Astronomie / Par M. de La Lande, Conseiller du Roi, Lecteur Royal en mathematiques; Membre de l'Academie Royale des Sciences de Paris; de la Societe Royale de Londres; de l'Academie Imperiale de Petersbourg; de l'Academie Royale des Sciences & Belles-Lettres de Prusse; de la Societe Royale de Gottingen; de l'Institut de Bologne; de l'Academie des Arts etablie en Angleterre, &c.; Censeur Royal.

Contributors

Lalande, Joseph Jérôme Le Français de, 1732-1807.

Publication/Creation

A Paris : Chez Desaint & Saillant, Libraires, rue S. Jean-de-Beauvais, M.DCC.LXIV. Avec Privilege du Roi.

Persistent URL

https://wellcomecollection.org/works/e67vegyz

License and attribution

This work has been identified as being free of known restrictions under copyright law, including all related and neighbouring rights and is being made available under the Creative Commons, Public Domain Mark.

You can copy, modify, distribute and perform the work, even for commercial purposes, without asking permission.

wellcome collection

Wellcome Collection
183 Euston Road
London NW1 2BE UK
T +44 (0)20 7611 8722
E library@wellcomecollection.org
https://wellcomecollection.org

2 exs.
31946/C
N VIII
18/2
K
DR. ERNST DARMSTAEDTER
No. 859
COLLECTION

Digitized by the Internet Archive
in 2019 with funding from
Wellcome Library

https://archive.org/details/b30412821_0001

ASTRONOMIE,

PAR M. DE LA LANDE.

TOME PREMIER.

ASTRONOMIE.

TOME PREMIER.

70645

ASTRONOMIE,

Par M. DE LA LANDE,

Conſeiller du Roi, Lecteur Royal en Mathématiques ; Membre de l'Académie Royale des Sciences de Paris ; de la Société Royale de Londres ; de l'Académie Impériale de Pétersbourg ; de l'Académie Royale des Sciences & Belles-Lettres de Pruſſe ; de la Société Royale de Gottingen ; de l'Inſtitut de Bologne ; de l'Académie des Arts établie en Angleterre, &c. Cenſeur Royal.

TOME PREMIER.

A PARIS,

Chez DESAINT & SAILLANT, Libraires, rue S. Jean-de-Beauvais.

M. DCC. LXIV.

AVEC PRIVILEGE DU ROI.

WELLCOME
HISTORICAL
MEDICAL
LIBRARY

Moll.

A SON ALTESSE SÉRÉNISSIME

MADAME LA MARGRAVE REGNANTE

DE BADE-DURLACH,

ET HOCHBERG,

NÉE LANDGRAVE DE HESSE,

&c. &c.

MADAME,

Parmi les ſciences que VOTRE ALTESSE SÉRÉNISSIME *aime, cultive, protège dans ſes Etats, l'Aſtronomie a obtenu de Vous une ſorte de préférence; ceux qui la profeſſent ont reçu plus d'une fois des marques d'une protection qui prouve l'eſtime que Vous accordez à leurs travaux, & j'en ai eu moi-même des preuves perſonnelles.*

S'il falloit des exemples, MADAME, *pour illuſtrer le goût de cette ſcience; ſans remonter juſqu'à ces anciens Monarques des plus puiſſans Empires de l'Orient qui ſe ſont livrés à ſon étude, je dirois que parmi Vos auguſtes*

Ayeux nous avons l'honneur de compter celui de tous les Princes qui a le plus contribué par ſon ſçavoir perſonnel au progrès de l'Aſtronomie, & qu'il eſt cité plus d'une fois dans l'Ouvrage que j'oſe préſenter à VOTRE ALTESSE SE'RE'NISSIME.

Il n'en falloit pas tant, MADAME, *pour diriger vers Vous des hommages auſſi libres & plus dignes que le mien de Vous être offerts. S'il ne m'appartient pas de célébrer tant d'autres qualités éminentes d'une Souveraine que ſes vertus élevent au-deſſus même de ſon rang, qu'il me ſoit du moins permis de publier dans ma patrie que Vous faites l'admiration & le bonheur de la vôtre.*

Je ſuis avec le plus profond reſpect,

MADAME,

DE VOTRE ALTESSE SÉRÉNISSIME,

Le très-humble & très-obéiſſant ſerviteur,
DE LA LANDE.

PRÉFACE.

NOUS avons en François trois Ouvrages où l'on peut très-bien apprendre l'Aſtronomie, qui ſont de M. Caſſini, de M. le Monnier, de M. de la Caille. Cependant je n'ai pas cru que celui-ci fût inutile, parce que les progrès continuels de cette ſcience me fourniſſoient beaucoup d'objets nouveaux à traiter, & que le Public pouvoit ſouhaiter d'ailleurs un Traité plus étendu que ceux dont je viens de parler. J'ai donc entrepris de raſſembler en un ſeul corps tout ce que l'on ſçait d'Aſtronomie, ſans omettre aucune des branches de cette vaſte ſcience. Me trouvant ainſi obligé de former un nouvel ouvrage, je me ſuis fait un nouveau plan, & je vais en faire l'expoſition. Avant d'entreprendre la lecture d'un Livre il importe d'en connoître l'ordre & le plan, d'entrer dans les vûes de l'auteur, & d'avoir une idée de l'importance des matieres qu'il a traitées, c'eſt à quoi je deſtine cette préface.

Il ſeroit à ſouhaiter que les livres d'Aſtronomie devinſſent plus fréquens & plus connus, l'étude en deviendroit plus attrayante & moins sèche; elle ſeroit bientôt un objet plus général d'émulation & de curioſité. L'Aſtronomie eſt peut-être la ſeule ſcience de laquelle nous n'ayons point eu de

Traité complet depuis l'Almageſte de Riccioli, qui même ne contenoit rien du tout ſur la partie organique ; c'eſt-là le premier motif qui m'a fait entreprendre celui-ci.

Les aſtronomes n'ont pas beſoin de livres élémentaires; ils peuvent puiſer dans les ſources, & raſſembler eux-mêmes ce qui ſe trouve diſperſé dans les Mémoires & dans les ouvrages des autres aſtronomes ; mais quand on s'eſt dévoué au progrès des ſciences on doit compte au public du fruit de ſes travaux : on deſire qu'il en jouiſſe, on aime à abréger les premiers pas à ceux qui entreront dans la carriere, pour empêcher qu'ils ne ſoient rebutés par les difficultés.

De la prolixité de mes explications.

Ce n'eſt pas pour être expliqué, mais ſeulement pour être lû ſans maître, que j'ai compoſé cet ouvrage. Souvent je me ſuis fait le même reproche que Kepler, qui diſoit autrefois ; *Dum medeor obſcuritati materiæ, inſertis circumlocutionibus, jam mihi contrario vitio videor in re mathematicâ loquax, (nova Phiſ. Intr.)* ; mais il valoit mieux en dire trop que trop peu. J'ai paſſé légérement ſur les objets de peu d'importance ; j'ai traité plus au long les articles qui ont une influence plus générale ſur le reſte du livre, auſſi bien que les choſes nouvelles & peu connues. Il eſt comme impoſſible que mes explications ne paroiſſent trop longues ou trop courtes aux différens lecteurs, ſuivant le degré d'intérêt que chacun y mettra, ou les connoiſſances préliminaires qu'il aura acquiſes ; les plus habiles en

en ſeront quittes pour lire plus rapidement ; celui qui a compris la vérité d'une propoſition ſur le ſimple énoncé, en paſſe la démonſtration. Le premier Volume paroîtra plus long & plus prolixe que le ſecond ; le premier eſt deſtiné ſpécialement à faire bien ſentir les Principes généraux de l'Aſtronomie ; le ſecond ſuppoſe qu'on a déja acquis dans cette Science de l'habitude & de la facilité. D'ailleurs j'ai été obligé de reſſerrer beaucoup le ſecond Volume, pour ne pas rendre l'Ouvrage trop volumineux & trop cher.

Le ſecond Volume eſt plus ſerré.

Les premiers phénomenes qui doivent frapper les yeux lorſqu'on examine le Ciel pour la premiere fois, m'ont paru devoir commencer un Traité d'Aſtronomie, quoiqu'on s'y prenne dans d'autres Livres d'une maniere fort différente. J'ai conſidéré enſuite les conſéquences qu'en tirerent les premiers Aſtronomes, toujours très-naturelles, ſouvent très-ingénieuſes, quelquefois fauſſes ; car les premiers Obſervateurs ne furent que des Bergers. C'eſt ainſi que l'Hiſtoire de l'ancienne Aſtronomie & des anciens Aſtronomes, eſt venue ſe placer naturellement à la ſuite de l'hiſtoire des phénomenes les plus ſenſibles. Ainſi je n'ai pas commencé mon Livre en ſuppoſant l'Obſervateur au centre du ſoleil, comme a fait M. de la Caille, parce qu'il a fallu deux mille ans pour parvenir à démontrer que le ſoleil étoit le centre des mouvemens céleſtes. Je n'ai pas commencé par la définition des cercles de la Sphère, parce que le Lecteur n'auroit

De l'ordre qu'on a ſuivi.

point apperçu la néceſſité de ces cercles & leur origine ; la génération des choſes doit précéder leur définition. Enfin, je n'ai pas commencé par l'Hiſtoire de l'Aſtronomie, il auroit fallu ſuppoſer l'Aſtronomie connue ; mais j'ai tâché dans le premier Livre de conduire l'Hiſtoire avec la choſe même, en cherchant l'ordre des Inventeurs.

Enchaînement des découvertes.

Dans les Livres ſuivans j'ai toujours réuni l'Hiſtoire de l'Aſtronomie aux principes de cette Science, j'ai indiqué l'ordre des découvertes lorſque je n'ai pas pu le ſuivre ; c'eſt quelquefois trahir la foibleſſe humaine, que de montrer combien ſes gradations ſont lentes & inſenſibles ; mais c'eſt épargner au Lecteur la mortification qu'il éprouveroit en voyant une diſtance énorme entre les Inventeurs & lui. L'eſprit va toujours de proche en proche ; une invention paroît ordinairement merveilleuſe, parce qu'on n'apperçoit pas la route par laquelle on y eſt parvenu ; mais elle paroît toujours aiſée quand on en rapproche ce qui l'a précédé, & qu'on ſçait la route qui a conduit à chaque découverte.

A la ſuite de ces premieres Obſervations nous verrons paroître les découvertes de Copernic, de Tycho, de Kepler, de Caſſini, de Newton, en un mot, des inſtrumens nouveaux, des ſyſtèmes hardis, des découvertes heureuſes, des obſervations délicates ; ces deux ſiécles de lumiere ouvriront le ſpectacle le plus étonnant dont l'eſprit puiſſe jouir ; mais ſi nous prenons ſoin de placer chaque choſe à la ſuite

de celle qui lui a donné naiſſance ; ſi nous tranſportons le Lecteur dans la poſition de celui qui aura fait quelque belle découverte, la chaîne reparoîtra, & l'eſprit ſoulagé du fardeau que trop d'admiration impoſe à l'amour-propre, jouira preſque du plaiſir que l'Auteur même dût avoir ; c'eſt donc à montrer les progrès de l'eſprit que la méthode de cet Ouvrage eſt deſtinée ; point de Science où ils ſoient plus admirables & plus ſatisfaiſans.

Objet principal de la méthode.

Quelque envie que j'euſſe de diminuer la ſéchereſſe d'une étude ſi ennuyeuſe, l'exemple de M. de Fontenelle ne m'a point ſéduit ; je n'ai oſé y mêler ni dialogues, ni épiſodes, ni digreſſions ; le goût épuré de notre ſiécle ſemble avoir un peu écarté cette maniere enjouée de préſenter les Sciences. Ceux à qui ce genre de lecture pourroit plaire, trouveront de quoi ſe ſatisfaire dans le *Spectacle de la Nature*, *T. IV.* On y verra des peintures agréables, des converſations amuſantes, des réflexions qui intéreſſent. La fraîcheur des ombres, le ſilence de la nuit, la douce lumiere du crépuſcule, les feux qui brillent dans le ciel, les diverſes apparences de la lune, tout devient entre les mains de M. Pluche un ſujet de peintures agréables. Il rapporte tout aux beſoins de l'homme, aux attentions de l'Etre ſuprême ſur nos plaiſirs & ſur nos beſoins, & à la gloire du Créateur. Son Livre eſt un Traité des cauſes finales autant qu'un Livre de Phyſique, & il y a beaucoup de jeunes gens à qui cette lecture fera le plus grand plaiſir. Pour moi je

Des Ouvrages amuſans.

n'ai eu pour objet que de parler d'Aſtronomie, & il me ſuffira d'indiquer à la curioſité du Lecteur, outre le ſpectacle de la Nature, la Théologie Aſtronomique de Derham & les Dialogues de M. de Fontenelle ſur la pluralité des Mondes.

J'omettrai ſans regret tout ce qui eſt trop métaphyſique & trop abſtrait, ou trop algébrique, ſans avoir une relation immédiate ou au progrès de l'Aſtronomie, ou aux beſoins de la vie; je donnerai au contraire une étendue particuliere aux objets qui s'y rapportent le plus, tels que la meſure du temps & la maniere d'obſerver.

Mon plus grand ſoin a été de rendre mes explications faciles à entendre. Les difficultés que j'avois rencontrées moi-même en étudiant l'Aſtronomie m'ont inſtruit; je les ai étudiées, réſolues, & j'ai expliqué avec le plus de détail & de clarté qu'il m'a été poſſible, les ſolutions que je m'en étois faites; j'ai profité auſſi des difficultés que m'ont fait plus d'une fois des perſonnes qui étudioient ces matieres, & de l'occaſion que j'ai eue de les expliquer avec ſoin. Ce fut, par exemple, en expliquant au Collége Royal en 1761, la Théorie de l'Attraction, que je compoſai le Traité qui forme le XXIIe. Livre de cet Ouvrage, & qui fera plaiſir aſſurément à ceux qui auront envie de pénétrer dans cette théorie.

Des citations. Les citations feront une des richeſſes de ce Traité; il n'y a pas un ſeul Ouvrage de quelque importance, dont je n'aie fait uſage, & que je n'aie

cité pluſieurs fois ; & mon Livre ſera du moins un répertoire aſſez vaſte de citations ; en cette qualité il pourra ſervir aux Aſtronomes, en même temps qu'il ſatisfera les Curieux qui ne voudroient point être forcés de s'en rapporter à moi.

Les renvois d'un article à un autre n'y ſont point épargnés, ils en rendront l'uſage plus facile ; ils m'ont évité beaucoup de répétitions, & ils ſoulageront la mémoire du Lecteur.

Comme ſur bien des articles les détails ſeroient immenſes, j'ai choiſi les choſes dont l'application & l'uſage pouvoient s'étendre ailleurs ; à l'égard de celles qui étoient plus iſolées, je n'ai pas laiſſé de les indiquer & de renvoyer à la ſource ; tel eſt ſur-tout le parti que j'ai pris en parlant de la Figure de la Terre, ſur laquelle on auroit pu écrire pluſieurs Volumes.

Pour lire cet Ouvrage avec fruit, il faut tâcher d'avoir un globe céleſte ; il eſt ſur-tout néceſſaire pour bien entendre le premier Livre. Après avoir lû les trois premiers Livres, on prendra une idée de la Trigonométrie dans le XXIIIe ; enſuite l'on reviendra au quatrieme Livre ; les autres ſuivent à peu-près dans l'ordre qui m'a paru le plus commode pour celui qui veut lire l'Ouvrage entier. Avis pour la lecture de cette Aſtronomie.

La ſeconde attention qu'il faut avoir dans une ſemblable lecture, c'eſt de ſe rendre chaque propoſition aſſez familiere, pour n'être point étonné qu'elle ait été trouvée, & qu'elle paroiſſe ſi naturelle

qu'on eût pu ſoi-même la découvrir, au moyen de ce qui précede ; il ne faut quitter un article qu'après l'avoir compris, ou du moins y revenir bien vîte, c'eſt le moyen de tout comprendre dans le moindre eſpace de temps. Mais le conſeil le plus important que l'on doive donner à ceux qui étudient les Mathématiques, c'eſt d'exercer leur imagination beaucoup plus que leur mémoire, c'eſt de lire peu & de penſer beaucoup, de chercher par eux-mêmes les démonſtrations, ou du moins d'eſſayer leurs forces le plus ſouvent qu'ils pourront ; c'eſt ainſi qu'on acquiert l'eſprit des Mathématiques, le goût de recherches, la facilité de découvrir & d'inventer ; il faut développer ſoi-même les choſes qu'on a lues, en tirer des corollaires, en faire des applications, & ne chercher dans le Livre, s'il eſt poſſible, que la confirmation de ce qu'on aura trouvé. Les longs détails dans leſquels je ſuis entré quelquefois, ſont pour les Curieux qui n'ont ni l'âge, ni le temps néceſſaire pour ſuivre la méthode que je viens de conſeiller.

Néceſſité de réfléchir & de chercher.

J'ai marqué par des additions ou ſommaires, en marge de chaque page, les articles qui ſont les plus importans ou les plus curieux, & dans une premiere lecture on pourra paſſer les autres articles, afin que l'Ouvrage paroiſſe moins ennuyeux & moins long.

Connoiſſances qu'il ſuppoſe.

Je ne ſuppoſe d'autres connoiſſances que celle des élémens ordinaires de Géométrie & d'Algebre, tels que ceux de M. Clairaut, les meilleurs

que je connoiſſe, ou d'autres Traités élémentaires que l'on trouve en très-grand nombre chez les Libraires de France & de tout autre Pays ; ceux même qui n'ont point étudié l'Algebre, trouveront encore dans ce Livre beaucoup de choſes qu'ils pourront très-bien entendre, & qui ſatisferont leur curioſité.

Je déclare ſans peine qu'il doit y avoir beaucoup de fautes dans mon Ouvrage ; je ne connois aucun Livre d'Aſtronomie où il n'y en ait pluſieurs ; *Optimus ille eſt qui minimis urgetur*, (Horat. Sat. I. 3.). Ainſi les plus habiles Aſtronomes ſeront obligés de m'excuſer, *Æquum eſt peccatis veniam poſcentem reddere rurſus.* La mémoire nous trompe, le calcul nous égare à tout moment, la chaleur de la compoſition nous entraîne ; enfin, on ignore ſouvent des choſes qu'il auroit fallu ſçavoir. D'ailleurs je n'ai pas pris beaucoup de peine pour chercher mes fautes ; il y avoit trop de temps à perdre & trop d'ennui à éprouver ; j'écris pour mon amuſement, & j'y renoncerois ſi j'étois obligé de mettre dans mes Ecrits cette rigoureuſe exactitude ſi ennuyante pour un Auteur, & qui fait ſouvent, dit-on, tout le ſublime des Sots. Cet Ouvrage ſera utile tel qu'il eſt ; les Commençans en l'étudiant auront de temps en temps le plaiſir d'y relever quelque inadvertance, & s'applaudiront de ces petites découvertes ; quelques-unes pourront ſervir de pâture à la malignité, mais une heureuſe indifférence aſſûre depuis long-temps mon repos contre ces ſortes d'atteintes.

Fautes de ce Livre.

De l'ortographe. Je dois parler auſſi de quelques irrégularités d'ortographe que j'ai laiſſées dans cet Ouvrage, quelquefois même volontairement; il y a tant de diverſité aujourd'hui parmi les Ecrivains que l'on ne ſçait à quoi s'en tenir; pour moi j'aime beaucoup, auſſi bien que Richelet, à ſimplifier l'ortographe, à retrancher les lettres doubles, les lettres Grecques, les lettres inutiles. Les raiſons d'étymologie ne me paroiſſent point ſuffiſantes pour allonger les mots & les ſyllabes, & mettre une contradiction perpétuelle entre la prononciation & l'écriture : au reſte ſi j'ai pris des licences à cet égard, il n'y en a guères que je ne pûſſe juſtifier par des autorités reſpectables. On rencontrera quelques mots que j'ai d'abord écrits de la maniere la plus uſitée, & que j'ai ſimplifiés dans la ſuite du Livre ; il y a des noms propres, tels que ceux de *Flamſtead* & de *Huyghens*, que j'ai écrit quelquefois de la maniere la plus ordinaire en France, mais que j'ai réformés lorſque je me ſuis apperçu de l'erreur; ſans être arrêté par la loi de l'uniformité.

Du ſtyle de cet Ouvrage. On trouvera le ſtyle de cet Ouvrage aſſez négligé ; j'ai ſouvent apperçu qu'une exactitude grammaticale & rigoureuſe allongeoit le diſcours ſans l'éclaircir. Platon le penſoit autrefois lorſqu'il diſoit : *Nominum & verborum facilitas & non nimis accurata examinatio ut plurimùm non eſt ſordida & illiberalis, ſed ejus potiùs contrarium ; eſt autem nonnunquam neceſſaria.* (Plato in Theæteto). D'ailleurs on ne cherche guères le ſtyle dans un Livre de Science, à moins

à moins qu'on ne perde de vûe les matieres qui y ſont traitées, & qui en font tout le prix. Je déclare donc que je n'aſpire point à la gloire de l'élocution, je penſe comme faiſoit un Poëte philoſophe :

. . . . Si fortè lepos auſtera canentes
Deficit, eloquio victi, re vincimus ipsâ.

A quoi ſert l'Aſtronomie ?

En donnant au Public un auſſi long Traité d'Aſtronomie, en annonçant que cette Science a paru aux plus grands hommes digne d'une étude de toute la vie, on eſt obligé de répondre à cette queſtion : A quoi ſert l'Aſtronomie ? Je pourrois demander à mon tour : A quoi ſervent tant de choſes inutiles ou dangereuſes, dont on s'occupe journellement ſur la terre ? Mais la digreſſion me méneroit trop loin, je me borne à mon ſujet. L'étude en général eſt un des beſoins de l'humanité ; lorſqu'une fois on éprouve cette curioſité active & pénétrante qui nous porte à pénétrer les merveilles de la Nature, on ne demande plus à quoi ſert l'étude, car elle ſert alors à notre bonheur.

L'étude garantit des paſſions.

L'étude eſt d'ailleurs un préſervatif contre le déſordre des paſſions ; & il me ſemble qu'il faut ſpécialement diſtinguer un genre d'étude qui éleve l'eſprit, qui l'applique fortement, & lui donne par conſéquent des armes plus sûres contre les dangers dont je parle. Il ne ſuffit pas de connoître le bien, diſoit Séneque, de ſçavoir ce qu'on doit à ſa patrie, à ſa famille, à ſes amis, à ſoi-même, ſi l'on n'a pas la force de le faire ; il ne ſuffit pas d'é-

tablir les préceptes; il faut écarter les obſtacles : *Ut ad præcepta quæ damus poſſit animus ire, ſolvendus eſt,* (Epiſt. 95.). Je ne connois rien qui réuſſiſſe mieux que l'application aux Sciences Mathématiques, & ſpécialement à l'Aſtronomie. Les merveilles qu'on y découvre captivent l'ame, & l'occupent d'une maniere noble, délicieuſe & exempte de danger ; elles élevent l'imagination, elles perfectionnent l'eſprit ; elles rempliſſent & ſatisfont le cœur.

Les plus grands Philoſophes de l'Antiquité parlerent de l'Aſtronomie avec une admiration ſinguliere. Diogène de Laërce raconte qu'on demandoit à Anaxagore pour quel objet il étoit né ; il répondit que c'étoit pour contempler les aſtres. S'il y a dans ſa réponſe de l'exaggération en faveur de l'Aſtronomie, on y voit au moins l'enthouſiaſme avec lequel un homme de génie contemploit le ſpectacle du Ciel. Pythagore diſoit que les hommes ne devroient avoir que deux études ; celle de la Nature pour éclairer l'eſprit, celle de la Vertu pour régler le cœur. On regarde avec raiſon l'étude de la Morale comme la plus néceſſaire & la plus digne de l'homme : *A proper ſtudy of mankind is man,* dit Pope ; mais on ſe tromperoit en croyant qu'on peut être véritablement Philoſophe ſans l'étude des Sciences naturelles. Pour être ſage non par foibleſſe, mais par principe, il faut ſçavoir réfléchir & penſer fortement ; il faut, à force d'étude, s'être affranchi des préjugés qui trompent le juge-

Réponſe d'Anaxagore.

La Science conduit à la Vertu.

ment, qui s'oppoſent au développement de la raiſon & de l'eſprit. Voilà pourquoi Pythagore ne vouloit point de Diſciple qui n'eût étudié les Mathématiques ; on liſoit ſur ſa porte : Οὐδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω.

Platon faiſoit auſſi le plus grand cas de l'Aſtronomie ; voyez ce qu'il en dit dans ſon XXXVe. Livre intitulé *Epinomis* vel *Philoſophus*, que Marcile-Ficin appelle le Thréſor de Platon : *Nolite ignorare Aſtronomiam ſapientiſſimum quiddam eſſe, &c.* Il va juſqu'à dire dans un autre endroit que les yeux ont été donnés à l'homme à cauſe de l'Aſtronomie : c'étoit peut-être l'idée d'Ovide lorſqu'il diſoit :

Finxit in effigiem moderantum cuncta Deorum,
Pronáque cùm ſpectent animalia cætera terram,
Os homini ſublime dedit, cœlúmque tueri
Juſſit, & erectos ad ſidera tollere vultus.

Doit-on compter pour rien l'avantage d'être garanti des malheurs de l'ignorance ? Peut-on enviſager ſans un mouvement de compaſſion & de honte, la ſtupidité des Peuples qui croyoient autrefois qu'en faiſant un grand bruit dans une éclipſe de Lune, on apportoit du remede aux ſouffrances de cette Déeſſe ; ou que ces éclipſes étoient produites par des enchantemens ; Effets que produit l'ignorance.

Cùm fruſtrà reſonant æra auxiliaria Lunæ. *Met. IV.* 333.

Cantus & è curru Lunam deducere tentat,
Et faceret, ſi non æra repulſa ſonent. *Tib. I. el.* 8.*

* Voy. Sen. *Hipol.* 787. Liv. *ib.* 26.=Tacit. I. *Ann.*=Plut. *in Pericle*, & Lib. *de defectu Oraculorum.*

Indépendamment de ces terreurs qui dégradent le Peuple, on trouve dans l'Hiſtoire pluſieurs traits qui montrent le déſavantage que l'ignorance donna ſouvent à des Généraux, à des Nations entieres. Nicias, Général des Athéniens, étoit réſolu de quitter la Sicile avec ſon armée; une éclipſe de Lune dont il fut frappé, lui fit perdre le moment favorable, & fut cauſe de la mort du Général & de la ruine de ſon armée, perte ſi funeſte aux Athéniens qu'elle fut l'époque de la décadence de leur patrie. Alexandre même, avant la bataille d'Arbelle, fut effrayé d'une éclipſe de Lune; il ordonna des ſacrifices au Soleil, à la Lune & à la Terre, comme aux Divinités qui cauſoient ces éclipſes.

Uſages que des Généraux firent de l'Aſtronomie.

On voit au contraire d'autres Généraux à qui leurs connoiſſances en Aſtronomie ne furent pas inutiles. Périclès conduiſoit la flotte des Athéniens, il arriva une éclipſe de Soleil qui cauſa une épouvante générale; le Pilote même trembloit; Périclès le raſſûre par une comparaiſon familiere: il prend le bout de ſon manteau, & lui en couvrant les yeux il lui dit: Crois-tu que ce que je fais-là ſoit un ſigne de malheur? Non ſans doute, dit le Pilote: cependant c'eſt auſſi une éclipſe pour toi, & elle ne differe de celle que tu as vûe, qu'en ce que la Lune étant plus grande que mon manteau, elle cache le Soleil à un plus grand nombre de perſonnes.

Agathocles, Roi de Syracuſe, dans une guerre

d'Afrique, vit auſſi dans un jour déciſif la terreur ſe répandre dans ſon armée à la vûe d'une éclipſe; il ſe préſente à ſes ſoldats, il leur en explique les cauſes, & il diſſipe leurs craintes. On raconte des choſes de cette eſpece à l'occaſion de Sulpitius, & de Dion, Roi de Sicile. Nous verrons bientôt d'autres exemples du ſçavoir & des connoiſſances aſtronomiques des plus grands Princes.

Nous liſons un fait aſſez honorable à l'Aſtronomie dans l'Epître que Roias adreſſe à Charles-Quint, en lui dédiant ſes Commentaires ſur le Planiſphère. Chriſtophle Colomb en commandant l'armée que Ferdinand, Roi d'Eſpagne, avoit envoyée à la Jamaïque, dans les premiers temps de la découverte de cette Iſle, ſe trouva dans une diſette de vivres ſi générale, qu'il ne lui reſtoit aucune eſpérance de ſauver ſon armée, & qu'il alloit être à la diſcrétion des Sauvages : l'approche d'une éclipſe de Lune fournit à cet habile homme un moyen de ſortir d'embarras ; il fit dire aux Chefs des Sauvages que ſi dans quelques heures on ne lui envoyoit pas toutes les choſes qu'il demandoit, il alloit les livrer aux derniers malheurs, & qu'il commenceroit par priver la Lune de ſa lumiere. Les Sauvages mépriſerent d'abord ſes menaces ; mais auſſi-tôt qu'ils virent que la Lune commençoit en effet à diſparoître, ils furent frappés de terreur ; ils apporterent tout ce qu'ils avoient aux pieds du Général, & vinrent eux-mêmes demander grace.

J'ai fait obſerver en parlant de l'Aſtrologie,

L'Aſtronomie diſſipe les erreurs de l'Aſtrologie.

(*pag.* 335.), combien on devoit s'applaudir d'avoir perfectionné l'Aſtronomie, aſſez pour affranchir les hommes de cette miſérable imbécillité dont ils furent ſi long-temps dupes. Je ne puis m'empêcher de rapporter à ce ſujet l'aventure de l'année 1186, qui dut couvrir de honte les Aſtrologues de toute l'Europe : Chrétiens, Juifs, ou Arabes, ils s'étoient tous réunis pour annoncer ſept ans auparavant, par des lettres qui furent publiées ſolemnellement dans toute l'Europe, une conjonction de toutes les Planetes qui devoit être accompagnée de ſi terribles ravages, qu'il y avoit à craindre un bouleverſement univerſel. On s'attendoit à voir la fin du monde : cette année ſe paſſa néanmoins comme les autres ; mais cent autres menſonges auſſi bien avérés, n'auroient pas ſuffi pour détacher des hommes ignorans & crédules du préjugé de leur enfance ; il a fallu qu'un eſprit de Philoſophie & de recherche ſe répandît parmi les hommes, leur développât l'étendue & les bornes de la Nature, & les accoutumât à ne plus s'effrayer ſans examen & ſans preuve.

Les Cometes furent ſur-tout, comme on le ſçait, un de ces grands objets de terreur que l'Aſtronomie a enfin diſſipés, même parmi le Peuple. On eſt fâché de trouver encore des préjugés auſſi étranges dans le plus beau Poëme du dernier ſiécle, où elles peuvent éterniſer la honte de nos erreurs ;

Qual con le chiome ſanguinoſe horrende
Splender Cometa ſuol per l'aria aduſta,

Ch'i regni muta e i fieri morti adduce,
E a purpurei tiranni infausta luce. *Jeruſ. Lib.*

Les charmes de la Poëſie ſont actuellement employés d'une maniere bien plus philoſophique & plus utile ; témoin ce beau paſſage de M. Voltaire au ſujet des Cometes, dans ſon Epître à Madame la Marquiſe du Châtelet :

Cometes que l'on craint à l'égal du tonnerre,
Ceſſez d'épouvanter les peuples de la terre ;
Dans une ellipſe immenſe achevez votre cours ;
Remontez, deſcendez près de l'aſtre des jours ;
Lancez vos feux, volez, & revenant ſans ceſſe,
Des mondes épuiſés ranimez la vieilleſſe.

C'eſt ainſi que l'étude approfondie & les progrès de la véritable Aſtronomie ont diſſipé des préjugés abſurdes, & rétabli notre raiſon dans tous ſes droits. Mais ce n'eſt point à cela ſeul que ſe réduit l'utilité de cette Science, elle contribue au bien général de plus d'une maniere.

Son utilité pour la Géographie.

On ſçait aſſez que la Coſmographie & la Géographie ne peuvent ſe paſſer de l'Aſtronomie. Les obſervations de la hauteur du Pole apprirent aux hommes que la Terre étoit ronde ; les éclipſes de Lune ſervirent à connoître les longitudes des différens pays de la Terre, ou leurs diſtances mutuelles d'occident en orient ; la découverte des ſatellites de Jupiter a donné une plus grande perfection à nos Cartes Géographiques & Marines, que n'auroient pu faire dix mille ans de navigations & de voyages ; & quand leur théorie ſera encore

mieux connue, la méthode des longitudes ſera plus exacte & plus facile.

L'étendue de la Méditerranée étoit preſque inconnue vers l'an 1600 ; on la connoît aujourd'hui auſſi exactement que celle de la France.

Pour la navigation.

C'eſt à l'Aſtronomie que l'on fut redevable des premieres navigations des Phéniciens (198), & c'eſt encore à elle que nous devons la découverte du nouveau Monde. Chriſtophle Colomb avoit une connoiſſance intime de la ſphère, peut-être plus que perſonne de ſon temps, puiſqu'elle lui donna cette certitude, & lui inſpira cette confiance avec laquelle il dirigea ſa route vers l'occident; certain de rejoindre par l'orient le continent de l'Aſie, ou d'en trouver un nouveau.

S'il reſte actuellement quelque choſe à deſirer pour la perfection & la ſûreté de la navigation, c'eſt de trouver aiſément les longitudes en Mer ; on les a, quand on veut, par le moyen de la Lune, comme je l'ai démontré (3212 *& ſuiv.*) ; & ſi les Navigateurs étoient un peu Aſtronomes, leur eſtime ne les tromperoit jamais de 20 lieues, tandis qu'ils ſont quelquefois à 2 ou 3 cent lieues d'incertitude dans des voyages fort ordinaires.

Importance de la Marine.

L'utilité de la Marine pour le bien d'un Etat ſert donc à prouver celle de l'Aſtronomie ; or il me ſemble qu'il eſt difficile à un bon Citoyen de méconnoître aujourd'hui l'utilité de la Marine, ſurtout en France. Le ſuccès des Anglois dans la derniere guerre, leur triomphe inſultant dont je fus révolté

révolté moi-même en Angleterre, n'ont que trop démontré que la Marine ſeule décide des Empires, de leur puiſſance, de leur commerce ; que la paix & la guerre ſe décident ſur Mer, & qu'enfin, comme dit M. le Miere :

Le trident de Neptune eſt le ſceptre du monde.

C'eſt à peu-près ce que Thémiſtocle diſoit à Athènes, Pompée à Rome, Cromwell en Angleterre, Richelieu & Colbert en France ; il ſemble ſur-tout que le Cardinal de Richelieu (*Teſtament Politique, ch. ix. ſect.* 5.), prévoyoit de l'Angleterre ce que nous venons d'en éprouver, ou ce qui nous reſte peut-être à en attendre.

Uſages de l'Aſtronomie pour le Calendrier.

L'état actuel des Loix & l'adminiſtration eccléſiaſtique ſe trouvent eſſentiellement liés avec l'Aſtronomie, comme je l'ai fait voir en parlant du Calendrier ; S. Auguſtin en recommandoit l'étude par cette ſeule conſidération ; S. Hippolyte s'en étoit occupé autrefois, de même que pluſieurs Peres de l'Egliſe ; cependant notre Calendrier étoit dans un tel état d'imperfection que les Juifs & les Turcs même avoient lieu d'être étonnés de notre ignorance à cet égard. Nicolas V, Léon X, &c. avoient bien eu le deſſein de rétablir l'ordre dans le Calendrier, mais on n'avoit pas alors des Aſtronomes dont la réputation méritât aſſez de confiance. Grégoire XIII. regna dans un temps où les Sciences commençoient à renaître, & il eut ſeul la gloire de cette réformation (1217).

Uſages pour l'Agriculture.

L'Agriculture empruntoit autrefois de l'Aſtronomie ſes regles & ſes indications : Job, Héſiode, Varron, Eudoxe, Aratus, Ovide, Pline, Columelle, Manilius nous en fourniſſent mille preuves ; les Pléïades, Arcturus, Orion, Sirius donnoient à la Grece & à l'Egypte le ſignal des différens travaux. Le lever de Sirius annonçoit aux Grecs les moiſſons, aux Egyptiens les débordemens du Nil. On en citeroit bien d'autres exemples, le Calendrier y ſupplée actuellement.

Pour la Chronologie.

La Chronologie ancienne tire de la connoiſſance & du calcul des éclipſes les points les plus fixes qu'on y puiſſe trouver, & dans les temps qui ſont plus éloignés on ne trouve qu'obſcurité ; la Chronologie Chinoiſe eſt toute appuyée ſur les éclipſes, comme le P. Gaubil l'a vérifié : nous n'aurions dans l'Hiſtoire des Nations aucune incertitude ſur les dates, s'il y avoit toujours eu des Aſtronomes : on peut voir ſur-tout la liaiſon de l'Aſtronomie & de la Chronologie dans l'*Art de vérifier les dates*, (1209).

Pour la diviſion du Temps.

C'eſt encore de l'Aſtronomie que nous empruntons la diviſion du temps dans les uſages de la vie. & l'art de régler les horloges & les montres : on peut dire que l'ordre & la multitude de nos affaires, de nos devoirs, de nos amuſemens, le goût de l'exactitude & de la préciſion, notre habitude enfin nous ont rendu cette meſure du temps preſque indiſpenſable, & l'ont miſe au nombre des beſoins de la vie.

Si au défaut des horloges & des montres on trace des méridiennes (110) & des cadrans ſolaires, c'eſt un nouvel avantage de l'Aſtronomie ; la Gnomonique n'eſt qu'une application de la Trigonométrie ſphérique, une projection de la ſphère ſur un plan, ou une ſection du cône, ſuivant les formes qu'on donne à un cadran : on peut conſulter là-deſſus un excellent Ouvrage que M. Deparcieux a donné ſur la Gnomonique. Uſages pour la Gnomonique.

La Météréologie, c'eſt-à-dire, la connoiſſance des changemens de l'air, des vents, des pluies, des ſéchereſſes, des mouvemens du thermometre & du barometre, a certainement un rapport bien eſſentiel & bien immédiat avec la ſanté du corps humain. Il eſt très-probable que l'Aſtronomie ſeroit d'une utilité ſenſible ſi l'on étoit parvenu, à force d'obſervations, à trouver les influences phyſiques du Soleil & de la Lune ſur l'atmoſphère, & les révolutions qui en réſultent. Galien avertit les malades de ne pas ſe mettre entre les mains des Médecins qui ne connoiſſent point le cours des aſtres, parce que les médicamens donnés hors des temps convenables, ſont inutiles ou nuiſibles ; je ne doute pas qu'il ne voulût parler des principes de l'Aſtrologie judiciaire, & des influences qu'on imaginoit alors d'après une ignorante ſuperſtition ; mais en réduiſant tout à ſa juſte valeur, il paroît que les attractions qui ſoulevent deux fois le jour les eaux de l'Océan, peuvent bien influer ſur l'état de l'atmoſphère. On peut conſulter à ce ſujet Uſage dans la Médecine.

M. Hoffman & M. Mead qui en ont parlé assez au long, & le mot *Crise* dans l'Encyclopédie. Je voudrois que les Médecins consultassent au moins l'expérience à cet égard, & qu'ils examinassent si les crises & les paroxysmes des maladies n'ont pas quelque correspondance avec les situations de la Lune, par rapport à l'équateur, aux sisigies, & aux apsides ; plusieurs Médecins de ma connoissance m'en ont paru persuadés.

Ces différens avantages qui se rassemblent en faveur de l'Astronomie, l'ont fait rechercher de tous les temps & chez tous les peuples du monde. Ancienneté de l'étude des astres. Josephe dans ses Antiquités Judaïques, fait remonter jusqu'à Adam le goût de l'Astronomie, & les premieres découvertes qu'on y fit. Il nous dit que les Descendans de Seth y avoient fait des progrès considérables, & que voulant en conserver la mémoire, ils graverent sur des colonnes de pierre & de brique leurs observations astronomiques. Josephe attribue à Abraham les premieres connoissances des Egyptiens. On voit plusieurs passages astronomiques (360) dans le Livre de Job, où Dieu même parle d'Astronomie : *Numquid conjungere valebis micantes stellas Pleyadas, aut gyrum Arcturi poteris dissipare? Numquid producis luciferum in tempore suo, & vesperum super filios terræ consurgere facis ?* (38. 31.). Témoignages de l'Ecriture en faveur de l'Astronomie. On attribue aussi à Moyse des connoissances de même espece : du moins S. Etienne dit de lui dans les Actes des Apôtres qu'il étoit versé *in omni sapientiâ Ægyptiorum* ; ce qu'on ne doit en-

tendre que de la connoiſſance des aſtres qui avoit rendu les Egyptiens ſi célebres.

Le Sage s'éleve avec raiſon contre ceux que l'admiration des aſtres a portés juſqu'à en faire des Dieux ; mais bien loin d'en condamner l'étude, il la conſeille pour la gloire du Créateur : *Qui horum pulchritudine delectati Deos putaverunt, ſciant quantò his Creator eorum ſpecioſior eſt, à magnitudine enim ſpeciei & creaturæ cognoſcibiliter poterat Creator horum videri.* (Sap. c. 13.). David trouvoit auſſi dans les aſtres de quoi s'élever à la contemplation de Dieu : *Cœli enarrant gloriam Dei. . . Videbo cœlos tuos opera digitorum tuorum, Lunam & ſtellas quæ tu fundaſti.* Et nous voyons Derham appeller *Théologie aſtronomique* un Ouvrage où il préſente dans toute leur force, la ſingularité & la grandeur des découvertes qu'on a faites en Aſtronomie, comme autant de preuves de l'exiſtence de Dieu. Voyez ce que penſoit Ariſtote à ce ſujet, dans le 8e Livre de ſa Phyſique.

Elle eſt célébrée par les Poëtes.

Les Poëtes qui ont illuſtré la Grece & l'Italie, & dont les ouvrages ſont actuellement ſûrs de l'immortalité, aimerent tous & connurent l'Aſtronomie ; quelques-uns en ont même fait un uſage ſi fréquent, qu'on ne ſçauroit entendre leurs ouvrages ſans le ſecours de cette Science. Les Commentateurs n'ont pas beaucoup avancé cette partie, & j'ai eu occaſion de remarquer qu'il y auroit encore beaucoup à faire (1235). On peut compter parmi les Grecs Homère, Héſiode, Aratus ; parmi les Latins on ſçait qu'Horace, Virgile &

Ovide paroiſſent dans pluſieurs endroits de leurs ouvrages, remplis d'admiration pour l'Aſtronomie. Horace nous annonce qu'il veut prendre ſon eſſor vers les aſtres :

. . . . . Juvat ire per alta
Aſtra, juvat terris & inani ſede relictis,
Nube vehi, validique humeris inſidere Atlantis.

Virgile ſembloit vouloir renoncer à toute autre étude pour s'occuper des merveilles de l'Aſtronomie :

Me verò primùm dulces ante omnia Muſæ ;
Quarum ſacra fero, ingenti percuſſus amore,
Adcipiant, cœlique vias & ſidera monſtrent,
Defectus Solis varios, Lunæque labores,
Unde tremor terris, qua vi maria alta tumeſcant
Objicibus ruptis, rurſuſque in ſe ipſa reſidant,
Quid tantùm Oceano properent ſe tinguere ſoles
Hyberni, vel quæ tardis mora noctibus obſtet. . . . .
Felix qui potuit rerum cognoſcere cauſas. *Georg. II.* 475.

Ovide fait un éloge ſi pompeux des premiers Inventeurs de l'Aſtronomie, que je ne puis me refuſer d'en placer ici une partie :

Felices animos quibus hæc cognoſcere primis,
Inque domos ſuperas ſcandere cura fuit,
Credibile eſt illos pariter vitiiſque lociſque,
Altiùs humanis exeruiſſe caput.
Non Venus aut vinum ſublimia pectora fregit,
Officiumve fori, militiæve labor,
Nec levis ambitio, perfuſaque gloria fuco,
Magnarumve fames ſollicitavit opum.
Admovere oculis diſtantia ſidera noſtris,
Ætheraque ingenio ſuppoſuere ſuo.
Sic petitur cœlum. . . . . *Faſt. I.* 297.

La connoiſſance des aſtres a été ſouvent la ſource de pluſieurs beautés dans les ouvrages de Poëſie. Homère, Héſiode, Virgile, Horace, Lucrece, Manilius, Lucain, Claudien s'en ſervent dans pluſieurs endroits : on voit rarement chez eux cette ignorance étrange qui deshonore quelques Ouvrages modernes ; telle eſt celle du Poëte qui parlant des deux poles, ſuppoſe que l'un eſt le *Pole brûlant*, & l'autre le *Pole glacé*. (M. de Jarry, *Prix de* 1714.).

La Fontaine parle de l'Aſtronomie d'une maniere très-noble dans l'endroit où il dit :

Quand pourront les neuf Sœurs loin des cours & des villes,
M'occuper tout entier, & m'apprendre des cieux
Les divers mouvemens inconnus à nos yeux,
Les noms & les vertus de ces clartés errantes.
Songe d'un Habitant du Mogol.

Paſſages de M. de Voltaire.

M. de Voltaire, non-ſeulement le premier Poëte de notre ſiécle, mais le plus inſtruit qu'il y ait peut-être jamais eu, a fait voir dans pluſieurs endroits de ſes Ouvrages, combien il avoit de goût pour la Phyſique céleſte. Dans une Lettre qu'il écrivoit en 1738, il ſembloit imiter les regrets de Virgile & de la Fontaine, & tourner tout ſon goût vers les Sciences ; il compoſa ſur la Phyſique de Newton un Livre qui lui a fait honneur, & il en a fait beaucoup aux Sciences & aux Sçavans qu'il a célébrés dans les plus beaux vers ; il faut voir ce qu'il dit de Newton dans une Epître à Madame la Marquiſe du Châtelet :

Confidens du Très-Haut, Subſtances éternelles;
Qui parez de vos feux, qui couvrez de vos aîles
Le trône où votre Maître eſt aſſis parmi vous :
Parlez ! Du grand Newton n'étiez-vous point jaloux ?

On ne peut comparer à cela que les deux vers de Pope ſur le même ſujet, que je n'oſe traduire de peur de les affoiblir :

Nature and Nature's laws lay hid in night;
God ſaid : let Newton be, ad all was light.

Jamais homme ne fut ſi digne de ces éloges ſublimes, & ſi dignement célébré.

L'indifférence des hommes pour le plus beau ſpectacle de l'univers, a paru étrange aux plus grands Génies que nous ayons eu dans tous les genres ; le Taſſe met dans la bouche de Renaud des réflexions qui méritent ſur-tout d'être citées pour l'inſtruction de ceux à qui le même reproche peut s'adreſſer ; c'eſt dans le temps où marchant, avant le jour, vers la montagne des Oliviers, il contemploit la beauté du Firmament :

Con gli occhi alzati contemplando intorno,
Quinci notturne e quindi matutine,
Bellezze incorruptibili e divine
Frà sè ſteſſo penſava, ò quante belle
Luci il tempio celeſte in ſe raguna!
Ha il ſuo gran Sole il di, l'aurata ſtelle
Spiega la notte e l'argentata Luna;
Ma non è chi vagheggi ò queſta ò quelle;
E miriam noi torbida luce e bruna,
Ch'un girar d'occhi un balenar di riſo
Scopre in breve confin di fragil viſo !

Jeruſ. Lib. Cant. XVIII. v. 94.

Les

Les honneurs rendus de tous les temps & chez tous les Peuples du monde, aux Aſtronomes célebres, prouve le cas qu'on a toujours fait de cette Science. L'on a vû en 1695 frapper une médaille à l'honneur de M. Caſſini, (elle eſt figurée dans la Deſcription de la Méridienne de Bologne); mais l'Hiſtoire Ancienne fournit des traits plus éclatans en faveur de l'Aſtronomie. Les anciens Rois de Perſe & les Prêtres de l'Egypte, ne ſe choiſiſſoient jamais que parmi les plus habiles dans cette Science. Les Rois de Lacédémone avoient des Aſtronomes dans leur conſeil; Alexandre en avoit à ſa ſuite dans ſes expéditions militaires, & l'on aſſûre qu'Ariſtote lui écrivoit de ne rien faire ſans leur avis; il eſt vrai que le goût des prédictions y entroit pour beaucoup, mais la véritable Aſtronomie en profita. On ſçait combien Ptolémée Philadelphe, ſecond Roi d'Egypte, favoriſa cette Science; on vit de ſon temps une multitude d'hommes célebres, Hipparque, Callimachus, Apollonius, Aratus, Bion, Théocrite, Conon, qui n'étoient point des Aſtrologues. Jules-Céſar ſe piquoit d'avoir des connoiſſances ſingulieres en Aſtronomie, comme on le voit par le diſcours que Lucain lui fait tenir à Achorée, Prêtre d'Egypte, dans le repas de Cléopatre (1212).

Honneurs rendus aux Aſtronomes célebres.

Princes qui ont aimé l'Aſtronomie.

L'Empereur Tibere étoit fort appliqué à l'Aſtronomie, au rapport de Suétone. L'Empereur Claude prévit que le jour d'un anniverſaire de ſa naiſſance il devoit arriver une éclipſe, il craignoit

qu'elle n'occaſionnât à Rome des terreurs ou des tumultes, & il en fit faire un avertiſſement public, dans lequel il expliquoit les circonſtances & les cauſes de ce phénomene.

L'Aſtronomie fut cultivée ſpécialement par les Empereurs Adrien & Sévere, par Charlemagne, par Léon V, Empereur de Conſtantinople, par Alphonſe X, Roi de Caſtille (270), par Frédéric II, Empereur d'Occident (268); celui-ci fit traduire l'Ouvrage de Ptolémée en Latin, & en établit à Naples l'enſeignement public.

On verra dans le cours de ce Livre combien le Calife Almamon, le Prince Ulugh-beigh, & beaucoup d'autres Monarques de l'Aſie aimerent l'Aſtronomie; on cite encore parmi les Héros qui ont chéri cette Science, Mahomet II, Conquérant de l'Empire Grec, l'Empereur Charles-Quint, & Louis XIV, dont le nom ſeul vaut plus qu'un grand nombre d'autres; la protection qu'il accorda aux Sciences, paroît aſſez dans l'établiſſement de l'Académie; les Aſtronomes de Paris furent appellés plus d'une fois à la Cour par la curioſité de ce Prince, & il les honora lui-même de ſa préſence (*Hiſt. Cél. p.* 261.).

Hévélius, quoique né & établi à Dantzic, y reçut une preuve ſinguliere de l'eſtime que Louis XIV & le grand Colbert avoient pour lui; ce fut après un affreux incendie qu'il éprouva le 26 Sept. 1679, par la malice d'un de ſes domeſtiques: M. Colbert, par une lettre datée de S. Germain le 28 Décem-

bre 1679, mande à Hévélius que le Roi, prenant part à la perte qu'il avoit faite, lui faiſoit préſent de 2000 écus. J'ai vû la copie de cette lettre, écrite à la main ſur l'exemplaire de la Sélénographie d'Hévélius, qui eſt à la Bibliotheque du Roi; Exemplaire qu'Hévélius avoit fait orner & enluminer pour le Roi avec beaucoup de ſoin.

Généroſité de Louis XIV.

C'eſt avec de pareilles marques de protection & d'eſtime que des Sciences, auſſi ingrates pour ceux qui les cultivent, peuvent ſe ſoutenir & ſe perfectionner. L'établiſſement des Académies de Londres, de Paris, de Berlin, de Péterſbourg, &c. a ſignalé le goût de pluſieurs grands Princes pour les Sciences, & elles ont ſur-tout contribué au progrès de l'Aſtronomie.

Indépendamment de ces Compagnies célebres il y a quatre Etabliſſemens qui ont principalement ſervi à l'Aſtronomie, ſoit en formant des Eleves, ſoit en donnant à des Aſtronomes déja célebres, la facilité de ſe livrer à leur goût; ce ſont le College Royal à Paris, le College de Gresham à Londres, & les Fondations d'Oxfort & de Cambridge en Angleterre.

Colleges qui ont ſervi au progrès de l'Aſtronomie.

