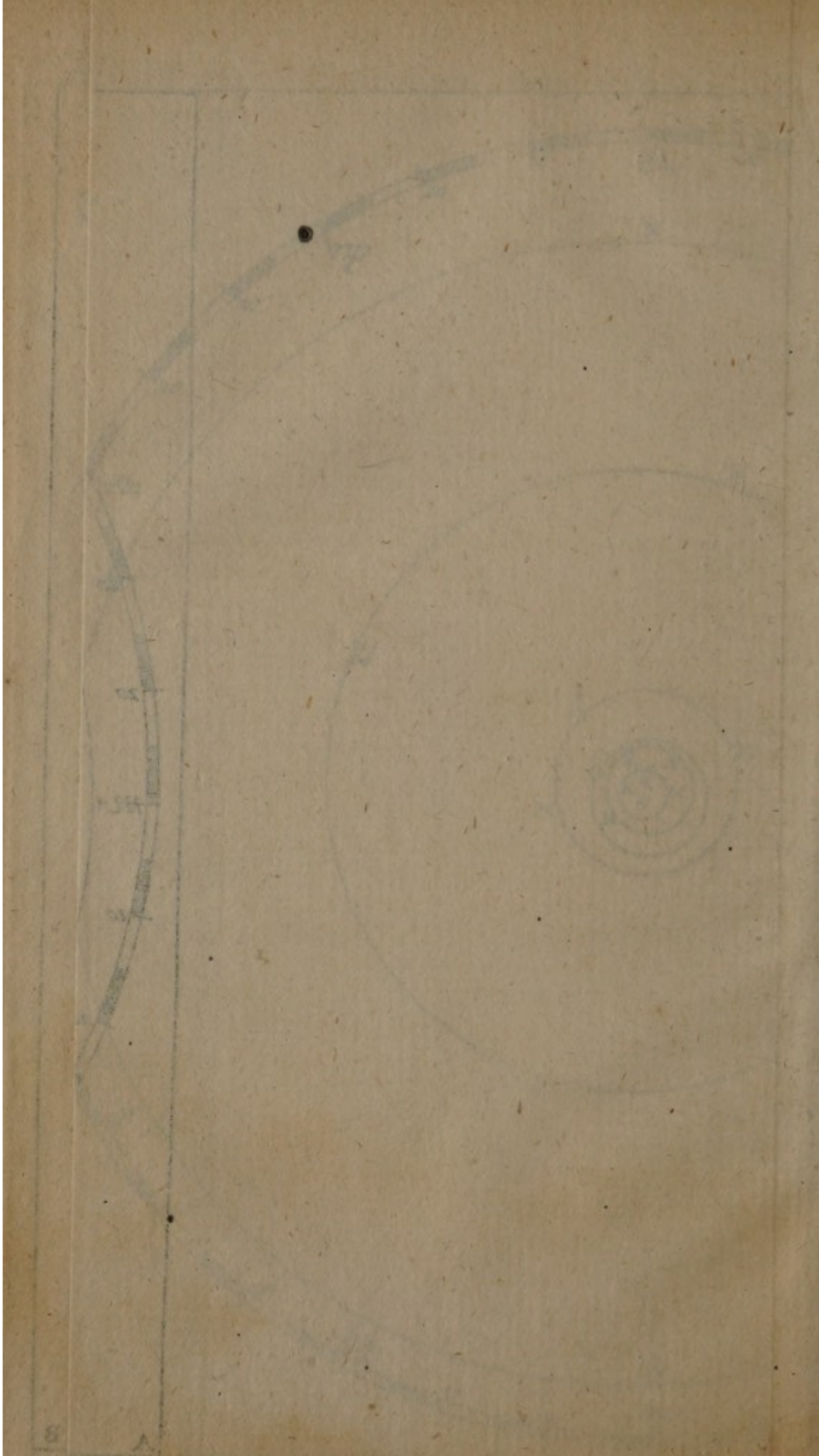
963. *Mensuratur tamen Telluris diameter*, & est 3400669. perticarum, quarum singulæ continent 12. pedes Rhenolandicos; sed licet inter se, & cum Solis diametro, conferantur cæterorum Planetarum diametri, quot pedes hæ contineant exactè, nisi post, in tempore opportuno, instituendas observationes, determinari non poterit.

964. Inter corpora, Systema Planetarium componen-











nentia, sola Luna cum Tellure confertur; hujus diameter est ad Lunæ diametrum, ut  $40\frac{7}{3}$  ad 11.

*Planeta secundarii reliqui ab Astronomis non men- 965.  
surantur, quosdam tamen magnitudine Tellu-  
rem excedere, in dubium vix vocari potest.*

Præter corpora huc usque memorata, in sy-  
stematæ planetario, quædam alia per tempus  
videntur, quæ ad Solem accedunt, deinde ab  
hoc recedunt, & invisibilia fiunt; Cometa di- 966.  
cuntur. Hi plerumque caudati apparent, & cauda  
semper à Sole averfa datur. In motu suo describunt 967.  
areas, lineis ad centrum Solis ductis, temporibus  
proportionales, ut de Planetis dictum (931. 953.)

*Circa Cometas probabile est, illos in orbitis ellypti- 968.  
cis admodum extentricis moveri; ita ut invisibiles  
sint, quando à Sole remotiorem orbitæ partem  
occupant, quod ex quorundam periodis satis  
regularibus deducitur; & ex observationibus  
constat, quosdam portiones Ellypsium valdè excen- 969.  
tricarum, in quarum foco centrum Solis erat, in  
motu suo descripsisse.*

Quam huc usque ideam Systematis Planetarii  
dedi, Astronomicis nititur observationibus; &  
de huc usque dictis, nulla lis est inter Astrono-  
mos, si excipiamus, quæ lineam ellypticam &  
motum Telluris spectant.

Quidam Planetarum orbitas non esse ellypti-  
cas, sed illos, in motu, aliam ovalem descri-  
bere contendunt: ex observationibus Tichonis  
Brahe deduxit Keplerus, lineas has esse ellypti-  
cas; & curvas alias à Planetis non posse descri-  
bi, in parte sequenti videbimus.

Qui Tellurem quiescere contendunt, nullo  
Astronomico aut Physico nituntur argumento;  
id est, ex Phænomenis non ratiocinantur: ne-  
glectâ Systematis simplicitate, & in hoc motu-



um analogiâ, sententiam suam observationibus non contrariari defendunt; in quo illos errare, in parte sequenti videbimus.

## CAPUT II.

*De motu apparenti.*

Qui, lecto capite præcedenti, cœlum intuebitur, illud se, quod ibi exponitur, systema contemplari vix credet; & exactior motuum cœlestium consideratio dubium augebit. Nil  
970. mirum, in cœlis præter falsas motuum apparentias vix quicquam observamus.

Variis motibus agitated spectator, qui se quiescere cogitat, & intuetur corpora, circa quorum distantiam & magnitudinem falsa fert iudicia, vulgaris est cœlorum contemplator. Per multa sæcula verum Mundi Systema, cœlum etiam exactius observantes, latuit.

971. Explicandum autem nobis est, quomodo omnia, quæ circa corpora cœlestia observantur, respectu spectatoris in Tellure, locum habeant in Systemate exposito; id est, ex veris motibus apparentias deducemus. Quod fieri non potest, nisi quibusdam generalibus præmissis, de motu apparenti in genere.

Motum verum nullâ arte à nobis observari posse, extra omne dubium est; solus motus relativus sub sensu cadit; de eo etiam tantum agitur in capite præcedenti: Quis affirmare aut negare cum ratione poterit, non motu communi omnia corpora nobis nota, per spatia immensa transferri?

972. *Motus relativus ab apparenti distinguendus est;* hic enim est mutatio visa in situ corporum, & pendet à mutatione in picturâ in fundo oculi;  
nam



nam objecta illam inter se relationem apparentem habent, quæ datur in oculo inter objectorum repræsentationes; videntur enim ut in oculo depinguntur (710.); & mutatio in hac picturâ ex corporum motu, ferè semper differt cum mutatione relationis inter ipsa corpora; ut ex picturæ formatione sequitur.

*Cælum nihil est præter spatium immensum, quod videri non potest, & nigrum appareret* (833.); nisi continuo radii luminis innumeri, à corporibus cœlestibus manantes Atmosphæram penetrarent. Plerique per rectas lineas, ab illis corporibus ad nos, perveniunt, multi tamen in Atmosphærà varias patiuntur reflexiones & totam Atmosphæram illuminant; inde de die, etiam absque nubium reflexione, corpora illustrantur, ad quæ radii solares directè pervenire nequeunt.

Radii hi sunt heterogenei, & quidem albi; nam corpora dantur hisce radiis illustrata, quæ alba apparent; & hæc, per prismata visa, ad extremitates coloribus tinguntur; quod in colore homogeneo non obtinet (860.); etiam circulus chartæ albæ, diametri semi pollicis, panno nigro superimpositus, si hisce radiis illuminetur, per prismata oblongus apparet, & iidem colores, qui in radiis solaribus observantur (848.), eodem modo hic videntur; quæ omnia minimè obtinerent, si aër, ut à plurimis statuitur, foret liquidum cœruleum, id est, per quod soli radii cœrulei, saltem maximâ copiâ, trans-eunt.

*Dum cælum nigrum intuemur, radii albi memorati oculos intrant, unde color cœruleus cœlorum oritur.* Quia adsueti sumus colorem videre, ubi objectum datur coloratum, etiam ad objectum refertur color cœlorum; cum autem hic versus omnes partes æqualiter observetur, concipimus superficiem cavam sphericam, in cuius centro ipsi positi



*sumus: superficiem hanc ut opacam, ideoque ultra omnia corpora nobis visibilia remotam, imaginamur.*

Quando inter planum & oculum datur Corpus, de cujus distantia judicium ferre non possumus, plano applicatum nobis apparet corpus, quæcunque fuerit distantia inter hoc & planum; nulla enim datur ratio, quare partes plani, quæ ad latera imaginis corporis in oculo depinguntur, non ad eandem distantiam cum corpore apparerent.

976. Inde etiam *omnia corpora cœlestia*, (quorum minime à nobis distans, Luna nempe, ita removetur, ut judicium de distantia non detur (726.)) *ad sphaeram imaginariam, memoratam, referuntur; & omnia æque remota apparent; & in superficie sphaerae cava moveri videntur.* Sic Luna inter stellas fixas concipitur, licet illius distantia vix rationem sensibilem habeat ad Saturni distantiam, quæ ipsa evanescit collata cum immensa stellarum fixarum remotione. Non mirum est igitur, si de magnitudine corporum cœlestium & cœlorum immensitate nil noscat vulgus.

Deducimus ex dictis, quomodo ex dato motu corporis cujuscunque, & noto motu Telluris, motus apparens determinetur. Sphaeram diximus concipi ultra stellas fixas, in cujus centro datur spectator (975.): orbita Telluris adeo est exigua respectu diametri hujus sphaeræ, ut ex translato cum Tellure, spectatore, centrum

977. *sphaeræ sensibilibiter non mutetur; Quare in omnibus superficiei Telluris punctis, & in tempore quocunque, eandem Terricola imaginantur sphaeram, ad quam corpora cœlestia referunt; & quam, in sequentibus, nominabimus sphaeram stellarum fixarum.*

978. Hisce positis, si per Tellurem, & corpus, lineam concipiamus, quæ ultra corpus continuata sphaeram memoratam secatur, habemus punctum, ad quod corpus memoratum refertur, & quod est locus apparens corporis. Dum



Dum corpus, aut Tellus, aut ambo, moventur, agitatur hæc linea, & motus apparens est 979. linea, quam inter stellas fixas describit extremitas lineæ memoratæ, transeuntis per Tellurem & corpus, cujus motus apparens observatur.

Idcirco eadem apparentiæ ex translata Tellure sequuntur, quàm ex translato corpore, & eadem etiam ex motu amborum deduci possunt.

Si autem Corpus & Tellus ita moveantur, ut linea, qua per hæc corpora transit, motu parallelo feratur, corpus inter stellas fixas quiescere videbitur; quia spatium, in hoc casu, ab extremitate lineæ inter stellas percursum, non superat spatium à Tellure percursum; linea autem æqualis toti spatio, quod à Tellure potest percurri, ad distantiam stellarum fixarum remota, nobis sensibilis non est.

Ex motu Telluris circa axem etiam datur motus apparens, qui suo tempore, ex fundamentis in hoc capite positis, facile deducetur.

Motum apparentem à relativo differre, & ex motu spectatoris variari, navigantes quotidie experiuntur.

### CAPUT III.

#### *De Phænomenis Solis ex motu Telluris in orbitâ.*

**S**It Sol in S; Tellus in orbitâ suâ in T;  $r$  & T. 15. sphaera stellarum fixarum; locus apparens Solis est  $s$  (978.). Dum Tellus in orbitâ transfer- 983. tur à T in  $t$ , Sol moveri videtur, & percurrere arcum  $s r$  (979.), qui mensurat angulum  $r S s$ , æqualem angulo  $T S t$ ; ita, ut celeritas motus apparentis Solis pendeat, à celeritate motus angularis Telluris, respectu centri Solis; qui motus ex duplici causâ crescit; ex imminutâ di-



stantiâ à Sole, & ex auctâ celeritate Telluris: quæ ambæ causæ semper concurrunt (931.);

984. quare *motus apparentis Solis inæqualitas sensibilis est.*

985. *In integrâ Telluris revolutione, etiam integrum circulum Sol percurrere videtur.*

#### DEFINITIO I.

986. *Via hæc apparens Solis Linea Ecliptica vocatur. Est sectio sphæræ stellarum fixarum cum plano Eclipticæ, ad hanc sphæram usque continuato.*

Dividitur hæc via in duodecim partes æquales, quæ singulæ continent 30. gr.; partes hæ vocantur Signa, & nominibus dantur; Aries  $\gamma$ , Taurus  $\tau$ , Gemini  $\varpi$ , Cancer  $\♋$ , Leo  $\♌$ , Virgo  $\♍$ , Libra  $\♎$ , Scorpius  $\♏$ , Sagittarius  $\♐$ , Capricornus  $\♑$ , Aquarius  $\♒$ , Pisces  $\♓$ . Unde hæ partes nomina mutuatae sint, ubi de stellis fixis acturi sumus, videbimus.

987. *Diutius in percurrendis sex signis primis hæret Sol, quàm in sex posterioribus, daturque differentia novem dierum.*

988. *Licet circulus nullum habeat principium aut finem, ubi tamen in hoc puncta varia determinanda sunt, quoddam punctum pro principio habendum est; hoc, in lineâ Eclipticâ, est primum punctum Arietis; quomodo determinetur,*

989. *in sequentibus videbimus. Non est fixum inter stellas fixas; idcirco orbita Planetarum, quæ adeò parum mutantur, ut pro immutabilibus haberi possint (917.), non eundem respectu hujus puncti situm servant.*

#### DEFINITIO 2.

990. *Distancia Solis à primo puncto Arietis, in consequentiâ mensurata, dicitur Solis Longitudo.*

991. *Longitudines caterorum corporum cœlestium, eo-*

992. *dem modo in Eclipticâ mensurantur; Ad hanc referuntur, si circulus major per corpus concipiatur perpendicularis ad Eclipticam; punctum enim, in quo hæc*



hæc ab illo circulo secatur, determinat corporis longitudinem.

DEFINITIO 3.

*Distantia corporis cœlestis à lineâ Eclipticâ, vocatur illius Latitudo. Est arcus circuli majoris, ad Eclipticam perpendicularis, inter corpus & Eclipticam interceptus.* 993.

DEFINITIO 4.

*Si in centro spheræ stellarum fixarum, ad planum Eclipticæ, concipiamus lineam perpendicularem, puncta, in quibus hæc memoratam spheram secat, vocantur Poli Eclipticæ.* 994.

DEFINITIO 5.

*Zodiacus est Zona, quæ concipitur in cœlis, quam in duas partes æquales secat lineæ Eclipticæ, & quæ, ab utraque parte terminatur circulo lineæ Eclipticæ parallelo, & ab hac octo gradibus distanti. Propter exiguam orbium Planetarum, ut & Lunæ, inclinationem ad planum Eclipticæ, nunquam extra Zodiacum, corpora ulla systematis Planetarii apparent.* 995. 996.

DEFINITIO 6.

*Inter hæc, quæ eandem habent longitudinem dicuntur in conjunctione.* 997.

DEFINITIO 7.

*In oppositione dicuntur, quorum longitudes differunt 180. gr.* 998.

CAPUT IV.

*De Phænomenis Planetarum inferiorum, ex horum, & Telluris, motibus in orbitis suis.*

**S**It S Sol; A V B v orbita Planetæ inferioris; T. 15.  
Tellus in orbitâ suâ T; a v b portio spheræ fig. 1.  
N 6 stella-



stellarum fixarum; Locus apparens Solis est  $v$  (978.).

Si ex Tellure, ad orbitam Planetæ, ducantur tangentes  $TAa$ ,  $TBb$ , clarè patet, nunquam ad maiorem distantiam, quàm  $va$  aut  $vb$  à Sole, in motu apparenti, removeri Planetam; & hunc illum, in motu apparenti circa Tellurem, quasi comitari.

#### DEFINITIO I.

999. *Distantia apparens Planeta à Sole, dicitur illius*  
 1000. *Elongatio.  $va$  aut  $vb$  est elongatio maxima; hæc ex duabus causis variat; quia nempe & Tellus & Planeta in lineis ellipticis revolvuntur (917.).*  
 1001. *Planeta, citius quàm Tellus, revolutionem peragit (935.); ideo in motu suo, inter Tellurem & Solem transit, & deinde ultra Solem respectu Telluris movetur: ita, ut duobus modis cum Sole in conjunctione sit, nunquam autem in oppositione.*

Ut ideam habeamus motus apparentis Planetæ, concipere debemus, cum Tellure moveri lineas  $TBb$ ,  $TSv$ ,  $TAa$ ; ita ut puncta  $A$ ,  $V$ ,  $B$ , &  $v$ , dum Tellus revolutionem peragit, orbitam Planetæ circumrotentur; Planeta verò, qui celerius revolvitur, per hæc puncta successivè iterum atque iterum transit.

1002. *Dum ab  $V$  in  $D$  in orbitâ fertur, inter fixas ab  $v$  versus  $d$  moveri videtur; in hoc casu, motus apparens est in antecedentiâ & Planeta est retro-*  
 1003. *gradus. In  $D$  stationarius dicitur; quia per aliquod tempus, in eodem loco, inter stellas fixas apparet: hoc obtinet, ubi Planetæ orbita, in loco, in quo Planeta versatur, ad orbitam Telluris, in loco in quo hæc datur, ita inclinatur, ut ductâ lineâ  $td$  lineæ  $TD$  parallelâ, & parum ab hac distant,  $Dd$  sit ad  $Tt$ , ut Planetâ celeritas, in orbitâ, ad Telluris celeritatem; hæc lineolæ eodem tempore percurruntur (51.); & lineæ, quæ per Tellurem & Planetam ducitur, motu*



parallelo fertur, quo locus Planetæ apparens non mutatur (981.).

Inter *d* & B magis ad orbitam Telluris inclinatur Planetæ orbita, quare extremitas lineæ transeuntis per Tellurem & Planetam; licet Planetæ celerius Tellure moveatur, in consequentiâ fertur; versus quam partem etiam dirigitur motus apparens Planetæ (979.). Cum tamen motus apparens Solis motum apparentem Planetæ superet, elongatio augetur, quæ posito Planetâ in B est maxima. Dum arcum B  $\vee$  Planeta percurrit in consequentiâ etiam est motus apparens, & motum Solis apparentem superat, ad quem accedit, & transgreditur, ab hoc recedendo, donec pervenerit ad A. Inter A & E motus in consequentiâ continuatur; sed Sol, cujus motus apparens in hoc casu velocior est, ut de arcu *d* B explicatum, ad Planetam accedit, & minuitur elongatio. In E, eodem modo ac in D, stationarius est Planetæ, inter E & V iterum retrogradus est.

Planetæ orbita ad planum Eclipticæ inclinatur (945. 946.), idè non in lineâ Eclipticâ moveri videtur, sed nunc minus nunc magis ab hac distat, & in curvâ irregulari ferri videtur, quæ interdum Eclipticam secat.

Sit NVN orbita Planetæ; cujus nodi N, N; sit S Sol; T Telluris orbita in plano Eclipticæ; Tellus T; Planeta V. Si VA concipiatur per Planetam ad planum Eclipticâ perpendicularis, angulus VTA, aut potius arcus qui hunc mensurat, est latitudo Planetæ (993.): vocatur hæc latitudo Geocentrica, ut distinguatur à latitudine Planetæ ex Sole visi, quæ Heliocentrica dicitur, & est in hoc casu angulus VSA; de illa hîc agitur, Phænomena ex Tellure visa examinamus.

Quando Planeta est in Nodo, in lineâ Eclipticâ



apparet, & curva à Planetâ, motu apparenti in Zodiaco descripta, secat lineam Eclipticam; *recedendo à Nodo augetur Planetæ latitudo, quæ etiam pro Telluris situ variatur*; sic manente Planetâ in V, major est latitudo si Tellus sit in T, quàm si foret in *t*. Si, manente Tellure, Planetam ex V ad *v* translatum concipiamus, ex duplici causâ angulus *v* TB minor erit angulo VTA, ex accessu Planetæ ad nodum, & ex recessu spectatoris.

Si nunc consideremus Tellurem & Planetam continuò moveri, facilè concipiemus mutari omnibus momentis latitudinem ex utraque causâ. Hæ interdum contrariè agunt, interdum, in augendâ aut minuendâ latitudine, conspiciunt; unde necessariò oritur motus apparens in curvâ irregulari, ut ante dictum, quæ Eclipticam secat, quoties nodos transgreditur Planeta, id est, bis in singulis hujus revolutionibus; curva etiam hæc, ab utraque parte, non ultra certos limites in Zodiaco ab Eclipticâ recedit.

Telescopio etiam deteguntur Phænomena notabilia Planetarum inferiorum, quæ ab horum opacitate pendent.

T. 15. Sit S. Sol; T Tellus; A, B, C, *v*, D, E, F, V, fig. 4. Planeta inferior, Venus ex. gr., in orbitâ. Hic mutuato à Sole lumine lucet, & hæmisphærium Soli obversum tantum illuminatur, hæmisphærium alterum invisibile est: Idcirco sola pars hæmisphærii illuminati, quæ Telluri obvertitur, ex hac videri potest; in V Planeta videri non potest, in *v* rotundus appareret, nisi radii solares impedirent quo minus videatur.

1008. Ex *v* progrediendo, Planeta continuò decrescit, in D habet figuram *d*, in *e* & *f* delineatur, ut in E & F apparet, ulteriusque decrescit, donec evanescat in V; deinde iterum crescit successivè mutando figuram, donec totum hæmisphærium illumin-



luminatum Tellurem versus dirigatur.

Quando nodus datur in V, aut in viciniis, 1009.  
Planeta in ipso disco Solis, & quasi Soli applicatus, videtur, & observatur macula nigra, quæ super Solis superficie movetur: in hoc casu, propriè loquendo, Planetam non videmus, sed ubi radios solares intercipiat decernimus.

Quo minus à Tellure distat Planeta, eo major 1010.  
apparet (727.), & magis lucidus, sed dum ad Tellurem accedit, pars lucida visibilis minuitur, ita ut ex unâ causâ crescat lumen, ex aliâ minuatur: daturque distantia quædam media, ad quam lux reflexa est maxima.

## CAPUT V.

*De Phænomenis Planetarum superiorum, ex horum & Telluris motibus in orbitis suis.*

IN multis, cum explicatis circa Planetas inferiores, coincidunt superiorum motus apparentes, in multis differunt. Non semper hi So- 1011.  
lem comitantur, sed sæpe in oppositione observantur; in motu tamen, ut de inferioribus dictum, non 1012.  
semper in consequentiâ ferri videntur, sed sæpe stationarii, sæpe retrogradi sunt.

Sit M Planeta superior, ex.gr. Mars, in or- 1013.  
bitâ; A T H B orbita Telluris. Tempus perio- T. 15.  
dicum Telluris brevius est tempore periodico fig. 5.  
Martis (935.); ideò inter hunc & Solem in motu suo transit Tellus, in quo casu Planeta in F, inter stellas fixas Soli oppositus, apparet: Per M ducantur lineæ BM, AM, orbitam Telluris tangentes, quæ continuatæ in G & D in sphærâ stellarum fixarum pertingunt, Con-  
ci-



cipiamus, dum Planeta in orbitâ transfertur; lineas has etiam moveri, ita ut puncta A & B, in quibus lineæ per Planetam transeuntes orbitam Telluris tangunt, in tempore periodico Planetæ revolutionem peragant. Cum autem Tellus celerius revolvatur, per puncta A & B in motu suo transit. In hoc motu ultra F D & F G à loco Planetæ e Sole viso non removetur locus apparens è Tellure. Sit in hujus orbitâ punctum T tale, ut ductâ lineâ  $tm$  parallelâ lineæ T M, T transit ad M  $m$ , ut Telluris celeritas ad Planetæ celeritatem; in quo casu hæ lineolæ eodem tempore percurruntur (52.); interea quiescere videtur Planeta (981.), & stationarius dicitur. Eodem modo stationarius est, positâ Tellure in H. In motu Telluris inter T & H, Planeta ab E per F in antecedentiâ moveri videtur & retrogradus dicitur, dum reliquam orbitæ suæ partem percurrit Tellus, directus est Planeta.

1014. *Phænomena circa latitudinem similia sunt iis, quæ explicata sunt respectu Planetarum inferiorum (1005).*

1015. *Jupiter & Saturnus ad magnam distantiam Telluris orbitam cingunt, quare ubique ferè tota illorum hæmisphæria, quæ à Sole illuminantur, è Tellure visibilia sunt; ideò semper rotundi apparent hi Planetæ.*

1016. *Quia minus distat Mars, paululum gibbosus apparet, inter conjunctionem & oppositionem cum Sole.*

## CAPUT VI.

*De Phænomenis Satellitum, ex motu horum in orbitis. Ubi de Eclipsibus Solis & Lunæ.*

1017. *Satellites Jovis & Saturni semper in motu primarios suos comitantur, & nunquam ultra certos*  
*limites.*



*limites, qui ex horum, à Primariis, distantis  
facile determinantur, ab utraque parte recedere  
videntur; alternisque vicibus in antecedentiâ & in  
consequentia feruntur. Aliquando omnes ad ean-  
dem partem Primarii dantur, aliquando inter  
ipsum Primarium observatur; omnes semper aut in 1018.  
eâdem lineâ rectâ disponuntur, aut parum ab hac  
distant. Quæ omnia ex motu circa Primarios,  
in planis exiguis inter se, & cum plano Ecli-  
pticæ, angulos efficientibus, facile deducuntur.*

Non omnes Saturni aut Jovis *Satellites* semper 1019.  
simul visibiles sunt. *Quando inter Primarium &  
Tellurem dantur ab ipso Primario distingui non pos-  
sunt; aliquando à Primario obteguntur, sæpe in  
umbram Primarii immerguntur.*

#### DEFINITIO I.

Talis in umbram immersio dicitur *Satellitis* 1020.  
*Eclipsis.*

Sit S Sol; T Telluris orbita, I Jupiter; T. 16.  
M orbita secundarii Jovialis. Dum ab M ad m fig. 2.  
movetur secundarius, Eclipsin patitur; & à Sole  
non illuminatus invisibilis est. Positâ Tellure  
versus T, immersio in umbram facile observa-  
tur, emissio contra magis sensibilis est, positâ  
Tellure in t.

Inter Saturni comites annulum dari diximus 1021.  
(950.); circa quem notandum, illum nunquam  
à spectatore in Tellure latiorē videri, quam in Tab.  
14. representatur; & aliquando invisibilem esse;  
quando nempe planum annuli continuatum per  
Tellurem transit; annuli enim crassities sensibi-  
lis non est. Etiam non videtur annulus, quan-  
do hujus planum continuatum, inter Solem &  
Tellurem transit; tunc enim superficies annuli  
illuminata à Tellure avertitur: in utroque casu  
Saturnus rotundus apparet, in ultimo tamen,  
ex radiis ab annulo interceptis, fascia nigra in  
Planetæ superficie observatur, similis illi, quæ  
ab umbrâ annuli pendet. Tel.



Telluris Satellitis, Lunæ nempe, Phænomena nostri respectu notabiliora sunt, & peculiariter explicanda.

1022. *Sapissimè Soli conjungitur, totiesque huic opponitur, non tamen in singulis revolutionibus Lunæ in orbitâ; nam dum Luna post revolutionem integram 27. dier. 7. hor. iterum redit ad locum inter stellas fixas, in quo cum Sole fuit conjuncta, Sol ex hoc loco recessit, & ab hoc circiter distat 27. gr. (947. 983. 985.); itaque conjunctiones vicina distant viginti novem diebus cum semisse.*

#### DEFINITIO 2.

1024. *Mensis Lunaris periodicus, est tempus revolutionis Lunæ in orbitâ.*

#### DEFINITIO 3.

1025. *Mensis Lunaris Synodicus, seu lunatio, est tempus, quod Luna impendit inter conjunctiones cum Sole proximis.*

1026. *Invisibilis est Luna in conjunctione cum Sole; quia*  
T. 16. *hæmisphærium illuminatum à Tellure avertitur.*

- fig. 2. *Sit Tellus T; Luna in N inter Solem & Tellurem; hæmisphærium illuminatum erit mli,*

1027. *quod in Tellure videri non potest. Dum Luna, in orbitâ, à conjunctione ad oppositionem, fertur, pars illuminata, quæ semper Solem versus dirigitur, continuo magis ac magis spectatoribus in Tellure visibilis est; & in punctis A, B, C, successivè figur-*

1028. *as a, b, c, acquirit Luna. In P, in oppositione cum Sole, rotunda apparet; deinde per D, E, F, transeundo decrescit, ut in d, e, f, repræsentatur.*

#### DEFINITIO 4.

1029. *Conjunctio Lunæ cum Sole vocatur Novilunium. Post conjunctionem Luna quasi renasci videtur.*

#### DEFINITIO 5.

1030. *Oppositio Lunæ cum Sole vocatur Plenilunium; quia Luna pleno orbe lucida apparet.*

DE-



DEFINITIO 6.

*Nomine communi oppositio & conjunctio Satellitis 1031.  
cum Sole vocantur Syzygie.*

In A & F pars Lunæ obscura, radiis à Tel- 1032.  
lure reflexis, paululum illuminatur; ideò vide-  
tur à spectatore cui Sol visibilis non est, id est,  
in primo casu post occasum Solis, in secun-  
do ante hujus ortum.

DEFINITIO 7.

*Quando Solis lumen à Lunâ intercipitur ita ut in 1033.  
totum, aut pro parte, respectu spectatoris cujuscun-  
que in Tellure, Sol obtegatur, Sol dicitur Eclipsin pati.*

Propriè loquendo, hæc est Eclipsis Telluris,  
in cujus superficiem cadit Lunæ umbra aut pe-  
numbra.

DEFINITIO 8.

*Lunæ Eclipsis est obscuratio Luna ex umbrâ 1034.  
Telluris. 1035.*

*Nunquam Solis Eclipsis observatur, nisi quando  
Novilunium celebratur.*

*Nunquam Luna deliquium patitur, nisi in Ple- 1036.  
nilunio.*

*Non tamen in singulis Syzygiis Luminaria defi- 1037.  
ciunt; quia Luna non in Plano Eclipticæ mo-  
vetur (956.), in quo semper dantur Sol & Tel-  
lus; quare, propter latitudinem Lunæ, hujus  
umbra, in Novilunio, sæpe Tellurem non tan-  
git; & ipsa, in Plenilunio, ad latus umbræ  
Telluris transit.*

*Quando autem Lunæ latitudo aut nulla aut  
exigua est, id est, quando in Nodo; aut propè 1038.  
hunc, versatur Luna in Syzygiis, Eclipsis observa-  
tur; in hoc casu in Eclipticâ, aut parum ab  
hac distans, apparet Luna; & inde nomen fu-  
um habet hæc linea.*

*Ut quæ Lunæ Eclipsin spectant clarius pate-  
ant, sit Lunæ semita O O; planum Eclipti-  
cæ R R; in hoc semper datur centrum um-  
bræ*

T. 16.  
fig. 3.



bræ Telluris (927. 926.); Nodus orbitæ Lunæ est N.

Si umbra Telluris sit in A, non obscuratur Luna, quæ in F transit.

1339. Si minus à Nodo distet Luna in Plenilunio, ut in G, umbra Telluris datur in B, & Luna pro parte obscuratur; hæc Eclipsis dicitur Partialis.

1040. Si, posita umbrâ in D, Plenilunium celebretur, in totum tenebris obtegatur Luna in I; in L in umbram cadit, in H ex hac exit; & Eclipsis dicitur Totalis.

1041. Centralis vocatur Eclipsis, quando centrum Lunæ transit per centrum Umbrae, quod in ipso Nodo N tantum obtinet.

De Telluris umbrâ huc usque locuti sumus; quia, quando de Tellure loquimur, cum hac conjunctam etiam intelligimus Atmosphæram,

1042. de qua alibi (462); de Atmosphæra umbrâ propriè agitur in Eclipsibus Lunaribus; ipsius enim Telluris umbra ad Lunam non pertingit.

T. 17. Sit T Tellus, Atmosphæra F D G G D F circumdata. Radii solares B D, B D, Atmosphæram tangentes, rectâ progrediuntur, & Atmosphærae umbram terminant, extra quam si Luna detur, immediatè à radiis Solaribus illuminatur, non verò eodem modo, inter B D & B D, illustratur.

