SUPPLEMENTUM PHYSICUM,

Sive

Addenda & Corrigenda

In prima editione, Tomi Primi, Libri editi Lugd. Bat. anno MDCCXXI.

cui Titulus

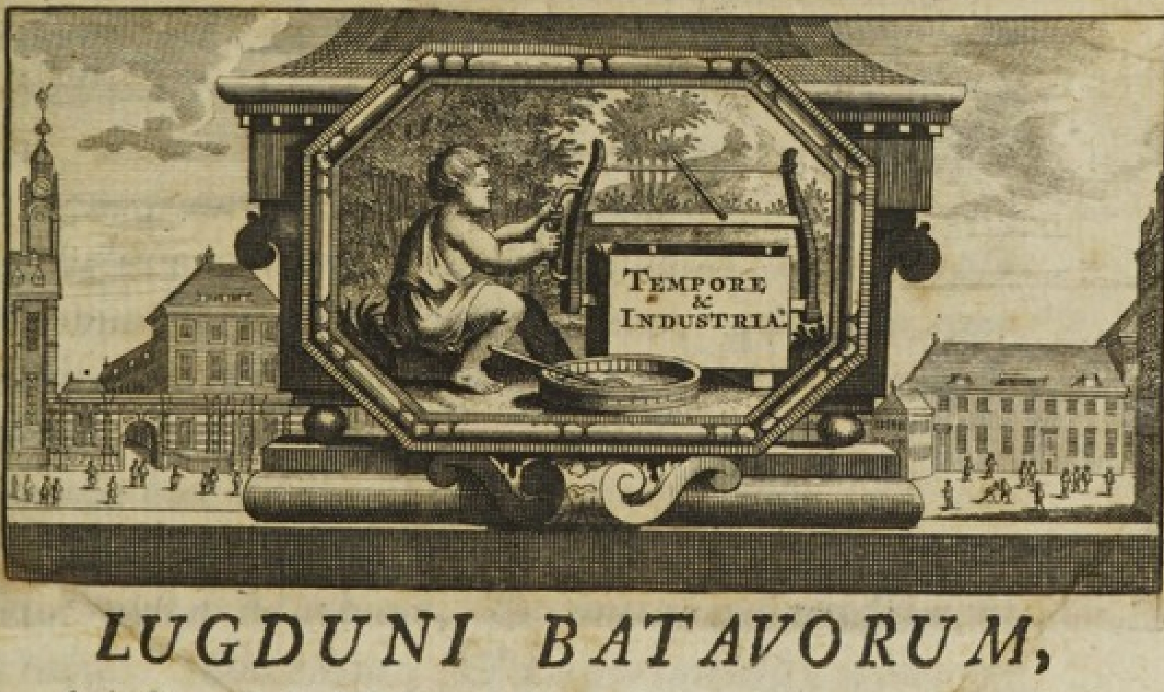
PHYSICES ELEMENTA MATHEMATICA, Experimentis confirmata, sive Introductio ad Philosophiam

NEWTONIANAM.

Auctore

GULIELMO JACOBO 's GRAVESANDE,

A. L. M., *Jur. Utr. & Phil. Doctore, Regiæ Societ. Lond. Socio, Astron. & Math. in Acad. Lugd. Bat. Professore ordinario.*



LUGDUNI BATAVORUM,

Apud PETRUM VANDER Aa,

Typographum Academiæ atque Civitatis.

MDCC XXV.

Cum Privilegio Præpotent. Ordd. Hollandiæ & West-Frisiæ.

MONITUM
de Secunda Editione, & hoc Supplemento.

CUm primùm ad Elementa Phyſices conſcribenda animum applicarem, hoc mihi fuit propoſitum, ut auditores, quæ fuſius explicata audiviſſent, & demonſtrata vidiſſent, illa facile in memoriam revocare poſſent. Etiam, ut lectoribus, quibus prima tantum Geometriæ elementa nota eſſent, ideam darem Philoſophiæ Naturalis Mathematicâ Methodo tractatæ. Cùmque, ut tironibus præcipuè liber utilis eſſet, difficiliora omnia intacta relinquerem, ſæpe propoſitiones indicavi, de quibus tantum monui, has à Geometris probari.

Ut autem ſecunda eorundem Elementorum editio, & lectoribus magis in Mathematicis verſatis, uſui eſſet, propoſitiones tales omnes, in capite quocunque indicatas, Mathematicè demonſtratas in ſcholiis, capitibus ſubjunctis, adjeci. Et ne hæc lectores alios turbarent, ipſa minore charactere imprimi curavi. Omnia tamen ita diſpoſui, ut illa ſola, quæ majore charactere edita ſunt, ſeparatum quaſi opus conſtituant.

In ſcholiis etiam alia quædam tradidi, quæ in ipſo opere commode tractari non potuere, quamvis cum explicatis relationem habeant, aut ad hæc illuſtranda inſerviant.

Secunda hæc editio, & aliis reſpectibus, eſt auctior & magis accurata.

Novæ multæ Machinæ, & antiquæ emendatæ, in hujus tabulis exhibentur, & Experimenta, ipſorum-

quesuccessus, in hac majori cum curâ exponuntur.

Novam etiam nostram Percussionis Theoriam, *quæ LEIBNITZIANAM, quam & HUGENIANAM dicere ausim, de viribus insitis doctrinam pro fundamento habet, hîc plenius explicatam, novisque variis experimentis fulcitam, & illustratam, tradimus.*

Non animus unquam mihi fuit, nec adhucdum est, cum ullo, utcunque provocatus, in arenam descendere, ut de veritate contendam. Quod mihi verum videtur, hoc, ubi datur occasio, pro viribus defendo; & in his ut, quantum possem, omnem contentionis speciem removerem, argumenta, quibus memoratæ Theoriæ inniti mihi videntur, ita proponere conatus sum, ut responsa ad difficultates inde facile deduci queant, paucasque tantum directe solvere suscepi: lectorique dijudicandum relinquo, an non Virium, Percussionum, *ut &* Resistentiarum, Retardationumque, *corporum in fluidis motorum, Theoriæ cum Phænomenis, & inter se, quàm exactissime conveniant.*

Nostro labore quisque pro arbitrio utatur, & ne nos ad respondendum objectionibus, quæ proponi poterunt, devinctos credat. Quamdiu illa pro veris habebimus quæ scripsimus, nos jure silere posse persuasum habemus.

Quamvis in multis, quæ spectant memoratas Theorias, à NEWTONIANA recesserim sententia, non tamen titulum Introductionis ad Philosophiam Newtonianam *servare, & secundæ editioni ipsum inscribere, ullo modo dubitavi. Varia enim in hac illustramus ex iis quæ ab eximio illo Philosopho fuere tradi-*

dita; & pleraque, quæ ibi explicamus, eo conducunt, ut facilius intelligantur, à summis Philosophis in perpetuum celebranda, & a nemine unquam sine admiratione legenda, NEWTONI scripta Philosophica.

Qui tantum ex Phænomenis, omni fictâ rejectâ hypothesi, in Physicis ratiocinatur, &, quantum in ipso est, caste hanc methodum sequitur, ille NEWTONI vestigiis insistere conatur, & merito NEWTONIANAM se sectari Philosophiam profitetur; non autem ille, qui in verba jurat magistri.

Ut autem augmenta, & emendationes, secundæ editionis, & illis, qui primam jam possident, inservirent, supplementum hoc separatum edi curavi: in quo, ut primæ editionis possessoribus utilis essem, præstiti quod potui, non autem omne quod voluissem. In hoc dedi omnium machinarum novarum descriptiones, additamenta omnia, & propositiones mutatas. Non autem huic inserere potui, machinarum correctiones; neque illa, quibus, quæ in prima editione continentur, aut illustrantur, aut clarius & magis accurate exprimuntur; supplementum omnibus partibus completum, lectori nimio fuisset labori, & ipsius pretium nimium excrevisset.

Notandum, ubi s. ponitur post numerum in margine aut post TAB. agi de n. aut TAB. hujus supplementi. Si autem s. non detur agitur de numero aut TAB. ipsius operis. Hoc autem respectu octo primarum paginarum fuit neglectum; & in his TAB. I. indicat TAB. I. s. & TAB. II. designat TAB. I. ipsius operis.

In Capite de Viribus insitis prætermissa sunt quæ sequuntur; lectorem ideo rogo ut hæc velit inserere ad pag. 119. *post lin.* 26.

TAB. XIX. fig. 1. Si corpus cujus extremitas conica est ut E B F bis, in diversis superficiei argillæ partibus, in hanc incurrat, velocitatibus quæ sunt ut unum ad duo, cavitates erunt ut unum ad quatuor, ut ex ante dictis constat * & immediatè, cavitates mensurando, detegitur. Tempus autem in quo effectus hicce quadruplus editur majus est; sed effectum etiam quadruplum esse, quamvis minori tempore vim suam corpus amittat, experimento sequenti clarum est.

* 169. 1. 186 1. 456. 1.

EXPERIMENTUM 4.

Formatur ex ebore, aut ligno duriore, Cylindrus, qui ab una parte cono ut E B F terminatur, basis opposita quatuor conis, omnino huic similibus, obtegitur, qui singuli æqualiter prominent ita, ut planum, per quatuor vertices transiens, perpendiculare sit ad axem cylindri; suspenditur hicce ut ille, quo in præcedenti experimento usi sumus, & velocitate quacunque perpendiculariter in argillæ superficiem incurrit, dum juxta directionem ad axim parallelam fertur, cono unico in argillam impingente.

Converso nunc Cylindro, mutatoque pyxidis situ, velocitate dupla in argillam incurrat cylindrus, moto iterum hoc juxta axis directionem.

In priori casu unica tantum formata fuit cavitas, in hoc quatuor formantur, quarum singulæ priori quàm exactissimè æquales sunt.

Cum in utroque casu ad eandem profunditatem in argillam penetraverit corpus, clarum est, minori tempore vim integram amisisse, ubi velocitas major fuit.

Pag. 165. *post. lin. penult. adde.*

Hoc tamen difficilius continget, & rarius extrahendi erunt emboli, si hi singuli, in inferiori parte, inter duas laminas æneas orbem contineant ex subere ita, ut annulus coriaceus intruso embolo, sese suberi non ipsi metallo applicet. Quod in quibusdam antliis minoribus Anglicanis observavi.

MO-

MONITUM

De Demonſtrationibus quæ quantitates infinitè exiguas pro fundamento habent.

IN multis demonſtrationibus, in ſcholiis datis, quantitates conſideramus infinite exiguas, & ita haſce proponimus, ut & a lectoribus intelligi poſſint, quibus illa, quæ de talibus quantitatibus a Geometris fuere explicata, ignota ſunt. Ne autem ipſis ſcrupulus ullus circa demonſtrationes in mente hæreat, & ne ſibi de talibus demonſtrationibus non exactam forment ideam, monitum præmittere non inutile credidi.

Sit curva quæcunque A B C; quam in B tangit linea D E; ſint rectæ duæ quæcunque F B, *f* G, parallelæ, junctæ lineâ F *f*; quarum *f* G curvam ſecat in *b*; ſit etiam H *b* parallela F *f*, ſecans tangentem D E in *g*. Si nunc concipiamus, F *f* minui, id eſt lineam, *f* G motu parallelo ferri, dum etiam, per interſectionem hujus lineæ cum curva, motu parallelo fertur *g b* H, clarum eſt rationes inter *g* B, *g* H, H B, non mutari, donec, coincidentibus *f* G, F B lineolæ omnes ſimul evaneſcant. TAB. XLVII. fig. 5.

In eodem lineæ *f* G motu, rationes inter *b* B, *b* H, H B, continuò mutantur, donec ubi evanuere nullæ rationes dentur; in ipſo autem momento evaneſcentiæ dantur rationes ab omnibus, quæ in præcedentibus momentis locum habuere diverſæ.

Sic corpus quod cadit, & libere cadendo continuò celerius movetur, ubi ad punctum quodcunque pervenit, velocitatem habet majorem omnibus velocitatibus quas antequam ibi perveniret habuit, minorem autem omnibus illis, quas habebit poſtquam punctum prætergreſſum erit, peculiariſque eſt velocitas qua ad punctum appellit, ab omnibus aliis, quibus ad puncta alia quæcunque pervenit, diverſa. Eodem modo non agitur hîc de rationibus, quas habent quantitates ante evaneſcentiam, aut poſtquam evanuere, ſed quas habent dum evaneſcunt.

In ipſo autem hoc momento evaneſcentiæ, quia curva in puncto contactus cum tangente coincidit, confunduntur puncta G, *g*, *b*, & rationes inter *b* B, *b* H, H B, non differunt a rationibus *g* B, *g* H, H B, aut G B, G I, I B.

Ubi in demonſtrationibus B *b* infinitè exiguam ponimus, hanc pro recta habemus, & memoratam æqualitatem rationum, etiam ponimus: Hæc tamen Mathematicè vera non ſunt, niſi in momento evaneſcentiæ; ubi ergo loquimur de quantitatibus infinitè exiguis, intellige evanescentes, & demonstrationes nulli Mathematicæ demonstrationi firmitate cedent.

Clarum etiam est in momento evanescentiæ $f\,b$ & F B confundi reveraque æquales esse, ergo in demonstratione quacunque in qua portionem curvæ $b\,B$ infinite exiguam ponimus, quia hanc evanescentem intelligimus, tutò lineas ut $f\,b$, & F B pro æqualibus habemus.

Demonstrationes hæ distingui debent a demonstrationibus in quibus error, licet insensibilis, datur, qualis est demonstratio n. 1222. ex qua deducimus sonum, sive majorem sive minorem, eâdem semper velocitate per eundem aërem moveri; quod Mathematice verum non est, sed differentia velocitatum, quando datur, ita exigua est, ut nulla arte percipi possit, quare differentiam in Physicis negligimus; eodem modo ac in praxi geometriæ, ubi montis altitudinem consideramus, hanc non pro mutata habemus, quamvis arenula adjecta sit. In talibus autem demonstrationibus non agitur de quantitatibus infinitè exiguis, sed de quantitatibus finitis; numero enim finito non modo exprimi potest ratio inter arenulæ diametrum & montis altitudinem, sed & inter illam diametrum & telluris diametrum, aut si velis distantiam stellæ fixæ cujuscunque a Tellure.

In hisce demonstrationibus in quibus pro æqualibus habemus quantitates, quæ tali insensibili quantitate differunt, error in demonstratione sensibilis non erit, & ideò, ubi de rebus ipsis agitur, de quibus sensibus dijudicamus, demonstrationes hæ a Mathematicis jure admittuntur; ex Mathesi pura removentur, quæ tamen admittit, ut demonstravimus, demonstrationes quæ infinitè exiguas, aut evanescentes, quantitates pro fundamento habent.

SUP-

SUPPLEMENTUM PHYSICUM.

LIBERI I.

CAPUT IV.

De Divisibilitate Corporis in infinitum, & partium subtilitate.

In fine capitis. pag. 8. adde

QUod ut demonstremus, spatium implendum, divisum concipimus in cellulas cubicas, quarum latera æqualia aut minora sint, minimâ lineâ datâ: numerus cellularum finitus erit, & in tot partes arenula data dividi poterit, quot cellulæ dantur; ita ut in singulis cellulis particulam unam positam concipere possimus: concipiendum ulterius ex singulis hisce particulis minimis globum cavum formari. Propter materiæ divisibilitatem potest globus cavus semper augeri minuendo materiæ crassitiem, cum autem in singulis cellulis globus talis detur, poterunt singuli augeri, donec vicini sese mutuo tangant, ut omnes simul spatium impleant.

SCHOLIUM.

De Materiæ Divisibilitate

Infinitum vocant quidam illud, quo non datur majus, & negant materiam, esse divisibilem in infinitum, quod, hac Infiniti data definitione, libenter concedimus. Corpus in talem numerum partium, qui sit omnium maximus, non posse dividi, nullumque divisionis dari limitem, defendimus.

Infinitum finito contineri.

Infinitum est quod finitum superat; *partes* autem *numero, omnem finitum numerum superante, in quantitate finita contineri*, ex consideratione progressionis geometricæ decrescentis deducitur. 1.

Progressionem hanc Ex gr. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$ &c. in infinitum posse continuari, nullumque dari continuationis limitem quis non videt? Omnium tamen terminorum summam nunquam excedere unitatem; imo exacte unitati æquari demonstramus, si revera in infinitum continuatam concipiamus progressionem.

TAB. I. fig. 1. Sit linea A E unitas; hujus dimidium A B eſt primus terminus $\frac{1}{2}$; BC dimidium reliqui eſt terminus ſecundus $\frac{1}{4}$; tertius terminus erit CD $\frac{1}{8}$; dividendo D E in duas partes æquales habetur terminus ſequens; & eodem modo in infinitum continuari poteſt ſeries, ſemperque defectus ſummæ terminorum ſeriei AB, BC, CD, &c. ab integra linea AE ultimo termino ipſius ſeriei æqualis erit, quantumvis hæc continuetur. Quamdiu autem numerus terminorum eſt finitus, denominator fractionis, ultimum terminum exprimentis, eſt numerus finitus, & ultimus terminus eſt pars finita, qua ſumma ſeriei ab integra unitate deficit.

Si vero numerus terminorum omnem finitum numerum ſuperet, denominator ultimi termini omnem numerum finitum ſuperabit, partemque lineæ AE exprimet omni parte finita minorem, ideoque differentia ſummam ſeriei & lineam AE inter evaneſcet, id eſt erunt æquales quantitates hæ. Q. E. D.

Infiniti ideam non habemus; ideo ideis non aſſequimur, quæ de infinito demonſtramus; quæ tamen ex indubitatis principiis immediate ſequuntur, certa ſunt, &, quæ ex hiſce deducuntur, etiam in dubium vocari nequeunt.

Innumera circa Materiæ diviſibilitatem captum noſtrum ſuperantia evidentiſſime demonſtrantur, inter hæc notatu maxime digna ſunt, quæ ſpectant curvam ſpiralem logarithmicam dictam.

De Spirali logarithmicâ, & hujus menſurâ.

2. Hujus curvæ proprietas eſt, quod cum omnibus lineis ad centrum curvæ ductis angulos efficiat inter ſe æquales.

TAB. I. fig. 2. Sit centrum C: in A angulus curvæ, id eſt tangentis ad curvam, cum radio AC, nempe BAC, æqualis eſt angulo EDC, quem tangens, in puncto alio quocunque D, cum linea DC efficit.

Si angulus hic fuerit rectus, ſpiralis in circulum ſe convertet, ſi autem fuerit acutus, ad centrum continuo accedere facile patet: non tamen niſi poſt infinitos gyros ad hoc pervenire poterit.

Ponamus revolutionem primam, poſito curvæ initio in A, terminari in F, puncto medio inter A & centrum C. In hoc caſu angulus BAC paululum excedet 80. gr. 57'. Secunda revolutio ad FC illam habet relationem, quam prima ad AC; ideoque terminabitur in G, puncto medio inter F & C, quod
3. ad gyros ſequentes etiam applicari debet; & *punctum quod in curva movetur* in integra revolutione quacunque, accedendo ad centrum, percurrit dimidium diſtantiæ ſuæ a centro in principio revolutionis. *Licet* ergo *ad diſtantiam a centro quantumvis exiguam pervenerit*, non unicâ revolutione ad hoc pervenire poterit; auctoque numero revolutionum, quantum quis voluerit, nondum ultimam attinget; & *numerus revolutionum omnem numerum finitum ſuperabit.*

4. TAB. I. fig. 3. *Ad centrum* tamen *curvam pertingere, ibique terminari*, etiam conſtat. Sit portio curvæ ABEG; cujus centrum C; quo eodem centro, radio CG, deſcribatur circuli portio GL, ſecans lineam C A in L.

Concipiamus LA diviſam in partes æquales, ſed exiguas, AD, DI, IL, per quarum ſeparationes concipiamus circulorum portiones, centro C deſcriptas, ſecantes curvam in B & E; ductiſque radiis BC, EC, formentur triangula rectangula ADB, BFE, EHG, in quibus propter exiguas AD, DI, IL, hypotenuſæ, licet portiones curvæ, pro rectis haberi poſſunt; numerus enim partium in AL in infinitum poteſt concipi auctus, manentibus, quæ huc uſque ſunt expoſita, ut & iis, quæ ſequuntur.

Triangula memorata ſunt omnia ſimilia inter ſe; quia ſunt rectangula, & præ-

præterea ex natura Curvæ angulos habent æquales BAD, EBF, GEH. Sunt etiam æqualia, propter latera homologa æqualia AD, BF, EH, quod ex æqualitate partium AD, DI, IL, sequitur.

Ex A ducatur linea A *c*, cum CA angulum efficiens CA*c*, æqualem angulo CAB; ad AC in centro C & punctis L, I, D, erigantur perpendiculares C*c*, L*g*, I*e*, D*b*, secantes A*c* in punctis *c*, *g*, *e*, *b*; ductisque *bf* & *eb* parallelis ad AC, formantur triangula AD*b*, *bfe*, *ehg*, similia & æqualia inter se, ut & triangulis ABD, BFE, EHG, ut ex constructione liquet.

Idcirco hypotenusæ A*b*, *be*, *eg*, æquales sunt hypotenusis AB, BE, EG, id est, linea A*g* æqualis est curvæ portioni AG.

Hinc patet quomodo portio quæcunque curvæ mensuranda sit, curvamque non æquari lineæ A*c*, nisi ad centrum usque continuetur, illam autem finitæ esse longitudinis, licet infinitos gyros peragat. 5.

Si nunc concipiamus punctum, quod ex A procedat, & velocitate quacunque finita moveatur ita, ut hujus directio ad lineas ad C ductas semper æqualiter inclinetur, angulos efficiens æquales angulo *c*AC, perveniet *punctum* hoc ad C tempore finito, in eo nempe in quo eadem velocitate rectam A*c* potuisset percurrere; id est *finito tempore*, *velocitate finita*, *in spatio finito*, *peraget infinitos gyros*. 6.

De infinitorum Inæqualitate

Non omnia infinita esse æqualia, evidentissime patebit, si consideremus lineam, quæ ad partem quamcunque extenditur, in infinitum posse produci, talemque lineam infinitam esse; minor tamen erit aliâ lineâ, quam partem utramque versus productam concipimus in infinitum, hanc etiam ambarum summa superabit. 7.

Infinita linea continet numerum infinitum pedum, duodecuplum numerum pollicum.

Infinitorum inæqualitatem etiam detegimus, comparando diversas curvas spirales logarithmicas statim indicatas.

Præter jam memoratam, & pro parte hic delineatam, curvam, concipiamus & aliam spiralem logarithmicam, ex A exeuntem, & ad centrum ita tendentem, ut duabus revolutionibus pertingat ad F, duabus aliis pertinget ad G; quia duæ requiruntur revolutiones, ut accedendo ad centrum dimidium distantiæ ab hoc percurrat, numerus revolutionum in hac duplus est numeri revolutionum in spirali prima, quando æqualiter cum hac prima ADF ad centrum accedit; duploque numero revolutionum ad centrum pertinget: utraque tamen curva nisi post infinitas revolutiones ad centrum non accedit. 8. TAB. I. fig. 2.

De infinitorum classibus.

Quæ de infinito omnium maxime paradoxa demonstrantur, ideasque nostras in immensum superant, sunt quæ spectant infinitorum classes varias.

Detur curva ABC parabola, cujus abscissa quæcunque sit AD ordinata huic respondens DC. 9. TAB. I.

Nota est hujus curvæ proprietas, ordinatam mediam esse proportionalem inter abscissam & determinatam quandam lineam, quæ parameter dicitur: quare si abscissa quæcunque dicatur x, ordinata respondens y, parameter a, in omnibus parabolæ punctis habemus $\div x, y, a$; ideo $ax = yy$ *: quæ ergo æquatio naturam parabolæ exprimit. Evanescente x evanescit y, & Parabola cum AF, per A parallelâ ad abscissas, non congruit, daturque tota infra hanc lineam, quæ illam tangit, & cum qua efficit angulum mixtum FAC. fig. 4. * La Hire sect. con. lib. 5. pro. 2.

Si augeatur a manente x augetur y, & ſeſe expandit Parabola; aut potius formatur nova, in qua omnes ordinatæ aliûs curvæ ordinatas reſpondentes ſuperant; ita ut curva prima ſecundâ includatur, quæ inter primam & tangentem AF tranſit, minoremque angulum mixtum cum hac efficit. Parameter autem in infinitum poteſt augeri, & eo in infinitum minui angulus, quem cum tangente efficit Parabola.

10. Servato axe AD & vertice A, detur alia curva AEG, cujus ordinatæ dicantur z, quarum relatio cum reſpondentibus abſciſſis x exprimatur hac æquatione $bbx = z^3$: b deſignat lineam conſtantem.

Augendo b augentur omnes z, & mutatur curva in magis apertam, minuiturque angulus contactus, qui augendo b in infinitum minui poteſt.

11. *Habemus* ergo *duas claſſes angulorum decreſcentium in infinitum*; *harum integra ſecunda infinite exigua eſt reſpectu primæ*; demonſtramus enim angulum quemcunque in ſecunda ſuperari ab angulo quocunque, id eſt, utcumque exiguo, in prima.

Sit c tertia proportionalis ipſis a & b, utcunque ſumptis; ergo $ac = bb$. Multiplicando per c æquationem $ax = yy$, habemus $acx = yyc$, id eſt $bbx = yyc$. In ſecunda curva bbx valet z^3; ergo $z^3 = yyc$, ſi abſciſſa x fuerit eadem in utraque curva.

Ex æquatione hac deducimus $z, c :: yy, z^2$: unde patet yy ſuperari à zz, id eſt, y minorem eſſe z, quamdiu hæc a c ſuperatur, unde ſequitur curvam ſecundam dum ex A profluit, antequam z valeat c, inter tangentem & curvam primam dari qod univerſaliter obtineri hac demonſtratione conſtat.

12. Ponamus nunc tertiam dari curvam AI, cujus axis etiam eſt AD, & cujus æquatio, manentibus iiſdem abſciſſis x, ſit $d^3x = u^4$; u eſt ordinata quæcunque; & d linea determinata; hanc ſi augeamus, mutamus curvam & minuimus angulum quem curva cum tangente AF efficit; formaturque hiſce curvis tertia claſſis angulorum, quæ in infinitum minui poſſunt, & in qua nullus datur angulus, qui non ſuperetur ab angulo quocunque in ſecunda.

Datis b & d quibuſcunque, ſit bb ad dd; ut d ad quartam quam dicamus e; erit ergo $bbe = d^3$, & æquatio curvæ $bbx = z^3$ mutabitur in hanc $bbex = d^3x = z^3e$; ideoque $z^3e = u^4$, ſi agatur de iiſdem abſciſſis in utraque curva; idcirco $u, e :: z^3, u^3$; ergo u ſuperat z, quamdiu e ſuperat u. & exeundo ex A curva, cujus abſciſſæ ſunt u, tranſit inter AF & aliam curvam. Q. D. E.

Curvæ, quarum æquatio eſt $f^4x = t^5$ poſita f quantitate determinatâ in ſin-
13. gulis curvis, & t ordinata quæcunque, dabunt novam claſſem *angulorum* minorum omnibus memoratis, & eodem modo *claſſes in infinitum formari poſſunt, ſemperque omnes anguli in claſſe quacunque ſuperantur ab omnibus angulis in claſſe præcedenti, & ſuperant omnes angulos in claſſe ſequenti.*

14. *Inter duas claſſes quaſcunque datur ſeries infinita claſſium*; *quæ omnes eandem proprietatem habent, ut angulus quicunque unius ſit infinite parvus reſpectu angulorum claſſis præcedentis*, id eſt, ut ab omnibus ſuperetur, & *infinite magnus reſpectu claſſis ſequentis*, cujus omnes angulos ſuperat.

Curvæ $ax = yy$ & $bbx = z^3$ claſſes formant diverſas; quia ordinatarum dimenſio z^3 in ſecunda unitate ſuperat dimenſionem y^2 primæ curvæ; demonſtrabimus autem claſſes differre, quantumvis parum hæ dimenſiones differant, unde conſtabit propoſitum: quia inter hoſce numeros 2 & 3, & alios quoſcunque, innumeri dari poſſunt, qui inter ſe differunt, quorum nulli, quantumvis parum differentes, dari poſſunt, inter quos iterum non alii innumeri dari poſſint.

Sit

Sit $ax = yy$ & $g^{1\frac{1}{10}}x = s^{2\frac{1}{10}}$ id est, $g^{\frac{11}{10}}x = s^{\frac{21}{10}}$; ordinatas designat s, & g constantem lineam, quamdiu curva non mutatur. Fiat ut a ad g, ita $g^{\frac{1}{10}}$ ad quartam quantitatem, quæ dicatur $b^{\frac{1}{10}}$; ergo $g^{\frac{11}{10}} = ab^{\frac{1}{10}}$; multiplicando per $b^{\frac{1}{10}}$ æquationem $ax = yy$ datur $ab^{\frac{1}{10}}x = g^{\frac{11}{10}}x = y^2 b^{\frac{1}{10}} = s^{\frac{21}{10}}$; unde deducimus $s^{\frac{1}{10}}, b^{\frac{1}{10}} :: yy. ss.$ Idcirco in viciniis puncti A, ubi s necessario minor est determinatâ b, erit etiam y minor s unde liquet quod de angulis dictum.

Inter duas classes quascunque, quantitatum, quæ in infinitum differunt, dari in infinitum classes intermedias ex consideratione mediarum proportionalium etiam deducitur. 15.

Si A sit infinite magnum respectu a, media quæcunque proportionalis b inter has quantitates minor est A, & major a, non tamen finitam habet rationem ad A aut a; ratio enim A ad a componitur ex rationibus A ad b, & b ad a, & ratio ex duabus finitis rationibus composita est etiam finita; ideo cum A & a in infinitum differant, ratio inter A & b, aut b & a, omnem finitam rationem superat; quare etiam infinita est. In infinitum mediæ proportionales inter duas quantitates dari possunt.

SCHOLIUM 2.

De partium Subtilitate.

Pondus auri, quo in n°. 23. diximus argentum deaurari, est $\frac{1}{60}$ ponderis ipsius argenti. Volumen auri se habet ad volumen argenti, quando pondera sunt æqualia, ut 10 ad 19; ergo volumen auri quo argentum obtegitur ad volumen ipsius argenti obtecti, ut 1 ad 114. nam 10. 19 :: 60., 114. 16.

Pes cubicus aquæ ponderat libras $63\frac{1}{2}$ decies gravius est argentum; ergo pes cubicus argenti libras 635. pondo est.

Cubus est ad cylindrum, ejusdem diametri & altitudinis, circiter ut 14 ad 11; pondus ergo pedis cylindrici argenti est librarum 499. aut unciarum 7984.

Uncia una porrigitur in filum 14000. pedum, & in pede cylindrico datur filum 111776000. pedum, id est, tot dantur fila unius pedis.

Circulorum superficies sunt ut quadrata diametrorum, ideo quadratum diametri fili ad quadratum unius pedis, ut 1. ad 111776000; quorum numerorum radices sunt 1 & 10572, in qua ratione sunt dictæ diametri: est ergo fili diameter $\frac{1}{10572}$ pedis, aut $\frac{1}{881}$ pollicis. Aurum circumponitur & volumen augetur $\frac{1}{114}$, id est sectio circularis fili ea quantitate augetur, quod fiet si filo circumponatur lamina, cujus crassities est pars quarta partis $\frac{1}{114}$ diametri, area enim circuli habetur multiplicando circumferentiam per quartam diametri partem.

Est ergo auri crassities $\frac{1}{456}$ diametri fili, quæ est $\frac{1}{881}$ poll. ita ut auri crassities sit $\frac{1}{401736}$ pollicis.

Fila hæc tenuia deaurata, ut filis sericis circumvolvantur, plana fiunt, quo superficies ad minimum triplicatur, & in eadem ratione crassities auri minuitur, ita ut sit $\frac{1}{1205208}$.

Non æqualiter in omnibus punctis filum deauratur, & auri crassities in quibusdam locis forte duplo minor est, quare nihil a vero remotum ponimus, si crassitiem determinemus $\frac{1}{2000000}$ pollicis, id est millesima pars pollicis in bis mille partes dividitur.

Talis actu datur auri divisio; ideoque particulæ, quæ arte separantur, non majorem diametrum habent, & talium partium in sphæra aurea unius pollicis dantur 8.000.000.000.000.000.000.; & in arenula minima, cujus nempe diameter est pars centesima pollicis, dantur particulæ 8,000.000.000.000: particula itaque se habet ad arenulam, ut hæc ad globum, cujus diameter superaret 16. pedes, & non majorem numerum arenularum contineret globus hic, quam particularum continet arenula. Globus vero continet 4096. globos unius pedis.

Cap. V. *De Cohæsione partium.*
In fine cap. pag. 14. adde.

SCHOLLIUM.

De effectu attractionis vitri in aquam.

17. Singulæ particulæ aqueæ ad exiguam a vitro distantiam ab hoc attrahuntur, id est, per lineas rectas tendunt ad singulas vitri particulas, quarum distantia
TAB. I. non superat illam ad quam vitrum & aqua in se mutuo agere possunt. Sit
fig. 5. vitri superficies A B, particula C; hæc ad vitrum tendit per lineam C D, ad superficiem perpendicularem; tendit etiam ad punctum *e*, sed eodem tempore æquali vi tendit ad omnia puncta in superficie æqualiter cum *e* à D distantia, id est in circumferentia circuli posita, cujus diameter est *e f*: propter harum omnium virium æqualitatem non poterit punctum magis ad punctum unum ferri, quam ad aliud; ideo, omnibus viribus simul agentibus, particula etiam trahitur per C D. Similem demonstrationem aliis particulis vitri
18. in *aquæ particulam* agentibus applicando constabit, hanc *ad vitrum tendere per lineam ad superficiem hujus perpendicularem.*

TAB. I. Detur super plano vitreo A B gutta G. Particulæ singulæ parum a vitro
fig. 6. distantes ad hoc directe tendunt, particulasque cum quibus cohærent secum trahunt, unde in gutta oritur motus similis illi, qui in gutta daretur, si plano C D ad A B parallelo hoc versus premeretur; qua pressione gutta sese expan-
19. deret *quaqua versum*, & *expansio* hæc *est effectus attractionis.*

20. Sit A B aquæ superficies; huic pro parte immergatur perpendiculariter
TAB. I. vitreum planum F D, cujus crassitiem hic repræsentamus. Aqua a plano at-
fig. 7. trahitur, quo premitur juxta directionem B D *, & conatur quaqua versum
*18 s. super plano sese expandere *; quo motu non possunt agitari nisi particulæ in
*19 s. D, motibus contrariis infra superficiem sese mutuo destruentibus; elevabitur ideo aqua, & adscendentem sequetur illa, quæ cum ipsa cohæret, sustinebiturque ita aqua a vitro, ut pondus aquæ elevatæ valeat vim qua elevatur.

Sit altitudo hæc, quam justo majorem repræsentamus, D C; sustinetur autem aqua id C D G solâ vi qua particulæ in C sursum pelluntur: nam ubi aqua quiescit, vires, quibus aqua inter C & D sese quaqua versum expandere cona-
*19 s. tur *, sese mutuo destruunt: particula ex. gr. in *e* æqualiter sursum & deor-
21. sum pellitur. Vis ergo quæ sustinet aquam, *proportionem* sequitur *latitudinis superficiei juxta quam aqua adscendit*, *mensuratæ*, *ad altitudinem ad quam aqua* per-

pertingit, in linea ad superficiem ipsius aquæ parallela: quam eandem rationem *sequitur pondus aquæ elevatæ.*

De Tubis Capillaribus.

Aquam in tubos vitreos minores sponte adscendere debere, ex explicatis
facile deducitur. *Quantitas* autem *aquæ*, *quæ sustinetur*, sequitur rationem o- 22.
ræ aquæ elevatæ *; & ora hæc, *si agatur de tubis cylindricis, perpendiculariter im-* *21. 2.
mersis ad instar diametri crescit aut minuitur.

Sint duo tubi quorum diametri dicantur D, d; altitudines aquæ A, a;
quantitates aquæ ergo erunt inter se ut $D^q \times A$ ad $d^q \times a$ *; ideo $D^q \times A$, $d^q \times a$ *2. 11. 14. El. XII.
:: D, d *; dividendo antecedentia per D^q, & consequentia per d^q habemus, *78.
A, a :: $\frac{1}{D}$, $\frac{1}{d}$, id est *altitudines sunt inverse ut diametri.* 23.

De ascensu aquæ inter plana, de quo in n. 58.

Sint AC, BC, lineæ repræsentantes planorum sectionem horizontalem a 24.
superficie aquæ; ponamus spatium, angulo A C B contentum, dividi lineis TAB. I.
ut *de*, *fg*, *hi*, *lm* &c. parum admodum, sed æqualiter, a se mutuo di- fig. 7.
stantibus; manifestum est æquales aquæ quantitates in spatiis *dfeg*, *himl*,
elevari *; ibique ideo dari prismata æqualia, quorum altitudines sunt inverse *21. 2.
ut bases *; hæ autem, quia pro parallelogrammis haberi possunt, & propter la- *34. El. XI.
titudines *df*, *hl*, æquales, sunt inter se ut *de* ad *hi* *; quæ sunt ut *d* C ad *h* C. *1. El. VI.

Deducimus ex his curvam *efg* esse Hyperbolam cujus Asymptoti sunt lineæ 25.
A B, in qua vitra sese mutuo tangunt, & BC, superficies aquæ *; Propter TAB. II.
angulum rectum A B C Hyperbola est æquilatera *; examinavimus enim fig. 7.
casum in quo linea, in qua vitra sese mutuo tangunt, ad superficiem aquæ * La Hire 6. C. l. IV.
perpendicularis est. p. 2.

Facile etiam confertur altitudo in tubo cum altitudine inter plana. *ibid. l. V.

Sit *tubi cylindrici* sectio M, cujus *semidiameter æqualis est distantiæ e d inter* p. 13.
plana. Clarum est vim, quæ sustinet prisma aqueum cujus basis est *def* pro- 26.
portionem sequi lineæ *df*; ambabus enim *df* & *eg* proportionalis est vis quæ pa- TAB. I.
rallelopipedum, cujus basis est *dfeg*, sustinet *. fig. 7.

In tubo vis quæ sustinet prisma, cujus basis est *nop*, proportionalis est ipsi *np*; *21. 2.
quia tota circumferentia proportionalis est illi quæ integrum aqueum cylindrum vitro contentum sustinet. Si *np* & *df* fuerint æquales; vires quæ prismata sustinent æquales sunt; ideoque & ipsa prismata æqualia; sunt etiam in hoc casu bases *nop*, *def*, æquales, quare prismatum altitudines non differunt, & *aqua in tubum & inter plana ad eandem adscendit altitudinem.*

Variari multis modis potest experimentum de adscensu aquæ inter plana.

Nimium longum & satis inutile foret, omnia quæ huc spectant perpendere; 27. TAB. I.
satis est casum præcipuum examinasse; Circa duos alios in quibus angulus fig. 8. 9.
A B C, quem linea, in qua vitra junguntur, cum superficie aquæ efficit, est acutus aut obtusus, manentibus planis vitreis ad aquæ superficiem perpendicularibus, notabo, aquam etiam terminari Hyperbolica linea, cujus asymptos una est aquæ superficies, altera habetur erigendo perpendicularem B F ad C B, in puncto B, asymptos quæsita erit B E, quæ dividit bifariam F D, perpendicularem in puncto quocunque ad B F, & terminatam linea B A.

Si D F per punctum D Hyperbolæ transeat, B F erit semidiameter conjugata cum semidiametro B D.

In Fig. 9. ultra F Hyperbola non continuatur; aqua tamen ulterius adscendit, sed aliâ terminatur Curvâ.

In

In Fig. 8. licet Hyperbola vitrorum latera juncta secet in D non ibi adscensus aquæ terminatur, sed ad certam, & quidem pro diverso, quem inter se vitra continent, angulo, diversam ab A B distantiam, ab Hyperbola
28. deflectitur curva, adscensusque juxta B A continuatur. *Ubi enim exigua admodum est inter vitra distantia attractiones oppositæ sese mutuo juvant*, quo augetur aquæ adscensus. Simile augmentum actionis in n. sequenti memoratur; in luminis attractione a corporibus etiam locum habet, ut notamus in numero ultimo cap. 5. lib. 3.

De motu guttæ in n. 59,

29. TAB. I. fig. 10. Concipiamus plana, inter quæ gutta movetur, secari plano ad plana, & ad lineam in qua junguntur perpendicularem: repræsentatur sectio hæc; sed, cum motus ab inclinatione planorum ad se invicem pendeat, hanc justo majorem repræsentamus, ut & distantiam inter vitra, & distantiam ad quam vitrum in oleum agit.

Sint plana AB, CD; gutta *eeff*; *gb* distantia ad quam vitrum oleum trahit: omne ergo oleum inter *iebf* ad planum trahitur, & conatur sese quaqua
* 19. 5. versum super plano expandere * non autem potest propter cohærentiam partium guttæ, viresque oppositæ in *e* & *f* sese mutuo destruunt, guttaque, si plana parallela forent non moveretur. Nunc vero, quia actio attractionis perpendiculariter dirigitur ad vitrum, oleum in spatio *flb* a superficie *fg* attrahitur, ceditque, quia nulla actione contraria destruitur hæc, quo motu agitatur tota gutta cujus partes cohærent inter se. Tendit idcirco gutta illam partem versus in qua vitra concurrunt, quamdiu inferius plani inclinatio ad horizontem talis est, ut vis, qua gravitate super plano conatur descendere, minor est illâ qua ex attractione sursum fertur.

Ubi autem exigua est inter vitra distantia attractiones oppositæ sese mutuo juvant, visque magis augetur quam ad instar diametri guttæ, quod augmentum in ratione diametri ex superius demonstratis deduci facile potest.

Pag. 15. & seq.

Dele cap. VII. & VIII. & in ipsorum locum substitue.

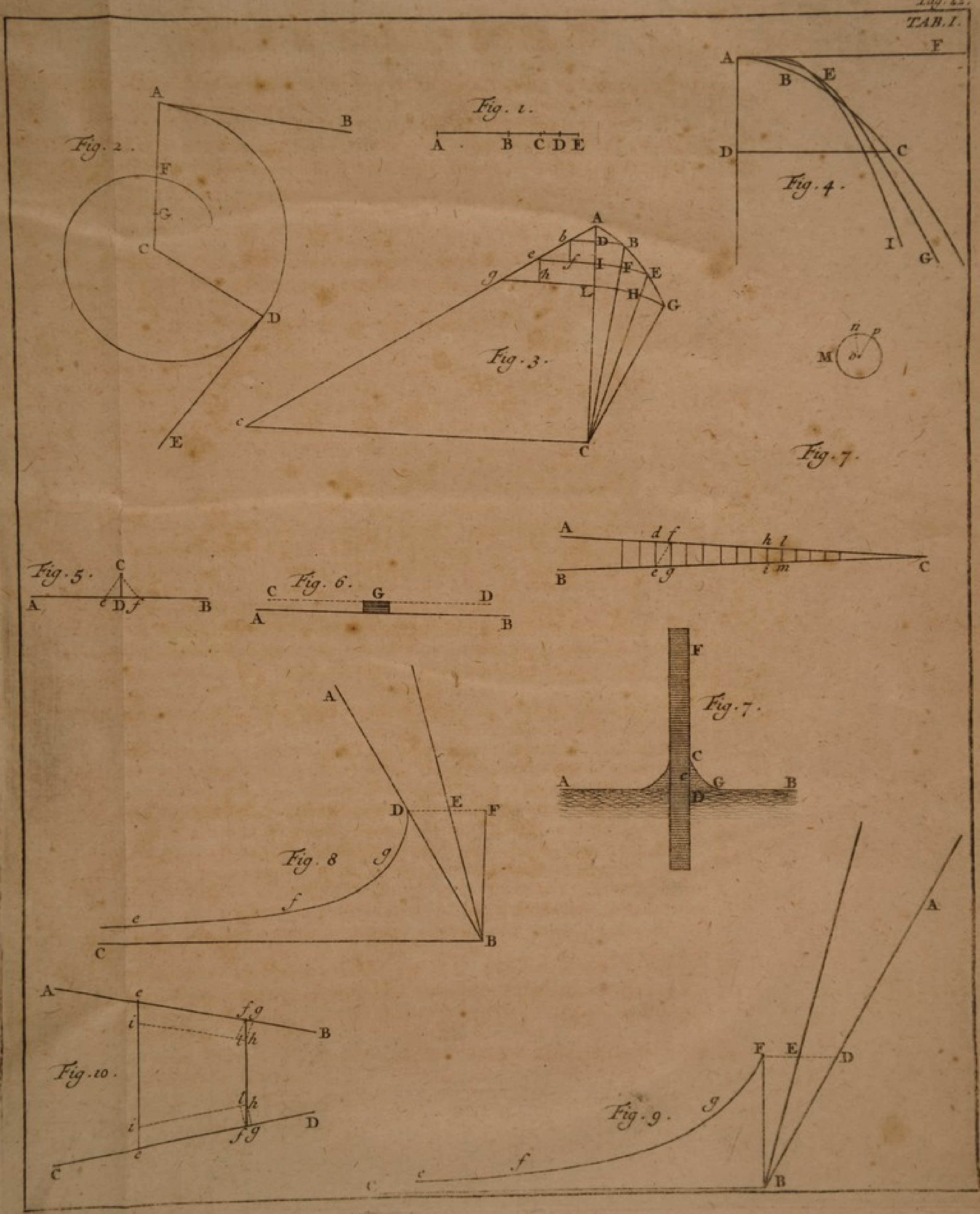
CAPUT VII.

De Actionibus Potentiarum comparandis.

30. P*Ressiones*, id est, Potentiarum actiones *æquales* esse has, quæ *æqualibus temporibus æquales edunt effectus*, primo intuitu patet.

Pressionem contrariam posse vincere Pressionem, in du-
31. bium nemo vocabit. *Pressiones æquales sese mutuo destruere, & has esse æquales quæ sese mutuo destruunt*, si pro axiomate non habeatur, ex dictis haud difficulter deduci poterit.

Ex


TAB. I.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 7.
Fig. 8
Fig. 9.
Fig. 10.

Ex quibus etiam patet, *Pressiones esse inter se ut effectus* 32.
æqualibus temporibus editos.

Si premātur obstaculum & hoc ex loco non recedat, con- 33.
trariâ pressione destruitur *pressio*; aliter enim hæc nullum
ederet effectum. Si ergo *non destruatur, cedit obstaculum.*
Hìc non considerandа est vis quæ in quibusdam occasioni-
bus obstaculo communicatur & qua in motu perseverat;
agitur hìc tantùm de translatione quæ est effectus 34.
immediatus pressionis, & quæ semper tantum sola
locum habet in momento primo infinite exiguo, quando
actione potentiæ obstaculum movetur.

Cùm effectus pressionis contraria pressione non destructæ
sit obstaculi translatio, sequitur, *actiones variarum poten-* 35.
tiarum tantum inter se posse differre respectu obstaculorum,
in quæ agunt potentiæ, & respectu spatiorum ab obstaculis per-
cussorum.

DEFINITIO.

Magnitudo pressionis considerata cum relatione ad obsta- 36.
culum quod ab illa removetur vocatur Potentiæ intensitas.

Sunt igitur *potentiarum intensitates ut obstacula in quæ* 37.
illæ agunt.

Si æqualibus temporibus per spatia æqualia obstacula ce- 38.
dunt, actiones Potentiarum sunt ut harum intensitates, id est, * 32. 1.
ut obstacula *. 35. 1. 37. 1.

Si Potentiarum intensitates fuerint æquales, id est, si in 39. * 37. 1.
obstacula æqualia agant *; *Potentiarum actiones sunt ut* * 32. 1. 34. 2.
spatia, æqualibus temporibus, ab obstaculis percursa *. 35. 1.

Si autem & obstacula & viæ ab his æqualibus temporibus 40.
percursæ differant, sunt potentiarum actiones ut intensitates,
aut ut obstacula, & ut viæ percursæ *; id est, in harum ra- * 38. 1. 39. 1.
tionum ratione composita.

Ex. Gr. si unius potentiæ intensitas fuerit dupla; id est, si
obstaculum fuerit duplum, & per spatium triplum transfera-
tur, actio erit bis dupla, aut ter tripla, id est, sextupla. Si,
datis numeris in ratione intensitatum, & aliis in ratione spa-
tiorum percursorum, pro singulis potentiis intensitas per spa-

tium ab obſtaculo percurſum multiplicetur, producta habebunt quæſitam compoſitam rationem.

41. *Si* numeri dentur, qui *actiones potentiarum variarum* deſignant, erunt hi ut producta obſtaculorum per ſpatia, ergo ſi ſinguli ex datis numeris *per ſpatium ab obſtaculo ſuo percurſum dividantur, quotientes erunt ut ipſa obſtacula.*

Ideo eo majora ſunt obſtacula, quo actiones ſunt majo-
42. res, & ſpatia percurſa minora; ideſt, *obſtacula ſunt in ratione compoſita directæ actionum, & inverſæ ſpatiorum percurſorum.*

Si numeri qui exprimunt producta obſtaculorum per ſpatia, id eſt, qui potentiarum actiones exprimunt, ſinguli dividantur per numeros, qui obſtacula deſignant, quotientes
43. erunt ut *ſpatia*, quæ ergo *ſunt directe ut actiones, & inverſe ut obſtacula.*

44. *Potentiarum actiones ſunt æquales, ſi ſpatia percurſa fue-*
* 32. 1. *rint in ratione inverſa obſtaculorum aut intenſitatum potentiarum* *. Quantum enim potentia intenſitate alteram ſuperat, in tantum reſpectu ſpatii percurſi ſuperatur. Ex. Gr. ſi obſtacula fuerint ut octo & ſex, viæ percurſæ ut tria ad quatuor, u-
* 40. 1. traque actio exprimetur per numerum viginti quatuor *.

Cap. V. *de Trochlea ſimplici, Libra, & Centro gravitatis*

In fine cap. pag. 25. adde.

6. tandem ut partes axis, quæ jugo ſeparantur, ſint exactiſſimè in eadem linea recta, quæ ſitum maximè commodum habebit, ſi cum jugo angulum efficiat rectum.

SCHOLIUM 1.

De centro Gravitatis.

Centrum gravitatis diximus eſſe punctum in corpore, circa quod omnes partes ipſius, in quocunque ſitu poſiti, ſunt in æquilibrio: tale punctum in corpore quocunque revera dari, cum pleriſque Mechanicis poſuimus, hoc nunc demonſtrabimus.

45. Sint puncta duo gravia A & B, inæqualem quamcunque gravitatem haben-
TAB. VIII. fig. 1. tia; concipiantur hæc juncta, lineâ inflexili, rectâ, ſine pondere; Detur in hac punctum C tale, ut CA ſit ad CB, ut pondus puncti B ad pondus puncti

cti A. Pondera hæc in æquilibrio erunt circa C, & quidem in situ quocunque, ut ex ante demonstratis * deducitur; ideò si sustineatur punctum C, sustinentur puncta A & B, & harum actio in puncto C quasi coacta est. * 58.

Detur tertium punctum grave D, ponderis cujuscunque; jungantur D & C, etiam rectâ inflexili, ponderis experti; sitque in hac punctum E, ita determinatum, ut E C se habeat ad E D, ut pondus puncti D ad summam ponderum punctorum A & B.

Si A & B juncta darentur in C, circa E daretur æquilibrium, positâ lineâ CD in situ quocunque *; sed A & B, ut demonstravimus, in situ quocunque lineæ A B, agunt quasi in C juncta essent; ergo tria pondera A, B, D, lineis inflexilibus conjuncta, in situ quocunque, in æquilibrio sunt circa punctum E; quod ergo est centrum gravitatis trium punctorum. Puncta hæc etiam nullum aliud habere centrum gravitatis, præter punctum E, ex eâdem demonstratione constat. * 85.

Si quartum daretur punctum grave, lineâ inflexili, rectâ, jungendum hoc foret cum E, & simili demonstratione constaret, quatuor puncta commune habere gravitatis centrum, & unicum hoc esse.

Cum vero eadem demonstratio ad numerum quemcunque punctorum referri possit, applicari poterit omnibus punctis gravibus, ex quibus *corpus quodcunque* constat: *habet* ideò corpus *centrum gravitatis, & unicum tale habet centrum.* 46.

De Centri gravitatis investigatione.

Dentur corpora, numero quocunque, quorum commune gravitatis centrum sit C; per hoc concipiamus planum horizontale, quod sit planum ipsius figuræ. Sint centra gravitatis ipsorum corporum A, B, D, E, F; si centra hæc ipso plano horizontali memorato non dentur, ad hoc referenda sunt lineis verticalibus, & eodem modo planum corpora gravabunt ac si ipsorum centra gravitatis darentur in punctis, in quibus lineæ hæ verticales planum secant *. 57. TAB. VIII. Fig. 2. * 87.

Sustineatur planum linea G H; habentur actiones ponderum ad movendum planum circa lineam G H, *multiplicando pondus unumquodque per suam distantiam a linea* G H *, & summa productorum dat integram actionem, qua omnia pondera simul planum premunt ad hoc circa GH movendum. 48. * 88.

Omnia autem pondera agunt, quasi essent in C *; idcirco habetur etiam ipsorum actio, multiplicando summam ponderum per distantiam puncti C a linea G H: *Si* ergo *summa* memorata *productorum*, quæ, ut patet, huic ultimo producto æqualis est, *dividatur per summam ponderum*, *datur in quotiente distantia centri gravitatis a linea* G H. * 101.

Quando agitur de ponderibus, quæ lineis verticalibus ad planum horizontale referuntur, distantiæ punctorum, ad quæ pondera referuntur, à lineâ G H, sunt æquales distantiis centrorum gravitatis ipsorum corporum à plano verticali, per G H transeunti.

Cum verò hæc demonstratio locum habeat in quocunque situ corpora dentur, si lineis inflexilibus, & sine pondere, corpora inter se cohæreant, nullum potest concipi planum, quod non, servato ipsius situ respectu corporum, possit fieri verticale; unde sequitur datis corporibus & plano quocunque, *distantiam centri gravitatis a plano detegi, multiplicando corpus unumquodque per sui centri gravitatis distantiam a plano, & dividendo productorum summam per ipsorum corporum summam.* 49.

Si similem demonstrationem applicemus plano, quod inter corpora transit, 50.

differentia inter ſummas productorum ab utraque parte per corporum ſummam dividenda erit, ad detegendam memoratam diſtantiam centri gravitatis a plano.

51. Ex hiſce deducimus methodum, qua *inveſtigatur centrum gravitatis*; *quæ-*
52. *rendo hujus diſtantiam a tribus planis* *. Quæ *eadem methodus ad corpus quodcun-*
* 49. 1. *que peculiare applicari poteſt*, *referendo ad hujus partes*, *quæ de corporibus ſunt de-*
monſtrata.

53. *Si Corpora*, quorum commune gravitatis centrum quæritur, *ſua peculiaria*
gravitatis centra in eodem plano habeant, *determinatur quæſitum centrum*, *dete-*
* 48. 1. *gendo hujus diſtantiam à duabus lineis* *, *utcunque in eodem hoc plano ductis.*

54. *Quando peculiaria gravitatis centra in eâdem lineâ dantur*, *detegitur commune gravitatis centrum operatione unicâ*, *qua* nempe *ipſius diſtantia à puncto quocunque*, in eâdem illâ lineâ ſumto, determinatur.

SCHOLIUM 2.

Arithmetica Mechanica.

Regulæ quatuor Arithmeticæ, Additio, Subtractio, Multiplicatio, Diviſio, ope libræ cujus brachia ſingula in partes centum æquales ſunt diviſa facile inſtitui poſſunt, operationumque demonſtratio ex ante memoratis quam faciliimè deducitur; ſatis ideò erit ipſas regulas exemplis illuſtrare.

Habeatur pondus quodcunque pro unitate; uncia Ex gr.; decima pars unciæ eodem modo poſſet adhiberi.

55. Sit numerus 364 libræ applicandus; tres uncias centeſimæ applico diviſioni, & unciam unam diviſioni 64[tæ]

56. Gravetur brachium libræ utcunque; quem numerum valeat actio hæc, determinamus, ſuſpendendo in centeſimâ diviſione brachii oppoſiti pondus, quod augeatur additâ ſucceſſivè unciâ atque unciâ; ponamus novem uncias nondum æquilibrium dare, decem autem excedere; relictis novem motu unius juxta brachium quæro æquilibrium, detur hoc ubi pondus ad 47 diviſionem pervenit, actio quæſita valebit 947.

ADDITIO. Sint addenda 34, 54, 268, 407, 45. 65. Separatim numeros
57. hos applico eidem brachio libræ *; quæro hujus actionis valorem *; & dete-
* 55. 1.
* 56. 1. go 873, ſummam quæſitam.

SUBTRACTIO. Ex ſumma numerorum 567, 258, ſubtrahenda ſunt 489
58. & 56 Numeros primos uni applico brachio *; ſubtrahendos alteri applico *,
* 55. 1. & quæro quantum valeat actio, qua actio in brachium unum alteram
* 55. 1. actionem ſuperat *, & detego differentiam quæſitam 280.

59. MULTIPLICATIO. Detur numerus 67, multiplicandus per 15. Pon-
* 56. 1. dus 15 ſuſpendo diviſioni 67 & quæro valorem *, quo productum quæſitum
detego 1005.

60. DIVISIO. Sit 1005. numerus dividendus per 15. Numerum dividendum
* 55. 1. applico libræ *, & movendo pondus quindecim juxta brachium, quæro æquilibrium, quod datur ubi pondus ad 67 diviſionem, quotientem deſignantem, pervenit.

Præſtat in hiſce duabus ultimis operationibus, minori pondere pro unitate uti.

Cap. XIV. *de Cuneo & Cochlea*

pag. 32. lin 1. ſpatium verò &c. *lege.*

ſpatium verò, per quod ligni partes, aut corpora, a ſe mutuo recedunt, eſt baſis cunei. Unde ſequitur,

Potentiam ſe habere ad corporum ſeparandorum reſiſten- 61.
tiam, quando cum hac æquè pollet, *ut baſis cunei, ad illius altitudinem* *.
* 44.

Quando agitur de ligno findendo, regula hæc locum non 62.
habet; quia non per æqualia ſpatia ſingulæ ligni partes cedunt, & quia, partibus quam minime ſeparatis, cohærentia in totum tollitur. Quæ ad lignum findendum ſpectant in ſequenti Scholio explicantur.

MACHINA

Qua cunei affectiones demonſtrantur.

Tabella T, longitudinis ſex poll., latitudinis quatuor poll. 63.
cum ſemiſſe, in ſitu horizontali firmatur, ad altitudinem TA. VIII. fig. 5.
circiter trium pedum ſupra menſam M.

Hoc commodè fit ope columnæ firmæ C, cui in ſuperiori parte cohæret lignum horizontale B, in cujus extremo cavum quadratum datur, in quo intruditur cauda lignea, quæ cum tabella cohæret, & quæ cum cavo exacte congruit; quare facile & firmatur, & ex ſitu tollitur, tabella T.

Ad quatuor hujus angulos foramina dantur *a*, *a*, *b*, *b*, per quæ funes tranſeunt, in ipſis foraminibus fixi; ſunt hi æquales inter ſe circiter tres pedes longi.

Hiſce funibus ſuſpenduntur lamellæ æneæ quatuor, ut *e* & *e*; ſed quæ diſtinctius, & juxta veras dimenſiones, repræſentantur in E aut E.

Ope harum duo ſuſpenduntur cylindri lignei *h*, *h*; ſectio juxta axem repræſentatur in H; altitudo inter *t* & *t*, ubi baſes paulum prominent, æqualis eſt diſtantiæ inter foramina *a* & *b* in tabella T: cylindrorum axes ulterius prominent, chalybei ſunt, & tenues, ut *tr*, *tr*; hi per lamellarum, ut E, foramina majora tranſeunt, cum quibus congruunt; ita ta-

 men

men ut in his quam liberrimè rotari possint.

Cylindrorum diametri sunt duorum pollicum cum semisse; in medio pars datur tenuior, longitudinis quatuor pollicum, cujus diameter est sesquipollicis. Pars hæc tenuior duobus annulis *ii*, *oo*, ex ipso ligno, circumdatur ita, ut lamina lignea F, quæ tenuiori huic parti applicatur, annulos tantum tangat.

In tabella T dantur & duo alia foramina inter *a*, *a*, & *b*, *b*, nempe *l*, *l*, per quæ funes transeunt, qui in superiori parte tabellæ cum paxillis *s*, *s*. cohærent. Hisce funibus trochleæ duæ æneæ sustinentur, ut *t*, aut T, ita suspensæ ut liberrime circa axes suos chalybeos, in foraminibus in lamellis æneis rotari possint.

Trochlea, ut T, cum cylindro uno conjungitur ope lamellæ E, & funium *m*; cum opposità lamellà E funis *nn* cohæret, qui trochleæ circumponitur & pondere P trahitur. Simile pondus, ad aliam partem cylindrorum, eodem modo, suspenditur, quibus duobus ponderibus ad se mutuo trahuntur cylindri.

Ope paxillorum *s*, *s*, elevantur, aut deprimuntur trochleæ, donec funes *n* & *m* sint in situ horizontali.

Cuneus formatur ex duabus laminis ligneis F, F, verticulis inter se conjunctis; quæ angulum quemcunque inter se efficere possunt.

Per hasce ipsas transit cochlea, circulariter incurvata, super qua duo frusta ænea exigua, duæ nempe cochleæ exteriores, moventur. Hisce plana F, F separantur, & ne angulus, quem efficiunt, minuatur, cohibent.

Appensà lance, cum pondere Q, cuneus hic inter cylindros intruditur.

Ut ita constituatur cuneus, ut ratio inter basim & altitudinem determinetur, formantur ex ligno triangula isocelia minora, ad verticem paululum truncata; quibus altitudo, & basis longitudo inscribuntur, datâ mensurâ quacunque. Commodum est exprimere altitudinem per numerum 16, si integris libris cylindri ad se mutuo trahantur.

Ex-

EXPERIMENTUM

Rebus, ut in machinæ descriptione dictum, dispositis, si pondus, quo cuneus inter cylindros intruditur, (id est, pondus cunei, cochleæ *g g*, & lancis cum pondere imposito) se habet ad summam ponderum P, P, ut basis cunei ad ipsius altitudinem, æquilibrium datur, inter vim qua cylindri separantur, & illam qua ad se mutuo trahuntur. Hoc exinde elicitur, quia agitatione minimâ cuneus elevatur aut deprimitur. 64.

pag. 33. post lin. 3. adde.

Machina hæc non repræsentat quæ in actione cunei, quo corpora separantur, obtinent; pondera enim P,P, non repræsentant vim qua cylindri inter se cohærent; sed cylindri singuli dimidio ponderum P, P, ad trochleam fixam trahuntur; in nostra autem machina*, ponderibus integris P, P, inter se cohærent cylindri. 65. *63.

In fine cap. pag. 35. adde.

SCHOLIUM I.

De ligno findendo.

Detur lignum, cujus partes jam separatæ efficiant angulum EFL; sit hoc ulterius findendum ope cunei ACB, cujus basis est AB, & cujus altitudinem mensurat CD. 66. TA. VIII. fig. 6.

Ubi partes, ut superius monuimus, quantumvis parum separantur, omnis tollitur resistentia; antequam autem separentur partes in F, puncta E, L, paululum moveri debent, id est augendus est angulus EFL; determinanda ideò est vis, qua angulus hic augeri potest.

Ponamus angulum auctum, ut sit *e* F *l*; cuneus intravit, & datur in *a c b*; partes ligni E, L, translatæ fuere per E *e*, L *l*, sed quæ minus ab F distant per minus spatium moventur, lineæque EF, LF, motibus suis describunt areas triangulorum æqualium inter se *e* FE, *l* FL.

Ductis *e f* & *f* F, parallelis EF & *e* E, formetur parallelogrammum *e* E F *f*; sunt æqualia triangula *e* F E & *f e* F *; & parallelogrammum valet ambo triangula *e* F E & L F *l* conjuncta: ideò translationes memoratæ linearum ambarum EF, LF, conjunctæ, valent translationem solius lineæ E F per spatium E *e* aut F *f*: quæ lineola ergo distantiam repræsentat, qua partes ligni à se invicem separantur, cum autem de hac separatione hìc agatur, est hæc ipsa lineola spatium, ab obstaculo quod superandum est, percursum, dum spatium, quod percurrit potentia, est C *c*, spatium nempe per quod cuneus fuit translatum. *34 El. I.

Vis ergo, qua cuneus intruditur, est ad ligni resistentiam, quando æquè pollent, ut *e* E ad C *c*. * *44.

Ducatur C *g* ipsi E *e* parallela, erunt hæ lineæ æquales *, quia motu parallelo * 34. El. I.

latus

latus cunei AG fuit translatum; ratio memorata est ergo quæ datur inter *g* C & C*c*.

Lineola E *e*, ideò etiam *g* C, perpendicularis est ad F E; est enim E *e* arcus circuli, adeo exiguus ut pro rectâ lineâ haberi possit; cujus circuli radius est F E.

67. *Per punctum baseos medium* D *linea* ducatur DH, *ad latus* A C cunei *perveniens in* H *&* *cum* F E *latere ligni separato*, *continuato*, *angulum efficiens rectum*; quare ipsi C*g* parallela est.

Propter latera *c* C, CD, in eadem linea, & reliqua parallela, sunt similia triangula C*gc*, DHC; idcirco DH *se habet ad* D C, id est *altitudinem cunei*, ut *g* C ad C*c*, id est, *ut vis qua cuneus intruditur ad ligni resistentiam*, *quando neutra alteram vincere potest*, auctâ paulum potentiâ separantur ligni partes.

68. *Quando ligni partes non separantur*, *nisi quo usque cuneus intruditur*, lineæ A C & E F conveniunt, & angulus DH C est rectus, ideoque similia sunt triangula C H D, C A D *; & D H ad D C, ut A D ad A C. In hoc casu ergo *est vis*, *qua Cuneus intruditur*, *ad ligni resistentiam*, *ubi æque pollent*, *ut semibasis cunei ad hujus latus*.

