

Recherches géométriques sur la diminution des degrés terrestres en allant de l'Equateur vers les pôles. Où l'on examine les conséquences qui en résultent, tant à l'égard de la figure de la terre, que de la pesanteur des corps, & de l'accourcissement du pendule / par M. de Mairan.

Contributors

Mairan, Dortous de, 1678-1771.

Publication/Creation

[Place of publication not identified] : [publisher not identified], [1720?]

Persistent URL

<https://wellcomecollection.org/works/c28974d3>

License and attribution

This work has been identified as being free of known restrictions under copyright law, including all related and neighbouring rights and is being made available under the Creative Commons, Public Domain Mark.

You can copy, modify, distribute and perform the work, even for commercial purposes, without asking permission.

**wellcome
collection**

Wellcome Collection
183 Euston Road
London NW1 2BE UK
T +44 (0)20 7611 8722
E library@wellcomecollection.org
<https://wellcomecollection.org>

RECHERCHES GEOMETRIQUES
SUR LA DIMINUTION
DES DEGRES TERRESTRES

En allant de l'Equateur vers les Poles.

Où l'on examine les consequences qui en résultent, tant à l'égard de la figure de la Terre, que de la pesanteur des corps, & de l'accourcissement du Pendule.

Par M. DE MAIRAN.

I. SOIT la Terre *ADBE* un Spheroïde oblong formé par la révolution de la courbe *ADB*, autour de l'axe *AB*, telle que coupant cet axe, & le diametre *DE*, à angles droits, aux points *A*, *B*, & *D*, elle soit toujours concave vers le point d'intersection *C*, qui est aussi le centre de la Figure *ADBE*: ou, pour fixer l'imagination, regardons *ADBE* comme une ellipse dont *AB* est le grand axe, *DE* le petit axe, & *C* le centre. *AB* représentera aussi l'axe de révolution diurne de la Terre; *A* & *B* ses poles; *C*, son centre; & *DE* l'équateur, ou la commune section du plan de l'équateur, & du plan de l'ellipse ou meridien elliptique *ADBE*.

24 & 27
Juillet, &c.
1720.
FIG. I.

II. Je suppose la direction selon laquelle la pesanteur agit sur la Terre, toujours, & par-tout perpendiculaire à sa surface. J'en donnerai la raison à priori dans la suite de ~~ces~~ recherches. Cependant on peut remarquer ici, que cette supposition ou ce fait n'est pas moins incontestable par l'expérience, que conforme à la raison. Si la chose étoit autrement, comment est-ce qu'un Vaisseau pourroit demeurer en repos sur la surface de la Mer! comment se soutiendroient les eaux de la Mer même! ce seroit un fluide

2

qui étant sur le haut d'un véritable plan incliné, ne tomberoit jamais vers le lieu le plus bas. D'ailleurs il n'y a plus d'inductions à tirer de l'inégalité des degrés terrestres, par rapport à la figure de la Terre, si la direction des poids, & le Zenit, qui en est une suite, ne sont pas toujours perpendiculaires à l'horizon de chaque lieu: puisque la différence étendue des degrés d'un Meridien, ou les différentes hauteurs de Pole qui les déterminent, sont nécessairement relatives au Zenit, ou n'ont même été observées le plus souvent que par le moyen du Zenit. Je suis donc persuadé, & je le supposerai toujours dans ces recherches, que la perpendicularité des directions des poids à l'égard de la surface de la Terre, & vrai-semblablement à l'égard de la surface de toute autre Planete, est une des loix des plus inviolables de la nature.

III. Donc si l'on imagine une infinité de corps pesants $A, Q, R, D, \&c.$ sur le Meridien $ADBE$, leurs directions de pesanteur vers le centre ou vers l'axe de la Terre, seront $AG, QS, R\uparrow, DO, \&c.$ perpendiculaires à la courbe $ADBE$ ou à ses tangentes, aux points $A, Q, R, D, \&c.$ & par la theorie des Développées, le concours de ces directions formera une autre courbe $GOHK$, développée de $ADBE$, dont $AG, QS, \&c.$ sont les rayons, & coupent une partie GH , de l'axe AB , de part & d'autre du centre C , égale, dans l'ellipse, à la différence de l'axe AB & de son Parametre. Et parce que la même chose arrive à l'égard de tout autre Meridien, le concours de toutes les directions perpendiculaires à la surface entiere de la Terre, produira une surface courbe, qui est la même que celle du Sphéroïde pointu $GKHO$, qui se formeroit par la révolution de la Développée GOH , autour de l'axe GH . De sorte qu'en quelque endroit qu'on imagine une section du Sphéroïde oblong $ADBE$, par le plan d'un de ses meridiens, elle sera toujours semblable à celle-ci.

Il suffira donc de chercher ce qui doit arriver à une seule, ou même à la moitié, ou au quart d'une seule de ces sec-

tions : parce que nous supposerons toujours, que les quatre parties d'un Meridien comprises dans les quatre angles droits que l'axe AB & le diametre DE font autour du centre C , sont égales & semblables.

DEFINITIONS.

IV. J'appellerai *Lignes de tendance des graves* les parties DC, RP, QY , &c. des rayons DO, RT, QS , &c. interceptées entre le Meridien ADB , & l'axe AB ; & *Lieu de tendance des graves*, la partie GH , de l'axe, à laquelle toutes les lignes de tendance vont aboutir.

Lorsqu'il s'agira du Spheroïde aplati formé par la révolution de l'Ellipse ou ovale quelconque $ADBE$ autour de son petit axe DE , les lignes QY, RP , &c. seront de même les lignes de tendance, & GH le lieu de tendance des graves.

Il faut seulement remarquer qu'alors la partie GH du grand axe de l'ellipse generatrice $ADBE$, ne represente le lieu de tendance des graves qu'à l'égard d'un seul Meridien, & que le lieu de tendance de tous les Meridiens ensemble, ou du Spheroïde entier, se change en un espace circulaire autour du centre C , dans le plan AB de l'Equateur, & ayant GH pour diametre. Ce qui est évident par la generation du Spheroïde aplati.

Je me servirai dans tout ce Memoire des mêmes Lettres pour désigner les lignes & les points de la construction précédente. C'est-à-dire, que $ADBE$, ou simplement AD , marquera toujours un Meridien; C , le centre de ce Meridien & de la Terre; AB , l'axe dans l'hypothese du Spheroïde oblong; DE , l'Equateur; GTO , la Développée de la courbe AD , &c.

PROPOSITION I. Lemme.

V. Quelle que soit la nature de la courbe AD , pourvu que cette courbe soit telle, que les degrés terrestres aillent en diminuant de l'Equateur D , jusqu'au Pole A ; je dis que sa courbure ira en augmentant de D jusqu'en A ; ou, ce qui re-

1 ou simplement
Lignes de tendance

1 ou simplement lieu
de tendance,

1. 2

154 MEMOIRE
vient au même, que ses rayons osculateurs iront en diminuant de D vers A .

Il me paroît évident que dès-là qu'il faut parcourir un plus petit arc, & faire moins de chemin, en partant d'un point quelconque R , pris sur le Meridien AD , pour changer, par exemple, d'un degré d'élevation en allant vers A , qu'il n'en faut faire pour changer autant en allant vers D , il s'ensuit que la ligne AD augmente continuellement de courbure de D vers A , ou au contraire, que sa courbure diminue toujours en allant de A vers D . Car si AD étoit supposée infiniment peu courbe, c'est-à-dire, une droite tangente en D , ou en R , il faudroit faire des millions de lieues pour changer de degré d'élevation de Pole, & si au contraire AD étoit infiniment courbe, on en changeroit à chaque pas.

FIG. II.

Mais pour le démontrer plus particulièrement, ainsi que quelques personnes l'ont exigé; soient pris sur le Meridien DA , divers points de latitude D, R, Q , &c. qui déterminent sur DA des différences égales de latitude DR, RQ , &c. chacune, par exemple, d'une minute de degré, en commençant sous l'Equateur D . Si par les points D, R, Q , &c. & par leurs Zenits Z, F, I , &c. on imagine qu'il soit mené des droites ZDO, FRT, IQS , &c. il est clair,

1°. Que ces droites étant prolongées, feront entr'elles des angles ZOF, FTI , &c. égaux aux différences de latitude de D, R, Q , &c. Car si l'on mène des tangentes DF, RI, QH , &c. aux points D, R, Q , &c. on aura toujours, à cause des angles droits FDO, IRT , &c. l'angle $FDR = DOR$, l'angle $IRQ = RTQ$, &c. & parce que les différences de latitude FDR, IRQ , &c. sont supposées égales, l'angle $DOR = RTQ$.

2°. Que les lignes DO, RT, QS , &c. seront autant de rayons osculateurs à la courbe DA , qui formeront par leur concours en O, T, S , &c. la développée $GSTO$.

3°. Qu'à cause de la petitesse des angles DOR, RTQ , &c. qu'on peut supposer indéfiniment telle qu'on voudra,

on peut prendre $RT + TO$ pour une même ligne droite RO , & de même $QS + ST$ pour QT ; & les arcs DR , RQ , de la courbe quelconque DA , pour des arcs circulaires, qui seront la mesure des angles DOR , RTQ , &c.

Cela posé, il ne s'agit que de prouver que les rayons osculateurs DO , RT , QS , &c. vont en diminuant de D vers A ; ou $DO > RT$, &c.

On sçait que la valeur d'un angle peut être exprimée par l'arc de cet angle divisé par son rayon; ainsi $DOR = \frac{DR}{DO}$, $RTQ = \frac{RQ}{RT}$; & puisque $DOR = RTQ$, on a $\frac{DR}{DO} = \frac{RQ}{RT}$. Donc $DR \cdot RT :: DO \cdot RQ$. Mais (hyp.) $DR > RQ$, donc $DO > RT$, &c. Ce qu'il falloit démontrer.

On démontreroit réciproquement que la diminution des rayons osculateurs de D vers A , emporte nécessairement la diminution des arcs semblables DR , RQ , dans le même sens, d'où l'on concluroit l'inverse de ce qui étoit proposé. Mais il faut prendre garde qu'on est censé ignorer vers quel côté diminuent les rayons osculateurs, jusqu'à ce qu'on ait déterminé si $AC > DC$; car $AC < DC$ donneroit au contraire une augmentation de rayons de D vers A , comme on va voir par la proposition suivante. D'ailleurs on ne sçauroit dire que l'augmentation ou la diminution des rayons osculateurs se fasse d'un côté plutôt que d'un autre, dès qu'on ne conclut pas l'augmentation de courbure immédiatement de la diminution des arcs du Meridien vers le côté donné, & qu'on en demande une démonstration plus détaillée; puisque l'augmentation de courbure & la diminution des rayons osculateurs sont des conditions inséparables & comme identiques.

PROPOSITION II.

VI. Quelle que soit la nature de la courbe $ADBE$, pourvû FIG. III. que cette courbe soit telle que les degrés terrestres aillent toujours en diminuant de l'Equateur D , jusqu'au Pole A ;

Je dis que l'axe AB est plus grand que le diamètre DE de l'Equateur, ou, ce qui est la même chose, que $DC \leq AC$.

Pour le démontrer, je remarque 1°. Que puisque les degrés terrestres diminuent toujours de D vers A , *il s'ensuit*

T. que *2* Lemme La courbure de DA augmente continuellement de D vers A , & au contraire, diminue de A vers D . Ce qui exclut déjà de la question toute courbe qui auroit un point d'inflexion ou de rebroussement entre l'Equateur & le Pole, ou dont la courbure changeroit par sauts, & ne seroit pas toujours concave vers le centre C .

2°. La courbe AD , étant que Meridien, étant perpendiculaire en D au diamètre DE , & en A , à l'axe AB , ses rayons osculateurs aux points D, A , savoir DO, AG , ou Do, Ag , se confondent avec DE, AB , & étant prolongés ou non prolongés, se coupent, de même que ces diamètres ou axes, au centre C du spheröide quelconque $ADBE$. Donc OTG , ou otg développée du quart de Meridien AD , & lieu de tous les centres de ses rayons osculateurs, touchera DE & AB , prolongés ou non prolongés, en des points O, G , ou o, g .

3°. Puisque la développante AD tourne sa concavité vers C , sommet de l'angle ACE & de son opposé DCB , & que C est entre elle & sa développée OTG , ou otg , cette développée tournera sa convexité vers le même point C . Car toute développée est toujours concave ou convexe vers le même côté que la Développante; comme on le peut déduire de la 4. Prop. de M. *Huguens*, Horol. Oscill. part. 3. & comme l'a démontré M. *Varignon*, Mem. de l'Acad. 1712. p. 160.

D'où il suit que la courbe OTG , ou otg , étant que développée de la partie AD du Meridien, doit être comprise dans l'un des deux angles ACE , ou DCB , car dans tout autre ACD , ou ECB , elle ne pourroit être la développée que d'une autre partie DB , du Meridien ADB , ce qui est clair par tout ce qui vient d'être remarqué. Mais parce que la courbure de AD est plus grande vers A que vers D , (Lemme) ou, ce qui revient au même, que le rayon osculateur en A est plus petit que le rayon osculateur en D ,

&

ver apres avoir conge unje en moye

& que cela ne scauroit être avec toutes les conditions précédentes, à moins que le développement de la développée ne commence par un point *G* pris sur *AB* en deçà de *C* vers *A*, & ne continuë en allant de *A* vers *D*, jusqu'à ce que l'extrémité *R* du rayon développant se trouve sur le point *D*, & qu'il se confonde avec le diametre *DE*; par toutes ces raisons, dis-je, il est évident que la développée de *AD* sera toute renfermée dans l'angle *ACE*, comme l'est *GTO*, & qu'elle touchera les axes *AB*, *DE*, aux points *G*, *O*, l'un desquels, sçavoir, le point *O*, se trouve au dessous du centre *C* vers *E*, sur le demi-diametre *DC* prolongé; où il détermine le plus grand rayon osculateur *DO*.

Cela posé, on démontrera aisément que $DC < AC$.

Car le rayon *DO* est égal à chacun des autres *RT*, ou *AG*, &c. plus la partie à développer *TO*, ou *GO*, &c. La courbe *GTO* toute convexe vers le point *C*, est plus petite que les droites $OC + GC$, qui la comprennent. Donc $AG + GTO = DO = DC + CO < AG + GC + CO$. Donc ôtant de part & d'autre *CO*, il reste $DC < AG + GC = AC$, & partant $DC < AC$. Ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE.

VII. L'axe de révolution diurne *AB*, plus long que le diametre *DE* de l'Equateur, donne nécessairement une ovale pour chaque Meridien, & un Spheroïde oblong *ADBE* (Art. I. III.) pour le globe de la Terre.

PROPOSITION III. Lemme.

VIII. Ayant supposé la construction qui suit des démonstrations précédentes; *GOH* la développée du Meridien *ADB*; *DCO*, *RPT*, *QYS*, &c. ses rayons osculateurs;

FIG. L

Je dis que les lignes de Tendence *DC*, *RP*, *QY*, &c. vont en diminuant depuis la première *DC* égale au demi-diametre de l'Equateur & perpendiculaire à l'axe *AB*, jusqu'à la dernière *AG*, qui passe par le Pole *A*, & se confond avec l'axe.