1043. Radii, qui obliquè Atmosphæram intrant, refractionem patiuntur (613.); & dum ad Tellurem accedunt, continuò in medium densius atque densius penetrant (473. 468.); ideoque omnibus momentis inflectuntur (613.) & per curvas moventur. Sic radii E F, E F, in curvis F G, F G Tellurem tangentibus, Atmosphæram penetrant. Onne lumen inter E F, E F, à Tellure incipitur, & Radii G A, G A terminant Telluris umbram.

Lumen autem inter E F & B D, ab Atmosphæ-



sphærâ refractum, dispergitur inter GA & BD continuatam, & ultra A, mucronem umbræ Telluris, lumina ab omnibus partibus confunduntur, sed recedendo à Tellure continuò debiliora sunt: ita ut *Umbra Atmosphæra* non sit 1044. umbra perfecta sed *lumen debile*, quo Luna in Eclipsi visibilis est.

*Atmosphæra umbra* est conica; quia Solis diameter Atmosphærae diametrum, quæ vix à Telluris diametro differt, superat; & conus hicce *ad Martem non pertingit*, ut ex observationibus immediatis constat: umbræ autem diameter, in loco, ubi ab orbitâ Lunæ secatur, à Telluris diametro vix quartâ parte superatur. 1045.

Simili ratiocinio, quo probavimus Lunam in Atmosphærae umbram cadere, quando in plenilunio Luna in Nodo, aut propè hunc datur, probatur Lunæ umbram in Tellurem cadere in Novilunio, quando aut in Nodo aut propè 1046. *Nodum Luna versatur*, ideòque in hoc casu *Solem Eclipsin pati*; circa quam varia sunt notanda.

Sit Sol S; Luna T; cadat hujus umbra in T. 16. planum quodcunque in GH. Umbra hæc penumbrâ circumdatur; nam ultra L & E. planum hoc ab integro Solis Hæmisphærio illuminatur; ab L accedendo ad H, & ab E ad G lumen continuò minuitur, & in viciniis G & H, radii, ab exiguâ tantum parte superficiei Solis, ad planum perveniunt. fig. 4.

#### DEFINITIO 9.

*Lux hæc imminuta, qua, ab omni parte, umbra GH circumdatur, vocatur penumbra.* 1047.

Simili penumbrâ Telluris umbra, in Eclipsi Lunari, circumdatur, sed hæc tantum in viciniis umbræ sensibilis est, & ideo *exiguam habet latitudinem*; integra autem potest observari à spectatore, posito in Plano, in quod umbra cadit, qui casus in Eclipsi Solari extat. Spectator in I aut

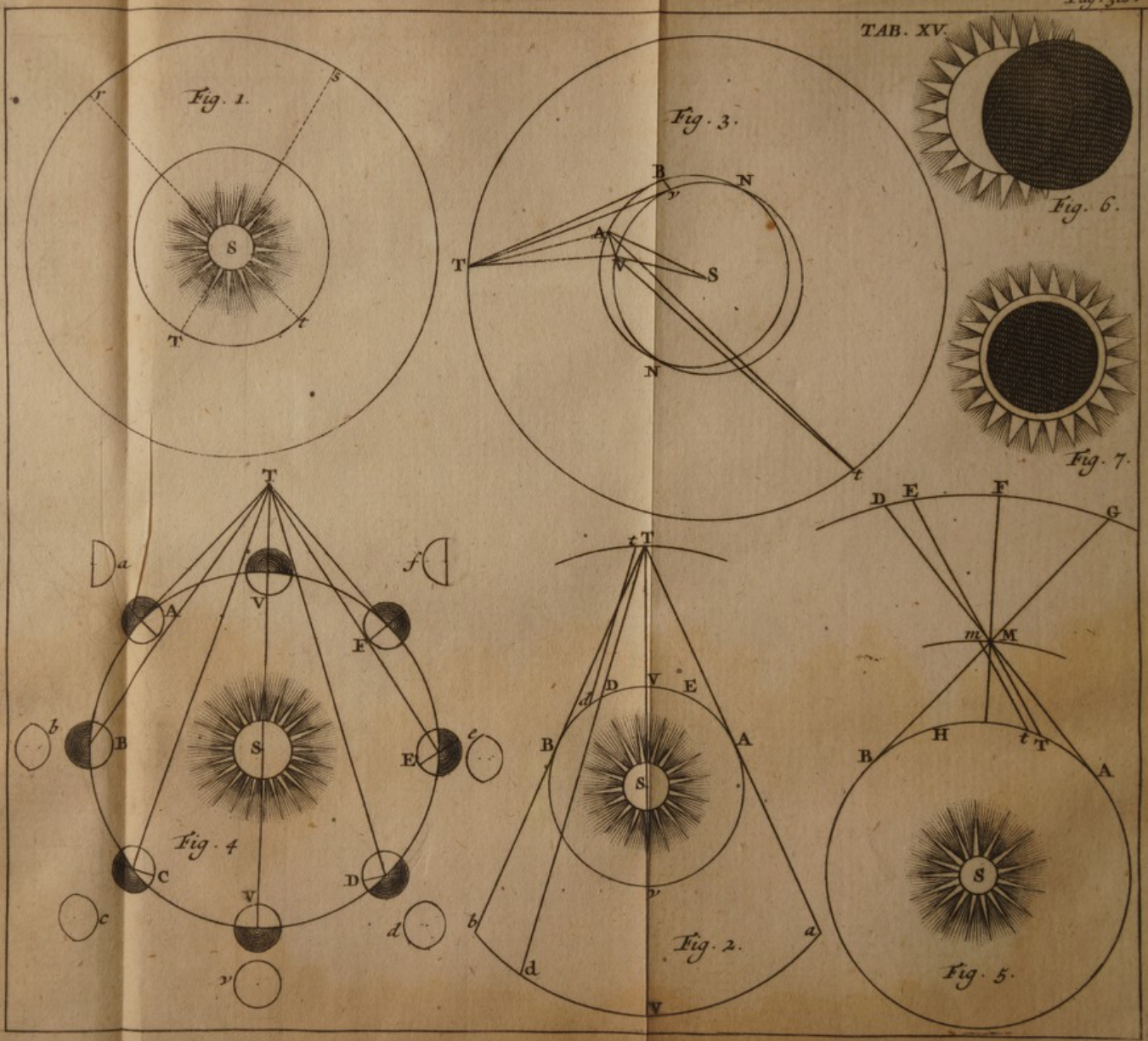


aut F femidiametrum Solis tantum videre potest, reliquum diametri à Lunâ obtegitur; & ab L progrediendo versus H, Sol a Lunâ continuo magis magis ac magis obtegitur, donec in ipsa umbrâ planè invisibilis fit.

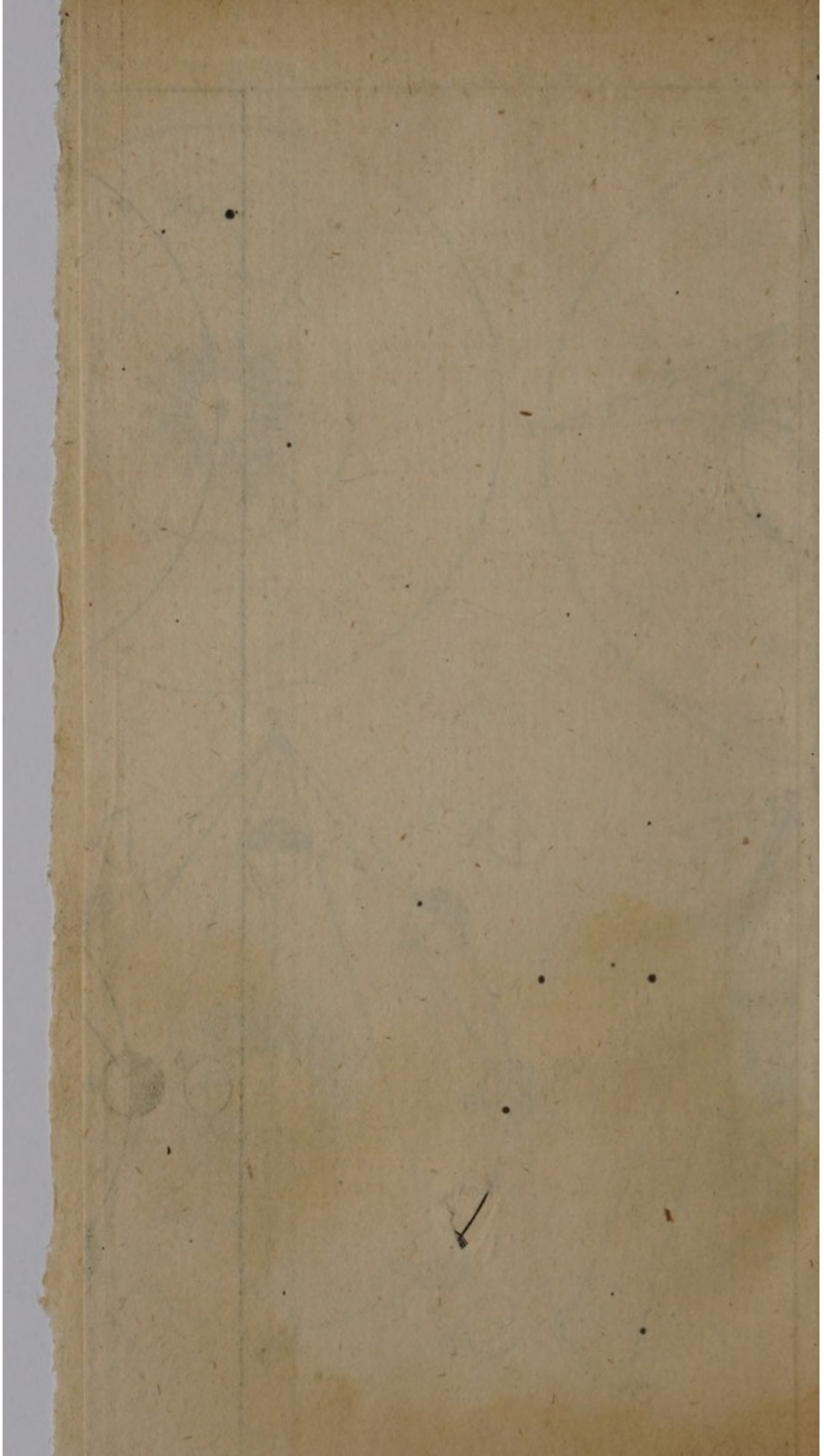
1050. Ex hisce sequitur Solarem dari Eclipsin, licet Luna umbra Tellurem non tangat, si modo penumbra ad hujus superficiem perveniat. Etiam non in omnibus locis, in quibus Sol visibilis est, Eclipsin observari; & in locis, in quibus observatur, diversam esse, prout umbra, aut pars varia penumbrae, per locum transit.
1053. Luna Eclipsis verò ubique eadem est, ubi Luna, durante Eclipsi, visibilis est.
1054. Quando umbra ipsa Luna in Tellurem cadit, Totalis dicitur Solis Eclipsis, si penumbra tantum pertingat ad Tellurem, Partialis dicitur, illudque in genere considerando Eclipsin.
1055. Quantum autem ad loca peculiariora, Totalis dicitur, in illis locis in quibus umbra transit; Centralis in illis, in quibus centrum umbræ transit, id est, in quibus centrum Luna obtegit Solis centrum; tandem Partialis dicitur, ubi penumbra tantum transit.
1056. Quo umbra GH latior est, eo in pluribus locis Eclipsis totalis est, & diutius Sol in totum obscuratur. Diversa verò est hæc umbræ latitudo, pro variâ Lunæ à Tellure, & hujus à Sole, distantia.
1057. Si Luna Eclipsis detur, positâ Tellure in Perihelio, & Lunâ in Apogeo, id est, ad distantiam à Tellure maximam, umbra Lunæ ad Tellurem non pertingit, & Luna integrum Solem non obtegit; Annularis talis dicitur Eclipsis.



TAB. XV.









## CAPUT VII.

*De Phænomenis ex motu Solis, Planetarum, & Lunæ, circa axes.*

**S**olis motus circa axem, sensibilis est ex maculis, quæ 1058.  
 in Solis superficie sæpissimè observantur; hæ singulis diebus situm tuum & figuram mutari, & nunc celerius nunc tardius ferri, videntur: quæ omnia ex motu superficiei sphæricæ facilè deducuntur: & Sol, qui, si tali motu non agitaretur, semel tantum in integro anno totam superficiem Telluri successivè obverteret, nunc illam integram, in minori quàm unius mensis spatio, Terricolis videndam præbet.

Similia sunt Phænomena ex rotatione Jovis, 1059.  
 Martis, & Veneris, circa axes, qui motus, ex maculis in Planetarum superficiebus, sensibiles sunt.

Dum tellus circa axem rotatur, spectator, qui transfertur, se quiescere, omnia verò corpora cœlestia moveri, imaginatur.

## DEFINITIO I.

Puncta, in spherâ stellarum fixarum, in quibus 1060.  
 axis Telluris, ab utraque parte continuatus, pertingit, vocantur Poli Mundi.

## DEFINITIO 2.

Motus apparens, ex motu Telluris circa axem, 1061.  
 vocatur Motus diurnus.

## DEFINITIO 3.

Concipitur Planum per centrum Telluris transiens, 1062.  
 ad hujus axem perpendiculare, quaquaversum continuatum, & circulus, in quo spheram stellarum fixarum secat, vocatur Æquator cœlestis.

In motu Telluris circa Solem movetur Æquator, 1063.  
 sed cum planum hujus circuli motu paral-  
 le-



leloferatur (939), *Æquator cœlestis non mutatur* (994.)

## DEFINITIO 4.

1064. *Circuli, quorum plana per axem Telluris transeunt, vocantur Meridiani.*  
 1065. *Omnes per polos Mundi transeunt, & ad Æquatorem perpendiculares sunt.*

## DEFINITIO 5.

1066. *Arcus Meridiani cujuscunque, inter Æquatorem & Sidus interceptus, vocatur Declinatio Sideris.*

T. 16. Sit, in tellure T, spectator, qui visum dirigat per TA; post aliquod tempus, ubi linea TA, ex motu Telluris, translata erit in Ta, si per eandem lineam visum spectator dirigat, corpus A translatum apparebit per arcum aA; ubi verò linea ad pristinum situm T A redierit, corpus integram revolutionem peregrisse videbitur. Si autem visum per Telluris axem dirigat, quia dum illa rotatur hic quiescit, corpus, quod in axe

1067. videtur, non translatum apparebit; ideò in *Polis Mundi motus diurnus non observatur* (1060.). Corpora autem in horum viciniis, circa polos rotari clarum est; & corpus motu diurno circum eo majorem describere, circa polum immobilem, quo magis ab hoc distat. Ideò tota  
 1068. *sphæra stellarum fixarum, circa axem Telluris continuatum, revolvere videtur, in eo tempore, in quo Tellus revera circa axem rotatur.* Motus ergo diurnus communis est omnibus corporibus cœlestibus, nisi quatenus turbatur motibus antea memoratis.

- Æquator ab utroque polo æqualiter distat, & dividit cœlum in duo hæmisphæria, quorum puncta media sunt Poli, qui ergo à singulis punctis Æquatoris æqualiter distant; corpora idcirco cœlestia, quæ sunt in Æquatore, motu diurno ipsum Æquatorem describere videntur, circum omnium maximum, qui motu diurno describi*



potest; reliqua corpora circulos *Æquatori* parallelos describunt. 1070

Axis Telluris ad planum *Eclipticæ* inclinatur, & efficit angulum 66. gr. 31'. (947.); distant id- 1071.  
eò *Poli Mundi*, à *Polis Eclipticæ*, gradibus 23. 29';  
& angulum 23. gr. 29'. cum plano *Eclipticæ* format pla-  
num *Æquatoris*. Planum utrumque per Telluris  
centrum transit, cum autem hoc pro centro  
sphæræ stellarum fixarum haberi possit (975.  
977.), sequitur *Æquatorem* & lineam *Eclipticam* 1072.  
esse circulos majores, qui ad se mutuo inclinantur,  
& sese mutuo secant, in duobus punctis oppositis, prin-  
cipio *Arietis* & principio *Libræ*; quæ puncta in viâ  
Solis hisce intersectionibus determinantur (980.).

Quando Sol est in illis punctis, motu diurno *Æ-* 1073.  
*quatorem* describere videtur (1069.); dum motu suo 1074.  
apparenti in *Eclipticâ* transfertur, continuò magis  
ac magis ab *Æquatore* recedit, augeturque hujus  
declinatio, & circulos de die in diem minores de-  
scribit (1070.); donec ad distantiam maximam ab  
*Æquatore* pervenerit, quæ est 23. gr. 29'. (1071.):  
deinde iterum ad *Æquatorem* accedit, hunc præ- 1075.  
tergreditur, etiam 23. gr. 29', ad *Polum* oppositum  
accedens.

#### DEFINITIO 6

Circuli, à Sole motu diurno descripti, ab *Æqua-* 1076.  
*tore* maximè distantes, id est 23. gr. 29', vocan-  
tur Tropici.

Unus tangit Lineam *Eclipticam* in primo gra-  
du *Canceri* & dicitur *Tropicus Canceri*; alter,  
*Tropicus Capricorni* nominatus, per primum  
punctum signi *Capricorni* transit, ibique *Ecli-*  
*pticam* lineam tangit.

#### DEFINITIO 7.

*Polus Mundi Tropico Canceri* vicinus, vocatur *Po-* 1077.  
*lus Arcticus*, & *Septentrionalis*; oppositus *An-*  
*tarcticus* nuncupatur, etiam *Australis*.



## DEFINITIO 8.

1078. *Circuli, à Polis Eclipticæ motu diurno descripti, id est, à Polis Mundi 23. gr. 29'. distantes, nominantur Circuli Polares.*

Circulus Polaris Arcticus dicitur, qui Polum Arcticum circumdat; à Polo Antarcticò alter nomen suum mutuatur.

1079. *Superest Luna motus circa axem, cujus effectus est, quod eadem Luna facies in perpetuum Telluri obvertatur.*

T. 16. Sit Luna in N, facies Telluri obversa est fig. 2. *mni*; si Luna circa axem non rotaretur, & singula puncta per lineas parallelas translata forent, linea *mi* coincideret cum lineâ *ln* in situ Lunæ in B, & hemisphærium memoratum *mni* daretur in *lmn*; sed quia, dum Luna quartam partem orbitæ describit, etiam quartam partem revolutionis circa axem peragit, facies quæ daretur in *lmn*, nunc datur in *mni*, id est iterum Telluri obversa. Eodem modo probatur, hanc eandem faciem *mni*, in situ Lunæ in P, spectatori in Tellure esse conspicuam, & in E etiam Telluri obverti: ut & in omnibus aliis punctis orbitæ Lunæ.

1080. *Axis Luna ad planum orbitæ non est perpendicularis, sed paululum ad hoc inclinatur: axis in motu suo circa Tellurem parallelismum servat, ut de Planetis primariis dictum (939.); idcirco situm suum mutat respectu spectatoris in Tellure, cui nunc unus, deinde alter Lunæ Polus*  
 1081. *visibilis est, unde hæc motu quodam libratorio agitata videtur. Alius etiam in Lunâ observatur motus libratorius; motus circa axem est æqualis, & in orbitâ celeritate inæquali fertur (953.); idcirco versante Lunâ in Perigeo, id est, ad distantiam minimam à Tellure ubi celerrimè in orbitâ movetur (953.), pars superficiei, quæ, ex motu in orbitâ, Telluri obvertitur, non tota ex motu circa axem avertitur, ideò pars super-*  
 fi-



ficie Lunæ, antea non visa, ad latus detegitur; quæ, ubi Luna pervenit ad Apogæum, iterum invisibilis est.

## CAPUT VIII.

*De Phænomenis Telluris superficiem,  
& peculiares hujus partes, spectantibus.*

**P**Hænomena cœlestia, huc usque examinata, explicavimus, spectatorem considerando agitatæ motibus, quibus Tellus reverâ agitur. Illum nunc superficiem Telluris impostum, & per varias hujus partes translatum, consideramus.

Phænomenon primum hîc notandum, est ex 1082. *interpositâ Tellure, dimidium cœlorum visum fugere spectatoris, positi in illius superficie.*

### DEFINITIO I.

*Circulus in cœlis, qui separat partem visibilem ab invisibili, quando radii, inæqualitatibus in Telluris superficie, non intercipiuntur, vocatur Horizon.*

Cum altitudo, ad quam spectator supra Telluris superficiem possit elevari, admodum exigua sit, relata ad Telluris semidiametrum, oculus spectatoris potest haberi pro posito in ipsâ superficie.

Sit Tellus T; spectator in S; P Epe sphaera r. 16, stellarum fixarum; si per S concipiatur planum fig. 6. H H Tellurem tangens, erit hoc Horizontis planum, cujus sectio cum sphaerâ stellarum fixarum est Horizon. Per centrum Telluris concipitur planum *bb*, ad H H parallelum; distantia *bH* insensibilis est, propter immensam stellarum fixarum distantiam; potest ideo hujus  
O 2 pla-



plani sectio cum sphaerâ memoratâ pro Horizonte H H usurpari (981.).

## DEFINITIO 2.

1084. *Adscensus siderum supra Horizontem, vocatur horum Ortus.*

## DEFINITIO 3.

1085. *Descensus infra horizontem dicitur siderum Occasus.*

## DEFINITIO 4.

1086. *Si per centrum Telluris & Spectatorem concipiamus lineam, quæ necessario horizonti perpendicularis est, inter stellas fixas pertinet in puncto Z, quod vocatur Zenit.*

## DEFINITIO 5.

1087. *Punctum, huic oppositum, N vocatur Nadir.*

## DEFINITIO 6.

1088. *Sectio plani Meridiani, per spectatorem transeuntis, cum Horizonte, vocatur Linea Meridiana. A septentrione ad austrum dirigitur.*

## DEFINITIO 7.

1089. *Pars cœlorum Orientalis dicitur illa, ad quam corpora supra horizontem adscendere videmus; & punctum Orientis illud, in quo perpendicularis ad lineam Meridianam, versus hanc partem per spectatorem ducta, sphaeram stellarum fixarum secat.*

## DEFINITIO 8.

1090. *Punctum huic oppositum vocatur punctum Occidentis; & pars Occidentalis cœlorum Orientali opponitur.*

## DEFINITIO 9.

1091. *Amplitudo est arcus Horizontis, inter punctum Orientis, aut Occidentis, & punctum, in quo sidus oritur aut occidit, interceptus. Prima dicitur ortiva, altera occidua: utraque est aut septentrionalis aut meridionalis.*

## DEFINITIO 10.

1092. *Altitudo sideris supra horizontem, vocatur arcus circuli perpendicularis ad Horizontem, in cu-*



*jussu centro est spectator, horizonte & sidere terminatus.*

Quando agitur de corporibus remotis, altitudo sensibiliter non differt, siue spectator detur in superficie Telluris, siue in hujus centro. Corpora minus distantia altiora apparent posito spectatore in centro.

## DEFINITIO II.

*Differentia altitudinis sideris, pro diverso situ spectatoris, in centro, aut in superficie Telluris, vocatur Sideris Parallaxis.* 1093.

*Solius Luna Parallaxis observationibus determinatur: reliquorum corporum systematis Planetarii distantiae nimiae sunt, ut cum semidiametro Telluris conferantur; & Parallaxis pendet à ratione, quam semidiameter Telluris ad distantiam Planetæ habet; idcirco ipsius Martis, in oppositione cum Sole, Parallaxis observationes subtilissimas effugit.* 1094. 1095.

*Ubi Parallaxis datur, adscensu corporis supra horizontem minuitur, & in Zenit nulla est.* 1096.

Altitudo apparens siderum, mutatur etiam ex aliâ causâ, quæ respectu omnium corporum Cœlestium indiscriminatim locum habet. *Ex Atmosphaera refractione radii inflectuntur (1043.), & Sidera altiora apparent (620.); quo tamen altiora sunt, eo minor est hæc inflexio (634.); quia radii minus oblique in Atmosphærae superficiem incidunt. In Zenit refraction nulla est (625.); etiam ad distantiam viginti, aut triginta, graduum à Zenit sensibilis non est.* 1097. 1098. 1099.

*Cum ex hac refractione Sidera e'eventur, visibilia sunt antequam ad horizontem perveniunt.* 1100.

Hæc omnia generaliter Telluris superficiem spectant, hujus variæ partes nunc sunt examinandæ: determinantur hæ, referendo ad Tellurem varios circulos, quos in cœlis antea confi-



1101. derivimus; sic in Tellure consideramus *Æquatorem*, *Meridianos*, *Tropicos*, *circulos Polares*; quibus circulis eodem modo Telluris superficies dividitur, ac, circulis in cœlis, sphaera stellarum fixarum: Quare circuli hi ita sibi mutuo respondent, ut ductâ lineâ ex centro Telluris ad circulum in cœlis, hæc per circulum in Tellure transeat. Si poli fuerint *P*, *p*; *Æquator* erit *Ee*; *Tropici* *TT*, *tt*; *circuli polares* *AA*, *aa*.

## DEFINITIO 12.

1102. *Meridianus Loci dicitur ille, qui per locum ipsum transit.*  
 1103. *Hujus planum ad Horizontem est perpendiculare; quia per centrum Telluris & spectatorem transit.*  
 1104. *Linea Meridiana in Loco quocunque ducta, est pars Meridiani Loci (1088.).*

## DEFINITIO 13.

1105. *Latitudo Loci est hujus distantia ab Æquatore; id est, arcus Meridiani interceptus inter Locum & Æquatorem.*

## DEFINITIO 14.

1106. *Circuli paralleli ad Æquatorem, vocantur Circuli Latitudinis; ut Bb.*

Determinatâ Latitudine Loci, determinatur circulus Latitudinis, qui per Locum transit, ut autem situs variorum Locorum inter se conferantur, in singulis circulis Loca notanda sunt, quod fit concipiendo Meridianum, per Locum quemcunque notabilem transeuntem, qui, sectione suâ, in singulis circulis Latitudinis, punctum determinat, à quo distantiae Locorum mensurantur.

## DEFINITIO 15.

1107. *Meridianus memoratus, ad arbitrium sumtus, vocatur Primus Meridianus.*

DE-



## DEFINITIO 16

*Distantia loci à primo Meridiano, in circulo La-1108, titudinis Loci mensurata, vocatur Loci Longitudo.*

*Astronomi omnia referunt ad Meridianum Loci, 1109. in quo observationes suas instituunt.*

In explicandis Phænomenis, quæ varias Telluris superficiei partes spectant, considerabimus spectatorem à Polo versus Æquatorem incedentem; solumque motum diurnum primo considerabimus.

*Quando spectator in ipso Polo Telluris T datur in 1110. S, cum Horizonte coincidit Æquator cœlestis T. 16. Ee, & Polus Mundi P est in Zenit; in hoc ca- 63. 7. su, quia Circuli ad Horizontem paralleli, etiam ad Æquatorem paralleli sunt; omnia corpora cœlestia motu parallelo ad Horizontem moveri videntur (1070.), in circulis, qui repræsentantur per lineas Aa, Bb. corpora cœlestia in Hemisphærio E P e nunquam occidunt, reliqua nunquam videntur. Horizon 1111. in hoc situ dicitur parallelus, aut sphaera parallela.*

*Si spectator in Tellure T à polo recedat, & de- 1112. tur in S, Horizon dicitur obliquus, aut sphaera ob- T. 16. liqua; axis Pp tunc inclinatur ad Horizontem 63. 6. hh, eo magis, quo spectator magis à polo removetur.*

## DEFINITIO 17.

*Angulus, quem axis Telluris cum Horizonte effi- 1113. cit, vocatur Altitudo Poli (1092.).*

*Hæc Poli altitudo equalis est latitudini. Altitudo 1114. Poli est angulus PTh, cujus mensura est arcus Ph, latitudo mensuratur arcu, qui in Tellure respondet arcui ZE in cœlis (1105.): Hic autem æqualis est arcui Ph; utriusque enim Complementum, ad quadrantem circuli, est arcus ZP.*

*In hoc situ Spectatoris, quia Æquator ad Ho- 1115. rizontem inclinatur, omnia corpora cœlestia in cir-*



culis ad Horizontem, inclinatis lineis  $Aa$ ,  $Bh$ , repræsentatis, motu diurno feruntur (1070.).

1116. *Quadam corpora cœlestia in singulis Telluris revolutionibus oriuntur & occidunt, illa nempe, quæ dantur inter parallelos ad Æquatorem  $Bh$  &  $bi$ ; quia omnes paralleli, inter hos, Horizonte secantur.*

Plana Æquatoris & Horizontis per Telluris centrum transeunt; hi circuli ideo sese mutuo secant in duas partes æquales, & dimidium Æquatoris supra Horizontem datur: Idcirco corpora cœlestia, quæ in Æquatore dantur, per semivolutionem Telluris circa axem (1069.), supra Horizontem versantur; & propter æquabilitatem motus circa axem, per æquale tempus invisibilia sunt.

1118. *Hæc etiam in puncto Orientis oriuntur, & in puncto Occidentis infra Horizontem cadunt; nam sectio planorum Æquatoris, & Horizontis, perpendicularis est ad planum perpendiculare ad ambo illa plana; hoc autem planum est planum Meridiani loci (1065. 1103.), quare sectio memorata ad lineam Meridianam, normalis est (1104.); ideoque per puncta Orientis & Occidentis transit (1089. 1090.).*

1119. *Corpora inter Æquatorem & parallelum  $Bh$ , quæ Horizontem tangit, ut in circulo  $Aa$ , diutius supra Horizontem, quàm infra Horizontem versantur; & differentia hæc est eo major, quo magis circulus ut  $Aa$ , ad Polum, qui supra Horizontem elevatur, accedit; Contra, ex accessu corporis ad Polum oppositum, minuitur mora supra Horizontem.*

1121. *Inæqualitas hæc inter moram corporis supra Horizontem & moram infra Horizontem, augetur, cum aucta altitudine Poli, propter diminutionem anguli ab Æquatore & ejus parallelis cum Horizonte formati.*

1122. *Corpora, quorum distantia à Polo æqualis est hujus altitudini, nunquam occidunt, talis enim est distan-*



stantia circuli  $Bb$ , qui Horizontem tangit, & cujus pars nulla infra Horizontem pervenit. Corpora, à Polo minus distantia, ne quidem ad Horizontem pertingunt.

Simili ratiocinio patet, Corpora, quorum distantia à Polo opposito, non superat altitudinem Poli, nunquam supra Horizontem adscendere, & semper invisibilia esse.

Per Zenit  $Z$  transeunt corpora, quorum distantia  $EZ$ , ab Æquatore, aequalis est altitudini Poli; æqualis enim  $EZ$  est latitudini loci, cui æqualis Poli altitudo (1114.)

Quando spectator  $S$  à Polo quantum potest recessit, ad Æquatorem pervenit, cujus puncta æqualiter ab utroque Polo distant (1062. 1101.); Tunc axis  $Pp$  in Horizonte datur, cum quo Æquator angulum rectum efficit (1062. 1101.) quare Horizon dicitur Rectus, aut sphaera recta.

Horizon in duas partes æquales secat omnes circulos parallelos ad Æquatorem, qui per lineas  $Aa$ ,  $Bb$  repræsentantur; ideò omnia corpora cælestia, singulis Telluris revolutionibus, oriuntur, & occidunt, & per tempora æqualia visibilia sunt & latent.

Ipse Æquator per Zenit transit; ideòque omnia corpora quæ in hoc dantur.

Si, quæ de motu diurno explicavimus, ad corpora applicentur, de quorum aliis motibus apparentibus antea actum, facile determinantur phænomena ex motibus conjunctis, quæ Solem spectant cæteris notabilia sunt, & ideò peculiariter explicanda.

### DEFINITIO 18.

Dies Naturalis vocatur Tempus lapsum inter recessum Solis à Meridiano loci, & accessum sequentem ad eundem Meridianum.

Dies hic differt à tempore revolutionis Telluris circa axem: quæ tempora æqualia forent, si im-



mobilis inter Stellæ fixas appareret Sol: sed dum motu diurno, in tempore unius revolutionis Telluris circa Axem, Sol circumfertur ab Oriente in Occidentem, id est, in antecedentiâ (1068.), motu contrario in Eclipticâ movetur (983.), quo tardius ad Meridianum pertingit.

Cum autem non singulis diebus Sol spatium æquale percurrat in Eclipticâ (984.), non æqualiter singuli *Dies Naturales* excedunt revolutionem Telluris circa axem; ideoque *Dies hi sunt inæquales inter se.*

Etiam aliâ ex causâ dies naturales inæquales sunt, nempe ex inclinatione Eclipticæ respectu *Æquatoris*, unde sequitur inæqualiter, in variis punctis, ad *Æquatorem* viam Solis annuam inclinari, & licet æqualiter in Eclipticâ singulis diebus progredieretur Sol, non æqualiter dies naturales Tempus revolutionis circa axem excederent; nam resolutio motu Solis in duos motus (289.), quorum unus parallelus est *Æquatori*, alter huic perpendicularis, ille solus considerandus erit in determinando excessu memorato, & inæqualem esse ex diversâ inclinatione indicatâ clarum est.

Hæ duæ causæ inæqualitatis sæpe concurrunt, sæpe contrariè agunt.