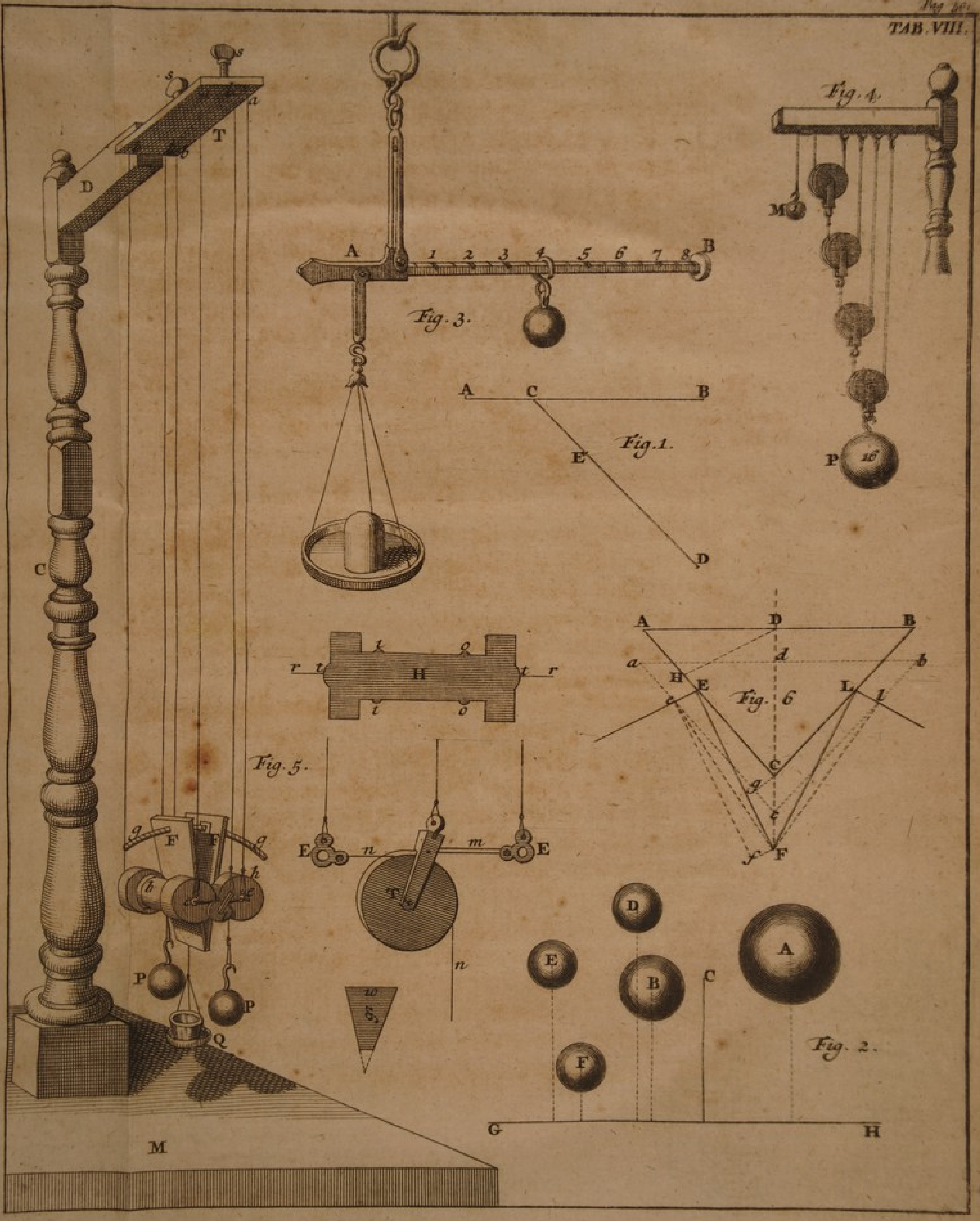
Post cap. xv. legendum est caput xxiii. *de potentiis obliquis*, pag. 67. cujus initium usque ad n. 97. delendum & legendum.

69.
TAB. A. fig. 1.

Detur *punctum* A, *quod tribus potentiis* filis applicatis per A B, A E, & A D, *trahitur*, *quiescit*, *si potentiæ fuerint inter se ut latera trianguli formati lineis juxta directiones potentiarum positis*; id est, si potentiæ fuerint inter se ut latera trianguli A D b. In quo casu positis A B, A E & A D, respectivè ut pressiones per has lineas agentes, si duabus ut A D & A E formetur parallelogrammum, patet tertiam B A continuatam fore parallelogrammi diagonalem & A B, A b, æquales esse inter se.

Punctum autem A in hoc casu quiescere ut demonstremus, concipere debemus, sepositâ potentiâ per A B, pressiones per A E & A D destrui, punctumque quiescere, actione quacunque, & in hanc actionem inquirendum est. Sint lineæ minimæ A *d*, A *e*, inter se ut A D, A E, id est, ut pressiones juxta hasce lineas agentes; æquali tempore punctum A per hasce lineas minimas
* 39.1. posset transferri, si singulæ solæ agerent & non destruerentur *; cum punctum quiescat, integras suas actiones ambæ simul in hoc exerunt, & conatur hoc per ambas simul lineas eodem tempore moveri; si autem per ambas simul transferatur dabitur in *b*, in diagonali Ab, ductis *e b* ad A *d*, & *d b* ad A *e* parallelis; am-
70. babus ergo potentiis conatur lineam A *b* percurrere eo tempo-

re,


TAB. VIII.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6
A C B
E
D
G H
M
P 16

re, quo posset percurrere A *e* aut A *d*; *duæ* ergo memoratæ *potentiæ ad unicam* per A *b* agentem *reducuntur*, & est hæc potentia ad reliquas duas ut A *b* ad A *d* & A *e*, id est, ut A B ad A D & A E. Æqualis est idcirco potentia, qua punctum Attrahitur per A B, potentiæ ad quam reliquæ duæ reducuntur, & cum hac contrarie agit. 70.

Nota est triangulorum proprietas, latera esse inter se ut sinus angulorum oppositorum; *sunt ergo in æquilibrio potentiæ tres, quæ sunt inter se ut sinus angulorum directionibus potentiarum oppositarum formatorum.* Id est, potentia quæ per A E agit, est ut sinus anguli B A D, & sic de cæteris. 71.

Cap. XVII. *de Acceleratione & Retardatione gravium.*

pag. 38. dele lin. 3. cum septem seq. & lege.

Vis gravitatis in omnia corpora pro quantitate materiæ continuo agit *, & quæcunque fuerint, gravitate eodem modo moventur. Quando corpus liberè cadit, impressio primi momenti in secundo momento non destruitur; ergo ei superadditur impressio secundi momenti, & sic de cæteris; *motus* igitur *corporis libere cadentis est acceleratus*, & ex Phænomenis constat motum *æquabiliter in temporibus æqualibus* accelerari; quod deduci potest ex Exp. n. 76 *s*. *79. 72.

Unde sequitur *gravitatem eodem modo agere in corpus motum ac in corpus quiescens*; ideò celeritates æquales, in momentis æqualibus, corpori communicat. 73.

pag. 39. dele n. 132. cum Exp. sequenti. Pertinent hæc ad percussionem; ideo in sequentibus ad examen vocanda erunt, n. 131. autem confirmatur exp. in n. 76. *s*

Cap. XVIII. *de Descensu Gravium super Plano inclinato.*

pag. 41. dele quæ habentur inter n. 41, & 43. & lege.

Corpus P plano A B impositum juxta directionem A B super Plano conatur descendere; ponamus filo huic lineæ parallelo retineri ut quiescat, plano sustinetur, id est quasi pellitur juxta directionem *d c* plano perpendicularem, tandem gravitate verticaliter per *c e* conatur descendere. Corpus ergo P tribus quasi trahitur potentiis, quarum directiones lateribus trianguli *c e d* parallelæ sunt, sed corpus quiescit; sunt idcirco potentiæ inter se ut latera hujus triangu-

74. li*. Ideo, *vis qua corpus super plano conatur descendere est*
*65. *ad* vim qua verticaliter conatur descendere, *pondus* nempe *corporis*, ut *d e* ad *c e*, aut ut A C ad A B, id est, *ut altitudo plani ad hujus longitudinem*, sunt enim similia triangula
* 29. El. 1. rectangula *c d e*, ABC, habentia angulos æquales *c e d*, CAB*.

pag. 44. in fine cap. adde.

* 130. Ex demonstratis in hoc capite *, deducimus methodum confirmandi experimentis, quæ de velocitate Corporum
* 131. cadentium antea sunt demonstrata *.

MACHINA,

Qua corporum Cadentium velocitates conferuntur.

75. Ex ligno cujus crassities A B est duorum pollicum, & alti-
TAB. XII. fig. 1. tudo circiter pollicum novem, formatur machina hæc; excavatur lignum juxta portionem cycloïdis à superiori parte ligni ad F usque, ubi curva terminatur in ipsius vertice; continuaturque lignum ab F ad G, juxta tangentem ad curvam in vertice F, cujus distantia a G est unius pedis. Ut lignum hoc exactissimè sit elaboratum habeatque superficiem admodum politam desideratur. Formationem autem cycloïdis in capite sequenti explicamus.

Lignum hoc circumdatur regulis ligneis H H, H I, I I; & spatium quod hisce continetur in duos quasi canales dividitur regulâ L L, cujus altitudo est quartæ partis unius pollicis.

In Canali utroque movetur globus æneus diametri semi pollicis, in utroque etiam datur obex O, hi ope cochleæ lateralis ubi desideraveris firmantur.

Machina tribus sustinetur cochleis æneis, quarum duæ videntur in C, C; harum ope superficies F G in situ ponitur horizontali, cujus situs indicium dat perpendiculum N M.

Regula L L in superiori parte dividitur, ab F ad G in partes æquales, ab F autem sursum inæquales sunt; sed demonstrant intervalla æqualia inter altitudines.

Hujus Machinæ hæc est proprietas, ut globi ab altitudinibus, utcunque inæqualibus, dimissi, æqualibus temporibus ad F perveniant, quod facile patebit si obices O, O, in F firmentur, & globi eodem momento a diversis altitudinibus dimittantur.

Qui hujus proprietatis Geometricam desiderant demonstrationem caput sequens adeant; ipsam in machina observare proprietatem in hoc loco sufficit.

EXPERIMENTUM 4.

Constitutâ machinâ, ut dictum, firmentur obices, appli- 76.
cato uno divisioni quartæ ab F, altero divisioni sextæ. Si nunc globi dimittantur eodem momento ab altitudinibus, quæ sunt ut quatuor ad novem, dimisso nempe globo illo a minori altitudine qui datur in canali, in quo obex minus ab F distat, eodem etiam momento quàm exactissime ad obices pervenient.

Globi hi eodem momento in F dantur, æqualibus ergo temporibus percurrunt lineas, quæ sunt ut quatuor ad sex, id est, ut duo ad tria, in qua ratione sunt horum globorum velocitates *; horum numerorum quadrata sunt quatuor & * 53.
novem, id est in ratione altitudinum a quibus cadendo corpora acquisivere velocitates suas; quod Experimento confirmandum erat.

In constituendis obicibus ad globorum magnitudinem attendendum.

Cap. XIX. *de Oscillatione Pendulorum.*

In fine cap. pag. 49. adde

SCHOLIUM I.

In quo quædam Cycloïdis proprietates demonstrantur.

Positâ Cycloïdis memoratâ formatione; sit circulus generator BEF. Pona- 77.
mus hunc pervenisse ad punctum G baseos, punctum F erit in *f*, posito arcu G*f* TAB. XII.
lineæ GF æquali; Punctum describens erit in *b*, & erit hoc punctum Cycloïdis. fig. 4.

Ducatur G*c*H diameter per punctum contactus, erit hæc ad basin perpendicularis *, & parallela diametro BF. Ductâ nunc *b*L, per punctum * 18. El. iii.
Cycloïdis *b*, basi parallelâ, secante circulum FEB in E, & GH in I; manifestum est, propter æquales GI & FL *, in circulis æqualibus æquales * 34. El. 1.
esse *b*I, EL; additâ utrimque IE, æquales erunt *b*E, IL, cui æqualis GF *. * 34. El. 1.

Facile etiam liquet arcus G*f*, *b*H, EB, æquales esse inter se & lineæ GF; ideoque lineæ *b*E.

Ex quibus hanc curvæ deducimus proprietatem, *Si ex puncto quocunque Cy-* 78.
cloïdis ad basin ducatur parallela, quæ semicirculum secat super axe descriptum

ad partem curvæ, qualis linea hic est *b* E L, *erit* hujus *portio*, *inter Cycloïdem & semicirculum intercepta*, *æqualis arcui semicirculi inter lineam memoratam & verticem intercepto*. id est *b* E arcui EB æqualis est.

79. Sit Cycloïs ADB; vertex B; basis AF; axis BF, qui diameter est semi-
TAB. XII. circuli F M B.
fig. 5. Sumtâ D*d* portione quacunque infinitè exigua Cycloïdis, poterit hæc pro lineâ rectâ haberi, & continuatâ formabit tangentem in puncto D aut *d*. Ducantur D L, *dl*, ad basin parallelæ semicirculum secantes in E, *e*; & ductâ B *e* continuetur hæc donec secet in *b* lineam D L; sit etiam B O ad basin parallela, circulum tangens in B, & quæ in O secatur lineâ *e* O, continuatione lineæ E*e*.

Triangula *b* E *e* & *e* O B, propter B *o* & *b* E parallelas sunt similia. La-
* 36. El. iii. tera autem EO & OB sunt æqualia *; ergo & æqualia *e* E, *b* E; est *e* E ar-
* 68. cuum B*e*, B E, aut linearum *de*, DE, differentia *; quæ eadem differentia est ideò etiam *b* E, quare sunt æquales parallelæ D *b*, *d e*; sunt etiam id-
* 33. El. i. circo æquales & parallelæ D*d*, *b e**. id est tangens in *d* parallela chordæ *e* B.

80. Iisdem positis ducatur F E *i*; erit hæc ad B E aut B *b* (propter angulum
* 31. El. iii. infinite exiguum *e* B E) perpendicularis *, dividetque basin trianguli isosceles *b* E *e* in duas partes æquales ita, ut *ei* sit dimidium ipsius *e b* aut *d* D. Est verò *e i* differentia inter chordas B E, B *e*; nam si centro B, radio BE, circulus describatur coincidet hic cum E *i*, quæ infinite exigua est; & D *d* est differentia arcuum Cycloïdis D B, *d* B.

Concipiamus nunc lineam ad basim Cycloïdis A F parallelam moveri à B ad F, aliamque lineam interea circa B ita rotari, ut continuo transeat per intersectionem primæ cum semicirculo. Ubi prima Ex. gr. pervenit ad *d l* erit secunda in B *e*, translatâ primâ ad D L rotatur secunda ut sit in B E. In hoc motu, commune initium habent, & continuo augentur, arcus Cycloïdis D B & chorda EB; sed illius augmentum semper duplum est augmenti hujus; quare & integer arcus qui est summa augmentorum, erit duplus integræ chordæ, quæ etiam summam valet augmentorum suorum. Conferendo n. 74. 5. 79. 5. 80. 5. patet demonstratio n. 156.

81. Detur iterum eadem Cycloïs A D B; basis A F; axis FB; F E B semicirculus. Producatur BF ad C ita, ut B F & F C sint æquales; formatoque parallelogrammo A*f*C F; detur semicirculus A *mf*, qui semicirculo FEB, æqualis erit; ut & semi cycloïs A *q* C, cujus axis est A*f* & quæ æqualis est semi-cycloïdi A D B. Concipiamus etiam filum fixum in C & cycloïdi C *q* A applicatum, evolvi.

Ponamus filum ad hunc pervenisse situm, ut cum cycloïde tantum conveniat à C ad *q*, & ulterius protendi juxta tangentem ad curvam in *q*: si linea *q* Q æqualis sit arcui *q* A, cui filum, nunc tensum, fuit applicatum, erit Q fili extremitas.

Ducatur *q p* ad basin parallela semicirculum A *m f* secans in *m*, ex quo
* 79. puncto ducatur linea *m* A ad A, sunt *m* A & *q* N parallelæ * & æquales; sed *q* A, ideoque *q* Q dupla est *m* A aut *q*N; sunt ergo æquales N *q*, N Q; idcirco si per Q ad A F & *p q* detur parallela QP, erunt æquales P F, A *p*;
* 32. 27. ergo etiam erunt æquales arcus F M, A *m*; ut & anguli M F A, *m* A F *;
El. iii. & est F M, parallela A *m* *, ut & Q *q*; unde sequitur F M Q N esse paral-
* 27. El. i. lelogrammum, & æquales esse F N, Q M; sunt etiam æquales *qm*, A N, in parallelogrammo *m* A N *q*.

Li-

Linea $m q$, aut A N, æqualis eſt arcui A m *, aut arcui F M; A F æ- * 78.
qualis eſt ſemicirculo F M B*; idcirco N F, aut Q M, æqualis eſt arcui * 78.
M E B, & punctum Q, ideſt fili extremitas datur in cycloïde A D B*, quam * 78.
integram extremitas hæc percurret dum totum filum evolvitur.

SCHOLIUM 2.

De motu in Cycloide.

Concipiamus portionem cycloïdis aut integram cycloïdem, in linea recta 82.
extendi A B D, & corpus in hac linea recta moveri juxta legem penduli o- TAB. A.
ſcillati in cycloïde, id eſt dari preſſionem in corpus agentem, quæ ſequatur ratio- fig. 1.
nem diſtantiæ corporis a puncto medio B, & quæ in corpus motum agat ut in corpus quieſcens; centro B, radio B A, deſcribatur Semicirculus A L D, qui tempus repræſentat, in quo corpus movetur ab A ad D; tempora in quibus portiones quæcunque lineæ A D deſcribuntur, erectis ad hanc perpendicularibus, determinantur, arcus H I tempus in quo F G, & arcus A H tempus in quo A F percurruntur, deſignant: celeritates autem in punctis F & G proportionales ſunt ipſis perpendicularibus F H, G I.

Quæ ut demonſtrentur, concipiendum eſt corpus, quod in linea A D mo- 83.
vetur ita, ut temporibus, quæ ſunt ut arcus A H, H I, percurrat portiones A F, F G, & ſic de cæteris: ita ut totum tempus repræſentetur per ſemicirculum A L D. Concipiamus ulterius ſemicirculum in partes minimas æquales diviſum, momenta minima æqualia temporis deſignantes, quales ſunt H b & I i. Idcirco poſitis $f b$ & $g i$ etiam perpendicularibus lineæ A D, temporibus æqualibus lineæ F f & G g percurruntur, quæ cum exiguæ ſunt percurruntur motu æquabili, momenta enim temporis adeo exigua concipi poſſunt, ut acceleratio aut retardatio inſenſibilis ſit; celeritates ergo in punctis F &
G ſunt, ut F f & G g *, quæ ſunt inter ſe ut F H ad G I; propter triangu- * 53
la ſimilia H B F, H $b l$, & I G B, I $m i$, ductis lineis H l & I m parallelis lineæ A D; & propter æquales Hypotenuſas H B, I B, & H b, I i.

Incrementa celeritatum momentis æqualibus minimis in punctis F & G, ideſt
preſſiones agentes in iſtis punctis *, ſunt ut $l b$ & $m i$; ſunt enim differentiæ cele- * 39. * 71.
ritatum in punctis F, f, & G, g. Sed, propter triangula memorata ſimilia, $l b$ & $m i$ ſunt inter ſe, ut F B ad G B; idcirco preſſiones, in punctis F & G in corpus agentes, ſunt inter ſe ut diſtantiæ a puncto medio B.

Quæ de incrementis celeritatum demonſtrantur in parte A B lineæ A D, in parte B D de decrementis eodem modo demonſtrantur. Agitatur ergo corpus juxta legem corporis in cycloïde oſcillati.

Detur corpus motu æquabili ſemicirculum percurrens A L D, in tempore 84.
unius vibrationis in cycloïde, id eſt in tempore, in quo corpus, in linea recta A D ut explicavimus motum, illam percurrit. Ex dictis patet H b, F f, & I i, G g, æqualibus temporibus percurri; unde ſequitur, cum directiones ſint parallelæ in L & B, celeritates in hiſce punctis eſſe æquales. Idcirco
corpus celeritate quam corpus pendulum habet in B, in tempore unius vibrationis 85.
deſcribit ſemicirculum, cujus diameter eſt arcus cycloidis a corpore percurſus. TAB. VIII.
Si corpus integram percurrat cycloidem A B D, diameter hæc erit quadru- fig. 1.

* 80. pla diametri F B *, & velocitas in B erit, quam corpus cadendo ab altitudi-
* 150. ne F B acquirit *, qua celeritate motu æquabili corpus in tempore casus po-
* 154. test percurrere lineam duplam ipsius F B * Sed spatia æqualibus velocitatibus percursa sunt ut tempora, id circo tempus casus per semilongitudinem penduli est ad tempus unius vibrationis per integram cycloïdem, aut arcum
* 155. quemcumque *, ut dupla F B, ad semicircumferentiam circuli, cujus diameter est quadrupla lineæ F B, aut ad integram circumferentiam, cujus diameter est etiam dupla F B; ergo in genere ut diameter circuli ad hujus circumferentiam; ut monuimus in n. 157.

SCHOLIUM 3.
De Centro oscillationis determinando.

86. *Sit C A pendulum compositum; pondera P & Q; inter hæc datur centrum oscil-*
TAB. A. fig. 3. *lationis O, cujus hæc est proprietas*, positâ virgâ A C rigidâ & sine pondere, *ut pondus Q, multiplicatum per B C, ad pondus P, multiplicatum per A C, ita A O ad O B.* Quod ut demonstremus, considerandum est pondera Q & P moveri directionibus parallelis inter se, id est æqualiter ad horizontem inclinatis; ideo agitari continuo impressionibus ex gravitate, quæ, nisi cor-
* 77. 146 pora virgâ rigidâ juncta forent, illis celeritates communicarent æquales *. Junctorum autem ponderum celeritates necessario sunt inæquales, & celeritas corporis P, actione ponderis Q, augetur, dum hoc alterius actione retardatur;
* 126. quæ actiones contrariæ æquales sunt *. Interea punctum intermedium quoddam O, centrum nempe oscillationis, movetur celeritate ex actione gravitatis oriunda.

Sit B *b*, O *o*, aut A *a* (has enim æquales ponimus lineas) spatium percursum ex actione gravitatis juxta inclinationem quamcunque agentis in tempore quocunque minimo. Cum punctum O hoc spatium percurrit, tantum per B E transfertur Q, & potentia quæ in Q agit minuitur quantitate, qua eo-
* 40. dem tempore corpus hoc percurreret E *b*, & quæ exprimitur per Q × E *b* *. Potentia autem, quæ in P agit, augetur quantitate, qua P eodem tempore
* 40. transfertur per *a* D, & quæ exprimitur per P × *a* D *; ponimus enim parallelas B *b*, O *o*, A *a*; potentia ergo quæ retardat motum corporis Q, est ad potentiam, quæ accelerat motum corporis P, ut Q × E *b* ad P × *a* D: Sed potentiæ hæ applicantur vecti, cujus fulcrum est C; idcirco harum actiones, quas
* 105. æquales demonstravimus, sunt ut C B × E *b* × Q ad C A × *a* D × P *. Ideo C B × Q ad C A × P, ut *a* D ad E *b*, aut A O ad O B. Q. E. D. Patet etiam in pendulo tali composito producta fore æqualia, si unumquodque pondus multiplicetur per suas distantias a centris suspensionis & oscillationis.

87. *Si plura pondera dentur & unumquodque per suas distantias a centris suspensionis & oscillationis multiplicetur, summæ productorum ab utraque parte centri oscillationis æquales sunt.* Quod demonstratione simili evincitur.

Unde deducimus Methodum computatione determinandi centrum oscillationis.

88. Sint corpora quæcunque A, B, C, D, E, horum distantiæ a centro suspensionis respectivè litteris $a, b, c, d, e,$ exprimuntur; sit distantia centri oscillationis a centro suspensionis x. Ponamus $a, b, c,$ minores esse x, d & e autem majores.

Corporum A, B, C, distantiæ a centro oscillationis sunt $x-a$, $x-b$, $x-c$,

$x-c$: & corporum reliquorum diſtantiæ ab eodem centro ſunt $d-x$, $e-x$, multiplicando corpora ſingula per ſuas diſtantias ab utroque centro, habemus $Aax-Aaa+Bbx-Bbb+Ccx-Ccc=Ddd-Ddx+Eee-Eex$ * unde deducimus $x=\frac{Aaa+Bbb+Ccc+Ddd+Eee}{Aa+Bb+Cc+Dd+Ee}$, quam eandem æquationem habemus quæcunque ex diſtantiis a, b, c, d, e, ſuperent x; quare generalem hanc detegimus regulam. * 87.

89. *Si ſingula corpora multiplicentur per quadrata ſuarum diſtantiarum à centro ſuſpenſionis, & ſumma productorum dividatur per ſummam productorum ſingulorum corporum multiplicatorum per ſuas diſtantias ab eodem centro ſuſpenſionis, quotiens diviſionis dabit diſtantiam inter centra ſuſpenſionis & oſcillationis.*

90. Si, continuato pendulo ultra centrum ſuſpenſionis, corpora quædam ſupra punctum ſuſpenſionis applicentur, horum diſtantia erit negativa; Si Ex. gr. talia forent corpora A&B, pro $+a$ & $+b$ computatio ineunda foret cum $-a$, $-b$, quorum quadrata cum etiam ſint $+aa$ & $+bb$, diſtantia x in hoc caſu erit $\frac{Aaa+Bbb+Ccc+Ddd+Eee}{-Aa-Bb+Cc+Dd+Ee}$.

91. Ut memoratam * regulam applicemus lineæ cujus extremitas eſt ſuſpenſionis centrum, ſingula ipſius puncta, aut potius partes minimæ, multiplicandæ ſunt per quadrata diſtantiarum ſuarum ab extremitate, ſumma horum productorum eſt pyramis, cujus baſis eſt lineæ quadratum, & altitudo ipſa linea, ſi linea dicatur a, pyramis hæc valet $\frac{1}{3}a^3$ *. Dividenda hæc eſt per ſummam partium minimarum multiplicatarum per ſuas diſtantias ab extremitate, quorum productorum ſumma eſt area trianguli cujus baſis eſt a, & altitudo etiam a; quæ area valet $\frac{1}{2}aa$ *. Dividendo autem $\frac{1}{3}a^3$ per $\frac{1}{2}a^2$ quotiens eſt $\frac{2}{3}a$ diſtantia centri oſcillationis a centro ſuſpenſionis, ut ſuperius experimento confirmavimus *. * 89. * 7.6.El.xii * 34.El.1. * 163.

SHOLIUM 4.

De linea celerrimi deſcenſus.

SI conferamus inter ſe n. 154. & 89. *ſ.* patet, corpus per arcus circuli exiguos, qui ut poſt n. 157. monuimus ab arcubus cycloïdis ſenſibiliter non differunt, breviori tempore deſcendere, quàm per horum arcuum chordas. Unde patet corpus quod à puncto ad punctum deſcendit, quando puncta ambo non in eadem verticali dantur, ut viam ſuam breviſſimo tempore peragat, non debere per lineam rectam incedere. Quamnam autem lineam ſequi debeat, lubet hic demonſtrare; quia ad hoc uſu veniunt quæ in ſuperiori ſcholio 1. de Cycloïde demonſtrata ſunt.

92. Sint puncta duo A & B, lineâ CD ſeparata; moveatur punctum & ab A tendat ad B; ſed ea lege, ut antequam ad lineam CD perveniat, feratur velocitate quam dicimus v, ubi autem tranſivit lineam hanc incedat celeritate majori quam vocamus c: Ponamus ulterius punctum velocitatibus ſingulis rectas vias percurrere; ideòque moveri per rectam AB, aut lineas AE, EB peragrare: determinandum, quomodo motum dirigere debeat, ut tempore omnium breviſſimo perveniat ex A in B. TAB. XII. fig. 6.

Ponamus tempus quo corpus, velocitate v, lineam quamcunque percurrit

rit ipſâ lineâ percurſâ repræſentari; tempus quo linea percurritur, velocitate aliâ majori, eo brevius eſt, quo velocitas major eſt, & minuitur in ratione in qua velocitas augetur; tempus ergo, in quo linea quæcunque, velocitate *c* percurritur, repræſentabitur lineâ minore ipſâ percurſâ, & quæ ad percurſam habet rationem quæ datur inter *v* & *c*.

Si punctum eat per A E & E B tempus motus per A E; quia velocitate *v* percurritur linea hæc, hac ipſâ lineâ repræſentatur; tempus quo E B peragratur, repræſentatur lineâ E F, quæ ſe habet ad E B, ut *v* ad *c*. Punctum vero F determinatur ſi ex B ad C D ducatur B D perpendicularis, fiatque *c*, *v* :: B D, L D & per L ad D C ducatur parallela, ſecabit hæc B E in puncto F: nam propter parallelas E D, F L, habemus B D, L D :: B E, F E.

Ex hac demonſtratione etiam ſequitur, ſi punctum per lineas alias A M, M B, progrediatur, quarum ultima ſecat L F in N, tempus motus repræſentari lineis A M, M N, ita ut determinandum ſit per quod punctum lineæ C D punctum mobile tranſeat, quando ſumma talium linearum tempora repræſentantium eſt omnium minima; quod ut fiat ad ſequentia attendendum.

Summas ab utraque parte recedendo à puncto quæſito augeri continuo; ideoque in eo puncto ſolo ſummas vicinas eſſe æquales, idcirco ſi punctum

TAB. XII. fig. 7. hoc ſit E erunt æquales A E + E F & A *e* + *ef* ex qua æqualitate ſitus puncti E deducendus eſt.

Centro A, radio A*e* deſcribatur circuli arcus *e b*; Centro B radiis B*f*, & B E deſcribantur arcus E *i*, *fg*, eruntque æquales A *b* + E *g* & A *e* + *i f* ſubtractis hiſce quantitatibus æqualibus ex A E + E F = A *e* + *ef*, reſtant *b* E + *g* F = *ei*. Unde deducimus *b* E = *ei*-*g* F. Propter triangula ſimilia *ei* E, *fg* F, & B*fg*, B*ie* ut & B F L, B E D,

ei, *g* F :: E*i*, *fg*, :: B E, B*f* aut B F (differentia enim eſt infinite exigua) :: B D, B L. Dividendo

ei, *ei*-*g* F = *b* E :: B D, B D-B L = L D; id eſt ut velocitas infra lineam ad velocitatem ſupra lineam.

Triangula *ei* E, E N O, ſunt ſimilia, ut & *e b* E & *e* M P; ergo

ei, E*e* :: E O, E N

b E, E*e* :: E P, M*e* = E N nam ſunt radii ejuſdem circuli; E*e* enim eſt infinite exigua.

39. Ex æquo *ei*, *b* E :: E O, E P. Sunt autem hæ lineæ *coſinus angulorum quos directiones motuum efficiunt cum linea* C D *quæ ſpatia ſeparat in quibus velocitates differunt*: qui ergo coſinus directionum *ſunt inter ut velocitates, in ipſis illis directionibus, quando tempus eſt omnium breviſſimum.*

94. Moveatur iterum corpus ex A & tendat ad B, ea conditione ut dum tranſ-
TAB. XII. fig. 8. it lineas C D, I L, M N, O P, ſingulis vicibus velocitatem mutet, quæritur qua lege movetur, poſitis hiſce lineis parallelis, ut tempore breviſſimo ex A ad B perveniat.

Requiritur ut corpus ex A ad F perveniat tempore breviſſimo poſſibili, ut & ex E ad G, ex F ad H, & ex G ad B, aliter enim in toto motu tem-
95. pus brevius dari poteſt. Ideò *coſinus angulorum quos motus directiones* A E, E F, F G, G H, H B, *efficiunt cum lineis, parallelis inter ſe, ſeparantibus ſpatia in quibus diverſa eſt velocitas, ſunt reſpectivè inter ſe ut velocitates quibus ſingula percurruntur.*

Conſideremus nunc corpus quod gravitate deſcendit. Celeritas continuo de-

descendendo augetur, & ad eandem profunditatem ubique est eadem*, innu- * 150.
meris ergo, & inter se infinitè parum distantibus, planis horizontalibus divi-
duntur spatia in quibus celeritas variat: *Linea* ergo *celerrimi descensus inter* 96.
duo puncta est, cujus tangens ubique cum horizonte efficit angulum, cujus cosinus
velocitati cadendo acquisitæ *proportionalis est**, id est *radici quadratæ altitu-* * 95.
*dinis per quam corpus cecidit**. Hanc autem esse Cycloïdis proprietatem de- * 131. 159.
monstramus.

Ponamus Cycloïdem A D B, inversam, cujus axis sit verticalis, & corpus 97.
ex A descendere, demonstrandum anguli ut *d* D E, aut B E L*, cosinum pro- * 79.
portionalem esse radici quadratæ altitudinis F L*, id est proportionem se- * 96. TAB. XII. fig. 5.
qui chordæ F E cujus quadratum ad instar altitudinis F L augetur & minui-
tur. Angulus B E L æqualis est angulo B F E*; cujus cosinus si centrum * 8. El. VI.
circuli sit F, & radius F B, est F E; quod in omnibus punctis cycloïdis lo-
cum habet, manente eodem radio F B.

Linea ergo *celerrimi descensus, à puncto ad punctum, est Cyclois inversa, cu-* 98.
jus punctum extremum, ut A, *cum superiori puncto coincidit & quæ per punctum*
alterum transit.

Post Cap. XIX. legendum est Cap. XXIV. *de projectio-
gravium.*

In fine Cap. pag. 75. adde

P*otest corpus celeritate data in plano dato ad distantiam* 99.
quamcunque projici. Sit celeritas data illa, quam corpus ac- TAB. A. fig. 5.
quirit cadendo ab altitudine L A, quam horizonti A T perpen-
dicularem concipimus, & corpus in plano A I in I projicien-
dum sit. Ductâ L N horizonti parallelâ, erigatur A N nor-
malis plano A I, secans L N in N; centro O puncto medio li-
neæ A N per A describatur circulus, qui etiam per L trans-
ibit; sit A R pars quarta lineæ A I; per R ducatur, hori-
zonti perpendicularis, id est parallela lineæ A L, linea R *b*,
quæ circulum secat in B & *b*; si corpus projiciatur per A B
aut A *b* cadet in I. Qua methodo directio jactus determi-
natur, si punctum sit in linea horizontali per A transeunti
(in quo casu L & N coincidunt), aut in plano quocunque
inclinato sive supra sive infra lineam hanc horizontalem.

Motu æquabili celeritate, cum qua projectio fit, corpus 100.
potest percurrere A E, dum cadit per E I. Quia corpus pro-
jicitur velocitate per L A cadendo acquisita, eodem motu
æquabili potest percurrere duplam L A in tempore in quo
ab altitudine L A cadit*. Spatia, velocitate eâdem & æ- * 134.
quabili percursa, sunt ut tempora in quibus percurruntur;

ergo tempus casus per L A ad tempus casus per E I, ut dupla L A ad A E. Ideo $2 LA^q$ ad AE^q ut, L A ad
* 131. E I *, Quam ergo proportionem si demonstremus dari in constructione præcedenti, directionem benè fuisse determinatam constabit.

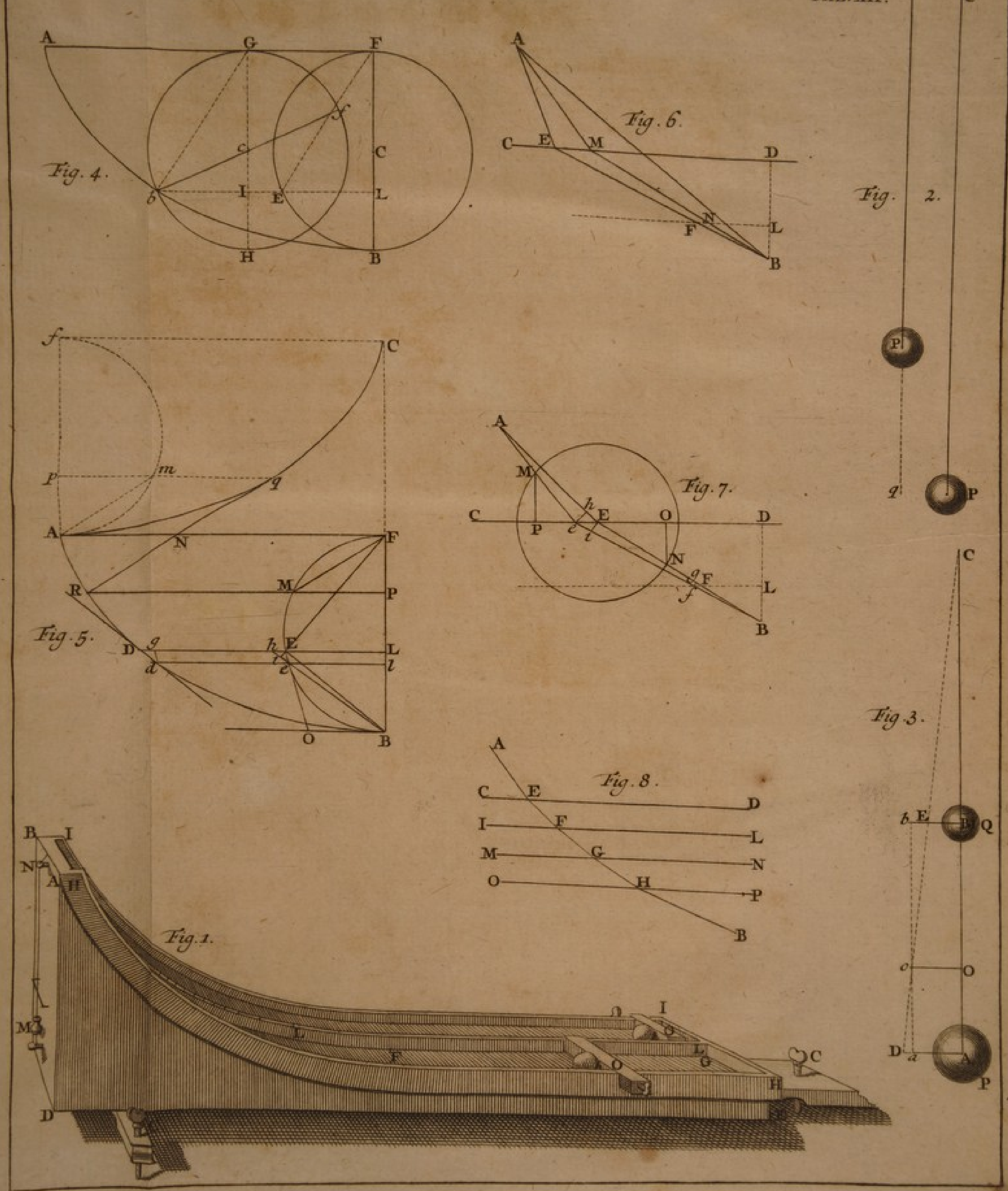
Ducatur L B, & habemus angulum B A R a tangente A R, est enim perpendicularis radio A O, & a linea circulum secante A B formatum æqualem angulo A L B in segmento
*31. El. III. *29 El. I. opposito *; anguli etiam alterni R B A, L A B sunt æquales*; ergo sunt similia triangula A B R, A L B, & lineæ L A, A B, B R, proportionales; ergo LA^q ad AB^q ut L A ad B R; ideo $2 LA^q$ ad $2 AB^q$, aut AC^q, ut L A ad B R: multiplicando consequentia per quatuor, habemus $2 LA^q$ ad AC^q multiplicatum per quatuor, id est $2 AC^q$, aut AE^q, ut L A ad 4 B R, aut E I, quod demonstrandum erat.

101. Demonstratio similis est, si corpus per A *b* projiciatur. Unde sequitur *corpus per duas directiones posse projici, ut in idem punctum cadat, si autem distantia sit omnium maxima ad quam corpus, data velocitate, in plano dato, potest projici, unica est directio per quam projiciendum est corpus*, punctis B & *b* coincidentibus in Q, puncto medio arcus L Q A, a quo puncto semper æqualiter distant puncta B & *b*.

102. *Si detur curvâ à corpore percursâ, velocitas quam habet corpus in puncto quocunque ut F, illa est, quam Corpus potest acquirere cadendo à linea horizontali per L ducta ad punctum F.* Nam Corpus per planum quodcunque ex A, velocitate qua projicitur, adscendere potest ad horizontalem
* 151. hanc lineam *, si nunc planum detur ad F usque cum ipsa corporis projecti via congruens, in F autem sursum deflexum, corpus in F illam habebit velocitatem qua juxta planum hoc ad horizontalem memoratam pervenire potest, id est quam cadendo ab ipsa horizontali ad F usque ac-
* 152. quirere potest *.

103. TAB. A. fig. 6. Sit corpus ex A projiciendum per punctum H in I, positis

TAB. XII.



ris tribus hisce punctis in eodem plano verticali, & puncto medio supra lineam quæ reliqua duo jungit. Sit A T horizontalis & per tria puncta data ad hanc normales T E, F D, A L. Ex I per puncta A & H ducantur lineæ I A, I H, quarum ultima secat A L in P; fiat G D æqualis A P, & habetur A D directio jactus. Celeritas detegitur si sumtâ A R quartâ parte A I; & ductâ verticali R B, quæ A D secat in B, ducatur B L ita, ut angulus A B L æqualis sit angulo A R B, velocitas quæsita est quam corpus acquirit cadendo ex L in A.

Corpus projectum æquabili percurrit velocitate A E & A D, dum cadit per E I & D H: ut ergo demonstremus corpus per hæc puncta transire, demonstrandum A E^q se habere ad A D^q, aut E I^q ad D G^q, ut E I ad D H*. *151.

In triangulis similibus I H G, I P A, A I ad A G, ut A P, aut D G, ad D G minus G H, id est H D. Sed in triangulis similibus A E I, A D G; A I ad A G, ut E I ad D G; ergo E I ad D G, ut D G ad H D; idcirco E I^q ad D G^q, ut E I ad H D. Quod demonstrandum erat. Velocitatem autem rite esse determinatam constabit ex collatione fig. 6. cum 5.; si ad puncta B, L, attendamus, quæ in utraque figura iisdem literis designantur.

Post Cap. XXIV. leg. Cap. xxv. *de viribus centralibus.*

pag. 84. post Exp. 8. adde.

Et ne in hoc casu ambo corpora ex pyxidi ejiciantur, cum periculo spectatorum, pyxidis extremitates obteguntur tabellis ligneis, sex poll. longis, infra quas dum corpora in pyxidis extrema impingunt ex hac ejici nequeunt.

pag. 86. loco n. 240. & 241. substitue.

Si corpora sint inæqualia, sed in hæc agant vires centrales, quæ ut gravitas, æqualiter in singulas materiæ particulas agant, non interest quæcunque sint massæ corporum, & propositio ultima etiam in corporibus inæqualibus obtinet. 104.

Ellipsin vocant Geometræ lineam ovalem cujus hæc est 105.

D 2 de-

TAB. XV. fig. 1. descriptio. Sit A *a* recta; C punctum hujus medium; F, *f*, puncta à C æqualiter distantia; F G *f* filum, cujus extremitates in F & *f* fixæ sunt, quod æquale est lineæ A *a*. Tenso filo clavo G, in plano in quo datur A *a* Ellipsis describitur. Puncta F, *f*, vocantur foci; C centrum; A *a* axis major; minor axis per centrum transit, cum majori angulos efficiens rectos, & ab utraque parte curvâ terminatur.

106. Quando vis, qua corpus punctum versus fertur, non ubique est eadem, sed cum distantia à centro crescit, aut minuitur, secundum certam proportionem, variæ inde oriuntur curvæ.

107. *Ponamus vim quæ in corpora mota agit ut in quiescentia, quæ ad distantias æquales à centro æqualis sit, ad inæquales decrescat, in ratione inversa quadratorum distantiarum ab illo puncto, describet corpus Ellipsin cujus focorum alter cum centro virium coincidit*; ita ut in unaquaque revolutione semel ad hoc accedat corpus, & iterum ab hoc recedat; in recessu minuitur corporis celeritas, & quidem ita, ut vis centralis, licet ipsa minuatur, viam corporis flectat, & hoc ad centrum accedere cogat: accessu augetur velocitas ita, ut, licet vis augeatur, corpus iterum a centro recedat.

108. *Circulus* ad illud genus curvarum pertinet, & in hoc casu corpus etiam circulum potest describere, *qui, si hujus diameter æqualis sit axi majori Ellipseos cujuscunque, eodem tempore cum hac describitur*.

109. Corpus potest tali celeritate projici, ut in recessu a centro vis, quæ auctâ distantiâ minuitur, non valeat ad viam ita inflectendam, ut corpus redeat; percurrit in hoc casu corpus curvam aliam Parabolam aut Hyperbolam.

110. *Si vis centralis juxta aliam proportionem quamcunque in recessu a centro decrescat, non poterit corpus lineam in se redeuntem, & a circulo parum aberrantem, describere.*

111. *Sed si vis decrescat juxta proportionem parum ab hac aberrantem, aut curva à circulo non multum differat, poterit curva a corpore descripta referri ad Ellipsin mobilem*, cujus nempe axis, in plano, in quo corpus revolvitur, movetur:

vetur motu angulari, manente foco in centro virium. *Motus* autem *axeos in eamdem partem dirigitur cum motu corporis, si vis celerius decrescat auctâ distantiâ quam pro ratione inversa quadrati distantiæ: Si* vero *vis tardius*, id est minus, *decrescat in recessu a centro, motus Ellipseos in contrariam partem dirigitur.* 112. 113.

pag. 88. in fine cap. adde.

Ex hac ultima propositione, si ad n. 110.*s.* attendamus, sequitur, *nullâ vi centrali, ad æquales distantias æqualiter agenti, curvam posse describi in se redeuntem, & parum excentricam*, id est cujus centrum cum centro virium non coincidit, *præter Ellipsin, in cujus focorum altero centrum virium datur; vimque centralem, in hoc casu, sequi rationem inversam quadrati distantiæ.* 114.

Circulum autem, *cujus centrum cum centro virium coincidit, posse describi vi juxta rationem quamcunque crescentem aut decrescentem*, si modo ad distantias æquales æqualiter agat, facile patet. 115.

SCHOLIUM I.

Generalia de viribus centralibus.

Concipiamus dari vim, qua corpus, ubicunque detur, pellatur centrum C versus, non interest quomodocunque in punctis diversis varietur vis hæc; concipiamus vim hanc non esse continuam, sed illam ictibus in corpus agere, & momenta temporis inter ictus esse æqualia. Ponamus etiam corpus projectum per A B hanc percurrere lineam in momento tali; motum per B L, æqualem A B, in momento sequenti continuaret, nisi in B ictu in corpus pelleretur hoc ad C; ponamus celeritatem, ex hoc ictu oriundam in corpore jam agitato, talem esse, ut hac corpus possit, in intervallo temporis inter duos ictus, percurrere lineam L D; si L D sit parallela B C, corpus duobus motibus agitatum pecurrit B D*, daturque in D, in momento in quo ictu sequenti iterum ad centrum pellitur. Si ictus hic non daretur, in momento sequenti percurreret D E, positis D E & B D æqualibus, sed eodem tempore centrum versus fertur, id est per D C pellitur, si juxta hanc directionem percurrat lineam æqualem lineæ E F in tempore in quo percurreret D E, motu composito corpus movetur per D F, positis E F & D C parallelis. Eodem modo demonstramus in momento sequenti corpus percurrere F H, si G H sit æqualis spatio in hoc momento, ex ictu C versus percurrendo, positisque F G & D F æqualibus, ut & G H & F C parallelis. 116. TAB. XV. fig. 2. * 125.

Triangula A B C, B L C, habent bases æquales A B, B L in eadem linea, & verticem communem C; sunt ergo æqualia*. Triangula B L C, BDC * 38. El. 1.

B D C baſin habent communem BC & conſtituuntur inter parallelas BC, L C,
* 37. El. 1. ſunt ergo æqualia *. Idcirco etiam æqualia ſunt triangula A B C, B D C. Eodem modo demonſtramus æqualia triangula B D C, D F C & in genere æqualia eſſe inter ſe triangula quæcunque ut A B C, B D C, D F C F H C, quorum baſes momentis æqualibus a corpore projecto percurruntur. Ex qua demonſtratione deducitur propoſitio n. 224.

117. Etiam patet *corpus projectum, & vi centrum verſus tendenti agitatum, moveri in plano, quod tranſit per lineam juxta quam corpus projicitur & per centrum virium.*

118. Concipiamus nunc momenta inter duos ictus minui, ut & ipſos ictus, manentibus nihilominus illis æqualibus inter ſe, poſitis hiſce utcunque inæqualibus, demonſtratio eadem locum habebit. Si diminutio ſit in infinitum mutantur ictus in preſſionem continuam, & corpus in ſingulis punctis a via recta deflectitur; ſubjicitur tamen legi in demonſtratione præcedenti deter-
TAB. XVI. fig. 11. minata. Si ergo corpus moveatur in curva A B D E, & tempus concipiatur diviſum in momenta infinite exigua, & æqualia inter ſe, area trianguli mixti A C B continebit tot triangula exigua æqualia inter ſe, quot dantur momenta in tempore, in quo percurritur A B, & area trianguli mixti D C E eodem modo continebit tot triangula æqualia inter ſe & prioribus, quot dantur momenta in tempore in quo percurritur D E; ideoque tempora in quibus corpus A B & D E, percurrit, ſunt inter ſe ut numeri triangulorum æqualium areis A C B, D C E, contentorum, id eſt ut ipſæ areæ. Unde generalem deducimus propoſitionem in n. 225. memoratam.

119. Cujus propoſitionis inverſa, quæ continentur in n. 226. etiam demonſtratur.
TAB. XV. fig. 2. Si corpus motum per A B in momento ſequenti, & æquali, percurrat B D, quia motu primo, in momento hoc, per B L æqualem A B motum continuaſſet,
* 115. neceſſario juxta directionem L D a via ſua remotum fuit *, ſi autem triangula A B C, B D C ſint æqualia, etiam æqualia erunt B D C, B L C; i-
* 39. El. 1. deoque linea L D parallela B C*; id eſt directio vis quæ corpus a linea recta detorquet centrum C verſus dirigitur.

Si nunc concipiamus curvam quamcunque dividi, lineis ad centrum virium ductis, in triangula minima æqualia, horum baſes, temporibus æqua-
120. libus a corpore *quod in curva vi centrali retinetur*, percurruntur *; ſunt ideo
* 116. *corporis velocitates in variis curvæ punctis*, ut baſes hæ *, quæ *ſunt inversè ut*
* 55. * 15. El. VI. 38. El. 1. *perpendiculares à centro virium in* baſes continuatas*, id eſt *in tangentes ad curvam in punctis de quibus agitur.*

121. Maxime generalia ſunt huc uſque in ſcholio hoc demonſtrata, quæ nunc addam tantum obtinent, ſi vis in hoc cum gravitate congruat, ut agat in corpora mota ut in quieſcentia, corpora autem ponimus æqualia; ſi verò vis & in hoc cum gravitate congruat, ut eodem modo agat in ſingulas materiæ particulas, non intereſt utrum corpora ſint æqualia nec ne.

122. *Lineæ infinitæ exiguæ, viribus æqualibus, accedendo ad centrum, percurſæ ſunt, ut quadrata temporum quibus percurruntur.* Vis enim pro uniformi in ſpatio infinitè exiguo haberi poteſt, & quæ de corporibus cadentibus demonſtrata
* 131. ſunt *, hìc referri poſſunt.

123. *Si vires differant, ſed tempora fuerint æqualia, ſpatia percurſa ſunt ut vi-*
* 39. *res* *.

124. Ergo *ſpatia infinite exigua, viribus centralibus percurſa, ſunt, ut vires ipſæ, & ut quadrata temporum*; in ratione nempe compoſita ex hiſce ambabus rationibus.

Ex

Ex hisce deducimus, *Corpus, quod vi centrali in curva retinetur, in singulis momentis infinitè exiguis moveri juxta leges explicatas * de corporibus projectis.* Nam, licet corpus tendat ad centrum, si spatium percursum sit infinitè exiguum respectu distantiæ a centro, lineæ ad centrum ductæ pro parallelis haberi possunt. 125. *109. 112.

Sit Curva A F G E in qua corpus movetur; C centrum virium; A D tangens ad curvam in puncto A; ponamus A D infinitè exiguam, lineasque B F & D G ad A C dari parallelas, erunt hæ ut quadrata linearum A B, A D *, quæ sunt ut tempora quibus A F, A G percurruntur. TAB. XV. fig. 3. *112. 109.

SCHOLIUM 2.

De Motu in Circulo.

Vis quæcunque qua corpus in circulo retinetur, si ad circuli centrum dirigatur, agit semper perpendiculariter ad motus directionem; tangens enim ad radium perpendicularis est *. Idcirco actio hujus vis nunquam cum motu corporis conspirat, aut contrarie agit, quare *agit eodem modo ac in corpus quiescens ageret*; hac de causa non interest utrum vis in omni casu eodem modo possit agere in corpus motum ac in quiescens ut gravitas, an non. 126. *18. El. III.

Moveatur corpus in circulo cujus diameter est G L; C centrum circuli & virium. Detur corpus æquale per A D projectum, velocitate qua corpus in circulo movetur. 127. TAB. XV. fig. 4.

Corpora hæc æqualibus temporibus percurrunt lineas æquales, infinitè exiguas, A B, G H; æqualibus etiam temporibus percurrunt lineolas B E, H I, primum pondere suo, secundum vi centrali, positâ B E verticali, & H I ad G C parallelâ; quæ lineolæ sunt inter se, ut corporis pondus ad vim centralem quæ corpus in circulo retinet *. *39.

Sit D F altitudo à qua cadendo corpus acquirit velocitatem cum qua projectio fit, corpus spatium hoc cadendo percurrit dum motu uniformi projectio lineam duplam percurrit *; si ergo D F sit verticalis & A D dupla ipsius D F corpus projectum per F transibit *: Idcirco A B^q aut G H^q, ad A D^q, aut $4 \times$ D F^q, ut B E ad D F*. *134. *109. *131.

In circulo ducta I *i* parallela G H, id est perpendiculari ad diametrum *, erunt G *i* aut H I, G I aut G H, & G L, in continuâ proportione *, quare G H^q = H I $\times$ G L. *18. El. III. *31. El. III. 8. 4. El. VI.

Memorata proportio mutatur ergo in hanc

H I $\times$ G L, $4 \times$ D F^q :: B E, D F :: B E $\times$ G L, D F $\times$ G L. Alternando
H I $\times$ G L, B E $\times$ G L :: $4 \times$ D F^q, D F $\times$ G L. Unde deducimus
H I, B E :: D F, $\frac{1}{4}$ G L.

Id est *vis qua corpus in circulo retinetur est ad corporis pondus, ut altitudo à qua corpus cadendo acquirit velocitatem cum qua projectio fit ad quartam partem diametri.* 128.

Si idem corpus in eodem circulo aliâ velocitate *feratur*, consequentia proportionis manent; mutantur ideo antecedentia in eadem ratione, id est *vis centralis* variat, ut altitudo à qua cadendo corpus acquirit velocitatem cum qua movetur, quæ altitudo *sequitur proportionem quadrati velocitatatis **. 129. *131.

Quamdiu autem de eodem circulo agitur tempus periodicum eo minus est, 130.
quo

quo velocitas est major, & vice versa, estque tempus hoc inversè ut velocitas, unde patet demonstratio n. 236. vires cæteris paribus esse inversè ut quadrata temporum periodicorum.

131. In n. 232. diximus, vires centrales, positis corporibus, ut & temporibus
TAB. XV. fig. 5. periodicis æqualibus, esse ut distantias a centro, quod ut demonstremus, ponimus duo corpora æqualia, circulos concentricos B I L, A F M æqualibus temporibus describere; momentis minimis æqualibus arcus similes B I, A F percurrunt. Corpora autem momentis iisdem per tangentes B H, A D, moverentur, si nulla daretur vis centralis; nam propter arcus exiguos sunt hi tangentibus æquales; Corpora ergo, æqualibus momentis, viribus centralibus, transferuntur per lineas H I, D F, in quorum ratione sunt vires centrales; has autem lineas esse ut distantias a centro B C, A C, facile patet.

Superest circa motum in circulo ut demonstremus propositionem n. 239. sint distantiæ à centro D & d; tempora periodica T, t, vires centrales V, v;
* 238. ponamus $T^q, t^q :: D^c, d^c$; ergo $\frac{D}{T^q}, \frac{d}{t^q} :: \frac{D}{D^c}, \frac{d}{d^c} :: \frac{1}{D^q}, \frac{1}{d^q}$. Sed $V, v :: \frac{D}{T^q}, \frac{d}{t^q}$; ergo $V, v :: \frac{1}{D^q}, \frac{1}{d^q}$. Q. D, E.

SCHOLIUM 3.

De Motu in Ellipsi.

In hoc, & sequentibus scholiis, ponimus agi de vi quæ in corpora mota ut in quiescentia agit.

123. Sit Ellipsis D A E; centrum C; moveatur corpus in Ellipsi, in qua re-
TAB. XV. fig. 6. tinetur vi, quæ ad centrum dirigitur; vis hæc determinanda est.

Detur Corpus in A, & sit A I tangens ad Ellipsin; A B diameter; E D diameter ipsi conjugata tangenti parallela *; A L arcus momento exiguo
* La Hire sect. con. Lib. 2. pro. 10. constanti descriptus; I L, parallela A C, spatium eodem momento vi centrali percursum, quod spatium ipsius vis centralis rationem sequitur *.
*123,

Ducantur L G parallela I A, & L H ad A C perpendicularis; ut & A F ad E D normalis; jungantur etiam C & L.

Triangula rectangula L H G, A F C, sunt similia propter angulos æqua-
* 29. El. 1 les L G H, A C F *. Ergo L H, L G :: A F, A C; & L H × A C = L G × A F.

Constans autem est quantitas L H × A C; est enim duplum areæ triangu-
* 34. El 1. li A L C *, quæ momento constanti quo A L describitur proportionalis
*123; 118. est *.

In Ellipsi etiam est constans quantitas E D × A F *; Ergo E D × A F,
* La Hire sect. con. lib. 5. prop 21. est ad L H × A C aut L G × A F, id est, E D ad L G, semper in eadem ratione ubicunque punctum ut A in Ellipsi sumatur; constans idcirco etiam est ratio inter ED^q & LG^q. In Ellipsi autem $ED^q, LG^q :: AB^q, AG \times GB$ *, aut L I × A B, propter æquales A G & L I, & differentiam infini-
* ibid. Lib. 5. prop. 5. tè exiguam inter G B & A B; constans idcirco etiam est ratio inter AB^q & L I × A B, id est, inter A B & L I, augetur ideò L I, id est, vis centralis in eadem ratione in qua augetur & minuitur A B, aut ipsius dimidium

AC

A C, quod æquale eſt diſtantiæ corporis à centro; ut notavimus in n. 242.

Si vero dum corpus in Ellipſi movetur vis ad focum dirigatur, hæc rece- 133.
dendo a centro virium decreſcit in ratione inverſa quadrati diſtantiæ, ut habetur in n. 107.*s.* cujus propoſitionis hîc dabimus demonſtrationem.

Sit D A B ſemi Ellipſis; B D axis; C centrum; F focus ad quem vis dirigi- TAB XV,
tur; A I tangens ad Ellipſin in puncto quocunque A; A L arcus infinitè fig. 7.
exiguus.

Ductis A C, A F; ſint L G & C E parallelæ tangenti A I; L I parallela A C; & L *i* æqui diſtans A F; erunt æquales L I & A G, ut & L *i* & A *g* *. A E autem erit æqualis C D ſemi axi majori; ductis enim A *f* ad * 34. El. 1.
focum alium & *f* M etiam ad A I parallelam, erunt anguli A M *f*, A *f* M * La Hire
æquales *, & latera A M, A *f*, æqualia *, ſunt etiam æqualia E M, E F * ſect. con.
propter æquales C F, C *f* *: Ergo E M + M A id eſt E A valet F E + A *f*, & Lib. 8.
eſt E A dimidium ſummæ linearum F A, A *f*, quæ ſimul ſumtæ æquales prop. 8.
ſunt axi B D *. * 5. El. 1.
* 2. El. VI.

Ducantur ulterius L H ad A C normalis, & L *b* cum A F angulos effi- * 105. *s.*
ciens rectos; junganturque puncta H, *b*. * 105. *s.*

Propter angulos rectos A *b* L, L H A, puncta H, *b*, ſunt in circumferentia ſemi circuli cujus diameter eſt A L *; idcirco anguli *b* L H, *b* A H, * 31. El. III.
ſunt in eodem ſegmento & ideò æquales *: ſunt etiam in eodem ſegmento, * 21. El. III.
& æquales anguli L H *b* & L A *b*; hic autem quia A L eſt infinitè exigua cum angulo I A *b* coincidit & angulo A E C æqualis eſt *; quare ſimilia * 19. El. 6.
ſunt triangula L *b* H, A E C, &

$$L\,b,\; L\,H :: A\,C,\; A\,E \text{ aut } C\,D.$$

Etiam propter triangula ſimilia A *g* G, A E C, A G eſt ad A *g*, aut L I ad L *i*, ut A C ad A E, aut C D.

Hiſce poſitis concipiamus duo corpora Ellipſin hanc percurrentia, eodem tempore, quorum unum retineatur vi, quæ ad centrum Ellipſeos C dirigitur, alterum vi ad focorum alterum F tendente.

Dum corpora ambo arcum exiguum percurrunt A L, primum vi centrali movetur per I L, ſecundum vi centrali percurrit *i* L, tempora autem quibus corpora has lineolas percurrunt, ſunt inter ſe ut areæ L A C, L A F *, ponimus * 115. 118. *s.*
enim integram Ellipſin æqualibus temporibus a ſingulis corporibus percurri; ideoque in utroque caſu idem tempus periodicum per integram aream repræſentari. Areæ vero illæ ſunt inter ſe ut harum dupla $AC \times LH$, $AF \times Lb$; hæc autem producta, quia L H, L *b* :: C D, A C, ſunt ut $AC \times CD$ ad $AF \times AC$, id eſt ut C D, ad A F.

Spatia I L, *i* L, viribus centralibus percurſa, quæ ut vidimus ſunt ut A C ad C D, ſunt etiam in ratione compoſita virium, & quadratorum temporum*, aut li- * 114. *s.*
nearum C D, A F.

Vis per A C huic lineæ proportionalis eſt, ut demonſtravimus *, & hac * 131. *s.*
ipſâ lineâ deſignari poteſt; vim per A F dicimus V: ergo

$$A\,C,\; C\,D :: A\,C \times C\,D^{q},\; V \times A\,F^{q}$$

Unde deducimus $V = \frac{C\,D^{c}}{A\,F^{q}}$; patet igitur propter conſtantem CD^{c}, mutato puncto A, vim V mutari in ratione inverſa quadrati diſtantiæ A F. Q. D. E.

Circa motum in Ellipſi ulterius notavimus *, quod nunc demonſtrabimus, ſi 134.
vis decreſcat in ratione inverſa quadrati diſtantiæ, circulum cujus diameter * 108. *s.*

 axi

axi majori Ellipſeos æqualis eſt, eo tempore a corpore percurri in quo hoc
TAB. XV., Ellipſim ipſam deſcribere poſſet.

fig. 8. Sit ſemi Ellipſis B A D; axis major B D; ſemi axis minor C A; F focus centrum virium. Centro F, & radio F A circulus deſcribatur A P, demonſtrandum tempus periodicum in circulo æquale eſſe tempori periodico
* 105., in Ellipſi; radius enim F A æqualis eſt ſemi axi majori Ellipſeos, ut ex hujus deſcriptione ſequitur *.

Dentur duo corpora in A, quorum unum in circulo, alterum in Ellipſi moveatur, ſintque A L, A M arcus minimi eodem tempore deſcripti; ſpatia vi centrali percurſa erunt æqualia; quia ambo corpora ad eandem diſtantiam A F a centro dantur: ſpatia autem hæc ſunt iL, N M, poſitis A i ad Ellipſin & I N ad circulum, tangentibus, ut & N M, & iL, ad A F parallelis. Sint etiam I L ad A C, O M ad N A, G L ad A I parallelæ, & ducantur L C, L F, M F.

* 32. El. III. 8. 4 El. VI. In circulo OM^q æquale eſt $2MN \times AF$ *; nam A F & O F pro æqualibus habentur, & A O, MN, ſunt æquales.

* La Hire ſect. con. lib. 3. prop. 3. In Ellipſi AC^q, BC^q aut $AF^q :: 2IL \times AC,\ GL^q$ * $= \frac{2IL \times AF^q}{AC}$: ſunt enim æquales A G, I L, & A C, G C tantum quantitate infinite exigua differunt.

Triangula I i L, A C F, ſunt ſimilia quia latera ſunt reſpectivè parallela; ideõ

$$FA,\ AC :: iL, \text{ aut } MN,\ IL = \frac{MN \times AC}{FA}$$

Subſtituendo pro I L valorem in hac æquatione $GL^q = \frac{2IL \times AF^q}{AC}$ habemus $GL^q = 2MN \times AF$, cui quantitati etiam æquale eſt OM^q, ſunt ergo
134 æquales G L & O M, unde patet *in Ellipſi corpus in extremitate axeos minoris eadem velocitate moveri qua aliud fertur in circulo cujus diameter æqualis eſt axi Ellipſeos majori, ſi eadem vi centrali quæ ad focum Ellipſeos dirigitur, ambo in curvis retineantur.*

Quia curva in A parallela eſt ipſi Axi B D, ſunt æqualia triangula C A L,
* 37. El. I. F A L *; triangula rectangula C A L, F A M, quorum baſes ſunt æquales ſunt inter ſe ut altitudines A C, A F aut C D; In hac eadem ratione ſunt inter ſe areæ Ellipſeos, & circuli. Idcirco alternando area trianguli C A L, aut F A L, ad aream Ellipſeos, ut area trianguli F A M ad aream circuli: ergo tempus in quo corpus movetur per A L ad tempus periodicum in Ellipſi, ut tempus in quo percurritur A M ad tempus periodicum in cir-
* 215. 118., culo *; antecedentia ſunt æqualia ideò & conſequentia Q. D. E.

SCHOLIUM 4.

De Motu in orbitâ agitatâ.

136. Detur curva quæcunque, a corpore vi centrali deſcripta, A F; centrum virium C. Dividatur curva hæc ductis radiis ex centro C, C A, C B,
TAB. XV., C D &c, angulos æquales infinitè exiguos inter ſe continentibus.

fig. 9. Concipiamus ſingulos angulos ſervatâ radiorum longitudine æqualiter augeri aut minui, novamque curvam dari af per radiorum extrema tranſeuntem.

Triangula A C B, acb propter baſes æquales C A, ca, ſunt inter ſe ut altitudidines*, quæ ſunt ut anguli A C B, *acb*; ſinguli autem anguli in unâ curvâ ſunt ad reſpondentes in aliâ in eâdem ratione; in ſingulis enim curvis ſunt omnes æquales inter ſe; ideo triangula quæcunque reſpondentia ut A C B, *acb*; B C D, *bcd*, ſunt in eadem ratione, & ſummæ quæcunque triangulorum reſpondentium etiam in eadem ratione; idcirco triangula hæc mixta ſunt proportionalia A C E, *ace* :: E C F, *ecf*; & alternando *1. El. VI.

A C E, E C F :: *ace*, *ecf*.

Ponamus nunc corpus in curva *af* moveri, dum corpus quod vi centrali ad C tendenti curvam A F percurrit; concipiamus ulterius, dum corpus unum percurrit A B, alterum per *ab* transferri, dum primum ad D pertingit, alterum dari in *d*, & ſic ulterius; eodem tempore ergo percurruntur A E, *ae*, & tempore etiam eodem percurruntur E F & *ef*. idcirco tempora quibus A E, E F percurruntur ſunt ut illa quibus per *ae*, *ef* corpus movetur. Tempora autem illa ſunt ut areæ A C E; E C F*; quæ ſunt ut areæ *ace*, *ecf*; in qua ergo ratione ſunt tempora quibus per *ae*, & *ef*, corpus transfertur; quæ eadem demonſtratio cum locum habeat, ſumtis arcubus quibuſcunque; ſequitur corpus in curva *af* translatum deſcribere areas lineis ad centrum *c* ductis temporibus proportionales, & retineri in curvâ vi centrali ad *c* tendenti*. *115. 118. *416. 119. TAB. XV. fig. 10.

Concipiamus nunc curvam A C circa centrum C moveri ita, ut motus angularis curvæ ſequatur proportionem motus angularis corporis in hac curva agitati: dum corpus in curva ab A ad F movetur ipſius motus angularis eſt A C F, ponamus curvam interea transferri motu angulari, lineam que *a* C ad ſitum A C perveniſſe, anguloſque A C F, A C *a* dum augentur eandem ſemper inter ſe rationem habere; quare erunt etiam in ratione conſtanti anguli *a* C F, A C F.