Mem. 1720.

. Kk

Car puisque le rayon osculateur DO , qui coupe l'axe à angles droits, rencontre la développée au point de rebroussement O , la partie CO comprise entre cet axe & le point O , sera plus petite que la partie PT du rayon osculateur RT , comprise entre l'axe & la développée, plus la portion TO , de la développée; c'est à dire, $CO < PT + TO$, ou PO ; à cause que OC est perpendiculaire à AB , & que PO ne l'est pas, & qu'entre plusieurs lignes menées d'un point à une autre ligne, les plus longues sont celles qui lui sont le plus inclinées, ou qui forment avec elle un angle plus aigu. On démontrera de même que $PT < YS + ST$, & partant $OT + PT < OT + TS + SY$, & ainsi de suite de tous les rayons suivants jusqu'au dernier AG . Mais le rayon DO est égal à $DC + CO = RP + PT + TO = QY + YS + ST + TO$, &c. donc prenant de toutes ces sommes égales les lignes de Tendence DC, RP, QY , &c. & retranchant les restes, qui vont en croissant, on aura $DC > RP > QY > AG$. Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION IV.

FIG. IV. IX. Si la Terre est un Sphéroïde oblong formé par la révolution d'une courbe AD , telle qu'elle a été déterminée dans les articles précédents; & qu'on mene des points Q, R, D , &c. des ordonnées QM, RN, DC , &c. à l'axe de révolution AB ;

L'action de la force centrifuge, entant qu'elle est opposée à celle de la pesanteur, devra augmenter en allant des Poles vers l'Equateur, en raison composée du rapport des ordonnées QM, RN, DC , &c. & du rapport des sinus du complément de latitude des points Q, R, D , &c.

Et il faudra accourcir le pendule en allant des Poles vers l'Equateur.

* Disc. de
la Pesant.
p. 147.

Le sens de cette proposition se trouve dans M. *Huguens* * par rapport à la Terre sphérique; mais outre que la circonstance du Sphéroïde allongé rend un peu différente, j'ai crû devoir la démontrer, & l'expliquer ici, pour être plus clair, & plus court dans ce que j'ai à dire dans la suite.

Supposée

la proposition

Je suppose que les corps de même masse peseroient également sur des points quelconques de la surface de la Terre immobile, & que ce qu'il arrive de changement à leurs pesanteurs, selon le lieu où ils sont placés, ne vient que du mouvement journalier de la Terre.

Si l'on imagine ce mouvement autour de l'axe AB , il est clair (*constr.*) que les ordonnées QM, RN, DC , &c. représenteront les demi-diamètres des circonferences de cercle décrites par la révolution des points Q, R, D , &c. & par le *Theor. 1. De vi centrifuga*, de M. Huguens, que les forces centrifuges de ces points de la Terre seront entre elles, comme les circonferences, ou comme les rayons, ou les ordonnées (car c'est ici la même chose) QM, RN, DC , &c. Or ces ordonnées vont en augmentant depuis le Pole A , jusqu'à l'Equateur D ; donc les forces centrifuges vont aussi en augmentant dans le même sens.

X. De plus, la force centrifuge se trouve directement opposée à la pesanteur au point D , où elle agit suivant la même ligne de direction CD (*Art. II.*) au lieu qu'à tous les autres points, entre l'Equateur & le Pole, la direction de la Force centrifuge toujours perpendiculaire à l'axe de révolution AB , s'écarte de plus en plus des directions de la pesanteur RP, QY , &c. en approchant du Pole, & devient toujours plus oblique à l'horison, ou aux tangentes RF, QI , &c. menées par les points R, Q , &c. Et puisque cette obliquité est exprimée par les angles FRN, IQM , &c. égaux à RPA, QYA , &c. compléments des latitudes, ou par leurs sinus, lesquels sont d'autant plus grands que l'obliquité est moindre; donc l'action de la force centrifuge en allant des Poles vers l'Equateur, augmente comme les sinus du complément de latitude des points Q, R , &c. c'est pourquoi la force centrifuge, outre l'augmentation de l'Article précédent, ~~encore on augmentant~~, des Poles vers l'Equateur, comme les sinus du complément de latitude. Donc la force centrifuge considérée en ce qu'elle a de contraire à la Pesanteur, augmente dans le spherôide oblong

il Suit que

— augmentera en
en allant

240 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
depuis le Pole jusqu'à l'Equateur, en raison composée des
ordonnées à l'axe de révolution de la courbe generatrice du
Spheroïde & des sinus du complement de latitude.

Et parce que la Pesanteur doit diminuer d'autant que
l'effort contraire augmente, il suit, conformément aux ré-
gles de la chute des corps, que le Pendule à secondes doit
être plus court sous l'Equateur que sous les Poles.

PROPOSITION V.

XI. *La Force centrifuge à un degré de latitude quelcon-
que pris sur le Spheroïde oblong, entre l'Equateur & le Pole,
est plus petite par rapport à la Force centrifuge sous l'Equa-
teur, que ne l'est celle d'un degré de latitude semblable pris
sur la Sphere : ou, ce qui revient au même, la Force centri-
fuge augmente davantage, en allant des Poles vers l'Equa-
teur, sur le Spheroïde oblong, que sur la Sphere parfaite ; &
par consequent la Pesanteur diminuë davantage, & il faut
accourcir davantage le Pendule sous l'Equateur, dans l'hypo-
these du Spheroïde oblong, que dans celle de la Sphere parfaite.*

FIG. V.

Ayant décrit la courbe ovale quelconque $ADBE$, com-
me ci-dessus, & inscrit le cercle DHE , qui a pour rayon
la moitié du petit axe $D\&$; soit pris sur AD un point
quelconque R , entre l'Equateur & le Pole, & de ce point
mené à la Développée OTX , le rayon osculateur RT , le-
quel donne la ligne de tendance RP (Art. IV.) Soit aussi
mené du centre commun C , à la circonférence du cercle
 DH , un rayon CV , parallele à PR , lequel rencontre le
cercle en V , & abaissé des points R, V , les perpendicu-
laires RN, VZ , à l'axe AB .

Il faut observer 1°. Que de même que l'ovale AD re-
présente un Meridien du Spheroïde oblong, le cercle DH
représente un Meridien de la Sphere dans le même plan.

2°. Que le point V , sur le Meridien circulaire, répond
au même degré de latitude que le point R , sur le Meridien
ovale : puisque les lignes PR, CV , étant paralleles, & per-
pendiculaires, l'une à l'ovale, l'autre au cercle, (constr.) les

1,

/DC \E

*Cartes de la République de Venise
et de ses Etats*

plans touchants où les horifons des points R, V , seront auffi paralleles.

3°. D'où il fuit que la diminution que reçoit l'action de la Force centrifuge contre la Pefanteur (*Art. X.*) en conſequence de ſon obliquité à l'horifon d'un ſemblable degré de latitude ſur le Meridien ovalé, & ſur le Meridien circulaire, eſt ſemblable dans l'un & dans l'autre, & en même raiſon que les forces centrifuges abſoluës représentées par les perpendiculaires RN, VZ , (*Art. IX.*) Ainſi pour ſçavoir ſi la Force centrifuge, tant abſoluë que relative du point R , ſur le Spheroïde oblong $ADBE$, eſt plus petite ou plus grande par rapport à la Force centrifuge ſous l'Equateur commun DE , que ne l'eſt la Force centrifuge tant abſoluë que relative du point V correspondant ſur la Sphere, il ſuffit de ſçavoir quelle des deux perpendiculaires eſt la plus grande, ou RN dans le Spheroïde oblong, ou VZ dans la Sphere: puisſque ces lignes expriment les rayons des cercles de révolution, & par conſequent les valeurs abſoluës des Forces centrifuges.

4°. Enfin, que le rapport des Forces centrifuges de deux points ſemblables ſur le Spheroïde oblong $ADBE$, & ſur la Sphere inſcrite DHE , à la Force centrifuge de leurs Equateurs, eſt le même que ſi la Sphere étoit de toute autre grandeur; & l'on ne l'a déterminée ici du diamètre DE , que pour rendre la démonſtration plus aiſée, en donnant un même conſéquent aux antecédents RN & VZ . Car ſoit décrit du centre C , & du rayon Cd , le cercle dhe égal, par exemple, à celui d'une Sphere de même ſolidité que le Spheroïde oblong $ADBE$. Ayant prolongé le rayon CV , juſqu'à ce qu'il rencontre le cercle dh au point u , & abaiffé uz perpendiculaire à l'axe de révolution commune, & parallele à VZ , il eſt évident qu'on aura toujours $VZ : DC :: uz : dC$. ou $\frac{VZ}{DC} = \frac{uz}{dC}$, & par conſéquent $\frac{RN}{DC}$ aura le même rapport avec $\frac{VZ}{DC}$, qu'avec $\frac{uz}{dC}$.

Donc pour démonſtrer que la Force centrifuge d'un point

de latitude quelconque sur le Spheroïde oblong est plus petite par rapport à la Force centrifuge sous son équateur, que la force centrifuge d'un point semblable pris sur la Sphere, par rapport à son Equateur, il ne s'agit que de faire voir que $RN < VZ$, puisque l'on aura par-là $\frac{RN}{DC} < \frac{VZ}{DC}$.

Cela posé, soit du point R , menée la ligne RI , parallèle à l'axe AB , & qui rencontre le cercle DH en K , & le diametre DE de l'Equateur au point I . Ayant abaissé du point K , la perpendiculaire $KL = RN$, sur l'axe AB , & mené KC au centre C ; la question se réduit encore à sçavoir si le point V se confond avec le point K , ou s'il est au dessus vers D , ou au dessous vers H .

Mais $CK = CV = CD > PR$ (Art. VIII.) donc CK & PR étant toutes deux comprises entre les paralleles AC , RI , la plus grande CK leur est plus inclinée que la plus petite PR , & l'angle KCA est plus petit que l'angle $RPA = VCA$. Et puisque ces deux angles ont chacun un de leurs côtés confondu avec la ligne AC , sçavoir le côté AP de l'angle RPA , & le côté AC de l'angle KCA , il suit que le côté VC de l'angle $VCA = RPA > KCA$, passera au dessus de CK entre CK & CD , ira rencontrer la ligne RI en un point G , entre K & I , & le cercle DH au point V , qui par conséquent sera au dessus de RI , entre K & D . Donc $CV = CG + GV$ est $= PR + GV$, & partant VZ , qui rencontre RI en un point F , est $= ZF + FV = RN + FV$. Donc $RN = VZ - FV$. Donc $RN < VZ$.

Et parce qu'on démontrera la même chose à l'égard de tout autre point pris entre l'Equateur & le Pole; & que la pesanteur, & conséquemment les longueurs du Pendule, diminuent à mesure que la Force centrifuge augmente. Donc, &c. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

XII. De ce qui vient d'être démontré, & de la Prop. III. Art. VIII. Il suit que la perpendiculaire menée d'un point du Meridien ovale à l'axe, sera d'autant moindre par rap-

port à la perpendiculaire menée du point correspondant du Meridien circulaire inscrit, que la latitude sera plus grande; & par conséquent (*Art. XI. num. 3.*) que la Force centrifuge sera d'autant plus petite, & la Pesanteur d'autant plus grande sur le Spheroïde oblong, par rapport à la Force centrifuge & à la Pesanteur sous l'Equateur.

Car la ligne RP allant toujours en diminuant à mesure que le point donné R approche du Pole A , il est clair que l'angle VCK , ira en augmentant, par rapport aux angles VCA, KCA , dont il est la différence, & par conséquent que la perpendiculaire VZ surpassera d'autant plus la perpendiculaire $KL = RN$.

Il semble d'abord que l'on pourroit aussi déduire en forme de Corollaire de la Proposition précédente, que tout le contraire de ce qui y est démontré du Spheroïde oblong, arrive au Spheroïde applati formé par la révolution de l'Ovale EAD autour du petit axe DE . Mais si l'on y prend garde, les lignes NR, CV , étant prolongées, ne se couperoient pas toujours sur la circonférence du Meridien circulaire circonscrit au Meridien ovale, & la ligne RP ne sauroit plus servir de terme de comparaison avec le rayon AC de l'Equateur par rapport à l'axe de révolution DE , pour sçavoir si RI a un plus grand rapport à AC , que n'auroit la perpendiculaire menée du point correspondant de latitude du Meridien circulaire circonscrit. Ainsi il faut une démonstration particulière pour le Spheroïde applati.

ce qui seroit pourtant nécessaire pour en tirer l'induction dont il s'agit;

PROPOSITION VI. Lemme.

XIII. Soit AD une courbe quelconque en forme d'Ellipse ou d'Ovale, selon les conditions précédentes, AC la moitié de son grand axe, DC la moitié de son petit axe, GO sa développée. FIG. VI.

Si d'un point Q de cette courbe, on mene à la développée le rayon QS , & que du point touchant S , on prolonge ce rayon jusqu'à ce qu'il rencontre DC prolongé, en F , je dis,

1°. Que $QS + SF$, ou $QF > AC$.

244 MÉMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

2°. Que tous les rayons osculateurs, tels que QS , plus leur prolongement vers l'axe DC , c'est à dire, $QS + SF$, ou QF ; $RT + TH$, ou RH , &c. iront en croissant tout de suite de A vers D , jusqu'au dernier DO le plus grand de tous, dont le prolongement est nul, & qui se confond avec le petit axe de l'ovale.

1°. Soit mené du point S , où QF touche la Développée, une perpendiculaire SI à l'axe AC , on aura toujours $AG + GS > AG + GI = AI$; mais $AG + GS = QS$, donc $QS > AI$. De plus, à cause des deux parallèles IS , CF , auxquelles IC est perpendiculaire / on a $SF > IC$. Donc $QS + SF > AI + IC$, c'est-à-dire $QF > AC$. Ce qui étoit proposé en premier lieu.

2°. Ayant mené de même une perpendiculaire TK du point T , où le rayon suivant TR touche la Développée, à l'axe AC , on a $AG + GT = RT > AG + GK = AK$; & $TH > KC$: d'où l'on conclura de même que $RT + TH = RH > AK + KC = AC$. Mais il est clair que RH est d'autant plus grand, que la partie AG demeurant la même, il y a une plus grande portion de courbe GT , comparée à une droite GK , & que la partie TH est plus inclinée à l'axe DC que ne l'est SF . De sorte que $\frac{AG+GT}{AG+GK} + \frac{TH}{KC} = \frac{RT+TH}{AK+KC} = \frac{RH}{AC} > \frac{AG+GS}{AG+GI} + \frac{SF}{IC} = \frac{QS+SF}{AI+IC} = \frac{QF}{AC}$. Donc $\frac{RH}{AC} > \frac{QF}{AC}$ & partant $RH > QF$, & ainsi de suite de tous les autres. Ce qui restoit à démontrer.

PROPOSITION VII.

