

Mémoires posthumes de monsieur Jean Philippe Loys de Cheseaux, sur divers sujets, d'astronomie et de mathematiques, avec de nouvelles tables très exactes des moyens mouvemens du soleil et de la lune / [Edited by Paul and Charles Loys de Chéseaux].

Contributors

Cheseaux, Jean Philippe Loys de, 1718-1751.

Publication/Creation

A Lausanne : Chez Antoine Chapuis, 1754.

Persistent URL

<https://wellcomecollection.org/works/kc8g2hkb>

License and attribution

This work has been identified as being free of known restrictions under copyright law, including all related and neighbouring rights and is being made available under the Creative Commons, Public Domain Mark.

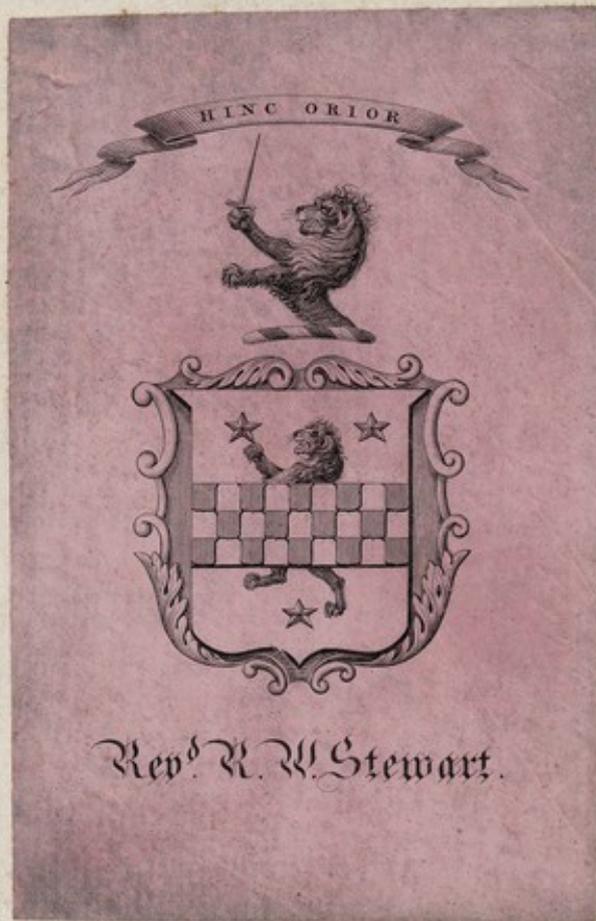
You can copy, modify, distribute and perform the work, even for commercial purposes, without asking permission.



Wellcome Collection
183 Euston Road
London NW1 2BE UK
T +44 (0)20 7611 8722
E library@wellcomecollection.org
<https://wellcomecollection.org>



34231/B





Digitized by the Internet Archive
in 2019 with funding from
Wellcome Library

<https://archive.org/details/b30511501>

12890

MEMOIRES

POSTHUMES

DE MONSIEUR

JEAN PHILIPPE

LOYS DE CHESEAUX,

Correspondant de l'Académie Royale des Sciences de PARIS, Associé étranger de celle de GOTTINGUE;

SUR DIVERS SUJETS,

D'ASTRONOMIE ET DE MATHEMATIQUES

AVEC

DE NOUVELLES TABLES TRES EXACTES

des moyens mouvemens du Soleil & de la Lune.



A LAUSANNE;

Chez ANTOINE CHAPUIS, Imprimeur.

MDCCLIV.

M E M O I R E S

P O S T H U M E S

D E M O N S I E U R

L E A N A R D E L L I P P E

L O Y S D E C H E S S E A U X

Correspondant de l'Académie Royale des
Sciences de Paris, &c. &c. &c.
de Göttingue

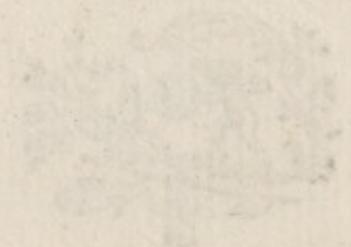
S U R D I V E R S S U J E T S

M A T H É M A T I Q U E S

A N N É E

D E N O U V E L L E S T A B L E S R O Y A L E S

des trigonometries de 2015 & de 1715



A L A U S A N I E

Chez Antoine Chausse, Imprimeur

M D C C L V



A

M O N S I E U R
D E R E A U M U R,
COMMANDEUR ET INTENDANT
DE L'ORDRE ROYAL ET MILITAIRE
D E S T. L O U I S ;

DES ACADEMIES ROYALES DES SCIENCES
DE PARIS, DE PETERSBOURG, DE BERLIN;
DE LA SOCIETE' ROYALE DE LONDRES,
DE CELLE DE L'INSTITUT' DE BOULOGNE,
&c. &c. &c.

MONSIEUR,



*I cet Ouvrage reçoit un accueil favo-
rable du Public, & peut faire quel-
que honneur à la mémoire de son Au-
teur, c'est à la permission que vous
nous avez si gracieusement accordée, d'y faire
paroi-*

E P I T R E

paroître votre Nom , que nous en sommes redevables. Pénétré, comme il étoit, de la généreuse protection, & de la tendre bienveillance dont vous l'honoriez, son premier soin, s'il eût vécu, eût été de vous l'offrir, comme un hommage de son profond respect, & un tribut de sa reconnoissance. Héritiers de ses sentimens, nous devons remplir ses intentions. Nous le devons à la constante amitié que vous avez témoigné à feu Monsieur DE CROUSAZ son Grand-pere, & qui passant jusques à lui, ne s'est pas bornée au cours de sa vie, mais a bien voulu s'intéresser encore après sa mort au succès d'un projet qu'il avoit eu l'honneur de vous communiquer.

Ne pouvant, MONSIEUR, nous acquiter de ces obligations, daignez recevoir les foibles, mais sinceres expressions de notre reconnoissance. Elle a profondement gravé dans nos cœurs le souvenir de vos bontés, & nous les chérirons aussi long-tems que la mémoire de ceux qui en ont été les objets.

Nous

DEDICATOIRE.

*Nous avons l'honneur d'être avec l'estime la
plus respectueuse,*

MONSIEUR,

A Lausanne le 1. Septembre 1754.

*Vos très-humbles & très-
obéissants Serviteurs,*

PAUL & CHARLES
L O Y S
DE CHESEAUX.

TO THE PUBLIC

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

CHICAGO

PAUL & CHARLES

LOYD

OF CHICAGO

3

SENTIMENS

De MM. DE MAIRAN & CASSINI,

*Sur les REMARQUES ASTRONOMIQUES, tirées
du Livre de DANIEL.*

COMME les deux premières Dissertations
contenues dans cet Ouvrage paroîtront
peut-être singulieres, nous ne pouvons
mieux justifier le parti que nous avons
pris de les faire imprimer, qu'en y joignant le ju-
gement qu'en ont porté Messieurs DE MAIRAN
& CASSINI, Membres de l'Académie Royale des
Sciences de Paris, à qui l'Auteur avoit eu l'honneur
de les communiquer.

Le 12 Juin 1751 il nous apprend, que M. DE
MAIRAN lui avoit dit, après avoir lu attentivement
ses Dissertations, “ qu'il n'y avoit pas moyen de dis-
,, convenir des vérités & des découvertes qui y étoient
,, prouvées; mais qu'il ne pouvoit comprendre com-
,, ment & pourquoi elles étoient aussi réellement ren-
,, fermées dans l'ECRITURE SAINTE.”

Le 10 Août il en reçut une lettre conçue en ces
termes. “ Je vous demande excuse d'avoir tant gar-
,, dé l'excellent Mémoire que vous m'avez confié,
,, sur les inductions Astronomiques & Chronologi-
,, ques que vous tirez des LIVRES SACRÉS:
,, je me flatte de les avoir assez bien lu, & assez at-
,, tentivement, pour en pouvoir conclure, que vos
,, conjectures sont très-plausibles, & déduites avec
,, autant de sagacité que de savoir, & qu'elles mé-
,, ritent

AVERTISSEMENT.

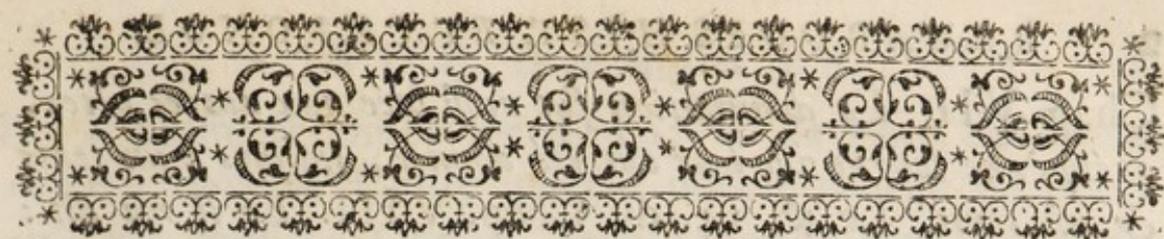
„ ritent d'être données au Public. J'aurai l'honneur
„ de vous en dire d'avantage de vive voix.”

Il nous apprend encore, que M. CASSINI qui avoit déjà lu sa Theorie Astronomique, il y avoit environ deux ans, en avoit parlé comme M. DE MAIRAN. Qu'il avoit trouvé toutes ses méthodes pour le Calcul des mouvemens du Soleil & de la Lune, déduites du Cycle de Daniel & de l'arrivée des Equinoxes & du Solstice au Méridien de Jerusalem, très-démontrées, & parfaitement conformes à l'Astronomie la plus exacte; jusques-là qu'il vouloit que ses Dissertations fussent luës dans une Assemblée Académique.

Comme nous n'aurions osé rendre publics ces témoignages, sans l'aveu & la permission de ceux qui les ont rendus, nous avons pris la liberté de la leur demander, en leur rapportant ce que l'Auteur nous en avoit écrit. Mr. DE MAIRAN eut la bonté de nous répondre le 19 Mai 1752: “ Je ne me souviens
„ pas des termes dans lesquels j'ai marqué à feu M.
„ DE CHESEAUX le plaisir avec lequel j'ai lu ses
„ recherches Astronomiques & Chronologiques sur
„ l'ECRITURE SAINTE; mais tels qu'ils
„ sont, ils ont sans doute exprimé mes véritables
„ sentimens; & si vous les en jugez dignes, vous
„ pouvez les faire imprimer.”

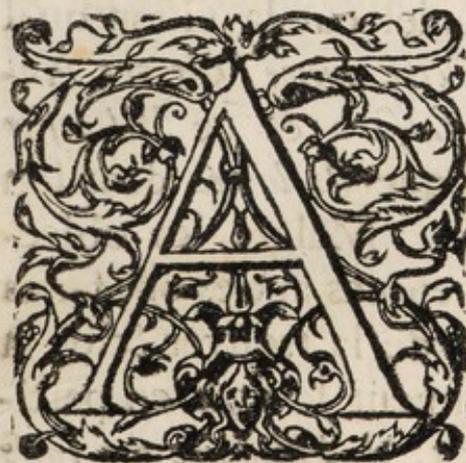
M. CASSINI n'ayant pu nous écrire, nous fit dire le 24 Avril par un ami, qu'il verroit avec plaisir imprimer l'aprobation qu'il avoit donné très-sincèrement aux diverses Dissertations de l'Auteur.

R E M A R-



REMARQUES
HISTORIQUES, CHRONOLOGIQUES,
ET ASTRONOMIQUES,
Sur quelques endroits du Livre
DE DANIEL.

PREMIERE PARTIE
CHRONOLOGIQUE.



YANT eu occasion d'examiner, I. PART.
il y a quelque tems, la question EXPOSITION
(1) de l'année de la mort de du sujet.
Notre SEIGNEUR, elle me
conduisit insensiblement à diver-
ses remarques chronologiques
assez singulieres, & dont j'ai cru
devoir faire le sujet d'une Dis-
sertation particuliere.

Ces Remarques roulent principalement sur quelques
endroits du livre de DANIEL, comme le Verset 12.
A Chap.

(1) Voyez ci-après la Lettre sur l'année de la mort de Notre Seigneur.

I. PART. Chap. VII. *La domination fut aussi ôtée aux autres bêtes, quoiqu'une longue vie leur eût été donnée, jusques à un tems & un tems. Le v. 14. du Chap. VIII. Et il me dit : jusques à deux mille & trois cent soirs & matins, après quoi le sanctuaire sera nettoiyé. Et le v. 7. du Chap. XII. Et j'entendis l'homme veu de lin qui étoit au-dessus des eaux du fleuve, lequel ayant élevé sa main droite & sa main gauche vers les Cieux, jura par celui qui vit éternellement, que ce sera jusqu'à un tems, à des tems, & une moitié de tems : & quand il aura achevé de disperser la force du Peuple saint, toutes ces choses là seront accomplies. Je me propose de faire voir le rapport de quelques-uns de ces passages avec l'histoire, dont les événemens sont les objets de la Providence ; & avec l'Astronomie, dont les phénomènes sont les objets de la puissance du Créateur.*

On se propose de fixer l'année de la Vision du Ch. VIII. de Daniel.

Je commencerai par la première espèce de rapports, & entr'autres par le v. 14. du Chap. VIII., dont la discussion chronologique est la plus longue ; & je tâcherai de fixer l'année dans laquelle Daniel eut la vision qu'il rapporte dans le Chapitre VIII. Cette année, dit cet Auteur Sacré, étoit la troisième de Belsaisar, & ce Belsaisar étoit le dernier Roi de Babylone, que Ptolomée dans son *Κάτων Βασιλεων* appelle *Nabonadius*. Malgré les objections que le Pere PETAU & quelques autres ont faites contre cette idée je ne laisse pas de la trouver & de la supposer bien établie, comme on peut le voir en particulier dans le *Livre II. Année 555. de l'Histoire des Juifs*

Et d'abord du Docteur PRIDEAUX, auquel je renvoye entièrement le lecteur : Je me borne ici à déterminer quand a commencé le regne de ce Prince. Ptolomée en fait tomber

la première année de Belsaisar.

ber

ber la premiere année sur la 193^{me.} de l'Ere de *Nabonassar* ; cela ne souffre aucune difficulté, qui ne porte aussi sur tout ce Canon, le plus solide fondement de toute la Chronologie, & même de l'Astronomie ancienne. La question n'est donc que de savoir, si c'est dans le commencement ou sur la fin de cette année, que *Nabonadius* ou *Belsatsar* monta sur le trône ; car l'incertitude de cette circonstance en laisseroit une de presque une année sur tous les événemens arrivés pendant le cours de son regne.

Il faut remarquer que quoique *Ptolomée* semble supposer que la premiere année de *Nabonid* commence avec l'année *Nabonassarienne*, laquelle tomboit à peu près sur la *Julienne*, ce n'est que pour la facilité du calcul chronologique, & parce qu'il ne marque dans sa Table que les années entieres. Son usage ordinaire est même de faire tomber le commencement des regnes de chaque Roi, sur celui du premier mois de l'année *Nabonassarienne*, qui se trouve renfermée dans la dernière année de leur prédecesseur, quand même ce prédecesseur ne seroit mort qu'un mois ou quelques semaines avant le premier mois de l'année suivante : C'est ainsi qu'il fait commencer le regne d'*Artaxerxès* avec la 284^{me.} de *Nabonassar* ; cependant il est certain, comme le Chevalier *NEWTON* l'a fait voir, que ce Prince étoit monté sur le trône entre l'Automne & l'Eté de l'année 4250. de la periode *Julienne*, c'est-à-dire, dans le 8^{me.} ou le 9^{me.} mois environ de cette 284^{me.} année.

Cette maniere dont *Ptolomée* a marqué les années des Rois dans sa table, est encore confirmée par les

Remarques sur la maniere de compter de *Ptolomée*.

I. PART. regnes de quelques Empereurs, tels, par exemple, que celui de *Vespasien*; car il place la première année de ce Prince dans la 292^{me}. depuis la mort d'*Alexandre*, ou dans la 816^{me}. de *Nabonassar*, qui a commencé avec le mois d'Août de l'année LXIX., c'est-à-dire, dans le dernier mois de l'année 816. de *Nabonassar*. C'est pour n'avoir pas fait attention à cette méthode de *Ptolomée*, que quelques Chronologistes se sont trompés, & que le Pere Petau lui-même dans la II. Partie de son *Rationarium temporum*, Lib. IV. Cap. VI. a supposé une erreur d'une année dans la Table de cet Astronome, quoiqu'il fût aisé de rendre raison de ces irrégularités apparentes, par la remarque que je viens de faire.

Beltatsar
monte sur
le trône
555. A.C.
en Autom-
ne.

Tel est enfin le cas de *Nabonadius* Roi de Babylone. Suivant le Canon de *Ptolomée*, la première année de son regne tomba sur la 193^{me}. de *Nabonassar*, laquelle a commencé en même tems que l'année Julienne 555 A.C. Cependant il y a toute apparence que ce Prince ne monta sur le trône qu'au milieu de l'Automne de cette même année ou environ: je le prouve par la table même de *Ptolomée*, comparée 1°. à un passage de *Berosé*, qui se trouve cité dans la *Préparation évangélique* d'Eusebe, Lib. IX. Chap. XI. 2°. Avec ce que l'Histoire nous apprend du tems où *Babylone* fut prise, & 3°. à celui où l'Écriture nous dit, qu'*Evilmerodac* monta sur le trône.

On le
prouve par
la compa-
raison de
la table de
Ptolomée
avec

1°. un pas-
sage de *Be-
rosé*.

Suivant *Ptolomée* & *Berosé*, *Evilmerodac* appelé par le premier *Ilvarodame*, a régné 2. ans. *Neriglissor* ou *Nericassolassar* 4. ans, & *Nabonadius* 17. ans. *Berosé* met entre ces deux derniers un certain *Chabaessouarachus*, à qui il donne neuf mois de regne; d'autres le nomment

Laboro-

Laborosoarchod. Ptolomée ne parle point de ce Roi, ce qui n'empêche pas qu'on ne doive le compter avec les autres : le même Auteur ne dit rien non plus d'*Artaban*, qui occupa le trône de Perse de même pendant sept mois avant le regne d'*Artaxerxès*, mais il met ces sept mois tous entiers sur le compte de ce dernier : voilà déjà une raison de croire qu'il pouroit bien en avoir usé de même à l'égard des neuf mois du regne de *Chaboessoarchus*.

De là il s'ensuivroit que *Nabonadius* ne feroit monté sur le trône qu'au milieu de l'Automne de l'année 555 A C, & voici qui semble le confirmer : Quelques Sava-^{2°. avec le}ns ont remarqué que la prise de *Babylone*, dans laquelle ^{tems de la} *Nabonadius* fut tué, a dû arriver à la fin de l'Eté de l'an ^{prise de} 538 A C. *Cyrus* ayant été obligé de détourner le cours de l'Euphrate, il n'auroit pu en venir à bout plutôt à cause de la fonte des neiges des montagnes d'Armenie, qui grossissent beaucoup ce fleuve. Or depuis le milieu de l'Automne de l'an 538 A C, il s'est écoulé à peu près les 17. années que *Ptolomée* donne à la durée du regne de *Nabonadius* (2).

L'on

(2) Mais voici encore une preuve plus décisive & singulière du tems où *Babylone* fut prise. On trouve dans *Athenée* Lib. IX. du *Deipnosophista* un fragment de *Berose*, qui, comparé avec les circonstances que *DANIEL* nous apprend de la prise de *Babylone*, ne laissent aucun doute sur le mois & la semaine même où elle est arrivée. "*Berose*, dit *Athenée*, rapporte dans le premier

„ livre de son Histoire de *Babylone*,
 „ que l'on célébroit tous les ans dans
 „ cette Ville le 16. du mois de *Loy*
 „ & pendant cinq jours, une fête
 „ appelée *Saceus*; que l'usage étoit,
 „ pendant ces cinq jours, que les
 „ Maîtres fussent sous les ordres de
 „ leurs Domestiques; que l'un d'eux
 „ revêtu d'une robe ou manteau
 „ Royal, étoit comme le Chef de la
 „ maison, & portoit le titre de Zo-
 „ gan."

I. PART.

L'on peut tirer enfin une dernière confirmation du tems de l'année où j'ai supposé que ce Roi monta sur le trône,

„ gan. ” *Ctesius* parle aussi de cette même fête dans son second Livre de l'Histoire de Perse. Vous trouverez dans ce passage 1°. la circonstance d'une fête semblable à celle des *Saturnales* chez les Romains, & qui étoit sans doute accompagnée de festins : elle se trouve aussi dans *Daniel* (a) Ch. V. §. 1, 2, 3, 4. *Esàie* (b) Ch. XXI. §. 4, 5.

2°. Cette fête étoit appelée *Saceas*, nom qui revient parfaitement à celui du fameux Dieu *Sac* ou *Sesac*, dont il est parlé dans le même endroit de

Jeremie Ch. LI. §. 41. (c) & ailleurs.

3°. Cette fête se faisoit sans doute à son honneur, comme l'a remarqué *CASAU BON*, & c'est aussi ce que semble indiquer le passage de *Jeremie* que je viens de citer, comparé au §. 4. du Chapitre V. de *Daniel*. On trouve encore 4°. dans ce même fragment de *Berosé* une circonstance qui a bien du rapport à celle dont parle *Daniel* dans les §. 1. 7. & 29. (d) de ce même Chap. V. On découvre en effet dans cette coutume dont

(a) §. 1. Le Roi Belsatsar fit un grand festin à mille de ses Gentils-hommes, & il buvoit le vin devant ces mille.

2. Et ayant un peu bu, il commanda qu'on apportât les vaisseaux d'or & d'argent que *Nebucadnetzar* son pere avoit tirés du Temple qui étoit à *Jerusalem*, afin que le Roi & ses Gentils-hommes, ses Femmes & ses Concubines y bussent.

3. Alors furent apportés les vaisseaux d'or, qu'on avoit tirés du Temple de la maison de Dieu qui étoit à *Jerusalem*; & le Roi & ses Gentils-hommes, ses Femmes & ses Concubines y burent.

4. Ils y burent donc du vin, & louèrent leurs Dieux d'or, d'argent, d'airain, de fer, de bois & de pierre.

(b) §. 4. Mon cœur a été agité ça & là, & un tremblement m'a épouventé; on m'a rendu horrible la nuit de mes plaisirs.

5. Qu'on dresse la table, qu'on fasse le guet, qu'on mange, qu'on boive; levez-vous, Capitaines, oignez le bouclier.

(c) Comment a été prise *Sesac*? & comment a été saisie celle qui étoit la louange de toute la terre? Comment *Babylone* a-t-elle été réduite en désolation parmi les Nations?

(d) §. 1. Le Roi Belsatsar fit un grand festin à mille de ses Gentils-hommes, & il buvoit le vin devant ces mille.

§. 7. Puis le Roi cria à haute voix qu'on amenât les *Astrologues*, les *Chaldéens* & les *Devins*; & le Roi parla & dit aux *Sages de Babylone*: Quiconque lira cette écriture, & me déclarera son interprétation, sera vêtu d'écarlate, & il aura un colier d'or à son cou, & il dominera le troisième sur le Royaume.

§. 29. Alors par le commandement de *Belsatsar* on vêtit *Daniel* d'écarlate, & on mit un colier d'or à son cou, & on publia de lui, qu'il domineroit le troisième sur le Royaume.

trône, du v° . 27. (3) du Chap. XXV. du II. Liv. des Rois, & du v° . 31. (4) du Chap. LII. de Jeremie; car l'on voit par ces deux passages qu'*Evilmerodac* étoit déjà sur le trône tout au commencement du mois de Mars de l'année 562. ; le commencement du premier mois de l'année Judaïque qui commença l'an 561. tombant environ sur les premiers jours du mois d'Avril de l'année Julienne; & par conséquent le 27, du douzieme de cette même année Judaïque, sur le commencement de Mars de l'année Julienne 562. Or depuis le commencement de Mars 561. jusqu'à la fin de l'Eté 538. qui tomboit alors sur le milieu de Septembre, ou à cause de

I. PART.

3^o. avec l'Écriture.

dont parle *Berosé*, de revêtir dans cette fête l'un des Domestiques de la maison d'un habit Royal, & de lui donner l'aurore & le titre de *Zogan*, on y trouve, dis-je, parfaitement ce qui fournit au Roi de Babylone l'idée de la promesse qu'il fit à *Daniel*, que s'il pouvoit lire cette écriture, & lui en donner l'interprétation, il seroit vêtu d'écarlate, orné d'un collier d'or à son cou, & qu'il domineroit le troisieme sur le Royaume, ou seroit la troisieme personne de l'Etat, c'est-à-dire, le second après le Roi. Enfin le titre de *Zogan* est remarquable par sa signification, & par l'exactitude avec laquelle *Berosé* & *Athenée* nous l'ont conservé: il se trouve précisément le même dans le Chaldéen & l'Hebreu זגן & signifie également dans ces deux Langues, un Gouverneur, un Vice-Roi. Voyez encore là-dessus *Scaliger* dans ses No-

tes sur les fragmens de *Berosé* à la fin de son Ouvrage, de *Emendatione temporum*, pag. 18., quoique ses remarques ne s'accordent pas entièrement avec celles que je viens de proposer; ce savant Chronologiste nous apprend que le mois Chaldéen de *Loy*, étoit le même que l'*Elul* ou le 6^e. mois des Juifs, qui tomboit sur la fin de l'Eté ou le commencement de l'Automne, le 7^e. mois commençant toujours 15. jours au plus avant ou après l'Equinoxe de Septembre.

(3) Or il arriva la trente-septieme année de la captivité de *Jebojachim* Roi de Juda le vingt-septieme du douzieme mois, qu'*Evilmerodac* Roi de Babylone, l'année qu'il commença à regner, tira hors de prison *Jeojachim* Roi de Juda, & le mit en liberté.

(4) C'est le même Verset que le précédent.

I. PART. de la forme de l'année Lunaire sur le commencement du même mois, il y a plus de 23. années *Nabonassarienes* & 6. mois & quelques jours; ajoutant à cet intervalle quelque chose pour le tems dont le commencement du regne d'*Evilmerodac* a pu preceder le commencement de Mars 561, on aura, à très-peu près, la somme entiere des regnes des Rois *Evilmerodac*, *Neriglissor*, *Laborosarchod*, *Nabonadius*. Cette somme, (en comptant à part les neuf mois de *Laborosarchod*,) sans les confondre avec le tems des regnes de son prédecesseur, & de son successeur, devant être, comme nous l'avons vû, de 23. ans & 9. mois.

Enfin on peut remarquer que *Ptolomée*, pour retrancher ce qu'il avoit donné de trop à *Nabonadius*, en mettant sur son compte tout le regne de *Laborosarchod*, a fait la même chose par rapport à *Cyrus* son successeur, en lui donnant les neuf premiers mois de l'année 538, quoiqu'appartenans à *Nabonadius*.

Tems où
Daniel eut
cette vi-
sion.

Ce fut, comme je l'ai dit, dans la troisieme année de ce Prince, que *Daniel* eut la vision qu'il rapporte dans le Chap. VIII. de son Livre. Si le Prophète a suivi dans la datte de sa prophétie cette exactitude qu'il semble avoir dû employer, il s'ensuivra qu'il aura reçu cette Prophétie depuis le milieu de l'Automne de l'an 553. jusques à celui de l'an 552 A C. On pourroit cependant avancer les limites de cette troisieme année de *Belsatsar* ou de la datte de la vision de *Daniel* d'environ quatre mois; on pourroit supposer, dis-je, que cette année auroit commencé avec le Printems, & le mois de *Nisan* de l'an 552, & fini avec l'Hyver & le mois d'*Adar*.

dar de l'an 551. : la raison en est, que les Auteurs Sa- I. PART.
crés ont accoutumé de compter les années des Rois par
celles du Calendrier Ecclésiastique des Juifs, ou en les
accommodant aux époques de ce Calendrier.

J'ai fait voir ci-dessus qu'il étoit vraisemblable qu'*Esd-
dras* avoit mis l'année Judaïque qui commença l'an 464
A C. toute entière sur le compte d'*Artaxerxès*, par la
raison que ce Prince étoit monté sur le trône cette an-
née-là, quoique seulement dans son septième mois. J'ai
même observé que le regne de l'Usurpateur *Artaban*,
qui régna à peine 7 mois, se trouve renfermé tout en-
tier, ou peu s'en faut, dans la première partie de cette
année Judaïque, & que ç'avoit été là une nouvelle
raison de regarder cette première partie comme appar-
tenante au regne d'*Artaxerxès*, pour ne pas mettre cet
Usurpateur au rang des Rois légitimes, dont les années
étoient marquées dans les annales: Par une raison con-
traire, & pour ne pas retrancher du Catalogue des
Souverains légitimes de *Babylone*, le Roi *Laborosoarchod*,
il se pourroit très bien que les Juifs, & *Daniel* en par-
ticulier, lui auroient attribué toute l'année Judaïque qui
commença l'an 553 A C. & cela est d'autant plus
naturel, que son regne de neuf mois en a rempli la
plus grande partie, & même quelque peu de la préce-
dente; il ne sera pas inutile de remarquer à cette occa-
sion que *Daniel* Chap. I. v. 1. (a) place de même
dans la 3^{eme}. année du Roi *Jehojakim* un événement qui

B

paraît

(a) La troisième année de *Jehojakim* Roi de Juda, *Nebucadnetsar* Roi de Babylone vint contre *Jerusalem* & l'assiégea.

I. PART. paroît par les *ŷ.* 1. & 2. du XXIV. du second Livre des Rois (*a*), être arrivé dans la 4^e. année du même Roi; ce qui confirme l'idée que je viens de proposer sur la maniere dont *Daniel* a compté les années du Regne de *Nabonid* ou *Belsatsar*.

On cherche le mois de la vision.

Je croirois cependant volontiers la premiere hypothese, sur la maniere dont *Daniel* a dû compter les années de ce Roi, plus vraisemblable. Dans ce cas là on pourroit aisement trouver le mois même dans lequel il a reçu cette vision du Chap. VIII; c'est ce que je vais essayer, d'autant plus volontiers, que cela me conduira à faire voir un des rapports de cet Oracle avec l'histoire, que je ne crois pas qu'on ait encore remarqué.

Son objet

Il faut d'abord considerer que cette vision a eu en partie pour objet les persecutions des Juifs sous *Antiochus Epiphanès*, & que par conséquent les *ŷ.* 13. & 14. (*b*) de ce Chap. VIII, peuvent fort bien avoir eu leur accomplissement dans ce tems là, de même que quelques autres qui s'y rapportent sûrement; j'ose dire
cepen-

(*a*) De son tems *Nebucadnetſar* Roi de Babylone monta contre *Jehojakim*; & *Jehojakim* lui fut asservi l'espace de 3. ans. Puis ayant changé de volonté, il se rebella contre lui. (*ŷ.* 2.) Et l'Eternel envoya contre *Jehojakim* des Troupes de Chaldéens, & des Troupes de Syriens; & des Troupes de Moab, & des Troupes des Enfans de Hammon. Il les envoya, dis-je, contre Juda pour le détruire, suivant la parole

de l'Eternel qu'il avoit prononcée par le moyen des Prophètes ses serviteurs.

(*b*) Alors j'outis un Saint qui parloit, & un Saint disoit à un certain qui parloit; jusques à quand durera cette vision touchant le sacrifice continuel & touchant le forfait qui cause la desolation, pour livrer le sanctuaire & l'armée à être foulés.

ependant, que tous les efforts que les Interprètes ont faits jusques ici, pour appliquer aux persecutions d'*Antiochus*, l'Oracle des 2300 soirs & matins, n'ont abouti à rien; Mr. *Jurieu* pour y trouver un tems qui pût être comparé à cet intervalle, a fait de sa tête & sans l'autorité ou le témoignage d'aucun historien, un arrangement & une Chronologie des principales circonstances de cette persecution. Quand elle seroit possible & même vraisemblable, il suffiroit qu'elle fut imaginaire, pour ne pouvoir pas être regardée comme l'accomplissement d'un Oracle.

I. PART.

n'a pu être
jusques
ici trouvé
dans les
Persecu-
tions d'*Antiochus*.

Quelques Commentateurs, dont on a rapporté les opinions, dans les notes de la grande Bible françoise de *Des Marêts* imprimée chez les *Elzevirs in folio*, ont crû trouver précisément cet espace de 2300 jours, dans certains intervalles de tems écoulés entre divers Evénemens particuliers de cette persecution. Il ne faut que lire ces explications, à la reserve d'une seule, pour sentir leur peu de justesse; je dis à la reserve d'une seule. En effet, l'opinion de ceux qui prétendent devoir prendre cet intervalle de 2300 jours, depuis celui ou *Ménélaüs* alla offrir ses services à *Antiochus*, jusques à celui de la purification du temple par *Judas Maccabée*, paroît d'abord assez vraisemblable: il y manque cependant une condition essentielle, c'est la vérité. On avance dans cette explication, que le jour où *Ménélaüs* offrit à *Antiochus* ses services, étoit le fixieme du fixieme mois de l'an 171 A. C. & l'on cite là-dessus le Chap. VI. du XII. livre des Antiq. Judaïques de *Joseph*. Non seulement cet Historien ne dit rien du mois ni

I. PART. du jour, où ces Commentateurs placent ce fait ; mais il paroît même par la suite de la narration, de même que par celle des *Maccabées*, qu'il étoit arrivé dans l'année 172 A C, à laquelle Mr. Prideaux l'a effectivement rapporté.

Après avoir ainsi prouvé la fausseté des applications ordinaires de cet Oracle aux persecutions d'*Antiochus*, on me permettra de proposer celle que je crois avoir trouvée.

Nouvelle application des 2300 soirs & matins ; ce que c'est que 2300. &c.

J'ai supposé d'abord 1°. que le Prophète par cette expression singulière, jusques à *soir & matin* 2300, faisoit allusion au sacrifice continué dont il parle aux versets précédents, & qui se célébroit deux fois chaque jour le matin & le soir. Celui-ci est mis apparemment le 1^r. dans l'Oracle, parce que les Juifs commencent leurs jours le soir après le soleil couché. De là je conclus que ce nombre 2300, étoit plutôt celui des sacrifices que celui des jours, & par conséquent designoit un intervalle la moitié moindre, ou de 1150. jours. (5)

2°. Ayant remarqué, comme je l'ai dit tout à l'heure,

(5) D'ailleurs on a remarqué que cette expression *soir & matin*, qui paroît d'abord singulière & mystérieuse, n'est dans le fond qu'une expression toute simple, pour désigner un jour entier, ou ce que nous appellons les 24 heures. Les Grecs se servoient du mot *νύξ ἡμέραν* c. a. d. nuit & jour, qui revient précisément au même ; de sorte que les

2300. *soirs & matins de Daniel*, ne seront autre chose que ce que les Prophètes entendent ailleurs par le terme de *jours*. Or ces 2300 jours peuvent être *Prophétiques*, ou *naturels*. On ne réussira pas mieux à expliquer l'Oracle, en les prenant, comme on a fait tout à l'heure, pour 1150. jours ou 1150. ans.

re, l'impossibilité de trouver dans le tems même des I. PART.
 persecutions d'*Antiochus*, aucun intervalle auquel ce
 nombre de 1150. jours put s'appliquer : ayant de plus
 3°. observé que l'expression même dont le Prophète
 se sert au v. 13. en disant, (6) *jusques à quand la vision*, Ce que de-
 indiquoit plutôt l'intervalle de tems qui devoit s'écou- signe l'ex-
 ler depuis le moment, où la vision avoit été donnée, pression
 jusques à celui où elle devoit s'accomplir, que la du- *jusques à*
 rée des Evénemens annoncés dans cette vision; ayant *quand*
 dis-

(6) On peut sentir que l'expres-
 sion, *Jusques à quand*, indique plu-
 tôt l'intervalle de tems qui devoit
 s'écouler depuis le moment où la
 vision avoit été donnée, jusques à
 celui où elle devoit s'accomplir,
 que la durée des Evénemens an-
 noncés dans cette vision, en com-
 parant cette question avec celle qui
 se trouve sur la fin du v. 5. du
 Chap. XII. Voici comme porte à la
 lettre l'original, *Jusques à quand*
la fin de ces merveilles. Il est sûr
 que dans ce passage il s'agit non de
 l'intervalle qui devoit s'écouler en-
 tre le tems où la vision est don-
 née, & celle où elle s'accomplira;
 mais du tems pendant lequel dure-
 roit l'objet de la vision même. Il
 n'y a aucun Interprète qui ne le
 reconnoisse, comme en effet il faut
 en convenir; puis que, soit que l'on
 prenne *ce tems, ces tems, &c.*
cette moitié de tems, v. 7. pour
 trois ans est demi naturels, ou pour
 trois ans & demi Prophétiques, il

n'est arrivé ni trois ans & demi, ni
 1260 jours après l'époque de cette
 Vision, (ch. X. 1.) quoi que ce
 soit, à quoi l'on puisse l'appliquer.
 Or il est bien aisé, en comparant ces
 expressions différentes, *jusques à*
quand la fin de ces merveilles v. 13.
 du Chap. VIII. & *jusques à quand*
cette Vision touchant &c. il est bien
 aisé, dis-je, de sentir qu'elles doivent
 désigner aussi des idées différentes,
 & il n'y a aucune apparence, que
 si le Prophète eût voulu marquer
 par la seconde la même chose qu'il
 a exprimée dans la première, il
 n'eût employé cette première mé-
 me dans ces deux passages, plutôt
 que de se servir d'une manière de par-
 ler, qui, comme la seconde, semble
 désigner toute autre chose; il pa-
 roit donc que Daniel en disant dans
 le v. 3. du Chapitre VIII. *Jusques*
à quand cette Vision touchant &c.
 a voulu parler de l'intervalle de
 tems qui s'écouleroit depuis le mo-
 ment auquel elle s'accompliroit.

I. PART. dis-je, fait ces deux dernières remarques, j'en conclus que c'étoit dans cet intervalle qu'il falloit chercher l'espace de 1150. jours, ou 2300. soirs & matins, s'il étoit vrai que cet Oracle pût aussi regarder *Antiochus Epiphane*s. Mais l'intervalle écoulé depuis l'an 552, où *Daniel* reçut cette vision, jusqu'à l'an 168 AC. où commença proprement la grande persécution de ce Prince, est de 384. ans, quel rapport y a-t-il de cette intervalle à celui de 1150. jours; c'est ce que j'espère de faire voir, dès que j'aurai déterminé le tems précis du commencement de cette persécution; je dis que ce fut la veille ou au moins avant la fête de la Pentecôte c. à d. avant la seconde fête de l'année Judaïque, qui répond à l'an 168 AC: c'est ce qui paroît d'abord par la maniere dont *Joséph*e & les *Maccabées* représentent le trouble & le desordre prodigieux qu'elle, causa dès les premiers jours où elle éclata; ce qui semble supposer qu'il y avoit alors à *Jerusalem* un concours de peuple extraordinaire. Ce que les Auteurs ajoutent, qu'*Apollonius* attendit même au jour du Sabbat, pour rendre l'épouvante & le trouble plus grand, fait croire encore qu'étant (comme il étoit sûrement) aussi voisin de la Pentecôte, il n'auroit pas négligé une circonstance aussi propre pour son but. Enfin le tems où cette fête dû se célébrer cette année, savoir, depuis le 12^e. jusqu'au 19^e. de Juin, comparé (comme on le peut voir dans Mr. Prideaux lib. XI. année 168.) avec les circonstances du tems où *Antiochus* entra en *Egypte*, & de celui où il en repartit, confirme l'idée que la persécution qu'il fit aux Juifs commença effectivement dès la fête de

A quoi il faut rapporter les 2300. s. & m.

La Persécution commence avant la Pentecôte.

1^{re}.

Preuve

2^{me}.

3^{me}.

de

de la Pentecôte. Je pourrois y ajouter encore une 4^e. I. PARR. raison tirée du v. 11. du XII. de *Daniel*, que nombre 4^{me}. d'Interprètes ont appliqués au tems de cette persecution. Car il est sûr par *Joséphe* & le Livre des *Maccabées*, qu'elle finit entierement le 25^e. du 9^{me}. mois de l'année 165, lors que *Judas* purifia le temple de toutes les abominations qui le fouilloient, & rétabli le sacrifice continuel. Or selon le passage que je vien de citer, la cessation de ce sacrifice ayant dû durer 1290 jours, auroit dû commencer dès le 5^e. jour du 3^e. mois de l'année 168, c'est à dire, le premier jour avant la veille de la fête de la Pentecôte; car trois années Judaïques (lunaires) 8 mois & 25 jours faisant 1353 jours & 21 heures, ou 1354 jours, si l'on en ôte 1290, il restera 64 jours; ôtant de ces 64 jours les 59 contenus dans les deux premiers mois de l'année, il viendra le 5^e du 3^e mois depuis le 25^e. jour du 9^e. mois. Si les Juifs, comme on doit le supposer, ont employé, dans ce tems là, pour leur Calendrier la Periode Calippique, il suivra (voyez la table de Scaliger pag. 260 & 261,) que le 25^e. de *Casieu* de l'an 165 A C. sera tombé sur le mardi 25^{me}. de Novembre, & le 5^e. de *Sivan* de l'an 168 A C. sur le samedi 14^e. May. C'est aussi ce que trouve Scaliger pag. 584, & ce qui s'accorde avec la relation du Livre II. des *Maccabées*, chap. V. v. 25. qui marque que la persecution commença un jour de Sabbath, qui, à ce qu'il paroît même, étoit voisin d'une fête. Cependant comme dans le calcul precedent, on suppose que le 14^e. de *Nisan* des années 165, 168, seroit tombé

Scaliger le trouve de même.

Nouvelle observation.

avant

I. PART. avant ou du moins trop près de l'Equinoxe, il y a plus d'apparence que le commencement de ces deux années, & par conséquent toute la suite des mois, des jours, & des fêtes, fut renvoyée d'un mois entier.

Ce qui en
résulte

Suivant cette nouvelle observation, le 25^e. de *Casleu* de l'an 165 seroit tombé sur le Jeudi 25. Decembre & le 5^e. de *Sivan* de l'an 168. sur le Dimanche 12^e. Juin; mais il se trouve par la translation de *Tysri* de l'an 165, que du 5^{me}. de *Sivan* de l'an 168, au 25^e. de *Casleu* 165, (suivant cette seconde supputation,) il y a 1291 jours, & même si l'on suppose que la persécution ait commencé le Samedi 4^{me}. de *Sivan*, il y auroit jusqu'au 25^e. de *Casleu* 1293. jours, au lieu de 1290. qui sembleroient devoir s'y trouver: Cependant on pourroit avec raison regarder *l'abomination enlevée* & la pureté du Saint lieu rétablie avant le 25^{me}. de *Casleu*, comme il paroît par les préparatifs qui se firent avant ce jour là pour la dedicace du Temple I. *Maccab.* IV. 48. 49. 50. 51. & par conséquent on pouroit avec fondement admettre la seconde supputation que je viens de faire, que la persécution, ou cessation du sacrifice commença le Samedi 11. Juin 168 au soir, & finit le *Mardi inclusivement* 22^e. Decembre ou 22^e. de *Casleu*, la Dedicace du Temple s'étant faite trois jours après. Mais une raison qui me porte à préférer ce dernier calcul à celui de Scaliger, c'est qu'il me paroît plus vraisemblable, que les troupes d'*Antiochus* n'arriverent d'*Egypte* à *Jerusalem* qu'au mois de Juin, au lieu que suivant le calcul de Scaliger, elles auroient dû arriver avant le 14^e. de May.

Quoi

Quoi qu'il en soit, il me paroît au moins bien prouvé que la cessation du sacrifice commença avant la Pentecôte de l'an 168. Cela posé, je dis qu'il est aisé de trouver le rapport qu'il peut y avoir entre le nombre de 2300. soirs & matins, ou comme j'ai dit de 1150 jours, & l'intervalle de 384 ans écoulés depuis la date de la Prophétie, jusques au tems de son accomplissement. Je remarque d'abord que les jours dont il s'agit pourroient bien être, non simplement des jours de sacrifices ordinaires, mais des jours de sacrifices solennels : or l'on fait que ces jours étoient chez les Juifs au nombre de trois dans chaque année, *Deut. XV. 16. Exode XXIII. 17.* De sorte que le nombre de 1150 jours de cette espèce, repondroit à un intervalle de 383 ans plus une fête, ou de 384 ans moins deux fêtes. Supposons que *Daniel* ait reçu cette vision après la fête des Tabernacles de l'an 552. celle de Pâques de l'année suivante 551, seroit le 1^{er}. des 1150 jours; de celle-ci à l'an 168. il y auroit un intervalle de 383 ans qui comprend précisément 1149 fêtes. Cette Pâque de l'an 168. seroit donc le 1150^{me}. jour de sacrifice solennel, depuis la date de la vision de *Daniel*, en même tems, que le dernier avant la persécution d'*Antiochus*. En admettant donc l'explication que j'ai donnée des 2300 soirs & matins, jusques auxquels, (ou à la fin desquels) doit être renvoyé l'accomplissement de la vision, il s'en suivroit que *Daniel* l'auroit eue après la fête des Tabernacles de l'an 552, c'est-à-dire après le 22^{me}. de *Tysri*; mais la 3^{me}. année de *Belsatzar* ayant fini, comme il a été dit ci-devant,

C

envi-

I. PART.

Application des
2300. soirs
& matins.

I. PART. environ sur le milieu de l'Automne de la même année 552, il s'ensuivra enfin que *Daniel* aura reçu la vision, rapportée au Chap. VIII., dans le court intervalle de tems qui s'est écoulé depuis le 22^{me}. de *Tysri* de l'an 552. jusques au milieu de l'Automne de cette même année.

Explication du v. 12. du Chap. VII.

Avant que d'en venir à la seconde partie de cette Dissertation, il faut encore dire quelque chose pour l'explication Chronologique d'un autre oracle de *Daniel*, qui regarde, de même que ceux dont je viens de parler, la durée de quelques événemens, mais d'événemens passés. C'est le v. 12. du Chap. VII. où il est dit, *que la domination fut aussi enlevée aux autres bêtes, après que la vie leur eut été prolongée jusques à un tems & un tems*; je ne sache pas qu'aucun Commentateur ait réüssi dans l'explication de ce Passage: je ne sai si je me trompe, mais il me paroît qu'elle étoit cependant bien simple & bien naturelle. La voici en forme de Paraphrase: *La domination des Perses & des Grecs, fut aussi détruite, après qu'elle eut duré pendant deux tems ou 720 ans.* Or il est aisé de prouver que cet intervalle a été effectivement celui de la durée des trois premières Monarchies. *Ptolomé*, le Chronologiste le plus exact que nous ayons sur cette partie de l'Histoire ancienne, ne fait remonter le Royaume de *Babylone* qu'au regne de *Nabonassar*, qui commença, comme on le fait, 747 ans avant la naissance de Nôtre Seigneur. Le même Auteur place à la fin du Regne de *Cleopatre* ou du Royaume d'Egypte, le dernier reste de l'Empire des Grecs 294 ans après la mort d'*Alexandre*, c'est

c'est-à-dire 718 ans après le commencement de l'Empire *Babylonien*, ce qui est bien approchant des 720 ans, ou des deux tems de *Daniel*; mais on pourroit encore avec quelque fondement considerer cette durée des trois premieres Monarchies comme de 720 ans justes: on n'auroit pour cela qu'à la pousser jusques à l'année où la 4^e. Monarchie fut, pour ainsi dire, bien reconnue & caractérisée par le titre particulier donné à ses Souverains; car on fait que ce ne fut que l'an 27.^e qu'ils reçurent le titre d'*Auguste*, dans la personne d'*Octavien*, & que ce n'est que depuis cette année là que l'on commença à datter les années de leur Regne.

Le rapport de ce passage avec l'Événement, joint au χ . 6. 14. du XII. de l'*Apocalypse* comparés ensemble, me paroît prouver assez clairement que par les trois tems & demi du χ . 7. du XII. on doit entendre un espace de 1260 ans.

L'on va voir enfin l'usage de cette consequence & de quelques uns des principes posés ci-dessus, pour la découverte du rapport singulier que ce passage & ceux du χ . 1^r. & 14^e. du VIII. ont avec les principes de l'Astronomie; ce qui est la seconde chose que je me suis proposé de faire voir.

Usage des
principes
Chronolo-
giques pre-
cedens.

S U I T E D E S R E M A R Q U E S
S U R D A N I E L.

S E C O N D E P A R T I E

A S T R O N O M I Q U E.

II. PART.

Cycle de
la 1^{ere} es-
pece

JE pourrois l'indiquer d'abord d'une façon abrégée & assez singulière, en proposant de déterminer par le moyen de ce Chap. VIII. $\text{v. } 1. \text{ \& } 14.$ & de celui du Chap. XII. $\text{v. } 7.$ les cinq Elemens de la Theorie du Soleil, d'une manière autant & plus exacte, que par les meilleures méthodes Astronomiques. Rien n'est cependant plus vrai, comme on va le voir.

L'on fait ce que c'est qu'un Cycle, c'est-à-dire, un espace de tems qui fait harmoniser différentes revolutions célestes, en comprenant chacune d'elles, certain nombre de fois précisément sans reste & sans fraction. Tel est par exemple l'espace de 4 années Juliennes ou 1461 jours, qui selon les idées des anciens, devrait contenir exactement quatre années solaires & 1461 jours, en sorte que le soleil supposé le 12^e. d'Avril 1749. à midi à Paris, dans $22^{\circ}. 40'$ d'Aries, devrait dans 1461 jours & à la même heure de midi, se retrouver précisément dans le même endroit. L'erreur est comme on fait de $44'$ d'heure. Ce Cycle là est de la première espèce, savoir de ceux dont on se sert pour accorder les années solaires avec les jours.