Si nunc hæc ratio illa ſit quæ in figura præcedenti datur inter angulos *acf*, A C F, & moveatur corpus, retineaturque vi centrali in curva quieſcente A E F, aliudque corpus eodem modo percurrat curvam ſimilem & æqualem, ut dictum, agitatam, hoc ultimum, ut facile patet, revera movebitur in curvâ *aef* quieſcente. Fig. 9.

137. Hinc deducimus *corpus omne quod vi centrali curvam quamcunque deſcribit, eandem curvam, circa centrum virium mobilem; vi aliâ centrali deſcribere poſſe.*

De differentia inter vires has centrales nunc agendum.

138. Sint A, B, D, tria parum admodum a ſe invicem diſtantia puncta curvæ cujuſcunque a corpore, vi centrali ad C tendenti percurſæ; detur G B H tangens ad curvam in puncto B; ſintque G D, H A, ad B C parallelæ: ponimus G B, B H æquales inter ſe, ideoque A B, B D æqualibus temporibus percurri. TAB. XV. fig. 11.

Propter diſtantiam inter puncta A, B, D, infinitè exiguam, vis centralis in motu per hæc puncta non mutatur, ideò temporibus æqualibus quibus A B, B D percurruntur, æqualiter vi centrali a recta deflectitur corpus, id eſt hujus via æqualiter incurvatur, ex qua æquali deflectione ſequitur æquales eſſe inter ſe H A, G D.

139. Angulus quem curva quæcunque cum tangenti efficit eſt infinitè exiguus ideoque H A & D G ſunt infinite exiguæ reſpectu H B, H G; quare cum hæ ſint æquales, & infinitè exiguæ, ſunt æquales anguli B C A, B C D.

Sint ulterius anguli A C *a*, D C *d*, æquales inter ſe; & centro C deſcripti arcus circulorum A *a*, D *d*. Evidentiſſime patet puncta *a*, B, *d*, eſſe puncta curvæ in qua corpus movetur, si in curva A B D mobili feratur, posito motu angulari curvæ ad motum angularem corporis, ut angulus *a* C A ad angulum A C B *; & in hoc motu corpus ab *a* ad B fertur eodem tempore, in quo in curvâ quiescente ab A ad B pergit.

*136.

Ponamus F B I, in puncto B, tangere curvam *a* B *d*, & ad B C parallelas dari I *a*, F *d*; quia æqualibus temporibus percurruntur *a* B, B *d*, sunt æquales I B, B F quæ iisdem temporibus sublatâ vi centrali posset percurri; suntque etiam æquales F *d*, I *a*; quod eâdem demonstratione evincitur qua probavimus æquales H A, G D *.

*138.

Jungantur F, G ut & H, I; & ducantur D E parallela F G, & A L parallela H I; producatur E D ad O secans B C in N.

Propter æquales B H, B G, & B I, B F, ut & æquales angulos H B F, F B G, sunt æquiangula & congrua triangula F B G, B H I *, quare sunt æquales F G, H I quæ etiam parallelæ sunt *: quare etiam æquales & parallelæ A L, E D *; Sunt quoque æquales L *a*, E *d*, cum sint quantitatum respective æqualium differentiæ: A *a* & D *d*, angulorum æqualium mensuræ, in circulis, quorum radii infinitè parum differunt, sunt etiam æquales; ideò æquiangula sunt triangula A L *a*, D E *d* *, & æquales anguli A L *a*, D E *d*; hic autem æqualis est angulo O N C, & ille angulo D N C *, propter crura parallela; quare sunt æquales & recti anguli O N C, D N C.

*4. El. 1. *27. El. 1. *10. 34. El. 1. *8. El. 1. *29. El. 1.

140. Eo tempore quo, vi centrali, in curvâ mobili percurritur F *d*, in curva quiescente, vi centrali, percurritur G D, quæ æqualis est F E; ideò spatium differentiâ virium eodem tempore percursum est E *d*. Punctum autem E in hac figura determinatur ductâ per D perpendiculari ad B C.

141. Hisce positis, sit centrum virium C, & moveatur corpus in curvâ A E G ita circa centrum C agitatâ, ut motus angularis curvæ se habeat ad motum angularem corporis in curva circa idem centrum C, ut angulus *a* C A ad angulum A C E. Sit E G continuatio curvæ A E; centro C radio C G describatur arcus F G *g*; ductisque E C, G C, fiat angulus G C F ad E C G, ut angulus *a* C A ad A C E. Dum corpus percurrit E G in curva A E, motu curvæ punctum G ad F transfertur & corpus percurrit E F, tempore quo potuisset percurrere E G in curva quiescente. Per G ad E C ducatur perpendicularis G H, quæ utrimque continuata secat E C in H & C F continuatam in *f*; & erit *f* F spatium differentiâ virium percursum, positis angulis F C G & G C E infinite exiguis *.

TAB. XV. fig. 11. *140.

Si, sumpto puncto E alio quocunque, E G & E F ita determinentur, ut æquali tempore describantur ubicunque detur punctum E; id est, areæ E G C, E F C, determinatam habeant magnitudinem *, lineola *f* F differentiæ virium proportionalis erit *.

*114, 118. *113.

Area E G C dicatur N; & M area E F C; positis N & M quantitatibus determinatis. Habemus $EC \times GH = 2N$ & $EC \times fH = 2M$; unde deducimus $GH = \frac{2N}{EC}$ & $fH = \frac{2M}{EC}$; ut & $fH + GH$, id est $fg = \frac{2M + 2N}{EC}$, & $fH - GH$, id est $fG, = \frac{2M - 2N}{EC}$. Ex proprietate circuli est $fG \times fg = fF \times fI$ sumtis F C & C I æqualibus *.

*36. El. III.

Æquatio hæc, substituendo pro fG & fg valores, mutatur in hanc

$\frac{4M^q - 4N^q}{EC^q} = fF \times fI$; sed, propter fF infinitè exiguam, fI valet $2FC$ & quia infinitè parum differunt CF, EC, una pro aliâ usurpari potest: ergo iterum mutatur æquatio in hanc $\frac{4M^q - 4N^q}{CF^q} = 2fF \times CF$: idcirco $fF = \frac{2M^q - 2N^q}{CF^c}$. Numerator hujus fractionis est constans quantitas sequitur ergo fF, id est differentia virium, rationem inversam denominatoris, nempe, cubi distantiæ a centro.

Vis hæc est excessus qua vis centralis in curva mobili superat vim in curva quiescente & motus curvæ cum motu corporis conspirat.

Quando punctum f cadit inter G & H, eadem demonstratio locum habet, sed vis centralis in curvâ quiescente excedit aliam, & curvæ motus in contrariam partem dirigitur. Si autem punctum f inter H & g, aut ultra g cadat, agitur de motu corporis in contrariam partem ex E ad A.

Ex hisce omnibus deducimus. *Si corpus vi centrali quacunque curvam describat, superadditâ, aut detractâ, vi quæ sequatur rationem inversam cubi distan-* 142.
tiæ, eandem curvam, circa centrum virium mobilem, corpus describere. Si vis su- 143.
peradditur motus curvæ cum motu corporis ad eandem partem tendunt. In contrarias partes diriguntur si vis detrabatur. 143.

SCHOLIUM 5.

De Motu in Ellipsi agitatâ.

Corpus in Ellipsi retinetur vi centrali ad focum tendente & juxta rationem 145.
inversam quadrati distantiæ decrescente*, si superaddatur vis quæ decre- *167.5.
scat in ratione inversa cubi distantiæ, eandem corpus describit Ellipsim trans- 133.5.
latam ita, ut eandem partem versus motus ipsius cum motu corporis diri-
gatur * Vis ultima magis decrescit, auctâ distantiâ, quam prima; idcirco sum- *142.5.
ma virium, celerius decrescit quam juxta rationem inversam quadrati distan- 143.5.
tiæ, unde constat propositio n. 112.5.

Simili demonstratione constat n. 113.5; nam si ex vi quæ sequitur rationem 146.
inversam quadrati distantiæ tollatur vis, quæ sequatur rationem inversam cubi distantiæ, id est primâ celerius decrescens, quæ superest lentius quàm juxta rationem inversam quadrati distantiæ, auctâ hac, minuitur.

In n. 111.5, 112.5, 113.5, egimus de viribus, juxta rationem, a ratione dupli- 147.
catâ inversa distantiæ parum aberrante, decrescentibus, aut de curvis circulis finitimis; quia in hisce casibus in propositionibus error sensibilis non datur, licet vires sequantur rationem alius potestatis cujusdam distantiæ; in quo casu Mathematicè loquendo curva non est Ellipsis mota juxta leges explicatas, ad quod *167.5.
requiritur vis, quæ est summa aut differentia virium, quarum una sequitur ra- 133.5. *142.5.
tionem inversam duplicatam *, alia inversam triplicatam, distantiæ *.

Ut autem ex dato motu angulari Ellipseos vim addendam aut detrahen- 141. TAB. XV.
dam, & vice versa ex data hac, motum curvæ determinemus, fig. 13.

 fit

ſit A extremitas axeos majoris; F focus centrum virium; a A portio circuli centro F, radio F A deſcripti; A L Ellipſeos portio.

Ponamus dum corpus in Ellipſi fertur per A L, ipſam curvam motu angulari a F A transferri; anguloſque a F L, A F L eſſe inter ſe ut M ad N. Ponimus etiam angulos hos eſſe infinite exiguos.

In a & A ad circulum a A ducantur tangentes $a\,i$, E A I, ſibi mutuo occurrentes in E, & quarum ultima etiam Ellipſin tangit in A; ducantur etiam A B, L I, ad a F parallelæ, ultima propter infinite exiguos arcus a A, A L, pro parallela haberi poteſt ipſi A F; tandem ſint A C ad a B, & L G ad A I parallelæ.

* 36. El. III. Sunt æquales E a, E A*, ideoque a E & E B, quæ E A æqualis eſt. Propter triangula ſimilia E B A, E i I, eſt

$$EB \text{ aut } \tfrac{1}{2}aB,\ Ei \text{ aut } ai - \tfrac{1}{2}aB :: BA,\ iI;$$

a B autem ſe habet ad $a\,i$, ut angulus a F A ad a F L, id eſt, ut M – N ad M: ergo

$$BA,\ iI :: \tfrac{1}{2}M - \tfrac{1}{2}N,\ \tfrac{1}{2}M + \tfrac{1}{2}N :: M-N,\ M+N.$$

Ex circuli proprietate a C aut B A, a A aut a B, & diameter, ſunt

* 31. El. III. 8. El. VI. in continua proportione *; ergo $BA = \frac{aB^q}{2AF}$. Ellipſis in extremitate a-

* La Hire ſect. con. lib. 7. cor. prop. 8. xeos majoris coincidit cum circulo cujus diameter eſt axeos parameter *; id eo ſi hæc dicatur 2 R, erit $IL = \frac{AI^q}{2R} = \frac{Bi^q}{2R}$: ſed $\frac{aB^q}{2AF}$ ſe habet ad $\frac{Bi^q}{2R}$, ut $\frac{\overline{M-N}^q}{AF}$ ad $\frac{N^q}{R}$; idcirco

$$IL,\ AB :: \frac{N^q}{R}\ \frac{\overline{M-N}^q}{AF}.$$

Sed ut vidimus $AB,\ Ii :: M-N,\ M+N$; ergo ex compoſitione rationis

$$IL,\ Ii :: \frac{N^q \times \overline{M-N}}{R},\ \frac{\overline{M-N}^q \times \overline{M+N}}{AF} = \frac{\overline{M^q-N^q} \times \overline{M-N}}{AF} :: \frac{N^q}{R},\ \frac{M^q-N^q}{AF}.$$

Eodem tempore percurruntur I L & i I, prima vi qua corpus retinetur in Ellipſi quieſcente, ſecunda differentiâ vis hujus cum vi qua corpus in Ellipſi mobili retinetur, ergo vis in Ellipſi ad differentiam hanc, ut $\frac{N^q}{R}$

* 123. ad $\frac{M^q-N^q}{AF}$ *.

Dicatur $\frac{N^q}{AF^q}$ vis qua corpus in Ellipſi retinetur in puncto A, & fiat

$$\frac{N^q}{R},\ \frac{M^q-N^q}{AF} :: \frac{N^q}{AF^q}, \text{ ad differentiam virium } \frac{RMM-RNN}{AF^c}$$

Si

Si agatur de distantia alia quæcunque quæ dicatur D, vis qua corpus retinetur in Ellipsi hac analogia detegitur *, *107. 133.

$\frac{1}{AF^q}, \frac{1}{D^q} :: \frac{N^q}{AF^q}$ ad vim quæsitam $\frac{NN}{DD}$.

Differentia virium detegitur hac regulâ *, *142.

$\frac{1}{AF^c}, \frac{1}{D^c} :: \frac{RMM-RNN}{AF^c}$ ad differentiam quæsitam $\frac{RMM-RNN}{D^c}$.

Idcirco vis integra qua corpus in Ellipsi mobili retinetur sequitur propor- 149.
tionem $\frac{NN}{D^q}+\frac{RMM-RNN}{D^c}$, quando corpus & Ellipsis ad eandem partem tendunt. Si motus hi fuerint contrarii vis proportionalis est $\frac{NN}{D^q}-\frac{RMM+RNN}{D^c}$.

SCHOLIUM. 6.

De Computatione motuum Apsidum in curvis parum cum circulo differentibus.

Apsides dicuntur extremitates axeos majoris Ellipseos in qua movetur corpus, quod vi ad focum tendente retinetur. Agitur hìc de motus Apsidum determinatione, id est de motu angulari Ellipseos, positâ vi, quæ sequatur rationem potestatis cujuscunque distantiæ, in quo casu motus ad Ellipsin mobilem referri non poterit, nisi agatur de curvâ à circulo parum differente *. *147.

Lemmatica autem propositio præmittenda est. Quadratum hujus quanti- 150.
tatis $a-b$ est $aa-2ab+bb$, ut cubus formetur singulæ quantitates hujus quadrati per $a-b$ multiplicari debent, productum duarum primarum per has est $a^3-3aab+2abb$ & in reliqua parte producti adscendit b ad majorem quàm ad primam potestatem.

Ut ex cubo formetur quarta potestas, singulæ cubi quantitates per $a-b$ multiplicari debent; multiplicatis duabus primis, habemus $a^4-4a^3b+3aabb$ & in reliquis quantitatibus totius potestatis elevatur b ultra primàm potestatem.

Sic continuando clarè patet: *Si agatur de potestate quantitatis* $a-b$. *cujus index sit* 151.
n, *primos terminos esse* $a^n - n\,a^{n-1}b$, *& in reliquis omnibus dabitur* b *ad potestatem magis elevatam.*

Positis nunc quæ in Scholio præcedenti sunt demonstrata; dicatur H di- 152.
stantia omnium maxima A F; & X differentia indeterminata inter H & D; re-

reducendo duas fractiones $\frac{NN}{D^q} + \frac{RMM - RNN}{D^c}$ ad unicam habemus

$\frac{DNN + RMM - RNN}{D^c}$, ſubſtituendo in numeratore pro D valorem

H—X, vis in Ellipſi mobili proportionalis eſt $\frac{RMM - RNN + HNN - NNX}{D^c}$.

Detur nunc vis quæ ſequatur rationem cujuſcunque poteſtatis diſtantiæ, cujus poteſtatis index ſit n—3, id eſt vis eſt ut $D^{n-3} = \frac{D^n}{D^c} = \frac{H-X^n}{D^c} =$

* 151. $\frac{H^n - nH^{n-1}X + \&c^*}{D^c}$ in reliquis terminis numeratoris ultra primam poteſtatem adſcendit X; ideò hi omnes exigui ſunt reſpectu illorumqui hìc ponuntur, quia X exigua eſt reſpectu H: ponimus enim curvam cum circulo parum differrre. Si nunc motus corporis quod vi hac in curva retinetur referri debeat ad motum in Ellipſi mobili, vis hæc analoga ponenda eſt cum vi qua corpus in tali Ellipſi revera retinetur, ſunt ergo analogæ quantitates hæ

$\frac{RMM - RNN + HNN - NNX}{D^c} \& \frac{H^n - nH^{n-1}X}{D^c}$ id eſt propter communem denominatorem, ſunt analogi numeratores.

In Ellipſi à circulo parum differenti, H cum ſemi parametro R vix dif-

* 105. ſert, ut ex generatione Ellipſeos * & parametri definitione ſequitur *; er-

* La Hire ſect. con. dec poſt. 105. lib 9. go —RNN + HNN ſeſe mutuo deſtruunt & RMM fit HMM; quantitatesque analogæ ſunt HMM—NNX & $H^n - nH^{n-1}X$, id eſt partes conſtantes ſunt inter ſe ut indeterminatæ quæ per X multiplicantur; ergo HMM, NNX :: H^n, $nH^{n-1}X$: dividendo antecedentia per H, conſequentia per X, & dividendo terminos ſecundæ rationis per H^{n-1} habemus

$$MM, NN :: 1, n. \&$$

$$M, N :: 1, \sqrt{n}$$

153. Id eſt, *motus angularis corporis in Ellipſi translatâ ſe habet ad ipſius motum angularem in eadem Ellipſi quieſcente, ut unitas ad radicem quadratam numeri, qui tribus excedit indicem poteſtatis, cujus rationem vis ſequitur*

Ex dato igitur motu angulari curvæ, poteſtas quam ſequitur vis detegitur & vice verſa ex datâ poteſtate detegitur motus curvæ angularis.

154. Exemplum unicum dabo, quod uſum ſuum habet in Aſtronomicis Detur corpus quod movetur in Ellipſi quæ ſingulis revolutionibus tribus gradibus progrediatur, id eſt motus ipſius in curva translata eſt 363 grad. dum in orbe quieſcente foret 360 grad.; M ergo ad N, ut 363. ad 360. aut ut 121 ad 120; & M M ad N N ut 14641, ad 14400: ergo $n = \frac{14400}{14641}$, & poteſtas diſtantiæ cujus proportionem ſequitur vis eſt $\frac{14400}{14641} - 3 = -\frac{29523}{14641}$ quare vis eſt reciprocè ut $D^{\frac{29523}{14641}} = D^{2\frac{241}{14641}} = D^{2\frac{1}{61}}$ proximè.

Lo-

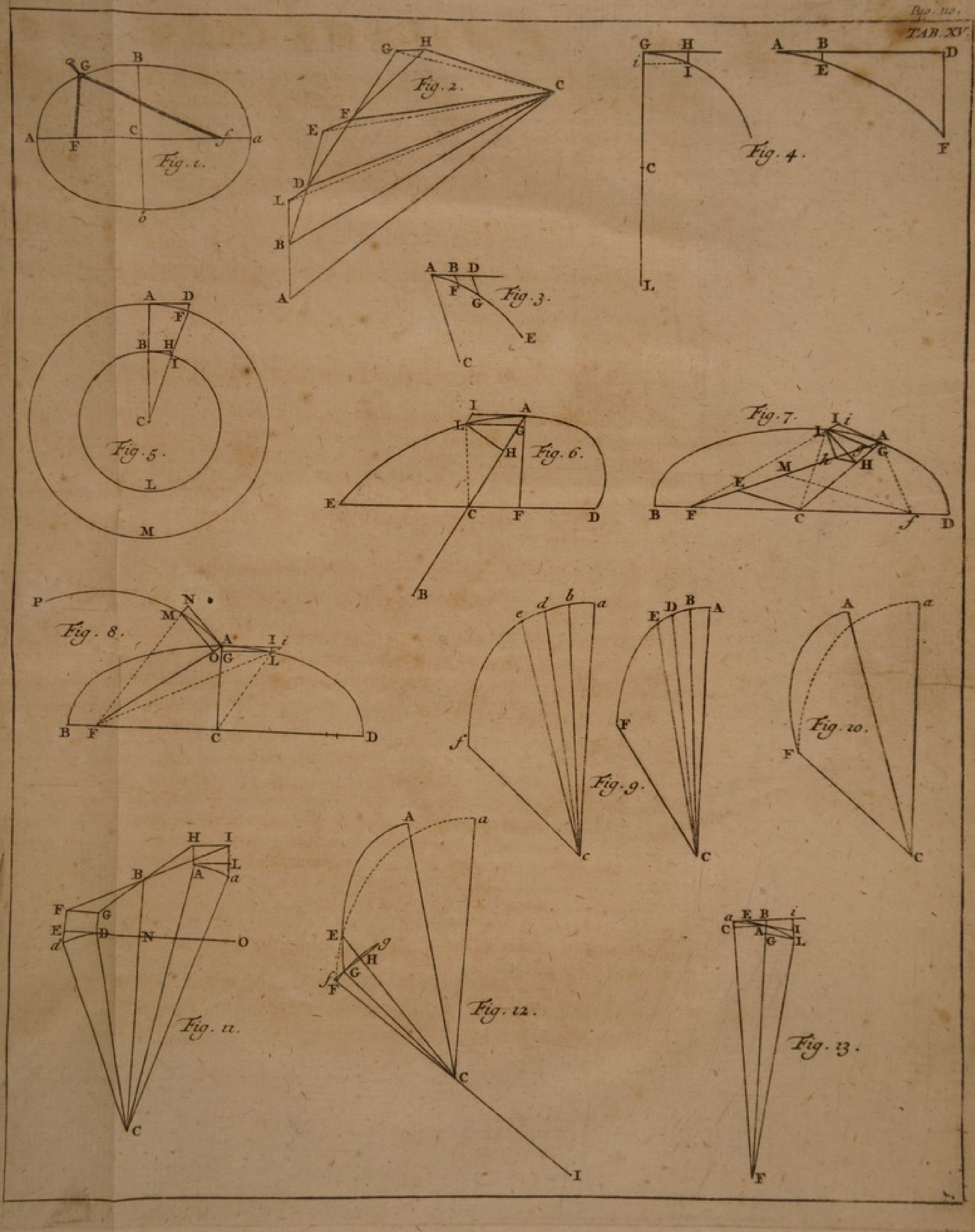


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.

Loco illorum quæ habentur in cap. XX. XXI. XXII. a pag. 49. ad pag. 67. ſequentia ſubſtituenda ſunt.

De Viribus corporibus motis inſitis.

Vi inſitâ corpus de loco in locum transfertur, de virium comparatione nunc agendum; quod ut ordine fiat, de harum geneſi quædam præmittenda erunt.

Vidimus antea corpus ex loco moveri, ſi preſſio, con-
traria preſſione non deſtructa, in illud agat *; quod ergo * 151.
obtinebit, *ſi corpus nullo obſtaculo retineatur*: quacunque 155.
celeritate corpus cedit hanc in perpetuum ſervabit quamdiu
causâ extraneâ non deſtruitur *. Si continuetur preſſio in * 144.
corpus, *augetur celeritas* jam acquiſita, illudque *quam diu*
corpus premitur.

Nulla unquam datur preſſio ſine reactione ipſi preſſioni 156.
æquali *; ubi non contraria preſſione deſtruitur, ſed ob- * 116.
ſtaculum movet preſſio, vimque generat, ex obſtaculi in-
ertiâ oritur reſiſtentia, aut reactio.

Pro parte ſæpe contrariâ preſſione deſtruitur preſſio, quod ſupereſt in hoc caſu movet obſtaculum, & vim generat; ſic navis quæ fune trahitur, ab aquâ patitur reſiſtentiam, quamdiu hæc minor eſt preſſione illâ, qua funis trahitur, augetur navis celeritas, & reactio, quæ actioni æqualis eſt, cum utramque partem verſus funis æqualiter diſtentatur, pro parte inertiæ navis tribuenda eſt. Ubi, auctâ celeritate, eo uſque reſiſtentia aquæ crevit, ut ſola actionem deſtruat, qua navis protrahitur, motu æquabili, vi inſitâ, progreditur hæc; duabus preſſionibus in hanc agentibus ſeſe mutuo deſtruentibus.

In omni caſu in quo preſſione obſtaculum movetur, aut hu- 157.
jus motus mutatur, non contrariâ preſſione in totum de-
ſtruitur preſſio, & *vis generatur.*

Clare etiam patet *preſſionem minuere* poſſe corporis cele- 158.

 ri-

ritatem, ideoque *vim*; eodem modo ac auget celeritatem & vim.

Videmus, vim eſſe effectum integrum preſſionis, quæ per tempus finitum in corpus egit, preſſio autem ipſa, ſingulis
159. momentis infinite exiguis deſtruitur. Ergo *preſſio omnis*
160. *reſpectu vis inſitæ eſt infinite exigua.* Id circo, *vis minima maximam poteſt ſuperare preſſionem.*

Qui conati ſunt experimentis preſſionem cum vi inſitâ conferre effectum preſſionis conſiderarunt in quo corpus fuit confractum, aut partes intropreſſæ, quod ſine motu
*157. locali, ideoque geneſi vis inſitæ *, fieri non potuit, cujus vis inſitæ effectus, cum effectu alius vis fuit collatus.

In his omnibus non agitur de preſſione infinite magna, quæ tempore finito vim generat infinite magnam. Quando preſſio vim generat non in acceleratione æquales gradus
161. velocitatis æquali actione communicantur; *ut* enim *æquales gradus velocitatis corporibus æqualibus*, quorum unum quieſcit, alterum movetur, *æqualibus actionibus communicentur*; *requiritur ut illud quod in corpora agit reſpectu utriuſque eandem habeat relationem*; id eſt, deſideratur ut cauſa movens eâdem velocitate cum corpore moto feratur, in quod tunc poterit agere ut in corpus quieſcens: actio autem qua cauſa movens transfertur ſuper addenda eſt actioni hujus ipſius, ut habeamus actionem integram qua corpus move-
162. tur. Unde deducimus *difficilius corpus accelerari quam moveri.*

163. Sint elaſtra infinite parva *e*, *e*, *e*, *e*, &c, juncta inter ſe,
TA. XVI. fig. 1. & flexa, quæ, ſi ad priſtinam redeant figuram, illam acquirant, quæ in E repræſentatur, & per ſpatium infinite exiguum ſeſe expandant. Elaſtrorum hæc eſt proprietas, ut, ſi, dum ſe expandunt, in corpus ſibi relictum premant, huic vim integram, cum qua ſe expandunt, communicent, ſi ad partem oppoſitam obſtaculo immobili inſiſtant. Elaſtrum E communicat corpori P gradum velocitatis infinitè exiguum. Ut elaſtrum ſequens corpori æqualem gradum ve-

velocitatis communicet, requiritur ut elaſtrum, dum ſeſe expandit, ea velocitate feratur, quam corpus jam acquiſivit, aliter non ageret in corpus motum, ut E in corpus quieſcens egit; præterea requiritur, ut in hoc motu inſiſtat Elaſtrum translatum obſtaculo, quod verſus partem oppoſitam cedere nequeat; id eſt propellendum eſt ea vi, qua hoc propellit corpus; quod obtinebit, ſi elaſtro ſimili ſeſe expandente propellatur. Duo ergo elaſtra eodem momento ſeſe expandentia requiruntur, ut ſecundus gradus celeritatis corpori communicetur, id eſt vis deſideratur dupla illius, qua primus gradus corpori communicatur. Simili demonſtratione patebit, tria elaſtra, eodem momento ſeſe expandentia, aut vim triplam requiri, ut communicetur tertius velocitatis gradus & ſic de cæteris. Poſitis nempe gradibus velocitatis infinitè exiguis ne in ſingulis gradibus varii gradus dentur, & poſitis elaſtris ſine inertiâ, ne ad hæc transferenda vis quædam conſumatur, quæ ut Mathematica ſit demonſtratio ponenda ſunt. Patet ergo vim, qua gradu infinite exiguo corporis celeritas augetur, eo majorem deſiderari, quo corpus majorem jam acquiſivit celeritatem, vimque hanc in ratione celeritatis jam acquiſitæ augeri; unde ſequitur *corpus accelerationi reſiſtere in ra-* 164.
tione velocitatis ſuæ. Eademque actione gradum quemcunque velocitatis tolli qua communicari potuit.

Unde ſequitur *difficilius corpus accelerari quam retarda-* 165.
ri. Si Ex. gr. corpus decem habeat gradus velocitatis, minori impetu tollitur decimus, quàm communicatur undecimus.

Etiam patet, *corporis, quod velocitate finita fertur,* id 166.
eſt quod habet gradus velocitatis infinitè exiguos infinito numero, *velocitatem gradu infinitè exiguo non poſſe augeri, niſi actione in infinitum ſuperante actionem, qua æqualis gradus infinite exiguus communicari poſſet corpori quieſcenti **.

*164.

Et ne quis objiciat demonſtrationem locum non habere, 167.
ſi ſucceſſiva non detur, qualem poſuimus, Elaſtrorum re-

laxatio; ſed velocitatem communicari corpori quieſcenti proportionalem numero illorum quæ ſimul relaxantur. Reſp. Talem quidem eſſe velocitatem Elaſterii primi ſepoſitâ, ut fecimus, horum inertiâ, & ſepoſitâ omni actione in corpus; poſitâ autem hac negamus velocitate tali moveri elaſterium primum, quod non corpore celerius moveri poteſt; hujus autem celeritatem ex præcedenti demonſtratione deduci debere liquet, quia relaxatis ſimul elaſteriis, corpus tamen ſucceſſivè omnes gradus velocitatis ſuæ acquirit ita, ut demonſtrata de diverſis elaſteriis referri debeant in hoc caſu ad ſucceſſivam partium relaxionem in Elaſtris.

168. Ex præcedenti demonſtratione * etiam deducimus, juxta
* 163. quam rationem, auctâ corporis velocitate, augeatur vis corpori inſita. Elaſteria ſeſe expandentia agunt in corpus, cui nullum reſiſtit obſtaculum; ideo integram qua ſe expandunt vim corpori communicant; cùm autem elaſteria ſint æqualia, vires ſunt ut numeri Elaſteriorum, quorum expanſione communicantur. Corpus verò expanſione Elaſteriorum non poteſt celeritatem acquirere, niſi motu accelerato, ita ut
TA. XVI. fig. 1. per ſingulos gradus minores velocitatis tranſeat. Sit A F celeritas corporis; A *b*, *b c*, *c d*, &c. gradus infinitè exigui celeritatis, A *b* primus, *b c* ſecundus, &c. per quos omnes tranſit corpus antequam acquirat celeritatem A F. Parallelogramma A *b h e*, *b c i f*, *c d l g*, &c. ſunt inter ſe reſpectivè, ut numeri Elaſteriorum, quibus gradus velocitatis primus, ſecundus, tertius, &c. acquiruntur; ideoque areæ A *d l e*, A F G *e*, ſunt inter ſe ut numeri elaſteriorum, quibus velocitates A *d*, A F acquiruntur, id
169. eſt ſunt hæ areæ inter ſe ut *vires* ejuſdem corporis, aut duorum *corporum æqualium*, hiſce velocitatibus motorum; cùm autem lineæ A *e*, *e h*, *h f*, *f i*, &c. ſint infinitè exiguæ; areæ A *d l e*, A F G *e* à triangulis ſimilibus *a d l*, *a f g*,
* 19. El. VI. non differunt, & *ſunt inter ſe ut quadrata* laterum homologorum*, aut *velocitatum* A *d*, A F, quod confirmabimus experimentis; ſed pauca antea præmittenda ſunt.

Vi-

Vires esse inter se ut quadrata velocitatum, aliis demonstrationibus, quæ ex principiis quæ nil inter se, neque cum his quæ hìc ponuntur commune habent, deductis, in sequentibus etiam demonstrabo, ubi de viribus obliquis, & de resistentia fluidorum, agam.

Vires, quas corpus cadendo acquirit, sunt ut altitudines, quas cadendo percurrit, ab initio casus; sunt enim hæ ut quadrata velocitatum in fine descensus *. Cum propositio hæc sequentibus Experimentis immediatè demonstretur, patet *gravitatem, quæ æqualibus temporibus æquales corpori communicat gradus celeritatis*,* *non iidem æquales gradus vis communicare*,* sed illud, quo corpus ad Tellurem tendit, cum ipso corpore moveri *, dum in corpus motum agit, ut in quiescens. 170. *151. 171. *119. *164. *161.

Si corpora fuerint inæqualia, æqualibus velocitatibus mota, vires insitæ sunt inter se ut quantitates materiæ in singulis; Vis enim corporis est summa virium omnium particularum ex quibus constat, & singulæ particulæ minimæ æquales vires habent æquales, si velocitate eâdem ferantur; idcirco in corporibus æque velocibus sunt vires, ut numeri particularum æqualium materiæ in singulis. 172.

MACHINA.

Qua corporum motorum vires conferuntur.

Asseris A B longitudo est unius pedis, latitudo decem pollicum, crassities pollicum duorum. Excavatur hic in *a b c d* ad profunditatem unius pollicis cum semisse, & cum pedibus E E, E E, quibus sustinetur firmiter connectitur. 173. TA. XVI. fig. 3.

Pedibus hisce etiam quatuor sustinentur columnæ ligneæ C D, C D, C D, C D, ad angulos ipsius asseris. Columnarum altitudo excedit paululum pedes tres. Duæ, quæ pede eodem, juxta latitudinem asseris posito, inhærent, regulis minoribus *e e*, *e e*, *f*, *f*, *g*, *g*, *h*, *h*, junguntur ita, ut regula R R, transiens inter minores respondentes, parallela sit superficiei asseris.

Tres globi (fig. 4.) æquales, diametri sesquipollicis, ex ære formantur; folidus unus eſt C, reliqui duo cavi; conſtant hi ſinguli ex hemiſphæriis duobus A, *a*, & B, *b*, quæ cochleâ junguntur. Globorum pondera ſunt inter ſe ut unum, duo, tria.

Ubi Experimenta inſtituenda ſunt, argillâ molli, & homogeneâ, exacte repletur cavitas *a b c d*, & cultro ligneo, quod ex argillâ prominet, abraditur, ut hujus ſuperficies non modo exacte plana ſit, ſed & idem formet planum cum illo quod ex aſſeris ſuperficie ſupereſt, cavitatiſque oras format.

Regula memorata R R inferius paululum juxta longitudinem, excavata eſt, ut globum quemcunque ex memoratis recipiat, qui in G videtur, dum manu M tenetur. In hoc ſitu inferius globi punctum ab argillæ ſuperficie diſtat pollicibus novem. Diſtantia hæc dupla eſt, ſi regula R R tranſeat inter regulas *f*, *f*, *f*, *f*; ſi inter regulas *g*, *g*, tripla; quadrupla verò ſi ponatur R R inter regulas *h*, *h*.

EXPERIMENTA 1[a].

174. TA. XVI. fig. 3. 5. Poſitâ regulâ R R, inter regulas *e*, *e* ſucceſſive dimittantur globi ænei tres, hiſce oleo antea illinitis; hi argillâ pro parte immerguntur cavitateſque formant, eo majores quo globi graviores ſunt. Cavitates tres A, B, C, repræſentantur in fig. 5.; punctis notatæ lineæ cavitatum profunditates demonſtrant.

Leviori globo cavitas A formata eſt, globum hunc vocamus primum; ſecundum dicimus illum cujus pondus duplum eſt, & qui cavitatem formavit B; tandem tertium vocamus globum ſolidum, cujus pondus eſt primi triplum, & qui cadendo ab altitudine novem pollicum cavitatem formavit C.

175. Si regula R R poſita ſit inter regulas *f*, *f*, & globi dimittantur, cavitates formantur, quæ in fig. 5. notantur litteris B, D, E.

176. Si R R detur inter *g*, *g*, & globi primus & ſecundus dimittantur, cavitates formantur C, E. (fig. 5.)

177. Tandem dimiſſo ab altitudine maximâ, poſitâ R R inter *h*, *h*, globo primo cavitas formatur D. (fig. 5.)

I-

Ipsæ autem cavitates sunt sphæræ segmenta quæ sunt inter se ut numeri in ipsis positi 1.2.3.4.6. 178.

Ut pateat, his Experimentis, quæ de viribus sunt demonstrata, confirmari, considerandum, *vim insitam illud esse* 179. (quodcunque hoc fuerit) quod datur in corpore moto, & non datur in corpore quiescente, id est, illud *quo corpus motum, in obstaculum incurrens, in hoc agit*; Corpus autem ipsum dum agit, nullam patitur actionem, exceptâ reactione ex obstaculi resistentiâ, quæ reactio cum actioni æqualis sit *, *126. sequitur *corpus pati quantum agit*; & actionis effectum in 180. obstaculum sequi rationem ipsius vis amissæ, diminutio enim ipsius vis est effectus reactionis; unde deducimus, vires integras proportionales esse effectibus quibus consumuntur, quod etiam aliâ consideratione evidens est.

Quo major est resistentia quam patitur corpus, quo ipsius actio instantanea major est, & eo citius integram amittit vim, effectum tamen æqualem edit; nam vis quæ resistentiâ destruitur, proportionem sequitur ipsius resistentiæ, & temporis per quod egit, id est vis amissa sequitur rationem compositam resistentiæ & temporis; quam eandem rationem sequitur actio corporis, & effectus quem edit;

Ita ut iterum pateat *vim amissam effectui, quem edit dum de-* 181. *struitur, proportionalem esse, sive breviori sive longiori tempore destruatur.*

Actio pressionis est indeterminata, & *manente intensitate* 182. *sequitur rationem temporis per quod egit. Vis autem corpori insita, datis ipsius massâ, & velocitate, determinata est, & determinatum tantum edere potest effectum*, quod breviori aut longiori præstatur tempore; pro majori aut minori, quam patitur, resistentia *. *181.

Quando corpus cavitatem formando in argillâ, mo- 183. *tum* cadendo acquisitum *amittit*, superat pressionem quâ partes argillæ inter se cohærent, & resistentiâ, quam hanc superando pressionem patitur, vis ipsa minuitur, & tandem in totum destruitur; *effectus* ergo *vis*, in hoc casu dum corpus amittit motum, est separatio partium argillæ dum juxta

se

ſe invicem hæ moventur, qui effectus *proportionem ſequitur numeri particularum motarum, & ſpatii ab his in motu juxta ſe invicem percurſi*, & ſive hoc lentius ſive celerius fiat, cohæſio ſuperanda eadem eſt, & evidentiſſimum eſt in du-
184. bium minime vocari poſſe, *Vires eſſe æquales quæ formando in eâdem argillâ cavitates æquales, & ſimiles, conſumuntur.*

185. Dimiſſis globis tribus ab altitudine novem pollicum vires
TA. XVI. fig. 5. ſunt ut 1. 2. 3. * cavitates formantur A, B, C *; cavitates
*172. hiſce æquales habemus ſi globus primus ſucceſſivè dimitta-
*174. *174. tur ab altitudinibus novem *, octodecim * & viginti ſeptem
*175. *176. pollicum *; in hoc ergo caſu vires ſunt ut altitudines, id eſt
*131. ut quadrata velocitatum *.

Si globus primus & ſecundus dimittantur ab altitudine
*172. octodecim pollicum vires ſunt ut 1, 2 *, & cavitates forman-
*175. tur B & D *; hiſce æquales habemus ſi globus primus di-
*175. mittatur ſucceſſive ab altitudine octodecim pollicum * &
*177. ab altitudine trium pedum *, ita ut iterum pateat vires eſſe ut altitudines. Concluſiones ſimiles ex aliis experimentis deducuntur.

Dum cavitas formatur ſingula augmenta minora ſunt inter ſe ut numeri particularum quæ cedunt, & ut ſpatia per quæ inter alias moventur. id eſt, augmenta hæc ſunt ut
*183. vires quas corpus hæc augmenta formando amittit *: ideo-
186. que augmentorum ſumma, id eſt integra *cavitas*, *ſequitur proportionem* ſummæ virium amiſſarum, id eſt, *vis amiſſæ in formatione integræ cavitatis.* Quod cum memoratis
*178. Experimentis congruit *.

EXPERIMENTA 2ᵃ.

187. Ex Ebore formantur cylindri duo A B, D C, diametri
TA. XVI. fig. 6. ſeſquipollicis, hemiſphericæ ſunt extremitates A, D, conicæ reliquæ B, C. Minoris longitudo eſt fere duorum pollicum cum ſemiſſe; alter duobus pollicibus longior eſt, & hujus pondus duplum exacte eſt ponderis alterius. Cum his cohærent fila in extremitatibus conicis.

Deſideratur ut in extremitatibus A & D axium eandem ha-

habeat ebur elaſticitatem, quod facilius obtinetur quàm quis forte crederet; ſi ad illud attendamus ut puncta illa coincidant cum axe ipſius dentis, quamvis in hoc puncto elaſticitas omnium minima ſit, ad quod hîc non attendimus.

Scrupulus omnis circa æqualitatem hanc elaſticitatis tolli poteſt, ſi duo cylindri conſtruantur æquales, & ſimiles cylindro D C; dimittantur hi a diverſis, ſed ſemper pro ambobus æqualibus, altitudinibus, quod ut fiat filis ſuis ut C *c* retinentur, quibus relaxatis impingunt cylindrorum partes ut D in planum horizontale, quod ex cæruleo marmore deſideratur, & probe admodum firmatum, paululum etiam madefactum, ut color magis ſit intenſus. In impactu partes elaſticæ intropremuntur maculamque notabilem admodum & circinnatam cylindri in marmore, aut potius in humido vapore quo obtegitur, relinquunt; ſi amborum cylindrorum maculæ, ubi ab æqualibus altitudinibus deſcendunt, in omni caſu ſint æquales, eandem cylindros in locis ut D elaſticitatem habere extra dubium erit. His expertis unus ex cylindris a parte C minuendus eſt, ut magnitudinem habeat A B, id eſt dimidium ponderis ſui amittat.

Si nunc cylindrus C D dimittatur ab altitudine novem 188. pollicum, & A B ab altitudine octodecim pollicum maculæ in marmore erunt quam exactiſſime æquales.

Si A B ab altitudine trium pedum, id eſt prioris quadru- 189. plâ, dimittatur, macula major erit & diametri erunt ut 5 ad 6 proximè,

Elaſteria æqualia, & ſimilia, viribus æqualibus æqualiter 190. flecti quis in dubium vocavit? dum enim relaxantur vires exerunt æquales illis quibus fuere flexa: æqualem autem, dum relaxatur elaſterium, ſemper exerit vim, ubi inflexio eſt eadem, ſive lentius ſive celerius fuerit inflexum, clarum ergo eſt vires æquales habuiſſe cylindros A B & C D ubi hoc cecidit ab altitudine novem illud ab altitudine octodecim pollicum. Si ambo ab altitudine cecidiſſent novem pollicum vis cylindri C D dupla fuiſſet *; duplicata ergo fuit vis cylindri *172.

G A B,

A B, duplicatâ altitudine, id eſt vis ut altitudo aucta fuit; id eſt ut quadratum velocitatis *.

*177. Si autem vis creſceret ut velocitas juxta magis receptam ſententiam, duplicanda fuiſſet velocitas ad duplicandam vim, hanc autem in hoc caſu magis fuiſſe auctam experimento

*259. patuit *.

Licet abunde ſatisfactum mihi videatur illis, qui vires non ſtatuunt proportionales effectibus quibus conſumuntur, hìc experimenta quædam nihilominus addam, quibus conſtabit æqualibus edendo effectus vires conſumi æquales, licet inæqualibus temporibus effectus edantur.

Experimentum 3.

191. Formatur ex ebore (potuiſſet ex ligno duriori & gravio-

TA. XIX. fig. 1. ri formari) cylindrus cujus ſectio per axem in A B repræſentatur, angulus in hac ſectione C A D eſt 120. gr. angulus E B F eſt 54 gr. 20″; B G æqualis eſt tribus partibus quartis unius pollicis. Ut cylindrus hicce ſuſpendatur, lamellæ æneæ perforatæ dantur H & I, ut & duplicatus uncus in medio in L, cui fila connectuntur quæ per lamellarum H, I, foramina tranſmittuntur. Lamella H ita ponitur ut dimiſſa perpendiculari ad axem, A *h* ſit trium partium quartarum unius pollicis.

Applicatur cylindrus hic machinæ, cujus ope Experimenta circa colliſionem corporum inſtituuntur, & cujus deſcriptio in n. 212. ſequenti habetur, dum eidem machinæ firmiter jungitur pixis, in eâdem deſcriptione memoranda, argillam mollem cujus ſuperficies plana eſt, continens.

In argillam dimittatur cylindrus velocitate quacumque, & motum amittat cavitatem formando, extremitate A in argillam incurrente. Si, mutato paululum pixidis ſitu, eâdem velocitate cylindrus in argillam impingat, extremitate B in hanc penetrante; quæcunque fuerit velocitas qua corpus in utroque caſu movetur, ſi in utroque eandem habeat velocitatem, id eſt impactione eandem vim amittat; cavitatum diametri erunt ut 2 ad 3.

*2. El. xx. Cavitatum baſes, quæ ſunt ut quadrata diametrorum *, ſunt

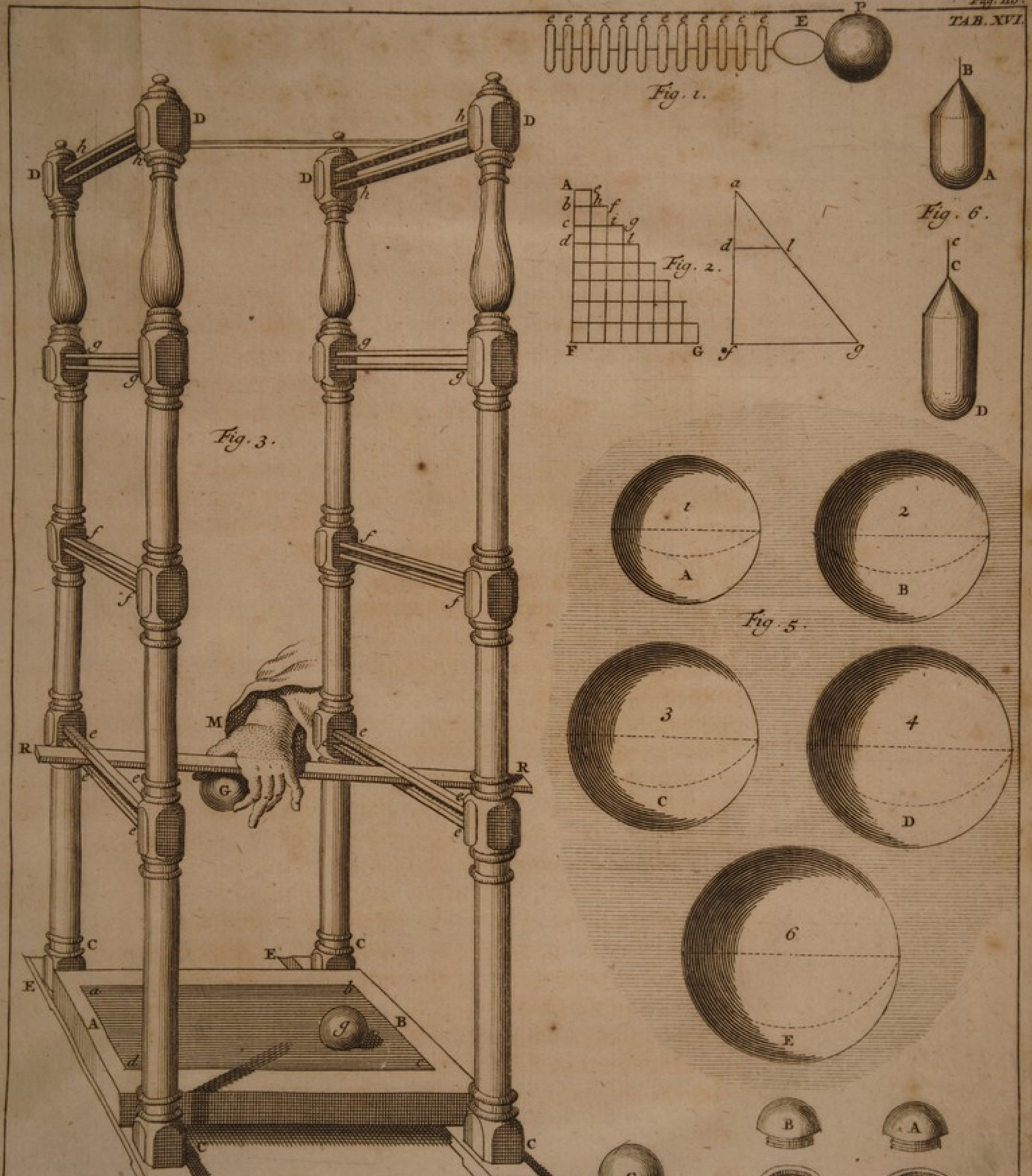


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.

ſunt ut 4 ad 9, & cavitatum profunditates ut 9 ad 4, (hoc enim ex conorum forma ſequitur) id eſt baſes ſunt inversè ut altitudines, quare cavitates ſunt æquales *; ideoque effectus virium æquales *; inæqualibus tamen temporibus vires conſumuntur cum ad inæquales profunditates in argillam penetrent coni. * 15. El. XII. * 183. s.

192. *Vires corporibus inſitæ*, inter ſe differre non poſſunt, niſi reſpectu velocitatis, aut quantitatis materiæ in corporibus: ergo vires quæcunque, ex dictis * conferuntur inter ſe, & *ſunt in ratione compoſita quantitatum materiæ, & quadratorum velocitatum.* Si igitur ſingulorum corporum maſſæ per quadrata ſuarum velocitatum multiplicentur, producta virium rationem exprimunt. * 169. s. 171. s.

193. Ex his facillime deducimus *corpora cadendo vires æquales acquirere, ſi altitudines, quas deſcendendo percurrunt, ſint inter ſe in ratione inverſa maſſarum.* In Experimentis hujus capitis primis cavitates, & in ſecundis partium elaſticarum introceſſiones, fuere æquales, ubi corpora cecidere ab altitudinibus quæ erant inversè ut maſſæ.

194. *Vires* vero ipſas *eſſe in* hac *ratione inverſa maſſarum, ſi velocitates fuerint reciprocè ut maſſæ*, facile etiam liquet.

Sint maſſa corporis cujuſcunque M & velocitas V; alterius corporis maſſa m & hujus velocitas v: & ponamus $m, M :: V, v$, id eſt $M \times V = m \times v$; hinc deducimus, $V, v :: M \times V^q, m \times v^q$, multiplicando V & v per æquales quantitates: Sed $M \times V^q$, $m \times v^q$ ſunt ut vires *; quæ ergo ſunt ut velocitates, id eſt inversè ut maſſæ. * 192. s.

De Colliſione corporum.

DEFINITIO I.

CEleritas *qua duo corpora, ad ſe mutuo accedunt, aut ſeparantur, vocatur celeritas reſpectiva.* 195.

196. *Quando corpora ambo ad eandem partem tendunt, ad ſe invicem accedunt, aut ſeparantur, velocitate, quæ æqualis eſt*

 dif-

197. *differentiæ velocitatum absolutarum. Velocitas autem respectiva est summa velocitatum absolutarum, si motuum directiones sint contrariæ.*

DEFINITIO 2.

198. *Impactio duorum corporum dicitur directa, si directio motus, aut motuum, quando ambo moventur, transeat per singulorum gravitatis centra; si hæc eadem linea, quæ per ambo centra gravitatis transit, secet partes superficierum quæ in se mutuo incurrunt; tandem si hæ superficies quæ in se mutuo incurrunt ad lineam, quæ per centra gravitatis transit, sint perpendiculares.*

DEFINITIO 3.

199. *In omni alio casu ictus dicitur obliquus.*

200. *Quando corpus motum in aliud incurrit*, in hoc agit, a-
*180. ctioque rationem sequitur resistentiæ quam patitur *; & *quantum agit tantum ex vi insitâ amittit.*

201. Non hic agam de corporibus perfectè duris, talia nulla novimus, & inutile foret in hisce collisionum leges determinare, quod an sine errore factum esset experimentis determinari non posset.

202. *Omnia* autem *corpora nobis nota constant ex partibus inter se cohærentibus*, vi cujus effectum novimus, & cujus causa nos latet: Sed verâ *pressione* partes inter se cohærere, cuicunque causæ hanc tribuamus, in dubium nemo vocabit.

*168. Nulla datur pressio, quæ minimâ insitâ vi superari non
203. potest *; ergo *nulla datur corporum collisio sine quadam partium introcessione.*

De collisione corporum in genere hoc capite agam; ex-
204. plicandum ideo *quid obtineat in corporibus non elasticis*; nam & hoc ipsum *in elasticis locum habet, in momento in quo corpora concurrunt*, antequam partes intropressæ ad pristinam figuram redeant.

205. Hac figuræ instauratione *corpora elastica* sese mutuo repellunt; idcirco *post ictum separantur*. Nulla autem talis
206. datur actio *si omni elasterio destituantur*; ergo *post impactum di-*

directum non separantur; nam in impactione hac, directio mutari non poteſt, & ideo *in eâdem lineâ ambo motum continuant, in qua ante ictum movebantur*, & in qua a ſe invicem non repelluntur.

Dum partes corporum intropremuntur deſtruitur vis * quæ *158.
preſſionem qua cohærent * ſuperat; Ergo *corpus in aliud* *101. 207.
incurrere non poteſt, aut duo in ſe mutuo, ſine diminutione ſummæ virium.

In corporibus elaſticis partes ictæ ad priſtinam redeunt figuram; & redeuntes premunt in corpus, cujus actione introceſſere, hac preſſione nova generatur vis, ſed
de hac nondum agimus, *in* ipſis *corporibus elaſticis datur*, 208.
ante figuram inſtauratam, diminutio virium, *de qua hìc agimus.*

Quando corpus, non ictu alius corporis, ſed *preſſione movetur*, 209.
ſi hæc minor ſit illa qua partes cohærent, ſine partium introceſſione corpori motus communicatur.

Nulla in corporum colliſione vis deſtruitur, niſi quæ ad 210.
partes intro premendas requiritur. Ponamus primo corpora ad eandem partem tendere, antecedens neceſſario tardius alio movetur, & ictu acceleratur, conſequens vero quia in aliud agit ex vi ſua amittit. Effectus vis amiſſæ eſt augmentum vis in antecedente, & introceſſio partium, & effectus hic valet vim amiſſam à con-
ſequente *. Sed illa, quam acquiſivit antecedens, non *100.
eſt vis deſtructa, ergo ſola hæc deſtruitur, qua partes introcedunt. Secundo, tendant corpora in partes contrarias, in hoc caſu corpora ambo ſibi mutuo reſiſtunt, non modo inertiâ, ſed etiam viribus inſitis, quo vero major eſt reſiſtentia, eo magis partes comprimuntur, eoque major partium introceſſio, ita ut vires impropriè dicantur ſeſe mutuo deſtruere, vi ſua corpus corpori reſiſtit, quâ natâ reſiſtentiâ vis corporis alius deſtruitur, ſuperando preſſionem
qua partes cohærent. Paradoxa hæc propoſitio, *vim nun-* 211.
quam immediate vim deſtruere, experimentis extra dubium eſt, quibus conſtat introceſſiones in corporibus ejuſdem ge-

 neris

neris, (nempe quorum partes æqualiter cohærent,) esse æquales, si vires æquales ictibus destruantur, sive corpora tendant ad eandem partem; sive directionibus contrariis ferantur, viribus æqualibus, aut utcumque inæqualibus; sive in obicem firmum impingat corpus; ut, præmissâ machinarum descriptione, exponam.

Vide Machinæ descriptionem, quæ habetur in n. 170. pag. 50.

MACHINA
Alia, cujus ope eadem Experimenta circa collisiones instituuntur.

212. Hîc & aliam, quam eodem fundamento cum præcedenti nixam construi curavi machinam, etiam exponam. Varia huic addidi, quæ & præcedenti applicari possunt, ita ut omnia experimenta, quibus hæc inservit, & primâ institui possint, magis tamen commodè adhibitâ hac secundâ.

TAB. XVIII. fig. 1. Constat hæc ex assere verticali A B D C, cujus longitudo B C est trium pedum; altitudo AD circiter decem pollicum, crassities fere sesqui pollicis.

Huic asseri, aut Tabulæ, applicantur, eodem modo ac in præcedenti machina, regulæ æneæ divisæ E G, E G, ut & indices majores, M, M, & minores, qui hìc non delineantur.

Pede sustinetur Tabula ita, ut D ad altitudinem circiter duorum pedum cum semisse elevetur.

Columna H pedis post tabulam, quæ ipsi applicatur, continuatur, & sustinet tenuiorem columnam L, quæ tamen pro parte ipsi tabulæ superimponitur ita, ut superficies anterior ligni superioris *k* sit in eodem plano cum superficie A B D C.

Columna H in superiori parte, ubi huic columna L superimponitur, excavatur, ut recipiat prominentiam in inferiori parte columnæ L, quæ prominentia poligona est & exacte cum cavitate congruit, in qua firmatur cochleâ. Cum columnâ L cohæret tabula lignea I I, cujus crassities est

eſt ſemi pollicis & cujus uſus eſt, ut columnam in tali ſitu firmet, in quo hujus axis lineæ D A continuatæ, parallelus eſt.

Pars columnæ ſuperior ſeparatim in R exhibetur, parti TAB. XVIII. fig. 2. huic applicatur regula ænea quadrata S S, longitudinis circiter octo pollicum, latitudo & altitudo quartæ parti pollicis æquales ſunt. Horizonti regula hæc parallela eſt ut & ſuperficiei ligni R, à quo diſtat tribus partibus quartis unius pollicis. Ut firmetur cohæret cum prominentiis *t*, *t* quæ cochleis ad partem poſticam ligni K retinentur.

Regulæ huic unci junguntur quatuor Y, V, V, Y, diſtantia inter medios V, V, eſt ſeſqui pollicis, hujuſque diſtantiæ punctum medium datur in plano, quod concipitur perpendiculare ad ſuperficiem K & per axem columnæ *l* tranſit; diſtantia Y Y eſt trium pollicum.

Juxta regulam hanc S S tubuli duo quadrati moventur, qui ad libitum cochleis firmantur, & cum quibus unci exigui, ſtatim memoratis ſimiles, cohærent. Tandem in medio & in extremitatibus regulæ foramina dantur *f*, *f*, *f*, æqualiter a ſe in vicem diſtantia, poſitis extremis a ſe mutuo remotis ſeptem pollicibus cum ſemiſſe.

Ut in præcedentis machinæ deſcriptione monui, ſex de- TAB. XVIII. fig. 3. ſiderantur globi eburnei diametri ſeſqui pollicis ut A. Loco majorum globorum utimur tribus cylindris eburneis quorum diametri globorum diametris æquales ſunt. Duorum ſectio per axem repræſentatur in C; tertii ſectio datur in B; cylindri B pondus duplum eſt ponderis globi A ejuſdem diametri cum cylindro; cylindrorum ſingulorum ut C pondera tripla ſunt ponderum globorum.

In his cylindris cavendum ut axis dentis eburnei, ex quo formantur, perpendiculariter ſecet axem cylindri circiter in hujus medio. Ubi globus cum cylindro, aut duo cylindri, ſimul machinæ applicantur cavendum ut convexitas unius alterius planam ſuperficiem tangat.

Ex ebore, aut ligno duriore & graviore, ulterius quatuor TAB. XVIII. formantur cylindri, quorum duorum minorum ſectiones per fig. 4.

axem

axem exhibentur in D, reliquorum in E, & F.

Si ex ebore formentur ad ſitum axeos dentis non attendimus, quia elaſticitate ſua in Experimentis non agunt.

Horum cylindrorum diametri ſunt etiam ſeſqui pollicis, in extremo uno ad formam hemiſphærii terminantur, extremum alterum coni formam habet angulusque *m l n* eſt centum graduum: angulos centum & viginti graduum, ut & nonaginta graduum, in experimentis adhibui, ſed anteponendum vidi angulum centum graduum. Pondera cylindrorum ſunt inter ſe ut duo, tria, & quatuor.

TAB. XVIII, fig. 5. Cylindri etiam duo cavi formantur ex ligno; quorum diametri externæ ſeſqui pollicis ſunt, minor longitudinis eſt trium poll., major quinque poll.; repræſentatur ille in *g*, & amborum ſectiones per axem videntur in G & H. Separatio in cavitate utriuſque datur ad diſtantiam unius pollicis ab extremitate unâ; videntur hæ in *a a*, *a a*, & *a b* eſt unius pollicis, craſſities ligni in *b* eſt octavæ partis pollicis. Majorem lignum habet craſſitiem in reliqua cylindri parte, ubi nempe cavitatem majorem circumdat. Cavitas minor, ubi experimenta inſtituenda ſunt, argillâ repletur, & quæ prominet cultro ligneo abraditur, ut unita ſit ſuperficies in quam cylindri, ultimum memorati, in experimentis incurrunt; in majorem cavitatem, minori aut majori copiâ argilla intruditur pro diverſo pondere cylindro communicando.

Cylindri omnes eburnei & lignei ſequenti methodo ſuſpenduntur. Ductâ lineâ in ſuperficie cylindri cujuſcunque ut *g* ad axem parallelâ, in hac duæ tenues lamellæ perforatæ, aut exigui annuli, *o*, *o*, firmantur ut & duplex uncus *v* in medio. Foramina in lamellis *o*, *o*, non majora ſunt, niſi ut per hæc duplicatæ chordæ citharæ tranſmittantur.

Lamellæ hæ omnes ita ponuntur, ut ductis ad cylindri axes perpendicularibus à centris foraminum; quales in cylindro D. (fig. 4.) *o h*, *o h*, perpendiculares hæ axem ſecent in *h*, *h*, ad diſtantiam trium partium quartarum poll.

ab

ab extremitatibus *p*, *l*. Notandum tamen reſpectu cylindrorum cavorum, ſatis eſſe ſi hæc tantum obſerventur reſpectu lamellarum, quæ ad partem cavitatum minorum dantur.

Cum globis ſingulis, ut A (Fig. 3), etiam lamella exigua perforata *o* jungitur in eo loco ubi dentis axis tranſit, & uncus exiguus *c* ad exiguam à lamella diſtantiam ponitur.

Globi & cylindri filis tenuibus, aut chordis citharæ, ſuſpenduntur, fila hæc cum paxillis *p*, *p*, *p*, *p*, cohærent, & tranſeunt ſuper uncis *v*, *v*, *z*, *z*; in extremitatibus oppoſitis fila duplicantur formato nodo ad diſtantiam aliquot pollicum ab extremitate, & per foramina lamellarum exiguarum tranſmittuntur, & unco duplici connectuntur. Hac methodo cylindri P & Q ſuſpenduntur, quàm facillimè etiam tolluntur, manentibus filis, quibus cylindri alii annectuntur. TAB. XVIII. fig. 1.

In hac ſuſpenſione diſtantia inter uncum ut *z*, & vicinum *v*, requiritur, quæ in cylindro datur inter lamellas per quas fila transmittuntur, quod admoto cylindro facillime menſuratur.

Eadem diſtantia deſideratur inter extremitatem G regulæ E G & notam *n*, quæ ad eandem partem cum regula datur, & a linea A D diſtat tribus partibus quartis unius pollicis.

Cochleis ferreis F, F, F, ita diſponitur Machina ut cylindrorum ſeparatio lineæ A D reſpondeat, & ut hi parum admodum diſtent a plano A B D C.

Quando globus ſuſpenditur, connectitur filo tranſeunti ſuper unco *v*, & extremitas G regulæ E G notæ *n* admovetur.

Quando cylindrus cavus ſuſpenditur minor cavitas lineam A D verſus datur.

Corpora ad eandem altitudinem ſuſpendenda ſunt, & ut cylindrorum axes horizonti paralleli ſint cavendum; his inſervit linea *h h* horizonti parallela in ſuperficie tabulæ ducta, cui lineæ partes cylindrorum inferiores reſpondere debent.

Propter filorum amborum, quibus cylindrus quicunque ſuſpenditur, paralleliſmum, & æqualitatem, axis in motu ſuo paralleliſmum ſervat & ſingula corporis puncta æquali-

 ter

ter descendunt, eâdemque velocitate moventur, ubi in loco infimo ad quem pervenire potest cylindrus in aliud corpus directe incurrit.

Velocitates corporum ante & post impactum, ut de præcedenti machinâ dictum, mensurantur, attendendo ad fila externa quamdiu agitur de motu corporum ad illam partem lineæ A D ad quam suspenduntur; si autem agatur de motu corporis ut P ultra A D, versus C, interius filum adhibendum, & regulæ E G, qua ad partem C datur, extremitas G admovenda est notæ *n*, quæ ad partem B datur.

TAB. XVIII. fig. 6. Lignum N in quibusdam experimentis applicatur tabulæ A B D C ita ut hujus latus *c e* cum linea A D congruat, firmaturque cochleis per foramina *i*, *i*, in tabula, & scissuras *d g*, *d g*, in ligno, transeuntibus. Cochleæ hæ in T repræsentantur, horum capita superficiei aversæ tabulæ A B D C applicantur, poteſtque lignum hoc ad varias altitudines firmari.

Excavatur lignum hocce in R ad profunditatem pollicis unius, cavitatis hujus altitudo *c e* est quatuor pollicum, latitudo duorum pollicum, lignique crassities in *c e* octavæ partis pollicis tantum est.

Ubi Experimentis lignum hocce inservit cavitas argillâ repletur, cultroque ligneo prominentem argillam abradimus, ut superficies unita sit. In hanc argillam cylindri incurrunt, ubi corpora in obicem firmum impingenda sunt.

EXPERIMENTUM I.

213. TAB. XVIII. fig. 1. Lignum N (Fig. 6.), repletâ hujus cavitate argillâ molli, applicandum est tabulæ A B C D, ibique firmandum, sublato nempe corpore Q, & in loco corporis P cylindrus F (Fig. 4.) suspendendus est ita, ut conus, qui oleo illiniri debet, argillam versus dirigatur, & ut inferior superficies cylindri lineæ *h h* respondeat.

Dimittatur cylindrus ab altitudine quinque graduum & impingendo in argillam vim suam amittet, formando cavitatem: partes enim argillæ solæ cedunt, cum hujus partes multo minus cohæreant, quàm partes eboris aut ligni, & major pressio minorem vincat. Ca-

Cavitas hæc menſuranda eſt & tollendum lignum N. Maſſa corporis eſt quatuor, velocitas quinque; ergo vis * 191.
centum * deſtructa fuit formando cavitatem.

Cavitas minor cylindri G (Fig. 5.) argillâ replenda eſt, ſuperficieſque abradenda cultro ligneo, ut unita ſit; deinde ponderandus eſt cylindrus, tantumque argillæ adjiciendum, ut cum cylindro D (Fig. 4.) æqualiter ponderet, quæ argilla majori cavitati intrudi debet.

Suſpenſis nunc cylindris ita, ut pars conica cylindri D (Fig. 4.), oleo illinita, alium verſus dirigatur; à partibus oppoſitis ſinguli a diviſione quinta dimittendi ſunt, in ſe mutuo incurrunt, poſt ictum quieſcunt, & cavitas in argilla formatur. Menſuranda eſt hæc; ſingulorum corporum maſſæ valent duo, velocitates ſunt quinque, ergo ſingulorum vires quinquaginta *, & vis tota in colliſione deſtructa valet etiam cen- * 192.
tum.

Iiſdem manentibus, unitâ iterum ſuperficie argillæ in cavitate minori cylindri, dimittendi ſunt ambo ab eadem parte, unus ab altitudine quinque, alter ab altitudine quindecim; poſt ictum non ſeparantur & ſimul ad diviſionem decimam adſcendunt; ſi enim huic diviſioni index applicetur ad ipſum pertingit filum, non autem ad illum pertingit hoc, ſi magis index removeatur. Et hìc cavitas formatur, quæ menſuranda eſt. Unius corporis maſſa eſt duo, velocitas quindecim; ergo vis quadringenta & quinquaginta, alterius vis eſt quinquaginta, & ſumma virium ante ictum quingenta. Poſt ictum maſſa eſt quatuor & velocitas decem; ergo vis quadringenta: vis ergo ictu deſtructa etiam eſt centum ut in duobus præcedentibus experimentis.