1130. *Dies singuli naturales dividuntur in viginti quatuor partes æquales, quæ Hora dicuntur. Singula Hora dividuntur in Minuta sexaginta, & singula Minuta in Minuta secunda sexaginta, & sic*

1131. *ulterius. Partes has Temporis in variis diebus, variare, ex dictis (1129.), clarè patet; ad æqualitatem ab Astronomis reducuntur, considerando numerum Horarum in integrâ Solis revolutione in Eclipticâ, & totum Tempus in tot partes æquales dividendo, quot dantur Horæ; quarum viginti quatuor pro uno die habentur.*

1132. *Tempus, ejus partes hac methodo ad æquali-*



litatem reducuntur, vocatur Tempus medium: & ipsa reductio vocatur Temporis Aequatio.

De diebus & horis Temporis medii semper agitur 1133. in determinandis periodis motuum coelestium.

DEFINITIO 19

Dies Artificialis est mora Solis supra Horizon- 1134. tem

De hoc semper agitur, quando de Die loquimur, hunc opponendo Nocti. In determinanda 1135. dierum artificialium longitudine ad Temporis aequationem non attendemus.

Ortum Solis semper precedit, & occasum insequitur, crepusculum; hoc nomine designamus lucem illam dubiam, qua vulgo Aurora & Vesper vocatur. 1136.

Oriuntur crepuscula ex Atmosphaera, qua radiis 1137. solaribus illustratur, & cuius particulae lumen quaquaversum reflectunt; unde radii quidam ad nos perveniunt. licet Sol octodecim gradibus infra horizon-tem deprimatur.

In sphaera recta, id est, pro omnibus, quae 1138. sub Aequatore vivunt (1125.); dies & noctes per totum annum sunt aequales inter se (1126.), nempe duodecim horarum (1131.).

In sphaera obliqua dies maiores aut minores sunt, 1139. pro varia distantia Solis ab Aequatore, unum aut alterum Polum versus (1118. 1119.); quos versus ab Aequatore recedit 23. gr. 29'. (1107. 11075.).

In ipso Aequatore datur circiter 22. Martis, & 1140. 23. Septembris, & dies nocti aequatur (1117.), quod ubique terrarum obtinet, solis Polus exceptis.

DEFINITIO 20.

Puncta Ecliptica, in quibus ab Aequatore secatur 1141. (11072.), vocantur Aequinoctialia. Quia in his punctis versatur Sol ubi datur aequalitas memorata dierum & noctium.

DEFINITIO 21.

Puncta Heliptica, in quibus Tropici circulum hunc 1142. tangunt (11076.), dicuntur Solstitialia. Quia per



aliquot dies, quando ad hæc accedit Sol, & ultra transit, sensibilibiter declinationem non mutat, & sensibilibiter dierum longitudo non variat.

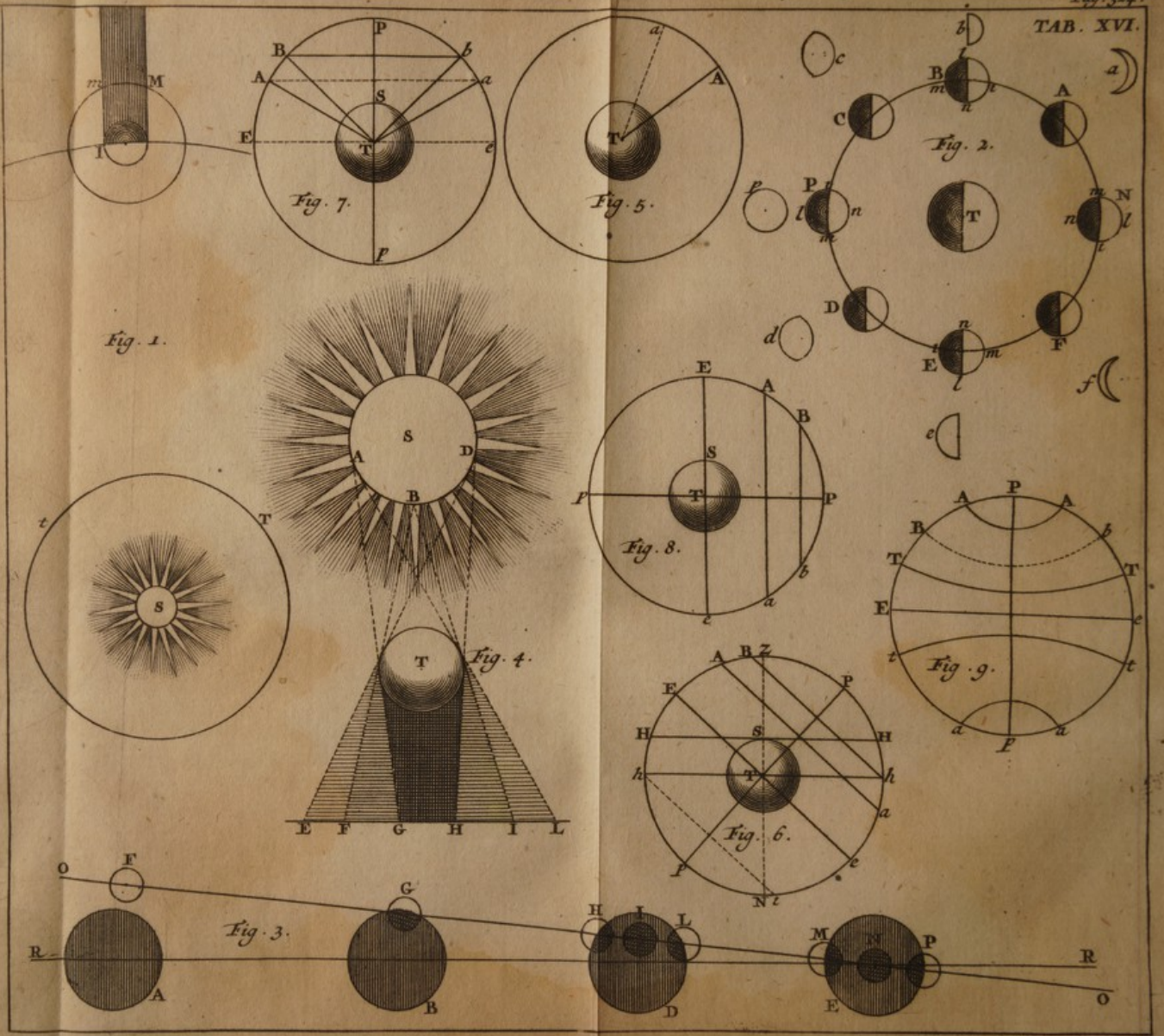
1143. *Sub Polis*, si dentur incolæ, semel in anno Solem orientem & occidentem observant, & *dies unicus cum unicâ nocte integrum annum absolvunt*. Supra horizontem versatur Sol, dum dimidiam Eclipticæ partem percurrit (1072. 1110.), per reliquum Tempus sub Horizonte latet. *Dies* tamen *protrahitur ex refractione* (1100.), & *crepuscula sunt admodum diuturna*, durant enim quamdiu declinatio Solis versus Polum latentem non superat 18. gr. (1137.).

1145. *Respectu Poli Arctici* in sex signis primis, ab Ariete ad Libram, Sol supra Horizontem versatur; ideo in hoc Polo *dies noctem superat novem diebus naturalibus* (987.), *præter diminutionem noctis ex refractione* (1144.).

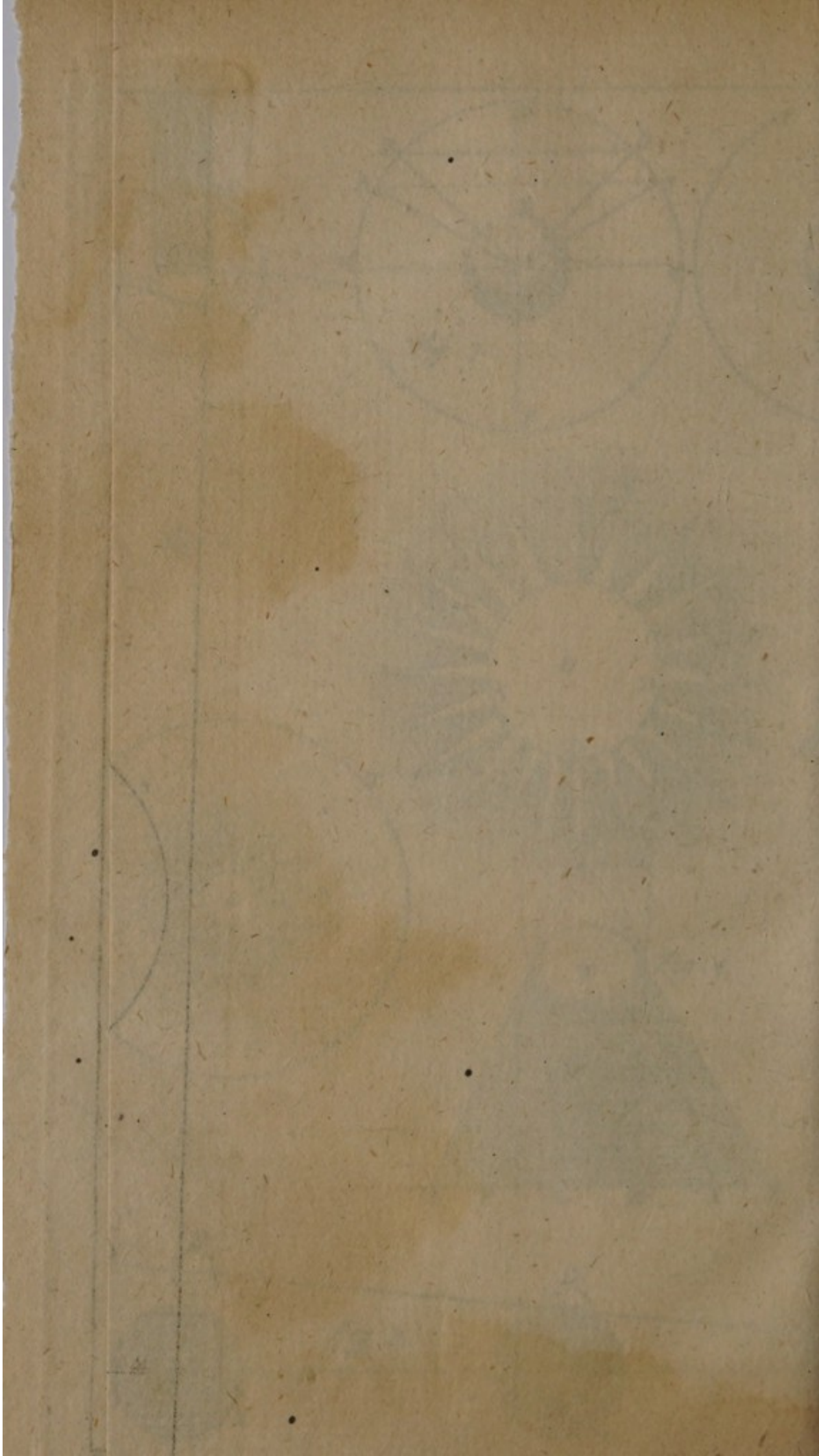
Hiscæ generalibus, quæ spectant diversos Horizontis situs, expositis, quædam magis peculiariora sunt examinanda.

1146. *Dividitur tota Telluris superficies in quinque Zonas*. Prima inter duos Tropicos TT, tt, continetur, vocatur *Zona Torrida*; duæ dantur *Temperatae*, & duæ *Frigidæ*. *Temperata Septentrionalis*, Tropico Cancræ TT, & Circulo Polari Arctico AA, terminatur: *Zona Temperata Australis* inter Tropicum tt, & Circulum Polarem aa, continetur. *Frigidæ Zonæ circulis polaribus circumscribuntur, & Poli harum centra occupant*.
1150. *In Zonâ Torridâ* elevatio Poli minor est 23. gr. 29'. (1147. 1114.), & distantia Solis ab Æquatore, Polum versus qui supra Horizontem datur, bis in anno æquatur altitudini Poli (1074. 1075.); ideo bis in anno, in meridie, per Zenit transit Sol (1124.). Ex quâ eadem ratione in ipsis
1151. *Zonæ*, huius limitibus, *sub Tropiciis nempe, semel*











*semel tantum ad Zenit accedit Sol in integro anno* (1074. 1075. 1076.)

*In Zonis Temperatis & Frigidis altitudo Poli minima excedit maximam distantiam Solis ab Aequatore* (1074. 1148. 1149.); *ideò nunquam in hisce per Zenit transit Sol* (1124.). *Ad majorem tamen altitudinem eodem die adscendit Sol, quo minor est altitudo Poli; quia eo minor etiam est inclinatio circulorum motus diurni ad Horizontem.*

*In Zonâ Torridâ, & Zonis Temperatis; singulis diebus naturalibus oritur & occidit Sol* (1116. 1122.); *nam distantia Solis à Polo semper superat Poli altitudinem* (1074. 1147. 1148.). *Inæquales tamen ubique, solo Aequatore excepto, sunt Dies artificiales inter se* (1119.), *quæ inæqualitas eo major est, quo minus à Zona Frigida locus distat* (1121.).

*In circulis autem Polaribus, in quibus Zonæ Temperatæ à Frigidis separantur, altitudo Poli æqualis est distantiae Solis à Polo, quando datur in Tropico vicino* (1076. 1078.); *ideoque in hoc casu, id est, semel in anno, integram Sol, in motu diurno, peragit revolutionem, in qua infra Horizontem non descendit.* (1122.)

*Ubique autem in Zonâ Frigidâ Altitudo Poli superat distantiam minimam Solis à Polo* (1076. 1149.); *idcirco, per aliquot revolutiones Telluris, datur Sol ad distantiam à polo illâ altitudine Poli minorem, & per totum hocce tempus non occidit, ne quidem ad Horizontem pertingit.* (1122.). *Ubi autem distantia à Polo, in recessu Solis ab hoc, altitudinem Poli, aut loci latitudinem, superat, singulis diebus naturalibus oritur & occidit Sol* (1116.); *deinde infra Horizontem, motu Polum oppositum versus, eodem modo moratur, ac de motu supra horizontem dictum* (1123.).



Tempora hæc, in quibus Sol integras revolutiones supra Horizontem & infra Horizontem in motu diurno peragit, eo majora sunt, 1159. id est, *dies & nox longissima, eo diutius durant, quo locus in Zonâ frigidâ minùs à Polo distat*, donec tandem in ipso Polo integrum annum absorbeant. (1143.).

Ex eâdem causâ, obliquitate nempe Eclipticæ respectu Æquatoris, ex qua profluunt, quæ dierum inæqualitatem, in variis locis diversam, spectant, deducimus etiam diversitatem Tempestatum, quæ singulis annis sibi mutuo succedunt; de his respectu Zonarum Frigidarum & Temperatarum primò, deinde respectu Zonæ Torridæ, agam.

Radii Solares calorem aëri communicant, non quidem dum directè à Sole procedunt, sed cum à corporibus, aut Telluris superficie, irregulariter reflectuntur (580.). Effectus hic eo major est, quo radii minùs obliquè in Telluris superficiem impingunt; & quidem ex duplici causâ. 1. Resoluto motu luminis in duos (289.), quorum unus ad superficiem parallelus est, alter perpendicularis; hoc solo in corpora lumen agit, & auctâ obliquitate minuitur. 2. In eandem superficiem Telluris partem eo majori numero agunt radii, quo magis directè accedunt.

1160. Ex hisce deducimus *causas caloris augeri, dum ex accessu Solis versus Polum, qui supra Horizontem datur Dies crescunt*; quia de die in diem ad majorem altitudinem adscendit Sol; ita ut imminutæ obliquitati sese jungat mora diuturnior Solis supra Horizontem, quæ ad augendum calorem concurrat; etiam dum dies crescunt noctes minuuntur, & per tempus brevius decrescit calor de die acquisitus.

In Zonis Septentrionalibus, ut ex hisce sequi-



quitur, causâ caloris est omnium maxima, cum Sol Tropicum Cancrî attingit (1077.). Non ta- 1161.  
men, ubi causa caloris est maxima, ipse calor est maximus; nam hic augetur quamdiu calor, interdium acquisitus, non in totum de nocte tollitur: licet enim quotidiana augmenta minuantur, quamdiu augmentum datur, crescit calor. Sic etiam frigus maximè intensum non est in die brevissimâ, in qua radorum solarium obliquitas est maxima, & absentia Solis maximè diuturna; sed frigus crescit, quamdiu diminutio caloris durat; circa quam idem ratiocinium, quàm circa caloris augmentum, institui potest.

Dividitur annus in quatuor tempestates; calidissima vocatur Æstas; maximè frigida Hyems; temperata qua Hyemem sequitur Ver; Autumnus Æstatem ab Hyeme separat. 1163.

In regionibus Septentrionalibus, in initio Veris, 1164.  
Sol in principio Arietis apparet: in initio Æstatis Sol ad Tropicum Cancrî pertingit. Ubi Sol ad principium Libræ pervenit inchoatur Autumnus: Tropicum Capricorni percurrit Sol motu diurno in initio Hyemis, quæ omnia ex explicatis (1161. 1162.) facile deducuntur.

In regionibus australibus Æstas cum Hyeme memorata coincidit, ver cum Autumno, & vice versa. 1165.

Causæ generales, à quibus divisio memorata pendet, sæpe turbantur causis peculiaria loca spectantibus; præcipuè in Zonâ Torridâ, de qua 1166.  
separatim agendum diximus. In plerisque hujus Zonæ locis due tantum observantur Tempestates, Æstas & Hyems, quæ siccitate & humiditate potissimum distinguuntur.

Quando Sol ad Zenit alicujus loci accedit, pluvix 1167.  
dantur ferè continuæ, unde Calor minuitur; quod tempus ad yemem refertur. Recedente Sole, 1168.  
mi-



minuuntur pluviae, calor augetur, & tempus hoc ad Æstatem refertur.

1169. In medio Zona Torrida dua dantur Æstates & totidem Hyemes: quia bis ad Zenit accedit Sol (1150.).

Ad latera hujus Zonæ, licet Sol bis ad Zenit accedat; cum inter accessus breve tempus detur, ambo Hyemes confunduntur: quare duæ tantum tempestates in integro anno observantur.

## CAPUT IX.

### *De Phænomenis ex motu Axeos Telluris.*

**T**elluris Axem motu Parallelo transferri diximus (939.); non consideravimus motum exiguum, quo reverâ agitatur, de quo nunc agendum nobis est.

1170. Axis Telluris, servatâ inclinatione 66. gr. 31'. ad planum Eclipticæ, in antecedentiâ revolvitur, id est, successivè versus omnes partes dirigitur; & hujus extremitates, Poli nempe Mundi, circa Polos Eclipticæ circulos describunt ab Oriente versus Occidentem. Hæc autem revolutio absolvitur circiter tempore viginti quinque millium annorum, qua periodus Annus Magnus vocatur.

Cum Tellus ab hujus incolis pro immobili habeatur, motus hic ad corpora cœlestia refertur, ut de aliis motibus dictum. Ideò dum Poli mundi in antecedentiâ, circa Polos Eclipticæ, moventur, & successivè per omnia puncta, 23. gr. 29'. distantia ab his Polis, transeunt, hæc ipsa puncta, aut potius Stellæ fixæ, quæ in his dantur, successivè ad Polos Mundi accedunt, & in consequentiâ ferri videntur, & describere circulos, qui reverâ à Polis Mundi descri-



scribuntur, circa Polos Eclipticæ, qui, in centris positi, soli quiescunt. Nam cum stellis memoratis & reliquæ, quia omnes eundem situm erga se mutuo servant (911.), etiam translatae apparent.

Idcirco integra *sphæra Stellarum fixarum circa* 1172.  
*Axem, per Polos Eclipticæ transeuntem, rotari in consequentiâ videtur; & singulæ Stellæ circulos Eclipticæ parallelos, motu apparenti, describunt; quo motu latitudo Stellarum non mutatur.*

Planum Æquatoris cum Axe Telluris angulum efficit rectum; ideò, motu memorato Axeos, rotatur sectio hujus Plani cum Plano Eclipticæ; quare *prima puncta Ariëtis & Libræ* 1173.  
(1072.), quæ semper opponuntur, *in spatio circiter viginti quinque millium annorum totam lineam Eclipticam in antecedentiâ percurrunt*: pro immobilibus tamen habentur à Terræ incolis, qui ipsas stellas fixas in consequentiâ translatas imaginantur. (1172.)

## CAPUT X.

### *De Stellis fixis.*

**S**Tellæ fixas diximus esse corpora lucida, ita remota, ut horum distantia cum distantibus illis, in Systemate Planetario, non conferri possint. Non enim *subtilissimis observationibus A-* 1174.  
*stronomi potuere Polos Mundi translatos observare in motu Telluris annuo*, licet circulos orbitæ Telluris æquales in cœlis describant. (939.)

#### DEFINITIO I.

Translatio hæc Poli vocatur *Parallaxis annua.* 1175.

Distantiam stellarum immensam esse, etiam ex observationibus ope telescopiorum deducitur.



1176. *tur. Si Stella fixa quæcunque, ex maximè lucidis & conspicuis, conspiciatur adhibito Telescopio, per quod diameter Solis diametro orbitæ annuæ æqualis appareret, quasi punctum lucidum, sine sensibili magnitudine, apparebit: minores enim omnes Stellæ per Telescopia, quàm nudis oculis, apparent, nam ex sola scintillatione magnitudinem sensibilem habere videntur.*

1177. *Ut Stelle distinguantur, referuntur ad varias figuras, quæ in cœlis imaginantur, & Asterismi vocantur.*

1178. *In Zodiaco duodecim Asterismi concipiuntur, Zodiaci Signa dicti, nominantur ut animalia, aut res quas repræsentant: Ariës, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo, Libra, Scorpius, Sagittarius,*

1179. *Capricornus, Aquarius, Pisces. Signa hæc nomina sua dedere, duodecim partibus Eclipticæ de quibus antea. (986.)*

Tempore Hiparchi, sectiones Eclipticæ & Æquatoris fixæ erant inter Asterismos Piscis & Ariëtis, & Virginis & Libræ, & Asterismi nomina dedere illis Eclipticæ partibus, quæ per singulos Asterismos transibant. & partes Eclipticæ, ponendo initium Ariëtis, & Libræ in intersectionibus Æquatoris & Eclipticæ, uti in illo tempore, nomina servarunt, licet hæ intersectiones translate sint (1173), unde Sol in Tauro dicitur, quando inter Stellas Asterismi Ariëtis movetur.

Zodiacus partem Cœli Septentrionalem à Meridionali separat.

1181. *In Septentrionali dantur Asterismi, Ursa minor, Ursa major, Draco, Cepheus, Canes Venatici, Bootes, Corona Septentrionalis, Hercules, Lyra, Cygnus, Lacerta, Cassiopeja, Camelopardus, Perseus, Andromeda, Triangulum, Triangulum minus, Musca, Auriga, Pegasus, Equuleus, Delphin, Vulpe-*



*pecula, Anser, Sagitta, Aquila, Antinous, Scutum Sobieskianum, Serpentarius, Serpens, Mons Manalus, Coma Berenice, Leo minor, Linx.*

*In parte Meridionali Cœlorum Asterismi, quorum 1182. multi à nobis videri non possunt (1123.), sunt, Cetus, Eridanus, Lepus, Orion, Canis major, Monocerotès, Canis minor, Argo-navis, Hydra, Urania Sextans, Crater, Corvus, Centaurus, Lupus, Ara, Corona Australis, Piscis Austrinus, Phoenix, Grus, Indus, Pavo, Apus, Triangulum Australe, Crux, Musca, Chameleon, Quercus Carolinum, Piscis volans, Toucan five Anser Americanus, Hydrus, Xiphias five Dorado.*

DEFINITIO 2.

*Stella, quæ inter Asterismos dantur, vocantur 1183. informes.*

*Non omnes Stella equè lucida apparent, & ab 1184. Astronomis ad sex classes referuntur, omnium maximè lucidæ dicuntur Primæ Magnitudinis; aliæ Secundæ, Tertiæ, &c. Magnitudinis, ad sextam usque.*

*Quædam, ne quidem ad hanc ultimam classem 1185. referuntur, & Nebulosa dicuntur.*

*In Cœlis etiam observamus Zonam quandam, 1186. non ubique ejusdem latitudinis, quæ totum Cœlum circumdat, & in quibusdam locis separatur, ut dupla sit. Propter colorem via Lactea vocatur. Observationibus, ope Telescopiorum constat, congeriem esse viam hanc Stellarum innu- 1187. merarum, quæ visum oculi inermis fugiunt, aut quia cæteris Stellis minores sunt, aut quia magis distant.*

*Polum Antarcticum Versus duæ Nubecula, huic 1188. viæ similes, dantur, quæ etiam sunt congeries Stellarum minimarum, nisi per Telescopia visibilia. Præter Stellæ, quæ in hisce Nubeculis, & Viâ lacteâ, observantur, maximo nume- 1189. ro per totum Cœlum, adhibitis Telescopiis, minores Stel-*



*Stella deteguntur, quæ nudis oculis non apparent. Sæpissimè Stellarum congeries, inermi oculo, pro unicâ Stellâ habetur.*

1190. *Inter Stellas, quædam per vices videntur, & invisibiles fiunt, regularesque periodos observant; aliæ successivè nunc magis lucidæ, nunc hebetiori lumine præditæ, & Telescopiis tantum visibiles, apparent; idque stasis temporibus. Non tamen singulis periodis æquè claræ sunt.*

1191. *Aliquando subito Stellæ apparere, lumine lucidiores superantes, quæ deinde, successivè decrescen- tes, brevi evanuerunt, & adhuc dum latent.*

1192. *Præter Stellas, etiam in Cælo observamus varias maculas albidiores & quodammodo lucidas, quæ nudis oculis invisibiles sunt; inermi enim oculo horum lumen ad Stellas, quæ in ipsis dantur, refertur aut pro Stellis nebulosis habentur. Quid autem sint hæ maculæ, determinari non potest, fortè sunt congeries Stellarum, quæ cum Stellis Telescopicis illam habent relationem, quàm quæ Viam lacteam formant, cum illis, quæ nudis oculis deteguntur.*

## LIBRI VI.

### Pars II. Motuum Cœlestium Causæ Physicæ.

#### CAPUT XI.

#### *De universali Gravitate.*

**E**Xpositis corporum cœlestium motibus, ut & Phænomenis inde oriundis, quibus legibus motus hi peragantur explicandum erit.

Le-



Leges, juxta quas corporum motus diriguntur, antea exposuimus (144. 146. 148.) Si hisce unicam addamus, totum patet artificium, quo ingens Machina, Systema Planetarium, regitur.

Lex, cæteris addenda, hæc est. *Omnia cor- 1193.  
pora in se mutuo gravia sunt: gravitas hæc materia 1194.  
quantitati proportionalis est: ad inæquales distantias 1195.  
est inversè, ut quadratum distantie.* Ist est, omnia

corpora sese mutuo petunt, aut versus sese mutuo tendunt, vi, quæ singulis particulis materiæ in singulas particulas competit; & vis, qua corpus in alia agit, formatur ex omnibus viribus conjunctis virium particularum ex quibus corpus constat; sic vis hæc crescit in ratione, in qua materiæ quantitas augetur; & immutabilis est in singulis particulis; ad eandem distantiam semper eadem; auctâ autem distantia decrescit vis, ut quadratum distantie augetur.

*Vim hanc gravitatem nominamus, considerando 1196.  
corpus, quod aliud versus sponte tendit; quia eo nomine vis hæc in Telluris viciniis datur (74.).*

*Considerando autem corpus, versus quod aliud tendit; vim hanc vocamus attractionem. 1197.  
His nominibus eundem effectum, & nil præter effectum designamus; nam, cum omnis gravitas sit reciproca (148.), corpora versus se mutuo gravitare, idem significat, quàm corpora sese mutuo attrahere, aut versus se mutuo sponte tendere.*

Effectum hunc pro lege Naturæ habemus (4.), quia nunquam fallit, & hujus causa nobis est ignota, & ex legibus notis minimè deduci potest, ut statim dicetur. Nunc autem talem gravitatem reverâ dari, ex Phænomenis probandum est.

Planetæ primarii singuli in Orbitis suis retinentur viribus, quæ ad centrum Solis tendunt



dunt (931. 214.); idè datur vis, qua Planetæ Solem versus feruntur, & qua Sol reciprocè  
 1198 versus illos singulos tendit (148.): id est, *Sol in Planetas, & hi in Solem gravitant.*

1199 Eodem modo patet, *secundarios Joviales in Jovem, & Jovem in ipsos; ut & Saturni Satellites in primum, & hunc in illos gravitare* (953. 214. 148.).

1200 Etiam *Luna & Tellus in se mutuo graves sunt* (953. 214. 148.).

1201 *Secundarii omnes in Solem gravitatem habent.* Omnes enim, motu regulari, circa Primarios ita feruntur, quasi Primarii quiescerent; unde liquet, illos motu communi cum Primariis ferri; id est, eandem vim, qua omnibus momentis Solem versus feruntur Primarii, in *Secundarios* agere, & hos *eâdem celeritate cum Primariis Solem versus ferri.* Ipsæ Secundariorum irregularitates, quæ adeo sunt exiguæ, ut respectu solius Lunæ sint sensibiles, confirmant hanc Secundariorum gravitatem in Solem; nam irregularitates omnes pendere à mutatâ gravitate Lunæ versus Solem, pro variâ distantîâ, & ex eo quod lineæ, per quas ad Solem tendunt Tellus & Luna, non sint omnino parallelæ, in sequentibus videbimus.

Ex gravitate Secundariorum in Solem, sequitur *solem in illos gravitare* (148.).

Circa gravitatem Primariorum inter se, observarunt Astronomi, Saturnum viam mutare, ubi Jovi, Planetarum longè maximo, est proximus, ita ut *Jovem & Saturnum in se mutuo graves esse*, immediatis observationibus constet.

Saturnus etiam in hoc casu, ut Flamstedius observavit, turbat motum satellitum Jovis, hos paululum ad se trahens, quod probat, & hos  
 1205 *Secundarios in Saturnum, & Jovem, in ipsos gravitare.* Ex quibus omnibus (1198. 1199. 1200. 1201. 1203. 1204. 1205.) collatis sequitur, septemdecim



cim, Systema Planetarium componentia, corpora in se mutuo gravitare, licet de singulorum in singula gravitate observationes immediatas instituere non liceat (8.).

Legis pars secunda est (1194.), gravitatem materiæ quantitati proportionalem esse, id est, singulis materiæ particulis competere in singulas, ideòque legem gravitatis universalem esse, & singula corpora in alia corpora omnia gravitare; quod ex Phænomenis etiam deducitur.

Vires gravitatis sunt ut actiones eodem tempore editæ (58.); & hæ actiones si translationes fuerint æquales, sunt ut materiæ quantitates in corporibus translatis (62.64.): idcirco, cum corpora inæqualia, ad eandem distantiam à corpore attractante, æque celeriter ex gravitate moveantur (1202) vires gravitatis, materiæ quantitatibus proportionem sequi, clarum est. Idem experimur in omnibus corporibus *in Telluris vicinis*, quæ Tellurem versus, materiæ quantitati proportionalem, gravitatem habent (79.). *Mutua autem horum omnium corporum gravitas sensibilis non est*; quia respectu gravitatis Tellurem versus admodum est exigua, ideoque motum ex hac turbare non valet; saltem ut sensibilis detur directionis mutatio. (147.)

Et aliâ methodo, ex Phænomenis, hanc universalitatem gravitatis, singularum materiæ particulis in alias probari posse, statim dicemus (1209. 1210.)

Pars legis, quam examinamus, tertia est, gravitatem decrescere, quando distantia augetur, & esse inversè ut quadratum distantiae; quod ex Phænomenis quoque sequitur.

Corpora, in quæ vis gravitatis agit pro quantitate materiæ, ut in Systemate nostro, eadem, ut diximus, celeritate feruntur, in circumstantiis iisdem; ita ut non intersit, utram majora an minora sint corpora, & moveantur quasi essent æqualia. In hoc autem casu, si vis punctum



ctum versus decrescat in ratione inversa quadrati distantiae ab hoc puncto, & corpora ad varias ab hoc ipso distantias revolvantur & in circulis retineantur hac vi, quadrata temporum periodicorum erunt inter se, ut distantiarum cubi (227.). Quod æquè in lineis Ellipticis, ad quorum focos diriguntur vires, respectu distantiarum mediarum, obtinere, à Geometris demonstratur. Hicce autem casus in corporibus circa Solem, Saturnum, & Jovem, revolutis exstat (961.), unde sequitur, vim gravitatis, recedendo à centrīs horum corporum, decrescere in ratione inversa quadratorum distantiarum.

- 1209 Hoc ratiocinio, posita gravitate materiæ quantitati proportionali, illam in ratione inversa quadrati distantiae decrescere demonstramus. Ex eodem, posita gravitatis diminutione juxta hanc rationem, sequitur, gravitatem materiæ quantitati proportionalem esse, ut facile liquet.

Probamus autem alio argumento, diminutionem gravitatis sæpius memoratam rationem inversam quadrati distantiae sequi; ita ut circa ambas, de quibus agimus, gravitatis leges, nullo dubium superesse possit.

- 1210 Planetæ moventur in Orbitis quiescentibus (917.); & in his retinentur viribus, quæ ad punctum excentricum diriguntur (918.); Constat autem hæc non obtinere, nisi vis centralis decrescat in ratione inversa quadrati distantiae (230. 232. 236. 237.).

- 1211 Gravitationem etiam recedendo à Telluris centro, juxta eandem legem decrescere, ex simili ratiocinio sequitur. Luna enim in orbita retinetur vi, quæ ad Telluris centrum, id est ad punctum excentricum, tendit (954. 953. 214.): & licet linea Apsidum non feratur motu parallel-



lelo, agitatio hujus, si singulas consideremus revolutiones, admodum est exigua, ut hic pro quiescente haberi possit: si enim computatio ineatur de vi quæ retinet Lunam in orbe ita agitato, diminutionem vis gravitatis respectu Lunæ, parum admodum à ratione inversâ quadrati distantiae, differe detegimus, differentiamque à Solis actione pendere in sequentibus videbimus.