Ceux de la seconde espèce sont destinés à faire rencontrer les années, ou mois lunaires avec les années solai-

solaires. Tel est le Cycle de *Meton* ou de 19 ans : II. PART.
 Cet ancien Astronome ayant supposé que si le Soleil & la Lune se trouvoit le 1^{er}. jour d'une année, par exemple, en conjonction dans un certain point de l'Ecliptique, ils devoient s'y retrouver encore au bout de 19 années solaires & de 235 mois lunaires complets, sans aucun reste. L'erreur de ce Cycle est d'environ 2^h. 3'. dont l'année Solaire finit plus-tôt que la Lunaire.

Ceux de la 3^e. espece doivent accorder ensemble de la 3^{me} les jours Solaires & les mois Lunaires; comme par espece. exemple, le Cycle de 1447 jours entiers, qui comprend en même tems 49 mois Lunaires à 1' $\frac{1}{2}$ près.

Enfin on peut faire une quatrieme espece de Cycle, 4^{me} espece. de ceux, qui, réunissant ceux des Classes precedentes, ce. font harmoniser tout à la fois l'année Solaire, le mois Lunaire & le jour. Tel devoit être le Cycle de *Meton*, & mieux encore la periode de *Calippe*.

La découverte de ces Cycles a été l'objet des recherches de presque tous les Astronomes & des Chronologues, & elle leur a paru si difficile, qu'ils ont presque posé en fait, qu'elle étoit impossible, du moins celle du 4^{me}. Cycle. Elle a été jusques à présent une espece de pierre Philosophale dans l'Astronomie, comme le mouvement perpetuel dans la Méchanique. Il y a quelque tems que cherchant à m'assurer si effectivement il n'étoit pas possible d'en venir à bout, je commençai par la seconde espece de Cycles. Supposant le mois lunaire de 29 jours 12^h. 44'. 3". (l'erreur n'est que de 7'' de moins) & l'année Solaire de 365' 5^h 49' (l'erreur n'est que de 5'' de trop) je remarquai,

C 3

qu'en

Recher-
che des
Cycles de
cette der-
niere espe-
ce.

II. PART. qu'en ajoutant de part & d'autre deux espaces de tems proportionnels à ces deux revolutions, savoir 57" à la 1^{re}. & 11' à la seconde, leur rapport devenoit à fort peu près celui de 29 jours 12^h $\frac{3}{4}$ à 365 jours $\frac{1}{4}$ ou de 2835 quarts d'heures à 35064 quarts d'heures, ou en divisant ces deux nombres par 9 qui est leur commune mesure, comme 315. à 3896. Ce rapport étoit tout à la fois & assez simple & assez exact, puis qu'en rendant au mois Lunaire sa véritable longueur de 29 j. 12^h. 44 3" 7''' celle de l'année Solaire resuoltoit de 365 j. 5^h. 48' 16", c'est-à-dire, de 39" seulement trop courte. De là je conclus qu'au bout de 315 années Solaires & de 3896 mois Lunaires, le Soleil & la Lune devoient revenir ensemble, à fort peu près, au même point de l'Ecliptique. On trouve effectivement, qu'au bout de 315 années Juliennes 2 jours 4^h. 27', ou au bout de 115051 jours 4^h. 27', le Soleil & la Lune reviennent à 7' ou 8' de degré près au même point du Ciel d'où ils étoient partis; ces 7' ou 8' de degrés font une erreur de 3^h. 24' par rapport à l'année Solaire qui finiroit 3^h. 24' après la Lunaire, c'est-à-dire, qui recommenceroit pour la 316^{me}. fois au bout de 115051 jours 7^h. 51'. Cette difference de 3^h. 24' entre la durée de 315 années Lunaires, & celles de 315 années Solaires, où cette erreur du Cycle de 315 ans est à celle du Cycle de Meton comme $\frac{3^h. 24'}{315} : \frac{2^h. 3'}{19}$ ou $\frac{8^h. 12'}{76} :: 3838 : 38745$, ou comme 1 à 10, c'est-à-dire, qu'elle n'en est que la dixieme partie.

Ce Cycle de 315 ans ainsi trouvé, je remarquai ensuite

fuite qu'il étoit le quart du Periode de 1260 ans, ou des $3\frac{1}{2}$ tems de Daniel Chap. VIII. 12 (a) & XII. (b) 7. comparé avec Apocal. XII. 6, (c) & 14. (d), & par conséquent que ce periode prophétique étoit aussi lui-même un Cycle Lunaire, de maniere qu'au bout de 1260 années Juliennes — 11 jours + 17^h. 46', ou au bout de 1260 années Juliennes — 10 jours + 6^h. 14', ou de 460205 jours + 6^h. 14' le Soleil & la Lune revenoient à un demi degré près au même endroit de l'Écliptique, & qu'au bout de 1260 années Juliennes — 10 jours + 7^h. 23', ou de 460205 jours 7^h. 23' le soleil revenoit au même point de l'Écliptique précisément.

II. PART.

Cycle de
1260 ans.

Ce Periode a non seulement l'avantage de comprendre un nombre rond d'années, & un nombre même fort

Son avan-
tage.

fort

(a) Et un certain tems lui fut donné par la deloyauté contre le Sacrifice continuel, & elle jetta la verité par terre & fit de grand exploits, & prospera.

(b) Et j'entendis l'homme vêtu de lin, qui étoit au dessus des eaux du fleuve, lequel ayant élevé sa main droite & sa main gauche vers les Cieux, jura par celui qui vit éternellement, que ce sera jusques à un temps, à des temps, & & une moitié de tems; & quand il aura achevé de disperser la force du Peuple saint, toutes ces choses là seront accomplies.

(c) Et la femme s'ensuit dans un desert où elle a un lieu préparé de Dieu, afin qu'on la nourisse là

mille deux cens soixante jours.

(d) Mais deux ailes d'un grand aigle furent données à la femme, afin qu'elle s'envolât de devant le serpent en son lieu, où elle est nourrie par un temps, & par des temps, & par la moitié d'un tems.

Il est manifeste 1° que par ces deux derniers versets, dans le stile de l'Écriture, un temps, des temps, & une moitié de temps valent 1260 jours. Ces deux passages étant paralleles.

2°. Un temps valant un an ou 360 jours, (on l'a vu dans l'explication du v. 12. Chap. VII. pag. 18. & suivantes,) des temps vaudront deux temps.

II. PART. fort remarquable par la multitude de ses parties aliquotes (car 1260 est divisible par 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 18, 20, 21, 28, 30, 35, 36, 42, 45, 60, 63, 70, 84, 90, 105, 126, 140, 180, 210, 252, 315, 360., c'est-à-dire, par 35 diviseurs, ce qui est, je crois, le plus grand nombre de diviseurs que puisse avoir un nombre de cette espece), mais encore celui de renfermer un nombre de jours, dont la durée entiere tient à peu près le milieu entre celles des années Lunaires & des années Solaires (*a*) que le même nombre comprend.

Le raport de ce Période, destiné par le St. Esprit à designer des Períodes civils, avec la durée des Períodes les plus remarquables des mouvemens Célestes, me fit conjecturer, qu'il en pourroit bien être de même de celui de
 Cycle de 2300 ans. J'examinai donc ce dernier par les Tables Astronomiques, & je trouvai qu'au bout de 2300 années Gregoriennes moins 6^{h.} 14', ou de 840057 jours moins 6 heures 14'. le Soleil & la Lune revenoient à un demi degré près au lieu d'où ils étoient partis, & qu'au bout de 840057 jours + 7^{h.} 23' le Soleil revenoit précisément au même point de l'Ecliptique; d'où il s'ensuivoit que ce Període prophétique de 2300 ans, remarquable aussi par le nombre de ses parties aliquotes, & parce qu'il renferme un nombre entier de Siècles, étoit encore un Període Cyclique, & ce Període
 Cycli-

(*a*) La longueur de l'année Solaire dont je me fers ici, est celle qui resulte d'un Cycle parfait de la quatrieme espece, dont nous par-

lerons tout à l'heure, & qui tient le milieu entre les différentes déterminations des plus habiles Astronomes Modernes.

Cyclique étoit d'autant plus parfait, que quoique 30 II. PART. fois plus long que la Periode de *Calippe*; l'erreur en est cependant bien moins que double, puis qu'elle ne va qu'à 13^h. 37' & qu'étant repartie proportionnellement sur un espace de 70 ans, elle se réduit à 29', c'est-à-dire, à la 17^e. partie de l'erreur de cette Periode de *Calippique*, que j'ai dit tout à l'heure être de 8^h. 12'.

L'égalité des erreurs de ce Cycle de 2300 ans (a) Cycle parfait de 1040 ans. avec celles du précédent (b) me fit bien-tôt conclure que leur différence, savoir 1040 ans, devoit en être entièrement exempte & donner un Cycle parfait, d'autant plus remarquable, qu'il réunit en même tems les trois especes de Cycles & forme par conséquent ce fameux Cycle de la quatrieme espece inutilement cherché pendant longtems, & crû enfin chimerique ou impossible; ayant donc examiné ce periode de 1040 ans par les Tables des plus Celebres Astronomes Modernes, j'ai trouvé qu'il tenoit à peu près le milieu entr'elles, comme on pourra le voir dans cette petite Table.

(a) Il ne fera pas inutile de rappeler au lecteur le rapport qui se trouve entre les 2300 soirs & matins & les 1260 jours. Il a vu dans la Partie Chronologique de ces Remarques, que les premiers designoient l'espace compris entre le

temps où *Daniel* eut sa vision, & celui où elle commença à s'accomplir (ou le commencement de la Persecution d'*Antiochus*) & les seconds, la durée de cette persecution.

(b) Le Cycle de 1260 ans.

II. PART.

Selon M M.	Le soleil fait en 379852 jours entiers, 1040 Revolutions completes à l'égard du 1 ^{er} . point du ♄.	La Lune fait en 379852 jours entiers, 12863 Revolutions completes à l'égard du Soleil.
Cassini. Flâmsteed. De la Hire.	+ 2' 1" — 1' 39" + 3' 33"	+ 1' 59" + 7' 40" + 3' 30"
Bouillaud. Tycho. quelques autres.	— 5' 18" + 7' 23" — 1' 30"	— 11' 30" + 4' 20" — 8' 37"
Par un milieu.	+ 0' 45"	— 0' 26"

Ces différences sont absolument insensibles sur un si grand espace de tems, & il étoit même impossible que les meilleures tables Astronomiques pussent en être exemptes, vû l'imperfection des anciennes observations sur lesquelles elles sont fondées. D'où il semble qu'on doit conclure, selon toutes les apparences, que cet espace de 1040. ans, ou revolutions Solaires, indiqué en quelque façon par le St. Esprit, est un Cycle tout à la fois *Solaire*, *Lunaire*, & *Diurne*, parfaitement exact. J'en ai trouvé deux espèces de confirma-

firmations singulieres, dont j'essayerai tout à l'heure de rendre compte; mais je vais continuer d'en donner de purement Astronomiques. Qu'il me soit permis, en attendant, de donner à ce nouveau Cycle le nom de *Cycle de Daniel*.

Mr. Cassini, digne fils de l'Illustre Dominique, est celui qui a déterminé avec le plus de soin la grandeur de l'année Solaire dans le X^e. Chap. du II. Livre de ses *Elémens d'Astronomie* publiés en 1740. De neuf déterminations différentes qui (à l'exception d'une seule, savoir la 7^e.) ne different entr'elles que de 10" d'heure, il n'y en a pas une qui donne l'année plus longue de 365j. 5^h. 48' 53" (la septieme que j'ai omise la donne bien plus courte) celle qui resulte du Cycle de 1040 ans est de 365 jours 5^h. 48' 55", ou plus longue seulement de 7" ou 8" d'heure, que celle que M. Cassini a prise pour moyenne entre toutes les autres. Cette difference de 7" $\frac{1}{2}$ ne suppose qu'une erreur de 15" de degré dans les observations des hauteurs meridiennes prises par Tycho Brahé, & de 3' $\frac{1}{2}$ de degré dans celles d'Hipparque. Or ces erreurs, de l'aveu de tous les Astronomes, étoient absolument insensibles, sur les instrumens & dans les methodes de ces deux Celebres Astronomes.

Le Cycle Solaire Grégorien, dont plusieurs Astronomes ont fait tant de cas, s'écarte précisément quatre fois d'avantage de cette détermination de la longueur de l'année donnée par M. Cassini; il passe même 19" au delà des limites dans lesquelles les meilleures observations, comparées entre elles, la donnent, & suppose

1^{ere} Preuve de la justesse, du Cycle de Daniel, en tant que Cycle Solaire.

Defaut du Cycle Grégorien.

II. PART. des erreurs de 1' de degré dans les observations de Tycho-Brahé, & de 15' dans celles d'Hipparque.

Je crois donc être en droit de regarder le Cycle de 1040 ans qui s'éloigne de ces observations fondamentales quatre fois moins, que le plus fameux Cycle employé jusqu'ici, comme un Cycle Solaire, sinon absolument parfait, du moins bien aprochant de l'être.

Donnons à présent une seconde preuve de son exactitude entant que Cycle Lunaire. Puisque dans l'intervalle de 379852 jours la Lune fait 12863, ou 12864 — 1 revolutions à l'égard du Soleil, elle en fera

6432 — $\frac{1}{2}$ dans 189926 jours; 3216 — $\frac{1}{4}$ dans 94963 jours & 1608 — $\frac{1}{8}$ dans 47481 $\frac{1}{2}$, c'est-à-dire, au bout de 130 années Juliennes — 1 jour la nouvelle Lune arrivera 12^{h.} 0' 0". après le moment où étoit arrivé le premier Octans, au commencement de ces 130. années.

Or il est constant par toutes les Tables Astronomiques Modernes, que le 11. Octans Equinoxial moyen de la Lune est arrivé l'an 1749. le 11^{e.} Mars Julien à 9^{h.} 51' 40" du matin, ou le 10^{e.} à 22^{h.} 51' 40" tems moyen au meridien de Paris; & par consequent que la nouvelle Lune moyenne Equinoxiale de l'an 1879. arrivera le 10^{e.} Mars Julien à 9^{h.} 51' 40" du soir à Paris, ou à 11^{h.} 43' $\frac{1}{2}$, tems moyen du soir au méridien d'Alexandrie d'Egypte.

Deux Cyles ou 2080 ans auparavant elle a dû arriver précisément à la même heure & à la même minute, mais 16 jours plus tard dans le Calendrier Julien, savoir le 26 Mars à 11^{h.} 43' $\frac{1}{2}$ tems moyen à Alexandrie.

Pour

Pour favoir maintenant si cette Nouvelle Lune est arrivée effectivement dans ce moment là, nous ne pouvons mieux faire, puisqu'il ne s'agit pas ici d'une observation immédiate, mais du resultat de plusieurs observations; nous ne saurions, dis-je, mieux faire, que de nous en rapporter à celui qu'Hipparque avoit déterminé lui-même. Il a été sans contredit le plus habile & surtout le plus exact de tous les Anciens Astronomes; & Ptolomée quoi que postérieur à lui de plusieurs siècles, n'a rien ajouté de considerable à ses déterminations, qu'il ne fait presque que copier.

De plus la nouvelle Lune moyenne, dont nous voulons apprendre le moment d'Hipparque, se trouve heureusement tomber sur l'an 202 avant l'Ere Chrétienne, ou l'an 546. de l'Ere de Nabonnassar, c'est-à-dire, un an ou deux, tout au plus, avant le tems de ces trois Eclipses de Lune, dont Hipparque avoit conservé la memoire preferablement à quantité d'autres, & dont il avoit fait un usage particulier pour former sa Théorie des mouvemens de la Lune. Il y a donc tout lieu de croire par ces différentes raisons, que le véritable moment de cette nouvelle Lune moyenne sera assez exactement indiqué par la Théorie & les Tables Lunaires d'Hipparque, que Ptolomée nous a données, sans aucun changement sensible, dans le 4^e. Livre de sa *μεγαλη συνταξις*.

Mais avant que d'en rapporter le Calcul, il faut bien remarquer, que ce tems que Ptolomée & Hipparque appellent moyen, & pour lequel ils ont calculé les Epoques de leurs Tables, diffère de $17\frac{1}{2}$ de celui des Astronomes Mo-

II. PART.

nes. Ces derniers prennent pour Epoque de ce tems moyen, le moment où la longitude moyenne du Soleil est égale à son Ascension droite vraie.

Ptolomée & Hipparque ont pris au contraire pour cette Epoque le 1^r. jour du mois de *Thot* de l'année 747 avant l'Ere Chrétienne. La longitude moyenne du Soleil étant alors, selon eux, de $0^{\circ}. 45' X$ ou de $330^{\circ}. 45'$, & son Ascension droite vraie de $335^{\circ}. 8'$ plus avancée de $44' 23''$. De là ils ont conclu que dans tous les autres tems de l'année, & toutes les autres positions du Soleil, il falloit pour reduire le tems vrai de leurs observations, au tems moyen, ôter constamment $4^{\circ} 23'$ des ascensions droites, vraies du Soleil, avant que de prendre leurs differences de ses longitudes moyennes.

Cette methode doit rendre comme on le voit toutes les équations additives du tems vrai plus petites de $17' \frac{1}{2}$ d'heure, que les équations additives employées par les Astronomes modernes; ainsi il faudra ajouter ces $17' \frac{1}{2}$ au tems moyen de Ptolomée & d'Hipparque pour avoir celui des Astronomes Modernes, au même instant du tems vrai, qui seul leur est commun.

Cela posé, l'on trouve donc par les tables que Ptolomée nous a données dans le 4^e. Livre du même ouvrage, que le 26^e. de Mars Julien de l'an 202. avant l'Ere Chrétienne, c'est-à-dire, le 15^e. jour du mois de *Mé chir* de l'an 546 de *Nabonassar* à minuit, tems moyen selon sa façon de compter, ou à $12^h. 17' \frac{1}{2}$ tems moyen selon la nôtre, au meridian d'Alexan-

Alexandrie, la distance ($\alpha\pi\omicron\upsilon\eta$) ou la longitude, de la Lune au Soleil étoit de $0^{\circ} 19' 32''$ dont la Lune étoit plus avancée; ce qui donne la nouvelle Lune à $11^h. 39'$ du soir de nôtre tems moyen. II. PART.

Si l'on calcule cette même nouvelle Lune par les Tables Luni - Solaires des Epâctes, qui font dans le 5^e. Livre pag. 138 du même ouvrage, on la trouvera plus avancée de $8'$ ou à $11^h. 31'$ de notre tems moyen; mais il faut remarquer là dessus, que cette difference entre ces deux Tables & les précédentes, vient certainement de quelque erreur dans les secondes, qui, selon toutes les apparences, ont été calculées assez légèrement sur les principes des premières, comme cela paroît, en ce que le jour y est divisé seulement en 360 parties, & non point en heures & minutes. De plus les premières sont celles que Ptolomée employe toujours, lorsqu'il veut comparer les observations avec sa Théorie, ce qui fait voir qu'il les croyoit plus exactes, & qu'elles ont été en effet calculées les premières, & immédiatement sur les observations mêmes; & ce qui achève de le prouver, c'est que les Tables Luni - Solaires des Epâctes, que *Muller* a calculées avec beaucoup de soin, & immédiatement sur les premiers fondemens de la Théorie de Ptolomée, donnent précisément la nouvelle Lune, dont il s'agit, à $11^h. 39'$ de notre tems moyen à Alexandrie.

Elle devoit arriver selon le Cycle de 1040 ans à la même heure, que celle de l'an 1879 après l'Ere Chrétienne, savoir à $11^h. 43' \frac{1}{2}$ voila donc l'intervalle de deux nouvelles Lunes moyennes, déterminé par les
resul-

II. PART. resultats immediats des observations des plus habiles Astronomes , avec toute l'exa titude dont ils ont été capables , plus long seulement de $4' \frac{1}{2}$ d'heure , sur 2080 ans , que celui qui resulte de notre Cycle. Je laisse à juger si une petite difference ne peut pas aisément être attribu e aux erreurs inévitables des meilleures observations anciennes.

3me. Preuve entant que Diurne Solaire & Lunaire.

Je vais enfin considerer ce Cycle de 1040 ans , comme Diurne , Solaire & Lunaire , tout ensemble , & faire voir que s'il n'est pas parfait à toute rigueur , c'est du moins le plus exact que l'on connoisse , & que l'on puisse trouver , à moins que d'aller au delà des Perodes de 7500 ou 10000 , c'est-à-dire au-delà d'un espace de tems trois ou quatre fois plus long que celui qui s'est écoulé depuis les plus anciennes observations jusques à nous.

1^o. Quel que soit le Cycle qui combine exactement la revolution annuelle du Soleil , & celle de la Lune dans un mois , il peut toujours être exprimé de cette façon $C = n \times 1040 + m \times 353$. (a)

2^o. La totalité des observations Astronomiques , faites en differens siecles , sur les momens des Equinoxes & compar es entr'elles , ne sauroient donner la longueur de l'année trop courte , ou trop longue de plus de $5''$ ou $6''$ & produire une erreur plus grande de 3^h . sur l'intervalle écoulé depuis Hipparque jusques à nous , ou de $24'$ depuis Walterus , ou de $1^h. 30'$ environ sur 1040. ans. Je

(a) On verra dans la suite que Cycle parfait , le plus juste de le Cycle de 353 ans est après le tous.

Je fais bien qu'on trouve des observations particulières, qui donnent l'année plus longue ou plus courte de 30'' ; mais il est évident que des observations qui s'écartent si fort du résultat de toutes les autres, qui sont d'ailleurs en très petit nombre & pour ainsi dire égrenées, ne doivent pas être employées, pour déterminer les limites, que l'on doit raisonnablement assigner à la détermination de la longueur de l'année. II. PART.

On ne doit employer pour cela que les résultats moyens d'une même suite de plusieurs observations faites par le même Astronome, dans le même lieu & le même tems : C'est ainsi que Mr. Cassini l'a judicieusement pratiqué dans ses Elémens d'Astronomie ; & quand on fera réflexion, (comme nous l'avons déjà remarqué) que de huit suites ou huit classes différentes d'observations faites en différens Siècles, en différens climats, par différens Astronomes, il n'y en a point, qui s'écarte les uns des autres au delà de 10'' d'heure, je crois qu'on ne disconvient pas que des limites de 5'' à 6'' tels que je viens de les supposer, n'ayent toute l'amplitude, qu'on doit raisonnablement leur donner : la même remarque a lieu pour l'article suivant.

3° La totalité des observations Astronomiques faites en différens Siècles, & comparées ensemble sur les momens des Eclipses, ne sauroient donner l'année, ou le mois Lunaire trop courts, ou trop longs de plus de 30', sur l'intervalle écoulé depuis Hipparque, ou de 40' depuis les Astronomes Caldéens, ou de 15' sur 1040 ans.

H. PART. 4°. Si l'espace de 1040 ans est un Cycle Luni-Solaire juste, celui de 353 ans sera trop long de $40' \frac{8}{9}$ dont l'année Lunaire finit après la Solaire; de façon que si encore 1040 étoit lui-même un Cycle Solaire trop long de x , l'erreur de 353 (que j'appelle y seroit $= 40' \frac{8}{9} + \frac{353}{1040} x$.

5°. Or x doit être à $y :: m. n$, à cause que dans le véritable Cycle $c = n \times 1040 \pm m \times 353$ la somme des erreurs de celui de 1040 ou la somme n des x doit être égale à la somme des erreurs du Cycle de 353 ans ou à la somme m des y . Ainsi my étant $= nx$, on aura $m \times 40' \frac{8}{9} \times 1040 + 353 mx = 1040 nx$, ou $m \times 29$ jours $12^h. 44' 3'' + 353 mx = 1040 nx$; & par conséquent $m : n :: 1040x : (29^j. 12^h. 44' 3'' + 353) x$. Mais x ne pouvant surpasser $1^h. 30'$, le rapport de m à n ne pourra surpasser celui de 65 jours à 51 jours $14^h. 14'$, & par conséquent m sera toujours $< n \times \frac{65 \text{ jours}}{51^j. 14^h. 14'}$, ou $> nx \frac{130}{103}$ & $n > m \times \frac{103}{130}$.

6. Le véritable Cycle sera $= n \times 1040 - m \times 353$, n & m étant toujours des nombres entiers.

7. Si l'on suppose maintenant que 1040 soit trop court de x , l'erreur de 353 sera $= y = 40' \frac{8}{9} - \frac{353}{1040} x$. & $m : n :: 1040 \times x : (29^j. 12^h. 44' 3'' - 353) x$.

8. Supposant donc x toujours $< 1^h. 30'$ on aura $353 < 29$ jours $12^h. 44' 3''$, & par conséquent m & n tous deux positifs & leur valeurs telles que m ne pourra jamais surpasser $n \times \frac{65 \text{ jours.}}{7^j. 11^h. 14'}$ ou environ 8

n . &

n . & le véritable Cycle sera $= n \times 1040 + m \times 353$. II. PART.

9. Si l'on vouloit pousser les limites de l'année Solaire jusques à une erreur de 3^h . sur 1040 ans, alors m & n dans cette seconde formule du Cycle pouroient avoir toutes sortes de valeurs.

Et lorsque x viendroit à égaler 2^h . on auroit $(29^j. 12^h. 44' 3'' - 353) x = 0$, & par conséquent $n = 0$, & le Cycle $= 353$ ans justes. Et lors que $x > 2^h$. on auroit n negatif, & toujours plus petit que m , ne pouvant même jamais égaler sa neuvieme partie, le Cycle en ce cas seroit $= m \times 353 - n \times 1040$.

10. Supposant 1040 un Cycle Diurne Lunaire parfait, ou que 12863 lunaisons s'achévent précisément en 379852 jours, celui de 353 ans sera trop court de $- 10^h. 29' 16''$ dont la Nouvelle Lune arrive trop tôt.

11. Prenant les multiples de ce dernier, dont les erreurs sont les moindres, on aura 7×353 dont l'erreur est $- 1^h. 24' 51''$, 9×353 trop long de $+ 1^h. 36' 37''$, 16×353 trop long de $+ 11' 46''$, 23×353 trop court de $- 1^h. 13' 5''$, 25×353 trop long de $+ 1^h. 48' 23''$ &c.

12. Supposant maintenant que le véritable Cycle soit un de ceux de la 1^{ere} forme ou $= n \times 1040 - m \times 353$, dans lequel $m < n \times \frac{130}{103}$ & tous les deux des nombres entiers, il faudra que m étant $= 7$, ou $= 9$, ou $= 23$, ou $= 25$, le Cycle resultant soit plus grand que 6240, afin que l'erreur qui resultera de ceux de 7×353 , ou 9×353 ou 23×353 &c. repartie sur plus de 6240 ans n'aille pas à plus de $15'$

II. PART. pour 1040 ans. On aura donc $1^\circ. n > 5$, ou > 7 , ou > 18 . &c.

13. Il faudra ensuite que $\frac{103}{130} \times (7, \text{ ou } 9, \text{ ou } 23, \text{ ou } 25) \times 1040 - (7, \text{ ou } 9, \text{ ou } 23, \text{ ou } 25) \times 353$, soit > 6240 , ou il faudra que $824 - 353$, ou $471 \times (7, \text{ ou } 9, \text{ ou } 23, \text{ ou } 25)$, soit > 6240 , ou que m soit au moins $= 23$, & par conséquent $n = 19$, ce qui donnera le Cycle de 11641 ans. Si l'on suposoit les limites de l'année Solaire de 3^h . sur 1040 ans, on auroit trouvé le plus petit Cycle parfait de 9113 ans.

14. Par rapport à la 3^{me}. valeur possible de m , supposé $= 16$, comme l'erreur du produit 16×353 qui en résulte n'est que de $11' 46''$, il n'est pas nécessaire à cet égard que le Cycle trouvé surpasse beaucoup $815''$, pourvu qu'il ne soit pas moindre : mais comme d'un autre côté, n doit être $> \frac{103}{130} m$, ou n

$> \frac{103}{130} \times 16$ & un nombre entier, il ne peut être moindre que 13; ainsi le Cycle cherché ne peut être moindre de $13 \times 1040 - 16 \times 353$, ou de 7872.

15. Pour avoir les Cycles de la 2^{de}. forme, ou $C = n \times 1040 + m \times 353$, on considérera de même que relativement aux deux premières valeurs de m , il faudra que ce Cycle soit plus grand que 6240; ainsi supposant $m = 7$, il faudra que n vaille au moins 4; ce qui donnera le plus petit Cycle possible de 6631 ans.

16. Par rapport à la 3^{me}. valeur de $m = 16$, il faudra

faudra, par ce qui a été dit N°. 8, que *n* vaille au moins 2; ce qui donneroit le plus petit Cycle parfait = 7728 ans. II. PART.

Je laisse les autres formes du Cycle, parce qu'elles sont hors de limites.

J'ai dit ci-dessus qu'on avoit inutilement cherché un Cycle de cette espece, sans qu'aucun Astronome ou Chronologiste s'en fut aperçû, quoi qu'il y ait près de 19 siècles qu'on le cherche, & de 23 qu'il est cependant en quelque façon écrit dans Daniel, en caractères assez lisibles, à quiconque auroit voulu prendre la peine, de comparer les Periodes de 1260 ans, & de 2300 ans, aux mouvemens Celestes, de comparer pour ainsi dire, le Livre de la nature, à celui de la Revelation (a). Aux preuves de fait de l'ignorance

(a) Les Mathematiciens sentiront aisément qu'à moins d'examiner année par année les rapports ou differences des mouvemens du Soleil & de la Lune, il étoit presque impossible de découvrir, par aucune autre methode le Cycle parfait; de sorte qu'il falloit presque qu'il fut indiqué pour ainsi dire immédiatement par celui qui en a été l'Auteur; s'il en est quelqu'une qui réunisse également l'exactitude & la facilité, c'est assurément celle des fractions continues employées par Mr. Brounker, pour la quadrature du Cercle, par Mr. de Lagny dans son Triangle des rapports & der-

nièrement expliqués par Mr. Euler dans son Introduction aux infiniment Petits; supposant donc, suivant cette Methode, que le rapport du mois Lunaire à l'année So- laire soit exprimé, par celui de l'unité à cette fraction.

$$\frac{a + 1}{\frac{b + 1}{\frac{c + 1}{\frac{d + 1}{e + 1}}}} \text{ \&c.}$$

Et supposant encore que le dernier terme où l'on s'arrête soit *e* cette fraction continue réduite à la forme

II. PART. ce parfaite où l'on a été jusqu'ici là-dessus, & que la lecture d'un aussi grand nombre d'ouvrages d'Astronomie & de Chronologie a fournies, je pourrois en joindre une, tirée de la nature même de la chose, c'est que la plus legere erreur dans la détermination de la longueur de l'année Solaire, ou du mois Lunaire, peut écarter les calculateurs de la découverte d'un véritable Cycle, beaucoup au delà de ce qu'on pourroit croire. On a vû ci-dessus qu'une difference de 38" d'heures, dans la longueur de l'année, m'avoit fait tomber sur des Cycles de 315, 630, 1260, ou 1575 ans, bien differens de celui de 1040 ans, & de plus assez inexacts. Mais supposant une erreur beaucoup plus petite, & seule-

forme ordinaire donnera le raport du mois Lunaire à l'année Solaire, comme l'unité à cette fraction

$$\frac{abcd + ab + ad + cd + 1 \times e + abc, + a + ebcd + b + d \times e + bc + 1, \text{ ou comme } bcd + b + d \times e + bc + 1}{abcd + ab + ad + cd + 1 \times e + abc + a + c}$$

Le premier des deux Termes qui est le denominateur de la fraction, exprime toujours le nombre de revolutions Solaires ou d'années comprises dans le Cycle trouvé par cette methode, par où il est aisé de voir combien la plus legere erreur dans la détermination de la longueur de l'année Solaire, ou du mois Lunaire, doit faire de difference par raport à ce premier terme, ou à ce

nombre d'années; puisque cette erreur en produisant nécessairement une d'une unité pour le moins dans la valeur de e , doit faire varier ce premier terme ou la valeur du Cycle d'autant d'années qu'il y a d'unités dans la quantité $bcd + b + d$.

NB Lorsque j'écrivois ceci au Printems de 1749 j'ignorois parfaitement que feu Mr. *Cassini* eut parlé de ce Cycle de 1040 ans; ce ne fut que quelques mois après que je vis ses reflexions sur l'*Astronomie Indienne*, où il en fait mention, & quoi qu'il n'ait pas crû ce Cycle de 1040 ans parfait, & qu'il n'en ait même tiré aucun usage, en cette qualité, c'est avec autant de plaisir que de justice que j'abandonne à cet Illustre Astronome la gloire d'en avoir fait le premier la découverte.

seulement de 7" ou de la $\frac{1}{8}$ me partie d'une minute sur la longueur de l'année Solaire; on tomberoit encore sur des Cycles tout aussi differens pour le moins de celui de 1040, savoir sur des Cycles de 353, 706, 1059, 1412, &c. & une de la moitié moindre ou de 3" $\frac{1}{2}$ auroit donné les Cycles de 687, 1374 & 2061 ans. Je prends ces Cycles pour exemple comme étant les moins exacts des imparfaits; en effet comme ils sont complémens les uns des autres à celui de 1040 ans, leurs erreurs sont égales & contraires de 40' $\frac{1}{2}$ d'heure, dont l'année Lunaire arrive plus tard que la Solaire en 353 ans, ou plutôt en 687.

Content d'avoir découvert ce Cycle je ne pensois à rien moins qu'à trouver quelque chose de plus, lors qu'une personne à qui j'en parlai, me fit naître l'idée de chercher si ce Cycle n'auroit point quelque Epoque marquée par des caracteres Astronomiques; mais où la prendre? Je crus d'abord que le même Livre de Daniel qui m'avoit appris ce Cycle, pourroit peut-être m'apprendre aussi quelle étoit cette Epoque, & en conséquence qu'elle devoit être naturellement l'année même dans laquelle fut donné l'Oracle des 2300 soirs & matins, & qui en effet étoit la premiere de ce periode Prophétique, Astronomique, de 2300 ans; après un assez court examen des principales circonstances Astronomiques de cette année, que l'on a vû ci-dessus devoir être la 552^{eme}. avant l'Ère Chretienne, je lui trouvai celui-ci, qui est assez singulier. C'est que l'Equinoxe du Printems, le Solstice d'Été, & l'Equinoxe de l'Automne arriverent tous les trois à la même

II. PART. même heure, savoir à celle de midi pour le meridien de Paris, suivant les tables de Mr. Cassini, & pour le meridien de Jerusalem suivant le moyen mouvement qui resulte du Cycle de 1040 ans.

Cette circonstance, d'une année déjà caractérisée par elle-même, jointe à celle du Cycle auquel elle sert d'Epoque, me parut trop remarquable pour pouvoir être attribuée au simple effet du hazard, & je crus devoir examiner ce qui resulteroit de la supposition que dans cette année là, les deux équinoxes & le premier solstice fussent arrivés à midi au Meridien de Jerusalem, comme si cette circonstance seule étant donnée, on proposoit d'en déduire geometriquement l'excentricité, la position de l'apogée, & la longitude moyenne du Soleil, pour l'un de ces trois tems remarquables.

Si l'orbite Solaire étoit parfaitement circulaire, & non excentrique, il est bien clair que l'année étant de 365 jours 5^{h.} 49', les Equinoxes & les Solstices ne pourroient jamais arriver à la même heure ou après un nombre entier de jours; il falloit pour que cela eût lieu, que cette orbite fut ovale & excentrique. Supposé qu'elle eût par exemple une figure semblable à l'ovale ou Ellipse (voyez la 1^{ere.} figure) *ADBE*, son grand diamètre étant *AB*, son centre au milieu *C*, & le lieu de la terre *T*, dans un endroit qu'on appelle foyer, *CT* son excentricité, & *A* & *P* son apogée ou perigée: telle est la loi du mouvement de tous les Astres, que les tems qu'ils employent à parcourir les différentes parties de leurs orbi-

rés comme les arcs DA , AE , FE sont dans le même rapport que les espaces triangulaires ATD , ETA , ETF , qui ont pour bases ces mêmes parties DA , AF , FE , & pour côtés les especes de rayons TD , TA , TF , TE tirés des extrémités D , A , F , E , de ces parties d'orbites au foyer T ; supposant donc que l'Espace $TDAF$ fut à la surface de l'ovale entier, dans le rapport de 94 jours à 365j. 5^h. 49', il s'ensuivroit, que le Soleil employeroit effectivement 94 jours à aller de D en F ; & si de même l'espace FTE étoit à ce même ovale entier comme 92 jours à 365 jours 5^h. 49', le Soleil employeroit aussi 92 jours complets à aller de F en E .

Supposant donc 2°. que les points D & E étant sur la même ligne qui passe par le foyer ou la Terre T , repondissent aux deux points des Equinoxes, & que la ligne FT , perpendiculaire à DE répondit au point du Solstice d'Été, on trouvera par la Trigonométrie & les propriétés de l'Ellipse, que les espaces triangulaires FTD & ETF étant entr'eux, comme 94 à 92 & à la surface entiere de l'Ellipse, comme 94 & 92 à 365j. 5^h. 49'.

On trouvera, dis-je, que l'excentricité (*a*) TC devroit 1°. L'excentricité de l'Orbite Solaire.

(*a*) Dans 186 jours employés par le Soleil à aller de D en E , il fait $183^{\circ} 19'$, 19" d'Anomalie moyenne, l'aire de l'Ellipse ou orbite Solaire $AMBNA$, étant donc supposé de 360° , l'aire de la portion $DAME$ vaudra $183^{\circ} 19'$, 19". Si l'on rapporte cette Ellipse à son Cercle générateur

II. PART. vroit être de 1680 parties cent millièmes du rayon AC, & par conséquent ce qu'on appelle la plus grande équation du centre du Soleil de $1^{\circ} 55' 30''$, laquelle approche fort de celle qui résulte des meilleures tables Astronomiques comparées ensemble.

2°. La plus grande équation du centre.

Cette

teur circonscrit AOPQA l'aire de sa portion DAOE fera déterminée au Cercle entier comme $183^{\circ} 19' 19''$ à 360° . Or les lignes ET, TD dirigées aux points Equinoxiaux, lorsque l'apogée & l'orbite Solaire entière est supposée mobile comme elle l'est effectivement, ne peuvent plus l'être, du moins toutes les deux ensemble, en supposant cet apogée immobile comme nous faisons dans le calcul; & au lieu de ne former qu'une seule ligne droite, elles feront entr'elles un angle de 180° — le mouvement de l'apogée dans six mois, c'est-à-dire un angle de $179^{\circ} 59' 30''$, cet angle étant moindre de $3^{\circ} 19' 49''$ que la valeur de l'aire DAME, donnera les arcs DH & EG égaux chacun à $49' 57'' \frac{1}{4}$ & par conséquent CK = au Sinus de cet arc.

On trouvera de même que

l'aire FTDAF dans l'Ellipse ou dans le Cercle, devra être à la surface entière de l'un ou de l'autre comme $92^{\circ} 38' 48''$ à 360° . Mais l'angle FTD dans l'Ellipse de $89^{\circ} 59' 45''$ (à cause du mouvement de l'apogée) étant réduit au cercle devient $= 90^{\circ} 0' 10''$; de sorte que supposant LCK parallèle à FT, le Secteur Circulaire LCH valant $90^{\circ} 0' 10''$, l'espace CKDH $1^{\circ} 39' 54'' \frac{1}{2}$ l'espace entier LKDAL vaudra $91^{\circ} 40' 4'' \frac{1}{2}$, lequel retranché de FTDAF $= 92^{\circ} 38' 48''$, donnera l'espace FTKL de $58' 43'' \frac{1}{2}$. Si l'on fait LK = Rayon + Sinus de $49' 57'' \frac{1}{4} : LC :: 58' 43'' \frac{1}{2} : \text{l'arc FL} = 28' 56'' \frac{1}{2}$ dont TK fera le Sinus.

Faisant ensuite TK : CK :: Rayon : Tang. de ATD, qu'on trouvera ainsi $= 59^{\circ} 54' 50''$.

Fai-

Cette plus grande équation

II. PART.

étant de	{	1° 56' 20" - - - - -	} selon celles de MM.	{	Flamsteed.
		1° 55' 51" - - - - -			Cassini.
		1° 55' 42" - - - - -			De La Hire.
		1° 54' 45" - - - - -			De Louville.

Et par un milieu de 1° 55' 39" plus grande seulement de 10".

On trouve aussi le lieu de l'apogée pour cette même année 552 dans le commencement des Gemeaux; & le mouvement de l'apogée étant posé de 1' 0" par année

3°. Le lieu de l'Apo-gée.

Faisant encore Sinus de ATD : Rayon :: Arc EG = 49' 57" $\frac{1}{4}$: 57' 44" moitié de la plus grande équation du centre du Soleil, laquelle fera ainsi = 1° 55' 28", l'angle ATD = ACH étant de 59° 54' 50", l'espace ACTDHA = 61° 35' 9" $\frac{1}{2}$ ou la longitude du point D doit être égale à celle de l'apogée A au moment où le Soleil est en D, moins son mouvement vrai d'anomalie de D en A. Ce mouvement vrai dans le cercle étant = l'angle ATD = 59° 54' 50" dans l'Ellipse = 59° 54' 37" $\frac{1}{2}$ sera la différence de la longitude vraie du Soleil en D &

de son apogée A au même moment, & par conséquent la longitude du Soleil en D étant 0°. 0' 0" dans l'Ellipse, celle de son apogée au moment de l'Equinoxe aura été 1°. 19° 54' 37" $\frac{1}{2}$.

De plus le mouvement anomalistique moyen du Soleil depuis D en A étant = l'aire ACTDHA = 61° 35' 9" $\frac{1}{2}$ si on l'ôte du lieu où étoit l'apogée au moment où le Soleil étoit en D, on aura la longitude moyenne du ☉ pour ce moment ou pour le 27 de Mars à midi, tems moyen à Jérusalem de 11°. 28° 19' 28".

II. PART. année (b), par une raison qu'on verra tout à l'heure, il s'en suit qu'au commencement de l'année 1700. il auroit dû être dans $7^{\circ} 31'$ du Cancer.

Selon les Tables de M M.	{	De Louville - - - - -	$7^{\circ} 56' 40''$
		De la Hire dans la II. Edit. de ses Tables	$7^{\circ} 52' 30''$
		Flamsteed - - - - -	$7^{\circ} 43' 25''$
		Cassini - - - - -	$7^{\circ} 35' 55''$

Par un milieu - - - - - $7^{\circ} 49' 37''$
ou $18'$ de plus, qui répondent à $36''$ dans le lieu du Soleil.

4°. Celui du Soleil. Enfin j'ai trouvé aussi le lieu moyen du Soleil, pour le 27^e. Mars à midi, tems moyen à Jérusalem, dans 11^e. $28^{\circ} 19' 28''$, à quoi ajoutant le moyen mouvement, qui (à raison de 1040 revolutions complètes dans 379852 jours) convient pour l'intervalle écoulé entre le midi moyen du 1^{er}. de Janvier, N. S. de l'an 1749. à Paris, (c), il en résulte la longitude moyen-

(b) J'ai établi dans une Dissertation particulière le mouvement de l'apogée du ☉ un peu plus grand que celui que je suppose ici, savoir de $1^{\circ} 24''$ dans 83 ans à peu près, & sa longitude moyenne pour l'Équinoxe de l'an 552 de $2' \frac{1}{2}$ moins avancée; ce qui donneroit sa longitude pour le commencement de l'an 1700. de 7°

$50' 20''$ que j'ai lieu de croire devoir être très exact.

(c) On suppose ordinairement la différence des méridiens entre Jérusalem & Paris de $12^h. 12'$ ou 33° . je la fais ici plus grande seulement de $1' 46''$, ou de $52^{\circ} 56' 28''$ par une raison qu'on verra dans les Dissertations suivantes.

moyenne du Soleil de 9^{l.} 10° 14' 48", elle devoit être II. PART.

selon M M.	{	Flamsteed - - - - -	9 ^{l.} 10° 14' 40"
		Cassini - - - - -	9 ^{l.} 10° 14' 54"
		De Louville - - - - -	9 ^{l.} 10° 14' 57"
		De la Hire - - - - -	9 ^{l.} 10° 15' 07"

Par un milieu - - - 9^{l.} 10° 14' 54"

Enfin si de la longitude moyenne du Soleil résultante de la même supposition, pour le 29 Septembre 552 AC de 6^{l.} 1° 39' 33", on retranche le moyen mouvement du Soleil qui convient à 3600 années, à raison de 1040 revolutions complètes dans 379852 jours; on aura pour le 24 d'Octobre de l'an 4152. AC. la longitude moyenne du Soleil à midi au meridien de Jérusalem, de 5^{l.} 20° 59' 30"; mais le lieu de l'apogée devoit être alors, à raison de son mouvement supposé de 1' par an, dans le premier point de l'Ecliptique, ou à 0^{l.} 0° 0' 0"; d'où il suit que 3600 ans avant l'automne de l'an 552, & 5900 avant celui de cette année 1749, le 24^{eme.} d'Octobre à midi à Jerusalem, le Soleil fut tout à la fois dans le Meridien, dans l'Equateur, & dans son Perigée. C'est encore là une autre espece d'Epoque pour le Cycle de Daniel, remarquable par elle-même, & par son éloignement de 36 Siecles précisément de la principale.

Année où le Soleil fut dans le Meridien, l'Equateur & son Pé- rigée en même tems.

Au reste cette circonstance de l'arrivée du Soleil dans trois des quatre Colures, à l'heure de midi, pour le même lieu, & dans la même année, est extrêmement rare; car à supposer que dans 379852 jours le

Epoque du Cycle de Daniel très rare.

II. PART. Soleil fasse 1040 revolutions, ou 260 dans 21600 années, cette circonstance dont je parle ne pourra revenir qu'au bout d'un nombre d'années multiple tout à la fois de 260 & de 21600 ans, ou de 280800 ans, ou au bout de près de trois mille Siecles (*d*).

Accord
des déter-
minations
précédentes avec
les obser-
vations.

Mais ce n'est pas encore assez d'avoir démontré le rapport sensible des déterminations resultantes de l'hypothèse dont j'ai parlé, avec les meilleures Tables Astronomiques; je crois devoir encore faire voir leur accord avec les observations elles mêmes: l'entreprise paroitra peut-être un peu difficile, car les tables étant fondées sur un grand nombre d'observations des plus exactes, elles semblent devoir en tenir lieu, & il paroît presque impossible de pouvoir substituer autre chose à une longue suite d'observations; il le seroit encore davantage de les comparer toutes immédiatement aux déterminations que nous venons de voir: cependant il faut avoir la complaisance d'examiner la methode que je vais employer pour y parvenir, & pour faire cette
com-

(*d*) Suivant ce que j'ai dit dans la Note précédente sur la détermination plus exacte du mouvement moyen de l'apogée, cet intervalle, au bout duquel deux Equinoxes & un Solstice peuvent revenir à la même heure, est un peu différent; car la revolution de l'apogée étant plus exactement de $21343\frac{1}{3}$ ans il faut la multiplier par 11 pour avoir un intervalle qui contien-

ne à peu près un nombre entier de ces Revolutions & de Cycles Solaires; cet intervalle sur $\equiv 334780 \equiv 11 \times 21343\frac{1}{3} \times 3$ ans, comprend 903 Cycles Solaires; si on veut avoir ce même intervalle, même plus exactement, il faudra le prendre $\equiv 100$ revolutions de l'apogée & $\equiv 8209$ Cycles Solaires ou $\equiv 2134340$ ans,

comparaison si difficile en apparence. Mr. Cassini a donné dans ses Elémens d'Astronomie un catalogue d'Equinoxes & de Solstices observés à Paris, pendant plus de 60 ans, avec la dernière exactitude; si l'on prend un milieu entre les différentes déterminations de ces moments principaux du cours du Soleil pour une année moyenne, à peu-près entre toutes celles de ces Equinoxes & Solstices, on aura une détermination de ces quatre moments aussi exacte que celle que peut fournir l'art des plus habiles observateurs.

Pour donner en passant un exemple de celle du Solstice d'hyver de l'an 1711, je rapporterai le calcul déterminé sur les observations non interrompues des années 1685. incluse & suivantes jusques à 1737. aussi incluse. J'ai pris d'abord la somme de toutes les heures & minutes des deux dernières colonnes, que j'ai trouvé de 618^h. & 1730' ou de 26 jours 22^h. 50'; j'ai trouvé aussi la somme des quantièmes de Décembre (reduisant ceux du Siecle passé au Calendrier du Siecle où nous sommes) = 1114' prenant ensuite les nombres d'années écoulées depuis la première & la dernière Bissextile du Catalogue, jusqu'à la dernière de toutes, j'en ai multiplié la somme = 52 par la moitié du nombre des Bissextiles = $\frac{13}{2}$ pour avoir le produit 338 à ajouter à la somme précédente des quantièmes, ce qui fait 1452; de cette somme ôtant le nombre des années Bissextiles qui précèdent l'année moyenne 1711, savoir 6 multipliées par le nombre de toutes les années, savoir 53, j'ai enfin le reste 1134 auquel

II. PART. quel ajoutant 26 jours 22^h. 50', il me viendra enfin 1160 jours 22^h. 50' à diviser par 53 pour avoir le quantième du Solstice cherché le 21. Décembre 1711. à 21^h. 43'. C'est par une methode semblable que j'ai trouvé le Solstice moyen de l'Eté de l'an 1711, le 21 de Juin à 17^h. 55'; l'Equinoxe du printems de l'an 1709. le 20^e. Mars à 6^h. 41'; & celui d'automne de l'an 1704. le 22^e. Septembre à 14^h. 5', le tout au tems vrai. Puisque la longitude moyenne du Soleil (resultante de la supposition que les Equinoxes & le Solstice d'Eté sont arrivés l'an 552 A. C. au midi moyen de Jérusalem) étoit pour le 1^{er}. Janvier 1749 de 9^l. 10° 14' 44" ou 48" au midi moyen de Paris, & celle de son apogée de 2^l. 0° 0' 0", son mouvement annuel de 1' 0", & la plus grande Equation du Centre 1° 55' 28" ou 30"; on trouvera pour les quatre moments que je viens d'indiquer.