In tribus hiſce caſibus cavitates quâm exactiſſimè ſunt æquales, quod Experimentis confirmandum erat. In primo & tertio caſu vires non fuere contrariæ, & niſi ſuperando partium cohæſionem potuiſſe vim quandam deſtrui clare patet.

Experimenta potuiſſent eodem modo inſtitui, partibus 214.
cylindrorum hemiſphæricis in argillam incurrentibus, ſed ca-

vitates conicæ exactius possunt conferri, quod ad Experimenta sequentia etiam debet referri.

Motu duobus corporibus communi corpora hæc in se mu-
215. tuo agere non possunt; pendet ergo ictus a *velocitate respectivâ*, qua *manente, intensitas impactionis eadem erit, quomodocunque celeritates absolutæ varient*; ab intensitate hac pen-
216. det *partium introcessio*, quæ ergo *semper eadem erit, si duo corpora eâdem velocitate respectivâ in se mutuo incurrant, quibuscunque velocitatibus moveantur.*

EXPERIMENTUM 2.

217. Suspensis cylindro quocunque ex tribus qui in Fig. 4. de-
TAB XVIII, fig. 4. 5. lineantur, & quolibet ex cylindris cavis, Fig. 5.

Hujus minor cavitas argillâ repleatur, ut in descriptione machinæ & experimento 1° dictum, & in majorem cavitatem argillæ quantitas quæcunque intrudatur; dimittantur hi, unus à decimâ quintâ, alter à quintâ divisione, ad eandem partem, & mensuretur cavitatis diameter.

Unitâ iterum argillæ superficie incurrat cylindrus unus velocitate decem in alium quiescentem, & iterum mensuretur cavitatis diameter.

Tandem, iterum unitâ argillæ superficie, cylindrus unus dimittatur ab altitudine quartæ divisionis, alter a sexta divisione, & in partes contrarias tendant, mensureturque iterum cavitatis diameter.

196, In hisce tribus casibus velocitates respectivæ sunt æquales,
197. cavitates etiam minimè differunt.

Vires æquales consumuntur in formandis cavitatibus æ-
*186, qualibus *; nulla vis perit nisi quæ in cavitatibus forman-
*210, dis consumitur *; ergo *quomodocunque duo corpora movean-*
218. *tur, si eadem fuerit velocitas respectiva, eadem vis ictu*
*216, *destructa erit* *. Hanc idcirco determinabimus in omni concursu duorum corporum, manente velocitate respectivâ, si hoc fiat in uno casu.

219. *Si corpora duo, sive æqualia, sive utcunque inæqualia in contrarias partes lata*, in se mutuo incurrant, potest, datâ velocitate respectivâ, ita componi horum motus, ut quod li-

ſibuerit alium poſt ictum ſecum ferat, unde ſequitur, caſum
dari, in quo *poſt ictum quieſcunt.*

In hoc caſu *ſumma virium* abſolutarum valet vim in
omni caſu, poſitâ eadem velocitate reſpectivâ, deſtructam*. *218.
In hoc eodem caſu ſumma hæc *eſt*, *ſervatâ velocitate re-
ſpectivâ omnium minima:* ſi enim ſumma minor daretur, mi-
nor vis ictu periret, quod impoſſibile *. *218.

Summam autem *hanc eſſe omnium minimam, ſi poſitis dire-* 220.
ctionibus contrariis, celeritates fuerint inverſe ut maſſæ,
& in hoc caſu ſolo eſſe minimam, in ſcholio ſequenti 1.
demonſtramus.

Unde ergo ſequitur in eo ſolo caſu *corpora in contrarias* 221.
partes lata, & in ſe mutuo incurrentia, poſt ictum quieſce-
*re, ſi velocitates fuerint inverſè ut maſſæ**. *219.

EXPERIMENTUM 3.

Suſpenſis cylindris F (Fig. 4. Tab. 18. ſ), & G (Fig. 5. Tab 18. ſ), 222.
cavendum autem, ut hic, argillâ in poſteriori cavitate in- TA. XIX. fig. 2.
truſâ, cum cylindro D (Fig. 4. Tab. 18. ſ) æqualiter ponde-
ret; maſſæ nunc erunt ut quatuor ad duo, aut ut duo ad unum.
Incurrant hi directionibus contrariis in ſe mutuo, F velo-
citate quinque, & G velocitate decem, & poſt ictum qui-
eſcent. Cavitas in argilla in V repræſentatur. TA. XIX. fig. 3.

Vires autem in hoc caſu ſunt inverſè ut velocitates *; er- *194.
go *ut corpora inæqualia in contrarias partes lata, poſt ictum* 223.
quieſcant, vires inſitæ inæquales deſiderantur. Circa quam
inæqualitatem ſequentia experimenta notatu digniſſima
ſunt.

EXPERIMENTUM 4.

Firmato obice N, (Fig. 6. Tab. 18. ſ) in argillam incurrat cy- 224.
lindrus F ea velocitate, qua in experimento præcedenti mo- TA. XIX. fig. 4.
tus fuit, cavitatem format S (Fig. 3.). Mutato paululum obi- TA. XIX. fig. 5.
ce in hunc incurrat cylindrus D (Fig. 4. Tab. 18. ſ) ea ve-
locitate qua cylindrus G, qui in præcedenti experimento
ejuſdem ponderis fuit cum hoc cylindro D, in hoc præce-
denti experimento fuit agitatus, cavitatem formabit duplam
præcedentis, quæ in T (fig. 3.) repræſentatur, quod

manifeſtè virium inæqualitatem indicat.

Hæ autem duæ cavitates conjunctæ æquales ſunt cavitati ſoli quæ in præcedenti experimento fuit formata, & ita an-
186. te demonſtrata cum Experimentis his exactiſſime congruunt. Si enim, adhibito Circino Proportionum conferamus ſolida ſimilia, quorum latera homologa ſunt diametri trium cavitatum, S, T, V, (Fig. 3.) in duobus ultimis experimentis formatarum, videbimus cavitates has eſſe inter ſe ut unum, duo, & tria; id eſt majorem æqualem eſſe duobus minoribus ſimul ſumtis. Quod etiam ſequenti experimento patet.

Experimentum 5.

225. TA. XIX. fig. 6. Firmato obice N, in hunc impingat velocitate quinque cylindrus F; ſublato hoc & ſuſpenſo cylindro D, impingat hic velocitate decem in obicem, incurrendo in ipſam cavitatem jam formatam ictu cylindri F; cavitatem augebit & hæc nunc valebit ambas cavitates in Exper. præcedenti 4to for-
*186. matas *, & erit æqualis cavitati V (Fig. 3.) Exp. penultimi.

226. Circa hoc Experimentum 5tum notandum aliquando ictu argillæ ſuperficiem compactiorem fieri & elaſticitatem quandam acquirere in quo caſu Experimentum non procedit. Semper autem obſervavi cavitatem, duobus ictibus quibuſcunque formatam, ſi corpus quod ultimum impingit non reſiliat, æqualem eſſe duobus cavitatibus, quæ iiſdem ictibus ſeparatim formari potuiſſent; ſi vero corpus in cavitatem incurrens quantumvis parum reſiliat indicium habemus elaſticitatis argillæ, & in tali caſu cavitatem ex duobus ictibus minorem ſemper detexi ſummâ cavitatum ſeparatarum, eoque minorem quo ictu acquiſita elaſticitas major erat, clare autem patet partes elaſticas argillæ difficilius intropremi quam aliæ quæ elaſticitate deſtituuntur. Sequenti etiam experimento, quod jam præcedentibus patuit, alio modo demonſtramus.

227. ### Experimentum 6.

TA. XIX. fig. 7. Incurrant in ſe mutuo uterque velocitate quinque, cylin-

drus

drus ſæpius memoratus F, & cylindrus cavus argillam continens H (Fig. 5. Tab. 18.), qui cum præcedenti ſit ejuſdem ponderis.

Sublatis his incurrant in ſe mutuo uterque velocitate de- TA. XIX, fig. 8.
cem, cylindrus D cum cylindro cavo argillam continenti G, qui etiam æqualiter ponderent.

Tandem ſublato cylindro D, & ſubſtituto cylindro F, TA. XIX, fig. 1.
unitâque iterum argillâ cylindri G, incurrant hi in ſe invicem iiſdem velocitatibus, quibus in jam memoratis impactionibus fuere agitati, id eſt, ut in Exp. 3°. hic velocitate decem, ille velocitate quinque.

In hiſce tribus occaſionibus poſt ictum corpora quieſcunt; cavitates autem ſunt inæquales. In primo caſu eſt omnium minima, repræſentatur in T; in ſecundo eſt omnium maxima, vide X; in tertio media eſt, delineatur in V: & quidem ſunt TA. XIX, fig. 3.
cavitates in proportione arithmetica, ut ipſæ vires ictibus deſtructæ. In primo caſu maſſæ ſingulæ valent quatuor velocitate quinque corpus utrumque fertur, id eſt utriuſque vis eſt centum* & vis deſtructa valet ducenta. *191.

In Secundo caſu utriuſque corporis maſſa eſt duo, & velocitas decem; ergo vis ducenta *; & vis deſtructa *192.
quadringenta, in hoc etiam caſu cavitas dupla eſt cavitatis præcedentis.

In tertio caſu unius corporis vis eſt centum, alterius valet ducenta & vis quæ deſtructa eſt valet trecenta; cavitas ideo media eſt inter cavitates præcedentes.

Si in experimento tertio vis minor augeatur, ita tamen 228.
ut vim alterius corporis nondum æquet, *corpus, cujus vis minor erit, corpus majori vi motum regredi coget*; directo in hoc caſu experimento demonſtramus vim corporis victi, alterius vim ſuperare; eodem modo ac in Exp. 4. demonſtravimus vires in Exp. 3. fuiſſe inæquales.

Vis corpori inſita alterius vim nunquam immediate de- 229.
ſtruit*, perit hæc actione qua partes intropremuntur *, ita *211. *210.
ut corpus eo majorem amittat vim, quo majorem patitur reſiſtentiam; ſed hæc a materiæ inertiâ & a vi contrariâ ori-

ri

ri poteſt, ita ut corporis vis minuenda ſit, ſi hujus inertia, id
*12. eſt, materiæ quantitas * augeatur, ut in utroque caſu
æqualiter alii corpori reſiſtat, unde paradoxi explicationem
230. deducimus. Nam, ut ex hac obſervatione ſequitur, *Quando duo corpora in ſe mutuo incurrunt, duæ dantur actiones, & duæ reactiones, utraque actio ſuæ reactioni æqualis eſt*; ut corpora quieſcant poſt ictum, non requiritur ut ante ictum vires contrariæ ſint æquales, ſed ut utrumque corpus patiatur reſiſtentiam talem, ut agendo poſſit vim ſuam conſumere.

231. Ex demonſtratis facile deducimus quomodo datis corporibus, & horum velocitate reſpectiva, *vis ictu deſtructa determinetur*: determinatâ nempe ſummâ virium, poſitis, eâdem velocitate reſpectivâ, motibus contrariis, & velocita-
*218. tibus in ratione inverſa maſſarum *. Hanc autem ſummam
221. dari in ſcholio 1. ſequenti demonſtramus, *Si productum maſſarum per quadratum velocitatis reſpectivæ multiplicetur, & per ſummam maſſarum dividatur.*

EXPERIMENTUM 7.

232. Suſpenſis cylindris E (fig. 4.), & G (fig. 3.), ſæpius memo-
TAB. XVIII. rato, redacto hoc ad pondus cylindri D, id eſt ſint maſſæ ut tria ad duo; incurrant corpora hæc in ſe mutuo dum ambo in contrarias partes feruntur, majus velocitate ſeptemdecim, minus velocitate tria, in quo caſu velocitas reſpe-
197. ctiva eſt viginti. Poſt ictum moventur ſimul velocitate novem, id eſt ad nonam uſque diviſionem adſcendunt.

Multiplicando maſſas habemus 6. Quadratum velocitatis reſpectivæ eſt 400. cujus productum per productum maſſarum eſt 2400; dividendo numerum hunc per 5. ſummam maſſarum habemus, vim amiſſam 480. Hanc autem bene determinari demonſtramus.

Vis corporis majoris ante ictum habetur multiplicando
192. 289. per 3, eſt ergo 867. Minoris vis habetur multipli-
192. cando 9. per 2. eſt ideo 18; & ſumma virium eſt 885. Poſt ictum maſſa eſt 5 & quadratum velocitatis 81, id circo ſupereſt vis 405, quæ ſi ſubducatur ex 885. habemus ut ante vim amiſſam 480.

Si

Si cylindrus F cujus massa est quatuor, velocitate undecim, TAB. XVIII. fig. 4.
demtâ parte vigesimâ secundâ, in obicem firmum incurrat, cavitatem formabit æqualem illi, quæ in hoc experimento impactione corporum fuit formata, vis in hoc casu amissa est 480 $\frac{1}{121}$*. id est vix a vi, in impactione memorata amissa, *191.
differt; quod ergo * iterum confirmat, vim ictu destructam *184.
regula n. 231. bene fuisse determinatam.

Ex demonstratis de corporibus post ictum quiescentibus deducimus regulas quibus in omni casu corporum velocitates post ictum determinantur.

Moveantur corpora, aut versus eandem partem (fig. 1.) 233. TAB. XX.
aut in partes contrarias (fig. 2.) & sint massæ ut A B & fig. 1. 2.
B C; sit hujus velocitas B E; illius B N: velocitas respectiva erit E N *. Dividatur hæc in I ita, ut I N sit ad *196. 197.
I E, ut B C ad B A, & erit B I velocitas, qua ambo corpora *post ictum* feruntur; id est *mutationes in velocitatibus sunt in ratione inversa massarum*, B C acquirit E I dum A B amittit N I. Si enim concipiamus navem translatam velocitate B I, & in hac moveatur corpus B C velocitate I E a prora ad puppim, habet velocitatem absolutam B E; & corpus A B feratur a puppi ad proram velocitate I N, habebit hoc velocitatem absolutam B N; hæc corpora, cum in nave ferantur directionibus contrariis, & velocitatibus, quæ sunt inversè ut massæ, post ictum, in nave quiescunt *, id est eadem cum nave velocitate ferun- *221.
tur.

Determinatur B I regulâ facili, quam ut detegamus, sint rectangula B M, B F producta massarum per suas celeritates, & absolvantur parallelogramma A O & C D; ductâ D O, secat hæc B N in I; nam triangula D I E & I N O sunt similia, & I N ad I E, ut N O, aut B C, ad D E, aut A B. Per I ducatur H L, parallela A B, & complementa *43. El. 1.
I M, I F*, erunt æqualia; ergo *corporibus tendentibus ad eandem partem*, *si* ex *summa productorum* B M, & B F, *mas-* 234. fig. 1.
sarum per suas velocitates subtrahamus M I, & ejus loco sub-

 sti-

ſtituamus I F, prædicta ſumma æqualis erit rectangulo A L, quod ſi *dividatur per* A C, *ſummam maſſarum, quotiens diviſionis dabit* A H, aut B I, *velocitatem corporibus communem poſt ictum.*

EXPERIMENTUM 8.

235. TAB. X. fig. 1. Globi duo æquales ex argilla molli ſuſpenduntur, ſi hi partem eandem verſus moveantur, P velocitate decem, Q velocitate ſex; poſt ictum motum ſimul continuabunt velocitate octo.

Cum maſſæ ſint æquales unitate deſignari poſſunt, & ſumma productorum maſſarum per velocitates eſt ſedecim, quæ ſi per ſummam maſſarum duo dividatur habemus ut in Experimento velocitatem octo,

EXPERIMENTUM 9.

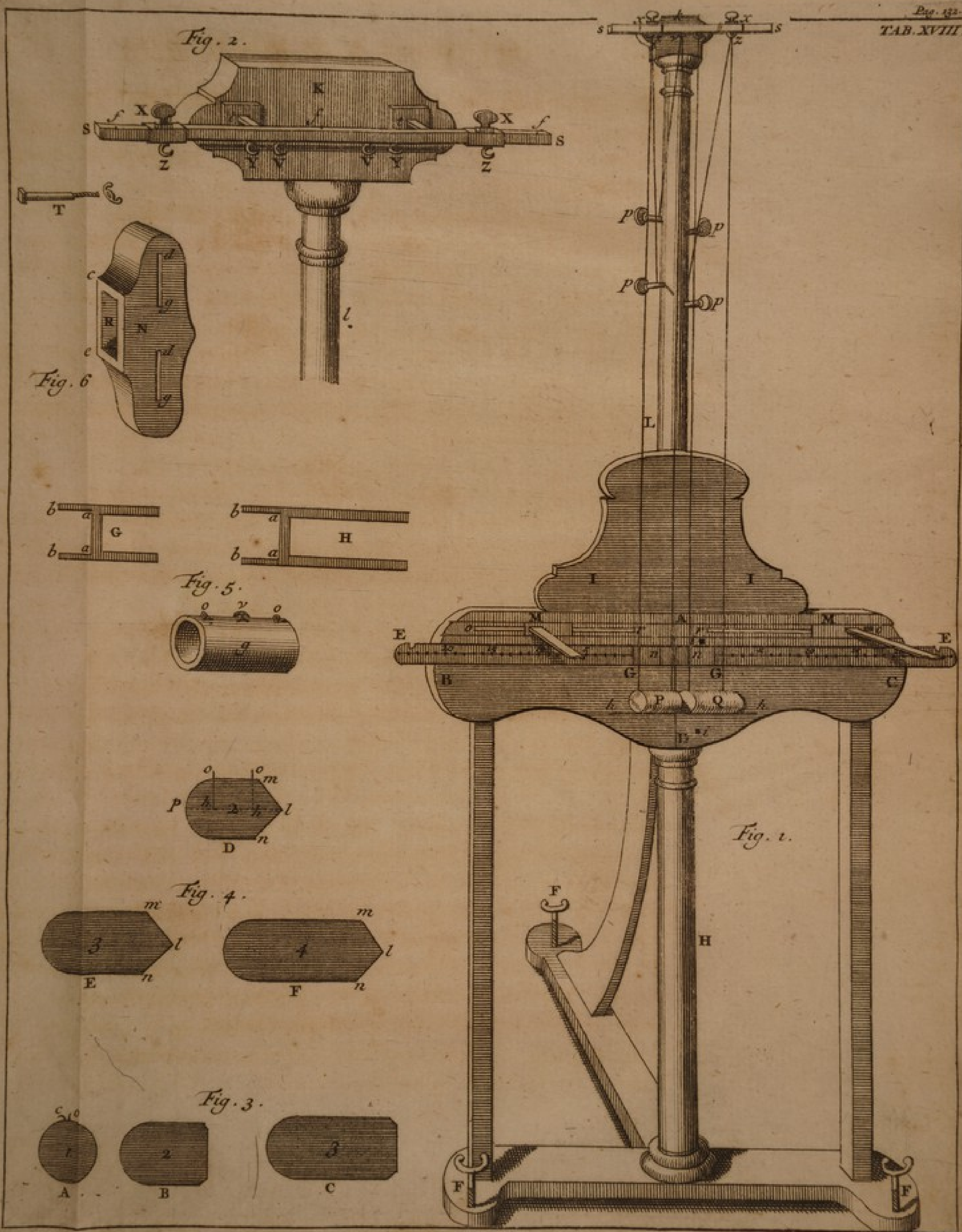
236. TAB. XVIII. fig. 4. 5. Suſpenſis cylindris, eburneo E, cujus maſſa eſt tria, & ligneo argillam continenti G, cujus maſſa eſt duo, ferantur hi ad eandem partem, primus velocitate duodecim, ſecundus velocitate ſeptem, poſt ictum ſimul velocitate decem moventur.

Multiplicando maſſam 3 per velocitatem 12, habemus 36, addito 14, producto maſſæ 2 per velocitatem 7, habemus ſummam productorum 50, quæ ſi dividatur per ſummam maſſarum 5, habemus velocitatem experimento detectam 10.

237. TAB. XX. fig. 1. *Si corpora tendant in partes contrarias, & ex producto* majori B M ſubtrahamus M I, & ſubſtituamus I F, habemus B M æquale gnomoni A H L F E B; ex quo ſi ſubtrahamus productum B F, habemus H C *differentiam productorum maſſarum per ſuas velocitates*; ſi autem hanc *dividamus per ſummam maſſarum* A C, *quotiens erit velocitas quæſita* B I, *quæ dirigitur ad eandem partem* cum B N: id eſt ambo corpora, velocitate detectâ, feruntur verſus eandem partem *cum corpore, cujus productum maſſæ per velocitatem alius productum ſimile excedit.*

E x-

TAB. XVIII.



EXPERIMENTUM 10.

Suſpenſis globis, ex argilla molli, æqualibus P & Q, ſint hi in contrarias partes moti, P velocitate ſex, Q velocitate quatuordecim, poſt ictum velocitate quatuor motum continuat, Q ſecum ferens P. 238. TAB X. fig. 4.

Quia propter maſſas æquales hæ unitate deſignari poſſunt, producta maſſarum per velocitates ſunt 6. & 14., quorum differentia eſt 8., quæ diviſa per ſummam maſſarum 2, dat velocitatem poſt ictum quatuor.

EXPERIMENTUM 11.

Non differt experimentum hoc à colliſione in Experimento 7. * memoratâ, poteſt autem velocitas corporum poſt ictum ex nunc demonſtratis determinari. 239. *235.

Multiplicando maſſam E per velocitatem 17, habemus 51; ſubtractis 6, producto maſſæ 2 per velocitatem 3, reſtat 45; quibus diviſis per 5, ſummam maſſarum, habemus velocitatem novem Experimento detectam.

Si corpus unum quieſcat, ex utrâque regulâ ſequitur *corporis moti productum velocitatis per maſſam dividi debere per maſſarum ſummam.* 240.

EXPERIMENTUM 12.

Globus P ex argillâ molli in globum æqualem quieſcentem Q, velocitate decem, incurrit, poſt ictum ſimul velocitate quinque motum continuant. TAB X. fig. 1.

Corpus in motu alii corpori ſine impactione *motum communicare poteſt, in hoc tantum preſſione agendo; in quo caſu* ſi preſſio qua partes cohærent inter ſe ſuperet preſſionem corporum mutuam *nulla datur* partium introceſſio, & nulla *vis deſtructa* *: ideoque ſumma virium ante & poſt actionem eadem eſt. 241. *210.

Ut autem demonſtremus quomodo corpora mota, preſſione in alia, ſine impactione, motum communicare poſſint, concipiendum eſt corpus Q, quod formatur revolutione figuræ *a b c d* (quæ ſemicirculo & duobus quadrantibus terminatur) circa axem *a c*. 242. TAB. A. fig. 4.

Quiescat hoc, quamvis demonstratio etiam corpori moto applicari possit; concipiamus ulterius duo corpora P, P; duo concipimus ut actio in corpus Q sit directa; moveantur hæc, velocitatibus æqualibus, directionibus parallelis inter se, & axi corporis Q, moveantur etiam, ut ad Q perveniant ita, ut corporis Q superficies tangat corpora P, P, in punctis in quibus hæc ipsa superficies parallela est ipsi directioni motus; Corpora ergo P, P, in corpus Q nullam exerunt actionem, ubi ad hoc perveniunt. Dum motum continuant juxta superficies excavatas *ad*, *ab*, in corpus Q premunt,
*155. quod cum non retineatur cedit * & dum pressio continuatur acceleratur Q: donec corpora P, P, hoc deserant, quod semper fiet antequam corpora P, P, ad puncta *b* & *d* perveniant.

Hæc pressio nullum exserit effectum præter motum quem corpori Q communicat; ideoque corpora P, P,
180. ex viribus tantum amittunt, quantum acquirit corpus Q. In hisce attritum seponimus qui sine quadam partium introcessione dari non potest; ideoque sine virium destructione. In scholio autem 3°. Cap, 28. ipsos motus post concursum determinamus.

243. Si corpus ut P simili actione premat in obstaculum, quod
TA. XIX. fig. 9. hac pressione non movetur, & cujus partes satis arctè cohæreant, ut huic actioni non cedant ,corpus ex vi sua non amittet; in hoc casu corporis pressio in obstaculum resistentiâ obstaculi, quidem destruitur, sed cum nulla detur partium introcessio, neque vis communicata, nullam etiam corpus P vim amittit; sic corpus quod super plano inclinato descendit eodem modo acceleratur ac corpus quod libere cadit si ad eandem profunditatem ambo
*150. descendant *; licet illud in planum premat. In hisce occasionibus, illud quod obstaculum in loco retinet corporis actionem destruit & corpori vim communicat æqualem illi quam actione sua corpus amittit, quare ipsa corporis vis non mutatur.

Ex

TAB. XIX.

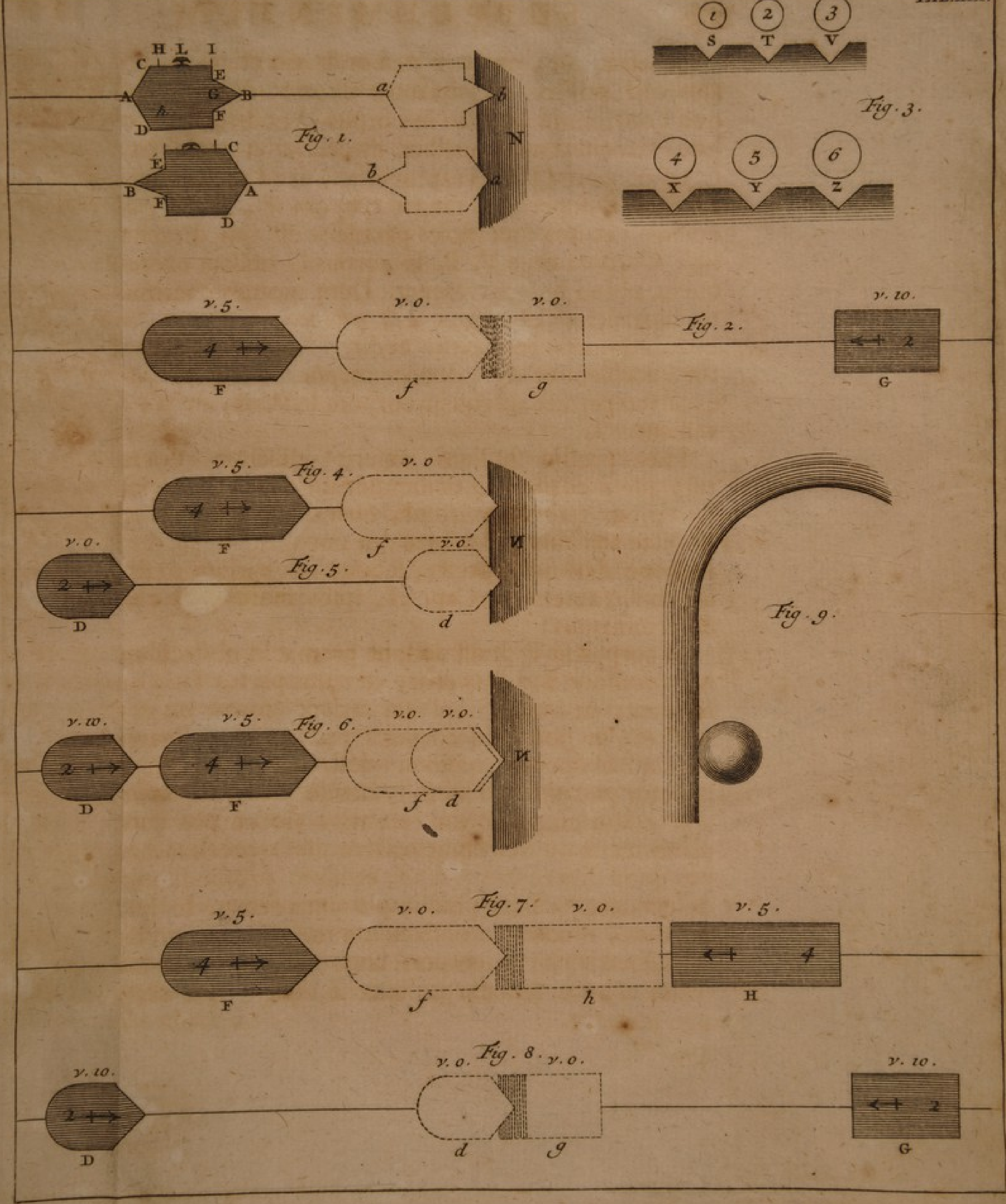


Fig. 1.
H L I
C E
A G B
D F
a b
N
E C
B A
F D
b a
Fig. 3.
1 2 3
S T V
4 5 6
X Y Z
Fig. 2.
v. 5.
v. 0.
v. 0.
v. 10.
4
2
F
f
g
G
Fig. 4.
v. 5.
v. 0
4
F
f
Fig. 5.
v. 0.
v. 0.
2
D
d
Fig. 6.
v. 10.
v. 5.
v. 0.
v. 0.
2
4
D
F
f d
Fig. 9.
Fig. 7.
v. 5.
v. 0.
v. 0.
v. 5.
4
4
F
f
h
H
Fig. 8.
v. 10.
v. 0.
v. 0.
v. 10.
2
2
D
d
g
G

Ex hisce patet *actione corporis hujus vim, ideoque velocitatem, non minui sine ipsius obstaculi, aut partium hoc componentium, translatione ex hac actione oriunda.* 244.

SCHOLIUM I.

Demonstrationes n. 220. 231.

Dentur duo corpora A & B; sit hujus velocitas b; illius celeritas a; velocitas respectiva, si in contrarias partes ferantur est $a+b$ *; hanc dicimus d. Summa virium est $Aaa+Bbb$, quam, manente velocitate respectiva, diximus omnium minimam positis A, B :: b, a *, id est $Aa=Bb$. 245. *197. *220.

Positis enim talibus velocitatibus, augeatur a quantitate quacunque e; vis corporis A erit nunc $Aaa+2Aae+Aee$. Corporis B velocitas, quia manet velocitas respectiva $d=a+b$, erit $b-e$; nam $a+e+b-e=a+b$; ergo vis corporis B erit $Bbb-2Bbe+Bee$, & summa virium est $Aaa+Bbb+Aee+Bee+2Aae-2Bbe$.

Sed propter $Aa=Bb$ sese mutuo duo ultimi termini destruunt, & summa valet $Aaa+Bbb+Aee+Bee$, quæ primam excedit. Similis est demonstratio si augeatur velocitas b, minutâ, eâdem quantitate, velocitate a; unde patet demonstratio n. 220.

Posuimus A, B :: b, a; componendo $A+B$, B :: $b+a=d$, a; ergo $a=\frac{Bd}{A+B}$, similiter $b=\frac{Ad}{A+B}$; idcirco summa virium $Aaa+Bbb=\frac{ABBdd+BAAdd}{\overline{B+A}^q}$ dividendo numeratorem & denominatorem per $B+A$, quantitas hæc æqualis est $\frac{ABdd}{B+A}$ ut in n. 231. monuimus. 246.

Demonstrationes Algebraicæ n. 234. 237.

Geometrice demonstravimus regulas n. 234. & 237. algebraice quam facillime deducuntur ex propositione numeri 233.

Sit corpus A motum velocitate a; corpus B agitatum velocitate b: velocitas respectiva est $a-b$ si corpora ad eandem partem tendant *; hæc ictu destruitur* quare est summa mutationum in velocitatibus corporum post ictum. B est ad A ut mutatio velocitatis in A, ad mutationem velocitatis in B*; & componendo $A+B$, A :: $a-b$, ad mutationem in velocitate corporis B, quæ 247. *196. *206. *133.

mutatio ergo eſt $\frac{Aa-Ab}{A+B}$; cum velocitas b minor ſit velocitate a, augetur illa in percuſſione: ideò velocitas corporis B, id eſt velocitas utriuſ-
*106.s que corporis * poſt impactionem, eſt $b+\frac{Aa-Ab}{A+B}=\frac{B+bAa}{A+B}$ ut habetur in n. 234.s

248. Poſitâ velocitate reſpectiva $a+b$, tendentibus nempe corporibus in con-
*197.s trarias partes *, ſimili ratiocinio regula n. 237.s detegitur.

*231.s Haſce ambas regulas de colliſione corporum etiam ex demonſtratis * cir-
246.s ca quantitatem vis amiſſæ deduci poſſunt, quam demonſtrationem hìc ſubjiciam, ut firmitas illorum quæ de viribus inſitis ſuperius demonſtrata ſunt clarius pateat, dum ex ipſis, per vias omnino diverſas, deducimus regulas experimentis confirmatas.

249. Sint iterum corpora A & B; hujus velocitas b illius a; tendant ad eandem partem, & velocitas reſpectiva erit $a-b$.

*191.s Summa virium ante ictum eſt $Aaa+Bbb$ *; vis ictu deſtructa eſt
*231.s 246.s $\frac{ABaa-2ABab+ABbb}{A+B}$ *, ſubtrahendo hanc ex ſumma virium habemus vim poſt ictum ſuperſtitem $\frac{AAaa+2ABab+BBbb}{A+B}$; corpora poſt i-
*205.s ctum non ſeparantur *, & maſſa eſt $A+B$, per quam ſi dividamus vim ſuperſtitem poſt ictum, habemus quadratum velocitatis poſt colliſionem; quod quadratum ergo eſt $\frac{AAaa+2ABab+BBbb}{\overline{A+B}^q}=\frac{\overline{Aa+Bb}^q}{\overline{A+B}^q}$. cujus radix $\frac{Aa+Bb}{A+B}$ dat velocitatem quæſitam.

250. Si adhibita velocitate reſpectiva $a+b$ computatio ineatur regula n. 237.s detegitur.

251. Vulgo quantitas motus, quam ipſius vis inſitæ proportionem ſequi ponunt, determinatur multiplicando maſſam non per quadratum velocitatis, ſed per ipſam velocitatem, ex hoc principio deduxere Philoſophi ipſas illas regulas n. 234.s 237.s quas nos variis methodis ex principiis noſtris deduximus; mirum hic quid contigit, error erroris fuit deſtructio, & duplex error ad veritatem conduxit; falſum de menſura virium ſecuti ſunt principium, & quod veritati etiam minime congruum eſt, nullam vim intropremendo partes & harum ſuperando cohæſionem corpora amittere poſuere.

SCHO-

SCHOLIUM 2.

De percussione corporum lineis rigidis inter se cohærentium, & circa centra agitatorum.

Sint corpora A & C, *lineâ inflexili conjuncta, & circa centrum* H *agitata; sint etiam corpora alia* B & D *eodem modo juncta &* circa I *agitata.* 252. TAB. XX. fig 3.

Ponamus dari horum corporum percussionem directam, quod obtinebit si in se mutuo impingant, unum ex corporibus adhærentibus uni lineæ, cum corpore quocunque ex illis quæ cum alia cohærent lineâ, ut A & B. Impactio esit directa si hæc corpora directè in se mutuo incurrant, quod fieri non poterit nisi in momento incursus lineæ quibus corpora cohærent sint parallelæ inter se.

Si in momento incursus in quo in eâdem lineâ ambo moventur corpora, motu quodam communi ferantur non hoc motu in se mutuo agent; impactio ergo pendebit à *velocitate respectivâ*, qua *manente* eadem *datur* partium introcessio *, & *eadem vis amissa* *, *quibuscunque velocitatibus corpora agitentur.* *216, *218.

Dari casum *in quo corpora* in partes contrarias lata, *post ictum quiescunt* facile patet; & in hoc *casu, datâ velocitate respectivâ, summam virium esse omnium minimam* etiam liquet, tota enim vis destruitur & minor quantitas nunquam potest destrui *; quænam autem sit ratio velocitatum in hoc casu dicam. 253. *252.

Sit a distantia corporis A à centro H, circa quod rotatur, & c distantia corporis C ab eodem centro. Eodem modo sit b distantia corporis B, & d distantia corporis D, à centro I, circa quod hæc corpora agitantur. Sit ulterius m velocitas corporis A; & n velocitas corporis B.

In casu in quo corpora post ictum quiescunt demonstramus, positis motibus contrariis, $m, n :: \overline{Bbb+Ddd}\times aa, \overline{Aaa+Ccc}\times bb$. id est, $\overline{Aaa+Ccc}\times bbm = \overline{Bbb+Ddd}\times aan$. 254.

In hoc enim *casu summa virium, manente velocitate respectivâ $m+n$, est omnium minima.* 255.

Summa virium est $Amm+\frac{Cccmm}{aa}+Bnn+\frac{Dddnn}{bb}$*; nam $a, c :: m, \frac{mc}{a}$ = velocitati corporis C; & $b, d, :: n, \frac{dn}{b}$ = velocitati corporis D. 256. *192.

Ponamus nunc velocitatem m augeri quantitate e, & eadem quantitate minui velocitatem n, ut velocitas respectiva maneat; videbimus summam esse majorem.

Velocitas corporis A nunc est $m+e$; Corporis C est $\frac{mc+ec}{a}$; corporis B

est

est $n-e$; & tandem celeritas corporis D est $\frac{nd-ed}{b}$. Summa virium nunc erit $Amm+2Ame+Aee+\frac{Cccmm+2Cccme+Cccee}{aa}+Bnn-2Bne+Bee+\frac{Dddnn-2Dddne+Dddee}{bb}$. Sed $\overline{Aaa+Ccc}\times bbm=\overline{Bbb+Ddd}\times aan$; ponimus enim de hoc casu agi; dividendo hanc æquationem per $aabb$, habemus $Am+\frac{Cccm}{aa}=Bn+\frac{Dddn}{bb}$; idcirco in ultima summa sese mutuo destruunt $+2Ame+\frac{2Cccme}{aa}$ & $-2Bne-\frac{2Dddne}{bb}$ & summa ad hanc reducitur $Amm+Aee+\frac{Cccmm+Cccee}{aa}+Bnn+Bee+\frac{Dddnn+Dddee}{bb}$ quæ primâ memoratâ summâ major est. Q. D. E.

Nec diversa est demonstratio si augeatur n, imminutâ velocitate m.

257. Vis in collisione quacunque, datâ velocitate respectivâ, destructa determinari potest, nam valet summam virium in casu in quo hæc minima est *. Sit nunc $m+n=r$.

*252.

*254. Datur ratio inter m & n *, & componendo $\overline{Aaa+Ccc}\times bb+\overline{Bbb+Ddd}\times aa,\ \overline{Aaa+Ccc}\times bb::$ $m+n=r,\ n$;

ergo $n=\frac{\overline{Aaa+Ccc}\times bbr}{\overline{Aaa+Ccc}\times bb+\overline{Bbb+Ddd}\times aa}$. Eodem modo detegimus $m=\frac{\overline{Bbb+Ddd}\times aar}{\overline{Aaa+Ccc}\times bb+\overline{Bbb+Ddd}\times aa}$. Summa virium est

*256. $\frac{\overline{Aaa+Ccc}\times mm}{aa}+\frac{\overline{Bbb+Ddd}\times nn}{bb}$ *, substituendo pro m & n valores summa hæc erit

$$\frac{\overline{Aaa+Ccc}\times\overline{Bbb+Ddd}^{q}\times aarr+\overline{Bbb+Ddd}\times\overline{Aaa+Ccc}^{q}\times bbrr}{\overline{\overline{Aaa+Ccc}\times bb+\overline{Bbb+Ddd}\times aa}^{q}}$$

Dividendo numeratorem & denominatorem per $\overline{Aaa+Ccc}\times bb+$

Bbb

$\overline{Bbb+Ddd}\times aa$; *habemus* $\dfrac{\overline{Aaa+Ccc}\times\overline{Bbb+Ddd}\times rr}{\overline{Aaa+Ccc}\times bb+\overline{Bbb+Ddd}\times aa}$ *vim* 258.
amissam data velocitate respectiva r.

Si Corpora memorata A & B, cum reliquis circa centra I & H agitata, velocitatibus quibuscunque in se mutuo incurrant directè, post ictum ambo eâdem velocitate feruntur*, & separantur non ex actione corporum, sed quia circa centra diversa H & I moventur. 259. *266.

Concipiamus dari punctum quod eadem velocitate fertur, qua corpora post ictum ante separationem feruntur, & juxta eandem directionem.

Respectu hujus puncti corpora post impactionem quiescunt; ideo respectu ipsius ante ictum contrariis velocitatibus movebantur in ratione $\overline{Bbb+Ddd}\times aa$ ad $\overline{Aaa+Ccc}\times bb$*, hasque velocitates amittunt, cum respectu puncti post ictum quiescant, quare hæ ipsæ velocitates sunt mutationes, quæ ex ictu in velocitatibus contingunt, quæ ergo mutationes sunt in memoratâ ratione; & componendo $\overline{Aaa+Ccc}\times bb+\overline{Bbb+Ddd}\times aa$ ad $\overline{Aaa+Ccc}\times bb$ ut summa mutationum, id est velocitas respectiva, ad mutationem in velocitate corporis B. *254.

Si nunc velocitas corporis A dicatur p; & q velocitas corporis B, positâ hac minori; velocitas respectiva erit $p-q$ si motus eandem partem versus dirigantur, & mutatio velocitatis corporis B, detegitur

$$\frac{\overline{Aaa+Ccc}\times bbp-\overline{Aaa+Ccc}\times bbq}{\overline{Aaa+Ccc}\times bb+\overline{Bbb+Ddd}\times aa}$$ quæ mutatio est velocitas acquisita; quia minor velocitas in motibus conspirantibus augetur: quare si addatur ipsi velocitati q habemus velocitatem amborum corporum post ictum; quæ ergo est $\dfrac{\overline{Aaa+Ccc}\times bbp+\overline{Bbb+Ddd}\times aaq}{\overline{Aaa+Ccc}\times bb+\overline{Bbb+Ddd}\times aa}$. 260.

Si motus in contrariam partem dirigantur velocitas respectiva est $p+q$ & velocitas post ictum simili ratiocinio detegitur 261.

$$\frac{\overline{Aaa+Ccc}\times bbp-\overline{Bbb+Ddd}\times aaq}{\overline{Aaa+Ccc}\times bb+\overline{Bbb+Ddd}\times aa}$$ subtracto nempe in numeratore producto minore ex majore.

Clarè patet non interesse utrum in hac collisione corpora, quæ eidem lineæ junguntur, ad eandem partem dentur centri circa quod linea movetur, an ad partes diversas, nam eodem modo corpus movetur, à quacunque parte centri detur, si modo distantia ab hoc sit eadem: vim etiam centrifugam, qua corpora a centro recedere conantur, & actiones quas, dum concurrunt, in retinacula exerunt, non hîc considerari debere, satis manifestum est *. 262. *144.

Demonstrata hæc ad numerum quemcunque corporum possunt applicari, & universales regulæ ex demonstratis quam facillime illiciuntur. 263.

Videmus etiam quid obtineat, *Si corpus in lineâ rectâ motum directè in aliud incurrat quod cum aliis lineæ rectæ, circa centrum mobili, cohæret*; Corpus enim illud in linea recta motum agit quasi lineæ rectæ, circa punctum quodcunque mobili, adhæreret. 264.

 Qui-

Quieſcant corpora A & C in a & c, dum ut ante mobilia ſunt circa H. Ponamus B aut b in linea recta motum, velocitate q directè & perpendiculariter ad a H incurrere in a; *velocitatem poſt ictum detegimus* ipſâ formulâ præcedenti. Pono enim B cum linea cohærere & agitari circa centrum ad diſtantiam quamcunque b; in hac colliſione p & D æquales ſunt nihilo, ideo evaneſcunt quantitates, quæ *per* has multiplicantur quare memoratâ formula * in hanc mu-
* 260. tatur $\dfrac{Bbbaaq}{\overline{Aaa+Ccc} \times bb+Bbbaa}=\dfrac{Baaq}{Aaa+Ccc+Baa}$: ex qua *hanc* deducimus *regulam. Corpus impingens per quadratum diſtantiæ puncti, in quod incurrit, à centro, & per velocitatem ſuam multiplicatur, productumque hoc dividitur per ſummam omnium corporum, ſingulorum multiplicatorum per quadrata ſuarum diſtantiarum à centro.*

265. Propoſitiones n. 500. 510. 512. 513. 516. ſunt caſus peculiares propoſitionum in hoc Scholio in n. 533. 537. 538. 539. 540. demonſtratarum, ut patet, ſi ponamus duo corpora quæ cum lineis, circa centra quæcunque mobilibus, cohærent.

SCHOLIUM 3.

Examen Experimenti circa corpora in lancem, aut brachium, libræ impingentia.

266. Merſennus, de Lanis, & alii experimentum dedere circa corpora cadentia inſtitutum, & notarunt corpus in lancem libræ impingens, pondus majus, in lance oppoſitâ, paululum elevare; & pondera ſic elevari ad exiguam, ſed æqualem (quam tamen circumſtantiam non notat Merſennus) altitudinem, ſi corpus quod impingit cadat ab altitudinibus quæ ſunt ut quadrata ponderum quæ elevantur.

Merſennus tamen notat in quibuſdam circumſtantiis experimentum non proceſſiſſe, quod & mihi contigit, experimentum paululum aliter inſtituenti, quod defectui machinæ tribuebam, & in illis ſolis altitudinibus, in quibus regulam ſatis exacte obſervari videbam, defectus, qui in machina me non latebant, minus noxios credebam. Cum autem attentius rem examinarem me toto cælo erraſſe percepi, & ipſis illis principiis Mechanices, de quibus inter omnes convenit, adverſari, memoratam dari inter quadrata ponderum elevatorum proportionem, quæ datur inter altitudines, a quibus cadit corpus, quod in lancem, aut brachium oppoſitum, impingit; & in dubium vocare non potui ipſi defectui machinæ tribuendum eſſe, ſi aliquando inter certos limites hæc detegatur proportio, ut mihi ſemper contigerat. Non ſenſibilis fateor dabitur error, ſi corpus cadens, & pondus totius libræ, id eſt, jugi & lancium, admodum exigua fuerint reſpectu ponderum elevatorum: ſed in hoc caſu experimentum inſtitui non poterit; majus enim pondus ſubtiliori libræ imponi non poteſt.

Ut autem, quæ hoc experimentum ſpectant, clarius paterent, Machinam conſtrui

ſtrui curavi, qua, quantum poteſt exacte, & omnino ſine ſenſibili errore, experimentum inſtituitur: & poſt experimentum inſtitutum circa hoc computationem inivi.

BILANX

Qua altitudines conferuntur, a quibus corpus cadens, pondera paululum elevat.

Libræ jugum eſt A B; pede ſuſtinetur, dum circa centrum, ut in aliis libris, volubile eſt: Lanx L ferrea eſt; oppoſita M eſt lignea & orbicularis, excavata ad profunditatem pollicis. Hæc, ubi experimenta inſtituenda ſunt, argillâ molli repletur, quæ cultro ligneo abraditur, ut inæqualitatibus exemptam, & horizontalem, habeat ſuperficiem; qua de cauſa lanx hæc facile tolli poteſt, iterumque in loco ſuo ſuſpendi. Diſtantia B M excedit pedes tres, quare in menſæ extremitate ponenda Machina eſt. 267. TAB. XX. fig. 4.

Globus G filo ſuſpenditur, & unco laminæ D cohærenti alligatur.

Pondus Q lanci L imponitur, ut detur æquilibrium. Quibus poſitis, adjicitur pondus ictu elevandum P, & ut jugum in ſitu maneat horizontali, brachium A, quod nunc magis gravatur, gnomone ferreo, cum pede cohærenti, ſuſtinetur. Facile videmus alio pede, gnomone deſtituto, ſuſtineri debere machinam ante impoſitum pondus P, ut de æquilibrio conſtet.

Gnomoni in *f* annectitur lamina elaſtica tenuis *fg*, quæ extenſa ad *i*, pertingit, ubi extremitas *g* retinetur, ope laminæ minimæ *i*, quæ cum brachio A cohæret; paululum elevato brachio laxatur *g*; unde conſtare poteſt in variis tentaminibus æqualiter elevari, ſi nempe, paululum tantum imminuto ictu, quo agitatur libra, elaſterium non relaxetur.

EXPERIMENTUM.

Omnibus ut dictum diſpoſitis, poſitoque pondere P æquali unciis quatuor; globum G ita ſuſpendi, ut ipſius altitudo, diſtantia nempe inter inferiorem partem globi & argillæ ſuperficiem, foret pollicum $6\frac{7}{8}$, & abſciſſo filo, impactione globi, laxata eſt lamina *fg*: repetitoque variis vicibus experimento eodem modo proceſſit hoc; imminuta autem altitudine, quartâ parte pollicis, aut etiam minus, nunquam elaſterium fuit relaxatum, qua eadem methodo ſequentes altitudines fuere determinatæ. 268.

Duplicato pondere P, altitudo globi fuit pollicum $14\frac{1}{8}$

Tandem triplicato pondere P, id eſt, poſito hoc duodecim unciarum altitudo fuit $23\frac{1}{2}$ pollicum.

His omnibus altitudinibus cavitatum ictibus in argillâ formatarum profunditates addendæ ſunt, & altitudines neglectis exiguis fractionibus erunt

7. $14\frac{5}{16}$. $23\frac{3}{4}$.

Si hac eâdem machinâ eadem inſtituantur Experimenta, aliâ adhibitâ argillâ, altitudines paululum variari poſſunt. Si argilla minus mollis ſit cavitates minores erunt, & altitudines ſupra argillæ ſuperficiem planam majores, integræ autem altitudines eædem. Sed ſi magis aut minus ponderet argilla, illud diſcrimen dabit, nam, licet eo non mutetur materia elevanda, materia tamen movenda mutatur, unde diſcrimen neceſſario ſequitur, ut hoc computatione ſequenti clarius patebit.

269. Jugum Bilancis figuram habet quæ in A B repræſentatur, in ipſis locis A &
TAB. XX. B excavatur, ut hoc in fig. 4. videri poteſt, de cætero ubique eſt ejuſdem
fig. 5. craſſitiei.

Propter figuram irregularem, admodum difficilis foret computatio; ideo, ſervato jugi pondere, mutatam concepi figuram, remotis partibus quibuſdam à centro, & admotis aliis, poſuique figuram illam eſſe, quæ repræſentatur in fig. 6., in qua tota longitudo illa eſt, quæ in Bilance inter puncta ſuſpenſionis datur; ex qua mutatione exiguus tantum error in computatione dari poteſt.

Hujus figuræ ſuperficies cum jugum ejuſdem ſit craſſitudinis ubique, repræſentare poteſt jugi pondus in omnibus partibus. Figura hæc A B conſtat ex parallelogrammo & duobus triangulis: junctis triangulis, figura reducitur ad illam quæ in fig. 7. exhibetur, qua adſumtâ computationem inibo.

Hunc uſum computatio hæc habere poterit, quod inde patebit, cum demonſtratis circa percuſſionem experimenta noſtra congruere. Fundamentum autem ipſius computationis habetur in n. 264.

TAB. XX. fig. 7. Ante omnia ſingula puncta ſuperficiei A D E B, pondus jugi repræſentantis, per quadrata diſtantiarum ſuarum a centro motus reſpective multiplicari debent. Hoc ſine errore ſenſibili fiet, ſi loco diſtantiarum a centro, diſtantiæ à lineâ C F uſurpentur, quo computatio facilior evadit.

Si nunc operatio pro parallelogrammo inſtituatur, ſingulæ lineæ parallelæ & æquales lineæ D A, per quadratum ſuæ diſtantiæ à C F multiplicandæ ſunt, id eſt, ſingula hæc quadrata per eandem quantitatem A B aut C G multiplicari debent, id eſt, ſumma quadratorum per C G multiplicanda eſt; ſumma autem quadratorum eſt pyramis, cujus baſis eſt quadratum A C & altitudo ea-
* 7. El. XII. dem A C, quæ pyramis valet $\frac{1}{3} AC^c$ *. Multiplicata hac per C G habemus $\frac{1}{3}\, CG \times AC \times AC^q$ ſummam productorum ſingulorum punctorum parallelogrammi D C, multiplicatorum per quadrata diſtantiarum ſuarum a C G.

Similis ſumma pro ſingulis punctis trianguli D C G æqualis eſt, $\frac{1}{12} GF \times AC \times AC^q$. Hoc facile detegent ſubtilioris Geometriæ gnari, & aliis illud explicare inutiliter laborarem. Duplicando producta hæc habebimus ſimilem ſummam pro integra figura A D F E B; & eſt $\frac{2}{3}\, CG \times AC \times AC^q + \frac{1}{6} GF \times AC \times AC^q, = b \times AC^q$; ponendo $b = \frac{2}{3}\, CG \times AC + \frac{1}{6}\, GF \times AC$.

270. His poſitis dicatur a altitudo a qua globus dimittitur, & velocitas cadendo acquiſita, qua globus in lancem M incurrit, & quæ radici quadratæ
* 131. hujus altitudinis proportionalis eſt *, poterit $\sqrt{a}$ deſignare.

Multiplicando hanc velocitatem per globum G (fig 4.) & per quadratum diſtantiæ A C, & dividendo hoc productum per ſummam omnium corporum in experimento motorum, reſpectivè multiplicatorum per quadrata diſtantia-
* 264. rum ſuarum a centro motus, habemus velocitatem puncti A poſt ictum *.

Partem hujus ſummæ jam determinavimus, quoad jugum nempe, quod ſupereſt habemus multiplicando pondera lancium L & M, ut & P, Q, & G (fig. 4.) per quadratum diſtantiæ A C, nam omnia hæc corpora conſiderari poſſunt
* 57. quaſi darentur in ipſis punctis ſupenſionis A & B*. Summam ponderum lan-

ci-

cium ut & P, Q, & G, dicimus c, & velocitas puncti A post ictum erit

$$\frac{AC^q \times G\sqrt{a}}{b \times AC^q + c \times AC^q} = \frac{G\sqrt{a}}{b+c}*.$$ *264.

Ut, data hac velocitate, altitudinem ad quam elevatur punctum A cum altitudine a conferamus, determinandum est centrum oscillationis, quod movetur ut corpus in quod gravitas tantum agit *, distantia autem centri oscil- *161.
lationis a centro motus est $\frac{b \times AC^q + c \times AC^q}{P \times AC}* = \frac{b \times AC + c \times AC}{P}$. * 90.3

Distantia autem A C se habet ad distantiam hanc centri oscillationis, id est (multiplicando utramque distantiam per P, & dividendo per A C) P ad $b+c$, ut velocitas puncti A ad velocitatem centri oscillationis; & in eadem ratione altitudo ad quam adscendit A, quam dicimus d, ad altitudinem ad quam adscendit centrum oscillationis; ergo

$$P,\ b+c :: \frac{G\sqrt{a}}{b+c},\ \frac{G\sqrt{a}}{P} =$$ velocitati centri oscillationis. Et

$$P,\ b+c :: d\ \frac{db+dc}{P} =$$ altitudini, ad quam centrum oscillationis adscendit.

Altitudo hæc etiam quadrato velocitatis hujus centri exprimitur, cum a exprimat altitudinem ad quam corpus velocitate $\sqrt{a}$ pertingit *. *131. 137.
Habemus ergo hanc æquationem $\frac{G^q \times a}{P^q} = \frac{db+dc}{P}$ id est $G^q \times a = db \times P + dc \times P$: & $a = \frac{\overline{b+c} \times d \times P}{G^q}$

Pro litteris ut numeri substituantur, considerandum, b æquale esse $\frac{2}{3}$ G C $\times$ A C + $\frac{1}{6}$ G F $\times$ A C, dum ipsa figura A D F H B, id est 2G C $\times$ A C + G F $\times$ A C *, Jugi pondus repræsentat; quare hoc pondus jugi ad b, ut 2G C + G F ad $\frac{2}{3}$ G C + $\frac{1}{6}$ G F. 271. * 34. El. 1.

In nostra machina est G C ad G F ut 3 ad 4. & jugi pondus novemdecim unciarum cum dragmis duabus & scrupulo uno, id est scrupulorum 463, Ergo

15, 4 :: 463, $b = 123\frac{1}{2}$. scrup.

Pondera lancium additis Q & G id est c—P valent 1320. scrupula; Globus G, ponderat scrupula 67; altitudo d æqualis est 0, 21. poll. id est, excedit paululum quintam pollicis partem.

Et præcedens æquatio mutatur in hanc

$$a = \frac{\overline{b+c \times d} \times P}{G^q} = \frac{\overline{123\tfrac{1}{2}+1320+P} \times 21P}{67^q \times 100} = \frac{\overline{1443\tfrac{1}{2}+P} \times 21P}{448900}$$

Substituendo successive pro P quatuor, octo, & duodecim uncias, id est, scrupula 96, 192, 288 detegimus $a = 6,_{91}$. $a = 14,_{68}$; & $a = 23,_{32}$.

Quæ altitudines parum admodum differunt cum altitudinibus experimento de-
*169.s tectis; differentia autem tribuenda est mutationi figuræ jugi in computatione *.

S C H O L I U M 4.

De Centro oscillationis, & percussionis.

272. *89.s 90.s Superius *, ex demonstratis circa pressionem, deduximus methodum determinandi centrum oscillationis; eandem ibi traditam regulam quàm facillime deducimus ex demonstratis circa vires.

Corpus eandem acquirit velocitatem, ideoque vim, a certa altitudine caden-
*150. do, quamcunque viam in descensu sequatur * & vis acquisita huic altitudini
*170s. proportionalis est *. Dum corpora pendulo composito juncta descendunt nulla actione vis descendendo acquisita destruitur; nihil etiam datur quo augeri posset, ergo summa virium æqualis est summæ virium quas corpora, separatim a suis altitudinibus cadendo, potuissent acquirere.

Sint corpora A, B, C, D; distantiæ a puncto suspensionis a, b, c, & d. Altitudines, a quibus corpora hæc descendunt, sunt ut a, b, c, & d & in eadem ratione velocitates. Dicatur distantia centri oscillationis à puncto suspensionis x, & velocitas acquisita descendendo ab altitudine a qua centrum hoc descen-
*151. dit $\sqrt{x}$; ideò velocitas corporis A, si libere cecidisset, fuisset $\sqrt{a}$ * & ipsius
*192.s vis A a *; summaque virium si singula corpora libere cecidissent $Aa+Bb+Cc+Dd$. Si quædam corpora dentur ad partem oppositam puncti suspensionis adscendunt & horum vires negativæ sunt.

In corporibus pendulo junctis velocitas corporis A detegitur hac regulâ $x, a :: \sqrt{x}, \frac{a}{\sqrt{x}}$. Cæterorumque corporum velocitates sunt $\frac{b}{\sqrt{x}}$, $\frac{c}{\sqrt{x}}$ &
*191.s $\frac{d}{\sqrt{x}}$; summaque virium $\frac{Aaa}{x}+\frac{Bbb}{x}+\frac{Ccc}{x}+\frac{Ddd}{x}$ *, quæ cum memoratæ summæ æqualis sit; detegimus $x = \frac{Aaa+Bbb+Ccc+Ddd}{Aa+Bb+Cc+Dd}$ juxta regulam n. 89.s

273. Quando pendulum compositum in obicem fixum, ad quamcunque a centro suspensionis distantiam positum, impingit, sæpe in illud quod pendulum sustinet premit, integram tamen in obicem vim exerit, si pressio quam in centro

tro ſuſpenſionis exerit nullum ibi generet motum *. Ita autem obex, in quem incurrit pendulum, diſponi poteſt ut nullam pendulum in puncto ſuſpenſionis exerat in retinaculum ſuum preſſionem. Punctum penduli quod in hoc caſu in obicem incurrit vocatur centrum *percuſſionis*. *244. 274.

Centri hujus hæc *eſt proprietas, dari æquilibrium inter actiones quibus corpora ab utraque parte hujus centri in pendulum agunt.*

Poſſumus ergo conſiderare pendulum quaſi vectem, cujus ſuſtentaculum eſt obex, in quem incurrit, poſitus in ipſo centro percuſſionis, & æquilibrium dari dum in hunc vectem corpora incurrunt, velocitatibus quibus in pendulo moventur.

Penduli A I formati corporibus A & D, junctis lineâ inflexi, ſuſpenſâ in 275.
I, centrum percuſſionis erit H, ſi poſitis, vecte cujus ſuſtentaculum eſt H, TAB. A.
& in hunc incurrentibus corporibus A & D, in ipſis punctis A & D, velo- fig. 3.
citatibus quas in pendulo habent, detur inter haſce actiones æquilibrium; tunc enim punctum I penduli ullo motu affici non poteſt, aut ſi retineatur, ullam exercere preſſionem.

Ut caſum æquilibrii determinemus poſitis variis corporibus, ſingulorum actiones determinari debent, id eſt, ſunt hæ actiones conferendæ inter ſe.

Relictâ nunc penduli conſideratione, ad ſolum vectem attendendo; ſit Cor- 276.
poris A velocitas m, & a diſtantia A H; *Corporis* D velocitas n, & d diſtantia H D. Eodem modo in vectem agit corpus A, utrum in A ad partem M, aut in L ad partem N, eadem velocitate in hunc incurrat poſitis H A & H L æqualibus. Actio etiam erit eadem ſi, ſervatis corporum velocitatibus, concipiamus hæc rotari circa centrum H & ita agitata *in vectem* incurrere per e L & f D. Continuetur Hf in G, ut H G & H e, aut H A, ſint æquales, æquilibrium dabitur, ſi velocitas puncti e ſe habeat ad velocitatem puncti G, ut Ddd ad Aaa*, id eſt *254.

Ddd, Aaa : : m, $\frac{an}{d}$, hæc enim eſt velocitas puncti G; ergo Aam = Ddn;

unde patet *actionem ſequi rationem producti maſſæ corporis per velocitatem, & diſtantiam a fulcro.*

In pendulo velocitas ſequitur rationem diſtantiæ à puncto ſuſpenſionis; & diſtantia a fulcro, eſt diſtantia a centro percuſſionis; ergo actio corporis ſequitur rationem producti corporis per ſuas diſtantias a centris ſuſpenſionis & percuſſionis, daturque æquilibrium inter actiones ab utraque parte centri percuſſionis, quando producta hæc ab utraque parte hujus centri ſunt æqualia, quam eandem cùm *centrum oſcillationis* habeat proprietatem *, ſequitur hoc 277.
cum centro percuſſionis coincidere. *87.

CAPUT XXIV.

De congreſſu corporum Elaſticorum.

Corpora elaſtica, poſt ictum, ut jam notavimus, ſeparantur, * ſed vi diverſa in circumſtantiis ſimilibus; nam in variis corporibus elaſticitas differt. *205.

DEFINITIO.

278. *Elaſticitas dicitur perfecta, quando partes ictæ ad priſtinum ſitum redeunt, vi æquali illi, cum qua fuere ictæ.*

De perfecta agimus elaſticitate, licet nulla corpora tali elaſticitate prædita nobis nota ſint; regulæ enim generales niſi quoad perfectam elaſticitatem tradi non poſſunt; quo magis ad hanc corpora accedunt eo magis exacte motus horum cum regulis congruunt.

Nulla vis in colliſione corporum perit, niſi quæ intro-
*210.5 premendo partes conſumitur *; ideo ſi corpora ſint elaſtica tota impenditur in inflexione partium elaſticarum, ſed æquali vi ad priſtinam figuram hæ redeunt; ergo vis de-
279. ſtructa iterum inſtauratur; & *ſumma virium corporibus inſitarum poſt ictum æqualis eſt ſummæ virium ante ictum*; quæ demonſtratio univerſalis maximè eſt, & colliſionibus quibuſcunque applicari poteſt.

280. Hinc ſequitur *Corpus elaſticum in obicem firmum elaſticum impingens, eâdem celeritate redire qua acceſſit. Si directio perpendicularis ſit ad obicem etiam in eâdem lineâ redibit*, cum non magis unam quàm aliam partem verſus poſſit deflecti.

In reliquis de directa impactione tantum in hoc capite ago.

281. *Elaſterium flexum, poſitum inter duo corpora quieſcentia, dum ſeſe expandit ambo movet corpora*; ſi preſſio qua partes corporis cohærent ſuperet preſſiones quas elaſterium in corpus hoc exerit, tota elaſterii actio, cum nulla detur partium introceſſio, in movendis corporibus conſumitur, & *ſumma virium corporibus communicatarum valet vim qua elaſterium fuit flexum.* Sed dum elaſterium hæc movet corpora, duas exerit actiones, quæ ſingulæ æquales
*116. ſunt reactioni quam patiuntur *; id eſt, utraque actio æqualis eſt reſiſtentiæ quam ad partem oppoſitam patitur.
*12. Reſiſtentiæ hæ ſunt ut quantitates materiæ in corporibus *; ergo

ergo *actiones* in eadem ratione ad partes oppositas; id 282.
est, *sunt in ratione inversa corporum motorum, in qua eadem ratione sunt velocitates corporibus communicatæ.* * *194.

Casus hic exstat, *si duo corpora elastica in se mutuo incurrant velocitatibus quæ sunt inversè ut massæ*; nam positis 283.
his non elasticis, post ictum quiescunt; ergo in ipso momento concursus, ante figuram instauratam, datur elasterium flexum inter duo corpora quiescentia. Separantur ideo hæc velocitatibus quæ sunt inversè ut massæ *, *281.
id est, velocitates post ictum in eadem sunt ratione in qua ante ictum erant; unde sequitur *corpus utrumque redire eâdem velocitate quam ante ictum habuit*, nam si minuatur in uno, non servabitur ratio nisi & in altero minuatur, quare summa virium minor erit, quod impossibile *; demon- *179.
stratio eadem est si quis unius corporis auctam velocitatem dicat.

Experimenta de corporibus elasticis instituuntur alterutrâ Machinarum superius * explicatarum, & adhibitis glo- *170. 212.
bis eburneis aut cylindris in fig. 3. Tab. 18. delineatis.

EXPERIMENTUM I.

Corpora duo P & Q, quorum massæ sunt ut unum ad 284.
tria, in se mutuo incurrunt, hoc velocitate quinque, illud TAB. X. fig. 9.
velocitate quindecim, post ictum utrumque ad eandem ferè à qua cecidit altitudinem redit.

Defectus elasticitatis in causa est quare non exactè ad easdem, à quibus cecidêre, redeant altitudines.

Quæ de elasterio, inter corpora quiescentia sese expandente, demonstrata sunt, ad elasterium inter corpora, eâdem cum his velocitate translatum, & respectu corporum quiescens, referri debent; *si ergo in nave duo corpora ela-* 285.
stica velocitatibus, quæ sunt inverse ut massæ, in se mutuo impingant, velocitatibus iisdem in nave redibunt.

Positis quæ in n. 233. dicta sunt, in nave, quæ velocitate 286.
B I fertur, corpora non elastica post ictum quiescunt, & TAB. XX. fig. 1. 2.
mutationes in velocitatibus sunt inversè ut massæ, destru-

ctis velocitatibus quibus in nave ad ſe invicem acceſſere; ſi fuerint elaſtica, in nave a ſe mutuo recedunt iiſdem hiſce
*285.6 velocitatibus quibus in nave ad ſe mutuo acceſſere *, id eſt ſecunda in velocitatibus datur mutatio æqualis primæ, quare utrumque corpus duplam patitur in velocitate mutationem,
287 & *velocitas reſpectiva poſt ictum æqualis eſt velocitati reſpectivæ ante ictum.* In fig, 1. corpus motum velocitate B N, in nave ante ictum habebat velocitatem I N, hanc amiſit, & huic æqualem in contrariam partem acquiſivit I G, habet ideo velocitatem B G. Corpus aliud cujus velocitas erat B E in nave ante ictum redibat id eſt lentius ipſa nave movebatur quantitate I E poſt ictum æquali velocitate in contrariam partem id eſt celerius ipſâ nave fertur velocitaſque eſt B P, poſitis I E & I P æqualibus.