Nullumque dubium circa hanc diminutionem supererit, si consideremus, *Lunam in orbitâ retineri* 1212. *ex ipsâ vi, qua corpora in Telluris viciniis Tellurem versus feruntur*, imminutâ, juxta legem diminutionis fæpissimè memoratam. Distantia media Lunæ est  $60\frac{1}{2}$  semid. Telluris; diametrum antea vidimus continere perticas Rhenolandicas 3400669 (963.); unde, ex noto tempore periodico, facile detegimus in uno minuto primo temporis, Lunam in orbitâ percurrere perticas Rhenolandicas  $16425\frac{1}{2}$ . Hic arcus non est centesima pars unius gradus, & pro ipsius subtensâ usurpari potest; est ideò orbitæ diameter ad hunc arcum, ut ipse ad suum sinum versum; qui detegitur pedum Rhenol. 15, 736., & est accessus mutuus Lunæ & Telluris, ex horum corporum mutuâ actione, in uno minuto primo temporis. Celeritas, qua corpus gravitate ad aliud accedit, pendet à vi qua ab hoc alio attrahitur, cujus singulæ particulæ materiæ, illud attrahunt; ideò celeritates Lunæ & Telluris, in mutuo accessu, sunt inversè ut quantitates materiæ in his. Hac ergo proportionem detegimus, quantum, ex memorato spatio 15, 736. pedum, à Lunâ percurratur, ut quantitas materiæ in utroque corpore ad quantitatem materiæ in Tellure, ita spatium in accessu ad se mutuo ab ambobus percursum, ad viam à solâ Lunâ percursam. Quantitates autem materiæ in Lunâ



& Tellure, ut in sequentibus videbimus, sunt inter se ut 1. & 39, 37., & est 40, 37. ad 39, 37., ut 15, 736. ad 15, 344. spatium à Lunâ percursum; quod ergo à corpore quocunque, in spatio unius minuti primi, gravitate Tellurem versus, ad distantiam Lunæ percurreretur (1206.). Crescente hac vi, in ratione inversa quadrati distantiae à centro, spatium eodem tempore percursum ad distantiam semidiametri Telluris, id est in hujus superficie, erit  $60\frac{1}{2} \times 60\frac{1}{2} \times 15, 344$ , scil. 56158 pedum; sed quia in omni motu æquabiliter accelerato, ut hic, (nam consideramus vim ad distantiam superficiei Telluris à centro) quadrata temporum sunt, ut spatia cadendo percurra (155.), dividendo hunc numerum per  $60 \times 60$  id est, 3600, habemus spatium, in Telluris viciniis, in uno minuto secundo à corpore percursum, ex vi qua Luna in orbitâ retinetur, quod detegitur 15, 6. pedum Rhenolandicorum.

Si nunc examinemus gravitatem, quam quotidie experimur in omnibus corporibus, in Telluris viciniis (73.); ex demonstratis circa pendulorum motum (182. 184.), & experimentis circa pendula institutis, constat, corpus cadendo etiam percurrere in uno minuto secundo pedes Rhenolandicos 15, 6. ideoque cadere ex vi, quæ Lunam in orbitâ retinet.

In hac computatione negleximus considerationem actionis Solis; quia hæc exigua est, etiam alternatim nunc auget, nunc minuit Lunæ gravitatem versus Tellurem, & circa medium lunæ pondus computatio fuit instituta.

Consideravimus centra corporum in examine legis diminutionis gravitatis, licet gravitas singulas corporum particulas spectet; quia mathematicâ demonstratione constat, *actionem corporis*



ris spherici, in quo ubique partes à centro æquè distantes sunt homogenea, constantis ex particulis versus quas gravitas datur, quæ decrescit recedendo à singulis, in ratione inversâ quadrati distantia, dirigi ad corporis centrum, & recedendo ab hoc minui in eadem ratione inversâ quadrati distantia: ita ut tale corpus agat, quasi omnis materia, ex qua constat, coacta foret in ipso centro. Unde sequentes deducimus conclusiones.

In superficiebus corporum, in quibus materia homogenea est, ad distantias æquales à centro, gravitatem esse directè ut materiæ quantitatem, & inversè ut quadratum diametri (1194. 1195.); nam in his corporibus distantia à centro sunt ut diametri. 1214.

In superficiebus corporum sphericorum, homogeneorum, æqualium, gravitates esse ut corporum densitates; nam distantia à centro sunt æquales, in quo casu gravitatis vires sunt ut quantitates materiæ (1194.); quæ, in corporibus æqualibus, sunt ut densitates (338. 79.). 1215.

In superficiebus corporum sphericorum, inæqualium, homogeneorum, æquè densorum, gravitates sunt inversè, ut quadrata diametrorum (1195.); quia in harum ratione sunt distantia à centris: sunt etiam gravitates directè ut diametrorum cubi (1194.); nam in hac ratione sunt materiæ quantitates in sphæris: & ratio composita ex directâ cuborum diametrorum, & inversâ harum quadratorum, est directâ ipsarum Diametrorum. 1216.

Ideò, si & densitates & diametri differant, gravitates in superficiebus erunt in ratione compositâ densitatum (1215.) & Diametrorum (1216.). Idcirco divisâ gravitate in superficie, per diametrum, detegitur densitas, quæ ergo sequitur rationem directam gravitatis in superficie & inversam diametri. 1217. 1218.



1219. *In spherâ homogeneâ, cavâ, ubique ejusdem crassitiei corpus ubicunque positum nullam gravitatem habet, gravitatibus oppositis sese mutuo exactè destruunt:* Unde sequitur, *in spherâ homogeneâ, corpus accedendo ad centrum, centrum versus gravitare ex solâ actione spheræ, cujus semidiameter est distantia corporis à centro, quæ gravitas decrescit, accedendo ad centrum, in ratione distantia à centro* (1216.); nam omnis materia, quæ ad majorem à centro distantiam datur, spheram cavam format, in qua actiones in corpus sese mutuo destruunt (1219.).

Gravitatem huc usque, explicatam pro lege naturæ esse habendam diximus, quia hujus causa nos latet, & quia minime pendet ab ullâ lege nobis notâ, quod clarè patebit, si ad sequentia attendamus.

1221. *Gravitatem requirere præsentiam corporis attrahentis; sic Satellites, ex gr. Jovis, in Jovem gravitant, ubicunque hic detur* (1199.).
1222. *Manente distantia, celeritatem, qua corpora ex gravitate feruntur, pendere à quantitate materie in corpore attrahente: Et celeritatem non variari, quacunque fuerit massa corporis gravitantis* (1194.).
1224. *Ulterius, si gravitas pendeat à lege motus notâ, ad impactum corporis extranei referri debere, & quia gravitas est continua, impactum etiam continuum requiri.*

Si talis materia continuò in corpora impingens detur, necessario est fluida, & quidem subtilissima, quæ penetrat corpora quæcunque; corpora enim in aliis utcunque inclusa gravia sunt.

Videat nunc Mathematicus, an fluidum adeo subtile, ut corporum omnium poros liberrimè permet, & adeò rarum, ut motui corporum sensibiliter non obstet, (in loco enim aëre vacuo penduli motus diutissimè continuatur) corpora ingentia tantâ cum vi ad se mutuo possit

pro-



propellere. Explicet quomodo hæc actio crescat in ratione massæ corporis versus quod aliud fertur (1222.). Tandem, quod omnium mihi difficillimum videtur, dicat, quomodo omnia corpora, in quocunque situ, eadem manente distantia, & corpore versus quod gravitas datur, eadem velocitate ferantur (1223.), id est, quomodo fluidum, quod nisi in superficies, sive ipsorum corporum, sive illarum internarum particularum, ad quas accessus ex interpositis particulis non impeditur, actionem suam exerere non potest, communicet corporibus motum, qui in omnibus corporibus exactissimè sequatur proportionem quantitatis materiæ in his, quod in gravitate ubique obtineri, hoc capite probavimus, & quod directo experimento demonstravimus respectu gravitatis in Telluris viciniis (78.).

Non tamen negamus, ab ullo impactu pendere *gravitatem*, sed illam *non sequi ex ullo impactu*, juxta leges nobis notas agente, clare patere contendimus, gravitatisque causam nos omnino latere fatemur.

## CAPUT XII.

*De Materiâ Cœlesti; ubi Vacuum dari probatur.*

EXpositis legibus, quibus totum Systema Planetarium regitur, varia præmittenda erunt, antequam ad ipsius Systematis explicationem Physicam accedamus. De Materiâ cœlesti, id est de medio, in quibus corpora Systema componentia moventur, ante omnia quædam dicenda sunt, quod paucis fieri posset, si inter omnes constaret Philosophos, in rebus *inane* dari.



Probavimus antea vacuum possibile esse (15), nunc illud reverâ dari demonstrandum nobis est.

3226. *Ex solâ motus consideratione, vacuum dari deducitur*, quod tritum & vulgare admodum est argumentum, cujus vis ut pateat, considerandum, non quidem omnes motus sine vacuo impossibiles esse, sed plerosque illorum, qui quotidie observantur, quod longiori discussione plenissimè posse evinci, persuasum habeo; sed sequenti consideratione ita clarè patère mihi videtur, ut plura addere inutile foret.

Non mutabilem figuram habent particulæ omnium minimæ; nam constat particula, cujus figura mutatur, ex particulis minoribus, quæ inter se moventur, & ideò, si figuram mutabilem habet, non est ex particulis omnium minimis.

Si autem figura harum particularum sit immutabilis, & corpus inter has possit moveri, sine tali separatione particularum, quæ interstitium vacuum relinquit, pendeat hoc à figurâ particularum, & à relatione, quam habent inter se, quod Mathematicus non negabit: idcirco si hisce servatis (figurâ & relatione) augeantur particulæ, & in hoc casu corpora sine vacuo moveri poterunt.

Videat nunc quis, auctis particulis minimis, ut magnitudine pedem cubicum æquent, quæcunque fuerit harum figura, & cum cæteris particulis relatio, quas, in eadem ratione, cum primis auctas ponimus, utrum corpora magnitudinis cujuscunque, inter has particulas possint ferri per rectas lineas, & per curvas quæcunque, nunquam separatis particulis, ut spatia vacua inter has dentur.

Particulas subtilissimas conceptu non assequimur, & ideò sæpè his tribuimus proprietates, quæ



quæ ex harum figurâ non sequuntur, qui corriguntur errores, si particulas auctas imaginemur.

Etiam *argumento, ex resistantiâ deducto, va-1227. cum dari probamus.*

Materiam inertem esse diximus (13.), circa vocem quidam contendunt, rem ipsam nemo negat; Ex hac sequitur, non posse per fluidum corpus moveri, quin patiatur resistantiam (373), ideoque retardationem (386.). Resistentia ex materiæ inertîâ, quam hîc solam consideramus, pendet à materiæ quantitate ex loco removendæ, quæ eadem est, sive partes fluidi sint majores; sive minores, si corporis celeritas maneat: unde sequitur, in determinandis, quæ resistantiam spectant, ad subtilitatem fluidi non esse attendendum, quamdiu hoc poros corporum permeare non potest; si enim ad illam perveniamus partium tenuitatem, ut fluidum pro parte per corpus penetret, corpori minori copiâ resistet.

Concipiamus nunc Globum quemcunque, per medium ejusdem densitatis cum globo, translatum, & cui per corporis poros transitus non patet; omnibus momentis retardatur, ita ut ejus velocitas tandem ad dimidium reducatur; quod fieri, mathematicâ demonstratione constat, antequam corpus bis diametri longitudinem percurrat.

Ut propositionem hanc ad motum in fluido subtilissimo, omnium corporum poros liberri-  
mè penetranti, & omnia replente, applicare possimus, concipiendum est, corpus sphæricum, sine poris, quod dari posse, intimè jungendo particulas materiæ, nemo inficias ibit.

Talis corporis resistantiam, in fluido quocunque, à magnitudine partium fluidi non pendere, & eandem esse, sive fluidi partes sint æ-



344 PHILOSOPHIÆ NEWTONIANÆ  
quales, five utcunque inæquales inter se, patet.

Si omnia sint materiâ plena, nisi per fluidum, ejusdem densitatis cum hoc corpore, poterit hoc moveri; nam incurrit in omnem materiam, quæ datur in locis, per quæ transit, & in his materia sine interstitiis, ut in corpore, datur; idcirco amittet dimidium velocitatis, antequam duarum diametrorum suarum longitudinem percurrat.

Augeatur corpus manente materiæ quantitate, & servato hoc homogeneo; id est, dentur pori in corpore, per quos materiæ partes subtilissimæ liberrimè transeant, & sint hi pori æqualiter per totum corpus dispersi. Si corpus sic mutatum moveatur, non in totam superficiem incurrit fluidum subtilissimum de quo agimus, sed tantum in partes superficiiei, quæ poros interjacent, quæ partes simul sumtæ, quia corpus homogeneum ponimus, valent superficiem corporis in constitutione primâ, sine poris; aucto enim corpore, superficies non fuit mutata, sed tantum dilatata, interjectis poris: ita ut corpus in utroque casu eandem patiatur resistantiam, ex impactu in superficiem; & resistantia in corpore dilatato major est ex incurfu fluidi in particulas internas corporis: quare corpus hoc citius dimidium sui motus in secundo, quàm in primo casu, amittet; id est, antequam duas diametros primæ magnitudinis percurrat; & ideo majorem partem velocitatis amittit, dum per duas diametros secundæ magnitudinis transfertur.

Hoc autem experientiæ contrarium est; nam globus homogeneus, aureus, plumbeus, &c. multò minus in aquâ & aëre retardantur, unde sequitur hypothesin, omnia mate-

te-



teriâ repleri, falsam esse. Vacuum ergo datur.

*Vacuum dari etiam cum Phenomenis circa gravitatem congruit*, ex quibus sequitur, hanc materiæ quantitati proportionalem esse. Si omnia materiâ replentur, gravitas omnes partes versus æqualis datur, & vires quæ versus partes oppositas diriguntur, sese mutuo destruunt, & nulla sensibilis gravitas observari poterit, directè contra experientiam. 1228.

Hisce præmissis ad Materiam cœlestem trans-eundum.

A motu Materiæ cœlestis, si quædam detur, non pendent corporum cœlestium motus (1225); quo *corrui illorum sententia, qui motu communi* 1229. *cum materiâ, quæ Systema Planetarium replet, corpora cœlestia translata contendunt.* Quæ etiam motu Cometarum evertitur sententia: si medium in Systemate daretur, quod in motu suo Planetas secum ferret, & etiam secum traheret Cometas, saltem sensibilibus hos in motu turbaret, dum ferè directè ad Solem accedunt, aut ab hoc recedunt, aut in antecendentia moventur, id est, motu contrario motui talis materiæ; qui motus cum non turbari, & sequi viam quæ à gravitate pendet, observentur, clarum est, Materiam cœlestem, si detur & movetur, sensibilem in corpora Systematis Planetarii non exerere actionem; quod etiam ex parvâ hujus resistentiâ deducitur; nam, ex collatis antiquissimis cum recentioribus observationibus sensibilibus in motibus non retardatos Planetas constat. Resistentia tamen in aëre sensibilis est, quare densitas medii, in quo Planetæ moventur, ferè in immensum minor est, idcirco, *nisi* 1230. *tali medio subtilissimo, non repletur Systema Planetarium.*

Materiæ verò quantitatem, quantumvis exi-



quam, per totum Systema posse dispergi, reli-  
ctis interstitiis minimis, ex materiæ divisibilita-  
te, deducitur (21.).

## C A P U T XIII.

### *De Motu Telluris.*

**P**Ræter in Capite præcedenti discussam quæ-  
stionem, & alia datur examinanda, ante-  
quam ad totius Systematis explicationem acce-  
damus.

Ut nullum dubium supersit circa Systema, in  
primo capite hujus libri explicatum, proban-  
dus nobis hîc est Telluris motus, de quo non  
mirum si plures dubitaverint; nullis enim, ni-  
si à spectatoribus in Tellure institutis obser-  
vationibus, motus cœlestes à nobis determina-  
ri queunt, & eadem Phænomena apparent, si-  
ve corpora ipsa transferantur, sive spectator mo-  
veatur (980.); ita ut immediatis observationi-  
bus non constet, utrum motus Telluris ad cor-  
pora cœlestia non referri debeat.

1231. *Tellurem circa Solem circumferri, ex motuum a-  
nalogiâ deducitur, & ex examine legum nature de-  
monstratur.*

Quod motuum analogiam spectat, notan-  
dum, circa Jovem & Saturnum rotari Satelli-  
tes corpore centrali minores, circa Tellurem  
Luna, Tellure minor, revolvitur; Tandem  
circa Solem girantur corpora minora Mercu-  
rius, Venus, Mars, Jupiter, & Saturnus; Si

1232. *cum his Tellus rotetur, ubique in Systemate no-  
stro corpora minora circa majora moventur; in hac  
autem regulâ exceptio dabitur respectu Solis, si in-  
gens hoc corpus, in motu, minimam Telluris  
massam (962.) cingat,*

Circa



Circa Solem, Jovem, & Saturnum, circa quos singulos plurima corpora revolvuntur, *len-* 1233.  
*tius moventur, quæ magis à corpore centrali distant,*  
 & quidem juxta hanc regulam, quadrata temporum periodicorum sequi rationem cuborum distantiarum (961.); *quæ regula* applicari potest Telluri, si hæc cum cæteris Planetis circa Solem circumferatur, ut patet, si illius tempus periodicum, (tempus nempe in quo Sol integram revolutionem peragere videtur,) ut & distantia à Sole, cum cæterorum Planetarum distantis & temporibus periodicis, conferantur.

*Unicam autem patitur exceptionem* regula hæc, *si, Sole translato, Tellus quiescat.* In hoc casu Mercurius, Venus, Mars, Jupiter, & Saturnus, huic regulæ in motibus subjiciuntur, ut & quinque Satellites Saturni, & quatuor Joviales Planetæ; sola Luna cum Sole, circa Tellurem, proportionem omnino diversam servant, & non modo celeritas Solis major est, quàm quæ ex hac regulâ requiritur, sed & velocitate ad minimum vices & sexies Lunam vincit, licet ad distantiam maximam, respectu Lunæ distantia, à Tellure removeatur: ita ut & hoc respectu motuum cœlestium analogia turbetur.

Hiscæ argumentis alia addam, quibus, motum Telluris sequelam esse necessariam Legum naturæ, ex Phænomenis deductarum, clare patebit.

Omnia corpora in se mutuo gravia sunt (1193.); ideoque Sol & Tellus; sed motus, quo hæc 1233.  
 duo corpora versus se mutuo feruntur, ex directis observationibus deducitur. Quodcunque horum corporum circa aliud moveatur, describit areas, lineis ad centrum hujus ductis, temporibus proportionales, quod ex observationibus Astronomicis constat; idcirco in curvâ retinetur corpus motum, per vim, quæ ad aliud



Centrum dirigitur (214.): Cum autem actioni semper æqualis sit reactio (148.), *nisi Natura leges, quæ ubique constanter locum habent, in totum evertantur*, duo hæc corpora sese mutuo petunt celeritatibus, quæ sunt inverse ut horum massæ (1222.).

Materiæ quantitas in Tellure ferè nulla est respectu quantitatis materiæ in Sole, ut in Capite sequenti videbimus; quare hic *lentissimè moveatur, dum celerrimè ad hunc accedit Tellus*.

Unde sequitur Tellurem circa Solem circumferri, ne in hunc motu illo violentissimo cadat: (205.);

Motus hic idem Telluris ex iisdem principiis & aliâ methodo deducitur.

1235. Duo corpora, quæ vi quacunque ad se mutuo feruntur, tandem concurrent, aut continuo magis à se mutuo recedent, nisi utrumque ita moveatur, ut vim centrifugam habeat æqualem illi, qua aliud versus fertur; cum verò corpora quæ in se mutuo gravitant, pressionibus æqualibus, sese mutuo petant (148.), non poterunt corpora hæc *in motu circum se mutuo perseverare*, nisi ambo ita moveantur, ut vires centrifugas æquales habeant; quod, nisi ambo circa commune suum gravitatis centrum, æqualibus temporibus, rotentur, non obtinet; id est, si propositio hæc ad Solem & Tellurem applicetur, *nisi circa punctum, cujus distantia à centro Solis est ad ipsius distantiam à centro Telluris, ut quantitas materia in Tellure ad materia quantitatem in Sole, ambo moveantur* (222. 223.): quod punctum ergo parum admodum à centro Solis distat. Cum autem, quodcunque horum corporum moveatur, in motu circa aliud perseveret, sequitur ambo motibus memoratis subijci, Solemque exiguo motu agitari, dum Tellus orbem maximum describit. Ex quibus sequi-



quitur, motum Telluris ab illo negari non posse, qui ex legibus motus, ex Phænomenis deductis, ratiocinatur.

Probato motu Telluris annuo, & relatâ Tellure inter Planetas, exigua tantum difficultas superest respectu motus circa axem, nemo enim qui de illo non dubitat, hunc negat; multi, concessio motu *circa axem*, Telluris annum motum negant; satis ergo erit in transitu notare, omnes Planetas, circa quos respectu hujus motus observationes instituere licet, circa axes rotari; & motum similem Telluri competere, uniformem motum diurnum in corporibus, ad distantias quasunque, satis indicare. Quibus addendum, celeritatem Stellarum fixarum, in minori quàm viginti quatuor horarum spatio, revolutionem integram peragentium, vix magis probabilem esse, quàm à nobis concipi potest.

Etiam cum Naturæ legibus minime congruit motus hic omnium corporum cœlestium; nam, si hæc rotentur, circulos, quorum centrum Tellus occupat, motu æquabili, singulis diebus, percurrunt; id est, describunt areas lineis ad centrum Telluris ductis temporibus proportionales; & in orbitis retinentur viribus, quæ ad centrum Telluris diriguntur (214.), & quibus, propter omnis actionis reciprocationem (148.), Tellus etiam continuo versus illa corpora trahitur; ita ut *violentissimo motu necessario agitari* debeat; unde patet motum diurnum non ad ipsa corpora cœlestia referri debere, sed ad Tellurem circa axem rotantem.

Objiciunt, qui Tellurem quiescere contendunt, corpora in Telluris superficie, ex vi centrifugâ, juxta tangentem ad circulum, Æquatori parallelum, debere à Tellure recedere (205.). Respondemus, corpora eodem motu cum su-



perficie Telluris, in locis in quibus dantur; transferri, & ideò respectu punctorum superficiei conari recedere per lineas ad axem perpendiculares (210.); etiam corpora gravitate ad centrum Telluris tendere (1213.); & ideò, motu ex hisce ambobus cōposito, corpus continuò, aut moveri aut moveri conari (147. 130.); sed quia primus motus respectu secundi est admodum exiguus, parum tantum à directione versus centrum detorquetur grave, & paululum gravitas minuitur, eo magis, quo locus magis à polo distat; quod cum experiētiā congruit: in sequentibus etiam videbimus, ubi de Telluris figurā agemus, directionem memoratam gravium, ubique dirigi perpendiculariter ad Telluris superficiem, quæ non est exacte sphærica, Corpus, quod in altum projicitur, non modo motu quo projicitur gaudet, sed etiam fertur motu impresso illi, qui hoc projicit, aut machinæ, ex qua propellitur, id est, motu communi cum superficie Telluris fertur; ideòque in eādē lineā, respectu superficiei Telluris translatae movetur, in qua translatum foret si Tellus quiesceret.

## C A P U T XIV.

### *De Densitate Planetarum.*

**S**Upereſt, antequam ad Systematis explicationem Physicam tranſeamus, ut quantitates materiæ in quibusdam corporibus, & horum densitates, determinemus; quibus notis effectus legum, quibus hæc corpora reguntur, facilius patebunt.

Quantitates materiæ, in variis corporibus, sunt inter, se ut gravitates ad eandem distantiam



am ab hisce corporibus (1194.); quæ gravitates sunt  
 inter se inversæ, ut quadrata temporum perio-  
 dicorum corporum revolutorum, circa varia  
 illa corpora, ad eandem illam distantiam (224.).  
 Multiplicando quantitates, quæ sunt in hac  
 ratione, per eandem quantitatem, cubum nem-  
 pe hujus distantiae, non mutatur ratio harum  
 quantitatum; quæ ergo sunt inter se, ut quo-  
 tientes divisionum cubi memorati, per quadra-  
 ta temporum periodicorum memoratorum: sed  
 detegitur quotiens talis divisionis, pro corpore  
 quocunque, dividendo cubum alterius distan-  
 tiæ cujuscunque, per quadratum temporis pe-  
 riodici corporis ad hanc distantiam revoluti:  
 quotientes enim tales sunt æquales inter se, pro  
 omnibus corporibus, circa idem, ad distantias  
 quascunque motis, ut sequitur ex æqualitate ra-  
 tionis inter cubos distantiarum, & quadrata tem-  
 porum periodicorum ad has distantias (961.).  
 Ex quibus deducimus, *quantitates materiae in cor-* 1239.  
*poribus quibuscunque, in Systemate nostro, esse inter*  
*se directe, ut cubos distantiarum ad quas, circa hæc,*  
*corpora alia revolvuntur, & inverse ut quadrata*  
*temporum periodicorum horum corporum revolu-*  
*torum.*

Demonstrantur hæc, seponendo agitationem  
 corporis centralis, cujus materiae quantitas quæ-  
 ritur.

Propter Solis magnitudinem, respectu Vene-  
 ris ex. gr., quem ex Planetis solum considera-  
 mus, vix ex hujus actione agitatur ille (1222).  
 & Venus potest considerari quasi motus circa  
 corpus quiescens.

Satellites Jovis & Saturni, motu quidem  
 communi cum primariis feruntur, sed cir-  
 ca ipsos, quasi circa corpora quiescentia, pro-  
 pter primariorum magnitudinem, transferun-  
 tur.



Luna autem satis sensibilibiter in Tellurem agit, & hanc agit; quare antequam, ope regulæ memoratæ (1239), cum motu Lunæ computationem inire possimus, de conferendâ materiæ quantitate in Tellure, cum materiæ quantitibus in Sole, Jove, & Saturno, determinanda est *distantia*; ad quam Luna, circa Tellurem quiescentem, id est *actione Luna non translata*, revolvî posset, in eodem tempore periodico, in quo revolutionem suam reverâ peragit. Hic etiam non attendimus ad motum communem Telluri & Lunæ, quo circa Solem ambo feruntur.

Luna in motu suo circa Tellurem perseverat; ideò Tellus & illa circa commune gravitatis centrum rotantur: ut ex demonstratis circa Tellurem & Solem (1235.) sequitur, & Luna, vi qua Tellurem versus tendit, revolvitur in orbitâ, cujus semi-diameter est distantia Lunæ à memorato communi centro gravitatis Lunæ & Telluris.

Sit  $L$  hæc Lunæ distantia à communi centro gravitatis;  $T$  distantia Telluris ab eodem centro;  $L + T$  est ergo distantia Lunæ à Tellure, & est  $60\frac{1}{2}$  semidiam. Telluris; mediam enim distantiam hic consideramus. Sit  $D$  distantia quam quærimus, ad quam, circa Tellurem quiescentem, gravitate suâ versus Tellurem, posset moveri Luna, in tempore, in quo revera ad distantiam  $L$ , circa commune gravitatis centrum rotatur.

Propter hanc temporum periodicorum æqualitatem, vis, qua Luna ad distantiam  $D$  posset in orbitâ retineri, est ad vim, qua ad distantiam  $L$ , in orbe suo retinetur, ut  $D$  ad  $L$  (220.).

Sed vis, qua Luna ad Tellurem tenderet, &



in orbitâ retineretur ad distantiam  $D$ , est ad vim, qua nunc in orbitâ retinetur cùm à Tellure distat  $L + T$ , ut,  $L + T^q$  ad  $D^q$  (1193.); Ergo.

$$D, L :: \overline{L + T^q}, D^q$$

Ideoque  $D^c = L \times \overline{L + T^q}$  &  $D^c \times \overline{L + T} = L \times \overline{L + T^c}$ : unde sequentem deducimus proportionem.

$$\overline{L + T^c}, D^c :: L + T, L.$$

Idcirco  $L + T, D :: L + T, \text{ad primam ex duabus mediis proportionalibus inter } L + T \text{ \& } L.$

$L + T$  est ad  $L$ , ut quantitas materiæ, in Tellure & Lunâ conjunctim, ad quantitatem materiæ in Tellure solâ (222. 223.): quæ quantitates materiæ, ut in sequentibus videbimus, sunt inter se, ut 40,37: ad 39,37., & prima duarum mediarum proportionalium, inter hos numeros, est 40,035.; ergo 40,37. est ad 40,035., ut  $60\frac{1}{2}$  ad distantiam quæsitam; quæ *detegitur* 60. *semidiametrorum Telluris*.

Circa hanc operationem notandum est, distantiam  $D$ , non detegi, nisi detur ratio inter massam Lunæ & Telluris; quæ determinari non potest, nisi detur ratio inter densitatem Solis & Telluris, ad quam detegendam, ut distantia  $D$  nota sit, necesse est. Quare primo tentando detegitur  $D$ , & approximando exactè determinatur. Hanc autem esse 60 semidiam. Telluris, constat; quia hac positâ detegitur, inter quantitates materiæ Telluris & Lunæ, ratio, quæ datur inter 39,37. &  $L$ , ut in sequentibus videbimus; qua adhibitâ proportionem de-



tegitur, ut vidimus, hæc ipsa distantia 60. semidiametrorum.

Hisce præmissis ipsam aggredimur computationem.

Distantia Veneris à centro Solis est 723. & tempus periodicum 5393. horarum (946.).

Quartus Satelles Jovis distat à centro Jovis partibus 12,507. quarum Venus à Sole distat 723.: hujus Satellitis tempus periodicum est 402 horarum 5'. (958.).

Quartus Satelles Saturni distat à centro Saturni, partibus iisdem 9,292.; & tempus periodicum est 382 horarum 41'. (959.).

Tandem distantia Lunæ 60. semidiam. Telluris à centro hujus, est partium memoratarum 2,909. tempus periodicum medium 655. hor. 43'.

1241. Divisis singulis cubis harum distantiarum, respectivè per suorum temporum periodicorum quadrata, dantur in quotientibus numeri, qui sunt inter se, ut materiæ quantitates in dictis corporibus centralibus (1239.); qui quotientes sunt inter se ut numeri sequentes,

1242. *Quantitates Materia*  

<i>in Sole;</i>	<i>Jove;</i>	<i>Saturno;</i>	<i>Tellure;</i>
10000.	9,248.	4,223.	0,0044.

Ex observationibus astronomicis datur etiam proportio diametrorum horum corporum.

1243. *Diametri*  

<i>Solis;</i>	<i>Jovis;</i>	<i>Saturni;</i>	<i>Telluris.</i>
10000.	1077.	889.	104.

1244. Si quantitates materiæ memoratæ per diametrorum quadrata dividantur, quotientes erunt inter se, ut pondera in superficiebus dictorum corporum (1214.); sunt autem quotientes hi ut numeri sequentes.

1245. *Gravitates in superficiebus*  

<i>Solis;</i>	<i>Jovis;</i>	<i>Saturni;</i>	<i>Telluris;</i>
10000.	797,15.	534,337.	407,832.

Di-



Dividendo hos numeros per diametros, habemus proportionem densitatum eorundem horum corporum (1218.).

Quotientes, hisce divisionibus detecti, sequentium numerorum relationem habent.

*Densitates Solis; Jovis; Saturni; Telluris.* 1247.  
 10000. 7404. 6011. 39214.

Lunæ densitatem in capite ultimo determinabimus.

Minimè probable est, corpora memorata quatuor homogenea esse; circa Tellurem videbimus, in capite sequenti xvii., illam centrum versus densiorem esse, quàm versus superficiem; unde sequitur densitates non exactè determinari posse, quare tantum *determinantur densitates* 1248: *mediæ, id est, quas corpora haberent, si servatâ materia quantitate & magnitudine corpora forent homogenea.*

*Proportio memorata (1247.), inter densitates respectu omnium corporum, & computationes reliquæ respectu Solis, Jovis, & Saturni, sensibili errore expertes sunt; quantum ad Tellurem, in his error fortè datur, corrigendus ex observationibus in tempore instituendis: Ponimus enim distantiam Lunæ, 60. semi-diam., esse partium 2,909. quarum Venus à Sole distat 723., id est, quarum Tellus à Sole distat, 1000 (946.947.); quæ Lunæ distantia detegitur, ponendo Solis Parallaxin horizontalem 10'', quæ tamen pro verâ absolute haberi non potest, licet ex observationibus exactissimis, de Martis Telluri maximè vicini Parallaxi huc usque institutis, deducatur, sed quæ nimium est exigua, ut circa observationes nulla erroris suspicio supersit (1095).*

Errorem tamen ex malè determinatâ ratione, inter semidiametrum Telluris & hujus à Sole distantiam, non mutare determinatam Telluris dens-



densitatem, ex ipsis computationibus circa hanc institutis, deducitur.