Longitudes moyennes du Soleil.	Longitudes de l'Apogée.	Longitudes vrayes.	Erreurs.
1704. 6 ^l . 1° 55' 9"	3 ^l . 7° 35' 30"	6 ^l . 0° 0' 31"	+ 31"
1709. 11 28 5 13	3 7 40 0	11 29 59 28	— 32
1711. 2 29 43 52	3 7 42 15	2 29 59 31	— 29
1711. 9 01 5 34	3 7 42 45	9 0 0 17	+ 17

Les differences qui se trouvent entre les resultats de la supposition dont j'ai parlé & les observations, sont si insensibles qu'on pourroit avec quelque fondement les attribuer uniquement aux erreurs inévitables dans les observations les plus parfaites; si cependant on les suppose réelles, il sera toujours bien étonnant que l'Orbite
&

& le mouvement du Soleil ayent si peu changé depuis 23 Siecles, qu'en conséquence d'une Théorie établie, pour ainsi dire, au commencement de ce long période, on puisse déterminer à 30'' près sa longitude pour la fin de ce même période (e).

Je finis par deux ou trois réflexions, sur lesquelles on pourroit déjà m'avoir prévenu. Il y a plusieurs siècles que le Livre de *Daniel* & en particulier les passages sur lesquels j'ai pris la liberté de proposer mes explications, ont été cités & rapportés par un très grand nom-

Dissert. I.
II. PART.

Réflexions
sur cette
déconver-
te.

(e) Quoi qu'il semble par les observations que je viens de rapporter, qu'il faudroit augmenter la plus grande Equation du centre du ☉ de 30'', Mr. Le Monnier à qui j'ai communiqué ceci, & dont l'exactitude & l'habileté pour les déterminations les plus délicates sont si connues, m'a confirmé, que celle qui résulte de mon hypothèse sur l'arrivée des deux Equinoxes & du Solstice intermédiaire, à l'heure de midi à Jérusalem, & qui donne cette équation de 1° 55' 30'', étoit le plus conforme aux observations nouvelles, faites avec des précautions & par des méthodes toutes particulières & d'une exactitude extraordinaire.

Pour la longitude de l'apogée, j'ai déjà dit que par des Principes entièrement de même espèce que ceux que j'ai employés jusques ici, mais dont le détail demanderoit des explications ultérieures, elle étoit plus avancée d'environ 19', ce qui s'accorde aussi avec les nouvelles observations de Mr. Le Monnier, rapportées à la fin de sa Théorie des Comètes.

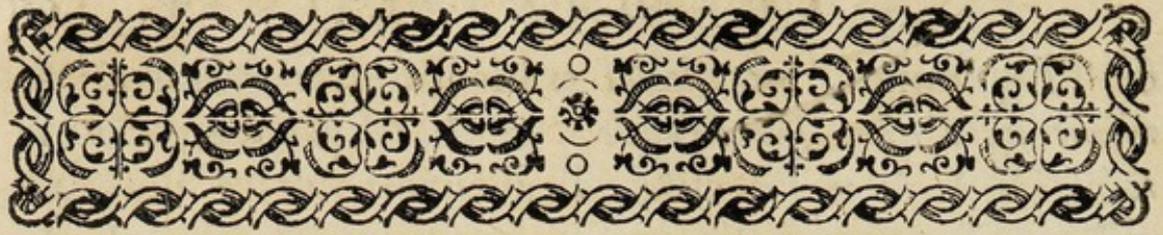
Il est à remarquer que cette plus grande équation a un rapport fort simple au diamètre du Soleil, déterminé aussi avec le plus de précision; car si l'on fait comme 18 : 5 :: 1° 55' 30'' : 31' 5'', on aura ce diamètre.

Dissert. I. nombre d'Auteurs differens ; de sorte qu'il est impossible de revoquer le moins du monde en doute leur antiquité. Qui a pû apprendre à leur Auteur, le rapport merveilleux des périodes qu'il a employé avec le mouvement des Astres ; & par quel hazard est-il arrivé, que non content d'employer de tels périodes, il ait encore choisi pour leur époque une année caractérisée d'une façon si singulière, par les circonstances du cours du Soleil, sans parler du rapport exact des autres Oracles expliqués ci-dessus, avec une histoire assez peu connue dans les premiers siècles même de l'Eglise & de l'Empire.

Si le Créateur avoit donné à l'orbite Solaire une forme, une ovalité tant soit peu différente de celle qu'elle a, ou au Soleil, ou à son apogée un mouvement tant soit peu plus lent ou plus vite, ou qu'il les eut placés l'un ou l'autre, au moment de leur création, dans un endroit de l'Ecliptique tant soit peu éloigné de celui où ils se trouverent effectivement ; si, dis-je, le Créateur avoit disposé tant soit peu différemment un seul de ces cinq Elémens de la Théorie du Soleil, jamais la circonstance de l'arrivée des Equinoxes & d'un Solstice à la même heure & dans la même année n'auroit pû avoir lieu : il a donc, en disposant ces cinq choses, prévu qu'elles pourroient un jour donner lieu à cette circonstance, non seulement à cette circonstance seule, mais encore accompagnée de quelques autres très remarquables ; il a prévu que ce seroit précisément à l'heure où le Soleil arriveroit au méridien de la ville de *Jérusalem*, l'apogée étant précisément à 60° de

de l'Equinoxe , 36 siècles précis après la rencontre du même astre dans son Périogée , & de l'Equinoxe , dans le méridien de la même ville. Il a encore , entre plusieurs milliers d'années différentes , choisi précisément celle-là pour l'accomplissement de ses Oracles : il a choisi entre un nombre infini de Périodes & d'intervalles d'années , les deux seuls nombres ronds qui fussent Cycliques , & qui le fussent de manière , que leur différence fut elle-même un Cycle parfait , & l'unique. Pourroit-on , à tant de traits réunis , méconnoître dans l'Auteur de ces anciens & respectables Livres , le Créateur du Ciel & des choses qui y sont , de la terre & de ce qu'elle renferme , & de la mer & de ce qu'elle contient.

Dissert. I.
II. PART.



S U I T E D E S R E M A R Q U E S

A S T R O N O M I Q U E S

S U R D A N I E L.

O U

SECONDE DISSERTATION

Dans laquelle on continue à déterminer le reste des
Elemens de la Théorie du Soleil & de la Lune,
par des passages des Livres Sacrés.

P R E M I E R E P A R T I E,

*Où l'on traite de la position de JERUSALEM, & de
l'Année Solaire.*

JE crois avoir prouvé dans la Dissertation précédente
que l'on pourroit, avec le secours des Livres Sacrés,
déterminer avec autant & plus d'exactitude que par
les observations les plus parfaites, les Elemens de la
théorie du Soleil; je vais faire la même chose dans cet-
te seconde Dissertation, par rapport à la Lune: j'essaye-
rai dans une troisième de traiter de la même manière
la Théorie de la grandeur & de la figure de la Terre.

Je

Je commencerai celle-ci par examiner la position Géographique de la ville de Jérusalem, au méridien de laquelle j'ai fait voir que les Epoques du mouvement du Soleil étoient attachées, ce qui se prouvera d'une manière aussi sensible du mouvement de la Lune : la longitude & la latitude de cette Ville n'ont jamais été déterminées par aucune observation immédiate ; & ce n'est que par des inductions géographiques sur ses distances itinéraires aux villes d'Alexandrie en Egypte, & d'Alexandrie en Syrie, qu'on a déterminé à peu près sa latitude de $31^{\circ} 50'$, & sa longitude à l'égard de Paris environ de $33^{\circ} 0'$ ou $2^{\text{h}}. 12'$. Un des plus habiles Géographes de nos jours, que j'ai consulté sur cet article, m'a dit avoir de fortes raisons de croire la première trop grande, & la seconde trop petite de quelques minutes, l'erreur de la longitude lui paroissant même plus grande que celle de la latitude : quoiqu'on puisse regarder comme un malheur que la position d'une Ville si célèbre soit encore aussi mal connue ; je pense au contraire, que si on venoit à la découvrir dans la suite, telle que je vais la déterminer, ce seroit un avantage, que cette découverte ayant été en quelque sorte prévue, servît de confirmation au reste de cette Théorie Cosmographique. Voici donc cette détermination qui se trouve déjà conforme aux savantes conjectures & aux corrections de Mr. d'ANVILLE, & par là-même déjà digne de quelque confiance.

Soit donc BCD le globe de la Terre que je considère comme exactement sphérique, parce qu'il ne s'agit ici que de longitudes & de latitudes géographiques,

Dissert. II.
I. PART. c'est-à-dire, de différences de Méridiens & de hauteurs de Pole, lesquelles se mesurent par des arcs célestes. Soyent aussi B & C les Poles de la terre, B D A C le plan du Meridien de Jérusalem, & D F L celui de l'Equateur, G M N celui d'un des Tropiques, & G F O celui de l'Ecliptique, qui sont vus ici de côté: soit encore tiré le Sinus A E de l'arc D A ou de la latitude de Jérusalem.

On pourroit connoître cette latitude en prenant l'arc A D tel, que le diametre C B fût à cet arc A D comme le quarré du rayon D F, au quarré de son Sinus A E; ce qui donneroit cet arc A E de $31^{\circ} 46' 29''$: mais on l'aura plus exactement en faisant cette autre proportion beaucoup plus simple, comme 17 à 6 de même, le quart de cercle D C à l'arc A D, qui sera ainsi de $31^{\circ} 45' 53''$, le rapport est à peu près celui de $\sqrt{8}$ à 1.

Cette latitude A D de Jérusalem ainsi établie, donnera 1° . la plus grande obliquité D F G, ou D G de l'Ecliptique, en prenant la distance G B du Tropic au Pole, troisieme proportionnelle à la distance A B de Jerusalem, & à celle D B de l'Equateur D au même Pole B, ce qui donnera la distance du Tropic G B de $66^{\circ} 31' 18''$, ou la plus grande obliquité de l'Ecliptique de $23^{\circ} 28' 42''$. Il est clair que cette obliquité est au quart de cercle comme 6 à 23; car $A D : D B :: 6 : 17$. & par conséquent $A B D : D B :: 23 : 17 :: D B : G B$, & dividendo, $D B : D B - G B$ ou $D G : 23 : 23 - 17 = 6$.

Il est remarquable que la tangente D O de cette obliquité est au rayon D F comme l'unité au Logarithme

me hyperbolique du nombre 10, de maniere que la position de Jérusalem qui donne déjà, pour ainsi dire, la quadrature du cercle par cette proportion $\overline{DF}^2 : \overline{AE}^2 :: CFB : AD$, donne aussi celle de l'hyperbole par ces deux-ci combinées $ADB : DB :: DB : GB \& DO : FB : (\text{côtangente de } GB) :: 1 : \text{Log. Hyp. de } 10$.

Dissert. II.
I. PART.

Cette même latitude DA donne 2° . la plus grande inclinaison de l'Orbite Lunaire à l'Ecliptique; car si l'on prend la sixième partie de DA ou de $31^\circ 45' 53''$, on aura cette inclinaison de $5^\circ 17' 39''$.

Cette latitude de Jérusalem donne encore 3° . le diamètre véritable de la Lune; mais comme c'est proprement par la mesure de l'arc terrestre AD rectifié sur la surface du globe, considéré comme un sphéroïde aplati, je n'en parlerai pas ici non plus que de la maniere dont on déduit de la même latitude 4° . la grandeur véritable du diamètre terrestre DF , & 5° . celle de l'axe CB de la terre. Voila ce qui regarde la position de Jérusalem en latitude: voici comment on en déduit 6° . sa position en longitude. Soit dans la seconde figure C le Pole de la Terre, HK l'Equateur, IA le parallele de Jérusalem, CAK son méridien, à CIH le premier Méridien terrestre. L'on trouvera l'arc HK ou la longitude de Jérusalem de l'une ou l'autre de ces trois manieres; ou 1^{mo}. en faisant comme 3 à 5, de même KA latitude de Jérusalem $= 31^\circ 45' 53''$, est à HK (longitude du même lieu) $= 52^\circ 56' 28''$; ou 2^{do}. en prenant HK égal précisément au quart de l'arc $ADBL$ de la première figure; ou 3^{tio}. en prenant l'arc IA du parallele de Jérusalem égal à la 8^{me}. partie de l'Equateur

Dissert. II.
I. PART.

teur HKP, ou au quart de l'arc DFL de ce même cercle dans la première figure; d'où il suit que $HK:IA :: ADBL:DFL :: DF:AQ :: \sqrt{DF^2}:\sqrt{DF^2 - DA^2} :: \sqrt{CFB}:\sqrt{CF - BAD}$; & en effet $ADBL:DFL :: 40:34 :: 20:17$; dont les quarrés 400, & 289, doivent être en même raison que CFB & $CFB - AD$, & par conséquent CFB devra être à $AD :: 400:111$; Or $CFB:AD$ en raison composée de CFB à CDB ou de 7 à 11, & de CDB à DA ou de 34 à 6, ou 17 à 3, & par conséquent en raison de 119 à 33. Or $400:111 :: 119:33 + \frac{1}{44}$ l'erreur de cette proportion qui va à $\frac{1}{1432}$ vient de ce que, comme je l'ai dit, le sinus AE de $\frac{6}{17}$ de CD n'est pas exactement au rayon DF comme $\sqrt{AD}:\sqrt{CB}$.

La longitude de Jérusalem par rapport au premier Méridien CIH ainsi déterminée, il faut encore trouver quel est ce premier Méridien. Mais quel autre mérite mieux ce titre que celui du Cap-verd, ou de l'extrémité occidentale du plus grand continent du globe terrestre, de celui qui a été le premier habité? la différence des Méridiens du Cap-verd & de Paris étant de $19^{\circ} 30'$; celle de Paris & de Jérusalem sera de $33^{\circ} 26' 28''$, ou de $2^h. 13' 46''$.

J'ai fait voir dans la première Dissertation, 1°. que dans l'intervalle de 379852 jours complets, le Soleil faisoit 1040, & la Lune 12863 revolutions exactes. 2°. Que la longitude moyenne du Soleil pour le 31. Decembre de l'an 1748. au midi moyen de Paris étoit de $9^{\circ} 10' 14' 48''$; d'où l'on trouvera aisément que l'Equinoxe du Printems de l'année suivante 1749. a dû arriver

arriver le Vendredi 21. Mars à $21^{\text{h}} 57' 21''$, ou le Sa- Dissert. II.
I. PAR T.
medi 22. à $9^{\text{h}} 57' 21''$ du matin à Paris : or il faut ajou-
ter à cette Epoque, celle des moyens mouvemens de la
Lune, pour avoir tout ce qui est nécessaire pour la con-
struction d'un Calendrier parfait. On a dit dans le Trai-
té de la Comète de 1744. qu'un très-grand nombre
d'observations avoient donné la longitude de la Lune
au Soleil pour le premier de Janvier 1701. au midi
moyen de Paris (selon la maniere de compter le tems
moyen, employé dans les Tables de M. DE LA HIRE)
de $8^{\text{f}} 22^{\circ} 40' 5''$, & par conséquent pour le midi moyen
des Tables ordinaires, ou exactement moyen de $8^{\text{f}} 22^{\circ}$
 $37' 55''$; la même se trouve aussi par les Tables de la
Théorie du Chevalier NEWTON de $8^{\text{f}} 22^{\circ} 38' 0''$,
& en prenant un milieu de $8^{\text{f}} 22^{\circ} 37' 57''\frac{1}{2}$, ce qui
répond à un espace de tems de 21 jours $13^{\text{h}} 2' 51''$,
d'où résulte l'intervalle du 1^r. Janvier 1701. à midi à
la conjonction suivante de 7. jours $23^{\text{h}} 41' 12''$, ou le
9^{me}. Dimanche à $11^{\text{h}} 41' 12''$ du matin, & par consé-
quent la nouvelle Lune du mois d'Avril de la même année
le 7. Jeudi à $13^{\text{h}} 53' 22''$, ou le 8. Vendredi à $1^{\text{h}} 53' 22''$
du matin.

Quoique la longitude moyenne de la Lune au Soleil
soit ici plus avancée d'environ $30''$ à $60''$ que dans la
plûpart des Tables Astronomiques, elle l'est cependant
moins de $2'$ environ qu'elle ne devoit être selon la
correction additive de $2' 20''$ faite par Mr. le Cheva-
lier de LOUVILLE aux Tables de Mr. CASSINI,
laquelle a été confirmée par le calcul d'un très grand
nombre d'Eclipses de Lune. Voyez les Mémoires de l'A-
cademie Royale des Sciences, années 1724. & 1729.

Dissert. II.
 I. PART. Ces fondemens du Calendrier ainsi posés, je vais essayer d'en donner le calcul & la construction, en commençant par ce qui regarde l'année Solaire pure & simple.

Puisque le Soleil fait 1040 révolutions en 379852 jours, il en fera 260 en 94963; & par conséquent, si l'on suppose le jour divisé en 260 parties, l'année Solaire en contiendra exactement 94963; d'où il suit encore qu'il n'est pas possible de combiner, & pour ainsi dire, d'ajuster la révolution diurne du Soleil avec la révolution annuelle plus exactement (hors dans le cas du Cycle juste de 260 ans & de ses multiples,) qu'à une 260^{me}. partie de jour, ou 5' 32" d'heure près, qui est la plus petite mesure commune de ces deux révolutions: je me servirai de ces 260^{mes}. en les marquant par la petite lettre *a* écrite au-dessus de leur nombre, en cette sorte 63^a 32^a 1^a &c.

Tous les Problèmes qu'on peut proposer sur cette matière, peuvent se réduire aux deux suivans.

1°. *Etant donné un certain nombre d'années, trouver de combien le retour du Soleil au même point de l'Ecliptique aura retardé ou avancé par rapport à sa révolution diurne. C'est ce que j'appelle Epactes de l'année par rapport au jour, ou du jour par rapport à l'année.*

2°. *Etant donné un espace de tems quelconque en heures & minutes, trouver dans combien d'années le retardement, ou l'avancement du retour du Soleil au même point de l'Ecliptique, par rapport à son retour au méridien, sera égal à cet espace.*

Soit

Soit X le nombre d'années donné ou cherché
 E le retardement ou avancement en question
 A la longueur de l'année
 D la longueur du jour

Dissert. II.
 I. PART.

on aura par ce qui a été dit, $260 A = 94963 D$. Et
 $A = 365 D + \frac{63}{260} D$, ou $+\frac{D}{4} - \frac{1}{130}^{\text{me.}}$ de D. Ou
 $= 365$ jours $5^{\text{h}} 48' \frac{12}{13}^{\text{me.}}$ de minute.

SOLUTION DU PROBLEME I.

On aura aussi $XA = 365 \times XD + \frac{63 XD}{260}$ à un
 nombre entier de jours $+\frac{63 XD}{260}$; d'où il suit, que si
 de ce dernier nombre $\frac{63 XD}{260}$ (lorsqu'il vient à être plus
 grand que D) on retranche D autant de fois qu'il se
 pourra, le reste sera l'Épacte E du nombre d'années X
 donné.

EXEMPLE I.

Soit $X = 4$, on aura $\frac{63 XD}{260} = \frac{252 D}{260} = D - \frac{8}{260}$
 $= D - 8 \times \frac{1}{260} = D - 8 \times 5' \frac{7}{13}$ ou $= 44' \frac{4}{13} = E$
 $=$ à l'Épacte Solaire de quatre années Juliennes.

REMARQUE I.

On peut rendre les Épactes Solaires plus simples, en
 considérant que la quantité $\frac{63 XD}{260} = \frac{XD}{4} - \frac{XD}{130} = X$
 H 2 $\times 6$ heures

Dissert. II.
 I. PART. $\times 6$ heures — $X \times 11' \frac{1}{13}$, ce qui donne en particulier l'Épacte du Cycle Julien, ou pour les Cycles quaternaires, l'Épacte soustractive & simplement $= X \times 11' \frac{1}{13}$.

REMARQUE & EXEMPLE II.

Puisque, comme je l'ai démontré dans la Dissertation précédente, la longitude moyenne de Soleil au midi moyen du 27. Mars de l'an 4162. de la Période Julienne, sous le méridien de Jérusalem étoit de $11^{\circ} 28' 19'' 28''$, il s'ensuit que le moment de l'Équinoxe moyen arriva le 28. de Mars à $6^{\text{h}} 48'$ ou $\frac{7}{10}$ ou $\frac{132}{200}$ de jour après midi, & par conséquent que l'Épacte Solaire de cette année là étoit pour Jérusalem $= + 182^{\text{a}}$ ou $- 78^{\text{a}}$ à compter depuis midi ou $= 52^{\text{a}}$ à compter depuis minuit.

EXEMPLE III.

L'heure de l'Équinoxe du Printems de l'année 1749. étant donnée, on demande celle de l'Équinoxe de l'année 1701.

Toute la question se réduit à trouver l'Épacte de 48. ans. Mettant donc 48 au lieu de X dans la formule pour les Cycles quaternaires $E = X \times 11' \frac{1}{13}$ on aura l'Épacte soustractive de $8^{\text{h}} 51' \frac{2}{13}$ ou $8^{\text{h}} 51' 41 \frac{1}{2}''$, laquelle ajoutée à l'heure de l'Équinoxe de l'année 1749. (à cause que celui de l'année 1701. cherchée précède) donnera l'heure de l'Équinoxe de cette année 1701. le

21^{me}. Mars à 30^h 49' 2"; c'est-à-dire, le Mardi 22 à 6^h 49' 2", & par conséquent 16. jours 7^h 4' 20" avant la nouvelle Lune suivante. Dissert. II.
I. PART.

E X E M P L E I V.

On trouvera de même l'Equinoxe de Mars de l'an 1529. le Mardi 12. V. S. à 5^h 42' 41"; celui de l'an 1879. le Samedi 10^{me}. V. S. & 22^{me}. Styl. Gregorien à 9^h 57' 21" du soir à Paris.

E X E M P L E V.

Soit $X = 33$, on aura $\frac{63X}{260} = \frac{2079}{260} = 8$ jours — $\frac{1}{260}$ de jour, ou simplement $= 5' \frac{7}{13}$, ce qui est la plus petite Epacte possible, & par conséquent le Période de 33. ans fera le Cycle Solaire le moins inexact de tous les imparfaits.

P R O B L E M E I I.

Soit maintenant proposé de trouver le nombre d'années qui répond, ou qui peut donner lieu à une Epacte donnée.

Il faudra 1^{mo}. selon ce qui a été dit à la page 58. réduire cette Epacte au multiple de $5' \frac{7}{13}$ le plus approchant, ou au nombre le plus approchant des parties 260^{mes}. de jour. Soit ce nombre N, il faudra donc que $\frac{63 \times Xj.}{260} \pm$ un nombre entier de jours, (c'est-à-dire $\pm \frac{+260 Mj.}{260}$)

Dissert. II. soit $= \frac{+Nj}{260}$ ou $63 X \pm 260 M. = \pm N$, ou $\frac{63X \pm N}{260}$
 I. PART.
 $= M$, c'est-à-dire à un nombre entier; ou enfin $63 X \pm N$ divisible par 260. On aura donc aussi (en multipliant par 4) $252 X \pm 4N$, divisible par 260, & partant (en le retranchant de $260 X$) $8 X \pm 4N$, de même que (en multipliant par 8) — $64 X \pm 32 N$, & enfin (en retranchant encore $63 X$) — $X \pm 32 N$ divisible par 260, d'où l'on tire $X = 32 N$, ou $= 260 - 32 N$ &c., savoir, la première valeur lorsque l'Épacte est soustractive, & la seconde lorsqu'elle est additive.

AUTRE SOLUTION.

Pour résoudre le second Problème, on considérera que la $\frac{1}{260}$ ^{me.} partie d'un jour ou $5' \frac{7}{13}$ étant la plus petite Épacte possible, & résultante, comme on l'a vû par le cinquième Exemple, d'un Cycle Solaire de 33. ans; Toutes les fois qu'on proposera de trouver un nombre d'années qui doit produire une autre Épacte quelconque donnée; il faudra premièrement diviser cette Épacte par $5' \frac{7}{13}$ Secondement multiplier le période de 33. ans par le nombre entier le plus approchant du quotient de cette division, & troisièmement du produit ôter 260 autant de fois qu'il se pourra.

EXEMPLE VI.

On a vû ci-dessus que l'Équinoxe moyen d'V^o étoit arrivé à Paris en 1749. le 21. Mars N. S. à $21^h \begin{matrix} 57' \\ 21'' \end{matrix}$

21", c'est-à-dire, 2^h 2' 39" avant midi; on demande combien d'années auparavant il est arrivé à midi juste. Differt. II.
I. PARIS.

On divisera 2^h 2' 39" ou 122' 39" par 5' $\frac{7}{13}$ ou par $\frac{72}{13}$; ce qui donnera pour quotient en nombre entier le plus approchant 22 & un reste de 0' 28", multipliant ensuite 33. ans par 22, il viendra 726, d'où ôtant 260 deux fois, il viendra 206 années à retrancher, & par conséquent 54 années à ajouter à l'année 1749. pour avoir celle où l'Equinoxe d'V arrivera à Paris aussi près de l'heure de midi qu'il est possible, savoir, le Mercredi 22. Mars (Style Gregorien,) de l'année 1803. à 23^h 59' 12", ou le Jeudi 23. (St. Gr.) & le 17. V.S. à 11^h 59' 12" du matin de l'année 1803.

PROBLEME III.

On demande dans quel ordre les Années Bissextiles doivent être arrangées dans le Cycle de 260. ans, pour que l'Equinoxe moyen tombe toujours sur le même quantième du mois.

Cet ordre dépend du choix de l'année que l'on prend pour la première du Cycle & du Méridien du lieu.

Mais supposons en général que l'un & l'autre soient indéterminés, je dis que chaque Cycle de 260. ans doit être composé de 7. Cycles consécutifs de 33. ans & d'un 8^{me}. de 29. ans, & chacun des 7. Cycles de 33. ans sera composé à son tour de 7. Cycles de 4. ans & d'un 8^{me}. de cinq ans, & le dernier Cycle de 29. ans comprendra aussi 6. Cycles de 4. ans & un 7^{me}. de cinq ans.

Dissert. II.
I. PART.

D E M O N S T R A T I O N .

Le Cycle parfait de 260. ans contenant deux jours de moins que 260. années Juliennes, ce Cycle devra comprendre aussi par conséquent deux années Bissextiles de moins, & deux années communes de plus. Ce qui est précisément ce que donneroit la somme de tous les Cycles dont je viens de parler. Et comme ces Cycles sont les plus exacts qu'on puisse employer (à la réserve de celui de 260. qui les renferme tous,) il est clair qu'ils doivent donner la disposition de Bissextiles la plus parfaite qu'il soit possible.

P R O B L E M E I V .

Supposant que le Cycle parfait de 260. ans contienne non seulement les 7. Cycles de 33. ans & le 8^{me}. de 29. ans dont je viens de parler, mais même qu'ils s'y trouvent rangés précisément dans cet ordre, en sorte que la première année du premier Cycle de 33. ans, laquelle est commune, soit en même tems la première du Cycle de 260., & la dernière du Cycle de 29 ans, laquelle est Bissextile, soit en même tems la dernière du Cycle de 260., on demande à quelle heure l'Equinoxe devra arriver dans la première année de ce Cycle.

Pour rendre plus aisé le calcul nécessaire à la Solution de ce Problème, je supposerai 1^{mo}., comme ci-devant, le jour divisé non en heures & minutes, mais en parties 260^{emes}. que je marquerai ainsi 260^a 60^a 11^a &c.

Je

Je supposerai 2°. que suivant la forme la plus naturelle d'années, qui étoit aussi celle des anciens, le jour intercalaire tombe sur la fin de l'année & après l'Equinoxe, & non au commencement & avant l'Equinoxe, comme dans le Calendrier Julien moderne.

Differt. II.
I. PART.

Il s'ensuit delà 3°. que dans toutes les années non bissextiles, l'Equinoxe doit arriver tout au plus 197^a après l'heure, à laquelle le jour & l'année civile commencent; car l'année Astronomique étant de 365 jours 63^a, si l'Equinoxe de l'année proposée arrivoit par exemple 198^a après le commencement du jour civil, l'Equinoxe de l'année suivante arriveroit 365j. & 261^a, ou 366 jours complets & 1^a après le commencement civil de ce jour, & par conséquent il tomberoit dans le 367^{eme} jour civil, & l'année proposée seroit nécessairement intercalaire.

Ce raisonnement prouve en même tems 4°. que dans les années intercalaires, l'Equinoxe doit arriver pour le moins 197^a. après l'heure à laquelle le jour civil commence.

5°. Or dans le grand Cycle de 260 ans il y a 63 années intercalaires, dans chacune desquelles l'Equinoxe doit arriver à une heure différente, ou à un nombre différent de parties 260^{mes}. après l'heure à laquelle le jour civil commence; ce qui donne 63 nombres différens pour les momens des Equinoxes de ces 63 années, & ces 63 nombres rempliront précisément l'intervalle de 197^a à 261^a, dans lequel nous venons de voir que doit tomber le moment de l'Equinoxe des années intercalaires. Notre Problème est donc réduit à savoir quel sera

Differt. II. le nombre de parties 260^{mes.} pour la premiere ou pour
 I. PART. la derniere de ces intercalaires.

6°. Appellons ce nombre pour la derniere x^a , on aura d'abord $x^a > 197^a$, & $< 260^a$.

7°. L'Epacte de 4 ans étant de 8^a soustractive, on aura l'intervalle compris entre le commencement du jour civil & l'Equinoxe de la 4^{e.} année $= x^a - 8^a$ & $> 197^a$ & $< 260^a$, & par consequent $x > 205^a$, mais toujours plus petit que 260^a .

8°. On trouvera de la même maniere le moment de l'Equinoxe de la 8^{e.} année, c'est-à-dire, l'intervalle compris entre le commencement du jour civil, & le moment de l'Equinoxe de cette 8^{e.} année $= x^a - 16^a$ & $> 197^a$. Et par consequent $x^a > 213^a$. Et pour la 12^{eme.} $= x^a - 24^a$, & partant $x > 221^a$, & enfin pour la 28^{eme.} cet intervalle fera $= x^a - 56^a$ & $x > 253^a$.

9°. On le trouvera pour la 32^{eme.} $= x^a - 64^a$, & comme elle ne doit pas être bissextile, on aura (N°. 3°.) $x^a - 64^a < 197$, ou $x^a < 261$. Ce qui est clair, puisqu'il doit être < 260 .

10°. Mais l'Epacte de 33 ans étant de $- 1^a$ soustractive & la 33^{eme.} année devant être Bissextile, on trouvera, en raisonnant sur cette 33^{eme.} comme nous avons fait sur les autres, on trouvera, dis-je, $x - 1 > 197$ ou $x > 198$; ce qui encore est déjà prouvé dans le N°. 8°. dans lequel nous venons de voir que x devoit être > 253 .

11°. Laisant donc l'examen des moments de l'Equinoxe des premieres & des dernieres années bissextiles
 de

de chaque petit Cycle de 33 ans, lesquels moments nous donneront toujours x simplement $\triangleright 197$; nous examinerons ce qui résulte de chaque 7^{eme}. année intercalaire de ces seconds Cycles: Et d'abord nous trouverons que l'intervalle du commencement du jour civil à l'Equinoxe dans cette septieme intercalaire ou la 61^{eme}. année du grand Cycle fera $= x^a - 57^a$, & par conséquent $x \triangleright 254$. Ce même intervalle se trouvera pour la septieme intercalaire du 3^{eme}. Cycle de 33 ans, ou pour la 94^{eme} année du grand $= x^a - 58^a$; & partant $x \triangleright 255$, & ainsi de suite jusqu'à la septieme intercalaire du 7^{eme}. Cycle de 33 ans, dans laquelle cet intervalle fera $= x^a - 62^a$, & partant $x \triangleright 259$. Enfin on trouvera ce même intervalle entre le commencement du jour civil & le moment de l'Equinoxe de la 28^{eme}. année du 8^{eme}. Cycle (lequel n'est que de 29 ans) $= x^a - 62^a$. Mais comme cette année doit être commune, il en résultera que $x^a - 63 \triangleleft 197$, ou $x^a \triangleleft 260$; ce qui est déjà évident par lui-même: d'où il suit enfin que x ou l'intervalle compris entre l'heure à laquelle on suppose que le jour civil commence, & l'heure de l'Equinoxe de la 260^{eme}. ou dernière année de chaque grand Cycle sera $\triangleright 259$ & $\triangleleft 260$; partant celui de la 1^{ere}. $\triangleright 62$ & $\triangleleft 63$, ou que dans la première année de chaque grand Cycle de 260 ans, tel que nous l'avons supposé dans le Problème précédent, l'Equinoxe devra tomber entre $5^h 43' 20''$ & $5^h 48' 55''$ après l'heure à laquelle le jour civil commence.

Dissert. II.
I. PART.

COROLL. I.

Si comme dans le Calendrier Julien & Gregorien le jour intercalaire précède celui de l'Equinoxe, il est clair que l'Equinoxe de l'année Bissextile dans ce Calendrier est le même que l'Equinoxe de la 1^{ere}. année commune après l'intercalaire dans la forme précédente. Et par conséquent que la premiere année du grand Cycle de 260 ans dans le Calendrier Gregorien, répond à la 2^{de}. du même Cycle dans la forme précédente; d'où il suit que dans la premiere année du grand Cycle de 260 ans, selon la forme Grégorienne, l'Equinoxe arrivera entre 11^h 32' 15" & 11^h 37' 50" après l'heure à laquelle le jour commence. Cette année pour le méridien de Paris est l'année 1708, à supposer que le jour commence à minuit, & à prendre l'Equinoxe moyen & l'année 775 ou 1815 pour l'Equinoxe vrai.

COROLL. II.

Si au lieu de supposer que le plus petit Cycle moyen du grand Cycle de 260 ans au lieu d'être le 8^{eme}. soit le 1^{er}. , & que le plus grand des petits Cycles de chaque Cycle moyen, au lieu d'être le dernier soit le 1^{er}. , il arrivera que la premiere année de ce nouveau grand Cycle répondra à la 227^{eme} du Cycle dont nous avons parlé jusqu'ici; & l'Equinoxe de cette premiere année devra arriver entre 0^a & 1^a après l'heure à laquelle le jour commence. On verra dans la suite pourquoi j'ai parlé ici de ce Cycle.

COROLL.

COROLL. III.

Dissert. II.
I. PART.

Comme les moments des Equinoxes du Printems tombent toujours sur des nombres précis de parties 260^{mes.} pour le Méridien de Jérusalem, il y a toujours deux années éloignées de 33 ans l'une de l'autre, qui peuvent également être prises pour les premières d'un grand Cycle. Ces années, (à ne compter que par l'Equinoxe moyen, & supposant le commencement du jour à minuit) sont l'an 1686 & l'an 1719; mais si l'on se sert des Equinoxes d'Automne, on ne trouvera qu'une seule année qui puisse être prise pour la 1^{ere.} d'un tel Cycle, savoir l'an 1702, & l'an 1538 pour la première du Cycle dont j'ai parlé dans le Coroll. précédent. Si l'on suppose enfin que le jour civil commence suivant l'usage des anciens peuples à 6^{h.} du soir, cette année seroit pour ce nouveau Cycle l'an 1603.

COROLL. IV.

Si l'on compare la disposition des années Bissextiles dans le Cycle de 260 ans avec celle du Calendrier Gregorien du Cycle de 400 ans, on trouvera que l'Equinoxe, qui suivant les deux derniers Problèmes, reste toujours fixe au même quantième du mois, peut quelques fois parcourir dans le Calendrier Grégorien trois différents quantième, & cela dans l'espace de 7 à 8 ans seulement; de façon que par la maniere dont les années Bissextiles sont arrangées dans ce Calendrier, le jour de l'Equinoxe peut quelques fois varier en moins

Dissert. II.
I. PART.

de 8 ans, autant qu'il variera dans l'intervalle de quatre siècles dans l'ancien Calendrier Julien. En effet l'an 1697 l'Equinoxe vrai du Printems arriva, selon les observations de MM. de l'Academie Royale des Sciences le 19 de Mars à 8^h 35 minutes du soir l'an 1698, le 20 de Mars à 1^h 45' du matin, & l'an 1702 le 21 Mars à 1^h 57' du matin aussi; c'est-à-dire, que dans l'intervalle de 5 ans depuis l'an 1697 jusqu'à l'an 1702 il parcourut les 19, 20 & 21 de Mars. Mais en voilà assez sur cet article.

Je vais donner à présent la maniere de trouver le jour de l'Equinoxe dans le Calendrier Julien, soit par rapport au quantième du mois, soit par rapport à celui de la semaine. Mais il faut auparavant établir une époque plus commode pour cette espèce de calcul que l'année 1749. Car il convient que cette époque tombe sur une année Bissextile & dont l'Épacte soit fort petite. Telle est l'année 1780, dont l'Épacte à compter depuis minuit pour le Méridien de Jérusalem est + 5^a l'Equinoxe arrivant le Mercredi 11^e. de Mars Julien à minuit 27' 42", ou bien l'année 1768 dans laquelle il arrive un Samedi le même quantième de Mars, & à la même heure environ pour le méridien de Paris &c.

EXEMPLE VII. PROBLEME V.

Trouver par le moyen des Epactes précédentes, & pour une année quelconque donnée, le jour du Calendrier Julien dans lequel arrive l'équinoxe moyen.

1°. Prenez le nombre X d'années écoulées entre l'année
née

née qui sert d'époque, comme par exemple 1768 & l'année proposée, supposant que ce soit 1800, ce nombre X sera = 32. *Dissert. II.*
I. P. A & T.

2°. Prenez l'Épacte solaire qui convient à ce nombre d'années comme ici 32×63^a ou 8 jours — 64^a .

3°. Ajoutez cette Épacte au jour & à l'heure de l'Équinoxe pour l'année de l'époque.

4°. Prenez aussi le nombre d'années Biffextiles ou de Cycles de 4 ans, ou le nombre de jours intercalaires depuis l'année de l'époque jusqu'à l'année proposée comme ici 8 jours.

5°. Retranchez ce nombre de jours de la somme trouvée dans l'article précédent, le reste sera le jour & l'heure de l'Équinoxe pour l'année proposée.

Dans l'Exemple que nous avons pris, ce reste = 10^e. Mars Julien + 201^a ou le 21^{eme}. Gregorien à 6^h 33' 13" du soir.

E X E M P L E V I I I.

On demande le jour & l'heure de l'Équinoxe de la même année 1800 pour le méridien de Jerusalem.

1°. De 1800 otez l'année de l'Époque, savoir 1780 il restera 20. ans.

2°. Prenez l'Épacte Solaire de 20 ans = $20 \times 63^a = 5$ jours — 40^a ou = 4 jours + 220^a .

3°. Ajoutant cette Épacte au jour & à l'heure de l'Équinoxe de l'année 1780, savoir au 11^{me}. de Mars + 5^a , il viendra le 15^{me}. + 225^a .

4°. Prenez le nombre des Cycles de quatre ans ou des

Dissert. II.
I. PART. des jours bissextiles intercalaires depuis l'Équinoxe de l'an 1780. jusqu'à l'Équinoxe de l'an 1800, lequel nombre est = 5 jours.

5°. Otez ce nombre du 15^{me}. de Mars + 225^a le reste = 10^{me}. + 225^a ou le 10^{me}. de Mars 8^h 46' 9" du soir, donnera le jour & l'heure de l'Équinoxe moyen de l'an 1800. pour le méridien de Jérusalem.

R E M A R Q U E I.

Si l'on ôte 2^h 13' 50" du moment de l'Équinoxe nommé pour le Méridien de Jérusalem, on aura 6^h 32' 19" pour celui du Méridien de Paris un peu plus exact que par l'exemple précédent.

R E M A R Q U E II.

Lorsque l'année proposée se trouve précéder celle de l'Époque, il n'y a qu'à retrancher 260 ans de celle-ci, & ajouter 2 jours au quantième, & l'on aura une nouvelle Époque dont on se servira comme de la précédente.

E X E M P L E I X.

On propose de trouver le jour de l'Équinoxe de l'année 1749. pour le Méridien de Jérusalem.

L'année 1749. précédant l'année 1780, on ôtera 260 de 1780, & on ajoutera 2. au 11^{me}. de Mars pour avoir l'Équinoxe de 1520. le 13. de Mars à 5^a ou à 0^h 27' 42" du matin à Jérusalem.

De l'an 1520. à l'an 1749, il y a 229. ans dont l'Épacte Solaire = $229 \times 63^a = 55$ jours + 127^a, l'ajoutant

joutant au 13^{eme}. de Mars + 5^a, il viendra le 68^{eme}. de Mars + 132^a. *Dissert. II.*
I. P A R T.

Mais depuis l'Equinoxe de l'an 1520 jusqu'à celui de 1749, il y a eu 57 jours intercalaires; ôtant donc 57 jours de la somme précédente, il viendra le 11^e. de Mars Julien, ou le 22^e. de Mars Gregorien + 132^a, ou Midi 11' 5" pour le jour & l'heure de l'Equinoxe de l'an 1749 au Méridien de Jérusalem.

Si l'on en ôte 2^h 13' 46", il viendra le 22^{me}. de Mars Gregorien 9^h 57' 19" pour le même moment au Méridien de Paris.

PROBLEME VI.

Trouver le jour de la semaine auquel arrive l'Equinoxe dans une année proposée.

1°. Prenez le nombre d'années écoulées depuis l'année qui sert d'Epoque jusqu'à la proposée.

2°. Prenez l'Epacte Solaire qui convient à ce nombre d'années.

3°. Ayant changé ce nombre d'années à un pareil nombre de jours, ajoutez-le avec l'Epacte Solaire au jour ou quantième de la semaine dans lequel est arrivé l'Equinoxe pour l'année de l'époque.

4°. De cette somme otez 7 tant qu'il se pourra, le reste sera le quantième de la semaine, auquel arrivera l'Equinoxe pour l'année proposée.

EXEMPLE X.

On demande quel jour de la semaine arrivera l'Equinoxe du Printems de l'année 1800.

K

I^a.

Dissert. II.
I. PART.

- 1°. De l'an 1780 à l'an 1800 il y a 20 ans.
 2°. L'Épacte Solaire de 20 ans = 4 jours + 220^a.
 3°. Ayant pris 20 jours pour 20 ans & 4 pour le quantième de la semaine auquel est arrivé l'Équinoxe l'an 1780 qui étoit un Mercredi, on ajoutera ensemble 20 jours 4 jours + 220^a & 4 jours + 5^a de la somme 28 jours + 225^a; ôtant 7 quatre fois il ne restera rien: ce qui fait voir que l'Équinoxe arrivera un Samedi 225^a après minuit ou à 8^h 46' 9" du soir à Jérusalem.

REMARQUE III.

Lorsque l'année proposée précède l'époque, on retranchera 260 ans de celle de l'époque, & 1 jour du quantième de la semaine; ce qui donnera une nouvelle Époque dont on se servira comme de la première.

EXEMPLE XI.

On demande quel jour de la semaine arrive l'Équinoxe de 1749.

L'année 1749 précédant l'année 1780 qui sert d'époque, on retranchera 260 de 1780, & un jour du quantième de la semaine qui est le 4^{eme}. savoir un Mercredi, & l'on aura pour nouvelle époque l'an 1520 le 13^e. de Mars Julien, le 3^e. jour de la semaine un Mardi à 5^a ou à 0^h 27' 42" du matin.

Depuis l'année 1520 jusqu'à 1749 il y a 229 années dont l'Épacte Solaire = 55 jours + 127^a changeant ces 229 années, en 229 jours, on ajoutera ensemble 229 jours + 3 jours + 5^a + 55 jours + 127^a pour avoir

avoir 287 jours $+ 132^a$, d'où ôtant 7 autant qu'il se peut, il ne reste rien; ce qui fait voir que l'Equinoxe arrive un Samedi à 132^a ou à midi $11' 4''$. *Dissert. II.*
I. PART.

E X E M P L E X I I.

On demande quel mois & quel jour du mois, & de la semaine, dans le Calendrier Julien, & à quelle heure est arrivé l'Equinoxe du Printems de l'an 4102 avant l'Ère Chrétienne, ou de l'an 612 de la Période Julienne.

L'année 1780 qui nous sert d'Epoque étant la 6493^{me} de la Période Julienne, est précédée de 5881 ans par l'an proposé. De façon qu'il faudra retrancher de cette 1^{ere} . non pas seulement 260 ans, mais 23 fois 260 ans, ou 5980 ans, & par conséquent ajouter 23 fois 2 jours au quantieme du mois, savoir au 11^{e} . de Mars, & ôter 23 jours du quantieme de la semaine, savoir du 4^{eme} . ou du Mercredi; & l'on aura pour nouvelle Epoque l'an 513 de la Période Julienne le 26^{eme} . Avril le 2^{e} . jour de la semaine, ou le Lundi à 5^a ou à $0^h 27' 42''$ du matin pour le moment de l'Equinoxe.

Depuis l'an 513 jusqu'à 612 il y a 99 ans & 24 jours intercalaires; & l'Epacte Solaire de cet intervalle $= 99 \times 63^a$ fera $= 23$ jours $+ 257^a$; ajoutant donc 23 jours $+ 257^a$ au 26^{eme} . Avril $+ 5^a$ on aura le 50^{eme} . d'Avril $+ 2^a$; d'où ôtant 24 jours il viendra le 26^{eme} . d'Avril à 2^a , ou à $0^h 11' 5''$ du matin pour le moment de l'Equinoxe.

De plus ajoutant encore ensemble 99 jours, le 2^{eme} . de la semaine $+ 5^a$, & 23 jours $+ 257^a$, il viendra

Dissert. II. 125 jours, d'où ôtant 7 autant de fois qu'il se peut, il
 II. PART. viendra le 6^{eme}. jour de la semaine ou le Vendredi pour
 ce même jour là.

R E M A R Q U E.

Il ne fera pas inutile de dire deux mots de la combinaison de tous les Cycles Solaires dont nous venons de parler avec le Cycle Septenaire de la semaine : l'année étant $= 365$ jours $\frac{63}{260} = 7 \times 52$ jours + 1 jour + $\frac{63}{260}$, son Epacte hebdomadaire sera $= + 1$ jour + $\frac{63}{260}$.

Celle du Cycle de 4 ans fera par là même (à cause du jour intercalaire) $= + 5$ jours — 8^a ou $= - 2$ jours — 8^a. Celle du Cycle de 5 ans $= + 6$ jours + 55^a. ou 0 jour — 205^a.

Celle du Cycle de 29 ans $= + 1$ jour + 7^a.

Celle du Cycle de 33 ans $= - 1$ jour — 1^a.

Enfin celle du Cycle de 260 ans $= + 1$ jour.

S E C O N D E P A R T I E,

Où l'on traite de l'Année Lunaire.

Après avoir expliqué ce qui regarde l'année purement Solaire, je vais passer à l'année Lunaire, en commençant par la manière de la combiner simplement avec le
 mo-

moment de l'Equinoxe, c'est-à-dire avec la révolution annuelle du Soleil, considérée indépendamment de sa révolution diurne, & en n'employant cette dernière qu'en qualité de mesure.

Dissert. II.
II. PART.

Puisque 12863 mois Lunaires s'achevent en même tems que 1040 années Solaires, il s'ensuit 1°. que si le mois Lunaire est supposé divisé en 1040 parties, l'année en contiendra 12863. 2°. Que hors le cas de la révolution du Cycle, il n'est pas possible d'accorder l'année

Solaire avec la Lunaire qu'à une, ou plusieurs $\frac{1}{1040^{\text{mes.}}}$ parties d'un mois Lunaire, lesquelles sont les plus petites mesures communes de ces deux années. Appellant

donc le mois Lunaire M, on aura $M = \frac{1040^a}{12863} = \frac{1040}{12863}$

$\times \frac{949631 j.}{260} = \frac{379852 j.}{12863} = 29 \text{ jours } \frac{1}{2} + \frac{393 \frac{1}{2}}{12863}$ ou +

$44' \frac{668}{12863^{\text{eme.}}} \text{ ou } + \frac{50'}{963}$ à fort peu près. Et la 1040^{eme.}

du mois Lunaire = $41' - \frac{1'}{9}$ ou à $40' \frac{8}{9} - \frac{1}{2650^{\text{eme.}}}$

Je marquerai dans la suite ces 1040^{mes.} des mois Lunaires par un petit *b*, en cette sorte $3^b = 2^h 2' 40''$, $9^b = 6^h 8' 0''$ &c.

Il est remarquable qu'il ne s'en faut qu'une unité que le nombre $12863 = 12864 - 1$ Lunaisons comprises dans le grand Cycle, ne soit exactement divisible par 64, & par conséquent par 4. d'où il suit que 520 révolutions Solaires, lesquelles comprennent un nombre entier de jours, savoir 189926 comprennent aussi un nombre complet de mois Lunaires, plus un demi mois exact;

Dissert. II. & de même le Cycle Solaire de 260 ans qui contient
 II. PART. le nombre entier de 94963 jours comprendra exactement un certain nombre de mois Lunaires, plus un quart de mois; d'où il suit que si une nouvelle Lune, par exemple, est arrivée dans quelque année du 1^{er}. Cycle de 260 ans, à une certaine heure & minute d'un quantième déterminé d'un mois aussi déterminé; à la même année, au même mois, au même quantième, à la même heure & minute du Cycle suivant, arrivera la première quadrature, & aussi précisément à la même distance de l'Equinoxe. A la même heure encore & minute du même jour du mois de la même année du troisième Cycle de 260 ans arrivera la pleine Lune; & de même la seconde quadrature dans le quatrième & dernier Cycle, ce qui fournit une méthode de construction, pour un Calendrier fort simple, & fort singulier, comme on le verra dans la suite.