Le College Royal de France, dont la fondation fut commencée en 1530 par François I, a été, ce me ſemble, de toutes les Ecoles du monde, la plus utile aux Sciences, mais ſur-tout à l'Aſtronomie. Oronce Finé, Stadius, Morin, Gaſſendi, de la Hire qui y enſeignerent ſucceſſivement, étoient des Aſtronomes célebres, & en ont formé

College Royal.

pluſieurs autres, (*Mémoire Hiſtorique ſur le College Royal de France, par M. l'Abbé* Goujet, 1758, 3 *vol. in*-12.). M. de l'Iſle qui en 1719 obtint la même place, peut compter au nombre de ſes Eléves une très-grande partie des Aſtronomes que nous avons; & depuis que j'ai partagé ſes fonctions, j'ai eu le plaiſir de rendre l'établiſſement du College Royal auſſi utile à d'autres qu'il me l'avoit été à moi-même.

Fondation de Henri Savile.

Un illuſtre Anglois nommé *Henri Savile*, fonda dans l'Univerſité d'Oxfort deux Chaires qui ont été à l'Angleterre d'une égale utilité, (*Wood's Athen. Oxon. Vitæ quorumdam eruditiſſ. & illuſtr. Vir.* Th. Smith, 1708, *in*-4°.). Les Profeſſeurs Saviliens à Oxfort ont été preſque tous des gens illuſtres dans l'Aſtronomie, & qui ont contribué au progrès de cette Science. Jean Bainbridge en 1619; Jean Greaves en 1643; enſuite Seth Ward; Chriſtophle Wren; Edward Bernard en 1673; David Gregory en 1691; Jean Caſwell en 1708; Keill en 1712; Bradley en 1721; M. Hornsby (1011) lui a ſuccédé en 1762, avec le zele le plus actif & les plus heureuſes diſpoſitions. On peut ajoûter encore que Briggs, Wallis, Halley, & M. Bliſſ actuellement Aſtronome Royal d'Angleterre, ont occupé la Chaire de Géométrie qui fut fondée en même temps.

Fondations de Lowndes & de Lucas.

Il y a à Cambridge un Profeſſeur d'Aſtronomie fondé par M. Lowndes; cette place eſt remplie depuis 1749 par M. *Roger Long*, Membre de la

Société Royale, & qui a donné en 1742 la premiere Partie d'un Traité d'Aſtronomie en 356 pages *in*-4°. Il y a auſſi à Cambridge une Chaire de Mathématiques, dont les Profeſſeurs appellés *Profeſſeurs Lucaſiens*, ont été des Aſtronomes célebres, tel eſt M. Whiſton, dont on a de très-bons Ouvrages en Aſtronomie.

College de Gresham.

Le College de Gresham, dans Bishop-gate à Londres, eſt encore un établiſſement célebre que l'on doit à la magnificence d'un Citoyen, & qui a contribué au progrès de l'Aſtronomie, ſoit en formant des Eléves, ſoit en procurant à des Sçavans diſtingués un ſecours que la Nation ne leur eut pas accordé. Le Profeſſeur d'Aſtronomie au College de Gresham ne donne que deux Leçons par ſemaine, & cela ſeulement pendant les *Termes times* qui durent environ du 24 Janvier au 12 Février, du 20 Avril au 16 Mai, du 3 au 22 Juin, & du 7 au 28 Novembre. Il ſeroit à ſouhaiter que les Leçons fuſſent plus fréquentes, mais il n'en eſt pas moins vrai que le Profeſſeur qui les donne, eſt obligé par état de guider, de conſeiller & d'inſtruire ceux qui en aſſiſtant à ſes Leçons font connoître une diſpoſition à de plus grands progrès; c'eſt ſur ce pied là qu'il faut conſidérer le College Royal de France & les autres Etabliſſemens dont nous avons parlé. Parmi les Profeſſeurs d'Aſtronomie au College de Gresham on a compté le Docteur Hooke (2220) & d'autres Aſtronomes qui ſe ſont diſtingués.

L'ÉTABLISSEMENT d'un grand nombre d'Obſervatoires célebres a ſignalé le goût de notre ſiécle pour l'Aſtronomie : on peut voir à ce ſujet une Diſſertation de M. Weidler imprimée en 1727, *De præſenti Specularum Aſtronomicarum ſtatu*, & différens articles de ſon Hiſtoire de l'Aſtronomie.

Obſervatoire de Dantzick. Le premier Obſervatoire du dernier ſiécle fut l'Obſervatoire d'Hévélius à Dantzick, il eſt décrit dans ſon grand Ouvrage intitulé, *Machina Cœleſtis*.

De Copenhague, La Tour Aſtronomique de Copenhague fut achevée en 1656 ; ce fut à la ſollicitation de *Longomontanus*, que le Roi Chriſtian IV fit bâtir cette Tour ; ſa hauteur eſt de 115 pieds du Rhin (chacun de $11^{pi.}\ 7^{li.}\ \frac{1}{5}$), elle a 48 pieds de diametre, (Horrebow, *Baſis Aſtronomiæ.*).

Obſerv. Royal de Paris. L'Obſervatoire Royal de Paris, le plus ſomptueux monument qu'on ait jamais conſacré à l'Aſtronomie, fut commencé en 1667 (332) ; il a 26 toiſes de face, 19 toiſes du nord au ſud, & 14 de hauteur, les caves ont auſſi 14 toiſes de profondeur. On voit la figure de cet Obſervatoire ſur la Planche XIV, & à la tête de l'Hiſtoire Céleſte publiée par M. le Monnier.

Obſervatoires particuliers. L'Obſervatoire Royal de Paris ne pouvant ſuffire pour tous les Aſtronomes de l'Académie, il s'eſt formé pluſieurs Obſervatoires particuliers dans l'intérieur de la Ville ; celui de M. le Monnier aux Capucins de la rue S. Honoré ; celui de M. de l'Iſle à l'Hôtel de Cluny, rue des Mathurins ; celui de M. de la Caille au College Mazarin ; celui

du Palais du Luxembourg, où j'obſerve actuellement; celui de M. Pingré à Ste Génevieve ; celui de M. de Fouchy, rue des Poſtes.

Il y avoit à Pekin depuis trois ſiécles un Obſervatoire bâti ſur les murs de la ville, qu'il ſurpaſſoit de 12 pieds ; mais le P. Verbieſt en 1669, ayant été fait Préſident du Tribunal des Mathématiques, obtint de l'Empereur Cam-hy de faire conſtruire de nouveaux Inſtrumens ; on en peut voir le Catalogue dans les Mémoires du Pere le Comte, *T. I. p.* 99. ; dans l'Ouvrage du P. Verbieſt qui a pour titre : *Aſtronomia Europæa ſub Imperatore Tartaro-Sinico Cam-hy, ex umbra in lucem revocata*, Dilingæ, 1687, *in*-4°. ou dans la grande Deſcription de la Chine que le P. Duhalde a donnée en 1736, en 4 volumes *in-fol.* Cet Obſervatoire n'a point été inutile, & l'on y a fait un grand nombre de bonnes obſervations, dont une partie a été publiée par le P. Gouye en 1688 & 1692, une partie par le P. Souciet en 1732 ; M. de l'Iſle en a beaucoup dans ſes Manuſcrits. Le P. Fontaney, le P. Ricci, le P. Gaubil, le P. Benoît, le P. Jacques, le P. Kegler, le P. Slaviſeck, & beaucoup d'autres Jéſuites s'y ſont diſtingués.

Obſervatoire de Pekin.

L'Obſervatoire Royal d'Angleterre fut bâti vers l'an 1675 dans le Parc de Greenwich, deux lieues à l'orient de Londres, ſur une colline fort élevée; on en voit la figure ſur la Planche XIV. Il ſera célebre à jamais par les travaux immortels de Flamſtead, Halley & Bradley, qui ont occupé

De Greenwich en Angleterre.

ſucceſſivement la place d'Aſtronome Royal. Cet Obſervatoire n'eſt pas fort remarquable par la conſtruction, mais il eſt le mieux aſſorti qu'il y ait au monde. On y voit deux Muraux de 8 pieds de rayon, une grande Lunette des paſſages de 7 à 8 pieds, un Secteur de 12 pieds & un grand nombre d'autres Inſtrumens conſidérables. L'Aſtronome Royal a ſous lui un Aſſiſtant qui travaille ſans interruption aux Obſervations Aſtronomiques ; il n'y a aucun endroit où l'on ait fait un ſi grand nombre de bonnes obſervations (1199).

Obſervatoire de Nuremberg.

Le Sénat de la République de Nuremberg fit conſtruire en 1678 un Obſervatoire où Georges-Chriſt. Eimmart obſerva juſqu'en 1705. Phil. Wurzelban fit conſtruire à Nuremberg en 1692, pour ſon uſage particulier, un autre Obſervatoire, dont on peut voir la deſcription dans ſon Ouvrage qui a pour titre, *Uranies Noricæ Baſis*, 1697.

De Leyde.

Les Adminiſtrateurs de l'Univerſité de Leyde établirent en 1690 un Obſervatoire au haut du College de l'Univerſité.

De Berlin.

Frédéric I, Roi de Pruſſe, ayant fondé en 1700 une Académie des Sciences à Berlin, ſous la préſidence de Leibnitz, y fit bâtir un Obſervatoire très-commode, qui fut achevé en 1711. C'eſt une grande Tour quarrée fort ſolide, où M. Griſchow & M. Kies ont fait beaucoup d'obſervations, & où j'ai travaillé moi-même pendant un an, (*Mém. Acad.* 1751 & 1752.). Le Roi de Pruſſe, actuellement regnant, y a joint un bâtiment très-beau, où depuis

où depuis 1752 l'Académie des Sciences de Pruſſe a transféré ſes aſſemblées.

L'INSTITUT DE BOLOGNE, Académie célebre établie en 1709 par le Comte de Marſigli, ſous l'autorité de Clément XI, jouit d'un très-bel Obſervatoire que M. Manfredi & M. Zanotti ont illuſtré, (Limiers, *Hiſt. de l'Acad. de Bologne*, Amſt. 1723. *in*-8°. *De Bononienſi Inſtit. Commentarii*, *in*-4°.). M. Manfredi, dans la Préface de ſes Ephémérides en 1715, parle encore de deux autres Obſervatoires d'Italie; celui de Blanchini à Rome, & celui du Marquis Salvagi à Gênes. Obſervatoire de Bologne.

En 1739, les Nouvelles publiques annoncerent la conſtruction d'un Obſervatoire à Rome au Couvent d'*Ara-Cœli*, qui eſt au haut du Capitole, par les ſoins de M. d'Evora, Ambaſſadeur de Portugal à Rome. Il faut y ajoûter ceux du P. Audifredi au Couvent de la Minerve; du P. Jacquier à la Trinité du Mont, & celui du P. Ximenez à Florence. Autres Obſervatoires d'Italie.

En 1713, les Supérieurs de l'Univerſité d'Altorf dans le territoire de Nuremberg, firent élever un Obſervatoire au-deſſus du College de l'Univerſité, & l'on y plaça divers inſtrumens, (Doppelmayer, *de Inſtr. Aſtr. p.* 108. Weidler, *p.* 588.) Obſervatoire d'Altorf.

En 1714, le Landgrave de Heſſe Charles I, héritier des Etats & des talens du célebre Landgrave (291), fit conſtruire un nouvel Obſervatoire hors de la ville, en un lieu élevé, & il y fit placer divers inſtrumens, dont Zumbach fit uſage juſqu'à ſa mort, arrivée en 1728. De Caſſel.

Obſervatoire de Liſbonne. En 1722, le Roi de Portugal Jean V, en fit élever un dans ſon palais à Liſbonne ; il fit conſtruire à Paris en 1728, un quart-de-cercle mural de cinq pieds de diametre, un ſextant de 3 pieds de rayon. Le P. Carboni & le P. Copaſſe, Jéſuites, y firent différentes obſervations. Les Jéſuites firent auſſi élever un Obſervatoire dans leur College de S. Antoine, (*Phil. Tranſ.* 1727. *n°.* 400.).

De Peterſbourg. L'Obſervatoire de Peterſbourg, bâti en 1725, eſt un des plus magnifiques de l'Europe ; il a 20 ſagenes de hauteur (131 $^{pi.}$ 4 $^{po.}$ 10 $^{li.}$ 4, meſure de Paris), avec trois étages propres à obſerver, & il tient le milieu du bâtiment ſuperbe de l'Académie Impériale de Péterſbourg. M. de l'Iſle y a fait pendant vingt ans une quantité prodigieuſe d'excellentes obſervations qui ſont encore manuſcrites, mais dont j'ai parlé pluſieurs fois dans cet Ouvrage.

D'Utrecht. En 1726, les Magiſtrats de la République d'Utrecht conſacrerent à l'uſage de l'Aſtronomie une ancienne Tour de la ville ; on y plaça pluſieurs inſtrumens, & le célebre Muſchenbroek, alors Profeſſeur de Philoſophie & de Mathématiques dans l'Univerſité d'Utrecht, y fit diverſes obſervations.

D'Upſal. En 1739, le Roi de Suede fit conſtruire à Upſal un nouvel Obſervatoire ; M. Wargentin demeuroit alors à Upſal, & j'ai cité pluſieurs fois ſes obſervations dans le cours de cet Ouvrage, ſur-tout à l'occaſion des ſatellites de Jupiter.

En 1740, il s'éleva à Gieſſen, (près de Marbourg), dans les Etats du Prince de Heſſe Darmſtadt, un Obſervatoire dont M. Gerſten donna la deſcription, (Weidler, *p.* 620.). Obſervatoire de Gieſſen.

Il y a deux Obſervatoires conſidérables à Vienne en Autriche, où le P. Hell & le P. Lieſganig ſe diſtinguent actuellement; il faut y ajoûter l'Obſervatoire de Marſeille que le P. Pezenas a rendu célebre; celui des Jéſuites de Lyon, où le P. Beraud a obſervé long-temps; celui de Tyrnaw en Hongrie, où obſerve le P. Weiſſ; celui de Wilna en Pologne, occupé par le P. Roſſignol; celui de Rouen, d'où M. Bouin & M. Dulague nous envoient annuellement beaucoup d'obſervations; celui de Straſbourg, où M. Brakenoffer en a fait quelques-unes; celui de Schwezing dans le Palatinat, où obſerve le P. Mayer; celui qu'avoit Mylord Maclesfield dans ſon château de Sherburn près d'Oxfort, où M. Hornſby a beaucoup obſervé; celui de M. d'Arquier à Toulouſe, d'où l'Académie reçoit chaque année un nombre conſidérable d'obſervations; enfin, celui de Milan que le P. de la Grange, Jéſuite, vient d'établir au College de Brera, pour lequel on conſtruit à Paris de très-grands & de très-bons inſtrumens. De Vienne. Autres Obſervatoires.

Avec tant de ſecours l'Aſtronomie ne peut manquer de faire chaque jour de nouveaux progrès, mais il y a beaucoup de branches qui exigent de ſi longs travaux & un ſi long eſpace de temps, que la poſtérité aura éternellement de nouveaux objets

d'obſervations, & de nouvelles découvertes à faire dans l'Aſtronomie. Nous ſentons plus que jamais la vérité de cette belle réflexion de Séneque : *Multùm egerunt qui ante nos fuerunt, ſed non peregerunt ; multum adhuc reſtat operis, multumque reſtabit ; nec ulli nato poſt mille ſæcula præcludetur occaſio aliquid adhuc adjiciendi.* (Sen. Epiſt. 64.).

PRIX DES INSTRUMENS D'ASTRONOMIE en 1764.

Lunettes.

UNE LUNETTE de ſix pieds avec un tuyau de tôle ou de fer battu, fait de quatre piéces qui ſe montent à vis, chez M. Georges, Opticien de Meſſieurs de l'Acad. des Scien. quai de Conty, coûte 4 louis ou 96[l]

M. Paſſemant au Louvre, M. Paris à l'Eſtrapade, font auſſi de très-bonnes lunettes de toutes les longueurs.

Pour une lunette de 15 pieds il faut un objectif de 15 pieds de foyer qui, à un écu le pied, coûte 45[l]; un tuyau de fer-blanc 15[l], (un tuyau de bois ne coûte que 10[l]); oculaire 6[l]. Total. . . . . 66[l]

Les lunettes achromatiques (1816), qui ſont deſtinées à mettre dans la poche, toutes montées coûtent une guinée à Londres; celles de 3 pieds, 3 guinées; les objectifs de 9 pieds, 8 guinées; ceux de 12 pieds, 10 guinées; ceux de 18 pieds, 15 guinées. On en trouve chez M. Dollond dans le Strand, & chez M. Watkin à Charing-croſſ.

Quarts de-cercle.

Un quart-de-cercle mural de 8 pieds Anglois de rayon, fait à Londres par M. Bird; tels que ſont ceux de Greenwich, celui de Péterſbourg, & celui de M. le Monnier à Paris. . . . . 8000[l]

Quart-de-cercle de 18 pouces de rayon, avec deux diviſions de Vernier; une lunette fixe, & une mobile; un micrometre extérieur, chez M. Bird à Londres. . . . . 1200[l]

Quart-de-cercle mural d'un pied, 25 guinées, & les autres en proportion du rayon, pourvû qu'ils ne ſoient pas fort grands.

Un quart-de-cercle mural de 6 pieds de rayon, tel que celui de l'Obſervatoire de Paris, chez M. Canivet, Ingénieur du Roi & de MM. de l'Ac. R. des Sc. pour les Inſtrumens d'Aſtronomie. . . 3000[l]

Sextans. Un ſextant (*Fig.* 207.) de 6 pieds de rayon, à deux lunettes, ... 2500[l]

Un ſextant de 4 pieds, ... 1800

Un ſextant de 3 pieds, ... 1400

Un petit ſextant d'un pied pour prendre les hauteurs correſpondantes, ... 600

Un quart-de-cercle de 2 pieds $\frac{1}{2}$ (*Fig.* 149.), avec une alidade pour meſurer des angles ſur le terrein, & un double genou, (*Fig.* 153.) . . 1800

Autres Inſtrumens. Lunette parallat. en bois avec ſon axe (*Fig.* 176.) 240

Un micrometre, tel que celui que j'ai décrit (1873) 300

Un micrometre ſimple de la grandeur de celui qui eſt décrit (1880), ... 160

Micrometre ſimple plus petit pour une lunette de 7 à 8 pieds, ... 150

Lunette méridienne, ou inſtrument des paſſages avec ſes ſupports (1901), ... 230

Le niveau de 2 pieds avec ſon tube (1910) . 72

Octant de réflection de 18 pouces de rayon, pour obſerver en Mer les hauteurs & les diſtances de la lune aux étoiles (3223) 150

Téleſcopes. LES TÉLESCOPES de M. Short à Londres, qui ont un pied de foyer, meſure d'Angleterre, ou 11 pouces $\frac{1}{4}$, meſure de France, coûtent 14 guinées, c'eſt-à-dire, 14 louis d'or, ou 336[l], & groſſiſſent juſqu'à 110 fois; on verra les prix des autres grandeurs dans la Table ci-jointe avec les amplifications. J'avertirai ſeulement que pour avoir ceux de 144 pouces de foyer (ou 11 pieds un quart, meſure de Paris), il faudroit les demander aſſez long-temps d'avance; car on n'entreprend pas des ouvrages de cette importance ſans être aſſûré de leur deſtination.

Pouces Anglois.	Guinées.	Amplification.
12	14	110
18	20	200
24	35	300
36	75	400
48	100	500
72	300	800
144	800	1200

Les téleſcopes François ſe comptent ordinairement, non pas ſur le foyer de leur grand miroir, mais ſur leur longueur totale, y compris le petit miroir & les oculaires. Nous

allons rapporter les prix de M. Paſſemant d'après le Catalogue qu'il en a donné au Public.

Les téleſcopes de 16 pouces qui équivalent à des lunettes de 10 à 12 pieds, ſont de 6 louis ; il y en a de même longueur, dont le miroir a un plus grand diametre, & qui ont deux équipages, ou deux ajuſtemens d'oculaires, le plus court pour le ciel & le plus long pour la terre ; ils ſont de 8 louis.

Les téleſcopes de 32 pouces (1930), ou de 2 pieds de foyer, qui équivalent à des lunettes de 18 à 20 pieds, ſont ceux dont les Aſtronomes font le plus d'uſage ; ils ſont de 16 louis quand ils n'ont qu'un mouvement ſimple à frottement, & de 20 louis quand ils ont des mouvemens réglés par des vis, & des miroirs à grandes ouvertures. On peut avoir des téleſcopes de 32 pouces pour 10 louis, chez M. Paris, place de l'Eſtrapade ; mais les mouvemens ſont moins compoſés, & les ouvertures un peu moindres, ce qui n'empêche pas que ces téleſcopes ne ſoient très-bons.

Les téleſcopes de 5 pieds de M. Paſſemant qui ſont, ſuivant lui, l'effet des lunettes de 100 pieds, ſont de 100 louis.

On trouve dans les Tranſactions Philoſophiques la deſcription d'un téleſcope équatorial, qui eſt mobile par un mouvement parallatique au moyen de pluſieurs cercles diviſés ; cet inſtrument ſeroit excellent pour obſerver Mercure pendant le jour, & pour faire beaucoup d'autres obſervations curieuſes, mais il eſt difficile à bien exécuter, & d'un prix proportionné à cette difficulté. Dans le téleſcope équatorial il faut diſtinguer le téleſcope même de 18 pouces anglois de foyer qui coute 18 guinées ou louis d'or ; le micrometre objectif (1946), 12 guinées ; & la monture compoſée de 5 cercles pour lui donner le mouvement parallatique, 50 guinées, ou 80 ſuivant la grandeur.

On trouve en Angleterre des téleſcopes de 18 pouces de foyer, qui tournent ſur un petit axe, avec le cercle horiſontal & le vertical diviſés, & l'hélioſcope (1988) ; on les peut avoir pour 25 louis chez des Artiſtes de moindre réputation, mais dont les ouvrages ſont peut-être moins ſûrs.

Sur un téleſcope de M. Short de 2 pieds de foyer, on peut avoir un micrometre objectif, dont les verres ont 40 pieds de foyer, fait en verre ordinaire qui coûte . . . . . 15 guinées.

Un micrometre achromatique de même foyer, 30

Toiſe diviſée. Un modele de la toiſe de l'Académie des Sciences (2105), en fer, diviſé en pouces, & le premier pouce en lignes, limé, dreſſé, vérifié ſur un des trois étalons de l'Académie des Sciences de Paris (2107), avec ſon étalon d'acier auſſi limé & dreſſé, le tout dans une boëte bien doublée, en état d'être tranſportée dans les voyages, pour ſervir aux meſures aſtronomiques & géographiques, chez M. Canivet à Paris, ... 225 l

Pendules. Une horloge à pendule, propre aux obſervations aſtronomiques, de la conſtruction de M. le Paute, Horloger du Roi à Paris, ... 240

Celles dont le pendule eſt compoſé de maniere à corriger la dilatation (1972) 360

Explication des Caractères ou Figures d'Aſtronomie.

Les caractères qui expriment les planetes ont été expliqués à l'article 388; ceux des ſignes du Zodiaque, art. 390; ceux des nœuds, art. 800. J'ajoûterai ici que dans la Trigonométrie, & dans les Formules où l'on trouve un point entre deux lettres, il indique la multiplication, tout ainſi que le caractère ×, dont on ſe ſert dans d'autres Ouvrages; ainſi Sin. *A*. Sin. *B* ſignifie que le Sinus de *A* eſt multiplié par le Sinus de *B*. Dans les formules différentielles la lettre $\int$ indique la ſomme ou l'intégrale; dans toutes les formules algébriques, + veut dire plus, — veut dire moins, & = ſignifie l'égalité.

AVERTISSEMENT AU RELIEUR.

Les Tables du Soleil & de la Lune doivent être reliées à la fin du premier Volume.

ASTRONOMIE

ASTRONOMIE.

LIVRE PREMIER.

Principes de la Sphère *.

L'ASTRONOMIE eſt la Science du mouvement des Corps céleſtes, & de ce qui en dépend; tous les Aſtres en ſont l'objet; l'obſervation & le calcul ſont les moyens qu'elle emploie. Ainſi, pour conſidérer l'Aſtronomie dans ſes premiers principes, nous allons examiner les phénomènes céleſtes, c'eſt-à-dire, les apparences qui ſe ſont préſentées d'elles-mêmes aux plus anciens Obſervateurs, & qui ſe préſentent de même à nos yeux; nous chercherons la trace des Inventeurs, & nous procéderons comme eux.

Premier phénomene.

1. Le premier de tous les phénomènes ** céleſtes, le plus ſimple de tous, le plus frappant, & le plus facile à obſerver, c'eſt le MOUVEMENT DIURNE que paroît avoir tout

* Le terme de Sphère vient du mot grec Σφαίρα, qui ſignifie *une boule*; celui d'Aſtronomie vient des mots Ἀστὴρ, *Aſtre*, Νόμος, *loi*; c'eſt l'aſſemblage des loix ou des régles que ſuivent les aſtres.

** Φαίνομαι, *appareo*.

le Ciel, & qui s'acheve dans l'eſpace d'environ 24 heures. Nous voyons chaque jour le Soleil ſe lever & ſe coucher ; & ſi nous faiſons attention aux Aſtres qui ne paroiſſent que la nuit, nous les verrons de même la plûpart ſe lever & ſe coucher tous les jours.

L'Horison *, ce vaſte contour du ciel qui paroît autour de nous en forme de cercle, & qui termine la vûe de tous côtés, quand nous ſommes en pleine mer ou dans un lieu élevé, diviſe le ciel en deux parties ; mais celle qui eſt au-deſſus de l'horiſon eſt la ſeule viſible ; elle paroît ſous la forme d'un hémiſphère ou d'une moitié de boule. Les aſtres ne ſont viſibles que quand ils parviennent dans cet *hémiſphère ſupérieur* ; & nous diſons alors qu'ils ſe levent.

Chaque étoile décrit un cercle.

2. En conſidérant d'une maniere plus attentive & plus ſuivie ce mouvement général des aſtres pendant l'eſpace d'une nuit ou de pluſieurs, on remarque bientôt que chaque étoile décrit un cercle dans l'eſpace d'environ 24 heures : les étoiles qui ſont plus au Nord, décrivent de plus petits cercles que les autres ; & l'on voit tous ces cercles diminuant de plus en plus, aller enfin ſe perdre & ſe confondre en un point élevé de la rondeur du ciel, que nous appellerons le Pole ** du monde.

Pole.

3. Ainſi, pour ſe former une idée de l'Aſtronomie, il faut dans une belle nuit apprendre à connoître le pole du monde, c'eſt-à-dire, l'endroit du ciel étoilé vers lequel il ſe trouve placé. On remarque dans le ciel une étoile qui en eſt fort proche, & qu'on nomme l'Etoile Polaire. Cette étoile étant fort près de ce pole fixe, autour duquel les autres étoiles tournent chaque jour, paroît ſenſiblement à la meme place, à quelle heure & dans quelle ſaiſon de l'année qu'on la regarde ; mais elle eſt la ſeule dans ce cas-là ; toutes les autres étoiles décrivent des cercles autour de l'étoile polaire, qui eſt comme le centre du mouvement, ou le moyeu de la roue. Nous ferons voir dans

* Ὁ'ρίζω, *finio*, *je termine*, ὅρος, *terme*, *extrémité* : l'Horiſon s'appelle auſſi quelquefois en latin *finiens*, parce qu'il finit ou termine la vûe ; il eſt la fin ou la derniere extrémité de tous les objets que nous voyons.

** Πολέω, *verto*, *je tourne*.

le cours de cet Ouvrage, que ces mouvemens ſont de pures apparences, qui proviennent du mouvement de la terre ; mais nous devons nous en tenir d'abord, comme les anciens Aſtronomes, à reconnoître les phénomenes, ſans remonter à leur cauſe.

4. L'Etoile Polaire pourroit ſe reconnoître ſans autre indication. Le Lecteur ſeul & iſolé, qui n'auroit jamais obſervé le ciel, & qui auroit ſeulement la patience d'examiner, pendant une partie de la nuit, les différentes étoiles qui ſont du côté du Nord, en remarquant leur hauteur & leur poſition par rapport à des clochers, à des murailles, ou autres objets remarquables, s'appercevroit bientôt qu'il y a une aſſez belle étoile qui conſerve à très-peu près, pendant toute la nuit, une même ſituation, & il reconnoîtroit par-là celle que nous avons nommée *Etoile polaire*. Si cette marque ne ſuffiſoit pas à un Obſervateur iſolé & dépourvû de tout, pour reconnoître l'étoile polaire, il s'y prendroit de la maniere ſuivante, en employant la *grande Ourſe*, conſtellation qui ſe fait remarquer d'elle-même à tous les yeux & en tout temps, parce que dans nos climats ſeptentrionaux elle ne ſe couche jamais.

Maniere de connoître l'Etoile Polaire.

5. On connoît par-tout cette conſtellation, compoſée de ſept étoiles, repréſentées dans la figure premiere, & qu'on nomme à la campagne le *Charriot de David*, parce qu'elle a en effet quelque apparence de charriot ; quatre étoiles en forment le train, & trois autres repréſentent, pour ainſi dire, le timon ; elle porte parmi les Aſtronomes le nom de la *grande Ourſe*, on en verra la raiſon dans le Liv. III. (des Conſtellations). Si l'on tire une ligne par les deux étoiles qui ſont les plus éloignées de la queue, marquées α & β * dans la figure premiere, cette ligne prolongée du côté de l'étoile α, paſſera fort près de l'étoile polaire, qui eſt autant éloignée de l'étoile α, que celle-ci l'eſt de l'étoile η, qui forme l'extrémité de la queue. L'étoile polaire ſera plus élevée en certains temps que la grande ourſe ; en d'autres

Fig. 1.

* Nous nous conformerons dès à préſent à l'uſage reçu parmi les Aſtronomes de déſigner chaque étoile par une lettre Grecque.

temps elle ſera plus baſſe : dans le premier cas, la ligne qui doit aller rencontrer l'étoile polaire, devra ſe prolonger au-deſſus de la grande ourſe ; c'eſt ce qui arrive lorſqu'au commencement de Novembre on regarde le Nord ſur les 10^{h} du ſoir : ſi c'étoit au commencement de Mai à la même heure, on verroit la grande ourſe au plus haut du ciel ; & ce ſeroit en-bas qu'il faudroit prolonger la ligne qui joint les deux étoiles précédentes du quarré de la grande ourſe, pour rencontrer l'étoile polaire : d'autres fois enfin l'étoile polaire ſera ſur le côté ; & la ligne, dont il s'agit, s'étendra ou à droite ou à gauche de la grande ourſe ; mais dans tous les cas, c'eſt toujours du côté de l'étoile α, ou du même côté que la convexité de la queue, que doit ſe trouver l'étoile polaire ; & le pole du monde en eſt tout proche.

Points Cardinaux.

6. Un Obſervateur qui connoît dans le ciel la ſituation du pole du monde, diſtinguera naturellement les POINTS CARDINAUX ; le Nord & le Midi, l'Orient & l'Occident. Le nord ou ſeptentrion, eſt le côté vers lequel on eſt tourné quand on regarde le pole ; le midi eſt le côté oppoſé ; c'eſt celui où nous paroît le ſoleil vers le milieu du jour ; l'orient ou l'Eſt, le couchant ou l'Oueſt ſont placés entre les deux autres points du nord & du ſud, à égale diſtance ou à angles droits ; l'un du côté où les aſtres ſe levent, l'autre du côté où ils ſe couchent.

7. Le ZENIT * eſt auſſi un des points les plus néceſſaires à conſidérer dans le ciel ; & les Aſtronomes en parlent à tout moment : c'eſt le point qui répond directement au-deſſus de notre tête, celui auquel va ſe diriger le fil à-plomb lorſqu'on y ſuſpend un poids, & que l'on imagine ce fil prolongé vers le haut juſques dans la concavité du ciel.

Le zénit étant le point le plus élevé du ciel, il eſt toujours éloigné de 90 degrés de tous les points de l'horiſon : ſi donc un aſtre paroît élevé au-deſſus de l'horiſon de 60 degrés, il ſera éloigné du zénit de 30, car 60 & 30 font les 90 degrés qu'il y a depuis l'horiſon juſqu'au zénit ; ainſi nous pourrons dire à l'avenir, que la hauteur d'une étoile

* C'eſt un terme tiré de l'Arabe.

eſt le complément de ſa diſtance au zénit ; parce que le complément d'un arc eſt ce qui lui manque pour aller à 90 degrés. Nous ſuppoſons comme une choſe connue, qu'on entend par un degré la trois cent ſoixantieme partie d'un cercle, & que par conſéquent le quart d'un cercle entier eſt de 90 degrés.

8. Le NADIR eſt le point inférieur de la Sphère céleſte, celui qui eſt directement oppoſé au zénit, celui vers lequel ſe dirige un fil à-plomb par la gravité naturelle. Le nadir & le zénit étant directement oppoſés l'un à l'autre, ſi l'on conçoit un cercle qui faſſe tout le tour du ciel, en paſſant par le zénit & par le nadir, il y aura 180 degrés, ou un demi-cercle d'un côté, & autant de l'autre ; nous appellerons *vertical* un cercle allant ainſi du zénit au nadir, de quelque côté qu'il ſoit, comme on appelle *ligne verticale* celle que marque le fil à-plomb, & dont la direction prolongée haut & bas, va marquer le zénit & le nadir. Vertical.

9. Toutes les fois qu'on regarde le ciel de quelque endroit bien découvert, on conçoit naturellement que, puiſque nous voyons une moitié de globe ſur notre tête, il y en a la moitié que nous ne voyons pas. Cet hémiſphère viſible ou *ſupérieur*, eſt ſéparé de l'hémiſphère *inférieur* par le contour de l'Horiſon : ainſi l'horiſon eſt un grand cercle de la Sphère qui, pour chaque lieu de la terre, ſépare la partie viſible du ciel de celle qui ne l'eſt pas. Horiſon.

Tel eſt l'horiſon rationel ou mathématique. Nous ne parlerons pas de ce qu'on appelle quelquefois *horiſon ſenſible*, qui eſt un plan parallele à l'horiſon rationel, & tangent à la ſurface de la terre : nous ne ferons aucun uſage de celui-ci ; & d'ailleurs il ne differe point de l'horiſon rationel, dès qu'il s'agit des aſtres qui ſont fort éloignés de nous.

10. L'horiſon eſt différent pour tous les différens points de la terre : chaque pays, chaque Obſervateur a donc le ſien ; & quand nous changeons de place, nous changeons d'horiſon.

L'Obſervateur placé en *A*, a pour horiſon *H O* ; s'il s'avançoit de 10 degrés au point *B*, ſon horiſon deviendroit *Fig.*

R I, & feroit avec le précédent un angle qui seroit aussi de 10 degrés.

11. Ayant bien remarqué du côté du nord le lieu du pole boréal du monde, élevé au-dessus de l'horison, il est aisé de concevoir qu'il y en a un autre du côté du midi, qu'on appellera *Pole méridional* ou *Pole austral*, directement opposé au premier, & abaissé d'autant au-dessous de l'horison. A Paris, le pole boréal est élevé de 49 degrés; le pole austral est abaissé d'autant : ces deux poles sont les deux moyeux de la roue universelle : la ligne droite qui va de l'un à l'autre, s'appelle l'Axe du monde, parce que c'est en effet autour de cette ligne comme axe, que le monde entier paroît tourner chaque jour.

Axe.

12. Lorsqu'on connoît les deux extrémités de l'axe ou de l'aissieu, il est aisé de concevoir la roue ou le cercle qui est dans le milieu; & ce sera l'Equateur; il suffira d'imaginer un cercle placé dans le milieu de l'axe, & également éloigné des deux poles du monde.

Equateur.

Fig. 3. Soit un cercle *H P Z E O R Q H*, qui représente la circonférence du méridien; *P* le pole boréal, *R* le pole austral qui lui est opposé; *P R* l'axe du monde; la ligne *E Q* représentera le diametre de l'équateur, qui passe à égales distances des deux poles, dont le plan est perpendiculaire à l'axe, comme le plan d'une roue est perpendiculaire à son aissieu : ainsi l'on doit concevoir sur le diametre *E Q* un cercle qui soit perpendiculaire au plan de la figure, dont la moitié soit au-dessus de ce plan, & l'autre au-dessous. Ce cercle sera l'équateur. Ce fut-là véritablement le premier cercle imaginé par les anciens Astronomes, & auquel les Chaldéens & les Egyptiens rapportoient tous les astres du temps d'Hérodote. La situation de l'équateur, ainsi placé à égale distance des deux poles, fait qu'on peut dire en général & indifféremment, que la sphère tourne autour de l'équateur *E Q*, & qu'elle tourne autour de l'axe *P R*, ou autour des poles *P* & *R* de l'équateur. La figure 6. représente aussi l'équateur vû en perspective, & situé entre les poles *P* & *R*.

C'est le mouvement diurne autour de l'axe du monde

qui eſt exprimé dans les vers ſuivans de Manilius :

Aëra per gelidum tenuis deducitur axis,
Libratumque gerit diverſo cardine mundum;
Sidereus medium circa quem volvitur orbis,
Æternoſque rotat curſus immotus. . . .

Le pole boréal, ou le pole arctique, voiſin de la grande & de la petite ourſe, eſt déſigné par ce vers de Lucain :

Axis inocciduus geminâ clariſſimus arcto.

Et Virgile déſigne la différence des poles, dont l'un eſt élevé du côté du nord, l'autre abaiſſé au midi, en diſant :

Hic vertex nobis ſemper ſublimis, at illum
Sub pedibus Styx atra videt maneſque profundi.

13. De même qu'on a appellé *P* & *R* les poles de l'équateur, parce que l'équateur eſt à égale diſtance de l'un & de l'autre ; on appelle en général POLES d'un cercle les deux points de la Sphère qui en ſont les plus éloignés, ou ceux qui ſont ſitués perpendiculairement au plan du cercle; ainſi le zénit eſt le pole de l'horiſon ; il en eſt de même de tout autre cercle : ſon pole en eſt toujours éloigné de 90° en tout ſens.

14. La ligne qui paſſe par les deux poles d'un cercle, s'appelle auſſi en général l'AXE de ce cercle : par exemple, la ligne verticale eſt l'axe de l'horiſon, il faut bien ſe garder de confondre l'axe avec le diametre d'un cercle ; ce ſont deux choſes tout-à-fait oppoſées : le diametre eſt tiré dans le plan du cercle, mais l'axe s'éleve perpendiculairement hors de ce plan.

15. Le MÉRIDIEN * eſt un grand cercle, tel que *HPZEORQH* qu'on imagine paſſer par le zénith, par le nadir, & par les poles : chaque point de ce cercle eſt également éloigné de l'horiſon à droite & à gauche, enſorte que tous les aſtres entre leur lever & leur coucher ſe trouveront dans le méridien, une fois au-deſſus de l'horiſon, & une fois au-deſſous ; leur circulation diurne ſera partagée en quatre parties égales, depuis leur lever juſqu'à leur paſſage au méridien, depuis le paſſage au méridien juſqu'au coucher, depuis le coucher juſqu'au paſſage inférieur, & Du Méridien.

* Ce mot vient de *Media dies*, parce qu'il diviſe le jour.

depuis ce paſſage à la partie inférieure du méridien, juſqu'au lever du jour ſuivant.

16. Le méridien partage tout le Ciel en deux hémiſphères, dont l'un eſt à l'orient, & l'autre à l'occident. On appelle l'un *hémiſphère oriental*, & l'autre *hémiſphère occidental*.

Ce cercle s'appelle *Meridien*, parce qu'il marque le milieu du jour au moment où le ſoleil y paſſe; tous les aſtres y paſſent également par leur mouvement diurne : auſſi-tôt qu'ils ſe levent, nous les voyons approcher du méridien; ils y paſſent quand ils ſont parvenus à la moitié de leur cours, ou à leur plus grande hauteur, & ils s'abaiſſent enſuite vers le couchant en s'éloignant du méridien.

Différence des Méridiens.

17. Le méridien d'un pays ſitué plus à l'orient que Paris eſt différent du méridien de Paris; & l'Obſervateur qui marche vers l'orient ou vers l'occident change de méridien, de toute la quantité dont il avance vers l'orient ou l'occident : ainſi de Paris à Breſt, il y a environ 7 degrés, dont Paris eſt plus oriental que Breſt, & par conſéquent le méridien de Paris differe de 7 degrés de celui de Breſt. Il n'y a qu'un moyen de changer de place ſans changer de méridien; c'eſt d'aller directement vers le nord ou vers le ſud.

18. Tous les méridiens des différens pays de la terre ſe réuniſſent & ſe coupent aux deux poles du monde, puiſqu'ils ſont tous menés d'un pole à l'autre : ils ſont tous coupés en deux parties égales par l'équateur, puiſque l'équateur eſt par-tout à égale diſtance des deux poles; ils ſont tous perpendiculaires à l'équateur; car autrement l'équateur approcheroit plus des poles d'un côté que de l'autre, ce qui eſt contre la définition même de l'équateur. Mais quand l'Obſervateur placé dans un lieu fixe parle du méridien, il doit toujours entendre le méridien du lieu où il eſt; celui qui paſſe par ſon zénith, & que l'on conçoit comme fixe auſſi bien que l'horiſon.

19. Après avoir établi dans la Sphère céleſte, trois cercles principaux, l'horiſon, l'équateur, le méridien; l'Obſervateur doit rapporter à ces cercles tous les aſtres qu'il obſerve. C'eſt d'abord à l'horiſon qu'il eſt forcé, pour ainſi dire, de les comparer; car un aſtre n'eſt viſible que quand il s'éleve

il s'éleve au-deſſus de l'horiſon : le ſoleil ne nous donne le jour, la lune n'éclaire nos belles nuits, qu'après avoir ſurmonté ce cercle terminateur ; & plus un aſtre s'éleve au-deſſus de l'horiſon, plus nous avons long-temps à le voir. Cette élévation d'un aſtre au-deſſus de l'horiſon eſt donc un des phénomenes auxquels il étoit le plus naturel de s'attacher ; & l'une des premieres Obſervations qu'on ait eu à faire, c'étoit de meſurer la HAUTEUR d'un aſtre ſur l'horiſon ; voici comme on y procede.

Obſerver la hauteur. *Fig.* 4.

2 0. Soit *O*, un Obſervateur, dont *Z* eſt le zénit, & *HOR*, l'horiſon ; puiſqu'il eſt convenu, comme on le ſçait, entre les Aſtronomes de tous les temps de diviſer le cercle en 360 degrés, on comptera néceſſairement 90 degrés depuis *Z* juſqu'en *R* ; car *ZR* eſt le quart du cercle ou de la circonférence entiere ; ainſi une étoile qui paroîtroit en *Z* auroit 90 degrés de hauteur ; celle qui ſeroit en *A* à égale diſtance de l'horiſon *R*, & du zénit *Z*, en auroit 45, & ainſi des autres.

L'Obſervateur *O* qui voudroit meſurer ces hauteurs n'auroit qu'à former un quart-de-cercle *BD* de bois ou de métal, le diviſer en 90 parties, placer un des côtés *BO* verticalement, au moyen d'un fil à plomb, & dans cet état remarquer, en mettant l'œil au centre *O*, ſur quel point *C* répond l'aſtre *A* ; & le nombre de degrés compris entre *D* & *C* ſur ſon inſtrument, ſera le même que celui des degrés *AR* de la Sphère céleſte, qui marquent la hauteur de l'aſtre *A* au-deſſus de l'horiſon. En effet, ſi l'arc *DC* eſt la huitieme partie d'une circonférence entiere ou la moitié de *BD* ſur le petit inſtrument, l'arc céleſte *AR* ſera auſſi la moitié de *ZR* ; ainſi l'un & l'autre ſeront de 45 degrés : il ſuffit de bien comprendre que les degrés ne ſont autre choſe que des parties aliquotes ou des portions de la circonférence entiere, & qu'il y en a 90 dans le quart d'un très-petit cercle, comme dans le quart d'un très-grand, tout comme il y a deux moitiés & quatre quarts dans un objet quelconque, grand ou petit ; c'eſt ſur cette conſidération qu'eſt fondée la MESURE DES ANGLES, dont nous ferons ſans ceſſe

Ce que c'eſt que Degrés.

uſage, puiſque toutes nos meſures dans le ciel, conſiſteront en degrés, ou en parties de cercles.

21. Les Aſtronomes diſpoſent d'une maniere plus commode le quart-de-cercle qu'ils emploient à meſurer les hauteurs : ils placent un des côtés BO, de maniere qu'il ſoit dirigé vers l'étoile A, dont ils veulent meſurer la hauteur ; au centre O de cet inſtrument, eſt ſuſpendu librement un fil à plomb OD, alors l'arc EG du quart-de-cercle que l'on emploie, compris entre le fil à plomb & le rayon OG, aura autant de degrés que l'arc AR, qui eſt la hauteur de l'aſtre A au-deſſus de l'horiſon OR ; car la ligne verticale ZOD fait avec le rayon de l'étoile BOA un angle, dont la meſure eſt l'arc ZA d'un côté, & de l'autre l'arc BE qui lui eſt ſemblable, & a le même nombre de degrés ; c'eſt ce que nous appellerons *la Diſtance au zénit.* Or l'arc ZA eſt le complément de l'arc AR, comme BE eſt le complément de EG ; ainſi l'arc AR eſt ſemblable à l'arc GE : donc ce dernier arc exprime la hauteur de l'aſtre auſſi bien que l'arc AR. Telle eſt la maniere dont les Aſtronomes procedent dans cette obſervation fondamentale & qui revient ſans ceſſe ; il ne s'agit, pour obſerver la hauteur d'un aſtre au-deſſus de l'horiſon, que de diriger un des côtés BO du quart-de-cercle BEG vers l'aſtre ſuppoſé en A, & de voir combien le fil à-plomb OED, ſuſpendu librement au centre O de l'inſtrument, intercepte de degrés, en comptant de l'autre rayon OG de l'inſtrument, c'eſt-à-dire, l'arc GE. C'eſt là-deſſus qu'eſt fondé l'uſage du quart-de-cercle aſtronomique, dont nous ferons une deſcription détaillée en parlant des inſtrumens d'Aſtronomie, dans le XIIIe. Livre.

Fig. 5.

Diſtance au Zénit.

22. La Mesure des Angles, faite par le moyen d'un quart ou d'une portion quelconque de cercle, eſt la baſe de toute l'Aſtronomie : en effet, notre objet principal eſt de connoître les mouvemens & les révolutions des corps céleſtes ; cet objet eſt rempli, ſi je puis aſſigner en tout temps la ſituation *apparente* de tous les aſtres, les uns par rapport aux autres ; il ſuffit pour cela de ſçavoir qu'à partir d'un

Meſure des Angles.

point donné dans le ciel, un aſtre eſt avancé d'un nombre de degrés, ou d'une portion quelconque de la circonférence, plus ou moins qu'un autre aſtre. Ce n'eſt ni en lieues, ni en toiſes, ou autres meſures abſolues, que nous avons beſoin de connoître ces mouvemens apparens, nous y parviendrons bien enſuite ; mais il ne fut d'abord queſtion parmi les anciens Aſtronomes, & nous ne traitons nous-mêmes dans ce Ir. Livre, que des mouvemens reſpectifs & apparens, qui s'expriment en degrés, minutes & ſecondes, ou en portions de cercles.

Nous obſerverons, par exemple, qu'un aſtre eſt éloigné d'un autre de la moitié du ciel, c'eſt-à-dire, de 180°, en ſorte qu'il lui eſt diamétralement oppoſé ; ce ſera la plus grande de toutes nos diſtances apparentes ; nous en verrons un troiſieme qui ſera à la moitié de cet intervalle, & paroîtra entre les deux autres, nous dirons qu'il eſt à 90° ou un quart de cercle de chacun d'eux ; nous meſurerons également 30, 15, 5° de diſtance apparente entre d'autres aſtres, & toutes ces meſures ſe feront en préſentant aux objets que l'on obſerve un arc de cercle, comme CD, dont le centre ſoit à notre œil O, & dont la partie CD ſera ſemblable à la partie AR de la circonférence céleſte, que nous voulons meſurer. Ainſi, quand nous dirons, par exemple, que la lune a un demi-degré ou 30 minutes de diametre, cela voudra dire qu'elle occupe la moitié de la trois cent ſoixantieme partie d'une circonférence, dont notre œil eſt le centre, & que ſi elle étoit répétée 720 fois autour de nous, elle feroit tout le tour du ciel. *Fig.* 4.

23. Tandis que toute la Sphère tourne ſur ſes deux poles P & R, les points ſitués dans l'équateur EQ, décrivent un cercle qui eſt de la grandeur même de la Sphère, & dont le centre C eſt auſſi le centre de la Sphère ; mais les points qui ſont plus près du pole, comme le point A, décrivent des cercles moindres ; tel eſt le cercle AB, dont le centre eſt au point D de l'axe PR, & qui paroît ovale, parce que nous le ſuppoſons vû en perſpective & de côté. Ce ſont ces petits cercles qu'on appelle les *paralleles à l'équateur*, ou ſimplement les PARALLELES. Chaque point Des Paralleles. *Fig.* 6.

Fig. 6. du ciel, placé hors de l'équateur, décrit un parallele qui diminue de grandeur à mesure que le point est plus éloigné de l'équateur. Voyez Art. 1.

Tous ces paralleles AB sont coupés en deux parties égales par le cercle $HBPA$; car leur centre D & leur pole P se trouvant dans le plan du méridien, ce plan les traverse par le centre, & par conséquent les coupe en deux parties égales (15); ainsi l'astre qui placé d'abord au point A dans le méridien, décrit par son mouvement diurne le parallele AB, sera aussi long-temps à la droite qu'à la gauche du méridien qui partagera la durée de sa révolution diurne en deux parties égales.

24. Si le parallele AB que décrit l'étoile, est tout entier au-dessus de l'horison HO, on la verra passer deux fois le jour au méridien, d'abord en A, puis 12 heures après en B; sa plus grande élévation au-dessus de l'horison, sera dans son passage supérieur en A, & sa plus petite hauteur dans le passage inférieur en B. Mais si le parallele de l'étoile se trouve n'avoir qu'une petite portion au-dessus de l'horison, comme le parallele MNL, dont la partie MN élevée sur l'horison, est beaucoup moindre que la partie invisible NL, on ne verra l'étoile que pendant la plus petite partie des 24 heures.

Différence des grands Cercles & des petits.

25. Il y a cette différence entre les *grands cercles* de la Sphère & les *petits cercles*, que les premiers passant tous par le centre de la Sphère, la coupent en deux parties égales; au lieu que les petits cercles, tels que AB, coupent la Sphère en deux segmens, dont l'un est le plus grand, comme ARB, & l'autre le plus petit, comme APB.

Une autre différence qu'on doit remarquer entre les grands cercles & les petits, c'est qu'un grand cercle coupe nécessairement tous les autres grands cercles en deux parties égales, au lieu qu'un petit cercle est souvent coupé par un grand cercle en deux parties inégales; la raison est évidente, si l'on considere que deux grands cercles ayant chacun leur centre au centre de la Sphère, l'un passe par le centre de l'autre; ils ont donc un diametre commun, qui est la commune section de leurs deux plans: or il est de la

nature d'un diametre de couper le cercle en deux parties égales ; ainſi chaque cercle eſt coupé par l'autre, ſuivant ſon diametre même & en deux parties égales. Au contraire, le petit cercle étant éloigné du centre du globe, peut non-ſeulement être coupé en deux portions inégales, mais encore ne l'être point du tout par un grand cercle du même globe. Nous verrons, en parlant de la Sphère Armillaire, qu'on y diſtingue principalement ſix grands cercles & quatre petits ; & l'ordre des Obſervations nous a conduit à diſtinguer déja trois grands cercles appellés l'*Horiſon*, l'*Equateur* & le *Méridien*. Nous avons parlé en général des petits cercles appellés *paralleles à l'équateur*, & parmi ces derniers, nous diſtinguerons les Tropiques (52) ; mais ils ſont relatifs au mouvement propre, & nous ne parlons encore que du mouvement commun.

Trouver la hauteur du Pole par le moyen des Etoiles Circonpolaires.

26. La disposition des trois grands cercles de la Sphère, l'Equateur, l'Horiſon & le Méridien, doit former déſormais la baſe de toutes nos Obſervations & de toute notre Astronomie Sphérique * ; c'eſt à eux que nous rapporterons les aſtres pour en déterminer la ſituation & les mouvemens. Ainſi la premiere choſe que nous devons faire, eſt de connoître leur ſituation réciproque, de ſçavoir comment l'équateur eſt placé par rapport à notre horiſon ; combien le pole eſt élevé du côté du nord ; combien l'équateur eſt élevé du côté du midi.