XIV. La Force centrifuge à un degré de latitude quelconque pris sur le Sphéroïde applati, entre l'Equateur & le Pole, est plus grande par rapport à la Force centrifuge sous l'Equateur, que ne l'est celle d'un degré de latitude semblable pris sur la Sphere: ou, ce qui revient au même, la Force centrifuge augmente moins, en allant des Poles vers l'Equateur, sur le Sphéroïde applati que sur la Sphere parfaite; & par conséquent la pesanteur diminue moins, & il faut moins accourir

1, et SF inclinée,

12

Sur le Sphéroïde applati que sur la Sphere parfaite ; & par conséquent la pesanteur diminuë moins , & il faut moins accourcir le pendule sous l'Equateur , selon l'hypothese du Sphéroïde applati , que selon celle de la Sphere parfaite.

Soit *EADB* un Sphéroïde aplati formé par la révolution de la courbe *EAD* autour du petit axe *ED*. Le grand axe *AB* fera le diametre de l'Equateur ; *E, D*, les Poles ; *C*, le centre , &c. Ayant circonscrit le cercle *ASB* au Meridien ovale *AEB*, & pris sur *AE*, entre l'Equateur & le Pole, un point quelconque *R*, & de ce point mené à la Développée *OTX* le rayon osculateur *RT* prolongé jusqu'au point *H* de l'axe de révolution *ED* ; soit du centre commun *C* mené à la circonférence du cercle ou Meridien circulaire *AS*, un rayon *CV* parallele à *RH*, & qui rencontre *AS* en un point *V*, dont la latitude *AV* sera semblable à la latitude *AR* du Meridien ovale. (*Art. XI. num. 2.*)

FIG. VII

Après avoir fait les observations préliminaires de la *Prop. V. Art. XI.* & par le point *R*, mené la ligne *IRG* parallele à l'axe *ED*, laquelle rencontre *AC* en *I*, *CV* prolongé ou non prolongé en *G*, & le Meridien circulaire en *K* ; il faut joindre le point *K* & le centre *C*, en menant le rayon *CK*, & par les points *R, V, K*, mener à l'axe de révolution les perpendiculaires *RN, VZ, KL*. Il est clair que la démonstration se réduira, comme dans la *Prop. V.* mais en sens contraire, à faire voir que $RN > VZ$, ou, ce qui est la même chose, à prouver que l'angle *KCS* est plus grand que l'angle $RHE = VCS$, & par conséquent que le point *V* tombe au dessous de *K*, entre *K* & *S*.

Mais par le Lemme précédent, *Art. XIII. num. 1.* $CK = CV = CA$ est plus petit que *RH* ou *GC*. Donc à cause des paralleles *CS, IG*, l'angle *KCS*, que fait la ligne *CK* avec ces paralleles, est plus grand que l'angle $GCS = VCS$; donc le point *V*, sur le Meridien *AS*, tombe au dessous de *K*, entre *K* & *S*. Donc $KL = RN > VZ$. Donc, &c.

COROLLAIRES.

XV. Si l'on prolonge *ZV* jusqu'au point *F* de la ligne

Mem. 1720.

L I

GR, la partie interceptée *FV*, marquera l'excès de *RN* sur *VZ*, comme dans la construction de la *Propos. V.* elle en marquoit la difference.

XVI. Il est évident, par le *num. 2.* du *Lem. Art. XIII.* que la perpendiculaire *RN* deviendra d'autant plus grande, eu égard à la perpendiculaire *VZ*, que la latitude sera plus grande, & que le point *R* approchera davantage du Pole, puisque alors *CK* sera d'autant plus petite par rapport à $CG = RH$, & l'angle *KCS* d'autant plus grand par rapport à l'angle *VCS*, & le point *V* d'autant plus près de l'axe de révolution. D'où l'on tirera les conséquences contraires à celles de l'*Article XII.*

XVII. Il suit des deux Propositions précédentes (*Art. XI. & XIV.*) que la Force centrifuge d'un point de latitude quelconque entre l'Equateur & le Pole, sur le Spheroïde oblong, diminuë à l'égard d'un semblable point sur le Spheroïde applati, en raison composée du rapport de la Force centrifuge de ce point du Spheroïde oblong à celle d'un semblable point sur la Sphere, & du rapport de la Force centrifuge sur la Sphere à la Force centrifuge sur un semblable point du Spheroïde applati.

Il faut bien prendre garde dans les Propositions & les Corollaires précédents, qu'il s'agit toujours de la comparaison des Forces centrifuges de deux points de latitude semblables pris sur les deux Spheroïdes, ou sur l'un des Spheroïdes & sur la Sphere, entre l'Equateur & les Poles, par rapport à la Force centrifuge sur l'Equateur de chacun des Spheroïdes ou de la Sphere. Car à ne comparer absolument que la force centrifuge d'un point de l'Equateur de l'un, à la force centrifuge d'un point de l'Equateur de l'autre, il est évident, qu'elle seroit plus grande sur le Spheroïde applati que sur la Sphere, ou sur le Spheroïde oblong de même solidité, en raison du grand axe de l'Ovale generatrice du Spheroïde plat, au diametre de la Sphere, ou au petit axe de l'Ovale generatrice du Spheroïde oblong. Et c'est-là vrai-semblablement ce qui a donné lieu

jusqu'ici de penser sur cette matiere tout le contraire de ce que je viens de démontrer.

REMARQUES.

XVIII. Les évaluations exactes des lignes $VZ \neq FZ = FV$ (Fig. V.) & $FZ - VZ = FV$ (Fig. VII.) en parties du Diametre de la Terre, dépendront, comme on voit, de la nature & de l'espece particulière de la courbe generatrice des Spheroides oblong & applati. Mais il n'est pas question presentement de cette précision; je ne cherche ici que des connoissances generales, sur une matiere où les observations sont si délicates, & roulent sur des distances si petites, par rapport aux instruments dont on se sert pour les prendre, que je ne crois pas en devoir rien conclure que generalement, & seulement sur les articles où ces observations s'accordent toutes, ou presque toutes. C'est sur ce pied-là, & par les principes & les faits posés ci-dessus, qu'on peut dire que l'hypothese du Spheröide oblong se trouve plus conforme aux observations astronomiques que celle de la Sphere parfaite, ou du Spheröide applati. Et pour ne parler presentement que des observations qui regardent l'accourcissement du Pendule, je remarque que M. *Huguens* ayant fait la supputation de la quantité dont le Pendule devoit être plus court sous l'Equateur qu'à Paris, en consequence de la Force centrifuge, & sur l'hypothese de la Terre actuellement spherique, il trouva que c'étoit de $\frac{1}{2}$ de ligne; qui est, dit-il, un peu moins que ce qui a été trouvé à la Caiene par M. *Richer*, sçavoir une ligne & un quart*. Et à plus forte raison auroit-il trouvé cet accourcissement trop petit, s'il avoit fait le calcul sur l'hypothese de la Terre actuellement applatie vers les pötes (Art. XIV. XVII.) comme il la considere dans la suite. Mais les observations qui ont suivi celle de M. *Richer*, s'accordent à faire l'accourcissement du Pendule sous l'Equateur plus de deux fois plus grand qu'il ne doit être selon l'hypothese de la Terre spherique, & selon la supputation de M. *Huguens*.

* *Dijo*
la *Pesant.*
p. 149.

~~l'oblong~~ X —

l'oblong
et l'applati

— de ge

1 de

* Voyés-en la liste & la comparaison dans la prop. 20. du liv 3. des Princip. Math. de M. Newton, 2^e. edit. où l'on trouve aussi une réponse solide à la difficulté que Mrs Picart & de la Hire faisoient contre la certitude des observations du Pendule vers l'Equateur, fondée sur les extensions qu'une barre de Fer peut recevoir par la chaleur. On a pris encore occasion de douter de l'accourcissement du Pendule, sur ce que M. Picart dans son voyage à Uranibourg p. 12. art. 6. dit qu'il n'aperçut aucune différence entre la longueur du Pendule de Paris & celle d'Uranibourg.

Mais il n'est pas extraordinaire que cette différence n'ait pas été apperçue, étant presque insensible, & ne consistant tout au plus, selon la table des longueurs du Pendule donnée par M. Newton dans l'endroit cité ci-dessus, qu'en $\frac{1}{50}$ de ligne.

Car si l'on compare ensemble ces observations*, on trouvera qu'il en résulte environ 2 lignes de différence entre les longueurs du Pendule à l'Observatoire & sous l'Equateur. Il est donc évident par ce qui a été démontré dans les Propositions précédentes & dans leurs Corollaires, conformément aux principes de M. *Huguens*, que les observations que nous avons sur l'accourcissement du Pendule sont plus favorables à l'hypothèse du Sphéroïde oblong, qu'à celle de la Sphere parfaite, ou du Sphéroïde applati.

XIX. Il ne sera pas difficile de faire voir aussi, selon les mêmes principes, que cette hypothèse n'a rien de contraire à la Theorie des Forces centrifuges, ni à l'idée la plus simple qu'on se peut faire de la Formation de la Terre.

Quand M. *Huguens* a traité cette matière dans son discours sur la Pesanteur, il a d'abord regardé la Terre comme parfaitement Spherique, dans son repos, & a supposé comme nous avons fait jusqu'ici, que la Pesanteur devoit toujours agir perpendiculairement, & avec une égale force sur tous les points de sa surface. Ensuite il a examiné ce que le mouvement journalier de la Terre pouvoit faire perdre de sa pesanteur à chacune de ses parties, par l'opposition de la Force centrifuge, selon que les cercles qu'elles décrivent autour de l'axe sont plus grands. Enfin considérant la Terre comme toute couverte d'eau, ou comme une masse d'eau, il a remarqué que la Force centrifuge devoit chasser plusieurs parties de ce globe fluide vers l'Equateur, & par conséquent que sa surface devoit un peu plus s'élever vers l'Equateur que vers les Poles; & au contraire, que ces parties se trouvant de moins vers les Poles qu'elles avoient quittés, la surface du globe devoit un peu s'abaisser & s'applattir vers les Poles. Ce qui, à proprement parler, n'est qu'une explication mécanique de la generation du globe Terrestre, par l'assemblage de toutes les parties, en vertu de leur

tendance ou mouvement rectiligne vers un centre, & de leur mouvement circulaire autour d'un axe.

Il en doit résulter, comme on voit, un Spheroïde aplati; & comme il n'est tel qu'en conséquence du changement que le mouvement circulaire autour de l'axe a causé aux directions de la pesanteur des parties qui le composent, qui sans cela auroient concouru au centre, il est évident que sa surface se trouvera perpendiculaire à ces directions, comme la surface de la Sphere résultante du repos autour de l'axe, l'auroit été aux directions concourantes au centre.

Ainsi les directions de la Pesanteur seront, & auront dû toujours être perpendiculaires à la surface de la Terre. Elles auront dû l'être *primitivement*, c'est-à-dire, dans un état de repos où l'on imagine la Terre par abstraction, puisque, selon ce que nous venons de dire, cette figure *primitive* & fictive de la Terre ne résulte que de l'assemblage de ses parties, en vertu de la seule impulsion de la Pesanteur vers un centre; & elles le seront *actuellement*, c'est-à-dire, par rapport à la surface que la Terre a en effet aujourd'hui, puisque la figure *actuelle* de la Terre n'est autre chose que celle qu'elle a pris, en vertu de la même pesanteur diminuée dans sa quantité, & changée dans la direction, par la Force centrifuge. De telle sorte que les parties de la Terre supposée fluide, n'ont pû demeurer en repos & en équilibre entre elles, qu'après que leur surface est redevenue perpendiculaire aux directions de la Pesanteur, & qu'une plus grande hauteur ou quantité de fluide vers l'Equateur, a compensé un plus grand effort vers les Poles, ou une moindre quantité du même fluide, mais plus pesant vers les Poles que vers l'Equateur.

C'est-là, si je ne me trompe, où nous conduit le fil du raisonnement de M. *Huguens*, & c'est à peu-près ce qu'a dû penser un grand Geometre tel qu'il étoit, avec les connoissances qu'on avoit de son temps sur cette matiere. Il a employé la *Fausse position* où les observations immédiates lui manquoient: ou plutôt il a supposé que les choses

250 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
s'étoient faites dans la nature de la manière la plus simple
dont on peut concevoir qu'elles ont dû se faire par les loix
du mouvement. Son principe est fondé sur des idées clai-
res, & les conséquences qu'il en tire me paroissent revêtues
de toute l'évidence, & de toute la certitude qu'on peut
exiger dans de semblables matieres.

1er
XX. Mais je ne crois pas qu'il faille restreindre la Theo-
rie que nous fournit le raisonnement de M. *Huguens*, au cas
particulier sur lequel roule sa recherche. Pourquoi ne pour-
rions-nous supposer primitivement pour la formation de
la Terre qu'une masse fluïde spherique, & des directions de
pesanteur concourantes au centre de cette masse! J'avoüe
qu'il est naturel de commencer par imaginer la figure, &
les mouvements des corps qui composent l'Univers, com-
me les plus réguliers qu'il soit possible; de penser, par exem-
ple, que la Terre a dû être d'abord parfaitement spherique,
plustôt qu'un spheroïde allongé ou aplati vers les Poles,
& que les directions de la pesanteur qui a assemblé ses par-
ties devoient plustôt concourir à son centre; que tendre
vers un autre point, vers une ligne, ou vers un plan de
quelque étendue autour de son centre. Et il est même vrai
en general, qu'on ne doit point quitter le simple & le ré-
gulier pour aller au composé & à l'irrégulier, sans une rai-
son suffisante. Mais si les observations immediates & les
plus exactes que nous ayons sur cette matiere, s'accordent
à donner à la Terre une figure incompatible avec cette sphe-
ricité primitive, & avec les directions de la Pesanteur con-
courantes au centre, qu'est-ce qui nous empêchera d'attri-
buer primitivement à la Terre une figure & des directions
de Pesanteur les plus convenables aux observations! Pour
moi, je ne vois pas que cela ôte rien à la solidité de la
methode de M. *Huguens* dans cette recherche, ni que la
raison doive trouver aucune répugnance à s'y soumettre.
Car après tout, à considérer la chose en elle même, il n'est
ni impossible, ni contraire à ce que l'experience nous a fait
connoître des mouvements des corps celestes, que les

1a
ces lui manduient : ou plustôt il a supposé que les choses
L I III

directions de la Pesanteur tendent vers un lieu de quelque étendue, ou ailleurs qu'au centre du Tourbillon où elle agit, & que la figure de ces corps s'éloigne un peu quelquefois de la parfaite régularité. On en peut imaginer plusieurs causes très vrai-semblables : telle seroit, par exemple, la figure irrégulière du Tourbillon, occasionnée par la pression, par la disposition, & par la différente grandeur des tourbillons voisins, &c.

Ainsi il n'est question que de chercher par des observations immédiates quelle est véritablement aujourd'hui la figure de la Terre. De la figure actuelle on en pourra conclure la figure primitive, & de cette figure les directions primitives de la Pesanteur, lesquelles nous ne sçaurions connoître sans cela, que changées, & pour ainsi dire déguisées par la Force centrifuge.