Ex hisce enim sequitur, densitates corporum esse inter se, in ratione compositâ ex directâ cuborum distantiarum corporum quæ circumferuntur, & inversâ quadratorum temporum periodicorum horum ipsorum corporum revolutorum (1241.): Ut & inversâ cuborum diametrorum corporum centralium, quorum densitates quærantur (1244. 1246.); ratio ex his composita, est composita ex ratione directâ fractionis, cujus numerator est cubus distantiae corporis revoluti, & denominator cubus diametri corporis centralis, & ratione inversâ quadrati temporis periodici corporis circumacti. Fractio autem talis datur, si nota sit ratio inter diametrum corporis centralis & distantiam corporis revoluti ab hoc centro, licet hæc distantia cum nullâ aliâ possit conferri; ratio autem hæc respectu Telluris & Lunæ, æque ac respectu cæterorum corporum datur, quare & Telluris densitatis ratio ad reliquorum corporum densitates exactè detegitur.

## C A P U T XV.

### *Totius Systematis Planetarii explicatio Physica.*

**I**N parte primâ hujus libri, motus corporum in Systemate Planetario exposuimus, quomodo hi, ex legibus Naturæ (144. 146. 148. 1193. 1194. 1195.) sequantur explicandum est; id est, quomodo, corporibus his semel motis, in motibus quos observamus perseverent.

1250. Concipiamus Solem & Mercurium, si sibi permittantur, ad se mutuo accedent (1193.): Si autem projiciantur, poterunt circa commune gra-



gravitatis centrum, æqualibus temporibus, revolvi; & Ellypticas lineas immobiles describere (1235. 1195. 230.), & in illo motu perseverare: constat enim mathematicâ demonstratione, in hoc casu, corpora circa commune centrum gravitatis describere Ellypses similes illi, quam unum circa alterum quiescens, iisdem viribus, posset describere: centrum hoc, propter magnitudinem Solis (223.), vix ab ipso Solis centro distat.

Concipiamus ulterius, ad majorem à Sole distantiam, Venerem projici, turbabit hic paululum Mercurii motum, qui etiam, actione suâ in Venerem, hunc paululum à viâ deflectet, & ambo Solem, nunc eandem partem versus, nunc ad partes diversas, trahent; sed omnes has irregularitates insensibiles esse videbimus, si Solis magnitudinem consideremus; & ideò hæc tria corpora tendere ad punctum in viciniis Solis inter hæc corpora: quod ergo parum admodum distat à communi centro gravitatis omnium.

Si successive Tellus, Mars, & reliqui Planetæ, ad distantias diversas à Sole, projiciantur, idem ratiocinium locum habebit. Unde sequitur *omnes Planetas revolvi circa, omnium corporum Systema componentium, commune centrum gravitatis*, quod parum à Sole distat, & Planetas sese mutuo sensibilibiter in motibus non turbare; unde *singuli lineas describunt, quas circa Solem describerent, si quisque solus cum Sole in Systemate Planetario existeret*; id est, Ellypses immobiles: nam has ex vi gravitatis describi constat (1195. 230.), nullasque alias lineas excentricas immobiles, ex vi centrali ad distantias æquales æqualiter agenti, describi posse mathematicè evinci sæpe jam notavimus.

Clar



Clarius etiam patebit, omnes Planetas ad punctum in viciniis Solis tendere, si consideremus quantitatem materiæ in Sole, millies & magis, materiæ quantitatem in Jove, Planetarum longè maximo, superare (1242.)

1253. Dum *Planeta* omnes revolvuntur, licet parum tantum agitent *Solem*, hunc tamen *agitant*, & diversè trahunt, pro vario illorum situ inter se, unde motus exiguus in Sole oritur, qui semper pendet à motu jam acquisito, & mutatione in hoc ex actione memoratâ, quæ omnibus momentis mutatur.

1254. Hujus verò *Solis agitationis effectus est*, *Planetas sese mutuo minus, in motibus Ellypticis circa Solem turbare, quàm si Sol in medio Systematis quiesceret.* Jupiter, ex gr., si æqualiter à Mercurio & Sole distet, æquali celeritate ad se trahet hæc duo corpora (1222. 1223.), unde situs respectu Solis minus turbatur, quàm si Sol hoc motu non agitaretur, & Mercurius solus ad Jovem tenderet: pro variis Mercurii & Solis à Jove distantis, unus aut alter magis attrahitur, & semper in situ respectivo minor mutatio datur, dum ambo versus eandem partem feruntur, quàm si, Sole quiescente, Mercurius solus versus Jovem moveretur.

Ratiocinium hoc ad omnes Planetarum magis à Sole distantium actiones, in minus distantes, applicari potest. Quod attinet horum actionem in illos, pro vario situ ad Solem trahunt Planetam, aut hunc à Sole separant, & integram considerando revolutionem respectivam, id est, motum à conjunctione ad conjunctionem sequentem, turbatio minor est, quàm si Sol immobilis staret.

1255. *Magnitudo Solis, cum cæteris corporibus Systematis nostri collati, in causâ est, ut ex ante demonstratis patet, parum Planetas sese mutuo turbare,*  
cùm



eum tamen non infinita sit hæc magnitudo, non in totum actiones mutuæ contemnendæ sunt.

Diximus observationibus Astronomicis constare, Jovem viam Saturni mutare, ubi huic est proximus (1204.); quare hæc turbatio præ cæteris sensibilis sit, ex lege gravitatis deducitur.

Actiones Jovis in Saturnum, quando huic<sup>1256.</sup> est proximus, & Solis in eundem Planetam, qua hic in orbitâ retinetur, sunt inter se directè ut quantitates materiæ in Jove & Sole (1194.) nempe ut 9, 248. ad 10000. (1242.); & inversè ut quadrata distantiarum Jovis & Solis à Saturno (1195.), id est directè ut 81. ad 16.; nam distantia, Saturni & Jovis à Sole, sunt ferè ut 9. ad 5.; quare *ubi Jupiter Saturno est proximus*,<sup>1257:</sup> distantia hujus à Jove & Sole sunt ut 4. ad 9. Ratio composita ex memoratis duabus est 749. ad 160000., aut 1. ad 214.; hæc *Jovis actio cum Saturni gravitate in Solem conspirat*, & ideò hanc parte  $\frac{1}{214}$  auget: unde non mirum turbationem sensibilem esse.

Non consideramus hîc vim, qua Jupiter Solem trahit, nam hac orbita Saturni non mutatur, & explicandum erat, quare Saturnum à viâ deflexum observent Astronomi; actione tamen Jovis in Solem, magis ad Saturnum trahitur Sol, & situs respectivus horum corporum magis turbatur, quam observationibus Astronomicis detegitur. Vis qua Jupiter in situ memorato trahit Solem, & qua ideò hic Saturnum versus trahitur, est ad vim qua Jupiter Saturnum trahit, ut 16. ad 25. (1195.), id est ut 479. ad 749., qui numerus exprimit vim, qua Saturnus ad Jovem tendit, quando gravitas Saturni in Solem exprimitur per 160000. Si colligamus in unam summam vires Jovis, quibus Sa-



Saturnum & Solem trahit; erit vis, qua, ex interposito Jove, hæc corpora ad se mutuotendunt, ad gravitatem Saturni in Solem, ut 1228, ad 160000.; sed gravitas hæc est ad gravitatem Solis in Saturnum, ut 10000. ad 4., 223. (1194. 1258. 1242.) id est ut 160000. ad 67, 5. quare *accessus mutuus Solis & Saturni, est ad augmentum hujus accessus ex actione Jovis interpositi*, ut 160067. ad 1228. aut ut 130., ad 1. Hæc notabilis est, & omnium longè maxima, turbatio in motu Planetæ primarii cujuscunque, hæc etiam in unico tantum casu locum habet; nam, recedente Jove à Saturno, brevi insensibilis est turbatio motus Saturni.

In eodem situ Jovis, Saturno proximi, hujus vis licet in hoc casu sit omnium maxima, non æquè sensibilis est, ad viam Jovis circa Solem mutandam. Actio Saturni ad Jovem trahendum, est ad illius actionem, qua Solem trahit, ut 81. ad 16. (1195.) celerius ergo Jovem trahit, & cum eandem partem versùs trahantur, differentia harum virium est vis, cum qua ex Saturni actione, Jupiter & Sol à se mutuo separantur (256.); quæ ideo est ad gravitatem Solis in Saturnum, ut 65. ad 16. Hæc autem Solis gravitas in Saturnum est ad gravitatem Jovis in Solem, ut 4, 223. ad 10000. (1194. 1242.), & ut 25. ad 81. (1195.) id est ut 106. ad 810000, aut ut 16. ad 122756.; est idcirco vis turbans Saturni ad Jovis gravitatem in Solem, ut 65. ad 122756, aut ut 1. ad 1888.; ita *ex actione maximâ Saturni, parte tantum  $\frac{1}{1888}$  minuitur gravitas Jovis in Solem*, quæ turbatio insensibilis est.

Reliquæ Planetarum mutuæ perturbationes sunt multò minores, ut patebit determinando illam, quæ omnium harum maxima est, Jovis in Martem, quæ computatione simili præcedenti detegitur.



Distantiæ Jovis à Marte & Sole, quando Mars inter hunc & Jovem in eâdem lineâ datur, sunt circiter ut 7. ad 10. (948.949.); quare vires, cum quibus Jupiter hæc corpora trahit, sunt ut 100. ad 49. (1195.), quarum virium differentia est ad gravitatem Solis in Jovem, ut 51. ad 49. Gravitas hæc Solis in Jovem, est ad gravitatem Martis in Solem, ut 9,248. ad 10000. (1194. 1242.), & ut 9. ad 100. (1195.); id est ut 83. ad 1000000.; aut ut 49. ad 590443.; & vis perturbans Jovis ad gravitatem Martis in Solem, ut 51. ad 590443.; aut ut 1. ad 11577: Quare Martis gravitas in Solem, parte tantum 1260.

$\frac{1}{11577}$ , actione Jovis illi proximi minuitur.

Quantumvis perturbaciones hæc, ex actione Planetarum in se mutuo sint exiguæ, & licet, quæ in situ Planetarum diverso locum habent, quodammodo sese mutuo compensent, hisce tamen paululum mutatur proportio, in qua decrescit vis, quæ Planetas in orbitis retinet, ita ut non exactè minuatur in ratione inversa quadrati distantiae, idcirco licet sensibilibiter quiescant orbitæ, post multas revolutiones situs harum orbitarum paululum mutatus observatur (233.917.).

Ex hisce omnibus sequitur Planetas in principio, ad distantias ad quas à Sole moventur, semel projectos, in motibus, legibus ante expositis, perseverare: excentricitatemque orbitarum pendere à celeritate, & directione primæ projectionis. Motus autem hi diutissime conservari possunt, propter materiæ cœlestis exiguam resistantiam.

Patet etiam, quare lineis ad centrum Solis ductis describant areas temporibus proportionales; quia nempe cæteræ gravitates in Systemate exiguæ sunt, respectu gravitatis Solem versus (1252.); ideoque hac solâ in orbitis retinen-



tur Planetæ, unde hæc arearum proportio sequitur (213.). Motus etiam in lineis Ellypticis lentissimè translatis, ex lege gravitatis sequitur; hæ enim immobiles essent, si in Solem tantum graves essent Planetæ (230. 1195.); ex actione autem mutuâ Planetarum lenta orbium agitatio deducitur (1261.). Quod autem spectat proportionem, quæ inter cubos distantiarum & temporum periodicorum quadrata observatur, sequitur hæc quoque ex gravitatis lege (227. 1195.); ita ut si hisce addamus, quæ de deflectione Saturni diximus (1204. 1257.), nihil explicandum superfit, circa motum Planetarum primariorum.

1263. *Cometarum motus à lege Gravitatis pendere, etiam ex observationibus deducitur; & horum respectu, ut circa Planetas dictum, Solis gravitas prævalet, & hac gravitate à viâ rectâ deflectuntur (967. 214.); viæ autem curvaturam ab hac eadem gravitate etiam pendere ex eo sequitur, quod corpus ex hac gravitate describat aut Ellypsin, aut Parabolam aut Hyperbolam (230. 231. 195.); quales lineas descripsisse hos Cometas constat, quorum Trajectoriæ fuere determinatæ.*

1264. *Satellites Jovis & Saturni circa primarios iisdem legibus moventur, quibus primarii circa Solem rotantur (931. 953. 961.), quare motuum horum explicatio (1262.) ad illos etiam referri potest, nam in tribus hisce casibus, circa Solem, Jovem & Saturnum, dantur corpora minora, ad varias distantias, circa corpus multò majus revoluta.*

1265. *Dum secundarii circa primarium rotantur, omnes motu communi moveri posse, clarum est, quo non turbantur motus respectivi, quibus inter se agitantur, quia diversis impressionibus corpus eodem tempore ferri potest (146.); Motus primario*



rio cum satellitibus suis communis, est motus primarii circa Solem.

*Turbantur tamen secundariorum motus ex Solis actione*, versus quem pro vario situ nunc primario celerius, nunc tardius, feruntur, plerumque etiam per directiones diversas in centro Solis concurrentes; hæ irregularitates, quæ exiguæ sunt, in satellitibus Saturni & Jovis observari non possunt, licet reverâ similes sint illis, quæ in motu Lunæ observantur; minima hujus deviatio nobis admodum est sensibilis; exactissimè autem Lunæ irregularitates ex Theoriâ gravitatis sequi, in capite sequenti patebit.

## CAPUT XVI.

### *Motus Lunæ Explicatio Physica.*

**I** Unam & Tellurem semel projectas, circa commune gravitatis centrum in motu perseverare posse constat (1250.); Si impressione communi quacunque ferantur, per lineas rectas parallelas inter se, ut de satellitibus Jovis & Saturni dictum (1265.), motus hic non turbabit motum circa centrum commune gravitatis, quod solum directionem hanc sequetur, quia respectu amborum corporum quiescit. Corpora verò motu composito, ex hac impressione & motu circa commune gravitatis centrum feruntur (147.); id est circa hoc translatum girantur, ut circa idem quiescens ante hujus motum. Si omnibus momentis novæ impressiones, communes ambobus corporibus, in hæc agant, poterit omnibus momentis mutari via centri gravitatis, quæ mutatio similis erit illi, quam subirent corpora ipsa, si motu respectivo earent.



Ex hisce deducimus, si, dum Luna & Tellus circa commune centrum gravitatis in gyrum moventur, ambæ projiciantur, viam centri gravitatis ex actione Solis, in utrumque corpus agenti, illam esse, quam corpus, eodem modo projectum, circa Solem describere posset.

1268. Unde sequitur *Lunam motum Telluris turbare, & centrum commune gravitatis horum corporum describere orbitam, circa Solem, quam huc usque à Tellure ipsâ descriptam diximus*; quia ad actionem

1269. Lunæ huc usque non attendimus; Tellus autem *describit curvam irregularem*.

1270. Posito Sole in S; sit in F centrum commune gravitatis Lunæ Q & Telluris M, in Plenilunio: post integram Lunationem, id est iterum in Plenilunio, sit hocce centrum in A; & sit FDA orbita, quam Telluris vocamus, & in qua memoratum centrum gravitatis reverâ movetur.

Sit Lunatio hæc divisa in quatuor partes æquales; post primam centrum gravitatis erit in E, Luna in P, Tellus in L; lapsâ secunda temporis parte, in Novilunio, centrum gravitatis erit in D, Luna in R, Tellus in I; in quadraturâ sequenti, centrum gravitatis erit in B, Luna in O, Tellus in H; tandem in Plenilunio posito centro gravitatis in A, Luna erit in N, Tellus in G: quæ omnia sequuntur ex revolutione Telluris & Lunæ circa commune centrum gravitatis, dum hoc in orbitâ circa Solem movetur.

Videmus ergo Tellurem moveri in curvâ MLIHG, quæ in singulis Lunationibus bis inflectitur, quæ curva etiam in se non redit, quia inflectiones, in variis revolutionibus circa Solem, non coincidunt: quia duodecim Lunationes cum tertiâ parte circiter singulis annis absolvuntur.

*Irre-*



*Irregularitas hæc motus Telluris, quæ ex legi-1271.*  
 bus Naturæ deducitur, *nimum est exigua, ut in*  
*observationibus Astronomicis sensibilis sit; quare si-*  
 ne errore ponimus, centrum ipsum Telluris or-  
 bitam FDA percurrere; nam MQ, aut DI,  
 distantia maxima Telluris ab hac orbitâ, est cir-  
 citer pars quadragesima distantiae MQ, quæ  
 ipsa non est trecentesima pars distantiae FS.

Etiam, *in explicandis quæ Lunam spectant, ne-1272.*  
*gligimus considerationem motus Telluris, circa sæ-*  
*pius memoratum centrum gravitatis; sed ponimus*  
*illam revolvare ad distantiam à centro Telluris 60.*  
*semid.; quia, ut ante demonstravimus (1240.),*  
 ad hanc distantiam, in suo tempore periodico,  
 revolvare posset circa Tellurem quiescentem,  
 aut translatam in orbitâ, in qua ex Lunæ actio-  
 ne non turbaretur. Multo facilius hæc me-  
 thodo Lunæ irregularitates deteguntur, quæ  
 eadem sunt, ut facile patet, sive Luna circa  
 commune centrum gravitatis Lunæ & Tellu-  
 ris, sive circa ipsum Telluris centrum rotetur.

Sit Sol S; Tellus in T; Lunæ orbita ALB 1273.  
 l; Tandem detur Luna in A in quadraturâ; T 1.  
 per AS versus Solem tendit, eodem modo, & Fig. 3.  
 eadem celeritate, qua Tellus, versus S per TS  
 fertur; quia distantiae AS & TS sunt æquales:  
 repræsentetur celeritas hæc per TS aut AS,  
 poterit motus, quo Luna conatur descendere  
 per AS, resolvi in duos, formato parallelo-  
 grammo ADST; ita ut Luna conetur move-  
 ri per AD & AT, celeritatibus, quæ hisce  
 lineis repræsentantur (147.).

Pressione per AD agenti, Luna eadem cele-  
 ritate, & eandem partem versus cum Tellure  
 fertur; propter lineas parallelas & æquales TS  
 & AD; quare ex hoc motu relatio inter Lu-  
 nam & Tellurem non mutatur; pressio autem  
 per AT cum gravitate *Lunæ in Tellurem conspi-1274.*



rat, & augetur gravitas hæc ex actione Solis, quando Luna in quadraturis datur: estque augmentum ad Telluris gravitatem in Solem, ut  $AT$ , Luna distantia à Tellure, ad  $TS$ , Telluris distantiam à Sole; Pressiones autem per  $AT$  &  $TS$  hisce ipsis lineis repræsentari ex eo facile liquet, quod gravitates sint pressiones, quæ in corpora mota ut in quiescentia agunt (152); quæque ideo singulis momentis generant augmenta velocitatum in ratione ipsarum gravitatum (65. 1194.), in qua eadem ratione sunt ergo velocitates eodem tempore genitæ.

1275. Manente  $TS$ , Telluris distantia à Sole, crescit & minuitur augmentum memoratum gravitatis in ratione lineæ  $AT$ , distantia Luna à Tellure.

Manente autem hac Lunæ distantia à Tellure  $AT$ , si augeatur  $TS$  minor erit  $AT$  respectu  $AS$ ; ideo licet non mutaretur vis, qua Tellus & Luna Solem versus cadunt, augmentum minus erit, & eo minus, quo major est  $TS$ , quæ licet aucta eandem tamen quantitatem repræsentat; ideo erit inversè ut  $TS$ ; vis autem gravitatis non manet, quando  $TS$  augetur, sed minuitur; quare & eo respectu minuitur augmentum memoratum, & quidem in eadem ratione cum hac vi gravitatis; ideoque in ratione inversâ quadrati distantia  $TS$  (1195.); si hæc diminutio cum statim memoratâ conjun-

1276. gatur, videmus augmentum, de quo agimus, sequi rationem inversam cubi distantia Telluris à Sole.

1277. Manente Telluris à Sole distantia, Luna gravitas in Tellurem lentius in Quadraturis decrescit, quam pro ratione inversâ Quadrati distantia à Telluris centro; nam si augmentum, in hoc casu, sequeretur inversam hanc rationem quadrati distantia, quam sequitur gravitas ex Telluris actione (1195.), non turbaretur hæc ratio; augmentum  
verò



verò crescit, dum gravitas ipsa minuitur; quare augmentum, quando distantia augetur, semper majus est quàm requiritur, ideoque diminutio minor.

Augmentum hoc determinatur in mediis *Luna à Tellure & hujus à Sole distantis*: sint  $AT$  &  $TS$  hæ distantie mediæ; est augmentum quæsitum ad gravitatem Telluris in Solem ut  $AT$  ad  $TS$  (1274.); est etiam hæc gravitas Telluris in Solem ad gravitatem *Lunæ in Tellurem*, (quia corpora hæc hisce gravitatibus in orbitis retinentur) directè ut  $TS$  ad  $TA$ , & inversè ut quadratum temporis periodici Telluris circa Solem ad tempus *Lunæ circa Tellurem*. (225. 1223.): est idcirco augmentum quæsitum ad gravitatem *Lunæ in Tellurem*, in ratione compositâ, ex hisce rationibus; id est, in ratione memoratâ inversâ temporum periodicorum Telluris & *Lunæ*, cæteris rationibus sese mutuo destruuntibus. Tempora hæc dantur & sunt inversè horum quadrata ut 1. ad 178, 73.

Sit nunc *Luna in L*, in quo situ *Sol Lunam* & *Tellurem*, per eandem lineam, ad se trahit, sed non æqualiter; *Lunam* majori cum vi, quia minus ab illo distat: differentia harum virium est vis, qua *Luna à Tellure* retrahitur, & qua gravitas *Lunæ in Tellurem* minuitur.

Vires, quibus *Luna in L*, & *Tellus in T*, versus Solem tendunt, sunt inter se ut quadrata linearum  $ST$  &  $SL$  (1195.), & differentia virium, id est vis turbans, ad vim qua *Tellus* versus Solem descendit, ut differentia horum quadratorum ad quadratum lineæ  $LS$ , id est, quam proximè, ut dupla  $LT$  ad  $LS$  aut  $TS$ ; nam hæ lineæ parum admodum inter se differunt; & differentia quadratorum, quorum radices parum inter se differunt, est servatâ proportionem dupla illius, quæ inter radices datur.



Si ergo  $TS$ , ut antea, repræsentet vim, quæ Tellus versus Solem descendit,  $Ll$  repræsentabit vim turbantem & gravitatem minuentem, dum in quadraturis vis turbans per  $AT$  repræsentatur (1273.).

1281. Detur Luna in  $l$ ; iterum cum Tellure, per eandem lineam, à Sole attrahitur; sed quia Tellus minus distat, celerius hæc versus Solem movetur (1195.); ita ut detur vis, quæ Tellurem à Lunâ separat, differentia nempe virium Lunam & Tellurem trahentium; quæ vis cum gravitate Lunæ in Tellurem contrariè agit, & hanc minuit; eodem modo ac ex majori gravitate Lunæ in Solem, positâ illâ in  $L$ , demonstratum fuit. In  $l$  etiam vis separans à vi separante in  $L$  vix differt; hæc enim ut vidimus proportionalis est differentiæ quadratorum linearum  $TS$  &  $LS$ , & illa, ut simili demonstratione evincitur, differentiæ quadratorum linearum  $lS$  &  $TS$ ; quæ differentiæ, propter exiguam  $Ll$  respectu  $TS$ , vix inter se differunt; ita ut vis, quæ minuit gravitatem Lunæ in  $l$  etiam repræsentetur per  $Ll$ .

1282. Major tamen paululum est vis perturbans in conjunctione in  $L$ , quam in oppositione in  $l$ ; nam positis differentiis æqualibus inter radices, quadrata servata proportionem, eo magis differunt, quo minora sunt; & sic servatâ proportionem magis differunt vires in  $L$  &  $T$  quam in  $T$  &  $l$ , quæ etiam minores sunt (1195.).

1283. Concludimus ex his, vim quæ in Syzygiis gravitatem Lunæ minuit, duplam esse illius, quæ hanc auget in quadraturis; nempe ut  $Ll$  ad  $AT$ . Quare in Syzygiis, Lunæ gravitas ex actione Solis minuitur parte, quæ est ad totam gravitatem, ut 1. ad 89, 36; nam in quadraturis augmentum gravitatis est ad ipsam, ut 1. ad 178, 73. (1278.).



*In Syzygiis vis perturbans sequitur eandem proportionem cum semisse hujus, id est cum vi perturbante in quadraturis (1283.); est ergo directe ut distantia Luna à Tellure (1275.), & inverse ut cubus distantia Telluris à Sole (1276.).*

*In Syzygiis gravitas Luna in Tellurem, in recessu illius ab hujus centro, magis minuitur, quam juxta rationem inversam quadrati distantia, ab hoc centro: in hac enim ratione minueretur, si vis ablatitia perturbans eandem sequeretur rationem; cum autem hæc contra crescat, quando distantia augetur (1284.) semper diminutio major est, quam juxta hanc rationem.*

Tandem sit Luna in F, loco quocunque intermedio inter Quadraturam & Syzygiam, Solem versus trahitur per FS, à quo cum minus distet, quàm Tellus T, majori cum vi quàm Tellus trahitur: Sit vis, quâ Luna ad Solem tendit, ad vim, quâ Tellus ad eundem fertur, ut FM ad TS, quæ etiam in præcedentibus, eandem Telluris gravitatem designat. Formetur Parallelogrammum FHMI, ejus diagonalis sit FM, & ejus latus FH sit parallelum, & æquale, lineæ TS. Gravitas Lunæ Solem versus resolvitur in duas vires, unam per FH. alteram per FI: & hæ lineæ designant pressiones, quibus Luna per ipsas moveri conatur (134.). Actio per FH communis est Lunæ & Telluri, quæ, æquali vi per lineam huic parallelam, etiam ad Solem tendit; ita ut, hoc motu Lunæ, hujus situs respectu Telluris non mutetur, & vis perturbans sit sola pressio per FI.

Propter immensam Solis distantiam, pars MS lineæ MF exigua est respectu totius, & angulus FST, ubi maximus est, ut AST, vix sextam unius gradus partem superat; unde sequitur, lineas MI & SN admodum esse vicinas, punctaque I & N vix distare, & sine errore



rore sensibili posse confundi; qui tamen error, quantumvis sit contemnendus, in consideratione integræ revolutionis, compensatur errore contrario, positâ Lunâ in E. Vis ergo perturbans designatur per FN.

1287. Notandum, quando linea *ES* sola pars *EF* consideratur, hanc pro parallelâ haberi lineam *Ll*, propter exiguum angulum, quem hæ lineæ efficiunt.

1288. Ex puncto N ducatur perpendicularum *NQ* ad lineam *FT*, continuatam si necesse fuerit, per quam Luna in Tellurem gravitat; & construat parallelogrammum *FPNQ* rectangulum; concipiamus vim per *FN* resolutam in duas, per *FQ* & *FP* agentes, & hisce lineis repræsentatas (134.): Actione per *FQ*, gravitas minuitur, in casu hujus figuræ, augetur quando punctum *Q* inter *F* & *T* cadit; pressione autem per *FP* Luna in orbitâ trahitur versus Syzygiam vicinam *L*, & acceleratur aut retardatur Lunæ motus, pro ut vis hæc cum motu Lunæ conspirat, aut contrariè agit.

In viciniis Syzygiæ minuitur Lunæ gravitas, & linea *FQ*, quæ diminutionis hujus proportionem sequitur, minuitur recedendo à Syzygiâ donec evanescat, ad distantiam ab hac 54. gr. 44'.; ad majorem Lunæ à Syzygiâ distantiam *Q* inter *F* & *T* cadit, & ex Solis actione gravitas Lunæ in Tellurem augetur.

Vis per *FP* in Syzygiâ *L* nulla est, recedendo ab hac augetur ad octantem usque, punctum medium inter Syzygiam & Quadraturam, minuitur iterum donec in *B* etiam nulla sit.

1289. Inter *B* & *l* aut *l* & *A*, motus perturbantes eodem modo determinantur, ac in parte oppositâ inferiori *ALB* orbitæ; in *E* & *F* æqualis est gravitatis diminutio, & in illo situ æquali



vi in orbitâ versus Syzygiam *l* trahitur, quâ in F versus Syzygiam L pellitur.

Ex hisce sequitur, *in motu Luna à Syzygiâ ad 1290. Quadraturam*, inter L & B ut & *l* & A, gravitatem Luna in Tellurem continuò augeri & Lunam in motu continuò retardari. In motu autem à Qua- 1291. draturâ ad Syzygiam, inter B & *l* ut & A & L, minuitur omnibus momentis Lunæ gravitas, & huius motus in orbitâ acceleratur.

Determinantur vires à quibus effectus hi pendent, conferendo has cum vi notâ, quâ gravitas in Quadraturis augetur (1278.), & quæ per Lunæ distantiam à centro Telluris repræsentatur.

Lineæ MI, HF, ST, ex constructione sunt 1292. æquales; ideò, cum puncta I & N confundantur, MN valet ST, & MS æqualis est NT. Lineæ MF & ST repræsentant vires, quibus Luna in F & Tellus in T Solem S versus feruntur; sunt ergo ut quadratum lineæ TS ad quadratum lineæ FS (1195.); quare, cum FG fit differentia harum linearum, differunt inter se FM & TS duplâ GF (1280.), & addendo GF lineæ FM, differentia inter GM & TS, id est MS, erit tripla lineæ FG; quantum ergo etiam valet NT: FE autem est dupla FG (1287.); ideò NT ad FE ut tria ad duo.

Continuetur FT, si necessè fuerit, & ad hanc, ex E, ducatur perpendicularis EV; triangula EVF, & NQT, rectangula, erunt similia, propter angulos alternos VFE & QTN (1287.): Idcirco NT ad FE, id est, tria ad duo, ut NQ, æqualis FP, ad EV; quæ ergo proportionalis est duabus tertiis partibus vis, quæ exprimitur per FP; sed EV est sinus anguli ETV ad centrum, dupli anguli EFV ad circumferentiam, æqualis angulo FTL, distantiae Lunæ à Syzygiâ. Idcirco, ut radius, 1293.



TA, aut TE, ad sesqui-sinum dupla distantia Luna à Syzygiâ, nempe FP, ita augmentum gravitatis in Quadraturis, quod radio TA designatur, ad vim, quæ motum Luna in orbitâ accelerat aut retardat.

Computatio diminutionis gravitatis, &, in minori distantia à Quadraturis, hujus augmenti, ex iisdem principiis deducitur.

- Repræsentatur hæc diminutio lineâ FQ, quæ valet QT, minus radio, sed ex consideratione triangulorum statim memoratorum sesqui VF, valet QT; ideo sesqui VT plus dimidio radio designat diminutionem gravitatis quæsitam; &
1294. *radius est ad summam aut differentiam sesqui co-sinus dupla distantia Luna à Syzygiâ & dimidii radii, ut augmentum gravitatis in Quadraturis ad diminutionem, aut augmentum, gravitatis in situ Luna de quo computatio initur.*

Differentiâ inter co-sinum & dimidium radium utimur, quando angulus, cujus est co-sinus, angulum rectum superat; quia in hoc casu utimur co-sinu complementi anguli ad duos angulos rectos; quando in hoc eodem casu sesqui co-sinus, quo utimur, semi-radium superat, quantitas detecta est addititia, id est, gravitatem auget, quod ubique inter Quadraturam & 35 gr. 16'. ab hac obtinet.

1295. *Vires hæ, quæcunque fuerit orbita Lunaris figura, exactè determinantur; nam conferuntur cum augmento gravitatis in Quadraturis, positâ Lunâ in Quadraturâ ad eandem distantiam à Tellure, ad quam reverâ datur in loco de quo agitur; augmentum vero hoc in omni Casu detegitur (1278. 1276. 1275.).*

Licet extra scopum hujus operis sit, computum, motus Lunæ tradere, necesse duxi breviter exponere, quâ methodo vires, quibus Luna regitur, detegantur; quia eo facilius effectum



ctum generalem virium concipimus, quo exactius ipsas novimus.

Ut nunc motum Lunæ examinemus, singulatim hujus variæ irregularitates perpendendæ sunt, quod ut sine confusione fiat, plerasque in initio hujus examinis removemus irregularitates, & concipimus Lunam in circulo motam circa Tellurem, in quâ curvâ retineri posse ex gravitate constat (230. 1195.). Ex actione Solis turbatur hic motus, & *orbita magis convexa* 1296. *est in Quadraturis quàm in Syzygiis.* Nam curvæ, a corpore vi centrali descriptæ, convexitas eo major est, quo vis centralis majori cum vi corpus omnibus momentis ex viâ detorquet; etiam eo major est, quo corpus lentius movetur, quia vis centralis diutius agens majorem edit effectum in inflectendâ corporis viâ. Ex causis contrariis minuitur convexitas curvæ. Ambæ concurrunt in augendâ orbitæ convexitate in Quadraturis (1290.), & hac minuendâ in Syzygiis (1291.).

Ex his sequitur circularem orbitæ Lunaris figuram in ovalem mutari, cujus major axis per Quadraturas transit; ut partes magis convexæ in Quadraturis dentur. Quare *Luna minus à* 1297. *Tellure in Syzygiis, magis in Quadraturis distat;* & non mirum Lunam ad Tellurem accedere, licet gravitas hujus minuatur; quia accessus non est effectus immediatus hujus diminutionis, sed inflectionis orbitæ versùs Quadraturas.

Motus Lunæ, sublatâ Solis actione, non est in circulo, sed Ellypsi, cujus focorum alter cum Telluris centro coincidit (954. 230. 1195.); nam orbita Lunæ est excentrica & vi gravitatis in hac retinetur.