Eodem modo in fig. 2. Corpus quod habebat velocitatem BN, amiſit velocitatem I N, quam in nave habebat, & velocitate, huic æquali, I G nunc in nave redit, id eſt velocitate B G poſt ictum fertur; corpus aliud cujus velocitas erat B E, in nave redibat velocitate I E nunc mutato motu velocitate huic æquali I P in nave a puppi ad proram fertur, & ipſius velocitas abſoluta eſt B P.

Ex hiſce deducimus regulas quibus corporum elaſticorum velocitates poſt ictum determinamus.

Lege quæ habentur pag. 57. & ſeq. a n. 180. uſque ad Exp. 11. pag. 60. ſed attende, *motus quantitatem* deſignare *productum velocitatis per maſſam*, non autem *vim inſitam.*

In omnibus hiſce experimentis notandum, hæc hìc tradi ut obtinerent ſi perfecta foret elaſticitas, ad cujus defectum ſemper attendere debemus.

288. *In corporibus elaſticis ſubita admodum eſt elaſterii actio.* Ideo ſi varia corpora elaſtica ſint contigua, & extremum percutiatur, omnia ſequentia agitantur quaſi eſſent ſeparata; etiam ſi ex variis contiguis, eâdem velocitate motis, antecedens in corpus quodcumque incurrat, agit

ut

ut à reliquis ſeparatum ageret; Unde ſequitur *corpus moveri ſola actione corporis vicini, & in vicinum corpus tantum agere*, partibus elaſticis ad figuram redeuntibus, antequam actio corpori ſequenti communicari poſſit. 289.

vide Exp. 11. pag. 60.

Alio conſtat experimento ita ſubitam eſſe elaſterii actionem ut vix concipiatur. 290.

EXPERIMENTUM 12.

Globus eburneus cavus, diametri circiter duorum pollicum, ex duobus conſtat hemiſphæriis quæ cochleâ quàm arctiſſimè inter ſe conjungi poſſunt.

Hemiſphærium unum dimittitur ita, ab altitudine quacunque, ex. gr. octodecim pollicum, ut plano marmoreo cœruleo, paululum madefacto, impingat; & quidem ut punctum medium ſuperficiei in planum incurrat. Hoc haud difficulter obtineri poteſt, ſi in eo loco majorem habeat craſſitiem hemiſphærium quâm extrema verſus. Menſuretur macula quam in marmore corpus impactu imprimit.

Conjungatur hemiſphærium aliud & dimittatur ab eadem altitudine globus ita, ut idem punctum ſuperficiei hemiſphærii primi in planum marmoreum incurrat, quod facile fiet ſi hemiſphærium hoc illo gravius fuerit: macula priori quam exactiſſimè æqualis erit, & globus multo minus reſiliet.

Tandem in globi cavitatem inſeratur plumbi fruſtum, ejuſdem ponderis cum ipſo globo, ibique firmetur; dimiſſo eodem modo globo, & in hoc tertio caſu macula eadem erit, & globus vix reſiliet.

Dimiſſo autem ab eadem altitudine globo ſolido ex ebore, globo memorato æquali, macula major eſt, & fere ad illam à qua cecidit altitudinem globus redit.

In hoc experimento videmus, partes ictas hemiſphærii, quod in planum marmoreum impingitur, ad figuram rediiſſe, antequam huic hemiſphærio actio hemiſphærii alîus aut plumbi inſerti, communicari potuerit, licet ſatis arcte hæc corpora cohæreant.

SCHOLIUM I.

Uberior demonstratio n. 279.

TAB. XX. fig. 1. 2. *191. Demonstravimus in congressu corporum elasticorum summam virium ante & post ictum esse eandem*; unde sequitur, positis explicatis in n. 286. 287.

A B × B N^q + B C × B E^q = A B × B G^q + B C × B P^q; cujus & hic geometricam dabimus demonstrationem.

291. TAB. XX. fig. 1. 8. Primo tendant corpora eandem partem versus. Formentur quadrata linearum B E, B G, B N, & B P; ducatur omnium diagonalis B V. Ducatur I S parallela ad P V; & per S, punctum, in quo diagonalem secat, ducatur X S K, parallela P B; continuentur G R & E Q in Z & K; quia I N & I G sunt æquales, ut & I P & I E, triangula Y S T, R S Z sunt æqualia, etiam triangula S X V, S K Q. Idcirco Trapezium G R T N æquale est rectangulo G Z Y N, & trapezium E Q V P æquale rectangulo E K X P.

*1. El. VI. Semidifferentia quadratorum linearum B N, B G est trapezium G R T N, id est rectangulum G Z Y N. Eodem modo semidifferentia quadratorum linearum B P, B E est rectangulum E K X P; Sed rectangula hæc, propter communem altitudinem I S, sunt ut bases *, aut ut basium semisses I N, I E; etiam ut sunt semidifferentiæ quadratorum ita integræ differentiæ: ergo

B N^q — B G^q, B P^q — B E^q : : I N, I E, id est ut B C ad A B ex constructione.

Idcirco A B × B N^q — A B × B G^q = B C × B P^q — B C × B E^q; ideo A B × B N^q + B C × B E^q = A B × B G^q + B C × B P^q. quod demonstrandum erat.

292. TAB. XX. fig. 1. 9. Tendant nunc corpora in partes contrarias. Formentur iterum quadrata linearum B P, B N, B E aut B *e*, & B G aut B *g*. Propter æquales I N, I G, & I P, I E, æquales sunt N P, E G, aut *e g*; addamus utrimque *e* N, erunt æquales *e* P, *g* N. Differentia quadratorum B V & B Q, id est quadratorum linearum B P, B E, est rectangulum, cujus basis est P V, & *e* Q, id est P E, & altitudo *e* P; differentia quadratorum B T, B R, id est quadratorum linearum B N, B *g* aut B G, est rectangulum, cujus basis est N T, & *g* R, id est N G, & altitudo *g* N; propter æquales altitudines rectangula hæc sunt ut bases P E, N G, aut ut harum semisses I E, I N, quæ sunt ut A B, B C; ergo

B P^q — B E^q, B N^q — B G^q : : A B, B C.

Idcirco A B × B N^q — A B × B G^q = B C × B P^q — B C × B E^q; unde deducimus A B × B N^q + B C × B E^q = A B × B G^q + B C × B P^q. Quod demonstrandum erat.

SCHO-

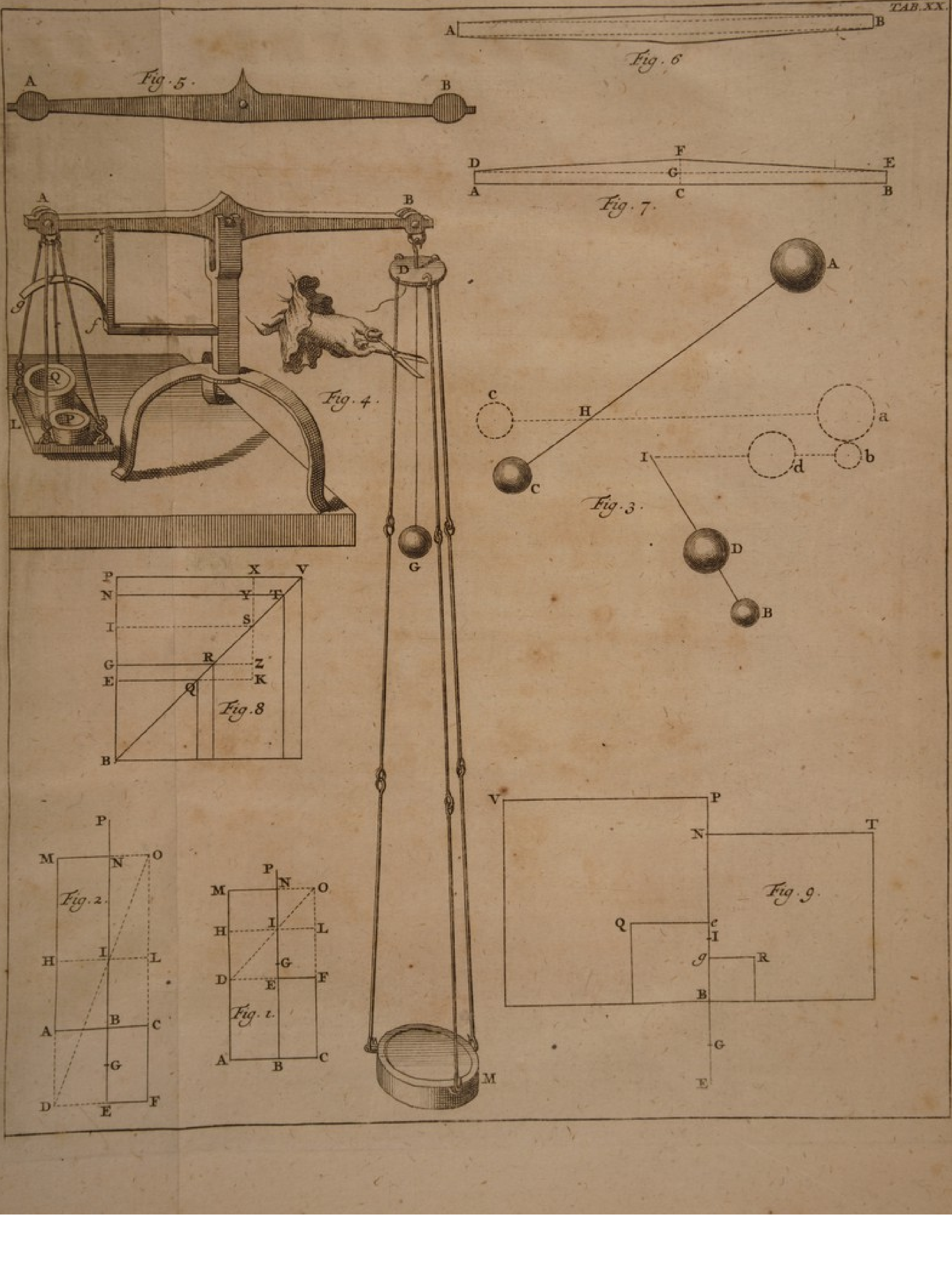


Fig. 6
Fig. 5
Fig. 7
Fig. 4
Fig. 3
Fig. 8
Fig. 2
Fig. 1
Fig. 9

SCHOLIUM 2.

Illustratio circa mutuam corporum elasticorum actionem.

Licet circa summæ virium æqualitatem ante & post ictum dubium superesse 293.
nullum possit, cum hæc ex ipsa perfecta elasticitate sequatur *, & etiam, *278.
ut in præcedenti scholio fecimus, ex regulis computationis deducatur, obscurum
quid nihilominus in hisce dari non diffiteor; cum ex demonstratis non pa-
teat, quomodo elasterium, quod dum se inter corpora expandit, & ad partes
oppositas vires, quæ sunt inversè ut massæ, communicat *, possit sæpe unico *282.
corpori integram non modo, qua se expandit, imprimere vim; sed præter-
ea quantum ex vi aliûs corporis tollit. Si Ex. C. corpus A duobus gradi-
bus velocitatis, id est, cum quatuor grad. vis *, incurrat in corpus B æquale *192.
quiescens, post ictum, seposita elasticitate, ambo unico gradu velocitatis gau-
dent * & singula unicum gradum vis habent *, id est, amborum vis valet duo, *240.
& duobus reliquis gradibus vis partes fuere compressæ *; id est, si corpora *192.
sint elastica, hac ipsa vi elasterium fuit flexum, & eadem vi sese expandit *: *210.
Post ictum verò corpus B duos habet gradus velocitatis *, id est vim qua- *278.
tuor *, & quiescit A; Elasterium ergo ipsi B tres gradus vis communicavit, *185.
& gradum unum ex A sustulit; quamvis duobus tantum gradibus vis fuerit *192.
flexum; & licet propter corpora æqualia, æquales impressiones ab utraque
parte exeruerit.

Ut hæc tollatur difficultas, inter vim absolutam & relativam distinguen- 294.
dum. Elasterium inter corpora positum vires ipsis communicat, quæ sunt inversè
ut massæ, si inter corpora quiescat *; id est, si, translatis corporibus, eodem *282.
motu cum hisce feratur; quales ideò motus corporibus communicantur in
nave quæ eadem velocitate cum corporibus fertur, & in qua idcirco hæc cum e-
lasterio quiescunt *; sed propositio hæc ad motus absolutos referri non debet, quo- *285.
rum unus acceleratur, alter retardatur, translato jam ipso elasterio ante hu-
jus actionem, ad casum ita consideratum demonstratio propositionis appli-
cari nequit.

Circa vires absolutas notandum, has corpori sæpe communicari, causâ mo-
venti quæ ipsa transfertur, in quo casu *non sola causa movens in corpus agit*, 295.
sed & in corpus datur actio illa quæ ipsam transfert causam moventem, corporique
communicatur vis, quæ valet summam harum actionem *; nam vis hæc est ef- *126.
fectus ambarum actionum conjunctarum; agitur enim de casu in quo hæ a-
lium nullum effectum edunt. Hæc jam alia occasione notavimus *. *168.

Quando elasterium obstaculo insistit quod ad partem oppositam non cedit,
totam vim qua fuit inflexum corpori quod ab obstaculo repellit communicat,
ut hoc antea notavimus *, & sequitur ex demonstratione n. 282. & confirmatur *163.
experimentis memoratis * addita propositione n. 280; quæ, positâ perfectâ ela- *213.
sticitate, in dubium a nemine vocatur, neque vocari potest.

Si autem elasterium quod ab una parte insistit obstaculo quod non cedit
totam suam ad oppositam partem vim exerat, multo magis *Elasterium quod* 296.
ad illam transfertur partem ad quam agit, integram vim, qua relaxatur, corpori com-
municabit, cui etiam imprimet vim quæ valet actionem, quæ ipsum transfert ela-
sterium dum relaxatur *.
*195.

297. Ex quibus quoque ſequitur, *quando obſtaculo non omnino immobili inſiſtit Elaſterium hoc ad partem oppoſitam exerere vim ſuam totam, demtâ illâ, quâ obſtaculum poteſt movere.*

298. Si hæc applicemus ad caſum memoratum, facile videmus corpori B communicari duos gradus vis, quibus partes elaſticæ fuere flexæ, & præterea im-
*195. preſſionem qua elaſterium fuit tranſlatum, durante expanſione *, quæ impreſ-
ſio eſt actio corporis A in Elaſterium, & valet vim a corpore A in hac a-
*100. ctione amiſſam *. Amiſit autem A unum gradum vis, qui ergo ipſi B præter duos memoratos, fuit communicatus; accepit ergo B tres gradus vis, qui additi uni gradui, quem ante elaſterii actionem habebat, dant quatuor gradus vis. Quod explicandum erat.

299. Ratiocinium omnino ſimile eſt in aliis caſibus, in quibus poſt ſeparationem ad eandem partem corpora tendunt, aut unum quieſcit; ſi autem ad partes propoſitas poſt ictum moveantur ex iiſdem principiis difficultas tollitur, ut hoc patebit exemplo.

300. Sit corpus A cujus maſſa eſt 1. quod velocitate 6., id eſt, cum vi 36. *, in-
*191. currit in corpus duplum quieſcens B; ponimus corpora perfecte elaſtica.
*240. 180. 181. Poſt ictum B habebit velocitatem 4, id eſt, vim 32. & A redibit velocitate 2,
habebitque vim. 4 *. Hoc, jam ante demonſtratum, nunc eſt illuſtrandum.
Ante inſtauratam figuram, corpora ambo cum duobus gradibus velocita-
*240. tis moventur *, & Elaſtrum fuit flexum vi 24.*. Si navem concipiamus in
*131. qua corpora poſt ictum, ante ſeparationem quieſcunt, id eſt cujus velocitas
etiam eſt duo; corpora in hac ſeparantur viribus & velocitatibus, quæ ſunt in-
*194. 281. verſe ut maſſæ *; B velocitate 2., & A celeritate 4., ſi Elaſtrum minus fuiſ-
*282. ſet flexum, etiam vires fuiſſent inverſè ut maſſæ *; ergo, pro parte relaxato
*194. Elaſterio, in hac ratione ſunt vires, ideoque velocitates *; idcirco ubi B habet unum gradum velocitatis in nave, A duos habet, & actio elaſtri valet 6. gradus vis.

Tum, motus abſolutos conſiderando, B habet velocitatem 3, & A quieſcit; Elaſtrum verò vim 18. ſuperſtitem exerit, dum corpori B ſecundum gradum velocitatis in nave & corpori A tertium & quartum in ipſa communicat. Habet nunc B, ſepoſita nave, velocitatem 4. & redit A velocitate 2.
*191. Corpus B ante elaſtrum relaxatum vim habet 8 *, dum Elaſtrum primos 6. gradus vis exerit nondum redit A, verſamurque in caſu n. 299. ideo ſex hi gradus corpori B communicantur, & præterea quantum amittit A ut hoc in n. 298. explicavimus, id eſt 4; habetque B vim 18. quæ reſpondet velo-
191. citati 3; maſſa enim eſt duo.

Elaſtrum nunc ab una parte inſiſtit corpori quieſcenti, ad alteram corpori agitato, ipſumque huc uſque totum fuit tranſlatum, nunc autem pro parte tantum transfertur & poteſt repellere corpus A vi 4, ideoque reliquam tan-
*197. tum vim 14 poterit ipſi B imprimere *; hi additi ad 18, dant gradus 32. quos, ut ex ante demonſtratis liquet, revera habet.

SCHOLIUM 3.

Paradoxi explicatio.

Ex corporum elasticorum proprietate in n. 289. memorata deducitur paradoxi, quod non minus notabile est quàm vulgare, explicatio. 301.

Fabri argentarii, qui domus cujuscunque partem superiorem occupant, incudem pulvino superimponunt, quo magis ictibus mallei incus resistit, & minus tremit domus.

Ponamus, sublato pulvino, trabi incudem imponi, incus corpus est elasticum, & trabs, quæ in extremitatibus fixa est, etiam corpus est elasticum. Ponamus malleo incudem percuti.

Dicatur mallei massa M; incudis massa I; & massa trabis cum corporibus cohærentibus & quæ cum ipsa agitantur T; sit etiam velocitas mallei v. Multiplicando M per v, & dividendo productum per summam Massarum mallei & incudis & habemus dimidium velocitatis incudi communicatæ *, *240. 180. nam licet trabi imposita sit incus agitatur quasi sola esset *, & ipsius velocitas *189. est $\frac{2M \times v}{M+I}$, qua velocitate incus percutit trabem & corpora cum hac conjuncta; multiplicando velocitatem incudis per massam habemus $\frac{2M \times I \times v}{M+I}$ dividendo duplum hujus producti per summam massarum habemus $\frac{4M \times I \times v}{M+I \times \overline{I+T}}$ trabis velocitatem *. Denominator hujus fractionis $M \times I + I \times I + T \times M + T \times I$, propter M exiguum respectu I & T, vix ab hoc alio differt $M \times I + I \times I + T \times I$, quo posito, velocitas detecta mutatur in hanc $\frac{4M \times v}{M+I+T}$. *240. 180.

Interposito corpore molli, pulvino nempe, inter trabem & incudem, corpora hæc unicam quasi formant massam, ideoque cum nunc malleus majus percutiat corpus majorem patitur resistentiam, & velocitas trabi communicata habetur dividendo $2M \times v$ per summam massarum $M+I+T$ *, & velocitas est $\frac{2M \times v}{M+I+T}$ dimidium velocitatis sublato pulvino; & agitatio, sublato hoc ipso, quadruplum potest edere effectum *. *240. 180. *169. 181.

De

De motu composito.

SI corpus moveatur, & hujus celeritas augenda aut minuenda sit, manente directione, evidens est, *impressionem*
302. *requiri, quæ proportionalis sit differentiæ quadratorum velocitatis quam corpus ante actionem habuit, & illius quam post actionem habet,* huic enim differentiæ vis communicata aut sublata proportionalis est *.

Ponamus duas actiones eodem tempore in corpus juxta ean-
*169, 1. *dem directionem agere.* Dum augetur velocitas; crescit in
303. ratione duplicata vis corpori insita *; id est hujus augmentum sequitur proportionem augmenti trianguli quod dum
169. 1. augetur eidem simile manet, & cujus latus unum velocitatem repræsentat *; vis dum velocitas est A *g*, est ad vim ubi
TAB. A. fig. 7. velocitas est A *l*, ut area A *g r* ad A *l s*.

*19. El. VI. Concipiamus, actiones alternatim in corpus agere per intervalla temporis æqualia; actione primâ communicari vim A *d o*, secundâ vim *d o p e*; iterum actione prima communicari vim *p e f q*, & secundâ *f q r g* & sic ulterius; summa arearum albarum repræsentat vim integram prima actione communicatam, & summa nigrarum designat vim integram secundâ actione corpori impressam. Cum per tempora æqualia actiones egerint, vires hæ, id est, summæ arearum, sunt ut ipsæ actiones, in qua etiam ratione est area quæcunque alba ad suam vicinam nigram: si momenta temporum fuerint infinitè exigua, ut sunt quando actiones simul agunt, areæ hæ pro parallelogrammis haberi possunt, & parallelogramma vicina eandem habebunt altitudinem; ideoque erunt inter se ut bases *; ergo basis albi ad basim vicini nigri, *ut actio prima ad secundam*, & in eadem ratione summa ba-
*1. El. VI. sium parallelogrammorum alborum ad summam basium nigrorum; id est, *ita se habet velocitas quam communicavit actio prima ad velocitatem ex secundâ oriundam.* Quæ eadem demonstratio in acceleratione quacunque corporis ex duabus actionibus locum habet.

Si

Si in corpus motum, actio detur juxta directionem diversam a directione motus primi, mutationem in directione dari superius vidimus *, & quæ velocitates in hisce casibus *115.
spectant examinavimus *, de viribus nunc agendum. Moveatur *190.
corpus per A D, celeritate, quam hac lineâ designamus, & vis nova hoc pellat per A E, celeritate, quam hac TAB. A. fig. 8. 9. 10.
linea designamus; corpus duabus celeritatibus latum, movetur per A B *. *Non* tamen *in singulis* hisce *casibus im-* 304.
pressione æquali æqualis communicatur velocitas lateralis; *190.
ponimus A B & A E in tribus figuris respectivè æquales. In fig. 9. motus secundus, pro parte cum motu primo conspirat, ita ut in illo motu contineatur acceleratio motus per A D. Eodem modo retardatio velocitatis per A D continetur in motu per A E in fig. 10. Idcirco impressiones, quibus corpora per A E pelluntur, ut velocitatem hac lineâ designatam corporibus singulis communicent, non sunt æquales inter se *, neque impressioni, qua corpori quiescenti *165.
hæc posset communicari velocitas *. *162.

In solo casu fig. 8., in quo angulus E A D est rectus, motus 305.
lateralis neque conspirat neque contrarie agit cum motu per A D, & impressio, qua corpus movetur, in corpus agit quasi quiesceret; idcirco in hoc casu vis corpori communicata proportionalis est quadrato suæ velocitatis *, & cùm impressio *169.
non possit vim per A E minuere, corporis vis integra proportionalis est ambobus quadratis linearum A D & A E, quod congruit cum demonstratis: nam fertur corpus celeritate A B, * *190.
cujus quadratum valet memorata duo quadrata *. *47. El. 1.

Ex his virium mensura, si hæc ignota esset, detegi posset. Cor- 306.
pori, quod habet vim quæ respondet celeritati A D, communicatur vis quæ velocitati A E respondet, quæ cum corpori communicetur quasi quiesceret, vim primam mutare non potest; valet ideò corporis vis integra summam harum virium, dum ipsius velocitas est A B; ergo vis quæ huic respondet velocitati, memoratæ summæ æqualis est. Quod fieri non poterit in omni casu nisi quadratis velocitatum vires proportionales sint *. *47. El. 1.

TAB. A. fig. 8. Deducimus ex his non intereſſe neque reſpectu impreſſionum, quibus corpus agitatur, neque reſpectu virium, neque velocitatum, utrum corpus per A B feratur celeritate A B, an per A D & A E celeritatibus hiſce lineis proportionalibus, quæ inter ſe angulum rectum continent. Quare
307. *motus per A B, juxta directionem ut A D, nil continet præter motum velocitate A D.*

308. Deducimus etiam *motum corporis reſolvi* poſſe *in duos alios* innumeris modis, quod fiet, *ſi linea, in directione motus dati poſita, & longitudine celeritatem deſignans, ſit hypotenuſa trianguli rectanguli; nam hujus reliqua duo latera ſitu motuum quæſitorum directiones dabunt, & longitudinibus ſuis reſpective velocitates horum exprimunt: eruntque vires juxta has directiones quadratis velocitatum proportionales.*

309. Ut nunc determinemus, qua vi corpus per A E ſit agitandum,
TAB. A. fig. 9. ut ei communicetur celeritas A E, in caſu in quo motus hic cum primo motu pro parte conſpirat; motum per A E in duos reſolvo * per A *f* & A *g*, angulum rectum continentes, & ducitur E *g* parallelâ A *f*. Per A *f* tantum corpori vis communicanda eſt, qua corpus ſi quieſceret hac celeritate poſſet ferri, & quæ proportionalis eſt quadrato A *f* *; per A *g* autem vis communicanda eſt, qua celeritas A D quantitate A *g* augeatur, id eſt fiat A *h*, quæ vis proportionalis eſt differentiæ quadratorum A *h*, A D *. Hæ vires ſimul communicandæ erunt juxta A E ut corpus hac celeritate poſſit ferri; & vis integra corporis proportionalis eſt quadrato lineæ A D, differentiæ quadratorum linearum A *h* & A D, & quadrato A *f*; primis duobus ex hiſce tribus quantitatibus in unam ſummam collectis, habemus quadratum lineæ A *h*, cui ſi addatur quadratum lineæ A *f*, aut *h* B, habemus quadratum lineæ A B; cui proportionalem eſſe vim corpori inſitam ex ante demonſtratis ſequitur *, cum conſtet corpus celeritate A B ferri *.

* 192. * 305. 169. * 302. * 169. * 190.

310. Si motum per A E eodem modo in duos reſolvamus per A *f* &
TAB. A. fig. 10. A *g* *, motu hoc ſecundo retardatur motus per A D; unde ſequitur, ut corpus per A E, celeritate hac lineâ deſignatâ feratur, illi

* 308.

com-

communicandam eſſe vim, quæ proportionalis ſit quadrato *Af*, & impreſſionem, qua agitatur, ulterius tantum valere debere, ut quantitate *Ag* poſſit minuere velocitatem A D; in hoc caſu corpus juxta directionem A D tantum ſuperſtitem habebit vim proportionalem quadrato A *b* *, cui ſi ad- *302.s datur vis proportionalis quadrato A *f* *, habemus vim propor- *305.s tionalem quadrato A B; quod iterum cum ante demonſtratis congruit *. *190.169.s

Propoſitionem hanc, vim ſequi proportionem quadrati 311. velocitatis, non poſſe referri ad illam cum qua alia in eadem linea agit, facile ex ante demonſtratis ſequitur *, hac *301.303.s de cauſâ ubi vim in duas reſolvimus, hæ quadratis velocitatum proportionales non erunt, niſi ambarum directiones angulum rectum contineant, ne aliter pro parte conſpirent aut contrarie agant *. Ex quibus deducimus vim reſolu- *305.s tam non iterum poſſe reſolvi. Motus per A B reſolvitur in duos motus ejuſdem corporis per A D & A E, & vires TAB.A. fig 8. quadratis velocitatum ſunt proportionales; ſed ſi motus per A E iterum in duos per A F & A G, angulum rectum continentes ſeparetur, non erunt hæ ultimæ quadratis velocitatum proportionales, & non poterit hîc applicari n. 308 *s*, in quo agitur de viribus, quæ non modo inter ſe non conſpirant, neque contrarie agunt, ſed quæ cum tertiâ nil commune habent. Hîc autem ipſe motus corporis per A B in tres motus reſolvitur per A D, A F, & A G, in quibus A F & A D pro parte conſpirant, A D & A G partim contrariè agunt; & reſolutio quæ ad velocitates poteſt applicari, cùm demonſtratio n. 192. eadem ſit, ſive motus in reſolutione conſpirent, ſive contrarie agant, ad vires non poſſe referri ex ante demonſtratis clarum eſt *. *161.165.s

In n. 309.*s* 310.*s* motum per A B compoſitum habemus ex 312. TAB.A. fig. 9.10. duobus, quorum unum in alios reſolvimus, ſed ita, ut poſt reſolutionem omnes motus darentur in duabus lineis, angulum rectum continentibus: quare motus in ſingulis lineis, ſeparatim conſiderari potuere, quod nunquam fieri poteſt ubi motus varii in pluribus quàm duabus lineis dantur, tunc enim quidam neceſſario motus pro parte conſpirant, aut contrarie agunt; de his nihil demonſtravimus, ex eadem tamen theoria virium deduci poſſunt.

De Percuſſione obliqua.

DEFINITIO I.

313. Angulus incidentiæ *vocatur angulus quem directio motus corporis, ad aliud accedentis, efficit cum perpendiculari ad ſuperficiem hujus in puncto, in quo percutitur.*

DEFINITIO 2.

314. Angulus reflexionis *eſt angulus, quem cum eadem perpendiculari efficit directio motus corporis poſt percuſſionem.*

315. *Si Corpus elaſticum* P *in obicem firmum elaſticum* F G *in-*
TAB. A. fig. 11. *currat, obliquè* juxta directionem P *a*, *redibit* per *a p*, *i-*
ta, ut angulus incidentiæ P *a* B *æqualis ſit angulo reflexio-*
nis B *a p*. Motus per P *a*, quam longitudine celeritatem
corporis deſignare ponimus, poteſt reſolvi in duos, quorum
unius directio parallela ſit lineæ B *a*, alterius huic perpen-
dicularis; & corpus in obicem incurret in *a*, quaſi celeritati-
*308. bus C *a*, B *a*, & juxta haſce directiones, ad hunc accederet*.
Motus per C *a* ictu non mutatur & celeritate *a* E corpus
motum continuat, poſitis C *a*, *a* E æqualibus; motu per
B *a* directè in obſtaculum incurrit, & per eandem lineam,
280. ea qua acceſſit celeritate redit, id eſt per *a* B; hiſce au-
tem duobus motibus agitatum corpus redit per *a p*, diago-
*290. nalem rectanguli lineis *a* E, *a* B, formati*; Triangula ve-
rò B P *a*, B *a p* eſſe æqualia liquet, unde conſtat propoſi-
tum. Simili methodo detegimus motus corporum oblique
in ſe mutuo impingentium.

Le-

Lege quæ habentur pag. 65. & seq. ab art.
Corpus Q quiescit, corpus P &c.
ad finem usque capitis; interjectâ descriptione machinæ qua exp. 3. instituitur, quæ habetur n.191. pag. 63.

De Collisione composita.

DEFINITIO.

COmpositam *dicimus* collisionem *ubi plura dantur quam duo corpora concurrentia, aut ubi corpus unum in plura plana eodem tempore incurrit.* 316

In hoc capite quædam examinabo circa collisionem trium corporum, & impactionem corporis in duo plana.

Corpus P, velocitate A P, incurrit in angulum G C F, juxta directionem A P; determinandum qua actione in utrumque planum G C & F C incurrit. 317 TAB. XXV. fig. 1. 2.

Notandum corpus, integram suam amittere vim; ponimus enim obstaculum fixum.

Ductis A B & A D, quæ cum C G & C F angulos efficiunt rectos, sint P E & P H ad has respectivè parallelæ.

Si nunc concipiamus Corpus P, eodem tempore ferri per A E & A H, velocitatibus hisce lineis proportionalibus, revera movebitur per A P velocitate A P *; ideò possumus considerare corpus, dum pertingit ad P, agitari velocitatibus H P & E P, & juxta hasce directiones in plana C G, C F incurrere directè; ita ut quæstio eo reducatur, quibus viribus corpus eodem tempore per A E & A H ferri possit. * 190.

Si angulus F C G esset rectus, & rectus esset angulus E A H; idcirco motus hi neque contrarie agerent, neque ad eandem partem tenderent, & quadratis velocitatum A E & A H actiones proportionales essent *. * 308.

Ubi autem angulus, quem plana continent, est acutus, aut obtusus; ut in hisce figuris, ducendæ sunt ad A P perpendiculares E L, H I. In motu per A E continetur motus per A P velocitate A L; in motu per A H continetur motus per A P velocitate A I, & nil præterea ex motu per A P in his motibus continetur, propter angulum rectum A I H*, * 307.

 Ita

Ita ut non interſit, quantum ad motum corporis, utrum eodem tempore moveatur corpus per A H & A E, velocitatibus hiſce lineis proportionalibus; an in linea A P moveatur eodem tempore velocitatibus A I & A L. In utroque caſu revera movetur corpus per A P, velocitate A P; quæ ergo valet ambas velocitates A L, A I, quod & aliunde conſtat: Nam A L & I P ſunt æquales propter triangula ſimilia & æqualia A E L, H I P habentia latera reſpectivè parallela,
* 34. El. 11. quorum A E & H P ſunt æqualia *.

Jam cum motus per A L contineatur in motu per A E quo agit in planum G C, & motus per A I contineatur in motu per A H, quo in aliud planum corpus agit; ſequitur actiones in plana eſſe vires quibus corpus eodem tempore fertur velocitatibus A L & A I: vires verò hæ ſunt ut ipſæ
* 305. velocitates *, & integra vis corporis, quæ quadrato veloci-
* 169. tatis A P proportionalis eſt *, ſecari debet in duas partes quæ ſint inter ſe ut A L & A I; partes hæ ſunt rectangula A P per A L, & A P per A I.

318 Si, poſito angulo G C F obtuſo, directio motus A P cum
TAB. XXV. fig. 3. crure uno, ut C F, angulum etiam efficiat obtuſum, in hoc ultimum planum tantum actionem exerit corpus, proportionalem quadrato lineæ A D, perpendiculari ad F C, & ictu non integram amittit vim, ſed per C F motum poſt impactionem continuat, velocitate linea D C proportionali.

* 308. Hæc ex reſolutione motus * ſequuntur. Nam aliundè demonſtrabimus nullam in planum G C dari actionem.

In caſu fig. 2. ubi angulus, quem A P cum C F efficit, eſt acutus, actio in planum G C minuitur, aucto angulo hoc, ſi hic rectus ſit, ut in fig. 3. datâ corporis directione *a* P, parallelogrammi A E P H diagonalis A P coincidit cum latere A H, & latus aliud A E, ideoque A L, evaneſcunt, & cum
* 317. hiſce actio in planum G C etiam tollitur *; quæ ergo auctâ inclinatione viæ corporis ad planum hoc etiam nulla erit.

In determinandis quæ ſpectant directam colliſionem trium corporum, illi ſimili utimur methodo quam circa duorum cor-

po-

porum collisionem adhibuimus. *Ubi tria dantur* 319.
corpora duæ dantur velocitates respectivæ à *quibus* pendent
actiones corporum in se mutuo *, & partium introcessio- *315.
nes, quæ, *manentibus* corporibus, & hisce duabus velocita-
tibus, *eadem semper est*, ideoque & *vis ictu destructa**. *Quan-* 320
do corpora post ictum quiescunt summa virium est, *datis ve-* *310.
locitatibus respectivis, *omnium minima*; si enim summa mi-
nor daretur minor vis ictu destruetur, quod fieri non pot-
est.

Demonstramus autem in Scholio 1. hujus cap. *vim*, *datis ve-* 321
locitatibus respectivis, *esse omnium minimam*, *si motis duobus
corporibus unam partem versus*, *aliud in contrariam partem
ita feratur*, *ut hujus massæ productum per suam velocitatem
valeat summam productorum massarum reliquorum duo-
rum*, *singularum multiplicatarum per suas velocita-
tes*.

In hoc autem casu corpora post ictum quiescere, & ideo summam virium esse omnium minimam etiam deducimus ex demonstratis circa collisionem corporum duorum, ad quam trium corporum collisionem referimus.

Sint corpora tria A, B, C; velocitas primi *f h*; secundi 322
g i; tertii *l i*. Ponimus producta A per *f h* & B per *g i*, TAB. XXV. fig. 4.
simul sumta, valere productum C per *l i*.

Concipiamus corpus C in duas partes resolvi D & E ita, TAB. XXV. fig. 5.
ut D per *l i* valeat A per *f h*, & E per *l i* æquale sit B per
g i; id est sit D ad E, ut A per *f h* ad B per *g i*. In hoc
casu A ad D, ut *l i* ad *f h*, & corpora hæc concurrentia post
ictum quiescunt *: quiescunt etiam B & E*; quia B ad E, *221. *221.
ut *l i* ad *g i*. Hæc autem quatuor corpora à tribus da-
tis, memoratis velocitatibus agitatis, non differunt.

Vis in ictu quocunque amissa datis velocitatibus respectivis
valet summam virium in casu in quo corpora quiescunt *; *319.
hæc autem summa solis datis velocitatibus respectivis exprimi
potest &, ut in Scholio 1. demonstramus. *In omni concursu* 323.
directo trium corporum, *vis amissa proportionem sequitur
summæ trium productorum*, *quæ formantur multiplicatis dua-
bus*

bus maſſis in ſe mutuo, & per quadratum velocitatis reſpectivæ harum ipſarum, diviſâ ſummâ hac per ſummam trium maſſarum.

Datis corporibus A, B, & C; 1. multiplicari debet maſſa A per maſſam B & productum hoc per quadratum velocitatis reſpectivæ A & B; 2. productum maſſæ A per maſſam C multiplicandum eſt per quadratum velocitatis reſpectivæ horum corporum; 3. tandem ductis maſſis B & C in ſe invicem, productum multiplicari debet per quadratum velocitatis reſpectivæ horum corporum; ſumma verò trium horum productorum dividenda eſt per ſummam maſſarum, & habebimus vim ictu amiſſam.

324 *Si non fuerint elaſtica tria corpora, de talibus enim agimus, poſt ictum* eadem velocitate feruntur *, & hæc eſt velocitas quam navis haberet, in qua corpora juxta legem in n. 321. ſ indicatam agitata forent; quia poſt ictum in nave corpora quieſcerent, translatis ipſis eadem cum nave velocitate. Navis *velocitatem* in Scholio 1. *detegimus*, & habetur, *multiplicando ſingulorum corporum maſſas per ſuas velocitates & dividendo per ſummam maſſarum ſummam productorum, ſi tria corpora ad eandem partem tendant; ſin minus, motuum contrariorum producta à ſe invicem ſubtrahi debent.*

* 106.

Videmus quæ ſpectant trium corporum colliſionem, in multis cum iis quæ de duobus corporibus demonſtrata ſunt convenire, quod etiam referri poteſt ad demonſtrata de mutationibus velocitatum in ratione inverſa maſſarum *. Nam
325 ut in Scholio 1. demonſtramus; *Mutationes in velocitatibus duorum corporum, oriundæ ex actione mutua horum corporum in colliſione, ſunt inverſè ut corporum maſſæ, licet & aliâ actione eodem tempore unius motus mutetur.*

* 333. ſ

326 Si nunc concipiamus corpora perfectè elaſtica, hæc in nave memoratâ, ſolâ elaſterii actione moventur, & à ſe invicem recedunt iiſdem celeritatibus, & viribus, quibus ad ſe invicem acceſſere; in hoc enim caſu ſingula elaſteria, quæ, dum relaxantur, vires generant æquales illis, quibus

fuere

fuere flexa *, deſideratam, ut hunc præſtent effectum, patiuntur reſiſtentiam, æqualem nempe illi, quam in inflexione paſſa ſunt, nam eodem modo corpus reſiſtit, dum certam amittit vim & dum eandem acquirit. *278.s

Unde generalem hanc deducimus concluſionem, *mutationem in velocitate, in impactione corporum elaſticorum quorumcunque, reſpectu ſingulorum duplam eſſe illius quæ in eodem incurſu, datis corporibus non elaſticis, locum haberet:* ideo regulæ n. 180.s 181.s & hìc applicari poſſunt. 327

In demonſtratione hac ponimus actione mutua duorum corporum ut A & B elaſticas horum corporum partes tantum intropremi, id eſt, illud tantum flecti elaſterium quod datur inter hæc corpora ubi in *a*, *b*, concurrunt nullamque hujus actionis partem transferri ad inflectendas partes elaſticas inter *b* & *c*. 328 TAB. XXV. fig. 4.

Hæc ſic ſeſe revera haberi ſequi videtur ex ſubitâ admodum partium elaſticarum inflexione & inſtauratione, quam ſuperius demonſtravimus *. *481.s.289.

Si autem concipiamus partes lentius intropremi, ut intropremuntur partes corporum mollium non ſeparantur corpora elaſtica, ut ad ſe mutuo acceſſere, & difficilior eſt motus determinatio.

In concurſu trium Corporum mollium A, B, & C, *eodem momento ad ſe mutuo accedentium, introceſſiones ſunt æquales* inter *a* & *b* & inter *b* & *c*, *licet actiones ſint inæquales*; nam dum, C agit in B, ſi hæc actio, actionem ſuperet quam A in B ad partem oppoſitam exerit non modo *c* intropremit partes inter *b* & *c*; ſed & premit, in *b* ita ut augeatur actio inter *b* & *a*; quare actione mutua corporum *c* & *b*, non modo partes inter hæc corpora intropremuntur, ſed & augetur introceſſio partium inter *a* & *c*, & hæc actio diſpergitur ita, ut *b*, quod inter *a* & *c* quieſcit, æqualiter ab utraque parte prematur; quare ab utraque parte, introceſſiones, ſi æque facile partes introcedant, æquales ſunt; ſumma vero cavitatum ambarum ſequitur proportionem vis deſtructæ in his formandis *. 329 *186.s.210.

Experimentum 1.

Sufpendatur Globus ex argillâ molli ita, ut refpondeat medio Machinæ n. 212. transmiſſo filo per foramen medium *f* (Tab. 18. fig. 2.) ad latera hujus duo fufpendantur cylindri D & F, (Tab. 18. fig. 4.) adhibitis uncis Y Y, loco uncorum V, V, (fig. 2.) Quiefcente globo, in hunc dimittantur, eodem momento, cylindri, major velocitate quinque, & alter velocitate decem, quæ velocitates funt inversè ut maſſæ, in qua ratione et-
*194. iam funt vires *; poſt ictum tria corpora quiefcunt & cavitates ab utraque parte funt æquales. Inæquales eſſe cavitates fi corpora hæc ipfa eodem modo mota impingant in
*224. obicem fixum fuperius vidimus *.

In hoc experimento vis majoris cylindri habetur multiplicando maſſam quatuor per quadratum velocitatis viginti-
*192. quinque *, & eſt 100; eodem modo vis alius cylindri detegitur 200., & fumma virium 300; vis hæc ictu perit, & cum cavitates fint æquales in utraque formanda confumitur vis 150. quod experimento fequenti confirmatur.

Experimentum 2.

330. Iifdem pofitis quæ in experimento primo, tollatur cylindrus major & in ipfius locum fufpendatur cylindrus minori fimilis & æqualis. Si globus paululum convertatur & in hunc cylindri ambo dimittantur velocitate $8\frac{2}{3}$, poſt ictum corpora quiefcunt, & cavitates erunt æquales inter fe, & illis quæ in primo experimento formatæ funt. Cum vires fint æquales & cavitates æquales, corpus utrumque fuam format cavitatem, vis autem quæ confumitur habetur multiplicando maſſam duo per quadratum velocitatis $75\frac{1}{9}$, & eſt $150\frac{2}{9}$.

331. *Si* nunc *concipiamus partes elaſticas flecti, ut memo-*
TA. XXV. fig. 4. *ratorum corporum mollium partes introcedunt*, inflexio inter *a* & *b* æqualis erit illi quæ datur inter *b* & *c*; & *conſideranda ſunt corpora quaſi ſeparata actione elaſteriorum duorum æquè potentium inter hæc poſitorum.* Quo-

mo-

modo in hoc casu separatio determinetur in Scholio 2. videbimus.

Quomodo duo corpora, directionibus diversis mota, in tertium eodem momento directè incurrentia hoc agitent, etiam explicabimus.

Dentur corpora A, B, directè eodem momento, velocitatibus quibuscunque, incurrentia in corpus quiescens C, directionibus A K, B K. Productis hisce directionibus, sint K D velocitas corporis A, & K E corporis B celeritas; erigantur D F ad K D normalis, & E G cum K E angulum rectum efficiens; dividatur K D in H ita, ut K H se habeat ad H D, ut massa corporis A ad massam C; eodem modo dividenda est K E in L, ut K L sit ad L E, ut massa B ad massam C. Ductis nunc F H, G L, sese mutuo intersecantibus in N, linea K N situ directionem, & longitudine velocitatem, demonstrabit corporis C post ictum. 332. TA. XXV. fig. 6. 7.

Corpora autem A & B in lineis K D, K E, motum continuant, cum nullâ actione horum directio mutari possit. Velocitates verò determinantur dimissis ex N ad K D & K E perpendicularibus N I, N M; estque K I corporis A, & K M corporis B velocitas post ictum.

Nulla datur actio qua corpora A & C in ictu directo, cum non sint elastica, separari possint *; & licet actione corporis B moveatur corpus C, eo quidem minuitur actio corporis A, sed non C ab A juxta directionem K D separat; tunc enim C ab actione ipsius A subduceret; ergo post ictum A & C eadem velocitate moventur juxta directionem K D; idcirco si C percurrit A N, velocitate quam hac lineâ exprimimus, movebitur A velocitate K I; motus enim per K N, juxta directionem K D, nil continet præter velocitatem K I *; & corpus A amittet velocitatem D I. 333. *106. *307.

Ulterius ad hoc debemus attendere, ductis lineis N O, N P, parallelis K E & K D, corpus C impactu corporum A & B eodem tempore juxta directiones K O & K P propelli, & quidem velocitatibus hisce lineis propor-

* 190. tionalibus, si per K N, velocitate K N moveatur *, & mutatio in velocitate corporis quiescentis C, ex actione corporis A erit K O; ergo K O ad I D, si N ritè sit determi-
* 325. natum, ut massa A ad massam C *, id est ut K H ad H D, quod tantum obtinet si punctum N detur in F H; producta enim P N donec secet F D in Q, habemus P N ad N Q,
* 34. El. 1. ut K H ad H D, sed P N æqualis est K O, & N Q ipsi I D*. Eodem modo demonstramus quæsitum punctum N dari in linea G L; ideoque in intersectione hujus lineæ cum linea F H. Quod demonstrandum erat.

334. Si corpora sint elastica, mutationes velocitatum duplæ
* 327. sunt *; ergo si producatur & duplicetur K N, habebimus motum corporis C per K n, velocitate K n; & sumtis, I i ipsi I D, & M m lineæ M E, æqualibus, habebimus K i &
335. K m corporum A & B velocitates. *In hoc casu summæ viri-*
* 279. *um ante & post ictum sunt æquales**; quod etiam ex hac velocitatum determinatione sequi in Scholio 3. demonstrabimus.

336. Quando angulus E K D est obtusus cum corporum A & B motus pro parte contrarii sint & hîc referri debent quæ in n. 328. notata fuere.

337. Difficile admodum est demonstrata hæc experimentis confirmare. Experimenta circa corpora non elastica institui non possunt, quia globi ex argillâ si omni elasterio destituantur, quod in experimentis desideratur, post ictum cohærent inter se; & præterea quod etiam in corporibus elasticis locum habet nunquam certi sumus an exactissimè eodem momento ambo corpora incurrant, de quo, ubi agitur de deferentiâ minimâ, nisi ex viâ quam sequitur corpus C judicium ferre non possumus, quæ ergo experimento determinari nequit. In eo solo casu in quo corpora A & B sunt æqualia, & æqualibus velocitatibus mota, primo intuitu patet corpora hæc eodem momento in C impegisse, si hujus via angulum D K E in duas partes æquales dividat: de hoc casu sequens institui potest experimentum.

Ex-

EXPERIMENTUM 3.

Sectio horizontalis Machinæ, in n. 191 descriptæ, hîc re- 338.
præsentatur, applicatis huic Machinæ tribus globis ebur- TAB. XII. fig. 4. 5.
neis in descriptione memoratis. Si corpora Q, Q, eodem momento dimittantur ab æqualibus altitudinibus, quod in his figuris aliter delineatur, & formetur parallelogrammum directionibus corporum Q, Q, continuatis, & æqualibus subtensis arcuum per quos corpora Q, Q, descendunt; corpus P, si angulus QPQ sit acutus minori adscendit velocitate, quàm qua adscendendo posset percurrere arcum cujus subtensa memorati parallelogrammi foret diagonalis.

Posito autem angulo obtuso ad majorem adscendit altitudinem quam quæ diagonali parallelogrammi determinatur.

Quæ cum explicatis in n. 332. & 334. conveniunt.

SCHOLIUM 1.

Demonstrationes n. 321. 323. 324. 325.

Dentur tria corpora A, B, C, directè in se mutuo impingentia, positâ pri- 339.
mi velocitate a, secundi b, tertii c, summa virium est $Aaa + Bbb +$
Ccc*; si A & B ad eandem partem & C in contrariam tendant, diximus in *192.
n. 321. summam hanc fore, datis velocitatibus respectivis, omnium minimam, si $Aa + Bb = Cc$; Quod ex quiete corporum post ictum, in n. 322. demonstrato, quidem sequitur, sed directè etiam probatur, si velocitatem quamcunque concipiamus auctam aut diminutam quantitate quacunque ut x, & computatio ineatur de summa virium.

Sit Ex. Gr. Corporis A velocitas $a + x$; ut serventur velocitates respectivæ movetur B velocitate $b + x$; & corporis C velocitas erit $c - x$. summa virium est $Aaa + 2Aax + Axx + Bbb + 2Bbx + Bxx + Ccc - 2Ccx + Cxx$, quæ excedit primam quantitate $Axx + Bxx + Cxx$ sublatis $2Aax + 2Bbx - 2Ccx$ quæ sese mutuo destruunt; cum autem excessus detur quomodocunque velocitates mutatas servatis velocitatibus respectivis, concipiamus, sequitur summam in casu memorato fuisse minimam.

Iisdem positis, velocitas respectiva corporum A & B est $a - b$*; corporum 340.
A & C est $a + c$*; & tandem velocitas respectiva corporum B & C valet *196.
$b + c$*. Vis amissa datis hisce velocitatibus respectivis valet summam vi- *197. *197.
rium in hoc casu, in quo summa hæc est minima*, & in quo $Aa + Bb = Cc$. *319.
Vim hanc amissam diximus æqualem esse

*323. $\frac{A\,B \times \overline{a-b}^2 + A\,C \times \overline{a+c}^2 + B\,C \times \overline{b+c}^2}{A+B+C}$ *. Quod ut demonstremus probandum quantitatem hanc æqualem esse $A\,a\,a + B\,b\,b + C\,c\,c$. aut $A\,B \times \overline{a-b}^2 + A\,C \times \overline{a+c}^2 + B\,C \times \overline{b+c}^2 = \overline{A\,a\,a + B\,b\,b + C\,c\,c} \times \overline{A+B+C}$.

Quia $A\,a + B\,b = C\,c$ etiam $A\,A\,a\,a + 2\,A\,B\,a\,b + B\,B\,b\,b = C\,C\,c\,c = A\,C\,a\,c + B\,C\,b\,c$ unde deducimus $A\,A\,a\,a + B\,B\,b\,b + C\,C\,c\,c = 2\,A\,C\,a\,c + 2\,B\,C\,b\,c - 2\,A\,B\,a\,b$. Sed multiplicatis $A\,a\,a + B\,b\,b + C\,c\,c$ per $A + B + C$ habemus $A\,A\,a\,a + B\,A\,a\,a + C\,A\,a\,a + A\,B\,b\,b + B\,B\,b\,b + C\,B\,b\,b + A\,C\,c\,c$ $B\,C\,c\,c + C\,C\,c\,c$, & substituendo pro $\overline{A\,A\,a\,a + B\,B\,b\,b + C\,C\,c\,c}$ valorem detectum, habemus $\overline{A\,a\,a + B\,b\,b + C\,c\,c} \times \overline{A+B+C} = A\,B\,a\,a - 2\,A\,B\,a\,b + A\,B\,b\,b + A\,C\,a\,a + 2\,A\,C\,a\,c + A\,C\,c\,c + B\,C\,b\,b + 2\,B\,C\,b\,c + B\,C\,c\,c = A\,B \times \overline{a-b}^2 + A\,C \times \overline{a+c}^2 + B\,C\,\overline{b+c}^2$. Quod demonstrandum erat.

341. Sint iterum tria corpora A, B, C; velocitas primi m; secundi n; & tertii p. Ut regulam n. 324. demonstremus, dicimus x velocitatem navis ibi memoratæ; & velocitates corporum A & B in nave, si concipiamus hæc ipsâ nave celerius ferri, erunt $m-x$ & $n-x$; C vero, si hoc nave lentius moveatur, in hac in contrariam partem fertur velocitate $x-p$. Cum agatur de casu in quo post ictum corpora quiescunt habemus $A\,m - A\,x + B\,n - B\,x$
*320, 321. 339. $= C\,x - C\,p$ *.

Unde deducimus $x = \frac{A\,m + B\,n + C\,p}{A+B+C}$. Quod demonstrandum erat.

Si non omnia corpora ad eandem partem tendant illorum quæ in contrariam partem feruntur velocitates sunt negativæ & producta in numeratore negativa.

342. Ponamus ut in præcedentibus demonstrationibus corpora A, B, & C, & concipiamus hæc ad eandem partem ferri ita, ut in nave, quæ movetur ea velocitate qua corpora post ictum agitantur, velocitates corporum A & B à puppi ad proram sint $f\,b$, $g\,i$, corporis C velocitas à prorâ ad puppim $l\,i$. In hoc casu corpus solum C lentius nave movetur, & actione amborum aliorum acceleratur. Cum in nave corpora post ictum quiescant summa productorum A per $f\,b$, & B per $g\,i$, valet C per $l\,i$ *.

TAB. XXV. fig. 4.

*320, 321. 339.

Diviso C in duas partes D & E, ut supra *. quæ sint inter se ut A per $f\,b$ ad B per $g\,i$, si A agat in D, & B in E, etiam corpora in nave quiescunt *; id est; considerando motus absolutos, non attendendo ad navem, agitatis D & E ante ictum æqualibus velocitatibus, & æqualiter accelerantur hæc actionibus corporum A & B, quantitate nempe $i\,l$ & vires iis communicantur quæ sunt inter se ut massæ D & E *, id est, ut producta A per $f\,b$ & B per $g\,i$. Unde sequitur, in collisione trium horum corporum, actiones corporum A & B in C, dum simul accelerant motum hujus corporis, esse inter se ut A per $f\,b$ & B per $g\,i$, in qua ratione sunt etiam velocitates, quæ hisce actionibus corpori C communicantur *.

TAB. XXV. fig. 5. *322. *322. *171. TAB. XXV. fig. 4. *303.

Divisâ integrâ velocitate communicatâ $i\,l$ in duas partes $i\,m$, $m\,l$, quæ sint in-

inter se ut A per fh ad B per gi, erit im velocitas communicata actione corporis A.

Multiplicando im & ml per C, quo ratio non mutatur, habemus im per C ad ml per C, ut A per fh ad B per gi; unde deducimus im per C plus ml per C, id est C per il, ad im per C, ut A per fh plus B per gi ad A per fh: antecedentia autem sunt æqualia ergo & consequentia.

Idcirco A ad C, ut im mutatio velocitatis in corpore C ex actione corporis A, ad fh mutationem in velocitate corporis A. Id est, mutationes in velocitatibus horum corporum oriundæ ex actione mutua in collisione, sunt inverse ut massæ, ut hoc notavimus in num. 325.s

SCHOLIUM 2.

Investigatio motus memorati in n. 331.s

Concipiamus tria corpora A, B, C, perfecte elastica; sit primi velocitas m; 343.
secundi n; tertii p; tendant hæc ad eandem partem: Post ictum ante instauratam figuram velocitas est $\frac{Am+Bn+Cp}{A+B+C}$*, dicatur hæc v. *324.341.s

Vis ictu destructa est $\frac{AB \times \overline{m-n}^2 + AC \times \overline{m-p}^2 + BC \times \overline{n-p}^2}{A+B+C}$* *325.340.s

Sit hæc æqualis $2Aff+2Bff+2Cff$.

Si non omnia corpora ad eandem partem tenderent velocitas post ictum, & vis destructa, iisdem regulis determinari possent,

Seposito elasterio post ictum corpora in nave, velocitate v motâ, quiescerent, solo ergo elasterio in hac post ictum moventur & iisdem velocitatibus in nave moventur, quibus iisdem elasteriis corpora si revera quiescerent, agitarentur; determinatis ergo motibus in hoc ultimo casu habebimus motus in nave, unde motus absoluti facile deducuntur.

Ponimus igitur corpora quiescentia A, B, C, & inter hæc elasteria flexa viribus quibus in ictu partes fuere compressæ, quæ valent $2Aff+2Bff+$ 344.
$2Cff$. Cum agatur de casu in quo inter A & B, & inter B & C, partes æqualiter inflectuntur, vis qua elasterium utrumque comprimitur est $Aff+Bff+Cff$ talemque vim dum elasterium sese expandit corporibus communicat*, *281.s

Elasterium inter A & B sese expandens Corpori A communicat vim $Bff+Cff$, & in corpus B actionem exerit, quæ valet vim Aff*. Eodem modo elasterium aliud corpori C communicat vim $Aff+Bff$ & in B exerit actionem quæ valet vim Cff*. *281.s *281.s

Corpus B premitur ergo duabus actionibus in partes oppositas, si A superet C, magis hoc corpus versus premitur corpus B, actione quæ valet differentiam actionum Aff & Cff, de cætero actiones in utramque partem sunt æquales inter se & valent Cff.

Dum

Dum elasteria actionibus æqualibus in se mutuo premunt, utrumque agit quasi obstaculo immobili insisteret; & integram suam vim in partem oppositam
181. exerit; id est elasteria agunt in corpora A & C ita, ut singulis, præter memoratas vires, communicent vim Cff; quare vis corpori A communicata valet $Bff + 2Cff$, & C movetur vi $Aff + Bff + Cff$, dum B ad partem C pellitur actione quæ valet $Aff - Cff$.

Sed B non potest moveri, quin eâdem velocitate propellatur elasterium inter B & C, & ab elasterio ita agitato accipit corpus C vim statim memoratam eodem modo ac in nave, in qua elasterium obstaculo cedere nescio insisteret, actione elasterii moveretur; id est velocitas qua corpus C a B recedit, aut B celerius movetur, illa est quæ competit impressio-
192. ni statim memoratæ, quæ velocitas est $f\sqrt{\dfrac{A+B+C}{C}}$. Si corporis B velocitas dicatur x, erit $x + f\sqrt{\dfrac{A+B+C}{C}}$ velocitas corporis C. Summa virium horum corporum est $Aff + Bff + Cff$ & præterea $Aff - Cff$, id est valet summa hæc $2Aff + Bff$; Unde deducimus $Bxx + Cxx +$
192. $2fx\sqrt{AC+BC+CC} + Aff + Bff + Cff = 2Aff + Bff$; aut $xx + \dfrac{2fx\sqrt{AC+BC+CC}}{B+C} = \dfrac{Aff - Cff}{B+C}$; &

$$x = \frac{f\sqrt{AB+2AC} - f\sqrt{AC+BC+CC}}{B+C}$$: additâ velocitate

$f\sqrt{\dfrac{A+B+C}{C}}$ qua C recedit à B habemus ipsius C velocitatem

$$\frac{fC\sqrt{AB+2AC} + fB\sqrt{AC+BC+CC}}{BC+CC}$$

Corporis autem A velocitas ex ipsius vi ante determinata detegitur estque velocitas hæc $\dfrac{f\sqrt{AB+2AC}}{A}$.

345. Velocitates hæ ex velocitate v sunt subtrahendæ, aut ipsi sunt addendæ, pro ut cum motu navis conspirant aut contrariæ agunt.

Si in primo motu A celerius B feratur, id est m superet n, velocitas corporis A post ictum erit $v - \dfrac{f\sqrt{AB+2AC}}{A}$; reliquæ velocitates detectæ corporum B & C ipsi v, addendæ sunt.

346. In scholio 2. Capitis sequentis demonstrabimus summam virium post ictum
179. æqualem esse $Amm + Bnn + Cpp$; quod cum ante demonstratis congruit.

SCHO

SCHOLIUM 3.

Demonstratio n. 335.s

Diximus summam virium post ictum æqualem esse summæ virium ante ictum in collisione in n. 334.s explicata; Positâ igitur velocitatum determinatione ibi traditâ, demonstrandum Corpus C tantum virium acquirere quantum amittunt A & B. TAB. XXV.s fig. 6.

Quadratum lineæ K N æquale est quadratis linearum K O & O N, aut K P, & bis rectangulo I O K *; etiam æquale est idem quadratum quadratis K O & K P & bis rectangulo M P K*: unde sequitur æqualia esse rectangula hæc, & quadratum K N valere quadratum K O, & rectangulum I O K, ut & quadratum K P cum rectangulo M P K; ergo quadratum K N æquale est rectangulis I K O & M K P; & quadratum K *n*, duplæ ipsius K N, quod quadruplum est quadrati K N, valebit quater summam rectangulorum I K O & M K P. Multiplicatis his per C, habemus vim corporis C, ictu acquisitam, æqualem $4C \times KO \times KI + 4C \times KP \times KM$ *. 347. * 12. El. 11. * 12. El. 11. * 192. s

Vis, quam ictu amisit corpus A, habetur multiplicando A per differentiam quadratorum K D, K *i*, velocitatum ante & post ictum *. Differentia autem hæc propter æquales D I, I *i*, valet quater rectangulum K I D *; & vis amissa est $4A \times ID \times KI$: Sed in n, 333.s vidimus A, C :: K O, I D; ergo $A \times ID = C \times KO$, & vis quam amittit A est $4C \times KO \times KI$. * 302. s * 8. El. 11.

Eodem modo demonstramus vim quam amittit B æqualem esse $4C \times KP \times KM$, ideoque summam virium amissarum valere vim quam C acquisivit Q. D. E.

Vix differt demonstratio quando agitur de casu fig. 7.

De Motu Centri gravitatis.

In collisione corporum, motus respectivos, a motibus absolutis distingui, in variis occasionibus jam notavimus; his nunc ulterius addendum, corporum ipsorum motus absolutos, cum motu absoluto omnium corporum simul consideratorum non debere confundi.

DEFINITIO.

348. *Motum absolutum corporum quorumcumque simul consideratorum vocamus motum centri gravitatis communis.*

Ut in singulis corporibus de motu dijudicamus ex motu centri gravitatis, & hoc ad plura simul considerata applicari posse clarum est.

349. Circa *motum* hunc *absolutum plurimorum corporum* notamus,

mus, *ipſum, actione reſpectivâ*, qualis eſt omnis colliſio, *non*
349. *mutari*; ideoque *Centrum gravitatis commune variorum corporum in eâdem lineâ, eâdem velocitate, ante & poſt ictum moveri.* Quod in omnibus colliſionibus ante explicatis obtineri demonſtrabimus.

350. Sint A & B centra gravitatis duorum corporum, *ſi ad* C,
TA. XXV. fig. 8. *centrum gravitatis commune, accedant ambo corpora, velocitatibus quæ ſunt* inter ſe ut diſtantiæ ſuæ à centro, nempe ut
* 90. 95. A C ad B C, id eſt, *inverſe ut maſſæ ipſorum corporum* *, *quieſcit in hoc motu centrum gravitatis*; nam dum eodem tempore percurrunt A *a*, B *b*, quæ ſunt ut A C, B C, reſtant *a* C, *b* C in eâdem ratione inverſa maſſarum, qua-
* 90. re & in hoc ſitu C eſt commune gravitatis centrum*, quod in motu hoc non fuit tranſlatum.

351. Eadem demonſtratio poteſt applicari ad motum *corporum à commune gravitatis centro recedentium, velocitatibus quæ ſunt inverſe ut maſſæ*, in quo caſu ergo etiam *centrum* hoc *quieſcit.*

352. *Si varia* dentur *corpora*, ut A, B, D, & hæc *in eâdem*
TA. XXV. fig. 9. *lineâ mota, accedant omnia ad* C *commune gravitatis centrum, aut recedant ab hoc*, velocitatibus quæ in ſingulis corporibus ſunt ut diſtantiæ ab hoc centro *quieſcit* etiam *hoc ipſum.* Nam *cum* in ſitu A, B, D ſumma productorum maſſarum per diſtantias a C ab una parte hujus puncti æqualis ſit ſimi-
* 94. 95. li ſummæ ad aliam partem *, & hoc locum habebit mutatis omnibus diſtantiis, ut hîc fit, in eadem ratione, quare
* 94. C manet centrum commune gravitatis *; quod ergo quieſcit.

In hoc caſu, *multiplicatis ſingulis maſſis per ſuas velocitates, ſumma productorum ab una parte centri gravitatis, æqualis eſt ſimili ſummæ ad aliam partem*; ponimus enim velocitates ut diſtantias à centro hoc.

Ex hiſce ſequentes deducimus concluſiones.

353. *Corporum duorum, aut trium, in ſe mutuo directè incurrentium ita, ut poſt ictum, ſi non ſint elaſtica, quieſcant, ante*

te ictum quiescit centrum gravitatis *. *In hoc eodem con-* 354.
cursu, etiam quiescit centrum hoc si corpora sint elastica * *221. 350. 310. 311. 352.

Si corpora duo aut tria directe in se mutuo incurrant & *283. 327.
navis concipiatur ita agitata, ut corpora, positis his non e- 351. 352.
lasticis, in hac post ictum quiescant, in hac ipsa ante ictum 355.
quiescit centrum gravitatis *, & in tali conflictu post ictum *353.
etiam quiescit idem hoc centrum, si corpora sint elastica *, *354.
unde sequitur navem hanc moveri ea velocitate, qua ante & post ictum, commune corporum *gravitatis* centrum fertur, cujus ergo *centri motus non mutatur.*

Hoc quoque locum habere in motibus memoratis in n. 356.
331. 332. 334. demonstrabimus in scholio sequenti 2.

In concursu obliquo duorum corporum duos consideravi- 357.
mus motus, unum quo directe in se mutuo incurrunt, al-
terum lateralem *, qui in impactu non mutatur; quare ne- *195.
que mutatur centri gravitatis motus lateralis; sed neque juxta aliam directionem centri gravitatis motus mutari po-
test, quia impactu directo non mutatur *; Idcirco nullo *355.
respectu motus hic variat & *velocitatem directionemque suam servat commune corporum gravitatis centrum.*

Unicum circa motum centri gravitatis notandum super
est quod in Scholio sequenti 1. demonstramus; *summam* 358.
virium corporum quorumcumque concurrentium, æqualem esse summæ vis quam haberent omnia corpora, simul agitata ea velocitate, qua fertur commune gravitatis centrum, & omnium virium quibus corpora respectu centri hujus moventur. Id est si summa massarum per quadratum velocitatis centri gravitatis multiplicetur, & singulæ massæ multiplicentur per quadrata velocitatum, quibus ad gravitatis
centrum tendunt, id est, quibus *in nave, in qua centrum* 359.
gravitatis quiesceret. agitata forent, summa omnium productorum æqualis erit summæ productorum singularum massarum ductarum in quadrata velocitatum suarum. Id circo *si mutatis motibus, summa virium in hac nave non mutetur, neque mutabitur summa virium absolutarum.*

Propositio hæc universalis est; sed cum in hisce omnibus de collisione agatur, corpora tantum concurrentia consideramus.