Par exemple, il est clair que si la Terre étoit actuellement un spheroïde applati tel que celui dont M. *Huguens* a donné l'équation, la Terre auroit dû être primitivement spherique, & que les directions des poids auroient dû concourir à son centre. Si elle étoit actuellement un spheroïde plus applati que ne le donne le calcul de M. *Huguens*, elle auroit dû résulter d'un spheroïde moins applati, dans lequel le lieu de tendance des graves auroit dû primitivement occuper un espace circulaire autour du centre dans le plan de l'Équateur (*Art. IV.*) & un espace moins grand que celui qu'il occuperoit présentement. Mais si la Terre étoit actuellement une Sphere parfaite, elle auroit dû être primitivement un spheroïde oblong, où les directions de la pesanteur auroient concouru sur une portion de l'axe de part & d'autre du centre : & c'est ce qu'il faudra dire de toute Planete tournant sur son axe, & qui sera parfaitement spherique. C'est encore le cas du spheroïde actuellement oblong, qui ne sçauoit avoir résulté que d'un spheroïde primitivement plus oblong, & où le lieu de tendance des graves occupoit une plus grande portion de l'axe. En general le mouvement autour de l'axe doit avoir accourci l'axe

que

r/

primitif, & élevé la surface de la Terre vers le plus grand cercle de sa révolution, qui est l'Equateur, & en même temps avoir rapproché les directions du centre, dans les spheroides primitivement oblongs, & les en avoir écartées dans la sphere & les spheroides primitivement aplatis.

De sorte que quelque figure qu'on donne à la Terre, quand on aura une fois déterminé par les observations la courbe qui est censée l'engendrer par sa révolution autour de l'axe, on trouvera par l'inverse sa figure primitive, & conséquemment les véritables directions de la Pesanteur considérée en elle-même, & indépendamment des forces centrifuges. En un mot, c'est aux observations à nous fournir de quoi déterminer le changement que les forces centrifuges peuvent avoir apporté à la figure de la Terre, & non pas aux forces centrifuges à fixer la figure que la Terre doit avoir aujourd'hui.

Fig. V.

XXI. Il est donc clair, selon ces principes, que le spheroides $ADBE$ doit avoir eu primitivement une figure différente de celle que nous prenons pour la figure actuelle de la Terre, & qui lui est venue par sa révolution diurne autour de l'axe. Et parce que, comme nous venons de voir, cette révolution doit avoir élevé sa surface primitive vers l'Equateur où la force centrifuge est plus grande, & l'avoir abaissée vers les poles où la force centrifuge est plus petite; il suit que la Figure $ADBE$, si elle est oblongue, doit avoir été primitivement plus oblongue, sa surface ayant dû s'abaisser vers les Poles, jusqu'à ce qu'elle soit redevenue perpendiculaire aux directions des poids détournés de leur première ligne par la force centrifuge.

XXII. Il est encore évident que la figure primitive du spheroides oblong $ADBE$ devra avoir été plus changée par la révolution diurne, que ne l'auroit été la sphericité primitive du spheroides plat de M. *Huguens*. Car comme il a été démontré (*Prop. V. Art. XI.*) la force centrifuge sous l'Equateur a un plus grand rapport à la force centrifuge d'un degré de latitude quelconque entre l'Equateur & le

de quoi

qu'ainsi que

le Pole; dans un spheroïde oblong, que dans la sphere.

XXIII/ M. *Huguens* a donné l'Equation algebrique de la courbe generatrice du spheroïde applati, par rapport à la Terre supposée primitivement spherique; & M. *Hermann*, qui avoit trouvé la même courbe par le calcul integral, dans sa réponse à M. *Nieuventiit*, l'a encore donnée par synthese, & avec la construction, dans sa *Phoronomie*. Je ne chercherai point ici l'Equation à la courbe du spheroïde oblong *ADBE*, parce que je ne connois point la nature de la courbe ou Meridien primitif, & qu'on ne peut la connoître que par la courbure actuelle, que je ne détermine point.

PROPOSITION VIII.

XXIV. Dans tous les cas des Propositions précédentes, où nous avons supposé, que le lieu de tendance des graves étoit étendu sur l'axe du Spheroïde, de part & d'autre du centre (Spheroïde oblong, Art. IV.) ou sur un cercle autour du centre & perpendiculaire à l'axe (Spheroïde applati, ibid.)

Je dis que le centre du Spheroïde soutient une partie de l'effort de la pesanteur, qui est à l'effort total sur un point quelconque de la surface du Spheroïde entre l'Equateur & le Pole, comme le sinus de latitude de ce point au sinus total, dans le spheroïde oblong; & comme le sinus du complement de latitude au sinus total, dans le spheroïde applati.

1°. Soit d'un point *Q*, & d'une latitude quelconque *DQ*, sur le Meridien du spheroïde oblong *ADBE*, mené la ligne de tendance *QY*, & pareillement d'un autre point *X*, d'une latitude $EX = DQ$, une ligne de tendance *XY*, qui ira aboutir au même point *Y*, à cause de l'égalité que nous supposons toujours entre les quatre parties *AD*, *AE*, &c. du Meridien ovale *ADBE*. FIG. VIII.

Si l'on joint les points *Q* & *X* par la ligne *QX*, qui coupe l'axe *AB* à angles droits au point *M*, il est évident que le point *Y* fera censé tiré ou poussé par trois puissances *Q*, *X*, *Y*, ou *C*, selon les directions *QY*, *XY*, *YM*, ou *CY*, & que ces trois puissances, considérées dans l'état

Mem. 1720.

. M m

254 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
d'équilibre, seront entr'elles, comme les lignes QY , XY ,
& $2MY$. Car les lignes de tendance égales QY , XY ,
peuvent être prises pour les côtés d'un parallélogramme
dont la diagonale est double de MY . Donc si l'on fait
seulement attention à la pesanteur ou à la puissance qui
agit sur le point Q , par exemple, cette puissance sera ex-
primée par la ligne QY , & son effort selon YC contre le
centre C , par la ligne MY . Or MY représente le sinus de
la latitude du point Q , & à cause de l'angle droit en M ,
 QY représente le sinus total. Donc, &c.

2°. Il est clair que dans le spherôide applati où DE
représente l'axe de révolution, AB le diamètre de l'Equa-
teur, AQ la latitude du point Q , MY sera le sinus du
complement. Donc, &c.

la sous-normale
 MY se trouve en même temps *la sous-normale* de la courbe
 $ADBE$ par rapport à l'axe AB , & QY la perpendiculaire ;
de sorte qu'on auroit pu énoncer la proposition sous cette forme ;
Ce que le centre soutient de la pesanteur, est à la pesan-
teur absoluë sur un point quelconque de la surface, comme
la sous-normale de la courbe generatrice du spherôide à *la*
perpendiculaire.

Il faut prendre garde aussi que le lieu de tendance des
graves soutient l'autre partie de l'effort de la pesanteur, en
raison de QM à QY , & que QM est l'ordonnée au point Q ,
ou le sinus du complement de latitude dans le spherôide ob-
long, & le sinus de latitude dans le spherôide applati. De
sorte que lorsque QM , en avançant vers DC , se confond enfin
avec DC , & le point Y avec le centre C , ce point ne soutient
tout l'effort de la pesanteur que comme appartenant au lieu
de tendance, & qu'entant que centre il n'en soutient rien du
tout ; puisque alors MY , qui exprime ce que le centre soutient
de la pesanteur, devient nulle.

PROPOSITION IX.

XXV. Par la Proposition précédente l'effort de la Pesan-
teur ne se transmet au centre du Spherôide, qu'après avoir

passé par la ligne de tendance QY, & par une partie YC, qui est une portion de l'axe & du lieu de tendance dans le spherôide oblong, & d'un rayon du cercle qui fait le lieu de tendance dans le spherôide applati; & ainsi la pesanteur agit dans deux lignes droites QY, YC, qui font un angle entre elles, excepté lorsque le point donné Q tombe sur l'axe même, ou sur le plan de l'Equateur.

Maintenant si l'on suppose que l'effort de la Pesanteur, ou le poids de chacune des parties de la Terre se transmette jusqu'au centre du spherôide, sans passer par aucun autre point du lieu de tendance que ce centre, excepté à l'égard des parties qui sont sur l'axe même, ou sur le plan de l'Equateur;

Je dis que la Pesanteur agira dans une courbe QFC.

Par la loi constante de la direction perpendiculaire des poids à la surface de la Terre, chaque direction d'un poids, en quelque lieu qu'il se trouve, est toujours confonduë avec le rayon osculateur de la courbe oyale, qui par sa révolution engendre le Spherôide terrestre. Mais la Sphere, ou sa generatrice, le cercle, est la seule courbe dont tous les rayons osculateurs aboutissent à un point, ou dont la Développée soit un point. Donc il n'y a que la Sphere qui puisse avoir toutes les directions des poids perpendiculaires à sa surface, & concourantes au centre. Donc si dans un spherôide quelconque l'effort de la Pesanteur se transmet au centre, sans passer par aucun autre point du lieu de tendance, il faut qu'il s'y transmette, en passant depuis la surface jusqu'au centre, par une infinité de directions différentes, dont le concours QFC formera la ligne le long de laquelle la pesanteur agit depuis la surface jusqu'au centre. Or une ligne finie composée d'une infinité de directions différentes ne peut être qu'une courbe. Donc, &c.

XXVI. On dira peut-être que la Pesanteur pourroit bien agir dans un nombre fini de lignes droites finies, & transmettre ainsi son effort par sauts depuis la surface jusqu'au centre. Et j'avoüe qu'entant que c'est un fait qui par lui même n'emporte aucune contradiction, je ne scaurois

f

(rangée
lettres)

12
t/

f/s
D

a/

D

démontrer le contraire. Mais cette idée est entièrement opposée à tout ce que nous connoissons de Phenomenes de la nature en general, & de la Pesanteur en particulier. Tout mouvement qui se détourne du rectiligne par quelque loi generale, s'en détourne par degrés insensibles, & par-là devient curviligne. Il faut donc imaginer le Spheröide terrestre, comme composé d'un nombre infini de couches ou d'enveloppes, depuis sa surface jusqu'au centre: de maniere que la direction de la Pesanteur étant d'abord perpendiculaire à sa surface ou à sa première couche infiniment mince, elle quitte à la rencontre de la seconde la perpendicularité qu'elle avoit à l'égard de la première, & que se trouvant perpendiculaire à cette seconde, elle s'en détourne un instant après, & devient perpendiculaire à la troisième / & ainsi de suite jusqu'au centre. 2/

XXVII. J'appellerai cette courbe *Directrice de la Pesanteur au centre*, ou en general, *Directrice de la Pesanteur*. A la considerer geometriquement, ce n'est qu'une des fameuses *Trajectoires* de M. Bernoulli.

Il suffira, par rapport à mon sujet, de donner une idée de cette courbe sur l'hypothese la plus simple, qui est celle du spheröide formé par la révolution d'une ellipse ordinaire autour de son grand ou de son petit axe; car il est clair, que la courbe QFC sera la même, soit que le spheröide soit oblong ou applati, pourvû qu'il soit engendré par la même ellipse.

Pour avoir une expression generale de la *Directrice* de la Pesanteur pour toutes les ovales possibles, il faudroit avoir l'expression de ces ovales par quelque propriété essentielle qui leur fut commune. Mais je ne sçache pas qu'il y ait une équation, ou quelque propriété constante & essentielle, qui puisse convenir à toutes les ovales possibles capables de produire, par leur révolution autour d'un axe, le Spheröide Terrestre, de la maniere generale, & avec les conditions selon lesquelles nous l'avons considéré jusqu'ici. Car ces courbes peuvent être ou Geometriques, ou Mechaniques, & former l'ovale entiere, en rentrant en elles-mêmes, comme l'ellipse, ou par l'assemblage

de deux ou de quatre branches ou portions égales & semblables, telle que seroit, par exemple, la figure qui résulte de deux Cycloïdes opposées de part & d'autre d'une même base, &c. Et ce qu'on appelle communément Ellipses de divers genre, Equation générale aux Ellipses, par le moyen des exposants indéterminés des inconnues x & y , n'est proprement qu'une dénomination relative à l'expression algébrique de l'ellipse ordinaire, plutôt qu'à la figure qu'elles représentent; puisque ces ellipses de divers degrés, étant construites, donnent souvent des courbes très différentes de l'ellipse, & en général, de l'ovale dont il s'agit ici.

PROPOSITION X. *Probleme.*

XXVIII. Trouver la Directrice de la Pesanteur au centre / dans le Sphéroïde oblong formé par la révolution d'une ellipse autour de son grand axe.

Ayant supposé, comme ci-dessus, que $ADBE$ est un Meridien, AB l'axe, C le centre, DCE le diamètre de l'équateur, GOH la développée; soit pris sur le rayon osculateur DO , ou AG , une infinité de points $D, d, d, \&c.$ ou $A, a, a, \&c.$ FIG. IX.

Il est évident que dans le même temps que le point A décrit la courbe AD , par le développement de GO , chacun des points $a, a, \&c.$ décrit une autre courbe $ad, ad, \&c.$ & que toutes ces courbes seront parallèles entre elles. Car de quelque point R , que l'on mène le rayon RT , il les coupera toutes à angles droits, & l'on aura toujours $Rr = Aa = Dd, rr = aa = dd, \&c.$

Il est donc impossible que les directions de la pesanteur, en partant d'un point R , pris par-tout ailleurs que sur l'Équateur ou sur les Poles, coupent perpendiculairement les couches du Sphéroïde Terrestre, & aillent aboutir au centre, si ces couches sont parallèles entre elles.

XXIX. Mais si l'on imagine que chacune des couches $ADBE, adbe, \&c.$ soit telle qu'il y ait toujours même rapport entre le grand axe & le petit, en sorte que $(AB,$ FIG. X.

1. $DE :: ab. def$ & que toutes les ellipses generatrices soient semblables, & ayent pour centre commun le point C ; il est clair qu'en avançant toujours ainsi vers ce centre, la dernière ellipse se confondra avec lui. C'est pourquoi si les directions de la Pesanteur commencent, par exemple, au point M , entre le Pole & l'Equateur, & viennent toujours couper à angles droits les ellipses $AMD, amd, &c.$ la dernière de ces directions arrivera enfin au centre C , & la courbe décrite par leur concours sera MmC .

Pour connoître la nature de cette courbe, soit d'un point M , de quelqu'une des ellipses semblables $ADBE$, mené l'ordonnée MP , à leur axe indéfini AB , & la perpendiculaire MR , à cette ellipse. Soit l'origine des inconnües CP (x) qui va vers A , PM (y) qui va vers D , au centre commun C . Si l'on fait le rapport constant & donné du grand axe AB , ab , &c. de toutes ces ellipses, à son parametre $m. p. :: CP (x). RP = \frac{p}{m} x$, qui est l'expression de la sous-perpendiculaire des Ellipses $ADBE, adbe, &c.$ & de la sous-tangente de la courbe MmC , qui les coupe à angles droits. Donc $\frac{px}{m} = \frac{ydx}{dy}$; d'où l'on tire $pxdy = mydx$, & divisant par xy , $\frac{pdy}{y} = \frac{mdx}{x}$, qui sont des differentielles logarithmiques, dont l'integrale est $y^p = x^m$.