27. Puiſque l'équateur n'eſt autre choſe que le cercle ſur lequel ſe fait le mouvement diurne, c'eſt ce mouvement qui doit déterminer l'équateur ; & puiſque le mouvement ſe fait autour des poles, ce mouvement ſervira auſſi à les reconnoître. Si l'étoile polaire, dont nous avons parlé (3), étoit préciſément & exactement ſituée au pole du monde, en ſorte qu'elle pût en être la marque sûre & permanente,

* On entend par *Aſtronomie Sphérique*, celle qui traite des mouvemens céleſtes par rapport aux cercles apparens de la Sphère, ſans s'occuper des diſtances & des grandeurs réelles.

il ſuffiroit d'en meſurer la hauteur (20), & l'on auroit la hauteur du pole ; mais cette étoile en eſt à deux degrés ; on a peine à diſtinguer ſi elle a changé de place, quand on ne la regarde qu'à la vûe ſimple, & ſans avoir devant les yeux quelque terme fixe auquel on puiſſe la comparer; néanmoins avec des inſtrumens & une attention ſuivie, on reconnoît qu'elle décrit auſſi bien que les autres étoiles un petit cercle autour du pole ; mais ſi l'étoile polaire ne marque pas immédiatement le point du ciel où eſt le pole, du moins le milieu du cercle qu'elle décrit chaque jour, en donnera la plus sûre indication.

Obſervation de la hauteur du Pole.

28. L'étoile *A*, décrivant autour du pole *P* un cercle *AB*, ſi cette étoile eſt à deux degrés du pole, l'arc *AP* ſera de deux degrés, auſſi bien que l'arc *PB*, & l'arc entier *APB*, qui marque la largeur du parallele, ſera de 4° ; ainſi l'étoile étant au méridien en *A*, dans la partie ſupérieure de ſon parallele, aura une hauteur *AH* au-deſſus de l'horiſon, plus grande de 4° que la hauteur *BH* de cette même étoile, 12 heures après au-deſſous du pole ; la différence *AB* de ces deux hauteurs ſera de 4°. Suppoſons actuellement qu'on ait obſervé la hauteur de l'étoile en *A* & ſa hauteur en *B*, il faudra pour avoir la hauteur du pole *P*, partager en deux la différence des deux hauteurs ; la moitié de cette différence ſera *PB*, on l'ajoutera avec la plus petite hauteur *HB* de l'étoile, & l'on aura *HP* qui eſt la hauteur du pole. Par exemple, ſi l'étoile polaire obſervée à Paris, a d'abord 47°, & enſuite 51° de hauteur, la différence étant 4°, on en prendra la moitié, c'eſt-à-dire, 2°, ce ſera la diſtance de l'étoile au pole ; ces deux degrés ajoutés à 47°, qui eſt la plus petite hauteur de l'étoile, donneront la hauteur du pole, qui ſera par conſéquent de 49°.

Fig. 6.

29. La hauteur du pole & la hauteur de l'équateur font enſemble 90°, en ſorte que la premiere étant connue, on a néceſſairement la ſeconde. Soit *P* le pole, & *E* l'équateur, *PH* la hauteur du pole, *EO* celle de l'équateur, le demi-cercle *HZO* eſt la partie viſible du ciel qui a 180°. Si l'on en retranche le quart de cercle *PZE* qui marque la diſtance du pole à l'équateur, c'eſt-à-dire, 90°, il en doit

Fig. 3.

reſter néceſſairement 90 autres ; donc les arcs *HP* & *EO*, qui reſtent après avoir ôté *PZE*, font enſemble 90° : *donc la hauteur du pole* HP *eſt le* COMPLÉMENT * *de la hauteur de l'équateur* EO.

30. De-là il ſuit que la hauteur de l'équateur eſt égale à la diſtance du pole au zénit, c'eſt-à-dire, *PZ* ; car *ZH* eſt de 90°, puiſque du zénit à l'horiſon il y a néceſſairement un quart de cercle ; ainſi *HP* eſt le complément de *PZ* : mais nous venons de voir dans l'article précédent, que *HP* eſt le complément de *EO*, donc *PZ* eſt égal à *EO*, c'eſt-à-dire, que la diſtance du pole au zénit eſt égale à la hauteur de l'équateur.

31. Il eſt évident par la même raiſon, que la diſtance *ZE* du zénit à l'équateur eſt égale à la hauteur du pole *PH* ; car *ZH* & *PE* ſont chacun de 90° : ſi vous en retranchez la partie commune *PZ*, il reſtera deux arcs égaux *PH* & *ZE*.

32. L'OBSERVATION de la hauteur du pole & de la hauteur de l'équateur, ou, ſi l'on veut, de la hauteur méridienne du ſoleil en différens pays, fut la premiere choſe qui dut apprendre aux hommes que la terre étoit ronde. Ce fut d'abord par l'ombre du ſoleil, le jour du ſolſtice, que l'on détermina les différences de latitudes ; plus on avançoit vers le nord, plus ces ombres devenoient longues ; ce qui prouvoit que la hauteur du ſoleil au-deſſus de l'horiſon étoit devenue plus petite, & que l'Obſervateur ſitué vers le nord, n'étoit pas ſur le même plan que l'Obſervateur ſitué vers le midi, puiſqu'alors ils auroient eu l'un & l'autre des ombres égales. La Terre eſt ronde.

33. L'ombre de la terre dans les éclipſes de lune paroît toujours ronde ; les vaiſſeaux vûs de loin en pleine mer, diſparoiſſent par degrés, on les voit deſcendre & ſe perdre peu-à-peu, par la courbure de la ſurface des eaux. Telles ſont les marques auxquelles les anciens Philoſophes reconnurent la courbure & la rondeur de la terre.

* On appelle *Complément d'un arc*, ce qui lui manque pour faire 90 degrés, & *Supplément*, ce qui lui manque pour aller à 180 degrés.

Des Latitudes Géographiques ou Terreſtres.

34. L'Equateur & les poles que nous avons remarqués dans le ciel, ſe remarquent également ſur la terre ; & tout de même que l'équateur céleſte détermine les ſaiſons, celui de la terre détermine la température & le degré de chaleur ou de froid, qu'on éprouve en différens pays.

On a dû remarquer d'abord les étoiles qui dans le ciel répondoient à l'équateur, c'eſt-à-dire, étoient préciſément à égales diſtances des deux poles céleſtes : voyageant enſuite ſur la terre, on a vû en allant vers le midi, que ces étoiles ſe rapprochoient de la verticale, & paſſoient au méridien plus près du zénit, à meſure qu'on ſe trouvoit dans des pays plus méridionaux.

35. On a compris qu'en avançant encore on parviendroit dans les endroits de la terre, où ces étoiles paſſent exactement par le zénit, & où les poles ſeroient dans l'horiſon, alors on ſeroit évidemment ſous l'équateur céleſte, ou bien ſur l'équateur terreſtre ; car l'un correſpond à l'autre, ils ſont dans un ſeul & même plan, parce que l'équateur céleſte détermine l'autre ; & qu'en voyant paſſer le ſoleil ſur ſa tête, quand il eſt à même diſtance des deux poles, c'eſt-à-dire, dans l'équateur, on pourroit dire : Je ſuis ſous l'équateur céleſte, ou bien : Je ſuis ſur l'équateur de la terre.

Pays où paſſe l'Equateur.

36. L'équateur terreſtre ou la *ligne équinoctiale*, fait tout le tour de la terre, paſſe au milieu de l'Afrique, dans les Etats peu connus du Macoco & du Monoémugi, traverſe la Mer des Indes, les Iſles de Sumatra & de Borneo & la vaſte étendue de la Mer Pacifique ; l'équateur paſſe enſuite au travers de l'Amérique Méridionale, depuis la Province de Quito au Pérou, juſqu'à l'embouchure de la riviere des Amazones. Les pays qui ſont ſur cette ligne, n'ont aucune *latitude*. A meſure qu'on quitte l'équateur pour avancer vers les poles, ſoit au ſeptentrion, ſoit au midi, nous diſons qu'on avance en latitude ; à un degré, ou à 25 lieues de l'équateur, nous diſons qu'on a un degré de latitude. Ainſi la

Latitude Géographique.

Latitude eſt la diſtance à l'équateur, meſurée ou vers le midi ou vers le nord : on appelle *Latitude Septentrionale*, la diſtance

la distance à l'équateur, pour les pays qui sont du côté du nord, & *Latitude Méridionale* ou *Australe*, celle qui est comptée de l'autre côté de la ligne.

37. Les pays qui sont à moitié chemin de l'équateur au pole, ont donc 45° de latitude ; telle est la ville de Bordeaux ; telles sont encore Sarlat, Aurillac, le Puy, Valence, Briançon, Turin, Casal & Plaisance, du moins à peu de chose près. On ne sçauroit avoir plus de 90° de latitude, puisqu'il n'y a que 90° entre l'équateur, d'où on les compte, & les poles où finissent toutes les latitudes.

38. La hauteur du pole, dont nous avons parlé (art. 2 & 28) est égale à la latitude du lieu ; car la latitude n'est autre chose que la distance d'un pays à l'équateur terrestre, ou la distance de son zénit à l'équateur céleste, c'est-à-dire, ZE, mais ZE est égal à PH (31) ; donc *la latitude est égale à la hauteur du pole.* Fig. 3.

Des Longitudes Géographiques *.

39. Après avoir mesuré les distances du midi au nord sous le nom de *latitude*, il a été nécessaire de mesurer les distances dans l'autre sens, c'est-à-dire, d'occident en orient ; & on les a appellées LONGITUDES, parce que la longueur des pays connus étoit plus grande dans ce sens-là que du midi au nord, lorsque les premiers Géographes en ont parlé.

Pour mesurer les longitudes on conçoit plusieurs cercles perpendiculaires à l'équateur, & passant par les deux poles de la terre, tels que PQR, PSR, qui sont les méridiens terrestres ; & tous les pays qui sont sur un même méridien, ont la même longitude. Fig. 7.

40. Le PREMIER MÉRIDIEN, celui d'où l'on part pour compter les longitudes, est une chose arbitraire & de pure convention, parce que le ciel ne donne aucun terme fixe pour les longitudes, au lieu que l'équateur en fournissoit un pour compter les latitudes. On a varié sur le choix d'un

* Géographie vient de Γῆ, *terre*, & de γράφω, *j'écris*, parce que c'est la description de la Terre.

premier méridien, & encore actuellement la choſe n'eſt pas bien fixe parmi les Géographes.

Ptolémée, le plus ancien & le plus célebre des Géographes, établit avec raiſon le premier méridien à l'extrémité la plus reculée des pays qu'il connoiſſoit vers l'occident, c'eſt-à-dire, aux Iſles Canaries : en France, on a ſuivi ſon exemple ; & ſuivant une Déclaration de Louis XIII. du 25 Avril 1634, notre premier méridien paſſe à l'extrémité de l'Iſle de Fer, la plus occidentale des Iſles Canaries. Le bourg de l'Iſle de Fer, ſuivant les Obſervations du Pere Feuillée, eſt à 19° 53′ 45″ à l'occident de Paris : mais M. de l'Iſle, notre plus fameux Géographe, ayant ſuppoſé pour plus de facilité & en nombres ronds, que Paris étoit à 20° de longitude, la plûpart ont ſuivi ſon exemple : *ainſi l'on établit le premier méridien univerſel à 20° du méridien de Paris, du côté de l'Occident ;* & l'on continue de compter vers l'orient juſqu'à 360°, en faiſant tout le tour de la terre.

Premier Méridien.

41. Les Aſtronomes François qui déterminent communément les longitudes par la comparaiſon des Obſervations faites à Paris, avec celles des différens lieux de la terre, ont une autre maniere de compter. Ils prennent, non pas en degrés mais en temps, la différence des méridiens ou la différence de longitude entre Paris & les autres pays ; quinze degrés de longitude font une heure, chaque degré fait 4 minutes de temps ; & au lieu de dire, par exemple, que Poitiers eſt à 18 degrés de longitude, parce que cette ville eſt de deux degrés plus occidentale que Paris, ils diſent que la différence des méridiens eſt de 8 minutes occidentale.

Le Pape Alexandre VI. voulant terminer un différend qui s'étoit élevé entre les Eſpagnols & les Portugais, plaça le premier méridien par 36 degrés à l'occident de Liſbonne ; mais enſuite ils en réglerent un autre, qu'on appella *Ligne de démarcation*, parce qu'elle décline & differe de celle d'Alexandre VI. Elle paſſoit à 370 lieues au couchant des Iſles du Cap-Verd.

Les Hollandois font paſſer leur premier méridien par

le Pic de Ténérif, qui eſt une des plus hautes montagnes du monde.

Les Arabes placent leur premier méridien au détroit de Gibraltar ; & quelques Géographes Eſpagnols, à Tolede ; mais l'uſage dont nous avons parlé (art. 40) a prévalu preſque par tout.

42. Les différences des méridiens nous font juger de celles des heures que l'on compte en même temps en différens pays. Un Obſervateur qui s'avanceroit à 15° de Paris, du côté de l'orient, par exemple, à Vienne en Autriche, compteroit une heure de plus qu'à Paris, parce qu'allant au-devant du ſoleil qui tourne chaque jour de l'orient à l'occident, il le verroit une heure plutôt que nous. En continuant d'avancer ainſi vers l'orient de 15 en 15°, il gagneroit une heure à chaque fois ; & s'il faiſoit le tour entier de la terre, il ſe trouveroit, en arrivant à Paris, avoir gagné 24 heures, & compteroit un jour de plus que nous ; il ſeroit au Lundi, tandis que nous ſerions encore au Dimanche.

43. Un autre Obſervateur qui s'avanceroit du côté du couchant, retarderoit de la même quantité, & revenant à Paris après le tour du monde, il ne compteroit que Samedi lorſque nous ſerions au Dimanche. On doit éprouver cette ſingularité dans la maniere de compter, toutes les fois qu'on voit arriver un vaiſſeau qui a fait le tour du monde, en continuant de compter les jours dans le même ordre.

44. Par la même raiſon, les Habitans des Iſles de la Mer du Sud qui ſont éloignées de 12 heures de notre méridien, doivent voir les Voyageurs qui viennent des Indes & ceux qui leur viennent de l'Amérique, compter différemment les jours de la ſemaine, les premiers ayant un jour de plus que les autres; car ſuppoſant Dimanche à midi pour Paris, ceux qui ſont venus des Indes, diſent qu'il y a 12 heures que Dimanche eſt commencé ; & ceux qui ſont venus de l'Amérique, diſent qu'il s'en faut au contraire 12 heures.

45. C'eſt une des choſes les plus néceſſaires & en même tems les plus difficiles dans l'Aſtronomie, la Géographie & Des Longitudes en Mer.

la Navigation, que la maniere de trouver les longitudes : il s'agit de ſçavoir, par exemple, combien le méridien de la Martinique eſt éloigné de celui de Paris, ou combien il faut faire de chemin vers l'occident pour arriver à la Martinique : la méthode que les Aſtronomes emploient, conſiſte à chercher dans le ciel un phénomène ou un ſignal qui puiſſe être apperçu au même inſtant de Paris & de la Martinique ; par exemple, le moment où commence une éclipſe de lune : s'il eſt minuit à la Martinique quand l'éclipſe commence, & que dans ce même moment on ait compté $4^h\ 13'$ du matin à Paris, nous ſommes aſſurés qu'il y a $4^h\ 13'$ de temps, ou $63°\ 15'$ en arc, du méridien de Paris au méridien de la Martinique. En effet, le ſoleil emploie 24 heures à faire le tour du globe, & une heure à faire 15 degrés : ſi les habitans de la Martinique avoient le midi plus tard que nous d'une heure, nous ſerions aſſurés par là même, qu'ils ſont à 15° de nous vers l'occident ; mais ils l'ont plus tard que nous de $4^h\ 13'$, ſuivant l'Obſervation ; ils ſont donc plus avancés de $63° \frac{1}{4}$, qui répondent à $4^h\ 13'$, à raiſon de 15° pour chaque heure, & d'un degré pour 4 minutes de temps. Nous parlerons plus au long de la maniere de trouver les Longitudes en Mer, dans la ſuite de cet Ouvrage.

DU MOUVEMENT ANNUEL, ET DE L'ECLIPTIQUE.

46. Apre's avoir parlé du Mouvement diurne commun à tous les aſtres, comme du premier de tous les phénomènes céleſtes que les hommes ont dû obſerver, même ſans une grande application, nous paſſerons au Mouvement *Périodique* ou Annuel, que le ſoleil paroît avoir, qu'on appelle auſſi quelquefois *Mouvement propre*, & qui après le mouvement diurne (1) eſt un des phénomènes les plus frappans, puiſque la différence des ſaiſons, les chaleurs de l'été & les rigueurs de l'hyver en dépendent, auſſi bien que la longueur des jours & des nuits qui varie ſi fort dans le cours d'une année.

47. Si l'on remarque le ſoir du côté de l'occident quelque étoile fixe après le coucher du ſoleil, & qu'on la

conſidere attentivement pluſieurs jours de ſuite à la même heure, on la verra de jour en jour plus près du ſoleil ; en ſorte qu'elle diſparoîtra à la fin, & ſera effacée par les rayons & la lumiere du ſoleil, dont elle étoit aſſez loin quelques jours auparavant. Il ſera aiſé en même tems de reconnoître que c'eſt le ſoleil qui s'eſt rapproché de l'étoile, & que ce n'eſt pas l'étoile qui s'eſt rapprochée du ſoleil. En effet, voyant que toutes les étoiles ſe levent & ſe couchent tous les jours aux mêmes points de l'horiſon, & ſont toujours entre elles à la même diſtance, tandis que le ſoleil change continuellement les points de ſon lever & de ſon coucher & ſa diſtance aux étoiles, on ne doutera pas que le ſoleil ſeul n'ait changé de place par rapport à l'étoile, & ne ſe ſoit rapproché d'elle : cette obſervation peut ſe faire en tout temps, mais il faut prendre garde à ne pas confondre une étoile avec une planete : nous apprendrons bientôt la maniere de les diſtinguer. (118)

Maniere d'obſerver le Mouvement Annuel.

48. Le premier phénomène que préſente le mouvement propre du ſoleil eſt donc celui-ci : *Le ſoleil ſe rapproche de jour en jour des étoiles qui ſont plus orientales que lui ;* c'eſt-à-dire, qu'il s'avance chaque jour vers l'orient : ainſi le mouvement propre du ſoleil ſe fait d'occident en orient : tous les jours il eſt d'environ un degré, & au bout de 365 jours on reverra l'étoile vers le couchant, à la même heure & au même endroit où elle paroiſſoit l'année précédente à pareil jour, c'eſt-à-dire, que le ſoleil ſera revenu ſe placer au même point par rapport à l'étoile ; il aura donc fait une révolution : c'eſt ce que nous appellons le *Mouvement Annuel.*

49. Pour combiner le mouvement annuel avec le mouvement diurne du ſoleil, imaginons un grand globe, ou, ſi l'on veut, une groſſe boule, traverſée au centre ou diamétralement par un *axe* ou aiſſieu, qui ſoit ſoutenu à ſes extrémités dans les points *P* & *R ;* & qu'on faſſe tourner ce globe, on aura une idée du mouvement diurne de la Sphère. Si l'on place une mouche en *A*, à égale diſtance des deux poles *P R*, elle ſera obligée de tourner avec le globe, & elle décrira l'*équateur* : ſi l'on en place une autre *Fig. 7.*

Fig. 7. en *B*, plus près d'un des poles que de l'autre, elle décrira un *parallele*, dont la circonférence eſt plus petite. Mais tandis que ce globe tourne dans un ſens, la mouche que nous ſuppoſons en *A*, pourroit auſſi marcher inſenſiblement dans le ſens oppoſé ; elle repréſenteroit alors le mouvement propre du ſoleil, qui s'avance peu-à-peu vers l'orient, pendant qu'il eſt emporté chaque jour avec tout le ciel & d'un mouvement commun vers l'occident. Ces deux mouvemens ſont auſſi exprimés dans ces 4 vers d'Ovide :

Adde quod aſſiduâ rapitur vertigine cœlum,
Sideraque alta trahit, celerique volumine torquet ;
Nitor in adverſum ; nec me (qui cætera) vincit
Impetus ; & rapido contrarius evehor orbi. *Metam. II. 70.*

50. Ce mouvement annuel, ce mouvement propre du ſoleil, qui ſe fait d'occident en orient, eſt donc contraire au mouvement diurne, au mouvement commun de tout le ciel, qui ſe fait vers l'occident, & que nous avons expliqué (art. 1.). Chaque jour, le ſoleil, auſſi bien que les étoiles, fait une révolution autour de nous, du levant au couchant, ou d'orient en occident ; mais pendant ce temps-là le ſoleil fait environ un degré en ſens contraire, ou d'occident en orient, & répond ſucceſſivement à différentes étoiles.

51. La trace de ce mouvement annuel, obſervée avec ſoin, s'eſt trouvée être un cercle que l'on a appellé l'Ecliptique. Ecliptique *, & dont il a fallu d'abord déterminer la ſituation ; c'eſt la premiere recherche que les anciens Aſtronomes aient faite, & nous allons les ſuivre dans cet examen.

L'écliptique, la route apparente & annuelle du ſoleil, eſt différente de l'équateur ou du cercle diurne, dont nous avons indiqué la poſition (12). Les premiers Caldéens qui obſerverent à Babylone, avoient l'équateur élevé de 57° : & ſi le ſoleil avoit fait ſon mouvement annuel en ſuivant l'équateur, il auroit paru tous les jours à midi élevé de 57°. Bien loin de-là ils appercevoient en été que le ſoleil s'élevoit de 23° $\frac{1}{2}$ au-deſſus de l'équateur, & deſcendoit

* Du mot Grec Ἔκλειπω, *deficio*, parce que la lune eſt toujours dans l'écliptique, lorſqu'il y a éclipſe de lune ou de ſoleil.

en hyver de 23° ½ au-dessous, en sorte que sa hauteur vers le milieu du jour, ou sa hauteur méridienne (16) étoit de 80° ½ en été, & de 33° ½ seulement en hyver; d'où il suivoit évidemment que l'écliptique étoit un cercle différent de l'équateur de 23° ½. Ce cercle devoit seulement traverser ou couper l'équateur en deux points diamétralement opposés; car on observoit deux fois l'année, au printems & en automne, que la hauteur du soleil à midi étoit précisément égale à la hauteur de l'équateur, c'est-à-dire, de 57°; d'où il suivoit que dans ces deux jours-là le soleil étoit dans l'équateur même, dont 3 mois auparavant il avoit été éloigné de 23° ½ dans les jours des *solstices*. Solstices.

52. Ainsi l'écliptique, la trace du mouvement annuel du soleil, est un cercle de la Sphère qui coupe l'équateur en deux points, mais qui s'en éloigne ensuite de 23° ½ au nord & au midi. Cela ayant été une fois reconnu, il s'agissoit de déterminer dans la voute céleste & parmi les étoiles fixes, la route ou la trace de l'écliptique, & de reconnoître les étoiles par lesquelles devoit passer le soleil à chaque jour de l'année, pour être en état de représenter ce cercle solaire sur le globe où nous avons tracé l'équateur (12).

53. Pour cet effet on dut remarquer d'abord qu'il y avoit deux jours dans l'année, éloignés de six mois l'un de l'autre, où le soleil se trouvoit avoir 67° de hauteur méridienne, & par conséquent la même hauteur que l'équateur. On appella ces deux jours-là *Jours des Equinoxes*, parce que le soleil décrivant ces jours-là l'équateur, étoit 12 heures au-dessus de l'horison, & 12 heures au-dessous, c'est-à-dire, que le jour étoit égal à la nuit. Equinoxes.

54. Ayant remarqué, le jour de l'équinoxe du printems, quelle étoile ou quel point du ciel passoit au méridien, 12 heures après le soleil ou à minuit, à la même hauteur que lui, c'est-à-dire, à la hauteur de l'équateur, on étoit sûr d'avoir le point opposé au soleil, c'est-à-dire, l'équinoxe de l'automne, & l'endroit où devoit se trouver le soleil six mois après, en traversant l'équateur dans le point opposé.

C'est ainsi qu'on a dû reconnoître & marquer le point équinoctial d'automne, quand le soleil étoit dans celui du

printems, & celui du printems quand le ſoleil étoit parvenu à l'équinoxe d'automne, ou dans le point oppoſé ; par-là on a appris à diſtinguer dans le ciel étoilé ces deux points eſſentiels dans l'Aſtronomie.

Ainſi tout eſt déterminé à l'égard de l'Ecliptique. Nous connoiſſons les deux points équinoctiaux où ce cercle traverſe l'équateur ; nous ſçavons qu'il s'en éloigne enſuite de $23^{\circ}\frac{1}{2}$ au-deſſus & au-deſſous, au nord & au midi, dans les ſolſtices ; il ne manque donc rien pour tracer dans le ciel la route annuelle ou le grand cercle de l'écliptique : nous parlerons de la diviſion de l'écliptique en 12 ſignes (art. 122).

55. Ayant formé un globe artificiel, tel que celui qui eſt *Fig. 7.* repréſenté dans la figure 7, & marqué ſur ce globe les étoiles dont on avoit obſervé les poſitions, après y avoir tracé l'équateur & les poles (12), on a été à même de tracer auſſi l'écliptique, & de remarquer les étoiles parmi leſquelles ce cercle devoit paſſer ; c'eſt ce que firent les plus anciens Aſtronomes, comme nous l'expliquerons encore dans le Livre II. en parlant de l'origine de l'Aſtronomie. (168)

Colures. On marquera auſſi ſur le globe deux cercles perpendiculaires à l'équateur, c'eſt-à-dire, paſſant par les poles du monde, l'un par les équinoxes, & l'autre par les ſolſtices ; on les appelle COLURES * : le premier ſe nomme *Colure des Equinoxes*, & le ſecond, *Colure des Solſtices* (140).

De l'obliquité de l'Ecliptique, & des Tropiques **.

56. LA diſtance ou l'arc que nous avons remarqué de $23^{\circ}\frac{1}{2}$ entre l'équateur & l'écliptique dans les points ſolſtitiaux, s'appelle l'OBLIQUITÉ DE L'ECLIPTIQUE. Il a fallu pour connoître cette obliquité, obſerver combien le ſoleil en été s'élevoit au-deſſus de l'équateur, & combien en hyver il s'abaiſſoit au-deſſous (51) ; ou, ſi l'on veut, il a fallu remarquer combien le ſoleil étoit plus élevé à midi en été qu'il ne l'étoit à midi en hyver ; & ayant trouvé 47° de

Obliquité de l'Ecliptique.

* Du mot Grec Κόλωρος, *mutilus*, *truncus*, parce que dans les Sphères ordinaires on fait des entailles ſur ces cercles pour y encaſtrer les autres cercles.

** Du mot Grec Τρέπω, *verto*, parce que le ſoleil arrivé aux tropiques ſemble retourner ſur ſes pas.

différence

différence, la moitié de cette différence, ou $23^\circ \frac{1}{2}$, a donné la plus grande distance entre l'écliptique & l'équateur. Nous n'avons pas actuellement même d'autre méthode pour déterminer l'obliquité de l'écliptique.

57. Cette obliquité de l'écliptique étoit, il y a 2000 ans, d'environ 24°; elle n'est plus aujourd'hui que de $23^\circ\ 28'\ 20''$, & diminue de 45 secondes tous les 100 ans. Nous expliquerons les causes de cette diminution dans le Livre XXII. en parlant de l'Attraction, & les circonstances dont elle est accompagnée, à l'occasion de la Nutation, Livre XVII.

58. Les Anciens, pour déterminer l'obliquité de l'écliptique, observoient les ombres solstitiales du soleil. Soit AB un Gnomon *, un Style quelconque élevé verticalement, SAE le rayon du soleil au solstice d'hyver, BE l'ombre du soleil; OAC le rayon du solstice d'été, & BC l'ombre solstitiale la plus courte; dans le triangle ABC, rectangle en B, & dont on connoît les côtés AB, BC, il est aisé de trouver par les régles de la Trigonométrie rectiligne, l'angle ACB ou OCB, qui exprime la hauteur du soleil au solstice d'été; on en fera autant pour le triangle ABE, & l'on aura l'angle E égal à la hauteur du soleil au solstice d'hyver. C'est ainsi que Pythæas, plus de 200 ans avant J.C. trouva qu'à Marseille, dans le solstice d'été, la hauteur du Gnomon [†] étoit à la longueur de l'ombre, comme 600 est à 209; d'où l'on conclut l'obliquité de l'écliptique $23^\circ\ 49'$. Nous parlerons des plus fameux Gnomons qui aient servi pour cet usage, à l'occasion des Instrumens d'Astronomie, dans le Livre XIII. *Fig. 9.*

59. Chacun des paralleles à l'équateur que le soleil paroît décrire de jour en jour par son mouvement diurne, est autant éloigné de l'équateur que le point de l'écliptique où se trouve le soleil; quand le soleil est éloigné de 10° de l'équateur, ou qu'il a 10° de déclinaison, il décrit un parallele qui s'éloigne de l'équateur de 10°, & passe au zénit de tous les pays de la terre qui ont 10° de latitude. Quand il est parvenu à son plus grand éloignement B, qui est de $23^\circ \frac{1}{2}$, il décrit son parallele BC le plus éloigné ou *Fig. 7.*

[†] V. *Strabon*, L. II. *Gassendi*, T. IV. p. 523. Mémoire de M. *de Louville* sur l'obliquité de l'Ecliptique; Mém. Acad. 1716. *Acta Erudit.* Jul. 1719. *Weidler*, p. 119.

* Γνώμων, Régle droite, Style droit.

le plus petit qu'il puiſſe décrire, c'eſt celui-là qu'on ap-
Tropiques. pelle *Tropique*. Il y a un tropique de chaque côté de l'équateur ; l'un ſe nomme le *Tropique du Cancer*, parce que le ſoleil décrit celui-ci le jour du ſolſtice d'été, entrant dans le ſigne du Cancer ; l'autre s'appelle le *Tropique du Capricorne*, parce qu'il eſt décrit au temps du ſolſtice d'hyver où le ſoleil entre dans le Capricorne. Ainſi les tropiques comprennent tout l'eſpace dans lequel peut ſe trouver le ſoleil, & cet eſpace eſt de 47°. Les tropiques touchent l'écliptique, & ſe confondent avec ce cercle dans les points ſolſtitiaux ; de-là vient que le ſoleil, pendant quelques jours aux environs du ſolſtice, ne paroît preſque pas s'éloigner des tropiques, & reſte à peu près à la même hauteur, comme s'il s'arrêtoit dans ſa déclinaiſon, & de-là vient le nom de *Solſtice*, comme ſi l'on diſoit *Solis ſtatio*.
Solſtices.

DE LA SPHERE ARMILLAIRE, ET DU GLOBE ARTIFICIEL.

Sphère Armillaire.

60. Jusqu'ici nous n'avons entendu ſous le nom de *Sphère céleſte*, que la concavité apparente du ciel figurée en forme de globe ; car une boule quelconque peut être appellée *Sphère*, & ſervir à repréſenter les cercles & les mouvemens dont nous avons parlé. Cependant l'uſage s'eſt introduit d'appeller *Sphère*, ou plutôt Sphere Armillaire, un inſtrument compoſé de pluſieurs cercles évuidés & placés les uns ſur les autres, comme les cercles de la ſphère céleſte : cette ſphère armillaire eſt repréſentée dans la Figure 8. Son nom vient de celui d'*Armille* qui ſignifie un *Anneau* ou un *Collier*, parce qu'en effet les cercles de la Sphère en ont, pour ainſi dire, la forme. Nous parlerons de ſon invention (art. 68).
Fig. 8.

L'Horiſon eſt le cercle *AGB*, poſé ſur 4 ſoutiens qui ſont attachés au pied de la Sphère.

Le Méridien eſt le cercle *AZB*, élevé verticalement ſur l'horiſon, qui eſt retenu par en bas dans une entaille faite au pied de l'inſtrument, & par les côtés dans deux entailles faites ſur l'horiſon au nord & au midi. Ces deux cercles ſont fixes.

Les Cercles mobiles font un assemblage, ou une espece de charpente, qui tourne sur un axe *P R*. On en distingue quatre grands, l'Equateur (12), l'Ecliptique (51), & les deux Colures (140) qui servent à soutenir l'assemblage, en recevant les autres cercles dans des entailles, comme leur nom même semble l'indiquer (55). On y voit aussi 4 petits cercles, les deux Tropiques *H M*, *D I* (56) & les deux Cercles *Polaires X R*, *S O*.

Les Cercles polaires sont éloignés des poles du monde de $23^{\circ}\frac{1}{2}$, autant que les tropiques le sont de l'équateur; ils sont inutiles dans l'Astronomie, mais ils servent aux Géographes à indiquer les pays de la terre qui sont situés dans les zones glaciales (97).

61. Le ZODIAQUE * est une bande céleste *H I*, qu'on exprime ordinairement dans la Sphère armillaire. Elle a 16 degrés de largeur, c'est-à-dire, 8 de chaque côté de l'écliptique; on n'en fait point mention dans l'Astronomie; elle sert seulement à indiquer l'espace dans lequel sont renfermées les planetes, qui s'éloignent de l'écliptique d'environ 8 degrés, comme nous aurons occasion de le dire en parlant des Orbites planétaires, dans le VIe. Livre. Le Zodiaque.

62. On place aussi sur la Sphère une *Rosette K L*, ou petit cercle, divisé en 24 heures, qui sert à résoudre différens problêmes d'une maniere commode & sans aucun calcul. La rosette est fixée sur le méridien; elle a son centre au pole de la Sphère; l'extrémité *P* de l'axe est par conséquent au centre de la rosette; elle porte une aiguille qui tourne à mesure qu'on fait tourner la Sphère, & dont nous allons indiquer quelques usages. Ce ne sont néanmoins que des exercices d'amusement, il faudroit, pour résoudre ces problêmes avec une espece de précision, avoir une Sphère très-grande & tournée avec soin, encore devroit-on préférer le calcul & les méthodes astronomiques pour ces sortes de recherches; mais en étudiant les principes de l'Astronomie, il n'est pas inutile de s'exercer sur la Sphère armillaire, pour en bien comprendre les mouvemens, &

* Ζῶδιον, *animal*; parce que les signes ou portions du Zodiaque portent les noms de plusieurs animaux.

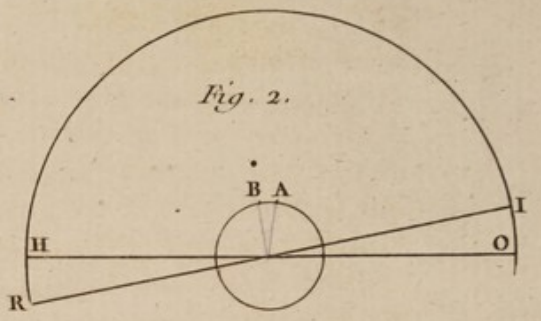
pouvoir les rapporter ſans peine aux objets céleſtes. Ce que j'ai dit qu'on peut faire avec la Sphère armillaire, ſe fera également avec un Globe; il n'y a d'autre différence, ſi ce n'eſt que la Sphère eſt évuidée & percée à jour, tandis que le Globe eſt reſſerré, plein & ſolide, pour marquer ſur ſa ſurface les différens pays de la terre, ſuivant leurs longitudes & latitudes (34, 39).

Uſage du Globe Terreſtre.

63. *Connoiſſant la latitude d'un pays de la terre, trouver à chaque jour de l'année l'heure du lever & du coucher du ſoleil.* Suppoſons que Paris eſt le lieu donné, dont la latitude eſt de 49°, & que l'on veuille ſçavoir pour le 21 Juin l'heure du lever & du coucher du ſoleil: 1°. il faut tourner le méridien, ſans le ſortir de ſes entailles, de maniere que le pole ſoit élevé de 49° au-deſſus de l'horiſon, on le voit aiſément par les diviſions du méridien où ſe marquent toujours les degrés de la hauteur du pole. 2°. On cherche quel eſt le degré de l'écliptique répondant au jour donné; ces degrés ſont marqués vis-à-vis des jours, tantôt ſur le cercle qui ſert d'horiſon, tantôt ſur le zodiaque même: dans le cas propoſé on trouve le premier degré du Cancer. 3°. On place dans le méridien le degré trouvé, & en même temps on met ſur midi l'aiguille de la roſette, qui étant placée ſur l'axe, à frottement dur, peut être miſe & arrêtée où l'on veut. La raiſon de cette opération eſt, que l'on doit toujours compter midi à Paris, lorſque le degré de l'écliptique où ſe trouve le ſoleil, c'eſt-à-dire, le ſoleil lui-même, eſt dans le méridien. 4°. On tournera la Sphère du côté de l'orient, juſqu'à ce que le premier degré du Cancer ſoit dans l'horiſon; on verra alors que l'aiguille de la roſette eſt ſur 4 heures, ce qui apprend que le ſoleil ſe leve alors à 4 heures: & ſi l'on tourne de même la Sphère vers le couchant, juſqu'à ce que le même degré de l'écliptique où eſt le ſoleil, arrive ſur l'horiſon, on verra que l'aiguille de la roſette qui a tourné avec ſon axe, eſt arrivée ſur 8 heures, ce qui fera connoître que le ſoleil ce jour-là doit ſe coucher à 8 heures. La même opération fait voir que la durée du jour eſt de 16 heures; car l'aiguille de la roſette parcourt un eſpace de 16 heures, tandis que le

Fig. 1.

Fig. 2.



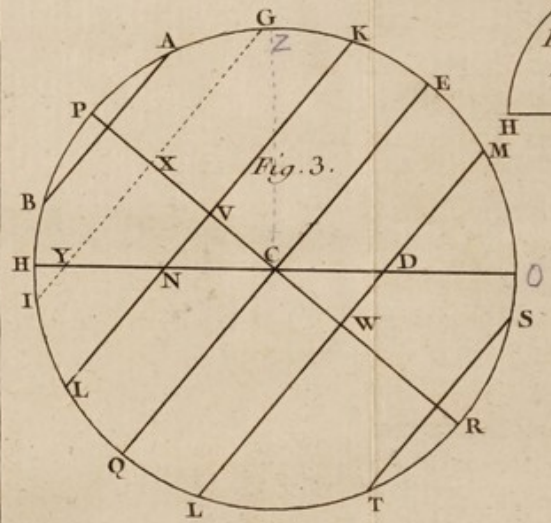


Fig. 3.

Fig. 4.

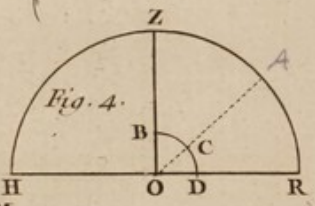


Fig. 5.

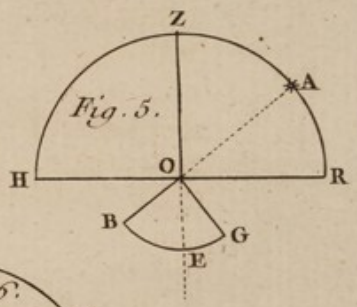


Fig. 6.

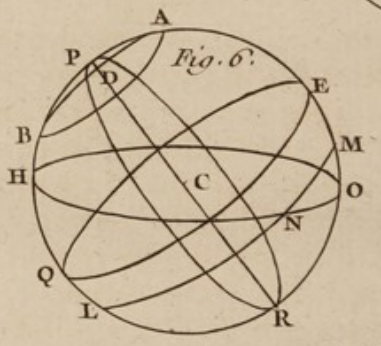


Fig. 8.

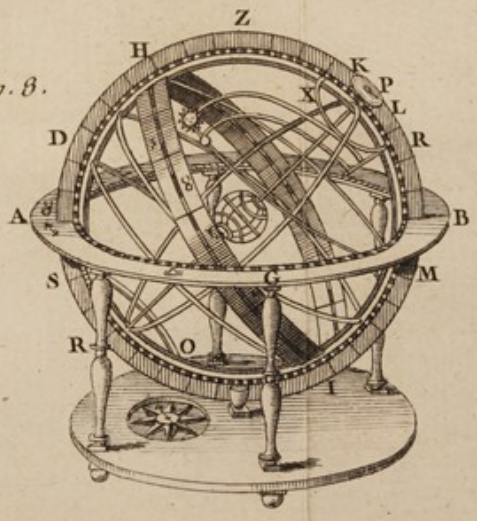


Fig. 7.

point de l'écliptique, ſur lequel nous avons opéré, va de la partie orientale à la partie occidentale de l'horiſon.

64. La raiſon de cette pratique tient à ce que nous avons dit ſur la diviſion du jour en 24 heures ; puiſque le mouvement diurne ſe fait uniformément chaque jour autour de l'axe & des poles du monde, il eſt évident que l'aiguille de la roſette qui ſuit le même mouvement, parcourra à chaque révolution les 24 heures du cadran, & qu'elle marquera 8 heures, quand la Sphère aura fait le tiers de ſon tour ; la Sphère étant placée dans la poſition qui convient au lieu & au jour donné, & ayant le même mouvement que le ciel, la roſette ſuit le mouvement du Globe ; elle marque donc les heures du lever & du coucher du ſoleil.

Trouver l'heure qu'il eſt en différens pays.

65. *Connoiſſant l'heure qu'il eſt à Paris, trouver quelle heure il eſt dans les autres pays du monde, au moyen du globe.* Je ſuppoſe qu'il ſoit 9 heures à Paris ; je commence à mettre Paris ſous le méridien du globe terreſtre, & en même temps l'aiguille de la roſette ſur 9 heures du matin, c'eſt-à-dire, du côté de l'orient ; pour ne pas s'y tromper, il faut avoir ſoin d'écrire ſur la roſette orient & occident, comme il eſt écrit ſur l'horiſon ; je fais tourner le globe juſqu'à ce que l'autre ville dont il s'agit, par exemple, *Jéruſalem*, ſoit ſous le méridien ; je regarde alors quelle heure marque l'aiguille de la roſette, & je trouve 11 heures & un quart ; ce qui m'apprend qu'il eſt 11 heures & un quart à Jéruſalem lorſqu'il eſt 9 heures à Paris.

Toutes les villes qui ſont à l'orient de Paris, telles que celles d'Aſie comptent de même plus qu'à Paris, tandis que celles qui ſont ſituées à l'occident, telles que les villes d'Amérique comptent moins qu'à Paris ; ainſi quand il eſt midi à Paris il n'eſt que 4^h 56′ à Mexico, c'eſt-à-dire, 7^h 4′ de moins qu'à Paris ; mais à Pékin il eſt déja 7^h 36′ du ſoir.

Trouver le point où le ſoleil ſe leve.

66. *Trouver par le moyen du Globe ou de la Sphère armillaire quels ſont les points de l'horiſon où le ſoleil ſe leve à chaque jour de l'année.* Ayant trouvé ſur l'écliptique le lieu du ſoleil pour le jour donné, & la Sphère étant auſſi élevée à la hauteur du pole du lieu dont il s'agit, on conduira le point de l'écliptique à l'horiſon, & l'on examinera combien le

point de l'horiſon auquel il répond, s'éloigne du point de l'orient ou de l'occident : on trouveroit à Paris pour le 21 de Juin, que les points où le ſoleil ſe leve & ſe couche ſont à 38° des points cardinaux de l'eſt & de l'oueſt, & cela du côté du nord ; ceux où le ſoleil ſe leve & ſe couche le 21 Décembre ſont à 36° 29′ des mêmes points cardinaux de l'eſt & de l'oueſt, mais du côté du midi ; ainſi depuis le couchant d'été juſqu'au couchant d'hyver il y a $74^{\circ}\frac{1}{2}$ de diſtance : cette quantité eſt encore plus grande quand l'on avance vers le nord ; mais elle diminue, au contraire, pour les pays méridionaux, enſorte que ſous l'équateur on ne trouve plus que 47° de différence entre les points où le ſoleil ſe leve dans les deux ſolſtices.

Amplitude. 67. L'AMPLITUDE *ortive* n'eſt autre choſe que l'arc de l'horiſon compris entre le point où le ſoleil ſe leve & le vrai point d'orient ; *l'amplitude occaſe* eſt la diſtance du point d'occident à celui où ſe couche le ſoleil. Nous verrons à la fin de ce Livre d'autres uſages du globe, relatifs aux étoiles fixes qu'on repréſente auſſi ſur des globes céleſtes (139).

68. L'invention de la Sphère armillaire, telle que je viens de la décrire eſt certainement auſſi ancienne que celle de l'Aſtronomie même, dont nous parlerons dans le Livre II. On l'attribue à Atlas, à Hercule, à Anaximandre, à Muſæus ; mais il eſt plus naturel de croire qu'elle vient de l'Egypte.

La Sphère d'Archimede qui fut dans la ſuite ſi fameuſe, ne ſe bornoit pas à repréſenter les cercles de la Sphère ; c'étoit un *Planetaire*, ou une machine propre à repréſenter auſſi les mouvemens même des planetes, dans un globe de verre, & que Claudien a célébré dans les vers ſuivans :

Jupiter in parvo cùm cerneret æthera vitro,
Riſit, & ad Superos talia dicta dedit :
Huccine mortalis progreſſa potentia curæ ?
Jam meus in fragili luditur orbe labor.
Jura poli, rerumque fidem legeſque Deorum
Ecce Syracuſius tranſtulit arte ſenex ;
Incluſus variis famulatur ſpiritus aſtris,
Et vivum certis motibus urget opus ;

Percurrit proprium mentitus ſignifer annum,
Et ſimulata novo Cinthia menſe redit :
Jamque ſuum volvens audax induſtria mundum
Gaudet, & humanâ ſidera mente regit.

De la Sphère Droite, Oblique & Parallele.

69. On diſtingue trois poſitions différentes de la Sphère armillaire, pour repréſenter trois ſortes de ſituations dans les différens pays de la terre, la Sphère *Droite*, la Sphère *Oblique*, la Sphère *Parallele*, ſuivant que l'équateur coupe à angles droits l'horiſon, ou qu'il le coupe obliquement, ou qu'il lui eſt parallele : les apparences du mouvement diurne ſont fort différentes dans ces trois poſitions, & nous allons en donner une idée. Il eſt ſeulement néceſſaire d'avertir que deux cauſes contribuent à rendre le jour plus long qu'il ne devroit l'être par la poſition de la Sphère ; l'une eſt la *Réfraction* des rayons, l'autre eſt la lumiere crépuſculaire. *Fig.* 11. 12. & 13

70. Par la réfraction il arrive que les rayons du ſoleil ſe plient & ſe détournent en traverſant l'atmoſphere, de maniere à arriver vers nous plutôt qu'ils n'y ſeroient venus par la ligne droite ; cette réfraction, dont nous traiterons dans le Livre XII. eſt telle que quand le bord ſupérieur du ſoleil eſt véritablement à l'horiſon, en ſorte qu'il ne faſſe que paroître, le diſque entier étant encore ſous l'horiſon, la réfraction l'éleve aſſez pour qu'il ſoit tout entier au-deſſus, c'eſt-à-dire, qu'alors ſon bord inférieur paroît toucher l'horiſon, & l'effet de la réfraction égale la grandeur même du diametre ſolaire. Il faut environ trois minutes dans nos climats pour que le ſoleil s'éleve de la quantité d'un demi-degré, enſorte que la durée du jour artificiel eſt augmentée de ſix minutes par l'effet de la réfraction ; cet effet devient beaucoup plus conſidérable en avançant vers les zones glaciales ; & ſous le pole même on a, par le ſeul effet de la réfraction, 36 heures de jour plus qu'on n'auroit ſans elle.

La réfraction augmente la durée du jour.

71. La ſeconde cauſe qui donne de la lumiere dans les pays où la poſition de la Sphère ne ſemble indiquer que les ténebres, c'eſt la lumiere crépuſculaire, dont nous

traiterons à la fin du Livre XII. Cette lumiere douce & tranquille de l'aurore, qu'on voit s'augmenter peu-à-peu le matin avant le lever du ſoleil, & diminuer le ſoir dès que le ſoleil eſt couché, eſt produite par la diſperſion des rayons dans la maſſe de l'air qui les réfléchit de toutes parts ; le crépuſcule dure toute la nuit au mois de Juin à Paris, & dans les pays qui ont plus de $48^{o}\frac{1}{2}$ de latitude ; ceux qui habiteroient ſous le pole, auroient un crépuſcule de trois ſemaines, en ſorte que la durée des ténebres pour eux eſt diminuée de ſix ſemaines, par l'effet des crépuſcules qui ont lieu ſans que le ſoleil y paroiſſe ſur l'horiſon. Nous ferons abſtraction de ces deux cauſes dans les articles ſuivans ; & ce que nous avons à dire des circonſtances du jour dans les trois poſitions de la Sphère, doit s'entendre de celui que donne le ſoleil quand il eſt véritablement ſur l'horiſon.

Sphère Droite. 72. La Sphere Droite, c'eſt-à-dire, celle où l'équateur EV, eſt perpendiculaire à l'horiſon HO, a lieu pour ceux qui habitent ſous l'équateur (35), comme à Quito dans l'Amérique méridionale : là les deux poles ſont toujours dans l'horiſon, tous les paralleles à l'équateur, comme PA, ſont coupés par l'horiſon en deux parties égales ; ainſi les jours ſont égaux entre eux, & égaux aux nuits pendant toute l'année. *Fig.* 12.

73. Le ſoleil paſſe deux fois l'année par le zénit, ſçavoir, le 21 Mars & le 23 Septembre, jours auxquels le ſoleil décrit l'équateur, parce que l'équateur paſſe au zénit de ces pays-là. On peut en conclure qu'ils ont comme deux étés & deux printems, car il ne faut pas parler d'hyver dans des pays où le ſoleil lance des rayons preſque toujours perpendiculaires : on doit cependant obſerver que la chaleur qui y eſt extrême ſur les rivages & dans les fonds, ſe change en une agréable température, lorſqu'on s'éleve de 12 à 15 cents toiſes au-deſſus du niveau de la mer ; & que ſur des montagnes de 2500 toiſes on éprouve, quoique dans la zone torride, un froid inſupportable & une neige éternelle.

74. Dans la Sphère droite, on a le ſoleil du côté du nord

nord & l'ombre du côté du midi, pendant la moitié de l'année, depuis le 21 Mars juſqu'au 23 de Septembre : on a le ſoleil du côté du midi & l'ombre du côté du nord, pendant les ſix autres mois de l'année ; & dans les deux jours d'équinoxes, l'ombre diſparoît totalement à l'heure de midi.

75. Toutes les étoiles montent ſur l'horiſon dans l'eſpace de 24 heures, puiſqu'en faiſant leur révolution elles ſont 12 heures ſur l'horiſon, & 12 heures au-deſſous ; au lieu que dans les autres poſitions de la Sphère il y a toujours une partie des étoiles qui ne ſe leve jamais.

76. Enfin, on y voit le ſoleil & tous les aſtres s'élever perpendiculairement au-deſſus de l'horiſon, comme Lucain le raconte, en parlant du voyage de Caton en Lybie :

Non obliqua meant, nec Tauro Scorpius exit
Rectior, aut Aries donat ſua tempora Libræ,
Aut Aſtræa jubet lentos deſcendere Piſces,
Par Geminis Chiron, & idem quod Carcinus ardens
Humidus Ægoceros, nec plus Leo tollitur urnâ. *Pharſ. lib. IX.*

C'eſt-à-dire : « Que tous les ſignes & toutes les portions de » l'écliptique, où ſe trouve le ſoleil pendant l'année, mon- » tent perpendiculairement ; le Taureau comme le Scor- » pion, le Bélier auſſi bien que la Balance, la Vierge com- » me les Poiſſons, le Sagittaire comme les Gémeaux, le » Cancer comme l'humide Capricorne, & le Lion comme » le Verſeau ». Il faut cependant obſerver que l'application de Lucain eſt fauſſe ; car le voyage de Caton n'étoit que vers le temple de Jupiter Ammon, ſitué près du tropique du cancer, & non point ſous l'équateur. Clavius *in Sphæram*, p. 196.

77. La SPHERE OBLIQUE a lieu pour tous les pays de la terre qui ne ſont ſitués ni ſous l'équateur, ni ſous les poles ; ſoit qu'on les prenne dans l'hémiſphère boréal, c'eſt-à-dire, dans les latitudes boréales, ou dans l'hémiſphère auſtral qui a le pole antarctique élevé ſur l'horiſon, au lieu du pole *Arctique** que nous avons dans nos climats. Sphère Oblique. *Fig.* 10. & 11.

Dans la Sphère oblique, on a l'équateur ſitué obliquement par rapport à l'horiſon ; les paralleles à l'équateur ſont

* Ce nom lui vient du voiſinage de l'Ourſe, Ἄρκτος.

coupés inégalement par l'horiſon; le jour n'eſt égal à la nuit que le 21 de Mars & le 23 de Septembre, jours des équinoxes, le ſoleil décrivant alors l'équateur qui eſt toujours coupé en deux parties égales par l'horiſon.