SCHOLIUM I.

Demonstratio n. 358. s.

360. QUamdiu corpora moventur in eâdem lineâ propositio ultimum memorata simplici algebraica computatione patet.

Sint corpora A, B, C, primi velocitas m; secundi n, tertii p; centri gravitatis velocitas d. Tendant corpora ad eandem partem; & sint m & n majores ipsa d; p verò minor: Ergo velocitates, quibus corpora ad centrum gravitatis
* 352. tendunt sunt $m-d$, $n-d$, $d-p$; & $A\times\overline{m-d}+B\times\overline{n-d}=C\times\overline{d-p}$*; quare $2Amd-2Add+2Bnd-2Bdd=2Cdd-2Cdp$, multiplicando integram æquationem per $2d$. Demonstrandum $Amm+Bnn+Cpp=\overline{A+B+C}\times dd+A\times\overline{m-d}^2+B\times\overline{n-d}^2+C\times\overline{d-p}^2$. Ultima hæc quantitas sic potest exprimi $Amm-2Amd+2Add+Bnn-2Bnd+2Bdd+Cpp-2Cpd+2Cdd$. Sed $-2Amd+2Add-2Bnd+2Bdd$ & $-2Cpd+2Cdd$ sese mutuo destruunt & quantitas hæc tantum valet $Amm+Bnn+Cpp$. Quod demonstrandum erat.

361. Sint iterum tria corpora A, B, C, quorum tantum gravitatis centra consi-
TAB. XXV. fig. 10. deramus; sit commune gravitatis centrum D; ponamus corpora moveri per AE, BE, CE, velocitatibus hisce lineis proportionalibus. Directio & celeritas centri gravitatis D est DE. Velocitates, quibus corpora ad centrum commune gravitatis tendunt, sunt AD, BD, CD, hæ enim essent corporum velocitates in nave, in qua centrum gravitatis quiesceret. Idcirco demonstrandum $A\times AE^q+B\times BE^q+C\times CE^q=\overline{A+B+C}\times DE^q+A\times AD^q+B\times BD^q+C\times CD^q$.

Ad DE ducantur perpendiculares AF, BG, CH, LDL. Distantiæ corporum A, B, C à linea LDL sunt FD, GD, HD; ergo, quia D est
* 94. 48. centrum commune gravitatis $A\times FD+B\times GD=C\times HD$* unde patet D eorum corporum esse commune gravitatis centrum positis his in F, G
* 94. & H*. Si in hoc situ concipiamus corpora moveri A velocitate FE, B velocitate GE, & tandem C velocitate HE; centri gravitatis velocitas erit DE; Ergo $A\times FE^q+B\times GE^q+C\times HE^q=\overline{A+B+C}\times DE^q$
* 360. $+A\times FD^q+B\times GD^q+C\times HD^q$*; addendo utrimque $A\times AF^q+B\times BG^q+C\times CH^q$, & substituendo triangulorum rectangulorum AFD, BGD, CHD, AFE, BGE, CHE, quadrata Hypotenusarum pro
* 47. El. 1. quadratis laterum*, habebimus propositum.

SCHO-

SCHOLIUM 2.

Demonstrationes n. 356.s ut & 346.s

DIximus * in casu n. 331.s quem in n. 343.s peculiarius explicavimus etiam *356.s motum centri gravitatis non mutari, quod ut demonstretur, probandum corpora ita à se invicem separari, ut consideratis solis motibus quibus separantur, quiescat centrum gravitatis; tunc enim si concipiamus corpora separari in nave, ea velocitate mota qua corpora conjunctim ante separationem moventur, velocitate qua navis fertur commune gravitatis centrum motum continuabit.

Positis quæ in n. 343.s fuere explicata demonstrandum A multiplicatum 362. per velocitatem ibi determinatam quod productum est $f\sqrt{AB+2AC}$, valere summam productorum corporum B & C, singulorum multiplicatorum per velocitates ibi detectas*. Producta hæc sunt *355.s

$$\frac{fB\sqrt{AB+2AC}-fB\sqrt{AC+BC+CC}}{B+C} \quad \&$$

$$\frac{fC\sqrt{AB+2AC}+fB\sqrt{AC+BC+CC}}{B+C} \quad \text{quorum summa est}$$

$$\frac{fB\sqrt{AB+2AC}+fC\sqrt{AB+2AC}}{B+C}, \text{ id est } f\sqrt{AB+2AC}.$$

Quod demonstrandum erat.

Hisce demonstratis facile patent, quæ in n. 346.s. fuere memorata, summam 363. virium, ante & post ictum, in motu in n. 343.s, & seq. memorato, esse æqualem. Vires quibus partes elasticas inflexas posuimus, sunt vires quibus ad centrum commune gravitatis accessere corpora *, servatâ eâdem virium summâ à se *348.s 352.s invicem, uti ex computatione ipsa sequitur, fuere separata, id est, illa ipsa fuit summa virium quibus à centro gravitatis recessere, cum hujus centri ve- *362.s locitas ictu non fuerit mutatâ *, unde sequitur summam virium absoluta- *359.s rum etiam eandem esse ante & post ictum *. 666.

In n. 356.s diximus etiam centrum commune gravitatis corporum in collisionibus compositis in n. 332.s. 334.s memoratis, eadem directione & velocitate motum post corporum concursum continuare.

Si concipiamus corpora A & B ultra K eadem velocitate, qua ante ictum TA. XXV. fig. 6. 7. movebantur, motum continuare quiescente eodem modo corpore C, neque directio neque velocitas centri gravitatis communis mutata erit; constabit ergo propositum si demonstremus in eodem puncto versari centrum gravitatis, positis corporibus, C in K, A in D, & B in E; aut positis his, C in N, A in I, & B in M; aut tandem positis, C in *n*, A in *i*, & B in *m*. Patebit autem in hisce tribus occasionibus idem esse gravitatis centrum si demonstremus hujus distantias à lineis K F & K G non mutari.

Respectu lineæ utriusque demonstratio eadem est, quare de K F tantum agam.

Distantia puncti N ab hac linea est N M; puncti n est 2N M; punctorum D, I, & i distantiæ ab eadem K F deteguntur hisce proportionibus

$$PN, NM :: \begin{cases} KD, & \frac{NM \times KD}{PN} \\ KI, & \frac{NM \times KI}{PN} \\ Ki, & \frac{NM \times Ki}{PN} \end{cases}$$

Quibus detectis, distantiæ centri gravitatis communis corporum, à memoratâ lineâ K F, in tribus memoratis corporum dispositionibus, deteguntur $\frac{NM \times KD \times A}{PN \times \overline{A+B+C}}$, $\frac{NM \times C}{A+B+C} + \frac{NM \times KI \times A}{PN \times \overline{A+B+C}}$, & $\frac{2 NM \times C}{A+B+C}$

48.s $+ \frac{NM \times Ki + A}{PN \times \overline{A+B+C}}$ quas æquales demonstramus.

Ex constructione sequitur P N se habere ad N Q, & etiam 2 P N ad 2 N Q, ut A ad C; N Q æqualis est I D, & valet K D—K I ergo $PN \times C = KD \times A - KI \times A$, & $PN \times C + KI \times A = KD \times A$.

Eodem modo 2 N Q valet 2 I D, id est i D, & æqualis est K D—K i; unde deducimus $2\,PN \times C + Ki \times A = KD \times A$.

Multiplicatis hisce tribus quantitatibus æqualibus $KD \times A$, $PN \times C + KI \times A$, & $2\,PN \times C + i \times A$, per N M & divisis productis per $PN \times \overline{A+B+C}$, habebimus quotientes æquales, à distantiis detectis non diversos. Q. D. E.

SCHOLIUM 3.

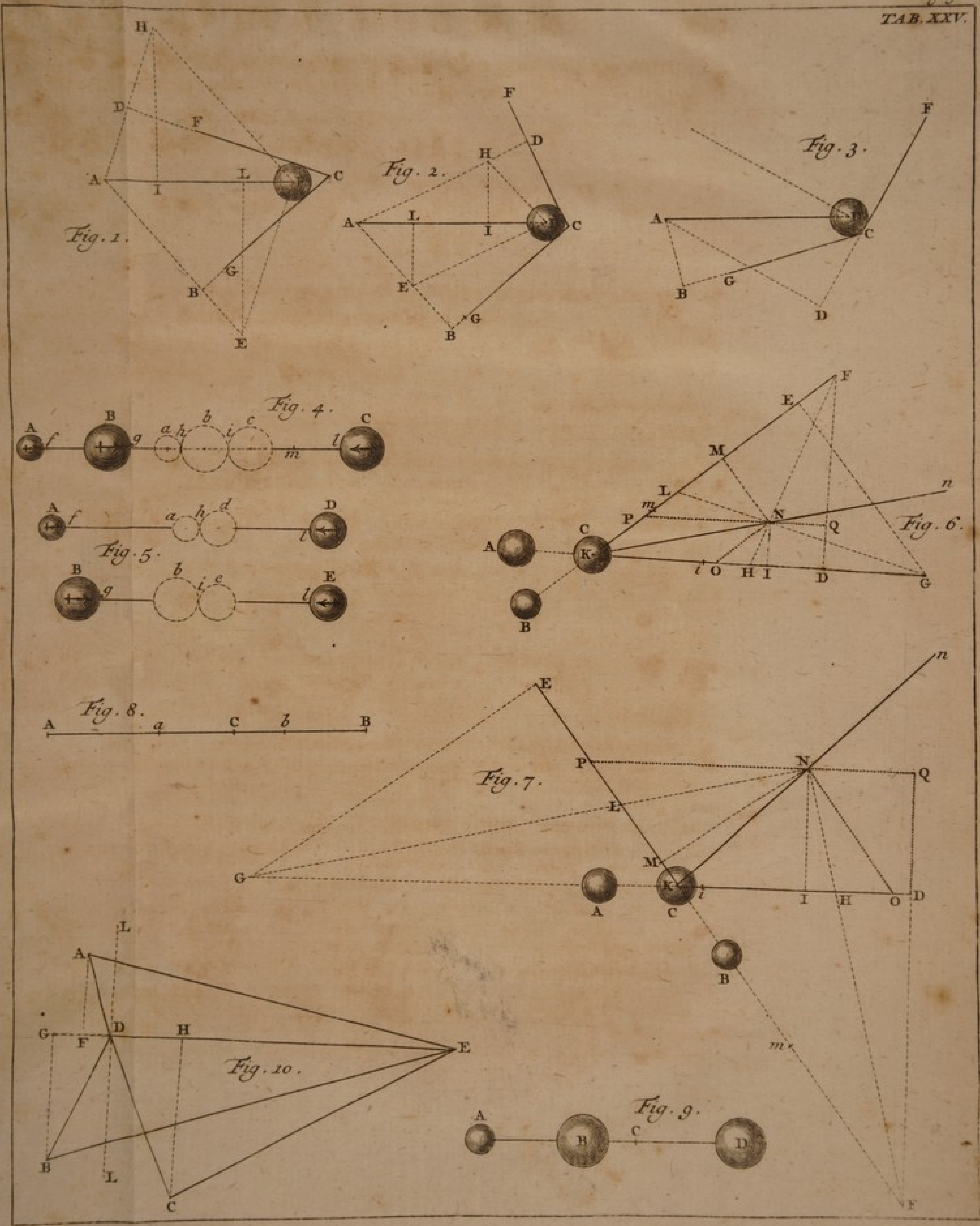
365. SI demonstratam in hoc capite propositionem, ante & post collisionem centrum gravitatis eâdem velocitate ferri, applicemus ad collisionem in n. 242.s memoratam, corporum post collisionem velocitates determinare possumus.

Tria corpora post ictum, juxta directionem primi motus feruntur velocitate, qua ante ictum centrum gravitatis fertur*; nam nulla datur actio qua directe separari possint; velocitas hæc detegitur regulâ in n. 240.s traditâ. *355.s

itaque moventur ut corpora mollia post impactionem directam, sed quæ in hac corporum mollium impactione destruitur, corpora impingentia vim servant in casu quem examinamus; & hac idcirco lateraliter feruntur *, quæ vis datur*; quare lateralis velocitas, quæ nempe cum prima directione angulum efficit rectum, detegi potest: ideoque directiones & velocitates absolutas quibus corpora impingentia post ictum moventur facile determinantur. *305.s *231/246.s

TAB. A fig. 4. Dicatur Q massa corporis quiescentis; sint aliorum massæ P, P; & horum velocitas v.

Post


TAB. XXV.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.

Post istum corpus Q movetur velocitate $\frac{2Pv}{2P+Q}$ *; eâdem velocitate, juxta eandem directionem, feruntur corpora P, P, sed hæc præterea lateraliter feruntur viribus quæ valent $\frac{2PQvv}{2P+Q}$ *; quare utriusque lateralis velocitas est $\frac{v\sqrt{Q}}{\sqrt{2P+Q}}$ *, & velocitas absoluta $\frac{v\sqrt{4PP+2PQ+QQ}}{2P+Q}$ *. *240.1 *231 & 246.1 *192.1 *305.1

Cap. XXVI. *de legibus Elasticitatis.*
pag. 96. post lineam 6. adde.

Non tamen in Globo A C B, ex materia elastica, qui quasi 369. ex variis laminis constans considerari potest; introcessiones TA. XVII. fig 1. puncti ut C erunt proportionales viribus, quibus corpus comprimitur. Nam si introcessio duplicetur, dupla vis quidem requiritur propter duplam laminarum inflexionem, sed augenda ulterius est vis propter majorem numerum laminarum inflexarum, & experimentis constat, hac de causa vim duplicandam esse, ita ut vis quadrupla requiratur: etiam in genere experimentis constat, quadratum introcessionis sequi eandem proportionem cum vi, qua globus comprimitur, id est, si ipse globus in obicem firmum incurrat, sunt introcessiones ut velocitates, quibus in hunc impingitur *. *169.1

pag. 96. in fine cap. adde.

SCHOLIUM.

IN comparandis motibus chordarum, ipsarum inflexionem tantum considera- 367. ravimus in puncto medio, non attendendo ad curvaturam ipsius fibræ dum agitatur, quo demonstrationes de comparandis variarum fibrarum vibrationibus non mutatur, si autem tempus ipsum vibrationis cujuscunque detegendum esset, quod fit determinando longitudinem penduli eodem tempore vibrationes peragentis cum fibra, curvatura hæc consideranda foret; sed de hoc tempore hìc non agam, neque de curvâ elasticâ in n. 262. memoratâ; quia in hisce usus Methodorum fluxionum directæ & inversæ desideratur, quod ad ipsa Elementa Physices spectare mihi non videtur.

SUP-

SUPPLEMENTUM PHYSICUM.

LIBER II.

CAPUT II.

De Actione fluidorum in fundos & latera vasorum quibus continentur.

Pag 101. lin. 23. In omni casu &c. *lege*

368. IN omni casu *pressio, quam patitur superficies quæcunque, valet pondus columnæ ex fluido, cujus basis est ipsa superficies, & altitudo in singulis punctis, distantia verticalis supremæ superficiei fluidi ab his punctis.*

Talem esse in vase prismatico verticali pressionem in fundum non facile in dubium quis vocabit; nam totum fluidi pondus, & nil præterea, sustinet fundus: servatâ autem altitudine fluidi, & basi vaseos, non mutatur pressio in fundum, licet, mutatâ figurâ, vas majorem aut minorem fluidi copiam contineat; quod cum experimentis congruit, & ex natura fluiditatis deducitur, ut, post exposita experimenta, dicam.

CAP. III. *De Solidis Fluidis immersis.*
pag. 107 post lin. 15. adde

369. In homogeneis corporibus, si duæ dentur ex tribus rationibus, ponderum, voluminum, & densitatum, tertia detegitur.

370. *Pondera* enim *sunt in ratione composita voluminum & densitatum.*

Vo-

Volumina idcirco *ſunt directè ut pondera, & inverſè ut* 371.
denſitates.

Tandem *denſitates ſunt directè ut pondera, & inverſè ut* 372.
volumina.

Pag. 107. in fine adde.

Ne quidem guttæ cujuſcunque fluidi figura, preſſione alte- 373.
rius fluidi ab omni parte æquali, mutari poteſt. Sit gutta figuræ irregularis, quæ alio fluido ab omni parte æqualiter prematur. *Directio preſſionis in omnibus punctis eſt perpendicularis ad ſuperficiem*; quod ſi negetur, reſolvenda erit preſſio in duas *, quarum una perpendiculariter a- *101.
gat ad ſuperficiem, alia juxta directionem ſuperficiei parallelam, quæ ſecunda cum in ſuperficiem non agat, premitur gutta illâ ſolâ, cujus directio perpendicularis eſt ad ſuperficiem. Prematur punctum quodcunque, guttula preſſa quaquaverſum æquali cum vi premit, & guttæ minores ſingulæ preſſæ eodem modo premunt, ita ut preſſio ſtatim per integram guttam datam diſpergatur, quare particula alia quæcunque in ſuperficie, quæ in gutta ab omni parte æqualiter premitur, conatur cedere per perpendicularem ad ſuperficiem, cum vi qua premitur, id eſt, cum vi qua externe premitur particula prima; ſed æquali vi ponimus premi particulam hanc ſecundam; non poterit ergo hæc moveri. Eadem demonſtratio poterit applicari alii puncto cuicunque ſuperficiei, ita ut nullibi gutta moveri poſſit.

Cap. IV. *De Comparandis Liquidorum Denſitatibus.*

Pag. 113. lin. 23. adde

Et non intereſt an tubi ſint inæquales nec ne, quod altitudinem non mutat *. *177.

Pag. 116. in fine cap. adde

Sit nunc aliunde notum pedem cubicum aquæ ponde- 374.

rare libras 63. cum unciis 7. drachmis 2. & ſcrup. 2.: quod detegimus determinando pondus in aqua amiſſum a corpore cu-
197. jus capacitas nota eſt. Uſus ego ſum cubo cupreo cavo cujus latera exacte erant ſex poll. Rhenolandicorum. Pondus hoc valet gr. 487360. dum volumen aquæ æquale vitro noſtro C ponderat grana 722; unde conſtat volumen hoc debere multiplicari per 675. ut habeamus pedem cubicum; & multiplicatis per hunc numerum 744. habebimus grana in pede cubico lactis; & hac methodo pondus pedis cubici fluidi cujuſcunque detegitur.

Cap. V. *De hydroſtatica Solidorum Comparatione.*
pag. 116. & ſeq. in fine. Pro Exp. 1. ſubſtitue

EXPERIMENTUM

375. In ſubjecta tabella habemus quorundam corporum pondera, & pondera in aqua amiſſa, indeque deductas denſitates.

	Pondera corporum.	*Pondera in aqua amiſſa.*	*Denſitates.*
Plumbum	$582\frac{1}{2}$ gr.	$51\frac{1}{2}$ gr.	11,31
Argentum	$439\frac{1}{2}$ gr.	$42\frac{1}{2}$ gr.	10,34.
Cuprum	474. gr.	54. gr.	8,78.
Æs calamin.	356. gr.	43. gr.	8,28.
Ferrum	329. gr.	$43\frac{1}{4}$ gr.	7,60.
Stannum	$534\frac{1}{4}$ gr.	$71\frac{1}{2}$ gr.	7,47.
Aquæ denſitas cum reliquis collata.			1,00.

Talis enim detegitur denſitas corporis, quod cum aqua eandem gravitatem ſpecificam habet.

Hac methodo denſitates etiam corporum aquâ ſpecificè leviorum deteguntur, ſi ita cum vaſe jungantur, ut hujus pondere in aquam trahantur.

---

pag. 117. lin. 27. Quando &c. his deletis ad finem uſque capitis, lege

376. Cum vero præcedens methodus & magis compendioſa, quia & in hoc librâ indigemus, & magis accurata ſit, hæc negligi poſſet, & machinam ipſam non indicaſſem, niſi uſu ve-

veniret, ubi determinandum generaliter utrum corpora æqualiter ponderantia denſitate differant, quod, ubi monetæ explorandæ ſunt, plerumque quæritur: Machina autem hæc, neglecta omni prævia præparatione hoc indicat, ſi ſucceſſive impoſitis corporibus annulo, machina ad profunditates diverſas immergatur.

Si pondus pedis cubici aquæ * multiplicemus per 377.
numerum, qui corporis denſitatem exprimit, habemus * 374.
pondus pedis cubici ipſius corporis, quæ ponderis determinatio in multis occaſionibus uſum magnum habet.

Præter hunc & alium uſum collationis denſitatum indicabo.

Si ex metallis duobus notis mixtum detur, poterit deter- 378.
minari quantum utriuſque contineat, ſi metallorum & mixti denſitates dentur.

Sint metallorum denſitates A B, A D; mixti denſitas A C. TAB. 4.
Sint etiam A L & L I, ut volumina metallorum primi & ſe- fig. 11.
cundi in mixto. Ponamus formatum rectangulum A B E I, ductaſque lineas C G, D H, F L, lateribus parallelas.

Pondus primi metalli in mixtura rectangulo A F repræſentari poteſt *; repræſentatque in hoc caſu rectangulum * 370.
L H pondus metalli ſecundi, eſtque gnomon A B F M H I A pondus integri mixti; hoc etiam rectangulo A C G I exhibetur *; quod idcirco gnomoni memorato æquale eſt. * 370.

Subtracto utrimque gnomone communi C N M H I, reſtant æqualia rectangula B N, N H, ductaque D E tranſibit hæc per punctum N *. Ergo D H, aut A I, ad N G, * 43. El. 1.
aut L I, ut H E ad G E; id eſt *volumen mixti ad volu-* 379.
men ſecundi metalli in mixto, ut differentia denſitatum metallorum primi & ſecundi ad differentiam denſitatum metalli primi & mixti.

Pondus autem *totius mixturæ eſt ad pondus metalli ſe-* 380.
cundi in mixto, in ratione compoſita denſitatum mixti & ſecundi metalli, & ratione voluminis mixti & voluminis ſecundi metalli in mixto *, id eſt *ut productum denſitatis* * 370.
mixti per differentiam denſitatum metallorum ad denſita-

tem secundi metalli ductam in differentiam densitatum primi metalli & mixti.

Cap. VI. *De Resistentia Fluidorum.*

dele totum caput.

Cap. VII. *De Celeritate Fluidi, ex Pressione Fluidi superincumbentis.*

pag. 127. lin. 25. Non tamen &c. dele quæ sequuntur ad finem usque capitis, & lege

381. Hanc dicimus pressione communicari velocitatem, non autem particulas hanc cadendo acquirere: primæ enim particulæ quæ exeunt, non lentius illis, quæ sequuntur, moventur. Præterea non tantum exeunt quæ descendunt, sed & quæ lateraliter adfluunt; moveturque particula pressione omnium particularum circumambientium exceptis illis quæ in motu præcedunt, & ita particula, quæ descendit, non tam a superincumbentibus a quibus statim separatur, cum ipsis velocius debeat agitari, sed præcipue lateralium pressione velocitatem acquirit, duratque pressio hæc, donec particula a reliquis separatur, & aliæ locum quem occupabat impleverint, & non ulterius; ab insequentibus enim, eâdem velocitate agitatis, accelerari non potest. Unde sequitur actionem fluidi in particulam, qua actione velocitas particulæ communicatur, pendere a tali descensu particularum quo locus a particula occupatus impletur. Descensus autem hicce, si A sit particula mota, cujus diameter sit de, quomodocunque concipiatur, valet descensum totius columnæ BC ad profunditatem de, positâ C in superficie fluidi; & vis in hoc descensu acquisita tota impenditur actione in particulam motam, cui ergo vis communicatur æqualis illi quam columna hæc B D in descensu hoc per de acquirit, estque hæc æqualis illi quam particula acquireret cadendo ab altitudine C B*.

TAB. A. fig. 11.

*193.

382. Hinc sequitur *fluidum pressione fluidi superincumbentis*,

(ab

(ab hac enim pendet etiam preſſio lateralis) *ex foramine ea proſilire velocitate, quam corpus acquirit cadendo à ſuprema fluidi ſuperficie ad foramen uſque*; *ſepoſitâ* nempe, ut in hac demonſtratione, *partium cohæſione*, quæ licet exigua ſit, in fluidis plerisque tamen obſervatur; *qua* cohæſione *particulæ exeuntes* retinentur; ideoque *retardantur*. Sed & præter hanc retardationem, quæ ab ipſo fluido pendet, ex variis aliis cauſis extraneis velocitas fluidi minuitur, de quibus in capite ſequenti agam.

MACHINA

Qua Experimenta de Fluidis proſilientibus inſtituuntur.

Parallelopipedum ligneum A B, longitudinis & latitudi- 383. TA. XXIV. Fig. 1.
nis quindecim pollicum, & altitudinis duorum pedum, aquâ impletur; ita diſponitur ut fundus ejus elevetur circiter decem pollicibus ſupra fundum horizontalem arcæ ligneæ C D, cujus longitudo eſt fere quatuor pedum, latitudo unius pedis cum ſemiſſe, profunditas quinque aut ſex pollicum.

In F, ad altitudinem circiter ſedecim pollicum ſupra fundum arcæ C D, hæret tubus æneus horizontalis, cujus cavitatis diameter excedit ſemipollicem; pars anterior laminâ clauditur, in cujus medio foramen datur diametri partis duodecimæ unius pollicis: foramen hocce clauditur operculo, quo pars tubi anterior obtegitur, & quod cum hoc ope cochleæ jungitur: duo tubi ſimiles aptantur, in E circa fundum vaſis A B, & in G, hicque ſupra F elevatur quantum ille infra F deprimitur.

Circa fundum etiam ejuſdem machinæ firmatur epiſtomium N, cochleâ inſtructum ut ipſi tubus jungatur.

EXPERIMENTUM I.

Vas A B aqua impletur ita, ut altitudo ſuperficiei su- 384.
premæ aquæ ſupra fundum vaſis C D foramine in F in duas partes æquales dividatur, quæ ſingulæ in noſtra machina ſunt $15\frac{3}{4}$. pol. Aqua ex hoc foramine ad M proſilit ita, ut diſtantia horizontalis puncti M à foramine ſit $29\frac{1}{2}$. poll. duo-

bus poll. deficiens ab altitudine aquæ supra fundum vasis C D; si ad distantiam $31\frac{1}{2}$ poll. pertingeret, percurret
* 109. aqua, motu æquabili, celeritate cum qua exit, in tempore in quo corpus cadere potest ab F ad fundum arcæ C D,
* 134. spatium, duplum hujus altitudinis *, & ideo agitaretur celeritate quam corpus ab hac altitudine cadendo potest acquirere *; hæc autem altitudo æqualis est altitudini superficiei aquæ supra foramen. Cum vero tantum pertingat ad
385. distantiam $29\frac{1}{2}$ poll. deficit vera aquæ velocitas a velocitate memorata decima sexta circiter parte.

* 382. 1131. *Sepositis retardationibus, quadrata velocitatum, quibus fluidum ex variis foraminibus exit, sunt inter se ut altitudines fluidi supra foramina* *. Experimentis etiam constat retardationes parum admodum hanc proportionem turbare quamdiu altitudines non excedunt pedes 30. aut 35. In minoribus altitudinibus proportionem hanc sequenti Ex-
386. perimento ante oculos ponimus.

TA. XXIV. fig. 1.

EXPERIMENTUM 2.

* 382. Usu hîc venit Machina superius memorata *; & circa exp. hoc notamus, distantias, ad quas prosilit aqua in fundo arcæ C D, dum horizontaliter exit ex foramine ut E, positis diversis superficiei aquæ altitudinibus, esse spatia horizontaliter motu æquabili percursa, in tempore in quo cor-
* 109. * 53. pus cadendo potest percurrere I L æqualem altitudini foraminis supra fundum arcæ *: hasque idcirco distantias esse ut velocitates *.

Si nunc detur aqua in vase A B, ad altitudinem octo pollicum supra foramen in E, & mensuretur distantia ad quam prosilit; & infusâ ulterius aquâ, donec altitudo sit octodecim pollicum, iterum mensuretur distantia; erunt hæ ut 2. ad 3. Quadrata distantiarum sunt hîc ut aquæ altitudines, in qua ratione quadrata celeritatum.

Cap. VIII. *De Fluidis prosilientibus.*

pag. 131. lin. 28. inter liquida &c. dele usque ad hæc verba lineæ 33. Præter hanc &c. & lege

Ut

Ut corpora omnia motui reſiſtit, daturque fluidi proſilientis in particulas aëreas actio, & harum reactione *, minuitur fluidi motus. * 180

Cap. IX. *De Liquido ex vaſis profluente & Irregularitatibus in iſto motu.*

Pag. 158. dele lin. 18. cum octo ſeq. & lege.

Quantitas autem fluidi, quæ hac computatione detegitur 386.
ſenſibiliter admodum excedit illam, quæ revera exit: &
quod maxime notabile eſt, *Experimenta quæ circa ve-* 387.
locitates, & illa, quæ de quantitatibus fluidorum, certo tempore ex foraminibus fluentium, inſtituuntur, minime reciprocantur; & non poteſt quantitas hæc ex nota velocitate determinari.

Fluidum quod juxta foraminis latera exit, attritum patitur & 388.
retardatur, quam retardationem non patitur fluidum illud quod ex foraminis centro irrumpit; retardatur quidem hoc a fluido laterali cum quo cohæret; ſed fluidi partes facile moventur inter ſe, & retardatio hæc exigua eſt reſpectu alterius, idcirco parum etiam acceleratur fluidum laterale a medio, & hoc continuo celerius illo movetur; non tamen a medio fluido ſeparatur laterale, nam quamvis facile juxta ſe invicem fluidorum partes moventur, difficilius à ſe invicem divelluntur; fluidum ergo medium, fluxu ſuo continuo, ſecum fert laterale, quod licet lentius motum, ad eandem diſtantiam aut altitudinem cum medio pertingit.

Judicium autem de velocitate, niſi ex diſtantia aut altitudine fertur; velocitas verò quæ ſic determinatur, paululum deficit a velocitate qua fluidum ex medio foraminis exit, quia hoc in toto motu ſuo a laterali fluido, & aliis cauſis, retardatur. Sed multo magis excedit velocitas hæc lateralis fluidi velocitatem, ut ex nunc explicatis ſequitur; ſi quis ergo toti fluido exeunti menſuratam tribuat velocitatem, quantitatem fluidi, certo tempore exeuntis, determinabit veram excedentem; minus tamen veram excedet quam ſi in determinanda velocitate omnes retardationes

ſe-

ſeponat, & juxta regulam, poſt n. 378. indicatam, computationem ineat.

390. *Experimentis* autem *conſtat quantitates aquæ ex æqualibus foraminibus, determinato tempore, exeuntes*, ſi per latiores tubos aqua deducatur, & per foramen in lamina exeat, *rationem ſequi a ſubduplicata altitudinis aquæ ſupra foramen parum differentem*; cum verò hæc ratio non ſit exacta, ſi nimium differant altitudines, regula locum non habet.

Ubi Computationes ineundæ erunt de aquæ quantitate, quæ effluit ex foramine dato, manente altitudine aquæ ſupra foramen, ſubjecta tabella uſu venire poterit, quæ ad altitudines majores aut minores non producenda eſt. Quo Experimento nitatur hæc, & quæ in computatione hujus obſervanda fuere, in ſcholio huic capiti ſubjecto dicam.

Pono aquam fluere ex foramine circulari, cujus diameter eſt ſemi pollicis Rhenolandici; agitur ulterius hìc de pedibus Rhenolandicis.

391.

Altitudo Aquæ	*Tempus in quo pes cylindricus aquæ effluit.*	*Altitudo Aquæ.*	*Tempus in quo pes cylindricus Aquæ effluit.*
4 pedes - -	52,16. Min. S.	13 pedes - -	28,94. Min. S.
5 - - - - -	46,66.	14 - - - - -	27.88.
6 - - - - -	42,59,	15 - - - - -	26,94.
7 - - - - -	39,43.	16 - - - - -	26,08.
8 - - - - -	36,89.	17 - - - - -	25,30
9 - - - - -	34,78.	18 - - - - -	24,59
10 - - - - -	32,99.	19 - - - - -	23,93.
11 - - - - -	31,55.	20 - - - - -	23,33.
12 - - - - -	30,12.	21 - - - - -	22,71.

392. *Si foramina differant & altitudo maneat, quantitas fluidi quæ determinato tempore exit, ipſius foraminis rationem ſequitur*, ſi in omnibus punctis foraminis æquali velocitate fluidum feratur; quod quamvis non obtineat, parum tamen a memorata ratione aberrare quantitates, quæ re-

revera exeunt, experimentis cum aqua institutis constat.

Cæteris paribus, *quantitates quæ effluunt*, esse ut tempora 393.
clarum est: *sunt ergo quantitates hæ generaliter in ratione composita temporis, foraminum**, *& radicum quadratarum* *391.
*altitudinum fluidi supra foramina**. *390.

---

pag, 142. in fine cap. adde.

His Experimentis duo alia notabilia admodum circa partium cohæsionem subjungam, quibus effectus hujus cohæsionis dilucidantur.

EXPERIMENTUM 4.

Antliæ, duæ æquales A, B, junguntur frusto æneo G; huic 394.
tubi duo E *d a*, F *d b* inseruntur, quorum hic cum antlia TAB. XXXV. fig. 1.
B, ille cum A communicatur. Tuborum horum axes in eodem plano dantur, & sese mutuo ad angulos rectos secant, confunduntur que tubi in *d*.

Antlia A repletur aquâ rubro, aut alio colore, tinctâ, B repletur aquâ purâ; emboli junguntur laminâ L, quæ conchleis firmatur, & simul intruduntur. Tincta aqua viam sequitur E *d b*, alia viam F *d a*, & vix sensibilis aquarum permixtio datur, dum in *d* juxta se invicem transeunt, & vias flectunt.

EXPERIMENTUM 5.

Differt Experimentum hoc a præcedenti in unicâ circum- 395.
stantia, effectus tamen diversus omnino est. Tuborum TAB. XXXV.
E *d a*, F *d b*, axes non in eodem dantur plano, sed unius axis fig. 2.
alterius cavitatem quasi tangit ita, ut pro parte tantum tubi confundantur in *d*. Intrusis nunc embolis, colorata aqua, quæ pro parte libere transit per E *d a* omnem aliam coloratam secum trahit; dum eodem modo aqua pura per F *d b* fertur; his vix sensibiliter permixtis quamvis juxta se invicem aquæ in *d* transeant.

Experimentum hoc celebrem auctorem in errorem induxit, qui hoc ipsum instituit experimentum, cum in animum haberet præcedens tentare, conclusionemque deduxit ambobus experimentis contrariam; fluidi particulas liberrime ſine confuſione inter alîus fluidi particulas viam continuare, agitato licet hoc fluido juxta aliam directionem.

SCHOLIUM.

DIxi me in hoc ſcholio explicaturum, ex quo experimento, & quomodo, computatio tabulæ n. 391.s fuerit inita.

396. Mariotte Experimento, variis vicibus repetito, obſervatisque cautelis neceſſariis, determinavit ex foramine, cujus diameter erat $\frac{1}{4}$ poll., ſervatâ aquæ altitudine ſupra hoc 13. ped., ſingulis vicibus effluxiſſe, in uno minuto primo, pintas 28., quarum pes cubicus continet 70. Agitur hîc de pede regio Gallico, qui ad pedem Rhenolandicum ſe habet ut 144. ad 139.

Dato hoc experimento detegendum in quo tempore pes cylindricus evacuari poteſt, per foramen cujus diameter eſt ſemi poll., poſitâ etiam aquæ altitudine ſupra hoc 13. pedum, dum menſura Rhenolandica adhibetur.

397. Tempus quo certa aquæ quantitas evacuatur, eo brevius eſt quo major quantitas determinato tempore exit; tempora ergo ſunt inverſe ut hæ quanti-
*390. tates, quæ cæteris paribus ſunt in ratione ſubduplicata altitudinum *.

Tempora etiam ſunt eo minora quo foramina majora, id eſt, cæteris paribus, ſunt in ratione inverſa quadratorum diametrorum foraminum.

Tandem, cæteris paribus, tempora ſunt directe ut quantitates quæ effluunt.

In experimento à Mariotte inſtituto, altitudo tredecim pedum Gallicorum eſt ad altitudinem totidem pedum Rhenolandicorum in caſu de quo agitur, ut 144. ad. 139.

Quadrata diametrorum foraminum ſunt ut 1. ad 4. & ut $\overline{144.}^{q}$ ad $\overline{139.}^{q}$

Quantitates aquæ ſunt, ut pintæ 28. ad pedem cylindricum Rhenolandicum; quæ quantitates ſunt in ratione compoſita, rationis 28. ad 70. aut 14. ad 35, id eſt, quantitatis quæ effluxit ad pedem cubicum Gallicum, rationis pedis cubici Gallici ad pedem cubicum Rhenolandicum, & rationis pedis cubici ad pedem cylindricum, aut 452. ad 355.

Idcirco tempus unius minuti primi, aut 60. m. ſ., ad tempus quæſitum, in ratione compoſita ex hiſce ſex rationibus, $\sqrt{139}$. ad $\sqrt{144}$, 4. ad 1., $\overline{139.}^{q}$ ad $\overline{144.}^{q}$, 14. ad 35., $\overline{144.}^{c}$ ad $\overline{139.}^{c}$, & 452. ad. 355.

Rationes prima, tertia, & quinta, reducuntur ad rationem. $\sqrt{144}$. ad
398. $\sqrt{139}$.; & *ſunt 60. m. ſ. ad tempus quæſitum*, *ut* $4 \times 14 \times 452 \times 12$. *ad* $1 \times 35 \times 355 \times \sqrt{139}$. quod tempus detegitur 28, 94. m. ſ. Quo tempore dato reliqua quæ notantur in tabella n. 391.s deteguntur quærendo numeros in ratione inverſa ſubduplicata altitudinum.

Cap. X. *De Curſu Fluminum*

pag. 144. poſt. lin. 14. adde

POnimus enim capax adeo receptaculum, ut & in hoc caſu preſſio lateralis agat in aquam quæ canalem intrat.

pag.

pag. 144. lin. 29. poſt hæc verba, majori perpendicularis longitudine. adde

Et *non augetur preſſione aquæ ſuper incumbentis*, quæ 399.
non poteſt augere celeritatem aquæ, quæ aliunde majorem habet quam quæ ex hac preſſione oriri poteſt: eodem modo ac corpus inſequens in antecedens celerius motum agere non poteſt.

Pag. 146. lin. 30. non enim &c. dele hæc uſque ad lin. 7. pag. ſeq. & ſubſtitue

Ut in cap. de reſiſtentia fluidorum videbimus.

Actio aquæ in globum cum pondere conferri poteſt, 400.
eſt enim ad globi pondus reſpectivum ut F G ad E F.

Pondusque hac proportione detectum eſt pondus cylindri aquei, cujus baſeos diameter eſt globi diameter, & cujus altitudo illa eſt, a qua cadendo in vacuo corpus acquirit velocitatem qua aqua in globum incurrit; ut hoc etiam in cap. de reſiſtentia fluidorumdemonſtramus. Data nunc hac altitudine, dabitur (ſi duratio vibrationis penduli cujuſcunque, cujus longitudo nota eſt, determinata fuerit) ſpatium; quod ab aqua in tempore noto poteſt percurri *, & ſic etiam aquæ *157. 131. 134.
quantitas quæ per locum magnitudine datum, in fluminis ſectione, in dato tempore, fluit.

Cap. XI. *De Motu Undarum.*

pag. 150. lin. 21. pro his verbis, cujus altitudo, ſubſtitue

HOc fluidum premens eodem motu cum reliquo fluido in tubo agitatur & reſpectu hujus quieſcit; agit ergo in fluidum motum ut in quieſcens, & toto ſuo pondere premit in inferius fluidum *. Altitudo autem hujus fluidi *71.
prementis

pag. 152. poſt Cap. XI.
lege quæ ſequuntur.

De Reſiſtentia Fluidorum.

401. OMne *corpus quod in fluido movetur reſiſtentiam patitur,* & quidem *ex duplici cauſa.*

Quamvis fluidorum partes parum admodum cohæreant
* 32. 33. illas tamen vi quadam cohærere extra dubium eſt *, hanc
402. autem, *dum corpus in motu ſuo ſeparat fluidorum particulas, ſuperare debet cohæſionem; hæcque eſt prima reſiſtentiæ cauſa.*

403. *Actio hæc ſimilis eſt illi qua corporum mollium partes ſeparantur, dum in ipſis cavitas formatur,* quam formari vidimus actione, quæ ſequitur proportionem ipſius cavitatis
* 186. formatæ *; quam demonſtrationem ad corpus in fluido motum etiam poſſumus applicare; in hoc autem motu corpus cavitatem format proportionalem ſpatio percurſo, quamvis cavitas hæc ſingulis momentis affluxu fluidi iterum implea-
404. tur. Unde deducimus *corpus ex hac prima cauſa, reſiſtentiam pati* proportionalem huic ſpatio percurſo; *quæ* id-
* 55. circo *ad inſtar velocitatis augetur & minuitur* *.

505. Dum corpus in corpore molli cavitatem format, partes immediata tantum actione corporum in ſe mutuo transferuntur, qua ceſſante actione ceſſat particularum motus; hac de cauſa in formanda cavitate, tantum conſumitur vis, qua partium cohæſio ſuperatur, poſſuntque corpora integras in formandis cavitatibus vires inſitas amittere.

Corpus autem in motu per fluidum non tantum transfert particulas actione immediata, dum ſibi viam inter has aperit, in qua translatione immediata cohæſionem ſuperat; ſed & præterea ipſis particulis vim communicat, qua poſt ceſſatam corporis actionem inter ſe moventur:
406. *reactio* verò *particularum, dum ipſis motus* hicce *imprimitur, ex harum inertia oriunda, eſt ſecunda cauſa reſiſtentiæ.*

Ut clarius concipiamus quæ reſiſtentias has ſpectant, ad hoc

hoc attendere debemus. *Mutuam actionem corporis & fluidi eandem esse, sive corpus certa velocitate in fluido quiescente moveatur, sive, quiescente corpore, eâdem velocitate fluidum in hoc incurrat.* Actio enim hæc a motu respectivo pendet, qui in hisce casibus non variat. 407.

Si nunc sepositâ partium cohæsione ad motum fluidi attendamus, & hoc consideremus dum in corpus quiescens incurrit, facile videbimus *fluidi actionem esse pressionem*, 408.
particulasque non impingere in corpus sed juxta hoc, aut juxta particulas fluidi, quæ corpus tangunt, moveri & intereâ illas premere corpus, eodem modo ac corpus premit planum super quo movetur, quales pressiones ex viribus oriundas superius * indicavimus. * 140. 141. 143.

Pressio hæc a vi insitâ particularum oriunda, est ut hæc 409.
vis, id est ut quadratum velocitatis*, augetur etiam ut nu- * 165.
merus particularum determinato tempore incurrentium, qui numerus velocitatis sequitur proportionem: tandem pressio de qua agimus sequitur rationem temporis per quod singulæ particulæ in determinatam partem superficiei premunt, quod tempus eo minus est quo velocitas est major, sequiturque rationem inversam velocitatis; quare ultimæ duæ rationes sese mutuo destruunt superstitemque habemus so- 410.
lam *rationem quadrati velocitatis*; quam idcirco *sequitur resistentia ex secunda causa.*

Quomodo autem ambæ resistentiæ causæ simul agant 411.
concipimus, si ad hoc attendamus, particulas quæ in cor- TAB. XXXVI. fig. 3.
pus, ut A agunt, ad latera defluere in B & D, ibique, sepositâ cohæsione, nullam exerere actionem, positâ autem cohæsione hac, particulæ hæ laterales secum trahunt, & actione sua insequentes separant, quæ desideratur separatio ut fluidum ab omni parte defluat: cohæsio autem superari minime poterit nisi corpus resistat, & actio in hoc detur *; * 126.
quæ actioni ex inertia oriundæ superaddenda est.

MACHINA,

Qua Experimenta de Fluidorum Resistentiis instituuntur. 412.

Arca lignea A B longitudinem habet quinque pedum, TAB. XXXV. fig. 1.

latitudinem duorum pedum cum ſemiſſe, altitudinem octo aut decem pollicum.

Quatuor hæc ſuſtinetur columnis ligneis, altitudinis quinque pedum, qui minori arcæ C D imponuntur, quæ ipſa pedibus gaudet quatuor, altitudinis circiter decem pollicum; non autem minorem hiſce pedibus tribuimus altitudinem, ut ex epiſtomio E aqua in ſitulam, fere hujus altitudinis, recipiatur.

Parallelopipedum cavum ligneum F longitudinem habet trium pedum cum ſemiſſe à *g* ad *h*; hujus cavitatis baſis eſt quadratum quinque pollicum. In figura repræſentatur quomodo verticaliter regulis ligneis firmetur Parallelopipedum. Diſtantia inter hujus ſuperficiem ſuperiorem & arcæ A B fundum eſt quindecim pollicum.

In hoc ipſo fundo, in medio reſpectu longitudinis, foramen datur rotundum, diametri circiter quatuor pollicum cum ſemiſſe, quod paulo minus diſtat ab uno latere quàm ab alio, ut magis commode experimenta inſtituantur.

Huic foramini reſpondet foramen, quod parum cum præcedenti differt, ſed tamen minus eſt, in medio ligni ſuperioris parallelopipedi F.

In hiſce foraminibus tubus plumbeus T verticaliter firmatur, quo communicatio datur inter arcam A B & parallelopipedum F. Tubi longitudo eſt octodecim pollicum; ipſius cavitas eſt cylindrica, bene lævigata, diametrumque habet quatuor pollicum.

Probe firmatur tubus, & aquæ effluxus, inter hunc & lignum, interpoſitis lini filamentis, cohibetur.

Et tubi anguſtiores ſæpe adhibentur, in quo caſu annulis ligneis extremitates circumdantur, ut eodem modo firmentur in foraminibus memoratis.

In inferiori parte Parallelopipedi F epiſtomia dantur quatuor I, L, M, N. Horum aperturæ in laminis dantur horizontalibus, quæ omnes in eodem poſitæ ſunt plano horizontali; ſuntque hæ aperturæ ipſis epiſtomiorum capacitatibus multo minores, ut aqua ſine ſenſibili attritu effluat.

Mi-

Minorum duorum epiſtomiorum, quæ æqualia ſunt, aperturæ æquales ſunt, alîus dupla eſt, & maximi tripla. Diameter aperturæ mediæ ſemi poll. æqualis eſt.

Quantumvis exacte hæ menſurentur aperturæ, non omnis error vitari poteſt, qui quomodo corrigatur, ſtatim dicam.

Oris arcæ A B in medio imponitur tabula P, cujus longitudo arcæ latitudinem paululum excedit & cujus latitudo ſedecim aut octodecim eſt poll. Hæc, ne impoſita caſu in aquam cadat, oris, ſemipollicem altis, circumdatur. Firmatur tabula regulis ligneis quatuor, quarum duæ videntur in *o* & *q*, cum ipſa cohærentibus, & inter quas prominentia lignea *r*, cum arca cohærens, recipitur.

Tabulæ huic ſuperimponitur crux lignea S, infra tabulam penetrans, ut cochleâ firmetur. Cruci appenditur bilanx V, cujus lances pedes habent ſemipollicem altos.

Ita ſuſpenditur hæc, ut, quando eſt in æquilibrio, lancium pedes ſupra tabulam ad altitudinem, quæ paulûlum excedit quartam partem pollicis, tantum eleventur.

Uncus autem lancis *k* reſpondet foramini in tabula, quod diametrum habet trium partium quartarum pollicis, & cujus centrum datur in axe continuato tubi T.

Uſu veniunt in experimentis, quæ hac Machinâ inſtituuntur, globi, cylindri, & coni varii, qui ſinguli capillis equinis ſuſpenduntur; in qua ſuſpenſione reſpectu cylindrorum & conorum attendendum, ut axem habeant verticalem, & conorum vertices ſurſum dirigantur.

An aperturæ epiſtomiorum eſſent exactæ, ut explorarem, & errores corrigerem, methodo uſus ſum, quam nunc exponam.

Rebus ut explicavi diſpoſitis, in T applicato tubo, cujus 413.
diameter erat hypotenuſa trianguli rectanguli iſoſceles, cujus latera ſunt duorum pollicum, arcam A B aquâ replevi ita, ut oræ arcæ duobus tantum pollicibus aquam ſuperarent, quo etiam F & T repleta fuere.

In tubo T, capillo equino cylindrum ſuſpendi æneum, cujus dia-

diameter pollicem fere quartâ parte excedit, & cujus altitudo est sesqui pollicis, suprema superficies paululum convexa est, & cavus ipse est, ut minus gravet libram, & exacte clausus, ne aqua in ipsum penetrare possit: capillus equinus cum unco *k* lancis libræ V cohærebat, & pondere lanci oppositæ imposito dabatur æquilibrium.

Quæsivi quodnam pondus adjiciendum esset, ut æquilibrium daretur, aperto uno ex epistomiis minoribus; detegitur pondus hoc tentando. Primo pondus ad libitum imponitur, libraque manu in situ æquilibrii retinetur, &, post apertum epistomium, relinquitur; si libra moveatur, pro diverso motu augetur, aut minuitur, pondus, & eadem operatio repetitur, donec, relictâ bilance, hæc in æquilibrio maneat, habemusque tunc pondus quod valet actionem quam aqua, dum per tubum movetur, in corpus exerit.

Hac methodo detexi, apertis successive epistomiis minoribus, parum actiones differre; ideoque non exactissime æquales esse aquæ quantitates per singula effluentes, qui error facillime paululum admodum aucto foramine uno correctus fuit.

Apertis tunc ambobus his epistomiis I, L, simul, ut aquæ quantitas dupla efflueret, quæsivi aquæ actionem in cylindrum, curavique ut actio eadem foret aperto unico epistomio M.

Tandem eâdem methodo eo reduxi epistomium N, ut ex hoc ea flueret aquæ quantitas, quæ ex epistomio M & uno ex epistomiis I, aut L, simul, æquali tempore, fluit.

In his omnibus observavi, & hoc in omnibus experimentis, quæ hac machinâ instituuntur, observandum, ut aqua in arca servetur ad eandem altitudinem, quare, ubi uno pollice depressa est superficies, de novo aqua infundenda est.

414. Potest nunc machina experimentis inservire. Aperto epistomio I, aut L, certa aquæ quantitas effluit, determinatâque velocitate movetur aqua in tubo T, & uniformem ve-

velocitatem habet in toto tubo; in hunc enim continuo intrat & eodem tempore exit aquæ quantitas, æqualis illi, quæ ex epiſtomio defluit. Dupla eſt aquæ velocitas in tubo, ſi dupla aquæ quantitas defluat, id eſt, ſi ambo epiſtomia I & L, aut ſolum M, aperiantur. Tripla eſt apertis M & I vel L ſimul, aut N ſolo. Quadrupla eſt velocitas apertis tribus epiſtomiis I, L, & M, aut N & uno ex I & L. Quintupla eſt apertis ſimul M & N. Sextupla apertis N, M, & uno ex I & L. Septupla tandem apertis omnibus ſimul.

In his omnibus motibus nunquam acceleratio aquæ in tubo T dari poteſt ex cohæſione oriunda, qualem alio loco * memoravimus; quæ ſi daretur non hæc procederet * 387
concluſio, æqualem certo tempore per epiſtomium fluere aquæ quantitatem, ſive ſolum, ſive cum aliis aperiatur; quod hic extra dubium eſt; quia ex ſola preſſione aquæ ſupra orificium tubi incumbentis dari poteſt velocitas quæ variis vicibus maximam ſuperat quâ in hiſce aqua in tubo gaudet.

EXPERIMENTUM I.

Rebus, ut in machinæ deſcriptione expoſitum, diſpo- 415.
ſitis, adhibitoque tubo T, ſuperius memorato, cujus dia- TAB. XXXV. fig. 1. 2.
meter eſt hypotenuſa trianguli rectanguli iſoſceles, cujus ſingula latera ſunt duorum pollicum, globus æneus G, cujus diameter eſt ſemi poll., ſuſpenditur ad profunditatem, non intereſt quamcunque, ſex, octo, aut decem pollicum, in tubo, in cujus axe datur globus; quia capillus equinus, cui cohæret, cum unco lancis E conjungitur.

Methodo in n. 413. tradita quæruntur actiones aquæ in globum, dum ſucceſſive, diverſis velocitatibus, aqua per tubum tranſit, quæ actiones valent reſiſtentias corporis, quando hoc, quieſcente aquâ, iisdem velocitatibus, in hac movetur.

Pondera minima quibus utor in his actionibus determinandis, quartam partem grani valent; ſuntque actiones quæ ſequuntur.

416.

Velocitates	*Resistentiæ*
1. - - - - - - -	gr. $\frac{3}{4}$.
2. - - - - - - -	gr. $1\frac{1}{2}$.
3. - - - - - - -	gr. 3.
4. - - - - - - -	gr. $4\frac{3}{4}$.
5. - - - - - - -	gr. $7\frac{3}{4}$.
6. - - - - - - -	gr. $10\frac{1}{2}$.
7. - - - - - - -	gr. 14.

In tribus primis velocitatibus deficiebant paululum actiones a ponderibus notatis.

417. Experimenta hæc, adhibitâ admodum exactâ bilance, fuere instituta, maximâ cum curâ, non tamen, nullum omnino errorem quantumvis exiguum dari, asserere ausim.

Fateor potius exiguos, quarta parte grani minores, vitari non potuisse, & non credo ab experimento recedi, quando tale quid suppletur, ubi regularis series hoc postulat,

Errorem talem dari in prima actione, hîc determinatâ, quæ parum deficit a $\frac{3}{4}$ gr., & qui respectu hujus ponderis sensibilis est, non tantum indicat regularis series ex reliquis experimentis deducenda, sed & hoc confirmat Experimentum sequens.

Experimenta hìc traduntur, ut ante initam ullam computationem a me fuere instituta.

Diviso nunc grano in centum partes, patet in sequenti serie resistentiam pro parte sequi rationem velocitatis, pro parte rationem quadrati velocitatis.

418.

Velocitates	*Resistentiæ ex prima causa.*	*Resistentiæ ex secunda causa.*	*Summæ ambarum.*	*Resistentiæ In Exp.*
1.	$1 \times 20 = 20.$	$1 \times 26 = 26.$	46.	75.
2.	$2 \times 20 = 40,$	$4 \times 26 = 104.$	144.	150.
3.	$3 \times 20 = 60.$	$9 \times 26 = 234.$	294.	300.
4.	$4 \times 20 = 80.$	$16 \times 26 = 416.$	496.	475.
5.	$5 \times 20 = 100.$	$25 \times 26 = 650.$	750.	775.
6.	$6 \times 20 = 120.$	$36 \times 26 = 936.$	1056.	1050.
7.	$7 \times 20 = 140.$	$49 \times 26 = 1274.$	1414.	1400.

Quan-

Quando corpora similia, similiter, & velocitatibus æqualibus, per idem fluidum, moventur, deducitur ex ante demonstratis *, resistentiam utramque augeri & minui, ut augetur & minuitur numerus particularum fluidi ex loco motarum eodem tempore, id est, *sequitur resistentia integra rationem quadratorum laterum homologorum* *, &, *si de globis, cylindris, aut conis, agatur, rationem quadratorum diametrorum* *. 419.

* 403. 1. 409. 1.

* 20. El. VI.

* 2 El. XII.

EXPERIMENTUM 2.

Differt hoc cum præcedenti tantum respectu magnitudinis globi, qui in tubo T suspenditur. In hoc adhibemus globum H, cujus diameter est hypotenusa trianguli rectanguli isosceles, cujus latera sunt semipoll., æqualia nempe diametro globi G in experimento 1. adhibito; quare quadrata diametrorum sunt ut unum ad duo *; in qua ratione etiam detectæ fuere resistentiæ, ut sequenti tabella patet, in qua + denotat excessum, & — defectum exprimit. 420.

TAB. XXXV. fig. 1, 2.

* 47. El. 1.

421.

Velocitates	*Resistentiæ* globi H.	*Resistentiæ* globi G in *exp.* 1.
1.	$\frac{3}{4}$ +	$\frac{3}{4}$ —
2.	$2\frac{3}{4}$	$1\frac{1}{2}$ —
3.	6 —	3 —
4.	$9\frac{3}{4}$ +	$4\frac{3}{4}$
5.	$15\frac{1}{4}$	$7\frac{3}{4}$
6.	21	$10\frac{1}{2}$
7.	28	14.

Resistentiæ in minori velocitate solæ sunt quæ cum propositione non congruunt; sed jam in experimento præcedenti vidimus illam corrigendam esse, quæ in illo experimento fuit detecta; resistentia verò ibi in regulari serie posita, dimidium est illius, quæ, in eadem velocitate, in hoc ultimo experimento, fuit determinata.

Resistentia ex prima causa non mutatur pro diversa cor- 422.

*403, 186. *poris figura, si modo cavitas formata in motu eadem sit* *; quare in cono & cylindro juxta axeos directionem motis, ut & in globo, si horum corporum diametri fuerint æquales, & agatur de eodem fluido, & eadem velocitate, resistentia eadem est.

423. *Resistentia* autem *ex secunda causa variat pro diversa corporis figura; nam licet fluidum quiescens quaqua versum æquali vi premat, hoc ad pressionem ex motu oriundam non debere referri* facile *patet*, quæ juxta unicam tantum directionem agit, & non tota sustinetur nisi a plano ad hanc dictionem perpendiculari.

424. Demonstramus in scholio sequenti *resistentiam cylindri se habere ad coni resistentiam, si ambo fuerint recti, & eadem velocitate, juxta axium directiones, in eodem fluido, moti, ut linea in coni superficie, à vertice ad punctum quodcunque baseos ducta, ad semidiametrum baseos.*

425. *Cylindri* autem *recti & globi resistentias esse inter se ut tria ad duo, si diametri fuerint æquales, & ille juxta axeos directionem feratur*, in eodem scholio demonstramus.

426. Unde sequitur *resistentiam globi se habere ad resistentiam coni recti, juxta axeos directionem moti, & cujus baseos diameter æqualis est diametro globi, ut duæ tertiæ partes lineæ, in superficie coni ad punctum baseos ductæ, se habent ad semidiametrum baseos.*

Observandum coni verticem in motibus hisce præcedere; si enim basis resistentiam pateretur, clarum esset hanc a resistentia cylindri ejusdem diametri non differre.

EXPERIMENTUM 3.

427. Experimentum hoc ut præcedentia instituitur, differt
TAB. XXXV. fig. 1, 3. tantum corpus in quod aqua agit. Usus sum cono in O delineato, basis diameter est semipollicis, altitudo semipollicis a vertice v ad centrum circuli qui figuram conicam terminat, infra quam figuram conicam cylindricum erat corpus, eratque partis cylindricæ altitudo circiter octavæ par-

partis pollicis. Hæc vero inferior pars corporis consideranda non est, quia in hanc aqua, juxta axeos corporis directionem mota, incurrere non potest.

Actiones aquæ in corpus tabellâ sequenti continentur.

Velocitates	*Resistentiæ*
1.	gr. $\frac{1}{2}$ —
2.	gr. $1\frac{1}{4}$ +
3.	gr. $2\frac{1}{2}$ —
4.	gr. 4.
5.	gr. 6. —
6.	gr. $8\frac{1}{2}$
7.	gr. 11.

428.

Diviso grano in centum partes, in tabella sequenti separamus resistentias ex utraque causa.

429.

Velocitates.	*Resistentiæ ex primâ causâ.*	*Resistentiæ ex 2a. causâ*	*Summæ ambarum.*	*Resistentiæ in Exp.*
1.	1 × 20 = 20.	1 × 20 = 20	40	50—
2.	2 × 20 = 40.	4 × 20 = 80	120	125+
3.	3 × 20 = 60.	9 × 20 = 180	240	250—
4.	4 × 20 = 80.	16 × 20 = 320	400	400
5.	5 × 20 = 100.	25 × 20 = 500	600	600—
6.	6 × 20 = 120.	36 × 20 = 720	840	850
7.	7 × 20 = 140.	49 × 20 = 980	1120	1100

Qui tabellam hanc examinaverit, vix quicquam magis accuratum in talibus experimentis posse sperari, facile videbit.

Conferendo hoc Experimentum cum primo *, confirmatur n. 422.5. *418.5. 429.5.

Liquet etiam quoad resistentiam ex secunda causa, hanc in hoc casu se habere ad resistentiam globi ejusdem diametri ut 26. ad 20*. *418.5. 429.5.

Ut nunc computationem ineamus de hisce resistentiis; sunt 430.

 hæ

426.s hæ inter ſe ut $\frac{2}{3}vb$ ad ſemidiametrum baſis: ſi hæc ſemidiameter dicatur 1., erit coni altitudo 2.; & valebit vb radicem
*47. El. 1. quadratam numeri 5 *; ſunt ergo reſiſtentiæ ut $\frac{2}{3}\sqrt{5}$. ad 1. Sed in ſuperiori parte, ut in vertice conus ſuſpendi poſſit, figura conica non ſervatur, quare reſiſtentia augenda eſt.

Ad latera foraminis per quod filum transmittitur, duæ exiguæ dantur ſuperficies planæ, quæ ſimul circiter valent $\frac{1}{25}$ ſuperficiei circuli cujus diameter eſt bd, quare vigeſima quinta pars reſiſtentiæ coni augenda in ratione reſiſtentiæ coni hujus ad reſiſtentiam cylindri, id eſt, in ratione 1
425.s ad $\sqrt{5}$. Sunt ergo reſiſtentiæ quæſitæ ut $\frac{25 \times 2}{3}\sqrt{5}$. ad $24+\sqrt{5}$. quæ ratio vix differt a ratione 26. ad 19. In qua computatione neglecimus conſiderationem figuræ ipſius verticis cui filum fuit alligatum.

Differt hæc reſiſtentia ex computatione a reſiſtentia in exp. vigeſima parte, quomodocunque mutetur velocitas, unde patet differentiam hanc figuræ ipſi tribuendam eſſe.

Cum autem non admodum magna ſit hæc differentia, & cum non commode ad computum potuerit revocari pars quædam figuræ, facile patet experimento hoc propoſitionem n. 426.s confirmari.

431. Experimentis cum cylindris inſtitutis non uſus ſum ad demonſtrata confirmanda; difficultas horum experimentorum in cauſa eſt; vix enim poteſt ſuſpendi cylindrus quin agitetur, dum aqua juxta hunc movetur; unde irregularis eſt ſeries reſiſtentiarum, & in majoribus velocitatibus admodum incerta.

Diverſaſque detexi reſiſtentias cylindrorum, quorum diametri erant æquales, ſed altitudines diverſæ; quod clarum eſt

eſt indicium agitationis cujuſdam, cum extra dubium ſit, reſiſtentiam cylindri juxta axeos directionem moti ab ipſius altitudine non pendere. Cum vero facile ſphæræ coni ita ſuſpendantur, ut agitatio nulla timenda ſit, hæc corpora adhibenda credidi.

Hoc tamen de experimentis cum cylindris inſtitutis addam: Inter quatuor cylindros cum quibus experimenta tentavi unum datur, cujus diameter eſt ſemipollicis, & altitudo $\frac{2}{3}$ poll., cujus reſiſtentiæ dant ſeriem regularem, quæ cum ante demonſtratis exacte ſatis congruit; ſi illam excipiamus reſiſtentiam, quæ reſpondet velocitati ſex, quæ $1\frac{1}{4}$ gr. id eſt circiter duodecima parte in exp. deficit ab illa quæ in ſerie deſideratur, quæ differentia certè notabilis eſt.

EXPERIMENTUM 4.

Hoc ut præcedentia fuit inſtitutum, ſuſpenſo cylindro K, cujus diameter erat ſemi pollicis; motus aquæ erat juxta directionem axeos cylindri. 432. TAB. XXXV. fig. 1, 4.

Velocitates	*Reſiſtentiæ*
1. - - - - -	gr. $\frac{3}{4}$.
2. - - - - -	gr. 2.
3. - - - - -	gr. 4.
4. - - - - -	gr. $7\frac{1}{2}$.
5. - - - - -	gr. 11.
6. - - - - -	gr. 14.
7. - - - - -	gr. $20\frac{1}{2}$.

Diviſo grano in centum partes ſeparantur reſiſtentiæ ex duabus cauſis.

Ve-

343. *Velocitates*	*Reſiſtentiæ ex 1ª. cauſa*	*Reſiſtentiæ ex 2ª. cauſa*	*Summæ ambarum*	*Reſiſtentiæ in exper.*
1.	1 × 20 = 20.	1 × 39 = 39.	59.	75.
2.	2 × 20 = 40.	4 × 39 = 156.	196.	200.
3.	3 × 20 = 60.	9 × 39 = 351.	411.	400.
4.	4 × 20 = 80.	16 × 39 = 624.	704.	750.
5.	5 × 20 = 100.	25 × 39 = 975.	1075.	1100.
6.	6 × 20 = 120.	36 × 39 = 1404.	1524.	1400.
7.	7 × 20 = 140.	49 × 39 = 1911.	2051.	2050.

Unde patet reſiſtentiam ex prima cauſa in hoc caſu illam eſſe, quæ obſervata fuit, in experimentis cum globo & cono inſtitutis ejuſdem diametri cum hoc cylindro, juxta demonſtrata in n. 422.ſ. Patet etiam reſiſtentiam ex ſecunda cauſa in hoc experimento ſe habere ad reſiſtentiam
433.ſ. 418.ſ. globi ut 39 ad 26., id eſt ut 3. ad 2, ut monui in n. 425.ſ.

434. *Reſiſtentia ex prima cauſa in variis fluidis differt*, hancque differentiam niſi experimentis determinari non poſſe facile etiam patet.