Ce qui fait voir que la courbe cherchée est une Parabole d'un degré d'autant plus élevé, que le rapport du grand axe des ellipses au parametre de cet axe, est exprimé par de plus grands nombres, & que si ce rapport ne peut être exprimé par nombres, la ligne MmC deviendra une courbe exponentielle.

REMARQUES.

XXX. La commensurabilité ou l'incommensurabilité de l'axe avec son parametre ne scauroient apporter qu'une difference infiniment petite à la courbure des Directrices

de la Pesanteur. Car l'addition, ou le retranchement d'une quantité plus petite qu'aucune quantité assignable, peut introduire, ou faire évanouïr la commensurabilité ou l'incommensurabilité entre ces deux grandeurs, sans causer aucun changement sensible à l'ellipse generatrice du Spheroïde. Ainsi le passage des Directrices de la Pesanteur, de l'algebrique à l'exponentiel, & réciproquement de l'exponentiel à l'algebrique, est imperceptible.

XXXI. La courbure des Directrices de la Pesanteur sera d'autant plus petite, que le rapport des axes de l'ellipse approchera davantage de l'égalité, & qu'en ce sens le grand axe & son parametre devront être exprimés par de plus grands nombres, c'est-à-dire, selon que $\frac{m}{p}$ est égal à une plus petite fraction au dessus de l'unité. Car alors les ellipses semblables qui representent les couches du Spheroïde, different d'autant moins du cercle, & moins elles different du cercle, plus elles approchent entre elles du parallelisme, qui est le cas où elles sont coupées perpendiculairement par des lignes droites.

1 2

XXXII. Par une semblable raison, la même branche de chacune des Directrices, que je prends pour des Paraboles, deviendra en general d'autant moins courbe qu'elle s'éloignera davantage de son origine, qui est le centre commun des ellipses. Car plus les ellipses deviennent grandes, plus elles approchent entr'elles du parallelisme, l'inégalité de distance de differents points de leurs circonferences se trouvant répanduë sur des arcs semblables d'une plus grande longueur. Ce qui est encore évident par l'augmentation du rayon osculateur de chaque branche de Parabole, depuis son origine, son sommet, ou son point d'inflexion ou de rebroussement *C*, jusqu'à l'infini; & il n'en faut excepter que certains cas où ce rayon osculateur pourroit se trouver infini au point *C*; comme dans la première Parabole cubique $my = x^3$, dans la seconde du quatrième genre $n^2y^3 = x^3$, &c. encore dans tous ces cas le rayon oscula-

teur n'est-il pas plutôt devenu fini, qu'il augmente continuellement dans la suite : de sorte que plus la branche de la Parabole, & en general (*Art. XXX.*) de la Directrice quelconque CM , s'éloigne du centre des ellipses, plus sa courbure diminuë.

XXXIII. Il est clair que le parametre de chacune de ces Paraboles doit être pris d'autant plus petit que le point M est à une moindre latitude, eu égard à la couche AMD sur laquelle il se trouve, & qu'il approche davantage de l'Equateur D , & au contraire/que ce Parametre doit être pris d'autant plus grand que le point M est plus près des Poles. Car on a toujours $n^q = \frac{x^m}{y^p}$, (en prenant n pour le parametre & l'unité, & $q = m - p$, pour l'exposant de ses dimensions) y diminuant à mesure que x augmente, & au contraire. De sorte que lorsque le point M est pris en D , il vient $n^q = \frac{x^m}{y^p} = \frac{o}{y^p} = 0$, & la Directrice de la pesanteur se confond avec le diametre CD dans le plan de l'Equateur ou devient une ligne droite : & lorsque M est pris en A , $n^q = \frac{x^m}{y^p} = \frac{x^m}{o} = \infty$, & la courbe se confond avec l'axe de la Terre, & devient encore une droite.

XXXIV. D'où l'on voit que chaque Directrice de la Pesanteur CMQ , coupe toutes les couches AMD , amd , &c. à un different degré de latitude; ou, ce qui est la même chose, qu'un même degré de latitude, pris sur différentes couches du Spheroïde, répond à autant de Directrices differentes. Car $\frac{x^m}{y^p}$ varie toujours dans le cours de chaque Directrice CMQ , & la tangente MR , menée d'un point quelconque M , fait un angle d'autant plus grand avec le demi-diametre DC , de l'équateur DE , que ce point, commun à la Directrice & à une des couches du Spheroïde, est pris sur une plus petite couche & plus près du

du centre *C*, où l'angle devient droit, & où la tangente se confond enfin avec l'axe *AB*. On trouvera aussi, si l'on y fait attention, que tous les points, qui indiquent dans un plan *AQBE*, le même degré de latitude sur toutes les couches du Spheroïde, depuis le centre *C* jusqu'à la dernière *AMD*, & au de-là à l'infini, on trouvera, dis-je, que tous ces points ou degrés de même latitude sont à une droite, qui coupe obliquement toutes ces couches ou ~~par~~ ridiens; que ~~cette~~ obliquité varie à différentes latitudes, qu'elle a un *Maximum* entre l'Equateur & le Pole, plus ou moins vers le milieu, selon la nature des courbes semblables *AD, ad*, &c. & un *Minimum* sous l'Equateur & sous le Pole où elle s'évanouit, ~~la ligne droite ou~~ le lieu de tous les degrés semblables de latitude se confondant en ces endroits avec la Directrice de la Pesanteur, & coupant toutes les couches du Spheroïde à angles droits. (Art. XXXIII.)

XXXV. La seconde branche des Directrices de la Pesanteur, à les considérer toujours comme des Paraboles, satisfait aussi au Probleme, & va couper un autre quart des ellipses, dans l'angle au dessous, ou opposé, ou à côté, selon que *m* & *p* signifient des nombres pairs ou impairs, & conformément à la Theorie des Paraboles de divers genre. Sçavoir;

Dans les cas où *m* étant impair, *p* est pair; par exemple dans la seconde Parabole cubique $ny^2 = x^3$, où l'axe *AB* de la Terre seroit au diametre *DE* de l'Equateur comme 3 est à $\sqrt{6}$, la seconde branche *CN* coupe les ellipses dans l'angle *ACE*, qui est au dessous de l'angle *ACD*, où est la première branche *CM*, & du même côté: c'est-à-dire, par rapport au spheroïde, sur le même parallele, & dans le même hemisphere polaire.

Lorsque *m* est pair, & *p* impair, comme dans la Parabole ordinaire $ny = xx$, où *AB. DE* :: 2. $\sqrt{2}$, les deux branches de la courbe se trouvent de part & d'autre du demi-diametre *CD* de l'Equateur; c'est-à-dire, que la seconde branche *Cμ*, est dans l'angle *DCB*, de l'autre côté, & va

Mem. 1720.

. Nn

l'ob
;
 l'circonférences de
 & de cette droite

Q
 N qui se confond
 même avec la ligne
 et coupe

couper le même Meridien à un semblable degré de latitude dans l'autre hemisphere polaire.

Enfin, lorsque m & p sont impairs, comme dans la première Parabole cubique $n^2 y^2 = x^3$, où $AB . DE :: 3 . V_3$. la seconde branche Cv va couper les ellipses dans l'angle opposé ECB , & passe par les Antipodes du point M . Ce qui est aussi le cas des Cercles, ou de la Terre spherique, qui donne $AB = DE$, & $\frac{m}{p} = 1$, (Art. XXXI.) & où MCv devient une droite en quelque endroit du globe que l'on prenne le point M .

Mem. de
1718.
p. 255.

XXXVI. Selon les dernieres observations & les derniers calculs de M. Cassini, sur la grandeur des degrés Terrestres, & dans l'hypothese du Spheroides elliptique oblong, il suit/que l'axe AB est de 6, 579, 368 toises, & le diametre de l'Equateur de 6, 510, 796. Ce qui donne entre eux à peu-près le rapport de 96 à 95, & pour le parametre de AB , $94 + \frac{1}{2}$; negligant la fraction, car cela devient ici insensible, & divisant 96 & 94, par 2, on a 48 & 47, pour le rapport de l'axe de la Terre à son parametre. Ainsi la Directrice de la Pesanteur, dans un tel spheroides, sera $n^{48-47} y^{47} = x^{48}$, ou $n y^{47} = x^{48}$, qui a ses deux branches de part & d'autre d'un même rayon de l'Equateur.

$= \frac{1}{96}$
 $= ny$

XXXVII. On peut imaginer avec assés de vrai-semblance, que si l'hypothese des Directrices de la pesanteur a lieu, ces courbes ne se terminent pas à la surface de la Terre, & qu'elles peuvent s'étendre jusqu'aux extremités du Tourbillon terrestre. Ainsi la directrice CmM , par exemple, partant du centre C , & arrivant à la surface M , devra passer au de-là indéfiniment vers Q ; ensorte que tout corps tombant en M , la décriroit par sa chute. D'où l'on voit que si l'on pouvoit observer la courbure soit par la suspension d'une chaisne, ou d'un tuyau flexible & plein de liqueur, soit par le mouvement de quelque corps, ou enfin par quelque autre moyen que ce puisse être, on vuroit par l'inverse du Probleme ci-dessus (Art. XXIX.) la

1 a

la
de quelque Direc-
trice de la Pesan-
teur,

courbe generatrice du Spheroïde terrestre. Ainsi dans l'exemple proposé, les Paraboles $y^{47} = x^{48}$, ou generalement $y^p = x^m$, redonneroient les ellipses $mm - xx = \frac{m}{p} yy$, d'où l'on tireroit l'ellipse déterminée $ADBE$, par le moyen de son grand axe, qu'on sçait être de 6, 579, 368 toises. Mais si la Directrice de la Pesanteur ne peut differer que bien peu d'une droite, depuis la surface jusqu'au centre dans un spheroides tel que nous supposons la Terre (*Art. XXXI.*) à plus forte raison sera-t-elle sensiblement droite à une grande distance de la Terre & vers les extremités de son Tourbillon (*Art. XXXII.*) Il n'y a donc pas d'apparence que les Directrices de la Pesanteur puissent devenir observables. Cependant la rigueur geometrique nous empêchera de les regarder comme de veritables droites, dans bien des occasions, où elle ne nous permettra pas de regarder la Terre comme une veritable sphere.

XXXVIII. La necessité des Directrices de la Pesanteur, entant que lignes courbes, peut se démontrer par la generation de la Terre (*Art. XIX. & XX.*) Car, selon cette idée, & selon l'hypothese du Spheroïde, soit oblong ou applati, il faudra toujours imaginer que les parties de matiere qui composent la Terre, se sont assemblées autour d'un centre, par des lignes de direction, qui ne concouroient pas toutes à ce centre, ni à aucun autre point unique; soit parce que telles étoient primitivement les tendances de la Pesanteur dans le Tourbillon terrestre, soit à cause de la modification que le mouvement circulaire de ces mêmes parties autour d'un axe, apportoit à leurs tendances; ainsi qu'il a été expliqué (*Art. XX.*) Cela posé, à quelque instant de la formation de la Terre qu'on s'arrête, depuis le centre ou le noyau du Spheroïde, jusqu'à sa dernière couche, je dirai de la surface qu'avoit la Terre dans cet instant, ce que j'ai dit (*Art. XIX. fin.*) de la surface qu'elle a aujourd'hui, les directions de la pesanteur lui devront toujours être perpendiculaires. Or des directions perpendicu-

laires à une infinité de surfaces ou couches semblables infiniment minces d'un spherôide, ne sont autre chose dans leur concours (*Art. XXV.*) que les éléments d'une courbe.

XXXIX. Voyons presentement quelle devra être la mesure du poids d'un même corps sur chaque point de la Directrice de la Pesanteur à différentes distances de l'origine de cette courbe ou du centre du spherôide, en faisant abstraction du mouvement diurne.

Nous avons supposé jusqu'ici que les corps de même masse pesoient également sur des points quelconques de la surface de la Terre immobile (*Art. IX.*) & nous l'avons supposé ainsi, non seulement pour ne pas embarrasser de trop de circonstances l'examen d'une question déjà assés compliquée par elle-même, mais encore pour mieux suivre les raisonnements de M. *Huguens* sur la force centrifuge produite par le mouvement diurne, dans lesquels il suppose toujors l'égalité des poids sur la surface de la Terre dans son état de repos. Or il suit de cette supposition, & de celle du Spherôide oblong, que la pesanteur d'un corps devra être la même dans tous les points de la Directrice de la Pesanteur au centre. Car, selon cette dernière hypothese, tous les points de la surface de la Terre ne sont pas à même distance du centre. Or si la différente distance du centre n'apporte aucun changement à la pesanteur des corps placés sur la surface, ~~on ne voit pas pourquoi elle en apporterait~~ à la pesanteur des mêmes corps placés sur différents points de la Directrice, au dedans ou au dehors du Spherôide.

Mais outre que cette consequence est contraire aux opinions les plus reçûes aujourd'hui sur la Pesanteur, elle est fondée sur une supposition, qu'il semble que nous n'avons pas eu le même droit d'admettre que M. *Huguens*. Car dans le Traité de la Pesanteur de M. *Huguens*, la Terre, supposée immobile & dans son état primitif, est une sphere parfaite. Or quelle que fut la force de la Pesanteur à différentes distances du centre dans une sphere, elle ne sçauroit varier sur quelque point que ce soit de la surface, puisqu'ils

pourquoi en ap-
porterait elle

1?

sont tous également éloignés du centre. Dans ces recherches, au contraire, nous avons presque toujours supposé que la Terre étoit un Spheroïde oblong tant dans son état de repos, que dans son mouvement (*Art. XXI.*) De sorte qu'à moins que d'imaginer la Pesanteur / toujours la même dans toute l'étendue de son action, depuis le centre jusqu'aux extrémités du Tourbillon terrestre, il ne paroît pas vrai-semblable qu'elle ne varie pas sur différents points de la surface de la Terre. Mais si elle vient à varier, par exemple, en raison renversée des distances au centre, ou des carrés de ces distances, comme on le croit communement aujourd'hui, l'induction tirée de la Prop. V. (*Art. XVIII.*) sur l'accord des observations du pendule & de l'hypothèse du spheroïde oblong, perd toute sa force. Car il peut se faire que l'augmentation de pesanteur des corps vers l'Equateur, en conséquence de leur proximité du centre, compense, ou surpasse l'augmentation des forces centrifuges en conséquence de la figure oblongue de la Terre.

XL. D'un autre côté si l'on détermine le degré de la Pesanteur par la distance du centre, ou par le carré, ou par quelque autre *Fonction* que ce puisse être de la droite *QC*, par exemple, qui mesure cette distance, on sera obligé de régler la Pesanteur sur la longueur d'un chemin qu'aucune de ses directions ni aucun corps pesant ne suit jamais (*Art. III.*) excepté sur l'axe, ou sur le plan de l'Equateur, ce qui paroît absurde, ou de faire les directions des poids obliques à la surface de la Terre, excepté sur l'axe, ou sur le plan de l'Equateur, ce qui est contraire aux plus saines idées de la Statique (*Art. II. & XIX.*) Faudra-t-il donc mesurer les différentes pesanteurs d'un même corps aux points *R, Q, F,* &c. par la longueur des courbes *RC, QFC, FC,* &c. qu'il suivroit en tombant, ou par quelque une de leurs *Fonctions*? Mais c'est retomber en partie dans un des inconvénients que nous venons de remarquer. Car quoique les corps pesants placés en *R, Q, F,* & abandonnés à eux-mêmes, dussent parcourir les Direc

18
✓ *ajwies etc.*
Newton

FIG. VIII.