78. Dans les pays ſeptentrionaux, tels que l'Europe, on a les plus longs jours tant que le ſoleil eſt dans les ſix premiers ſignes, le Bélier, le Taureau, les Gémeaux, l'Ecreviſſe, le Lion & la Vierge (122), parce qu'alors ſa déclinaiſon eſt ſeptentrionale, & qu'il décrit les paralleles, comme AB, qui ont leur plus grande portion AD au-deſſus de l'horiſon. Dans les pays méridionaux, tels que l'Afrique & une partie de l'Amérique méridionale, les plus longs jours arrivent quand le ſoleil eſt dans les ſix derniers ſignes qui ſont les ſignes méridionaux; parce qu'alors le ſoleil décrit les paralleles dont les plus grandes portions ſont au-deſſus de l'horiſon. Car l'axe du monde PR paſſe par les centres K, C, N, de tous les paralleles : or la partie méridionale CR de l'axe eſt élevée au-deſſus de l'horiſon dans les pays méridionaux; donc les paralleles y ont leur centre au-deſſus de l'horiſon; donc les arcs diurnes de ces paralleles ſont plus grands que les arcs nocturnes; donc les jours ſont plus longs que les nuits, quand le ſoleil eſt dans les ſignes méridionaux.

Fig. 10.

Fig. 11.

79. Les arcs ſupérieurs, ou les arcs diurnes des paralleles ſont d'autant plus grands, par rapport à leurs arcs nocturnes, qu'ils approchent davantage du pole élevé; ainſi le parallele dont le diametre eſt IG, a ſa partie diurne GY beaucoup plus grande par rapport à ſa partie nocturne IY, que le parallele KL, dont KN & NL ſont les deux portions; parce que l'axe du monde RCP s'éloignant de plus en plus de l'horiſon CH, le centre X du parallele GI eſt plus élevé que le centre V du parallele KL; ainſi le premier ſe dégage plus de l'horiſon, & ſa portion YI, coupée par l'horiſon, devient plus petite.

Fig. 3.

80. L'arc diurne du tropique du cancer eſt donc le plus grand de tous les arcs diurnes du ſoleil pour les pays ſeptentrionaux, puiſque le tropique du cancer eſt de tous les paralleles celui qui eſt le plus avancé vers le nord; c'eſt

pourquoi le jour le plus long de l'année eſt celui où le ſoleil décrit le tropique du cancer, c'eſt-à-dire, le jour du ſolſtice d'été : par la même raiſon, la nuit la plus longue eſt celle du ſolſtice d'hyver.

Jours des Equinoxes.

81. Dans la Sphère oblique on a, comme dans la Sphère droite, le jour égal à la nuit dans le temps des équinoxes, parce qu'alors le ſoleil décrit l'équateur, & que l'équateur eſt toujours coupé en deux parties égales par un horiſon quelconque, ſuivant la propriété des grands cercles de la Sphère qui paſſent tous par le centre, & y ſont coupés de tout ſens en deux parties égales.

Signes aſcendans.

82. Dans la Sphère oblique boréale, le ſoleil monte depuis le 21 Décembre, jour du ſolſtice d'hyver, juſqu'au 21 Juin, jour du ſolſtice d'été, parce qu'il ſe rapproche du nord tous les jours d'une petite quantité : les jours croiſſent & les nuits diminuent, parce que les arcs diurnes des paralleles deviennent plus conſidérables : on appelle *Signes aſcendans* ceux que le ſoleil parcourt alors, c'eſt-à-dire, le Capricorne, le Verſeau, les Poiſſons, le Bélier, le Taureau & les Gémeaux : ce nom de ſignes aſcendans eſt fort uſité dans l'Aſtronomie, parce qu'il y a beaucoup de circonſtances où l'on eſt obligé de diſtinguer les ſignes aſcendans des ſignes deſcendans.

83. Les jours également éloignés du même ſolſtice ſont égaux ; ainſi le 20 de Mai & le 23 de Juillet le ſoleil ſe couche également à $7^h\ 43'$ à Paris, parce que la déclinaiſon du ſoleil (132) étant de 20° dans l'un comme dans l'autre ; c'eſt-à-dire, le ſoleil étant éloigné de 20° de l'équateur, il décrit le même parallele, ſoit le 20 Mai en s'éloignant de l'équateur pour monter vers le tropique, ſoit le 23 de Juillet en ſe rapprochant de l'équateur après le ſolſtice d'été.

84. Quand le ſoleil, au lieu d'avoir 20° de déclinaiſon boréale, comme dans le cas dont nous venons de parler, a 20° de déclinaiſon auſtrale, ce qui arrive le 21 de Novembre & le 20 de Janvier, la longueur du jour eſt égale à ce qu'étoit la longueur de la nuit dans le premier cas, & la longueur de la nuit eſt de la même quantité que celle

du jour étoit quand le ſoleil décrivoit le parallele ſemblable au nord de l'équateur, parce qu'à 20° de part & d'autre de l'équateur, les paralleles ſont égaux & également coupés par l'horiſon, quoique dans un ordre renverſé : car ſi le parallele *MDL* eſt auſſi éloigné de l'équateur *ECQ* vers le midi, que le parallele *KVNL* en eſt éloigné vers le nord, c'eſt-à-dire, ſi *CW* eſt égal à *CV*, alors la quantité *DW* ſera égale à la quantité *VN*, parce que les triangles *CDW* & *CVN* ſeront égaux ; mais *WM* eſt égal à *VL*, puiſque les paralleles ſont à égale diſtance de l'équateur ; donc les parties reſtantes *DM* & *NL* ſeront égales ; c'eſt-à-dire, que l'arc diurne de l'un des paralleles ſera égal à l'arc nocturne de l'autre, & que la nuit du 20 Mai ſera égale au jour du 20 Janvier. Il en eſt de même de tous les autres jours du printemps & de l'été, qu'on peut comparer à des jours correſpondans de l'automne & de l'hyver ; & l'on trouvera la même égalité, quand il y aura égale diſtance du ſoleil à l'équateur ; la ſeule différence qu'on y trouve, eſt celle qui provient des réfractions, & elle peut aller à quelques minutes, comme nous en avons averti (art. 70).

Fig. 3.

85. Deux pays ſitués à des latitudes égales, l'un au nord de l'équateur, l'autre au midi, ont des ſaiſons toujours oppoſées, le printemps de l'un eſt l'automne pour l'autre ; l'été du premier fait l'hyver du ſecond, parce que les arcs diurnes du côté du nord ſont égaux aux arcs nocturnes du côté du midi, ſi l'on prend les mêmes jours : en effet, comparons la figure 10 avec la figure 11 ; dans l'une le pole ſeptentrional *P* eſt élevé au-deſſus de l'horiſon; dans l'autre c'eſt le pole meridional *R* : le parallele *GL*, dans les deux figures, eſt au midi de l'équateur ; mais dans la figure 10 le midi eſt en-bas, & dans la figure 11 il eſt en-haut : dans la figure 10 l'arc diurne *GM* eſt plus petit que l'arc nocturne *ML* ; au lieu que dans la figure 11 l'arc diurne *GM* eſt le plus grand ; l'arc nocturne *ML* de la figure 10 eſt égal à l'arc diurne *GM* de la figure 11, c'eſt-à-dire, que les pays qui ſont, par exemple, à 30° de latitude boréale, ont la durée du jour égale à la durée

Fig. 10. & 11.

de la nuit de ceux qui ont 30° de latitude méridionale, & que l'hyver a lieu pour l'un en même temps que l'été pour l'autre.

86. Les pays ſitués ſous le même parallele du même côté de l'équateur, ont la même durée du jour, la même ſaiſon, à quelle diſtance qu'ils ſoient les uns des autres ; parce qu'ayant la même hauteur du pole, l'axe du monde étant placé de la même façon ſur l'horiſon de chacun, tous les paralleles y ſont coupés de la même maniere ; ainſi l'Eſpagne & le Japon, Naples & Pekin qui ſont à la même latitude du côté du nord, ſont à la même température, ont les mêmes ſaiſons & la même durée du jour dans le même temps, quoiqu'à 2500 lieues l'un de l'autre.

87. La SPHERE PARALLELE eſt celle qui a lieu quand l'horiſon eſt parallele à l'équateur, c'eſt-à-dire, que l'équateur même ſert d'horiſon : il n'y a ſur la terre que deux points où elle ait lieu, c'eſt-à-dire, les deux poles ; & comme ces deux points ſont inhabités & inhabitables, nous dirons peu de choſe ſur cette partie. Sphère Parallele.

Dans la Sphère parallele, on a le pole céleſte P à ſon zénit ; l'année y eſt compoſée d'un jour & d'une nuit, tous deux à-peu-près de ſix mois : tant que le ſoleil eſt, par exemple, dans les ſix ſignes ſeptentrionaux, le pole boréal eſt éclairé ſans interruption ; tous les paralleles qu'il décrit depuis l'équateur juſqu'au tropique du Cancer TR, ſont au-deſſus de l'horiſon, & lui ſont paralleles : ainſi chaque jour le ſoleil fait le tour du ciel, ſans changer de hauteur, ſans s'approcher, ni s'éloigner de l'horiſon, du moins ſenſiblement. Dès que le ſoleil, après l'équinoxe d'automne, paſſe dans les ſignes méridionaux, il ne reparoît plus ſur l'horiſon ; les paralleles qu'il décrit, ſont en entier dans l'hémiſphère inférieur & inviſible, & l'on eſt plongé ſix mois dans l'obſcurité : il en faut ſeulement excepter le crépuſcule qui commence environ 50 jours avant que le ſoleil arrive à l'équateur & paroiſſe ſur l'horiſon, & qui ne ceſſe que 50 jours après la diſparition totale du diſque ſolaire. *Fig.* 13.

88. Chaque jour l'ombre d'un corps paroît tourner, ſans changer de longueur ; ſa marche eſt uniformément

circulaire : il ſuffiroit, pour y faire un cadran horiſontal, de diviſer un cercle en 24 parties égales ; mais le midi ſeroit une choſe indéterminée ſous la Sphère parallele, il n'y auroit aucun point du ciel d'où l'on fût obligé de compter les heures par préférence ; & la méridienne (106) deviendroit une choſe de convention.

89. Dans la Sphère parallele, les étoiles ne ſe couchent jamais, elles ſont toujours à la même hauteur au-deſſus de l'horiſon, la moitié du ciel eſt toujours viſible, & les étoiles ſituées dans l'autre hémiſphère ne paroiſſent jamais : ce n'eſt qu'après quelques ſiécles que l'on appercevroit un petit changement, par l'effet de la préceſſion des équinoxes, dont nous parlerons dans la ſuite.

Des Saiſons & des Climats.

Cauſe de la Chaleur.

90. *Plus la Sphère eſt oblique, plus la chaleur diminue, & plus les ſaiſons deviennent inégales.* Les rayons du ſoleil qui produiſent la chaleur & animent toute la nature, n'ont jamais plus de force que lorſqu'ils arrivent perpendiculairement à nous, parce qu'ils ont moins d'air à traverſer, & qu'ils ſe répandent avec plus de force dans les interſtices de la terre & de tous les corps qui nous environnent, pour y fomenter la chaleur. Plus on eſt avancé vers un des poles, & plus les rayons du ſoleil viennent obliquement : lorſqu'on eſt à 45° de latitude, & que le ſoleil eſt dans l'équateur, il ne s'éleve jamais plus que de 45°, même à midi ; en général, la hauteur du ſoleil, le jour de l'équinoxe, eſt toujours le complément de la latitude, & fait avec elle 90° (29) : ainſi, plus vous augmentez la latitude d'un pays & l'obliquité de la Sphère, plus vous diminuez la hauteur du ſoleil dans l'équinoxe ; plus vous éloignez ſes rayons de la perpendiculaire ou de la ligne de votre zénit, plus vous diminuez la chaleur. Il eſt vrai que le ſoleil en été s'éleve plus haut que l'équateur, mais en hyver il s'abaiſſe de la même quantité ; ainſi l'inégalité n'en devient que plus grande pour les ſaiſons, & la chaleur diminue toujours ſuivant que la hauteur de l'équateur devient plus petite.

91. C'eſt pour cela qu'au Sénégal ſur la côte d'Afrique, le thermometre, diviſé à la façon de M. de Réaumur, monte à plus de 38° au-deſſus de la congelation * (l'eau bouillante n'allant qu'à 80°); mais à Paris, il ne monte communément qu'à 29° dans les plus grandes chaleurs : dans la Sibérie, comme à Yeniſeik, il ne monte pas ſi haut en été, & il deſcend juſqu'à 70° au-deſſous de la glace ; tandis que le plus grand froid de 1709 à Paris, n'a pas été à 15° au-deſſous du terme de la congellation. (*Mém. de l'Acad.* 1749.)

92. Parmi les cauſes de la chaleur ou du froid il faut compter principalement la qualité du ſol & la hauteur du niveau où l'on habite. Sur les côtes d'Afrique on a plus chaud que par tout ailleurs, parce que les ſables s'embrâſent plus facilement que les forêts, les eaux & les montagnes, & parce qu'on y eſt preſque au niveau de la mer : le Canada eſt plus froid que la France, quoiqu'à pareille latitude, parce que le pays eſt plus couvert de bois, moins cultivé, moins peuplé, moins deſſéché. Quito, quoique placée dans le milieu de la zone torride, y jouit d'un printems perpétuel, parce qu'elle eſt élevée au-deſſus du niveau de la mer de plus de 1400 toiſes : là on eſt délivré de la chaleur que produit une forte réflection des rayons ſur tous les objets environnans ; chaleur qui eſt toujours plus vive que celle des rayons directs.

93. L'éloignement & la proximité du ſoleil influent bien moins ſur la chaleur : le ſoleil eſt moins éloigné de la terre au mois de Décembre qu'au mois de Juin ; la différence va à 370 fois le diametre de la terre, c'eſt-à-dire, à plus d'un million de lieues, & cependant cela n'empêche pas que nous n'ayons notre plus fort hyver dans le temps même où le ſoleil eſt plus près de nous, comme on le verra Liv. VI.

Des Climats.

94. Les Climats ſont les parties de la terre où la grandeur du jour eſt différente : on a diſtingué 23 climats d'heures & 6 climats de mois. Le premier climat d'heure

* Il ſuffit, pour avoir une idée du Thermometre dont nous parlons, de ſçavoir qu'il marque zéro lorſqu'il commence à geler ; qu'à Paris il marque 29 degrés dans les plus grandes chaleurs, & 15 degrés au-deſſous même de zéro dans les plus grands froids.

eſt l'eſpace compris entre le parallele ou le plus long jour d'été, à 12 heures & trois quarts, c'eſt-à-dire, trois quarts-d'heure de plus que ſous l'équateur ; & le parallele, ou le plus long jour eſt de $13^h\frac{1}{4}$; c'eſt-à-dire, que le milieu du premier climat a 13^h de jour au ſolſtice d'été, le milieu du ſecond climat a $13^h\frac{1}{2}$ de jour, le milieu du troiſieme climat a 14^h, comme cela arrive à Alexandrie d'Egypte ; le quatrieme climat a $14^h\frac{1}{2}$, & il paſſe à Rhodes & à Babylone ; le cinquieme a 15^h, & il paſſe à Rome ; le ſixieme, 15^h 30′, il paſſe à Veniſe & à Milan ; le ſeptieme, 16^h, & il paſſe à Paris, &c.

Clavius *in Sphæram*, *p.* 288.

95. Cette diviſion des climats eſt la même que celle des Anciens ; mais ils ne comptoient que ſept climats dont les milieux avoient 13^h, $13^h\frac{1}{2}$, 14^h, &c. de jour, juſqu'à 16 ſeulement, où étoit le milieu du ſeptieme climat à 48° 40′ de latitude ; ils n'étendoient pas fort loin leurs connoiſſances géographiques, & connoiſſoient peu de terres à de plus grandes latitudes.

Trouver dans quel climat on habite.

96. Lorſqu'on connoît la latitude d'une ville, on trouve l'heure du lever & du coucher du ſoleil, de la maniere qui a été indiquée (art. 63). Ayant déterminé par ce moyen la durée du plus long jour de l'année, ou du jour ſolſtitial, on comptera les demi-heures depuis $12^h\frac{1}{4}$, celle-là compriſe, & l'on aura le nombre qui exprime le climat : ainſi, ayant à Paris 16 heures & quelques minutes, c'eſt-à-dire, 7 demi-heures au-deſſus de $12^h\frac{1}{4}$, nous ſçaurons que Paris eſt dans le ſeptieme climat : s'il y avoit 16 heures & un quart, ce ſeroit la fin du ſeptieme & le commencement du huitieme climat ; s'il y avoit 16 heures $\frac{1}{4}$, il arrive vers 53° de latitude, ce ſeroit le commencement du neuvieme climat. On trouveroit de même les ſix climats de mois, c'eſt-à-dire, les pays où le plus long jour eſt d'un mois, de deux mois, de trois mois, &c. juſqu'au pole qui termine le ſixieme & dernier climat de mois, parce que le jour y dure pendant ſix mois. Les Aſtronomes ne font point uſage de ces dénominations de climats ; je n'en ai parlé que pour me conformer à l'uſage des Anciens, & pour ſervir à l'intelligence de leurs Livres.

Des Zones

Des Zones Terreſtres.

97. Ce que nous avons dit des latitudes terreſtres & des poſitions de la Sphère (34. 69), conduit à la diviſion que les Géographes ont faite de la ſurface de la terre en cinq ZONES *, ou bandes circulaires, qui ſont la Zone Torride, les deux Zones Tempérées, & les deux Zones Glaciales. *Fig.* 3.

Zone Torride.

La Zone torride *K M L L K* eſt celle qui s'étend à $23^{\circ}\frac{1}{2}$ de part & d'autre de l'équateur ; elle comprend tous les pays ſitués entre les deux tropiques, & dans leſquels on peut avoir le ſoleil au zénit.

Zones Tempérées.

Les Zones tempérées *A B L K* & *M L T S* s'étendent à 43° de chaque tropique ; l'une au nord du tropique du Cancer, l'autre au midi du tropique du Capricorne ; elles comprennent les pays qui n'ont jamais le ſoleil à leur zénit, & qui ne le perdent jamais de vûe en hyver. Les pays ſitués à $66^{\circ}\frac{1}{2}$ de latitude boréale, n'ont l'équateur élevé que de $23^{\circ}\frac{1}{2}$; ainſi, quand le ſoleil au ſolſtice d'hyver eſt à $23^{\circ}\frac{1}{2}$ au-deſſous de l'équateur, il ceſſe de s'élever au-deſſus de l'horiſon, & il ne fait que paroître dans l'horiſon, même au moment de midi.

Au-delà de $66^{\circ}\frac{1}{2}$ de latitude, il arrive un temps où l'on ne voit point du tout le ſoleil, aux environs du ſolſtice d'hyver ; c'eſt-là que commence la *Zone glaciale*, & elle s'étend juſqu'au pole. La Zone glaciale du nord eſt habitée, car la Laponie & la Sibérie en ſont partie ; le reſte n'eſt qu'une vaſte mer qui s'étend juſqu'au pole. (*Voyez M. de Buffon, Hiſt. Nat. T. I.*) La Zone glaciale du midi eſt abſolument inconnue.

Zone Froide.

98. On appelle *Cercle polaire* (60), un petit cercle *A B* de la Sphère terreſtre, parallele à l'équateur, paſſant à $66^{\circ}\frac{1}{2}$ de latitude boréale, dont la circonférence comprend tout l'eſpace *A P B* que nous venons d'appeller Zone glaciale ; il y a deux cercles polaires *A B*, *S T*, & deux Zones glaciales ; l'une vers le pole arctique ou ſeptentrional, l'autre vers le pole antarctique ou pole méridional de la terre, (60).

* Ζώνη, *cingulum, ceinture.* On a eu tort de dire que Zone venoit de Ζάω, *vivo*, ſur ce que les Zones ſont les différentes portions de la terre, habitées par les hommes.

99. On trouve dans Virgile & dans Ovide la deſcription exacte des cinq zones dont nous venons de parler :

Quinque tenent cœlum zonæ, quarum una coruſco
Semper ſole rubens & torrida ſemper ab igne ;
Quam circum extremæ dextrâ lævâque trahuntur
Cæruleâ glacie concretæ, atque imbribus atris,
Has inter mediamque duæ mortalibus ægris
Munere conceſſæ Divûm, & via ſecta per ambas,
Obliquus quâ ſe ſignorum verteret ordo. *Georg. I.*

Utque duæ dextrâ cœlum, totidemque ſiniſtrâ
Parte ſecant zonæ, quinta eſt ardentior illis ;
Sic onus incluſum numero diſtinxit eodem
Cura Dei, totidemque plagæ tellure premuntur,
Quarum quæ media eſt, non eſt habitabilis æſtu :
Nix tegit alta duas : totidem inter utramque locavit
Temperiemque dedit miſtâ cum frigore flammâ. *Metam. I.*

Lucain obſerve avec raiſon que dans la zone tempérée boréale on a toujours l'ombre à droite, ou au nord, en regardant le couchant; au lieu qu'on a dans certains temps les ombres vers le midi, c'eſt-à-dire, à gauche en regardant le couchant, dès qu'on eſt dans la zone torride :

Ignotum vobis, Arabes, veniſtis in orbem,
Umbras mirati nemorum non ire ſiniſtras. *Pharſ. III.*

Il nous apprend auſſi qu'à *Syene*, ville d'Egypte ſituée ſous le tropique, l'ombre du ſoleil diſparoiſſoit à midi le jour du ſolſtice, & ne s'étendoit ni à droite ni à gauche, *umbras nuſquam flectente Syene.*

100. Je dirai, à cette occaſion, qu'il y a un paſſage de Lucain expliqué d'une maniere défectueuſe par les Commentateurs, même par Clavius (*in Sphæram*, *p.* 281), & auquel on ne ſçauroit véritablement donner un ſens exact :

Æthiopumque ſolum, quod non premeretur ab ullâ
Signiferi regione poli, ni poplite lapſo,
Ultima curvati procederet ungula Tauri :

Voici, ce me ſemble, ſa penſée : Dans une partie de l'Ethiopie, ſituée ſous la zone tempérée, on n'a jamais le ſoleil au zénit, aucune partie de l'écliptique ne domine &

ne preſſe perpendiculairement ; mais le Taureau céleſte qu'on repréſente preſque couché, avance un de ſes pieds au-delà de l'écliptique, juſqu'au zénit de cette portion de l'Ethiopie. Il n'y a aucun ſens à donner à ce paſſage qui me paroiſſe plus naturel ; mais celui-là même n'eſt pas exact : car c'eſt la tête du Taureau, ou ſa corne boréale, qui s'étend au-delà du tropique du Cancer du côté du nord, & non pas ſon pied, *ultima ungula.*

Des Antipodes.

101. DEUX PAYS de la terre, éloignés diamétralement l'un de l'autre, c'eſt-à-dire, placés aux deux extrémités d'une ligne droite qui paſſeroit par le centre de la terre, ſont ANTIPODES l'un de l'autre : ainſi la ville de Lima au Pérou, eſt à-peu-près antipode de celle de Siam dans les Indes, comme cela eſt démontré par les latitudes & longitudes qu'on y a obſervées : de même Buenos-aires en Amérique, eſt antipode de Pekin, capitale de la Chine : Paris & tout le reſte de l'Europe ont leurs antipodes dans la Mer du Sud, un peu à l'orient de la Nouvelle Zélande ; c'eſt une des Terres Auſtrales que l'on connoît à peine, & où les Européens n'ont aucune habitation. Antipodes.

102. Depuis plus de deux mille ans qu'on connoît la rondeur de la terre, les Sçavans n'ont point douté que les antipodes d'un pays habité ne fuſſent habités de même : ce n'a été que dans les temps d'une ſtupide ignorance, où toutes les lumieres des Mathématiques étoient éteintes ſur la terre, qu'on a pû douter de leur exiſtence ; cependant Riccioli ſoutient que Kepler a eu tort d'écrire qu'un Evêque, nommé Virgile, eût été dépoſé pour avoir parlé trop affirmativement des Antipodes. (*Baronius, année* 744. *Riccioli, Alm.* 2. 490.)

103. Il y aura peut-être des perſonnes qui auront peine à ſe figurer comment les hommes peuvent habiter des pays antipodes, en ſorte que leurs pieds ſe regardent ; il ſemble au premier abord que les uns ou les autres doivent avoir la tête en-bas, & être placés dans une ſituation renverſée

& contre l'état naturel. Mais pour rectifier ſes idées là-deſſus, on n'a qu'à examiner pourquoi nous ſommes debout ſur la ſurface du globe, nos pieds tournés vers la terre, & la tête élevée vers le ciel ; pourquoi nous retombons ſans ceſſe à cette premiere ſituation, dès qu'un effort ou un mouvement étranger nous en a détournés. Cette force avec laquelle tous les corps deſcendent vers la terre, ſoit qu'on l'appelle *peſanteur*, *gravité* ou *attraction*, & dont la cauſe nous eſt inconnue, ſe manifeſte dans tous les points de notre globe : par-tout les corps graves tendent vers le centre de la terre, par un effort conſtant & inaltérable ; par-tout on dit que ce qui tombe vers la terre deſcend, & qu'on monte en s'en éloignant. Ainſi le corps A, attiré vers le centre C, ſuivant la ligne ABC, ou le corps E, attiré dans un ſens contraire, ſuivant la ligne EDC, tombent & deſcendent tous deux vers la terre, parce que leur ſituation naturelle eſt de s'approcher du centre C. Un habitant placé en B, verra tomber la pluie vers lui de A en B, & celui qui eſt à ſes antipodes en D, verra venir la pluie ſur la terre de E en D ; ce ſont, à la vérité, des directions différentes, mais elles ſont également naturelles, parce que le centre C de la terre eſt le terme commun, le point de réunion & de tendance de la pluie & de tous les autres corps graves.

Phénomene de la peſanteur.

Fig. 14.

104. J'ai oui des Commençans demander pourquoi, ſi le corps A deſcend de A en B, l'autre ne deſcend pas pareillement de D en E & en F ; ils ne s'étoient pas encore accoutumés à obſerver que le corps A ne deſcend vers B, que parce qu'il eſt forcé de ſe rapprocher de la terre, au lieu que le corps E n'a plus rien du côté de F qui puiſſe le déterminer à ſe mouvoir, aucune force, aucune loi, aucun objet, aucune cauſe de mouvement ; il n'a de rapport qu'avec la terre, c'eſt-là qu'eſt ſa propenſion naturelle ; & en allant de E vers D, il obéit à la même cauſe, il ſe meut de la même maniere, il ſuit la même loi que le corps A, en deſcendant vers B : ainſi l'on peut dire que deux corps tombent & deſcendent l'un & l'autre : quoiqu'ils aillent en deux ſens oppoſés, c'eſt *tomber* que de

Difficulté ſur la Peſanteur.

s'approcher de la terre. Nous traiterons fort au long de cette loi générale de la peſanteur dans le Liv. XXII.

Les Aſtres ne ſont point ſuſpendus.

105. Il ſe trouve auſſi des perſonnes qui demandent comment les étoiles ſont ſuſpendues, d'où vient que le ſoleil ne tombe pas ſur nous, auſſi bien que les corps terreſtres que nous voyons, & qu'eſt-ce qui tient la terre à ſa place : il importe de les accoutumer de bonne heure à cette idée très-phyſique & très-ſimple, que les corps ne changent point de place ſans une cauſe motrice : les étoiles ne ſont point ſuſpendues & n'ont pas beſoin de l'être, parce que rien ne les déplace ; il ſuffit qu'elles ſoient en un lieu pour y être toujours ; il ne faut du ſoutien qu'aux choſes qui ont une diſpoſition à tomber, & les étoiles n'ont aucune tendance vers la terre, elles en ſont trop éloignées : le même raiſonnement ſervoit aux Anciens à expliquer comment la terre conſervoit ſon aſſiette & ſon immobilité au milieu des airs ; il eſt très-bien rendu dans ces vers de Manilius :

Nec verò tibi Natura admiranda videri
Pendentis terræ debet, cùm pendeat ipſe
Mundus, & in nullo ponat veſtigia fundo :
Quod patet ex ipſo motu curſuque volantis,
Cùm ſuſpenſus eat Phœbus curſumque reflectat
Huc illuc, agiles & ſervet in æthere metas ;
Cùm luna & ſtellæ volitent per inania mundi,
Terra quoque aëreas leges imitata pependit.

Tracer une Ligne Méridienne.

106. La définition du méridien & des paralleles (15.23) fait voir que le méridien coupe en deux parties égales & ſemblables tous les arcs diurnes des paralleles à l'équateur : le ſoleil en paroiſſant ſur l'horiſon s'éleve par degrés, il parvient à midi au plus haut du ciel, & redeſcend vers le couchant avec la même vîteſſe, par les mêmes degrés, & dans le même temps qu'il a employé à s'élever juſqu'au méridien : ainſi le méridien partage la durée de l'apparition du ſoleil en deux parties égales, & marque en même temps la plus grande hauteur du ſoleil.

De-là il ſuit qu'on a deux manieres de reconnoître la direction du méridien, & de ſçavoir le moment où le ſoleil y arrive, c'eſt-à-dire, l'heure de midi : la premiere conſiſte à examiner le moment où le ſoleil ceſſe de monter, & où les ombres des corps qu'il éclaire ſont les plus courtes ; alors l'ombre d'un piquet ou d'un ſtyle placé verticalement, ou celle d'un fil à-plomb, indiquera la direction du méridien, & formera ce qu'on appelle la LIGNE MÉRIDIENNE, ou la ſection des plans de l'horiſon & du méridien.

Définition de la Méridienne.

Cette méthode ſeroit exacte, ſi l'on pouvoit reconnoître avec préciſion le moment de la plus grande hauteur ; mais aux environs de midi, & lorſque la hauteur approche de ſon *maximum* ou de ſa plus grande quantité, le progrès eſt ſi lent, qu'il faudroit une extrême ſubtilité pour obtenir quelque exactitude dans cette obſervation : il faut donc recourir à un autre moyen pour tracer une méridienne.

107. La ſeconde méthode conſiſte à remarquer l'ombre du ſoleil levant, & l'ombre du ſoleil couchant ; ces deux ombres ſont auſſi éloignées du méridien l'une que l'autre ; ainſi le milieu de ces deux ombres doit donner celle du midi. Soit le cercle *SMCBA* qui repréſente la circonférence de l'horiſon, *S* le ſoleil levant, *C* le ſoleil couchant, *P* un ſtyle dreſſé perpendiculairement à l'horiſon, *PB* l'ombre du ſtyle quand le ſoleil ſe leve, *PA* l'ombre au ſoleil couchant ; ſi l'on partage l'angle *SPC* ou l'arc *SC* en deux parties égales au point *M*, la ligne *MPD* ſera la ligne méridienne, puiſque le ſoleil ſe levant en *S* & ſe couchant en *C*, eſt néceſſairement à des diſtances égales du méridien qui paſſe en *M*. Cette méthode ne peut ſe pratiquer ſans un horiſon extrêmement découvert, & je ne l'ai indiquée ici que pour exprimer mieux l'objet qu'on ſe propoſe, & l'idée ſur laquelle eſt fondée la méthode générale de tracer une méridienne.

Fig. 15.

108. La méthode qu'on eſt obligé d'employer, ſubſtitue aux deux points de l'horiſon dont nous venons de parler, deux autres points qui ſoient auſſi élevés l'un que l'autre, l'un avant midi & l'autre après. Si au lieu de marquer l'ombre du ſoleil, lorſqu'il étoit à l'horiſon même en

S & en *C*, on la marque une demi-heure après ſon lever, & enſuite une demi-heure avant ſon coucher, on aura deux autres ombres *PF*, *PG* plus voiſines du méridien & plus courtes, mais toujours à diſtances égales du méridien : il ſuffira de prendre le milieu *H* pour avoir la ligne méridienne *PHD*.

109. Ainſi, l'on peut en général décrire du centre *P* un arc *FG*, obſerver le moment où l'ombre du matin aura été en *F*, & celle du ſoir en *G* ſur le même arc, (parce qu'alors on ſera sûr que la hauteur du ſoleil a été la même dans les deux inſtans, & par conſéquent ſes diſtances au méridien parfaitement égales) ; ces deux ombres devant être à même diſtance du méridien, on partagera l'intervalle ou l'arc *FG* en deux parties égales, & l'on trouvera également le point *H* où doit paſſer la méridienne *PHD*.

Pour plus de préciſion, l'on peut décrire pluſieurs cercles concentriques, dont chacun en particulier donnera un des points de la méridienne ; & tous ces points pris enſemble, détermineront encore plus exactement la ligne entiere que l'on cherche.

Inſtrument pour tracer les Méridiennes.

Fig. 16.

110. Enfin, on peut, au lieu du ſtyle que je ſuppoſe placé en *P*, ſe ſervir d'un inſtrument très-portatif & très-commode. C'eſt une plaque *P* d'environ trois pouces, percée d'un petit trou d'épingle, qui laiſſe paſſer un rayon ſolaire ; elle eſt élevée ſur un pied de 7 à 8 pouces *AB*, & le rayon tombe ſur la plaque *BD* du pied, ou ſur une table placée de niveau : du point *C* qui répond perpendiculairement au-deſſous du trou de la plaque, on décrit pluſieurs cercles concentriques ; on marque ſur chaque cercle le point lumineux du matin *L*, & celui du ſoir *K* : le milieu *H* de l'intervalle donne la méridienne.

Si la plaque *P* eſt recouverte d'un grand carton, le point lumineux n'en devient que plus ſenſible & plus vif, ce qui fait un des avantages de ce petit inſtrument : d'ailleurs, on y trouve l'avantage de pouvoir placer de niveau la table même par le moyen de l'inſtrument ; en ſuſpendant en *P* un fil à plomb où il y ait une pointe, elle devra répondre exactement au point *C*, ſi l'inſtrument eſt bien fait, &

que la table ſoit exactement de niveau : ainſi, l'inſtrument ſervira de vérification ; on peut auſſi, lorſqu'on manque de niveau, verſer de l'eau ſur le plan, on appercevra auſſi-tôt de quel côté il incline.

111. Nous verrons dans la ſuite de cet Ouvrage, Liv. IV, que le même principe, dont nous venons de parler, produit encore la méthode des *Hauteurs correſpondantes*, employée par tous les Aſtronomes, pour avoir le moment du midi, avec la plus ſcrupuleuſe exactitude.

112. La ligne méridienne eſt le fondement d'un obſervatoire ; la plûpart des obſervations ſuppoſent une excellente méridienne ; car c'eſt ſur les hauteurs priſes dans le méridien, & ſur les paſſages au méridien que ſont fondées toutes les théories aſtronomiques ; auſſi, dit-on que les Aſtronomes ſont tournés ſans ceſſe vers le midi, comme les Géographes vers le nord, les Prêtres vers l'orient, & les Poëtes vers le couchant.

Ad Boream terræ, ſed cœli Menſor ad auſtrum,
Præco Dei exortum videt, occaſumque Poëta.

Tracer une Méridienne par le moyen des Etoiles.

113. On peut tracer auſſi une méridienne, par le moyen de l'étoile polaire, auſſi-bien que par la méthode précédente, peut-être même avec plus d'exactitude. L'étoile polaire n'étant éloignée du pole que d'environ 2 degrés, elle déſigne toujours à peu-près le côté du nord, en quel temps qu'on l'obſerve ; mais ſi l'on choiſit à peu-près le temps où elle eſt dans le méridien, quand on s'y tromperoit même de pluſieurs minutes, on aura, par le moyen de cette étoile, la direction du méridien, avec une très-grande préciſion ; il ſuffira d'élever deux fils à plomb, le long deſquels on puiſſe bornoyer, c'eſt-à-dire, viſer ou s'aligner à l'étoile.

114. Pour choiſir le temps où l'étoile polaire eſt exactement dans le méridien, on peut calculer l'heure & la minute du paſſage, en ajoutant 45′ au paſſage de l'équinoxe qui ſe trouvera rapporté dans le Livre III, pour le premier jour de chaque mois ; on trouvera, par exemple, que le 1ᵉʳ de Mai l'étoile polaire paſſe au méridien à 10^{h} 12′ du matin

matin & du ſoir ; on ne ſçauroit la voir au méridien le matin, à cauſe du grand jour ; mais on pourra très-bien tracer une méridienne, en dirigeant les fils à plomb vers l'étoile à $10^h\ 12'$ du ſoir environ ; & ils marqueront ſur le pavé de la chambre, la direction de la méridienne.

115. Il y a une maniere commode de trouver, ſans aucun calcul, le temps où l'étoile polaire paſſe au méridien. Il ſuffit d'obſerver le temps où elle eſt dans le vertical de l'étoile ε de la grande ourſe. C'eſt la premiere des trois étoiles de la queue, ou celle qui eſt la plus voiſine du quarré de la grande ourſe ; cette étoile eſt oppoſée à l'étoile polaire, de façon qu'elles paſſent au méridien enſemble, l'une au-deſſus du pole, l'autre au-deſſous ; ainſi quand elles ſont enſemble dans un même vertical, dans un même à-plomb, on eſt sûr qu'elles ſont toutes les deux au méridien : ſi dans ce moment on aligne deux fils ou deux objets quelconques vers ces deux étoiles ; les deux objets ainſi alignés ſeront dans le méridien. *Fig. 1.*

116. On peut employer au lieu de deux fils à plomb, trois ou quatre mêches foiblement allumées, dont deux ſeront placées d'avance dans un même vertical, au moyen d'un fil à-plomb : la troiſieme ou la plus proche de l'œil ſera mobile, & pourra s'aligner avec les autres : on peut ſe ſervir auſſi d'une planche percée de deux trous, par leſquels on puiſſe voir les deux étoiles à la fois dans un même à-plomb, tandis qu'une autre planche plus près de l'œil, ſervira à s'aligner & à mettre l'œil dans le vertical des deux étoiles : un mur qui ſeroit bien d'à-plomb ſerviroit au même uſage ; mais il s'en trouve rarement.

Cette opération peut ſe faire, ſur-tout dans le crépuſcule au mois de Mai & au mois de Juin avec deux fils à-plomb, de maniere à ne pas ſe tromper d'une minute ſur le temps où ces deux étoiles paſſent dans le même vertical ; & une minute d'erreur, ne feroit pas quatre ſecondes de temps ſur le moment du midi, qu'on obſerveroit enſuite par le moyen de cette méridienne.

117. A parler exactement, ces deux étoiles paſſoient exactement au méridien enſemble au mois de Juillet 1751 ;

mais l'étoile ε de la grande ourſe devance l'autre de $1' 13'' \frac{1}{2}$ tous les dix ans ; & au mois de Juin 1765, elle paſſera $1' 40''$ plutôt que l'étoile polaire. Si donc on aſpiroit dans cette opération à une extrême exactitude, il faudroit d'abord s'aſſurer, par le moyen des deux fils à-plomb, du moment où les deux étoiles ont paſſé dans le même vertical ; attendre enſuite une minute & 40 ſecondes, & diriger alors les deux fils à-plomb à l'étoile polaire ſeule, ſans égard à l'étoile ε qui aura déja paſſé au-delà du méridien & du vertical.

DES PLANETES EN GE'NE'RAL.

118. Le premier de tous les mouvemens céleſtes, que les hommes apperçurent, fut le mouvement diurne (1) commun à tout le ciel ; les mouvemens propres du ſoleil & de la lune furent enſuite les plus faciles à remarquer ; enfin, des obſervations plus répétées, plus aſſidues, firent voir que parmi les aſtres qui brillent dans une belle nuit, il y en avoit ſix dont le mouvement propre ſe faiſoit auſſi remarquer, & on les appella Planetes *. Ce ſont *Mercure* ☿, *Venus* ♀, *Mars* ♂, *Jupiter* ♃ & *Saturne* ♄ ; ces planetes ſont quelquefois auſſi brillantes que les étoiles, mais d'une lumiere tranquille & ſans aucune ſcintillation, tandis que les étoiles fixes répandent une lumiere éclatante & vive, dont la ſcintillation, c'eſt-à-dire, le frémiſſement annonce que les étoiles ſont des corps lumineux par eux-mêmes, des eſpeces de ſoleils que l'éloignement ſeul nous fait paroître très-petits.

Noms des Planetes.

119. Les planetes ſeront faciles à diſtinguer dans le ciel, lorſqu'on aura reconnu les 12 conſtellations du zodiaque, dont nous parlerons dans le Livre III ; car il n'y a dans ces 12 conſtellations, que quatre étoiles de la premiere grandeur, *Aldebaran*, *Regulus*, *l'Epi* & *Antares*, qui reſſemblent aux planetes par leur éclat ; & lorſqu'on connoît la ſituation de ces quatre étoiles, on diſtingue bientôt une planete d'une étoile fixe, dès qu'on la voit la premiere aux environs de l'écliptique : voyez art. 148.

* Πλανήτης, *erraticus*, parce que ce ſont des aſtres errans dans le ciel.

120. Les planetes parcourent le zodiaque, auſſi-bien que le ſoleil par un mouvement propre à chacune, & décrivent des orbites fort approchantes de l'écliptique ; car Vénus qui s'en écarte le plus, n'a jamais au-delà de 8 degrés & deux tiers de latitude ou de diſtance à l'écliptique. Les révolutions périodiques des planetes, ou les temps qu'elles emploient à revenir au même point du ciel, ſont faciles à déterminer : en obſervant leurs retours à une étoile, en voici les durées d'après les obſervations les plus récentes ; car les Anciens s'étoient trompés de beaucoup dans les durées de ces révolutions, par rapport aux étoiles fixes.

Temps périodiques des Planetes.

La Lune $27^j.\ 7^h\ 43'\ 4''\ 45'''$; Mercure $88^j.\ 4^h$; Vénus $224^j.\ 18^h$; le Soleil $365^j.\ 6^h\ 9'\ 10''$; Mars, 1 an $321^j.\ 22^h$; Jupiter, 11 ans $313^j.$; & Saturne 29 ans, $155^j.$ Nous verrons dans le Livre IV, la maniere de les trouver exactement, par rapport aux équinoxes.

121. Suivant le *ſyſtême de Ptolémée*, les 7 planetes tournoient autour de la Terre, dans l'ordre ſuivant : la Lune, Mercure, Vénus, le Soleil, Mars, Jupiter & Saturne ; mais il eſt reconnu depuis long-temps, que cet arrangement n'a point lieu dans le Ciel ; comme on le verra dans le Livre V : le Soleil eſt au centre du ſyſtême planétaire, Mercure, Vénus, la Terre, Mars, Jupiter & Saturne tournent autour de lui ; c'eſt ce qu'on appelle communément ſyſtême de *Copernic*, parce que ce grand Aſtronome a été le premier qui, dans le ſeizieme ſiecle, ait mis cette vérité dans tout ſon jour, comme nous le dirons dans le Livre ſuivant.

DE LA LONGITUDE DU SOLEIL.

122. Pour compter & meſurer les mouvemens du ſoleil & des autres corps céleſtes, il falloit néceſſairement choiſir dans le ciel un point d'où l'on pût partir, & auquel on pût rapporter tout. Le retour des ſaiſons, qui étoit pour les hommes la choſe la plus remarquable & la plus intéreſſante de toute l'Aſtronomie, fixa ce point de départ ; le ſoleil, par ſon cours annuel dans l'écliptique, revenoit

chaque année traverſer l'équateur, & redonner le printemps aux campagnes ; ce renouvellement de la nature, ſervit à marquer le commencement de l'année, & les Aſtronomes ſe ſervirent, pour commencer leurs meſures, du point où il arrivoit, c'eſt-à-dire, du point d'interſection de l'écliptique & de l'équateur. On appella donc LONGITUDE la diſtance du ſoleil au point équinoctial, comptée le long de l'écliptique. Quand le ſoleil a parcouru 30 degrés de l'écliptique, par ſon mouvement annuel en partant de l'équinoxe, on dit qu'il a 30 degrés ou un ſigne de longitude ; & ainſi de ſuite juſqu'à 12 ſignes : les 30 premiers degrés ſont connus ſous le nom de *Belier* ♈ *, les 30 qui ſuivent forment le *Taureau* ♉, après quoi viennent les *Gemeaux* ♊, *l'Ecreviſſe* ♋, *le Lyon* ♌, *la Vierge* ♍, *la Balance* ♎, *le Scorpion* ♏, *le Sagittaire* ♐, *le Capricorne* ♑, *le Verſeau* ♒, *les Poiſſons* ♓, comme l'indiquent les deux vers ſuivans :

Longitudes céleſtes.

Noms des douze Signes.

Sunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo,
Libraque, Scorpius, Arcitenens, Caper, Amphora, Piſces.

123. Ces 12 ſignes, dont les noms appartiennent aux douze portions de l'écliptique, comptées depuis l'équinoxe, ſont différens des *conſtellations* ou figures étoilées, qui portent les mêmes noms. On diſtingue le ſigne du Bélier, de la conſtellation du Bélier : l'un n'eſt autre choſe que la premiere douzieme, ou les 30 premiers degrés du cercle de l'écliptique ; l'autre eſt un aſſemblage d'étoiles qui, à la vérité, répondoit autrefois dans le ciel au même endroit que le ſigne du Bélier, auquel elle a donné ſon nom, mais qui eſt actuellement beaucoup plus avancée, comme nous le dirons en parlant de la préceſſion des équinoxes, & du changement des étoiles en longitude.

124. Pour déterminer la longitude du ſoleil, les premiers Aſtronomes n'eurent pas beſoin d'autre choſe, que des deux ſolſtices & des deux équinoxes : ces quatre obſervations partageoient l'année en quatre ſaiſons ; on examinoit, par le moyen des ombres, la plus grande hauteur du

* L'origine des caractères qui repréſentent les Signes, ſera expliquée dans le IIIe. Livre, de même que pour les Planetes.

ſoleil, c'étoit le ſolſtice d'été ; la plus petite hauteur, c'étoit le ſolſtice d'hyver ; & la hauteur intermédiaire ou moyenne entre les deux hauteurs ſolſtitiales, ou la hauteur de l'équateur qui indiquoit les jours des équinoxes, apprit aux premiers Obſervateurs, quelle étoit la longueur de l'année exprimée en jours, c'eſt-à-dire, combien de fois le ſoleil ſe levoit & ſe couchoit avant de revenir à l'équateur.

Durée de l'Année Solaire.

125. Les quatre obſervations, dont nous venons de parler, ſuffiſoient pour faire connoître aux anciens Obſervateurs, quelle étoit la longueur de l'année exprimée en jours, c'eſt-à-dire, combien de fois le ſoleil ſe levoit entre deux équinoxes du printemps, ou entre deux ſolſtices ; ils pouvoient auſſi reconnoître le mouvement annuel ou le mouvement propre du ſoleil (47), en remarquant les étoiles dont il ſe rapprochoit ſucceſſivement dans le cours d'une année ; il ne fut pas difficile de voir, qu'il falloit 365 jours pour ramener le ſoleil vers les mêmes étoiles, c'eſt-à-dire, qu'il ſe couchoit & ſe levoit 365 fois avant que de ſe retrouver au même point du ciel. Il fallut bien des années, peut-être bien des ſiecles, pour remarquer qu'il y avoit environ 6 heures de plus, c'eſt-à-dire, que tous les quatre ans, à pareil jour, on voyoit le ſoleil un peu moins avancé vers l'étoile, à laquelle on avoit imaginé de le comparer, & cela d'un degré, ou de la valeur d'un jour : ce retard devint enſuite plus ſenſible ; & au bout de 60 ans on dût voir le ſoleil arriver à l'étoile 15 jours plus tard qu'il n'auroit dû faire, ſi chaque retour eût été exactement de 365 jours.

126. Le retour des ſaiſons fut un moyen encore plus naturel & plus ſenſible de déterminer la durée des révolutions du ſoleil : les anciens Aſtronomes obſervoient le retour du ſoleil à l'équinoxe, c'eſt-à-dire, ſon paſſage dans l'équateur ; ils voyoient qu'en 60 ans, de 365 jours chacune, le ſoleil ne revenoit point préciſément à l'équateur, & qu'il lui falloit environ 15 jours de plus : il s'enſuivoit

naturellement que la durée de ſa période étoit, non pas de 365j exactement, mais de 365j & 6h.

Année Solaire.

127. On a obſervé depuis ce temps-là plus ſouvent & plus exactement les équinoxes ; ainſi l'on a déterminé la longueur de l'année avec plus de préciſion, & on l'a trouvée de 365j 5h 48′ 45″, comme nous le dirons plus au long dans le VIe. Livre. L'incertitude ne va pas à 3 ou 4 ſecondes de temps. Mais il faut bien remarquer que c'eſt ici la durée de l'année *tropique*, ou du retour des ſaiſons ; car l'année *ſydérale* qui ramene le ſoleil à une même étoile, eſt plus longue, étant de 365j 6h 9′ 10″. On en donnera la raiſon en parlant de la préceſſion des équinoxes, dans le IVe. dans le VIe. & dans le XVIe. Livre.

DES ASCENSIONS DROITES ET DES DÉCLINAISONS.

128. Après avoir reconnu les planetes & les durées de leurs révolutions, les premiers Aſtronomes voulurent partager ces révolutions en différentes parties, & aſſigner à chaque planete une place pour chaque jour, en partant du point fixe que l'on avoit choiſi, c'eſt-à-dire, de la ſection du Bélier, ou du point équinoctial (122) : mais le cercle que décrit le ſoleil par ſon mouvement annuel, ne ſervit d'abord qu'à meſurer la marche du ſoleil ; on trouva qu'il étoit plus facile de rapporter à l'équateur les mouvemens des autres planetes, & on employa véritablement l'équateur à cet uſage, de la maniere ſuivante.

129. Suppoſons qu'on ait reconnu dans le ciel une étoile qui ſoit voiſine de l'équinoxe ou du point où ſe coupent les deux cercles de l'écliptique & de l'équateur, & qu'on veuille par ſon moyen déterminer les poſitions des autres étoiles, la méthode la plus ſimple ſera de ſuivre l'équateur tout autour du ciel, à meſure que les aſtres ſe ſuccedent par le mouvement diurne; on appelle ces intervalles *différences d'aſcenſion droite*; la raiſon de cette dénomination eſt que dans la Sphère droite, c'eſt-à-dire, quand on eſt ſitué ſous la ligne, on voit les aſtres s'élever tout droit &

Différences d'Aſcenſions droites.

non point obliquement (76) ; alors les étoiles qui ſont plus avancées vers l'orient de 15° que la premiere étoile d'où l'on eſt parti, ſe levent une heure plus tard : on dit alors que leur différence d'aſcenſion droite eſt de 15° ou d'une heure.

130. Dans une Sphère oblique comme la nôtre, ce n'eſt pas le lever des étoiles qu'il faut choiſir, mais leur paſſage au méridien ; ce cercle étant toujours perpendiculaire à l'équateur, toutes les étoiles qui répondent perpendiculairement au même point de l'équateur paſſent au méridien enſemble ; & nous diſons que leur aſcenſion droite eſt la même, parce qu'elles ſe leveroient toutes en même temps ſi nous étions ſous l'équateur.

Soit *E Q* une portion de l'équateur, *Z M* le méridien ; les étoiles *A*, *B*, qui paſſent par le méridien avec le point *M* de l'équateur ont leur aſcenſion droite marquée par le point *M* ; & ſi ce point de l'équateur paſſe au méridien une heure plus tard que le point équinoctial, nous dirons que toutes ces étoiles ont un heure ou 15° d'aſcenſion droite ; celles qui paſſeront deux heures plus tard que la premiere étoile du Bélier auront par rapport à elle 30° degrés de différence d'aſcenſion droite : ainſi L'ASCENSION DROITE d'un aſtre eſt ſa diſtance à l'équinoxe comptée ſur l'équateur. *Fig.* 17. Aſcenſion droite.

131. Si l'on connoît l'aſcenſion droite d'une étoile ou ſa diſtance à l'équinoxe comptée le long de l'équateur, on trouvera aiſément celle de toutes les autres, en obſervant combien elles paſſent au méridien plus tard que la premiere ; les intervalles de temps convertis en degrés à raiſon de 15° par heure, donneront leurs différences d'aſcenſion droite, qui étant ajoutées à celle de la premiere étoile que l'on connoît, donneront les aſcenſions droites de toutes les autres. Il eſt vrai que nous ſuppoſons ici qu'on reconnoiſſe dans le ciel le point équinoctial, ou qu'on connoiſſe bien d'avance l'aſcenſion droite de la premiere étoile ; on verra pluſieurs manieres de la trouver très-exactement quand nous parlerons des fondemens de l'Aſtronomie, dans le Liv. IV.