Puisqu'encore 1040 ans Solaires font = 12863, mois Lunaires, on aura 1 an = $\frac{12863M}{1040} = 12 M + \frac{383M}{1040}$ & 3 ans = $37 M + \frac{109M}{1040}$ & 19 ans = $235 M - \frac{3M}{1040}$.

PROBLEME VII.

Si l'on veut donc savoir 1°. combien l'Année Lunaire avance sur la Solaire, ou la nouvelle Lune sur l'Equinoxe, au bout d'un nombre donné X d'années Solaires.

Il n'y a qu'à multiplier 383 par X, & du produit retrancher 1040 tant que l'on pourra, le reste donnera le

le retardement cherché en 1040^{mes} . parties du mois *Differt. II.*
Lunaire, dont chacune vaut $40' \frac{8}{9}$. *II. PART.*

Pour rendre le calcul de ces Epâctes plus aisé, il faut remarquer 1°. que celles des intervalles de 3 ans & de 19 ans surtout, étant fort simples, si l'on divise le nombre d'années donné en intervalles de cette espèce, & que l'on multiplie les quotients de ces divisions par les petites Epâctes correspondantes aux diviseurs, leur différence, parce que celles de 19 ans sont additives, & celles de 3 & de 1 ou deux ans soustractives, donnera en nombres fort courts l'Epâcte cherchée; mais il faut premièrement trouver les Epâctes de 3 ans & de 19 ans.

E X E M P L E XIII.

Pour avoir l'Epâcte de 3 ans on multipliera 383^b par 3, ce qui donnera 1149^b ; d'où ôtant 1040^b , il viendra 109^b ou 3 jours $1^h 40' 51''$ pour Epâcte soustractive.

E X E M P L E XIV.

Pour avoir l'Epâcte de 19 ans, on considérera que 19 étant $= 6 \times 3 + 1$, cette Epâcte devra être égale à 6 fois l'Epâcte de 3 ans plus celle d'un an $= 6 \times 109^b + 383^b = 654^b + 383^b = 1037^b$ soustractive, ou en ôtant cette Epâcte de 1040^b à 3^b ou $2^h 2' 40''$ additive.

E X E M P L E XV.

On demande l'Epâcte de 873. ans.

Ayant

Dissert. II.
II. PART.

Ayant divisé 873 par 19, on aura pour quotient 45 avec un reste de 18 ans. Divisant ensuite 18 par 3, on aura pour quotient 6 sans reste.

Multipliant 45 par 3^b , il viendra une Epacte additive de 135, & multipliant 6 par 109 il en viendra une soustractive de 654, la différence de ces Epactes donnera l'Epacte totale de 873 ans $= 519^b$ soustractive $= \frac{1}{2}$ mois Lunaire $= 40' \frac{8}{2} = 14$ jours $18^h 22' 1\frac{1}{2}'' = 40' 54\frac{1}{2}'' = 14$ jours $17^h 41' 7''$.

R E M A R Q U E.

Lorsque l'Epacte ainsi trouvée sera plus grande que 520^b ou qu'un demi mois Lunaire, on la retranchera de 1040^b pour avoir une Epacte moindre que 520^b , & qui sera alors d'une espece ou d'une nature contraire à la précédente.

On demande par exemple

l'Epacte de 676 ans $= 35 \times 19 + 3 \times 3 + 3$ ans.

On aura

l'Epacte de 35×19 ans $= + 35 \times 3 = + 105$

l'Epacte de 3×3 ans $= - 3 \times 109 = - 327$

l'Epacte de 2×1 an $= - 2 \times 383 = - 766$

Epacte totale $= + 105^b - 1093^b = - 988^b$,
laquelle étant plus grande que 520^b sera retranchée de 1040^b pour avoir une Epacte additive $= + 52^b$.

E X E M P L E X V I.

On demande l'Epacte de 353. ans, multipliant 353 par 383 il vient $135199 = 130 \times 1040 = 1$, ce
qui

qui fait voir que l'Épacte de ce nombre d'années est additive & la plus petite qu'il soit possible, & par conséquent que ce période de 353 ans est le Cycle Lunaire le plus exact de tous les imparfaits. *Dissert. II.*
II. PART.

E X E M P L E XVII.

On demande l'heure de la nouvelle Lune Equinoxiale de l'année 1749 relativement à l'Equinoxe, c'est-à-dire, l'intervalle de tems, dont elle l'a précédé.

On considèrera pour cela, que cette année est éloignée de 48 ans ou 3×16 ans de l'année 1701. De sorte qu'il n'y a qu'à multiplier 383 par 48, ou simplement 109 par 16, pour avoir 1744, d'où ôtant 1040 une fois, le reste 704 sera l'Épacte Lunaire de l'année 1749 par rapport à l'année 1701. Or cette Épacte est

$$= 520 + 130 + 54 = \frac{1}{2} \text{ mois} + \frac{1}{8} \text{ mois Lunaire} + 54$$

$$\times 40' \frac{8}{9} = 14 \text{ jours } 18^h 22' 1'' \frac{1}{2} + 3 \text{ jours } 16^h 35' 30'' \frac{7}{8}$$

$$+ 1 \text{ jour } 12^h 47' 58'' \frac{3}{4}, \text{ en tout } 19 \text{ jours } 23^h 45' 30'';$$

d'où ôtant le retardement de la nouvelle Lune d'Avril de l'an 1701 à l'égard de l'Equinoxe, lequel retardement a été trouvé ci-dessus dans l'Exemple III. de 16 jours $7^h 4' 20''$ il viendra la précession de la nouvelle Lune de l'an 1749 à l'égard de l'Equinoxe de 3 jours $16^h 41' 10''$.

E X E M P L E XVIII.

On demande encore l'heure de la nouvelle Lune équinoxiale de l'année 1879 relativement à celle de l'Equinoxe.

Cette année est éloignée de 130 de l'année 1749.

L pour

Dissert. II. pour laquelle nous venons de trouver la précession de la
 II. PART. nouvelle Lune à l'égard de l'Equinoxe de 3 jours 16^h
 $41' 10''$; or 130 étant $= 129 + 1 = 3 \times 43 + 1$
 on multipliera 109 par 43 , & 383 par 1 . lesquels on
 ajoutera ensemble pour avoir 5070 ; ce qui étant ôté
 de $5200 = 5 \times 1040$ donnera une épacte additive $=$
 $130 = \frac{1}{8}$ de mois Lunaire ou à 3 jours $16^h 35' 30'' \frac{1}{2}$

Cette Epacte ôtée de la précession de la nouvelle Lune
 équinoxiale de l'an 1749, donnera celle de l'an 1879
 de 0 jours $0^h 5' 39''$ la plus petite par conséquent qui
 puisse jamais se trouver entre la nouvelle Lune & l'E-
 quinoxe.

L'heure de l'Equinoxe aiant été trouvée ci-dessus pour
 cette année 1879 de $9^h 57' 21''$, on aura celle de la
 nouvelle Lune de $9^h 51' 42''$ à Paris; de sorte que sup-
 posant la difference des méridiens entre cette ville &
 celle de Jérusalem de $2^h 13' 46''$, comme je l'ai dit ci-
 dessus, ou seulement de $1' 46''$ plus grande qu'on ne la
 suppose communement; il s'ensuivra que la nouvelle Lu-
 ne de cette année 1879 ou 839 de l'Ere vulg. tom-
 be sur la même heure & la même minute à laquelle ar-
 rive l'Equinoxe 33 ans après, ou après une révolution
 du Cycle de 33 ans le 1^{er} des imparfaits.

Il est remarquable que l'Epacte Lunaire de cette an-
 née 1879, est, comme l'on voit, à très peu près la mê-
 me que l'Epacte Solaire du Cycle de 33 ans, ($= 5' \frac{7}{13}$
 ou $5' 32''$) le plus parfait des imparfaits, l'excès de la
 seconde sur la première n'étant que de $7''$, & pouvant
 aisément être attribué à quelque erreur dans les positions
 fondamentales des Epoques & notamment à celles de
 la

la Lune : je supposerai donc cette Epacte Lunaire de l'an 1879 exactement de $5' 32'' \frac{1}{2}$.

Dissert II.
II. PART.

REMARQUES

SUR LES CYCLES LUNAIRES.

Il s'ensuit de ce qui vient d'être dit, que si l'on prend successivement tous les multiples de 353 comme 353, 706, 1059, 1412, 1765, 2118, 2471, 2824, & qu'on en retranche 1040 autant de fois que l'on pourra, ou que reciproquement, on les retranche de 1040 & ses multiples; ces differences entre les multiples de 353, & ceux de 1040 donneront successivement tous les Cycles imparfaits.

	Ordre des Cycles.	Cycles par excès ou au bout desquels la nouvelle Lune arrive après l'Equinoxe.	Excès	Cycles par défaut ou au bout desquels la nouvelle Lune arrive avant l'Equinoxe.	Défauts
<i>a</i> Cycle de Meton.	I.	353	0 ^h 41'	1040 — 353 = 687	0 ^h 41'
	II.	706	1 ^h 22'	1040 — 706 = 334	1 ^h 22'
	III.	1059 — 1040 = ^a 19	2 ^h 3'	2080 — 1059 = 1021	2 ^h 3'
<i>b</i> Cycle de Daniel.	IV.	1412 — 1040 = 372	2 ^h 44'	2080 — 1412 = 668	2 ^h 44'
	V.	1765 — 1040 = 725	3 ^h 24'	2080 — 1765 = ^b 315	3 ^h 24'
	VI.	2118 — 2080 = 38	4 ^h 5'	3120 — 2118 = 1002	4 ^h 5'
<i>c</i> Autre Cycle de Daniel.	XX			9360 (= 9 × 1040) — 7060 (= 20 × 353) = ^c 2300	13 ^h 38'

Dissert. II.
II. PART.

Je joindrai à ces Cycles celui de 6039 ans trouvé par M. Cassini : $6039 \text{ étant } = 17 \times 353 + 38$: & $38 \text{ étant } = 2118 - 2080 = 6 \times 353 - 2 \times 1040$. On aura $6039 = 23 \times 353 - 2 \times 1040$; d'où il paroît que ce Cycle est du 23^e. ordre assez éloigné du parfait, son erreur étant de $23 \times 40' \frac{8}{9}$ ou $= 15^h 40' \frac{1}{2}$ dont la nouvelle Lune tarde par rapport à l'Equinoxe ; & comme l'Equinoxe tarde lui-même de $7^h 6' \frac{1}{2}$ par rapport à la révolution diurne, comme on peut s'en convaincre par la méthode du premier Problème, il en résulte un retardement du retour de la nouvelle Lune par rapport à la révolution diurne, de $22^h 47'$ ou une précession de $1^h 13'$. Si l'on vouloit donc que ce Cycle fût en même tems *Diurne & Luni-Solaire*, il faudroit supposer une augmentation d'une heure $13'$ sur la durée de 6039 années Lunaires, & de $16^h 53' \frac{1}{2}$ sur celle de 6039 années Solaires. Ces différences ne sont pas absolument assez grandes, pour qu'il fût impossible de supposer dans les observations employées pour la détermination de la grandeur de l'année Solaire & Lunaire, des erreurs proportionnelles.

Il faut cependant avouer, que de dix déterminations différentes de cette grandeur de l'année, faites ensuite d'autant d'espèces différentes d'observations de différens Astronomes, & rapportées par M. Cassini dans ses *Elements d'Astronomie pag. 232. & 249.* il n'y en a pas une seule qui la fasse plus grande de 365 jours $5^h 48' 53''$; au lieu qu'à supposer le retour de l'équinoxe précisément à la même heure & minute du jour, au bout de ce Cycle de 6039, elle devroit être de 365 jours $5^h 49' 5''$.

P R O

P R O B L E M E V I I I.

Dissert. II.
II. PART.

Trouver combien il faut d'années Solaires ou Lunaires, pour donner lieu ou pour répondre à une Epacte Lunaire proposée.

On reduira cette Epacte en parties $\frac{1}{1040}$ ^{mes} du mois Lunaire, chacune valant $40' \frac{8}{9}$. Ensuite considerant que celle d'une année est $= 383$ de ces parties, on nommera ce nombre d'années cherché X , ce qui donnera cette équation $383 X -$ une ou plusieurs fois $1040 = E$ ou $383 X \mp E$ divisible par 1040 ; & partant $1149 X \mp 3 E$, & de même $109 X \mp 3$ & $327 X \mp 9 E$ & $56 X \mp 8 E$, & $112 X \mp 16 E$, & $3 X \mp 19 E$, & $57 X \mp 361 E$, & enfin $X \mp 353 E$ divisible par 1040 , & partant $X = 353 E$, lorsque l'Epacte est additive, & $= 1040 - 353 E$, lorsqu'elle est négative: ce Cycle de 353 ans contient 4366 mois.

A U T R E S O L U T I O N.

Considerant que le Cycle imparfait de 353 ans est (comme nous l'avons vû dans l'Exemple XVI) le Période d'années que donne la plus petite Epacte possible; on trouvera que si on le multiplie par le nombre entier de fois que l'Epacte proposée contient cette plus petite partie de $40' \frac{8}{9}$ & que du produit on ôte 1040 , autant qu'on pourra, le reste donnera le nombre d'années cherché. Il faut observer que le quotient de l'Epacte donnée, & divisée par la plus petite, doit toujours être le

L 3 nom-

Dissert. II. nombre entier le plus approchant du véritable, s'il est
 II. PART. fractionnaire; on en peut voir la raison par le 1^{er}. pa-
 ragraphe de la pag. 77.

E X E M P L E X I X.

Etant donnée l'Épacte de l'année 1701. de 13 jours 5^h 39' 43" dont la nouvelle Lune de Mars a précédé l'Équinoxe, on demande quel est le nombre d'années auquel répond une telle Épacte additive, & qui, ajoutée à l'an 1701, fasse tomber la nouvelle Lune sur l'Équinoxe.

Si l'on divise $13^j 5^h 35' 43''$, ou $19059' 43''$ par $40' \frac{8}{2}$ on ne trouvera point de quotient exact en nombres entiers, le plus approchant étant de 466 avec un reste de $5' 30''$ ou plus exactement (en tenant compte de la fraction $\frac{1}{2650}$ pag. 58) de $5' 40''$; ce qui fait voir qu'il ne peut y avoir jamais aucune année dans laquelle la nouvelle Lune tombe sur l'Équinoxe, & qu'elle n'en peut jamais être plus près que de $5' 40''$ ou, comme on l'a remarqué ci-dessus (Exemple XVIII.) que d'un intervalle $\equiv 5' 32'' \frac{1}{2} \equiv$ à l'Épacte Solaire du Cycle de 33 ans (Exemple V).

Multipliant 466 par 353, & du produit 164498 ôtant 1040, 158 fois, le reste 178 sera le nombre d'années à ajouter à l'an 1701 pour avoir l'année 1879 dont la nouvelle Lune sera la plus proche de l'Équinoxe.

Il s'agit à présent de comparer les Mois Lunaires aux Jours Solaires, & de déterminer leurs Épactes.

Puisque 379852 jours sont égaux à 12863 mois,
 il

il s'ensuit qu'en supposant le mois composé de 379852 parties, le jour en contiendra 12863; & par conséquent qu'il ne sera pas possible de combiner ensemble le jour & le mois qu'à une ou plusieurs 12863^{emes} parties près du 1^{er}.

Or $12863 = 12864 - 1 = \frac{201 \times 64}{3 \times 67 \times 64} - 1 = \frac{201}{3 \times 67} - 1 = \frac{201 - 201}{3 \times 67} = 0$, & le jour $= 24^h \times 60' \times 60'' = 3 \times 2 \times 4^h \times 4 \times 15' \times 4 \times 15'' = 3 \times 2 \times 15 \times 15 \times 64''$, & par conséquent la $\frac{1}{12863}$ ^{eme} partie d'un jour $= \frac{3 \times 64 \times 450''}{3 \times 64 \times 67} (= \frac{450''}{67}) \times \frac{12864}{12863}$ ou $= \frac{450''}{67} + \frac{450}{67 \times 12863}$
 $= 6'' + \frac{48''}{67} + \frac{1''}{191 + \frac{1}{225}}$ (ou simplement $+ \frac{1''}{191 \frac{1}{2}}$) ou
 enfin $= 6'' \frac{5}{7} + \frac{1}{136}$.

PROBLEME IX.

Il faut d'abord trouver l'avancement ou le retardement de l'heure de la nouvelle Lune, par rapport à la révolution diurne du Soleil, au bout d'un certain nombre donné Z de mois Lunaires.

On a, par ce qui vient d'être dit, le mois Lunaire $= 29$ jours $\frac{1}{2} + \frac{393 \frac{1}{2}}{12863}$ & par conséquent $2M = 59 + \frac{787}{12863}$. Si donc lorsque le nombre donné Z des mois Lunaires est pair, on multiplie $\frac{1}{2} Z$ par 787, & que du produit on ôte 12863 autant qu'il sera possible, le reste donnera le retardement de la nouvelle Lune en parties $\frac{1}{12863}$ ^{mes.} du

Dissert. I.
II. PART. du jour, dont chacune vaut $6'' \frac{5''}{7} + \frac{1}{136}^{\text{eme}}$. Lorsque Z est impair, il n'y a qu'à prendre le nombre pair immédiatement précédent & à l'Épacte trouvée ajouter 6825 ou $12^{\text{h}} 41' 3''$, ou simplement multiplier Z par 6825, & du produit ôter 12863 tant que l'on pourra.

E X E M P L E XX.

On demande l'Épacte Diurne Lunaire de 49 mois Lunaires.

On a $49 = 48 + 1$, multipliant donc 24 par 787, il viendra 18888, à quoi ajoutant 6825, on aura 25713; ce qui ôté du double de 12863 ou de 25726 donnera une Épacte soustractive de 13, laquelle multipliée par $6'' \frac{5''}{7}$ donnera enfin l'avancement ou la précession de la nouvelle Lune au bout de 49 mois de $0^{\text{h}} 1' 27'' \frac{2}{7}$.

E X E M P L E XXI.

On demande l'Épacte Diurne Lunaire de 17 mois.

$17 = 2 \times 8 + 1$. Multipliant donc 8 par 787, au produit 6296 ajoutant 6825, & de la somme 13121 ôtant 12863, le reste 258 sera l'Épacte additive cherchée, laquelle multipliée par $6'' \frac{5''}{7} + \frac{1}{139}^{\text{me}}$, donnera $0^{\text{h}} 28' 54'' \frac{1}{2}$ & celle de 4267 mois $= +443 = 49' 35''$ (voiez l'Exemple XXV.)

E X E M P L E XXII.

On demande l'Épacte Diurne Lunaire de 5933 mois.

5933

5933 = 121 × 49 + 4 mois ; d'où il suit que l'Épacte de 5933 mois sera = 121 fois l'Épacte de 49 mois ou — 121 × 13 + l'Épacte de 4 mois = — 1573 + l'Épacte de 4 mois. *Dissert. II.*
II. PART.

Or l'Épacte de 4 mois = 2 × 787 = 1574 ; ainsi celle de 5933 mois sera = + 1, c'est-à-dire à la plus petite Épacte *diurne Lunaire* possible, & l'intervalle de 5933 mois est le Cycle diurne Lunaire le plus exact des imparfaits.

Si l'on fait comme 12863 mois à 379852 jours de même 5933 mois au nombre de jours contenus dans ce Cycle, on le trouvera de $175205 + \frac{1}{12863}$.

PROBLEME X.

Que l'on propose maintenant de trouver un nombre de mois qui puisse produire une Épacte proposée.

On réduira cette Épacte à un nombre E de parties $\frac{1}{12863}$ ^{eme.} de jour ; considérant ensuite que l'Épacte d'un mois est égale à 6825 de ces mêmes parties, on formera cette Equation, $N 6825 - M 12863 = + E$; ou $N \times 6825 + E$ divisible par 12863, ce qui donnera N par cette opération.

M

A. n.

Dissert. II. A. $N \times 6825 \mp E$
 II. PART.

$$\begin{array}{r} \times 2 \\ N \times 13650 \mp 2 E \\ - 12863 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} B. N \times 787 \mp 2 E \\ \times 9 \\ N \times 7083 \mp 18 E \\ - 6825 \pm E = A \end{array}$$

$$\begin{array}{r} C. N \times 258 \mp 17 E \\ \times 3 \\ N \times 774 \mp 5 E \\ - 787 \pm 2 E = B \end{array}$$

$$\begin{array}{r} D. N - 13 - 49 E \\ \text{ou } N + 13 + 49 E \\ \times 20 \\ N \times 260 + 980 E \\ - 258 \pm 17 E = C \end{array}$$

$$\begin{array}{r} E. N \times 2 \pm 997 E \\ \times 6 \\ N \times 12 \pm 5982 E \\ - 13 - 49 E = D \end{array}$$

$$- N + 5933 E$$

divisibles par 12863
 & par conséquent
 $N = 5933 E.$

Si l'on suppose que l'Épacte proposée soit la plus petite possible $= \frac{1}{12863^{\text{eme}}}$ de jour, on aura $N = 5933$; ce qui donnera le plus exact de tous les Cycles diurnes Lunaires imparfaits de 5933 mois ou 175205 jours. Ce Cycle multiplié successivement par 1, 2, 3, 4, &c. donnera tous les différens Cycles diurnes Lunaires, qui ont pû jusques à présent être connus. J'en donnerai quelques Exemples.

Differt. I.
II. PART.

E X E M P L E XXIII.

Le 1^{er}. fera le Cycle de *François Viète*, si célébré par divers habiles Astronomes, & entr'autres *Riccioli* & *Kepler*. Il devoit, selon son auteur, ramener le Soleil & la Lune ensemble à la même heure, & minute du même jour du Calendrier Julien au bout de 42053. mois Lunaires. Mais par malheur que ce n'étoit pas au même point de l'Ecliptique, il s'en faut près d'un signe. Quoiqu'il en soit, si l'on retranche du nombre 42053 des Lunaisons de ce Cycle, celles que comprennent trois Cycles de Daniel, on aura pour reste 3464 Lunaisons. Ce nombre divisé par celui de 49, dont l'Épacte soustractive est 13, donnera pour quotient 70 avec un reste de 34 $= 2$ fois le nombre de 17 mois dont l'Épacte est 258 additive; d'où il suit que l'Épacte véritable de ce nombre 3464 Lunaisons, & par conséquent celle du Cycle de *Viète* sera $= -70 \times 13 + 2 \times 258 = -394$. Cette Épacte multipliée par $6^{\frac{5}{7}} + \frac{1}{136}$ donnera l'erreur de ce Cycle de $0^{\text{h}} 44' 8'' \frac{1}{2}$

M 2

dont

Dissert. II. dont il est trop long, ce qui, sur un intervalle aussi
 II. PART. long que celui de plus de 3400 ans, n'est pas fort con-
 fidérable. La valeur de cette même Epacte 394 fois plus
 grande que celle du Cycle de 5933 Lunaisons, & né-
 gative, fait voir qu'il résulte du produit de ce Cycle mul-
 tiplié 394 fois, & retranché du multiple du Cycle parfait
 le plus approchant par excès: Ainsi ce Cycle de *Viète*
 est du 394^{me}. ordre.

E X E M P L E XXIV.

Si l'on examine de même le Cycle de M. Cassini
 dont j'ai parlé ci-dessus, qui étoit de 6039 ans, l'ayant
 retranché de 6240 ($= 6 \times 1040$) & ayant pris le nom-
 bre des Lunaisons compris dans le reste qui est de 201
 ans, on le trouvera de 2486. Lunaisons. Ce nombre
 divisé par 49. donnera pour quotient 50. avec un reste
 de 36 Mois Lunaires.

Or l'Epacte de 50 fois 49 mois	= — 650
celle de 34 mois	= + 516
& celle de 2 mois	= + 787
d'où résulte celle de 2486	= + 653

laquelle devient soustractive pour le Cycle proposé, par-
 ce qu'il est formé en soustraisant ce nombre de 2486
 Lunaisons, d'un multiple du Cycle parfait.

Cette Epacte soustractive de celui de 6039 ans, étant
 donc multipliée par $6'' \frac{5}{7} + \frac{1}{136}$ donnera son erreur de
 1^h 13' 10" par excès; erreur assurément assez légère sur
 un si grand Période, comme nous l'avions déjà trouvé
 ci-dessus.

E X E M-

E X E M P L E X X V.

Dissert. II.
II. PART.

Je prendrai pour 3^{eme}. Exemple un des plus anciens Cycles, & en même tems des plus exacts, dont il soit parlé dans l'Astronomie.

C'est celui que *Ptolemée* (*μεγαλη συνταξις*, *Lib. 4. Cap. 3. p. 83.*) nous apprend qu'*Hipparque* découvrit par la comparaison des anciennes observations des Caldéens avec les siennes. Il trouva donc que, dans l'intervalle de 126007 jours & une heure, la Lune achevoit exactement 4267 revolutions Synodiques. Or 4267 mois = $87 \times 49 + 4$ mois. Et par conséquent leur Epacte diurne Lunaire sera = $— 87 \times 13 + 1574 = + 443 =$ par conséquent à $(6'' \frac{5}{7} + \frac{1''}{136}) \times 443 = 2978''$ additive; de sorte que 4267 mois Lunaires doivent s'achever en 126007 jours 0^h 49' 38'', c'est-à-dire en 10' & 22'' moins qu'*Hipparque* ne le supposoit. Cette différence est bien peu de chose, eu égard à l'imperfection des anciennes observations & à la briéveté de l'intervalle de tems écoulé depuis les Astronomes Caldéens jusques à *Hipparque*.

E X E M P L E X X V I.

Mon dernier Exemple sera pris de la méthode Gregorienne de calculer les Epactes Lunaires. L'on fait que cette méthode ne consiste qu'à donner une correction des Epactes Metoniennes en retranchant à raison de 8 jours sur 25 Siecles; d'où il suit que dans l'espace de

Dissert. II. 19 × 2500 ans Juliens — 19 × 8 jours, la Lune devra
 II. PART. faire 235 × 2500 revolutions complètes à l'égard du
 Soleil, & cela pendant un nombre entier de jours com-
 plets: or 235 × 2500 mois = 587500 = 45 × 12863
 mois + 8665 mois.

Pour trouver donc l'Épacte diurne Lunaire de cette
 espèce de Cycle Grégorien, il suffira de prendre celle
 de 8665 mois. Or 8665 mois = 177 × 49 mois —
 8 mois. L'Épacte de 49 mois = — 13 & celle de 8 mois
 + 3148; l'Épacte de 8665 sera donc = — 5449 ou =
 — 10^h 10' 0" ; ce qui donne une différence de 13' 20" sur
 1040 ans, entre les Épactes Gregoriennes & celles du
 Cycle de Daniel, & de 26' 40" sur 2080 ans dont les
 nouvelles Lunes arrivent plus tard selon ces Épactes
 que selon ce Cycle.

P R O B L E M E X I.

*Trouver l'heure de la nouvelle Lune Equinoxiale d'une
 année proposée.*

P R E M I E R E S O L U T I O N.

1°. Prenez l'intervalle de cette année là à celle qui
 a été établie pour époque.

2°. Prenez les Épactes diurnes Solaires & Luni-Solaires qui conviennent à cet intervalle.

3°. La différence de ces Épactes, si elles sont de différentes espèces, ou leur somme, si elles sont de même espèce, étant ajoutée, ou retranchée du jour, & de l'heure de la nouvelle Lune de l'époque, donnera celle qu'on cherche.

E X E M-

EXEMPLE XXVII.

Dissert. II.
II. PART.

On demande le jour & l'heure de la nouvelle Lune Equinoxiale de l'an 1903 à Paris.

L'intervalle de cette année à l'an 1879 dans laquelle nous avons vu que la nouvelle Lune de Mars étoit arrivée à Paris à 9^h 51' 42", & seulement 5' ou 6' devant l'Equinoxe, étant de 24 années; on prendra l'Epacte diurne Solaire de cet intervalle qu'on trouvera par la méthode du premier Problème = $24 \times 11 \frac{1}{3}$ soustractive, ou = — 265' 51", ou — 4^h 25' 51".

Divisant aussi selon la méthode du Problème VI. ce même intervalle par 19, il viendra pour quotient 1; ce qui donne une 1^{ere}. Epacte diurne Solaire additive, de + $\frac{1}{1040}$ ^{eme}, le reste 5 divisé par 3 donnera pour quotient 1, & par conséquent une 2^{de}. Epacte soustractive = — $\frac{109}{1040}$ ^{eme}. Et enfin le reste 2 une troisieme Epacte soustractive = — $\frac{766}{1040}$ ^{eme}. La somme de ces Epactes étant $\frac{872}{1040}$ ^{eme}. négative & plus grande que $\frac{520}{1040}$ ^{eme}

ou qu'un demi mois Lunaire sera retranchée de 1040 pour avoir une Epacte additive = 168 ou = $168 \times 40 \frac{8}{9}$ — $\frac{1}{2650}$ ou = 4 jours 18^h 29' 16"; d'où ayant ôté l'Epacte Solaire soustractive, il viendra l'Epacte totale diurne Lunaire = 4 jours 14^h 3' 25" à ajouter au moment de la nouvelle Lune de 1879. pour avoir celle
de

Dissert. II.
 II. PART. de l'an 1903. Ce moment étant le 22 Mars à 9^h 51' 42" après minuit, donnera la nouvelle Lune de l'année 1903. le 26^{eme} Mars à 23^h 55' 7" après minuit, ou à 11^h 55' 7" du matin ou 4' 53" devant midi.

S E C O N D E S O L U T I O N

D U M E M E P R O B L E M E .

Le Cycle Luni-Solaire de 353 ans qui est le premier des imparfaits, & dont l'Épacte Lunaire est la plus petite, savoir = + 1, ce Cycle, dis-je, contient 4366 mois Lunaires: Cherchant par la méthode du Problème VIII. l'Épacte diurne Solaire de ce nombre de mois, on la trouvera = + $\frac{7242}{12863}$ ^{eme} ou $\frac{9}{16}$ de jour + $\frac{6 \frac{2}{12}}{12863}$ ^{eme} de jour, ou = $\frac{9}{16}$ ^{eme} de jour, + $\frac{1}{1960}$ ^{eme} de jour — $\frac{1}{50422960}$ ^{eme} ou $\frac{9}{16}$ de jour + $\frac{36}{49}$ de minute — $\frac{1}{584}$ ^{eme} de minute seconde: si l'on ajoute donc ces $\frac{9}{16}$ de jour + $\frac{36}{49}$ ^{eme} de minute à l'heure de la nouvelle Lune, la plus proche de l'Equinoxe, c'est-à-dire à celle de l'année dont l'Épacte est 0, & que nous avons vû être 0^h 51' 32" $\frac{1}{2}$ pour le méridien de Jérusalem, on aura 13^h 36' 16" $\frac{1}{2}$ après minuit, ou 1^h 36' 16" $\frac{1}{2}$ après midi pour l'heure de la nouvelle Lune dans la 353^{eme}. année du grand Cycle dont l'Épacte Luni-Solaire est + 1.

Si l'on double ces $\frac{9}{16}$ de jour + $\frac{36}{49}$ de minute, & qu'on

les

les ajoute à l'heure de cette même nouvelle Lune, de la *Differt. II.*
 1^{ere}. année du grand Cycle, on aura 0^h 5' 32" $\frac{1}{2}$ + $\frac{9}{8}$ de *II. PART.*
 jour + $\frac{72}{49}$ ^{eme.} de minute ou 0^h 5' 32" $\frac{1}{2}$ + $\frac{9}{8}$ de jour
 + 1' + $\frac{23}{49}$ de minute, ou 3^h 6' 1" pour l'heure de la
 nouvelle Lune dans la 706^{eme.} année de ce Cycle, dont
 l'Épacte Luni-Solaire est + 2.

En un mot, si l'on multiplie cette quantité $\frac{9}{16}$ de jour
 + $\frac{36}{49}$ de minute par l'Épacte Luni-Solaire d'une année
 proposée, & que du produit on ôte tous les multiples
 de 24 heures qui s'y trouveront, le reste donnera l'É-
 pacte diurne Lunaire de cette année; & cette Épacte
 ajoutée sous le même signe que l'Épacte Luni - Solaire
 de la même année à l'heure de la 1^{ere}. nouvelle Lune
 Equinoxiale de l'année de l'époque, donnera celle de
 l'année proposée.

E X E M P L E XXVIII.

*On demande le jour & l'heure de la nouvelle Lune Equi-
 noxiale de 1903 à Paris.*

L'intervalle qui s'écoulera entre l'année 1879 dont
 l'Épacte est = 0 jusques à l'année 1903, étant de 24 ans;
 on en trouvera par le Problème VII. l'Épacte Luni-So-
 laire = + 168, c'est-à-dire d'abord = environ 5 jours.
 Pour savoir précisément le nombre d'heures, on multi-
 pliera 168 par $\frac{9}{16}$ jours + $\frac{36}{49}$ minutes — $\frac{1''}{584}$, & l'on
 N aura

Dissert. II. aura 90 jours 12 heures + 2^h 3' 26" ou laissant les
 II. PART. jours entiers 14^h 3' 26", ajoutant ces 14^h 3' 26" à
 0^h 5' 32" du matin, on aura 2^h 8' 58" du soir pour l'heu-
 re de la nouvelle Lune Equinoxiale de l'an 1903, à Jérusalem; d'où ôtant 2^h 13' 50" différence des méridiens
 entre cette ville & Paris, il viendra enfin 11^h 55' 8" du
 matin pour l'heure de cette même nouvelle Lune au mé-
 ridien de Paris, comme nous l'avons trouvé par l'autre
 méthode.

R E M A R Q U E.

Les deux méthodes que nous venons d'employer pour résoudre ce Problème, sont si différentes, qu'il est impossible qu'elles donnent le même résultat, & le même moment pour la nouvelle Lune, lorsqu'il y a la moindre erreur de Calcul, ce qui fait qu'elles se servent mutuellement de vérification l'une à l'autre; & ce n'est pas un médiocre avantage dans des calculs de cette espèce.

P R O B L E M E XII.

Trouver le jour de la semaine dans lequel arrive la nouvelle Lune Equinoxiale d'une année proposée.

S O L U T I O N.

L'Épacte hebdomadaire de 353 est = à celle de 260 ans (= + 1) + 3 fois celle de 33 ans (= - 3 jours - 3^a) - celle de 6 ans ($\frac{1}{2}$ jour - 12^a.) C'est-à-dire que cette Épacte hebdomadaire est = - 2 jours - $\frac{1}{2}$ + 9^a

+ 9^a = — 2 jours — 11^h 10' 12" , à quoi il faut *Differt. II.*
 ajouter 1^b ou 40'⁸/₉, ou 40' 53" pour avoir l'Épacte heb- *II. PART.*
 domadaire Lunaire, qui sera ainsi égale à + 2 jours —
 10^h 20' 19" , laquelle étant multipliée par l'Épacte Lu-
 ni-Solaire, & du produit ôtant 7 autant qu'il se pourra,
 le reste donnera l'Épacte hebdomadaire de la nouvelle
 Lune pour l'année proposée.

E X E M P L E X X I X.

*On demande le jour de la semaine dans laquelle arrivera
 la nouvelle Lune Equinoxiale de l'année 1903.*

Nous venons de voir que l'Épacte Solaire de cette
 année étoit 168; multipliant donc — 2 jours — 10^h
 27' 10" par 168, nous aurons — 409 jours (je laisse
 les heures & minutes, parce qu'il ne s'agit que du jour
 de la semaine) d'où retranchant 7 autant de fois qu'il
 se pourra, c'est-à-dire 58 fois, le reste — 3 jours, don-
 nera l'Épacte hebdomadaire de la nouvelle Lune pro-
 posée. Or le jour de la Semaine dans laquelle la nou-
 velle Lune de l'an 1879 est arrivée, étoit un Dimanche
 matin, c'est-à-dire le 1^{er}. jour de la Semaine; ôtant de
 là l'Épacte — 3, il viendra le 4^{eme}. jour de la semaine
 pour le jour de la nouvelle Lune proposée.

P R O B L E M E X I I I.

*Etant donné l'heure de la nouvelle Lune d'un certain
 mois, d'une certaine année, trouver dans combien d'années
 cette nouvelle Lune reviendra à une autre heure donnée.*

PREMIERE SOLUTION,

plus aisée & plus générale.

Pour résoudre ce Problème, il faut trouver la plus petite Epacte diurne de l'année Lunaire. On considérera pour cet effet, 1°. que celle de cette même année relativement au retour de l'Equinoxe, étant de $\frac{1}{1040^{\text{me}}}$ du mois Lunaire ou de $40' \frac{8}{9}$ additive, & cela au bout d'un Période de 353 ans. 2°. Que l'Epacte diurne Solaire de ce Période étant (comme on le trouvera facilement par le Ier. Problème) de $11^{\text{h}} 10' \frac{2}{13}$ soustractive, l'Epacte diurne Lunaire de ce même Période sera de $10^{\text{h}} 29' \frac{31}{117}$ soustractive, ou plus simplement $10^{\text{h}} 29' \frac{2}{34}$; cette Epacte est à $24^{\text{h}} 0'$ à très peu près comme $10 \frac{1}{2}$ à 24, ou 21 à 48 ou comme 7 à 16; d'où il suit qu'au bout d'une Période 16 fois plus grande que celle qui a donné lieu à cette Epacte, la nouvelle Lune du même mois de l'année reviendra aussi approchemment qu'il est possible à la même heure.

Multipliant donc 353 par 16, & du produit 5648 ôtant 5 fois 1040, le reste 448 donnera un Période au bout duquel la nouvelle Lune du même mois reviendra aussi approchemment qu'il est possible à la même heure.

On trouvera par le Ier. Problème l'Epacte diurne Solaire de ce Période de $13^{\text{h}} 17' \frac{7}{13}$ additive, ou de $10^{\text{h}} 42' \frac{6}{13}$ soustractive, & par le Problème VI. son Epacte Luni-Solaire de $10^{\text{h}} 54' \frac{2}{9}$ additive, ce qui donnera enfin son Epacte diurne Lunaire de $11' \frac{82}{117}$ ou plus simple-

simplement de $11' \frac{1}{2} \frac{2}{5}^{\text{eme}}$, ou plus simplement encore de $11' \frac{3}{4}$ additive; ce qui est la plus petite Épacte possible de cette espèce, & fait voir que les nouvelles Lunes du même mois ne peuvent pas revenir plus près les unes des autres que de $11' \frac{3}{4}$. Dissert. II.
II. PART.

Cette Épacte ainsi trouvée, on divisera par elle l'intervalle de l'heure de la nouvelle Lune cherchée. Et multipliant le Période de 448 ans par le quotient le plus approchant en nombres entiers de cette division, & du produit ôtant 1040, autant qu'il se pourra, le reste sera le nombre d'années qu'il faudra ajouter à l'année dernière pour avoir celle dans laquelle la nouvelle Lune du mois proposé arrivera à l'heure donnée, aussi près qu'il est possible.

S E C O N D E S O L U T I O N ,

plus exacte, mais plus particuliere.

Nous avons vû ci-dessus (dans la seconde Solution du Problème X) que l'Épacte diurne Lunaire du Cycle de 353 ans étoit $\equiv \frac{7242}{12863}$ de jour, qui reduite à de plus petits termes se trouvera \equiv à peu près à $\frac{4}{7}$, ou plus exactement à $\frac{9}{15}$ comme celle que nous venons de supposer, dans la Solution précédente, ou plus exactement encore à $\frac{67}{719}$ les autres valeurs sont inutiles pour refoudre notre Problème à cause des dénominateurs trop grands.

Differt. II.
II. PARF.

Si l'on multiplie donc 353 par 119 ans & que du produit = 42007 on ôte 40 fois 1040 ans ou 41600, le reste = 407 ans donnera un Période, au bout duquel la nouvelle Lune du même mois reviendra encore plus précisément à la même heure, qu'au bout du Période de 448.

Car l'Épacte Luni-Solaire de 507 ans étant + 119, si on la multiplie par $\frac{9}{16}$ de jour + $\frac{36}{49}$ de minute, on aura + 23^h 57' 26" ou — 0^h 2' 34" pour l'Épacte diurne Lunaire de ce Période, dont on se servira de la même manière que de la précédente, pourvu que l'intervalle entre l'heure de la nouvelle Lune donnée, & celle de la nouvelle Lune cherchée soit moindre que 11' $\frac{3}{4}$.

E X E M P L E X X X .

On demande dans quelle année la nouvelle Lune de Mars arrive à Paris le plus près de l'heure de minuit, pour la 1^{ere}. Solution.

Celle de l'an 1879 ayant été trouvée ci-dessus dans l'Exemple XXIX. à 9^h 51' 42" du soir, on prendra l'intervalle de cette heure à celle de minuit, lequel on trouvera de 2^h 8' 18" ou 128' 18", le divisant par 11' $\frac{1}{2}$ on aura pour quotient 12 le plus approchant en nombres entiers, avec un reste de 1' 3"; ce qui fait voir que la nouvelle Lune de Mars peut arriver au méridien de Paris, fort près de l'heure de minuit, la différence n'étant que de 1'.

Multipliant donc 448 par 11 & ayant ôté le produit

4928

4928 du Multiple 5200 de 1040 le plus approchant, leur différence 272 donnera le nombre d'années à ôter de 1879 pour avoir l'année 1607, où la nouvelle Lune de Mars arrivera à Paris le plus près qu'il est possible de minuit. *Dissert. II.*
II. PAR F.

On trouvera en effet par les Problèmes I. & VI. comparés ensemble, & à l'époque de 1879 que cette nouvelle Lune est arrivée cette année 1607 cinq jours environ après l'Equinoxe moyen à minuit 1' & 10".

E X E M P L E X X X I.

On demande dans quelle année la nouvelle Lune de Mars arrive à Paris le plus près de l'heure de midi, pour la 1^{ere}. Solution.

Si l'on divise par $11 \frac{1}{25}$ l'intervalle de la nouvelle Lune de 1879 au midi précédent, lequel on vient de dire être de $9^h 51' 42''$, on aura pour quotient le plus approchant en nombres entiers 50 avec un reste de $3' 42''$, ce qui fait voir qu'il ne peut point y avoir pour Paris de nouvelle Lune de Mars qui arrive précisément à midi, la plus proche en étant éloignée de $3' 42''$.

Multipliant donc par 50 le Période 448 & ôtant le produit 22400 du multiple 22880 de 1040 le plus approchant, leur différence 480 donnera le nombre d'années à ajouter à l'an 1879 pour avoir l'an 2359 dans lequel on trouvera effectivement par les Problèmes I. & V. que la nouvelle Lune de Mars arrivera à Paris 22 jours $17^h \frac{1}{4}$ avant l'Equinoxe, & à midi 4' environ.

R E M A R-

REMARQUE I.

Cette nouvelle Lune n'est pas à proprement parler la nouvelle Lune Equinoxiale, étant éloignée de l'Equinoxe de plus qu'un demi-mois Lunaire, ce qui vient de ce que le quotient trouvé 50 est plus grand que la moitié de 65. Dans ce cas là, c'est-à-dire, toutes les fois que la nouvelle Lune d'un mois se trouvera éloignée de l'heure donnée au-delà de $12^h 44'$, on prendra alors la distance de la pleine Lune du même mois à cette heure donnée dans le jour où elle arrive; divisant cette distance par $11' \frac{1}{2}$ & ayant trouvé son quotient en nombre entier le plus approchant; on s'en servira précisément de même que s'il eût été celui de la division de l'intervalle de la nouvelle Lune à l'heure donnée, à l'exception que l'on retranchera de son produit par 448, non un multiple de 1040 mais de 520, & même un multiple impair, ou reciproquement; le reste ajouté à l'année proposée donnera l'année où la nouvelle Lune arrive à l'heure cherchée.

EXEMPLE XXXII.

Ayant donc pris (pour le cas de l'Exemple précédent) la distance de la pleine Lune Equinoxiale d'Avril 1879 à midi pour Paris; laquelle on trouvera $= 9^h 51' 42'' + 14$ jours $18^h 22' 1'' \frac{1}{2} - 15$ jours $= 4^h 13' 43'' = 253' 42''$ & l'ayant divisé par $11' \frac{1}{2}$, on aura 22 pour le quotient le plus approchant en nombres entiers avec un défaut d'environ 5'; ce qui fait voir qu'il ne

ne peut y avoir pour Paris aucune pleine Lune Equinoxiale de Mars, qui tombe plus près de midi qu'à la distance de 5'. *Dissert. II.*
II. PARF.

Multipliant maintenant 22 par 448 & ôtant le produit = 9856, du multiple impair de 520 le plus approchant, ou de $19 \times 520 = 9880$, le reste 24 donnera le nombre d'années qu'il faudra ajouter à l'an 1879 pour avoir l'année 1903. dans laquelle la nouvelle Lune Equinoxiale de Mars tombera aussi près qu'il est possible de l'heure de midi à Paris, comme on l'a vû dans l'Exemple XXX^{me}.

R E M A R Q U E I I.

Suivant ce qui a été dit dans la seconde Solution du Problème précédent, on peut trouver une nouvelle Lune Equinoxiale encore plus voisine de l'heure de midi pour le méridien de Paris.

Car ayant trouvé dans l'Exemple XXVII, que la nouvelle Lune du mois de Mars de l'an 1903 arrive 5' environ avant midi; on divisera ces 5' par $2\frac{1}{2}$, & l'on aura 2 pour quotient le plus approchant en nombres entiers.

Multipliant donc par 2 le Période de 407 ans, on aura 814 ans à retrancher de l'année 1903 pour avoir une année dans laquelle la nouvelle Lune Equinoxiale arrivera encore plus près de l'heure de midi au méridien de Paris. En effet ôtant 814 de 1903, il viendra l'année 1089 dont on trouvera par le Problème VI^{eme} l'Epacte Luni-Solaire = — 70. Et multipliant par cette

O

Epacte

Dissert. II.
II. PART.

Epacte la quantité de $\frac{9}{15}$ de jour + $\frac{36}{49}$ de minute il viendra $9^h 51' 26''$ pour Epacte diurne Lunaire soustractive; ôtant ensuite cette Epacte de l'heure de la 1^{ere}. nouvelle Lune du Cycle sous le méridien de Jérusalem, savoir $0^h 5' 32'' \frac{1}{2}$ du matin il viendra $2^h 14' 6''$ du soir pour celle de la nouvelle Lune proposée sous le même méridien. D'où ôtant enfin $2^h 13' 50''$ (différence des méridiens entre Jérusalem & Paris) il viendra $0^h 0' 16''$ pour l'heure de la nouvelle Lune Equinoxiale de l'an 1089 à Paris.

E X E M P L E XXXIII.

On demande l'année du Cycle de 1040 ans dans laquelle la nouvelle Lune Equinoxiale arrive le plus près de l'heure de midi au méridien de Jérusalem, pour la premiere Solution.

La nouvelle Lune de l'an 1879 arrivant à $0^h 5' 32'' \frac{1}{2}$ c'est-à-dire $11^h 54' 27'' \frac{1}{2}$ avant midi; on prendra, suivant la remarque précédente, la distance de la pleine Lune précédente à la même heure, laquelle se trouve égale à $6^h 17' 29''$ dont elle arrive plutôt; divisant cet intervalle par $11' \frac{12}{25}$ on aura pour quotient 32 le plus approchant en nombres entiers, avec un reste.

Multipliant donc 448 par 32, & du produit = 14336 ôtant 27 fois 520, il viendra 296 ans à ajouter à l'année 1879 pour avoir l'année 2175 ou 1135 dans laquelle la nouvelle Lune Equinoxiale devra arriver fort près de l'heure de midi.

En effet, si l'on cherche par les methodes ci-dessus démontrées l'Epacte Lunaire de cette année, on la trouvera

vera = — 8, qui étant multipliée par $\frac{9}{16}$ de jours + $\frac{36}{49}$ Differt. II. II. PART. de minute, donnera son Epacte diurne Lunaire de — $12^h 5' 52'' \frac{1}{2}$; ôtant cette Epacte de $0^h 5' 32'' \frac{1}{2}$ du matin, il viendra $11^h 59' 40''$ du matin pour l'heure de cette nouvelle Lune.

E X E M P L E X X X I V.

On demande l'année du Cycle dans laquelle la nouvelle Lune Equinoxiale arrive le plus près de minuit au méridien de Jérusalem, pour la seconde Solution.

Dans la première année du Cycle, la nouvelle Lune Equinoxiale arrive $5' 32'' \frac{1}{2}$ après minuit; divisant cet intervalle suivant la seconde méthode, on aura 2 pour quotient le plus approchant en nombres entiers, avec un fort petit reste.

Multipliant donc 407 par 2, on aura 814, qui ôtés de la 1^{re}. année du Cycle, donnera l'année 1065 dans laquelle la nouvelle Lune Equinoxiale arrivera le plus près de minuit. On trouve en effet l'Epacte diurne Lunaire de cette année = $23^h 54' 52''$ additive, qui ajoutée à $0^h 5' 32'' \frac{1}{2}$ donnera l'heure de la nouvelle Lune de cette année à $0^h 0' 24'' \frac{1}{2}$ après minuit.

E X E M P L E X X X V.

On demande dans quelle année du grand Cycle la nouvelle Lune Equinoxiale arrive le plus près de six heures du soir à Jérusalem.