266 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
 trices RC , QFC , FC , & arriver ainsi au centre de la Terre,
 il est certain neantmoins qu'à chaque instant de leur chute,
 ils tendroient à s'en échapper par la droite tangente en ce
 point, laquelle est alors leur véritable & unique direction.
 Desorte que si l'on mesuroit, dans un de ces instants quel-
 conque, le degré de leur pesanteur, par la courbe directrice
 menée du lieu où ils seroient, au centre, ce seroit le me-
 surer par un chemin que la pesanteur ne leur feroit point
 parcourir dans cet instant. Sera-ce donc enfin par la ligne
 de tendance QY , ou par cette ligne plus la partie de l'axe
 YC , que nous évaluérons la pesanteur des corps à différentes
 distances du centre, & sur différents points de la surface
 du Sphéroïde? Mais l'action de la Pesanteur ne se termine
 pas en Y (Art. XXIV.) c'est pourquoi il n'y a aucune rai-
 son de mesurer la Pesanteur par la ligne QY seulement; &
 si l'on y ajoute la portion de l'axe YC , par le moyen de la-
 quelle une partie de l'effort de la Pesanteur se transmet au
 centre (*Ibid.*) c'est encore mesurer en partie le poids d'un
 corps à un point, & dans un instant quelconque, par la lon-
 gueur d'un chemin différent de sa direction, & que la Pe-
 santeur ne tend pas à lui faire parcourir dans cet instant.
 Quelle ligne ou quelle grandeur prendrons-nous donc ici
 pour la mesure de la Pesanteur dans les différentes distan-
 ces du centre!

Un éclaircissement va satisfaire à toutes ces difficultés;
 & ajouter un nouveau degré de probabilité à l'hypothèse
 du Sphéroïde oblong.

XLI. Le fait étant posé, ainsi que la plupart des Phy-
 siciens & des Astronomes modernes le reçoivent, que le
 poids des corps augmente à mesure qu'ils sont plus près du
 point central de la Pesanteur, en raison réciproque des
 quarrés des distances; ce fait, dis-je, étant posé, il n'est pas
 possible d'en concevoir distinctement d'autre cause, que la
 densité des impulsions ou des lignes dans lesquelles se font
 les efforts ou les impulsions de la Pesanteur, cette densité
 étant d'autant plus grande que ces lignes approchent da-

le r(e)criver
 ce seroit le
 mesurer par un
 chemin que la
 pesanteur ne feroit
 point parcourir
 au corps dans cet
 instant.

~~à ces corps~~
 à ces corps

vantage du point de leur convergence. Imaginons, par exemple, une infinité d'impulsions ou de tendances de $G, A, B, H, \&c.$ vers un même point K , ou, pour parler le langage des Geometres, soit en K , une force centripete dont l'action se répande à la ronde indéfiniment & en tous sens, par des droites ou rayons $KG, KA, KB, KH, \&c.$ Si l'on suppose deux ou plusieurs Spheres $X, Z, \&c.$ concentriques autour du point K , on sçait que les portions semblables AB, EF , de leurs surfaces seront entre elles en raison réciproque des quarrés de leurs rayons AK, EK ; & parce que chacune de ces portions soutient un même nombre de rayons ou d'impulsions $AK, BK, \& EK, FK$, il est clair que la densité de ces impulsions sera en raison des surfaces qui les soutiennent, c'est-à-dire, en raison soudoublée des rayons ou distances AK, EK . C'est pourquoi si un même corps ou des corps de même masse AB, ab , se trouvent à différentes distances du point où concourent toutes les directions des efforts de la Pesanteur, leurs poids doivent être réciproquement comme les quarrés de ces distances. D'où il est évident que, dans l'hypothese dont il s'agit, les différentes distances du point central n'apportent du changement à la pesanteur d'un corps, qu'entant qu'elles sont inséparables du plus ou du moins de densité des lignes dans lesquelles on imagine que se font les efforts de la Pesanteur.

XLII. Cela étant bien conçu, on voit bien qu'une pareille mesure de la pesanteur dans le cas du Spheroïde terrestre, soit oblong ou aplati, ne sçauroit avoir lieu par rapport au centre du Spheroïde; puisque, ainsi qu'il a été remarqué plusieurs fois ci-dessus, il est impossible que les directions de la Pesanteur y concourent. Il faut donc avoir recours aux lignes dans lesquelles la Pesanteur agit sur le Spheroïde, & examiner quelle loi suivent leurs différentes densités, & sur quoi l'on peut les regler. Mais nous allons faire voir, que ce ne peut être que sur le produit ou rectangle réciproque du rayon osculateur par la ligne de ten-

*ecriver en Italique
tout ce qui est barré,
sçavoir 6 lignes*

FIG. XI

12

dance qui en fait partie, dans le Spheroïde oblong; & sur le produit ou rectangle réciproque du rayon osculateur par lui-même plus son prolongement jusqu'à l'axe, dans le Spheroïde applati.

XLIII Pour mettre cette proposition dans tout son jour, & premièrement en ce qui regarde le Spheroïde oblong, soit, comme dans les Articles précédents, un spheroïde oblong projeté sur le plan d'un de ses Meridiens ovales quelconque $ADBE$, de manière que l'Equateur, & tous les cercles qui lui sont parallèles, soient représentés par des lignes droites DE , RX , &c. Si l'on imagine deux points physiques, ou deux corps de même masse, sur deux endroits de la surface du Spheroïde différents en latitude, l'un, par exemple, en D sur l'Equateur, l'autre en R sur un parallèle quelconque RX ; il est évident que chacun de ces corps entant qu'il répond à une portion de la surface du Spheroïde, s'étend sur le Meridien du lieu vers l'un & l'autre pôle, & sur la circonférence de l'équateur, ou du parallèle vers l'orient & vers l'occident de ce lieu. Supposons que les deux corps sont sur un même meridien.

1^o. Il est clair qu'entant qu'étendus en ce sens, les directions de leurs poids se confondent avec les rayons osculateurs DO , RT , des points D , R , où l'on suppose qu'ils sont placés sur le meridien $ADBE$, & parce que les rayons osculateurs qui partent d'une portion infiniment petite D ou R de la développante AD , sont censés concourir à un point O , ou T , de la développée OTG , & que l'étendue des corps ou points physiques que nous supposons en D & en R , doit être regardée comme infiniment petite par rapport à la surface du Spheroïde terrestre, il suit que les directions ou les lignes dans lesquelles la Pesanteur agit sur les corps en D & en R , concourront aux points O , T , de la développée. Donc (*Art. XLI.*) leurs densités seront entre elles en raison renversée des distances DO , RT , c'est-à-dire en raison renversée des rayons osculateurs des points D , R , & partant (*Ibid.*) leurs pesanteurs en D & en R seront

12
e
FIG. XII.
RX
P
M

la
de
ci de

1,
1,
1, 1,

ront comme les rayons RT, DO . Car la développée GTO est le lieu d'une infinité de centres tels que le centre K dans la Figure XI. & chaque point quelconque $A, R, D, \&c.$ de la surface du Spheroïde, est poussé vers l'endroit de la développée où aboutit le rayon osculateur $AG, RT, DO, \&c.$ mené de ce point, avec la même force & de la même manière, que si chaque point $A, R, D, \&c.$ étoit à une surface sphérique, qui eut pour rayon AG, RT, DO : parce que la densité des lignes dans lesquelles la pesanteur agit sur eux est la même. Et comme tout cela subsiste, soit que les points $R, D, \&c.$ se trouvent sur un même Meridiën, ou sur des Meridiëns éloignés l'un de l'autre; il suit que les pesanteurs des corps, entant qu'ils s'étendent en latitude vers l'un & l'autre Pole, sur le Spheroïde oblong, sont entre elles réciproquement comme les rayons osculateurs des lieux où ils sont placés.

2°. Par un semblable raisonnement on trouvera que les pesanteurs de deux points physiques, entant que chacun d'eux est sur plusieurs Meridiëns à la fois, ou qu'il s'étend d'orient en occident, doivent être réciproquement comme les lignes de tendance des lieux où ils sont supposés.

Car soient plusieurs Meridiëns $ADBE, AdBe, \&c.$ il est évident que la commune section de leurs plans se fera sur l'axe AB du Spheroïde, & que le plan de l'Equateur DE leur sera perpendiculaire à tous, & à la surface du Spheroïde en $DdEe, \&c.$ Donc quelques rayons osculateurs que l'on mène de tous ces points $D, d, E, e, \&c.$ aux développées de chacun des Meridiëns auxquels ils répondent, ils se couperont tous sur le lieu de tendance GH , au point C , qui se trouve dans le cas présent le centre du spheroïde. Donc toutes les directions des poids sur la circonférence de l'Equateur $DdEe$, concourent au centre de cette circonférence; par conséquent (*Art. XLI.*) c'est sur la longueur des rayons de l'Equateur, ou, ce qui est ici la même chose (*Art. IV.*) sur les lignes de tendance DC ou $dC, \&c.$ qu'il faut régler les densités des impulsions

Il en est de même de tous les Paralleles, avec cette seule difference, que comme leurs plans RX ne sont pas perpendiculaires à la surface du Spheroïde, les rayons osculateurs $RT, rt, Xr, &c.$ menés de tous les points de leur circonference, ne scauroient être dans ces plans, ni se couper à leur centre, comme il arrive à l'Equateur. Ainsi les lignes de tendance $RY, rY, XY, &c.$ qui font partie des rayons osculateurs, au lieu de se réunir au centre F , concourront en Y , c'est-à-dire, à la pointe du cone RYX , dont on peut imaginer qu'elles produisent la surface, & qui a pour base le cercle parallele même. Donc (*Art. XLI.*) les densités des lignes dans lesquelles la pesanteur agit se trouveront encore ici en raison renversée des signes de tendance $RY, rY, &c.$ le point Y pouvant être regardé comme le centre d'une Sphere qui a pour rayon RY ou rY ; & parce que cela est general en quelque point que ce soit du parallele & dans un parallele quelconque, il suit que les pesanteurs des corps, entant qu'ils s'étendent d'orient en occident, sont entre elles réciproquement comme les signes de tendance des points de la surface du Spheroïde sur lesquels ils sont placés.

Donc les pesanteurs de deux points physiques, ou de deux corps composés de même nombre de points physiques, qui sont sur la surface du Spheroïde oblong, & entant qu'ils y occupent une partie de cette surface, sont entre elles réciproquement comme les rectangles des rayons osculateurs par les lignes de tendance menées des points de la surface où ils sont placés.

XLIV. A l'égard du Spheroïde aplati, pour déterminer la mesure de la pesanteur sur différents points de sa surface; soit un Spheroïde aplati projeté sur le plan d'un de ses Meridiens quelconque $EADB$, de maniere que l'Equateur, & tous les cercles Paralleles soient représentés par des lignes droites $AB, RX, &c.$ Si l'on imagine, comme dans l'exemple précédent (*Art. XLIII.*) deux

FIG. XIII.

S

P

1/2

01

S

0
H

sur

points physiques, l'un en A , l'autre en R , il est clair 1°. Par tout ce qui a été dit dans cet Article, qu'entant que ces points s'étendent sur le méridien EAD , leurs pesanteurs sont en raison renversée des rayons osculateurs AG , RT . D'où il suit, &c.

2°. Il ne reste donc qu'à faire voir qu'entant que ces mêmes points s'étendent d'orient en occident, sur l'équateur, ou sur un même parallèle, leurs pesanteurs sont en raison renversée des mêmes rayons osculateurs prolongés jusqu'à l'axe de révolution ED .

Soient plusieurs Meridiens $EADB$, $Eadb$, &c. il est évident que la commune section de leurs plans se fera sur l'axe ED du Sphéroïde, & que le plan de l'Equateur, AB , leur sera perpendiculaire à tous, & à la surface du sphéroïde en $AaBb$, &c. Donc quelques rayons osculateurs que l'on mène de tous ces points A, a, B, b , &c. aux développées de chacun des Meridiens auxquels ils répondent, ces rayons seront dans le plan de l'Equateur, & ils se couperont au centre C du lieu de tendance, qui se trouve dans le cas présent le centre de l'équateur & du sphéroïde. Il en est de même ici que dans le Sphéroïde oblong: toute la différence consiste en ce que dans le Sphéroïde oblong, tous ces rayons se coupent au centre avant que d'arriver à la développée, au lieu que dans le Sphéroïde applati, ils arrivent à la développée GKH avant que d'arriver au centre C , parce que le cercle ou lieu de tendance GH , donne pour origine à toutes les développées un point de la circonférence GHG , qui termine le lieu de tendance entre le centre C , & la circonférence $AaBbA$ de l'Equateur. Ainsi tous les rayons osculateurs qui se trouvent à cette circonférence ne concourent qu'au centre C , & par conséquent (Art. XLI .) la pesanteur des corps, entant qu'ils sont sur l'Equateur $AaBbA$, est en raison des rayons $AG + GC = AC$, &c.

C'est le même raisonnement à l'égard des Paralleles RX , & il faut leur appliquer tout ce qui a été dit ci-dessus

M/

- S
- S
Ten G, H, &c

2094

E

(Art. XLIII. num. 2.) des Paralleles du spheroides oblong; excepté seulement, qu'au lieu que dans le spheroides oblong, le sommet Y du cone formé par tous les rayons osculateurs qui partent de la circonference $RrXR$, se trouve sur la ligne ou lieu de tendance (Fig. XII.) entre le plan de l'Equateur & le Pole, ici au contraire (Fig. XIII.) le sommet du cone que forment les mêmes rayons RY, rY, XY , &c. passe au de-là du plan de l'Equateur, & se trouve sur l'axe entre ce plan & le pole opposé: & cela, parce que, ainsi que nous venons de le remarquer à l'égard de l'Equateur, les rayons osculateurs de la circonference d'un parallele quelconque dans le Spheroides applati, rencontrent la développée avant que d'arriver à l'axe de révolution. Car il est évident que leur concours & le terme de leur convergence ne peut être sur une circonference $Pp\pi$ du plan ou lieu de tendance GH , ni sur une circonference $Tt\tau$ de la surface du spheroides pointu $GTK\tau H$, aux points T, t, τ , où ils rencontrent cette surface ou leurs développées; mais seulement sur l'axe ED , commune section des plans des Meridiens dans lesquels ils se trouvent, & au point Y , où se termine la pointe du cone RYX , dont ils couvrent ou dont ils produisent toute la surface. Donc, supposant ici les mêmes raisonnements qui ont été faits sur la fin du n^o. 2. de l'Article précédent, les pesanteurs des corps sur différents points de la surface du spheroides applati, entant qu'ils s'étendent d'orient en occident, sont entre elles réciproquement comme les rayons osculateurs prolongés jusqu'à l'axe du spheroides. Et par conséquent la pesanteur des corps de même masse, entant qu'ils s'étendent de l'un à l'autre pole, & d'orient en occident, & qu'ils occupent une portion de la surface du spheroides applati, est en raison réciproque des rectangles des rayons osculateurs par ces mêmes rayons prolongés jusqu'à l'axe du spheroides.