Demonstrata ergo non exactè ad motum Lunæ applicari possunt; cum autem vires, quæ deviationes explicatas generant, in Lunam re-



1298. verâ agant, Ellypsis, quam Luna sublato Sole describeret, mutatur, & *ceteris paribus, propositiones n. 1296. 1297. ad Luna motum applicari possunt.* Id est Ellypseos (quam Luna sublato Sole describeret, in quocunque situ respectu Solis detur,) figura, posito Sole, mutatur paululum; partes quæ in Quadraturis dantur convexiores fiunt, contra quæ per Syzygias transcunt ex convexitate amittunt, unde etiam variationes in distantis necessario sequuntur.

1299. *In Quadraturis & Syzygiis, vis perturbans, cum vi gravitatis Tellurem versus, in eâdem lineâ agit (1273. 1279. 1281.); ideòque vis quæ continuò in Lunam agit, & hanc in orbitâ retinet, ad centrum Telluris dirigitur, & Luna describit areas, lineis ad hoc centrum ductis, temporibus proportionales (213.).*

1300. *In alijs orbita punctis, ut F, præter vim, quæ in Lineâ FT agit, datur & alia, cujus directio ad FT est perpendicularis (1288.), quæ hic per FP repræsentatur: directio vis ex ambabus composita dirigitur paululum ad latus lineæ FT, & non tendit ad Telluris centrum (130.); quare area lineis ad centrum Telluris ductis non sunt exactè temporibus proportionales (214.).* In octantibus FP est omnium maxima; & vis, quæ per hanc lineam repræsentatur, est ad gravitatem Lunæ versus Tellurem, in hoc puncto, in mediis Lunæ & Solis distantis, ut 1. ad 119, 49. (1293.) quare directio vis compositæ, ex actionibus Solis & Telluris in Lunam, cum lineâ FT efficit angulum circiter semi gradus.

Variis irregularitatibus alijs subjicitur motus Lunæ, ita ut, curvam omnino irregularem describat: quam ut computationibus, quantum fieri potest exactissimis, subjiciant, ad Ellypsin reducunt *Astronomi, quam variis motibus agitam.*



*tam, etiam mutabilem, conspiciunt, ne Luna hanc deferat.*

Circa vires centrales notavimus, corpus non describere Ellypsin, si vis centralis, qua in orbitâ retinetur, in aliâ ratione decrescat, quam in ratione inversâ quadrati distantiae; curvam tamen sæpe posse reduci ad Ellypsin mobilem (233.): quæ circa focum rotatur, & cujus motus aliquando versus eandem partem, cum motu corporis (234.) aliquando in contrariam partem fertur (235.).

Ex hisce sequitur, Lunæ orbitam ad Ellypticam referri non posse, nisi quatuor motibus singulis revolutionibus hanc agitatam concipiamus; id est, nisi linea Apsidum, id est major axis Ellypseos, quæ per centrum Telluris transit, bis progrediatur, & bis regrediatur.

*Progrediuntur Apsides Lunâ in Syzygiis versante* 1302. (234. 1285.) aut potius in motu Lunæ, inter puncta à Syzygiis 54. gr. 44'. distantia (1294.). *In Quadraturis, & inter puncta ab his distantia* 1303. 35. gr. 16', *Apsides regrediuntur*, id est in antecedentiâ moventur (235. 1277. 1293.).

Vires à quibus *progressus & regressus Apsidum* 1304. pendent sunt vires motum Lunæ turbantes, antea explicatæ; ideo, cum vis turbans in Syzygiis, sit dupla vis turbantis in Quadraturis (1283.) *progressus, integrâ consideratâ Luna revolutione, regressum superat, ceteris paribus.*

In circulo, cujus centrum in centro virium datur, diminutio vis, in recessu à centro, nullum edit effectum; quia in hac lineâ non à centro recedit corpus; Idcirco effectus diminutionis hujus est eo major, quo à tali circulo magis differt curva, quam corpus describit.

In orbitâ Ellypticâ, cujus Focorum alter cum virium centro coincidit, curvatura *in Apsidibus* 1305. omnium maximè à tali circulo differt, & effe-



1306. *Effectus diminutionis vis in recessu à virium centro, est omnium maximus. Si orbita hæc parum fuerit excentrica, in extremitatibus axeos minoris parum admodum à circulo memorato differt Ellypsis, & diminutionis effectus est omnium minimus.*

1307. *Progressus, & regressus, Apsidum pendent à proportionem, juxta quam decrescit vis gravitatis recedendo à Telluris centro (234. 235.); est ideo effectus diminutionis vis centralis.*

1308. *Varas subit mutationes explicatus Apsidum motus, omnium celerrimè progrediuntur Apsides, in Luna revolutione, positâ Apsidum lineâ in Syzygiis (1302. 1307. 1305.); & in hoc ipso casu omnium lentissimè, in eâdem revolutione remeant (1303. 1307. 1306.); quia, propter exiguam Lunæ excentricitatem, parum, ab extremitatibus axeos minoris obitæ distant Quadraturæ.*

1309. *Positâ lineâ Apsidum in Quadraturis, omnium minimè in Syzygiis in consequentiâ feruntur Apsides (1302. 1307. 1306.); celerrimè autem redeunt in Quadraturis (1303. 1307. 1305.); & in hoc casu, in integrâ Luna revolutione regressus progressum superat.*

1310. *Dum Tellus in orbitâ transfertur, linea Apsidum successivè omnes acquirit situs respectu Solis; quare plurimis revolutionibus Luna simul consideratis progrediuntur Apsides (1304.), & ex observationibus constat, in spatio circiter octo annorum lineam Apsidum integram peragere revolutionem.*

*Orbitæ excentricitatem etiam inconstantem esse diximus.*

1311. *Augetur corporis excentricitas, si vis centralis, continuâ diminutione, celerius quàm ante decrescat; tunc enim dum corpus ab Apside imâ ad Apsidem summam transfertur, omnibus momentis, minus trahitur, quam si vis minus decresceret, quare magis recedit; augetur etiam eadem*



eadem orbitæ excentricitas, in eodem casu, in motu ab Apfide summâ ad imam, quia in hoc casu, accessu ad centrum, celerius crescit vis; ita ut in utroque casu differentia inter maximam & minimam distantiam à centro virium; major fiat, ideòque excentricitas augeatur. Simili ratiocinio patet *excentricitatem minui, quando vis centralis lentius decrescit, quàm ante, in recessu à centro.* 1312.

Hiscæ ad motum Lunæ applicatis, patet: *Orbita excentricitatem, singulis revolutionibus, varias subire mutationes, augeri dum Luna per Syzygias transit (1285. 1311.) minui dum in Quadraturis versatur (1277. 1312.). Est vero excentricitas omnium maxima, positâ lineâ Apsidum in Syzygiis; quia in integra revolutione, causa quæ auget excentricitatem est omnium maxima, & quæ hanc minuit omnium minima; in Apfidi- bus collatis, celerius decrescit viscentralis quàm pro ratione inversa quadrati distantiae (1285.), unde augmentum hoc sequitur (1311.) quod in hoc situ prævalet (1305.). Orbitam verò omnium minimè esse excentricam, versante lineâ Apsidum in Quadraturis, prævalente diminutione excentricitatis (1277. 1312.).* 1313. 1314.

Lunam diximus moveri in plano ad Eclipticæ planum inclinatum; lineam Nodorum rotari in antecedentiâ (957.); & inconstantem esse Orbitæ inclinationem (956.); effectus hi ex actione Solis in Lunam etiam deducuntur.

Propter exiguam orbitæ Lunaris inclinationem, vires quas huc usque in plano Eclipticæ agentes non attendendo ad orbitæ inclinationem consideravimus, sine sensibili errore, ad orbitæ planum, referuntur, & Luna, in hoc, motibus ante explicatis subjicitur: Sed datur 1315.  
vis, quæ Lunam ex plano orbitæ removet; ita ut  
hoc



hoc planum agitaturn concipere debeamus, ne Luna orbitam deferat (1301.).

1316. Sit Luna in  $F$ ; attendendo ad illa, quæ de  
T. 17. actione Solis superius dicta sunt (1286.), li-  
fig. 3. quet planum parallelogrammi  $FHMI$  per li-  
neam  $TS$  transire, quæ centra Solis & Tellu-  
ris jungit, & quæ ideò in plano Eclipticæ da-  
tur; ita ut punctum  $N$ , ad quod dirigitur vis  $FN$   
turbans ex actione Solis, in hoc plano detur.

1317. Repræsentetur hæc eadem vis per  $FI$ ; in  $F$   
T. 17. ad orbitæ planum detur perpendicularis  $FR$  &  
fig. 4. concipiatur parallelogrammum  $FR Ii$ , cujus  
latus  $Fi$  in plano orbitæ detur, & cujus diago-  
nalis sit  $FI$ ; vis turbans per  $FI$  resolvitur in  
duas, per  $FR$  &  $Fi$ , quas hæ lineæ repræsen-  
tant (134.), & quarum hæc in plano orbitæ  
agit: ita ut ad hanc debeamus referre, quæ  
spectant vim turbantem, de qua in n. 1286. egi-  
mus; lineæ enim  $Fi$  &  $FI$  vix differunt, &  
planum parallelogrammi  $FR Ii$  ad planum or-  
bitæ Lunaris est perpendiculare.

1318. Determinanda est linea  $FR$ , quæ repræsen-  
tat vim, quæ ad planum orbitæ perpendicula-  
riter agit, & Lunam ex hoc plano removet;  
relatio autem lineæ  $FR$  aut  $Ii$  ad radium  $ET$ ,  
est ratio vis turbantis, de qua hic agitur, ad  
augmentum gravitatis in Quadraturis (1273.)

1319. In casu hujus figuræ in quâ linea Nodorum  
 $Nn$  in Quadraturis versatur, detegitur  $FR$ ;  
quia  $IT$  (quæ est  $NT$  fig. 3.) datur (1292.),  
& quia  $IT$  ad  $Ii$  aut  $FR$ , ut radius ad sinum  
inclinationis orbitæ.

1320. Sed in omni casu determinanda est vis, quæ  
Lunam ex plano pellit; ponamus ideò lineam  
Nodorum translatam ad situm  $Mm$ , quo, cæ-  
teris manentibus, mutatur  $Ii$ . Ad  $mM$  conti-  
nuatam, si necesse fuerit, dentur perpendicu-  
lares



lares  $iX$  &  $IX$ , quæ angulum efficiunt æqualem inclinationi plani orbitæ.

Ratio inter  $ET$  &  $Ii$ , id est *ratio inter au-* 1321.  
*gmentum gravitatis in Quadraturis & vim*, quam  
 quærimus, *quæ Lunam ex plano orbita removet*,  
 est composita ex rationibus lineæ  $ET$  ad  $TI$ ,  
 lineæ  $TI$  ad  $IX$ , & tandem lineæ  $IX$  ad  $Ii$ .  
 Prima est ratio inter radium & ter sinum di-  
 stantiæ Lunæ à Quadraturâ (1292); secunda  
 est ratio radii ad sinum anguli  $ITX$ , id est di-  
 stantiæ Nodi à Syzygiâ; tertia tandem est ratio  
 radii ad sinum inclinationis orbitæ: & ratio ex  
 his composita, *est ratio cubi radii ad ter productum*  
*sinuum distantiarum Luna à Quadraturâ, & Nodi*  
*à Syzygiâ, ut & inclinationis plani.* Ad hanc vim  
 etiam referendus n. 1295.

*Vis hac in Quadraturis nulla est*, quia punctum 1322.  
 $I$  cum puncto  $T$ , centro Telluris, coincidit,  
 & evanescit linea  $Ii$ , lineis  $FI$  &  $Fi$  concu-  
 rentibus, in plano orbitæ, quod etiam ex com-  
 putatione memoratâ (1321.) sequitur: evane-  
 scente sinu distantiae Lunæ à Quadraturâ; ideo-  
 que toto producto, quod per sinum hunc mul-  
 tiplicatur.

*Evanesce* idem hoc productum, & cum hoc 1323.  
*vis*, quam repræsentat, evanescente sinu di-  
 stantiæ Nodi à Syzygiâ, id est, *positâ lineâ No-*  
*dorum in Syzygiis*; etiam hoc ex eo deducitur,  
 quod linea Nodorum  $Nn$  continuata per Solem  
 transit; quare Sol in ipso plano orbitæ datur;  
 ideoque Lunam, nisi in hoc plano trahere non  
 potest.

*Vis etiam, quam examinamus, augetur in ac-* 1324.  
*cessu Luna ad Syzygiam, & in recessu Nodi ab hac.*  
 (1321.).

Sit  $Pp$  planum Eclipticæ,  $PA$  orbita Lunæ; 1325.  
 ubi Luna ad  $A$  pervenit, id est paululum à No-  
 T. 17.  
 do recessit, ex plano orbitæ removetur, & in fig. 1.  
 secun-



secundo momento non per AB, continuatio-  
nem orbitæ PA, sed per Ab fertur; quia per Bb  
ad planum Eclipticæ accedit; itaque movetur,  
quasi ex Nodo magis distante p procederet.

1326. Unde patet Nodos regredi, dum Lunâ in orbitâ  
movetur, quamdiu à Nodo recedit: etiam re-  
meant Nodi in accessu Lunæ ad Nodum oppo-  
situm; quia cum Luna continuò ex orbitâ ver-  
sus planum Eclipticæ pellatur, continuò ad pun-  
ctum minus distans dirigitur, & citius ad No-  
dum pervenit, quàm si tali motu non agitata  
eâdem celeritate in motu continuasset.

1327. *Integram considerando Lunæ revolutionem, cate-  
ris paribus, celerrimè in antecedentiâ moventur No-  
di, versante Lunâ in Syzygiis (1324.), deinde len-  
tius atque lentius, donec quiescant, versante Lunâ  
in Quadraturis (1322.).*

Dum Tellus circa Solem rotatur, etiam non  
attendendo ad motum statim memoratum No-  
1328. dorum, *linea Nodorum successivè omnes situs pos-  
sibiles acquirit, respectu Solis; &, singulis an-  
nis, bis per Syzygias, bis per Quadraturas  
transit.*

1329. *Si nunc plurimas consideremus Lunæ revolutiones,  
Nodi in integrâ revolutione celerrimè remeant, ver-  
santibus Nodis in Quadraturis (1324.); dein len-  
tius, donec quiescant, positâ lineâ Nodorum in Sy-  
zygiis (1323.).*

Hac eadem vi, qua Nodi moventur, muta-  
1330. tur etiam orbitæ inclinatio; augetur in recessu Lunæ  
à Nodo; minuitur in accessu ad Nodum.

1331. *Angulus enim b p L, minor est angulo APL,  
& eâdem de causâ continuo minuitur, & in-  
clinatio major fit, ubi autem Luna ad maxi-  
mam distantiam à plâno Eclipticæ pervenit, &  
ad Nodum oppositum accedit, continuò directio  
motus Lunæ versus planum Eclipticæ inflecti-  
tur, & minus ad hoc inclinatur, quàm si in orbitâ*

mo-



motum continuaret: sit  $Nnn$  planum Eclipticæ, curva  $Nm$  orbita Lunæ; vi qua Luna continuo ex hac removetur, mutatur Lunæ via, & percurrit curvam  $Nn$ , quæ magis ad  $Nnn$  in  $N$  inclinatur, quàm in  $p$ ; ita ut plani orbitæ inclinationem bis mutatam concipere debeamus (1314.), dum à Nodo ad Nodum movetur Luna: ideoque quater in singulis Luna revolutionibus, bis minuitur, bis iterum augetur. 1332.

Positis Nodis  $N, n$ , in Quadraturis, vires quæ 1333. in unicâ revolutione augent inclinationem, & hanc T. 17. minuunt, sunt æquales inter se; nam propter fig. 4. æqualem distantiam utriusque Nodi à Syzygiis, vires inclinationem mutantes in  $ND$  &  $nE$  sunt æquales viribus, in punctis respondentibus, in  $Dn$  &  $EN$  (1321.); illis inclinatio augetur, his minuitur (1330.); diminutio anguli inclinationis ex primis, secundarum actione instauratur, & hic non mutatur. In motu memorato (1328.) lineæ Nodorum respectu Solis, qui à situ parallelo lineæ hujus pendet, Nodus  $N$  ad Syzygiam  $E$  fertur. Ubi ex. gr. linea Nodorum pervenit ad situm  $Mm$ , Luna in recessu à Nodis transiit per Quadraturas  $N, n$ , in quibus vis, quæ inclinationem mutat nulla est (1322.), & in quorum viciniis omnium est minima (1321.): in accessu autem ad Nodos ubique Luna à Quadraturis distat, & vis major in hanc agit (1321.); ideoque integram considerando revolutionem, augmentum anguli inclinationis superat hujus diminutionem (1330.); id est augetur ille angulus, aut quod idem est minuitur inclinatio: quod ubique obtinet in motu Nodorum à Quadraturis ad Syzygias. 1334.

Ubi ad Syzygias pervenire Nodi, inclinatio plani 1335. orbitæ est omnium minima; nam in motu Nodorum 1336. à Syzygiis ad Quadraturas, magis ac magis continuo inclinatur orbitæ planum; in hoc enim casu



- casu in accessu ad Nodum per Quadraturas transit Luna, in recessu ab his distat à Quadraturis, & in integrâ Luna revolutione, vis, quæ inclinationem auget, superat illam, quæ hanc minuit (1322. 1330.); idcirco augetur inclinatio; &
1337. *est omnium maxima versantibus Nodis in Quadraturis*, ubi terminatur diminutio anguli à Plano orbitæ cum plano Eclipticæ formati (1334.).
1338. *Omnes, quos explicavimus, errores in motu Luna paululum majores sunt in conjunctione quàm in oppositione* (1282.).
1339. *Determinantur vires omnes perturbantes*, detegendo harum relationem cum augmento gravitatis in Quadraturis (1293. 1294. 1321.); quare omnes easdem mutationes subeunt cum hoc augmento, id est, *sunt inversè, ut cubus distantie Solis à Tellure* (1276.); *qua manente, sunt ut distantia Luna à Tellure* (1275.). *Omnes vires perturbantes simul considerando pravalet gravitatis diminutio* (1283.); quod ex progressu Apfidum (957. 1310.) immediatè sequitur; nam ex hoc patet, plurimis simul consideratis revolutionibus, effectum diminutionis gravitatis superare effectum augmenti (234. 235.).
1341. *Ergo motu Luna generaliter considerato, minuitur gravitas Luna in Tellurem accessu Solis* (1340. 1339.); ideòque, cum minus à Tellure trahatur, ab hac magis recedit, quàm recederet, si talis gravitatis diminutio non daretur; augetur
1342. *ergo in hoc casu Lunæ distantia, etiam tempus periodicum* (211.); & *tempus hoc maximum est, ut & distantia Luna, ceteris paribus, maxima, versante Tellure in Perihelio* (1339.), quia omnium minime à Sole distat.



*De Planetarum Figuris.*

Si ad Planetarum figuras attendamus, talibus illos præditos detegimus, quæ ex ipsis, quibus systema regitur, legibus sequuntur; ordini mirabili, quem ubique observamus, admodum congruum est, nullas in Planetas agere vires ad hos destruendos; id est *illam esse Planeta, sive primarii, sive secundarii, figuram, quam acquireret, si totus ex materia fluida constaret*; quod cum Phænomenis congruit. 1343.

• Unde sequitur *Planetas omnes primarios, & secundarios, esse sphericos*; constant enim ex materia cujus particulæ in se mutuo graves sunt (1193. 1194.); ex qua mutuâ attractione figura sphærica generatur, eodem modo ac gutta fit sphærica ex aliâ partium attractione (37.). 1344.

*Figura hæc sphærica Planetarum ex motu circa Solem, aut secundariorum circa primarios, non mutatur*; quia singulæ particulæ eodem motu feruntur: motu autem circa axem mutationem figura subit, eo majorem, quo motus hic celerior est. 1345.

Sit PP axis Planetæ; Ee diameter Æquatoris, ad axem perpendicularis; detur canalis PCE fluido repletus; pondere suo fluidum hoc versus C in utroque crure descendit, & non quiescit, nisi pressio in utroque crure æqualis sit. Si Planeta quiescat, altitudo fluidi in utroque crure æqualis est (1344.): si vero Planeta circa axem PP rotetur, vi centrifugâ omne liquidum in crure CE à centrò conatur recedere (205.), quæ vis cum vi gravitatis contrariè agit (210.): ideoque gravitatem minuit; ita ut æquilibrium non detur, nisi CE superet CP. Tollamus nunc canallem, pressio lateralis fluidi, ex quo Planeta constat, 1346. T 17. fig. 6.



stat, non mutat gravitatem versus C, neque differentiam inter altitudines columnarum CE, CP (332.); altior idcirco ubique est *Planeta* in *Æquatore*, quam in *Polis*, & *acquirit ex motu circa axem, figuram sphaeroidis depressi in Polis*; elevatio enim continuo minuitur, accedendo ad Polum; quia vis centrifuga minuitur, propter imminutam distantiam ab Axe (220.).

Si demonstrata cum Phænomenis conferantur, patebit quare omnia corpora sint Sphærica in systemate nostro (912.); hanc tamen figuram non esse exactam, & motibus circa axes paululum mutari (1347.), licet in plerisque hoc observari non possit, ex observationibus Jovis & Telluris poterit deduci. *Jovis axem breviorē esse diametro Æquatoris observarunt Astronomi*; hic licet omnium Planetarum sit maximus, omnium celerrimè circa axem rotatur (949.), ideòque differentia hæc observari potest.

1349. *Elevatio Telluris, in Æquatore, à nobis determinatur*, quamvis fortè aliorum Planetarum incolis, si dentur, non magis est sensibilis, quam nobis elevationes in Marte & Venere, quas non percipimus.

1350. Ponamus Tellurem fluidam, memoratam sphæroidem acquireret figuram (1347.); si cohæreant partes versus centrum, non eo situs aliarum mutari potest, neque mutabitur, si in quibusdam locis partes ad superficiem usque cohæreant inter se; ita ut Maris superficies necessario acquirat sphæroidem figuram ad Polos depressam. Cum verò, parum tantum, ubique littora supra Maris superficiem, eleventur, continentem eandem sequi figuram extra dubium est.

Ut nunc hanc mensuremus elevationem, id est quantum diameter Æquatoris superet Axem, ad motum Telluris circa hunc in spatio



rio 23. ho. 26'. 4". (947.) attendendum est; & sequenti methodo, positâ Tellure homogeneâ computatio instituitur.

Telluris periferia est pedum Rhenolandico-<sup>1351.</sup>rum 128202185.; ideò in uno minuto secundo temporis, punctum *Æquatoris* percurrit pedes 1488.; cuius arcus sinus versus est pedum 0,054, spatium quod in tali tempore ex vi centrifugâ à corpore percurri potest.

Gravitate corpus, in uno minuto secundo, ut antea jam vidimus, cadendo percurrit pedes 15,607.; Sed hæc experimenta instituta fuere ad distantiam 48. gr. ab *Æquatore* *E e*, <sup>T. 17.</sup> in puncto *A*; vis centrifuga in *E* est ad vim <sup>fig. 6.</sup> centrifugam in *A*, ut *C E*, aut *CA*, nam parum admodum differunt hæc lineæ, ad *AB* (220.); fit vis hæc centrifuga *Ab*; ductâ perpendiculari *ba* ad *CA* continuatam, resolvatur vis per *Ab*, in duas per *Aa* & *ab* (134.); illâ solâ minuitur gravitas, & est *Ab* ad vim illam minuentem, ut *CA* ad *AB*; propter similia triangula rectangula, *Ab a*, & *ABC*, habentia in *A* angulos oppositos ad verticem æquales; est ideò vis centrifuga in *Æquatore*, qua corpus in minuto secundo percurrit 0,054, ad vim, gravitatem minuentem in *A*, in ratione duplicatâ radii *AC* ad *AB*, co-sinum latitudinis *AE*, 48. gr. : ita ut ex hac vi minuyente corpus in uno minuto secundo percurrat 0,0243. quare, si Tellus quiesceret cadendo non percurreret pedes 15,607., sed pedes 15,632.; qua gravitate corpus sub *Polis* cadit, quia puncta hæc non moventur. Ad *Æquatorem* vi centrifugâ percurrit corpus 0,054. & tantum cadit, in eodem tempore ab altitudine pedum 15,578.; unde patet gravitatem sub *Polis* esse ad gravitatem sub *Æquatore*, ut 289. ad 288.



Si fig. 6. figuram Telluris repræsentat, pondus columnæ liquidi C E erit ad pondus columnæ liquidi C A, quiescente Tellure, ut 289. ad 288; aliter enim, motâ Tellure, æquilibrium non dabitur: quia pars  $\frac{1}{289}$  columnæ C E vi centrifugâ sustinetur; decrescit enim vis centrifuga accedendo ad centrum in ratione distantiae (220.), in qua etiam ratione decrescit gravitas (1220.), ita ut in singulis columnæ punctis eadem pars ponderis sustineatur, quàm versus superficiem.

1352. Ex his deducimus *altitudinem* CP, *ad Polum*, esse ad *altitudinem* EC, *ad Æquatorem*, ut 229 ad 230; posita enim hac ratione inter Axem & Æquatoris diametrum, si de gravitatibus in locis P & E, Tellure quiescente, computatio ineatur, deteguntur esse inter se, ut 1121, 71. ad 1120, 71.; quæ ratio ubique obtinet in punctis respondentibus, id est quæ distant à centro ut CP ad PE; quia in utroque crure decrescit gravitas in ratione distantiae à centro (1220). Pondus habetur multiplicando materiæ quantitatem per gravitatem; nam in utriusque ratione crescit pondus: multiplicando 1121, 71. per 229. & 1120. 71. per 230. producta sunt inter se, ut 288 ad 289; quæ est ratio ponderum ante detecta. Diameter media Telluris est 3400669 perticarum (963) ideò axis PP est 3393261, & diameter Æquatoris EE 3408078. perticarum, quæ Axem superat perticis 14817.

1353. parte nempe  $\frac{1}{230}$ , & Æquator magis *elevatur* perticis 7408, 5.

1354. In hac computatione, ut monuimus, Tellurem homogeneam habuimus; si autem magis densa sit ad centrum, materia quæ adjicitur poterit haberi pro corpore separato, à cujus centro puncta P & E inæqualiter distant, & in quod ideò diversam gravitatem habent corpora in P & E (1213); & differentia eo major erit, quo hæ distant æ magis differunt: & etiam erit



rit eo major respectu totius gravitatis, quo materiae quantitas adjecta, aut quod idem est, densitas versus centrum major est.

Magis inter se differre vires gravitatis in Polis & Æquatore, quam parte 289<sup>1</sup>, collatis experimentis ad varias Æquatoris distantias, ope pendulorum institutis, constat, quibus vires gravitatis inter se conferri posse vidimus (192. 193. 194); & differentia quæ revera datur, fere dupla est illius, quæ computatione detegitur; unde sequitur *elevationem Æquatoris fere duplam esse illius, quam determinavimus 7408, 5. perticarum* 1355. (1353.)

Si nunc ad sphæroidem figuram Telluris attendamus, videmus *gravia non directe tendere ad centrum Telluris*, nisi in Polis & Æquatore, *sed ubique perpendiculariter ad superficiem Sphæroidis*; nam liquidum non quiescit, nisi suprema superficies cum directione gravium angulum rectum formet (325.); & sphæroidis figura formatur à fluidi quiescentis superficie. Hanc eandem gravium directionem etiam directe deducimus ex vi centrifugâ. Corpus in A gravitate tendit ad C, vi centrifugâ fertur per A b; vis hæc in puncto A est ad gravitatem per A C, ut 1. ad 430, 8.: formato parallelogrammo lateribus A C & A b, positis his inter se, ut 430, 8., ad 1., diagonalis A c designabit directionem gravium (130) formantem exiguum angulum cum lineâ A C. Vis per A b crescit accessu ad Æquatorem, quo angulus hic augetur, sed minuitur, propter augmentum angulum C A b; ita ut in Æquatore, ubi vis centrifuga est maxima, directio gravium cum E C coincidat: in Polo coincidit cum P C, quia vis centrifuga nulla datur.

In hac figurâ sphæroidis determinatur latitudo loci angulo, ut A c E, quem cum Æquatore efficit linea, ex loco ad superficiem perpendicularis. Diviso toto arcu P A E, hac methodo, in partes



1359. nonaginta, id est in gradus, facile patet *accedendo ad Polum, gradus in superficie augeri*; sed hæc ad-  
eò exigua est differentia, ut, in mensurandis  
gradibus non admodum distantibus, detegi non  
possit; quia error ex fabricâ, & usu instrumen-  
torum, differentiam hanc superat. Inde diffe-  
runt paululum inter se gradus mensurati ad au-  
strum & boream Galliæ, ut & in Angliâ, &  
1360. medius est omnium minimus; quare *ex mensuris*  
*his de Telluris figurâ nil concludi potest.*

## CAPUT XVIII.

*Motus Axeos Telluris Explicatio Physica.*

- L**unæ Nodos regredi, id est in antecedentiâ  
moveri (1326.), & orbitæ inclinationem  
mutationibus esse obnoxiam (1332.), de-  
monstravimus; concipiamus varias dari Lunas,  
ad eandem distantiam, æqualibus temporibus,  
circa Tellurem revolventes, in plano ad pla-  
num Eclipticæ inclinato; singulas iisdem mo-  
tibus agitari clarum est: concipiamus numerum  
Lunarum augeri, ita ut sese mutuo tangant;  
& annulum, cujus partes cohærent, forment,  
dum annuli pars una trahitur, ut inclinationem  
augeat, pars altera motu contrario agitur, ad  
inclinationem minuendam (1330.); Vis major  
1361. in hoc casu prævalet, id est, *in motu linea No-*  
*dorum à Quadraturis ad Syzygias annuli inclinatio*  
*minuitur in singulis hujus revolutionibus (1334.);*  
*& est omnium minima, versante lineâ Nodorum in*  
1362. *Syzygiis (1335.).* Contra, *augetur inclinatio dum*  
*linea Nodorum ex Syzygiis ad Quadraturas trans-*  
*fertur (1336.); & est omnium maxima, positâ li-*  
1363. *neâ Nodorum in his (1337.).* Linea Nodorum  
*contin. id in antecedentiâ transfertur, nisi in Syzy-*  
*giis ubi quiescit (1326. 1329.).*



*Si quantitas materie in annulo minuatur, non* 1364.  
*mutantur hujus motus; quia à gravitate pendent,*  
*quæ æqualiter in singulas materiæ particulas*  
*agit (1194.).*

*Si annuli diameter minuatur, in ratione hujus* 1365.  
*diminutionis minuuntur motus (1339.), sed*  
*nullus in totum evanescit; & iisdem motibus*  
*agitatur.*

Concipiamus nunc Tellurem sphæricam; & 1366.  
 in plano Æquatoris, cum plano Eclipticæ effi-  
 ciente angulum 23. gr. 29'. annulum dari, in  
 eodem tempore cum Tellure revolventem; mi-  
 nuatur hic ut Tellurem tangat, & cum hac  
 cohæreat; hisce annuli motus memorati non  
 tolluntur; nam cum Tellus nullâ vi in deter-  
 minato situ retineatur, cedit impressionibus an-  
 nuli, cujus agitationes tamen minuuntur, ex  
 auctâ materiâ movendâ, dum vis motrix ea-  
 dem manet.

Casus hic revera extat, nam Telluris figura  
 est sphærica, annulo in Æquatore circumdata, a,  
 quo Tellus ad Æquatorem magis elevatur  
 (1355.), cujus annuli linea Nodorum est sectio  
 planorum Æquatoris & Eclipticæ. Unde se-  
 quentes deducimus conclusiones.

*In Æquinocitiis inclinatio Æquatoris est omnium* 1367.  
*minima (1361.); ideòque Axeos inclinatio omnium*  
*maxima; nam cum plano Æquatoris angulum*  
*rectum efficit (1062.). Augetur inclinatio Æ-*  
*quatoris, id est minuitur Axeos inclinatio, denec* 1368.  
*Sol in Solsticiis detur, ubi hæc est omnium minima,*  
*illa omnium maxima (1362.). Idcirco bis in* 1369.  
*anno minuitur Telluris Axeos inclinatio, bis instau-*  
*ratur. Et Sectio plani Æquatoris cum plano Ecli-* 1370.  
*ptica, quæ in Æquinocitiis quiescit, per reliquum*  
*tempus in antecedentiâ movetur (1363.).*

Ad planum orbitæ Lunaræ etiam inclinatur 1371.  
 planum Æquatoris; nam exiguum angulum



illud cum Plano Eclipticæ efficit (956.): ideo eodem modo in annulum agit Luna, quàm Sol; & licet illa minor sit, quia Sole multo minus distat, in annulum majorem exerit actionem. Quare etiam *ex actione Luna, bis in singulis hujus revolutionibus mutatur, & bis instauratur, Axeos Telluris inclinatio ad Planum orbitæ Lunæ (1369.): ideoque ad planum Eclipticæ: & in antecedentiâ fertur Sectio Plani Æquatoris cum plano orbitæ (1370.): ex quo motu translatio sectionis illius plani cum plano Eclipticæ necessario sequitur.*

1373. *Mutationes inclinationis Axeos nimium sunt exiguae, ut observentur: translatio autem lineæ Æquinoctiorum, & motus Axeos, qui ex hac sequitur, cum semper versus eandem partem dirigantur, tandem sensibiles sunt; & ex his Phænomena ante explicata (1170. 1171.) sequuntur.*

## C A P U T XIX.

### *De Æstu Maris.*

UT Æstum Maris ex principiis traditis explicemus, considerandum est, Tellurem, ut & etiam omnia corpora in hujus vicinis, in Lunam gravitare (1193.): ideo particulæ aqueæ, in Telluris superficie, quæ versus centrum Telluris tendunt, (hîc enim negligimus considerationem n. 1356.) cum hac Lunam versus feruntur. Cum etiam solida Telluris massa ad Lunam feratur, juxta leges, quæ locum haberent, si omnis materia ex quâ constat in centro coacta daretur (1213.): poterunt *demonstrata, in capite xvi. de actione Solis in Lunam, versus Tellurem cadentem, dum cum hac Solem petit, applicari ad actionem Luna in particulâs*



*las aqueas in Telluris superficie*, cum Telluris massa non cohærentes, sed versus hujus centrum tendentes, & cum hujus massâ, etiam versus Lunam continuò cadentes; quâ vi, ut vidimus (1267.), Tellus retinetur in orbitâ, circa commune gravitatis centrum hujus & Lunæ.