Nous venons de voir dans le penultième Exemple que dans la 297^{me} année du Cycle, la nouvelle Lune

Dissert. II. arrive à 11^h 59' 40" du matin, ou 0^h 0' 20" avant midi.
 II. PART. Si nous trouvions une Epacte Lunaire qui multipliée

par $\frac{9}{16}$ de jour + $\frac{36}{49}$ de minute, fut égale à un nombre quelconque de jours entiers + 6^h 0' 20" le nombre d'années que donneroit cette Epacte Lunaire étant ajoutée à 296 donneroit l'année demandée du Cycle. Soit donc supposée cette Epacte que nous cherchons = x il faut que $\frac{9^x}{16}$ de jour + $\frac{36^x}{49}$ de minute = 6^h 0' 20" = $\frac{4}{16}$ de jour + 20".

D'où il paroît que si l'on prenoit 4 pour l'Epacte Lunaire cherchée, elle ne s'éloigneroit pas beaucoup de donner l'Epacte Lunaire qu'on demande; puisque $4 \times \frac{9}{16}$ de jour + $\frac{36}{49}$ = 6^h 2' 56"; cette dernière est seulement trop grande de 2' 36".

Or nous avons vû dans la seconde Solution du Problème XIII, que l'Epacte Luni-Solaire + 119 donnoit une Epacte diurne Lunaire de 2' 34" soustractive.

D'où il suit qu'en prenant la somme de ces deux Epactes Lunaires + 4 + 119 = 123, celle-ci donnera (étant multipliée par $\frac{9}{16}$ jours + $\frac{36}{49}$ de minute) l'Epacte Diurne Lunaire que l'on demande, ou égale à 6^h 0' 22" la différence n'étant que de 2" par excès.

Or on trouvera par le Problème VII^{me}. que le nombre d'années qui donne l'Epacte Lunaire de 123 est = 779, lequel ajouté à 296, donnera 1075 ou simplement 35 ans à ajouter à la 1^{ere}. année du Cycle pour avoir

la

la 36^{eme}. dans laquelle la nouvelle Lune Equinoxiale arrivera le plus près qu'il est possible de l'heure de six heures du soir; & l'on trouvera en effet qu'elle doit y arriver à 6^h 0' 2^o. Differt. II.
II. PART.

PROBLEME XIV.

On propose de trouver la maniere dont les années Luni-Solaires intercalaires, se trouvent disposées dans le grand Cycle de 1040 ans.

SOLUTION.

L'Epacte Lunaire 0 de la 1^{ere}. année de ce Cycle est plutôt soustractive qu'additive, à cause que la nouvelle Lune précède l'Equinoxe d'environ $\frac{49}{365}$ d'une Epacte ou d'une $\frac{1}{260}$ ^{eme} de jour. De là il suit que l'Epacte + 520 est réellement un peu moindre qu'un demi-mois Lunaire, & l'Epacte — 520 un peu plus grande; & que les années auxquelles appartiennent ces deux Epactes ont effectivement pour leurs pleines Lunes Equinoxiales celles seulement qui suivent l'Equinoxe, & non celles qui les précèdent.

Il suit aussi de là, & de ce que l'Epacte d'une année est de 383, que toutes les années dont l'Epacte est soustractive, & plus grande que 136 doivent être intercalaires.

Soit maintenant un petit Cycle de 19 ans dont la première année aie pour Epacte + 465, on trouvera
O 3 les

Dissert. II. les Epâctes des années suivantes, & celles d'entre celles
 II. PART. qui sont intercalaires, comme on le voit dans la table
 suivante :

	+	465	}	A
	+	82		
Intercalaire	—	301	}	A
	+	356		
	—	27	}	A
Intercal.	—	410		
	+	247	}	A
	—	136		
Intercal.	—	519	}	B
	+	138		
Intercal.	—	245	}	A
	+	412		
	+	29	}	A
Intercal.	—	354		
	+	303	}	A
	—	89		
Intercal.	—	463	}	B
	+	194		
Intercal.	—	189	}	B
	—	189		

Ce Cycle de 19 ans comprend donc, comme l'on voit, 7 autres plus petits Cycles, qui se terminent chacun par une année & un mois Intercalaire. Les trois premiers sont de 3 ans chacun, le 4^{eme}. de 2 ans, le 5^{eme}.

&c

& le 6^{eme}. de trois ans, & le dernier de deux ans; de façon qu'appellant A un Cycle de trois ans, & B celui de deux; le Cycle de 19 ans sera = 3 A + B + 2 A + B ou = A A A B A A B. *Dissert. II.*
II. PART.

L'Épacte de 19 ans étant = + 3 le Cycle suivant aura toutes ses Épactes additives plus grandes, & ses soustraïives plus petites de 3. que celles de ce 1^{er}. Cycle; mais cette difference ne causera aucun changement dans l'espece, la forme & la valeur de ses années, qui seront communes & intercalaires dans le même ordre qu'auparavant; c'est ce dont il est aisé de se convaincre en faisant à ces Épactes le petit changement dont je viens de parler.

Il en sera de même des autres Cycles suivants jusqu'au 18^{eme}. inclusivement, l'Épacte de la 1^{ere}. année qui est la plus grande additive étant = 465 + 17 × 3 = 516, celle de la douzieme = 463, & celle de la dernière année = — 138.

Depuis cette dernière exclusivement jusqu'à la 12^{eme}. du Cycle suivant exclusivement aussi, il y aura un petit Cycle de 11 ans, dont les années auront leurs Épactes & leurs mois intercalaires comme il suit :

<table style="border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding-right: 10px;">+ 519</td> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">}</td> <td style="padding-left: 10px;">A</td> </tr> <tr> <td>+ 136</td> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">}</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Intercal. — 247</td> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">}</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="padding-right: 10px;">+ 410</td> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">}</td> <td style="padding-left: 10px;">A</td> </tr> <tr> <td>+ 27</td> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">}</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Intercal. — 356</td> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">}</td> <td></td> </tr> </table>	+ 519	}	A	+ 136	}		Intercal. — 247	}		+ 410	}	A	+ 27	}		Intercal. — 356	}		<table style="border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding-right: 10px;">+ 301</td> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">}</td> <td style="padding-left: 10px;">A.</td> </tr> <tr> <td>— 82</td> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">}</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Intercal. — 365</td> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">}</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="padding-right: 10px;">+ 192</td> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">}</td> <td style="padding-left: 10px;">B.</td> </tr> <tr> <td>Intercal. — 191</td> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">}</td> <td></td> </tr> </table>	+ 301	}	A.	— 82	}		Intercal. — 365	}		+ 192	}	B.	Intercal. — 191	}	
+ 519	}	A																																
+ 136	}																																	
Intercal. — 247	}																																	
+ 410	}	A																																
+ 27	}																																	
Intercal. — 356	}																																	
+ 301	}	A.																																
— 82	}																																	
Intercal. — 365	}																																	
+ 192	}	B.																																
Intercal. — 191	}																																	

Ainsi

Dissert. II. Ainsi ce Cycle sera = $3 A + B$ ou $A A A B$.

II. PART. L'année qui suit ce petit Cycle ayant pour Epacte + 466, pourra servir d'époque à un nouvel ordre de Cycles de 19 ans, semblable au précédent; ainsi cet ordre contiendra 18 autres Cycles de 19 ans tous semblables aux 18 premiers ou = $A A A B B A A B$. La première année du 18^{eme}. aura pour Epacte + 517, la douzième + 464, & la dernière — 137.

L'année suivante qui en continuant cette suite de Cycles de 19 ans, devrait être la première d'un XIX^{eme}. Cycle, aura pour Epacte + 520, & elle formera avec les 10 qui la suivent un petit Cycle de 11 ans, semblable au premier, & dont les Epactes additives seront plus grandes & les soustractives plus petites seulement d'une unité que celle de ce premier.

Ensuite viendra un 3^{eme}. ordre de Cycles de 19 ans, dont la première année aura + 467 pour Epacte, & sera composé tout comme les autres de $3 A + B + 2 A + B$.

La première année du 17^e. Cycle de ce troisième ordre aura pour Epacte + 515, la douzième + 462, & la dernière — 139 & sera par conséquent, comme dans tous les autres intercalaires, mais on ne pourra pas continuer plus loin cet ordre de Cycles de 19 ans, & en ajouter un 18^{eme}. parce que la dernière année de ce 18^{eme}. devant avoir pour Epacte — 136 ne seroit plus intercalaire. Ce sera donc encore le cas d'ajouter simplement un 3^{eme}. Cycle de 11 ans, semblable aux deux autres, sa 1^{ere}. année ayant 518 pour Epacte, & toutes les autres à proportion, savoir une seule

seule unité de moins que celle du 1^{er}. de cette espèce. *Dissert. II.*

La dernière ou onzième année de ce petit Cycle aura donc — 192 pour Epacte, & la suivante + 465, comme en effet elle doit l'avoir puisqu'elle est la 1041^{ème}. de tout le grand Cycle, & la 1^{ère}. du grand Cycle suivant. *II. PART.*

Il est donc démontré que si l'année dont l'Epacte Lunaire est + 465, est prise pour l'Epoque ou la 1^{ère}. du grand Cycle de 1040, & qu'on appelle M un Cycle de 19 ans = 3 A + B + 2 A + B & N un Cycle de 11 ans = 3 A + B, les années intercalaires de ce grand Cycle, seront rangées dans l'ordre qui résulte de celui des petits Cycles suivans 18 M + N + 18 M + N + 17 M + N.

R E M A R Q U E I.

On trouvera aisément par le VII^{me}. Problème que l'année 1704 est celle dont l'Epacte est + 465, & qu'elle doit par conséquent être la première de tous ces Cycles.

R E M A R Q U E II.

L'Epacte Lunaire + 465 de l'année 1704 ou de la 1^{ère}. année de tous ces Cycles étant multipliée par $\frac{9}{16}$ de jour + $\frac{36}{49}$ de minute, donnera son Epacte diurne

Lunaire = 19^h 11' 37" $\frac{1}{2}$ ou = à peu près à + $\frac{4}{5}$

de jour ou — $\frac{1}{5}$ de jour; ces 19^h 11' 37" $\frac{1}{2}$ ajoutées

P à

Dissert. II. à l'heure de la nouvelle Lune des années 839 ou 1879
 II. PART. au Méridien de Jérusalem, donneront celle de la nouvelle Lune de cette année là à $19^{\text{h}} 17' 10''$ après minuit, ou à $4^{\text{h}} 42' 50''$ du matin.

Si l'on multiplie aussi cette même Epacte + 465 par $40' \frac{8}{9}$ il viendra $13^{\text{j}} 4^{\text{h}} 53' 9''$ pour l'intervalle qu'il y auroit entre l'Equinoxe, & la nouvelle Lune de cette année 1704, si ceux de l'année 839 & 1879 concouroient précisément ensemble; mais comme la dernière précède l'Equinoxe de $5' 32'' \frac{1}{2}$, on aura l'intervalle de celui de l'année 1704 à la nouvelle Lune suivante de $13^{\text{j}} 4^{\text{h}} 47' 37''$.

Il est à remarquer que l'Epacte de l'année 4162 de la Periode Julienne d'où se tirent toutes ces époques des moyens mouvemens de la Lune & du Soleil (voyez la page 124 & suivantes) est aussi composée d'un nombre entier, & exact de parties cinquièmes ou dixièmes de jour étant $= \frac{1}{2} + \frac{1}{5}$ de jour ou à $\frac{7}{10}$ de jour comme le sont à peu près l'Epacte Lunaire de l'année qui sert d'époque au Cycle dont nous venons de parler, dans le Problème précédent, & l'intervalle entre l'Equinoxe & la nouvelle Lune de l'année de cette époque.

PROBLEME XV.

Supposant que l'Equinoxe tombe toujours dans les 24 heures du 16^{eme}. jour d'un mois de 31 jours. On propose de trouver le quantième de ce mois, auquel arrive
 la

La nouvelle Lune d'une année proposée, en même tems que l'heure, la minute, & la seconde. Dissert. II.
II. PART.

1^{er}. Cas lorsqu'il s'agit d'une année dont l'Épacte Lunaire est additive soit cette Épacte = y .

1°. Puisque l'Équinoxe tombe toujours sur quelque-une des 24 heures du 16^{eme}. jour, il est clair que relativement au commencement de ce 16^{eme}. jour, l'Épacte Solaire est toujours additive, si on la suppose = x^a . l'intervalle entre le commencement du 16^{eme}. jour, & le moment de la nouvelle Lune sera = $x^a + y^b$.

2°. Soit $y^b \times \frac{9}{16}$ jours + $\frac{36}{49}$ minutes = m jours + e ; e fera l'Épacte diurne Lunaire de cette année.

3°. Soit aussi $y^b \times 40' \frac{8}{9}$ = n jours + r , l'intervalle entre le commencement du 16^{eme}. jour & le moment de la nouvelle Lune sera = $x^a + n$ jours + r = à un certain nombre de jours que j'appelle $p + e$.

Et 4°. le quantieme du jour auquel arrivera la nouvelle Lune sera = $16 + p$, & l'heure, & la minute, & la seconde = $0^h 5' 32'' + e$ après minuit.

Or 5°. puisque $x^a + n$ jours + r = $p + e$, il est clair, que lorsque r sera plus petit que e , on aura $n + x^a > p$, & partant (x^a ne pouvant jamais surpasser 1 jour & p & n ne pouvant être que des nombres entiers & differens tout au plus de l'unité) p sera = n .

Au contraire 6°. lorsque r sera plus grand que e ; on trouvera $p = n + 1$: ce qui donne cette regle pour trouver le quantieme du mois, auquel arrive la nouvelle Lune dans une année dont l'Épacte Lunaire est additive. Multipliez cette Épacte 1°. par $40' \frac{8}{9}$, pour
P 2 avoir

Dissert. II. avoir un nombre entier n de jours, plus un reste R ,
 II. PART. multipliez-la encore 2° . par $\frac{9}{16}$ de jours $+$ $\frac{36}{49}$ pour avoir
 (après avoir ôté 24^h une ou plusieurs fois) son Epacte
 diurne Lunaire.

Si cette Epacte est plus grande que R , vous ajouterez la somme du nombre N de jours de l'Epacte diurne Lunaire, au 16^{eme} . du mois Equinoxial $+$ $0^h 5' 32'' \frac{1}{2}$ du matin, pour avoir le quantieme, l'heure, la minute, & la seconde, à laquelle arrive la nouvelle Lune Equinoxiale au Méridien de Jérusalem.

Et si au contraire, le reste R est plus grand que l'Epacte Diurne Lunaire, vous ajouterez cette même somme au 17^{eme} . à $0^h 5' 32'' \frac{1}{2}$.

On prouvera de même que pour les années, dont l'Epacte Lunaire est soustractive, il faudra ôter la somme de cette Epacte, & du nombre N du 17^{eme} . à $0^h 5' 32'' \frac{1}{2}$, ou plutôt du 16^{eme} . à $24^h 5' 32'' \frac{1}{2}$ (lorsque R sera plus petit que l'Epacte Diurne Lunaire) & du 15^{eme} . à $24^h 5' 32'' \frac{1}{2}$, lorsque R sera plus grand que cette ditte Epacte.

E X E M P L E XXXVI.

On demande le quantieme du mois équinocial, & à quelle heure & minute est arrivée la nouvelle Lune moyenne Equinoxiale de l'an 2 avant l'Ere vulgaire.

Cette année, qui est celle de la naissance de N. S. (voyez sur cette question, dans une lettre à l'occasion d'un passage de Phlegon des argumens que j'ose dire
 beau-

beaucoup plus probables qu'aucun de ceux qu'on a proposés jusqu'ici) tombe sur l'an 4712 de la Période Julienne, & par conséquent elle est éloignée de l'an 4512, dont l'Épacte est 0 d'un intervalle de 200 ans, son Épacte Lunaire sera donc égale à + 360^h.

Dissert II.
II. PART.

Multipliant 360 par $40\frac{3}{2}$ il viendra 10 jours + un reste $R = 5^h 20'$, les multipliant aussi par $\frac{9}{16}$ de jours + $\frac{36}{49}$ de minute, il viendra son Épacte diurne Lunaire = $16^h 24' 29''$; ainsi R étant plus petit que l'Épacte Diurne Lunaire, on ajoutera 10 jours + $16^h 24' 29''$ au 16^{eme}. du mois $0^h 5' 32''\frac{1}{2}$, pour avoir le 26^e. à $16^h 30' 1''\frac{1}{2}$, pour le jour & le moment auquel arrivera la nouvelle Lune de cette année.

PROBLEME XVI.

Supposant encore comme ci-devant, que l'Équinoxe tombe toujours sur les 24^h du 16^{eme}. du mois. On demande quelles sont les nouvelles Lunes les plus retardées, & les plus avancées, par rapport à l'Époque Civile du milieu de ce mois, & dans quelles années elles arrivent.

1^{er}. Cas pour la nouvelle Lune la plus tardive.

1°. Puisque, comme il a été dit, l'Épacte Solaire est toujours additive; soit nommée cette Épacte + x^a pour l'année de la nouvelle Lune la plus retardée, & que son Épacte Lunaire soit = + y^b ; il faut que $x^a + y^b$ soit un *maximum*.

2°. y^b ne peut pas être plus grand que 520^b; car

Dissert. II. s'il étoit $= 521^b$, la nouvelle Lune précédente dont
 II. PART. l'Épacte est $= - 519^b$ étant plus près de l'Equinoxe, seroit la vraie Equinoxiale.

3°. Lorsque x^a est le plus grand qu'il est possible ou $= 260^a$, il est cependant moindre que 35^b ; ce qui fait voir que y^b ne peut pas être moindre que $+ 485^b$.

4°. Lorsque l'Épacte Lunaire diminue de 1^b , l'Épacte Solaire augmente de 121^a ; car l'une & l'autre arrive chaque 687^{eme}. année.

5°. Lorsque la première est $= 520$, la seconde est $= 0$, $x^a + y^b = 0^a + 520^b$.

6°. Lorsque la première est 519^a , la seconde (N°. 4.) $= + 121^b$ & $x^a + y^b = 519^a + 121^b$ plus grande que la précédente, puisque $121^b > 1^a$.

7°. Lorsque la première est $= 578^a$, leur somme est encore plus grande, puisque la seconde $= 242^b$.

Mais 8°. au delà de ce terme, cette somme $x^a + y^b$ va en diminuant; car lorsque l'Épacte Lunaire devient $= 517 = 520 - 3$, la Solaire devient $= 3 \times 121 - 260 = 103$, & $103^a + 517^b$ est moindre que $242^a + 518^b$, & de même pour celle qui suit $= 224^a + 516^b$, & à plus forte raison cette somme $x^a + y^b$ est-elle moindre pour toutes les suivantes, dans lesquelles y est moindre que 518 de 2^b ou de 3^b , qui valent plus que 18^a ; & par conséquent ou $260^a + 515^b$ est moindre que $242^a + 518^b$.

Ainsi donc l'année dont l'Épacte Lunaire est 518^b ; est celle dont la nouvelle Lune arrive le plus tard après le commencement du jour Civil. On trouvera par les Problèmes précédents que cette année-là est l'an 1693.

la nouvelle Lune arrivant le 31 de ce mois à 15^h 26' après minuit. *Dissert. II.*
II. PART.

2^d. Cas pour la nouvelle Lune la plus avancée.

On trouvera de même (& après avoir remarqué suivant ce qui a été dit au commencement du Problème XIV^{eme}. qu'il ne peut point y avoir de nouvelle Lune Equinoxiale, dont l'Épacte soit $\equiv - 520$) on verra, dis-je, que l'année 1025, est celle dont la nouvelle Lune Equinoxiale est la plus avancée, cette nouvelle Lune arrivant le 1^{er}. du mois Equinocial à 8^h 44' 59" après minuit au Méridien de Jérusalem.

PROBLEME XVII.

Trouver les plus grandes mesures communes du jour ; du mois Lunaire, & de l'année Solaire, qui approchent le plus des véritables.

1°. On a vû au commencement de cette Theorie que la mesure commune exacte du jour & de l'année, étoit $\frac{1}{260}$ de jour & $\frac{1}{94963}$ ^{eme}. d'année.

2°. On a vû aussi dans le Problème II. que la mesure commune de ces deux espaces de tems, la plus approchante de cette premiere étoit $\equiv \frac{1}{33}$ de jour & $\frac{1}{12053}$ d'années, ou que le rapport du jour & de l'année, le plus approchant du véritable (ou de $\frac{260}{94963}$) étoit $\equiv \frac{33}{12053}$.

3°.

Dissert. II.
II. PART.

3°. En ajoutant, ou retranchant l'un de l'autre ces deux rapports, & leurs multiples, on formera d'autres rapports plus ou moins approchés entre le jour & l'année qui donneront aussi d'autres mesures communes entre eux, comme par exemple $\frac{227}{829} = \frac{260 - 33}{94963 - 12053}$.

4°. On doit dire la même chose du rapport exact $\frac{1040}{12863}$ du mois Lunaire de l'année Solaire, & du rapport des nombres qui approchent le plus de ce 1^{er}. savoir $\frac{353}{4366}$. (Voyez le Problème VIII.)

5°. Et de même encore du rapport exact $\frac{12863}{379852}$ entre le jour & le mois, & du rapport approché $= \frac{5933}{175205}$ voyez l'Exemple XXIV.

6°. Il est aisé de conclure de là, que la seule mesure commune exacte du jour, du mois & de l'année, est $= \frac{1 \text{ jour}}{260 \times 12863} = \frac{1 \text{ mois}}{260 \times 379852} = \frac{1 \text{ an}}{94963 \times 12863}$.

7°. Mais il est plus difficile d'en trouver d'autres, qui sans s'écarter beaucoup du vrai, soient cependant plus grandes: on ne le peut qu'en formant, comme j'ai dit N°. 3, différents rapports plus ou moins approchés entre ces trois grandeurs, jusqu'à-ce qu'on en trouve qui soient divisibles par quelque nombre commun plus grand que l'unité. On en jugera mieux par un exemple.

E X E M P L E XXXVII.

*On propose de trouver une mesure commune du jour, du
mois*

mois & de l'année, qui soit en même tems la plus appro- Dissert. II.
 chante de la véritable, & plus grande, ou du moins pas II. PART.
 plus petite que la 260^{eme.} partie du jour.

Le mois Lunaire étant $= \frac{379852}{12863}$ jours, on le di-
 visera successivement par $\frac{1}{33}, \frac{1}{66}, \frac{1}{99}, \& \frac{1}{260}$, & ensui-
 te par $\frac{1}{227}, \frac{1}{194}$ &c. pour avoir differents quotients, & dif-
 ferents restes que l'on marquera; celui de tous ces res-
 tes qui sera le plus petit, fera connoître la mesure
 commune la plus approchée.

Pour faire cette division plus facilement, il suffit de
 la faire sur la fraction $\frac{6825}{12863}$ ou $\frac{1}{2} + \frac{393 \frac{1}{2}}{12863}$; voyez le

Problème IX. le reste de la quantité $\frac{379852 \text{ jours}}{12863}$
 étant un nombre entier, & par conséquent toujours
 divisible par des fractions, qui ont l'unité pour numé-
 rateur; divisant donc $\frac{6825}{12863}$ - - - - -

par $\frac{1}{33}$	on aura pour reste	+	6554
— $\frac{1}{66}$	—	245
— $\frac{1}{99}$	+	6799
— $\frac{1}{132}$	—	490

La progression de ces restes (qui doivent tous être
 divisés par 12863) est manifeste, leur difference conf-

Q tante,

Dissert. II. tante, en les prenant de deux en deux, étant de 245, ce
 II. PART.

qui fait voir que $\frac{1}{66}$ est le diviseur qui donne le plus petit reste négatif, & $\frac{1}{1749}$ sera celui qui donnera le plus petit reste positif. Mais 1749 est beaucoup au-delà des limites prescrites dans cet exemple, & d'ailleurs étant $= 523 \times 33$ donneroit une valeur du jour trop éloignée de la véritable, relativement à la longueur de l'année: car si l'on divise l'année $= 365$ jours $\frac{63}{260}$ par $\frac{1}{1749}$ de jour, on aura pour reste $-\frac{53}{260}$ qui vaut 10".

A l'égard du diviseur $\frac{1}{66}$ qui donne pour reste $-\frac{245}{12863}$ si l'on multiplie 24^h par $\frac{245}{12863 \times 66}$ le produit $=$ à 25" donnera l'erreur qui résulte pour un mois Lunaire de cette $\frac{1}{66}$ ^{eme} de jour, prise pour mesure commune, du jour, du mois, sans compter celle qui résulte de ce qu'elle n'est pas non plus exactement celle de l'année & du jour.

Divisant maintenant $\frac{6825}{12863}$

par $\frac{1}{260}$ on aura pour reste $-\ 594$

$$\frac{1}{227} \quad + \ 5715$$

$$\frac{1}{194} \quad - \ 839$$

$$\frac{1}{161} \quad + \ 5470$$

La

La progression de ces restes, est la même que celle des précédens, & fait voir que le diviseur $\frac{1}{1910}$ Dissert. II.
II. PART.

$\frac{1}{260 + 50 \times 33}$ est celui qui donnera le plus petit reste positif, & le diviseur $\frac{1}{326} = \frac{1}{260 + 2 \times 33}$ celui qui donnera le plus petit reste négatif; mais ces deux diviseurs, étant hors des limites proposés, il n'y a que $\frac{1}{260}$ qui donne le reste le plus petit de tous ceux qui sont compris dans ces limites.

Ce reste $\frac{594}{12863}$ étant multiplié par $\frac{24^h}{260}$ donnera $15'' \frac{2}{3}$ pour l'erreur résultante (sur toute la longueur du mois Lunaire) de ce diviseur $\frac{1}{260}$ pris pour mesure commune, du jour, & du mois, sans qu'il s'en joigne d'autre, parce qu'il est exactement celle de l'année & du jour. Ainsi cette partie aliquote du jour, est comme l'on voit, très remarquable par cette propriété, d'être contenue assez précisément un certain nombre de fois dans le mois Lunaire, sans qu'il y ait une erreur plus grande que de $15'' \frac{2}{3}$ ou de la 21^{eme.} partie de cette $\frac{1}{260}$ ^{eme.}

En effet, si l'on multiplioit $\frac{1}{260}$ jour par 7678 il viendra pour le mois Lunaire $29^j 12^h 44' 18'' \frac{3}{4}$ ou $\frac{4}{5}$ au lieu de $29^j 12^h 44' 3'' \frac{7}{60}$.

Q 2.

Je

Je ne pousserai pas cette recherche plus loin.

R E M A R Q U E

Sur les Epoques des moyens mouvemens du Soleil, & de la Lune.

J'ai rapporté au commencement de cette Dissertation, des époques purement arbitraires, des mouvemens du Soleil & de la Lune, & tirées de diverses observations Astronomiques; savoir, pour le Soleil de celles des Equinoxes observés à Paris, par M M. de l'Academie Royale des sciences, & pour la Lune de celles d'un très grand nombre d'Eclipses, sur quoi l'on peut voir le Traité de la Comète de 1744.

De ces époques arbitraires, je suis monté à des époques véritablement Astronomiques, naturelles, régulières, & pour ainsi dire nécessaires, telles par exemple, que celle de l'année dans laquelle la nouvelle Lune & l'Equinoxe, sont arrivés le plus près l'un de l'autre. On a vu que cette nouvelle Lune étoit arrivée à égales distances (de tems) du moment de l'Equinoxe, & du milieu de la nuit, au Méridien de celui de tous les lieux de l'Univers, qui à été certainement l'objet le plus distingué, de l'attention de l'Auteur de la Revelation & de la nature. On a vu encore que les distances ou les intervalles entre l'heure de minuit, sous ce Méridien là, & la nouvelle Lune, & entre celles-ci & l'Equinoxe, étoient tous les deux égaux, à la plus petite mesure commune du jour & de l'année, & même à fort peu près à une partie aliquote du mois Lunaire,
(voyez

(voyez le Problème XVII) & divisés par conséquent, *Dissert. II.*
 non d'une manière arbitraire, mais indiquée, & déter- *II. PART.*
 minée par la proportion que le Créateur a mise entre
 eux.

Je pourrois donc à présent prendre pour principe ;
 & pour fondement de toute la Théorie Astronomique,
 du Calendrier Luni-Solaire, parfaitement exact, non
 des observations, mais des époques naturelles, & mê-
 me des époques historiques Sacrées, tirées de l'Écri-
 ture ; c'est ce que je vais montrer en peu de mots.
 On a prouvé dans la Dissertation précédente, sur quel-
 ques passages de Daniel, que l'année 552 avant l'Ère
 vulgaire, ou 4162 de la Période Julienne, fut celle
 dans laquelle le Période de 2300 ans, fut révélé à
 Daniel, un peu plus de deux ans & demi, après que
 celui de 1260 ans lui avoit aussi été indiqué : on a
 vu que cette même année 4162, avoit été remarqua-
 ble, par l'arrivée de deux Equinoxes, & du Solstice
 d'été, à l'heure de midi, au Méridien de Jérusalem ;
 & l'on va voir maintenant, comment cette année là,
 où la connoissance du Cycle parfait nous fût donnée
 par la révélation de celui de 2300 ans, ajoutée à celle
 du Période de 1260, sert encore à nous donner la
 connoissance des époques, tant Lunaires que Solaires de
 ce Cycle, & les renferme pour ainsi dire en elle-même.

La détermination des trois moments principaux de
 l'année Solaire, dont on vient de parler, par leur con-
 cours avec l'heure de midi, nous a fourni un moyen
 de résoudre d'une manière très simple, un des plus
 beaux Problèmes de toute l'Astronomie, & qui dans

Dissert. II. tout autre cas, ne peut absolument se résoudre que par
 II. PART. tatonnement.

C'est celui dans lequel on propose de trouver, suivant l'hypothèse de *Kepler*, l'excentricité, l'apogée de l'orbite d'une Planète, dont on a trois points donnés, & l'époque de son moyen mouvement, (voyez sur la difficulté de ce Problème, dans les Mémoires de l'Acad. de 1720, celui de M. de Louville, sur la Théorie du Soleil) on a vû cependant ce Problème résolu d'une manière très simple, & donner pour longitude moyenne du Soleil, à midi du 27 Mars 111 28^h 19' 28", ou 1° 40' 32" de moins que le 1^{er}. point de l'Écliptique. Si l'on fait comme 59' 8" mouvement journalier du Soleil, à 1° 40' 32"; de même 260^a est à 442^a $\frac{1}{34}$, laissant cette $\frac{1}{34}$ ^{eme}. pendant laquelle, le Soleil ne fait que $\frac{1''}{2}$ de degré, il viendra le moment de l'Équinoxe le 28 de Mars 182^a après midi ou + 52^a pour Épacte Solaire de cette année 4162, relativement à l'heure de minuit. De là jusqu'à l'année 1879. de l'Ere vulgaire, ou 6592 de la Période Julienne, il y a 2430 ans, dont l'Épacte Solaire = — 50, laquelle étant retranchée de + 52, donnera celle de l'année 1879, pour le Méridien de Jérusalem = + 2^a, comme nous l'avons prouvé ailleurs, & l'an 1749. à midi + 2^a.

Voici maintenant comment cette même époque de l'Histoire sacrée, donne celle des moyens mouvemens de la Lune, elle le fait en deux manières.

1°. Par son Epacte Lunaire, cette Epacte étant telle *Dissert. II.*
 que la pleine Lune qui précéda l'Equinoxe & la nou- *II. PART.*
 velle Lune, qui précéda immédiatement cette pleine
 Lune, se trouverent éloignées du moment de cet équi-
 noxe de deux intervalles, exactement proportionnels
 aux Périodes de 1260, & 2300 ans, & dont les deux
 Epactes étoient précisément la moitié de ces deux nom-
 bres; car la nouvelle Lune Equinoxiale de cette an-
 née, ayant précédé l'Equinoxe de $\frac{110}{1040}$ de mois Lu-
 naire, ou de $\frac{110^b}{1260}$ la pleine Lune précédente arrivera
 $630^b = \frac{1260^a}{2}$; & la nouvelle Lune d'auparavant 1150^b
 $= \frac{2300^b}{2}$ avant ce même Equinoxe.

Cette même année 552. A. C. ou 4162 P. J. nous
 donne l'époque des moyens mouvemens de la Lune,
 par l'intervalle précis & régulier, où elle se trouve de
 l'une des principales époques véritablement Astronomi-
 ques & naturelles du cours de cette Planète: car si
 à l'an 552, vous ajoutez l'un ou l'autre des Périodes
 de 1260 ans, ou de 2300 ans, vous tomberez sur les
 années 709, ou 1749 de l'Ère Chrétienne, dans le-
 quel un des momens principaux de la révolution de la
 Lune, s'est rencontré le plus près qu'il est possible, de
 celui de l'équinoxe, & dans cette même position re-
 marquable, par rapport au lieu, & à l'heure de midi,
 pour le Méridien de Jérusalem, dont j'ai parlé, tout-
 à-l'heure à l'occasion de la 1^{ere}. nouvelle Lune de tout
 le Cycle. Ce

Diss. rt. II.
II. PART.

Ce moment principal de la revolution de la Lune est celui de l'octans où elle se trouve à 45° . du Soleil dans sa moyenne distance de la terre, & où sa vitesse est aussi moyenne, l'une & l'autre étant par tout ailleurs ou plus grande ou plus petite: Or ce moment de l'octans arriva l'an 1749 le 22 de Mars, une Epacte Solaire ou $5' 32'' \frac{1}{2}$ après midi, & une Epacte Solaire ou $5' 32'' \frac{1}{2}$ avant celui de l'Equinoxe, qui arriva lui-même à midi $+ 11' 5''$ ou $+ 2^a$ au Méridien de Jérusalem.

Les circonstances remarquables, & le grand usage de cette époque sacrée de l'an 552 A. C. ou 4162. P. J. m'ont engagé à ajouter les Problème suivant.

P R O B L E M E XVIII. *Et dernier.*

Reduire les années de la Période Julienne & celles de l'Ere vulgaire à celles du Cycle de Daniel.

On a prouvé dans la Dissertation précédente, que la première année d'un des Cycles avoit été la 552^{eme}. avant l'Ere vulgaire, & la 4162 de la Période Julienne, d'où il suit.

1°. Pour les années après l'Ere vulgaire, qu'à l'année donnée, comme par exemple 1749, il n'y a qu'à ajouter 552 ans, & de la somme comme 2301 retrancher 1040 tant que l'on pourra, le reste comme 221, donnera la quantième année du Cycle.

2°. Pour les années avant l'Ere vulgaire, il faudra ôter l'année donnée comme 4152 de la somme de 553
&

& du multiple 1040 le plus approchant comme ici de $553 + 4 \times 1040$, ou $553 + 4160$, ou de 4713, le reste 561 donne l'année quantieme.

Je renvoie à une troisieme Dissertation ce qui concerne la grandeur & la figure de la terre; je finirai celle-ci par des observations sur quelques propriétés remarquables des nombres principaux de la Theorie.

R E M A R Q U E S

Sur quelques propriétés des Nombres principaux de la Theorie précédente.

On a donné depuis longtems une infinité de manieres d'exprimer le rapport de la circonference du Cercle à son diametre, mais je ne sai s'il y en a aucune qui réunisse à la fois autant de simplicité, de régularité & de précision que celle que je vais donner. On n'y employe que deux nombres, & tous les deux plus petits que 10; l'erreur n'étant que de $\frac{1}{34804}$, c'est-à-dire, 14 ou 15 fois moindre que celle du fameux rapport d'Archimede de 22 à 7. Faites un triangle rectangle A B C, dont la base A B soit à la hauteur A C comme $\sqrt[3]{7}$ à 1. Décrivez sur l'Hypothénuse comme diametre, un Cercle C G B A, & sur la base comme côté un quarré A D E B, la surface du Cercle ne surpassera celle du quarré que de $\frac{1}{26000}$ me. partie.

R E M O N S.

D E M O N S T R A T I O N .

Supposant que le rapport de la circonférence au diamètre est celui de $\frac{355}{113}$ à $\frac{1}{3000000}$ près, (ce qui est une précision suffisante pour le cas présent); on aura le Cercle $CABG = \overline{BC}^2 \times \frac{355}{4 \times 113} = \overline{AB}^2$, & par conséquent $\overline{BC}^2 : \overline{AB}^2 :: 452 : 355$, & partant $\overline{AB}^2 : \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{AB}^2 :: 355 : 97$; ce rapport devrait être le même que celui de $7^{\frac{2}{3}}$ ou de $\sqrt[3]{49}$ à 1; & par conséquent 355^3 devrait être à 97^3 , ou 44739865 devrait être à 912673 comme 49 à 1; mais $44739865 : 912673 : 49 : 1 - \frac{18888}{44739865}$ ou $:: 49 : 1 - \frac{1}{2369}$, par conséquent $\overline{AB}^2 : \overline{AC}^2 :: 7^{\frac{2}{3}} : 1 - \frac{1}{7107}$, & $\overline{AB}^2 : \overline{BC}^2 :: 7^{\frac{2}{3}} : 7^{\frac{2}{3}} + 1 - \frac{1}{7107}$; mais l'erreur de $\frac{1}{7107}$ n'est que la $\frac{1}{26000}$ ou $\frac{1}{25 \times 1040}$ de $7^{\frac{2}{3}}$ ou de \overline{AB}^2 . Ce qu'il falloit démontrer.

Si l'on veut un rapport plus exact, & même plus aisé à exprimer, soit en nombres, soit par cette figure; il n'y a qu'à prendre $AB : AC :: 44 : 23$, & l'excès du Cercle sur le quarré ne fera que de $\frac{1}{229093}$: car on démontrera, comme ci-devant, que $\overline{AB}^2 : \overline{AC}^2 :: 355 : 97 :: 1936 = 44^2 : 529 - \frac{3}{355} = 23^2 - \frac{3}{355}$, cette erreur de $\frac{3}{355}$ par rapport à $\overline{AB}^2 = 1936$ ne vaut que $\frac{1}{229093}$.

Voici

Voici maintenant trois rapports fort simples des nombres employés pour le Cycle de 1040 ans avec cette Cyclometrie.

1°. Puisque 1040 revolutions solaires répondent à 12863 revolutions de la ☾ à l'égard du ☉, il s'ensuit que ces mêmes 1040 revolutions du ☉ à l'égard du 1^{er}. point de l'Écliptique, répondront à 13903 revolutions de la ☾ à l'égard du même point. Et par conséquent que le tems périodique de la ☾ est au tems périodique du ☉, ou la vitesse apparente du ☉ est à la vitesse apparente de la ☾ :: 1040 : 13903; c'est-à-dire, comme une sphere d'un diametre égal à la hauteur AC, est au cube de la base AB, ou comme la sphere a sept fois un cube de même diametre, l'erreur étant de $\frac{1}{17947}$.

Car comme la sphere est au cube de même diametre comme 355 : 6 × 113, elle sera à sept fois ce même cube

$$:: 355 : 42 \times 113 :: 1040 : 13903 + \frac{55}{71}.$$

Si au lieu de prendre la proportion exacte de la circonférence au rayon, ou de la sphere au cube, on la prend altérée d'une $\frac{1}{26000}$ comme la donne la figure précédente, construite sur l'hypothese de AC : AB exactement :: 1 : $\sqrt[3]{7}$; on aura la sphere du diametre AC, au cube de la base AB :: 1040 : 13903 + $\frac{6}{25}$ dont l'erreur est encore moindre, n'étant que de $\frac{1}{73939}$.

$$\text{On a } 2^\circ. 1040 = \frac{2300 - 220}{2} = 23 \times 50 - 44 \\ \times \frac{5}{2} = 10 \times 5 AC - \frac{1}{2} \times 5 AB.$$

R 2

3°.

3°. 12863 (= au nombre des mois Lunaires de ce Cycle) = $\overline{64 \times 201} - 1 = 64 - \frac{1}{201} \times 201$. Or $64 - \frac{1}{201} : 201 :: 355 : 113 + \frac{1}{30}$ comme la circonférence du Cercle à son diamètre — $\frac{1}{3390}$ me de ce diamètre.



TROISIEME DISSERTATION *,

Sur la grandeur & la figure de la Terre.

JE me propose trois choses dans ce Mémoire. 1°. De déterminer la grandeur réelle de la variation des degrés de Latitude, & des Pendules à secondes dans les différents climats de la Terre, en nombres très simples & très réguliers, & aussi conformes qu'il est possible à la Théorie Physique, & aux observations les plus exactes. 2°. De rendre raison de la différence qui pourroit se trouver, non seulement entre ces déterminations, & les observations, mais surtout entre les différents résultats de ces observations comparées soit entr'elles, soit avec la Théorie Physique. Enfin 3°. de proposer une

R 3 métho-

* Nous donnons ce Mémoire tel qu'il a été lû par l'Auteur dans les assemblées particulières de l'Académie Royale des Sciences de Paris le au mois de Juillet 1751. & nous l'intitulons, *Troisième Dissertation*, parce que ses Elements numériques étant tirés de l'Écriture Sainte, comme ceux des deux premières Dissertations, celle-ci devoit en être la suite. L'Auteur ne le dit pas, parce

qu'il se proposoit de faire voir, dans un Mémoire plus détaillé, comment ce même Livre Sacré, qui lui avoit donné les Elements de la Théorie du Soleil &c., que l'on a vû dans les deux premières Dissertations, lui avoient encore donné ceux qui étoient nécessaires pour la détermination de la figure & grandeur de la Terre. Il y travailloit déjà lorsqu'il tomba malade.

méthode d'examiner par d'autres observations incontestables, si cette raison ou cette cause a quelque réalité ou non.

Je commencerai par proposer les principes de Théorie qui me paroissent du plus grand usage, reconnus d'ailleurs par les plus habiles Géometres, & que Mr. CLAIRAUT a donné dans sa *Théorie de la figure de la Terre, démontrée par les principes de l'Hydrostatique*.

1°. Si un globe fluide composé d'une infinité de couches sphériques, vient à tourner autour de ses diametres, sa superficie, & celle de toutes les couches qui le composent, seront sans aucune erreur sensible, des surfaces de spheroides elliptiques, pourvu que sa rotation soit telle, qu'à l'Equateur la force centrifuge soit une très-petite partie de la pesanteur. On trouvera la démonstration de ce premier principe à la page 265 du *Traité* que je viens de nommer, & à la page 247 celle du principe suivant.

Je ne prétends au reste tirer d'autre conséquence ou d'autre usage de ce premier principe, que celui de décider entre le choix de deux hypotheses, d'ailleurs également probables, & je crois qu'il me seroit bien permis, en ce cas là, de me déterminer en faveur de celle qui seroit la plus conforme à ce principe.

2°. Si un spheroïde composé (comme on vient de le dire) d'une infinité de couches elliptiques, dont les ellipticités & les densités varient d'une maniere quelconque, tourne autour de son axe, la quantité dont la pesanteur au Pole surpassera la pesanteur en un lieu quelconque, sera proportionnelle au quarré du Cosinus de la latitude de ce lieu.

Je me fers de ce second principe, pour prouver, sur tout si on y joint le précédent, la figure elliptique du Meridien,

Meridien, pour le rapport des différentes variations de la longueur du Pendule, rapport qui se trouve en effet par les observations, le même que celui des quarrés des sinus de Latitude, (*Voyez ci-dessous la petite Table des observations de la longueur du Pendule en différents climats.*)

3°. Si l'on retranche de $\frac{1}{115}$ la fraction qui exprime le raccourcissement total du Pendule depuis le Pole jusqu'à l'Equateur, l'on aura l'ellipticité de la terre; c'est ce que Mr. CLAIRAUT a encore démontré dans son Ouvrage, page 251.

J'employe ce troisieme principe pour déterminer la proportion des diamètres de la terre, par les seules observations de la variation du Pendule, plutôt que par celles de la grandeur des degrés de latitude, par la raison qu'on verra tout à l'heure; & ce qu'il y a de singulier, c'est qu'indépendamment des observations & des mesures actuelles, de la valeur d'aucun de ces degrés, sans y faire plus d'attention, que si cette valeur n'eut jamais été mesurée, je ne laisserai pas de la déterminer très exactement par les seules mesures actuelles de la longueur du Pendule. Je prie Mrs. les Astronomes de faire attention à cette circonstance, qui est assurément remarquable, & qui a été pour moi, en quelque façon, la clef de cette petite Theorie.

4°. *Dans un Globe tel que nous l'avons supposé jusques-ici, les variations des degrés de latitude sont proportionnelles aux quarrés des sinus de ces latitudes. C'est une suite de la figure elliptique ou presque elliptique du Meridien.*

Je fais bien qu'un célèbre Astronome, & qui par la profondeur de ses recherches géométriques, & l'exac-
tude

tude de ses observations, mérite toute notre confiance; a donné une hypothese différente : j'avouë encore de bonne foi, que cette hypothese est une de celles que l'on a imaginées en très grand nombre depuis plusieurs années, qui représente le mieux, les dernieres observations de la grandeur des degrés de latitude: cependant, usant de la liberté, que toute personne qui ne cherche que la vérité, peut avoir, de proposer ce qu'elle croit en approcher davantage, j'oserai dire, que si cet illustre Auteur veut bien faire attention aux remarques suivantes, peut-être ne desapprouvera-t-il pas lui-même l'application de mon quatrieme principe à la figure de la Terre. Car 1°. ce principe attribue aux Meridiens une figure que la formation du globe la plus simple, & les observations des variations du Pendule concourent à lui donner. 2°. Si l'hypothese de l'augmentation des degrés de latitude proportionnelle aux quarrés de leurs sinus, s'écarte un peu des mesures actuelles de la valeur de ces degrés, on trouvera une raison de cette différence de cet écart, & une raison plus que vraisemblable dans l'hétérogenité des différentes parties du globe terrestre, & de toutes les masses des matieres de divers genres dont il est composé. Enfin 3°. l'hypothese de Mr. BOUGUER s'écarte elle-même de quelques observations assurément très exactes, presque autant que celles que j'employe, le fait par rapport à quelques autres. Je prouverai ceci lorsque j'en serai venu aux déterminations numeriques de la grandeur des degrés du Meridien, suivant mes Elemens; mais je vais auparavant développer la seconde des remarques que je viens de faire, & qui est

est elle-même mon cinquieme principe ; favoir , que la constitution interne du globe terrestre n'est pas parfaitement uniforme & réguliere. Si l'on fait intervenir ici l'attraction Newtonienne , prouvée d'ailleurs quant à ses effets , & qu'on suppose dans la couche la plus extérieure du globe terrestre , des masses d'environ 400 à 500 toises de diametre , & d'une densité double , ou environ , de celle du reste de la couche , les Geometres découvriront aisément qu'il n'en faut pas davantage pour faire devier les fils à plomb de 12" à 13" de leur direction réguliere , & par conséquent pour faire paroître un arc du Meridien terrestre plus long ou plus court ; qu'il n'est réellement , de 200 à 250 toises ; & si la même cause a lieu en un sens contraire , aux deux extrémités d'un arc terrestre , on le trouveroit plus grand ou plus court de 400 à 500 toises , que celui qui répond à un arc terrestre vrai , de même grandeur que l'apparent †.

Enfin ,

† Soit donc A le centre de la Terre , B C D la couche de la matiere terrestre la plus proche de la surface , & d'une demi-lieuë ou d'une lieuë de profondeur , B & D deux parties ou deux masses contenues dans l'intérieur de cette couche , & d'une figure quelconque , & d'un diametre aussi quelconque , mais cependant considerable , comme de 100 à 200 toises , & d'une densité différente de la densité moyenne de la couche , comme double ou triple , ou dans

le rapport de $\frac{2}{3}$ &c. L & M deux Lieux , deux Observatoires par exemple , placés sur la surface du Globe & séparés par l'arc du Meridien L M , & dans chacun desquels on observe la distance d'une même Etoile à leurs deux zeniths respectifs ; cette distance se mesure par l'angle que forment les rayons visuels de l'Etoile avec les lignes ou les fils perpendiculaires L l , & M m . Si les masses B & D étoient de même densité que celle du reste de la couche

S

suppo-

Enfin, & c'est ici mon sixieme principe, une cause de cette nature, je veux dire *une masse de matiere de 400 toises de diametre, & d'une densité double, de la densité moyenne du reste de la couche, augmentera la pesanteur, & accourcira le Pendule de* $\frac{1}{16360}$ *me. parties, ou seulement de*

$\frac{27}{100}$ *de ligne; c'est-à-dire, que la même irrégularité de la constitution interne du globe terrestre, qui en produira une de 12" à 13", ou d'une* $\frac{1}{288}$ *eme. dans la grandeur apparente du degré de Latitude, n'en produit qu'une de* $\frac{1}{16360}$ *eme. ou 57 fois moindre, dans la longueur ap-*
parente

supposée uniforme, ces fils perpendiculaires seroient dirigés au centre A du Meridien, (mis à part la dérive qui leur est causée par la figure de la terre:) mais si la masse B est, par exemple, d'une densité simplement double de celle du reste de la couche, le fil *l* L pèsera vers le centre de cette masse, avec une force, qui sera à celle, par laquelle il est tiré vers le centre A de la Terre, à fort peu près, comme *b* L à A L; desorte qu'ayant tiré β A égale & parallele à *b* L, L β sera la direction du fil perpendiculaire L *l*.

On trouvera de même que la

direction du fil M *m*, au lieu d'être M A, sera M δ ; ainsi l'arc terrestre M L, qui auroit dû paroître répondre à un arc céleste mesuré par l'angle M A L, paroitra répondre à un arc mesuré par l'angle M α L = M A L + β L A + δ M A, le rayon L A étant d'environ 3271917 toises si l'on suppose les distances *b* L & *d* M de 200 toises, ou le diametre de la masse B & D de 400 toises, ce qui est bien peu considerable, les angles β L A & δ M A seroient de 12" chacun, & l'arc céleste apparent qui répond à l'arc terrestre M L de 25" plus grand qu'il ne seroit réellement.

parente du Pendule à secondes : par où l'on voit la raison pour laquelle je crois les observations de la variation du Pendule à secondes préférables à celles de la grandeur des degrés, pour déterminer à l'aide de mon troisième principe, la proportion des axes de la terre, sans compter que ces observations du Pendule sont incomparablement plus simples, plus aisées, & plus certaines que celles du degré de Latitude.