132. Lorſqu'on voit pluſieurs étoiles paſſer enſemble par le méridien, quoiqu'elles aient la même aſcenſion droite, elles ſont plus élevées les unes que les autres ; l'une paroît Déclinaiſon.

Fig. 17. en *A*, l'autre en *B*, & leur distance à l'équateur *E M Q*, s'appelle Déclinaison : ainsi *B M* est la déclinaison de l'étoile *B* ; *A M* est la déclinaison de l'étoile *A*. Si l'on observe l'étoile *A* passant dans le méridien à 51° de hauteur, & que l'on connoisse la hauteur de l'équateur de 41° (29), on en conclura naturellement que l'étoile est plus haute de 10° que l'équateur, ou qu'elle a 10° de déclinaison. Quand l'étoile est au-dessus de l'équateur, ou du côté du nord, on dit que sa déclinaison est Boréale ou septentrionale ; mais si elle étoit au-dessous, plus basse que l'équateur, ou du côté du midi, on diroit que sa déclinaison est Australe ou méridionale.

133. Par la même raison, l'on appelle Cercles de déclinaison, tous les cercles qui passant par les deux poles du monde sont perpendiculaires à l'équateur. Ces cercles sont des *méridiens* quand on les considere sur la surface de la terre ; ce sont des Cercles horaires quand on n'examine que leur distance au méridien, parce qu'ils indiquent l'heure qu'il est : ces noms de cercles de déclinaison, de méridiens, ou de cercles horaires se prennent souvent l'un pour l'autre ; mais le sens propre de ces trois dénominations est relatif à trois usages différens ; la premiere se rapporte à l'équateur ; la seconde aux longitudes géographiques & terrestres ; la troisieme à la distance des astres par rapport au méridien d'un Observateur.

Cercles Horaires.

Longitudes & Latitudes des Astres.

134. Le mouvement diurne de tous les astres, nous a fourni une méthode simple & naturelle de les rapporter à l'équateur, & de marquer leurs situations le long de ce cercle céleste : c'est ce que nous avons appellé ascensions droites, & déclinaisons ; si l'on veut préférer l'écliptique (122) en rapportant chaque étoile au point de l'écliptique où elle répond perpendiculairement, comme cela se pratique depuis long-temps parmi les Astronomes, on appellera longitudes ces distances ainsi mesurées le long de l'écliptique, en partant toujours du même point équinoctial.

Longitudes des Astres.

Fig. 18. Soit ♈ *Q* l'équateur, ♈ *C*, l'écliptique inclinée à l'équateur de $23^{\circ}\frac{1}{2}$, *S* une étoile qui répond perpendiculairement au point

au point *M* de l'équateur ; ſi l'on tire également un arc de cercle *S E B* perpendiculaire ſur l'écliptique, le point *B* marquera le point de l'écliptique où répond l'étoile *S*, & l'arc de l'écliptique ♈ *B* ſera la longitude de l'étoile ; ainſi *la longitude d'un aſtre eſt l'arc ou la diſtance entre l'équinoxe & le point de l'écliptique auquel cet aſtre répond perpendiculairement.* Fig. 18.

135. Entre pluſieurs aſtres qui répondent perpendiculairement au même point de l'écliptique, les uns en ſont plus voiſins que les autres ; ils ont différentes LATITUDES, c'eſt-à-dire, différentes diſtances à l'écliptique. Si l'étoile placée en *S*, eſt éloignée de l'écliptique ♈ *B C* d'une quantité *S B*, meſurée perpendiculairement, on dit que ſa latitude eſt *S B* ; ſi elle étoit placée en *E*, elle auroit la même longitude, mais ſa latitude *E B* ſeroit moindre. Latitudes des Aſtres.

Les cercles tracés ſur la ſurface du globe perpendiculairement à l'écliptique, tels que *S B* s'appellent CERCLES DE LATITUDES, parce qu'ils ſervent en effet à compter les latitudes : c'eſt ce que les Anglois appellent *ſecondaries of the ecliptick*, parce que ces cercles ſe rapportent à l'écliptique, & en ſont comme des acceſſoires.

136. LES OBSERVATIONS que font les Aſtronomes ſur la poſition des aſtres, procedent toujours par aſcenſion droite & déclinaiſon : ils n'ont point d'autre maniere de déterminer les ſituations & les mouvemens des planetes, parce que l'équateur & le méridien ſont les cercles les plus familiers, les plus conſtans, les plus aiſés à reconnoître ; ce qui rend les meſures plus naturelles, plus faciles, & plus exactes, (128).

137. Cependant les Aſtronomes comptent enſuite les mouvemens des planetes par longitudes & latitudes, c'eſt-à-dire, qu'ils les rapportent enſuite à l'écliptique dans toutes leurs Tables Aſtronomiques ; la raiſon en eſt également naturelle, c'eſt dans l'écliptique que le ſoleil paroît ſe mouvoir, il eſt accompagné de toutes les planetes dont les orbites ſont très-proches de l'écliptique : les calculs ſont donc plus ſimples en rapportant les planetes à ce cercle dont elles ſont toujours peu écartées ; leurs inégalités

paroiſſent moindres; on trouve plus d'uniformité, plus de facilité, plus de briéveté dans les Tables Aſtronomiques: c'étoit bien aſſez pour faire préférer les longitudes & les latitudes lorſqu'il s'agiſſoit de calculs, comme l'on préfere les aſcenſions droites & les déclinaiſons lorſqu'il eſt queſtion d'obſerver.

138. Ainſi dans la pratique ordinaire, on obſerve l'aſcenſion droite & la déclinaiſon d'un aſtre; mais avant que de l'inſérer dans les Tables générales des mouvemens céleſtes, on en conclut la longitude & la latitude par les regles que l'on verra dans la Trigonométrie Sphérique, Livre XXIII, & dont nous ferons l'application dans le IVe. Liv.

DU GLOBE CE'LESTE ARTIFICIEL, ET DE SES USAGES.

139. Un globe deſtiné à repréſenter les conſtellations & les orbites planetaires, l'écliptique, l'équateur, les cercles de latitudes, les cercles de déclinaiſons, le méridien & l'horiſon, s'appelle *globe céleſte*. Celui que nous repréſentons ici eſt entouré, comme la Sphère, d'un horiſon *HO*, *Fig. 7.* & d'un méridien *PZR*, il tourne ſur un axe *PR*. On y marque les étoiles de la maniere qu'on les apperçoit dans le ciel; on y trace l'équateur en examinant pendant toute la nuit les étoiles qui à leur paſſage au méridien ont la même hauteur que l'équateur (12).

On tire enſuite ſur ce globe un autre cercle qui coupe l'équateur aux deux points équinoctiaux que l'on a remarqués parmi les étoiles (129), & qui s'en éloigne de 23° ½ de part & d'autre; ce ſera l'écliptique. Les deux points de l'écliptique les plus éloignés de l'équateur, s'appellent les *ſolſtices ou les points ſolſtitiaux*.

140. Si par les poles de l'équateur, on tire un grand cercle paſſant par les points ſolſtitiaux, il s'appellera le *colure des ſolſtices* (55): tous les aſtres placés ſur le colure ont 90° ou 270° d'aſcenſion droite. Si par les mêmes poles de l'équateur, on tire un autre cercle perpendiculaire au colure des ſolſtices, & paſſant par les équinoxes, il s'appellera

colure des équinoxes, les aſtres placés ſur le colure ont 0, ou 180° d'aſcenſion droite.

141. Tous les cercles paſſant par les poles du monde, & coupant perpendiculairement l'équateur, s'appellent *cercles de declinaiſon*, ils ſervent à meſurer ſoit les déclinaiſons ou les diſtances à l'équateur, ſoit les aſcenſions droites; car tous les aſtres qui ſont ſur un même cercle de déclinaiſon ont la même aſcenſion droite. Ainſi les colures, les méridiens, les cercles horaires ſont tous auſſi des cercles de déclinaiſon (133).

Aſcenſions Obliques.

142. On peut remarquer auſſi ſur le globe l'ASCENSION OBLIQUE d'un aſtre; c'eſt la diſtance du point équinoctial au point de l'équateur qui ſe leve en même temps que l'aſtre. Soit *H E O* le méridien, *P* le pole du monde, *H O* l'horiſon, *E C* l'équateur, *S* un aſtre qui ſe leve dans l'horiſon, *B* le point de l'équateur qui marque l'aſcenſion droite de l'aſtre *S*; *C* eſt le point de l'équateur qui marque l'aſcenſion oblique de l'étoile, parce que c'eſt celui qui ſe lève en même temps que l'étoile; *B C* eſt la différence entre l'aſcenſion droite & l'aſcenſion oblique, que les anciens Aſtronomes appelloient DIFFÉRENCE ASCENSIONNELLE, mais dont actuellement on ne fait plus d'uſage. *Fig.* 19.

Des Verticaux.

143. LE VERTICAL d'un aſtre eſt un grand cercle qui partant du zénit deſcend perpendiculairement à l'horiſon, & paſſe par le centre de l'aſtre: on ſe ſert des verticaux pour marquer les hauteurs; parce que la hauteur d'un aſtre au-deſſus de l'horiſon, n'eſt autre choſe que l'arc du vertical compris entre l'aſtre & l'horiſon: on s'en ſert auſſi pour marquer L'AZIMUTH, c'eſt-à-dire, l'arc de l'horiſon compris entre le point du midi & le point de l'horiſon auquel un aſtre répond perpendiculairement: ainſi *Z D E* eſt le vertical de l'aſtre dont *D E* eſt la hauteur, & *H E* l'azimuth. *Fig.* 19.

144. L'ALMICANTARAT eſt un petit cercle parallele à l'horiſon, c'eſt-à-dire, dont tous les points ſont à la même hauteur au-deſſus de l'horiſon; ainſi quand un aſtre a 20° de hauteur, tous les points qui ſont à cette même hauteur en faiſant le tour du ciel parallelement à l'horiſon, forment l'almicantarat de l'aſtre dont il s'agit.

Fig. 7. On ajoute quelquefois aux globes céleſtes un quart-de-cercle de même rayon que le globe, & qui puiſſe s'appliquer immédiatement ſur ſa circonférence, depuis le zénit juſqu'à l'horiſon : on le voit repréſenté en ZV ; il ſert à pluſieurs uſages, comme on le verra par les problêmes ſuivans.

Uſages du Globe Céleſte.

145. *Trouver quelle eſt la hauteur d'un aſtre à un inſtant donné, par le moyen du globe céleſte.* On remarquera ſur le globe le lieu du ſoleil dans l'écliptique pour le jour donné, & le lieu de l'aſtre dont on cherche la hauteur ; on placera ſous le méridien le lieu du ſoleil, & on mettra l'aiguille de la roſette ſur le midi ; enſuite on tournera le globe juſqu'à ce que l'aiguille marque l'heure qu'il eſt ſur la roſette ; alors approchant le vertical de l'endroit où eſt marqué l'aſtre, on verra à quel degré du vertical il répond, & l'on aura ſa hauteur.

Comme la roſette des globes eſt ordinairement fort petite, & donneroit peu d'exactitude dans cette opération, on peut s'en paſſer par la méthode ſuivante. On convertira en degrés l'heure donnée, pour ſçavoir de combien le ſoleil étoit éloigné du méridien ; par exemple, à 9 heures du matin il s'en faut 3 heures que le ſoleil ne ſoit dans le méridien ; ces trois heures font 45° de l'équateur. On examinera quel étoit le point de l'équateur qui ſe trouvoit avec le ſoleil dans le méridien ; on éloignera ce point-là de 45° du méridien, vers l'orient, parce que c'eſt le matin : le globe étant arrêté dans cette ſituation, on remarquera la place de l'étoile, on en approchera le cercle vertical, & l'on verra à quel degré de hauteur elle répond.

146. Les Aſtronomes eux-mêmes ſe ſervent quelquefois d'un globe céleſte pour trouver la hauteur des aſtres à un inſtant donné, lorſqu'ils n'ont pas beſoin d'une extrême préciſion ; par exemple, quand il ne s'agit que de chercher un aſtre en plein jour par le moyen de ſa hauteur, ou de ſçavoir qu'elle eſt le petit accourciſſement que la réfraction a pû produire ſur la diſtance obſervée entre deux aſtres : on s'en peut ſervir auſſi avec avantage pour chercher la poſition des étoiles dans des temps reculés lorſqu'on trouve dans les Poëtes anciens des paſſages qui ſont difficiles à comprendre ſans ce ſecours.

147. *Trouver l'heure de la culmination ou du paſſage d'une étoile par le méridien ſur le globe.* 1°. On marquera ſur le globe le lieu du ſoleil & celui de l'étoile : 2°. on placera le ſoleil dans le méridien, & l'on mettra ſur midi l'aiguille de la roſette : 3°. on amenera le lieu de l'étoile ſous le méridien, & l'aiguille de la roſette marquera l'heure qu'il eſt. Paſſage au Méridien.

On peut obtenir dans cette opération une exactitude plus grande que celle de la petite roſette, car l'on y diſtingue à peine une demi-heure ; tandis que ſur un globe de 6 ou 8 pouces de diametre, on peut trouver, à 4 minutes près, l'heure du paſſage au méridien. Pour cela, on remarquera le point de l'équateur où répond le ſoleil placé dans le méridien, & enſuite le point de l'équateur où répond l'étoile placée à ſon tour dans le méridien ; on comptera la différence ou l'intervalle de ces deux points de l'équateur, qui converti en temps, à raiſon de 4 minutes de temps pour chaque degré, ou d'une heure pour 15 degrés, donnera l'heure qu'il eſt, ſi c'eſt après-midi ; mais elle donnera ce qu'il s'en faut pour aller à midi, ſi c'eſt le matin, c'eſt-à-dire, ſi on voit que le ſoleil paſſe au méridien après l'étoile, en faiſant tourner le globe d'orient en occident.

148. Le Lever & le coucher des étoiles ſe trouveroit ſur le globe de la même maniere, en conduiſant d'abord le lieu du ſoleil ſous le méridien, & enſuite le lieu de l'étoile dans l'horiſon du côté de l'orient, ou du côté de l'occident, pour voir quel eſt le point de l'équateur qui paſſe alors au méridien. Lever des Aſtres.

Exemple. Le 13 Octobre 1764, on veut trouver, par le moyen du globe, à quelle heure Saturne doit paſſer au méridien, & à quelle heure il doit ſe coucher : on marquera ſur le globe le lieu du ſoleil qui eſt à 20 degrés de l'équinoxe d'automne ; & conduiſant le ſoleil ſous le méridien, on marquera le lieu de l'équateur qui y répond. On marquera encore ſur le globe le lieu de Saturne, ſuppoſé connu par l'Obſervation ou par les Tables que l'on trouvera à la fin de cet Ouvrage ; ou enfin par le moyen du Livre de la *Connoiſſance des Mouvemens céleſtes*, que l'Académie des

Sciences publie chaque année, on aura le lieu de Saturne à 50 degrés de l'équinoxe du printemps, & deux degrés & demi au ſud de l'écliptique ; on conduira ce point du ciel ſous le méridien, & l'on marquera ſur le globe le point de l'équateur qui y répond : la diſtance de ces deux points de l'équateur, dont l'un appartient au ſoleil & l'autre à la planete, ſe trouve de 150 degrés, qui valent 10 heures, à raiſon de 15 degrés par heure ; & comme Saturne paſſe alors au méridien avant le ſoleil, ainſi qu'on le verra en faiſant tourner le globe vers l'occident, il s'enſuit qu'il étoit deux heures du matin lorſque Saturne a paſſé au méridien, parce qu'il s'en falloit 10 heures que le ſoleil n'y fût arrivé.

Conduiſant enſuite Saturne à l'horiſon du côté de l'orient, on marquera le point de l'équateur qui dans ce moment paſſe au méridien, & l'on verra qu'il eſt éloigné de celui où répond le ſoleil, d'environ 100 degrés, celui du ſoleil étant le plus occidental des deux ; ce qui fera voir que l'heure du lever de Saturne eſt à 6^h 40′ du ſoir.

Meſure du Temps vrai.

Cette pratique eſt fondée ſur ce que les arcs de l'équateur ſont la meſure la plus naturelle du temps : quand le ſoleil eſt éloigné du méridien de 15 degrés, il eſt une heure ; & quand il eſt éloigné de 100 degrés, il eſt 6^h 40′ ; parce que le mouvement diurne ſe faiſant uniformément ſur l'équateur, il paſſe réguliérement au méridien à chaque heure, la 24e. partie de la circonférence entiere de l'équateur : auſſi le TEMPS VRAI, ou l'heure vraie dans le ſens précis & exact de l'Aſtronomie, n'eſt autre choſe que l'arc de l'équateur, compris entre le méridien & le cercle de déclinaiſon qui paſſe par le ſoleil, converti en temps à raiſon de 15 degrés par heure. On verra dans la ſuite que le plus ſouvent à la place de cet arc de l'équateur, on ſubſtitue l'angle au pole qui en eſt la meſure, & qu'on appelle ANGLE HORAIRE ; c'eſt-à-dire, qu'au lieu d'une heure on met 15 degrés, & au lieu de deux heures 30 degrés, &c.

Converſion des degrés en temps.

149. Le mouvement diurne qui s'acheve en 24 heures, & par lequel 360 degrés de la Sphère traverſent le méridien, étant ſubdiviſé en 24 parties ; chacune vaut une heure, & répond à 15 degrés ; car 15° ſont la 24e. partie de 360 :

en continuant de ſubdiviſer on pourra trouver de même les parties du temps qui répondent aux parties du cercle, 1° vaudra 4′ de temps, 1′ de degré vaudra 4″ de temps; en général, il ſuffit de prendre le quadruple des minutes de degré pour en faire des ſecondes de temps du premier mobile.

De même, pour convertir le temps du premier mobile en degrés, on prendra d'abord 15 degrés pour chaque heure, on prendra le quart des minutes de temps, on en fera des degrés; le quart des ſecondes, & l'on en fera des minutes; le quart des tierces de temps, & l'on en fera des ſecondes de degrés.

Ces régles aiſées à retenir & à pratiquer, ſe peuvent faire ſans le ſecours des Tables; cependant on trouvera les Tables propres à faire ces converſions du temps en parties de l'équateur, & des parties de l'équateur en temps, dans la *Connoiſſance des Temps* de 1760 & des années précédentes : l'opération ſe réduit à multiplier par 15 les temps qu'on veut réduire en parties du cercle, ou à diviſer par 15 les parties de l'équateur qu'il s'agit de convertir en temps.

Converſion en heures ſolaires moyennes.

La converſion des degrés en heures ſolaires moyennes, dont nous parlerons dans le IVe. Livre, exige d'autres conſidérations, & deviendroit plus embarraſſante ſans le ſecours des Tables : voici en quoi elle conſiſte. On a vû (50) que chaque jour le ſoleil, par ſon mouvement propre, s'avance vers l'occident : on verra dans le IVe. Livre qu'il parcourt exactement 59′ 8″ en ſens contraire du mouvement diurne; donc dans l'eſpace des 24 heures ſolaires il y a véritablement 360° 59′ 8″ de la ſphère étoilée, qui ont traverſé le méridien; ainſi 24 heures ſolaires ſont bien 360°, lorſqu'il s'agit des angles horaires, des diſtances du ſoleil au méridien, & du temps vrai : mais lorſqu'il s'agit de tout autre aſtre que le ſoleil, par exemple, des étoiles fixes, les 24 heures ſolaires moyennes ſont 360° 59′ 8″, chaque heure vaut 15° 2′ 28″, comme on le trouveroit par cette proportion; 24 heures ſont à 360° 0′ 0″, comme une heure eſt à 15° 2′ 28″.

C'eſt-là ce qu'on appelle *convertir en degrés les heures*

ſolaires moyennes ; au lieu que ci-devant il s'agiſſoit de convertir en degrés les heures du premier mobile : il ſuit de la même proportion que pour 15 degrés du mouvement de la ſphère & des étoiles fixes, on aura 59′ 50″ de temps ſolaire moyen, au lieu d'une heure, & ainſi des autres ; c'eſt ce qu'on appelle *réduire les parties de l'équateur en heures ſolaires moyennes* : ainſi quand deux étoiles ſeront éloignées l'une de l'autre de 15 degrés en aſcenſion droite, l'une paſſera plutôt que l'autre de 0^h 59′ 50″ de temps, comptant ſur une horloge du moyen mouvement : ceci s'entendra encore mieux après la lecture du IVe. Livre.

Après avoir expliqué les Principes de la Sphère d'une maniere ſuffiſante pour les perſonnes qui n'ont beſoin que des premiers élémens de cette Science, nous allons parler de l'Hiſtoire des anciens Aſtronomes, pour ſervir à ceux qui liſent les Auteurs anciens, pour donner à ceux qui étudient l'Aſtronomie, une idée des progrès de cette Science, & pour rendre plus ſenſible ce que nous aurons à dire, dans la ſuite, des différentes découvertes de l'Aſtronomie.

LIVRE SECOND.

De l'Origine & de l'Hiſtoire de l'Aſtronomie.

150. LE LIVRE précédent étoit abſolument néceſſaire pour l'intelligence de celui-ci : j'ai donc mieux aimé ſuivre l'ordre qui eſt le plus propre à inſtruire, que celui d'une méthode ſtricte où l'on placeroit l'hiſtoire d'une Science avant l'explication de ſes principes. Il faudra cependant encore ſuppoſer dans ce IIe. Livre quelques connoiſſances priſes dans les Livres ſuivans ; mais il me ſemble que dans une premiere lecture de cette Partie hiſtorique l'on ne peut eſpérer d'en comprendre parfaitement juſqu'aux derniers détails ; il faut ſe contenter de prendre l'eſprit de la choſe, & de s'en former une idée.

En liſant les Auteurs qui ont parlé de l'origine de l'Aſtronomie, on trouve une diſcordance & une obſcurité, dont on ne pourroit ſe tirer, ſi l'on ne diſtinguoit exactement les différentes parties de l'Aſtronomie & les degrés de connoiſſances dont on prétend parler ; c'eſt ce que perſonne, ce me ſemble, n'a fait avec une certaine exactitude. Je diſtinguerai donc la Mythologie qui remonte, comme le Déluge, à 2400 ans avant l'Ere Chr. les obſervations Caldéennes qui ne vont guères qu'à 800 ans avant J. C. & les recherches de détail qui ne commencerent que 400 ans avant l'Ere Chrétienne.

ORIGINE FABULEUSE DE L'ASTRONOMIE.

151. L'ORIGINE mythologique de l'Aſtronomie ſe perd dans l'obſcurité des temps ; mais on voit aſſez qu'elle ne comprenoit autre choſe que la connoiſſance du mouvement diurne, celle de la révolution apparente du ſoleil,

avec la ſituation & les noms des étoiles & des conſtellations les plus remarquables.

Les Caldéens y ajouterent des obſervations plus exactes des mois lunaires & des éclipſes de lune, avec une légere connoiſſance des planetes; mais ce ne fut enfin que 400 ans avant J. C. qu'on ſongea en Egypte à obſerver les inégalités de la lune & des autres planetes, & à conſtater la durée de leurs révolutions & la ſituation de leurs orbites.

Pline le Naturaliſte (*Liv. II. chap. 9.*) ſe plaint vivement de la négligence des Anciens à écrire l'hiſtoire de l'Aſtronomie: C'eſt une ingratitude, dit-il, & une dépravation de l'eſprit; on aime à remplir ſes annales de guerres & de carnage, pour faire connoître les crimes des humains, tandis qu'on leur laiſſe ignorer la ſtructure de l'univers, & les bienfaits de ceux qui les ont éclairés.

152. Joſephe raconte dans ſes Antiquités Judaïques, que les deſcendans de Seth, pour conſerver la mémoire des obſervations céleſtes qu'ils avoient faites avant le Déluge, graverent les principales ſur deux colonnes, l'une de pierre, l'autre de brique; celle de pierre réſiſta aux eaux du Déluge, & de ſon temps même on en voyoit encore des veſtiges dans la Syrie.

Uranus. 153. Diodore de Sicile (*Liv. III. ch. 5.*) dit qu'Uranus paſſoit pour être le premier qui avoit raſſemblé & inſtruit les hommes, auparavant diſperſés dans les forêts: il obſervoit les aſtres avec ſoin, prédiſoit aux hommes ce qui devoit arriver dans le ciel; il diſtingua les années par le mouvement du ſoleil, & les mois par le mouvement de la lune. Le vulgaire ne ſçachant point qu'il y avoit dans le ciel un ordre immuable & conſtant, fut étonné des prédictions d'Uranus: on le regarda comme inſpiré des Dieux. Les bienfaits qu'il avoit rendus aux hommes, la connoiſſance qu'il avoit eue des mouvemens céleſtes, lui firent décerner après ſa mort les honneurs divins, & lui firent donner le nom de *Ciel* ou *Uranus*.

Atlas 2400 ans avant J. C. 154. Parmi les fils d'Uranus, les principaux furent *Atlas* & Saturne qui partagerent l'empire. Atlas eut la partie ſituée vers l'océan; il donna ſon nom aux peuples

qui y habitoient, & à l'une des plus hautes montagnes qu'il y eût de ce côté-là. Il paroît qu'il fut le premier qui inventa la Sphère, & l'enſeigna parmi les hommes ; de-là vint cette fable ſi connue d'Atlas ſoutenant tout le ciel. Il eut pluſieurs enfans, mais un ſur-tout recommandable par ſa piété & ſa juſtice, qui s'appelloit *Heſper*. Celui-ci étant monté au ſommet du mont Atlas pour y obſerver les aſtres, fut enlevé, dit-on, par les vents, & ne parut plus ſur la terre : le peuple touché de ce malheur, lui décerna les honneurs divins, & donna le nom d'*Heſper* au plus brillant de tous les aſtres ; c'eſt Vénus qui les ſurpaſſe véritablement en éclat, & qui fut la premiere planete qu'on obſerva. Preſque tous les Auteurs attribuent à Atlas l'invention de la Sphère & les premieres connoiſſances des mouvemens céleſtes. (*Voyez Héſiode dans ſa Théogonie, vers* 106. *Homere dans l'Odyſſée, L. I. v.* 53. *Ciceron, Tuſcul. V.* 3. *Vitruve, Liv. VI. chap.* 10. *Virgile, Æneid. I.* 744. *Pline, Liv. II. ch.* 8. *Weidler, Hiſt. Aſtron.*)

155. Diodore de Sicile (*Liv. IV. chap.* 2.) ajoute qu'Atlas fit part de ſes lumieres à *Hercules*, pour reconnoître le ſervice que ce héros lui avoit rendu, en délivrant ſes filles qui avoient été enlevées par des voleurs. Hercules tranſmit aux Grecs ces connoiſſances qu'il avoit reçues d'Atlas, & paſſa dans la ſuite pour l'inventeur de l'Aſtronomie, (*Voſſius de Scient. Mathem. ch.* 22.). Mais comme il y a eu pluſieurs Hercules qui ont vécu en différens temps, nous ne ſçaurions décider auquel on a prétendu attribuer cette gloire. Hercules le Thébain, fils de Jupiter & d'Alcmene, étoit l'un des Argonautes, & vivoit par conſéquent 1300 ans avant J. C. Au lieu qu'Hercules, contemporain d'Atlas vivoit 11 âges avant lui (*Voyez Suidas au mot* Orpheus), ce qui fait environ 1100 ans plutôt : car un âge, ou une génération s'eſtimoit autrefois de 100 ans, comme on le voit dans la Genèſe, XV. 13. 16. Cicéron (*de Senectute, n°.* 10.) dit que Neſtor, âgé de 300 ans, avoit vécu trois âges d'homme. (*Voyez Ovide, Metam. XII.* 188.) Hercules.

Il paroît donc que l'Atlas des Grecs paſſoit pour avoir vécu 2400 ans avant J. C. C'eſt auſſi à peu près le temps

de Noë, ſuivant les Commentateurs de l'Ecriture ; & c'eſt auſſi la plus haute antiquité qu'il ſoit poſſible de donner aux élémens de la plus ſimple Aſtronomie, en admettant même cette tradition des Grecs ſur l'ancienneté d'Atlas.

Héros célebres par l'Aſtronomie.

156. Aux Fables d'Uranus, d'Atlas & d'Hercules, on doit ajouter celles de tous les Hommes illuſtres qui s'étoient diſtingués dans l'Aſtronomie, & qui paſſerent pour en être les inventeurs. *Endymion*, *Phaëton*, *Orphée*, *Tireſias*, *Atrée*, *Thieſte*, *Bellerophon*, *Phrixus*, *Dædale*, *Muſæus*, Diſciple d'Orphée ; *Linus*, fils de Mercure & d'Uranie ; *Céphée*, *Caſſiopée*, *Promethée*. (Voy. *Lucianus de Aſtrologia*, *L. I.*) Tous, au jugement même des Anciens, dûrent leur célébrité à leurs connoiſſances dans l'Aſtronomie : les hommes étonnés admiroient, avec un ſaint reſpect, ceux qui leur avoient appris des choſes auſſi ſublimes.

157. Ciceron nous dit expreſſément, (*Tuſcul. quæſt. V.* 3.) que la connoiſſance divine des mouvemens céleſtes, avoit rendu célèbres les noms des héros de la Fable, & avoit donné lieu de dire qu'Atlas ſoutenoit le Ciel, & que ſon frere Prométhée (fils de Japet, qu'on croit être Japhet fils de Noë) étoit attaché au Mont Caucaſe : la même cauſe avoit fait placer parmi les Aſtres, Céphée, Roi d'Ethiopie, ſa femme Caſſiopée, ſa fille Andromede, & ſon gendre Perſée.

Endymion.

158. Pline explique de même la Fable d'Endymion, amoureux de la Lune, (*Liv. II. Chap.* 9.), & le regarde comme un Philoſophe qui avoit étudié, & pénétré le premier les circonſtances du mouvement de cette planete. « La Lu-» ne, cet aſtre qui nous eſt ſi familier & ſi connu, puiſqu'il nous » éclaire pendant la nuit, attira principalement l'admiration » des hommes. Les formes différentes de la Lune, mirent à » la torture tous ceux qui la contemploient, & ils s'indi-» gnoient de connoître ſi peu le plus voiſin de tous les » aſtres. On voyoit la Lune toujours croiſſante ou dé-» croiſſante, d'abord courbée en forme de cornes, puis » partagée en deux également, enſuite plus arrondie, enfin » brillant d'une lumiere pleine, & diſparoiſſant quelque-

» fois tout-à-coup : tantôt brillante pendant la nuit, tan-
» tôt accompagnant le ſoleil pendant le jour ; elle ſe cachoit
» à la fin du mois ; quelquefois elle étoit éclipſée, ſans diſpa-
» roître totalement : alternativement fort élevée, ou fort
» baſſe, & cela de différentes manieres. » Telles étoient les ſingularités frappantes, qu'Endymion expliqua le premier : ce qui le fit paſſer pour avoir été épris des charmes de cette Divinité.

159. Enfin, l'on ſçait aſſez que toute la mythologie des Grecs & l'hiſtoire de ſes héros, eſt mêlée avec les ſignes & les noms des conſtellations & des planetes : on peut en voir les détails dans *Aratus*, *Hyginus*, *Manilius*. Voyez auſſi *Joſ. Scaliger*, dans ſes notes ſur *Manilius*. *Riccioli* dans ſon Almageſte, T. 1. p. 398. & *Phil. Cæſius*, dans l'Ouvrage qui a pour titre : *Cœlum Aſtronomico-Poeticum* : nous en parlerons encore fort au long dans le Livre troiſieme.

160. Juſqu'ici ce n'eſt qu'une tradition obſcure & fabuleuſe ; mais vers le temps du ſiége de Troye, & de l'expédition des Argonautes, 1300 ans avant J. C. l'Aſtronomie fit quelques progrès. Le Centaure CHIRON, Theſſalien & fils de Saturne, apprit aux hommes à faire des aſtériſmes ou figures du Ciel, Χήματα Ὀλύμπου ; il les enſeigna à Achilles. (*Clément d'Alexandrie*, & *Auſon. Edyllium IV. v.* 120.) Hippo, fille de Chiron, qui les avoit appris de ſon pere, les apprit à Æole ; enſorte que ces connoiſſances commencerent à ſe répandre dans la Grèce. L'expédition fameuſe des Argonautes eſt viſiblement liée avec l'établiſſement des conſtellations dans la Grèce, comme l'obſerve M. Newton dans ſa Chronologie. Chiron.

161. On voyoit ſur la Sphère de Muſæus le *Bélier* d'or, qui étoit le pavillon du Navire dans lequel Phryxus ſe ſauva dans la Colchide ; le *Taureau* aux pieds d'airain, dompté par Jaſon ; les *Gemeaux*, Caſtor & Pollux, deux des Argonautes ; le *Cygne* de Leda leur mere ; le *Navire* Argos ; *l'Hydre*, ce Dragon ſi vigilant ; la *Coupe* de Médée ; un *Corbeau* attaché à des cadavres, ſymbole de la mort ; *Chiron*, le maître de Jaſon, avec ſon *Autel* & Argonautes, 1300 ans avant J. C.

ſon ſacrifice ; *Hercules* l'Argonaute avec ſon *dard*, & le *Vautour* tombant ; le *Dragon*, le *Cancer* & le *Lion* qu'il avoit auſſi tués ; enfin, la *Lyre* d'Orphée, qui étoit auſſi l'un des Argonautes. Tout cela prouve aſſez, que ces noms furent donnés par les Grecs aux conſtellations, peu après le temps du voyage des Argonautes (197). C'eſt auſſi ce que penſoit Séneque, quand il diſoit (*L. VIII. ch.* 25.) il n'y a pas encore quinze cents ans, que la Grèce a compté & nommé les étoiles. Séneque écrivoit vers l'an 65 ; ainſi il ſuppoſoit que ces noms étoient de quatorze cents ans plus anciens que J. C.

162. Toute l'Aſtronomie ancienne, juſqu'au temps de Chiron, ſe réduiſoit probablement à examiner le lever de quelques étoiles en différens temps de l'année, & les phaſes de la lune, ſeulement à peu près ; puiſque long-temps après, les Caldéens & les Egyptiens, ainſi que nous le ferons remarquer, ne connoiſſoient pas encore la durée, ni les inégalités de ces mouvemens. Voyons donc s'il eſt poſſible de démêler en quels lieux l'Aſtronomie fit des progrès plus conſidérables.

DE L'ASTRONOMIE CALDE'ENNE.

163. Les anciens habitans des vaſtes pleines de Sennaar, où fut bâtie la ville de Babylone, ſont les premiers Aſtronomes dont l'Hiſtoire faſſe mention : tout concouroit à porter leur attention vers le Ciel ; la garde des troupeaux faiſoit leur principale occupation, de même que la culture de la terre ; mais la chaleur du jour leur faiſoit choiſir le temps de la nuit, pour leurs travaux, leurs exercices & leurs voyages : enſorte, que le ſpectacle des aſtres les devoit occuper, pour ainſi dire, malgré eux. Ajoutons à cela, que dans ces plaines couvertes ſouvent d'un ſable léger que le vent diſperſoit facilement, les Aſtres devoient ſervir à reconnoître les chemins, (*Voyage des Indes Or.* Carré, *ch.* 1.) & à ſe conduire dans les voyages ; enfin, la curioſité, le goût de la ſuperſtition & de l'Aſtrologie *,

* Depuis long-temps le mot d'*Aſtrologie* eſt deſtiné à exprimer l'étude vaine

ajouté dans la ſuite à des motifs plus raiſonnables, acheverent de décider le goût des Caldéens du côté de l'Aſtronomie : ils y firent les premiers quelques progrès, & ils y acquirent la plus grande célébrité.

Babyloniens.

164. Les Babyloniens ont été regardés dans la plus haute antiquité, comme très-habiles dans l'Aſtronomie, & en même-temps dans l'Aſtrologie. Strabon (*Geograph. Liv. XV.*) dit que « la Caldée étoit un grand pays, où » habitoient des Philoſophes occupés de l'Aſtronomie, & » qu'on appelloit *Caldéens* ; quelques-uns prétendoient » pouvoir annoncer aux hommes dès leur naiſſance ce qui » leur devoit arriver ; mais ils étoient déſavoués par les » autres : la nation des Caldéens & la Babylonie qu'ils habi- » tent, eſt voiſine des Arabes & de la mer qu'on appelle » *Perſique.* »

L'Aſtrologie des Babyloniens, eſt citée de même dans pluſieurs endroits de l'Ecriture des Prophetes.

Ciceron (*De Divin. Liv. I. n°. 19. & 42.*) raconte auſſi que les Egyptiens & les Babyloniens, habitans de vaſtes plaines, où rien ne pouvoit borner la vûe & empêcher la contemplation du Ciel, avoient donné tout leur ſoin à la connoiſſance des Aſtres.

Belus, 1320 ans avant J. C.

165. Jupiter Belus, paſſoit pour avoir été l'inventeur de l'Aſtronomie parmi eux, (*Pline Liv. XVII. ch. 26.*) en même-temps qu'il avoit été le fondateur de Babylone. (*Voyez M.* Goguet *de l'orig. des Loix, tom. 2. page* 82. *Edition in-*12.) Les Caldéens prétendoient avoir quatre cents ſoixante & dix mille ans d'obſervations ; d'autres réduiſoient ce calcul à quarante-trois mille ans avant l'arrivée d'Alexandre ; Diodore de Sicile, (*Liv. I. ch.* 2.) & Lactance (*Inſtit. Div. L. II. ch.* 13.) penſent qu'ils prenoient les mois pour des années : dans ce cas, les quarante-trois mille ans ſe réduiſent à trois mille quatre cents ſoixante & ſeize années ſolaires. Mais ce nombre doit être encore bien diminué ; car Pline (*Liv. VII. ch.* 56.) dit

& ſuperſtitieuſe des prédictions & des horoſcopes ; & celui d'*Aſtronomie* réſervé à la ſcience véritable des mouvemens céleſtes, quoique dans l'origine ces deux mots exprimaſſent également la connoiſſance des aſtres.

ſeulement qu'on avoit trouvé parmi eux, des obſervations de 700 ans, ſuivant Epigenes. (*Voyez les Mém. de Trévoux, Janv.* 1706. *& Marsham, pag.* 474.)

La plus ancienne Obſervation.

Ptolémée dans ſon Almageſte, le plus ancien ouvrage d'Aſtronomie que nous ayons, emploie trois éclipſes de lune, dont la premiere avoit été obſervée à Babylone, 721 avant J. C. Il paroît donc que c'eſt vers cette date, qu'il faut placer les plus anciennes obſervations qui euſſent mérité d'être conſervées : tout ce qui avoit précédé, n'étoit qu'un commencement groſſier de connoiſſances aſtronomiques ; il ſe réduiſoit à l'invention du zodiaque, & au retour des phaſes de la lune ; il eſt même fort douteux, que la période de 18 ans 11 jours, qui ramene à peu-près les éclipſes dans le même ordre, ait été connue de ces premiers Caldéens, quoiqu'on l'ait appellée *Période Caldaïque :* nous en parlerons dans le Livre VIII.

166. Zoroaſtre paſſoit parmi les Caldéens, pour avoir été l'un des plus anciens inventeurs de cette ſcience ; mais Diogenes de Laerce, dans ſa Préface, croit que le nom de Zoroaſtre, eſt un nom appellatif, plutôt qu'un nom propre, & qu'il ſignifie obſervateur des Aſtres. En effet, on a compté pluſieurs Zoroaſtres, ſur leſquels les Sçavans ne ſont pas plus d'accord que ſur les Hercules de la Grèce. Dans un Traité fait pour diſculper les grands Hommes de l'accuſation de magie, G. Naudée établit que Zoroaſtre n'avoit point donné dans cette ſuperſtition.

167. Le temple de Jupiter Belus que Sémiramis avoit fait bâtir à Babylone, renfermoit une tour immenſe, qui, ſuivant Hérodote *Liv. I.* avoit un ſtade de hauteur (environ 100 toiſes) & autant de largeur, formée de briques & d'aſphalte, ſur laquelle il y avoit encore ſept grandes tours les unes ſur les autres ; & Diodore de Sicile (*Liv. II. Chap.* 4) aſſure qu'elles ſervoient à obſerver les aſtres.

Il eſt donc vrai que plus de 800 ans avant l'Ere Chrétienne, les Babyloniens examinoient attentivement les mouvemens céleſtes : voyons maintenant à quoi ils étoient parvenus. J'ai dit que leur Aſtronomie ſe réduiſoit preſque à l'invention du zodiaque, & à la diviſion du ciel en conſtellations ;

on a

on a vû dans le premier Livre (46), la maniere dont ils dûrent s'y prendre naturellement pour connoître la trace du ſoleil : voici maintenant ce qu'en diſent les Hiſtoriens.

Méthode pour diviſer le Zodiaque.

168. On trouve dans Sextus Empiricus, Auteur du ſecond ſiécle (*Adverſ. Mathem. Liv. V.*) une idée de la maniere dont il prétend que les premiers Caldéens diviſerent le zodiaque. Comme ils n'avoient aucun moyen de reconnoître les limites des ſignes céleſtes par eux-mêmes, mais ſeulement par les étoiles & les planetes, les Caldéens imaginerent de diviſer tout le contour du zodiaque en 12 parties ; ils remarquerent donc une des étoiles les plus brillantes parmi celles qui ſont dans le zodiaque, & remplirent d'eau un grand vaſe percé d'une petite ouverture : du moment où l'étoile ſe levoit ils laiſſerent couler l'eau dans un autre vaſe juſqu'au lendemain au lever de la même étoile : partageant enſuite cette eau en 12 portions égales, ils remarquerent le temps qu'il falloit à chacune pour s'écouler, & obſerverent les étoiles qui s'élevoient à chaque douzieme. C'eſt ainſi qu'ils compoſerent les 12 ſignes ou les douze portions du zodiaque. Macrobe Auteur du cinquieme ſiècle, en parle auſſi, *Chap.* 22. mais il attribue cette méthode aux Egyptiens.

Ces premiers Obſervateurs ſuppoſoient deux choſes qui n'étoient pas fort exactes ; premiérement, que l'eau s'écouloit également & uniformément de leur vaſe ; quoique dans le vrai, les premieres parties dûſſent couler plus vîte étant chargées du poids de toutes les autres ; ſecondement, ils ſuppoſoient que chaque ſigne ou chaque douzieme partie du zodiaque employoit également deux heures à ſe lever, ou la douzieme partie d'une journée entiere, ce qui n'eſt point vrai. Mais malgré ces ſuppoſitions, ils purent reconnoître par cette méthode quelles étoient à peu-près les conſtellations où devoit ſe trouver le ſoleil dans les différens mois de l'année ; & il y avoit pluſieurs moyens de les diviſer enſuite en parties égales.

Grandeur de la Terre.

169. On prétend que les Caldéens étoient parvenus à connoître à peu-près la grandeur de la terre : ils diſoient (*Achill. Tat. ad Arati Phœn. c.* 18.) qu'un homme

marchant d'un bon pas, ſuivroit le ſoleil autour de la terre, & arriveroit en même temps au point équinoctial, c'eſt-à-dire, qu'en 365 jours un homme feroit le tour de la terre s'il marchoit ſans interruption ; nous trouvons en effet aujourd'hui que la terre a 9000 lieues de circonférence ; or en 365 jours on en feroit 8760 à raiſon d'une lieue par heure : ainſi les Caldéens auroient eu une idée aſſez diſtincte de l'étendue de notre globe ; mais cette connoiſſance ne doit pas être plus ancienne que 500 ans avant J. C.

Cometes. 170. Les Caldéens connoiſſoient le mouvement des Cometes & en prédiſoient les retours, ſuivant Apollonius le Mindien, cité par Séneque : ils les regardoient comme des planetes dont la révolution ſe faiſoit dans des orbites très-excentriques, & qui n'étoient viſibles que dans la partie inférieure de leurs orbites. Séneque, Pline, Plutarque & Stobée parlent très-clairement de ce ſyſtême des Caldéens, (Sen. *Quæſt. nat. L. VII. Ch. 3.* Pline *Liv. II. Sec. 23.* Plut. *Tom. II. p. 893.* Stobée *Eclog. Phiſ. Liv. I. p. 63.*)

Je ſuis perſuadé avec M. Halley que ces connoiſſances étoient fort incertaines & fort vagues. Séneque nous en fournit la preuve dans l'endroit cité : il y parle d'un autre Aſtronome nommé *Epigenes* qui diſoit que les Caldéens n'avoient rien de certain ſur les cometes, & qu'ils les regardoient comme des météores allumés par l'effort de quelque tourbillon d'air violemment agité. Au reſte, ces contradictions ne doivent pas nous ſurprendre : il y avoit pluſieurs écoles chez les Caldéens : Pline en compte trois (*Liv. VI. ch. 26.*). On enſeignoit différens ſyſtêmes dans toutes ces écoles, ſuivant Strabon (*Liv. XVI.*). D'ailleurs, il y a eu dans la ſcience des Caldéens différentes époques : je parle ici des temps qui ont précédé l'Ere de Nabonaſſar, plus de 700 ans avant J. C. & je ne vois rien de certain, ni même de probable dans le ſavoir des Caldéens, ſi ce n'eſt une connoiſſance approchée des périodes du ſoleil & de la lune.

171. Pour démontrer que l'Aſtronomie des Caldéens ſe réduiſoit à très-peu de choſe, je ne voudrois d'autre preuve que le ſentiment de Béroſe, qui croyoit que la lune avoit deux côtés, l'un brillant & l'autre obſcur : enſorte

qu'il ignoroit encore la cauſe des phaſes de la lune. (Plutarque *de plac. Phil. Liv. II. chap.* 29. Vitruve *Liv. IX. ch.* 4.) Ce Béroſe, Aſtronome Caldéen, que pluſieurs Auteurs mettent au temps d'Alexandre le Grand, ſembleroit par-là devoir être plus ancien d'un ſiecle; car Vitruve, (*Liv. IX. ch.* 9.) dit que Béroſe inventa le premier le demi-cercle concave & incliné, qui étoit une eſpèce d'Horloge ſolaire, & qu'il vint enſeigner l'Aſtronomie aux Grecs dans l'Iſle de Co; or, les Grecs avoient déja reçû des Babyloniens l'uſage des Cadrans ſolaires, avant le temps d'Hérodote qui en a parlé dans ſes Ecrits, c'eſt-à-dire, 450 avant J. C.

172. Diodore de Sicile, (*Liv. II. chap.* 8.) nous apprend auſſi que les Caldéens n'étoient point d'accord ſur les éclipſes de ſoleil, qu'ils n'oſoient pas dire leur ſentiment ſur la cauſe, ni prédire le temps de ces éclipſes. Et quoiqu'ils connuſſent bien les ſix planetes, Mercure, Vénus, Mars, Jupiter & Saturne, il paroît qu'ils connoiſſoient mal la durée de leurs révolutions, puiſque Ptolémée, long-temps après, ne ſe flattoit pas encore de les connoître bien.

173. Nous ajouterons à cela, que l'année n'avoit que 360 jours du temps de Moyſe, & chez les Nations de l'antiquité, même les plus éclairées; ce qui prouve une connoiſſance bien imparfaite alors des mouvemens du ſoleil. (*Voyez la Diſſertation de M.* Allen, *inſerée dans la Théorie de la Terre de* Whiſton, *Liv. II. pag.* 144. *M.* Goguet, *tom.* 2. *Liv. III. art.* 2. *& tom.* 4. *Liv. III. chap.* 2. *art.* 2.)

174. Nous voyons que dans les premiers âges, & chez preſque tous les Peuples, l'année n'étoit compoſée que d'un mois lunaire de 30 jours; on n'avoit point d'autre meſure du temps; celle de l'année ſolaire, étoit trop longue pour être apperçue auſſi facilement & auſſi-tôt que le retour des lunaiſons, ou des phaſes de la lune. (*Voyez ſur cette année d'un mois* Diod. *Liv. I. pag.* 30. Varro *apud* Lactant. *inſt. Liv. II. chap.* 13. *pag.* 169. Pline *Liv. VII. ſect.* 49. Plut. *in Numa, pag.* 72. *Ex Eudoxo* Proclus *in*

Année d'un mois.

Tim. Stob. *Eclog. Phyſ. p.* 21. *Gemin. El.* Suidas *in voce* Ἥλιος, *T. II. p.* 54. M. Goguet *L. III. T.* 2. *p.* 89. *Edit. in*-12.)

175. On n'avoit alors ni Chronologie, ni Hiſtoire; la meſure du temps étoit regardée comme peu néceſſaire; on n'examinoit pas même l'erreur qu'il y avoit à faire le mois lunaire de 30 jours, au lieu de 29 & demi. Voilà ſans doute pourquoi il arriva (lorſque le retour des ſaiſons eut fait admettre l'année ſolaire) qu'on lui donna 360 jours, pour qu'elle renfermât 12 mois; & l'on en étoit encore-là au temps de Moyſe, qui vivoit 1450 ans avant J. C.

Année de 365 jours.

176. A l'année d'un mois ſuccéda l'année de 354 jours, enſuite celle de 360, & enfin celle de 365. Dès le regne de Nabonaſſar, 747 ans avant J. C., l'année étoit chez les Caldéens de 365 jours, du moins il ſemble d'après Ptolémée, que les années de Nabonaſſar répondoient jour pour jour à l'année civile des Egyptiens. (Cenſ. *de die nat. c.* 21.)

Les Caldéens reconnurent même enſuite la néceſſité d'ajouter à leurs années communes environ 6 heures; Strabon l'aſſure expreſſément (*Liv. XVII.*) ſans en fixer l'époque; cela nous eſt auſſi indiqué par la période de 18 ans & 11 jours, & par la belle période de 600 ans, qui paroît avoir été connue de Béroſe, 300 ans avant J. C. Nous en parlerons dans le Livre IX: il nous ſuffit d'avoir montré que 800 ans avant J. C., les Caldéens même ne connoiſſoient, qu'à quelques heures près, la durée de l'année ſolaire, & que les autres parties de l'Aſtronomie y étoient très-imparfaites.

177. Malgré la médiocrité des connoiſſances aſtronomiques des Caldéens, on ne peut s'empêcher de les regarder comme les plus anciens Aſtronomes du monde, puiſque Hipparque & Ptolémée qui vivoient en Egypte, ne trouverent point ailleurs d'anciennes obſervations. D'ailleurs, les premiers Ecrivains de la Grèce, ont avoué que leur Nation avoit beaucoup emprunté des Caldéens. (*Voyez* Simplic. *Liv. I.* Ariſtot. *de cœlo Liv. II.* Herod. *Liv. II. n°.* 109. Strab. *Liv. XVII.* Theo. *ad Arati prognoſ.* Syncelle, *pag.* 207. Marsham, *pag.* 274. *M.* Goguet *tom.* 5. *pag.* 233.)

DE L'ASTRONOMIE EGYPTIENNE.

178. Les premieres connoiſſances que les Grecs attribuoient à Atlas (154), & les Caldéens à Bélus (165), ſont attribuées aux Egyptiens dans quelques autres paſſages de l'Hiſtoire ancienne. Lucien, dans ſon Livre ſur l'Aſtrologie, dit auſſi qu'ils avoient été précédés par les Ethiopiens. Ceux-ci, invités par la ſituation favorable de leur pays, par une vie tranquille & par un ciel toujours ſerein, obſerverent les aſtres, & tranſmirent leurs connoiſſances aux Egyptiens. Diodore (*Liv. I. ch. 2. & Liv. III. ch.* 1.) penſe auſſi que les Egyptiens étoient une Colonie Ethiopienne, & qu'ils avoient reçu des Ethiopiens leurs ſciences & leurs uſages; il ajoute que les Egyptiens ſe vantoient d'avoir appris l'Aſtronomie aux Caldéens: mais ceci n'a aucune vraiſemblance. Platon, Ariſtote & Pline, attribuent concurremment la premiere invention aux Egyptiens & aux Caldéens: mais tout ceci n'appartenant qu'aux temps fabuleux & obſcurs, ne mérite pas que nous y inſiſtions. Les Egyptiens, auſſi-bien que les Caldéens, mêloient beaucoup de rêveries & de prédictions aſtrologiques dans leurs études aſtronomiques; ils en rapportoient l'origine à Mercure, qu'ils appelloient *Theutus;* ſuivant d'autres, à Vulcain fils de Ninus, ou à *Actis* l'une des filles du Soleil, née dans l'Iſle de Rhodes, & qui étoit venue en Egypte. (*Voyez Platon, Diogene de Laerce, Diodore de Sicile, Hérodote, Lucien.*)

179. Il eſt difficile de diſtinguer, quelle part les Egyptiens avoient eue dans la connoiſſance du ciel: ils obſervoient certainement les aſtres vers le temps du Centaure Chiron; mais leur maniere myſtérieuſe & énigmatique de s'expliquer, en enveloppant leurs connoiſſances ſous des hieroglyphes & des emblêmes, fait qu'on n'a rien ſçu de poſitif ſur la date & l'origine de leur premiere Aſtronomie: on peut même douter, ſi elle alloit auſſi loin que celle dont nous avons parlé à l'occaſion des Caldéens. Hérodote (*Liv. II.*) prétend que preſque tous les noms des Dieux, avoient été tranſportés de l'Egypte à la Grèce: Noms des Conſtellations.

il paroît donc que les noms des conſtellations venoient des Egyptiens, comme nous le dirons dans le Livre III, & que les Grecs en firent ſeulement l'application à leur Hiſtoire.