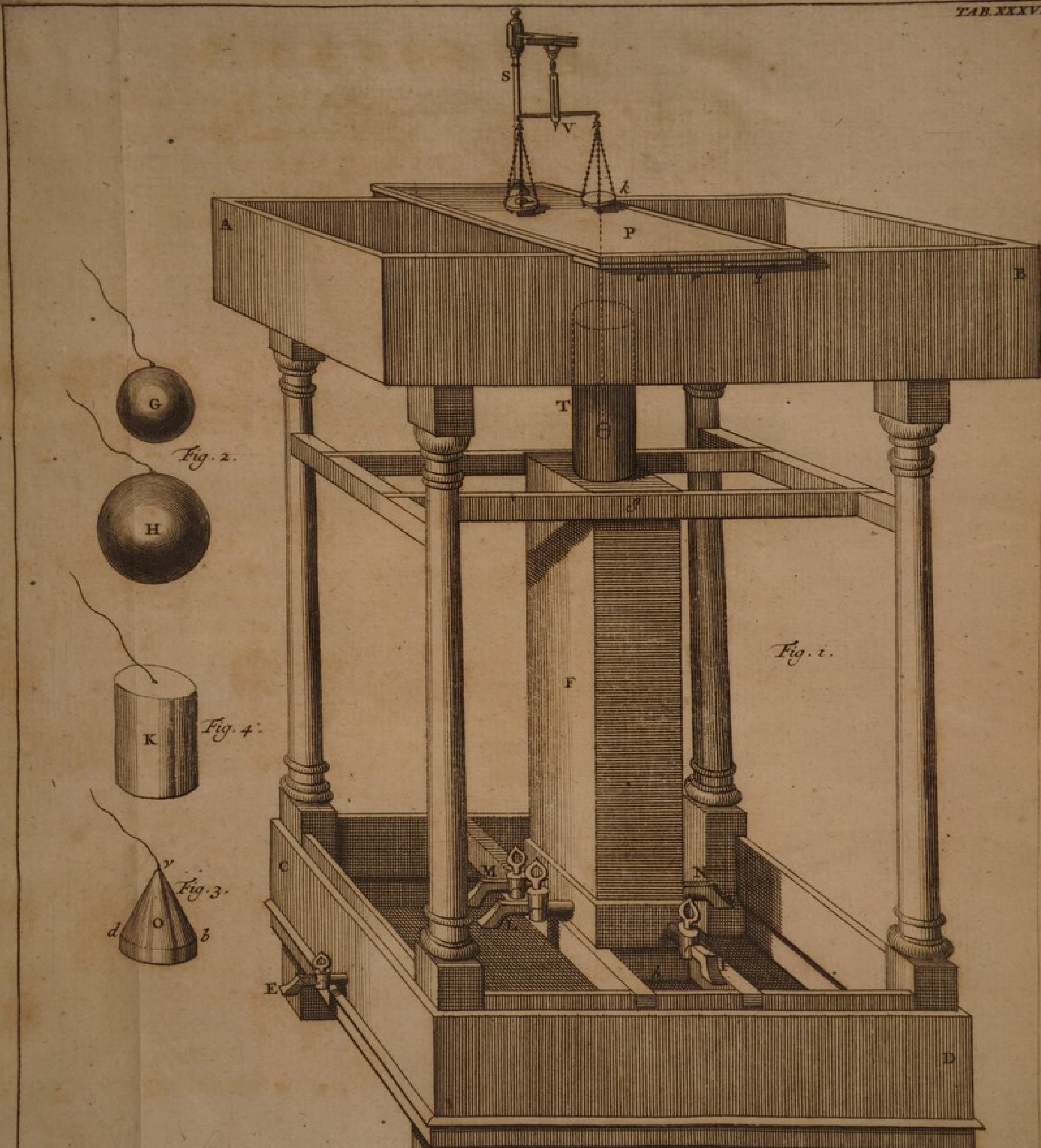
435. *In motibus velocioribus*, ſi fluida glutinoſa excipiamus, *exigua eſt reſiſtentia ex cohæſione partium, collata cum reſiſtentia ex ſecunda cauſa*; quod ex diverſis rationibus, ſecundum quas augentur, ſequitur. Centies ex. gr. auctâ velocitate in qua æquales ſunt reſiſtentiæ hæ, prima erit ad ſecundam ut unum ad centum.

436. *Reſiſtentia* autem *ex ſecundâ cauſâ in variis fluidis* ſequitur rationem particularum ex loco motarum; pendet enim a materiæ inertia, quæ materiæ quantitatis rationem
*12. ſequitur *: *eſt* ergo reſiſtentia hæc ceteris paribus *ut fluidi denſitas*.

Computatio de reſiſtentia ex ſecunda cauſâ iniri poteſt, nullo inſtituto experimento, determinando pondus quod hanc reſiſtentiam valet.

437. Sit corpus cujus ſuperficies A B reſiſtentiam patitur, dum
TAB. XXXVI. fig. 4. motus directio ad hanc ſuperficiem perpendicularis eſt; poni-

TAB. XXXV.



nimus autem, ut superius, corpus quiescere, dum fluidum movetur, quo actio fluidi in corpus non mutatur *. *407.1.

Sit superficiei A B æqualis superficies C D in fundo vasis, continentis simile fluidum ad altitudinem E F; ponamus præterea pressionem quam patitur pars C D fundi, æqualem esse actioni, quam patitur A B, seposita partium cohæsione.

Plana hæc duo æqualia, cohibent singula motum fluidi; & propter actionum suarum æqualitatem, æquales motus cohibent. Ideoque sublatis ipsis planis, fluidum in locis in quibus plana agebant eâdem velocitate fertur, id est, fluidum, quod in superficiem A B agit, movetur velocitate qua fluidum per foramen in C D exire potest, id est velocitate, quam corpus acquirit in vacuo cadendo ab altitudine E C *; seponimus enim cohæsionem partium & omnem at- *382.1. tritum. Ergo actio, quam patitur superficies A B, dum fluidum in hanc agit, valet pondus columnæ fluidi, cujus basis est C D, aut A B, & altitudo E F; hæc est enim pressio quam patitur C D *. *368.1.

Unde patet *Prismatis recti, juxta directionem ad basim* 438. *perpendicularem, in fluido moti, resistentiam valere pondus columnæ ejusdem fluidi, cujus basis æqualis est basi prismatis, & cujus altitudo illa est, à qua corpus in vacuo cadendo acquirit velocitatem, qua prisma in fluido fertur.*

Demonstratio hæc tantum locum habet ubi superficies, 439. quæ resistentiam patitur, ad motus directionem perpendicularis est *, ubi de aliis superficiebus agitur ad demonstrata *423.1. de his * attendendum est. *424.1. 425.1.

Quare si de globo agatur, resistentia valebit duas tertias partes ponderis cylindri ex fluido cujus diameter æqualis est diametro globi, & cujus altitudo illa est a qua cadendo in vacuo corpus acquirit velocitatem, cum qua in fluido movetur *. *438.1. 425.1.

Altitudo a qua corpus cadendo acquirit velocitatem, qua 440.

si in fluido feratur, resistentia ex secunda causa ponderi ipsius corporis æqualis sit, ex his facile *detegitur. Si de prismate agatur, densitas fluidi se habebit ad prismatis densi-*
*438.5. 289. *tatem, ut hujus altitudo ad altitudinem quæsitam* *.

441. *Si de globo agatur densitas fluidi se habebit ad globi densitatem*, ut altitudo cylindri ejusdem ponderis cum globo & diametrum æqualem globi diametro habentis, quæ altitudo valet duas tertias partes diametri, ad duas tertias par-
*438.5. 425.5. 289. tes altitudinis quæsitæ *, id est *ut diameter ad altitudinem quæsitam.*

442. Pondus quod resistentiam valet, ideoque ipsa *resistentia ex secunda causa, sequitur rationem baseos prismatis,*
*438.4. 131. *densitatis fluidi & quadrati velocitatis corporis* *. Quod
*419.5. 456.1. 410.5. cum ante demonstratis * congruit.

443. *Quæ de pondere resistentiam valenti dicta sunt* * etiam *cum*
*438.5. *experimentis congruunt*, ut patebit si computatio ineatur de pondere quod valet resistentiam, data velocitate quacunque ex illis quas in experimentis aqua habuit.

444. Velocitatem aquæ diximus 2. aperto epistomio cujus apertura erat circulus diametri semi pollicis, & supra quod foramen aquæ altitudo erat quinque pedum; ita ut pes cylindricus aquæ effluere potuerit in tempore 46, 66. minu-
391.5. torum secundorum. Pes cylindricus in tubo, in quo experimenta fuere instituta, si hicce continuatus foret occu-
15 El. XII. paret pedes 18 *. Ergo aqua per tubum transivit velocitate qua pedes 18, percurruntur, in tempore minutorum secundorum 46, 66. & ubi velocitas in Exp. fuit 6., hoc idem spatium 18. pedum potuit percurri in min. sec. 15, 55. Experimentis cum pendulis institutis, & computatio-
*157. ne, juxta regulam ante memoratam *, initâ, constat, corpus in uno minuto secundo cadere ab altitudine 15, 616. pedum Rhenolandicorum, quales ubique in mensuris nostris adhibemus; &, velocitate ab hac altitudine cadendo acquisita, corpus in uno minuto secundo percurrit pedes 31, 232. *; & in minutis sec. 15, 55. percurret pedes 486, 08.; ergo velo-

locitas 6. in exp. ad velocitatem acquisitam cadendo ab altitudine 15,616. pedum, ut 18. ad 486,06. Idcirco acquirit corpus velocitatem hanc exp., cadendo in vacuo ab altitudine 0,257. poll.*, quæ vix excedit quartam pollicis par- *131. tem.

Pes cubicus aquæ ponderat grana 487360 *; & pondus *374. pedis cylindrici est gran. 382772. & poll. cylindrici gran. 221½.

Resistentia cylindri cujus diameter est semi poll. & velocitas illa quæ in experimentis dicitur 6. est pondus cylindri aquei cujus diameter est semi poll. & altitudo æqualis 0,257. poll.*, valet ergo gr. 14,23. *438.

Ponendo nunc resistentiam hanc in ratione duplicata velocitatum *; & globi resistentiam duas tertias partes resi- *442. stentiæ cylindri *, tabellam sequentem formamus, in qua *425. partes, centesimâ grani parte minores, negliguntur.

445.

Velocitates.	*Resistentiæ ex* Cylindri		*secundâ causâ.* Globi	
	comp.	*Exp.**	*comp.*	*Exp.** *913. *908.
1.	39.	39.	26.	26.
2.	158.	156.	105.	104.
3.	356.	351.	237.	234.
4.	632.	624.	421.	416.
5.	988.	975.	659.	650.
6.	1423.	1404.	949.	936.
7.	1937.	1911.	1291.	1274.

Exiguam dari differentiam inter has resistentias, compu- 446. tatione detectas, & illas, quæ experimentis deteguntur, non mirum; cum pendeat collatio hæc, 1. à mensura aquæ effluentis certo tempore, 2. à mensura spatii percursi certo tempore a corpore cadente, 3. à mensura ponderis pedis cubici aquæ, & 4. tandem à mensura ipsarum resistentiarum. In singulis harum quatuor mensurarum errores exigui vitari minime poſſunt: non tamen tales ſunt ut ſcrupulus ullus circa experimenta ſupereſſe poſſit.

447. In cap. de viribus inſitis diximus, nos in hoc capite tradituros demonſtrationem ab illa diverſam, quæ in n. 168. s. datur, de virium menſura, quas in eodem corpore quadratis veloci-
* 169. s. tatum ſtatuimus proportionales *. Hac ergo caput hoc terminabo.

A nemine in dubium vocatur fluidi velocitatem, ex preſſione fluidi ſuperincumbentis oriundam, ſequi rationem ſub-
* 385. s. duplicatam altitudinis fluidi *; demonſtravimus in hoc ca-
* 438. s. pite *, reſiſtentiam ex ſecunda cauſa ſequi hujus altitudinis rationem; ideoque rationem duplicatam velocitatis; ſed etiam vidimus reſiſtentiam eandem ſequi rationem cum vi in-
* 409. s. ſita particulis ſingulis fluidi *; quare vis hæc etiam eſt ut quadratum velocitatis. Q. D. E.

SCHOLIUM,

Demonſtrationes n. 424. & 425.

448. Sint A B C D, E F G, ſectiones per axes cylindri & coni, quorum ba-
TAB. XXXVI. ſium diametri ſunt æquales; moveatur fluidum juxta directiones axium.
fig. 5. Planum A B integram fluidi actionem ſuſtinet, dum hoc juxta hanc ſuperficiem ab omni parte continuo defluit. Superficies autem F E minorem ſuſtinet preſſionem & eo minorem quo ipſius obliquitas ad motus directionem
* 425. s. major eſt *: revocaturque preſſio, in punctum quodcunque M, ad preſſionem perpendicularem ad ſuperficiem, ſi poſita I M, juxta motus directionem, ipſi F E æqualem, detur in M perpendicularis M L ad F E, & ducatur huic parallela I L. Tunc preſſio ex motu oriunda ſe habet ad preſſionem
* 101. quam ſuperficies patitur ut I M ad M L *; talemque preſſionem ſuperficies F E in omnibus punctis patitur, fluidum enim, quod in omnibus punctis tangit ſuperficiem, a continuo accedente fluido talem patitur actionem. Ita res ſeſe non haberet, ſi de motu corporum ſeparatorum ageretur; tunc enim numerus corporum in ſuperficiem E F incurrentium, æqualis eſſet numero corporum, quæ, ſublata ſuperficie E F, in ſuperficiem E H impingi poſſent.

Si preſſio per L M in duas ſolvatur ducta L N perpendiculari ad I M, deſignabit N M actionem qua corpus juxta directionem motus fluidi propellitur.

Actio nunc tota in conum ad actionem in cylindrum, ut coni ſuperficies convexa ad cylindri baſin; tales enim ſunt ſuperficies in quas preſſiones agunt; id eſt ut E F ad E H: & ut actio, quæ in ſingulis punctis in conum agit, juxta directionem motus fluidi, ad actionem, quæ in ſingulis punctis cylindrum propellit, id eſt, ut N M ad I M. Ratio ex his compoſita eſt ratio producti E F per N M ad productum E H per I M.

Quæ producta propter æquales E F, I M, ſunt ut N M ad E H, aut

M L

M L; ſunt enim æquales hæ lineæ; propter æqualia & ſimilia triangula I M L, E F H. Sunt etiam ſimilia triangula L M N, L M I *; quare M N ad M L, ut M L ad M I, aut ut E H ad E F. Ergo reſiſtentia coni ſe habet ad cylindri reſiſtentiam, poſitis ambobus rectis, habentibus baſes æquales, & velocitatibus æqualibus, juxta axium directiones, in eodem fluido, agitatis, ut ſemidiameter baſis ad rectam in coni ſuperficie a vertice ad punctum baſeos ducta, ut diximus in n. 424. *8. El. VI.

Ponamus nunc cylindrum cum ſphæra, diametros æquales habentes, eâdem velocitate, in eodem fluido, moveri, cylindrumque juxta axeos directionem transferri. 449.

Sit hic A B L M, dum ſphæra repræſentatur per D F E G; eſtque C centrum. Reſiſtentia quam patitur pars baſeos cylindri, infinitè exigua, I *i*, ſe habet ad reſiſtentiam quam patitur pars reſpondens F *f* ſuperficiei ſphæræ ductis I H, *i h*, ad axem cylindri, ideoque ad directionem motus, parallelis, ut F *f* ad F *g*, quæ ad A B parallela ducitur; quod patet hic applicando demonſtrationem datam in numero præcedenti. Triangula F *f g*, F H C, ambo rectangula, & habentia angulos æquales *f* F *g*, C F H, quorum ſingulorum defectus ab angulo recto eſt angulus *g* F C, ſunt ſimilia: ergo TAB. XXXVI. fig. 6.

F *f*, F *g* : : F C aut I H, F H.

Idcirco ſi I H repræſentat reſiſtentiam quam patitur pars ſuperficiei I *i*, F H ipſam repræſentabit quam patitur pars reſpondens F *f* ſuperficiei globi. Et cum hæc demonſtratio ad ſingula ſuperficiei hemiſphærii D F E puncta poſſit applicari; ſequitur, cylindrum A D E B, hemiſphærio circumſcriptum, ſe habere ad ipſum hemiſphærium, ut integra reſiſtentia cylindri ad integram ſphæræ reſiſtentiam; quæ ergo reſiſtentiæ ſunt ut tria ad duo, ut monui in n. 425.

Ex iiſdem hiſce principiis quæ corporum quorumcunque reſiſtentias ſpectant deducuntur. Ex. gr. facile ex his probatur, *cylindri recti, cujus altitudo diametro æqualis eſt, reſiſtentiam ex ſecunda cauſa eandem eſſe, ſi velocitas eadem fuerit, juxta quamcunque directionem feratur.* 450. 451.

De Retardatione Corporum in Fluidis motorum.

VIdimus ſuperius *corpus in fluido motum* reſiſtentiam pati *, darique preſſionem motui contrariam, qua corpus *retardari* manifeſtum eſt *. 452. *401. *158.

Cum duplex detur reſiſtentia, corpus etiam *ex duplici cauſa* à motu ſuo amittit.

Natura utriuſque *reſiſtentiæ* cum diverſa ſit, *generant* hæ *retardationes diverſas, in ipſis illis caſibus, in quibus preſſiones, quas in corpus exerunt, ſunt æquales*, ſed preſſiones non ſunt ejuſdem generis. 453.

In caſu in quo corpus quieſcit dum fluidum movetur cau- 454.

ſæ quæ, moto corpore, hoc retardant, nunc ipſi motum
communicant & *eſt* hæc *velocitas acquiſita*, *æqualis ipſi re-*
tardationi, quam patitur corpus quando, quieſcente fluido, corpus
*407. *movetur*, *ea velocitate, quam in caſu primo fluidum habuit* *.
455. *In caſu* autem hoc *in quo fluidum movetur*, *cohæſio par-*
tium immediate nunquam motum corpori poteſt communicare,
ſed tantum mediante motu aliarum particularum, ut ex-
*411. plicavimus *; quod non itidem ad ſecundam cauſam reſi-
ſtentiæ applicari poteſt, quæ immediate corpori motum com-
456. municat: quare *ex principiis omnino diverſis*, *quæ retarda-*
tiones ex hiſce *diverſis reſiſtentiis oriundas ſpectant*, *dedu-*
cenda ſunt.

457. Quando corpus quieſcit, & fluidum movetur, particulæ
quæ ad latera defluunt cohæſionem ſuperant, & hæ ex vi ſua
amittunt, quæ actio conſideranda foret ad determinandam
velocitatem ex hac corpori communicatam, & difficilior eſt
hujus celeritatis determinatio, quam tamen in ſcholio hujus
cap. ultimo explicabo. In quo etiam ſcrupulos quoſ-
dam tollam.

Præſtabit hic retardationem determinare quam patitur
corpus in caſu, in quo hoc movetur, & fluidum quieſcit.
458. Vidimus reſiſtentiam ex prima cauſa ejuſdem eſſe naturæ
cum reſiſtentia corporum mollium, dum in his cavitas for-
*403. matur *.

Vidimus etiam cavitatem hanc proportionem ſequi ipſi-
*186. us vis amiſſæ in hac formanda *; cavitas autem quam cor-
459. pus in fluido format, dum per hoc movetur, *ſpatio per-*
curſo proportionalis eſt: ergo & huic ſpatio *vis*, *ex* hac *re-*
ſiſtentia ex primâ cauſâ amiſſa, *proportionalis eſt*.

Corpus quod in vacuo verticaliter in altum projicitur, in
adſcenſu ſuo amittit continuo vim proportionalem ſpatio
*170, 371. percurſo *; ſequitur igitur retardatio in hoc adſcenſu ean-
460. dem rationem quam ſequitur *retardatio* corporis *oriunda ex*
reſiſtentia de qua agimus; ſed retardatio corporis adſcen-
*135. dentis *eſt æquabilis* *; ergo & talis eſt retardatio quam
examinamus.

Quam-

Quamdiu ergo *idem corpus*, *eodem modo*, *per idem flui-* 461.
dum movetur, *quacunque velocitate feratur*, *sepositâ resi-*
stentiâ ex secundâ causâ, *æqualibus temporibus*, *æquales*
gradus velocitatis amittit; & percurrendo spatium deter-
minatum *, quod quadrato velocitatis initio proportionale *459.
erit *, in tempore ipsi velocitati huic proportionale *, in- *460. 135. 138.
tegrum amittet motum. *460. 135. 136. 131.

Hinc videmus *corpora in fluido mota tandem quiescere*, 462.
quod communi admissâ opinione, de viribus ipsis velocitati-
bus proportionalibus, difficulter admodum explicari poterit,
si queat; nam nisi tempore infinito tota velocitas consumi
posset.

Retardatio ex secunda causa determinatur, ponendo cor-
pus quiescens, & fluidum in hoc incurrens; quia facilius de-
terminatur velocitas, quæ corpori quiescenti a fluido com-
municatur, quàm retardatio quam corpus patitur; præstabit
ergo velocitatem hanc considerare, quæ ab ipsa retardatione,
corporis agitati per fluidum quiescens, non differt *. *407.

Pressio, quam in corpus quiescens exerit fluidum, im- 463.
mediate corpus potest transferre, sequitur igitur velocitatem
infinite exiguam, momento infinite exiguo constanti, com-
municari, proportionalem ipsi spatio, per quod corpus hoc
quiescens actione fluidi immediate transfertur, quod spa-
tium ipsi pressioni proportionale est *, quæ ipsa rationem *39.
sequitur quadrati velocitatis*. *410.

Diminutiones idcirco *velocitatis*, *quas corpus in fluido mo-* 464.
tum, *momentis infinite exiguis*, *æqualibus*, *ex resistentiâ*
ex secundâ causâ, *patitur*, *sunt ut quadrata velocitatum*
ipsius corporis.

Ex qua demonstratione sequitur *nunquam corpus ex solâ* 465.
resistentiâ ex secundâ causâ integram posse amittere veloci-
tatem.

Patet etiam in omni casu *retardationem*, *ex hac resisten-* 466.
tia, *eandem cum ipsa rationem sequi*, *quamdiu corpus mo-*
tum eandem materiæ quantitatem continet, ubi autem hæc
est diversa, *retardatio est cæteris paribus*, *inversè* ut hæc 467.

ma-

*44.1. *materiæ quantitas* *. Ex quibus facile videmus, quomodo poſitis demonſtratis in capite præcedenti retardationes pro variis corporibus, & variis fluidis, inter ſe conferri poſſint.

468. *Si de ſphæris, cylindris, aut conis ſimilibus*, Ex. gr. *agatur, poſitis cylindris, & conis, juxta axium directiones motis, erunt retardationes ex ſecunda cauſa directè* ut qua-
*466.1. 419.1. drata diametrorum *, *ut quadrata velocitatum* *, *ut denſi-*
*464.1.
*466.1. 436.1. *tates fluidorum* *; & *inverſe ut denſitates corporum* *, & cu-
*467.1. bi diametrorum *; ſed ratio directa quadratorum, & inver-
*467.1.
ſa cuborum diametrorum, ad inverſam ipſarum diametrorum reducitur: Idcirco, junctis rationibus ultimâ & primâ, ſunt retardationes inverſe *ut diametri.*

469. Numeri in harum rationum ratione compoſita deteguntur, multiplicando pro ſingulis corporibus fluidi denſitatem per quadratum velocitatis corporis, & dividendo productum hoc per diametrum ductam in denſitatem corporis, diviſionumque quotientes exprimunt retardationum relationes.

470. Hæ etiam deteguntur ſi pro ſingulis corporibus pondus,
*438.1. quod valet reſiſtentiam *, dividatur per corporis pondus;
*466.1. 467.1. 479. quotientes enim ſunt ut retardationes *.

Dum corpus in fluido retardatur, ſingulis momentis, cum mutata velocitate, mutatur retardatio, unde varia circa motum corporis, in fluido continuatum, deducuntur; quorum quædam in ſcholiis, huic capiti ſubjunctis, demonſtramus; horum pauca hîc indicabo.

471. *Sepoſitâ*, ut in ultimis propoſitionibus, *reſiſtentiâ ex partium cohæſione, moveatur corpus per fluidum, percurret hoc ſpatia æqualia, temporibus inæqualibus, quæ erunt in progreſſione geometrica; in qua eadem progreſſione, ſed inverſâ, ſunt velocitates in initiis horum momentorum.*

472. *Si globus aut cylindrus rectus, juxta axeos directionem moveantur per fluidum, cylindri longitudo, & globi diameter, ſe habebunt ad ſpatia, quibus percurrendo corpora hæc re-*

*reſpectivè dimidium velocitatis amittunt, in ratione compo-
ſita denſitatis fluidi ad denſitatem corporis, & numeri* 10000.
ad 13863.

Corporis autem, *quod in fluido movetur, retardatio* ab 473.
utraque cauſa reſiſtentiæ pendet, & *eſt pro parte æquabi-
lis*, pro parte ut quadratum velocitatis*.* *460.
*464.

Quod etiam ad corpora adſcendentia & deſcendentia ap-
plicari poteſt.

Corpus fluido ſpecificè gravius, quod adſcendit, aut fluido 474.
*ſpecificè levius quod deſcendit, præter retardationem ex in-
ertia fluidi oriundam*, aliam æquabilem patitur,* non modo ex *464.
cohæſione *, ſed eſt præterea, in primo caſu, ex gravitate *460.
reſpectiva *, in ſecundo, ex vi qua in fluido ſurſum pelli- *72.
tur *. *293.

E contra *Si corpus, ſpecifice fluido quo immergitur gra-* 475.
vius, deſcendat, aut fluido levius adſcendat, continuo *ac-
celeratur* vi quæ valet differentiam gravitatum ſpecificarum
corporis & fluidi *, quæ acceleratio, à gravitate oriunda, *297.
æquabilis eſt *, minuitur hæc retardatione a cohæſione o- *72.
riundâ, *ſed* æquabiliter *, & eſt adhucdum æquabilis ac- *461.
celeratio. Cum autem retardatio ex ſecundâ cauſâ cum
velocitate creſcat, *minuitur continuò acceleratio*; & *cor-* 476.
*pus magis ac magis accedit ad velocitatem quandam maxi-
mam determinatam, ad quam tamen nunquam pertingere po-
teſt.*

Illa verò *eſt velocitas maxima in qua retardatio accele-* 477.
rationi æqualis eſt; ſi enim ad hanc pertingeret corpus,
æquabiliter motum continuaret, preſſionibus oppoſitis ſeſe
mutuo deſtruentibus.

Corpus cylindricum hanc acquirit velocitatem maximam 478.
*in vacuo cadendo ab altitudine quæ ſe habet ad cylindri lon-
gitudinem, ſi hic juxta axeos directionem in fluido deſcendat,*
aut ſi de globo agatur, ad hujus diametrum, *ut differentia
denſitatis corporis in fluido moti cum fluidi denſitate ad hanc
fluidi denſitatem*, ſi* nempe *ſeponamus retardationem ex par-* *438.

tium cohæsione oriundam, qua autem posita minor erit altitudo a qua in vacuo cadendo corpus acquirit velocitatem de qua agimus maximam.

Relictis nunc motibus, in lineis rectis pauca etiam addam de motu pendulorum.

479. TAB. XXXVI. fig. 7. * Sit A B D arcus cycloidis in quo pendulum vibratur; B punctum infimum. Acceleratio ex gravitate in puncto quocunque *156. ut E est ut E B *; sed hæc a cohæsione minuitur æquabili- *461. ter *, sit hæc diminutio ut B F, acceleratio erit nunc ut E F, & in A erit ut A F. Adscensu corporis, retardatio in G a gravitate oriunda, erit ut G B, a cohæsione erit ut B F & ex his causis conjunctis est ut G F; & in tota vibratione sepositâ aliâ resistentiâ, corpus respectu puncti F movetur ut in vacuo agitatur respectu B.

Vocabimus ideo descensum motum penduli usque ad F, & adscensum motum ultra punctum hoc; agam enim de pendulis a parte A descendentibus.

480. Ut autem demonstremus quæ obtinent, quando pendulum etiam resistentiâ ex secunda causa retardatur, fingam resistentiam quæ retardationem generat in ratione velocitatis, quasdamque, hac positâ, propositiones demonstrabo, quibus expositis facilius patebunt quæ locum habent quando retardatio est ut quadratum velocitatis.

481. *Positâ* nunc *retardatione in ratione ipsius velocitatis, & pendula duo, omnino similia, in cycloide oscillata, inæquales peragant vibrationes, eodemque momento cadere incipiant*; moveri inchoant velocitatibus quæ sunt ut arcus descensu *156. describendi *; si hæ impressiones primi momenti solæ considerantur, post tempus quodcunque celeritates erunt in eadem ratione ac in principio; nam retardationes, quæ sunt ut ipsæ velocitates, harum proportionem immutare nequeunt; ratio enim inter quantitates non mutatur, additione, aut subtractione, quantitatum in eadem ratione. Temporibus igitur æqualibus, utcunque inter movendum ex resistentia mutetur corporis celeritas, spatia percurruntur

quæ

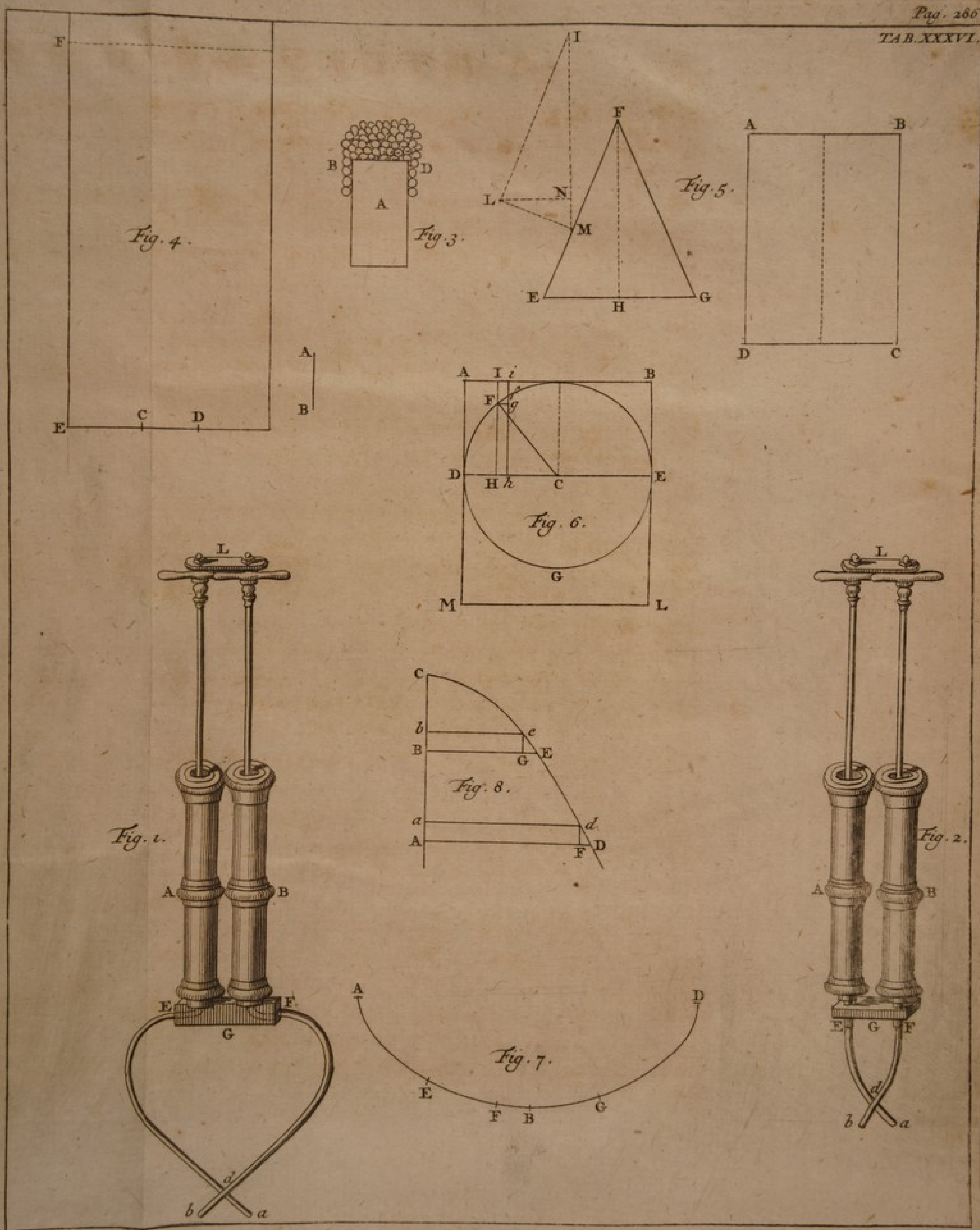


Fig. 4.
Fig. 3.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 8.
Fig. 7.
Fig. 1.
Fig. 2.

quæ ſunt ut velocitates in principio *, id eſt, ut arcus de- *155.
ſcenſu deſcribendi; idcirco poſt tempus quodcunque corpora ſunt in horum arcuum punctis reſpondentibus. In hiſce autem punctis accelerationes ſunt in eadem ratione quàm in principio *; & ratio inter celeritates, quæ ex *156.
reſiſtentia non variatur, ex acceleratione etiam nullam mutationem patitur. In adſcenſu motus corporum retardatur, ſed in punctis reſpondentibus retardationes ſunt in eadem ratione in qua ſunt in deſcenſu accelerationes. Ubique ergo in punctis reſpondentibus celeritates ſunt in eadem ratione. Cum autem iiſdem momentis corpora ſint in hiſce punctis reſpondentibus, ſequitur motum amborum eodem momento deſtrui, id eſt, *iiſdem temporibus vibrationes abſolvi.* Spatia in integris vibrationibus percurſa, cum æqualibus temporibus percurrantur, & cum in ſingulis momentis velocitates ſint inter ſe eadem ratione, ſunt quoque in hac ratione; id eſt, *arcus integrarum vibrationum ſunt ut arcus* 482.
deſcenſu deſcripti, quorum dupla ſunt arcus in vacuo deſcribendi. Ergo *Defectus arcuum in fluido deſcriptorum* 483.
ab arcubus in vacuo deſcribendorum ſunt differentiæ quantitatum in eadem ratione, & *ſunt ut arcus deſcenſu deſcripti.*

Creſcat nunc *retardatio in ratione duplicata velocitatis*, 484.
& vibrationes inæquales peragat corpus pendulum; *majores erunt magis diuturnæ*, propter reſiſtentiam magis creſcentem quàm in caſu n.481.s.

Celeritates tamen, *poſitis arcubus non admodum inæqua-* 485.
libus, in arcuum deſcriptorum punctis reſpondentibus, ſunt ubique quam proximè in eadem ratione, & quidem *ratione arcuum deſcenſu deſcriptorum.* Si retardatio eſſet in ratione celeritatis, hæc proportio obtineret, nunc vero turbatur propter majorem reſiſtentiam in majori vibratione, qua motus in hac magis minuitur. Sed duplici ex cauſa magis acceleratur. 1. Vibratio hæc major diutius durat *, cor- *484.
puſque diutius hæret in certo ſpatio quàm in ſpatio reſpon-

 den-

denti in vibratione minori, & per longius tempus acceleratur. 2. Defectus arcus descripti, ab arcu in vacuo describendo, major est, servata proportione, in vibratione majori; quia in hac retardatio magis differt a retardatione in minori vibratione, quam in n.483.*s*. Puncta ergo respondentia, servata proportione, magis a puncto F in arcu majori quam in minori distant, quamdiu in hoc corpus descendit; major ideo, servata proportione, in illo datur acceleratio, quia acceleratio est ut corporis distantia a puncto F. Datur ergo compensatio, & memorata proportio instauratur. In adscensu corporis, duratio retardationis concurrit cum ipsa retardatione ad hanc turbandam proportionem, sed nunc minus in majori arcu puncta respondentia, servata proportione, a puncto F distant, quàm in minori, & ex gravitate minor, servata proportione, retardatio datur; & ita jam, servatâ proportione, crevit differentia distantiæ punctorum respondentium a puncto infimo, ut ex hoc solo facile compensatio detur,

Retardationes quæ sunt ut quadrata celeritatum, sunt igitur ubique in punctis respondentibus, ut quadrata arcuum descensu descriptorum; cùm harum singulæ in punctis respondentibus eandem servent rationem, in ea etiam erunt ratione summæ omnium, id est, retardationes integræ,
486. quæ sunt *differentiæ inter arcus descensu & adscensu proximo descriptos*. Hæ ergo differentiæ, *si vibrationes non fuerint admodum inæquales, sunt quam proxime ut quadrata arcuum descensu descriptorum.* Hoc etiam cum Experimentis satis exacte congruit.

vide Machinæ descriptionem pag. 124. *n.* 346.

Experimentum.

487. Regulæ E G, E G, ita disponantur, ut extremitates G, G pendulo respondeant quando hoc quiescit, & ut inter illas extremitates distantia detur æqualis diametro fili ænei cui corpora P, *p*, cohærent. Dimittatur pendulum successivè a variis altitudinibus quæ in singulis occasionibus indi-

ce

ce notantur, deteguntur altitudines ad quas pendulum adſcendit, ſi variis vicibus ab eadem altitudine dimittatur, & index alter mutetur, donec ad hunc pendulum in adſcenſu appellat, ſed remoto indice ad ipſum non pertingat.

Differentiæ arcuum, adſcenſu & deſcenſu deſcriptorum, erunt proxime inter ſe, ut quadrata arcuum deſcenſu deſcriptorum, ſi ad hoc attendamus æqualiter vibrationes ſingulas eſſe minuendas, propter reſiſtentiam ex partium cohæſione.

Notandum autem pendulum non eſſe dimittendum niſi quieſcente aquæ ſuperficie.

SCHOLIUM 1.

De Logarithmica.

Quæ in ſcholiis ſequentibus de retardationibus corporum, in fluidis motorum, demonſtrantur, lineæ logarithmicæ proprietates pro fundamento habent. Formationem ideò hujus curvæ, proprietatesque quibus in ſequentibus indigemus, in hoc ſcholio exponam.

Sit A C recta, & in hac partes infinite exiguæ A D, D F, F H, &c. æ- 488.
quales inter ſe. Sint præterea ad A B, perpendiculares A C, D E, F G, TA. XXXVII., fig. 1.
H I, &c. infinite parum differentes, & quæ ſint progreſſione continua geometrica. Si nunc curva tranſeat per extremitates C, E, G, I, &c. erit hæc logarithmica, cujus Aſymtotos erit A B, ad quam continuo curva accedit, & ad quam nunquam pertingere poteſt.

Eadem datur ratio inter ordinatas duas quaſcunque, ſi inter ipſas eadem detur 489.
diſtantia. A C ſe habet H I, ut L M ad R S, ſi diſtantia A H diſtantiæ L R fuerit æqualis. Ratio enim quæ datur inter A C & H I, componitur ex rationibus A C ad D E, D E ad F G, & F G ad H I; ratio L M ad R S, componitur ex rationibus L M ad N O, N O ad P Q, & P Q ad R S: rationes componentes ſingulæ ſunt æquales inter ſe *, numeruſque rationum *488.
componentium in utroque caſu idem eſt, propter æquales diſtantias A H, L R; ergo & æquales ſunt rationes compoſitæ. Q. D. E.

DEFINITIO 1.

Logarithmus ordinatæ cujuſcunque dicitur abſciſſa ipſi reſpondens, ubicunque ini- 490.
tium abſciſſarum ponatur.

DEFINITIO 2.

Diſtantia inter duas ordinatas vocatur logarithmus rationis quæ inter ipſas da- 491.
tur. Eſtque differentia logarithmorum ipſarum ordinatarum.

Poſitis iterum A H & L R æqualibus habemus

A C, H I :: L M, R S*; & dividendo *489.

A C − H I = T C, A C :: L M − R S = V M, L M. Quare eſt

TC, VM::AC, LM.

492. Id est *ordinatæ sunt inter se, ut harum singularum differentiæ cum aliis ordinatis æqualiter ab his distantibus.*

TA. XXXVII., fig. 2. In puncto quocunque C logarithmicæ CM, ductâ tangente CT, quæ asymtoton secat in T, habetur *subtangens* AT; & *est* hæc *constans in omnibus*
493. *curvæ punctis*, ductâque in M tangente MV, erunt æquales AT, LV. Ut hoc pateat sint AD, LN infinitæ exiguæ & æquales, ductisque ordinatis DE, NO, sint E c, O m, ipsi AB parallelæ. Triangula C c E, CAT, sunt similia, ut & M m O & MLV; ergo

$$Cc, cE::CA, AT, \&$$
$$Mm, mO::ML, LV.$$

Sunt autem proportionalia antecedentia, in hisce proportionibus
*492. Cc, Mm::CA, ML *; ergo & consequentia cE, mO::AT, LV: sed sunt æquales cE, mO; idcirco & AT, LV.

494. Si servatis ordinatis AC, DE, FG, HI &c. servataque æqualitate di-
TA. XXXVII., fig. 1. stantiarum AD, DF, FH, &c. distantiæ hæ augeantur, aut minuantur, manifestum est logarithmicam mutari, subtangentemque etiam mutari in eadem ratione in qua distantiæ hæ mutantur; nam in triangulo CcE, servato
TA. XXXVII., fig. 2. latere Cc, si mutetur cE, in triangulo simili CAT, cujus latus CA servatur, in eadem ratione cum cE mutabitur AT.

TA. XXXVII., fig. 1. Etiam in eadem ratione in qua singulæ distantiæ minores mutantur, mutantur summæ distantiarum quarumcunque: id est ut mutatur AD, sic &
485. mutatur AH, log. rationis AC ad HI; unde sequitur, *in diversis logarithmicis subtangentes esse inter se, ut sunt logarithmi earundem rationum.*

496. In Tabulis logarithmorum quas editas habemus, logarithmus rationis unius ad decem est ipsa unitas, & logarithmi rationum intermediarum per fractiones decimales exprimuntur, estque subtangens logarithmicæ tabularum 0,43429.44819.

SCHOLIUM 2.

De Retardatione in genere.

497. R*Etardatio*, & *acceleratio, mensuratur, positis momentis infinitè exiguis æquabibus*; retardatio quæ a prima causa pendet æquabilis dicitur, quia di-
*461. minutiones velocitatis æqualibus temporibus sunt æquales *. Retardatio ex secunda causa dicitur ut quadratum velocitatis, quia diminutiones, in mo-
*464. mentis infinitè exiguis æqualibus, sunt ut hæc quadrata. *

998. *In singulis* autem *momentis infinitè exiguis retardationes, & accelerationes, sunt æquabiles*; nam in tali momento mutatio in actione respectiva pro nulla haberi potest; &, durante integro momento eodem modo variat motus relativus
499. fluidi & corporis: ergo si momenta differant erunt *retardationes, & accelerationes* ut ipsa momenta; id est *sunt* hæ *in momentis infinitè exiguis inæqualibus, in*
*497. *ratione composita rationis retardationum, & accelerationum, positis momentis æ-*
*498. *qualibus* *, & *rationis ipsorum momentorum inæqualium* *.

Quando spatiola infinite exigua sunt æqualia, momenta quibus singula
500. spatiola percurruntur sunt inversè ut velocitates *, ergo *retardationes, & acce-*
le-

lerationes, quas corpus patitur, percurrendo singula talia *spatiola æqualia, sunt di-
rectè ut retardationes, positis momentis æqualibus, & inversè ut velocita-
tes* *. *499.1

Ideo *in retardatione ex prima causa, si spatiola infinitè exigua fuerint æqualia,* 501.
sunt velocitatis diminutiones inversè ut velocitates *. *461.1

In retardatione ex secunda causa, sunt velocitatis diminutiones, in spatiolis æqua- 502.
libus, directè ut quadrata velocitatum, & inversè ut ipsæ velocitates *, id est *464.1.499.2
directe ut velocitates.

SCHOLIUM 3.

De Retardatione ex prima Causa.

SIt A C spatium, in quo corpus totam amittit velocitatem, quando ex pri- 503.
ma causa sola retardatur, dum velocitas in initio repræsentatur lineâ TAB. XXXVI.
A D. fig. 8.

Dum spatium hoc A C a corpore percurritur, patitur hoc easdem muta-
tiones, quibus subjicitur corpus adscendens, quod sola retardaretur gravitate,
& quod ad altitudinem A C adscendendo totam amitteret velocitatem *. *135.461.1
Quadratum igitur velocitatis in A, se habet ad quadratum velocitatis in alio *137. 131.
puncto quocunque B, ut A C ad B C *. Si ergo fuerit A D ad B E, in ra- † la Hire
tione subduplicata A C ad B C, repræsentabit B E velocitatem in B. Datur sect. con.
autem ratio hæc inter ordinatas parabolæ quæ transit per C & D, posita lib. 3.
C extremitate diametri A C †. prop. 2.

Idcirco *si parabolæ diameter repræsentat spatium percursum, ordinatæ ad dia-* 504.
*metrum velocitates, in punctis quibuscunque, designabunt, si corpus ex sola prima
causa retardetur, aut aliam quamcunque retardationem æquabilem patiatur.*

Si spatiola A *a* & B *b*, infinitè exigua, fuerint æqualia, diminutiones velo-
citatum D F, G E, erunt inversè ut ipsæ velocitates A D, B E *; Si A *a* aut *501.1
B *b* mutetur, mutatur in eadem ratione D F aut G E; ergo *in Parabola,* 505.
*differentiæ infinitè exiguæ ordinatarum vicinarum sunt directe ut differentiæ ab-
scissarum respondentium, & inversè ut ipsæ ordinatæ.* Quod etiam ex sola con-
sideratione parabolæ deduci potuisset.

Si duo dentur corpora, æqualibus velocitatibus mota, quæ diversas patiuntur re- 506.
*tardationes ex prima causa, aut in genere retardationes diversas æquabiles, sunt
spatia, quibus percurrendo integræ velocitates tolluntur, inversè ut retardationes
in momentis æqualibus,* ut hoc facile deducitur ex demonstratis de adscensu
super planis inclinatis. Nam velocitatibus æqualibus corpora ad eandem ad-
scendunt altitudinem super planis diversis *, id est spatia, quibus percurren-
do integras amittunt velocitates, sunt ut planorum longitudines, positis alti- *152.
tudinibus æqualibus: sed in hoc casu sunt pressiones, quibus corpora super his
planis descendere conantur, quæ sunt ut velocitates eodem tempore com-
municatæ, aut sublatæ, in ratione inversâ longitudinum *. Q. D. E.

*142.

SCHOLIUM 4.

De Retardatione ex secunda Causâ.

507. SI A B, *logarithmicæ asymtotos, spatium a corpore in fluido percursum repræsentat, poterunt velocitates in singulis punctis ordinatis repræsentari*; sunt enim velocitatum decrementa, in spatiis infinite exiguis æqualibus, A D, D F, F H, &c. ut ipsæ velocitates *, & decrementa ordinatarum A C, D E, F G, &c. ut ipsæ ordinatæ*.

TA. XXXVII. fig. 1. *501. s. *491. s.

508. Unde sequitur si spatia fuerint æqualia, ut A L, L X, X B, velocitates in punctis A, L, X, B, quæ designantur ordinatis A C, L M, X Z, B K, esse in progressione geometrica *; ut notavimus in n. 471. s.

*489. s.

509. Sit A T logarithmicæ asymtos; B Y logarithmica; B M ejusdem continuatio in situ contrario posita.

TA. XXXVII. fig. 3.

Si nunc sumamus ordinatam quamcunque ut T Y M; Logarithmus rationis T M ad A B est A T*, qui etiam est logarithmus rationis A B ad T Y; sunt ergo in continua proportione T M, A B, T Y *: & quadratum A B valet T M ⋈ T Y: suntque æqualia eidem quadrato A B, ideoque inter se, rectangula omnia ut T M ⋈ T Y, S X ⋈ S L; P E ⋈ P G, &c.

*491. s. *489. s.

510. Idcirco crescunt ordinatæ, quæ curvâ B M terminantur, ut minuuntur respondentes, quæ curva B Y terminantur, suntque primæ inverse ut secundæ.

511. Spatiola infinite exigua velocitate æquabili singula percurruntur; sunt ergo momenta quibus talia spatiola æqualia A C, C P, P Q, &c. percurruntur inverse ut velocitates quibus percurruntur, id est inverse ut A B, C D, P E, &c *; aut directe ut A B, C F, P G &c *; quæ sunt ut differentiæ, B b, F f. G g &c*.

*507. s. *510. s. *492. s.

Totum igitur tempus quo linea ut A Q percurritur, omnibus hisce differentiis conjunctim repræsentatur, id est, lineâ N H; eodem modo O M repræsentat tempus quo Q T percurritur: si vero spatia A Q, Q T, fuerint æqualia, erit N H ad O M, ut Q H ad T M *, id est inverse ut Q K ad T Y *, aut A B ad Q K *.

*492. s. *510. s. *489. s.

512. Tempora ergo, quibus spatia æqualia successivè percurruntur, sunt inversè ut velocitates in fine, aut inversè ut velocitates in initiis spatiorum; ut monuimus in n. 471 s.

513. Ponamus iterum corpus quod in linea A B movetur, & ex secunda causa sola retardatur, sit A C velocitas in A, & C M logarithmica, quæ in aliis punctis velocitates determinat *; ut hac curvâ, & tabulis utamur in computationibus necesse est, ut determinemus magnitudinem subtangentis logarithmicæ, quæ usu venire potest in casu quocunque proposito, aut quod idem est, debemus determinare, in figura data quacunque, quodnam spatium subtangente repræsentatur.

TA. XXXVII. fig. 2. *507. s.

Ponamus A C esse velocitatem, qua si corpus in fluido feratur, resistentia ex secunda causa ipsi ponderi corporis æqualis sit.

514. Ergo Corporis pondus, id est, *pressio ex gravitate, quæ* corpus adscendens retardat, *æqualis est pressioni* quam corpus de quo agimus *ex resistentia ex secunda causa* patitur. Pressiones hæ ambæ immediate corpus transferunt, quando in hoc

hoc agunt: ergo *æqualiter eundem motum ejusdem corporis* mutare possunt; estque retardatio, quam corpus in fluido patitur in primo momento, æqualis velocitati, quam in momento æquali corpus adscendens, & quod gravitas *retardat*, amittit.

Sit nunc C c retardatio, quam corpus patitur percurrendo A D, erit C c velocitas quam corpus amittit, adscendendo ad altitudinem A D, quando gravitate retardatur. Concipiamus nunc parabolam, descriptam cujus axis sit A B, & quæ per puncta C & E transeat, id est eandem habeat tangentem A T cum logarithmica, quæ per C & E transit, & cujus Asymtos est A B.

Ordinatæ logarithmicæ hujus designabunt velocitates corporis in fluido moti, cujus velocitas in A est A C*: & A X axis parabolæ, cujus vertex est X, *507.s
demonstrabit altitudinem ad quam corpus velocitate A C in altum projectum, & sola gravitate retardatum, potest adscendere*; igitur X A, *dimi- *504.s
dium subtangentis* A T*, *designat altitudinem a qua corpus in vacuo cadendo ac- 515.
quirit velocitatem, qua si corpus per fluidum moveatur, resistentiam patitur pon- *la Hire sect. con. lib. 2. prop. 20.
deri ipsius corporis æqualem*, quæ altitudo datur*.

Hisce positis sequentia sponte sequuntur.

*Ut altitudo, à qua corpus in vacuo cadendo acquirit velocitatem, quæ dat resi- *440.s
stentiam ponderi corporis æqualem, ad spatium à corpore in fluido percursum, ita* 516.
dimidium subtangentis tabularum, 0,21714.72409.*, *ad logarithmum rationis inter* *496.s
velocitates in initio & in fine spatii *. *507.s

Numeri quicunque in tabulis, quorum logarihtmorum differentia est lo- 517.
garithmus rationis detectus, sunt inter se ut hæ velocitates *. * 491.s. 489.s.

Eâdem hac regulâ, data ratione inter velocitates in initio & fine spatii per- 518.
cursi, detegitur spatium hoc.

Logarihtmus rationis 2. ad 1. habetur, subtrahendo ex log. numeri duo 519.
0,30102.99957. log. 0. unitatis; ergo ut 0,21714.72409. ad 0,30102.99957., id est, ut 10000000000. ad 13862945972., ita altitudo, a qua in vacuo cadendo corpus acquirit velocitatem, quæ dat resistentiam ponderi æqualem, ad spati-
um in quo corpus dimidium velocitatis amittit *. Congruit hoc cum indi- *516.s
catis in n. 472.s.

Si in puncto quocunque *retardatio ex secunda causa fiat æquabilis, spatium* 520.
in quo tota destruitur velocitas dimidiata subtangente repræsentatur, ut sequitur ex demonstratione n. 514.s. quæ & hîc applicari potest; cum autem sub-
tangens constans sit*, sequitur etiam in fluido homogeneo, quale in his ubi- *493.s
que ponimus, spatium illud non mutari, quomodocunque varietur velocitas, & *æquari altitudini a qua in vacuo cadendo corpus acquirit velocitatem, qua
positâ, resistentia ponderi æqualis est* *. *515.s

SCHOLIUM 5.

De ambabus Retardationibus conjunctim.

Sit A M linea, quam corpus in fluido percurrit; sit hæc Asymtos loga- 521.
rithmicæ I S P; cujus A I est ordinata; sit præterea G F B parabola cu- TA. XXXVII. fig. 4.
jus axis est I B; vertex B; ordinata G I, parallela A M; Parameter B I: Si
A B fuerit ad B I, ut retardatio ex prima causa ad retardationem ex secun-

 da-

da in puncto A, poterit velocitas in puncto quocunque, ut C, determinari. Nam si in hoc puncto detur C D, ad A M perpendicularis, ordinata logarithmicæ, & per D ducta fit D F ad I G & A M parallela, erunt G I & F E, ut velocitates in punctis A & C.

522. Ut hoc demonstremus ponimus A *a* & C *c* infinite exiguas, & æquales; velocitates in punctis *a* & *c*, si ut in puncto C determinentur, erunt K H & *e f*; decrementa ergo velocitatum, dum spatia æqualia A *a*, C *c* percurruntur, sunt G *g* & F L; demonstrandum si G *g* resolvatur in duas partes, quæ sint ut A B ad B I, F L posse resolvi in duas ita, ut partes primæ utriusque
* 501. 1. decrementi sint inverse ut G I ad F E *, & secundæ directe in eadem ra-
† la Hire sect. con. lib. 3. prop. 1. tione G I, aut B I (quia hæc est parabolæ parameter †), ad F E *: id est debemus probare G *g* se habere ad F L, ut $\frac{AB}{GI}+\frac{BI}{GI}$ ad $\frac{AB}{FE}+\frac{FE}{GI}$.
* 501. 1.

* 505. 1. Hæc autem est demonstratio; $Gg, FL :: \frac{IK}{GI}, \frac{Ee}{FE}$ * $:: \frac{AI}{GI} = \frac{AB}{GI} + \frac{BI}{GI}$,

* 492. 1. $\frac{AE}{FE} = \frac{AB}{FE} + \frac{BE}{FE}$ *.

* la Hire sect. con. lib. 3. prop. 1. Sed $\frac{BE}{FE} = \frac{BE \times FE}{FE \times FE} = \frac{BE \times FE}{BE \times BI}$ * $= \frac{FE}{BI} = \frac{FE}{GI}$ propter æquales B I, G I: Ergo $Gg, FL :: \frac{AB}{GI} + \frac{BI}{GI}, \frac{AB}{FE} + \frac{FE}{GI}$. Quod demonstrandum erat.

Spatium in quo corpus totam amittit velocitatem est B P, aut A Q; in
* 521. 1. puncto enim Q velocitas nulla est *.

523. Ut nunc hæc figura computationi inserviat, spatium, datâ lineâ repræsentatum, determinandum est, ut & ratio quæ datur inter I B & B A, ad quæ sine experimentis, circa ipsas retardationes institutis, pervenire non possumus.

Ponimus ergo experimento detectum fuisse spatium A Q, in quo corpus totam amittit velocitatem, quo spatio dato, ratio inter A B & B I, quæ est ratio retardationum in puncto A, detegi potest.

Velocitas in A lineâ G I, aut B I ipsi æquali, repræsentatur, & retardatio dum spatium A *a* percurritur est G *g*, ut vidimus, quæ (propter sub-
* la Hire sect. con. lib. 1. prop. 20. tangentem duplam abscissæ B I *, ideoque duplam G I) dimidium est ipsius *g* H, aut *i k*.

Logarithmicam I S P tangit linea I *k* O; sumtâ A M duplâ A O, ductâque I M, quæ secat *k i* in *m* erit *k i* dupla *m i*, quæ ergo G *g* æqualis est, retardationemque repræsentat.

Sit ad A I parallela M T, quam in N secat B P producta; ita ut æquales sint A B, M N, ut & B I, N T; ductâ ergo I N, quæ *m i* secat in *n*, erit A B ad B I, idest prima retardatio ad secundam in puncto A, ut *m n* ad *ni*; repræsentant idcirco hæ separatim utramque retardationem; nam summa retardationes conjunctim designat.

Est nunc *n i* retardatio, quam corpus dum B I, quæ G I æqualis est, veloci-
ta-

tatem in A exprimit, ex ſecunda cauſa ſola patitur. Si igitur concipiamus logarithmicam I R cujus aſymtos ſit B N, & quæ tranſeat per I & π, deſignabit P R velocitatem quam corpus, ſi ex ſola ſecunda cauſa retardaretur ſuperſtitem haberet, percurrendo ſpatium experimento detectum A Q, *507. aut B P *, poteſtque ratio inter B I & P R detegi *. *516.

Subtangens logarithmicæ I R eſt B N, aut A M dupla A O, quæ eſt ſubtangens logarithmicæ IP.

Si ergo A Q, æqualis B P, logarithmo rationis B I ad P R, in duas partes æquales dividatur in V, & V S detur perpendicularis ad A Q, erit B I ad P R, *495. ut A I ad V S*. Sunt autem in continuâ proportione A I, V S, Q P *; ergo AI^q ad VS^q, id eſt BI^q ad PR^q, ut A I ad Q P, aut A B; & dividendo *489.

$$BI^q - PR^q, PR^q :: AI - AB = BI, AB.$$

Quod ſic enuntiari poteſt: *Quadratum velocitatis corporis in initio minus quadrato velocitatis, quam, ſi corpus ex ſola ſecunda cauſa retardaretur, ſuperſtitem haberet,* poſt *percurſum ſpatium, in quo, dum ex ambabus cauſis retardatur, totum motum amittit, ad hoc ultimum quadratum, ita retardatio ex ſecunda ad retardationem ex prima, in primo momento motus.* 524.

His præmiſſis, computatione detegimus velocitatem in puncto quocunque dato lineæ A Q, ut C. 525.

Quærimus in numeris tabularum logarithmum rationis B I ad P R *, qui *516. eſt logarithmus rationis A I ad V S; ſi hic duplicetur habemus numerum qui repræſentat A Q, ſi ponamus I S P eſſe logarithmicam tabularum; demonſtrata enim ad logarithmicam quamcunque applicari poſſunt; Dicatur hic numerus *L*.

Ut ſpatium A Q, in quo corpus totum motum amittit, ad ſpatium datum A C, id eſt A Q ad A C, ita *L* ad logarithmum rationis A I ad C D aut A I ad A E: qui ergo datur, poteſtque deſignari littera *M*.

Sumto nunc ad libitum numero qui deſignat A I, Log. A I — *M* erit log. numeri qui deſignat C D*, aut A E. Log. A I — *L* eſt log. *491. numeri qui deſignat Q P, aut A B: quos numeros determinamus: * * 521. dantur ergo tres numeri, qui ſunt inter ſe ut A I, A E, A B; quare ex *la Hire* primis duobus ſubtracto ultimo, reſtant numeri, qui ſunt ut B I *ſect. con.* ad B E, id eſt ut quadrata velocitatum in A & C *, in initio & puncto dato. lib. 3.

Operatione contraria, datis velocitatibus G I & F E, & ſpa- prop. 1. tio A Q, in quo corpus totam amittit velocitatem, detegitur punctum C. Nam data A Q detegitur ratio inter B I & B A *; ſumtoque numero qui velocitatem G I, æqualem B I, exprimit datur B A; 526. *524.

ſed ut GI^q ad FE^q ita B I ad B E, datur ergo numerus qui lineam hanc exprimit; ideoque numeros determinamus, qui ſunt inter ſe ut A B, A E, A I. Ex demonſtratis autem conſtat * differentiam log. A I, A B, ad dif- *522. ferentiam log. A I, A E, ita A Q ad A C, ſpatium percurſum, quod ergo detegitur.

Determinatur etiam C Q ſpatium in quo corpus amittit totum motum data velocitate F E in initio, ſubtrahendo nempe A C ex A Q. 527.

Si nunc concipiamus, datâ velocitate G I, ſolam locum habere retarda-

*520. ſ. tionem ex ſecunda cauſâ, hancque æquabilem fieri, datur ſpatium in quo tota
528. deſtruitur velocitas *; hoc autem ſpatium ſe habet ad *ſpatium in quo, ſolâ reſi-*
*506. ſ. *ſtentiâ ex primâ cauſâ, tota velocitas deſtruitur*, ut A B ad B I *, quæ ratio
*526. ſ. cum detur *, etiam *determinamus* ſpatium hoc. *Spatia* autem *hæc, in diverſis*
529. *fluidis, ſunt inverſe ut partium cohæſiones.*

SCHOLIUM. 6.

De Corporibus in altum projectis.

530. C*Orpus, fluido ſpecificè gravius, quod in hoc in altum projicitur, tribus ex cau-ſis retardatur*, ex gravitate & ambabus cauſis in hoc capite explicatis.
*535.460. ſ. Retardatio ex gravitate & ex prima cauſa ſunt ambæ æquabiles *, & conjunctæ æquabilem tantum efficiunt retardationem; quare & hîc applicari poſſunt quæ in ſuperiori ſcholio demonſtrata ſunt.

531. *Si* ergo *unico experimento conſtet ad quam altitudinem corpus in fluido, datâ velocitate, adſcendit*, ſequentia problemata ſolvuntur.

1. *Detegitur altitudo ad quam, datâ aliâ velocitate quacunque, corpus adſcendere*
*527. ſ. *poteſt* *.

532. 2. *Datâ velocitate in initio, detegitur velocitas in puncto dato* *.
*525. ſ. 3. *Detegitur data velocitate, ſpatium in quo*, ſepoſitâ reſiſtentiâ ex ſecundâ
533. cauſâ, id eſt *gravitate reſpectivâ & cohæſione conjunctim, corpus motum ſuum*
*528. ſ. *amitteret* *.

534. 4. *Detegitur ſpatium in quo corpus*, data velocitate motum, *ex ſola cohæſione motum amitteret.*

Cum velocitas detur, datur altitudo ad quam corpus in vacuo adſcendere poteſt; eſt hæc ad altitudinem ad quam in fluido corpus, dum ſolâ gravitate reſpectiva retardatur, adſcendit, ut gravitas hæc reſpectiva eſt ad pon-
*506. ſ. dus integrum *.

Eſt vero altitudo hæc ultima, ad altitudinem ad quam adſcendit corpus
*533. ſ. dum gravitate reſpectiva & cohæſione retardatur, quæ altitudo etiam datur *, ut retardatio ex his ambabus cauſis ad retardationem ex ſola gravitate reſpe-
*506. ſ. ctiva *.

535. Idcirco dividendo; *ut differentia harum altitudinum ad ultimam, ita retardatio ex cohæſione ad retardationem ex gravitate reſpectiva* & in eadem ratione altitudo dum ſola gravitas reſpectiva retardat ad ſpatium in quo ſola cohæ-
*506. ſ. ſione motus perit *.

536. 5. Tandem, *data velocitate, detegimus ſpatium, in quo corpus in motu horizontali, dum cohæſione & inertiâ retardatur, motum amitteret.*

Datur in præcedenti computatione ratio inter retardationem ex cohæſio-
*535. ſ. ne & retardationem ex gravitate reſpectiva *. Datur altitudo a qua cadendo corpus acquirit velocitatem, qua ſi agitaretur, retardatio ex inertia æqua-
*438. ſ. 514. ſ. lis eſſet retardationi ex pondere reſpectivo *. Altitudo autem hæc ſe habet ad altitudinem, à qua cadendo corpus acquirit velocitatem de qua agitur, ut retardatio ex inertia, quando retardationi ex pondere reſpectivo æqualis eſt, ad retardationem ex inertia in velocitate data quam examinamus, id eſt altitudines ſunt ut retardationes; nam hæ & illæ ſunt ut quadrata ve-
*531.464. ſ. locitatum *.

Ra-

Ratio retardationis ex cohæsione, quæ æquabilis est *, ad retardationem ex inertia, in velocitate data, est composita ex ratione retardationis primæ ad retardationem ex pondere respectivo, & ratione retardationis hujus ad secundam. Vidimus rationes componentes dari, datur ergo & composita, id est si hoc applicemus ad demonstrata in scholio præcedenti *, datur ratio A B ad B I; unde deducitur ratio B I ad P R*; qua data detegitur B P * spatium quæsitum. *460.1. TA. XXXVIII. fig. 4. * 522.1. 523.1. * 524.1. 525.1. *518.1.

537. Corpus fluido specifice levius, eodem modo in hoc sursum fertur, ac gravius fundum petit; quare demonstrata in hoc scholio, ad corpora fluidis specifice leviora, & in his motu impresso descendentia referri debent.

SCHOLIUM. 7.

De Corporibus in Fluidis cadentibus.

538. *Corpus quod in fluido sponte cadit, continuo æqualiter acceleratur*, dum resistentiam patitur, quæ est ut quadratum velocitatis*.* *129.460.1.

Quæ motum hunc spectant etiam parabolâ, & logarithmicâ exhibentur. *464.1

539. Sit Q A R logarithmicæ B D H asymtos; ordinata hujus curvæ ad Asymtoton perpendicularis A B; quæ etiam est axis parabolæ B F Q, cujus parametrum ponimus A B. TA. XXXVII. fig. 5.

Si A R repræsentat spatium cadendo percursum, posito in A puncto ex quo corpus dimittitur, determinatur velocitas in puncto quocunque ut C, ductâ C D ad A B parallelâ, & per D ad R A Q parallelâ D E F, velocitatem quæsitam designabit parabolæ ordinata E F, dum A Q velocitatem maximam exprimit, ad quam corpus non pertingit, nisi post percursum spatium A R in infinitum productum.

Hæc paterent si, sumtis ad libitum spatiolis æqualibus, infinite exiguis, C c, G g, demonstremus augmenta velocitatum, quæ hic f L & k M exprimunt, esse inter se inversè ut lineæ F E & K I, quas velocitates exprimere dicimus, sublatis partibus quæ sunt ut ipsæ hæ lineæ F E & K I*. * 500.1. 502.1. 538.1.

$$fL,\ kM :: \frac{Ee}{FE},\ \frac{Ii}{KI}{}^{*} :: \frac{CD}{FE} - \frac{BA}{FE} = \frac{BE}{FE},\ \frac{GH}{KI} - \frac{BA}{KI} = \frac{BI}{KI}{}^{*}$$ *505.1 *492.1

Sed $BE \times BA = FE \times FE$*; ergo $\frac{BE}{FE} = \frac{FE}{BA}$. Eodem modo $\frac{BI}{KI} = \frac{KI}{BA}$. Idcirco * La Hire sect. con. lib. 3. prop. 2.

$$fL,\ kM :: \frac{BA}{FE} = \frac{FE}{BA},\ \frac{BA}{KI} = \frac{KI}{BA}$$

Quod demonstrandum erat.

540. Ut figurâ hac in computatione utamur, velocitas maxima ad quam corpus pertingere potest, & quæ Q A repræsentatur, determinanda est:

Quærimus igitur velocitatem, qua concessa, retardatio ex secunda causa

accelerationi, ex pondere respectivo, demta retardatione ex prima causa, æqualis est; hæc enim est uniformis acceleratio quæ retardatione ex secun-
*477.· da causa destruenda est, ut acceleratio cesset *.

Hic iterum experimento indigemus; detur idcirco altitudo, ad quam in fluido corpus data velocitate quacunque adscendit; ex hac notâ, elicimus rationem inter accelerationem ex pondere respectivo & retardationem ex cohæsio-
*535.· ne *; ideoque rationem accelerationis hujus ad hanc ipsam, demtâ retardatione ex cohæsione: est quæ hæc ratio ipsa quæ datur inter altitudinem, a qua corpus in vacuo cadendo acquirit velocitatem, quæ dat resistentiam ponderi
*458.· 439.· respectivo æqualem, quæ altitudo datur *, & altitudinem a qua corpus in va-
*131.464.· cuo cadendo acquirit velocitatem quæsitam Q A *.

541. Hac autem detecta altitudine, detegimus etiam aliam a qua nempe corpus in fluido cadendo, sepositâ resistentiâ ex secunda causa, hanc eandem velocitatem Q A acquireret; est enim altitudo in vacuo ad altitudinem in fluido, ut retardatio ex pondere respectivo, dempta retardatione ex cohæsione par-
*506.· tium, ad retardationem ex integro pondere *. Concipiamus hanc altitudinem repræsentari lineâ B A, b O designabit velocitatem, eodem modo cadendo ab
*504.· altitudine B b acquisitam *.