Quelle que soit la cause de cette déviation à laquelle je viens de supposer que les directions des fils à plomb pourroient être sujettes, je ne crois pas que l'on puisse raisonnablement revoquer en doute son effet déjà soupçonné & prévu par divers Physiciens, & entr'autres Mr. DE FONTENELLE.

Nous avons un si grand nombre d'exemples de ces petites irrégularités dans les mouvemens des Astres, & en général dans tout ce que la nature nous montre de plus régulier, qu'il me paroît au contraire beaucoup plus vraisemblable, beaucoup plus naturel, d'en supposer quelques-unes dans le cas présent, que de le croire, pour ainsi dire, excepté de l'analogie générale.

Mais quoiqu'il en soit, il seroit bien aisé de s'assurer par observation immédiate, si cette deviation est réelle. En voici une méthode bien simple, & qui a déjà été indiquée par Mr. BOUGUER (*dans son Traité de la figure de la Terre.*)

Que l'on détermine, par les méthodes geometriques ou trigonometriques ordinaires, la différence en latitude de deux lieux différens, situés à peu près sous le même parallèle, & à 10 ou 20 lieues environ l'un de l'autre;

il n'est pas possible que l'on se trompe de plus de 3" sur cette différence, mesurée de cette manière; qu'on observe ensuite la distance d'une même Etoile aux deux zeniths respectifs de ces deux lieux, & si l'on trouve entre la différence de leurs latitudes, prises ainsi astronomiquement, & celle qui résulte de l'opération géographique, une différence de 10" ou 12" ou plus, je crois qu'on n'aura pas lieu de douter que je n'aye, à fort peu près, indiqué, dans ce que je viens de dire, la véritable raison du peu d'accord des différentes observations faites pour la mesure de la terre entr'elles.

DONNONS enfin nos positions ou élémens numériques de la grandeur & la figure de la terre; j'y employe deux mesures différentes, l'une qui est la longueur du Pendule à secondes moyen, & l'autre qui est à cette première dans le rapport de 14 à 25, c'est-à-dire, comme à peu près, le diamètre d'un cercle à la somme de ce diamètre & du quart de cercle, le Pendule moyen étant de 36 pouces 8 lignes $\frac{375}{1000}$ ou $\frac{3}{8}$; cette mesure vaudra 246 lignes $\frac{61}{100}$ eme. ou 20 pouces de Roi de 6 lignes & $\frac{61}{100}$. Je ne connois pas de mesure actuelle & en usage, qui approche plus de celle-là que le *Derah* d'Egypte; mais il est plus petit d'environ $\frac{3}{5}$ de ligne. J'appellerai cette mesure D, ou si l'on veut, *Derah geometrique*.

Je pose donc 1°. qu'un degré moyen de latitude contient 112000 Pendules à secondes, moyen, ou 7000 fois la longueur d'un Pendule qui feroit chacune de ses oscil-

oscillations dans 4" de tems ou pendant la durée du passage d'une minute de l'Equateur sous le Meridien ; d'où il suit 2°. que ce degré moyen contiendra 200,000 de nos Deahs geometriques , & 3°. 57085 toises du Chatelet.

Je suppose 4°. que la plus grande variation de la longueur du Pendule à secondes depuis l'Equateur au Pole, est à la plus grande variation de la grandeur du degré de latitude, entre les mêmes limites, comme la mesure D dont je viens de parler, est au Pendule, ou comme 14 à 25, & par conséquent à la différence des deux axes de la Terre, (ce que Mr. CLAIRAUT appelle l'Ellipticité de la Terre) comme 42 à 25.

Supposant donc que la fraction qui exprime l'augmentation du Pendule de l'Equateur au Pole soit $= \frac{1}{25 \times x}$

on aura celle qui exprime la différence des axes $= \frac{1}{42 \times x}$

& leur somme $= \frac{1}{x} \times \frac{1}{25} + \frac{1}{42} = \frac{67}{1050 \times x}$ devra être,

par le principe troisieme $= \frac{1}{115}$, d'où l'on tire $x =$

$7\frac{1}{3}$, & par conséquent la plus grande variation du Pendule sera $= \frac{1}{183\frac{1}{2}}$, & celle des axes de la Terre $\frac{1}{308}$.

Si l'on prend donc la $\frac{1}{183\frac{1}{2}}$, de 36 pouces 8 lignes $\frac{5}{8}$, on la trouvera de 2 lignes $\frac{4}{10}$, dont la moitié ou 1 ligne $\frac{2}{10}$ étant ôtée de la longueur du Pendule moyen, donnera le Pendule sous l'Equateur de 36 pouces 7 lignes $\frac{175}{1000}$.

Faisant ensuite comme le carré du rayon est à $2\frac{4}{5}$ de ligne, de même les carrés des sinus de différentes latitudes, on trouvera la longueur de ces Pendules en différents climats comme il suit.

CLIMATS.	LONGUEURS <i>calculées.</i>	DU PENDULE <i>observées.</i>	DIFFERENCES <i>en milliemes de li- gnes.</i>
0° 0'	36. p. 7. l. $\frac{175}{1000}$	36. p. 7. l. $\frac{140}{1000}$	+ $\frac{35}{1000}$ $\frac{1}{29}$
9° 34'	36. p. 7. l. $\frac{241}{1000}$	36. p. 7. l. $\frac{230}{1000}$	+ $\frac{11}{1000}$ $\frac{1}{91}$
18° 27'	36. p. 7. l. $\frac{416}{1000}$	36. p. 7. l. $\frac{400}{1000}$	+ $\frac{16}{1000}$ $\frac{1}{62}$
48° 50'	36. p. 8. l. $\frac{535}{1000}$	36. p. 8. l. $\frac{570}{1000}$	— $\frac{35}{1000}$ $\frac{1}{29}$
66° 48'	36. p. 9. l. $\frac{202}{1000}$	36. p. 9. l. $\frac{170}{1000}$	+ $\frac{32}{1000}$ $\frac{1}{31}$

Cette petite Table suffit, à ce qu'il me paroît, pour prouver la vérité du second de mes principes, & par conséquent celle aussi du troisieme & du quatrieme, qui en sont en quelque façon des conséquences nécessaires : Voyons-en l'application à la figure de la Terre, ou à la valeur des degrés du Meridien en différents climats.

Le degré moyen étant de 57085 toises, l'excès du rayon de l'Equateur sur l'axe de la Terre = $\frac{1}{108}$ de celui-ci, & la variation des degrés de latitude proportionnelle aux carrés de leurs sinus, on aura l'excès du plus grand degré sur le plus petit $\frac{1}{102}$ $\frac{2}{3}$ de ce petit, ou $\frac{1}{103}$ $\frac{1}{2}$ du

du moyen = 553 toises, dont la moitié ou $276\frac{1}{2}$ toises ôtées du moyen ou de 57085, donnera le degré de latitude sous l'Equateur = $56808\frac{1}{2}$; faisant ensuite comme le carré du rayon aux carrés des sinus de $44^{\circ} 53' . 46^{\circ} 51' 49^{\circ} . 3'$, & de $66^{\circ} . 20'$, de même 553 toises à ce qu'il faudra ajouter à la valeur du plus petit degré, pour avoir celle qu'il aura sous ces differens paralleles.

CLIMATS.	GRANDEURS DES DEGRE'S		DIFFERENCES.
	<i>calculées</i>	<i>mesurés par des arcs de</i>	
$0^{\circ} 0'$	$56808\frac{1}{2}$	56753	$3^{\circ} 7'$ + $65\frac{1}{2}$
$44^{\circ} 53'$	57084	57041	$4^{\circ} \frac{2}{3}$ + 43
$46^{\circ} 51'$	57103	57055	$8^{\circ} \frac{1}{3}$ + 48
$49^{\circ} 3'$	57124	57069	4° + 55
$66^{\circ} 20'$	$57272\frac{1}{2}$	57432 *	$0^{\circ} 57'$ — 150

Voilà donc pour cette fois mes déterminations assez sensiblement éloignées des observations les plus exactes, & dans lesquelles on ne peut raisonnablement supposer qu'il y ait des erreurs aussi grandes que celles qui résulteroient des différences qui se trouvent entr'elles & nos Elemens. Mais supposant donc selon le cinquieme des principes ci-dessus quelque inégalité dans la constitution intérieure du Globe terrestre, on ne fera pas en

* Voyez *Traité de la figure de la Terre* par M. Bouguer pag. 230.

en peine de rendre raison de ces différences, & on les trouvera même très peu considérables. En effet, celle de 55 toises dont le premier Degré de latitude calculé surpasse celui qui a été conclu de la mesure d'un arc de $3^{\circ} \frac{1}{8}$ suppose une irrégularité de 166 toises sur la grandeur apparente de l'arc céleste correspondant, c'est-à-dire, qu'il se soit trouvé (en suivant l'idée physique que j'ai employée dans mon cinquième principe) qu'il se soit trouvé à quelque une des extrémités de cet arc, une masse de matière deux fois plus dense que la matière moyenne du Globe terrestre, & de 332 toises de diamètre.

La différence entre le 66^{me}. degré de latitude calculé & observé, va à peu près à la même quantité; mais celle du 47^{me}. est beaucoup plus grande, & suppose des irrégularités dans la constitution des couches du Globe terrestre, situées sous l'arc du Meridien, compris depuis le $42^{\circ} \frac{1}{2}$ jusques au 51, capables d'alterer la grandeur apparente de cet axe terrestre d'environ 384 toises, relativement à l'arc céleste correspondant où cet arc céleste lui-même de 25", & par conséquent la dérivation du fil perpendiculaire de 12" à 13" à chaque extrémité de cet arc, & en sens contraire. Nous avons vû tantôt qu'une masse de matière hétérogène de 400 à 500 toises suffisoit pour produire cet effet; mais je vois cependant qu'une partie de cette différence doit être rejetée sur les erreurs inévitables dans les meilleures observations, & quelle que soit l'habileté des Observateurs, & la perfection des instruments, on pourroit supposer, par exemple, que cet arc terrestre a été pris un peu trop petit d'environ une $\frac{1}{2500}$ ^{me}. partie, ou de 182 toises,

sans

sans diminuer en rien le mérite des excellentes observations qui y ont été employées (*Voy. Meridienne de Paris pag. 90. 93. & 292.*) & alors la différence entre nos calculs & ces observations se réduiroit à la moitié, & reviendroit à peu près à la même quantité que les deux autres, c'est-à-dire à 12" ou 13" pour la différence ou la somme des deviations des fils perpendiculaires aux deux extrémités de chaque arc.

On trouve aussi, selon les Elemens que je viens de donner, la valeur du degré de Longitude sous le parallele de $43^{\circ}.32'$ (*Voy. la Meridienne de Paris*) de 41532 toises, plus petite de 86 toises ou $\frac{1}{2}''$ d'heure que celle qui a été observée; cette différence est plus petite encore que les précédentes, & suppose que la somme ou la différence des deviations du fil à plomb, aux deux extrémités de l'arc mesuré étoit seulement de $7''\frac{1}{2}$; car il est clair que c'est de la position de ce fil que dépendoit la connoissance de l'heure vraie, déterminée par les hauteurs correspondantes.

La Table & l'hypothese de Mr. BOUGUER sur la proportion dans laquelle varient les différences des degrés de Latitude, donne 300 toises pour excès de l'arc compris depuis le 47° jusqu'au 51° , sur l'arc compris depuis le 43° degré jusqu'au 47° ; mes Elemens le donnent de 160, & les observations faites en France de 112 toises; la différence entre la Theorie de Mr. Bouguer & les observations est donc de 188 toises: de plus cette Theorie donne le degré du parallele de $46^{\circ} 51'$ de 57025 toises, & les observations faites sur un arc de $8^{\circ}\frac{1}{3}$ la donnent de 57055, ce qui fait une différence de 250 toises sur

T

l'arc

l'arc entier. Ces différences sont, comme l'on voit, aussi grandes que celles qui résultent de nos Elemens, comparés à ces mêmes observations. Ce qui prouve la troisième des remarques que j'ai pris la liberté de faire sur la Theorie de ce célèbre Academicien.

Voici encore une autre Theorie numerique ou arithmetique de la figure de la Terre, très-peu différente de celle que je viens de proposer, & encore plus simple, puisque je n'y employe que les seuls nombres 2 & 5, savoir leurs puissances, comme 16, 64; 25, 125; leur produit, comme 10, 100, 1000, &c. & leur somme 7.

En effet, supposant toujours comme ci-devant, que le Degré de Latitude moyen contient 112000, ou $7 \times 16 \times 1000$ Pendules à secondes, j'employe une seconde mesure, laquelle soit à ce Pendule comme 16 à 25, & qui se trouve par conséquent 175000, ou $7 \times 25 \times 1000$ fois dans le degré moyen de Latitude.

Je prends 3°. cette mesure = 2 pieds — $\frac{64}{128}$ eme. de pouce, d'où résulte le Pendule à secondes moyen de 36 pouces 8 lignes $\frac{4}{10}$ emes. & le degré de Latitude moyen de 57089 toises.

Je suppose 4°. que la plus grande variation du Pendule à secondes, est à celle du degré depuis le Pole à l'Equateur, comme le Pendule à cette mesure, ou comme 16 à 25, ou comme $\frac{1}{25}$ à $\frac{1}{16}$; d'où il suit, par la nature de la courbe elliptique que j'attribue au Méridien; & par mon troisième principe, que la plus grande variation

riation du Pendule est $= \frac{1}{175} = \frac{1}{7 \times 25}$, la différence
 des axes de la terre $= \frac{1}{336} = \frac{1}{7 \times 3 \times 16}$ & l'excentricité
 de l'ellipse du Méridien $= \frac{1}{13}$. Calculant par ces
 Elemens les longueurs du Pendule pour différents Cli-
 mats, on les trouvera comme il suit :

	L O N G U E U R S		D I F F E R E N C E S.
	<i>calculées.</i>	<i>observées.</i>	
0° 0'	36. p. 7. l. 145	36. p. 7. l. 14	+ 0, 005
18° 27'	36. p. 7. l. 396	36. p. 7. l. 40	- 0, 004
48° 50'	36. p. 8. l. 565	36. p. 8. l. 57	- 0, 005
66° 48'	36. p. 9. l. 262	36. p. 9. l. 17	+ 0, 092

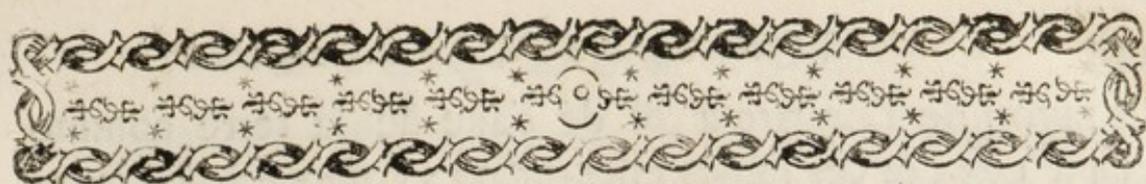
Ces différences, à la réserve de la dernière, ne vont
 qu'à une deux-centième partie de ligne, ce qui est ab-
 solument insensible : on trouvera aussi les longueurs des
 degrés, telles qu'on les voit dans cette Table.

CLIMATS.	DEGRE'S <i>calculés.</i>	DEGRE'S <i>observés.</i>	DIFFEREN- CES.
0° 0'	56834	56753	+ 81
44° 53'	57087	57041	+ 46
46° 51'	57106	57055	+ 51
49° 3'	57127	57069	+ 58
66° 20'	57261	57422	— 161

Quoique ces Elemens s'écartent un peu plus des observations que les premiers, la grande simplicité des nombres qui y sont employés, me paroît si bien compenser ce défaut, que je ne saurois presque à laquelle de ces deux especes d'Elemens donner la préférence.

Je finirai cette Theorie par une remarque géographique; c'est que si l'on prend la valeur de la $\frac{1}{200000}$ partie d'un degré de Latitude sous le parallele du $31^{\circ} 46'$, qui est à peu près celui des lieux où le véritable Derah d'Egypte a été autrefois en usage, on le trouvera en se servant des premiers Elemens, de 246,098 lignes, ou de 20 pouces 6 lignes & un peu moins d'une treizieme de ligne; ce qui est dans la dernière exactitude la valeur qu'il a effectivement.

COROL.



COROLLAIRES

ARITHMETIQUES ET GEOMETRIQUES

DE LA

DISSERTATION PRECEDENTE *.

LA circonférence étant supposée $\equiv 12 \times 22 \equiv 264$ parties, le rayon sera de 42, l'arc de $60^\circ \equiv 44$ & sa $\frac{1}{13}$ eme. partie (*Voy. ci-dessus pag. 147*) $\equiv \frac{44}{13} \equiv \frac{22}{273}$ eme. du rayon, & par conséquent le quarré de cette $\frac{1}{13}$ eme. partie d'un arc de $60^\circ \equiv \frac{484}{74529}$, ou à fort peu près $\equiv \frac{1}{154}$ du quarré du rayon.

L'excentricité de cette ellipse du Méridien terrestre est encore, suivant la premiere Theorie, à l'axe de la terre précisément comme le mois Lunaire à l'année Solaire, ou comme 1040 : 12863 ; car les quarrés de ces deux nombres, savoir 1081600 & 165456769, sont entr'eux comme 1 & 153 $\frac{1}{38}$, & par conséquent ceux

T 3

du

* Quoique les Dimensions ou Déterminations suivantes ne fussent pas à la suite de la Dissertation précédente, & paroissent un hors-d'œuvre, on a cru cependant qu'elles ne laisseroient pas de faire plaisir à quelques Géometres.

du rayon de l'Equateur & de l'axe de la terre comme 154 à 153, & ces lignes elles-mêmes comme 308 à 307, qui est le rapport que nous leur avons trouvé par cette premiere Theorie. (*Voy. ci-dessus pag. 141.*)

Les Geometres concluront facilement de là 1°. que la surface du globe terrestre applati dans cette proportion, est plus grande de $\frac{1}{926}$ que celle d'une sphere, qui auroit pour rayon, le rayon moyen de la terre.

2°. Que la solidité de la Terre est à celle de la même sphere comme 617 à 616, & par conséquent

3°. Qu'une sphere dont le rayon surpasseroit de $\frac{1}{1851}$ le rayon moyen de la Terre, seroit égale en surface & en solidité au globe applati de la Terre. J'appellerai le rayon de cette sphere, *rayon exactement moyen.*

Ils trouveront encore 4°. que le Pendule à secondes moyen, non entre tous ceux que l'on conçoit suspendus sur toute la circonference du Méridien, mais sur toute la surface de la Terre, ils trouveront, dis-je, que ce Pendule sera plus court que le moyen du Méridien d'une $\frac{1}{1098}$ eme., & par conséquent

5°. Que la coudée ou la 200000^{me.} partie d'un degré véritablement moyenne entre toutes celles de la Terre, est au Pendule véritablement moyen, comme 14 : 25
 $\times \frac{690}{689}$.

6°. Qu'un arc quelconque S du Méridien terrestre à compter depuis l'Equateur, répondant à une Latitude
 astrono-

astronomique quelconque, ou à un arc quelconque du Méridien céleste, est plus petit que ce dernier d'une quantité qui est à $8' 23''$, comme le sinus de $2 S$ est au rayon; de manière que pour un lieu, dont la Latitude seroit, par exemple de $31^{\circ} 45' 53''$, ou dont l'arc du Méridien céleste correspondant, seroit de $31^{\circ} 45' 53''$, l'arc du Méridien terrestre mesuré en degrés moyens du Méridien seroit plus court de $8' 23'' \times \frac{\text{Sin. } 63^{\circ} 32'}{\text{Rayon}}$ ou de $7' 30''$, & par conséquent cet arc seroit de $31^{\circ} 38' 23''$; j'appelle ce dernier la Latitude *géographique*, & le premier la Latitude *astronomique* du lieu.

Le quarré du sinus de la Latitude de Jerusaleem ou de $31^{\circ} 45' 53''$ est au rayon comme 166 à 599, ou 23 à 83, ou simplement 5 à 18; il s'ensuit que la $\frac{1}{200000}$ me partie d'un degré sous ce parallele, ou la coudée sacrée est à la $\frac{1}{200000}$ du degré moyen de Latitude, comme $307\frac{1}{2} - \frac{4}{18} \times 3$, ou comme $307 - \frac{1}{6}$ est à $307\frac{1}{2}$, ou comme 460 à 461, que la différence entre le degré sous ce parallele & le degré de Latitude moyen est égale à $\frac{4}{18}$ de celle du degré sous l'Equateur au degré sous le Pole, ou égale à $\frac{4}{18} \times \frac{3}{307\frac{1}{2}}$, du degré moyen; mais le degré moyen étant à celui d'une sphere décrite du rayon exactement moyen, comme 1851 à 1852, il s'ensuit que la $\frac{1}{200000}$ du degré de Latitude sous le parallele de Jerusaleem

falem, est à la $\frac{1}{200000}$ des degrés du grand cercle exactement moyen, comme 460×1851 à 461×1852 , ou comme 1 à $1 + \frac{5}{6 \times 307}$, ou comme $368 \frac{2}{3}$ à $369 \frac{2}{3}$, & par conséquent le rayon de la terre exactement moyen contiendra 200000 coudées sacrées $\times 57 \frac{21}{71} \times \frac{369 \frac{2}{3}}{368 \frac{2}{3}} =$
 11490304 coudées, le demi axe de la terre en contiendra 11465387, & le rayon de l'Equateur 11502733, & le rayon moyen 11484060.



P R O B L E M E

Sur l'oscillation du Pendule dans un arc de cercle.

Soit un corps suspendu en Pendule au point B, (Tab. II.) & oscillant circulairement dans l'arc HEI; on demande la durée de chacune de ses oscillations de H par E en I.

I. Soit tirée la corde IH, & décrit sur la fleche CE le demi cercle CLE, & menées les lignes BG, Bg, DLG, *dlg*, & nommées AE *b*, CK ou KE *r*, DE *x*, l'arc EL *s* & H la hauteur qu'un corps tombant parcourt dans une seconde, & *t* la durée d'une oscillation de H par E en I, on trouvera par les regles ordinaires de la Geometrie & de la Mechanique

$$\frac{2r dt \sqrt{H}}{b} = \frac{ds}{\sqrt{b-x}}$$

II. Soit reduite cette differentielle en Serie, & l'on aura

$$\frac{2r dt \sqrt{H}}{b} = \frac{ds}{\sqrt{b}} \times \left(1 + \frac{1 \cdot x}{2 \cdot b} + \frac{1 \cdot 3 \cdot xx}{2 \cdot 4 \cdot bb} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot x^3}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot b^3} \right.$$

$$\left. + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot x^4}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot b^4} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot x^5}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10 \cdot b^5} + \&c, \right.$$

III. On fait par les regles du calcul differentiel & integral, que, 1°. $\int x ds = rs - ry$. 2°. $\int r dy = r ds - x ds$. 3°. $\int y dx = r ds - r dy + x dy = 2x ds - \frac{xx ds}{r}$.

V

D'où

$$\begin{aligned}
& \text{D'où l'on tire IV}^\circ. x^{p-1} ds = rx^{p-1} ds - rx^{p-1} dy \\
& = rx^{p-1} ds - d(rx^{p-1} y) + \frac{1}{p-1} rx^{p-2} y dx = rx^{p-1} ds \\
& - d(rx^{p-1} y) + \frac{1}{p-1} 2rx^{p-1} ds - \frac{1}{p-1} x^p ds, \text{ \& par} \\
& \text{conséquent } px^p ds = \frac{2}{2p-1} rx^{p-1} ds - d(rx^{p-1} y), \\
& \text{\& par conséquent encore } \int x^p ds = \frac{1}{2} \frac{1}{p} \times \int rx^{p-1} ds \\
& - \frac{rx^{p-1} y}{p}.
\end{aligned}$$

V. Or la premiere de ces integrales se connoit par l'integration des differentielles $x^p ds$ d'un ordre inferieur, ou dans lesquelles p est moindre ; d'où il suit que comme on a directement celle de $x ds$ dans laquelle $p = 1$, on pourra avoir en montant successivement toutes les suivantes. Une remarque à faire là-dessus, & qui facilite beaucoup le calcul, c'est qu'en supposant $x = 2r$, comme cela arrive lorsque le corps F a achevé sa vibration de H par E en I, l'integrale $rx^{p-1} y$ s'évanouit, & qu'ainsi il est inutile d'y avoir égard dans aucune des integrations des diverses $x^p ds$. On aura donc de là

$$\text{VI. } \int x ds = rs - ry, \text{ ou simplement } = rs.$$

$$\int x x ds = \frac{3}{2} rrs - \frac{3}{2} rry - rxy, \text{ ou simplement } \frac{3}{2} rrs$$

$$\int x^3 ds = \text{simplement } \frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 3} r^3 s \text{ ou } \frac{5}{2} r^3 s$$

$$\int x^4 ds = \frac{3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 3 \cdot 4} r^4 s, \text{ ou } \frac{5 \cdot 7}{2 \cdot 4} r^4 s$$

$$\int x^5 ds$$

$$\int x^5 ds = \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} r^5 s = \frac{7 \cdot 9}{2 \cdot 4} r^5 s$$

$$\int x^6 ds = \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} r^6 s = \frac{7 \cdot 9 \cdot 11}{2 \cdot 4 \cdot 6} r^6 s$$

$$\int x^7 ds = \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} r^7 s = \frac{9 \cdot 11 \cdot 13}{2 \cdot 4 \cdot 6} r^7 s$$

$$\int x^8 ds = \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 15}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8} r^8 s = \frac{9 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 15}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} r^8 s$$

$$\int x^9 ds = \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 15 \cdot 17}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9} r^9 s = \frac{11 \cdot 13 \cdot 15 \cdot 17}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} r^9 s$$

$$\int x^{10} ds = \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 15 \cdot 17 \cdot 19}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10} r^{10} s = \frac{11 \cdot 13 \cdot 15 \cdot 17 \cdot 19}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10} r^{10} s$$

$$\int x^{2m} ds = \frac{(2m+1)(2m+3)(2m+5)(2m+7)(2m+9)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10} \cdot \frac{(2m+11)(2m+13) \&c. \dots (4m+1)}{12 \cdot 14 \cdot 2m} r^{2m+1} s$$

& celle de $x^{2m+1} ds = \frac{(2m+3)(2m+5)(2m+7)}{2 \cdot 4 \cdot 6} \cdot \frac{(2m+9) \&c. \dots (4m+1)}{8 \cdot 2m} r^{2m+1} s.$

VII. Introduisant ces valeurs de $\int x^p ds$ dans la Serie de l'Article second, on aura

$$\frac{2rt\sqrt{Hb}}{bs} = 1 + \frac{1r}{2b} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot rr}{2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot bb} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot r^3}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 3 \cdot b^3}$$

$$+ \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot r^4}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot b^4} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot r^5}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot b^5}$$

V 2

+

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1.3.5.7.9.11.3.5.7.9.11.r^6}{2.4.6.8.10.12.2.3.4.5.6.b^6} + \&c., \text{ ou } \frac{2rt\sqrt{Hb}}{bs} \\
 & = 1 + \frac{1}{1} \times \frac{r}{2b} + \left(\frac{1.3}{1.2}\right)^2 \times \frac{rr}{(2b)^2} + \left(\frac{1.3.5}{1.2.3}\right)^2 \times \frac{r^3}{(2b)^3} \\
 & + \left(\frac{1.3.5.7}{1.2.3.4}\right)^2 \times \frac{r^4}{(2b)^4} + \left(\frac{1.3.5.7.9}{1.2.3.4.5}\right)^2 \times \frac{r^5}{(2b)^5} + \&c.
 \end{aligned}$$

VIII. Mais ces Series peuvent être rendues beaucoup plus convergentes, en considerant 1°. que lorsque le corps a achevé son oscillation entiere, ou sa demi oscillation, l'arc CL (s) devient égal à un demi cercle, de maniere qu'en nommant $\frac{C}{D}$ le rapport de la circonference au

diametre, on auroit $\frac{r}{s} = \frac{D}{C}$. En nommant L la longueur BF du Pendule, on aura $\frac{2rt\sqrt{Hb}}{bs} = t \times \frac{D}{C} \times \sqrt{\frac{2H}{L}}$
Et que la derniere Serie est égale à $t \times \sqrt{\frac{2H}{L}} = \left[1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \frac{r}{L} + \left(\frac{1.3}{2.4}\right)^2 \times \frac{rr}{LL} + \left(\frac{1.3.5}{2.4.6}\right)^2 \frac{r^3}{L^3} + \left(\frac{1.3.5.7}{2.4.6.8}\right)^2 \frac{r^4}{L^4} + \left(\frac{1.3.5.7.9}{2.4.6.8.10}\right)^2 \frac{r^5}{L^5} + \&c.\right]$

$$\begin{aligned}
 & \times \frac{r}{L} + \left(\frac{1.3}{2.4}\right)^2 \times \frac{rr}{LL} + \left(\frac{1.3.5}{2.4.6}\right)^2 \frac{r^3}{L^3} + \left(\frac{1.3.5.7}{2.4.6.8}\right)^2 \frac{r^4}{L^4} \\
 & + \left(\frac{1.3.5.7.9}{2.4.6.8.10}\right)^2 \frac{r^5}{L^5} + \&c.]
 \end{aligned}$$

$$= 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \frac{r}{L} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 A \frac{r}{L} + \left(\frac{5}{6}\right)^2 B \frac{r}{L} + \left(\frac{7}{8}\right)^2 C \frac{r}{L} + \&c.$$

$$= t \times \frac{D}{C} \times \sqrt{\frac{2H}{L}} = \left[1 + \left(\frac{(1)^2}{(2)^3} \times \frac{r}{L} + \frac{(1)^2}{(2)^2 3} \times \frac{r}{L}\right) \right.$$

$$\left. + \left(\frac{(1.3)^2}{2.3.4.5} \times \frac{rr}{LL} + \frac{(1.3)^2 \times 3.5}{(2.4)^2 3.5} \times \frac{rr}{LL}\right) \right]$$

+

$$+ \left(\frac{(1.3.5)^2}{2.3.4.5.6.7} \times \frac{r^3}{L^3} + \frac{(1.3.5)^2 \times \overline{3.5.7} - \overline{2.4.6}}{(2.4.6)^2 3.5.7} \times \frac{r^3}{L^3} \right)$$

$$+ \left(\frac{(1.3.5.7)^2}{2.3.4.5.6.7.8.9} \times \frac{r^4}{L^4} + \frac{(1.3.5.7)^2 \times \overline{3.5.7.9} - \overline{2.4.6.8}}{(2.4.6.8)^2 3.5.7.9} \right.$$

$\times \frac{r^4}{L^4} \left. \right) + \&c.] =$ en nommant A un arc de cercle, dont \sqrt{L} seroit le rayon, & \sqrt{r} le sinus droit $t \times \frac{D}{C} \times \sqrt{\frac{2H}{L}}$

$$= \frac{A}{\sqrt{r}} + \left[\frac{1}{(2)^2} \times \frac{r}{L} - \frac{1}{2^2} \times \frac{r}{L} + \frac{(1.3)^2}{(2.4)^2} \times \frac{rr}{LL} - \frac{(1.3)^2}{(2.4)^2 5} \right.$$

$$\times \frac{rr}{LL} + \frac{(1.3.5)^2}{(2.4.6)^2} \times \frac{r^3}{L^3} - \frac{(1.3.5)^2}{(2.4.6)^2 7} \times \frac{r^3}{L^3} + \frac{(1.3.5.7)^2}{(2.4.6.8)^2} \times \frac{r^4}{L^4}$$

$$- \frac{(1.3.5.7)^2}{(2.4.6.8)^2 9} \times \frac{r^4}{L^4} + \&c. - \&c. , \text{ ou } = t \times \frac{D}{C} \times \sqrt{\frac{2H}{L}}$$

$$= \frac{A}{\sqrt{r}} + \text{la différence de ces deux Series } \left[+ \frac{r}{2^2 L} \right.$$

$$+ \frac{3^2 Ar}{4^2 L} + \frac{5^2 Br}{6^2 L} + \frac{7^2 Cr}{8^2 L} + \frac{9^2 D}{10^2 L} + \&c.$$

$$- \frac{r}{2^2 \cdot 3L} - \frac{3^2 Ar}{4^2 \cdot 5L} - \frac{5^2 Br}{6^2 \cdot 7L} - \frac{7^2 Cr}{8^2 \cdot 9L} - \frac{9^2 Dr}{10^2 \cdot 11L} - \&c.]$$

lesquelles Series convergent beaucoup plus vite que la premiere.

IX. Supposant $r = \frac{b}{\infty}$, comme cela arrive lorsque le corps oscille dans un arc de cercle infiniment petit ou

dans une cycloïde, toutes ces Series & ces quantités se

réduisent à $t \times \frac{D}{C} \times \frac{\sqrt{2H}}{L} = \frac{A}{\sqrt{r}} = 1$, ou $t = \frac{C}{D} \times \frac{\sqrt{L}}{2H}$

qui est la formule ordinaire.

X. Lorsque $2r$ ou CE devient $= L = BE = \frac{1}{2} b$,

comme le corps F tombe d'une hauteur horizontale au point de suspension, & oscille dans un quart de cercle,

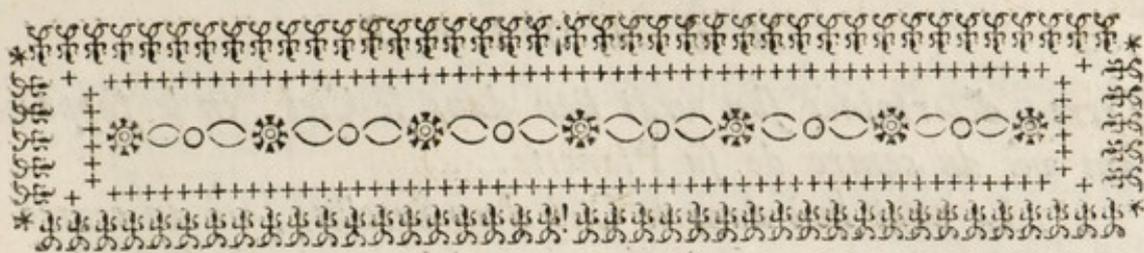
on trouve $\frac{A}{\sqrt{r}} = \frac{C}{D\sqrt{8}}$, par conséquent $t = \frac{CC}{4DD} \sqrt{\frac{L}{H}}$

+ $\frac{C}{2} \sqrt{\frac{L}{2H}} \times \left(\frac{1}{8} + \frac{9}{256} + \frac{225}{1792} + \&c. - \frac{1}{24} - \frac{3}{1180} \right.$

$\left. - \frac{15}{64512} - \&c. \right) = \text{en tout à } \frac{C}{D} \times \sqrt{\frac{L}{2H}}$

$\times (1, 11075 + 0, 06715 - 0, 04423, \text{ ou } 1, 13191);$

d'où il suit que le tems de la chute d'un corps pendule par le quart de cercle, est au tems d'une demi oscillation dans un arc infiniment petit, comme 113367 à 100000, ou comme 34 à 30.



S U R L E S
S A T E L L I T E S
E N G E N E R A L,
E T S U R C E U X
D E S A T U R N E
E N P A R T I C U L I E R *.

I. **A** Yant lû, il y a quelque tems, un écrit de Mr. CASSINI sur les Satellites de Saturne, imprimé parmi les Mémoires de l'Academie de l'année 1716, je crus y remarquer quelques difficultés sur lesquelles je souhaitois d'avoir un éclaircissement. J'essayai d'abord de le trouver moi-même; ce qui m'engagea à examiner assez au long toute la Theorie des Satellites en général, & me donna lieu de faire plusieurs remarques là-dessus, lesquelles je donnerai ici: après quoi j'exposerai aussi clairement qu'il me sera possible, en quoi consistent les difficultés dont je viens de parler.

II. Toute la Theorie des Satellites en général, se réduit absolument, à ce qu'il me paroît, aux deux questions suivantes:

1°. *Etant connue par observation la situation apparente d'un Satellite, à l'égard de sa Planete principale, vue de la Terre,*

* Ce Mémoire a été composé en Avril 1735.

Terre, déterminer son vrai lieu dans le Ciel, en le supposant vu du centre de sa Planete.

2°. *Le vrai lieu dans le Ciel d'un Satellite, vu du centre de sa Planete, étant supposé connu, soit par les Tables astronomiques de son mouvement, soit de quelque autre maniere, déterminer sa situation apparente à l'égard de sa Planete, vue de la terre.*

III. Avant que de donner la maniere de résoudre ces deux Problèmes, il est nécessaire d'avertir que je supposerai toujours dans la suite, la situation des nœuds & l'inclinaison de l'orbite d'un Satellite à l'Écliptique connue & déterminée : car je ne me suis absolument point proposé d'en parler ici. On peut voir de quelle maniere Mr. CASSINI, dans les Mémoires de l'Academie de 1717, détermine ces deux élémens à l'égard des Satellites & de l'orbite de Saturne ; & comment il résout les principaux Problèmes qu'on peut proposer là-dessus.

DEFINITIONS.

T A B. III.
Fig. I.

IV. Soit T la Terre, C une Planete quelconque, TC une ligne tirée du centre de la Terre T au centre de la Planete C , & foyent trois plans EB , DR , AF , passans tous par le centre C de la Planete ; desquels le premier EB soit parallele à celui de l'Écliptique, le second AF perpendiculaire à la ligne CT , & le troisieme enfin DR , soit l'orbite de quelqu'un des Satellites de cette Planete C .

J'appellerai toujours dans la suite, & cela pour abréger, le plan EB , plan parallele ; le plan AF , plan de
pro-

projection ; le plan DR, plan orbitaire ; & la ligne TC, rayon visuel.

V. Toutes les fois encore que je parlerai de la situation des nœuds & de l'inclinaison de l'orbite d'un Satellite, sans déterminer à l'égard de quel cercle de la sphere je les prends, on devra toujours l'entendre du plan EB parallèle à l'Ecliptique, ou, ce qui est la même chose, du plan de l'Ecliptique même.

VI. On dit qu'un Satellite est en conjonction avec sa Planete (en les supposant tous les deux vûs de la Terre) lorsqu'il paroît le moins éloigné de son centre qu'il est possible. Or comme les orbes de quelques Satellites que ce soient étant vuës de la terre, paroissent le plus souvent en forme d'Ellipses, plus ou moins ouvertes, & quelquefois même de lignes droites (mais jamais de cercles, parce qu'il faudroit que leur inclinaison à l'Ecliptique fut presque perpendiculaire) il est clair que dans le premier cas, un Satellite étant en conjonction avec sa Planete, doit être situé dans le point de son orbite apparente & elliptique, qui est coupé par le petit diametre de l'Ellipse, soit dans ses conjonctions supérieures, soit dans les inférieures ; & que dans le second il doit passer devant le centre de sa Planete lorsqu'il est en conjonction inférieure, & derriere ce centre lorsqu'elle est supérieure.

Je nommerai, avec Mr. CASSINI, *Apogée* le point de son orbite tant véritable qu'apparent, auquel il parvient, lorsqu'il se trouve en conjonction supérieure ; & *Périgée* celui où il arrive à son inférieure.

VII. Lorsqu'on parle de la situation apparente d'un

X

Satellite

Satellite par rapport à sa Planete principale, on a toujours égard à deux choses : la premiere est sa distance à son apogée, ou son périgée, que l'on appellera, si l'on veut, *anomalie apparente* ; la seconde est sa distance par rapport au grand diametre de l'Ellipse apparente de son orbite, laquelle distance on pourra nommer *déclinaison apparente*. Une figure fera mieux comprendre ce que je viens de dire.

TAB. III.
Fig. 2.

Soit $ABPD$ l'orbite apparente & elliptique d'un Satellite, situé pour le moment d'une observation en S : on connoit par cette observation le rapport des perpendiculaires SR , SM , sur les diametres AP , BD , avec le diametre apparent ab de la Planete C : l'on connoit aussi le rapport de ce diametre ab , avec celui BD de l'orbite apparente & elliptique du Satellite, & avec sa moitié BC , l'on aura donc celui de BC à SR , & à SM . Ainsi l'on fera comme BC , à SR ; de même le rayon au sinus de la distance du Satellite (vû du centre de sa Planete) à son Apogée. 2°. Comme BC , à SM , de même le rayon, au sinus de la déclinaison apparente du Satellite (vû du centre de sa Planete) par rapport au plan du cercle qui passe par le centre de la Planete C & par le rayon visuel, & qui coupe l'orbite du Satellite dans le sens du diametre BD . J'ai cru tout ce détail nécessaire, pour rendre plus clair ce qu'on lira dans la suite.

PROBLEME PREMIER,

FONDAMENTAL.

VIII. Etant donnée pour un tems quelquonque la longitude & la latitude géocentrique d'une Planete, déterminer
pour

pour ce même tems le vrai lieu dans le Ciel, c'est-à-dire, la vraie longitude & la vraie latitude du nœud N du plan orbitaire avec celui de projection, de même que l'inclinaison de ces deux plans, en supposant le spectateur dans le centre de la Planete C . Fig. 1.

IX. Toutes choses demeurant les mêmes que dans l'Art. IV, si l'on imagine décrit du point P (où le plan de projection coupe le parallele) comme Pole, & par les points A & F un demi cercle $ABMF$, il est clair 1°. que le Pole P étant pris sur l'Ecliptique ou son parallele, ce qui est la même chose, ce demi cercle sera un cercle de latitude, & passera par les Poles f, a de l'Ecliptique. 2°. Que rencontrant le rayon visuel en M , il coupera le plan parallele en un point B (éloigné de 90° ,) qui représentera le lieu de la Terre, (vuë de la Planete) réduit à l'Ecliptique, de même que l'angle BCM , mesurera sa latitude vuë de la Planete, laquelle étant égale & opposée à celle de la Planete, sera par conséquent connue, de même que, par la même raison, le lieu du point B & celui du point P .

L'on connoit aussi (Art. III.) la situation du nœud n de l'orbite du Satellite avec l'angle RnB , ou DnE de son inclinaison.

X. Connoissant donc le lieu des points P & n , on aura dans le triangle spherique obliquangle PNn , le côté Pn avec les angles NPn , PnN , d'où l'on connoitra le côté Nn , & l'angle $PNn =$ à l'inclinaison des deux plans AF & DR ; ce qu'il falloit premierement chercher.

O P E R A T I O N.

On tirera du point n une perpendiculaire nq . Ensuite l'on fera :

1°. Comme le Rayon,
Au Cofinus du côté Pn .

De même la Tangente de qPn ,
A la Cotangente de qnP .

L'angle qnP étant connu, on connoitra l'angle qnN , soit que la perpendiculaire nq tombe en dedans ou en dehors du triangle NnP ; ainsi l'on fera :

2°. Comme le Cofinus de qnP ,
Au Cofinus de Nnq .

De même la Cotangente du complement de Pn ,
A la Cotangente du complement de Nn .

3°. Comme le Sinus de qnP ,
Au Sinus de Nnq .

De même le Cofinus de qPn ,
Au Cofinus de qNn , ou PNn .

XI. Ayant ensuite imaginé un cercle de latitude fNd (dont on n'a tracé que la moitié pour éviter la confusion) dans le triangle sphérique Ndn rectangle en d , dont on connoit le côté Nn & l'angle dnN , on aura les deux autres côtés dn & dN , qui donneront la longitude & la latitude du nœud N ; *ce qu'il falloit en second lieu trouver.*

O P E R A T I O N.

Pour avoir Nd , Comme le Rayon
Au Sinus de Nnd .

De

De même le Sinus de Nn ,
 Au Sinus de Nd .
 Pour avoir dn , Comme le Rayon,
 A la Tangente de Nn .
 De même le Cofinus de Nnd ,
 A la Tangente de dn .

P R O B L E M E I I.

XII. *Toutes choses étant supposées les mêmes que dans le Problème précédent, on demande de plus la Longitude & la Latitude de l'Apogée du Satellite, vû du centre de sa Planete.*

XIII. On supposera, après avoir résolu le Problème précédent, que les points V & x pris sur le plan orbitaire, & les points n & X sur celui de projection, soient tous éloignés du point N de 90° , en sorte que l'arc de grand cercle nV ou xX décrit du Pole N mesure l'inclinaison de ces deux plans. On imaginera un cercle de latitude $fgVa$ qui coupe le plan parallele en g . Dans le triangle spherique ngV rectangle en g , on connoit 1° . le côté nV en retranchant de l'arc NV de 90° l'arc Nn connu par Art. X. (l'arc nV est = à la distance du Périgée du Satellite au nœud de son orbite à l'Ecliptique,) 2° . l'angle gnV ; ainsi l'on aura les deux côtés Ng & gV , qui donneront la longitude & la latitude du point V .

O P E R A T I O N.

- 1°. Comme le Rayon,
 Au Sinus de l'angle Vng .
 De même le Sinus de nV ,
 Au Sinus de Vg .
- 2°. Comme le Rayon,
 A la Tangente de nV .
 De même le Cofinus de Vng ,
 A la Tangente de ng .

T A B. III.
 Fig. 2.

XIV. Or je dis que le point V est le Périgée du Satellite ; car soit $BEDL$ le plan de projection, $BADP$ l'orbitaire, & C la Planete, il est clair que les points B & D seront les nœuds de ces deux plans, & que les points A & P , E & L en sont éloignés de 90° . Ainsi les points B & D , A & P , E & L de la figure 2. répondent aux points N & O , x & V , X & n de la fig. 1. Mais lorsque le Satellite est en conjonction avec la Planete, il est évident qu'il se trouve dans un des points A & P de la fig. 2, ou, ce qui est la même chose, dans un des points x & V de la fig. 1. Ainsi le point V répondant au point P , sera le Périgée du Satellite, & le point X son Apogée, ce qu'il falloit démontrer.

Or la longitude & la latitude du point V étant donnée, on aura celle du point X ou de l'Apogée du Satellite qui lui est diametralement opposé, de même que l'arc nx = au complement de l'arc Vn à 180° = à la distance de l'Apogée au Satellite au nœud de son orbite à l'Ecliptique.

P R O-

PROBLEME III.

XV. *Le Problème premier étant supposé résolu, on demande le rapport du grand au petit diamètre de l'orbite apparente & elliptique du Satellite.*

XVI. On fera comme le Rayon,
 Au Sinus du complément de l'inclinaison du plan
 orbitaire avec celui de projection. Fig. 2.
 De même le grand diamètre BD,
 Au petit diamètre AP.

Cette Solution paroîtra évidente, si l'on fait attention que le plan BEDL représentant celui de projection, les points B & D représentent aussi les nœuds avec l'orbite BADP du Satellite, & les points A & P sont ceux où la déclinaison apparente du Satellite est la plus grande; en sorte qu'en imaginant une ligne tirée par le point A au centre C de la Planete, l'angle formé par cette ligne avec le rayon visuel, est le complément de l'inclinaison des deux plans BEDL, BADP.

PROBLEME IV

XVII. *Etant donnée par observation la situation apparente d'un Satellite, ou simplement son anomalie apparente, déterminer pour le tems de cette observation la vraie longitude & la vraie latitude de ce Satellite, vû du centre de sa Planete, en même tems que sa distance à l'un des nœuds de son orbite.*

XVIII. Soit en S le Satellite pour le moment de l'observation, en sorte que l'arc $\times S$ soit \equiv à son anomalie Fig. 1.
 malie

anomalie apparente, laquelle, & par conséquent l'arc xS sera connue, on calculera par l'Art. XIV. l'arc nx , d'où l'on connoitra l'arc nS en retranchant nx de xS ; ce qu'il falloit premierement chercher.

XIX. Ensuite ayant imaginé par le point S un cercle de latitude $frSa$, qui coupe l'Ecliptique en r . Dans le triangle sphérique nSr rectangle en r , dont on connoit le côté nS & l'angle Snr , on aura les côtés nr & Sr qui donneront la longitude & la latitude du Satellite S ; ce qu'il falloit en second lieu trouver.

O P E R A T I O N.

Pour avoir nr , on fera comme le Rayon,
A la Tangente de nS .

De même le Cofinus de Snr ,
A la Tangente de nr .

Pour avoir rS , commẽ le Rayon;
Au Sinus de nS .

De même le Sinus de Snr ,
Au Sinus de rS .

P R O B L E M E V.

XX. Etant donnée, soit par les Tables astronomiques, soit de quelqu'autre maniere, la longitude & la latitude d'un Satellite, vû du centre de sa Planete, ou simplement sa distance au nœud de son orbite avec l'Ecliptique, trouver sa situation à l'égard de sa Planete, vuë de la terre.

Fig. 1.

XXI. On calculera (Art. XIV.) l'arc nx ou la distance de l'Apogée du Satellite à son nœud à l'Ecliptique, d'où

d'où l'on aura l'arc Sx , ou l'anomalie apparente du Satellite; ensuite l'on fera comme le Rayon, au Sinus de l'anomalie apparente du Satellite. De même le grand demi-diametre BC de l'orbite apparente & elliptique du Satellite, à la perpendiculaire SR . Fig. 2.

XXII. En second lieu, après avoir trouvé par le Problème troisieme, le rapport des deux demi-diametres BC , AC , on imaginera un cercle $BEDL$, circonscript à l'ellipse $ABDP$; on prolongera MS en N , & l'on tirera NO parallele & égale à la perpendiculaire SR : il est clair que l'angle CNO est égal au complement de l'anomalie apparente du Satellite, ainsi l'on fera Comme le Rayon, au Cofinus de l'anomalie apparente du Satellite. De même NC , ou BC à OC . 2°. Comme BC à AC . De même OC ou NM à SM qui sera ainsi connuë.