Sit S Luna; A L B l superficies Telluris, cu-  
jus massa ad Lunam tendit, quasi tota in T  
esset coacta; ex actione Lunæ particulæ aqueæ  
A & B versus T majorem acquirunt gravitatem  
(1274.); contra particulæ in L, l, ex gravitate  
amittunt (1283.). Unde deducimus, si tota  
Tellus aquâ obtegatur, æquilibrium non dari,  
nisi magis elevata sit hæc aqua, in punctis L  
& l, quàm in toto circulo ab his punctis 90.  
gr. distanti; & ideò per puncta A & B trans-  
eunti. Idcirco, *actione Luna, aqua adipiscitur*  
*figuram sphæroidis, formatam ex revolutione ovalis*  
*circa Axem majorem, qui continuatus per Lunam*  
*transit.*

Ponamus Lunam in Æquatore; omnes Se-  
ctiones Telluris parallelæ ad Æquatorem, cum  
etiam sphæroidis axi parallelæ sint (1377.), sunt  
ovales, quarum axes majores per Lunæ Meri-  
dianum transeunt; unde sequitur, *Tellure quie-*  
*scente, in circulo quocunque latitudinis, aquam ma-*  
*gis elevari in Meridiano in quo Luna datur, & in*  
*Meridiano opposito, quàm in Locis intermediis.*

#### DEFINITIO.

Dies Lunaris, *est tempus lapsum inter recessum*  
*Luna à Meridiano & accessum sequentem ad eun-*  
*dem.* Dies hæc in viginti quatuor horas Lu-  
nares dividitur. Superat diem naturalem 50.  
minutis.

Ex motu Telluris circa axem, singulis diebus Lu-  
naribus, loca singula per Meridianum Lunæ &  
Meridianum oppositum transeunt, id est bis ibi  
transeunt, ubi aquâ ex actione Luna elevatur, & bis



ubi ex eâdem actione deprimitur (1378.); & sic in die lunari Mare bis elevatur, bis deprimitur, in loco quocunque.

1381. Ex motu Telluris circa axem, continuo aqua elevata à Meridiano Lunæ recedit; actione tamen Lunæ, Sphæroidis axis per Lunam transit (1377.); ideo agitatur continuo aqua, ut elevatio, ex motu Telluris, remota, infra Lunam instauretur. Ideò ab A & B continuo versus L & l fluit aqua, dum ex motu Telluris elevatio ab L versus B & ab l versus A fertur; id est, inter L & B, ut & inter l & A, dantur duo motus contrarii, quibus aqua accumulatur; ita ut elevationes maximæ inter hæc puncta ad latus Lunæ & puncti oppositi, dentur.

1382. Id est, in locis quibuscunque aqua maximè est elevata, duabus aut tribus horis postquam Luna per Meridianum loci, aut Meridianum oppositum, transivit.

1383. Elevatio ad partem Lunæ paululum excedit oppositam (1375. 1282.). Minuitur ascensus aquarum accessu ad Polum, in quo nulla aquarum agitatio datur.

Quæ de Lunâ demonstrata sunt, ad Solem applicari possunt; ideo, ex actione Solis, singulis diebus naturalibus, bis elevatur Mare, bis deprimitur (1380.).

1386. Agitatio hæc multò minor est, propter Solis immensam distantiam, quàm quæ à

1387. Lunâ pendet; iisdem tamen legibus subjicitur.

1388. Non distinguuntur motus ab actione Lunæ, & Solis, pendentes, sed confunduntur, & ex hujus actione tantum mutatur Maris fluxus lunaris: quæ mutatio singulis diebus variat, propter inæqualitatem inter diem Naturalem & diem Lunarem (1379.).

1390. In Syzygiis elevationes, ex amborum Luminarium actionibus, concurrunt, & magis elevatur Mare; minus ascendit Mare in Quadraturis; nam



nam ubi aqua Lunæ actione elevatur, depri-  
mitur ex actione Solis, & vice versâ. Idcirco, <sup>1391.</sup>  
*dum Luna à Syzygiâ ad Quadraturam transit, ele-  
vationes quotidiana de die in diem minuuntur: au-  
gentur contrâ in motu à Quadraturâ ad Syzygiam.*  
*In Novilunio etiam, ceteris paribus, elevationes* <sup>1392.</sup>  
*maiores sunt, & quæ in eodem die sese mutuò se-  
quuntur, magis differunt, quàm in Plenilunio*  
*(1383. 1387.).*

*Elevationes maxima & minima non observantur,* <sup>1393.</sup>  
*nisi secundâ, aut tertiâ, die post Novilunium, aut*  
*Plenilunium; quia motus acquisitus non statim*  
*ex attritu, & aliis causis, destruitur, quo mo-  
tu acquisito adscensus aquarum augetur, licet*  
*minuatur actio quâ Mare elevatur: simile quid*  
*circâ calorem alibi (1161.) demonstravimus.*

Si nunc Luminaria ex Æquatoris plano re-  
cedentia consideremus, videbimus *agitationem* <sup>1394.</sup>  
*minui, & minorem dari, prò majori luminarium*  
*declinatione.* Quod clarè patet si hæc in Polis  
concipiamus; tunc enim Axis figuræ sphæroi-  
dis cum Axe Telluris coincidit; & omnes se-  
ctiones ad Æquatorem parallelæ, ad Axem  
sphæroidis sunt perpendiculares; ideòque cir-  
culares. Ita ut aqua, in singulis circulis lati-  
tudinis, ubique eandem habeat elevationem; &  
sic in motu Telluris non mutatur altitudo Ma-  
ris in locis peculiaribus. Si ex Polo recedant  
Luminaria agitationem continuò magis ac ma-  
gis augeri, facile videmus, donec omnium sit  
maxima, revolvente sphæroide circa lineam ad  
Axem suum perpendicularem, posito sphæroidis  
axe in plano Æquatoris.

Hinc liquet, quare *in Syzygiis, prope Æquino-* <sup>1395.</sup>  
*ctia, Æstus omnium maximi observantur, ambo-*  
*bus Luminaribus in Æquatore aut prope hunc*  
*versantibus.*

*Actiones Lunæ & Solis majores sunt, quo minus* <sup>1396.</sup>  
*hæc*



hæc corpora à Tellure distant (1339. 1375.); cùm autem minor Solis distantia detur, hoc versante in signis australibus, sæpe ambo Æstus maximè Æquinoctiales in illo situ Solis observantur: id est ante Æquinoctium Vernum & post Autumnale; quod tamen non singulis annis obtinet; quia ex situ orbitæ Lunaræ, & distantia Syzygiæ ab Æquinoctio variatio dari potest.

1397. *In Locis ab Æquatore distantibus, recessu Luminarium ab Æquatore, inæquales fiunt ejusdem diei elevationes.* Sit P P Telluris Axis; E E Æquator, L l circulus latitudinis; A B axis sphæroidis figuræ, quam format aqua: quando locus in circulo L l, datur in L aut l, datur in eodem Meridiano cum axe sphæroidis & aqua est maximè elevata, in utroque casu; in L tamen magis quàm in l; nam C L superat C l, quæ lineæ altitudines aquarum, id est distantia à centro, mensurant: æquales hæ forent si A L & B l distantia ab axe sphæroidis forent æquales, minor autem est C l, quia B l superat A L, quod ex inclinatione Axeos sphæroidis ad Æquatorem oritur.

1398. *Quamdiù Luna ad eandem partem Æquatoris cum loco datur, id est, ad partem lineæ C A continuatæ, aqua elevatio maxima singulis diebus observatur, post transitum Luna per Meridianum Loci, maxima enim datur elevatio, ubi locus pervenit ad L; si autem Æquator separet Lunam & locum, de quo agitur, id est si detur illa ad partem lineæ C B continuatæ, aqua iterum in L, ad maximam pertingit altitudinem, & singulis diebus, maxima Maris datur elevatio, post transitum Luna per Meridianum oppositum.*

¶ Omnia quæ huc usque fuere exposita, exactissimè obtinerent, si tota Telluris superficies Mari obtegeretur; cùm autem non ubique Mare



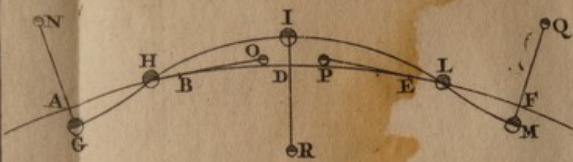


Fig. 2.

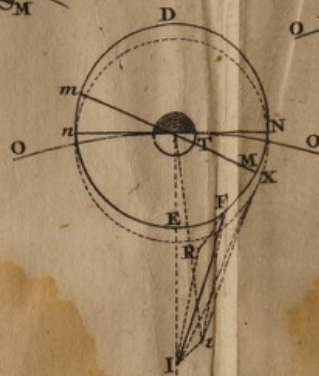


Fig. 4.

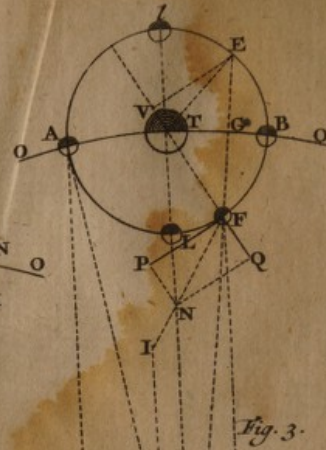


Fig. 3.

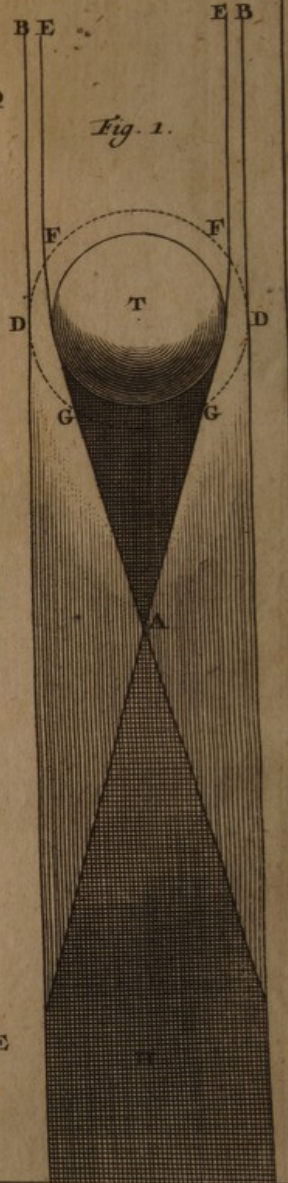


Fig. 1.

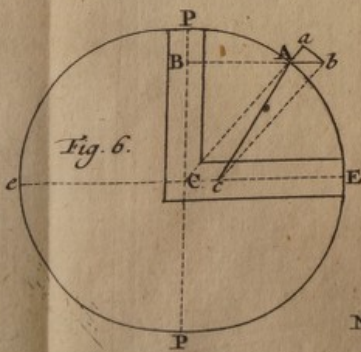
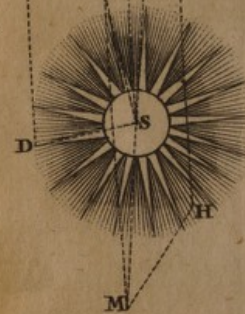
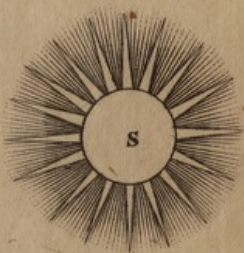


Fig. 6.



Fig. 5.

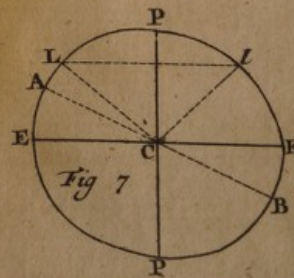


Fig. 7.







re detur, mutationes inde oriuntur, non quidem in Mari aperto; quia satis extenditur Oceanus, ut memoratis motibus subjiciatur. Sed *situs littorum, freta, multaque alia, à peculiari locorum situ pendentia, generales regulas turbant.* Generalioribus tamen observationibus constat, Æstium leges explicatas sequi. Superest, ut ipsas vires quibus Sol & Luna Mare agitant determinemus, ut pateat has valere ad memoratos edendos effectus, & illorum corporum actiones in pendula & cætera corpora insensibiles esse.

Augmentum gravitatis Lunæ in Quadraturis, ex actione Solis, est ad ipsam Lunæ gravitatem in Tellurem, ut 1. ad 178,73. (1278.) in quâ computatione posuimus, Lunæ distantiam mediam à centro Telluris esse 60. semid. Telluris (1272); gravitas ergo Lunæ est ad gravitatem in Telluris superficie, ut 1. ad 60.  $\times 60 = 3600$  (1195.) Est idcirco augmentum memoratum ad gravitatem in Telluris superficie, ut 1. ad 643428., in quâ computatione error datur corrigendus.

Exacta foret computatio hæc, si augmentum, de quo agitur, esset ad vim, quâ Tellus Solem versus descendit, ut distantia Lunæ 60. semid. Telluris ad distantiam Telluris à Sole (1274.); sed est ut vera media Lunæ distantia,  $60\frac{3}{2}$  semid. Telluris, ad distantiam Telluris à Sole. Quare augmentum statim determinatum parte  $\frac{1}{120}$  augeri debet, & se habebit ad vim gravitatis in superficie Telluris; ut  $1\frac{1}{120}$  ad 643428, aut ut 1. ad 638110,4.

Augmentum hoc gravitatis Lunæ in quadraturis ex actione Solis, est ad augmentum gravitatis aquæ in superficie Telluris, in locis à Sole 90. gr. distantibus, ex eadem Solis actione; ut  $60\frac{1}{2}$  ad 1. (1275.) ideo augmentum hoc



gravitatis ad ipsam aquæ gravitatem, ut 1. ad 38605679. Diminutio gravitatis sub Sole, & in loco opposito, est dupla hujus augmenti (1281), ideo est ad gravitatem, ut 1. ad 19302839, 1402. & tota *mutatio in gravitate, ex actione Solis, est ad ipsam gravitatem, ut 1. ad 12868560.*

1403. Ut actionem Lunæ cum actione Solis comparemus, experimenta sunt instituenda in locis, in quibus, propter angustias, Mare sensibilibiter elevatur. Prope Bristoliam tempore Autumnali & Verno, in quo agitatio Maris est maxima (1395), adscendit aqua in Syzygiis, plus minus, pedibus 45.; in Quadraturis pedibus, plus minus, 25., qui numeri sunt inter se, ut 9. ad 4.

Facillima foret determinatio virium, quas quærimus, si elevationes maximæ & minimæ exactè in Syzygiis darentur, quod non obtinere antea vidimus (1393).

Distantia autem Lunæ à Syzygiâ, aut à Quadraturâ, non semper est eadem in maximâ aut minimâ elevatione; nam variat hæc distantia, quia Luna nunc magis nunc minus à Meridiano distat, quando per Syzygiam aut Quadraturam transit. Distantia media Lunæ à Syzygiâ, aut Quadraturâ, ad quam observationes memoratæ referri debent, est circiter 18. gr. 30', ita ut non tota Solis actio, neque cum Lunæ actione conspiret in Syzygiis, neque contrariè agat in Quadraturis. Etiam in tali casu, si in Syzygiâ, ambo luminaria in Æquatore fuerint, in memoratâ distantia à Quadraturâ, declinatio Lunæ est plus minus 22. gr. 13.; quo minuitur Lunæ vis ad Mare movendum (1394). Ulterius, cæteris paribus, distantia Lunæ à Tellure in Syzygiis minor est, quàm in Quadraturis (1297. 1298.); unde etiam actio Lunæ in Quadraturis minuitur (1396.): ad quæ omnia  
at:



attendendo detegitur, vim mediocrem Solis ad 1404. Mare movendum se habere ad vim mediocrem Lunæ ad idem agitandum, ut 1. ad 4, 4815. Sed vis Solis est ad vim gravitatis, ut 1. ad 12868560. (1402); quare vis Luna est ad eandem vim gravitatis, ut 1. ad 2871485. Ex quibus sequitur, vires has Lunæ & Solis nimium esse exiguas, ut in pendulis & aliis experimentis sint sensibiles; has autem ipsas valere ad Mare agitandum facile probatur.

Minuendo gravitatem parte  $\frac{1}{289}$  Mare elevatur ad altitudinem pedum Rhenolandicorum 88902. (1353.), perticæ enim singulæ continent pedes duodecim: unde detegitur (1402) ope regulæ proportionum, Solis actionem mutare Maris altitudinem pedibus duobus, & hanc ex Luna actione mutari pedibus 8,95. (1404.); 1407. ex ambabus actionibus conjunctis agitatio mediocris est circiter undecim pedum, quod cum observationibus satis congruit; nam in Oceano aperto, pro ut Mare magis aut minus patet, elevatur aqua, ad altitudinem sex, novem, duodecim, vel quindecim pedum; in quibus elevationibus etiam differentia datur ex profunditate aquarum. Elevationes verò, quæ has multum excedunt, locum habent, ubi magnâ vi Mare freta intrat, in quibus impetus non frangitur, nisi majori adscensu. 1408. 1409.

## CAPUT XX.

### De Lunæ Densitate & Figurâ.

Vires Solis & Lunæ ad Mare movendum, 1412. sunt inter se in ratione compositâ, ex ratione quantitatum materiæ in his corporibus (1194.), (singulæ enim particulæ agunt) & ratione



tione inversâ cuborum distantiarum Solis & Lunæ à Tellure (1375. 1387. 1339.),

Quantitates materiæ sunt in ratione compositâ, ex ratione voluminum, id est cuborum diametrorum, & ratione densitatum (338. 79.) quare vires memoratæ sunt directè ut densitates & cubi diametrorum, & inversè ut cubi distantiarum.

Diametri apparentes corporum; id est, anguli sub quibus videntur, crescunt ut ipsæ diametri, & minuuntur ut distantiae; id est, sunt directè ut diametri, & inversè ut distantiae; idcirco ratio composita ex ratione cuborum diametrorum apparentium *Solis & Luna*, & ex ratione densitatum, erit ratio virium, quibus hæc corpora Mare movent. Ideoque horum corporum *densitates sunt directè ut vires, quibus Mare movent, & inversè ut cubi diametrorum apparentium*: & dividendo vires per cubos harum diametrorum, datur ratio densitatum.

Vis Solis est ad vim Lunæ, ut 1. ad 4, 4815. (1404): media diameter apparens Solis est 32', 12'', & media Lunæ diameter apparens est 31', 16 $\frac{1}{2}$ ". id est, sunt inter se, ut 3864. ad 3753.

1412. Est igitur *densitas Solis ad Luna densitatem, ut 10000 ad 48911*: quæ Lunæ densitas cum Jovis, Saturni, & Telluris densitatibus potest conferri (1247), estque Luna Tellure densior.

Quantitates materiæ in duobus corporibus sunt inter se in ratione compositâ densitatum & voluminum (338. 79.), id est, si de sphaeris agatur, in ratione compositâ densitatum & cuborum diametrorum.

1413. *Luna & Telluris densitates sunt inter se, ut 48911. ad 39214. (1412. 1247.)*; diametri ut 11. ad 40.28, (964.) ideo *quantitates materiae in his corporibus, ut 1. ad 39, 37.* Licet densitates detegantur, positis corporibus homogeneis, quan-



titates materiæ rectè definiuntur, quamvis corpora homogenea non sint; nam illam determinamus densitatem, quam corpus haberet, si materia, ex qua corpus reverà constat, per hoc æqualiter dispergeretur.

*Gravitates in superficiebus Telluris & Luna de-* 1414.  
terminantur, multiplicando densitates per diametros (1217.) id est sunt inter se, ut 2,936. ad 1., aut ut 407,8. ad 139,2: qui numerus etiam exprimit relationem gravitatis in superficie Lunæ, cum gravitate in superficiebus Solis, Jovis, & Saturni (1245.).

*Centrum commune gravitatis Luna & Telluris,* 1415.  
circa quod ambo corpora moventur, determinatur; nam hujus à Telluris centro distantia, est ad distantiam intra centra amborum corporum, ut quantitas materiæ in Lunâ ad quantitatem materiæ in ambobus corporibus (222. 223.); itaque 40,37. ad 1. ut Lunæ distantia à Tellure ad distantiam quæsitam centri gravitatis à centro Telluris, quæ detegitur 5096470. perticarum, ut ex notis Telluris diametro (963.), & Lunæ distantia deducitur.

Ut Lunæ figuram determinemus, examinanda est figura, quam, si fluida foret, acquireret (1343.). Si Lunam solam consideremus quiescentem, sphærica erit (1344.). Si actionem Telluris in Lunam consideremus, acquireret Luna figuram sphæroidis, cujus axis per Tellurem transiret (1377.). Vis Telluris ad Lunæ figuram mutandam est ad vim Lunæ in Tellurem, ut 39,37. ad 1. (1413. 1194.) & ut diameter Lunæ ad Telluris diametrum (1375. 1339.), quæ sunt inter se, ut 11. ad 40.28. estque ratio composita ex his 10,75. ad 1. Hæc vis Lunæ est ad gravitatem in superficie Telluris, ut 1. ad 2871485 (1405.); quæ gravitas in Telluris superficie est ad gravitatem in super-



- perficie Lunæ, ut 407, 8. ad 139, 2. (1414.) aut  
 1417. ut 2871485, ad 980028.; quare *actio Telluris ad  
 mutandam Luna figuram, ad gravitatem in super-  
 ficie Luna*, ut 10, 75. ad 980028, aut ut 1. ad  
 91156 mutatâ gravitate, in Telluris superficie;  
 parte 2871485, aqua elevatur pedibus 8, 95.  
 (1405. 1407.); ideo, si gravitas parte 91156  
 mutaretur, elevatio foret pedum 281, 9, ut  
 regulâ aureâ detegitur: si, servatâ hac diminu-  
 tione gravitatis, de corpore minori agatur, mi-  
 nuenda est hæc altitudo in ratione diametri:  
 ideo, ex actione Telluris, elevatio in Lunâ  
 1418. est pedum 77. 15.: & *equilibrium non dabitur, si  
 Luna sit homogenea, nisi axis sphæroidis superet dia-  
 metrum ad hunc perpendicularem pedibus 154. 29.*

Unicâ proportionem detegitur, ex notâ eleva-  
 1419. tione Maris ex Luna actione, elevatio in Lu-  
 nâ ex Telluris actione; nam *sunt hæ elevationes  
 in ratione duplicatâ inversâ gravitatum in superfi-  
 ciebus illorum corporum.*

- Si, positâ hac Lunæ figurâ, partes cohærere  
 1420. concipiamus, *equilibrium inter Luna partes  
 non dabitur, nisi axis sphæroidis ad Tellurem  
 dirigatur*; unde videmus, quare *Luna eandem  
 faciem semper Telluri obvertat*; quâ continuâ a-  
 1421. gitatione, Luna tandem acquisivit motum cir-  
 ca axem, de quo antea egimus (957. 1079.):  
*qui motus necessario eodem tempore peragitur, in quo  
 Luna revolvitur*; nam ex actione memoratâ, se ad  
 celeritatem talem necessario constituit; si enim  
 major foret celeritas, vi, quâ eadem facies ad Tel-  
 lurem semper dirigatur, continuo retardaretur;  
 acceleraretur continuo, si minor foret. Vis tamen  
 hæc non est satis magna, ut in singulis revolutio-  
 nibus æquabilitatem motus acquisiti circa axem  
 1422. sensibiliber turbet: Ideo *motus circa axem æqualis  
 est, licet motu inequali in orbitâ moveatur Luna* (953.)  
 Situs etiam axis Lunæ, non vi memoratâ ita



potest mutari, ut ad Planum orbitæ, dum hujus inclinatio mutatur (1330.), semper perpendicularis fit, idcirco ad Planum orbitæ aliquando inclinatur axis Luna, ut antea vidimus (1080). 1423.

FINIS LIBRI QUARTI.

INDEX  
RERUM.

Denotat p. paginam, & n.  
numerum in margine.

A.



Acceleratio gravium. p. 42. n. 149.  
& seq.

—— corporum super plano inclinato devolventium. p. 46. n. 161.  
& seq.

Actiones pressurum aut potentiarum p. 15. n. 56 & seq.

Æoli Pila. p. 196. n. 603.

Æquatio Temporis. p. 322. n. 1132.

Æquator. p. 311. n. 1062. p. 318. n. 1101.

Æquilibrium libra. p. 20. n. 89.

—— potentiarum obliquarum. p. 34. n. 131.

Æquinoctia. p. 323. n. 1141.

horum precessio. p. 323. n. 1173. p. 330. n. 1180.

motus hujus explicatio. p. 389. n. 1367. & seq.

Æris proprietates. p. 157. n. 461. 464. & seq.

est vehiculum soni. p. 178. n. 512.

Æ-



*Aëris actio in ignem. vide Ignis.*

*Æstus Maris. vide Mare.*

*Albor. p. 265. n. 856. & seq.*

*corpus album tardius aliis incalescit. p. 282. n. 897.*

*Altitudo siderum. p. 316. n. 1092.*

—— *Poli. p. 319. n. 1113.*

*Amplitudo siderum. p. 316. n. 1091.*

—— *jaetus. p. 59. n. 198.*

*Angulus incidentiæ. p. 92. n. 292.*

—— *Reflexionis. ibid. n. 293.*

—— *Refractionis. p. 201. n. 691.*

*Annulus Saturni. p. 290. n. 950. p. 305. n. 1021.*

*Antlia Pneumatica. p. 164. n. 480.*

*Antliæ vulgares. p. 165. n. 482.*

*Aphelia Planetarum. p. 287. n. 922.*

*Apfides Planetarum. p. 287. n. 924.*

*linea Apfidum. n. 925.*

*Aqua est glacies liquefacta. p. 195. n. 601.*

*Arcus cœlestis. Vide Iris.*

*Asterismi. p. 330. n. 1177. & seq.*

*Atmosphæra. p. 157. n. 462.*

*Attractio. p. 11. n. 34.*

—— *hujus leges. ibid. n. 35.*

—— *ex gravitate. p. 333. n. 1197.*

*Attractionis spatium p. 202. n. 618.*

*Auges. vide Apfides.*

*Axis Planeta. p. 288. n. 936.*

*Axeos Telluris motus. vide Æquinoctiorum præ-  
oessio.*

*Axis in Peritrochio. p. 26. n. 113. & seq.*

—— *libra. p. 19. n. 84.*

B.

**B**ilanx. vide Libra.

C:

**C**alor. p. 190. n. 577. & seq. p. 194. n. 595. & seq.

*Camera obscura. p. 222. n. 705. p. 248. n. 808.*

*Celeritas. (I.) p. 14. n. 51.*

Ce-



- Celeritas relativa.* p. 80. n. 256.  
*Centrum libræ.* p. 19. n. 85.  
 ——— *gravitatis.* p. 21. n. 96. & seq.  
 ——— *oscillationis.* p. 55. n. 188. & seq.  
*Centrales vires.* p. 63. n. 204. & seq.  
*Centrifuga vis.* p. 63. n. 206.  
*Centripeta vis.* p. 63. n. 207.  
*Chordarum consonantia.* p. 182. n. 539 & seq.  
 ——— *motus aliis communicatus.* *ibid.* n. 542.  
 & seq.  
*Cochlea.* p. 30. n. 125. & seq.  
 ——— *perpetua.* p. 32.  
*Cælum* p. 255. n. 973. & seq.  
*Cohæsiō partium.* p. 11. n. 33. & seq.  
*Collisio.* *vide Percussio.*  
*Colores corporum.* p. 281. n. 893. & seq.  
 ——— *Radiatorum.* p. 261. n. 845. & seq.  
 ——— *tenuium lamellarum & harum affectiones.*  
 p. 274. n. 893. & seq.  
*Combustio corporum.* p. 191. n. 581. p. 193. n. 599.  
 & seq.  
*Cometæ* p. 293. n. 966. & seq.  
*Cometarum motus explicatio.* p. 362. n. 1263.  
*Conjunctio corporum cælestium.* p. 299. n. 997.  
*Consonantiæ.* p. 181. n. 533. & seq.  
*Corporis proprietates.* p. 3. n. 9. & seq.  
*Crepuscula.* p. 323. n. 1136. & seq.  
*Cuneus.* p. 29. n. 120. & seq.  
*Cyclois* p. 50. n. 173.

## D.

- D** *Declinatio Sideris.* p. 312. n. 1066.  
*Densitas.* p. 110. n. 334.  
*Densitatum comparatio.* p. 116. n. 363. & seq.  
*Densitates Planetarum.* p. 355. n. 1247.  
*Dies artificialis.* p. 327. n. 1134.  
 ——— *Lunaris.* p. 391. n. 1379.  
 ——— *naturalis.* p. 321. n. 1128.  
*Dilatatio ex Calore.* p. 194. n. 595. & seq.

Di-



Directio *motus*. p. 15. n. 54.

Ditonus. p. 185. n. 530.

Divisibilitas *Materiae*. p. 3. n. 11. p. 7. n. 20. & seq.

Durum *corpus*. p. 10. n. 30.

E.

Echo. p. 184. n. 548. & seq.

Eclipsis *Luna*. vide *Luna*.

——— *Satellitis* p. 305. n. 1020.

——— *Solis*. vide *Sol*.

Ecliptica *linea*. p. 298. n. 986.

Eclipticæ *planum*. p. 287. n. 927.

Elasticitas p. 12. n. 40.

——— *perfecta*. p. 85. n. 278.

Elasticitatis *leges*. p. 96. n. 299. & seq.

Elasticitas *ex calore* vid. *Calor*.

Electricitas. p. 186. n. 558. p. 187. n. 561. 562. p. 188. n. 565. & seq.

Ellypsis. p. 72. n. 229.

Elongatio *Planetarum*. p. 300. n. 999.

——— *maxima*. *ibid.* n. 1000.

Excentricitas *Planetarum*. p. 287. n. 919.

Extensio p. 3. n. 9. p. 4. n. 15.

F.

Fluidum. p. 10. n. 32.

Fluida, *in quo cum solidis congruant*. p. 106. n. 324.

Fluidorum *proprietates*. p. 106. n. 324. & seq.

——— *actiones in fundos & latera vasorum*. p. 108. n. 332.

——— *motus*. p. 118. n. 370. & seq.

——— *Resistentia*. p. 119. n. 373. & seq.

Fluida *prosilientia verticaliter*. p. 132. n. 408. & seq.

——— *prosilientia obliquè*. p. 136. n. 418. & seq.

——— *ex vasis profluentia*. p. 138. n. 423. & seq.

Fluiditas, *unde oriatur*. p. 105. n. 323.

——— *an à calore pendeat?* p. 195. n. 600.

Flumen p. 143. n. 434.

*hujus cursus*. p. 144. n. 437. & seq.

Focus. p. 209. n. 645.



Focus Imaginarius. p. 209. n. 646.

G.

Gradus latitudinis accedendo ad polos augentur.  
p. 388. n. 1359.

Gravia non ad centrum Telluris tendunt. p. 387.  
n. 1356.

Gravitas. p. 18. n. 74. & seq. p. 333. n. 1193. & seq.

— respectiva. p. 113. n. 350.

— specifica. p. 111. n. 337.

— universalis est. p. 333. n. 1193. & seq.

— in superficiebus Planetarum. p. 354. n. 1245.

Gutta fit Spharica p. 11. n. 36.

H.

Heterogeneum corpus. p. 111. n. 336.

Heterogenei radii. p. 256. n. 838.

Homogeneum corpus. p. 111. n. 335.

Homogenei radii. 256. n. 837.

Horizon. p. 315. n. 1083.

I.

Ignis proprietates. p. 185. n. 551. & seq.

Aëris actio in Ignem. p. 190. n. 575. p. 139. n. 592.  
& seq.

Impactio. vide Percussio.

Immersa corpora. p. 112. n. 343. & seq.

Inertia corporis. p. 4. n. 13.

Intensitas Pressionis. p. 16. n. 62.

Iris. p. 273. n. 871. & seq.

Judicium de magnitudine Solis & Luna prope Ho-  
rizontem. p. 328. n. 729.

Jupiter. p. 290. n. 950.

hujus densitas. p. 355. n. 1247.

— figura. p. 384. n. 1348.

— pondus. p. 354. n. 1242.

— vis in Martem. p. 361. n. 1260.

— vis in Saturnum. p. 359. n. 1257.

gravitas in hujus superficie. n. 1245.

L.