180. Les Thébains ou les habitans de Dioſpolis, ville de la haute Egypte, qui ſe regardoient comme le Peuple le plus ancien de l'Egypte, & qui prétendoient avoir découvert l'Aſtronomie, comptoient les années de 365 jours, lors même qu'ils eurent remarqué la différence ou l'erreur d'un quart de jour qu'il y avoit dans leurs années, ce qui arriva du temps d'Hérodote, ils ne ceſſerent point de les faire toujours égales : par ce moyen, il ſe trouva que le ſoleil arrivoit à l'équinoxe tous les quatre ans, un jour plus tard. En effet, au bout de 4 ans, le premier jour du mois Thot ou le commencement de leur année civile avoit avancé de quatre fois 365 jours ou 1460 jours ; mais le ſoleil avoit avancé de quatre fois 365 jours & un quart, ou de 1461 jours, lorſqu'il étoit dans l'équinoxe : ainſi le commencement de leur année civile, étoit donc en retard d'un jour tous les quatre ans.

Période des Egyptiens.

181. Ce retardement d'un jour tous les quatre ans produiſoit une année au bout de 1460 ans ; c'eſt-à-dire, qu'il falloit 1461 années civiles pour faire 1460 années ſolaires ; cette période a été appellée dans la ſuite *la grande année des Egyptiens*, *l'année de Dieu*, *le Cycle caniculaire*, *la Période Sothique* ou *Sothiaque* : cette période commençoit lorſque *Syrius*, ou la Canicule ſortoit des rayons du ſoleil le premier jour de l'année civile. (Cenſorinus *de die natali*, *cap.* 18. Clem. *Alex.* Petavii *Uranologion.*) Nous en parlerons encore dans le IVe. Livre à l'occaſion du lever héliaque de Syrius.

La période de 600 ans qui ſuppoſe une plus grande exactitude dans les connoiſſances aſtronomiques, eſt citée dans Joſephe, peut-être même étoit-elle connue du tems de Béroſe ; mais cet Auteur n'a vécu qu'environ trois ſiécles avant J. C. ainſi l'on ne peut en conclure que dans les temps dont nous parlons, on ait connu en Egypte la vraie durée de l'année ſolaire : nous traiterons de cette période dans le VIIIe. Livre.

Connue 500 ans avant J. C.

182. On eſt incertain ſi les Egyptiens ont connu plus de 600 ans avant J. C. l'erreur d'environ ſix heures qu'il y a dans les années communes de 365 jours. Il me ſemble qu'ils l'ignoroient alors, comme le croit M. *Goguet*. En effet, Thalès, revenu d'Egypte 600 ans avant J. C. apprit aux Grecs à faire leur année de 365 jours : l'année Egyptienne n'en avoit donc pas davantage. Hérodote qui écrivoit dans le Ve. ſiécle avant J. C. dont le témoignage eſt ſi reſpectable pour tout ce qui concerne les anciens Egyptiens, dit que « leur année étoit compoſée de 12 mois, cha» cun de 30 jours, auxquels on ajoutoit cinq jours de plus » tous les ans ; par ce moyen, continue-t-il, les Egyptiens » ſe procurent le retour périodique des ſaiſons dans les » mêmes mois de l'année ». On voit par ces dernieres paroles, qu'Hérodote ne connut pas l'erreur des années Egyptiennes ; cependant il avoit été très-long-temps en Egypte, & avoit vécu intimement avec les Prêtres les plus habiles. Platon & Eudoxe, 80 ans après Hérodote, apprirent des Egyptiens, comme une choſe myſtérieuſe & ſecrette, la circonſtance des ſix heures ; ce qui ſemble prouver que la découverte étoit récente en Egypte (Strabon, *L. XVII.*). C'eſt alors qu'on commença à diſtinguer l'année aſtronomique de l'année civile qui continua à être de 365 jours. (*Mém. de l'Acad. des Inſcr. Tom. XIV. p.* 340. Gemin. *p.* 33. Cenſor. *c.* 18. Theo. *Alex. Fragm. apud Petav. in Uranol.*). Alors on reconnut que l'année civile étoit une année vague & rétrograde, qui ne concouroit avec l'année aſtronomique que tous les 1460 ans.

Connoiſſances des Egyptiens 400 ans avant J. C.

183. Diogenes de Laërce, dans la Préface de ſon Hiſtoire, attribue beaucoup de connoiſſances aux Egyptiens ; mais c'eſt à un temps bien poſtérieur, & environ à l'an 400 avant J. C. qu'il faut rapporter ce qu'il en dit. Suivant cet Auteur, on ſçavoit en Egypte que les étoiles étoient des feux ; que le monde étoit rond comme une boule, que la lune s'éclipſoit en entrant dans l'ombre de la terre, & que le mouvement des planetes étoit fort inégal. (*Diod. Liv. I.*).

Il en eſt de même de ce que rapporte Macrobe (*Somn.*

Scip. L. I. c. 19.). « Les Egyptiens ont découvert par » leurs obſervations que le cercle décrit par le ſoleil, eſt » environné par le cercle que Mercure décrit, qui eſt inférieur, & que le cercle de Vénus renferme celui-ci, étant » plus élevé; de maniere que ces deux aſtres, lorſqu'ils ſont » à la partie ſupérieure de leurs cercles, ſont au-delà du ſoleil, & lorſqu'ils ſont à la partie inférieure, ſont plus près » de nous que le ſoleil ».

Vitruve, (*Liv. IX. ch.* 4.) raconte encore plus clairement cette découverte du mouvement de Vénus & de Mercure autour du ſoleil : « On le reconnoît, dit-il, par » le moyen de Vénus qui ſuit le ſoleil le ſoir, ou le précede » le matin, ſans jamais le quitter, quelque brillante qu'elle » ſoit ». Mais il ne paroît pas que cette belle remarque ait été faite plus de 400 ans avant J. C. lorſqu'après une longue ſuite d'obſervations, un grand nombre de Génies ſe furent exercés à combiner & à étudier toutes les apparences du mouvement des planetes.

Eclipſe prédite par Thalès.

184. On croit que les Egyptiens prédiſoient des éclipſes, & que d'après eux Thalès prédit celle qui ſépara les armées des Lydiens & des Medes, 585 avant J. C. (Hérodote, *L. I. n.* 74.). Mais la prédiction de Thalès me paroît fort ſuſpecte du merveilleux des anciennes hiſtoires, (*Mém. Acad.* 1756. *p.* 78.). Le mot d'*éclipſe* ne s'y trouve même pas, & Hérodote ſemble dire que Thalès n'avoit prédit que l'année où arriva ce phénomène.

Mouvement de la Terre.

185. C'eſt aux Egyptiens qu'on rapporte les premieres idées du mouvement de la terre, ou du ſyſtême de Copernic, dont Philolaüs & Ariſtarque parlerent enſuite dans la Grece, (*Mém. de l'Acad. des Inſcr. T. IX. p.* 2. *&c.*). Ils eurent la premiere idée de la pluralité des mondes. Orphée la répandit parmi les Grecs. Proclus nous a conſervé des vers, dans leſquels on voit que l'Auteur des Orphiques mettoit des montagnes, des hommes & des villes bien bâties dans la lune (*Voyez* Plut. *de plac. Phil. L. II. ch.* 13. Euſeb. *Præp. Ev. L. XV. c.* 30. Stob. *L. I. Eclog. Phiſ.* Plato *in Tim. L. IV. p.* 283. Jamblic. *de vita Pytag. c.* 34.) Les Pytagoriciens enſeignerent la même choſe : or l'on ſçait qu'Orphée

qu'Orphée & Pythagore étoient redevables à l'Egypte de toutes leurs connoiſſances ſuivant Diodore (*Liv. I.*).

186. La période de ſept jours, c'eſt-à-dire, notre ſemaine, dont les jours ſont conſacrés aux ſept planetes, fut un établiſſement des Egyptiens, ſuivant Hérodote (*L. II.*) & Dion Caſſius (*L. XXXVII.*), qui fut enſuite adopté par les Grecs & les Romains. Nous en parlerons dans le huitieme Livre.

187. Le lever & le coucher des étoiles en divers temps de l'année, dut être un des premiers objets de l'attention des peuples obſervateurs ; auſſi les Egyptiens en avoient dreſſé des Tables, comme il paroît par un paſſage de Diodore de Sicile (*Liv. I. part. 2. ch. 1.*), où il s'agit du tombeau d'*Oſymandias*, roi d'Héliopolis. On y voyoit un cercle d'or de 365 coudées ; ſur chacune on voyoit un jour de l'année, avec le lever & le coucher des étoiles : ce cercle fut enlevé ſous le regne de Cambyſe, roi de Perſe, lors de la conquête de l'Egypte. C'eſt mal-à-propos que l'Editeur de l'*Hiſtoire Céleſte de* Tycho-brahé, ajoute que ce cercle ſervoit à meſurer chaque jour le mouvement du ſoleil ; M. Weidler aſſure qu'on ne trouve cette circonſtance dans aucun Auteur, quoiqu'Albertus Curtius ait cité Denys d'Halicarnaſſe à ce ſujet.

Cercle d'Oſymandias.

188. C'eſt une choſe remarquable & digne de l'exactitude aſtronomique des Egyptiens, que la ſituation des Pyramides d'Egypte. M. Chazelles, envoyé par l'Académie des Sciences en 1694. au Levant, pour y faire des obſervations aſtronomiques, rapporta que les Pyramides qui ſubſiſtent encore, étoient orientées de maniere que leurs quatre côtés regardoient préciſément les quatre parties du monde. (*Hiſt. de l'Acad.* 1710.)

189. Strabon qui voyagea en Egypte vers le temps d'Auguſte, ne trouva plus de veſtiges de ces ſciences parmi les Prêtres d'Egypte. Voici ce qu'il en raconte (*Liv. XVII.*) : « Nous vîmes à Héliopolis de vaſtes édifices où habitoient » les Prêtres ; on prétend qu'ils avoient été la demeure des » anciens Prêtres qui s'adonnoient à l'étude de l'Aſtrono- » mie & de la Philoſophie : aujourd'hui ce n'eſt plus la même

Décadence de l'Aſtronomie en Egypte.

» choſe ; nous n'y vîmes perſonne qui s'occupât de ces » ſciences, mais ſeulement des hommes qui avoient ſoin » des ſacrifices, & qui en expliquoient aux étrangers les » différentes cérémonies. Un nommé *Chæremon* qui cul- » tivoit cette ſcience, avoit accompagné en Egypte le Gé- » néral Ælius Gallus ; mais la ſtupidité & l'arrogance des » Egyptiens leur faiſoient mépriſer ce Sçavant. On montroit » auſſi les édifices où *Eudoxe* & *Platon* avoient habité au- » trefois (211) : en effet, ces deux Philoſophes y avoient » été enſemble, &, à ce que l'on prétend, avoient demeuré » 13 ans parmi les Prêtres d'Egypte. Ces Prêtres, fort ha- » biles dans la ſcience du Ciel, la gardoient avec un très- » grand ſecret, & ne la communiquoient à perſonne ; ce- » pendant à force de temps & de conſtance, ces deux Phi- » loſophes parvinrent à être inſtruits de pluſieurs préce- » tes, quoique les Barbares en diſſimulaſſent bien davan- » tage. Ils apprirent, par exemple, la quantité dont l'an- » née eſt plus grande que 365 jours ; car dans ce temps-là » on ne connoiſſoit pas l'année parmi les Grecs, & l'on » ignoroit bien d'autres choſes, juſqu'à ce que les jeunes » Aſtronomes les apprirent de ceux qui avoient traduit en » Grec les monumens des Prêtres, comme ils les appren- » nent encore tant de ceux-là, que des Caldéens ». Ainſi les Egyptiens n'avoient brillé mille ans auparavant qu'à raiſon de l'ignorance des Grecs ; leur ſcience & leur célébrité avoient paſſé à ceux-ci au temps de Strabon.

190. J'ajouterai encore avec M. Goguet (*T. V. p.* 235.) une cauſe qui a dû rendre les Egyptiens plus célebres que tous les autres ; la partialité & le préjugé des Grecs. Nous tenons des Grecs tout ce que nous pouvons ſçavoir de l'état des Sciences chez les anciens peuples ; la plûpart des grands établiſſemens de la Grece avoient été formés par des colonies venues d'Egypte ; les Grecs inſtruits d'abord à l'école des Egyptiens, les ont regardés comme inventeurs de toutes les Sciences, & leurs Ecrivains en ont parlé ſur ce ton ; de ſorte qu'il devient très-difficile pour nous de démêler le mérite des autres nations ; au reſte nous en avons trouvé ſuffiſamment pour aſſurer la prééminence des

Caldéens (177). Je crois cependant, comme M. Goguet, que les Caldéens étoient auſſi ignorans en Aſtronomie 800 ans avant J. C. que les Péruviens, les Mexicains & les Chinois ſe ſont trouvés l'être dans le XV$_e$. ſiécle ; mais cette ſcience avoit fait dans l'eſpace de 600 ans des progrès rapides en Aſie, & les Américains en paroiſſoient bien éloignés.

191. Ce ſeroit peut-être ici le lieu de parler de l'Aſtronomie des Américains ; mais mon deſſein n'eſt que de tracer la marche des découvertes que j'expliquerai dans ce Livre, & je ſupprime (pour abréger) tout ce qui n'a pas une liaiſon d'origine avec l'Aſtronomie que nous poſſédons aujourd'hui ; je dirai ſeulement quelque choſe de l'Aſtronomie des Chinois, lorſque je ſerai parvenu vers le Xe. ſiécle, où elle commença à être un peu remarquable. On peut d'ailleurs voir de plus grands détails dans M. Weidler qui a compoſé ſur l'Hiſtoire ſeule de l'Aſtronomie un très-bon ouvrage, imprimé à Vittemberg *in*-4°. en 1741.

ASTRONOMIE DES PHÉNICIENS.

192. Plusieurs Auteurs parlent des Phéniciens comme ayant été très-ſçavans dans l'Aſtronomie. Homere les cite, & Pline le Naturaliſte (*Liv. V. ch.* 12.) dit que cette nation acquit une très-grande gloire par l'invention des lettres, de l'Aſtronomie, de la navigation & de la guerre. Il paroît par un paſſage de Virgile, que les premiers Navigateurs du monde avoient donné des noms à pluſieurs conſtellations :

> Navita tum ſtellis numeros & nomina fecit,
> Pleiadas, Hyadas, clarumque Lycaonis Arcton. *Georg. I.* 137.

Mais les Phéniciens ont pû apprendre des Babyloniens & des Egyptiens ce que l'on connoiſſoit d'Aſtronomie parmi eux, & nous ne voyons rien dans les anciens Auteurs qui prouve de la part de cette nation des découvertes particulieres ſur les mouvemens des planetes : on ne peut guères attribuer aux Phéniciens autre choſe que l'uſage de l'obſervation des étoiles boréales pour le progrès de la navigation. (M. Caſſini, *Origine de l'Aſtronomie.*)

De la grande Ourſe.

193. La conſtellation de la grande ourſe, la plus remarquable de toutes (5), paroiſſant tantôt au plus haut du ciel, tantôt au plus bas, d'abord à droite & enſuite à gauche, recommençant tous les jours le même tour, fut nommée *la Roue* ou *le Charriot*. Ἄρκτον θ' ἣν καὶ ἅμαξαν ἐπίκλησιν καλέουσιν, c'eſt-à-dire, *l'Ourſe, qu'on ſurnomme auſſi le Charriot*, dit Homere dans ſon XVIIIe. Livre de l'Iliade, vers 487. Les Romains donnoient le nom de *Teriones* aux bœufs qu'on employoit dans le labourage; ils appellerent *Septemtriones*, les ſept étoiles remarquables de ce charriot, d'où eſt venu le mot de *Septentrion*.

Etymologies de ce nom.

194. Suivant les conjectures de M. Pluche, les pilotes Phéniciens qui ſe tournoient ſans ceſſe vers la grande ourſe, pour s'inſtruire & ſe diriger dans leur route, l'appellerent *Parraſis*, qui veut dire, *inſtruction*, *régle*, *indication*, comme l'indique le mot Hébreu *Pharrashah*, *indication*, *explication*. On l'appella auſſi *Kalitſah*, c'eſt-à-dire, en Hébreu, *la délivrance*, *le ſalut*, d'où vint le nom Grec de *Calliſto*. Enfin, elle fut appellée *Dobeb*, qui veut dire en Hébreu, *parlant*, parce qu'en effet cette conſtellation étoit parlante pour des navigateurs. (Buxtorf, *Lexicon Hebr. p.* 128. 134. & 626.) Ce mot de *Dobeb* produiſit enſuite une équivoque, (*Spect. de la Nat. T. IV. p.* 332.) parce qu'en Hébreu on appelle *Dobé*, un ours: les Phéniciens ne communiquerent le nom de cette conſtellation que dans ce dernier ſens, abſolument étranger à la figure ou aux ſervices de cette conſtellation; cependant le nom d'*Ourſe* lui eſt reſté: bien d'autres métamorphoſes, embellies par les Poëtes, n'ont peut-être, auſſi bien que celle-là, d'autre origine qu'un double ſens. Je ne ſçais ſi cette conjecture eſt vraie, mais les étymologies ſont exactes, & elles expliquent d'une maniere heureuſe les différens noms que cette conſtellation a portés dans la Grece, & que nous rappellerons dans le IIIe. Livre: cependant M. l'Abbé Barthélemy, ſi célebre & ſi ſçavant dans la connoiſſance des Langues, m'a dit qu'il étoit perſuadé que l'opinion de M. Pluche ſur le nom de la grande ourſe n'eſt qu'une conjecture, auſſi peu fondée que la plûpart de celles qu'on voit dans l'*Hiſtoire du Ciel* & dans les autres Ouvrages du même Auteur.

M. Goguet croit que l'on donna à cette conſtellation le nom d'*Ourſe*, parce qu'elle paroiſſoit du côté du nord, & qu'on ſçavoit que les ours habitent principalement dans les pays ſeptentrionaux.

Petite Ourſe.

195. On dut s'appercevoir bientôt que l'obſervation de la grande ourſe n'avoit pas une aſſez grande préciſion, parce que cette conſtellation occupoit un très-grand eſpace dans le ciel, & faiſoit un très-grand tour en 24 heures, en ſorte qu'elle expoſoit les pilotes à s'écarter beaucoup de leur véritable route, ſi ſur la fin de la nuit ils l'avoient ſuppoſée dans la même ſituation qu'au commencement. On remarqua une autre conſtellation, moins brillante, à la vérité, que la grande ourſe, mais preſque d'une forme ſemblable, occupant un moindre champ, & variant moins dans ſa ſituation ; on lui donna, (ſans doute par comparaiſon avec l'autre) le nom de *petite Ourſe* ; mais les trois étoiles qui forment la queue de celle-ci, étant relevées en ligne courbe, & imitant la queue d'un chien plutôt que celle d'une ourſe, elle fut appellée Κυνὸς ὄυρα, *Cynoſure*, ou *Queue de chien*, (*Voyez* Didyme *ſur le vers 465 du XVIIIe. Livre de l'Iliade.*)

Etoile Polaire.

Depuis long-temps c'eſt la derniere étoile de la queue de la petite ourſe qui eſt pour nous l'étoile polaire, c'eſt-à-dire, qui eſt la plus fixe de toutes les étoiles remarquables qui approchent du pole. Ceux qui navigent dans la Méditerranée, ont les Alpes au nord, & voient l'étoile polaire au-delà, ou *Trà monti*, d'où eſt venu le nom de *Tramontane*, & le proverbe d'un homme qui perd la tramontane quand il ne ſçait plus où il en eſt. Nous avons déja parlé de l'étoile polaire dans le premier Livre (4), pour ſervir à orienter l'Obſervateur qui voudroit prendre les premieres notions de la Sphère en examinant les étoiles.

Navigation des Grecs.

196. La connoiſſance des étoiles circonpolaires fut ce qui rendit les navigations des Grecs plus hardies & plus heureuſes. Avant que Thalès de Milet qui avoit appris des Phéniciens l'uſage des étoiles boréales, l'eût communiqué à la Grece environ 600 ans avant J. C. les Grecs n'avoient qu'un commerce borné & une navigation timide ; ils

naviguoient terre-à-terre, ſans s'écarter des côtes, & n'entreprenoient aucun voyage de long cours. On voit dans le IIIe. Livre de l'Odyſſée, combien il falloit aux Héros de la Grece de préparatifs, de délibérations pour traverſer la Mer Egée. Virgile, toujours attentif au Coſtume, fait ranger toutes les côtes de Grece & de Sicile à la flotte Troyenne, ſans la conduire en haute mer, pour ſe conformer aux pratiques de ces premiers temps : après l'avoir menée au bout de l'Italie, il lui fait faire le long circuit de la Sicile, plutôt que de la conduire aux bouches du Tybre par le détroit de Meſſine ; on redoutoit encore alors la rencontre de Caribde & de Scylla, qui du temps de Virgile n'épouvantoient plus perſonne.

197. Mais rien ne fit plus de bruit avant le ſiége de Troye, que l'expédition des Argonautes, c'eſt-à-dire, le trajet de la Propontide qui eſt aujourd'hui la Mer de Marmara, entre le détroit des Dardanelles & celui de Conſtantinople, & du Pont Euxin qui eſt actuellement la Mer Noire. On regarda ce voyage comme un exploit merveilleux : les Dieux même paſſerent pour avoir été frappés de la hardieſſe de l'entrepriſe ; & l'on plaça dans le ciel (161) ce vaiſſeau mémorable, qui avoit été depuis Iolchos, ville ſituée au fond du golfe de Theſſalie, où l'on a bâti depuis la ville de Démétriade, juſqu'à l'embouchure du Phaſe ; voyage que font actuellement toutes les barques de Turquie. (*Voyez* M. Caſſini, *Origine de l'Aſtronomie.*)

Navigation des Phéniciens.

198. Tandis que les Grecs étoient ſi peu inſtruits dans la ſcience des aſtres, & ſi timides dans leur navigation, les Phéniciens avoient formé ſur les côtes de Syrie un Etat opulent : on retrouve des veſtiges de leurs colonies & des noms-propres tirés de leur langue ſur les trois côtes de la Sicile, (Voyez *le Chanaan de* Sam. Bochart), dans les principales iſles de la Méditerranée, le long des côtes de Barbarie, en Eſpagne, & ſur-tout dans la Bétique ou Andalouſie. Tout ce pays, & ſpécialement le Betis ou Guadalquivir, portoit alors le nom de *Tarſis* * : les Phéniciens en tiroient du blé,

* Pauſanias *in Eliacis ſecundis*, c'eſt-à-dire, dans ſon ſecond Voyage de l'Elide.

du vin, des laines, des bois de conſtruction, de l'or, de l'argent, de l'étain (Strabon, *Liv. III.* Mela, *Liv. II. ch. 6.* Pline, *Liv. III.*). Les côtes de Tarſis furent long-temps le *Non plus ultrà* ; de-là vient que dans l'Ecriture, les grands vaiſſeaux & les flottes deſtinés aux voyages de long cours, étoient appellés *les vaiſſeaux de Tarſis*, (*Pſ. XLVII. 8. Iſaïe, II. 16.*) ; mais enfin ils paſſerent le détroit de Gibraltar, & allerent juſqu'à Gadir, aujourd'hui Cadix. D'un autre côté, ils établirent leur commerce ſur les côtes d'Afrique & d'Aſie, par le golfe Arabique, qu'on nommoit dès-lors *Mer Iduméenne*, ou *Mer Rouge*, parce que les Iduméens, qui en étoient voiſins, tiroient leur nom & leur origine d'*Eſaü*, qui a porté le ſurnom d'*Edom* ou *Rouge* : il y avoit des ports dans la Mer Rouge où les Phéniciens avoient la liberté du commerce.

299. Ce furent les pilotes d'Hiram, roi de Tyr, qui environ 1000 ans avant J. C. & lorſque les Grecs étoient encore novices dans la navigation, l'enſeignerent aux Hébreux. Salomon, devenu, par les conquêtes de ſon pere, maître de l'Idumée & du fond de la Mer Rouge, ſentit, (comme ont toujours fait les plus grands Politiques) la néceſſité d'une marine ; c'étoit le ſeul moyen de bannir la fainéantiſe de ſes Etats & d'y amener l'opulence. Il établit les ports d'Elath & d'Eſiongaber ſur la Mer Rouge : les Hébreux & les Tyriens alloient de compagnie en Ophir, qui eſt aujourd'hui la côte de Sofala ; ils en rapportoient de l'or, de l'argent, de l'yvoire & des animaux ſinguliers : ils allerent enſuite à Tarſis en Eſpagne, & ils employoient trois ans à faire ce voyage; car on ſçait qu'ils firent le tour de l'Afrique vers l'an 610 avant J. C. (Herod. *L. IV. n.* 42.) & doublerent le Cap de Bonne-Eſpérance, qui fut enſuite oublié pendant 2000 ans. (Voy. *le IIIe. Liv: des Rois, ch. 9. & 10. le IIe. Livre des Paralip. ch 6. & 8. le Spect. de la Nat. Tom. IV. p. 343. M.* Goguet, *Tom. V. p. 265.* C'eſt ainſi que les premieres connoiſſances de l'Aſtronomie furent les premieres ſources du commerce & de l'induſtrie des nations, de l'activité, de la perfection, de la ſcience, de la Philoſophie, & par conſéquent du bonheur de l'humanité.

Navigation des Juifs.

L'ASTRONOMIE DES GRECS.

200. Quelque médiocre que fût l'Aſtronomie des Egyptiens, 600 ans avant J. C. cependant les Grecs en ſçavoient beaucoup moins qu'eux : perſonne dans la Grèce n'avoit ſongé à obſerver les mouvemens céleſtes, & leurs Auteurs en conviennent.

Conſtellations citées dans Homere.

Homere ne parle que de quelques conſtellations, telles que les Pleïades, les Hyades, le Bouvier, l'Ourſe ou le Charriot, & Orion. Ulyſſe s'en ſervoit pour conduire ſon vaiſſeau, (*Odyſſ. V.* 271.). Héſiode qui vivoit 800 ans avant J. C. rapporte au lever & au coucher héliaque de quelques conſtellations les travaux annuels de la campagne ; ce qui fait voir qu'alors les laboureurs n'ayant point de calendrier, ſe ſervoient des aſtres pour régler les différens ouvrages de l'agriculture, & que les Poëtes en parloient à leur imitation : Héſiode cite les Pleïades, Arcturus, Syrius, Orion, les Hyades : il dit, par exemple, que le coucher des Pleïades arrive le matin au temps de l'équinoxe d'automne ; mais, comme le remarque *Platon* dans ſon *Epaminondas*, « de ſemblables connoiſſances ne ſuffiſoient pas pour former des Aſtronomes ; il auroit fallu, dit ce grand Philoſophe, connoître les huit orbes céleſtes, ſçavoir comment celles des ſept planetes étoient placées ſous le huitieme ciel, & dans quel ordre elles étoient parcourues... Toutes ces connoiſſances ſont difficiles à acquérir, il faut s'y être préparé dès l'enfance par des études convenables & par un travail aſſidu. »

201. Les Grecs n'avoient encore aucune Aſtronomie planetaire, environ 550 ans av. J. C. Diogenes de Laërce (*L. I.*) nous apprend que Thalès fut le premier des Grecs qui détermina la courſe du ſoleil d'un ſolſtice à l'autre, & le compara avec l'orbite de la lune. Thale's le Miléſien, l'un des ſept Sages de la Grèce, voyagea en Egypte étant déja avancé en âge, & revint à Milet où il s'occupa de l'étude des Mathématiques & des cauſes naturelles : il inſtruiſoit les autres avec plaiſir & avec ſoin. Plutarque parle aſſez au long de ſa

Thalès enſeigne l'Aſtronomie aux Grecs.

de ſa philoſophie. Il connoiſſoit la cauſe des éclipſes & la rondeur de la terre ; il diſtinguoit les zones de la terre par le moyen des tropiques & des cercles polaires ; il marquoit auſſi le cercle oblique du zodiaque, le méridien qui coupe tous ces cercles en s'étendant du nord au ſud, & le diametre apparent du ſoleil. Hérodote (*Liv. I.*) aſſure qu'il avoit prédit aux Ioniens une éclipſe totale de ſoleil qui arriva pendant la guerre des Lydiens & des Medes ; & Riccioli croit que cette éclipſe fut celle de l'an 585 avant J. C. Cependant la maniere dont Hérodote raconte cette prédiction, eſt ſi vague qu'on a peine à croire qu'elle ait réellement été faite. S'il étoit vrai que Thalès eût prédit une éclipſe de ſoleil, ce ne pourroit être que par le moyen de la période générale de 18 ans & 11 jours, dont il auroit eu connoiſſance par les Egyptiens ou les Caldéens, car on n'étoit pas encore au point de pouvoir prédire les éclipſes par un calcul exact du mouvement de la lune, (*Voyez* Gaſſendi *dans la Vie de* Tycho-brahé.)

On attribue auſſi à Thalès le nom d'*Arctos* que porte la petite Ourſe, (Hyginus, *Poët. Aſtron. Liv. II. ch.* 2.); elle s'appella auſſi *Phénice*, ſuivant le même Auteur, parce que Thalès étoit d'origine Phénicienne ; mais il eſt plus probable que ce nom étoit ancien, & venoit des navigateurs Phéniciens ; la grande Ourſe étoit nommée *Arctos* dans Homere. (193)

202. L'année des Grecs avoit été originairement de 354 jours. Elle étoit encore de 360 du temps de Solon, (Marsham, *pag.* 610) & même long-temps après : 300 ans avant J. C. ces années étoient formées de douze mois lunaires de 30 jours chacun ; enſorte que l'année qui en réſultoit, n'étoit ni ſolaire, ni lunaire : tantôt on retranchoit un jour du mois, & tantôt deux, (Cicero *in Verrem, Act. II. n.* 52) ; il arrivoit d'ailleurs qu'après un certain temps les douze mois lunaires ne répondoient pas aux quatre ſaiſons de l'année ; les Grecs en ajoutoient un treizieme à chaque troiſieme année, (Hérod. *L. II. n.* 4.) : mais comme leurs années par-là devenoient trop longues au bout de 8 ans, ils omettoient, chaque 8ᵉ année, un mois intercalaire : ils avoient

Forme biſarre des années.

encore cette forme biſarre dans leurs années, 300 ans avant J. C. (Plin. *L. XXXIV. ch.* 12.), quoique déja inſtruits par leurs voyages en Egypte. Nous parlerons de leurs ſemaines de dix jours dans le VIIIe. Livre. A tous égards, ils furent devancés & inſtruits par les Orientaux.

Ils ne connoiſſoient pas les Planetes.

203. A l'égard des planetes, Vénus eſt la ſeule dont il ſoit parlé dans Héſiode & dans Homere. Démocrite ſoupçonnoit qu'il y avoit pluſieurs étoiles errantes, mais il n'avoit pas oſé en déterminer le nombre, (Sen. *Quæſt. Nat. Liv. VII. ch.* 3.); & les Grecs ne ſçavoient point encore qu'il y eût cinq planetes : ce fut Eudoxe qui en apporta d'Egypte la premiere connoiſſance, 400 ans avant J. C. Les Grecs en voyant Vénus briller tantôt le ſoir & tantôt le matin, en avoient fait deux planetes différentes, *Eſperos* & *Eoſphoros*. Apollodore prétend que Pythagore fut le premier qui fit connoître aux Grecs que ces deux aſtres n'en faiſoient qu'un, (Stob. *Ecl. Phyſ. L. I. p.* 55. Plin. *L. II. ch.* 26. Diog. Laërt. *L. VIII.*); mais Phavorinus faiſoit honneur de cette découverte à Parmenide qui vivoit environ 50 ans plus tard que Pythagore, (Diog. Laërt. *Liv. IX. ſect.* 23.)

204. La célébrité de Thalès forma l'école d'Ionie, d'où ſortirent pluſieurs grands Philoſophes, & ſur-tout Anaximandre. Il naquit 610 ans avant J. C. Diogenes de Laërce (*Liv. II.*) nous apprend qu'il établit à Lacédémone un Gnomon, dont l'ombre ſervoit à marquer les équinoxes & les ſolſtices. Pline (*L. VII. ch.* 26.) & Strabon ajoutent qu'il fit le premier des cartes géographiques & une ſphère artificielle : il meſura, avec plus de ſoin qu'on ne l'avoit encore fait, l'obliquité du Zodiaque, & paſſa pour en être l'inventeur. Il ſoutint qu'il y avoit une infinité de mondes à des diſtances égales les uns des autres, (Euſeb. *Præp. Evang. XIV.* 5.); ce qui prouve que l'étendue de ſon imagination n'étoit pas reſtreinte par les bornes étroites des connoiſſances de ſon temps, (*Mém. des Inſcr. T. X. p.* 23.) Il enſeigna le premier aux Grecs que le ſoleil étoit plus grand que le Péloponnèſe, (Plut. *de plac. Phil. Liv. II. ch.* 20. Diog. Laërt. *L. II. ſect.* 1.)

Sphère artificielle.

205. Après Anaximandre, nous voyons ſon diſciple *Anaximenes*, & enſuite *Anaxagore* diſciple d'Anaximenes, ſe diſtinguer par leurs connoiſſances & leur amour pour l'Aſtronomie. On en jugera par cette réponſe d'Anaxagore, digne de l'enthouſiaſme que produiſoit en lui le ſpectacle de l'univers ; il avoit totalement renoncé aux affaires pour ne s'occuper que de l'étude ; on lui demanda s'il étoit indifférent pour ſa patrie : *Non*, répondit-il, *je m'en occupe ſans ceſſe*, en montrant le ciel, *je crois n'être au monde que pour obſerver le ſoleil, la lune & tout le ciel.* (Euſeb. *Præp. Ev. XIV.* 5.) Réponſe d'Anaxagore.

206. PYTHAGORE fut un des Grecs les plus célebres dans la connoiſſance & l'étude du ciel : il naquit environ 540 ans avant J. C. Parmi les choſes rares & ſublimes qu'il enſeignoit à ſes diſciples, il leur diſoit que le feu occupoit le centre du monde ; on a cru qu'il vouloit dire que le ſoleil étoit placé au centre du ſyſtême planétaire, & que la terre tournoit autour de lui comme les autres planetes ; car c'eſt ainſi que l'explique Plutarque dans la vie de Numa : il enſeignoit auſſi que chaque étoile étoit un monde, & que ces mondes étoient diſperſés dans un eſpace éthéré d'une étendue infinie. (*Voyez les Mém. de l'Ac. des Inſcr. T. IX.*). Pythagore. Pluralité des Mondes.

207. PHILOLAUS de Crotone, diſciple de Pythagore & d'Archytas de Tarente, eſt un des Pythagoriciens les plus célebres dans l'Aſtronomie, pour avoir établi plus préciſément qu'aucun autre Pythagoricien, le mouvement de la terre ; il vivoit environ 450 ans avant J. C. Etant retiré à Héraclée, il y compoſa trois Livres de Phyſique, dont Platon fit tant de cas qu'il les acheta 10 mille deniers, (Diog. Laërt. *in Plat.* & Aulugelle, *III.* 17.). Plutarque nous apprend qu'il enſeignoit le mouvement de la terre *ſelon le premier cercle*, c'eſt-à-dire, le mouvement diurne, & ſon mouvement dans un orbe circulaire & oblique autour du ſoleil : opinion qui étoit propre aux Pythagoriciens, comme le témoigne Ariſtote en la réfutant fort au long, (*de Cœlo, II.* 13.) Mouvement de la Terre.

208. Philolaüs fut ſuivi par Nicetas de Syracuſe qui ſoutint auſſi le mouvement de la terre autour de ſon axe :

voici ce qu'en dit Cicéron dans ſes Queſtions Académiques, (*IV.* 39.) : « Nicetas, au rapport de Théophraſte, croit » que le ſoleil, la lune, les étoiles & tout le ciel ne tour- » nent point autour de la terre, mais que la terre ſeule » tournant ſur ſon axe avec une grande vîteſſe, produit » le même effet que ſi la terre étoit immobile & le ciel en- » traîné autour d'elle. Quelques-uns penſent que Platon » dans ſon Timée eſt du même ſentiment, quoiqu'il ne ſe » ſoit pas expliqué auſſi clairement ».

209. Nous obſerverons à ce ſujet, que Platon avoit d'abord été de l'opinion générale ; mais plus avancé en âge il connut mieux la Phyſique de l'univers, & adopta le ſentiment des Pythagoriciens ſur le mouvement de la terre : c'eſt en vain que le P. Riccioli veut lui ôter cette gloire, (Almag. *Part. II. pag.* 291.) contre le témoignage de Cicéron, & de Plutarque dans la vie de Numa.

210. L'idée de Philolaüs fut ſuivie dans la ſuite par Ariſtarque de Samos, (219) ; mais Philolaüs eſt regardé comme l'auteur de ce ſyſtême par *Bouillaud*, qui ayant compoſé ſon grand Ouvrage d'Aſtronomie dans les mêmes principes, l'a intitulé, *Aſtronomia Philolaïca*, en 1645. Voyez ci-après le Ve. Livre ſur les Syſtêmes du Monde.

Célébrité d'Eudoxe.

211. On compte ſur-tout parmi les Aſtronomes Pythagoriciens *Eudoxe* de Cnide, ami de Platon, & qui vivoit 370 ans avant J. C. Cicéron dit qu'on peut le regarder comme le Prince des Aſtronomes, & cela au jugement des hommes les plus ſçavans, (*de Divinat. II.* 42.). Sextus Empiricus appelle Eudoxe & Hipparque les deux premiers Aſtronomes de la Grèce, (*adverſ. Mathem. L. V.*). On croit cependant, en voyant combien la ſphère d'Eudoxe eſt différente de celle qui devoit avoir lieu de ſon temps, qu'Eudoxe n'obſerva preſque point les aſtres, & n'écrivit que ſur le témoignage d'autrui, ou d'après les Egyptiens chez leſquels il avoit été pour apprendre l'Aſtronomie (189), comme le racontent Cicéron, Strabon & Diogenes de Laërce.

II voyage en Egypte.

Séneque dit qu'Eudoxe rapporta le premier de l'Egypte la connoiſſance des mouvemens planétaires, (*Quæſt. Nat. VII.* 3.). Vitruve (*IX.* 9.) lui attribue l'invention de

l'*Araignée*, eſpece de cadran ſolaire. Hipparque, un des plus grands Aſtronomes dont les obſervations nous ſoient parvenues, cite quelquefois Eudoxe avec éloge : Aratus, dont le Poëme ſur les phénomenes céleſtes a eu tant de célébrité, n'avoit travaillé que d'après les ouvrages d'Eudoxe.

Nous ne devons pas oublier de remarquer à la gloire d'Eudoxe, qu'il étoit oppoſé à l'Aſtrologie judiciaire, & défendoit de croire aux Caldéens dans les prédictions qu'ils faiſoient ſur les événemens de la vie.

212. Nous avons dit qu'il paroiſſoit qu'Eudoxe n'étoit point obſervateur ; cependant Pétrone, Strabon & Ptolémée diſent formellement qu'il s'étoit appliqué aux obſervations aſtronomiques ; mais on verra dans le IVe. Livre, lorſqu'il ſera queſtion de la Sphère d'Eudoxe, que c'étoit une ſphère plus ancienne, comme celle du Centaure Chiron dont il avoit donné la deſcription dans ſes Ouvrages : pour peu qu'il eût été obſervateur, auroit-il pû ne pas appercevoir que la ſphère des étoiles avoit changé de près de 15°, & que toutes les conſtellations étoient plus avancées de la moitié d'un ſigne, qu'il ne le diſoit lui-même dans ſes Ecrits. Il eſt donc bien conſtant qu'Eudoxe n'avoit preſque point obſervé les aſtres, malgré toute la célébrité qu'il a eue dans l'Aſtronomie.

213. Il paroît conſtant par l'aveu de toute l'Antiquité, qu'avant les voyages de Platon & d'Eudoxe en Egypte, les Grecs n'avoient aucune Aſtronomie : ils ignoroient la véritable durée de l'année (202), ne connoiſſoient point les planetes (203), n'avoient aucune idée des éclipſes (201), & ne concevoient que d'une maniere fort confuſe les révolutions & les mouvemens des corps céleſtes. Hérodote ne pouvoit s'empêcher de rire de ceux qui prétendoient que l'Océan coule autour de notre Continent, (*L. IV. n.* 8. 36. 45.), parce qu'on n'en donnoit aucune preuve. Je crois, dit-il ailleurs, qu'Homere avoit puiſé dans quelque Ouvrage de l'Antiquité ce qu'il débite ſur l'Océan, mais c'étoit ſans y rien comprendre & en répétant ce qu'il avoit lû, (Herod. *L. II. n°.* 23.). Par le peu de connoiſſance d'Hérodote ſur

cette partie de la Phyſique, on peut juger de l'état où elle étoit dans la Grèce 400 ans avant J. C.

214. Si juſqu'alors l'Aſtronomie avoit fait des progrès ſi lents, on doit principalement l'attribuer à la difficulté des calculs : les opérations arithmétiques ne s'exécutoient que par le moyen de petites pierres qu'on arrangeoit ſur une table, ou de nœuds que l'on faiſoit à une corde ; pour écrire les réſultats de ces calculs, on n'avoit pas d'autres ſignes numériques que les lettres de l'alphabet : il ſeroit incompréhenſible qu'avec un pareil ſecours on eût pû aller plus loin ou plus vîte qu'on ne l'avoit fait réellement dans les ſiécles dont nous venons de parler. (*Voyez* M. Goguet, *de l'Origine des Sciences*, *T. II. p.* 43.).

Révolution arrivée dans l'Aſtronomie 300 *ans avant J. C.*

215. Les Sciences n'éprouvent jamais de révolutions plus générales & plus promptes, que quand un Monarque puiſſant les aime & les protege : c'eſt ce qui arriva en Egypte 283 ans avant J. C. lorſque Ptolémée Philadelphe ſuccéda à Ptolémée Soter. Tout ce qu'on ſçavoit alors d'Aſtronomie étoit dû aux cérémonies religieuſes des Prêtres, aux beſoins de la campagne, à l'oiſiveté des bergers, & aux conjectures ingénieuſes des Grecs : il falloit une ſuite de recherches, d'obſervations, de combinaiſons & de calculs, pour aſſeoir des théories, & développer les particularités de chaque mouvement : on n'en avoit point encore ; & c'eſt ici l'époque où commence la véritable Aſtronomie.

216. Ptolémée Philadelphe, Prince inſtruit en tout genre de Sciences, & Protecteur déclaré de ceux qui les cultivoient, attira dans ſa capitale des Sçavans, tant de la Grèce que d'ailleurs ; il les logea dans ſon palais, leur aſſigna une ſubſiſtance honorable, & leur procura les moyens de travailler avec ſuccès dans les Sciences : le *Muſæum* d'Alexandrie eſt célébré dans Strabon, (*L. XVII.*). L'émulation qui s'éleva pour lors en Egypte, duroit encore au temps de l'invaſion des Sarraſins, l'an 650 de J. C. quoique les Sciences y euſſent beaucoup déchû (189).

2 1 7. Les premiers Grecs qui cultiverent l'Aſtronomie à Alexandrie, furent TIMOCHARIS & ARISTYLLUS. Ptolémée, dans ſon Almageſte, aſſure qu'Hipparque avoit employé leurs obſervations des étoiles, quoiqu'imparfaites, & avoit reconnu par leur moyen le mouvement des étoiles en longitude. Ptolémée lui-même cite pluſieurs de leurs obſervations : la plus ancienne eſt de l'année 454 de Nabonaſſar, 295 ans avant J. C. où le bord boréal de la lune avoit paru toucher l'étoile boréale au front du Scorpion : cette obſervation eſt une des principales que nous puiſſions employer pour connoître le mouvement qu'ont eu les étoiles fixes. Je m'en ſuis ſervi avec avantage dans un Mémoire où j'ai établi, tant par la théorie que par les obſervations, le mouvement des étoiles en latitude.

Obſervations d'Ariſtylle & de Timocharis.

2 1 8. ARATUS, Poëte célebre par ſon Poëme Grec intitulé, Φαινόμενα, *les Phénomenes*, vivoit à-peu-près 270 ans avant J. C. à la Cour d'*Antigone Gonatas*, Roi de Macédoine, par ordre duquel il compoſa cet Ouvrage. Aratus décrit les figures des conſtellations, leurs ſituations dans la ſphère, l'origine des noms qu'elles portoient en Grèce & en Egypte, les fables qui y avoient donné lieu, le lever & le coucher des étoiles; & cela d'après les Livres d'Eudoxe dont nous avons parlé.

Poëme d'Aratus.

Le Poëme d'Aratus fut commenté & traduit en Latin par pluſieurs Auteurs, dont on trouve le catalogue dans le P. Petau, (*Uranologion, p.* 147.) & dans Voſſius; mais nous ne devons pas omettre *Cicéron* & *Germanicus* Céſar, qui en firent l'un & l'autre des traductions latines : on ne ſçauroit faire de l'Ouvrage un plus brillant éloge qu'en citant de pareils Traducteurs.

2 1 9. ARISTARQUE de Samos, qui vivoit dans le même temps, eſt cité dans les Anciens comme ayant été l'un des premiers défenſeurs du ſentiment de Philolaüs ſur le mouvement de la terre; il fut même accuſé d'impiété par Cléanthe, comme s'il eût bouleverſé l'univers & renverſé l'autel de Veſta, (Plutar. *de fac. in orbe Lunæ*). Il eſt cité comme Auteur d'un grand nombre d'Ouvrages; & Ptolémée rapporte une obſervation du ſolſtice faite par Ariſtarque.

220. Eratosthénes, né à Cyrène 276 ans avant J. C. fut appellé d'Athènes à Alexandrie par Ptolémée Evergete. Il fut mis à la tête de la Bibliotheque Royale d'Alexandrie dont il prit ſoin juſqu'à l'âge de 80 ans, qu'ayant perdu les yeux il conçut un ſi grand dégoût de la vie, qu'il ſe laiſſa mourir de faim, du moins au rapport de Suidas. Eratoſthènes eſt célebre dans l'Antiquité par un grand nombre de belles connoiſſances; mais l'Aſtronomie lui eut ſur-tout les plus grandes obligations: il engagea Ptolémée Evergete à faire élever dans le portique d'Alexandrie des armilles ou cercles de métal, pour obſerver chaque jour les mouvemens céleſtes. Hipparque & Ptolémée s'en ſervirent dans la ſuite avec ſuccès, (Almag. *L. I. ch.* 2. Gaſſendi, *Præf. ad vitam Tychonis.* Flamſteed, *in Prolegomenis Hiſt. Cœl. p.* 19.).

Meſure de la Terre.

221. C'eſt lui qui fit auſſi les premieres obſervations pour la meſure de la terre: il obſerva à Alexandrie la longueur de l'ombre d'un Gnomon à midi le jour du ſolſtice d'été: or il avoit obſervé auſſi qu'à Syenne cette ombre étoit tout-à-fait nulle le jour du ſolſtice, en ſorte que le ſoleil ſe trouvoit au zénit de Syenne, & s'éloignoit d'un degré de celui d'Alexandrie: il meſura donc la diſtance de ces deux villes en ſtades, & en conclut la longueur du degré. Il réſultoit de ſes obſervations, au rapport de Pline, que la circonférence entiere de la terre étoit de 252 mille ſtades; or le ſtade de Pline eſt de 95 toiſes: ainſi l'on trouve pour chaque degré plus de 66 mille toiſes, au lieu de 57070 que nous trouvons actuellement, (Voyez ci-après le Livre XV.). M. Fréret prétend que la meſure d'Eratoſthènes étoit parfaitement d'accord avec les nôtres, (*Mém. de de l'Acad. des Inſcr. T. XXIV.*). Mais la valeur du ſtade qu'il emploie me paroît fort douteuſe.

222. HIPPARQUE parut enfin à Alexandrie vers l'an 160 avant J. C. Il fut le plus intelligent & le plus laborieux Aſtronome dont on nous ait conſervé la mémoire. Il étoit né à Nicée en Bithynie, ce qui le fait appeller par certains Auteurs *Hipparchus Bithynus.* Il s'appliqua d'abord à l'Aſtronomie dans l'iſle de Rhodes, ce qui l'a fait appeller auſſi

auſſi *Hipparchus Rhodius* par quelques Auteurs modernes : Riccioli & Gaſſendi paroiſſent avoir diſtingué mal-à-propos deux Hipparques, l'un de Bithynie & l'autre de Rhodes : Strabon & Suidas ne parlent que d'Hipparque de Bithynie ; & Ptolémée en citant des obſervations faites à Rhodes, ne dit point qu'Hipparque fût né à Rhodes. Il eſt donc probable que le même Hipparque étoit né en Bithynie, & fit des obſervations dans l'iſle de Rhodes : il paroît ſeulement qu'en Bithynie Hipparque ignoroit le mouvement des étoiles, en écrivant ſon Traité ſur Eudoxe ; mais qu'ayant enſuite obſervé à Rhodes & à Alexandrie, il découvrit ce mouvement, & compoſa les autres Traités cités par Ptolémée. Hipparque fit un Recueil des éclipſes de ſoleil & de lune, obſervées par les Caldéens, & les rapporta à la maniere de compter les mois qui étoit uſitée dans la Grèce : il paroît que Ptolémée puiſa dans ce Recueil tout ce qui eſt rapporté dans ſon Almageſte ſur les anciennes éclipſes. Voyez *Scaliger* dans ſes Prolégomenes ſur Manilius, où il parle de l'ancienne Aſtronomie des Grecs.

Hipparque raſſemble les anciennes obſervations.

223. Hipparque obſerva le premier que les orbes des planetes étoient excentriques, (Ptol. *L. III. ch.* 2. *&* 4.) & leurs mouvemens inégaux : il écrivit à ce ſujet un Traité particulier contre Eudoxe & Callippus. Non-ſeulement il reconnut l'inégalité de la lune, qui paroît aller plus vîte dans ſon périgée & plus lentement dans ſon apogée, comme nous le dirons dans le VIIe. Livre, en parlant de la théorie de la lune ; mais il trouva encore le mouvement des nœuds de la lune, forma des hypothèſes & des tables qui repréſentoient les mouvemens du ſoleil & de la lune, & il auroit fait la même choſe pour les autres planetes, s'il avoit pu avoir un aſſez grand nombre d'obſervations.

Hipparque reconnoît les inégalités des planetes.

Ptolémée, (*L. IX. c.* 2.) s'explique en ces termes : « Le temps » depuis lequel nous avons des obſervations des planetes » rédigées par écrit, eſt ſi court en comparaiſon de la gran- » deur d'une telle entrepriſe, qu'on ne peut être aſſuré des » prédictions qu'on en feroit pour un long eſpace de temps ; » ainſi je penſe qu'Hipparque, amateur du vrai, entreprit, » à la vérité, ce travail pour les mouvemens du ſoleil & de

» la lune, en démontrant, autant qu'il étoit poſſible, que » ces mouvemens étoient réellement circulaires ; mais il ne » l'entreprit pas pour les cinq autres planetes ; du moins au- » tant qu'il paroît par les Ouvrages que nous avons pû voir » de lui ».

Il forme le premier un catalogue des étoiles.

224. Hipparque entreprit auſſi un catalogue général des étoiles fixes, & il en vint à bout : ce grand ouvrage nous a été heureuſement conſervé dans l'Almageſte de Ptolémée, (*L. VII. ch.* 5.). On y trouve les longitudes de 1022 étoiles, avec leur grandeur apparente : une étoile nouvelle qui parut de ſon temps, fit entreprendre à Hipparque la deſcription de toutes les étoiles du ciel, pour que la poſterité fût en état de reconnoître celles qui paroîtroient à l'avenir.