XXIII. *Plus simplement.* On a (en nommant S le Cofinus de l'anomalie apparente du Satellite, & r le rayon)

$$1^\circ. r \times OC = S \times BC \text{ ou } OC = \frac{S \times BC}{r}. \quad 2^\circ. BC \times SM = AC \times OC, \text{ ou } SM = \frac{AC \times OC}{BC} = \frac{AC}{BC} \times \frac{S \times BC}{r} = \frac{AC \times S}{r},$$

ce qui donne cette nouvelle proportion:

Comme le Rayon, au Cofinus de l'anomalie apparente du Satellite. De même le petit diametre AC à la ligne $SM =$ au Cofinus de la déclinaison apparente du Satellite, vû du centre de sa Planete.

R E M A R Q U E S.

XXXIV. Il suit évidemment du Problème second, que le lieu de l'apogée d'un Satellite, peut être assez différent du lieu géocentrique de sa Planete, & cela d'autant plus que l'inclinaison de son orbite à l'Ecliptique est plus grande (toutes choses étant supposées d'ailleurs égales;) car il n'y a que deux cas où leur longitude soit la même : le premier, lorsque les nœuds N, P, *n* se confondent en P; ce qui arrive lorsque le lieu géocentrique de la Planete est éloigné de 90° du vrai lieu du nœud *n* de son Satellite. Le second, lorsque les points D & X, V & R viennent à tomber en Z & en M, ou ce qui est la même chose, lorsque l'orbite du Satellite, étant vuë de la terre, paroît en forme de ligne droite.

Cependant Mr. CASSINI semble avancer le contraire, lorsqu'il dit * : " On calcule pour ce tems le vrai lieu de Saturne à l'égard de la terre, *qui est le même* que celui du Satellite lorsqu'il est dans sa conjonction supérieure, " & c'est là la premiere difficulté que j'avois à proposer.

XXV. Comme le mouvement d'un Satellite à l'Ecliptique est quelquefois fort différent de son vrai mouvement, pris sur le plan de son orbite; sur tout si ces deux cercles sont fort inclinés l'un à l'autre. Il me paroît que l'on doit toujours avoir égard à ce dernier préferablement à l'autre, si l'on veut connoître exactement le tems périodique d'un Satellite, ou la quantité de son moyen mouvement pendant un certain tems déterminé.

Mais

* Mémoires de l'Académie de 1716. pag. 259. édit. d'Amsterd.

Mais Mr. *Cassini* dit encore (*pag.* 259) : “ Mais comme il
 „ arrive rarement que Saturne n'ait point eu de mouvement
 „ à l'égard de la terre pendant plusieurs revolutions que
 „ l'on veut comparer ensemble ; il faut faire cette pro-
 „ portion : Comme le nombre des revolutions obser-
 „ vées, qui sont chacune de 360° plus ou moins les
 „ degrés du mouvement vrai de Saturne, sont à 360° &c.”
 Et dans un autre endroit (*pag.* 260.) “ Le mouvement
 „ vrai de Saturne pendant cet intervalle a donc été de
 „ $15^\circ 24'$, qu'il faut ajouter aux 79 revolutions &c.”
 Voilà la seconde des difficultés que j'avois à proposer.

XXVI. A la vérité ces deux différentes manieres de déterminer le moyen mouvement d'un Satellite, ne donneront peut-être qu'une différence de quelques degrés, pour un espace de plusieurs années, laquelle étant ensuite subdivisée en un nombre de parties égal au nombre des jours compris dans ce long intervalle de tems, deviendra alors insensible ; en sorte que le moyen mouvement journalier du Satellite, déterminé par l'une de ces méthodes, sera sensiblement le même que celui que l'on aura trouvé par l'autre.

C'est peut-être cette raison qui avoit engagé Mr. *Cassini* à se servir de la méthode la plus courte & la plus facile : cependant il me semble que dans le cas présent, on devroit préférer celle que je vais proposer, quoi- qu'elle soit plus longue & plus pénible, parce qu'elle est plus exacte, surtout puisque la différence dont je viens de parler (Art. XXVI.) étant distribuée sur un certain nombre d'années, peut aller jusques à quelques degrés ; & cette exactitude est principalement nécessaire dans la détermination des époques.

XXVII. On fait que l'inclinaison de l'orbite d'un Satellite avec celui de sa Planete reste toujours à très peu près constante, tandis qu'à l'égard de plusieurs Satellites les nœuds de ces deux cercles se meuvent continuellement. D'où il suit que l'inclinaison du premier à l'Ecliptique & le mouvement de ses nœuds peuvent changer & varier irrégulièrement, & d'autant plus sensiblement, que l'orbite de sa Planete sera plus inclinée à l'Ecliptique, & que le mouvement des nœuds de ce dernier cercle avec l'orbite du Satellite sera plus prompt.

Ainsi, soit dans la construction, soit dans l'usage des Tables astronomiques d'un Satellite, on prendra toujours l'inclinaison & les nœuds de son orbite, à l'égard de l'orbite de sa Planete, plutôt qu'à l'égard de l'Ecliptique : de même lorsqu'on voudra mettre en pratique les Problèmes précédens, on supposera le plan EB parallèle, non pas à ce dernier, mais à ce premier cercle; ce qui ne changera absolument rien dans la maniere de résoudre ces Problèmes, puisqu'on peut toujours également déterminer la valeur des arcs de grands cercles BM, B_n. On n'a pour cet effet qu'à calculer par les Tables astronomiques, & à l'égard de la Planete C la longitude IB, & la latitude BM de la terre réduites à l'orbite EB de la Planete, en commençant à compter les degrés de longitude depuis le nœud ascendant I de ce cercle à l'Ecliptique.

J'ai eu deux raisons pour ne pas supposer dans le commencement le plan EB parallèle à l'orbite de la Planete; l'une est, que je craignois d'être embrouillé ou obscur, en voulant embrasser trop de choses à la fois; l'autre, que

que je n'aurois pas pu prouver aussi clairement ce que j'ai avancé dans l'Article XXIV. Mais si l'on veut absolument corriger les Problèmes précédens à cet égard, on n'aura qu'à mettre par tout, à la place du mot d'*Ecliptique*, celui d'*Orbite de la Planete du Satellite*, & au lieu de prendre les termes de longitude & de latitude dans le sens qu'on leur donne ordinairement, on supposera que la premiere se compte sur des cercles paralleles, & la seconde sur des cercles perpendiculaires, non pas à l'Ecliptique, mais à l'orbite de la Planete du Satellite.

XXVIII. Oserois-je à présent faire quelques réflexions sur la meilleure maniere de construire des Tables astronomiques d'un Satellite, en se servant d'une méthode dont j'ai démontré ci-devant les principes & les fondemens. Pour cet effet,

§. I. On déterminera aussi exactement qu'il sera possible, 1°. l'inclinaison de l'orbite d'un Satellite, à l'orbite de sa Planete. 2°. La situation de son nœud ascendant pour un tems marqué; & 3°. la quantité du mouvement de ce nœud pendant l'espace de une ou plusieurs années. Ensuite l'on en fera une Table que l'on joindra à celles du Satellite: parce que, pour avoir exactement l'arc nx ou la distance de l'apogée du Satellite à son nœud ascendant, (je suppose toujours dans la suite le plan EB parallele à celui de l'orbite de la Planete C,) il est nécessaire de connoître la vraie situation de ce nœud pour un tems donné. Fig. 1.

§. II. Pour connoître exactement le tems moyen qu'un Satellite employe à revenir à son nœud ascendant, 1°. on choisira deux observations de son anomalie apparente,

aussi éloignées l'une de l'autre qu'il se pourra, mais qui aient été faites lorsque la Planete principale C étoit à peu près dans le même point de son orbite, ainsi que le dit Mr. CASSINI. 2°. On calculera pour le tems de ces deux observations (par Art. XIV.) l'arc zx ou la distance de l'apogée du Satellite à son nœud ascendant avec l'orbite de sa Planete; ainsi son anomalie apparente étant connue, on aura pour ces deux tems là sa vraie distance à son nœud ascendant, & prise sur le plan de son orbite, d'où l'on connoitra le nombre de degrés, minutes & secondes dont il étoit plus ou moins éloigné du même nœud dans la seconde que dans la premiere observation. 3°. Divisant ensuite l'espace de tems compris entre ces deux observations, par le tems périodique du Satellite, qui est toujours à peu près connu, l'on aura le nombre de ses revolutions écoulées pendant tout cet intervalle. L'on fera donc 4°. avec Mr. *Cassini*, la proportion suivante :

Comme le nombre des revolutions observées, qui font chacune de 360° , plus ou moins le nombre de degrés, minutes &c. dont le Satellite étoit plus ou moins éloigné de son nœud ascendant dans la seconde que dans la premiere observation.

à 360° ou 1296000"

De même l'intervale de tems compris entre les deux observations (lequel on reduira en minutes ou secondes d'heures.)

Au tems moyen que le Satellite employe à revenir à son nœud ascendant ou au même point de son orbite. 5°. L'on trouvera ensuite son moyen mouvement journalier, dont on se servira comme à l'ordinaire pour la construction des Tables.

§. III.

§. III. On prendra ensuite plusieurs autres observations faites lorsque la Planete du Satellite étoit en différens points de son orbite, d'où l'on connoitra, par la méthode précédente, la variation des mouvemens vrais journaliers du Satellite, suivant que sa Planete est plus ou moins éloignée de son aphelie; car on remarque que la Lune, par exemple, se meut plus vite lorsque la terre est dans son aphelie, & plus lentement lorsqu'elle est dans son perihelie; d'où l'on peut conclure, que les inégalités que l'on observe dans les mouvemens des Satellites pourroient bien venir d'une cause semblable.

On construira donc sur ces fondemens une Table des équations qu'il faut ajouter ou ôter de la quantité du moyen mouvement du Satellite, pour avoir celle de son mouvement vrai, suivant que sa Planete est plus ou moins éloignée de son aphelie. Mais il faut remarquer que cette équation doit être nulle ou zero, lorsque la Planete est dans son aphelie, en sorte que le lieu moyen du Satellite soit alors précisément le même que son lieu vrai; & c'est à quoi il faudra aussi prendre garde, lorsque l'on calculera les distances moyennes du Satellite à son nœud ascendant pour les tems qu'on aura choisis pour époques, ainsi qu'on le pratique ordinairement dans le calcul des époques de l'anomalie moyenne ou du mouvement moyen des grandes Planetes.

§. IV. Lorsqu'on voudra faire des Ephemerides des configurations des Satellites d'une Planete, il ne sera nullement nécessaire de résoudre immédiatement pour chaque jour les Problèmes I. II. & III. Il suffira de le faire seulement pour tous les 30. jours, si ces Ephemerides
regar-

regardent les Satellites de Saturne, & pour tous les 15 jours si elles regardent ceux de Jupiter. Ensuite on trouvera facilement pour tous les autres jours, par le moyen de l'addition ou de la soustraction des parties proportionnelles, 1°. la distance de l'apogée du Satellite à son nœud ascendant avec l'orbite de sa Planete, & 2°. le rapport des deux diametres de son orbite apparente & elliptique; en sorte que par là, la méthode que j'ai proposée, outre l'avantage d'être plus exacte que l'autre, ne sera gueres plus difficile ou plus longue dans la pratique.

XXIX. Ayant appliqué cette Theorie au quatrieme Satellite de Saturne, dont les observations rapportées dans les Mémoires de 1716. s'écartoient d'environ un degré des calculs tirés des Tables de Mr. *Cassini*, je trouvais que les calculs fondés sur la Theorie précédente s'éloignoient de ces mêmes observations jusques à 6. degrés, sans pouvoir attribuer de si grandes différences à autre chose qu'aux défauts des observations, ou à une inégalité réelle des mouvemens de ce Satellite: cette premiere cause de la différence entre les calculs fondés sur la Theorie & les observations ne me paroissant nullement vraisemblable, je fus obligé de reconnoître que non seulement ce quatrieme Satellite, mais encore les trois autres plus intérieurs, lesquels se meuvent dans un plan commun, & le même que celui de l'anneau, étoient sujets à des inégalités considérables dans leurs moyens mouvemens, à peu près proportionnelles à leurs tems périodiques, & dépendantes de la distance de Saturne au nœud ascendant de son anneau; les Satellites se meuvent
plus

plus vite lorsque Saturne étoit proche des limites de ce même anneau, & plus lentement lorsqu'il étoit proche de ses nœuds; D'où résultoient des équations des moyens mouvemens de ces Satellites, à peu près proportionnelles à la réduction de leurs orbes, soustractives dans les signes 0, 1, 2, 6, 7, & 8 de la distance de Saturne à ces nœuds, & additive dans les autres. La plus grande pour le quatrième Satellite est d'environ $4^{\circ} 15'$.

XXX. Le cinquième Satellite qui se meut dans un plan différent de l'anneau & des quatre précédens, n'est pas vraisemblablement sujet à cette inégalité; ce que je conjecture sur ce que Mr. *Cassini* dit, que les calculs tirés de ces Tables différent quelquesfois des observations de 6 à 7 degrés, ces différences venant sans doute de ce qu'il n'a pas réduit au plan de l'Ecliptique les longitudes de ce Satellite calculées par ses Tables. Si cette inégalité du mouvement des quatre premiers Satellites de Saturne est bien réelle, elle paroît mériter d'être examinée avec soin, & sur un plus grand nombre d'observations que celles qui sont rapportées dans les Mémoires cités; d'autant plus qu'elle est absolument différente de celles que l'on a découvertes jusques à présent dans le mouvement des Planètes, soit principales, soit secondaires; à moins que l'on ne soupçonne les Satellites de Jupiter sujets à quelque inégalité semblable, mais beaucoup moindre, laquelle auroit peut-être empêché les Astronomes modernes de représenter par leurs Tables les observations de ces Satellites, sur tout des plus extérieurs, aussi exactement qu'ils l'auroient souhaité.

LOI DE L'ÉQUILIBRE
DÉMONTRÉE,
AVEC LE PRINCIPE
DU LEVIER ET DU COIN.

I.

TAB. IV.
Fig. I.
Des propriétés du Levier.

TROIS poids donnés P , Q , R , & déterminés, ne seront en équilibre que quand les directions de P & de Q , FE & FD feront un angle déterminé F ; dès que cet angle deviendra plus obtus, les poids P & Q l'emporteront sur le poids R , descendront & le feront monter. Le contraire arrivera si on tire la corde RF , & que l'angle F devienne plus aigu.

II.

Concevons donc à la pointe de l'angle F deux triangles infiniment petits, desquels FZ soit le côté commun; & concevons que les cordes FE & FD sont parvenues du point F au point Z , & que leurs longueurs ont été changées en EZ & DZ , au lieu qu'auparavant elles étoient EF , DF .

III.

Autant qu'elles se feront acourcies, autant les poids P & Q auront descendu, & les différences entre EF & EZ d'un côté, & la différence entre DF & DZ de l'autre, marqueront les vitesses des poids P & Q , &

par

par conséquent leurs forces, en multipliant ces vitesses par leurs masses.

I V.

Pour avoir les différences, expressions de ces vitesses, du point E & du rayon EZ je décris le petit arc ZV; semblablement du point D & du rayon DZ je décris le petit arc ZT; alors FV & FT marqueront les différences des longueurs, & les forces s'exprimeront par $P \times VF$, & par $Q \times TF$; Enfin la vitesse de R s'exprimera par sa montée FZ, & sa force par $R \times FZ$.

V.

Qu'on tire maintenant sur la direction de RF prolongée, les perpendiculaires EG & DH; à cause des arcs infiniment petits ZV & ZT confondus avec leurs tangentes, les angles V & T sont censés droits, & à cause de l'angle VFZ commun, les triangles rectangles VFZ & FEG seront équiangles, & semblables. J'en dis autant de FZT, & de FDH.

V I.

Par conséquent FV (vitesse de P) est à FT (vitesse de Q,) comme FG à FH; & ce que FV & FT expriment en petit, FG & FH l'expriment en grand.

V I I.

Enfin, comme dans les triangles FZV & FEG, la ligne FZ est analogue à l'hypoténuse EF, & que dans les triangles FZT & FHD la ligne FZ est encore ana-
Z 2
logue

logue avec l'hypoténuse FD ; il s'ensuit que la vitesse de R est à la vitesse de P comme le sinus total, au sinus de l'angle E , & que la vitesse de R est à la vitesse de Q comme le sinus total au sinus de l'angle D , lesquels angles sont les complémens des inclinaisons des obliques FE FD avec les perpendiculaires.

V I I I.

On doit convenir que R ne consume pas toute la force contre P , car il ne lui en resteroit aucune pour contrebalancer Q . Il faut donc nécessairement concevoir en R deux parties M & N , dont M fasse contrepoids avec P , & N contrepoids avec Q .

I X.

La vitesse de M par rapport à P s'exprime par le rapport de EF à FG . $EF \times M$ fera donc l'expression de la force ; & comme la force P qui s'exprime par $FG \times P$ devra être égale à $EF \times M$, il faudra que $M. P :: FG. EF$. & cela aura lieu si M s'exprime par FG , & P par EF .

X.

Par un raisonnement tout semblable, je prouverai que N doit s'exprimer par HF , & Q par FD .

X I.

Or $GB = HF$ à cause des triangles rectangles & des angles alternes HFD & FBE , & des côtés égaux FD & EB (dans le parallélogramme $BEFD$,) d'où il suit que $FG + HF = FB$; par conséquent à $M + N$, juste expression de R , comme FE & FD sont les justes expressions de P & de Q .

X I I.

X I I .

Ainsi $FG + GB$ est l'expression de R , & FE celle de P , FD enfin celle de Q en cas d'équilibre, parce que le poids $FG \times FE$ (son chemin) d'un côté $= P (= FE) \times FG$, son chemin; & que d'un autre $GE \times FD$ (son chemin) $= Q (= FD) \times GB$ son chemin.

X I I I .

L'équilibre est donc démontré par un principe simple & naturel, Physique autant que Geometrique, dégagé de la Question qui n'est pas tout-à-fait sans embarras, savoir, si les forces P & Q , exprimées par FE & FD , & tirans suivant ces directions, se bornent précisément à une impulsion exprimable au juste par FB .

X I V .

Lorsque pour le prouver je supposerai que les effets FI & FK se détruisent précisément pour ne laisser en action que les efforts IE & $KD = FG + GB = FB$, il faudroit avoir prouvé que ces deux efforts contraires IF & FK sont égaux, puisque cette égalité paroît nécessaire pour les faire évanouir, suppositions d'égalité, qui, en une infinité de cas, paroît incompatible avec l'inégalité de ces directions FI & FK .

Mais ma démonstration en ce cas partagera la ligne FB en deux parties qui seront entr'elles comme 3 à 5, ce qui sera facile & clair en faisant 1°. $6 = \frac{24}{4}$. 2°. FH

de $\frac{9}{4}$, & $HB = FG$ de $\frac{15}{4}$, & dès là j'aurai $Q (= 3)$

Z 3 $\times FH$

$\times FH (= \frac{9}{4}) = \frac{27}{4}$, & de l'autre côté la partie N de
 $R = \frac{9}{4}$ multiplié par $FD = 3$; son chemin donnera
aussi pour produit $\frac{27}{4}$. Comme d'un autre côté $P (= 5)$
 $\times HB = \frac{15}{4}$, son chemin produira $\frac{75}{4}$. Et M seconde
partie de R exprimé par HB (seconde partie de FB)
 $= \frac{15}{4} \times DB = FE = 5$ (son chemin) donnera aussi
pour produit, & pour expression de sa force $\frac{75}{4}$.

X V.

Quand encore, pour rendre raison de l'équilibre, par
l'égalité des forces qui se contrebalancent, on multiplie P
(exprimé par FE) par son chemin FE pour avoir FE^2 .
& Q (exprimé par FD) par son chemin FD pour avoir
 FD^2 , & qu'enfin l'on multiplie R (exprimé par FB)
par son chemin FB pour avoir FB^2 , ne se trompe-t-
on point, au moins me semble-t-il que je viens d'assigner
par démonstration, que FB est l'expression juste des che-
mins de P & de Q, & non pas FE & FD, & qu'au
contraire $FE + FD$ sont les expressions des chemins de
R, & non pas FB.

X V I.

Mais en mettant à part ce que je viens d'établir, pour
prouver la vérité de ces expressions des vitesses, lorsque
pour démontrer par un raisonnement contraire l'égalité
des

des forces P & de Q d'un côté, avec R de l'autre, l'on prétend que $FE^2 + FD^2 = FB^2$, on pose un fait qui ne peut avoir lieu que dans le cas des angles E & D droits, auquel cas il s'en trouve une infinité d'opposés; par exemple, que BF soit de 6, FD de 3, DB de 5, alors $DB^2 + ED^2$ monteront à $25 \times 9 = 34$, & FB^2 se trouvera valoir 36.

PRINCIPE DU LEVIER.

XVII.

Le poids R exprimé justement par la diagonale FB pendant que P est exprimé également juste par le côté FE & Q, par le côté FD, le poids R, dis-je, dans un tel cas suffit pour tenir en repos l'un & l'autre des poids P & Q; de là je conclus qu'un Cylindre fixe en F, autour duquel la corde EFD fera un pli en F, aura tout l'effet du poids R: car le cylindre fixe, d'un côté, ne montera non plus que R ne montoit; & d'un autre, ne pèseroit pas plus que R ne pesoit. Ainsi P & Q seront en équilibre, si leurs pesanteurs (ou premiers effets) sont entr'elles comme le côté FE est au côté FD.

XVIII.

Par la même raison, si le bout supérieur B de la corde repliée BFE est accroché & affermi en P comme FG (expression du chemin de P) est à EF (expression du chemin de R,) c'est-à-dire, si les poids sont entr'eux comme le sinus du complement de l'angle d'inclinaison est au sinus total.

PRO-

PROPRIETE' DU COIN.

X I X.

Par le même principe dont je me suis servi, par la même méthode de raisonnement, je démontrerai la force du coin.

X X.

Que le coin ABO (*fig. 2.*) soit parvenu en D , le bois se serre en I & K ; & dans ces deux points se réunissent les efforts des parties du bois & leur résistance à une plus grande dilatation.

X X I.

Sur I & K j'éleve les perpendiculaires qui se croisent en C , parce que je suppose que le coin est autant avancé par rapport à son côté AD , que par rapport à son côté BD . Ainsi ces côtés étant égaux, $DI = DK$ plus RD étant la direction du coin, le partage, & $ADK = RDB$: donc les triangles DIC & DLK sont égaux, comme étant rectangle, & les angles ADR & RDB égaux, & ID , DK restent l'un & l'autre de côté égaux, AD & BD également avancés vers D , & par conséquent DC est leur côté commun, & en C de ce côté DC se réunissent les côtés égaux IC KC .

X X I I.

Afin que le coin se trouve dans cette place, & que la résistance du bois à se laisser élargir davantage en K & en

en T égale l'impression qui se fait en R. Pour faire avancer le coin, il faut que ces deux forces considérées en elles-mêmes soient en raisons reciproques des chemins qui se feroient, quand, d'un côté, le coin descendroit, & que de l'autre, I & K s'éloigneroient plus qu'ils ne font.

XXII.

Puisqu'il s'agit d'équilibre, il convient de poser les chemins de C de I & de K infiniment petits.

Que C descende & arrive en Z; que de ce point Z on tire les perpendiculaires Zy, & Zx sur Ic & Kc, paralleles, par conséquent à DI & DK; puisque C est en Z les écarts seront égaux à ceux qui avoient eu lieu lorsque C étoit en C.

ZV & ZT seront devenus plus grands de l'excès de CI sur ZV, & de CK sur ZT, savoir Cy & Cx, puisque IZ est un parallelogramme.

XXIII.

1°. Les angles y & x sont droits, & CZ est une hypotenuse.

2°. Zy perpendiculaire sur Cy de même que DI qui lui est parallele.

Donc l'angle yzC = CDI: donc le triangle rectangle yzC est équiangle au triangle rectangle ADR, donc AD . AR :: CZ . Cy; Donc AD est la juste expression du chemin du coin, & AR celle de celui du bois.

XXIV.

De même, de l'autre côté je prouverai que RB est une juste expression du chemin du bois, & BD une juste expression du chemin du coin.

XXV.

Donc le chemin du coin est au chemin du bois comme $AD + BD$ est $AR + RB$: or $AB + BD$ & $AR + RB$, sont entr'elles comme leurs moitiés AD & AR , puisque le coin est isocelle.

Donc AD marque le chemin du coin, & AR celui du bois.

Donc il y aura équilibre, si l'impulsion du poids ou du choc appliqué sur R est à la résistance du bois, comme AR chemin du bois est à AD chemin du coin.



pose que le nombre d'hommes représenté par l'espace $EABME$ est mort, à la durée entière de la vie humaine, supposée, par exemple, de 80. ans.

6. Suivant ce qui a été dit (*Art. IV.*) l'espace $AabHA$ représentera le nombre d'enfans vivans dans le même lieu, au même moment, depuis l'âge d'un jour jusques à celui d'un an, si l'on ajoute à ce nombre celui des enfans du même âge qui meurent dans l'intervale d'une année, lequel est représenté par l'espace $EaaAE$, on aura l'espace $EHbaE$ proportionnel au nombre de tous les enfans, depuis l'âge d'un jour à celui d'un an, qui ont vécu & existé dans le même lieu, pendant l'intervale d'une année.

7. Or ce nombre d'enfans est égal au nombre total des morts de tout âge, qui meurent dans l'intervale d'une année, c'est-à-dire, que $EHbaE = EABME$, & $AHbaA = aaBMa$.

8. Au bout d'une année, l'âge de ces enfans sera augmenté d'autant, & leur nombre diminué de celui des morts, qui, chaque année meurent depuis l'âge d'un an à celui de deux; leur âge sera donc celui des enfans dont l'on suppose, dans la figure, que l'espace $abib\alpha$ représente le nombre de vivans, & l'espace $aa\beta\beta\alpha$ le nombre des morts; d'où il suit, que $abib\alpha = AHbaA - aa\beta\beta\alpha = aaBMa - aa\beta\beta\alpha = bBM\beta$.

9. On prouvera de même que l'espace $biKcb = \gamma cBM\gamma$, & l'espace $cKldc = d dBMd$ &c.

10. Soient donc nommées BD , ou BC , ou Bd , Bc (x) GD , ou FC , ou $d\delta$, (y) & DK , ou CI , ou dl &c. (u), on aura $udx = ydx$ & $dudx = ydx$, ou
 du

$du = y$, ce qui fera l'équation différentielle de la courbe HIKL à l'égard de la courbe EFGM; de sorte que celle-ci étant donnée, l'autre le fera aussi, & par conséquent encore, le rapport du nombre des habitans vivans au même moment dans le même lieu, à celui des habitans qui y meurent dans l'intervale d'une année.

11. Supposé, par exemple, qu'il meure toutes les années un égal nombre de personnes de chaque âge, la ligne EFGM deviendra une droite parallèle à AB, & supposant $AE = 1$, l'espace EABME sera $= 80$; & par conséquent l'espace EHbaE $=$ aussi à 80, & la ligne Aa étant $= 1 = AE$, il faudra que EH vaille 80, & AH 79: mais puisque dans ce cas y est constante, du le sera aussi; & partant la ligne HIKL sera aussi une ligne droite, passant par les points H & B, de façon que l'espace AHLBA deviendra un triangle, dont la base étant égale à celle de l'espace rectangulaire EABME, & la hauteur HA 79 fois plus grande que celle AE de ce dernier espace, la surface de ce triangle sera environ 40 fois plus grande que celle de cet espace, ou le nombre des habitans vivans 40 fois plus grand que celui de ceux qui meurent dans l'intervale d'une année.

12. Supposant maintenant que le nombre annuel des mourans de chaque âge, au lieu d'être égal, diminue en progression arithmétique, à commencer depuis l'enfance, la ligne EFGM sera encore une ligne droite, qui passera par les points E & B; son équation sera (en supposant toujours $EA = 1$ & $AB = 80$) $y = \frac{x}{80} = du$;

L'espace EABEA $= 40$, $= \frac{xx}{160}$.

A a 3

Puisque

Puisque $du = \frac{x}{80}$, ou plutôt $= \frac{x dx}{80}$, on aura $u = \frac{xx}{160}$, & $u dx = \frac{xx dx}{160}$, & $\int u dx$ ou l'espace AHLBA $= \frac{x^3}{480}$, & par conséquent AHLBBA : EABEA ;
 ou le nombre des vivans aux morts :: $\frac{x^3}{480} : \frac{xx}{160} :: \frac{x}{9} : 1$
 :: 27 : 1.

13. Mais la ligne EFGM n'est pas une ligne droite ; & entre ces deux cas extrêmes que l'on vient d'examiner, il y a une infinité de moyens dans lesquels la ligne EFGM est toujours une ligne courbe, & dont la nature ne peut être connue que par l'expérience.

14. Elles s'accordent toutes à donner pour la ligne EFGM une courbe à un maximum & à un minimum, sans compter ses deux extrémités E & M, qui, relativement à ses autres points, sont des especes de maximum & minimum.

Voici, à peu près, quelles sont les dimensions ordinaires de cette courbe. Ayant toujours supposé EA = 1, & AB = 80, ou si l'on veut = aussi à 1, on trouve par le plus grand nombre des expériences, que AD étant $= \frac{1}{2}$ DG sera $= \frac{2}{7}$, & AC = $\frac{1}{4}$ FC = BM = $\frac{2 \times 2}{7 \times 7} = \frac{4}{49}$. L'équation de la courbe EFGM sera donc en nommant toujours BD ou BC x , & DG ou CF y , $y = \frac{4}{49}$ ou $\frac{1}{12} + lx - mxx + nx^3$, ce qui donne $\frac{4}{49}$
 †

$$+ \frac{l}{2} - \frac{m}{4} + \frac{n}{8} = \frac{2}{7}, \text{ ou } 2 + 12l - m + 3n = \frac{48}{7}$$

$$= 7 \text{ \& } \frac{1}{12} + \frac{3l}{4} - \frac{9m}{16} + \frac{27n}{64} = \frac{1}{12}, \text{ ou } 48l - 36m$$

$$+ 27n = 0, \text{ ou } 16l - 12m + 9n = 0; \text{ \& enfin } \frac{1}{12}$$

$$+ l - m + n = 1, \text{ d'où l'on tirera enfin } l = \frac{255}{49} \text{ ou}$$

$$5 \frac{1}{5}, m = \frac{730}{49} = 15 - \frac{1}{10}, n = \frac{520}{49}, \text{ ou } 10 \frac{3}{5}, \text{ \&}$$

$$y = \frac{4}{49} + \frac{255}{49}x - \frac{730}{49}xx + \frac{520}{49}x^3, \text{ ou } = \frac{1}{49} \times 4 +$$

$$255x - 730xx + 520x^3, \text{ \& } \int y dx = \frac{1}{49} \times 4 + \frac{255}{2} -$$

$$\frac{730}{3} + \frac{520}{4} = \frac{109}{294}, \text{ ou } \frac{10}{27}, \text{ \& } \int u dx = \frac{1}{49} \times 2 + \frac{255}{6}$$

$$- \frac{730}{12} + \frac{520}{20} = \frac{1}{49} \times \frac{29}{3} = \frac{29}{147}; \text{ Donc } \int y dx : \int u dx$$

ou l'Aire EABME : Aire AHLBA, ou nombre

des mourants à celui des morts :: $\frac{10}{27} : 80 \times \frac{29}{147} :: \frac{1}{9} : 8$

$\times \frac{29}{49} :: 49 : 8 \times 9 \times 29 :: 49 : 2088 :: 1 : 42 \frac{3}{5}$.

RESO-

Ayant tiré par le point G d'intersection des deux tangentes la perpendiculaire $G\beta$, on aura, à cause des angles droits, $K G \beta$, $F \beta G$, $E \beta G$, $H K G$, $I K G$; on aura, dis-je, $F G \beta = G E \beta = G I K = H G K$ & $F G B = G E \beta = I G K = G H K$, & partant les deux triangles $F G \beta$ & $\beta G E$ semblables à $G I K$ & $G H K$; & partant $F E = \frac{2}{3} A C : \beta E$ (ou $A C + \beta C$) :: $H I$ ou $H C - I C : H K$, lequel ôté de $H C$, donnera très approchamment la valeur de $Q B$ presque = $K C$ ou $G \beta$; βC se trouve en faisant $F E : G \beta (= K C$
 $\frac{2}{3} H C + \frac{1}{3} I C) :: H I : G K$.



TABLES

DES

MOMENS DE L'EQUINOXE

MOYEN,

ET DE LA

NOUVELLE LUNE MOYENNE

EQUINOCTIALE.

AVERTISSEMENT

S U R

C E S T A B L E S.

CEs Tables ont été calculées après la mort de l'Auteur, suivant les Principes exposés dans sa dissertation sur le Cycle, à laquelle nous renvoyons le Lecteur, à la *page* 77. en particulier. Pour avoir les Tables complètes, il auroit fallu les calculer pour 260. ans, mais on s'est plutôt proposé d'en donner un échantillon, que de les donner en entier.

TABLE DES EQUINOXES MOYENS
ET DES NOUV. LUNES MOYENN.

<i>Moments de l'Equinoxe.</i>			<i>Moments de la</i>			<i>N. L.</i>	<i>Prem.</i>	<i>Pleine</i>	<i>Dern.</i>				
						<i>moyen</i>	<i>Quadr.</i>	<i>Lune.</i>	<i>Quadr.</i>				
Mois de	H.	Min.	S.	Mois	Jours	H.	Min.	S.	ANNEES DU CYCLE.				
Mars	22	12.	11.	05.	Mars	22	12.	05.	32.	1	261	521	781
	22	18.	00.	00.	M.	11	08.	54.	08.	2	262	522	782
	22	23.	48.	55.	M.	30	06.	26.	50.	3	263	523	783
	22	05.	37.	51.	M.	18	20.	15.	27.	4	264	524	784
	22	11.	26.	46.	M.	08	0.	04.	04.	5	265	525	785
	22	17.	15.	41.	M.	27	21.	36.	46.	6	266	526	786
	22	23.	04.	36.	M.	16	06.	25.	21.	7	267	527	787
	22	04.	53.	33	Avril	04	03.	58.	05.	8	268	528	788
	22	10.	42.	27.	Mars	23	12.	46.	40.	9	269	529	789
	22	16.	31.	19.	M.	12	21.	35.	17.	10	270	530	790
	22	22.	20.	19.	M.	31	07.	07.	59.	11	270	531	791
	22	04.	09.	15.	M.	20	15.	56.	33.	12	271	532	792
	22	09.	58.	10.	M.	10	00.	45.	13.	13	272	533	793
	22	15.	45.	25	M.	28	22.	17.	55.	14	273	534	794
	22	21.	36.	00	M.	18	07.	06.	32.	15	274	535	795
	22	03.	25.	41.	Avril	05	04.	39.	12.	16	275	536	796
	22	09.	13.	51.	Mars	25	13.	27.	50.	17	276	537	797
	22	15.	02.	46.	M.	14	22.	16.	26.	18	277	538	798
	22	20.	51.	42.	Avri	02	19.	49.	08.	19	278	539	799
	22	02.	40.	37.	Mars	22	04.	37.	45.	20	279	540	800
	22	08.	29.	33.	Avril	11	02.	10.	26.	21	280	540	801
	22	14.	18.	28.	Mars	30	10.	59.	03.	22	281	542	802
	22	20.	07.	23.	M.	19	19.	47.	40.	23	282	543	803
	22	01.	56.	19.	M.	08	04.	36.	18.	24	283	544	804
	22	07.	45.	14.	M.	27	02.	08.	58.	25	284	545	805
	22	13.	34.	10.	M.	16	10.	57.	33.	26	285	547	806
	22	19.	23.	05.	Avri	04	08.	30.	21.	27	286	548	807
	22	01.	12.	00.	Mars	23	17.	18.	53.	28	287	549	808
	22	07.	00.	56.	M.	13	02.	07.	31.	29	288	550	809

TABLE DES EQUINOXES MOYENS
ET DES NOUV. LUNES MOYENN.

<i>Moments de l'Equinoxe.</i>			<i>Moments de la</i>				<i>N. L.</i>	<i>Prem.</i>	<i>Plein.</i>	<i>Dern.</i>			
							<i>moyen.</i>	<i>Quadr.</i>	<i>Lune.</i>	<i>Quadr.</i>			
Mois de	H.	Min.	S.	Mois	Jours	H.	Min.	S.	ANNEES DU CYCLE.				
Mars	22	12.	49.	51.	Mars	31	23.	40.	11.	30	289	550	810
	22	18.	38.	47.	M.	21	08.	28.	11.	31	290	551	811
	22	00.	27.	42.	M.	09	17.	17.	26.	32	292	552	812
	22	06.	16.	37.	M.	28	14.	50.	07.	33	293	553	813
	22	12.	05.	33.	M.	17	23.	38.	44.	34	294	554	814
	22	17.	54.	28.	Avril	05	21.	11.	25.	35	295	555	818
	21	23.	43.	24.	Mars	25	06.	00.	03.	36	296	556	816
	22	05.	32.	19.	M.	14	14.	48.	40.	37	297	557	817
	22	11.	21.	14.	Avril	02	12.	21.	20.	38	298	558	818
	22	17.	10.	09.	Mars	22	21.	09.	57.	39	299	559	819
	21	22.	59.	05.	M.	11	05.	58.	34.	40	300	560	820
	22	04.	48.	00.	M.	30	03.	31.	15.	41	301	561	821
	22	10.	36.	56.	M.	18	12.	19.	53.	42	302	562	822
	22	16.	28.	51.	M.	08	21.	08.	19.	43	303	563	823
	21	22.	14.	45.	M.	26	18.	41.	09.	44	304	564	824
	22	04.	03.	42.	M.	16	03.	29.	48.	45	305	565	825
	22	09.	52.	37.	Avril	04	00.	02.	28.	46	306	566	826
	22	15.	41.	33.	Mars	24	09.	51.	05.	47	307	567	827
	21	21.	30.	28.	M.	12	18.	39.	43.	48	306	568	828
	22	03.	19.	24.	M.	31	16.	12.	24.	49	309	569	829
	22	09.	08.	19.	M.	21	01.	01.	01.	50	310	580	830
	22	14.	57.	14.	M.	10	09.	49.	38.	51	311	571	831
	21	20.	46.	09.	M.	28	07.	22.	19.	52	312	572	832
	22	02.	35.	05.	M.	17	16.	10.	57.	53	513	573	833
	22	08.	24.	00.	Avril	05	13.	43.	37.	54	314	574	834
	22	14.	12.	56.	Mars	25	22.	32.	14.	55	315	575	835
	21	20.	01.	51.	M.	14	07.	20.	51.	56	316	576	836
	22	01.	50.	45.	Avril	02	04.	54.	32.	57	317	577	837
	22	07.	39.	42.	Mars	22	13.	42.	10.	58	318	578	838

TABLE DES EQUINOXES MOYENS
ET DES NOUV. LUNES MOYENN.

<i>Moments de l'Equinoxe.</i>			<i>Moments de la</i>				<i>N. L.</i>	<i>Prem.</i>	<i>Plem.</i>	<i>Dern.</i>			
							<i>mojen</i>	<i>Quadr.</i>	<i>Lune.</i>	<i>Quadr.</i>			
Mois de	H.	Min.	S.	Mois	Jours	H.	Min.	S.	ANNEES DU CYCLE.				
Mars	22	13.	28.	37.	Mars	12	22.	30.	47.	59	319	579	839
	21	19.	17.	33.	M.	29	20.	03.	28.	60	320	580	840
	22	01.	06.	28.	M.	19	04.	52.	05.	61	321	581	841
	22	06.	55.	24.	M.	08	13.	40.	42.	62	322	582	842
	22	12.	44.	19.	M.	27	11.	13.	24.	63	323	583	843
	21	18.	33.	14.	M.	15	20.	02.	02.	64	324	584	844
	22	00.	22.	09.	Avril	03	17.	34.	41.	65	325	585	845
	22	06.	11.	05.	Mars	25	02.	23.	19.	66	326	586	846
	22	12.	00.	00.	M.	13	11.	11.	55.	67	327	587	847
	21	17.	48.	56.	M.	31	08.	44.	36.	68	328	588	848
	21	23.	37.	51.	M.	20	17.	33.	13.	69	329	589	849
	22	05.	26.	47.	M.	10	02.	21.	50.	70	330	590	850
	22	11.	15.	42.	M.	29	23	54.	31.	71	331	591	851
	21	17.	04.	37.	M.	17	08.	43.	08.	72	332	592	852
	21	22.	53.	33.	Avril	05	06.	15.	50.	73	333	593	853
	22	04.	42.	28.	Mars	26	15.	04.	26.	74	334	594	854
	22	10.	31.	24.	M.	14	23.	53.	05.	75	334	595	855
	21	16.	20.	19.	Avril	01	21.	25.	45.	76	336	596	856
	21	22.	09.	14.	Mars	22	06.	14.	22.	77	337	597	857
	22	03.	58.	09.	M.	10	15.	02.	59.	78	338	598	858
	22	09.	47.	05.	M.	50	12.	35.	40.	79	339	599	859
	21	15.	36.	00.	M.	18	21.	24	16.	80	340	600	860
	21	21.	24.	56.	M.	09	06.	12.	55.	81	341	601	861
	22	03.	13.	51.	M.	26	03.	45.	55.	82	342	602	862
	22	09.	02.	47.	M.	14	12.	34.	13.	83	343	603	863
	21	14.	51.	42.	Avril	03	10.	06.	53.	84	344	604	864
	21	20.	40.	37.	Mars	23	18.	55.	30.	85	345	605	865
	22	02.	29.	33.	M.	13	03.	44.	07.	86	346	606	866
	22	08.	18.	28.	Avril	01	01.	16.	48.	87	347	607	867

TABLE DES EQUINOXES MOYENS
ET DES NOUV. LUNES MOYENN.

<i>Moments de l'Equinoxe.</i>			<i>Moments de la</i>				<i>moyen.</i>	<i>Quadr.</i>	<i>Pleine</i>	<i>Dern.</i>			
							<i>N. L.</i>	<i>Prem.</i>	<i>Lune.</i>	<i>Quadr.</i>			
Mois de	H.	Min.	S.	Mois	Jours	H.	Min.	S.	ANNEES DU CYCLE.				
Mars	21	14.	07.	24.	Mars	20	10.	05.	36.	88	348	608	868
	21	19.	56.	19.	M.	09	18.	54.	03.	89	349	609	869
	22	01.	45.	14.	M.	28	16.	26.	43.	90	350	610	870
	22	07.	34.	09.	M.	18	01.	15.	20.	91	351	611	871
	21	13.	23.	05.	Avril	04	22.	48.	01.	92	352	612	872
	21	19.	12.	00.	Mars	25	07.	36.	38.	93	353	613	873
	22	01.	00.	56.	M.	14	16.	25.	16.	94	354	614	874
	22	06.	49.	51.	Avril	02	13.	57.	56.	95	355	615	875
	21	12.	38.	47.	Mars	21	22.	46.	30.	96	356	616	876
	21	18.	27.	42.	M.	11	08.	35.	11.	97	357	617	877
	22	00.	16.	37.	M.	30	05.	07.	51.	98	358	618	878
	22	06.	05.	33.	M.	19	13.	56.	28.	99	359	619	879
	21	11.	54.	28.	M.	08	22.	45.	05.	100	360	620	880
	21	17.	43.	24.	M.	26	20.	17.	47.	101	361	621	881
	22	23.	32.	19.	M.	17	05.	06.	24.	102	362	622	882
	22	05.	21.	14.	Avril	04	02.	39.	04.	103	363	623	883
	21	11.	10.	09.	Mars	23	11.	27.	41.	104	364	624	884
	21	16.	59.	05.	M.	12	20.	16.	20.	105	365	625	885
	22	22.	48.	00.	Avril	1	17.	49.	00.	106	366	626	886
	22	04.	36.	56.	Mars	21	02.	37.	38.	107	367	627	887
	21	10.	25.	51.	M.	09	11.	26.	15.	108	368	628	888
	21	16.	14.	46.	M.	28	08.	58.	55.	109	369	629	889
	22	22.	03.	41.	M.	18	17.	47.	32.	110	370	630	890
	22	03.	52.	36.	Avril	05	15.	20.	12.	111	371	631	891
	21	09.	41.	31.	Mars	25	00.	08.	49.	112	372	632	892
	21	15.	30.	26.	M.	14	08.	57.	24.	113	373	633	893
	22	21.	19.	21.	Avril	04	06.	30.	06.	114	374	634	894
	22	03.	08.	16.	Mars	23	15.	18.	44.	115	375	635	895
	21	08.	57.	13.	M.	09	08.	49.	51.	116	376	636	896

T A B L E S

D U

S O L E I L :

NB. Ces Tables ont été calculées après la mort de l'Auteur, d'après les Principes que l'on trouve dans les pages 26. & 44. Note *b* des Remarques Astronomiques sur DANIEL.

TABLE DU SOLEIL ET DE SON APOGÉE.

<i>Années Juliennes.</i>	<i>Moyens mouvemens du Soleil.</i>				<i>Moyens mouvemens de l'Apogée.</i>			
1	II	29	45	40	00	00	01	00
2	II	29	31	20	00	00	02	01
3	II	29	17	00	00	00	03	02
B. 4	00	00	01	48	00	00	04	03
5	II	29	47	28	00	00	05	03
6	II	29	33	09	00	00	06	04
7	II	29	18	49	00	00	07	05
B. 8	00	00	03	37	00	00	08	06
9	II	29	49	17	00	00	09	07
10	II	29	34	59	00	00	10	07
11	II	29	20	39	00	00	11	08
B. 12	00	00	05	27	00	00	12	08
13	II	29	51	07	00	00	13	09
14	II	29	36	47	00	00	14	10
15	II	29	22	28	00	00	15	11
B. 16	00	00	07	16	00	00	16	11
17	II	29	52	56	00	00	17	12
18	II	29	38	36	00	00	18	12
19	II	29	24	16	00	00	19	13
B. 20	00	00	09	05	00	00	20	14
21	II	29	54	46	00	00	21	15
22	II	29	40	26	00	00	22	16
23	II	29	26	06	00	00	23	16
B. 24	00	00	10	55	00	00	24	17

TABLE DU SOLEIL ET DE SON APOGÉE.

<i>Années Juliennes.</i>	<i>Moyens mouvemens du Soleil.</i>				<i>Moyens mouvemens de l'Apogée.</i>			
25	11	29	56	35	00	00	25	18
26	11	29	42	15	00	00	26	19
27	11	29	27	55	00	00	27	19
B. 28	00	00	12	44	00	00	28	20
29	11	29	58	24	00	00	29	20
30	11	29	44	05	00	00	30	21
31	11	29	29	45	00	00	31	21
B. 32	00	00	14	33	00	00	32	22
33	00	00	00	13	00	00	33	23
34	11	29	45	53	00	00	34	23
35	11	29	31	33	00	00	35	24
B. 36	00	00	16	22	00	00	36	25
37	00	00	02	12	00	00	37	26
38	11	29	47	42	00	00	38	26
39	11	29	33	22	00	00	39	27
B. 40	00	00	18	12	00	00	40	28
41	00	00	03	52	00	00	41	29
42	11	29	49	32	00	00	42	29
43	11	29	35	12	00	00	43	31
B. 44	00	00	20	00	00	00	44	31
45	00	00	05	40	00	00	45	32
46	11	29	51	20	00	00	46	33
47	11	29	37	00	00	00	47	34
B. 48	00	00	21	48	00	00	48	34

TABLE DU SOLEIL ET DE SON APOGÉE.

<i>Années Julienmes.</i>	<i>Moyens mouvemens du Soleil.</i>	<i>Moyens mouvemens de l'Apogée.</i>
49	00 00 07 28	00 00 49 35
50	11 29 53 09	00 00 50 36
51	11 29 38 49	00 00 51 37
B. 52	00 00 23 37	00 00 52 37
53	00 00 09 10	00 00 53 38
54	11 29 54 59	00 00 54 39
55	11 29 40 39	00 00 55 39
B. 56	00 00 11 24	00 00 56 40
57	11 29 57 07	00 00 57 41
58	11 29 42 40	00 00 58 42
59	00 00 12 58	00 00 59 42
B. 60	00 00 27 18	00 01 00 43
61	00 00 12 58	00 01 01 44
62	11 29 58 38	00 01 02 44
63	11 29 44 18	00 01 03 45
B. 64	00 00 29 06	00 01 04 45
65	00 00 14 46	00 01 05 46
66	00 00 00 27	00 01 06 47
67	11 29 46 07	00 01 07 47
B. 68	00 00 30 55	00 01 08 48
69	00 00 16 35	00 01 09 48
70	00 00 02 17	00 01 10 49
71	11 29 47 57	00 01 11 46
B. 72	00 00 32 45	00 01 12 51

TABLE DU SOLEIL ET DE SON APOGÉE.

<i>Années Juliennes.</i>	<i>Moyens mouvemens du Soleil.</i>	<i>Moyens mouvemens de l'Apogée.</i>
73	00 00 18 25	00 01 13 52
74	00 00 04 05	00 01 14 54
75	11 29 49 46	00 01 15 55
B. 76	00 00 34 34	00 01 16 56
77	00 00 20 14	00 01 17 57
78	00 00 05 54	00 01 18 57
79	11 29 51 34	00 01 19 58
B. 80	00 00 36 24	00 01 20 58
81	00 00 22 04	00 01 21 59
82	00 00 07 44	00 01 22 59
83	11 29 53 24	00 01 24 00
B. 84	00 00 38 12	00 01 25 00
85	00 00 23 52	00 01 26 01
86	00 00 09 33	00 01 27 02
87	11 29 55 13	00 01 28 03
B. 88	00 00 40 10	00 01 29 04
89	00 00 25 41	00 01 30 04
90	00 00 11 23	00 01 31 05
91	11 29 56 53	00 01 32 05
B. 92	00 00 41 51	00 01 33 06
93	00 00 27 31	00 01 34 07
94	00 00 13 11	00 01 35 07
95	11 29 58 52	00 01 36 08
B. 96	00 00 43 40	00 01 37 09

TABLE DU SOLEIL ET DE SON APOGÉE.