542. Præterea debemus determinare spatium, notâ quâdam portione rectæ A R, designatum; quod fiet si ad hoc attendamus; in principio casus corpus accelerari pondere respectivo demta retardatione ex prima causa, quia hæc acceleratio æquabilis est, non autem retardari ex secunda causa quia velocitas nulla est; ideoque velocitatem b O, in primo momento infinito exiguo, cadendo ab altitudine, quæ A a repræsentatur, acquiri ut in motu indicato, cadendo per B b; repræsentantque idcirco B b & A a, in his lineis diversis, spatia æqualia: sed est B b ad A a, aut b N, ut B A ad A P, logarihtmicæ subtangentem; designant ergo etiam B A & A P spatia æqualia; spatiumque sub-
543. tangente repræsentatum est *altitudo à qua corpus in fluido cadendo, seposita resistentià ex inertia, velocitatem maximam acquirere potest.*

Ubi nunc tabulis utendum est, patet, altitudinem hanc se habere *ad altitudinem*
*496.· *quamcunque datam*, A G, *ut subtangens tabularum* 0, 43429, 54819. * *ad numerum in*
544. *tabulis qui altitudinem datam exprimit. Numerus hicce est logarithmus rationis* B A & G H, quæ ergo ratio datur; quare etiam datur ratio A B & B I, quæ
* *la Hire sect. con. lib. 5 prop. 1.* est ratio *quadratorum* velocitatum A Q & I K *; id est *velocitatis maximæ, & velocitatis, quam corpus in fluido revera acquirit, cadendo ab altitudine data* A G *.

SCHOLIUM 8.

Illustratio quorundam quæ ad Retardationem spectant.

VAria circa retardationes illustranda sunt, quæ dum ex ante demonstratis sequuntur, non tamen bene inter se, aut cum ante demonstratis, convenire videntur, saltem primo intuitu; quos ut removeam scrupulos, & ipsis sublatis, magis, mutuâ omnium partium convenientiâ, confirmentur & virium & retardationum Theoriæ, scholium hoc reliquis addere necessarium duxi.

Scrupulus primus spectat quod diximus in n. 498.·Retardationem & Accelerationem in singulis momentis infinite exiguis esse æquabiles; difficultas au-

autem datur respectu accelerationis, & spectat convenientiam hujus propositionis cum demonstratis de viribus insitis.

Concipiamus corpus quiescens in fluido agitato; hoc illi in momento primo infinite exiguo velocitatem infinite exiguam communicat: Dividatur momentum in duas partes æquales, in singulis partibus æqualis communicatur velocitas, propter accelerationem æquabilem; id est in prima parte unicus gradus infinite exiguus vis, & in secunda tres similes gradus communicantur corpori *, licet actio respectiva non aucta fuerit, quod impossibile videtur. 545. *169.

Ut hunc tollamus scrupulum distinguendum dicimus inter actiones absolutas & actiones respectivas. Dum has consideramus in casu de quo agitur, æquales sunt gradus velocitatis, qui in partibus æqualibus momenti infinite exigui, communicantur propter non sensibiliter mutatam actionem respectivam; etiam, ad motus respectivos attendendo, non major vis in secunda parte quàm in prima ipsius momenti, corpori imprimitur: corpus cui superadditur gradus unus velocitatis, unicum gradum vis acquirit in nave, in qua corpus quiescebat, quacunque velocitate hæc feratur. 546.

In examine autem actionum absolutarum non tantum actiones respectivæ, sed & absolutæ considerandæ veniunt, & ex ante demonstratis de collisionibus evidentissime sequitur: corpus quodcunque A, velocitate *a* motum, in corpus B incurrens, majorem huic communicare vim, si B ad eandem partem cum A feratur, quàm si quiesceret; licet velocitas respectiva in illo casu minor sit, si modo velocitas corporis B certum limitem non excedat. Diversa enim est actio in corpus pro diversa vi, qua jam gaudet, & impossibile si videatur, corpus idem, eodem modo motum, in idem corpus incurrens, majorem huic communicare vim in certo casu in quo velocitas respectiva est minor, ad non bene intellectam virium theoriam illud referendum est; quod enim experimentis immediatè probatur, ad impossibilia minime referri posse clarum est. 547.

Sit corpus A, quod, velocitate 6., in corpus æquale B, quiescens, directè incurrit, pono corpora non elastica, acquirit B velocitatem tria *, id est vim quæ formando in argilla cavitates destrui potest; ponamus hanc consumi formando cavitates novem. *240.

Incurrat iterum corpus hoc idem A, velocitate 6. motum, in idem corpus B, ad eandem partem velocitate 2. translatum, habebit B post ictum velocitatem 4. *. *234.

Ante ictum corpus B habuit capacitatem formandi quatuor cavitates, quales memoravimus, post ictum habet vim qua sedecim tales cavitates potest formare; ictu ergo, positâ velocitate respectivâ 4., acquisivit vim, qua potest formare cavitates duodecim, dum in primo casu, positâ velocitate respectivâ 6, tantum acquisiverit facultatem formandi cavitates tales novem.

Hæc immediate constare experimentis in dubium nemo vocabit qui ad illa, quæ de viribus & collisione superius sunt memorata, attendit.

In primo casu, ubi velocitas respectiva fuit 6, actio corporis A major est quàm in secundo casu, ubi tantum fuit 4.: sunt autem actiones hæ ut 27. ad 20.; sed vires communicatæ corpori B non sunt effectus integri harum actionum. 548.

Cor-

Corpus A ante actionem habet vim qua triginta ſex cavitates, memoratis æquales, formari poſſunt; ſi incurrat in B quod quieſcit, cavitates tales formabit octodecim, & ipſi B communicabit vim, qua novem formari poſſunt, æqualemque vim ipſum ſuperſtitem habebit.

In ſecundo caſu, in incurſu tantum formabit cavitates octo, communicabit vim qua duodecim formari poſſunt, habebitque ſuperſtitem facultatem formandi cavitates ſedecim. Effectus totales, non partiales, cauſis proportionales ſunt.

549. Si agatur de corporibus quæ preſſione tantum agunt in alia, ſine partium introceſſione, ad hoc attendendum generaliter: *motus corporis directionem non poſſe mutari, niſi deſtructo primo motu, generatoque novo*, quantum nempe motus differunt; nam motus, per diverſas directiones, non pro eodem motu haberi poſſunt, niſi quantum conſpirant.

Quando corpus directionem ſuam mutat, ut in n.243.s. corpus premit in obſtaculum, veramque in hoc exerit actionem, & quidem vi inſitâ agit;
*180.s. quare hæc in ſingulis momentis infinite exiguis minuitur *: Sed obſtaculum
*.116. reagit, & cum hoc non cedat, neque vim accipiat, totâ ſuâ reſiſtentiâ novam corpori obſtaculum communicat vim, quæ ipſi amiſſæ æqualis eſt *; quare ſingulis momentis vis deſtructa inſtauratur, ſervatque corpus velocitatem.

In caſu n.242.s. corpora impingentia duos edunt effectus, corpori in quod incurrunt motum communicant & viam flectunt, vimque quam in impactu, intropremendo partes, conſumerent, nunc etiam in actione ſua conſumunt, licet aliam ipſi æqualem lateralem accipiant.

Ratiocinium ſimile ad fluida poſſe applicari, quæ etiam lateralem motum acquirunt, clarum eſt; & ſolam conſiderandam non eſſe actionem reſpectivam ubi de actione abſoluta agitur: integroſque effectus eſſe comparandos ut inter hos cauſarum proportionem detegamus.

550. Scrupulus ſecundus, in hoc ſcholio removendus, ſpectat retardationem
*460.s. ex prima cauſa, quam æquabilem eſſe demonſtravimus *; unde ſequitur ex a-
*411.s. ctione, a cohæſione partium oriunda, quam ſuperius * explicavimus, æquali tempori, æqualem corpori quieſcenti communicari velocitatem, quacunque velocitate fluidum in hoc incurrat *.

Hæc autem convenire non videntur cum ante demonſtratis: vidimus enim corpus, ex actione a partium cohæſione oriunda, quando in loco re-
*404.s. 418.s. tinetur, pati preſſionem, quæ ad inſtar velocitatis augetur *, & circa preſſionem in genere demonſtravimus, hanc corpori quieſcenti, in momento determinato, infinite exiguo, communicare velocitatem, quæ ipſius preſſionis ra-
*19.s. 114. tionem ſequitur *.

551. Fundamentum ratiocinii, quo hanc tolli credimus difficultatem ſuperius
*455.s. indicavimus *. ipſum nunc ratiocinium clarius explicandum.

Diximus diſtinguendum inter preſſionem quæ immediate corpus transfert & preſſionem quæ non immediate corpus transfert. De prima agitur in n. 39.s. & ipſius demonſtratio non poteſt applicari ad caſum, in quo preſſio quæ ſeparat particulas, ita agit, ut & eodem tempore obſtaculum transferre debeat.

Hæc actiones toto cœlo diſtinctas exerit, pro ut in obſtacula immobilia aut mobilia, majora, aut minora, agit. Ut autem quæ hoc genus preſſionum ſpectant determinemus, quæ ſequuntur conſideranda erunt.

Actio fluidi in corpus, ex cohæſione partium oriunda, analoga & ſimilis eſt

eft actioni, quam corpora ut A, B, filo juncta, in corpus C exerunt, dum TA. XXXVII.
ad latera hujus tranfeunt, filumque, actione fua in C, frangunt *. fig. 6.

Corpora A & B, quamdiu partes fili cohærent, premunt in C, filo fracto ceffat *411.
preffio, fed fi ftatim, eodem modo, alia duo fimilia D & F, premant, & poft hæc G & H, &c. dabitur preffio, quæ a preffione fluidi ex cohæfione oriunda non differt, fatis ergo erit demonftrare, motis hifce corporibus, æquali tempore, æqualem corpori C communicari velocitatem, quacunque velocitate ferantur corpora A, B, D, E, F, G, &c, quæ æqualia ponimus, & æquali velocitate mota. Ipfa autem in obftaculum immobile exerere preffionem quæ fequitur rationem velocitatis qua feruntur.

Corpus omne quod quiefcit aut cujus velocitas datur, eo magis refiftit 552.
quo celerius acceleratur; dum enim determinatum gradum velocitatis acquirit, determinatus gradus vis ipfi communicatur, propter primam datam velocitatem; dum autem gradum determinatum vis acquirit determinatam exerit refiftentiam *: hæc idcirco eadem eft five lentius five velocius gradus *126.
hicce vis communicetur, confiderando nempe totalem refiftentiam. Eâdem de caufa, refiftentia inftantanea eo major eft, quo celerius corpus acceleratur, totalis enim refiftentia fequitur proportionem refiftentiæ inftantaneæ, & temporis per quod duravit, fi ergo hoc minuatur illa augenda erit, ut totalis refiftentia fervetur: tempus vero minuitur in ratione in qua ipfa acceleratio augetur, crefcitque cum ipfa acceleratione inftantanea refiftentia, fi totalis refiftentia determinata fit.

Quando acceleratio æquabilis eft, refiftit corpus in ratione velocitatis
quam habet *. *164.

Generaliter ergo *corporis, quod acceleratur, inftantanea refiftentia eft in ratione* 553.
compofita velocitatis quam habet, & ipfius accelerationis.

Si ergo *detur refiftentia inftantanea, velocitas corporis eft inverfè, ut accelera-* 554.
tio.

Propofitio hæc ad cafum de quo agitur applicanda nunc eft.

Corpora A & B in corpus C agunt, donec hujus inftantanea refiftentia, 555.
quæ fola cum preffione contrariè agere poteft, æqualis fit ipfi preffioni qua fili partes cohærent; acceleratio eo ufque durat; fed ubi hæc datur, æqualitas, ceffat actio, & filum frangitur; &, five celerius five lentius moveantur corpora A & B, conftans in corpore C inftantanea refiftentia defideratur, ut filum frangatur. Sed quo velocius A & B moventur, eo major eft acceleratio, dum hæc protrahunt corpus C; eo ergo minor velocitas ipfi C
communicata eft, dum frangitur filum *. Si ex. gr. tripla fit velocitas cor- *554.
porum A & B in uno cafu quàm in alio, dum in utroque C quiefcit, quia in cafu primo tripla eft acceleratio tertia pars velocitatis tantum corpori C communicatur, dum durat actio corporum in C. Si hic gradus velocitatis fuerit exiguus, ut actio refpectiva fequentium corporum D & E non fenfibiliter differat, hæc æqualem gradum velocitatis communicabunt, & nifi poft tria fila confracta habebit C velocitatem, quam habet, dum unicum difrumpitur filum in fecundo cafu. Sed dum in fecundo cafu fola corpora A & B juxta C tranfeunt, in primo tranfeunt, A, B, & D, E, ut & F, G; id eft tria fila in primo cafu franguntur, dum unicum in fecundo dilaceratur, & æqualibus temporibus memoratæ æquales communicantur velocitates. Q. D. E.

Res vulgo nota eft corpori, quod filo protrahitur eo minorem communicari 556.
velocitatem, dum filum frangitur, quo celerius hoc trahitur; hac de caufa

ſi lente corpus acceleretur, ipſi magna poterit communicari velocitas, licet tenui filo trahatur.

557. Quando corpora A & B, frangendo filum, vim communicant corpori C, ex viribus amittunt, quantum communicant, & quantum deſideratur, ad filum dilacerandum; eo ergo minus ex vi amittunt quo celerius moventur.

Si ex loco cedere nequeat obſtaculum C, unicus eſt effectus actionis corporum A & B, & ex vi tantum amittunt, quantum deſideratur ad filum frangendum, actioque, quam patitur illud quod retinet C in loco, eadem eſt pro ſingulis filis quæ franguntur. In præcedenti caſu, quo lentius moventur corpora A & B, eo diutius agunt antequam C reſiſtat quantum requiritur, ut filum dilaceretur; in hoc autem caſu, ubi filum accedit ſtatim hæc datur reſiſtentia: Quare in hoc caſu actio quam patitur C ſequitur rationem filorum determinato tempore fractorum, id eſt velocitatis corporum. Quod etiam demonſtrandum erat.

558. Quid analogum cum iis quæ ſuperius * explicavimus, obſervamus in col-
*555. liſione corporum; corpora duo inæqualia corporibus duobus æqualibus quieſcentibus, in colliſione directa, communicant velocitates, quæ ſunt inverſè ut velocitates corporum impingentium, ſi introceſſiones partium fuerint æquales, ponendo partes æquè facile in utraque colliſione cedere.

Introceſſiones autem partium ſunt ut ipſæ velocitates corporum impingentium, ſi hæc æquales communicent corporibus quieſcentibus velocitates.

*236. 186. 240. Ut hæc ſequuntur ex ante demonſtratis *; & directis experimentis poſſunt evinci.

Cap. XIII. *De Aëris Elaſticitate.*

Pag. 157. lin. 13. Quo uſque &c. dele hæc uſque ad lin. 29. pag. ſeq. Et in fine Cap. pag. 160. adde

De quibuſdam aliis Fluidis Elaſticis.

559. Varia dantur Fluida, in quibus circa aërem memoratam detegimus proprietatem, Elaſticitatem.

Inter hæc vapor notabilem occupat locum, de hoc agimus in libro 3. capite 4.

560. *Fermentationibus, & efferveſcentiis, ex corporibus fluida exeunt elaſtica*, diverſa pro corporum differentia.

561. *Ex innumeris corporibus tale exit fluidum ubi preſſio aëris externi minuitur aut tollitur.*

562. *Quod etiam in quibuſdam obſervatur, ubi tantum madefacta ſunt.*

Fluida hæc omnia quantumvis diverſa inter ſe, eodem no-

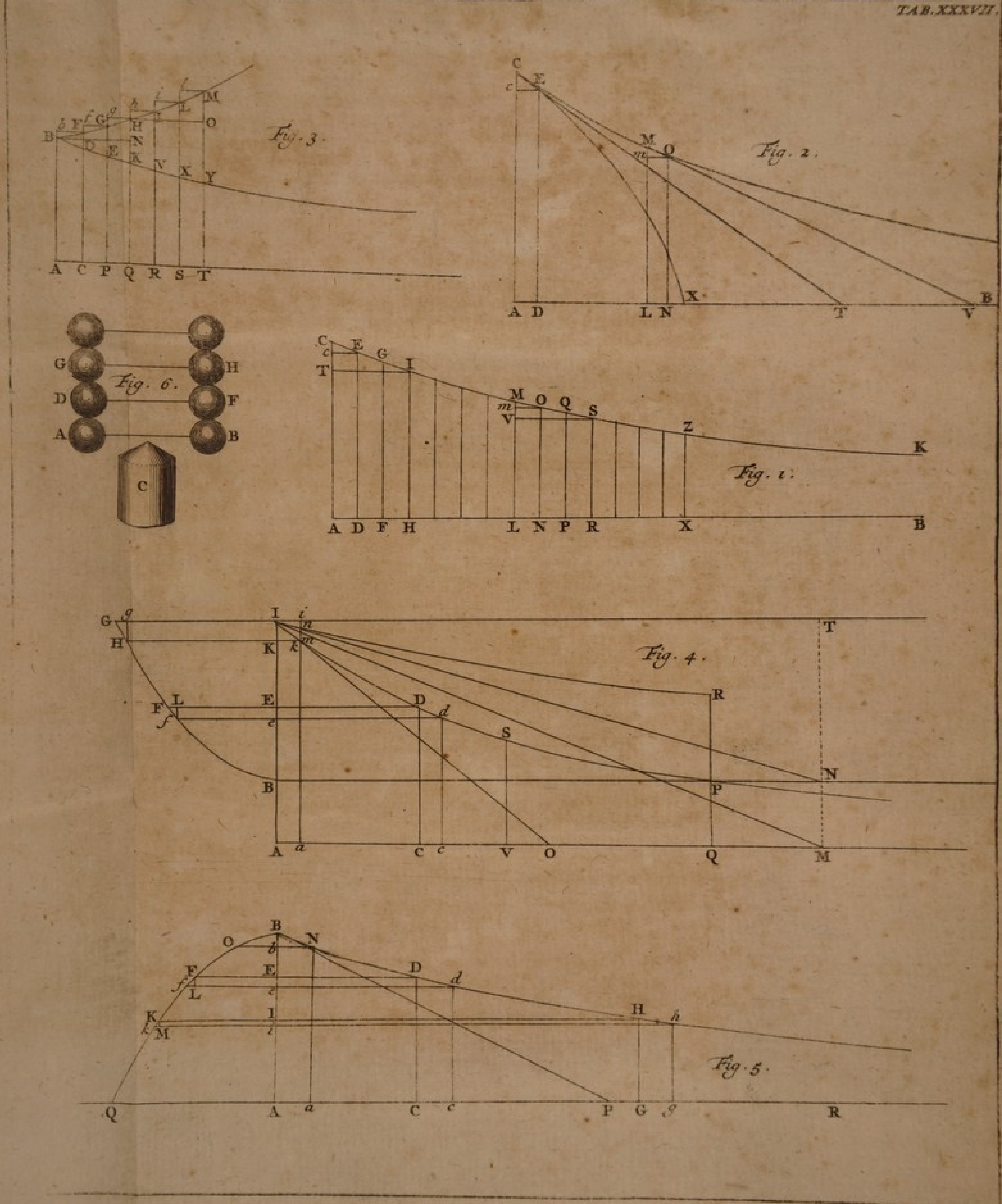


Fig. 3.
Fig. 2.
Fig. 6.
Fig. 1.
Fig. 4.
Fig. 5.

nomine aëris, si forte vaporem excipiamus, designantur plerumque. Cum vero *aër* sit fluidum hoc, *quo Telluris* 563.
tota superficies obtegitur, hic proprie loquendo *est mixtum ex variis fluidis elasticis, in quo natant corpuscula inumera varii generis.*

Corpuscula hæc pro diversa gravitate specifica ad varias adscendunt altitudines *. Etiam diversorum corporum * 293. 294.
exhalationes, quæ fluida sunt elastica, ad diversas elevantur altitudines: Unde deducimus, *aërem in loco elevato non* 564.
tantum densitate differre cum aëre inferiori.

Fluida elastica diversa diversas proprietates habere, in 565.
dubium non facile vocari potest, quod etiam experimentis constat; effectus enim diversarum exhalationum differunt inter se.

Dum fluida elastica in corporibus hærent, ad fluida ela- 566.
stica non magis *referri possunt*, quàm aqua, antequam in vaporem convertatur, pro vapore haberi potest,

Spatium autem occupatum, a materia elastica, dum in ipsis corporibus hæret, exiguum admodum est collatum cum spatio quod occupat, dum elasticitatem exerit, præcipue si parum comprimatur.

Aqua, dum se in vaporem convertit, licet hic a ponde- 567.
re totius atmosphæræ comprimatur, ad minimum decies & quater millies sese expandit, in ipsis illis locis ex quibus aërem excludit; hanc autem expansionem in immensum posse augeri, sublata atmosphæræ pressione, quis non videt?

Aqua fluidum continet Elasticum, quod calore, frigore, 568.
aut sublata aëris pressione ex hac separatur, hancque admodum subitaneam observamus separationem, si subito omnis pressio tollatur.

EXPERIMENTUM I.

Vas vitreum A B exactissimè aqua repletur; in extremi- 569.
tate B cum ipso cohæret cylindrus æneus, ut, ope cochleæ, TAB. XXVI. fig. 6.
ipsi jungatur antlia, quæ in fig. 6, Tab 29. exhibetur.

Dum antliæ embolus extrahitur, aqua gravitate in antliam deſcendit, locuſque in ſuperiori vaſis parte aquâ & aëre vacuus datur. Statim etiam ubique in aquâ innumeræ bullæ fluidi elaſtici, eodem momento, ſeſe demonſtrant, totaque aqua hiſce bullis albeſcit.

570. *Fluidum hoc elaſticum ab aëre, quo Telluris ſuperficies obtegitur, differt*, licet magnâ copiâ in aëre detur.

EXPERIMENTUM 2.

571. Si phiala repleatur aquâ, ex qua igne, aut aliter, omne fluidum elaſticum fuit expulſum, &, relictâ exiguâ aëris bullâ, invertatur phiala, aperturaque immergatur aquâ, vaſe quocunque contentâ, bulla hæc aërea, in tempore aliquot dies, tota intrabit in aquam, & ſucceſſive eodem modo variæ bullæ aquam intrant. Sed reſpectu ſingularum hoc obſervandum, primo die partem multo majorem bullæ quam diebus ſequentibus intrare.

572. Ex hoc Experimento ſequitur dari partem aëris, quæ facilius in aquam intrat, ibique hæret, quàm reliquum aëris.

Unde ſequitur, dum aqua aëri aperto expoſita eſt, in ipſam majorem copiam penetrare illius materiæ, quæ facilius intrat, & aërem, qui intravit, ab ipſo aëre externo differre. Obſervamus etiam ſæpe magis hocce fluidum imminuta preſſione ſeſe dilatare quàm juxta regulam n. 429. Hujus autem fluidi expanſio immenſa eſt.

573. Memorat Mariotte experimentum de dilatatione hujus materiæ elaſticæ, quo conſtat, materiam hanc, quæ calore ex aqua fuerat expulſa, ubi refrigerata erat, & pondus totius atmoſphæræ ſuſtinebat, occupaſſe ſpatium decuplum ſpatii ab ipſa aqua, qua contenta fuerat, occupati.

Conſtat etiam nunquam experimentis diminutionem voluminis aquæ, dum materia elaſtica ex hac exit, obſervari potuiſſe.

Tandem aliud memorat Mariotte experimentum, in quo materia elaſtica, quæ aqua fuerat contenta, quatuor millies, ſub-

ſublata preſſione, magis expanſa fuit, quàm ubi preſſionem atmoſphæræ ſuſtinuit.

574. Collatis hiſce quis non videt, *ſpatium ab hac materia*, in ultimùm memorato experimento, *occupatum, ad minimum, variis vicibus, centum millies ſuperaſſe ſpatium, quod ipſa in aqua occupabat.*

575. Ex quibus deducimus, *fluidorum elaſticorum particulas* non eſſe ejuſdem naturæ cum cæteris corporibus elaſticis, nam non poſſunt particulæ ſingulæ centum millies, & quod excedit, ſeſe expandere ſervata ſuperficie, omni inæqualitate, aut angulo, experta; in omni enim expanſione partes facile moventur inter ſe: unde ſequitur particulas *ſeſe mutuo non tangere, quamvis ſeſe invicem repellant*, qualem particularum proprietatem ſuperius jam memoravimus *. *40.

Cap. XIV. *De Antlia Pneumatica.*

Pag. 161. & ſeq. pro Antliæ deſcriptione, quæ habetur in n. 437. ſubſtitue ſequentem.

Machina Pneumatica.

576. Antlia, ex theca extracta, a parte poſtica, delineatur in fig. 1. Tab. 40.5.

Conſtat antlia duobus cylindris, *A*, *B*; in utroque movetur embolus, cujus partes ſeparatæ exhibentur in C,D,E,F, (fig. 2. Tab. 40.5).

Partes E, F, cochleâ junguntur, & inter ipſas firmatur annulus coriaceus, qui ab omni parte prominet, & qui, dum embolus cylindro intruditur, ſeſe ſuperficiei *e e* applicat. Methodus hæc in Anglia in uſu eſt. Corium hocce in oleo & aqua macerari debet, ut monuimus in n. 28. TAB XL *. fig. 1.

Embolis, quando antliis intruduntur, aqua ſuperinfunditur, cujus aliquando, exſiccatis paululum coriis, pars quædam in antlias deſcendit, quod tamen experimenta turbare non poteſt; in quo caſu emboli extrahendi ſunt & per aliquot horas in aqua relinquendi, oleoque probe eliniri debent.

Cauda C emboli, ut fere in omnibus antliis, dentata eſt;

hujus extremitas inferior *cc* cylindrica eſt, & cochleâ terminatur. Transmittitur cylindrica pars hæc per cavitatem cylindricam in prominentia *f* emboli; cujus cavitatis diameter parum tantum ſuperat cylindri *c c* diametrum. Cum hoc conjungitur nunc conus truncatus D, qui cochleam fæminam continet, & firmatur hic transverſâ cochleâ *g*: poteſtque cauda C elevari & deprimi per ſpatium trium partium quartarum pollicis, ipſo embolo immoto manente.

TAB.XL. fig. 1. Emboli ambo moventur agitatione rotæ R, cujus motus, dum it & redit, parum deficit à tertiâ circuli parte.

Vaſa exhaurienda laminæ L L (Tab. 27. fig. 1.) imponuntur, & hæc per tubum D communicationem habent cum antliis. Datur enim infra laminam L L, cavitas, quæ tubo E E reſpondet, in quo duo dantur epiſtomia, inter quæ cum tubo hoc conjungitur tubus O O, qui infra laminam, cui antliæ imponuntur, cum his communicatur.

Antliæ ſingulæ epiſtomium infra fundum ſuum habent, horum caudæ videntur in G, G, quæ regulis æneis ad ſe invicem applicatis junguntur ita, ut motu harum regularum epiſtomia ambo eodem tempore moveantur. Inter regulas, in medio longitudinis, rotula ænea datur T. Cum axe rotæ R a poſtica parte jungitur crux ferrea H K N M, qua epiſtomia hæc agitantur.

In ſitu in quo partes machinæ in hac figura repræſentantur, antlia B cum vaſe exhauriendo communicationem habet, antlia A cum aëre externo; & deprimendo hujus antliæ embolum omnis aër ex hac ejicitur, & interea magis elevatur embolus alter.

Ubi verò embolus fundo antliæ A applicatur, extremitas N crucis ad *n* pertingit, in quo motu ſuper rotulâ T tranſit, hancque in motu radit; Eo autem momento quo N tranſit ſuper T, clavus, aut cylindrus, ferreus K, ad vectem C F, ferreum, incurvatum, circa P mobilem, in *b* accedit; huncque premit in motu puncti N à T ad *n*.

Rotatur interea vectis circa centrum P, & extremitas F

in

in rotulam T premit, hancque elevat; quo ſitus epiſtomiorum paululum quidem mutatur, non tamen memoratæ communicationes antliæ B cum vaſe exhauriendo, & A cum aëre externo, obturantur.

Motus rotæ nunc in contrariam partem dirigendus eſt. Ubi in reditu punctum N ab *n* ad T pervenit, quia rotula elevata fuit, in hanc incurrit crucis extremum, trochleamque propellit, donec converſione epiſtomiorum G, G, ita deprimatur, ut ſuper hac tranſeat N.

In hac epiſtomiorum converſione, G, G, arcus deſcribunt, qui paululum tantum excedunt gradus nonaginta; clauditurque communicatio antliæ B cum vaſe, & nova cum aëre externo reſeratur; contrarium reſpectu antliæ A locum habet.

Durante hac epiſtomiorum agitatione, elevatur quidem Q, ſed embolus ipſe fundo antliæ A applicatus manet; quod deſideratur ne aër externus iterum in antliam intret, & quod quomodo fiat in deſcriptione embolorum diximus.

Si nunc motus rotæ continuetur, elevatur embolus antliæ A, quæ cum vaſe exhauriendo communicationem habet, & ex antlia B aër ejicitur, extremitasque M crucis ſuper rotula T tranſit, clavuſque K in vectem S premit, & quæ in motu contrario fuere explicata, in hoc caſu eodem modo, obtinent.

Rota agitatur manubrio M M, cujus longitudo eſt circiter duorum pedum, & quod in ſitu datur horizontali, dum pars H K crucis eſt verticalis. TAB. XXVII. fig. 1.

Quando in hac agitatione contingit, majorem dari reſiſtentiam, ubi epiſtomia moventur, quàm in reliquo motu, indicium hoc eſt, oleo & cerâ eliniri debere epiſtomia; quod in tempeſtate calidiori repeti debet, ubi per tres aut quatuor horas machina in continuo fuit motu.

Quod ſpectat epiſtomia E, E, (Tab. 27. fig. 1.) ſuperius memorata, uno, communicatio, exhauſto aëre, clauditur inter vas exhauhauſtum & cylindros; altero, aër de novo vaſe intromittitur, & cummunicatio impeditur cum indice mercuriali.

Cap. XV. *Experimenta varia circa Aëris Gravitatem & hujus Elaſticitatem.*

Pag. 167. poſt. lin. 18. adde

INdice mercuriali denſitas aëris determinatur. Eſt index hic tubus vitreus, admodum anguſtus, qui cohæret cum fruſto æneo, quod cochleis inter epiſtomia Machinæ & Antliæ aptatur. Dum aër in Machina comprimitur, mercurius in tubo comprimit aërem in poſtica tubi parte, & hæc compreſſio, quæ æqualis eſt compreſſioni in vaſe, facile menſuratur.

Vitreâ Machinâ utendum dixi; ſed cùm mihi bis contigerit, in experimentis confractum fuiſſe tale vitrum, cupreâ machinâ nunc utor.

Cap. XVII. *De Aëris motu Undulatorio, ubi de ſono.*

Pag. 176. poſt lin. 15, adde

577. ET *diviſo tempore, in quo unda latitudinem percurrit, in tot partes quot particulæ dantur in ipſa latitudine, particula unaquæque in eo ſitu datur, in quo momento præcedenti fuit particula ſequens*, quæ per unum momentum tale diutius fuit in motu.

Pag. 180. poſt lin. 32. adde

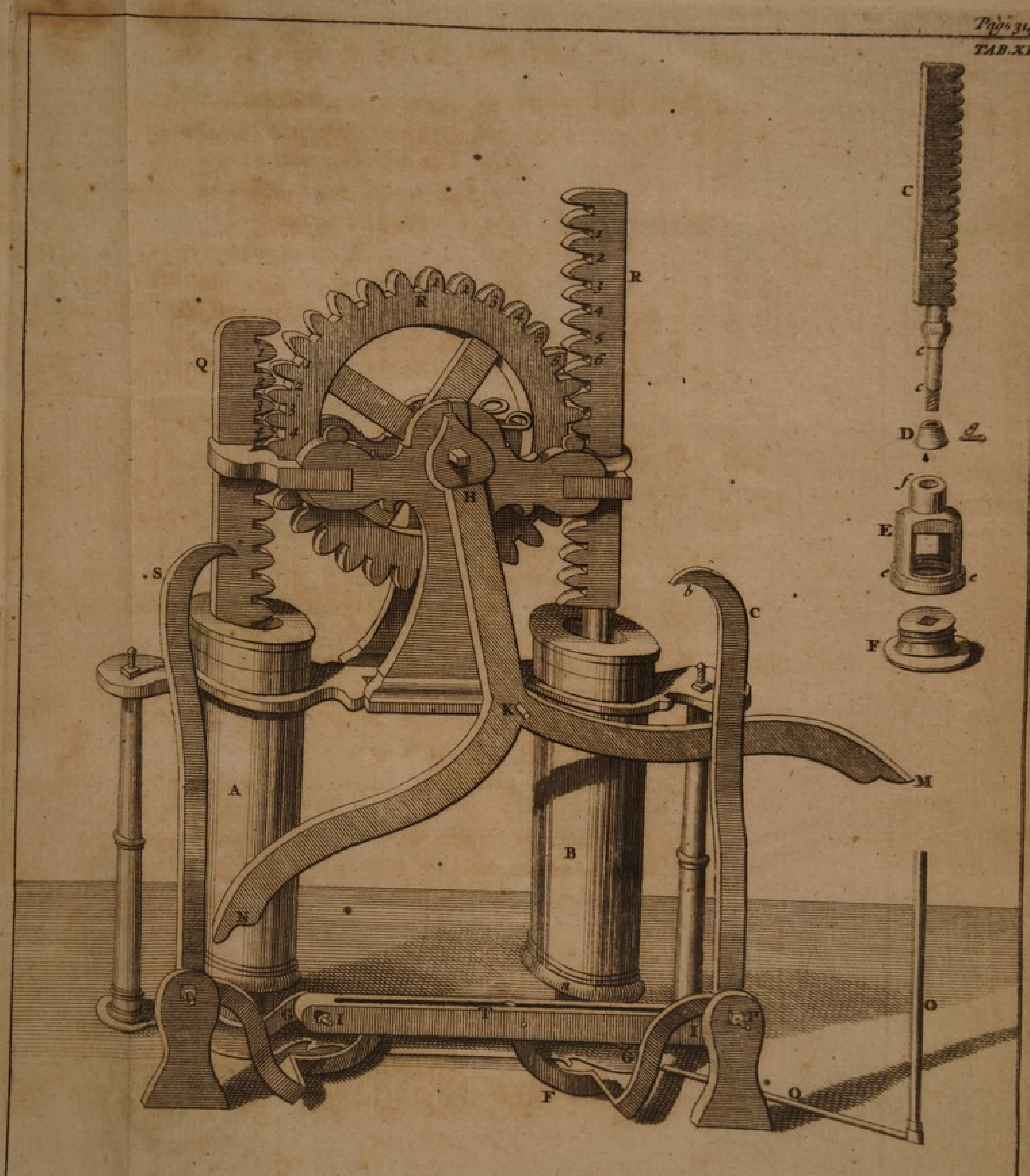
578. *Conſideravimus* autem *particulas aëreas, quaſi eſſent puncta, & celeritates, quæ in hac hypotheſi deteguntur, augendæ ſunt pro ratione quam habet materia ad interſtitia, ut veræ detegantur velocitates.*

579. Quare *quamdiu idem aër ſuam ſervat denſitatem, eandem cum ipſa velocitate rationem ſequitur hujus augmentum.*

580. *Si* vero *denſitas mutetur, augmentum* non modo *ſequitur rationem velocitatis*, ſed & *rationem*, materiæ ad materiam in eadem linea, quæ eſt ratio *radicis cubicæ denſitatis.*

Si

TAB. XL.



Si de diverso aëre agatur, hæc regula non procedit, nam 581.
ipsæ particulæ, servata aëris densitate, diversam densitatatem habere possunt, & mutabitur ratio diametrorum particularum ad interstitia.

Pag. 182. post lin. 10. adde

Non tamen *immediate ab hoc motu visibili pendet sonus*, 582.
sed ab alio motu tremulo, quo, in motu memorato, particulæ minores afficiuntur.

EXPERIMENTUM.

Lamina ferrea elastica A C B, motu tremulo visibili affi- 583.
citur, si ad se invicem applicatis extremitatibus. A & B, TAB. XLVII. fig. 1.
hæ subito relaxentur, non tamen sonus auditur; si autem alio ferro lateraliter percutiatur, quo non motu visibili tremulo agitatur, ex ipsa sonus elicitur.

Pag. 182. ante lin. 3. a fine, adde

Ut per solida corpora, sic & *per fluida propagatur sonus*, 584.
in quo tamen *casu admodum debilitatur.*

EXPERIMENTUM.

Vitro A includitur campanula C quæ malleis *m,m*, motu ro- 585.
tulæ agitatis, percutitur; rotæque motus elasterio, illis simili. TAB. XLVII. fig. 2.
quæ in horologiis portatilibus usu veniunt, per duo aut tria minuta prima continuatur, vitrum operculo ligneo O obtegitur, & cerâ molli ingressus aquæ cohibetur. Vitrum hocce vitro majori B, cujus fundus, ad altitudinem unius aut duorum pollicum, mercurio obtegitur, immittitur, & vitrum B aquâ repletur. Sonus auditur debilitatus tamen.

Nulla autem inter campanam & aërem externum, nisi per fluida, aquam aut mercurium, communicatio datur.

Pag. 184. lin. 3. Intensitas soni &c.

Dele hæc cum sequentibus usque ad n. 521. servatis tantum Experimentis, quæ ad loca hìc indicata referri debent. Et lege

Intensitas soni pendet ab ictibus aëris in nervum audito- 586.
rium; & sunt hi ut vires particulis percutientibus insitæ.

Vires hæ ſunt ut numeri particularum eodem tempore in tympanum incurrentium, & ut quadrata celeritatum qui-
* 591. bus incurrunt *.

587. *In determinanda ſoni intenſitate, conſideranda* ergo *ſunt, aëris denſitas, ſoni velocitas, ſpatium itu & reditu a particulis percurſum*, & *numerus undarum certo tempore in aurem incurrentium.*

588. *Cæteris manentibus ſi mutetur* tantum *pondus quo aër comprimitur*, non eo mutabitur ſpatium itu & reditu a particulis percurſum, quod tantum aucta, aut imminuta, agitatione tremula partium corporis variat; neque numerus undarum, hæ etiam a corpore tremulo pendent; non etiam
* 496. mutatur ſoni velocitas *, ſepoſita acceleratione de qua in n. 578.*s.* locuti ſumus, quæ hîc non conſideranda eſt, quia agitur de velocitate qua ſingulæ particulæ feruntur; ſola ergo variat denſitas, id eſt, ſolus mutatur numerus particularum certo tempore incurrentium, & in hac ratio-
* 586. ne *mutatur ſoni intenſitas* *, id eſt, *in ratione* ipſius denſitatis, quæ *ponderis comprimentis* rationem ſequi-
* 419. tur*.

Augeri intenſitatem experimento conſtat. Vide Exp. 5. pag. 184.

589. *Si cetera maneant, elaſticitas autem augeatur*, in eadem ratione cum aucta elaſticitate minuitur quidem den-
* 289. ſitas *, ſed demonſtramus in ſcholio, huic capiti ſubjuncto, *ſoni intenſitatem augeri in ratione quam ſequitur*
590. *radix quadrata elaſticitatis.* Unde ſequitur *Æſtate, cæteris paribus, ſoni intenſitatem majorem eſſe quàm Hieme.* Vide Exp. 5. pag. 184.

Pag. 188. in fine cap. adde

EXPERIMENTUM.

591. Loquatur quis ſubmiſſa voce, dum os aperturæ minori
T. XLVII. fig. 3. Tubæ memoratæ applicat, ſi hæc longitudinem habeat quatuor pedum, ſonus ad magnam diſtantiam, & in viciniis admodum auctum, audietur.

SCHO-

SCHOLIUM. 1.

Demonstrationes illorum quæ habentur pag. 177. *paragrapho*, Qua lege &c. *ut* & *n.* 499.

UT, quæ de lege, cui particulæ, in motu undulatorio, in itu & reditu, subjiciuntur, dicta sunt, pateant, considerandum; legem elasticitatis determinare aëris motum, & vice versa, ex motu dato, posse determinari legem elasticitatis. 592.

Hac utar secundâ methodo, & ponendo, singulas particulas, in itu & reditu, agitari, ut corpus quod in cycloïde vibratur, id est, ipsas premi vi quæ cum distantia a puncto medio spatii, itu & reditu percursi, augetur & minuitur *, demonstrabo ad hoc requiri illam ipsam legem elasticitatis, quam * 156. 80. in aëre locum habere ante vidimus *: unde constabit, particulas aëreas re- * 432. vera moveri juxta legem corporis penduli in cycloïde oscillati.

Detur circulus A F B, cujus circumferentia æqualis sit latitudini undæ; 593. sit circulus minor, priori concentricus, G I O L, cujus diameter æqualis T. XLVII. sit spatio itu & reditu percurso a particulis, quod cum exiguum sit, circulus fig. 4. hic respectu alterius sensibilem non habet magnitudinem.

Ponamus circumferentiam circuli minoris repræsentare tempus, in quo unda latitudinem suam percurrit, id est tempus, in quo particula it & redit *, ideoque bis lineam G O percurrit, juxta legem corporis gravitate in * 485. cycloïde moti: semicirculus ergo repræsentat tempus, in quo semel linea hæc percurritur.

Sit, in majori circulo, E F distantia inter centra duarum particularum vicinarum quiescentium; ductis ex E & F lineis ad centrum, arcus I *i*, in minori circulo, repræsentabit momentum ex his, de quibus n. 577. s. majorem enim circumferentiam latitudini undæ æqualem posuimus.

Idcirco, si particula translata sit per G H, sequens particula, quæ per momentum unum diutius fuit agitata, translata erit per G *h* *, ductis * 81. s I H, *i h*, perpendicularibus ad G O; & differentia translationum erit H*h*; differentia autem translationum particularum vicinarum, est augmentum, aut diminutio, distantiæ inter has: in hoc casu, in quo antecedens particula per minus spatium fuit translata, H *h*, aut I *m*, quam huic parallelam ponimus, est diminutio distantiæ, quæ ergo est E F minus I *m*.

Ratio quæ datur inter I *m* & E F est composita, ex ratione I *m* ad I *i*, & I *i* ad E F. Prima ratio est quæ datur inter I H & I C; propter similia rectangula triangula I *m i*, I H C. Secunda ratio est eadem quæ datur inter I C & C E, ut patet. Ratio ex his composita est I H ad E C, aut A C.

Idcirco si semidiametro majoris circuli distantiam inter particulas, ante agitationem, designemus, H I repræsentabit diminutionem distantiæ, dum arcus G I tempus agitationis repræsentat *: simili demonstratione constat, in * 82. s reditu particularum, H L repræsentare augmentum distantiæ, si arcus O L tempus reditus repræsentat, id est, arcus G I O L tempus agitationis.

Si nunc concipiamus lineam P Q, parallelam G O, & quæ in P circulum majorem tangat; & continuetur H I in R; erit H R æqualis A C, subtractâ H I restat I R, quæ distantiam particulæ cum vicina designat, posito tempore agitationis G I; si foret hoc G I O L distantia inter particulas esset

 RL,

R L, & diſtantiæ in momentis quibuſcunque deſignantur lineis parallelis lineæ P C, ab una parte lineâ Q P & ad aliam ſemicirculo G I O in itu, & O L G in reditu, terminatis.

Differentia inter duas diſtantias vicinas eſt *i m* aut *n l*, ſi I *i*, aut L *l*, ut ante deſignat momentum, de quo in n. 577. in quo caſu hæ lineolæ conſtantes ſunt: ſed cum ponamus particulas agitari, in itu & reditu, juxta legem corporis penduli, gravitate in cycloïde oſcillati, lineolæ ut *i m* aut *n l*, ſi I *i* aut L *l* fuerint conſtantes, deſignant vim accelerantem motum, dum
594. tempus agitationis deſignatur per G I, aut G I O L *: Ergo *vis accelerans,*
* 835. *quæ in particulas ſingulas, in motu quem finximus, omnibus momentis agit, proportionalis eſt differentiæ inter diſtantias vicinas particularum*; ſi nempe vis hæc accelerans in eo cum gravitate conveniat, ut agat in particulam motam, ut
* 735. in quieſcentem ageret *; quod obtinebit, ſi vis accelerans ab aëris elaſticitate pendeat, tunc enim cauſa movens cum ipſis particulis transfertur.

595. Ipſam autem hanc vim accelerantem revera in aëre locum habere demonſtramus. Vis, qua particulæ, quarum diſtantia deſignatur per I R, ſeſe mutuo repellunt, eſt ad vim qua a ſe invicem repelluntur particulæ, quarum
* 432. diſtantia exprimitur per *i r*, ut $\frac{1}{RI}$ ad $\frac{1}{ri}$ *; & harum virium differentia eſt vis, qua particula media agitatur, quæ vis exprimitur per

$$\frac{1}{ri} - \frac{1}{RI} \infty \frac{RI - ri}{RI \times ri} \infty \frac{mi}{RI \times ri};$$

dum vis, qua particulæ quieſcentes ſeſe mutuo fugiunt, quarum diſtantiam deſignat G Q, eſt $\frac{1}{GQ}$.

Sunt ergo vires hæ ut $\frac{mi}{RI \times ri}$ ad $\frac{1}{GQ}$, ſive ut $mi \times GQ$ ad $RI \times ri$; aut ad GQ^q; quia cùm circulus minor, reſpectu majoris, ſenſibilem magnitudinem non habeat, Q G, R I, *r i*, pro æqualibus ſine errore ſenſibili haberi poſſunt. Ultima ergo memorata ratio eſt, quæ datur inter *m i* & G Q; dividendo nempe utramque quantitatem per G Q, quo ratio inter has non mutatur. Si ergo per G Q deſignemus vim, qua particulæ quieſcentes ſeſe mutuo fugiunt, *i m*, id eſt differentia diſtantiarum vicinarum, vim accelerantem exprimet, quæ eſt ipſa quæ requiritur, ut ſingulæ particulæ juxta legem
* 594. corporis in cycloide oſcillati agitentur *. Quod demonſtrandum erat.

596. Vis accelerans, quæ in aëris particulas agit, cum gravitate poteſt conferri, & celeritas undæ cum celeritate corporis cadentis, ut diximus in n. 499.

Quando corpus in cycloïde oſcillatum, hanc integram percurrit curvam, in punctis, a puncto medio viæ percurrendæ maximè remotis, toto ſuo pre-
* 79.5. mitur pondere *; Idcirco, ut cum gravitate conferamus vim accelerantem motum particulæ, dum per G O it & redit, debemus cum pondere particulæ conferre vim, quæ in hanc agit in G, aut O, & hanc C verſus, premit.

Lineæ ut I *i* & *i m* in puncto G confunduntur; ideo poſitis A D & E F æqualibus, id eſt, poſitâ A D æquali diſtantiæ inter centra particularum quieſcentium, & ductâ D C ad centrum, G *g*, quæ æqualis eſt I *i*, exprimet

met vim quæ in G particulam C versus premit, dum G Q vim exprimit, qua particulæ quiescentes sese mutuo repellunt.

Ponamus Atmosphæram, non mutatâ aëris quantitate, ubique supra locum, in quo unda movetur, esse ejusdem densitatis cum aëre in hoc loco, & sit in hoc casu altitudo Atmosphæræ S V; sit S *s*; æqualis A D, distantiæ inter centra duarum particularum vicinarum; S *s* est ad S V, ut unitas ad numerum particularum in *s* V; id est S *s* ad S V, ut pondus unius particulæ ad pondus quo particulæ S, *s*, ad se mutuo pelluntur, quod pondus valet vim qua elasticitate particulæ hæ a se mutuo recedere conantur *. * 116.

Pondus autem unius particulæ est ad vim in G, de qua statim locuti sumus, in ratione composita ponderis unius particulæ ad vim elasticam aëris quiescentis; & hujus vis elasticæ ad vim in G, id est in ratione composita S *s* ad S V, & Q G ad G *g*. Ultima hæc ratio componitur ex ratione Q G, aut A C, ad G C, & G C ad G *g*, quæ eadem est cum ratione A C ad A D aut S *s*. Idcirco ratio composita ex rationibus S *s* ad S V, & Q G ad G *g*, etiam componitur ex rationibus, S *s* ad S V, A C ad G C, & A C ad S *s*; quæ est ratio $Ss \times AC \times AC$ ad $SV \times GC \times Ss$, aut AC^q, ad $SV \times GC$; sunt ergo in hac ratione, vis gravitatis cum vi qua particulæ in motu undulatorio agitantur; & qua vi si pendulum longitudinis C G loco gravitatis agitaretur, duas perageret vibrationes, in tempore in quo unda latitudinem suam percurrit; in hoc enim tempore particula it & redit *. * 485.

Ergo si aliud detur pendulum vi gravitatis agitatum & longitudinis S V, quadratum temporis in quo hoc duas peragit vibrationes, est ad quadratum temporis in quo unda latitudinem suam percurrit, in ratione composita directæ S V ad G C, & inversæ AC^q ad $SV \times GC$ *, ex quibus componitur * 164. 165. ratio SV^q ad AC^q. Idcirco ipsa tempora sunt ut S V ad A C. Tempus autem, in quo pendulum, cujus longitudo est S V, duas peragit vibrationes, est æquale tempori, in quo corpus, celeritate, cadendo a semialtitune S V acquisitâ, potest percurrere circumferentiam circuli, cujus semidiameter est S V *; quod tempus cum sit ad tempus, in quo unda latitudinem * 134. 157. 85. suam, id est, circumferentiam circuli, cujus semidiameter A C percurrit, ut S V est ad A C, in qua ratione sunt ipsæ circumferentiæ, spatia percursa sunt tempora; ideo velocitates æquales *, & constat propositio in n. 1152. tradita.

SCHOLIUM 2.

De Soni Intensitate.

597. Vidimus soni intensitatem sequi rationem compositam, ex ratione numeri particularum, certo tempore, in aurem incurrentium & ratione quadrati velocitatis qua incurrunt *. Rationes hæ nunc determinandæ sunt. * 586.

Numerus particularum sequitur rationem densitatis aëris. Ut & rationem velocitatis undæ; quo enim hæc velocior est, eo idem numerus particularum breviori tempore in aurem agit, & eo major est numerus particularum eodem tempore agentium. Etiam rationem ſpatii itu & reditu a particulis percurſi; quo enim hoc ſpatium majus eſt, eo particulæ à tympano magis remotæ in hoc incurrunt. Tandem rationem inverſam latitudinis undæ.

Quadratum velocitatis quo ſingulæ particulæ agunt, ſequitur rationem quadrati velocitatis undæ. Quadrati ſpatii itu & reditu percurſi. Tandem rationem inverſam quadrati latitudinis undæ,

598. *Quando velocitas undæ non mutatur ratio inverſa latitudinis undæ eſt ratio directa numeri undarum determinato tempore in aurem incurrentium*; poſitis undis æqualibus ſeſe mutuo inſequentibus, quales ſunt undæ, quæ ex continuata fibræ agitatione generantur.

Ratio compoſita ex memoratis omnibus eſt ratio compoſita ex ratione denſitatis, ratione cubi velocitatis, ratione cubi ſpatii itu & reditu percurſi, & ratione inverſa cubi latitudinis undæ.

Si ſeponamus accelerationem in n. 578.5. memoratam, (quæ non mutat velocitatem qua ſingulæ particulæ moventur, de qua in hiſce tantum agitur,) cubus velocitatis ſequitur rationem ſeſquiplicatam directam Elaſticitatis
* 494. & ſeſquiplicatam inverſam denſitatis *.

Duæ ergo primæ rationes memoratæ reducuntur ad rationem ſeſquiplicatam elaſticitatis & rationem inverſam ſubduplicatam denſitatis. Elaſticitas
* 126. autem eſt ut pondus comprimens *, quod ſequitur rationem altitudinis Mercurii in Tubo Torricelliano.

599. *Generaliter* ergo, *eſt ſoni intenſitas directe ut radix quadrata cubi altitudinis Mercurii in tubo Torricelliano, ut cubus ſpatii itu & reditu percurſi, & inverſe ut cubus latitudinis undæ, & ut radix quadrata denſitatis.*

F I N I S.

TAB. XLVII.

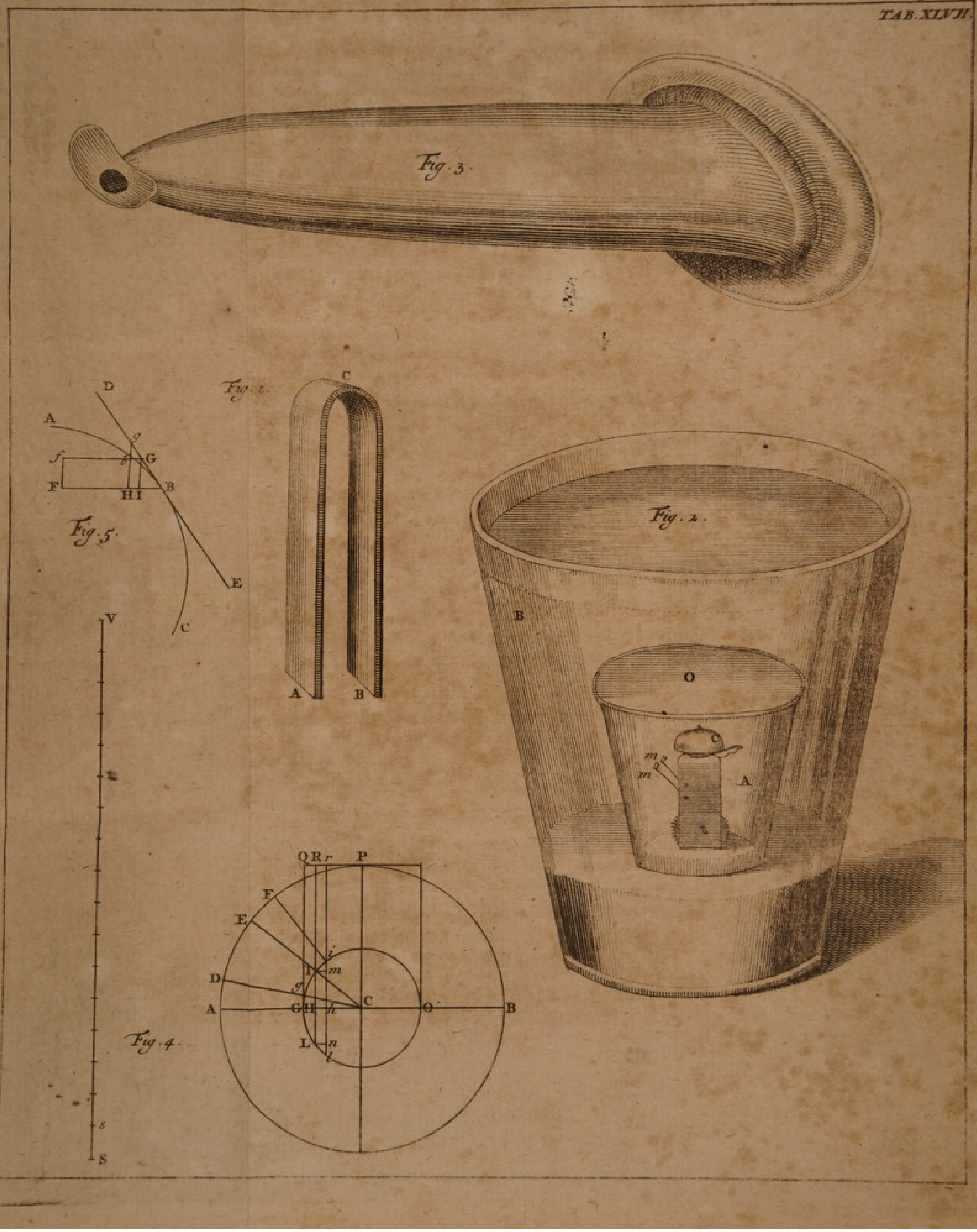
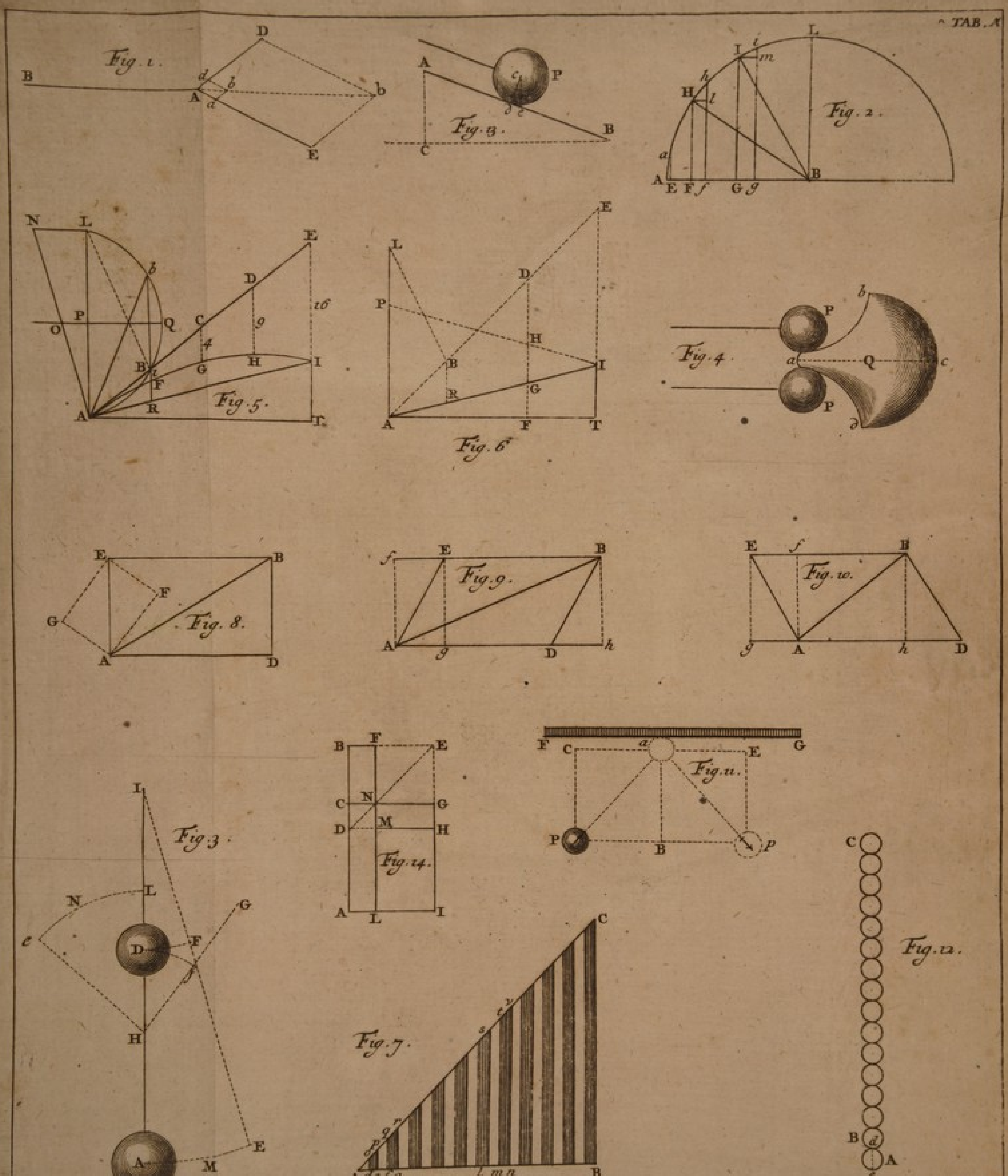


Fig. 3.
Fig. 1.
C
A
B
Fig. 2.
B
O
A
m
m
Fig. 5.
D
A
g
f
b
G
F
H I
B
E
C
V
s
S
Fig. 4.
Q R r
P
F
E
i
I
m
D
g
A
G H
h
C
O
B
L
n
l


TAB. X
Fig. 1.
Fig. 13.
Fig. 2.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 4.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 3.
Fig. 14.
Fig. 11.
Fig. 7.
Fig. 12.

CORRIGENDA.

Pag.	lin.	dele	lege
30.	24.	continentur	continetur
31.	28.	ćtio	ćtitio
31.	11.	quorum	quarum
41.	*penult.*	*generatur.*	*generatur, aut destruitur.*
70.	3.	B+*b* A*a*	B*b*+A*a*
79.	3. *a fine*	CAPUT XXIV.	
110.	3. *a fine*	determinantur	determinamus
126.	4.	qui	quæ

IN MARGINE

Pag.	lin.	dele	lege
17.	30.		TAB. A fig. 13.
18.	17.	TAB. XII.	TAB. XII. *f.*
22.	13.	TAB. A.	TAB. XII. *f.*
104.	3. 12. 16. *ult.*		*f.*
115.	17.	fig. 11.	fig. 14.
151.	13. 24.	TAB. XXXV. *f.*	TAB. XXXVI. *f.*
167.	26.	TAB. XXVII. *f.*	TAB. XXVII.

A prima pag. ad nonam ubique pro TAB. I. lege TAB. I. *f.* & pro TAB. II. lege TAB. I.

Ordo juxta quem TABULÆ collocandæ sunt

TAB. I.	Pag. 8	TAB XXV.	Pag. 110
TAB. VIII.	Pag. 16	TAB. XXXV.	Pag. 136
TAB. XII.	Pag. 26	TAB. XXXVI.	Pag. 146
TAB. XV.	Pag. 40	TAB. XXXVII.	Pag. 162
TAB. XVI.	Pag. 50	TAB. XL.	Pag. 168
TAB. XVIII.	Pag. 66	TAB. XLVII.	Pag. 174
TAB. XIX.	Pag. 68	TAB. A.	Pag. 174
TAB. XX.	Pag. 84		

FINIS.

P R I-

PRIVILEGIE.

De Staaten van Holland ende West-Vriesland, doen te weeten, alsoo ons vertoont is by Pieter vander Aa, Boekverkooper tot Leyden, hoe dat hy Suppl^t. nu aldereerst nieuw hadde gedrukt, Guilielmi Jacobi 's Gravesande Physices Elementa Mathematica, experimentis confirmata; sive Introductio ad Philosophiam Newtonianam, *in Quarto*, *cum figuris*, het eerste deel, synde het vervolg van het voorsz. werk by den suppl^t. meede tegenwoordigh onder de Pars, dog alsoo den Suppl^t. beducht was, dat eenige nydige, off baetsoekende Menschen, 't sy binnen off buytens Lands hem 't voorn. werk souden mogen koomen naa te drucken, waar door hy van alle syne groote kosten en arbeyd tot nu toe gedaan en nog te doen, soude versteken syn, soo keerde den Suppl^t. sig tot Ons, versoekende Ons Octroy, om het voorn. werk en vervolg voor den tyd van vyftien eerst achter een volgende Jaren, alleen met seclusie van allen anderen hier te Lande te mogen drucken, uyt te geven, en te verkoopen in sodanige taalen en formaten, als den Suppl^t. voor syn intrest best oirbaar soude vinden, met expres verbod, waar by aan allen en eenen ygelycken buyten hem Suppl^t. off die syn actie off recht naarmaels mochten verkrygen, door Ons verboden wiert, het voorn. werk off vervolg van dien in eenigerhande taalen te drucken, naa te drucken, te doen naadrucken, uyt te geven, te verkopen, ofte verhandelen, in 't groot noch klein, in 't geheel noch ten deelen, noch met, noch sonder Platen, noch onder pretext van vermeerdering, verbeteringh, veranderingh van naem, valsche tekens, ofte hoedanigh het ook genoemt soude mogen werden, ofte in eenigerhande taal off taalen buyten desen Lande gedrukt werdende, deselve niet te mogen inbrengen, te verhandelen, off te verkopen, alles telkens op verbeurte van alle de naagedrukte, ingebrachte, verhandelde off verkogte Exemplaren, so dikwils en menigmaal als deselve souden werden achterhaelt, mitsgaders daar en boven een boete van drie duysent guldens by Ons tegens de Contraventeurs te stellen. SO IST, dat Wy de saake, en versoeck voorsz. overgemerkt hebbende, ende genegen wesende ter beede van den Suppl^t. uyt Onse rechte wetenschap, Souveraine maght, en authoriteyt den selven Suppl^t. geconsenteert, geaccordeert, ende geoctroyeert hebben, consenteeren, accordeeren, en octroyeren hem mitsdesen, dat hy geduyrende den tyd van vyftien eerst achter een volgende Jaren het voorsz. werk genaemt Guilielmi Jacobi 's Gravesande Physices Elementa Mathematica, experimentis confirmata; sive Introductio ad Philosophiam Newtonianam, *in Quarto cum figuris* met het vervolg van dien, binnen den voorsz. Onsen Landen alleen sal mogen drucken, doen drucken, uytgeven, en verkoopen, in sodanige taalen en formaten, als den Suppl^t. voor syn intrest best oirbaar sal vinden, verbiedende daerom allen, ende een ygegelyken het selve Werk en Vervolg in eenigerhande taalen in 't geheel, ofte ten deelen naa te drucken, te doen naadrucken, te verhandelen, ofte te verkopen, ofte elders naergedrukt, binnen den selven Onsen Lande te brengen, uyt te geven, te verhandelen ofte te verkoopen, op verbeurte van alle de naagedruckte, ingebragte, verhandelde ofte verkogte Exemplaren, ende een boete van drie duysent guldens daer en boven te verbeuren, te appliceeren een derde part voor den Officier, die de Calangie doen sal, een derde part voor den Armen der plaatse daer de casus voorvallen sal, en de resterende derde part voor den Suppl^t. ende dit telkens soo menigmael als deselve sullen werden achterhaelt, alles in dien verstande, dat Wy den Suppl^t. met desen Onsen Octroye alleen willende gratificeeren tot verhoedinge van syne schade door het naadrucken van het voorsz. Werk of Vervolg, daar door in geenen deele verstaen den inhoude van dien te authoriseeren ofte te advoueeren, ende veel min het selve onder Onse protectie ende beschserminge eenigh meerder credit, aansien ofte reputatie te geven, nemaar den Suppliant in cas daer in iets onbehoorlyks soude influeeren, alle het selve tot synen laste sal gehouden wesen te verantwoorden, tot dien eynde wel expresselyck begeerende. dat by aldien hy desen Onsen Octroye voor het selve Werk sal willen stellen, daar van geen geabbrevieerde ofte gecontraheerde mentie sal mogen maeken, nemaer gehouden sal wesen het selve Octroy in 't geheel ende sonder eenige Omissie daer voor te drucken, ofte te doen drucken, ende dat hy gehouden sal syn een Exemplaer van het voorsz. werk gebonden en wel geconditioneert te brengen in de Bibliotheeck van Onse Universiteyt tot Leyden, en daer van behoorlyk te doen blycken, alles op pœne van het effect van dien te verliesen, ende ten eynde den Suppl^t. desen Onsen Consente en Octroye moge genieten als naer behooren, lasten Wy allen ende een ygelycken die 't aangaen mag, dat sy den Suppl^t. van den inhoude van desen doen laten ende gedogen, rustelyck, vredelyck ende volkomentlyk genieten ende gebruycken, cesserende alle beleth ter contrarie. Gedaen in den Hage onder Onsen Grooten Zegele hier aen doen hangen op den aghsten November in 't Jaer onses Heeren en Zalighmakers seventien hondert en negentien.

Was getekent,

A: HEINSIUS, vt

Ter Ordonnantie van de Staten,

SIMON VAN BEAUMONT.