Pline s'explique avec admiration ſur ce travail en élevant Hipparque au-deſſus de tout éloge : « Il apperçut, » dit-il, une nouvelle étoile qui s'étoit formée de ſon temps; » & ayant obſervé ſon mouvement du jour où elle parut, il fut » porté à croire que ces phénomènes pouvoient arriver plus » ſouvent, & que les étoiles réputées fixes, pouvoient » avoir un mouvement : il oſa, par une entrepriſe digne de » la Divinité, donner à la poſtérité le dénombrement du » ciel, & en déterminer toutes les parties, avec des inſtru- » mens de ſon invention, au moyen deſquels il marqua les » lieux & les grandeurs des étoiles ; il donnoit les moyens » de diſcerner à l'avenir ſi les étoiles pouvoient ſe perdre & » reparoître ; ſi elles changeoient de ſituation, de grandeur » & de lumiere : c'eſt ainſi qu'il laiſſa le ciel en héritage à » ceux qui ſe trouveroient dignes d'en profiter ».

Il découvre le mouvement propre des étoiles.

225. Hipparque en comparant ſes obſervations de l'Epi de la Vierge, avec celles que Timocharis avoit faites à Alexandrie un ſiécle auparavant, apperçut le premier que les étoiles changeoient de poſition, & paroiſſoient avancer lentement d'occident en orient, par rapport aux points équinoctiaux, ce que l'on appelle *Préceſſion des équinoxes*. Nous en parlerons dans le IVe. Livre.

Il corrige la longueur de l'année.

226. Ce fut encore Hipparque qui corrigea l'année Callipique, réputée alors de 365 jours $\frac{1}{4}$, & en retrancha la

300ᵉ partie d'un jour, ce qui donnoit 365j 5ʰ 52′ 12″, quantité à laquelle Ptolémée, trois ſiécles après, ne trouvoit encore rien à changer, & de laquelle on n'a ôté que 6 minutes, après les plus exactes obſervations des derniers ſiécles.

227. Hipparque compoſa auſſi un Livre ſur la meſure de la terre contre Eratoſthènes, pour rectifier les meſures de celui-ci. Nous voyons que Strabon prend parti pour Eratoſthènes, tandis que Pline applaudit au contraire à la cenſure d'Hipparque, & l'admire dans cette partie comme dans toutes les autres.

228. Synéſius, ancien Auteur qui a écrit ſur l'Aſtrolabe, atteſte qu'Hipparque avoit dit auſſi quelque choſe ſur les Planiſphères, c'eſt-à-dire, la maniere de tracer ſur un plan la convexité du ciel, ſans changer les proportions des cercles, malgré la différence des ſurfaces : Ptolémée traita dans la ſuite plus au long cette matiere dans ſon *Planiſphère*. On trouve dans Fabricius, (*L. III.* 5. 19.) un Catalogue de tous les Ouvrages qui ont été attribués à Hipparque. Il nous en reſte encore quelques-uns publiés d'abord en Grec par P. *Victorinus*, Mathématicien de Florence, en 1561, & par le P. *Petau* dans ſon *Uranologion*, qui eſt le troiſieme volume de ſon grand Ouvrage intitulé, *Doctrina Temporum*.

229. Nous devons compter au nombre des Aſtronomes Grecs le Philoſophe POSSIDONIUS, qui jouiſſoit de la plus grande réputation environ 80 ans avant J. C. Il étoit d'Apamée en Syrie : il vint enſuite s'établir à Rhodes. Ce fut-là que Pompée eut avec lui, dans le temps qu'il étoit dévoré par les douleurs de la goute, cette converſation fameuſe qu'on trouve dans Plutarque, (*Vie de Pompée*) & dans les Fragmens de Cicéron. C'eſt lui dont Pline adopte les opinions ſur la diſtance des planetes à la terre ; & l'on verra (Liv. IX.) qu'elles étoient d'une exactitude ſurprenante. On trouvera des détails curieux donnés par M. de Burigny, ſur la vie & les ouvrages de Poſſidonius, dans le XXIXᵉ. Tome des Mémoires de l'Académie Royale des Inſcr. & Belles-Lettres, qui eſt actuellement ſous preſſe.

230. Rome, occupée de l'art militaire, donna très-peu dans les Sciences. Nous n'y voyons preſque d'autre Aſtronome célebre que Ménélaüs, qui vivoit à Rome au commencement du regne de Trajan, vers l'an de J. C. 97. Il détermina les longitudes d'un grand nombre d'étoiles par le moyen des conjonctions de la lune : il en eſt parlé dans le ſeptieme Livre de Ptolémée, chap. 3.

231. Ptolémée eſt le ſeul de tous les anciens Aſtronomes dont les ouvrages nous ſoient reſtés : c'eſt de lui que nous ſommes obligés d'emprunter toutes les obſervations anciennes, ſur leſquelles eſt fondée la recherche des moyens mouvemens ; & nous en parlerons cent fois dans le cours de notre Aſtronomie.

Il eſt appellé dans les Anciens *Claudius Ptolemæus Peluſienſis*, parce qu'il étoit né à Péluſe en Egypte. Pluſieurs Auteurs ont avancé, ſans preuve, qu'il étoit de la famille des Rois d'Egypte. Nous ne rapporterons point le portrait détaillé qu'on a fait de ſa perſonne, d'après une ancienne tradition conſervée chez les Arabes, & retrouvée dans quelques-uns de leurs manuſcrits : elle me paroît ſans fondement. (*Voyez* Gaſſendi *dans la Vie de Peireſc*). Ptolémée parle d'une éclipſe de lune qu'il avoit obſervée la neuvieme année d'Hadrien, c'eſt-à-dire, l'an 125 de J. C. & il nous apprend ailleurs qu'il avoit fait la plûpart de ſes obſervations ſur les étoiles fixes, la ſeconde année du regne d'Antonin le Pieux, c'eſt-à-dire, l'an 139 de J. C. (*L. IV. ch. 9. & L. VII. ch. 2.*). Ainſi nous voyons que les travaux de Ptolémée ſe rapportent principalement à l'intervalle de temps qu'il y eut entre les années 125 & 140.

232. Le grand Ouvrage de Ptolémée, auquel nous renverrons ſi ſouvent, a pour titre en Grec, Μεγάλη Σύνταξις, en Latin, *Magna Conſtructio*, & il eſt diviſé en treize Livres : ce fut vers l'an 827, que cet Ouvrage fut traduit du Grec en Arabe par *Alhazen* & *Sergius*, ſous les ordres de Maimon ou Almamon, qui régnoit à Baldach ; ils l'appellerent *Almageſte*, du mot Μέγιστον, qui ſignifie *très-grand*. Cette Verſion paſſe pour être moins défectueuſe que les autres par rapport aux nombres, (Geſner, *Bibliot. T. II. L. VIII.* Scaliger, *Emend. Temp. pag.* 394.)

233. L'Empereur Frédéric II. fit traduire l'Almageſte d'après une édition Arabe, vers l'an 1230. (Bouillaud *in Proleg. Aſtr. Phil.*). On ſçait auſſi que vers l'an 1350, Girard de Cremone en fit une traduction à Tolede. Weidler dit l'avoir vû en manuſcrit dans une Bibliotheque de Nuremberg. Il y en a une autre Traduction Latine dans la Bibliotheque d'Oxford, dont parle *Fabricius*, L. IV.

234. L'Almageſte fut imprimé pour la premiere fois à Veniſe en 1515 : voici le titre que porte cette premiere édition : *Almageſtum Claudii Ptolemæi Pheludienſis Alexandrini, Aſtronomorum Principis, opus ingens ac nobile, omnes Cœlorum motus continens. Felicibus aſtris eat in lucem, ductu Petri Lichtenſtein, Colonienſis Germani.* Cette Verſion fut faite ſur l'Arabe : le nom du Traducteur ne ſe trouve en aucun endroit du Livre ; mais cette traduction differe beaucoup de celle de Trapezuntius : l'édition eſt rare ; il y en a un exemplaire dans la bibliotheque de M. de Fouchi, Sécretaire perpétuel de l'Académie Royale des Sciences. Cinq éditions de l'Almageſte.

235. Le texte Grec de Ptolémée ne fut connu en Europe que dans le quinzieme ſiécle : juſqu'alors on avoit employé les exemplaires Arabes pour traduire l'Almageſte, comme l'obſerve Kepler dans les *Tables Rudolphines, p.* 114. Il n'y en a jamais eu qu'une édition Grecque : elle fut faite à Baſle en 1538. Elle eſt accompagnée des Commentaires de *Theon* d'Alexandrie, Auteur du quatrieme ſiécle. Cette édition étoit d'après un manuſcrit de la Bibliotheque de Nuremberg, qui avoit appartenu à *Regiomontanus*, & que le Cardinal Beſſarion eſtimoit plus qu'une province : l'éditeur fut Simon Grynæus. Il y a dans la Bibliotheque du Roi un manuſcrit Grec de l'Almageſte en lettres majuſcules, dont Bouillaud ſe ſervit dans dans ſes Recherches ſur les anciennes Obſervations, (*Aſtron. Phil. p.* 111. & 114. *Catalogue des Manuſcrits de la Bibliotheque du Roi.*).

La Traduction Latine de Trapezuntius fut réimprimée à Veniſe en 1527, & à Baſle en 1541. Enfin, il y eut une cinquieme édition de l'Almageſte à Baſle en 1551, augmentée des autres Ouvrages de Ptolémée, (excepté ſa

Géographie). On y trouve une Préface & des Notes ſur les trois premiers Livres, par *Eraſme Oſwald Schrekenfuchſius*; c'étoit l'édition dont ſe ſervoit Tycho-brahé, comme Kepler en avertit dans les Tables Rudolphines, p. 114; & c'eſt auſſi celle dont je citerai quelquefois les pages dans le cours de ce Traité.

236. Ptolémée compoſa auſſi en Grec un grand ouvrage de Géographie, diviſé en ſept Livres, où il détermina les ſituations des lieux en longitude & en latitude, autant qu'il le pouvoit faire avec le peu d'obſervations qu'on avoit de ſon temps. Riccioli a prouvé, contre le ſentiment de Baronius, que cette Géographie eſt véritablement de Ptolémée l'Aſtronome, (*Geographia reformata VII.* 10.) Elle parut en Latin à Straſbourg en 1525, traduite par *Bilibaldus Pirkheimerus*, avec les notes de Regiomontanus; à Baſle en 1553, en Grec; à Cologne en 1597, en Latin, avec le Commentaire de *J. A. Maginus*: enfin, la Géographie de Ptolémée a été auſſi imprimée en Grec & Latin, en 1605 & en 1618, par les ſoins de *Gerhard Mercator* & de P. *Pontanus*.

237. Nous avons encore un ouvrage de Ptolémée ſur les apparences des étoiles fixes & les ſignifications, qui parut à Urbin en 1592, traduit par *Frider. Bonaventure*. Le Traducteur y ajouta une apologie pour Théophraſte, dans laquelle il diſſerta amplement ſur le lever & le coucher d'Orion & des autres étoiles, en expliquant pluſieurs paſſages des anciens Poëtes, Médecins ou Philoſophes, tels que Homere, Hippocrate, Héſiode, Ariſtote, Aratus, Hipparque, Galien, Théophraſte, Alexandre & Virgile.

Nous parlerons dans le Livre VIII. des *Apparences*, qui ſont le lever & le coucher, coſmique, achronique, héliaque des différentes étoiles. A l'égard des *Significations*, il nous ſuffit de dire que ce ſont les pluies, les vents & autres variations de l'atmoſphere, que les Anciens attribuoient aux apparitions de différentes étoiles, ſinon comme cauſes, du moins comme ſignes concomitans, mais auxquels on n'a depuis long-temps aucune confiance.

238. On attribue auſſi à Ptolémée un Livre appellé

Liber quadripartitus, ſur les prédictions aſtrologiques ; mais la plûpart des Critiques le jugent indigne du ſçavoir & de la réputation de l'Auteur.

Il y a encore quelques Ouvrages de Ptolémée intitulés : *Planiſpherium ; De Analemmate ; De Hypotheſibus Planetarum ; Recenſio Chronologica Regum ; Harmonicorum Libri tres ; De judicandi Facultate* ; dont les Aſtronomes ne font aucun uſage, & qui par conſéquent ne ſont point de notre reſſort.

239. Les Aſtronomes ſont perſuadés que Ptolémée n'étoit qu'un mauvais obſervateur, qu'il a tiré d'Hipparque & des autres qui l'ont précédé, tout ce qu'il y a de bon dans ſon ouvrage : j'en ai raſſemblé pluſieurs preuves dans les Mémoires de l'Académie pour 1757, p. 420. (*Voyez auſſi Aſtron. Philol. p.* 152. *Inſtit. Aſtron. p.* XXVIII. *Elem. d'Aſtron. p.* 196. *&* 467.). Mais cela n'empêche pas que ſon ouvrage ne ſoit extrémement précieux, puiſque c'eſt le ſeul monument qui nous ſoit reſté de l'hiſtoire de l'Aſtronomie & des anciennes obſervations. D'ailleurs on peut dire que cet ouvrage eſt le ſeul qui ait perpétué l'Aſtronomie depuis Ptolémée juſqu'au temps de Copernic, c'eſt-à-dire, pendant quatorze ſiécles d'ignorance.

Depuis Ptolémée nous ne voyons aucun Auteur qui ait contribué efficacement au progrès de l'Aſtronomie, mais ſeulement quelques Ecrivains dont on peut voir le catalogue raiſonné dans l'Hiſtoire de l'Aſtronomie de Weidler, pages 184 à 202.

Des Aſtronomes Arabes ; de leurs progrès dans l'Aſtronomie, & de leurs Livres.

240. Depuis l'an 800 juſqu'à l'année 1300, l'Europe étant plongée dans les ténebres de la plus profonde ignorance, il n'y eut de bons ouvrages & des Gens habiles que parmi les Arabes, & ſur-tout à Bagdad qui eſt à-peu-près l'ancienne Babylone.

Les plus célebres ſont, Almamon, Albategnius, Alfragan, Alhazen, & Ulug-beig, Prince Tartare.

Les Arabes étoient connus ſous le nom de *Sarraſins*, comme on le voit dans la Géographie de Ptolémée, (*L. VI.* 7) Voyez auſſi la Bibliotheque Orientale ou Dictionnaire Univerſel, contenant tout ce qui regarde les peuples d'Orient, par M. Barthel. *Herbelot.*

Les Arabes, pendant les ſix premiers ſiécles, étoient ſous la domination des Romains ; mais s'étant ſoulevés au temps d'Héraclius, vers l'an 600, ils s'emparerent de la Syrie & de l'Egypte, & formerent un Empire qui s'étendit enſuite vers l'Aſie, l'Afrique, & juſqu'en Eſpagne. Les Califes de Babylone furent les plus puiſſans Princes de l'Aſie, & leur domination s'étendoit juſqu'aux Indes.

241. Le ſecond Calife de la Famille des Haſchemides, fut Almanſur ou Almanſor, Prince orné d'un grand nombre de connoiſſances, & qui commença à répandre dans ſon Empire le goût de l'étude. Son petit-fils, Almamun ou Almamon, fils de Harun-al-Raſchid, parvint à l'empire en 814 : ayant été élevé avec ſoin & dans l'amour des Sciences, il s'appliqua à les cultiver, & à les faire fleurir dans ſes Etats ; il exigea dans un Traité de paix qu'il fit avec l'Empereur de Conſtantinople, Michel III, qu'il lui ſeroit permis de faire chercher dans toute la Grèce des Livres de Philoſophie, pour les traduire en Arabe. *Abulpharaïus*, dans ſon Hiſtoire des Dynaſties, nous dit qu'Almamon raſſembla des Interpretes habiles, tel que Meſvé ſon Médecin, pour faire ces traductions. Il encourageoit ſes ſujets à les étudier ; il fréquentoit les Sçavans, & aſſiſtoit à leurs exercices : il fit traduire en 827 l'Almageſte de Ptolémée par *Iſaac Ben-honain* & *Thabet Ben-korah*, ſuivant M. Herbelot, ou par *Alhazen*, fils de Joſeph, & *Sergius*, fils d'Elbe, ſuivant d'anciens Manuſcrits. (232).

Du Calife Almamon.

Traduction de l'Almageſte.

242. Almamon s'occupoit lui-même des obſervations aſtronomiques, & détermina l'obliquité de l'écliptique de 23° 35′, (on lit 23° 33′ dans d'autres manuſcrits). Voyez Alfragan dans ſes Principes d'Aſtronomie, (*ch. VI. p. 26. édit. de* 1590.). Almamon chargea enſuite des gens habiles de faire faire des inſtrumens convenables, & de les employer aux obſervations aſtronomiques ; ce qui fut exécuté à Shemaſie

à Shemaſie dans la province de Bagdad, & ſur le Mont Caſius auprès de Damas, (*Abulpharaius*, *p.* 162.).

243. Ce fut encore ſous ſes auſpices que l'on meſura, dans la plaine de Fingar, ſur les bords de la Mer Rouge, la valeur du degré de la Terre ; & l'on trouva 56 milles $\frac{2}{3}$ pour chaque degré, le mille étant de 4000 coudées, (Alfragan, *ch. x. p.* 36. Abulfeda, *Geogr.*) ; la coudée étoit d'un pied & demi ; mais on ne ſçait pas ſi ce ſont des pieds Romains, ou des pieds d'Alexandrie, qu'il faut employer dans l'évaluation de leur meſure. Le P. Riccioli évalue ce degré à 81 milles Romains antiques, ce qui donne 62 mille toiſes pour le degré des Arabes ; mais M. Picard évalue ce degré à 47 mille toiſes, dans ſa Meſure de la Terre. Enfin, Almamon ranima tellement les Sciences dans l'Orient, que l'on vit non-ſeulement de ſon temps, mais après lui, un très-grand nombre de gens habiles dans un pays où l'étude étoit depuis long-temps oubliée. Il mourut à Tarſe en Cilicie, dans une expédition militaire, en 833. Meſure de la Terre.

244. ALFRAGANUS, ou Alfergan, vivoit à-peu-près dans le même temps ; il eſt appellé auſſi *Ahmed* (ou *Muhammed*) *ben-Cothair*, ou *Ketir*, ſuivant Golius : il étoit né à Fergan dans la Sogdiane, ſuivant M. Herbelot, au mot *Fargani*. Il écrivit des *Elémens d'Aſtronomie*, qui ſont partagés en 30 chapitres ou différences : ce Livre contient un abrégé de toute l'Aſtronomie ; l'Auteur ſuit preſque toujours Ptolémée ; il emploie les mêmes hypothèſes, les mêmes noms, & il le cite ſouvent.

Il y a trois Traductions Latines du Livre d'Alfergan. Aſtronomie d'Alfragan.

La premiere fut faite dans le douzieme ſiécle : elle porte le nom de *Joannes Hiſpalenſis*, & fut publiée à Ferrare en 1493, & à Nuremberg, en 1537, avec une Préface de Philippe Melanchthon.

La ſeconde Traduction fut faite par *Jacques Chriſtman*, ſur la Verſion Hébraïque de *Jacques Antoli*, & parut à Francfort en 1590. Celui-ci ajouta au premier Chapitre d'Alfragan un ample Commentaire, dans lequel il compare les calendriers des Romains, des Egyptiens, des Arabes,

des Perſes, des Syriens & des Hébreux, & montre la correſpondance de leurs années.

Enfin, la troiſieme & la meilleure traduction fut faite par *Jacques Golius*, Profeſſeur des Mathématiques & des Langues Orientales à Leyde : elle parut en 1669, après la mort de l'Auteur, accompagnée du texte Arabe, & de pluſieurs notes ſçavantes ſur les neuf premiers Chapitres ; car Golius n'avoit pas eu le temps de les pouſſer au-delà.

245. Albategnius vivoit en 880. Il eſt appellé *Muhammed ben geber Albatani*, ou *Muhamedes Aracenſis*. Il fit des obſervations à Aracte en Méſopotamie & à Antioche. Ayant apperçu que les Tables de Ptolémée étoient imparfaites, il en dreſſa de nouvelles, qui ont été employées long-temps comme les meilleures parmi les Arabes : elles étoient compoſées pour le méridien d'Aracte. Il compoſa un Ouvrage qui a pour titre, *de Scientia Stellarum*, & qui renferme preſque toute l'Aſtronomie, d'après les obſervations de Ptolémée & les ſiennes.

Ce Livre, traduit par Platon de Tibur, parut à Nuremberg en 1537, avec des additions & des démonſtrations de Regiomontanus, & fut réimprimé à Bologne en 1645.

Déterminations des Arabes.

Albategnius détermina dans ce Livre le mouvement de l'apogée du ſoleil depuis le temps de Ptolémée, auſſi bien que le mouvement des étoiles, qu'il trouva d'un degré en 70 ans : il donnoit pour la longitude de la premiere étoile du Bélier 18° 2′, & pour l'obliquité de l'écliptique 23° 35′. Les Tables Rudolfines des mouvemens lunaires, dont nous parlerons ci-après, furent dreſſées ſur les obſervations d'Albategnius, comme l'obſerve Nic. Muler, (*Tab. Friſ. p.* 248.).

246. Thebith *ben Chora* vivoit dans le neuvieme ſiécle, ſuivant l'Hiſtorien Abulpharaïus, & l'on peut s'en tenir à ſon témoignage, quoique pluſieurs Sçavans ne l'aient placé qu'au treizieme. On trouve pluſieurs remarques nouvelles qui ſont attribuées à cet Auteur. Il employa la révolution du ſoleil, non par rapport aux équinoxes, mais par rapport aux étoiles fixes, en faiſant obſerver que

celle-ci étoit la ſeule qui fût réellement une véritable révolution complette, & il l'établiſſoit de 365j 6h 9′ 12″.

Il diſtingua auſſi le mouvement de l'apogée du ſoleil & des planetes, d'avec le mouvement des étoiles en longitude.

Hypothèſe de Thebith.

247. Enfin, Thebith imagina une hypothèſe qui fut adoptée long-temps, pour expliquer le changement de l'obliquité de l'écliptique & l'inégalité de la préceſſion des équinoxes, qu'il crut appercevoir par la comparaiſon des anciennes obſervations : cette hypothèſe conſiſtoit à placer vers chaque équinoxe un petit cercle ou épicycle, dont le diametre étoit de 4° 18′ 43″ ; le vrai point de l'équinoxe étoit dans la circonférence de ce petit cercle, & le parcouroit d'un mouvement uniforme : au moyen de ce mouvement de *trepidation* dans les points équinoctiaux, il ſe trouvoit que les étoiles paroiſſoient aller quelquefois vers l'orient, & quelquefois vers l'occident, avec des vîteſſes inégales. Voyez Purbachii *Theoricæ Planet.* & les Notes de *Rheinholdus* ſur cet Ouvrage. Cette hypothèſe fut enſuite réfutée par Rheinholdus & Regiomontanus ; mais on n'a pas laiſſé d'en former une ſemblable pour les petites quantités de la nutation, dont nous parlerons en détail dans le XVIIe. Livre. Enfin, Thebith obſerva l'obliquité de l'écliptique 23° 33′ 30″.

Arabes en Eſpagne.

248. Les Arabes dans le huitieme ſiécle s'emparerent de l'Eſpagne ; ils y porterent leur Aſtrologie & leur Philoſophie Péripatéticienne, & il y eut pluſieurs hommes célebres qui firent long-temps la réputation de l'Eſpagne. Arzachel y parut vers l'an 1080 ; il fut regardé de ſon temps comme un homme incomparable dans l'Aſtronomie : on croit qu'il fut l'Auteur des Tables Aſtronomiques connues ſous le nom de *Tabulæ Toledanæ* : juſqu'alors les Tables d'Albategnius avoient été reçues ſans qu'on y ſoupçonnât la moindre erreur. Arzachel reconnut ſans doute leur imperfection, & voulut y en ſubſtituer de nouvelles. (*Voyez* Bouillaud, *pag.* 15.). Blanchini, dans la Préface de ſes Tables, obſerve que le Roi Alphonſe corrigea les Tables de Tolede pour former les Tables Alphonſines, qui ont

été si long-temps respectées & employées par tous les Astronomes.

249. Arzachel observa aussi l'obliquité de l'écliptique de 23° 34′. Enfin, il imagina une hypothèse fort ingénieuse pour ce tems-là, par laquelle il expliquoit tout à la fois & la diminution de l'excentricité du soleil qui lui paroissoit avoir eu lieu depuis Ptolémée, & le mouvement de l'apogée du soleil : cette hypothèse consistoit à faire mouvoir le centre de l'excentrique ou du cercle décrit par le soleil, dans un autre petit cercle ; au moyen de quoi le centre de l'orbite pouvoit s'approcher & s'éloigner périodiquement de la terre, (*Voyez* Snellius, *p.* 106. *de ses Additions sur les Observations de Hesse*). L'idée qu'eut Arzachel d'expliquer ainsi les inégalités qu'il croyoit appercevoir dans le soleil, fut adoptée par Copernic, & appliquée ensuite à la lune par Horoccius & Newton, d'une maniere très-heureuse, ce qui doit rendre la mémoire d'Arzachel respectable dans l'Astronomie.

Hypothèse d'Arzachel.

250. Alhazen vécut aussi en Espagne sur la fin du onzieme siécle ; il fut le premier qui fit voir l'importance de la théorie des réfractions en Astronomie, quoique les Anciens en eussent fait peu de cas. Nous avons de lui un Ouvrage d'Optique, & un Traité des Crépuscules & de l'élévation des Nuages ; nous aurons occasion de le citer dans notre XIIe. Livre.

Réfractions Astronomiques.

251. *Ibn Iounis*, (ou *Zig ebn Iounos*, suivant M. Herbelot) fut un Observateur soigneux dont il nous reste trois éclipses observées avec précision, les seules de toute l'Astronomie Arabe qui puissent servir à déterminer exactement l'inégalité séculaire de la lune depuis ce temps-là. J'en ai fait usage dans les Mémoires de l'Académie pour 1757.

Observations d'Ibn Iounis.

Cet Auteur étoit Egyptien, (suivant Golius dans ses Notes sur Alfergan) & Astronome du Calife d'Egypte *Aziz ben Hakem* : il composa des Tables qu'il appella *Hakimiques*, parce qu'elles étoient dédiées à Hakem. Il est parlé de ces Tables, comme de beaucoup d'autres, dans M. Herbelot, (*Biblioth. Orient. p.* 934. *& suiv.*

252. Lorsque les Califes eurent étendu leur domination

& leurs connoiſſances juſques dans la Perſe, les Sciences pénétrerent bientôt dans la Tartarie & dans les Indes : il nous en reſte un monument précieux dans les Ouvrages d'ULUG BEIGH, qui étoit neveu du grand Tamerlan, & qui vers l'an 1430. regnoit aux Indes : la capitale de ſon Empire étoit Samarkand, ſituée à 39° 37′ de latitude, & ſa domination s'étendoit ſur les deux rives du fleuve Oxus ou Giihus. Nous avons de lui un Catalogue célebre des longitudes & des latitudes des étoiles.

Ce Prince raſſembla dans ſa capitale des Aſtronomes de différens pays, & ſur-tout de la Perſe : il fit conſtruire des inſtrumens propres à déterminer les mouvemens céleſtes mieux qu'on ne l'avoit jamais fait ; lui-même environné de ſes Mathématiciens, obſervoit aſſiduement, & n'épargnoit rien pour ſe procurer en Aſtronomie de nouvelles connoiſſances. *Gravius*, dans la Préface des Tables géographiques d'Ulug Beigh, raconte qu'il avoit oüi dire à Conſtantinople, que parmi un grand nombre d'inſtrumens, ce Prince avoit un quart-de-cercle auſſi haut que la voûte du Temple de Sainte Sophie à Conſtantinople, c'eſt-à-dire, 180 pieds Romains ; il y a lieu de croire que c'étoit un Gnomon, ſemblable à ceux de Florence, de Bologne & de Paris, dont nous parlerons lorſqu'il ſera queſtion des inſtrumens d'Aſtronomie dans notre XIIIe. Livre. Inſtrument d'Ulug Beigh.

Ulug Beigh compoſa auſſi des Tables Aſtronomiques pour le méridien de Samarkand, tant ſur ſes obſervations, que ſur celles de *Salaheddin*, qui en avoit formé l'entrepriſe : on dit que ces Tables étoient ſi exactes, qu'elles différoient peu de celles de Tycho-brahé, (*Herbelot, pag. 935. & ſuiv.*).

253. Le grand Ouvrage de ce Prince eſt ſon Catalogue d'étoiles, dreſſé à Samarkand l'an de l'Hégire 841, ou 1437 de J. C. & dont voici le titre : *Tabulæ longitudinis & latitudinis Stellarum fixarum ex obſervationibus Ulugbeighi, Tamerlanis M. nepotis, regionum ultra citraque Giihum Principis potentiſſimi. Ex tribus invicem collatis MSS. Perſicis, jam primùm luce & Latio donavit, & Commentariis illuſtravit* Thomas Hyde, *A. M. è Colleg.* Catalogue d'Etoiles.

Reg. Oxon. In calce acceſſerunt Mohammedis Tizini *Tabulæ Declinationum & rectarum Aſcenſionum. Additur Elenchus nominum Stellarum.* 1665. On en a fait depuis quelques années en Angleterre une nouvelle édition.

Ce Catalogue n'eſt qu'une partie d'un plus grand Ouvrage d'Aſtronomie, dont le manuſcrit ſe conſerve à Oxford, & dont il ſeroit à ſouhaiter que nous puſſions avoir la traduction entiere.

254. La Table Géographique d'Ulug Beigh, où ſe trouvent les longitudes & latitudes des principaux lieux de la terre, comptées du méridien des Iſles Fortunées ou Canaries, a été publiée en Perſan & en Latin, avec celle de *Naſireddin*, par *Jean Gravius*, à Londres, 1652.

Nous avons encore de ce Prince un Ouvrage ſur les époques les plus célebres des Orientaux, publié avec des Commentaires par Gravius à Londres, 1650. Il fut tué en 1450. à l'âge de 58 ans. On trouve pluſieurs détails ſur ſa vie dans la Préface de ſes Tables, par M. *Hyde* & dans *Herbelot*, *pag.* 915.

DE L'ASTRONOMIE DES CHINOIS.

255. Les Chinois, que les Sçavans regardent aujourd'hui avec M. de Guignes comme une Colonie Egyptienne, avoient ſans doute emporté avec eux des connoiſſances d'Aſtronomie ; mais elles n'y acquirent pas un grand degré de perfection. Le P. Gaubil a compoſé une hiſtoire de l'Aſtronomie Chinoiſe, qui ſe trouve dans le IIIe. Tome des Obſervations Mathématiques publiées par le P. *Souciet* en 1732. Je vais en rapporter les principaux traits.

Hiſtoire du P. Gaubil.

256. Vers l'an 206 avant J. C. l'Empereur *Lieou-pang* commença à protéger l'Aſtronomie, & établit un Tribunal de Mathématiques : *Se-matſien* obſerva vers l'an 104 les hauteurs du ſoleil par le moyen de l'ombre d'un gnomon de 8 pieds : il calculoit les longueurs des jours, la demeure des planetes ſur l'horiſon, remarquoit leurs conjonctions & leurs éclipſes ; il faiſoit l'année de 365 j 6h ; il diviſoit le cercle en 365 parties & un quart, & l'année en 24 *tſieki*, ou parties égales.

257. L'an 66 avant J. C. *Lieou-hin* écrivit un cours entier d'Aſtronomie : il ſuppoſoit l'obliquité de l'écliptique de 24 degrés ; il ignoroit le mouvement propre des étoiles, auſſi bien que toutes les équations ou inégalités de la lune, du ſoleil & des planetes ; il rapportoit à l'équateur les ſituations de tous les aſtres (12).

258. L'an 99 de J. C. l'Empereur fit faire un grand inſtrument de cuivre, pour obſerver le mouvement des aſtres par rapport à l'écliptique. En 164 *Tchang-geng* dreſſa un catalogue de plus de 2500 étoiles, qui s'eſt perdu dans la ſuite.

259. En 206 *Lieou-hang* & *Tſay-yong* parlerent les premiers des inégalités de la lune, qu'ils faiſoient de cinq degrés Chinois ; ils reconnurent que la longueur de l'année n'étoit pas tout-à-fait de $365\frac{1}{4}\ 6^h$, ils ſongerent à trouver des régles pour les éclipſes : car avant eux les Aſtronomes Chinois croyoient que les bonnes ou mauvaiſes actions des Princes influoient ſur les phénomènes céleſtes.

260. En 284 on commença à reconnoître le mouvement des nœuds de la lune, & le mouvement propre des étoiles. En 460 on apperçut le mouvement diurne de l'étoile polaire, qu'on croyoit fixe & immobile au pole.

Calcul des Eclipſes.

En 550 *Tchang-tſe-ſin* donna des régles pour calculer la parallaxe de la lune, & trouver le commencement & la fin d'une éclipſe, ce qui avoit été inconnu à la Chine juſqu'alors : il dreſſa des Tables pour calculer les lieux des planetes.

Mouvement des Etoiles.

261. En 724 *Y-hang* eſtima que le mouvement propre des étoiles en longitude étoit d'un degré en 83 ans ; il fit faire des obſervations dans tout l'Empire ; il détermina les latitudes géographiques ; il fit conſtruire un grand globe de cuivre pour repréſenter les mouvemens des planetes & les éclipſes.

262. En 892 *Pien-kang* expliqua d'une maniere plus claire la méthode que *Y-hang* avoit imaginée pour calculer les éclipſes ; & il dreſſa un grand catalogue des longitudes & latitudes des villes ; mais ce catalogue n'exiſte plus.

263. En 996 il y eut un Aſtrologue qui examina la

Ancienneté prétendue par les Chinois.

Chronologie Chinoiſe, & ſuivant ſon calcul la premiere année du regne de l'Empereur *Yao* ſe rapporteroit à l'année 2325 avant J. C.

264. En 1022 l'Empereur *Gin-tſong* fit des dépenſes conſidérables pour des inſtrumens, & fit compoſer un grand cours d'Aſtronomie.

Propriété de l'Aiman.

265. Sous l'Empereur *Hoei-tſong* qui regna l'an 1101, on compoſa un Livre où l'on parle comme d'une choſe déja connue, dè la direction de l'aiman, & de la vertu qu'il a de communiquer cette propriété. Nous remarquerons à cette occaſion que la propriété qu'a l'aiman d'attirer le fer, étoit connue des anciens Grecs, même de Thalès, 600 ans avant J. C. Mais il ne paroît pas qu'on ait connu en Europe, avant l'an 1100, la propriété qu'il a de ſe diriger vers le Nord. Un Poëte du douzieme ſiécle, Guyot de Provins, qui ſe trouva à la Cour de l'Empereur Fréderic, tenue à Mayence en 1181, nous apprend que les Pilotes François faiſoient uſage d'une aiguille aimantée, qu'ils appelloient *la Marinette*, (*Voyez Abbat. Uſperg.* & Fauchet, *Antiquit. Gaul.*).

Obſervations de Co-cheou-king.

266. Parmi les Aſtronomes Chinois dont le P. Gaubil a parlé, il n'en eſt aucun dont il nous ſoit parvenu des obſervations plus anciennes, & qui paroiſſe avoir travaillé avec plus d'intelligence & plus d'exactitude, que Co-CHEOU-KING: il fit conſtruire à Pekin un Gnomon de 40 pieds de hauteur, dont il meſura l'ombre en divers temps de l'année, ſur-tout en 1278 & 1279; les longueurs de l'ombre furent trouvées de 11,7775, le 10 Juin 1278; de 32,1955, le 16 Mars; de 26,0345, le 31 Mars; de 12,264, le 29 Juin; de 25,899, le 29 Août; de 76, 74, le 29 Novembre; en ſuppoſant la hauteur de 40°: d'où M. de la Caille conclut l'obliquité de l'écliptique dans ce temps-là de 23° 32′ 12″, le lieu de l'apogée du ſoleil 3ˢ 0° 10′, & la durée de l'année 365ʲ 5ʰ 48′ 49″, (*Mém. Ac.* 1757. *p.* 111. & 140.). Il détermina la latitude de Pekin de 42°, & la diſtance de l'étoile polaire au pole du monde 3°. Il employa le premier la Trigonométrie ſphérique, ou la réſolution des triangles dans l'Aſtronomie.

267. Le Prince *Tching* & l'Aſtronome *Hing-yun-lou* en 1573 s'appliquerent beaucoup à perfectionner l'Aſtronomie : ils expliquerent la méthode de calculer les éclipſes, & examinerent la plûpart de celles qui étoient rapportées dans l'Hiſtoire de la Chine. Le P. Gaubil fait beaucoup de cas de leur ouvrage. C'eſt vers ce temps-là que les Miſſionnaires Jéſuites porterent à la Chine le goût des Sciences Européennes, & ſur-tout les plus belles connoiſſances d'Aſtronomie : ainſi nous ne devons plus tenir compte aux Chinois de ce qui s'eſt trouvé, depuis ce temps-là, d'Aſtronomie parmi eux. Nous finirons en remarquant d'après l'hiſtoire du P. Gaubil, combien les Chinois étoient encore éloignés en Aſtronomie de cette perfection ſi ſinguliere & ſi ancienne, dont ils ſe vantoient à nos premiers Miſſionnaires ; prétendant que depuis plus de 4000 ans il y avoit à la Chine un Collége d'Aſtronomie ; mais ce n'eſt pas ſans peine que le P. Gaubil a tiré la vérité des ténebres, en pénétrant au travers de monumens anciens très-obſcurs & très-défigurés.

Arrivée des Miſſionnaires Jéſuites.

ÉTAT DE L'ASTRONOMIE EN EUROPE depuis 1230 juſqu'en 1660.

268. Dans le temps où les Arabes ſe diſtinguoient en Orient par un grand nombre d'obſervations, de travaux & de Livres d'Aſtronomie, il ne paroiſſoit en Europe que de temps à autres, & comme par haſard, des hommes dignes d'avoir place dans l'hiſtoire de l'Aſtronomie.

L'Empereur Frédéric II. vers l'an 1230 ſe déclara le protecteur des Lettres. Il rétablit l'Univerſité de Naples ; il fonda celle de Vienne en Autriche en 1237 ; il donna une nouvelle vigueur aux Ecoles de Bologne & de Salerne : il fit traduire de l'Arabe pluſieurs Livres anciens de Médecine & de Philoſophie, en particulier l'*Almageſte de Ptolémée*, qui fit la premiere époque du renouvellement de l'Aſtronomie en 1230 (Voyez art. 233).

Frédéric II.

269. Jean de Sacro-bosco fut le premier Ecrivain qui acquit de la célébrité vers ce temps-là : il naquit à

Sacro-boſco.

Holifax ou Holiwood, en Angleterre, d'où il prit le nom de *Sacro-boſco*. Il étudia dans l'Univerſité d'Oxford ; mais bientôt attiré par la réputation de l'Univerſité de Paris, il vint en France, où il enſeigna publiquement la Philoſophie & les Mathématiques : ce fut-là qu'il compoſa un Abrégé d'Aſtronomie ſphérique & théorique, d'après les ouvrages de Ptolémée & d'Alfragan, qui eſt intitulé, *de Sphæra*, & qui a été depuis imprimé pour la premiere fois à Veniſe en 1499. Cet ouvrage étoit ſi célebre, que pendant 300 ans on n'en connut point d'autre dans les écoles. Clavius écrivant ſon cours d'Aſtronomie en 1585, ne crut pouvoir mieux faire que de commenter Sacro-boſco : cet Auteur a laiſſé des Traités ſur l'Aſtrolabe & ſur le Comput Eccléſiaſtique. Il mourut à Paris en 1256 ; il eſt enterré dans le cloître des Mathurins, où l'on voit un aſtrolabe ſur ſon tombeau avec quatre vers Latins. (*Voyez* Anton. Wood, *Hiſt. Acad. Oxon. L. I. p.* 85. *&* Voſſius, Ecrivain Hollandois, dans ſon Ouvrage *de Scientiis Mathematicis*, *p.* 179.).

Alphonſe.

270. ALPHONSE X. Roi de Caſtille, ſurnommé *le Sage*, fut le premier qui ſongea à corriger les Tables de Ptolémée : dès l'année 1240, & du vivant même de ſon pere, il avoit attiré à Tolede les Aſtronomes les plus habiles de ſon temps, Chrétiens, Maures ou Juifs, dont les travaux procurerent enfin les *Tables Alphonſines* l'an 1252, la premiere année de ſon regne ; celui qui eut le plus de part à cet Ouvrage fut *Iſaac Aben-ſid*, ſurnommé *Hazan*.

Edition de 1483.

Alphonſe mourut en 1284 ; ſes Tables furent imprimées pour la premiere fois en 1483, à Veniſe, par Radtolt qui excelloit dans l'Imprimerie vers ce temps-là : cette édition comprend 24 feuillets, elle eſt extrêmement rare ; il y en a d'autres de 1492, 1521, 1545, &c. (*Weidler*, *p.* 280.).

Trapezuntius.

271. TRAPEZUNTIUS, (Georges) étoit né en 1396 dans l'Iſle de Créte, & fut ainſi nommé parce que ſon pere étoit originaire de Trapézunce, ville de Cappadoce : il eſt preſque le plus ancien de ceux qui excellerent dans les traductions de Grec en Latin ; il étoit d'un caractère vif & méchant. Son reſpect pour les écrits d'Ariſtote le fit écrire

contre Platon & les autres Philoſophes d'une maniere odieuſe ; & il fut réfuté dans un Ouvrage exprès du Cardinal Beſſarion : il mourut en 1486. Il traduiſit le premier l'*Almageſte de Ptolémée* ſur les exemplaires Grecs : ſa traduction fut imprimée à Bâle en 1541, & enſuite en 1551, avec les corrections de Schrekenfuchſius. L'édition de 1515, imprimée à Veniſe par Pierre Lichſtenſtein, eſt une de celles qui avoient été faites ſur l'Arabe (234).

Purbachius.

272. PURBACHIUS, (Georges) fut ainſi nommé à cauſe de la ville de *Peurbach*, ſur les confins de l'Autriche & de la Baviere, où il naquit en 1423. Il enſeignoit les Mathématiques à Vienne en Autriche : il conſtruiſit pluſieurs inſtrumens d'Aſtronomie ; il raſſembla pluſieurs Tables du premier mobile ; il compoſa des Tables de Sinus de dix en dix minutes, ſur un rayon de 60 parties ; il réforma les Tables des planetes, & calcula les équations plus exactement qu'on ne l'avoit fait dans les Tables Alphonſines : ſes nouvelles Tables des éclipſes furent très-célèbres, auſſi bien que ſes *Théoriques* qui parurent en 1460, ſur leſquelles il y a eu grand nombre de commentaires. Gaſſendi a compoſé la vie de Purbachius. *Tannſtetter*, dans la Préface qu'il a miſe à la Table des éclipſes de cet Auteur, a donné un catalogue de tous ſes Ouvrages ; & l'on trouve pluſieurs obſervations de lui parmi celles de Regiomontanus & de Walterus, publiées par Schoner (277), & dont nous allons parler.

Sa vie écrite par Gaſſendi.

Regiomontanus.

273. REGIOMONTANUS, ou Jean Muller, de Koniſberg, naquit en 1436 : diſciple de Purbachius, il continua ſes travaux pour le progrès de l'Aſtronomie, & il y travailla plus efficacement qu'on ne l'avoit fait juſqu'alors, en faiſant lui-même de bonnes obſervations. Il alla à Vienne dès ſa jeuneſſe pour étudier ſous Purbachius la théorie des planetes, & acquérir la connoiſſance de toute l'Aſtronomie de ce temps-là. Parmi les obſervations qu'ils firent enſemble, il nous reſte trois éclipſes de lune, de 1457 & 1460. Regiomontanus ſuccéda à la place de Purbachius en 1460 ; mais cela ne l'empêcha point d'aller à Rome en 1461 avec le Cardinal Beſſarion, pour y apprendre le Grec, & ſe

Ses obſervations.

mettre mieux en état de lire Ptolémée. Il y fit auſſi diverſes obſervations : il remarqua, entre autres, une éclipſe de lune du 27 Décembre 1461, qui arriva une heure plus tard qu'elle n'étoit annoncée par le calcul. Sa réputation le fit déſirer en divers endroits où il fit des voyages, & en 1471 il ſe retira à Nuremberg, à cauſe des troubles occaſionnés par la guerre de Bohême.

274. Il fut reçu à Nuremberg avec empreſſement par *Bernard Waltherus*, citoyen riche & amateur de l'Aſtronomie, qui fit conſtruire pluſieurs inſtrumens à ſes frais, & qui leva une Imprimerie pour le progrès de cette Science.

Ses Inſtrumens d'Aſtronomie.

Leurs principaux inſtrumens étoient : 1°. des régles aſtronomiques de cuivre, pour prendre les hauteurs des aſtres ; 2°. un rectangle ou rayon aſtronomique, pour meſurer les diſtances ; 3°. un aſtrolabe armillaire, formé par des cercles, ſemblable à ceux d'Hipparque & de Ptolémée : ils commencerent à obſerver enſemble en 1472. Il parut alors une célebre comete, ſur laquelle Regiomontanus compoſa un Traité particulier.

275. Regiomontanus publia à Nuremberg les Théoriques de Purbachius ; le Poëme Aſtronomique de Manilius ; un nouveau Calendrier où il annonçoit les conjonctions, les oppoſitions & les éclipſes : il compoſa le premier de bonnes Ephémérides pour 30 ans, depuis 1475 juſqu'en 1506, dans leſquelles étoient annoncées jour par jour les longitudes des planetes, leurs latitudes, leurs aſpects & les éclipſes : elles furent reçues avec un empreſſement extraordinaire de toutes les nations ; elles furent imprimées à Veniſe en 1474, par Radtolt, dont nous avons déja parlé. Il eſt vrai qu'on trouve des Ephémérides pour 1442, à la Bibliotheque du Roi, & qu'on avoit déja vû des prédictions aſtronomiques de cette eſpece ; mais elles n'approchoient pas des Ephémérides de Regiomontanus pour l'étendue & pour la préciſion.

Ses Ephémérides.

276. Le Pape Sixte IV. voulant faire une réformation du Calendrier, & ne trouvant perſonne qui fût auſſi capable de l'entreprendre, engagea Regiomontanus à venir à Rome en 1475 ; mais il y mourut l'année ſuivante à l'âge

de 40 ans, & il fut enterré dans le Panthéon. On prétendit que les enfans de Trapézuntius l'avoient fait empoiſonner, parce qu'il publioit les fautes qui ſe trouvoient en grand nombre dans la traduction que leur pere avoit donnée de Ptolémée. Voyez Tannſtetter, *Præfat. ad Tabulas Eclipſium* Purbachii, où l'on trouve un catalogue de tous ſes Ouvrages, tant imprimés que manuſcrits. *Gaſſendi* a compoſé fort au long la vie de ce célebre Aſtronome ; & Doppelmayer, *de Mathem. Norimb.*, y a encore ajouté des détails intéreſſans.

277. WALTHERUS, (Bernhard) né à Nuremberg en 1430, eſt regardé comme le diſciple de Regiomontanus, quoique plus âgé, parce qu'il commença plus tard à être connu, & qu'il vécut plus long-temps. Ayant reçu chez lui en 1471 ce célebre Aſtronome, il en profita pour s'inſtruire, ſoit dans la théorie, ſoit dans les obſervations : il acheta enſuite les inſtrumens, les livres & les manuſcrits des héritiers de Regiomontanus, & continua d'obſerver avec les armilles & les régles parallactiques, juſqu'en 1504 qu'il mourut. Waltherus.

278. Après ſa mort, ces obſervations furent achetées par le Sénat de Nuremberg, & publiées enſuite par *Jean Schoner*, à Nuremberg en 1544 ; enſuite par Snellius à la ſuite des obſervations du Landgrave de Heſſe, en 1618 ; & enfin, en 1666, avec celles de Tycho-brahé, dont l'Editeur raſſembla toutes les obſervations qui avoient été faites juſqu'alors. On reproche à Waltherus d'avoir tenu extrêmement cachées les obſervations de Regiomontanus, qu'il auroit dû publier. Le Citoyen & le Philoſophe regardent également cette ſorte de jalouſie, ou de myſtère, comme une tache à la mémoire d'un grand homme. Reproche qu'on lui a fait.

279. COPERNIC, (Nicolas) naquit à Thorn en Pruſſe le 19 Janvier 1472. Il avoit eu de bonne heure le goût de l'Aſtronomie ; mais il ne commença à obſerver que dans ſon voyage d'Italie vers l'an 1500. Son oncle qui étoit Evêque de Warm, lui donna un canonicat dans la Cathédrale de Fravemberg, à l'embouchure de la Viſtule ; & ce fut-là qu'il s'adonna ſérieuſement à l'Aſtronomie. Copernic.

Il trouva d'abord de la répugnance à admettre, comme les Anciens, dans les planetes, un mouvement uniforme autour d'un centre particulier & différent de celui de la terre, dans le cercle qu'ils appelloient l'*Equant*. Il voulut connoître & étudier les Livres de tous les anciens Aſtronomes, pour choiſir entre leurs ſyſtêmes & leurs hypothèſes, & en tirer quelque choſe de clair & de vraiſemblable.

Ses études dans les Anciens.

280. On voit dans le chapitre X de ſon premier Livre, qu'il s'occupa principalement d'un ſyſtême qu'il attribue à *Martianus Capella*, Auteur Romain du cinquieme ſiécle : Gaſſendi, dans la vie de Copernic, y joint celui d'*Apollonius Pergæus* qui avoit vécu à Alexandrie 240 ans avant J. C. Martianus, à l'exemple des Egyptiens, avoit placé le ſoleil entre la lune & Mars, faiſant tourner Mercure & Vénus autour du ſoleil, comme leur centre propre ; mais, au rapport de Gaſſendi, Apollonius avoit fait plus que les Egyptiens, il avoit avancé que non-ſeulement Mercure & Vénus, mais encore Mars, Jupiter & Saturne décrivoient leurs cercles autour du ſoleil, tandis que le ſoleil, auſſi bien que la lune, tournoient autour de la terre comme centre du monde ; ce qui a été depuis appellé *le ſyſtême de Tycho-brahé*. Je ne vois pas cependant que Copernic en ait parlé dans ſon dixieme Chapitre, où il fait mention ſimplement de Martianus Capella.

Copernic préféra d'abord ces hypothèſes qui repréſentoient parfaitement la proximité conſtante de Mercure & de Vénus au ſoleil, la cauſe de leurs ſtations & rétrogradations apparentes. Il conſidéra enſuite qu'il étoit ſurprenant que le ſoleil étant le centre du mouvement des planetes, ne fût pas le centre du monde, & qu'il étoit incroyable que le ſoleil, accompagné de pluſieurs corps céleſtes, pût tourner non-ſeulement chaque année dans l'écliptique, mais encore chaque jour autour de nous : il voyoit que les Pythagoriciens n'avoient pas fait difficulté de renverſer cet ordre, & de faire tourner la terre autour du ſoleil : il imita leur exemple, en attribuant à la terre un mouvement diurne de rotation ſur ſon axe, & un mouvement annuel autour du ſoleil : il examina ſur cette ſuppoſition toutes les

Son Syſtême.

obſervations ; & il vit qu'on les expliquoit ſi bien avec le mouvement de la terre, que tous les phénomènes rentroient dans l'ordre le plus ſimple.

281. Copernic commença dès l'an 1507 à méditer & à écrire là-deſſus ; mais craignant d'annoncer des choſes trop extraordinaires, ſans en avoir des preuves démonſtratives, il voulut examiner chaque planete en particulier, & en déterminer les mouvemens de maniere à conſtruire des Tables plus exactes que les Tables de Ptolémée, ou les Tables Alphonſines. Il fit conſtruire un quart-de-cercle, des régles à la maniere de Ptolémée, & un inſtrument parallactique, dont la plus longue régle étoit diviſée en 1414 parties, pour former l'hypothénuſe d'un triangle rectangle iſocele, dont les côtés ayant 4 pieds de long, étoient diviſés en 1000 parties : ce fut avec le ſecours de ces inſtrumens, & par beaucoup d'obſervations, qu'il parvint à conſtruire de nouvelles Tables des planetes, & à finir vers l'an 1530 ſon grand Ouvrage *de Revolutionibus Orbium cœleſtium*, qu'il ne publia cependant que long-temps après. Ses obſervations.