<i>Années Juliennes.</i>	<i>Moyens mouvemens du Soleil.</i>				<i>Moyens mouvemens de l'Apogée.</i>			
97	00	00	29	20	00	01	38	09
98	00	00	15	00	00	01	39	10
99	00	00	02	30	00	01	40	11
B. 100	00	00	45	30	00	01	41	12
B. 200	00	01	31	00	00	03	22	21
B. 400	00	03	02	00	00	06	44	48
B. 600	00	04	33	00	00	10	07	12
B. 800	00	06	04	00	00	13	29	36
B. 1000	00	07	34	54	00	16	50	14
B. 2000	00	15	09	49	01	03	43	48
B. 3000	00	22	44	43	01	20	36	04
B. 4000	01	00	19	38	02	07	26	34
B. 5000	01	07	54	33	02	24	18	36
B. 6000	01	15	29	29	03	11	12	12

TABLE DU SOLEIL ET DE SON APOGÉE.

<i>Années Julienmes.</i>	<i>Longitudes moyennes du Soleil.</i>	<i>Longitudes moyennes de l'Apogée.</i>
1700	9 10 07 19	3 07 50 20
1701	9 09 52 59	3 07 51 20
1702	9 09 38 39	3 07 51 21
1703	9 09 24 19	3 07 53 22
B. 1704	9 10 09 07	3 07 54 22
1705	9 09 54 47	3 07 55 23
1706	9 09 40 27	3 07 56 24
1707	9 09 26 07	3 07 57 25
B. 1708	9 10 10 56	3 07 58 26
1709	9 09 56 36	3 07 59 26
1710	9 09 42 19	3 08 00 27
1711	9 09 27 58	3 08 01 27
B. 1712	9 10 12 46	3 08 02 28
1713	9 09 58 26	3 08 03 28
1714	9 09 44 06	3 08 04 29
1715	9 09 29 46	3 08 05 30
B. 1716	9 10 14 35	3 08 06 30
1717	9 10 00 15	3 08 07 31
1718	9 09 45 55	3 08 08 31
1719	9 09 31 35	3 08 09 32
B. 1720	9 10 16 24	3 08 10 33
1721	9 10 02 05	3 08 11 34
1722	9 09 47 45	3 08 12 34
1723	9 09 33 25	3 08 13 36
B. 1724	9 10 18 14	3 08 14 37

TABLE DU SOLEIL ET DE SON APOGÉE.

<i>Années Juliennes.</i>	<i>Longitudes moyennes du Soleil.</i>	<i>Longitudes moyennes de l'Apogée.</i>
1725	9 10 03 54	3 08 15 37
1726	9 09 49 34	3 08 16 38
1727	9 09 27 14	3 08 17 39
B. 1728	9 10 20 03	3 08 18 39
1729	9 10 05 43	3 08 19 40
1730	9 09 51 24	3 08 20 40
1731	9 09 37 04	3 08 21 41
B. 1732	9 10 21 52	3 08 22 41
1723	9 10 07 32	3 08 23 42
1734	9 09 53 12	3 08 24 43
1735	9 09 38 53	3 08 25 43
B. 1736	9 10 23 41	3 08 26 44
1737	9 10 09 21	3 08 27 45
1738	9 09 55 01	3 08 28 46
1739	9 09 40 41	3 08 29 47
B. 1740	9 10 25 31	3 08 30 48
1741	9 10 11 11	3 08 31 49
1742	9 09 56 51	3 08 32 49
1743	9 09 42 31	3 08 33 50
B. 1744	9 10 27 19	3 08 34 51
1745	9 10 13 00	3 08 35 52
1746	9 09 58 40	3 08 36 53
1747	9 09 44 20	3 08 37 54
B. 1748	9 10 29 08	3 08 38 54

TABLE DU SOLEIL ET DE SON APOGÉE.

<i>Années Juliennes.</i>	<i>Longitudes moyennes du Soleil.</i>	<i>Longitudes moyennes de l'Apogée.</i>
1749	9 10 14 48	3 08 39 55
1750	9 10 00 30	3 08 04 56
1751	9 09 46 10	3 08 41 57
B. 1752	9 10 30 58	3 08 42 57
1753	9 10 16 38	3 08 43 58
1754	9 10 02 18	3 08 44 59
1755	9 09 47 59	3 08 45 59
B. 1756	9 10 32 47	3 08 47 00
1757	9 10 18 27	3 08 48 01
1758	9 10 04 07	3 08 49 02
1759	9 09 49 47	3 08 50 02
B. 1760	9 10 34 36	3 08 51 03
1761	9 10 20 17	3 08 52 04
1762	9 10 05 57	3 08 53 04
1763	9 09 51 37	3 08 54 05
B. 1764	9 10 36 25	3 08 55 05
1765	9 10 22 05	3 08 56 06
1766	9 10 07 46	3 08 57 07
1767	9 09 53 26	3 08 58 07
B. 1768	9 10 38 14	3 08 59 08
1769	9 10 23 54	3 09 00 08
1770	9 10 09 36	3 09 01 09
1771	9 09 55 16	3 09 02 10
B. 1772	9 10 40 04	3 09 03 11

TABLE DU SOLEIL ET DE SON APOGÉE.

<i>Années Juliennes.</i>	<i>Longitudes moyennes du Soleil.</i>	<i>Longitudes moyennes de l'Apogée.</i>
1773	9 10 25 44	3 09 04 12
1774	9 10 11 24	3 09 05 14
1775	9 09 57 05	3 09 06 15
B. 1776	9 10 41 53	3 09 07 16
1777	9 19 37 33	3 09 08 17
1778	9 10 13 13	3 09 09 17
1779	9 09 58 53	3 09 10 08
B. 1780	9 10 43 43	3 09 11 18
1781	9 10 29 23	3 09 12 19
1782	9 10 15 03	3 09 13 19
1783	9 10 00 43	3 09 14 20
B. 1784	9 10 45 31	3 09 15 20
1785	9 10 31 11	3 09 16 21
1786	9 10 16 52	3 09 17 22
1787	9 10 02 32	3 09 18 23
B. 1788	9 10 48 20	3 09 19 24
1789	9 10 33 00	3 09 20 24
1790	9 10 18 42	3 09 21 25
1791	9 10 04 12	3 09 22 25
B. 1792	9 10 49 10	3 08 23 26
1793	9 10 34 50	3 09 24 27
1794	9 10 20 30	3 09 25 27
1795	9 10 06 11	3 09 26 28
B. 1796	9 10 50 59	3 09 27 29

TABLE DU SOLEIL ET DE SON APOGÉE.

<i>Années Juliennes.</i>	<i>Longitudes moyennes du Soleil.</i>	<i>Longitudes moyennes de l'Apogée.</i>
1797	9 10 36 39	3 09 27 29
1798	9 10 22 19	3 09 29 30
1799	9 10 09 49	3 09 30 31
1800	9 09 53 41	3 09 31 32

L'Auteur avoit aussi trouvé la Parallaxe du Soleil de $16'' \frac{1}{2}$. Il avoit démontré qu'elle devoit être de cette quantité dans une Dissertation particulière qui s'est perdue.

TABIE AU SOLIDE DE LA TABLE

Année	Longueur moyenne	Longueur moyenne
1797	10 25	10 25
1798	10 25	10 25
1799	10 25	10 25
1800	10 25	10 25

L'Article avait été trouvé la Table de Solide de 10 25. Il avait été trouvé par la Table de 10 25. Il avait été trouvé par la Table de 10 25. Il avait été trouvé par la Table de 10 25.

T A B L E S

D E

L A L U N E.

NB. Les Tables suivantes ont été calculées après la mort de l'Auteur : celles de la Lune sur les Principes exposés dans les Remarques Astronomiques sur DANIEL ; celles de l'Apogée & du Nœud sur les déterminations démontrées dans deux Dissertations particulières qu'on a perdu , & dont il n'est resté que le résultat.

TABLE DE LA LUNE ET DE SON APOGÉE.

Années	Moyens mouvemens de la Lune.			Moyens mouvemens de l'Apogée.			Moyens mouvement du Nœud.					
	Sign.	D.	M.	S.	Sign.	D.	M.	S.	Sign.	D.	M.	S.
1	4	09	23	03	1	10	39	53	00	19	19	43
2	8	18	46	06	2	21	19	48	01	08	39	26
3	0	28	09	09	4	01	59	41	01	27	59	10
B. 4	5	20	42	48	5	12	46	17	02	17	22	04
5	10	00	05	50	6	23	26	11	08	06	41	46
6	2	09	28	54	8	04	06	05	03	26	01	30
7	18	18	51	57	9	14	45	59	04	15	21	12
B. 8	11	11	25	35	10	25	32	34	05	04	44	06
9	3	20	48	38	0	06	12	28	05	24	03	49
10	8	00	11	41	1	16	52	23	06	13	23	31
11	0	09	34	43	2	27	32	11	07	02	43	14
B. 12	5	02	08	22	4	08	18	53	07	22	06	08
13	9	11	31	24	5	18	58	46	08	11	25	51
14	1	20	54	28	6	29	28	41	09	00	45	34
15	6	00	17	30	8	10	18	34	09	20	05	16
B. 16	10	22	51	09	9	21	05	10	19	09	28	10
17	03	02	14	12	11	01	45	05	10	28	47	53
18	07	11	37	15	00	12	25	00	11	18	07	36
19	11	21	00	18	01	23	04	51	00	07	27	19
B. 20	04	13	33	56	03	03	51	27	00	26	50	11
21	08	22	56	59	04	14	31	20	01	16	09	34
22	01	02	20	03	05	25	11	15	02	05	29	37
23	05	11	43	05	07	05	11	08	02	24	49	20
B. 24	10	04	16	44	08	16	37	44	03	14	12	15

TABLE DE LA LUNE ET DE SON APOGÉE.

Années	Moyens mouvemens de la Lune.				Moyens mouvemens de l'Apogée.				Moyens mouvemens du Nœud.			
	Sign.	D.	M.	S.	Sign.	D.	M.	S.	Sign.	D.	M.	S.
25	02	13	39	46	09	27	17	39	04	03	31	57
26	06	23	02	49	11	07	57	33	04	22	51	40
27	11	02	25	52	00	18	37	26	05	12	11	23
B. 28	03	24	59	31	01	29	24	02	06	01	34	17
29	08	04	22	33	03	10	03	55	06	20	54	04
30	00	13	45	37	04	20	43	51	07	10	13	42
31	04	23	08	39	06	91	23	43	07	29	33	25
B. 32	09	15	42	18	07	12	10	20	08	18	56	19
33	01	25	05	20	08	22	50	12	09	08	16	02
34	06	04	28	23	10	03	30	07	09	27	35	45
35	10	13	51	26	11	14	10	00	10	16	55	27
B. 36	03	06	25	05	00	24	56	36	11	06	18	21
37	07	15	48	07	02	05	36	31	11	25	38	04
38	11	25	11	11	63	16	16	26	00	14	57	47
39	04	04	34	14	04	26	56	19	01	04	17	30
B. 40	08	27	07	52	06	07	42	55	01	23	40	22
41	01	06	30	55	07	18	22	48	02	13	00	05
42	05	15	57	57	08	29	02	43	03	02	19	43
43	09	25	21	02	10	09	42	36	03	21	39	31
B. 44	02	17	50	39	11	20	29	12	04	11	02	26
45	06	27	13	42	01	01	09	05	05	00	22	03
46	11	06	36	45	02	11	48	05	05	19	41	50
47	03	15	59	48	03	22	28	53	06	09	01	34
B. 48	08	08	33	27	05	03	15	29	06	28	24	28

TABLE DE LA LUNE ET DE SON APOGÉE.

Années.	Moyens mouvemens de la Lune.			Moyens mouvemens de l'Apogée.			Moyens mouvemens du Nœud.					
	Sign.	D.	M.	S.	Sign.	D.	M.	S.	Sign.	D.	M.	S.
49	00	17	56	29	06	13	55	21	07	17	44	11
50	04	27	19	33	07	24	35	21	08	07	03	53
51	08	06	42	35	09	05	15	15	08	26	23	35
B. 52	01	29	16	14	10	16	01	50	09	15	46	30
53	06	08	39	16	11	26	41	43	10	05	06	13
54	10	18	09	19	01	07	21	39	10	24	25	56
55	02	27	25	22	02	18	01	31	11	13	45	38
B. 56	07	19	59	01	03	28	48	08	00	03	08	22
57	11	29	22	03	05	09	28	01	00	22	28	15
58	04	08	45	07	06	20	07	56	01	11	47	58
59	08	18	08	10	08	00	47	50	02	01	07	41
B. 60	01	10	41	48	09	11	34	22	02	20	30	33
61	05	20	04	51	10	22	14	15	03	09	50	16
62	09	29	27	53	00	02	54	11	03	29	09	59
63	00	08	50	57	01	13	34	04	04	18	29	42
B. 64	07	01	24	35	02	24	20	41	05	07	52	37
65	11	10	47	38	04	05	00	34	05	27	12	20
66	03	20	10	43	05	15	30	31	06	16	32	02
67	07	29	33	44	06	26	20	24	07	05	51	45
B. 68	00	22	07	23	08	07	06	00	07	25	14	38
69	05	01	30	25	09	17	46	53	08	14	34	22
70	09	10	53	29	10	28	26	48	09	03	54	05
71	01	20	16	31	00	09	06	39	09	23	13	48
B. 72	06	12	50	10	01	19	59	15	10	12	36	41

TABLE DE LA LUNE ET DE SON APOGÉE.

Années	Moyens mouvemens de la Lune.				Moyens mouvemens de l'Apogée.				Moyens mouvemens du Nœud.			
	Sign.	D.	M.	S.	Sign.	D.	M.	S.	Sign.	D.	M.	S.
73	10	22	13	12	03	00	33	08	11	01	56	24
74	03	01	36	15	04	11	13	03	11	21	16	07
75	07	10	59	18	05	21	12	56	00	10	35	50
B. 76	00	03	32	57	07	02	38	31	00	29	58	43
77	04	12	55	50	08	13	19	25	01	19	18	26
78	08	22	19	03	09	23	59	21	02	08	38	09
79	01	01	42	06	11	04	39	14	02	27	57	52
B. 80	05	24	15	45	00	15	25	50	03	17	20	44
81	10	03	39	48	01	26	05	43	04	06	40	27
82	02	13	01	50	03	06	45	39	04	26	00	10
83	06	23	24	54	04	17	25	31	05	15	19	54
B. 84	11	14	58	32	05	28	12	08	06	04	42	48
85	03	24	21	35	07	08	52	00	06	24	02	30
86	08	03	44	38	08	19	31	55	07	13	22	14
87	00	13	07	41	10	00	18	37	08	02	41	59
B. 88	05	05	41	20	11	10	58	30	08	22	04	50
89	09	15	04	22	00	21	45	12	09	11	24	33
90	01	24	27	26	02	02	25	00	10	00	44	25
91	06	03	50	28	03	13	04	55	10	20	03	58
B. 92	10	26	24	07	04	23	44	49	11	09	26	52
93	03	05	47	09	06	04	31	24	11	28	46	35
94	07	15	10	12	07	15	11	18	00	18	06	18
95	11	24	33	15	08	25	51	12	01	07	26	60
B. 96	04	17	07	54	10	06	31	06	01	26	48	54

TABLE DE LA LUNE ET DE SON APOGÉE.

<i>Années</i>	<i>Moyens mouvemens de la Lune.</i>			<i>Moyens mouvemens de l'Apogée.</i>			<i>Moyens mouvemens du Nœud.</i>						
	Sign.	D.	M.	S.	Sign.	D.	M.	S.	Sign.	D.	M.	S.	
97	08	26	29	56	11	17	17	42	02	16	98	40	
98	01	05	53	00	00	27	57	35	03	05	28	23	
99	05	15	16	43	02	08	37	30	03	24	48	06	
B. 100	10	07	49	41	03	19	17	23	04	14	10	58	
Bissextiles.	200	08	15	39	22	07	08	34	46	08	28	21	56
	300	06	23	29	02	10	27	52	10	01	12	32	43
	400	05	01	18	44	02	17	09	33	05	26	43	52
	500	03	09	08	24	06	06	26	57	10	10	54	50
Bissextiles.	600	01	16	58	04	09	25	44	20	02	25	05	46
	700	11	24	47	45	01	15	01	44	07	09	16	46
	800	10	02	36	08	05	04	19	07	11	23	27	44
	900	08	10	25	49	08	23	36	30	04	07	38	42
	1000	06	18	16	48	00	12	53	54	08	21	49	42

TABLE DE LA LUNE ET DE SON APOGE'E.

Années	Longitudes moyennes de la Lune.			Longitudes moyennes de l'Apogée.			Longitudes moyennes du Nœud.					
	Sign.	D.	M.	S.	Sign.	D.	M.	S.	Sign.	D.	M.	S.
1700	01	10	56	27	10	05	24	39	05	13	00	05
1701	05	20	19	30	11	16	04	32	04	23	40	22
1702	09	29	42	33	00	26	44	27	04	04	20	39
1703	02	09	05	36	02	07	24	20	03	15	00	55
1704	07	01	39	15	03	18	10	56	02	25	38	01
1705	11	11	02	17	04	28	50	05	02	06	18	19
1706	03	20	25	21	06	09	30	44	01	16	58	35
1707	07	29	48	24	07	20	10	35	00	27	38	53
1708	00	22	22	02	09	00	57	13	00	08	15	59
1709	05	01	45	05	10	11	37	07	11	18	56	16
1710	09	11	08	08	11	22	17	02	10	29	36	34
1711	01	20	31	10	01	02	56	50	10	10	16	51
1712	06	13	04	49	02	13	43	32	09	20	53	53
1713	10	22	27	51	03	24	23	23	09	01	34	14
1714	03	01	50	55	05	03	53	20	08	12	14	31
1715	07	11	13	57	06	15	43	13	07	22	54	49
1716	00	03	47	36	07	26	29	49	07	03	31	55
1717	04	13	10	39	09	07	09	44	06	14	12	12
1718	08	22	33	42	10	17	49	39	05	24	52	29
1719	01	01	56	45	11	28	29	30	05	05	32	46
1720	05	24	30	23	01	09	16	06	04	16	09	54
1721	10	03	53	26	02	19	55	59	03	26	50	31
1722	02	13	16	30	04	00	35	54	03	07	30	28
1723	06	22	19	32	05	10	35	47	02	19	10	35

TABLE DE LA LUNE ET DE SON APOGÉE.

Années	Longitudes moyennes de la Lune.				Longitudes moyennes de l'Apogée.				Longitudes moyennes du Nœud.			
	Sign.	D.	M.	S.	Sign.	D.	M.	S.	Sign.	D.	M.	S.
1722	11	15	13	11	06	22	02	23	01	28	47	50
1725	03	24	36	13	08	02	42	18	01	09	28	08
1726	08	03	59	16	09	13	22	12	00	20	09	25
1727	00	13	22	19	10	24	02	05	00	00	48	42
1728	05	05	55	58	00	04	48	41	11	11	25	48
1729	09	15	19	00	01	15	28	34	10	22	06	05
1730	01	24	42	04	02	26	08	30	10	02	46	23
1731	06	04	05	06	04	06	48	22	09	13	26	40
1732	10	26	38	45	05	17	34	59	08	24	03	46
1733	03	06	01	47	06	28	14	51	07	04	44	03
1734	07	15	24	50	08	08	54	46	07	15	24	20
1735	11	24	47	53	09	19	34	39	06	26	04	38
1736	04	17	21	32	11	00	01	15	06	06	41	44
1737	08	26	44	34	00	11	01	10	05	17	22	01
1738	01	06	07	38	01	21	41	05	04	28	02	18
1739	05	15	30	41	03	02	20	58	04	08	43	35
1740	10	08	04	19	04	13	07	34	04	19	19	43
1741	02	17	27	22	05	05	47	27	03	00	00	00
1742	06	26	50	24	07	04	27	22	02	10	40	17
1743	11	06	13	29	08	14	07	15	02	21	20	34
1744	03	28	47	06	09	25	53	51	00	25	57	39
1745	08	08	10	09	11	06	33	44	00	12	37	57
1746	00	17	33	13	00	17	14	29	11	23	18	15
1747	04	26	56	15	01	27	53	32	11	03	58	31

TABLE DE LA LUNE ET DE SON APOGÉE.

<i>Années.</i>	<i>Longitudes moyennes de la Lune.</i>			<i>Longitudes moyennes de l'Apogée.</i>			<i>Longitudes moyennes du Nœud.</i>					
	Sign.	D.	M.	S.	Sign.	D.	M.	S.	Sign.	D.	M.	S.
1748	09	19	29	54	03	08	40	08	10	14	35	37
1749	01	28	52	57	04	19	20	00	09	25	15	54
1750	06	08	16	00	06	00	00	00	09	05	56	12
1751	10	17	39	02	07	10	39	54	08	16	36	30
1752	03	10	12	41	08	21	26	29	07	27	13	35
1753	07	19	35	43	10	02	06	42	07	07	53	42
1754	11	28	58	46	11	12	46	18	06	18	34	09
1755	04	08	21	49	00	23	26	10	05	29	14	24
1756	09	00	55	28	02	04	12	47	05	09	51	23
1757	01	10	18	30	03	14	52	40	04	20	31	40
1758	05	19	41	34	04	25	32	35	04	01	12	07
1759	09	29	04	37	06	06	12	29	03	12	52	14
1760	02	21	38	15	07	16	59	01	02	23	29	22
1761	07	01	01	18	08	27	38	54	02	04	09	49
1762	11	10	24	20	10	08	18	50	01	13	50	06
1763	03	19	41	24	11	18	58	43	00	24	30	13
1764	09	12	21	02	00	29	45	20	00	09	07	28
1765	00	21	44	05	02	10	25	13	11	15	47	35
1766	05	01	07	10	03	20	55	10	10	26	28	03
1767	09	10	30	11	05	01	45	03	10	07	08	20
1768	01	03	03	50	06	12	30	39	09	17	45	27
1769	06	12	27	52	07	23	11	32	08	28	25	33
1770	10	21	49	56	09	03	51	27	08	09	06	00
1771	03	01	12	58	10	14	31	18	07	19	46	17

TABLE DE LA LUNE ET DE SON APOGÉE.

Années	Longitudes moyennes de la Lune.				Longitudes moyennes de l'Apogée.				Longitudes moyennes du Nœud.			
	Sign.	D.	M.	S.	Sign.	D.	M.	S.	Sign.	D.	M.	S.
1772	07	23	46	37	11	22	57	54	07	00	23	24
1773	00	03	09	39	01	05	57	47	06	11	03	41
1774	04	12	32	42	02	16	37	42	06	21	43	58
1775	08	21	55	45	03	26	37	35	04	02	24	15
1776	01	14	29	24	05	08	03	10	04	13	01	22
1777	05	23	52	26	06	18	44	04	03	23	41	89
1778	10	03	15	30	07	29	24	00	03	04	21	56
1779	02	12	38	33	09	10	03	53	02	15	12	13
1780	07	05	12	12	10	20	50	29	01	25	39	21
1781	11	14	36	15	00	01	30	22	01	06	19	38
1782	03	23	58	17	01	12	10	18	00	16	59	45
1783	07	34	21	21	02	22	50	10	11	27	40	11
1784	00	25	54	59	04	03	36	47	11	08	17	17
1785	05	05	18	02	05	14	16	39	10	18	57	35
1786	09	14	40	55	06	24	55	50	09	29	17	51
1787	01	24	04	08	08	05	43	16	09	10	18	09
1788	06	16	37	47	09	16	23	09	08	20	55	15
1789	10	26	00	49	10	27	09	51	08	01	35	32
1709	03	05	23	53	00	07	49	39	07	12	15	40
1791	07	14	46	55	01	18	28	34	06	22	56	07
1792	00	07	20	20	02	29	09	28	06	03	33	13
1793	04	16	43	36	04	09	56	03	05	14	13	30
1794	08	26	06	39	05	20	35	57	04	24	53	47
1795	01	05	29	42	05	01	15	51	04	05	34	05
					07							

TABLE DE LA LUNE ET DE SON APOGÉE.

Années	Longitudes moyennes de la Lune.				Longitudes moyennes de l'Apogée.				Longitudes moyennes du Nœud.			
	Sign.	D.	M.	S.	Sign.	D.	M.	S.	Sign.	D.	M.	S.
1796	05	28	04	21	08	11	55	45	04	16	11	03
1797	10	07	26	23	09	22	42	21	03	06	51	28
1798	02	16	49	27	11	03	22	14	02	07	31	45
1799	06	26	13	10	00	14	02	09	01	18	12	02
1800 commu- ne.	11	05	35	30	01	24	36	21	00	28	52	18

AVIS A MM. LES ASTRONOMES.

L'Auteur conjecture par les calculs qu'il fit en 1743, qu'il paroitra une Comete en 1757, & qu'elle fera

Le 21. Juillet dans le 19° Π . Sa latitude Boreale de $15^{\circ} 7'$, distante à la Terre de 7332 parties; au Soleil de 6706. Elle se couchera ce jour à $6^h 55'$ avec $24^{\circ} 52'$ d'Amplit. depuis le Nord.

Le 4. Août elle fera dans $24^{\circ} 40'$ Ω . Lat. Bor. $20^{\circ} 20'$. Elle se couchera à $10^h 6'$ du soir. Passera au Meridien à $1^h 16'$ du soir. Elle fera ce jour là dans son Perihelie. Distante au Soleil 5833 à la Terre 6548.

Le 18. Août dans ν 11° Latitud. Bor. $9^{\circ} 30'$. Dist. à la terre 6309; au Soleil 6076; se couchera à $10^h 33'$ avec $98^{\circ} 20'$ d'Amplit. depuis le Nord.

Or selon l'hypothese qu'on a vû dans le *Traité de la Comete de 1744*, on verroit cette Comete le 5. Octobre 1758 à 14^h dans $13^{\circ} 46'$ μ . Latitud. Bor. $51^{\circ} 20'$. Dist. à la Terre 1322; au Soleil 8906.

T A B L E

D E S A R T I C L E S.

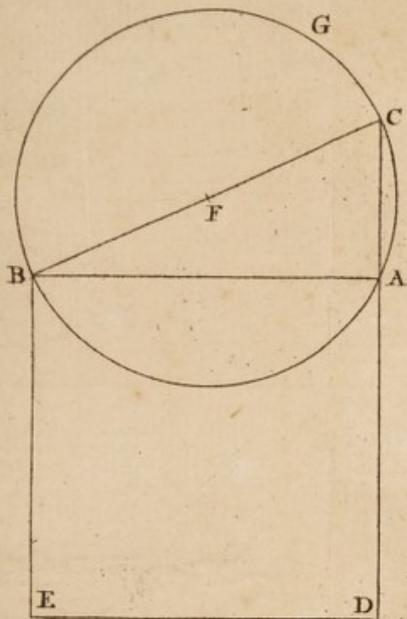
N ^o . I.	R emarques Historiques, Chronologiques & Astronomiques sur Daniel.	Pages
	Premiere Partie Astronomique.	I
N ^o . II.	Seconde Partie Astronomique.	20
N ^o . III.	Seconde Dissertation sur Daniel.	
	Premiere Partie, où l'on traite, de la position de Jerusalem & de l'Année Solaire.	52
N ^o . IV.	Seconde Partie, qui traite de l'Année Lunaire.	76
N ^o . V.	Remarques sur les Epoques des moyens mouvemens de la Lune & du Soleil.	124
N ^o . VI.	Remarques sur quelques propriétés des nombres de la Theorie précédente.	129
N ^o . VII.	Troisieme Dissertation sur la grandeur & figure de la Terre.	133
N ^o . VIII.	Corollaires Geometriques de la Dissertation précédente.	149
N ^o . IX.	Probleme sur l'oscillation du Pendule dans un arc de cercle.	143
N ^o . X.	Sur les Satellites en général, & sur ceux de Saturne en par- ticulier.	159
N ^o . XI.	Propriétés de l'Equilibre, du Levier & du Coin démontrées.	178
N ^o . XII.	Probabilités sur la longueur de la Vie humaine.	187
N ^o . XIII.	Resolution Geometrique de la racine Cubique.	192
N ^o . XIV.	Tables des Equinoxes.	195
	Tables du Soleil.	201
	Tables de la Lune.	213
	AVIS à MM. les ASTRONOMES.	223

F I N.

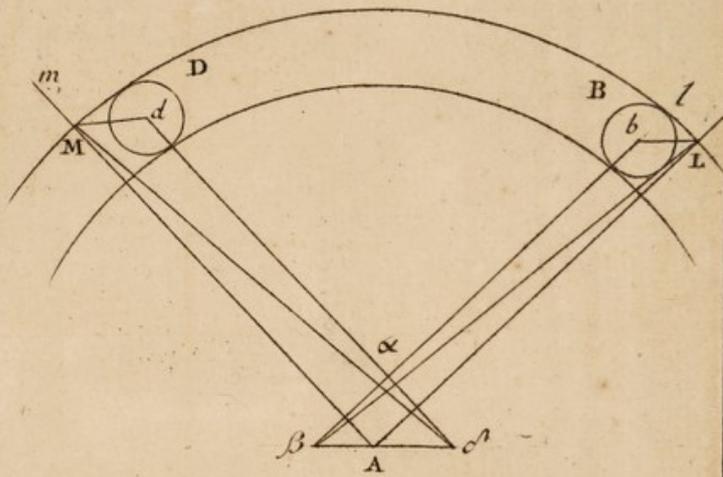
Handwritten text at the top right, possibly a title or reference.



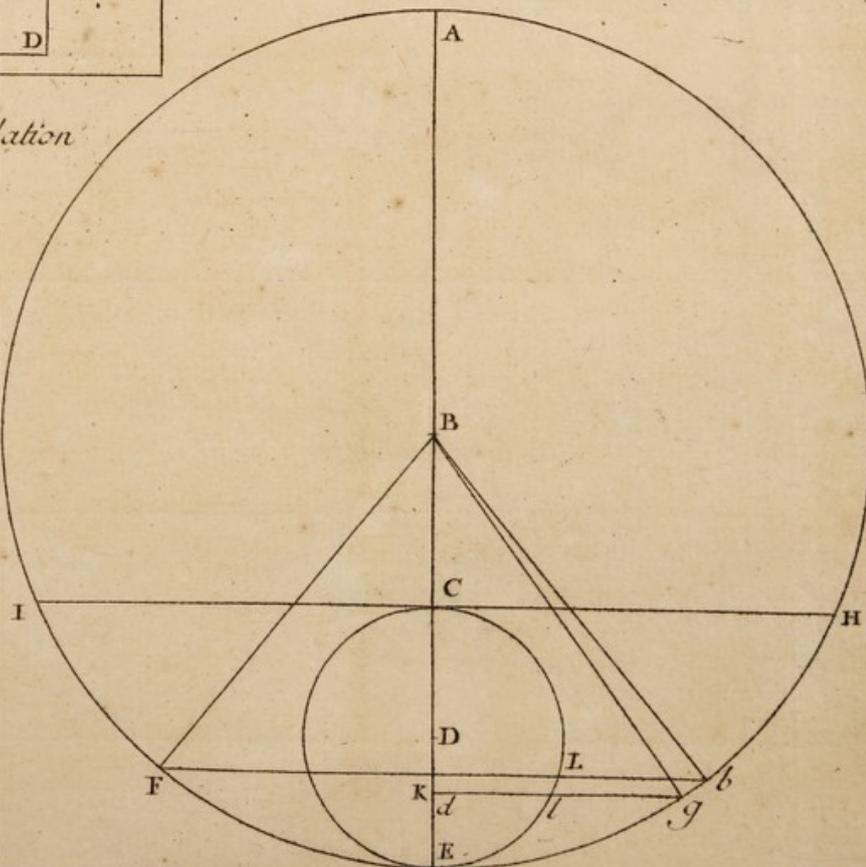
Remarques sur quelques propriétés des Nombres &c.

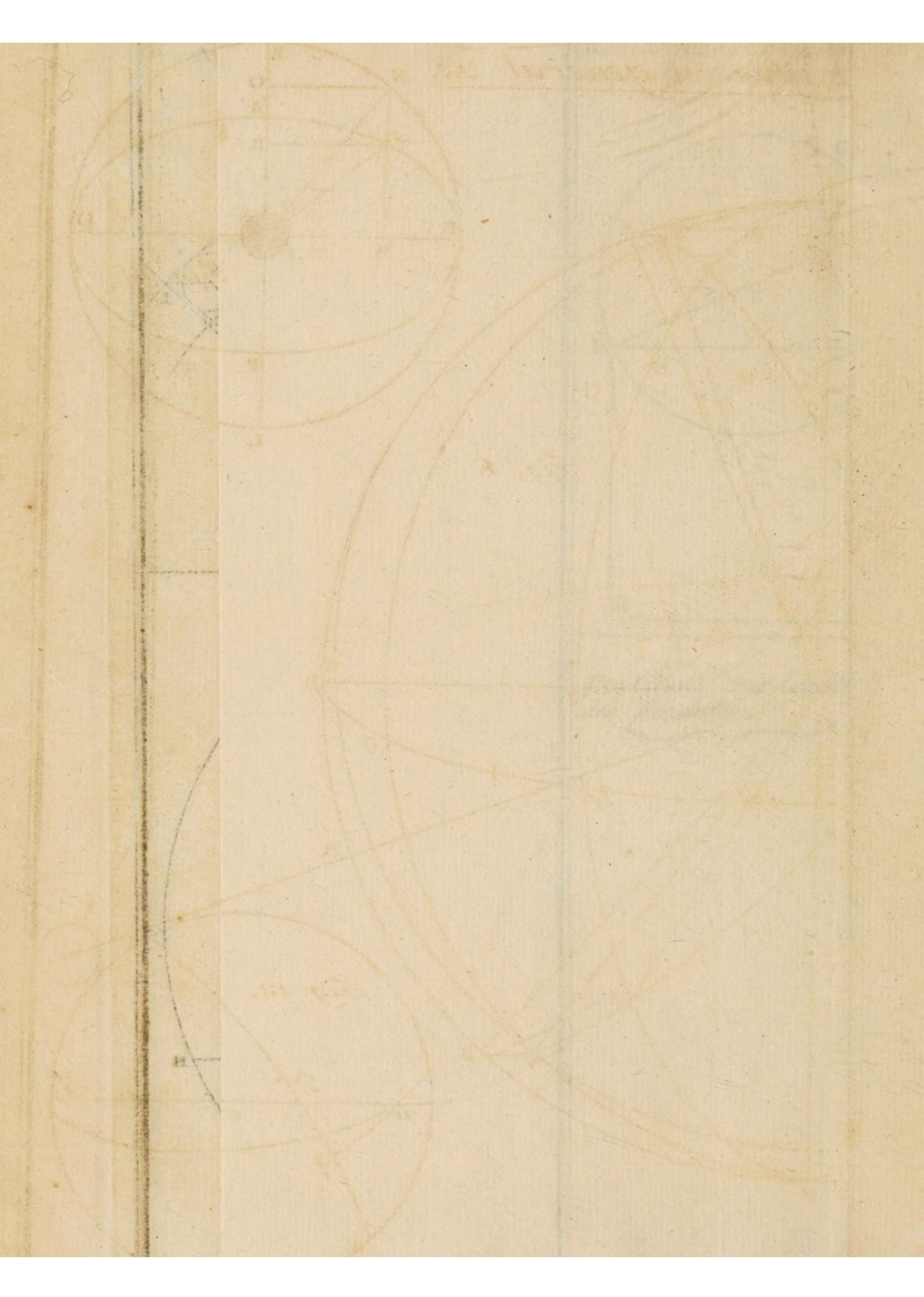


Dissertation sur la figure de la terre. note.

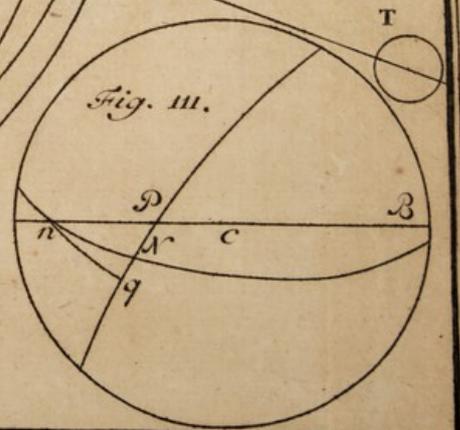
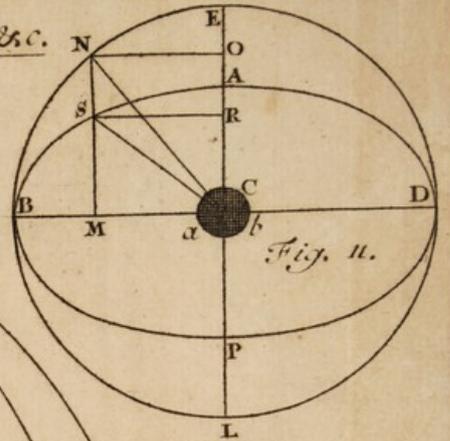
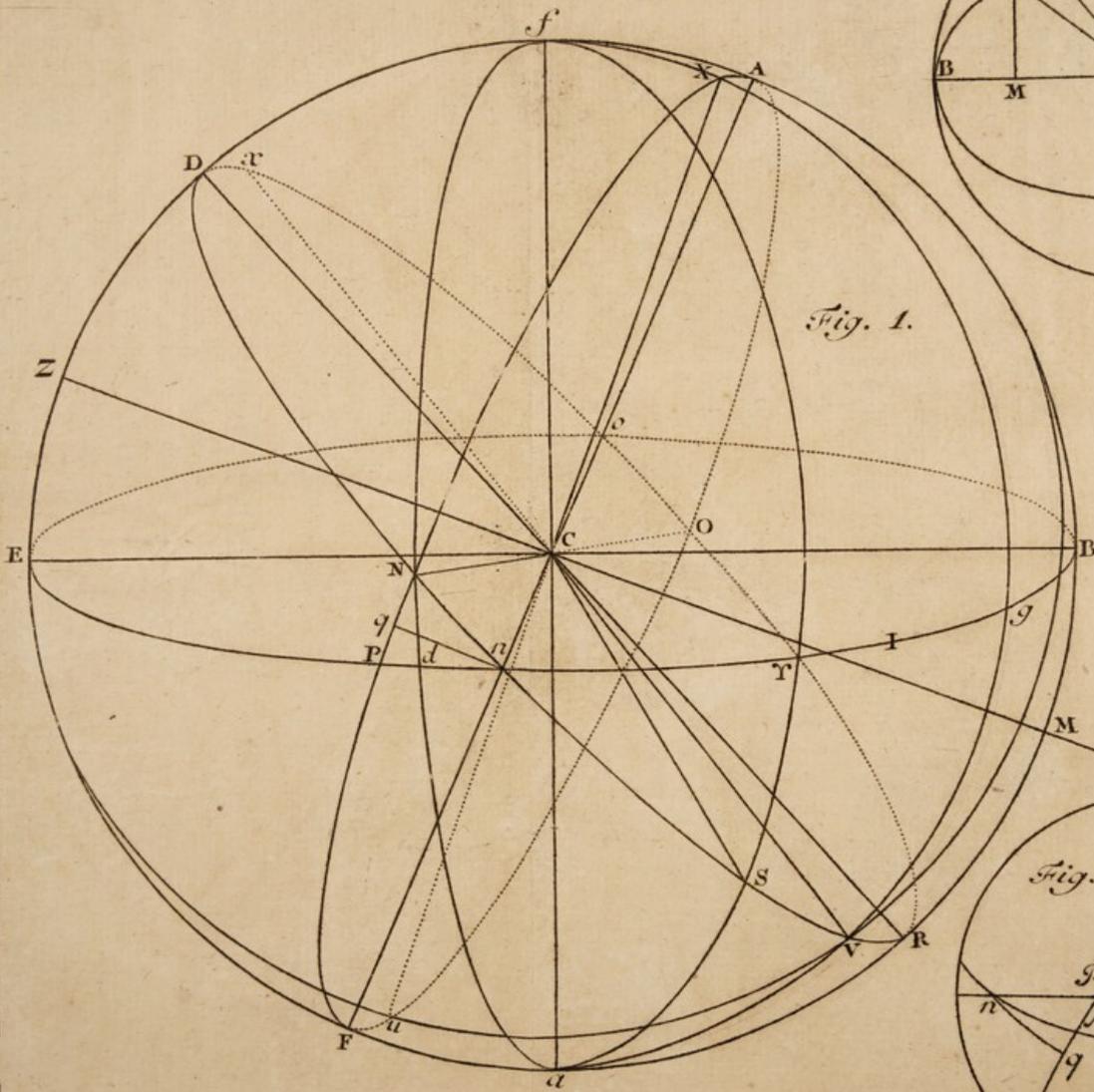


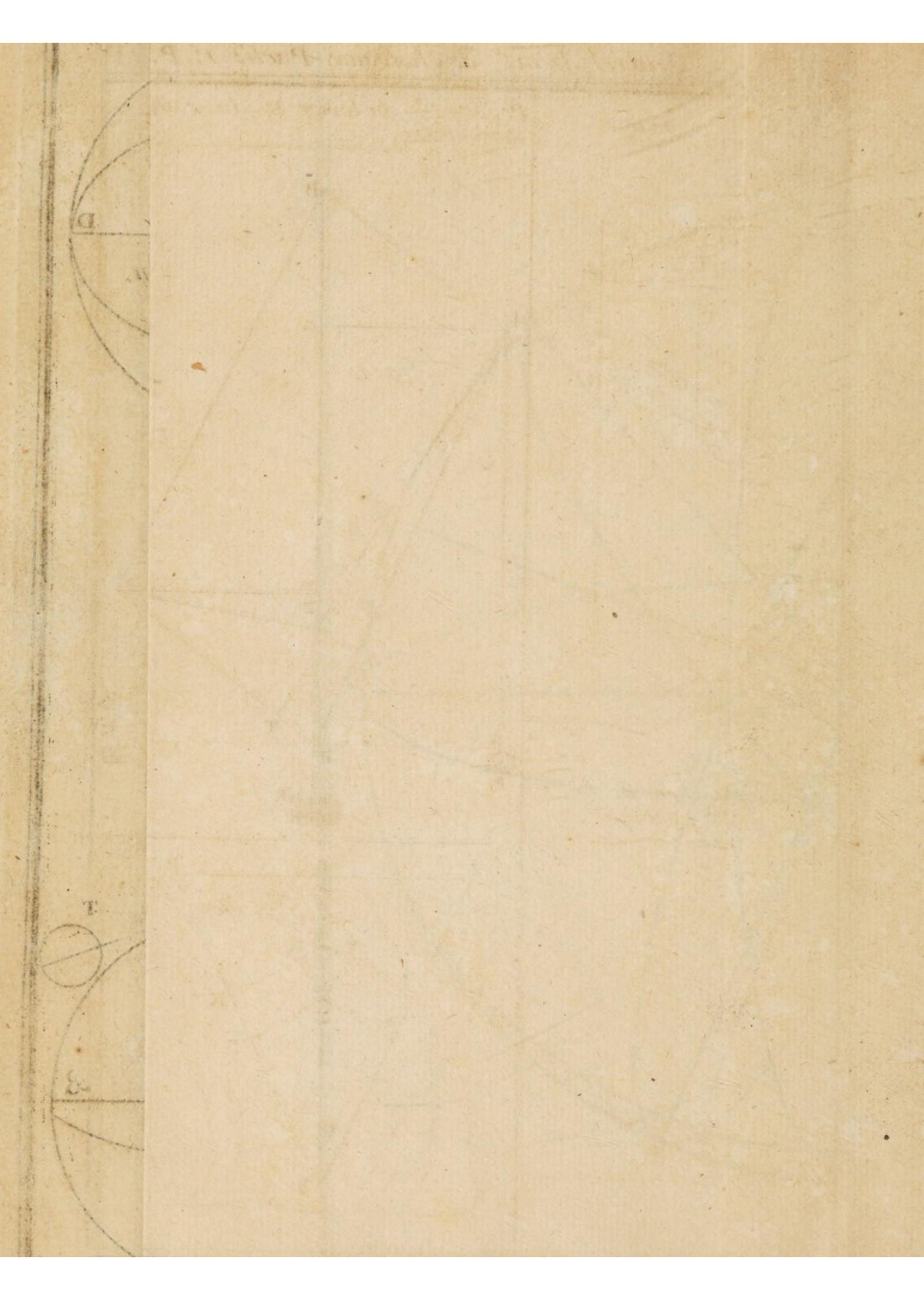
Probleme sur l'oscillation des pendules.



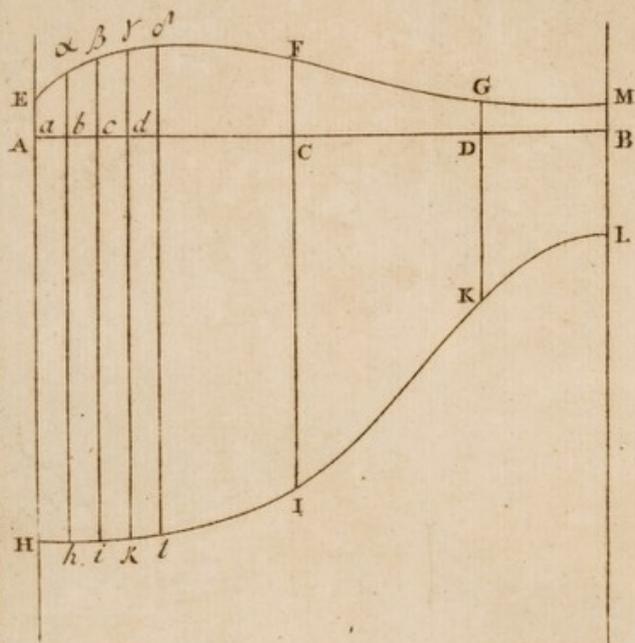


Memoire sur les Satellites en general &c.

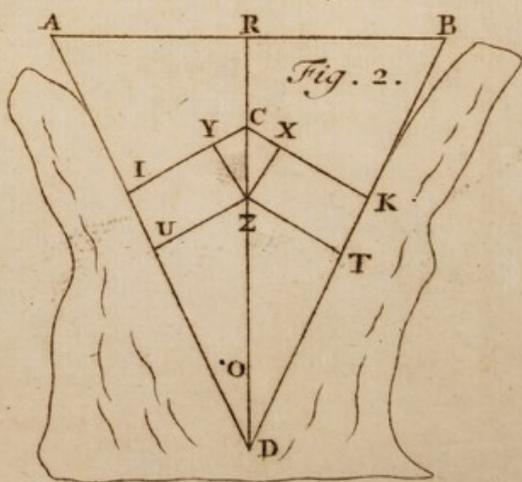
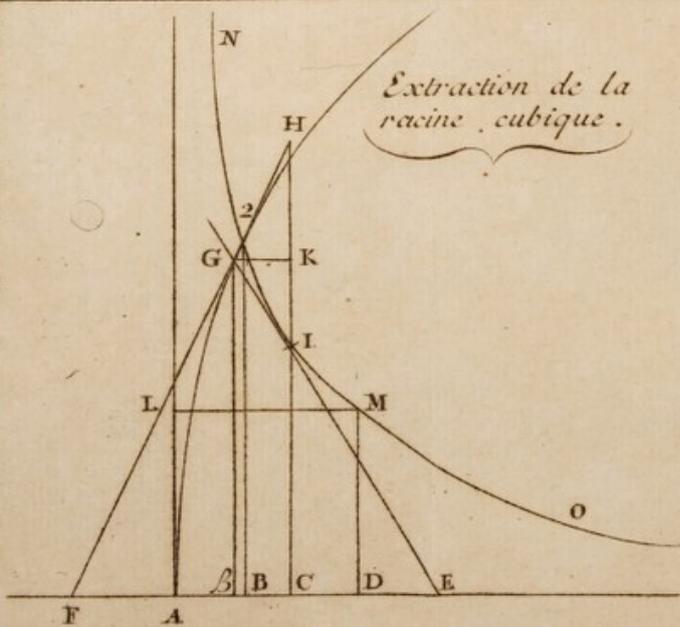
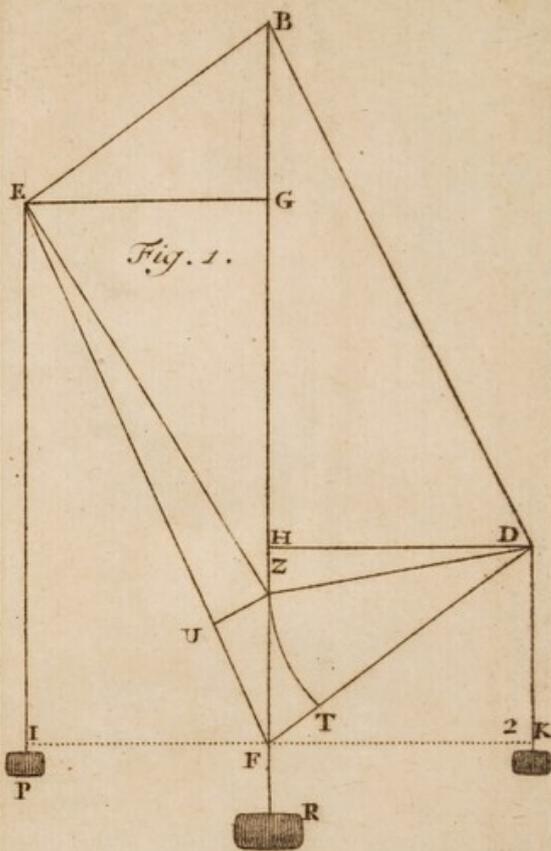




Sur les probabilités de la vie humaine.



Propriétés du levier & du coin démontrées.



2