FIG. XII. XLV. La longueur de tout rayon osculateur RT , de & XIII. même que celle de sa difference, ou de sa somme avec la partie ou le prolongement intercepté par l'axe de révolu-

tion & le point touchant de la développée, c'est-à-dire, $RT - TY = RY$ & $RT + TY = RY$, changeant continuellement dans tous les points du Meridien depuis l'Equateur jusqu'au Pole; il est clair que le rectangle de ces deux droites, & par conséquent la pesanteur des corps changera sur toute l'étendue d'un Meridien depuis le Pole jusqu'à l'Equateur. Et au contraire ces deux lignes demeurant ~~les~~ ~~mêmes~~ sur toute la circonférence de l'Equateur & d'un parallèle quelconque, il suit que la pesanteur ne devra point varier en ce sens sur la surface du Sphéroïde terrestre, soit oblong, soit applati.

(Fig. XII) & (Fig. 1)

= de même grandeur

1) P

XLVI. Il est évident que ce que nous venons de dire des différents points de la surface du Sphéroïde terrestre doit être dit d'un point quelconque pris dans le sphéroïde, ou sur la surface d'une des couches semblables quelconques qui le composent. Car cette couche aura sa développée, ses rayons osculateurs, &c. de même que la surface extérieure, qui ne doit être regardée que comme une dernière couche. Ainsi pour répondre à la question qui a été faite au commencement de l'Article XXXIX. Je dis que les poids des corps de même masse, sur différents points de la Directrice de la Pesanteur au centre, seront entre eux réciproquement comme les rectangles des rayons osculateurs par les lignes de tendance de chacun des points de la couche & du lieu où l'on suppose que ces corps se trouvent actuellement, dans le Sphéroïde oblong; & réciproquement comme le rectangle des rayons osculateurs par eux-mêmes plus leur prolongement jusqu'à l'axe de révolution, dans le Sphéroïde applati.

XLVII. Comme la ligne de tendance, & le rayon osculateur prolongé jusqu'à l'axe de révolution, ou, plus généralement, comme le rayon osculateur moins ou plus la partie TY comprise entre le point touchant de la développée & l'axe de révolution du Sphéroïde, n'est autre chose que la perpendiculaire de l'ovale génératrice par rapport à cet axe, on pourra énoncer la Proposition précédente sous cette forme qui est plus simple & plus générale,

Les pesanteurs des corps de même masse sur le Spheroïde terrestre, ou dans le Spheroïde terrestre, soit oblong, soit applati, sont réciproquement comme les rectangles des rayons osculateurs par les perpendiculaires de l'ovale generatrice menées des points de la surface ou de la couche où ils sont placés, jusqu'à l'axe de révolution.

XLVIII. De ce qui a été démontré dans les Articles précédents, sçavoir que les rayons osculateurs vont en augmentant depuis le Pole jusqu'à l'Equateur, dans le Spheroïde oblong, & depuis l'Equateur jusqu'au Pole, dans le Spheroïde applati (*Prop. I. & II. Art. V. & VI.*) & que les perpendiculaires de la courbe generatrice du Spheroïde, par rapport à l'axe de révolution, vont encore en augmentant, depuis le Pole jusqu'à l'Equateur, dans le Spheroïde oblong (*Prop. III. Art. VIII*) & depuis l'Equateur jusqu'au Pole, dans le Spheroïde applati (*Prop. VI. Art. XIII.*) de toutes ces démonstrations, dis-je, & de l'hypothese des Pesanteurs en raison réciproque des quarrés des distances au point central ou au terme de la convergence de leurs directions (*Art. XLI.*) il suit, que la Pesanteur des corps, & les longueurs du Pendule iront en diminuant des Poles vers l'Equateur, sur le Spheroïde oblong; & au contraire en augmentant, sur le Spheroïde applati.

XLIX. Il sera aisé d'ajouter la nouvelle circonstance des pesanteurs en raison réciproque des rectangles des rayons osculateurs par les perpendiculaires, aux circonstances de la *Prop. IV. Art. IX. & X.* pour en composer l'effort total de la force centrifuge contre la Pesanteur, en un point quelconque de la surface de la Terre. Car il est clair que tout le reste demeurant comme dans cette Proposition, il n'y a que de différentes Pesanteurs, ou, ce qui reviendra au même, de différentes masses à y introduire, en raison réciproque des rectangles des rayons osculateurs par les perpendiculaires. Et parce que toutes choses d'ailleurs égales, les forces centrifuges sont entre elles comme les masses inégales, il suit, que par cette circonstance les forces centrifuges

1)

In

- S

- S
S

/ P

- P

sur
quell

- S

- S

/ S

de la figure et

augmenteront vers les Poles, ou en total, diminueront moins que dans le cas de la Proposition IV. Ce qui pourroit compenser en tout ou en partie, selon le degré de la vitesse circulaire du spheroïde, & selon la nature de sa courbe generatrice, la diminution qui arrive à ces forces en consequence de la figure oblongue (Prop. V. Art. XI. & XVIII.) Mais comme dans le cas donné du mouvement diurne de la Terre, la pesanteur absoluë surpasse toujours de beaucoup l'action contraire de la force centrifuge, sur quelque point que ce soit de la surface de la Terre, l'hypothese des pesanteurs en raison réciproque des rectangles des rayons osculateurs par les perpendiculaires, ajoutera toujours beaucoup plus à la pesanteur des corps, & à la longueur du Pendule, en allant vers les Poles, que cette moindre diminution de forces centrifuges n'en ôtera.

L. Ces remarques suffisent, si je ne me trompe, pour faire voir l'accord de l'accourcissement du Pendule & de la diminution des degrés Terrestres, en allant de l'Equateur vers les Poles, deux faits, qui avoient paru jusqu'ici incompatibles. Aussi la plupart des sçavants qui ont embrassé l'une ou l'autre des hypotheses qu'on a cru s'en ensuivre, par rapport à la figure de la Terre, ont ils tâché de rendre douteuses toutes les observations qui servoient à établir l'hypothese contraire. C'est principalement sur la délicatesse des operations, & sur la grandeur des instruments qu'elles exigeoient, qu'ils ont fondé leurs doutes. Mais nous avons indiqué ci-dessus * de quoi répondre aux plus fortes objections que l'on ait faites contre la certitude de l'accourcissement du Pendule; & je m'assure que l'ouvrage que M. Cassini est prêt de donner au public sur la Meridienne, fournira de quoi lever les difficultés qu'on a coutume d'alleguer contre la mesure immediate de la Terre, & contre la diminution de degrés vers le Pole, qui en resulte. C'est dans ce détail de la plus grande operation de Geometrie pratique, qui ait jamais été faite, que l'on verra avec quels soins, quelle exactitude scrupuleuse, & l'on peut ajouter, avec quel succès les

(en marge)

* Sous l'Equateur, où la force centrifuge est plus grande que par tout ailleurs, elle ne fait equilibre qu'à la 289^{me} partie de la pesanteur absolue.

= avec

1 & 1/2

* A la marge de la pag. 248.

rien changer rien

Astronomes de France ont entrepris, & achevé enfin la détermination de la Meridienne. Ce n'est pas que je ne demeure convaincu de la délicatesse extreme des Observations qui servent de fondement à l'inégalité des degrés terrestres, aussi bien que de celles d'où l'on conclut les différentes longueurs du Pendule, & le différent poids des corps en divers endroits de la Terre. J'en ai déjà convenu dans ce Memoire, & j'ai agi en conséquence dans les recherches qui le composent, en ne prenant de tous ces faits que ce qu'ils ont d'essentiel & de plus constant. Mais quelque difficiles & quelque délicates que soient des observations, lorsqu'étant répétées plusieurs fois par des personnes habiles & qui y apportent toutes les précautions nécessaires, elles s'accordent toutes ou presque toutes à redonner tantôt plus, tantôt moins, mais toujours, une diminution, ou une augmentation de même part ou dans le même sens, je crois qu'elles peuvent être mises à cet égard au rang de nos connoissances de Physique les plus certaines. Les observations de l'accourcissement du Pendule sous l'Equateur, & celles de la diminution des degrés terrestres en allant vers le Pole, sont assés également dans le cas; ainsi il n'y a que de nouveaux faits, ou une incompatibilité bien démontrée, qui puisse nous mettre en droit de rejeter les unes, tandis que nous recevrons les autres.

J'avois joint ici quelques Remarques analogues aux précédentes, dans l'hypothese des Directrices & des efforts de la Pesanteur réunis à l'un des Foyers du Spheröide oblong ou de l'ellipse, à peu près comme on l'imagine à l'égard des grands Tourbillons ou des Orbites des Planetes. Mais en revoyant mon Memoire pour l'Impression, j'ai trouvé ce que j'avois dit là-dessus trop imparfait & trop succinct, par rapport à l'usage qu'il me semble qu'on en pourroit faire dans l'Astronomie Physique, & j'ai cru devoir le supprimer, dans l'esperance d'en parler quelque jour plus à fonds.

Je ferai voir aussi dans une autre occasion, que la Theorie, & les Principes que j'ai établis dans ces Recherches, peuvent servir

*de la précision
qu'exigent*

Q

Q

o)

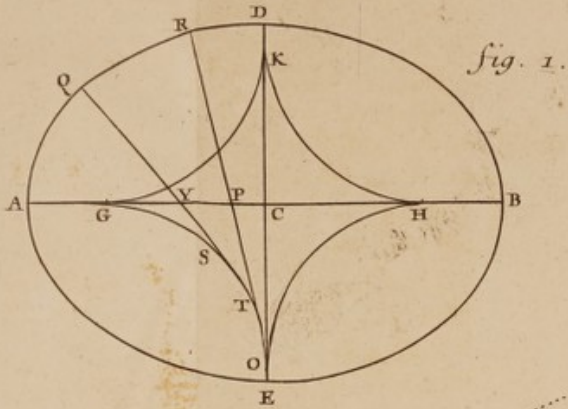


fig. 1.

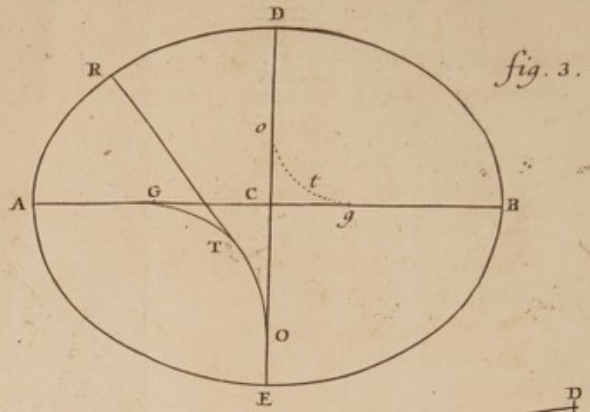


fig. 3.

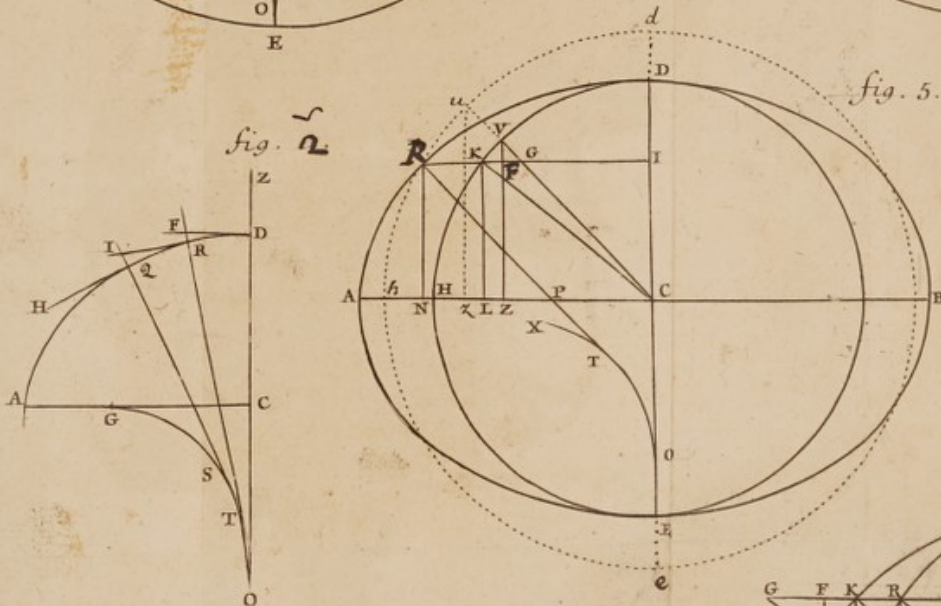


fig. 5.

fig. 2

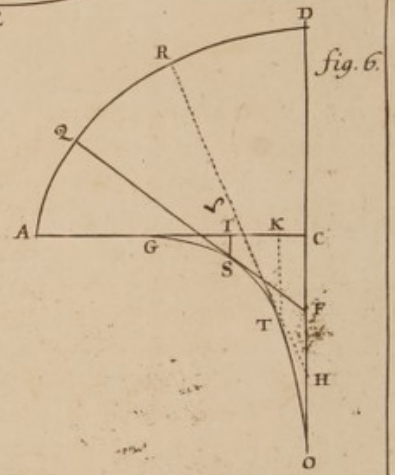
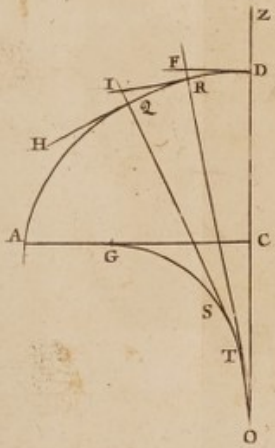


fig. 6.