- I**atitudo corporis cœlestis. p. 299. n. 993.  
 ——— loci. p. 318. n. 1105.  
 Latitudinis circulus. p. 318. n. 1106.  
 Leges Naturæ. p. 2. n. 4. p. 39. n. 144. p. 40. n. 146.  
 p. 41. n. 148. p. 333. n. 1193. & seq.  
 Lens vitrea. p. 218. n. 687.  
 ——— objectiva. p. 236. n. 758.  
 ——— ocularis. ibid.  
 Lentium affectiones. p. 219. n. 689. & seq. vide vi-  
 fio.  
 Libra. p. 19. n. 83. & seq.  
 Lignum lucidum. p. 190. n. 576.  
 Liquefacta corpora. vid. Calor.  
 Locus. p. 14. n. 44. & seq.  
 Longitudo corporis cœlestis. p. 298. n. 990. & seq.  
 ——— loci. p. 319. n. 1108.  
 Lucidum corpus. p. 191. n. 581. p. 193. n. 590. &  
 seq.  
 Lumen. p. 191. n. 579. & seq.  
 Luminis Celeritas in variis mediis. p. 207. n. 635.  
 ——— inflexio. p. 197. n. 607. & seq.  
 ——— motus. p. 193. n. 588. 589.  
 ——— Radius. vide Radius.  
 ——— Reflexio. vide Reflexio.  
 ——— Refractio; vide Refractio.  
 Luna. p. 291. n. 954 & seq. p. 292. n. 964.  
 Lunæ densitas. p. 398. n. 1412.  
 ——— Eclipsis. p. 307. n. 1034. & seq.  
 ——— Figura. p. 399. n. 1416.  
 ——— Gravitas in superficie. p. 399. n. 1414.  
 ——— motus explicatio Physica. p. 363. n. 1267.  
 & seq.  
 ——— Phenomena p. 306. n. 1022. & seq. p.  
 314. n. 1079. & seq.  
 ——— Pondus. p. 398. n. 1413.  
 Lunatio. p. 306. n. 1025.



M.

**M**achinæ simplices. p. 23. n. 104. p. 26. n. 113. p. 28. n. 117. p. 29. n. 120. p. 30. n. 125. 126.

———— compositæ. p. 31. n. 128. & seq.

———— varia, quarum effectus ab aëris actione pendent. p. 164. n. 480. & seq.

Maculæ albicantes in cœlis. p. 332. n. 1192.

Magnitudo apparens. vide visus.

Maris Æstus. p. 391. n. 1380. & seq.

———— ——— ab actione Luna & Solis derivatur. p. 390. n. 1375. & seq.

Mars. p. 290. n. 948.

hujus Phenomena. p. 303. n. 1011. & seq. p. 311. n. 1059.

Materia cœlestis est subtilissima. p. 345. n. 1229.

———— — non movet corpora. n. 1230.

Materiæ quantitates in Planetis p. 354. n. 1242.

Medium Luminis. p. 199. n. 611.

Mensis Lunaris Periodicus p. 306. n. 1024.

———— ——— Synodicus. n. 1025.

Mercurius. p. 289. n. 945.

hujus Phenomena. n. 269. & seq.

Meridiani. p. 312. n. 1064. p. 318. n. 1101. 1102.

primus Meridianus. p. 318. n. 1107.

Meridiana linea. p. 318. n. 1104.

Molle corpus. p. 10. n. 31.

Mobile est corpus. p. 4. n. 12.

Motus. p. 13. n. 43.

———— acceleratus. p. 42. n. 149.

———— apparens. p. 294. n. 970. & seq. p. 297. n. 979. & seq.

———— compositus. p. 41. n. 147. p. 90. n. 289. & seq.

———— directio. p. 15. n. 54.

———— diurnus. p. 311. n. 1061. p. 312. n. 1067. & seq.

———— fluidorum. p. 118. n. 370. & seq.

———— in antecedentiâ. p. 288. n. 934.

———— in consequentiâ. n. 935.

Mo-



Motus *Leges* p. 39. n. 144. p. 40. n. 146 p. 41. n. 148.  
 ——— *Luminis. vid.* Lumen.  
 ——— *relativus.* p. 13. n. 47.  
 ——— *resolutio.* p. 90. n. 289.  
 ——— *retardatus.* p. 42. n. 150.  
 Microscopium. p. 235. n. 754. & seq.  
 ——— *compositum magis amplificat.* p. 236. n. 751.  
 Myops. *vide* Oculus.

## N.

Nadir. p. 316. n. 1087.  
 Nigra corpora tardius cateris incalescunt. p. 282. n. 897.  
 Nodi Planetarum. p. 288. n. 928.  
 ——— *linea Nodorum.* n. 929.  
 Novilunium. p. 306. n. 1029.  
 Nubeculæ duæ in Cœlis. p. 331. n. 1188.

## O.

Occasus Siderum. p. 316. n. 1085.  
 Occidens. p. 316. n. 1089.  
 Octava. *vide* Consonantia.  
 Oculi explicatio. p. 222. n. 706.  
 Mutationes in Oculo. p. 225. n. 713. & seq.  
 Vitium Myopum corrigitur. p. 234. n. 752.  
 Vitium Semum corrigitur. p. 233. n. 750.  
 Opacitas p. 253. n. 830. & seq.  
 Opacum corpus. p. 221. n. 703.  
 Oppositio corporum caelestium. p. 299. n. 998.  
 Oriens. p. 316. n. 1088.  
 Ortus Siderum. (11) p. 316. n. 1084.

## P.

Parallaxis Syderum. 317. n. 1093. & seq.  
 ——— *annua.* p. 329. n. 1175. 1176.  
 Partium subtilitas. p. 8. n. 23. & seq.  
 Pellucida corpora p. 253. n. 828. & seq.  
 Pendulum. p. 49. n. 171.  
 ——— *compositum.* p. 55. n. 187.  
 Pendulorum motus. p. 49. n. 172. & seq.

Penum-



- Penumbra. p. 309. n. 1047.  
 Percussio corporum. p. 78. n. 251. & seq.  
 ——— corporum Elasticorum. p. 85. n. 278. & seq.  
 ——— directa. p. 80 n. 258.  
 ——— obliqua. p. 92. n. 294. & seq.  
 Perihelia Planetarum. p. 287. n. 923.  
 Phænomena Naturalia. p. 1. n. 2.  
 Phosphorus urinae. p. 189. n. 573.  
 ——— in vacuo. p. 194. n. 594.  
 Physica. p. 2. n. 3.  
 Planetæ. p. 286. n. 914. & seq.  
 ——— Inferiores. p. 290. n. 951.  
 ——— Phænomena. p. 299. & seq.  
 ——— Primarii. 286. n. 915. 917. & seq.  
 ——— Secundarii. ibid. n. 916. p. 291. n. 952.  
 & seq.  
 ——— Phænomena. p. 304. n. 1017. & seq.  
 ——— Superiores. p. 290. n. 951.  
 ——— Phænomena. p. 303. n. 1011. & seq.  
 Planetarum distantia. p. 289 n. 943. & seq.  
 ——— dimensiones. p. 292. n. 962. p. 354. n. 1243.  
 ——— figura determinantur. p. 383. n. 1343.  
 & seq.  
 ——— motuum explicatio Physica p. 356. n. 1250.  
 ——— secundariorum motus distantia &c. p. 290.  
 & seq. p. 304. n. 1017. & seq.  
 ——— horum motuum explicatio. p. 362. n. 1264.  
 & seq.  
 Planum inclinatum. p. 38. n. 139. & seq.  
 descensus super plano inclinato. p. 46. n. 161. & seq.  
 Plenilunium. p. 306. n. 1030.  
 Polus Antarcticus p. 313. n. 1077.  
 ——— Arcticus. ibid.  
 Poli Eclipticæ. p. 299. n. 994.  
 ——— Mundi. p. 311 n. 1060.  
 ——— Planetæ. p. 289. n. 940.  
 Circuli Polares. p. 311. n. 1078. p. 318. n. 1101.  
 Pondus Corporis. p. 18. n. 75.



Potentia. p. 15. n. 55. & seq.  
 ——— obliqua. p. 33. n. 129. & seq.  
 Præcessio *Æquinoctiorum*. vide *Æquinoctia*.  
 Pressio. vide *Potentia*.  
 Projectio *gravium*. p. 58. n. 158. & seq.  
 Puncta *quietis in chordis agitata*. p. 183. n. 545.  
 546.

## Q

Quarta. vide *Consonantia*.  
 Quinta. vide *Consonantia*.

## R

Radians punctum. p. 209. n. 640.  
 Radius *luminis*. p. 197. n. 605.  
 Radii *convergentes*. p. 209. n. 643.  
 ——— *divergentes*. p. 208. n. 638.  
 ——— *Heterogenei*. p. 256. n. 837.  
 ——— *Homogenei*. p. 256. n. 836.  
 ——— *incidens*. p. 201. n. 617.  
 ——— *reflexus*. p. 240. n. 774.  
 ——— *refractus*. p. 201. n. 618.  
 ——— *per curvas in aëre moventur*. p. 308. n.  
 1043.  
 Reactio. p. 41. n. 148.  
 Reflexio *luminis*. p. 240. n. 773. & seq.  
 ——— *Soni*. p. 184. n. 547. & seq.  
 ——— *Undæ*. p. 152. n. 450.  
 Refractio *luminis*. p. 199. n. 612. & seq. p. 209. n.  
 646. & seq. p. 211. n. 655. & seq.  
 Siderum *Refractio*. p. 317. n. 1097. & seq.  
 Refrangibilitas *diversa in variis radiis*. p. 256.  
 n. 835.  
 ——— *in singulis constans est*. p. 260. n. 842.  
 ——— *quo major est, eo radii facilius reflectun-*  
*tur*. p. 264. n. 854.  
 Regulæ *philosophandi*. p. 3. n. 6. 7. & 8.  
 Repulsio *partium*. p. 11. n. 35. p. 12. n. 39.  
 Res *Naturales*. p. 1. n. 1.  
 Resistencia *fluidorum*. p. 119. n. 373. & seq.

Retar-



Retardatio gravium. p. 45. n. 158. & seq. p. 48. n. 169. & seq.

Retardatio corporum in fluidis motorum. p. 125. n. 386.

Retardationum comparatio n. 387. & seq.

———— cellatio cum gravitate. p. 123. n. 377.

Retardatio penduli in fluido. p. 128. n. 397. & seq.

———— corporis in fluido descendens. p. 130. n. 400. & seq.

———— corporis in altum adscendentis. p. 131. n. 404. & seq.

Rotæ dentata. p. 27. n. 115.

S.

Sagitta chordæ flexæ. p. 97. n. 303.

Satellites. vide Planetæ Secundarii.

Saturnus. p. 290. n. 950.

hujus densitas. p. 355. n. 1247.

———— gravitas in superficie. p. 354. n. 1245.

———— Phenomena. p. 303. n. 1011. & seq.

———— pondus. p. 354. n. 1242.

———— vis in Jovem. p. 360. n. 1259.

Sectio fluminis. p. 144. n. 436.

Sesquiditonus. vide Consonantia.

Signa Zodiaci. vide Zodiacus.

Sipho. p. 165. n. 481.

Sol. p. 289. n. 944.

hujus densitas. p. 355. n. 1247.

———— Eclipsis. p. 307. n. 1033. 1035. 1037. p. 309. n. 1046. & seq.

———— gravitas in superficie. p. 354. n. 1245.

———— Phenomena. p. 297. n. 983. & seq. p. 311. n. 1058.

———— pondus. p. 354. n. 1242.

Soliditas Materia. p. 3. n. 10.

Solstitia. p. 323. n. 1142.

Sonus. p. 177. n. 509. & seq.

hujus celeritas. p. 178. n. 518. & seq.

———— intensitas. p. 180. n. 525. & seq.

S<sub>2</sub>

Spa-



Spatium. *vide* Vacuum.

Specula cylindrica. p. 252. n. 827.

———— plana. p. 245. n. 792. & seq.

———— spherica. p. 246. n. 795. & seq.

———— spherica cava. p. 247. n. 804. & seq.

———— spherica convexa p. 246 n. 798.

Sphæra obliqua. p. 319. n. 1112. & seq.

———— parallela. *ibid.* n. 1110. & seq.

———— recta. p. 321. n. 1125. & seq.

Stellæ fixæ. p. 286 n. 911 p. 330. n. 1176. & seq.

———— informes. p. 331. n. 1183.

———— nebulosæ. *ibid.* n. 1185.

Suspensionis puncta. p. 20. n. 86.

Système Planetarium. p. 285. n. 909. & seq.

*hujus explicatio physica.* p. 356. n. 1250. & seq.

Syzygiæ. p. 307. n. 1031.

T.

Telescopium. p. 237. n. 762. & seq.

———— Astronomicum. *ibid.* n. 763. & seq.

———— rebus terrestribus videndis aptum. *ibid.* n. 766. p. 238 n. 770.

quare minus sunt perfecta Telescopia. p. 264. n. 853.

Tellus. p. 290. n. 947.

*hujus diameter.* p. 292. n. 963.

Phænomena ex *hujus* motu. p. 312. n. 1067. & seq. p. 315. n. 1082. & seq.

Tempestates annuæ. p. 327. n. 1163. & seq.

Tempus. p. 14. n. 48. & seq.

———— medium. p. 322. n. 1132.

Tonus. p. 181. n. 529. & seq.

Trochlea. p. 19. n. 81. p. 27. n. 116. & seq.

Tropici. p. 313. n. 1076. p. 318. n. 1101.

Tuba Stentoria. p. 184. n. 550.



## V.

- V**acuum possibile est. p. 4. n. 15. 16.  
 ——— hujus proprietates. p. 6. n. 17. 18.  
 ——— datur. p. 342. n. 1226. & seq.  
 Vectis. p. 23. n. 104. & seq.  
 Velocitas. p. 14. n. 51.  
 ——— respectiva. p. 80. n. 256. 257.  
 Venus. p. 289. n. 946.  
 hujus Phænomena. p. 299. & seq. p. 311. n. 1059.  
 Via lactea. p. 331. n. 1186. & seq.  
 Vibrationes Pendulorum. vide Pendulum.  
 ——— chorda tensa. p. 100. n. 311. & seq.  
 ——— Lamina Elastica. p. 103. n. 319.  
 Vis insita. p. 40. n. 145. p. 75. n. 240.  
 Visus. p. 224. n. 707. & seq.  
 judicium de distantia. p. 228. n. 723. & seq.  
 magnitudo apparens. ibid. n. 727.  
 judicium de magnitudine. ibid. n. 728.  
 Visio per vitra. p. 229. n. 730. & seq.  
 Vitra ustoria. p. 220. n. 698.  
 Vitrum lucidum ex attritu. p. 187. n. 560. 563. 564.  
 Unda in fluidi superficie. p. 150. n. 447.  
 hujus latitudo. p. 150. n. 448.  
 ——— motus, reflexio &c. p. 150. n. 449. & seq.  
 Unda in aëre. p. 166. n. 484. & seq.  
 Unifonus. vide Consonantia.

## Z.

- Z**enit. p. 316. n. 1086.  
 Zodiacus. p. 299. n. 995.  
 ——— hujus signa. p. 298. n. 986. p. 330. n. 1178,  
 1179.  
 Zonæ. p. 324. n. 1146. & seq.

## F I N I S.



# CATALOGUS LIBRORUM,

Qui vel novissimè, vel paulo ante,  
apud PETRUM VANDER Aa  
prodierunt.

**T**hesaurus Antiquitatum & Historiarum Italiae, Mari Ligustico & Alpibus Vicinae; Collectus Cura & Studio Joannis Georgii Grævii, Tomus I<sup>us</sup> II<sup>us</sup> & III<sup>us</sup> in folio, 6. voll. *cum figuris.*

Thesaurus Antiquitatum & Historiarum Italiae, Neapolis, Siciliae, Sardiniae &c. Digeri olim coeptus Cura & Studio Joannis Georgii Grævii, nunc ex Consilio & cum Præfationibus Petri Burmanni, Tomus IV<sup>us</sup> V<sup>us</sup> VI<sup>us</sup> VII<sup>us</sup> VIII<sup>us</sup> & IX<sup>us</sup> in folio, 21. voll. *cum figuris.*

—— Tomus X<sup>us</sup> Siciliam, Sardiniam &c. complectens, in folio, 13. voll. *cum figuris*, brevi prodibit.

Opusculum Anatomicum: de fabrica Glandularum in corpore humano, continens binas Epistolas quarum prior est Hermannii Boerhaave, super hac re, ad Fredericum Ruyschium;  
al-



# CATALOGUS LIBRORUM.

altera F. Ruyschii ad H. Boerhaave,  
qua priori respondetur, *in 4°. cum*  
*figuris.*

Hermanni Boerhaave Index primus  
Plantarum quæ in Horto Academico  
Lugduno-Batavo reperiuntur, *in 8°.*

—— Index alter Plantarum quæ  
in Horto Academico Lugduno-Bata-  
vo aluntur, *in 4°. 2 voll. 1720. cum figur.*

—— de comparando certo in Phy-  
sicis, *in 4°.*

—— de Chemia suos errores expur-  
gante, *in 4°.*

—— de Vita & Obitu Viri Cla-  
rissimi Bernhardi Albini, *in 4°.*

Guiljelmi Jacobi 's Gravesande  
Physices Elementa Mathematica, Ex-  
perimentis confirmata, sive Introdu-  
ctio ad Philosophiam Newtonianam,  
*in 4°. cum figuris. 2 voll.*

—— Institutiones Philosophiæ  
Newtonianæ, in usus Academicos, *in*  
*12°. cum figuris.*

Johannis Jacobi Scheuchzeri Herba-  
rium Diluvianum, Editio Novissima,  
duplo auctior, in folio, *cum figuris.*

Oygetos Pontus Helveticus, sive Itinera  
per Helvetiæ Alpinas Regiones facta  
Annis 1702. 1703. 1704. 1705. 1706.

S. 4

1707.



# CATALOGUS

1707. 1709. 1710. 1711. Plurimis Tabulis æneis illustrata à *Johannes Jacobo Scheuchzero*, Tigurino, Med. D. Math. Prof. Acad. Leopoldino-Carolinæ & Socc. Regg. Anglicæ ac Prussicæ Membro. In Quatuor Tomos Distincta. In Quarto 4. voll.

Thesaurus Imaginum Piscium Testaceorum; quales sunt Cancræ, Echini, Echinometra, Stellæ Marinæ, &c. Ut & Cochlearum; inter quas numerantur Lunares, Laciniatæ; Trochii, Valvatæ, sive Semilunares; Valvatæ Striatæ; Cassides tuberosæ, verrucosæ, læves & Murices; Globosæ; Buccinæ; Strombi; Volutæ; Alatæ; Porcellanæ majores & minores; Cylindri, &c. quibus accedunt Conchylia, ut Nautilus, Cornu Ammonis, &c. Conchæ Univalviæ & Bivalviæ; quarum species sunt Solenes Univalvii, Chamæ asperæ, Chamæ læves, Pectines, Pectunculi, Tellinæ, Solenes, Bivalvii, Musculi, Pinnae, Ostrea, &c. Denique Mineralia; uti Metalla, Lapides & Argillæ, variis in locis reperta. Quorum omnium maximam partem *Georgius Everhardus Rumphius M. D. Et*  
Aca-



# LIBRORUM.

*Academiae Caesaræ Naturæ Curiosorum Collega, dictus Plinius Indicus, collegit, jam vero Naturæ Amator & Curiosus quidam in hunc ordinem digessit, & nitidissimè æri incidi curavit.*

*In folio. cum figuris.*

*Seb. Vaillant Sermo de Structura Florum, horum differentia; usuque partium eos constituentium, habitus in ipsis auspiciis Demonstrationis publicæ Stirpium in Horto Regio Parisino 10. Junii 1717. & Constitutio Trium novorum generum Plantarum; Araliastrum, Scherardiae, Boerhaavie. Cum descriptione duarum Plantarum novarum genere postremo Inscriptarum. in 4º.*

*Job. Wilson Principia Trigonometriæ; succincte demonstrata in 8º.*

*R. Mosè Maimonidis Constitutiones de Siclis; quas Latinitate donavit & notis illustravit Johannis Esgers. in 4º.*

*Fundatoris, Curatorum & Professorum Celeberrimorum, aliorumque Illustrum Virorum, quorum gratiâ, favore, curâ, Doctrinâque Academia Lugduno-Batava incepit, auctaque & ornata est, Effigies: Nec non Urbis, Academiae ejusque Horti, Templorum notabiliorumque publicorum*



# CATALOGUS

Ædificiorum prospectus. *in Fol. 2. voll.*

*Job. Marckii*, Sylloge Dissertationum Philologico-Theologicarum, ad selectos quosdam textus Veteris Testamenti. Argumenta præcipua, de Shalem Melchisedeciana, Circumcisione Tisporica, Vestitu Annuo Pontificis, Hirco Hazazelis, Incestu Vetito, Divini Nominis Interdicto, Israëlitis Jubilæis, Synedrii Magni Originibus, Corachi Historia, Propheta simili Moysi, Divortiorum Lege, Jiphtachi Voto, Hendorica Pythonissa, &c. Paulo Plenius exponuntur, & quorundam Psalmorum Analyses Exegeticæ miscentur. Cum Indice Textuum, Rerumque & vocum, necessario, in 4<sup>o</sup>.

Marmorea Basis Colossi *Tiberio Cæsari* Erecti ob Civitates Asiæ Restitutæ post horrendos terræ Tremores. Cujus Colossi fides a Jo. Meursio oppugnata defenditur, tantum non oculis exhibetur & venusta proponitur. Tempus, numerus & nomina Civitatum restitutarum ubique falsus & varius ab recentibus Commentatoribus traditus; verus & certus ex Marmorea Basi publico instrumento feliciter probatur. Primus trans Alpes vulgavit, revocavit,



## LIBRORUM.

vit, notis uberioribus & novis observationibus ac nummis illustravit *Laurentius Theodorus Gronovius*. in 8°.

*Petri Magnol Hortus Regius Botanicus Monspeliensis*, in 8°. cum figuris. 7

*Catalogus Librorum tam Impressorum quam Manuscriptorum Bibliothecæ publicæ Universitatis Lugduno Batavæ*. in folio.

*Thom. Crenii Analecta Critico-Historica*. in Octavo.

—— *Fascis Exercitationum Philolog. Histor. tom. II. III. IV. & V.* in Octavo.

—— *Musæum Philologicum & Historicum*, in Octavo. 2. voll.

*Disputationes Theolog. Philolog. & Philosophicæ habitæ sub Præsidio Professorum earund. Facult. in Acad. Leid. ab A°. 1715. usque ad præsens tempus*, in 4°.

*Desiderii Erasmi Roterodami Opera Omnia*, emendatiora & auctiora, ad optimas editiones præcipuè quas ipse Erasmus postremò curavit summa fide exacta, Doctorumque Virorum notis illustrata. In decem tomos distincta, quorum primo, in hac Editione, præfixa sunt Elogia & Epi-



# CATALOGUS

raphia Erasmi, a Viris Doctis conscripta, nec conjunctim unquam antea sic edita, cum Indicibus totius Operis copiosissimis. *in fol. xi. voll. cum fig.*

*Desiderii Erasmi opera, Charta Majori.*

—— Paraphrases omnes in Novum Testamentum. Editio nova, accuratior & emendatior, in qua accessere summaria singulorum Capitulum, Versio Vulgata margini adjecta, Versuumque numeri adnotati. *In folio.*

—— Epistolæ omnes, plusquam quadringentis novis, ut & Iconibus Doctorum Virorum auctiores, *in folio. 2. voll.*

*Ant. Ferratii Selectæ Quæstiones. in 8º.*

*Gesta Francisci Mauroceni. in 4º.*

*Christoph. Helvici Elenchi Judaiei. Probus de Monarchia regni Israël. Eglini Captivitatis Babylonicae Historia, in 8º.*

*Jocoseriæ Dissertationes. in 12º.*

*Henr. Kippingii Antiquitatum Romanarum libri quatuor. Quibus continentur Res Sacræ, Civiles, Militares, Domesticæ. Editio novissi-*

ma



# LIBRORUM.

ma & multo studio passim emendata, cui accesserunt Notæ quædam Viri docti, Figuræ ex antiquis Monumentis selectissimæ, & *Justi Lipsii* Opuscula rariora, quæ in Corpore reliquorum ejus Operum non extant. *In 8°.*

*Ger. Noodt* Opera Varia. *In 4°.*

Novum Testamentum, Græcè & Latinè, ex versione & cum annotationibus, singulis paginis subjectis, *Desiderii Erasmi Roterodami*, Editio nova, accuratior & emendatior. *in folio.*

*Nouveau Theatre du Monde, ou la Geographie Royale, composée des nouvelles Cartes très exactes, dressées sur les observations de Messieurs de l'Académie Royale des Sciences à Paris, sur celles des plus celebres Geographes, sur de nouveaux memoires & rectifiées sur les Relations les plus recentes des plus fidèles Voyageurs. Avec une Description Geographique & Historique des quatre parties de l'Univers, desquelles l'Europe en detail est écrite par Mr. Guedenville & les trois autres parties par Mr. Ferrarius. Ouvrage qui donne une Idée claire & facile de la Terre, & de ce qu'elle comprend de plus considerable. in folio, en forme d'un Atlas.*



# CATALOGUS

Oeuvres de M<sup>r</sup>. Mariotte, divisées en deux Tomes, Imprimées sur les Exemplaires les plus exacts & les plus complets, revuës & corrigées de nouveau. 4<sup>o</sup>. 2. voll. avec figures.

Oeuvres de M<sup>rs</sup> Perrault en Physique & en Mechanique, 4<sup>o</sup>. 2. voll. avec Figures.

La plus nouvelle Academie Universelle des Jeux, contenant les Regles des Jeux de Cartes permis; des Echecs, du Triâtrac, &c. Avec des Instructions faciles pour apprendre à les bien jouer. Dernière Edition, revû, corrigé, augmenté & enrichi des Figures en Taille-douce, 2. Tomes, 12<sup>o</sup>.

Voyages très curieux & très renommez, faits en Moscovie, Tartarie, & Perse, par le Sr. Adam Olearius, Bibliothecaire du Duc d'Holslein, &c. Dans lesquels on trouve une Description curieuse, & la Situation exacte des Païs & Etats, par où il a passé, tels que sont la Livonie, la Moscovie, la Tartarie, la Medie, & la Perse, & où il est parlé du Naturel, des Manières de vivre; des Mœurs, & des Coutumes de leurs Habitans; du Gouvernement Politique & Ecclesiastique; des Raretez qui se trouvent



# LIBRORUM.

vent dans ces Pais; & des Ceremonies qui s'y observent. Traduits de l'Original, & augmentez par le Sieur de Wicquefort. Auteur de l'Ambassadeur & de ses Fonctions. Nouvelle Edition, revue & corrigée exactement, augmentée considérablement, tant dans le Corps de l'Ouvrage, que dans les Marginales, & surpassant en bonté & en beauté les précédentes Editions. A quoi on a joint des Cartes Geographiques, des Representations des Villes, & autres Tailles douces très belles & très exactes. in Folio 2. voll.

Voyages Celebres & Remarquables, faits de Perse aux Indes Orientales, par le Sr. Jean-Albert de Mandelslo, Gentilhomme des Ambassadeurs du Duc de Holstein en Moscovie & Perse. Contenant une Description nouvelle & très curieuse de l'Indostan, de l'Empire du Grand-Mogol, des Iles & presque îles de l'Orient, des Roiaumes de Siam, du Japon, de la Chine, du Congo, &c. On l'on trouve la situation exacte de tous ces Pais & Etats, & où l'on raporte assez au long le Naturel, les Mœurs, & les Coutumes de leurs Habitans; leur Gouvernement Politique & Ecclesiastique; les Raretez qui se rencontrent dans ces Pais, & les Ceremonies qu'on y observe.



# CATALOGUS

*serve. Mis en ordre & publiez, après la Mort de l'Illustre Voïageur, par le Sr. Adam Olearius, Bibliothecaire du Duc de Holstein, &c. Traduite de l'Original, par le Sieur A. de Wicquefort, Auteur de l'Ambassadeur & de ses Fonctions. Nouvelle Edition, revue & corrigées exactement, augmentée considérablement, tant dans le Corps de l'Ouvrage qu'aux Marginales, & surpassant en bonté & en beauté les précédentes Editions. On y a encore ajouté des Cartes Geographiques, des Representations des Villes, & autres Tailles-douces, très belles & très exactes. On y trouve à la fin une Table des Matieres fort ample & fort exacte, in Folio, 2. vol.*

*Les Comedies de Plaute, nouvellement Traduites en Stile libre, naturel & naïf; avec des Notes & des Reflexions enjouées, agreables & utiles, de Critique, d'Antiquité, de Morale & de Politique; par Monsieur Guedeville. Enrichies d'Estampes en Tailles-douces à la Tête de chaque Tome & de chaque Comedie. Divisées en dix Tomes. En grand douze.*

*Les Colloques d'Erasme, Ouvrage très intéressant; par la diversité des Sujets, par l'Enjouement, & pour l'Utilité*



## LIBRORUM.

*té Morale: Nouvelle Traduction Par Monfr. Guedeville, Avec des Notes, & des Figures très-ingenieuses. Divisées en 6. Tomes. En grand douze.*

*Recueil des belles Tailles-douces, en maniere Noire; Peints, Dessinées ou Gravées par les celebres Maîtres, F. Parmens, Spagnolet, W. Vaillant, J. van Someren, D. Teniers, P. Picart, & autres. In Folio.*

*Divers Ouvrages de belles Figures; Peints, Dessinées, ou Gravées par divers Maîtres très Renommez, savoir: A. Carats, G. Reni, A. Corregio, J. Callot, Guarçin, S. Vouet, J. le Pautre, Rembrant, A. F. vander Meulen, A. Collart, & autres. In Folio.*

*Bosse Ordres de l'Architecture Antique, fol.*

*Delices de l'Espagne & du Portugal, où l'on voit une description exacte des Antiquitez, des Provinces, des Montagnes, des Villes, &c. Le tout enrichi de Figures en taille-douce, dessinées sur les lieux mêmes, par Don Juan Alvares de Colmenar, in 12°. 5. voll.*

*— de la Grand' Bretagne, & de l'Irlande; où sont exactement décrites les Antiquitez, les Provinces, les Villes, les Bourgs, les Montagnes, &c. par J. Beeverel, in 12°. 9. voll. De-*



# CATALOGUS

*Delices de l'Italie, qui contiennent une Description exacte du Pays, des principales Villes, de toutes les Antiquitez, & de toutes les raretez, qui s'y trouvent, par les S<sup>rs</sup>. de Rogissart, & H. \*\*\* Dernière Edition, revue & augmentée de nouveau, beaucoup plus correcte que les précédentes, & enrichie de plusieurs nouvelles Figures en taille-douce, par Jean de la Faye, in 12<sup>e</sup>. 6. voll.*

*Delices de Leide, une des celebres Ville de l'Europe, qui contiennent une Description exacte de son Antiquité, de ses divers Aggrandissemens, de son Academie, de ses Manufactures, de ses Curiositez, &c. le tout enrichi de Tailles-douces, in 8<sup>o</sup>.*

*Delices de l'Ancienne Rome, la principale des Villes de l'Europe, avec toutes ses Magnificences & ses Delices; divisée en quatre Tomes, par le Sr. François Deseine, in 12<sup>o</sup>.*

*Delices de Rome Moderne, première Ville de l'Europe, avec toutes ses Magnificences & ses Delices; nouvellement & tres exactement décrite & illustrée par des tailles-douces, avec une description tres-exacte du Gouvernement & de l'Etat de Rome, aussi bien que de ses Fêtes, Fonctions publiques du Pape & de tous ceux*



# LIBRORUM.

ceux qui ont des Emplois auprès de lui, des Cavalcades & autres Ceremonies ordinaires & extraordinaires tant publiques que particulieres de la Cour de Rome, Avec les revenus & depenses du Pape; le tout divisées en six Tomes, par le Sr. François Deseine, in 12°.

*Delices de la Suisse, ou l'on void tout ce qu'il y a de plus remarquable dans la Suisse, & dans ses Alliez qui composent le Louable Corps Helvetique: la Description des Villes, Bourgs, Chateaux; la nature de l'air & du terroir; les Antiquitez du Pays, & les raretez de la Nature; le Naturel, les Mœurs & la Religion des habitans; leurs Gouvernemens differens, leurs Alliances mutuelles & leurs interêts communs; avec un Memoire instructif sur les causes de la guerre qui est arrivée en Suisse, dans l'An 1712. Par le Sr. Gottlieb Kypfeler de Munster le tout enrichi de très belles figures, & Cartes Geographiques, dessinées sur les originaux, in 12°. 4. voll.*

*Fleury Devoirs des Maitres, &c. 12°.*

*Le Grand Theatre Historique, ou Nouvelle Histoire Universelle; tant Sacrée que Profane, depuis la Creation du Monde, jusqu' au commencement du XVIII. Siecle, in Folio 5. voll. en grand papier.*

*Le*



## CATALOGUS LIBRORUM.

*Le Suite du Grand Theatre Historique, ou les Portraits de plus Illustres Papes, Empereurs, Rois, Princes, &c. in Folio.*

*Bosse Ordres de l'Archit. Antique. fol.*

*Morale de Tacite, par Amelot, 12°.*

*Post Oeuvres d'Architecture; In folio, avec très belles figures.*

*Pautre Oeuvres d'Architecture, fol.*

*Theatre de Mr. Fontaine, in 12°.*

*Recueil de plusieurs Machines de Nouvelle Invention. Ouvrage Posthume de Mr. Claude Perrault, de l'Academie Royale des Sciences, 4°.*

*Scamozzi Oeuvres d'Architecture, traduites nouvellement par Mr. Dury; avec les Planches originales: Le tout revu & exactement corrigé sur l'Original Italien. In Folio.*

*Vignole Regles des cinq Ordres d'Architecture, avec plusieurs Augmentations de Michel Ange Buonaroti, Nouvellement revûes, corrigées & augmentées par Mr. Dury, in 8°.*

*Vingboons Oeuvres d'Architecture fol. 2. voll. avec figures.*