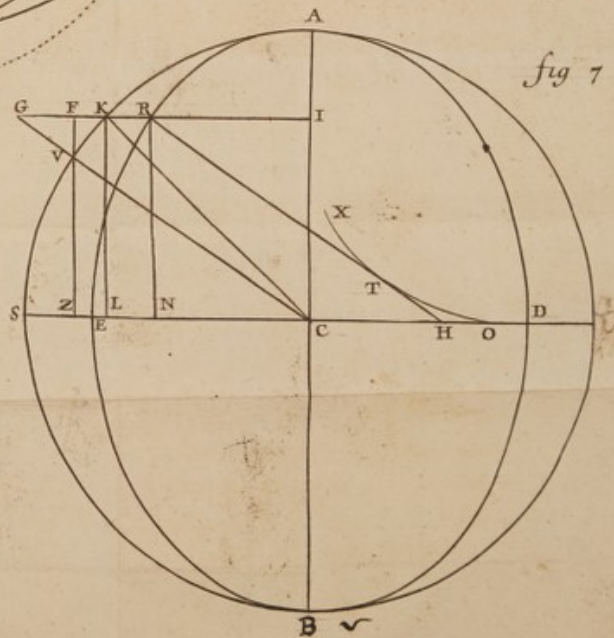


fig 7

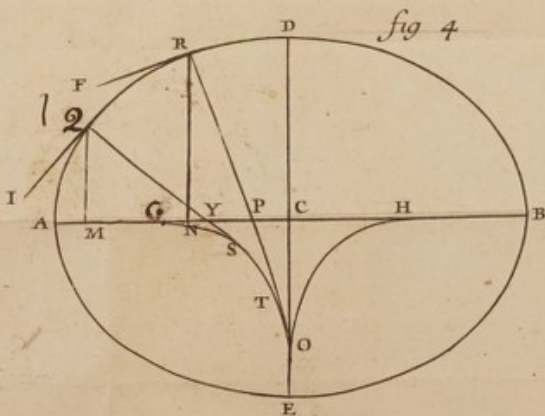


fig 4

20
94

1R

F //

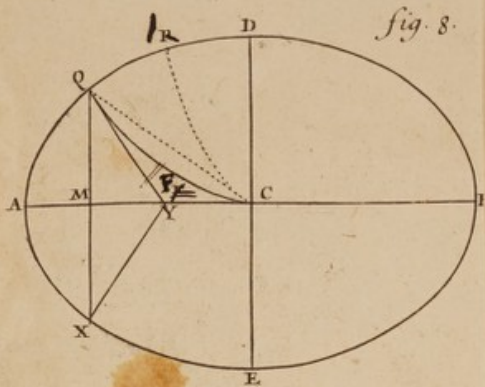


fig. 8.

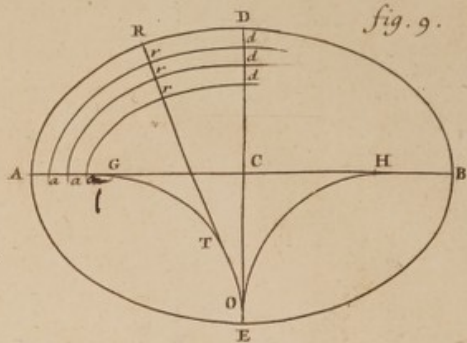


fig. 9.

trop ceas
te, il faut
le rapproche

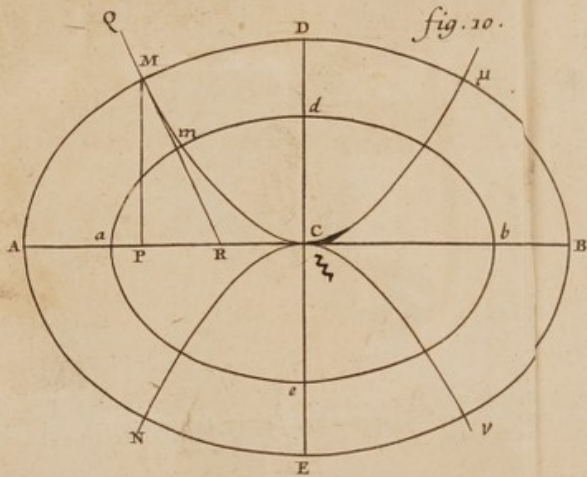


fig. 10.

z

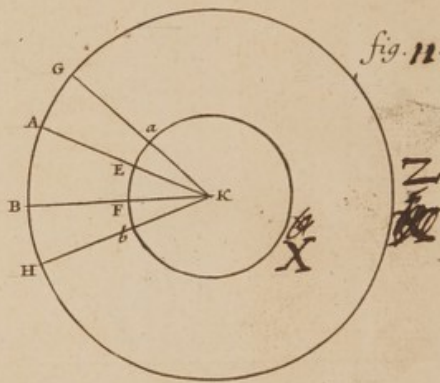


fig. 11.

Z
X

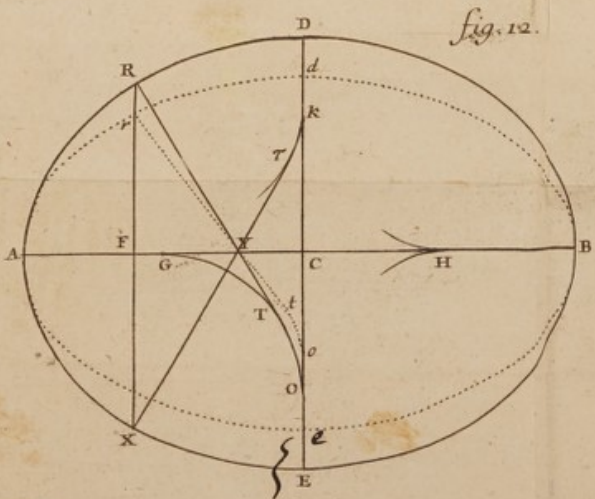


fig. 12.

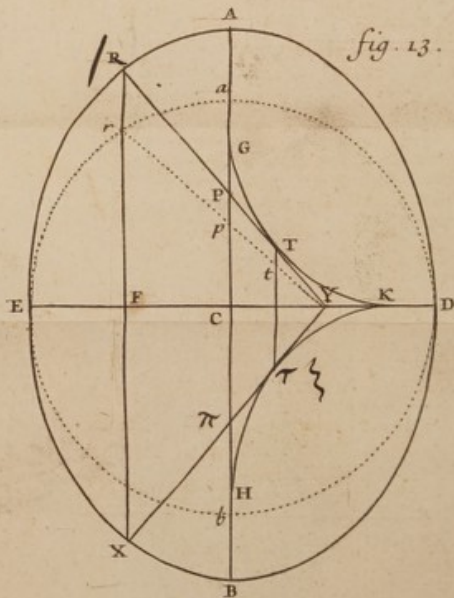
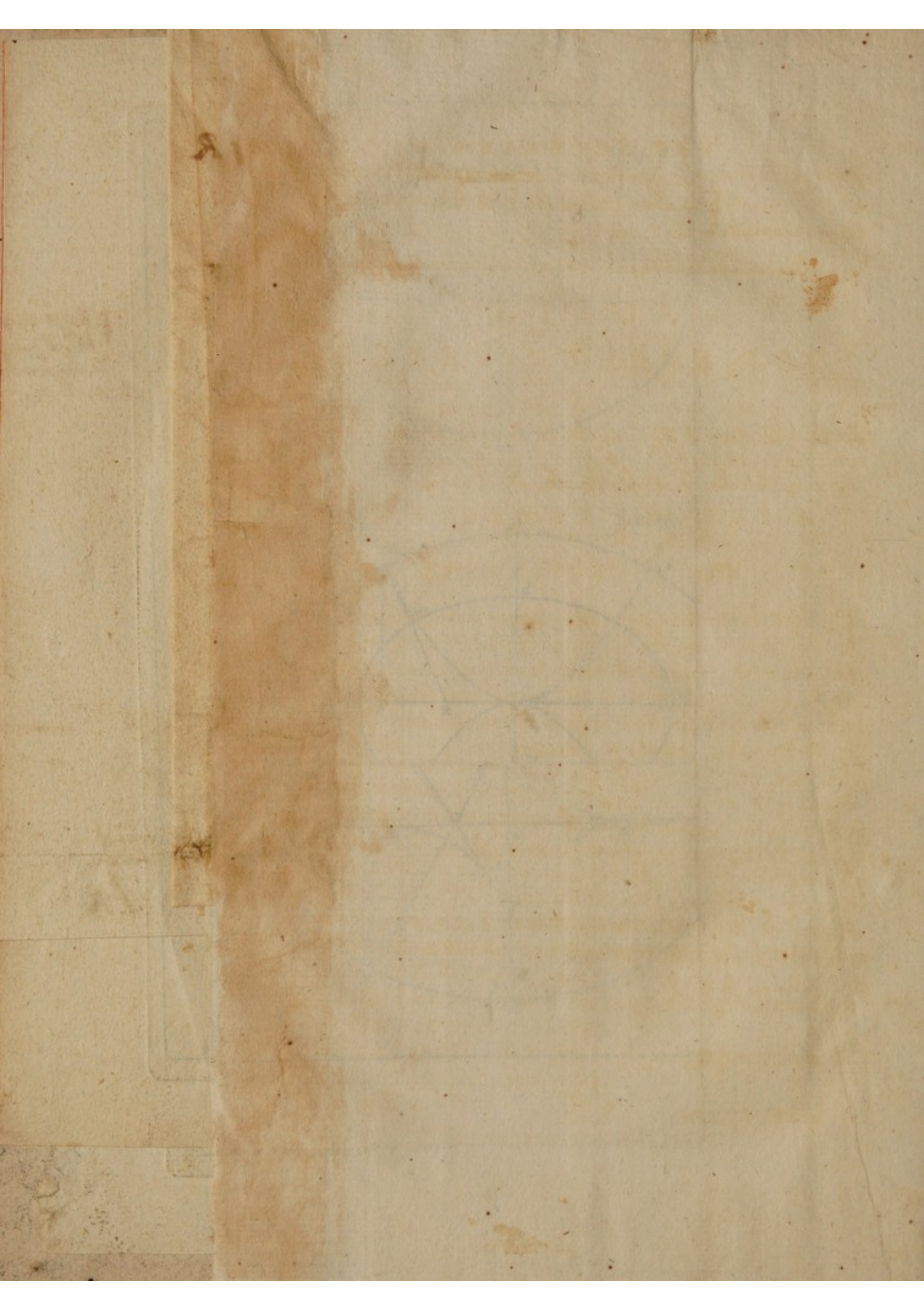


fig. 13.

1R

τ



Servir de fondement à l'explication des ~~principaux~~ Phenomenes de la Terre, & des changements les plus remarquables qui lui sont arrivés.

de la plus part
 ✓ generaux
 à rendre raison
 du moins en partie

S U I T E
 DES CORYMBIFERES,
 OU
 DE LA SECONDE CLASSE
 DES PLANTES
 A FLEURS COMPOSEES.

Par M. VAILLANT.

P O U R éviter les répétitions, nous renvoyons à la tête 27 Janv. 1720.
 de notre Memoire du mois de Juillet 1719*, ceux
 qui voudront se rafraîchir l'idée de ce que nous entendons
 par *Plantes Corymbiferes*, & de ce qui nous les fait distin-
 guer de toutes celles dont la fleur est pareillement compo-
 sée. Néanmoins, comme le caractere qui nous établit des quatre Sections & des neuf Genres qu'elles renferment, roule en partie sur la forme & la structure de la fleur qu'on nomme *radiée*, nous avons crû qu'il étoit à propos de repeter ici que cette fleur Fig. 1, 2, 3, 4, 5, est composée de fleurons mâles, ou de fleurons hermaphrodites Fig. 7, lesquels forment un disque a Fig. 1, 2, 3, 4, 5, entouré de demi-fleurons femelles 6, 8, 10, 11, 12, ou neutres Fig. 12, qui represente une couronne rayonnante b Fig. 1, 2, 3, 4, 5.

* Mem. de l'Acad. an. 1719. p. 277

Fleur radiée, ce que c'est.

iii. Bellis hortensis, flore pleno, codue magno incarnato. B. Pin. & L. R. Herb. 491.
 iv. Bellis hortensis, flore pleno, codue magno rubro. B. Pin. & L. R. Herb. 491.

*Des Corymbifères dont la fleur est ordinairement radiée,
& dont le Placenta est ras, chargé d'ovaires
à tête nuë.*

Genre I.

Bellis. Pâquerette.

La *Pâquerette* porte des fleurs radiées dont les fleurons sont hermaphrodites, & les demi-fleurons femelles. Les ovaires ont la tête nuë, & portent sur un placenta ras & *Fig. 16*. Chaque ovaire *Fig. 20*, est un ovale applati, ou plutôt une espèce de cœur bordé d'un ourlet. Toutes ces parties sont contenues dans un calyce simple *b Fig. 16*, évasé & découpé jusqu'au placenta; en plusieurs rayons. On peut ajouter, que les feuilles sont entières, ou tout au plus dentelées.

Les espèces de *Pâquerette* & leurs variétés sont,

- i. *Bellis caule bipedali, nudo, foliis magnis, latis, floribus rubris & albis, Alpina. Mentz. Pug. Tab. 8.*
2. *Bellis media, nudicaulis, non ramosa. R. Hist. 1. 349.*
R. Herb. 490.
- j. *Eadem flore prolifero.*
3. *Bellis sylvestris, minor. B. Pin. 261. & I. R. H. 491.*

Hujusce tertiæ Bellidis species varietates duodecim sequuntur.

- ij. *Bellis pratensis, duplici petalorum serie. H. R. Blf. 238.*
- iiij. *Bellis hortensis, flore pleno, eoque magno albo. B. Pin. 261. & I. R. Herb. 491.*
- iiij. *Bellis hortensis, flore pleno, eoque magno incarnato. B. Pin. & I. R. Herb. 491.*
- iv. *Bellis hortensis, flore pleno, eoque magno rubro. B. Pin. 261. & I. R. Herb. 491.*

Fautes à corriger dans les Mémoires de 1720.

- Page. Ligne Lisés
234. 20. de degré, ou, si l'on veut, infiniment petites, en
243. 19. NR, CK,
244. 24. que $\frac{AG + GT + TH}{AG + GK + KC} =$
- ibid. 25. $\frac{RH}{AC} > \frac{AG + GS + SF}{AG + GI + IC} =$
259. dern. $n^3 y^2 = x^5$
260. 1. fini, et arrivé au point de rebroussement de la développée, en diminuant jusqu'à un certain terme, qu'il augmente
- ibid. 26. Car $\frac{x^m}{y^p}$ rapporté à différentes couches, varie
262. 30. en M, si l'on fait abstraction de l'écart centrifuge, la décrivoit
264. pénult elle ne pouvoit
267. 10 raison des quarrés
- 13 raison reciproque des
- 14.15. raison doublée reciproque des
276. 7. J'en suis ~~assuré~~

Fautes à corriger dans les Mémoires de 1722.

12. 27. tension
14. 15. IV. Soit
29. 5. L'art. XII.

A Monsieur

Monsieur de la Harpe
à l'Imprimerie Royale
à Paris

3993/34	66019
103523	10396
<u>310869</u>	7189
83765/45	66019
1035208	10396
<u>8282194</u>	62076
0099901116	3993/3
1035276	

AF = m MF = m + x
AP = x
PM = y
PF = x + m ou m - x

$$\frac{m+x}{m-x} = \frac{yy + m - 2mx + 2mx}{4mx} = \frac{yy}{4mx}$$

$$\frac{yy + m - 2mx + 2mx}{4mx} = \frac{yy}{4mx}$$

$\frac{b}{x} = \frac{ay}{ax}$
 $\frac{by}{x} = \frac{ay}{ax}$
 $\frac{by}{x} = \frac{ay}{ax}$
 demander à M. Demouran si
 le a. + de la c. du calcul est en
 son imprime.
 que Mr. de Clapier nous envoie à l'Asst.
 Coll. exprom. Thronie.
 Pitonnie. Elem. med. Pl. M.
 Carré, Clepree, Toy br.
 J'ai fait usage de ce certificat