282. Le Cardinal de Capouë, *Schoenberg*, l'exhortoit par lettres en 1536, à donner au Public ſes travaux ſur le ſyſtême du monde ; & en 1539, *Rheticus*, Profeſſeur de Mathématiques à Wittemberg, quitta ſa place pour aller en Pruſſe ſe joindre à Copernic, & s'inſtruire de ſes découvertes. Copernic ſe détermina enfin à confier ſon ouvrage à un Evêque nommé Gyſius ; il y joignit une dédicace au Pape Paul III. Gyſius remit ce manuſcrit à Rheticus qui retournoit en Saxe, & qui le fit imprimer à Nuremberg en 1543 : l'édition fut achevée le 24 Mai ; mais peu de jours après avoir reçû le premier exemplaire de cet immortel ouvrage, Copernic mourut d'un flux de ſang : il fut enterré dans l'Egliſe Cathédrale de Warm. Le Livre de Copernic a été réimprimé à Baſle en 1566, & à Amſterdam en 1617. Son Livre publié en 1543.

283. Les obſervations de Copernic ont été publiées à la tête de celles de Tycho, en 1666. La vie de Copernic a été compoſée par Gaſſendi, auſſi bien que celles de Purbachius, de Regiomontanus & de Tycho : on les trouve dans le cinquieme tome de ſes ouvrages imprimés à Lyon

en 1685 ; & elles avoient paru ſéparément à la Haye en 1655.

284. Vers le temps de Copernic, il commença à paroître beaucoup de Mathématiciens, d'Aſtronomes, & ſur-tout d'Ecrivains célebres dans ce genre, parmi leſquels on doit diſtinguer André *Striborius*, Chanoine de Vienne en Autriche, qui écrivit un très-grand nombre d'ouvrages vers l'an 1500.

Werner. 285. Jean *Werner*, né à Nuremberg en 1468, obſerva la comete de 1500 : il compoſa un grand nombre d'ouvrages, & ſur-tout un Traité *de Motu octavæ Spheræ*, imprimé à Nuremberg en 1522, *in*-4°. dans lequel il fit voir par des obſervations faites en 1514, que la préceſſion des équinoxes en 100 ans, étoit de 1° 10′, & non pas de 1° ſeulement, comme on l'avoit cru juſqu'alors : ce Livre étoit déja ſi rare du temps de Tycho-brahé, qu'après l'avoir fait chercher par toute l'Allemagne, il fut obligé de le demander encore en Italie, où enfin on le trouva. Werner mourut en 1528. (Doppelmayer, *de Mathem. Norimb. p.* 31.).

Mouvement des Etoiles.

Schoner. 286. Jean *Schoner*, né à Carlſtadt en Franconie le 16 Janvier 1477, fit quelques obſervations aſtronomiques à Nuremberg, publia pluſieurs ouvrages de Regiomontanus, & en écrivit lui-même un grand nombre : il mourut à Nuremberg en 1547.

Stoffler. 287. Jean *Stoffler*, Profeſſeur de Mathématiques à Tubingue vers l'an 1516, compoſa des éphémérides pour 50 ans, à commencer de 1500 : il fit beaucoup d'autres ouvrages, & mourut en 1531. (Adami, *Vitæ Phil. Germ. p.* 73. Voſſius, Bayle, Weidler.).

Fernel. 288. Jean *Fernel*, Médecin & Aſtronome François, fut le premier des Modernes qui entreprit la meſure du degré de la circonférence de la terre ; il y parvint en 1550, comme nous le dirons dans le XVe. Livre. On a de lui beaucoup d'autres ouvrages très-eſtimés & très-curieux pour ce temps-là : il mourut en 1558.

Meſure de la Terre.

Reinhold. 289. Eraſme *Reinhold*, né à Thuringe en 1511, eſt un des plus célebres Aſtronomes qu'il y ait eu de ſon temps.

Il publia

Il publia en 1551 des Tables aſtronomiques dédiées à Albert de Brandebourg, Duc de Pruſſe, & intitulées pour cette raiſon, *Tabulæ Prutenicæ* : elles étoient faites ſur les obſervations de Copernic & de Ptolémée ; mais elles étoient plus exactes que celles de Copernic, parce que celui-ci à qui les longueurs du calcul déplaiſoient fort, avoit mis peu de ſoin dans la conſtruction de ſes Tables aſtronomiques. Reinhold publia encore pluſieurs ouvrages, & il en préparoit beaucoup d'autres, lorſqu'il mourut en 1553. Tycho-brahé alla voir ſon fils, Médecin à Salfed, & il en fit l'éloge, (*Progymn. p. 699.*). Kepler parle de Reinhold comme d'un génie né pour les Mathématiques, & recommandable ſur-tout par la clarté de ſes ouvrages, (*Tab. Rudolph. p. 4.*). Ses Tables furent employées dans la conſtruction du Calendrier Grégorien, en 1582. *Tabulæ Prutenicæ.*

290. Georges-Joachim *Rheticus*, contemporain & collégue de Reinhold dans l'Univerſité de Wittemberg, naquit en 1514 à Feldkirchen dans les Griſons, (*in Rhetia*), d'où il tira le nom de *Rheticus* : il alla à Fraumberg pour voir Copernic, & s'inſtruire avec lui ; c'eſt-là qu'il entreprit le calcul immenſe des Sinus de dix en dix ſecondes : cet ouvrage célebre fut achevé dans la ſuite par Pitiſcus en 1599. Rheticus mourut en Pologne en 1576. Rheticus. Table des Sinus de dix en dix ſecondes.

291. GUILLAUME IV. Landgrave de Heſſe, né en 1532, occupe un rang diſtingué parmi les Reſtaurateurs de l'Aſtronomie : depuis 1561 juſqu'en 1592, il s'appliqua lui-même aux obſervations aſtronomiques, & s'attacha *Rothman* & *Byrgius* ; le premier qui étoit Aſtronome, & le ſecond qui excelloit à faire des inſtrumens d'Aſtronomie. Le Landgrave fit bâtir à Caſſel un Obſervatoire, où il raſſembla toutes les machines connues de ſon temps : ſes obſervations ſont les meilleures qui aient été faites avant Tycho ; la plûpart ont été publiées à Leyde en 1618. On les retrouve encore avec le Catalogue des Etoiles tiré de ces obſervations, dans l'Hiſtoire Céleſte de Tycho, publiée en 1666. Mais comme on ſçavoit qu'une partie des obſervations de ce Prince étoient encore manuſcrites en 1760, M. l'Abbé de la Caille engagea M. le Duc de Broglio, Général Guillaume IV. Landgrave de Heſſe. Ses obſervations.

Ses Manuſcrits dépoſés à l'Académie.

de l'Armée de France qui occupoit Caſſel, à en faire tirer une copie, & elle a été dépoſée dans la Bibliotheque de l'Académie des Sciences, reliée en un volume *in-folio*. Ce Recueil comprend des hauteurs obſervées en 1585 & 1587, par le Landgrave, & par Rothman & Birge, ſes deux Mathématiciens; des obſervations d'étoiles faites en 1567 par le Prince lui-même, & un Traité d'Aſtronomie de Rothman.

Tycho.

292. TYCHO-BRAHÉ, le plus grand Obſervateur qu'il y ait eu, eſt le premier qui par l'exactitude & le nombre de ſes obſervations, ait donné lieu au renouvellement de l'Aſtronomie : toutes les théories, les tables & les découvertes de Kepler ſont fondées ſur ſes obſervations; & leurs noms à la ſuite d'Hipparque & de Copernic, doivent aller à l'immortalité. Tycho naquit le 13 Décembre 1546 à Knudſtrup, dans la province de Scanie, d'une famille illuſtre qui ſubſiſte encore dans la Suéde. En 1559 il alla étudier à Copenhague : il fut étonné en voyant arriver l'éclipſe de ſoleil du 21 Août 1560, ſuivant la prédiction des Aſtronomes; dès ce moment il conçut le deſir de pouvoir à ſon tour faire de ſemblables prédictions. Il ſe mit à étudier la Sphère, & à conſulter ſouvent les Ephémérides de *Stadius*. En 1562 on l'envoya à Leipſic pour étudier en Droit, avec un Gouverneur qui ne pouvoit ſouffrir de voir ſon Eleve s'occuper d'Aſtronomie : celui-ci étoit obligé d'acheter, aux dépens de ſes plaiſirs, les moyens de s'inſtruire en ſecret : un petit globe céleſte de la groſſeur du poing, lui ſervoit à connoître les conſtellations & à les obſerver, quand le Gouverneur étoit endormi : dans un mois il avoit appris à diſtinguer toutes celles qui paroiſſoient alors ſur l'horiſon de Leipſic; les éphémérides lui ſervoient à reconnoître les planetes & à ſuivre leurs mouvemens : il voulut enſuite connoître les principes ſur leſquels ces éphémérides étoient conſtruites; il ſe procura les Tables d'Alphonſe & de Copernic; il s'en rendit l'uſage familier, & il ne tarda pas à reconnoître qu'elles s'écartoient ſouvent beaucoup de l'obſervation; & que les éphémérides de *Stadius*, les ſeules qu'on eût alors, n'étoient pas toujours exactes; il vit ſurtout au mois d'Août 1563, que la conjonction de Jupiter

Il commence à examiner le Ciel en 1560.

& de Saturne avoit été mal annoncée, & que les Tables n'y étoient pas conformes : ce fut alors qu'il conçut le projet de faire de meilleures obſervations. Il fit connoiſſance avec *Scultetus* qui faiſoit à Leipſic des inſtrumens de Mathématiques : il acheta de lui un rayon aſtronomique à la façon de *Gemmafriſius*, avec lequel il paſſoit en ſecret des nuits entieres à obſerver ; les obſervations qu'il fit avec ce petit inſtrument, exiſtent encore, & il en avoit compoſé un Recueil ſéparé.

Il reconnoît l'erreur des Tables aſtronomiques.

293. Après avoir été trois ans à Leipſic, Tycho retourna dans ſon pays à l'occaſion de la mort de ſon oncle. Mais voyant que ſes parens faiſoient peu de cas de ſes occupations, il s'éloigna d'eux, & revint en 1566 à Wittemberg, où il faiſoit tranquillement diverſes obſervations, lorſque la peſte l'obligea de ſe retirer à Roſtoch dans le Meklembourg. Il obſerva au mois d'Avril 1567 une éclipſe de ſoleil, qu'il compte pour la premiere qu'il eût obſervée dans les régles.

Il obſerve en 1566.

294. En 1569 Tycho vint à Auſbourg, & ſe lia avec *Hainzelius*, Sénateur de cette ville, qui avoit du goût pour l'Aſtronomie : il chercha des ouvriers dans l'intention de faire un quart-de-cercle où l'on pût diſtinguer chaque minute de degré ; le Sénateur ſe chargea des frais, & fit placer dans ſa maiſon de campagne à Gekinga, un quart-de-cercle de bois de 14 pieds de rayon ; Tycho fit faire auſſi un ſextant de bois de 4 pieds de rayon.

295. En 1571, retourné dans ſa patrie, il trouva un de ſes oncles nommé *Billeus*, plus éclairé & plus favorable aux Sciences, qui connoiſſant le mérite de ſon neveu, lui donna un endroit commode à *Herritz-wadt* près de Knudstrup, pour y travailler à ſes obſervations : il y forma un laboratoire ; & après avoir obſervé quelque temps avec ſon rayon aſtronomique, il fit faire enſuite un ſextant ſemblable à celui qu'il avoit laiſſé à Auſbourg.

296. Ce fut-là que le 11 Novembre 1572 il apperçut cette étoile ſinguliere de la conſtellation de Caſſiopée, dont il fit des obſervations aſſidues, qui furent d'abord imprimées à Copenhague, & qu'il a données enſuite plus

Nouvelle Etoile de 1572.

au long dans ſes Progymnaſmes. Nous en parlerons dans le IIIe. Livre. Sa réputation fit ſouhaiter à beaucoup de perſonnes qu'il voulût donner quelques leçons dans l'Univerſité de Copenhague, ſur des choſes que perſonne ne connoiſſoit comme lui : il s'y refuſa long-temps ; mais enfin le Roi s'y étant intéreſſé, il s'y rendit en 1574, & y démontra les théories ſur leſquelles étoient fondées les Tables aſtronomiques.

297. Il alla voir en 1575 le Landgrave Guillaume à Caſſel, où nous avons dit qu'il y avoit un Obſervatoire célebre (291); il vint enſuite à Bâle, & de-là à Veniſe, d'où il revint à Copenhague, avec le deſſein de retourner s'établir à Bâle. Dans ces entrefaites, le Roi *Frédéric I.* à qui le Landgrave avoit fait connoître le rare mérite de Tycho, lui écrivit de venir le joindre, & lui offrit la protection la plus marquée pour le mettre à portée de ſuivre le cours de ſes travaux : il lui donna l'iſle d'*Huenne*, en Latin *Venuſia*, ſituée vis-à-vis de Copenhague, ſe chargea des frais du bâtiment, des machines & des ouvriers qui lui ſeroient néceſſaires. On y bâtit un château appellé *Uranibourg*, en forme de quarré de 60 pieds en tout ſens, dont on peut voir la deſcription dans le Livre qui a pour titre, *Aſtronomiæ inſtauratæ Mechanica*, imprimé en 1598. On y joignit les inſtrumens les plus grands & les plus parfaits, au nombre de 28, dont le même Ouvrage contient les figures & les deſcriptions ; il y en avoit qui étoient diviſés non-ſeulement en minutes, mais même de dix en dix ſecondes ; il y employa tout ce que la magnificence d'un ſi généreux Prince lui accorda, & tout ce que ſes propres revenus lui fournirent : ſes obſervations commencerent en 1582.

Le Roi lui donne l'iſle d'Huenne.

298. Tycho ne pouvant ſuffire à l'immenſité des travaux qu'il ſe propoſoit de ſuivre, attira auprès de lui des gens capables de le ſeconder : il forma des Eleves à ſes frais ; & il y avoit ſans ceſſe des Obſervateurs attentifs & des Calculateurs aſſidus, qui travailloient ſous ſes ordres.

Etendue de ſes travaux.

Dans l'eſpace de 15 ans qu'il obſerva dans cette iſle, Tycho établit les fondemens de toute l'Aſtronomie ; il détermina les lieux de 777 étoiles fixes, chacune par pluſieurs

obſervations : le ſoleil, les planetes, les cometes, les parallaxes, les réfractions, tout fut obſervé & fixé d'une maniere auſſi exacte que nouvelle.

299. Les hommes les plus habiles ſe faiſoient un plaiſir d'aller voir cet Aſtronome incomparable, & tout le monde y étoit reçu avec aménité. Le Roi d'Ecoſſe allant épouſer la Princeſſe Anne, ſœur du Roi de Dannemark, paſſa dans l'iſle d'Huenne avec toute ſa Cour, & fut ſi enchanté des travaux & des ſuccès de Tycho, qu'il compoſa ſon éloge en vers Latins, tel qu'on l'a imprimé dans les Progymnaſmes.

300. Tant de gloire & de mérite devoit faire des envieux. La mort du Roi Frédéric II, leur procura les moyens de réuſſir dans leurs manœuvres. Ils commencerent à exagérer les beſoins de l'Etat, & ils firent enfin révoquer les penſions dont il jouiſſoit : alors Tycho ne pouvant plus ſuffire aux dépenſes de ſes obſervations, & prévoyant qu'on lui ôteroit encore ſon iſle d'Huenne, fit tranſporter une partie de ſes inſtrumens à Copenhague, & ne laiſſa à Uranibourg que les plus lourds & les plus difficiles à tranſporter. Mais la rage de ſes perſécuteurs n'étant pas aſſouvie, un Miniſtre nommé *Walchendorp*, (ſon nom doit être connu, pour être réſervé à l'infamie, & dévoué à l'exécration des Sçavans de tous les âges), lui fit défenſe de continuer à Copenhague ſes travaux d'Aſtronomie ou de Chymie : Tycho fut donc obligé de fréter un bâtiment de tranſport, où il mit ſa famille, ſes inſtrumens, ſes livres, & abandonna pour toujours ſon ingrate patrie au milieu de l'été, dans l'année 1597.

Il abandonne ſon Iſle.

301. Il paſſa d'abord à Roſtoch, & de-là près de Hambourg au château de Wandeſbourg, chez Henri *de Rantzow*, qui lui avoit offert un aſyle : ce fut-là qu'il publia en 1598 la Deſcription de ſes inſtrumens, *Aſtronomiæ inſtauratæ Mechanica*, dédiée à l'Empereur *Rodolphe II.*

Ce Prince qui connoiſſoit le mérite de ce célebre fugitif, l'attira près de lui à Prague en 1599, lui donna une penſion conſidérable, & enſuite un château éloigné de cinq milles de Prague, ſur le bord du Liſar. Tycho s'y retira avec ſa famille ; il y attira Kepler auſſi-bien que deux

L'Empereur lui donne une penſion.

de ſes Obſervateurs, *Melchior Joſtelius*, & *Chriſtian Longomontanus*, qui furent dans la ſuite Profeſſeurs de Mathématiques, l'un à Wittemberg, l'autre à Copenhague.

302. Cependant la ſolitude & les incommodités de ce ſéjour lui ayant fait deſirer de retourner à Prague, l'Empereur acheta pour lui une maiſon commode, & lui donna Kepler pour le ſeconder dans les obſervations & les calculs qu'il vouloit continuer : il reprenoit ces exercices avec une vigueur nouvelle, lorſqu'il fut enlevé par une maladie aiguë, le 24 Octobre 1601. (Voyez la Vie de Tycho par Gaſſendi, & une Lettre particuliere de Tycho, écrite le 18 Septembre 1599 à Velleius, publiée par *Caſſeburg*, à Iena en 1730, *in*-4°.)

Obſervatoire détruit par les ouragans.

Le château d'Uranibourg fut donné ſans doute à quelque courtiſan qui en fit peu de cas, car en 1652 M. Huet qui voulut viſiter un lieu auſſi célebre, n'en trouva aucun veſtige ; le nom même de Tycho étoit inconnu dans cette iſle barbare, un ſeul vieillard qui s'en ſouvenoit encore, lui dit que les ouragans avoient renverſé cet édifice. M. Picard, envoyé par l'Académie en 1671, pour reconnoître la ſituation exacte de cet Obſervatoire, fut obligé de faire fouiller la terre pour en rechercher les fondemens.

303. Parmi les Ecrits de Tycho on doit citer principalement les ſix Ouvrages ſuivans : *Epiſtolarum Liber I.* Uraniburgi, 1596, *in*-4°. *Aſtronomiæ inſtauratæ Mechanica*, Wandesburgi, 1598, *in-fol. Aſtronomiæ inſtauratæ Progymnaſmata* *, *Pars prima*, 1602, *in*-4°. réimprimée en 1648, avec une addition *de Mundi ætherei recentioribus Phenomenis. Liber de Cometa*, 1603. *Epiſtolarum Aſtronomicarum Libri duo*, Francof. 1610. *in*-4°. *Hiſtoria Cœleſtis*, Auguſtæ Vindelicorum, 1666. *in-fol.* Ce dernier Ouvrage, le plus conſidérable de tous, fut publié par le P. *Albert Curtius*, Jéſuite, ſous l'anagramme de *Lucius Barretus* : il y manque les obſervations de 1593.

Hiſtoire des Manuſcrits de Tycho-brahé.

304. Lorſqu'on publia le Recueil des Obſervations de Tycho-brahé à Auſbourg en 1666, en 2 vol. *in-fol.* on ne

* Πρὸ Γυμνασμα, *Præexercitatio.* C'eſt la premiere ébauche d'un Traité complet d'Aſtronomie.

trouva point celles de l'année 1593 ; l'Editeur ne put les recouvrer malgré tous ſes ſoins : l'Empereur Ferdinand III envoya même dans la Luſace pour faire des recherches dans la maiſon de Bartſchius, gendre de Kepler ; mais elles furent infructueuſes : voici quelle avoit été l'occaſion de la perte de ce Manuſcrit.

Mars s'étant trouvé en 1593 en oppoſition & dans ſon périhélie, c'eſt-à-dire, le plus près de la terre qu'il étoit poſſible, il ſe forma une diſcuſſion littéraire à ce ſujet entre Tycho & les Obſervateurs de Caſſel : il fut queſtion de ſçavoir ſi l'on pouvoit obſerver la parallaxe de Mars ; on s'envoya mutuellement les obſervations manuſcrites, & l'on croit que ce fut-là l'occaſion de la perte de cette partie du manuſcrit de Tycho.

A la place des obſervations de Tycho, l'on ſubſtitua celles qui furent faites à Caſſel & à Wirtemberg la même année, avec un Catalogue des étoiles, fait pour la même année ſur les obſervations de Caſſel.

305. Cependant les manuſcrits originaux de Tycho avoient été envoyés en Dannemark par Louis Kepler, Médecin de Dantzic, & fils de notre célebre Kepler. Eraſme *Bartholin*, à qui le Roi de Dannemark avoit confié les manuſcrits originaux de Tycho, s'étoit propoſé de les faire imprimer ; il en fit une copie rédigée par ordre des années & des planetes ; mais M. Picard ayant vû en 1671, dans ſon voyage en Dannemark, que l'on ne ſongeoit plus à en faire la dépenſe, il obtint les manuſcrits, & les rapporta en France, comme le plus précieux fruit de ſon voyage : on avoit commencé à les réimprimer en entier lorſque le grand Colbert mourut. M. de l'Iſle a les épreuves de 68 pages imprimées, mais qui n'ont jamais été publiées, ni même tirées à l'impreſſion. C'eſt d'après ces manuſcrits originaux que les obſervations de 1593 ont été tranſcrites par M. de la Hire ſur un exemplaire de l'Hiſtoire Céleſte qui eſt dans la Bibliotheque de l'Académie des Sciences.

306. D'après cette copie de M. de la Hire j'ai fait imprimer les obſervations de Mars, dans les Mémoires de l'Académie pour 1757 ; celles de Jupiter & de Saturne

ſeront bientôt imprimées à leur tour à la ſuite d'un Mémoire de M. Jeaurat. M. de l'Iſle a auſſi une copie entiere & collationnée de toutes les obſervations de Tycho, dans laquelle ſont les obſervations faites avant 1682, qu'on n'a point publiées dans l'édition d'Auſbourg, les obſervations de 1593, dont je viens de parler, & celles des Cometes obſervées par Tycho, que M. Pingré inſérera dans un Traité des Cometes qu'il ſe propoſe de donner au Public.

M. de la Hire, après avoir tranſcrit les obſervations de 1593, renvoya en Dannemark le protocole ou le manuſcrit original de Tycho. Dans l'incendie affreux qui arriva, il y a environ 30 ans, à Copenhague, on parvint à ſauver ce manuſcrit précieux, & il ſubſiſte encore, comme on le voit par le *Journal Etranger* du mois de Mai 1755.

Kepler. 307. KEPLER eſt auſſi célebre dans l'Aſtronomie par les conſéquences qu'il tira des obſervations de Tycho, que celui-ci par les matériaux immenſes qu'il lui avoit préparés. Ce grand homme naquit le 27 Décembre 1571 à Wila, dans le Duché de Wirtemberg : il fut reçu en 1586 parmi les Eleves du Couvent de Mulefontaine. Deſtiné d'abord à l'Etat eccléſiaſtique, il ſe diſtinguoit dans la prédication à l'âge de 22 ans ; cependant il avoit fait auſſi des progrès aſſez marqués dans les Mathématiques ſous *Mæſtlinus*, pour mériter d'être demandé en 1593 à Gratz en Styrie, où l'on venoit de perdre *Georges Stadius*, Profeſſeur de Mathématiques & de Morale.

Son premier Ouvrage en 1595. 308. Dès ce moment il ſe tourna par goût vers l'Aſtronomie, & compoſa en 1595 le Livre intitulé, *Myſterium Coſmographicum*, qui fit admirer ſon génie par les connoiſſeurs de ce temps-là ; & fit deſirer à Tycho-brahé de l'attirer près de lui. Kepler vint à Prague en 1600. Il paſſa à peine deux mois avec Tycho : celui-ci mourut, & Kepler reçut en dépôt toutes ſes obſervations ſur leſquelles il compoſa ſon fameux Ouvrage *de Stella Martis*.

309. L'Empereur Matthias l'attira enſuite à *Lintz*, où il vécut dans une étroite médiocrité. En 1613, il ſe rendit à la Diete de Ratiſbonne, où l'on parloit de la réformation du Calendrier. En 1626, il alla à Ulm pour faire imprimer

imprimer ſes Tables Rudolphines. En 1629 il alla à Sagan chez le Duc de Fridland, & en 1630 il fut fait Profeſſeur de Mathématiques à Roſtoch. Enfin, étant allé à Ratisbonne pour y ſolliciter les arrérages de penſions qui lui étoient dûs, il y mourut le 15 Novembre 1631, à l'âge de 59 ans. (*Voyez les Actes de Leipſic, Janv.* 1719. Weidler, *chap. XV. p.* 413.). Tables Rudolphines.

310. Les principaux Ouvrages de Kepler ſont: *Myſterium Coſmographicum*, 1596. *Paralipomena* ad Vitellionem*, 1604. *De Stella nova in pede Serpentarii*, 1606. *Aſtronomia nova de Stella Martis*, 1609. *Dioptrica*, 1611. *Epitome** Aſtronomiæ Copernicanæ*, 1618 - 1622. *Harmonices Libri quinque*, 1619. *De Cometis*, 1619. *Tabulæ Rudolphinæ*, 1627. Il y a encore de lui pluſieurs autres Ouvrages de moindre conſéquence, dont nous ne parlerons pas. Hévélius raconte qu'il étoit parvenu à recouvrer tous les manuſcrits & toutes les lettres de Kepler, avec les réponſes. Ces manuſcrits furent achetés enſuite par Hanschius qui en faiſoit eſpérer une édition complette. (*Voyez les Actes de Leipſic*, 1709. *p.* 141. *& Janvier* 1719.). Mais il n'y a eu d'imprimé que les lettres, *in-fol.* en 1718. Manuſcrits de Kepler.

311. Neper, Baron Ecoſſois, mérite d'être célébré dans un Livre d'Aſtronomie, pour l'invention des Logarithmes, qu'il publia à Edimbourg en 1614. Il avoit d'abord caché le principe de cette découverte, mais Kepler l'eut bientôt pénétré, & le fils de Neper, dans une édition qu'il donna de l'ouvrage de ſon pere, en expliqua le fondement & les principes. Neper invente les Logarithmes.

Benjamin *Urſinus*, Mathématicien de Brandebourg, calcula des Tables beaucoup plus amples des Logarithmes, qu'il publia en 1625. Mais Henri *Briggs*, Profeſſeur de Géométrie à Oxford, les calcula par le conſeil de Neper, ſur un plan différent, plus commode pour les calculs, en faiſant égal à zéro le logarithme du rayon. Le Livre de Briggs intitulé, *Trigonometria Britannica*, publié à Oxfort Tables d'Urſinus. Tables de Briggs.

* Λείπω, *Relinquo.* Paralipomenes ſont comme un Supplément.
** Τέμνω, *Abbrevio.* Epitome eſt un Abrégé.

en 1624, *in-fol.* contient les logarithmes des nombres depuis 1 juſqu'à 20 mille, & depuis 90 mille juſqu'à 100 mille.

Ulacq. 312. Adrien Ulacq, Mathématicien de Goude en Hollande, non-ſeulement calcula les Logarithmes des nombres intermédiaires depuis 20 mille juſqu'à 90 mille, mais il calcula les Logarithmes des Sinus & des Tangentes pour les degrés, minutes & ſecondes, de dix en dix, de onze chiffres chacun. En conſéquence il publia deux grands Ouvrages à Goude; *Arithmetica Logarithmica*, en 1628, qui contient les Logarithmes des nombres juſqu'à cent mille; *Trigonometria Artificialis*, en 1633, qui contient les Logarithmes des Sinus de dix en dix ſecondes. Ce ſecond Ouvrage eſt extrémement rare, parce que les Aſtronomes en ont continuellement beſoin. Mais on a raſſemblé les Logarithmes de Briggs & d'Ulacq en un ſeul volume, publié à Londres par *Gardiner* en 1742, qui eſt actuellement entre les mains de tout le monde. Celui-ci commence à devenir rare à ſon tour; ces ſortes d'éditions ſont très-couteuſes & ſe font très-rarement. Nous parlerons dans le XXIVe. Livre, de la nature des Logarithmes qui font une partie conſidérable du calcul aſtronomique.

Tables d'Ulacq.

Tables de Gardiner.

Hevelius. 313. Hevelius, (Jean) naquit à Dantzic le 18 Janv. 1611. Il acquit dans ſes premieres études aſſez de Mathématiques pour y prendre un goût décidé: il y joignit le deſſein & la connoiſſance des Arts, qui lui ſervirent auſſi beaucoup dans la ſuite.

Depuis 1630 juſqu'en 1634, il voyagea en Angleterre, en France & en Allemagne: à ſon retour il s'occupa quelque temps des affaires de la République de Dantzic; mais en 1639 animé par les conſeils de *Cruger* qui avoit été ſon premier maître, il ſe livra tout entier à l'Aſtronomie, & ſur-tout aux obſervations, qu'il ſentit bien être le fondement de cette Science. En 1641 il établit chez lui un obſervatoire; il fit faire un ſextant & un quart-de-cercle, de 3 & de 4 pieds; il conſtruiſit lui-même de très-grandes lunettes; il fit une deſcription exacte de la figure de la lune

dans toutes ſes phaſes, pour ſe guider dans l'obſervation des éclipſes de lune, & il publia cette *Sélénographie* * en 1647 *in-folio.* Sélénographie.

314. Sa *Cométographie* fut imprimée en 1668. La premiere partie de ſon grand Ouvrage intitulé, *Machina Cœleſtis*, en 1673, & la ſeconde en 1679. Cette ſeconde partie eſt extrêmement rare, parce que dans le temps même où l'on venoit de l'achever, Hevelius perdit dans un incendie ſa maiſon, ſes inſtrumens & ſes livres. Ses autres Ouvrages ſont, *Annus Climactericus*, 1685. *Firmamentum Sobieſcianum*, 1690. *Prodromus* ** *Aſtronomiæ, & novæ Tabulæ Solares unà cum Catalogo fixarum*, 1690; & pluſieurs Opuſcules de moindre volume. Il mourut le 28 Janvier 1687 à l'âge de 76 ans. *Machina Cœleſtis.*

315. Le Recueil manuſcrit de ſes lettres & des réponſes de la plûpart des Sçavans, avec qui il étoit en correſpondance, formant 17 volumes *in-fol.* fut acheté par M. de l'Iſle en 1725, lorſqu'il alloit en Ruſſie, & ſe trouve actuellement à Paris au Dépôt de la Marine. Ce Recueil renferme certainement une multitude de choſes intéreſſantes pour l'Hiſtoire & le progrès de l'Aſtronomie, qui ſeroient très-dignes d'être rendues publiques. Manuſcrits.

316. Je finis ici mon Abrégé de l'Hiſtoire des anciens Aſtronomes. A la mort d'Hévelius, l'Europe étoit remplie de Sçavans : toutes les nations ſe diſputoient la gloire de découvrir & de perfectionner ; l'Académie des Sciences de Paris, la Société Royale de Londres, eurent ſur-tout la plus grande part à cette révolution : le nombre des gens Illuſtres & des Aſtronomes célebres qu'elles ont produit eſt immenſe : nous aurons occaſion de parler ſouvent de leurs travaux & de leurs découvertes dans le cours de cet Ouvrage ; il nous ſuffira d'en donner ici un Catalogue où le Lecteur puiſſe voir le lieu & le temps où ils ont vécu ; mais il y en a cinq qui par leur célébrité & l'étendue de leurs travaux exigeront des Articles un peu plus étendus.

* Σελήνη, *Luna.*
** Πρὸ Δρομὸς, *Præcurſus.*

DES ASTRONOMES LES PLUS CÉLÉBRES qui ont paru depuis un ſiécle.

Aſſemblées Littéraires à Paris.

317. L'Académie des Sciences de Paris établie en 1666, forme une des époques les plus mémorables dans l'Hiſtoire de l'Aſtronomie comme dans celle des autres Sciences qu'elle embraſſa : le goût des Aſſemblées Littéraires y avoit commencé long-temps auparavant, & avoit été le germe des Sciences & de la Philoſophie. Le Chancelier Bacon parle de ces Aſſemblées d'une maniere brillante, (*Impetus Philoſophici*). Il y eut en 1638 d'autres Aſſemblées formées par le P. *Merſenne*, & continuées chez M. de Montmort & M. Thévenot : on y voyoit Gassendi, Descartes, Fermat, Desargues, Roberval, Bouillaud, Frenicle, Auzout, Blondel, Pascal. On y traitoit de l'Analyſe, des Obſervations, de la Phyſique ; & c'eſt de-là que ſemble être ſortie l'Académie Royale des Sciences.

318. Toutes les parties de l'Aſtronomie ont été découvertes ou perfectionnées dans le ſein de cette Compagnie, comme on le peut voir dans le Recueil des Mémoires faits avant 1699. dans l'Hiſtoire de l'Académie par M. Duhamel, dans l'Hiſtoire céleſte de M. le Monnier qui eſt un Recueil des anciennes Obſervations de l'Académie, dans l'Hiſtoire de l'Aſtronomie, par M. Weidler, *page 526*, & comme on le verra dans tout le cours de cet Ouvrage.

Découvertes faites par l'Académie R. des Sciences.

Parmi les découvertes eſſentielles qui y ont été faites, nous devons compter ici l'application du Pendule aux Horloges, celle des Lunettes au quart-de-cercle faite en 1668, & celle des Micrometres aux lunettes. Les principaux points de l'Aſtronomie y furent tous diſcutés & établis, je veux dire la Théorie du ſoleil & de la lune, leurs diametres, leurs parallaxes, les réfractions, la figure de la terre, l'obliquité de l'écliptique, la propagation ſucceſſive de la lumiere, les inégalités des ſatellites de Jupiter, &c.

Société Royale.

319. La Société Royale de Londres avoit été formée comme l'Académie des Sciences par des Aſſemblées de Curieux & de Sçavans, à Oxfort & à Londres. Les plus

célebres étoient Meſſieurs *Ward*, *Boyle*, *Wilkins*, *Petty*, *Wallis*, *Willis*, *Goddard*, *Matthieu Wren*, *Chriſtophe Wren*; on rapporte l'établiſſement fixe de cette Société à l'année 1660, ſuivant T. Sprat dans ſon Hiſtoire de la Société Royale de Londres : mais le célebre Ouvrage des Tranſactions Philoſophiques compoſé des Mémoires de cette Société ne commence qu'à l'année 1665, en même temps que le Journal des Sçavans commençoit à Paris : ces deux Ouvrages ſe reſſembloient beaucoup, & formerent dès lors un commerce réciproque entre les Sçavans de Paris & de Londres. HOOKE & *Rooke* étoient alors les Aſtronomes les plus habiles de l'Angleterre; mais ils furent bien ſurpaſſés par Flamſteed & Halley, dont nous parlerons bientôt ſéparément, après avoir dit quelques mots des plus célebres Aſtronomes de Paris.

Aſtronomes Anglois.

320. *Chriſtian* HUYGENS de Zulychem en Hollande, fils d'un Conſeiller du Prince d'Orange, naquit en 1619 : le premier Ouvrage par lequel il acquit de la célébrité, fut le *Syſtema Saturnium* 1659, où il explique les apparences ſingulieres de l'anneau de Saturne, ſur leſquelles Galilée & Hévelius s'étoient totalement abuſés; il annonce dans le même Ouvrage la découverte d'un Satellite de Saturne, qu'il appelle *Luna Saturnia*, (c'étoit le 4e) : il l'avoit vû en 1655 avec une lunette de 23 pieds. Les quatre autres furent découverts en 1684 par M. Caſſini (328).

Huygens.

Quatrieme Satellite de Saturne.

L'application du Pendule aux Horloges pour en régler le mouvement d'une maniere parfaitement iſochrone, fut détaillée par M. Huygens en 1673 dans l'Ouvrage qui a pour titre : *Horologium oſcillatorium*; il l'avoit annoncée dès l'année 1658; ce fut une des époques heureuſes pour le progrès de l'Aſtronomie : l'application de la cycloïde pour en rendre les oſcillations iſochrones, étoit l'idée la plus géométrique & la plus belle, mais elle a été reconnue inutile dans la pratique.

Horloges à pendule.

321. En 1684 il quitta la France pour cauſe de Religion : Il fit imprimer à la Haye la deſcription d'une machine propre à mettre en uſage les grandes lunettes ſans le ſecours des tuyaux qui aſſemblent les verres. Il mourut

en Hollande le 8 Juillet 1695. Son frere fit imprimer en 1698 un Ouvrage qu'il avoit compoſé ſur les Mondes planétaires, intitulé, *Koſmotheoros*, dans lequel il prouve, de la maniere la plus frappante, qu'il doit y avoir dans la lune & dans les autres planetes des habitans, comme il y en a ſur la terre. M. de Fontenelle a écrit ſur la même matiere ſon ingénieux Ouvrage *des Mondes*. On ne ſçauroit diſconvenir avec eux de la reſſemblance extérieure de la terre avec toutes les autres planetes : elle eſt ronde comme les autres, elle tourne autour du ſoleil, elle tourne ſur ſon axe, elle eſt opaque comme elles. Il eſt très-naturel de croire qu'elle leur reſſemble également quant aux êtres vivans, intelligens & animés, dont la terre eſt peuplée.

Habitans des Planetes.

322. On a imprimé les Œuvres poſthumes de M. Huygens à Leyde en 1703, en 1724 & 1728, en trois volumes : on y trouve la deſcription d'un *Planétaire*, machine qui repréſente, par des roues plates, les révolutions des planetes autour du ſoleil & de la lune autour de la terre, dans leurs durées & leurs dimenſions naturelles, même avec leurs excentricités, leurs inégalités & leurs inclinaiſons ſur l'écliptique. On y trouve auſſi la Dioptrique, & pluſieurs Mémoires d'Analyſe qui font autant honneur à ce grand homme dans la Géométrie, que les découvertes dont nous venons de parler, lui en font dans l'Aſtronomie.

Dioptrique.

Caſſini.

323. Jean-Dominique CASSINI naquit à Perinaldo dans le Comté de Nice, le 8 Juin 1635. Il a été un de ces hommes rares, qui ſemblent formés par la Nature pour donner aux Sciences une nouvelle face. L'Aſtronomie accrue & perfectionnée dans toutes ſes parties par les découvertes de M. Caſſini, éprouva entre ſes mains une des plus étonnantes révolutions. Il fit preſque toute la gloire du regne de Louis XIV. dans cette partie : le nom de Caſſini eſt preſque ſynonyme en France avec celui de Créateur de l'Aſtronomie.

324. Il prit le goût de l'Aſtronomie dans la maiſon de campagne d'un Noble Génois, où un Prêtre lui fit voir par haſard quelques livres qui en traitoient : il s'y attacha ſi fortement, qu'en 1650 il mérita d'être choiſi par le Sénat

de Bologne pour ſuccéder au P. *Cavaleri*, qui venoit de mourir dans la place de Profeſſeur de Mathématiques à Bologne. Le Marquis de *Malvaſia* eut beaucoup de part à cet heureux choix : M. Caſſini étoit ſon ami ; ils obſerverent enſemble la comete de 1652 ; & ces obſervations furent imprimées à Modene *in*-4°. en 1653. Il écrivit dans le même temps ſur la maniere de réſoudre le problême de Kepler, ou de trouver géométriquement l'apogée & l'excentricité d'une planete.

Méridienne de S. Pétrone.

325. La fameuſe Méridienne de S. Pétrone de Bologne avoit été ébauchée en 1575 par *Egnatio Dante* ; l'Egliſe ayant été réparée en 1653, M. Caſſini, avec la permiſſion du Sénat, rétablit cette Méridienne, & en fit un grand & bel inſtrument d'Aſtronomie, (*Obſervationes æqu. verni*, 1656, *in*-4°.). Etant allé à Rome au ſujet des conteſtations qu'avoient excitées entre Bologne & Ferrare les inondations du Pô, il s'acquitta avec ſuccès de cette commiſſion ; ce qui lui mérita la place d'Inſpecteur des fortifications du château d'Urbin.

Projection des Eclipſes.

326. En 1661, il s'occupa du calcul des éclipſes de ſoleil, & imagina une méthode de projection qui ſert également à trouver les longitudes des pays où une éclipſe a été obſervée, (*Nova Eclipſium Meth.* Bonon. 1663. *in*-4°.).

Les cometes de 1664 & de 1665, qu'il obſerva, ſur leſquelles il compoſa des ouvrages, ne l'empêcherent pas d'avoir l'intendance des Fleuves dans l'Etat Eccléſiaſtique, & celle des Fortifications de Pérouſe. Il obſerva la rotation de Mars & celle de Jupiter, par le moyen de leurs taches, (*Martis Obſervationes, &c.* Rom. 1666. *Tabulæ Revol. Macul. Jovis*, Romæ, 1665, *in*-4°.). Il eſt beaucoup parlé de ces découvertes dans le Journal des Sçavans de ce temps-là.

Théorie des Satellites.

327. M. Caſſini s'occupa beaucoup, entre autres choſes, de la théorie des ſatellites de Jupiter ; & dans ſes Œuvres Aſtronomiques, imprimées en Italie en 1666, il en donna des Tables qui furent reçues avec empreſſement parmi les Sçavans, auxquelles il ajouta en 1668 des Ephémérides de leurs mouvemens. M. Picard, l'un des Aſtronomes

de l'Académie des Sciences de Paris, qui obſervoit les éclipſes des ſatellites, trouva que ces Tables s'accordoient ſinguliérement avec l'obſervation : ce fut un nouveau ſurcroît de réputation pour M. Caſſini. Louis XIV, & le grand Colbert qui venoient d'établir l'Académie des Sciences, voulurent que M. Caſſini fût un des Membres de cette Compagnie, & lui obtinrent la permiſſion du Pape Clément XI. de venir paſſer ſix ans à Paris ; il y arriva au commencement de 1669. A l'expiration du congé, il ſe trouva aſſez content du ſéjour de la France pour ne vouloir plus l'abandonner ; il s'y maria, & obtint des lettres de naturalité, avec une fortune conſidérable.

328. Ce fut à l'Obſervatoire Royal de Paris qu'il commença, au mois de Septembre 1671, une nouvelle carriere d'obſervations, avec des inſtrumens choiſis : on trouve dans les Elémens d'Aſtronomie de M. ſon Fils, une ſuite d'équinoxes, de ſolſtices, d'oppoſitions & de conjonctions des planetes, obſervées depuis ce temps-là ſans interruption. En 1672, il détermina la parallaxe du ſoleil ; il obſerva enſuite la comete de 1680 ; il découvrit la lumiere zodiacale en 1683, & quatre des ſatellites de Saturne en 1684 ; (M. Huygens dès 1655 avoit découvert le quatrieme). En 1693, il donna de nouvelles Tables des ſatellites de Jupiter, réformées ſur les dernieres obſervations ; & il compoſa un Traité *de l'origine & du progrès de l'Aſtronomie.*

Découvertes de M. Caſſini.

329. M. Caſſini fit un voyage à Bologne en 1695, pour obſerver le ſoleil à la Méridienne de S. Pétrone, qu'il avoit conſtruite 40 ans auparavant : il trouva que la direction de la Méridienne étoit conſtante ; & détermina l'obliquité de l'écliptique, (*La Meridiana del Tempio, &c.* Bononiæ, 1695, *in*-4°.). En 1700, il continua de tracer dans les provinces méridionales de la France la grande Méridienne qui avoit été commencée par M. Picard. Enfin, après grand nombre d'autres ouvrages, il mourut comblé de gloire le 14 Septembre 1712, laiſſant pour ſucceſſeur *Jean-Jacques Caſſini*, ſon fils, que l'Académie a perdu en 1756.

Méridienne de Paris.

330. L'éloge de M. Caſſini fut fait alors par M. de Fontenelle

Fontenelle, Sécretaire de l'Académie ; l'on y trouvera de plus grands détails ſur ſa vie. La liſte de tous ſes ouvrages, au nombre de 33, eſt rapportée dans la *Liſte Chronologique de Meſſieurs de l'Académie Royale des Sciences depuis l'établiſſement de cette Compagnie en* 1666, *juſqu'en* 1733, (*Mémoires de l'Acad.* 1733.). Mais on n'y a pas compris les Piéces détachées qu'il avoit données dans les Mémoires de l'Académie & dans le Journal des Sçavans.

331. Jean PICARD, né à la Fléche en Anjou, l'un des plus anciens & des plus célebres Aſtronomes qu'ait eu l'Académie des Sciences dans le temps de ſon établiſſement, obſervoit déja à Paris en 1652. Il entreprit en 1669 la meſure de la Terre, comme nous le dirons dans le XVe. Livre. Il fut envoyé en 1671 à Uranibourg, où avoit obſervé ſi long-temps Tycho-brahé, pour en déterminer exactement la longitude & la latitude, afin de pouvoir rapporter ſans aucune erreur au Méridien de Paris, les Obſervations & les Tables qui avoient été faites ſous celui de l'iſle d'Huenne. Il trouva la latitude plus grande ſeulement de 40″, que celle que Tycho avoit trouvée, quoiqu'avec de ſimples pinules ; mais la différence des Méridiens n'avoit pas été auſſi bien déterminée. Il rapporta en France les obſervations de Tycho, & amena M. Roëmer, qui fut depuis un de nos meilleurs Aſtronomes.

Meſure de la Terre.

Voyage en Dannemark.

332. M. Picard paſſe pour avoir imaginé le premier l'application des lunettes aux quarts-de-cercle en 1667, & obſervé le premier des hauteurs d'étoiles en plein jour. Il détermina le 21 Juin 1667 la direction de la Méridienne au lieu déſigné pour bâtir l'Obſervatoire Royal. On peut voir ſes réflexions & ſes projets pour l'Aſtronomie, dans l'Hiſtoire Céleſte, imprimée en 1741, pag. 17, 29, 40. Il s'établit en 1673 à l'Obſervatoire Royal. Le Roi y étant venu le premier Mai 1682, fut charmé de l'activité, du zele & des progrès des Aſtronomes qui y obſervoient, (*Hiſt. Cél. p.* 261.). Il envoya ſes ordres pour la continuation de la Méridienne de France ; mais M. Picard qui devoit y travailler, mourut le 12 Octobre 1682.

Application des lunettes aux quarts-de-cercle.

333. On voit par ſon Traité du Nivellement qu'il eut

beaucoup de part aux travaux faits pour amener les eaux à Verſailles ; il réforma le célebre Riquet au ſujet du Canal de Maintenon ; il découvrit la propriété phoſphorique des Barometres en 1675, (*Hiſt. Acad.* 1700.). On trouve dans le IVe. Tome des Mémoires , lûs dans l'Académie avant ſon renouvellement, pluſieurs Ouvrages de M. Picard ; la Meſure de la Terre ; le Voyage d'Uranibourg ; pluſieurs Obſervations pour la Carte de France ; des Mémoires ſur la Dioptrique , la Gnomonique , & ſur les Meſures des Longueurs, des Solides & des Fluides.

334. FLAMSTEED a été le plus célebre Obſervateur d'Angleterre. L'Hiſtoire Céleſte qu'il nous a laiſſée en 3 vol. *in-fol.* contient un recueil prodigieux d'obſervations faites pendant 33 ans à Greenwich , avec un catalogue fameux de près de trois mille étoiles. Il naquit à Derby le 19 Août 1646. Dès l'an 1670 , on voit de lui des calculs aſtronomiques dans les Tranſactions Philoſophiques. Dans les Œuvres d'Horoccius , publiées en 1672 , on trouve des Obſervations & des Tables du ſoleil qu'il avoit faites.

Obſervatoire Royal de Greenwich.

En 1676 , il entra en poſſeſſion de l'Obſervatoire Royal que Charles II , par les ſoins du Chevalier Moore , venoit de faire conſtruire à Greenwich, près de Londres , à l'exemple de Louis XIV , qui avoit fait commencer dès l'an 1667 l'Obſervatoire Royal de Paris. On trouve la Deſcription de ſes inſtrumens dans le troiſieme Volume de ſon Hiſtoire Céleſte ; & M. Weidler qui ſéjourna à Greenwich en 1726 , en parle beaucoup dans une Diſſertation qu'il fit imprimer en 1727 , ſur l'état des différens Obſervatoires de l'Europe.

335. En 1712, il y avoit déja un grand nombre d'obſervations de faites, & M. Flamſteed ne les avoit point encore publiées : le Gouvernement d'Angleterre chargea M. Halley de ſuppléer à ce que l'Auteur n'avoit pas fait ; & l'on imprima en 1712 , par les ordres de la Reine Anne , en un ſeul Volume *in-folio* , le Catalogue des Etoiles fixes, avec le paſſage des Aſtres au méridien , & leurs diſtances au zénit , obſervées juſqu'en 1705. Flamſteed vit avec peine une édition qui avoit été faite ſans lui & malgré lui, (*Act.*

Erud. 1721, *p.* 463. Roſtii *Aſtronomus ſincerus*, *p.* 334.). Il ſe prépara à en faire lui-même une nouvelle, mais il mourut le 31 Octobre 1719; & la nouvelle édition de l'Hiſtoire Céleſte n'a paru qu'en 1725.

Hiſtoire Céleſte de Flamſteed.

336. Le premier volume de ce grand Ouvrage contient les obſervations qu'il avoit faites premiérement à Derby, enſuite à Greenwich, ſur les étoiles fixes, les planetes, les cometes, les taches du ſoleil & les ſatellites de Jupiter. Le ſecond renferme les paſſages des étoiles fixes & des planetes par le Méridien, avec les lieux des planetes qui en réſultent. Le troiſieme volume contient des Prolégomenes * ſur l'hiſtoire de l'Aſtronomie, la deſcription des inſtrumens de Tycho-brahé, les catalogues d'étoiles fixes de Ptolémée, d'Ulug-beigh, de Tycho, du Landgrave de Heſſe, d'Hevelius, & celui des étoiles auſtrales qu'on ne voit jamais ſur notre horiſon, par Abraham Sharp; enfin, le CATALOGUE BRITANNIQUE de 3000 étoiles, dont pluſieurs paroiſſent à peine à la vûe ſimple.

Catalogue de Flamſteed.

337. L'Auteur avoit travaillé au Catalogue depuis 1689, & juſqu'ici il a été ſans ceſſe entre les mains de tous les Aſtronomes : on y trouve pour chaque étoile la longitude, la latitude, l'aſcenſion droite & la diſtance au pole, avec la variation en aſcenſion droite & en déclinaiſon, qui répond à un degré de changement en longitude. On y trouve encore un autre catalogue particulier des étoiles zodiacales, (au nombre d'environ 600), c'eſt-à-dire, de celles que la lune & les planetes peuvent rencontrer, & dont il importe le plus d'avoir les poſitions exactes.

338. M. Roëmer avoit imaginé un *Jovilabe*, ou inſtrument pour repréſenter les configurations ou ſituations des ſatellites de Jupiter. Flamſteed en imagina un autre, (*Tranſ. Philoſ.* 1685, *n°.* 178.). Il entreprit de prouver la parallaxe des étoiles par ſes obſervations; mais M. Caſſini réfuta ſolidement les conſéquences qu'il avoit voulu en tirer, (*Mém. Acad.* 1699.). C'eſt ſur les obſervations de Flamſteed que ſont fondées les Tables de M. Halley, dont nous allons parler.

* Πρὸ λέγω, *Prædico*, c'eſt une eſpece d'Introduction.

Halley.

339. Edmond Halley, naquit le 8 Nov. 1656. Successeur de Flamsteed à l'Obſervatoire Royal de Greenwich ; il fut ſans contredit le plus grand Aſtronome de l'Angleterre, & nous aurons cent fois occaſion de le citer dans cet Ouvrage. Son éloge fait par M. de Fontenelle, (*Hiſt. de l'Acad.* 1742.) renferme les principaux traits de ſa vie & de ſes ouvrages. J'en ai mis un extrait à la tête de la ſeconde édition de ſes Tables d'Aſtronomie, que je publiai en 1759; mais je ne puis éviter d'en parler encore dans cet Ouvrage.

Etoiles Auſtrales.

340. M. Halley au mois de Novembre 1676, & à l'âge de vingt ans, alla à l'Iſle de Sainte-Hélene pour y dreſſer le Catalogue des étoiles auſtrales, qu'il publia en 1679, & dont nous parlerons dans le IIIe Livre ; il y obſerva le paſſage de Mercure ſur le ſoleil en 1677. M. Halley alla en 1679 à Dantzic pour conférer avec Hévelius, dont la réputation avoit excité ſa curioſité ; il parcourut auſſi l'Italie & la France, pour être témoin du progrès que l'on y faiſoit dans l'Aſtronomie, & profiter des lumieres de tous les Sçavans qui y étoient raſſemblés.

Théorie de l'Aiman.

341. En 1683, il donna dans les Tranſactions Philoſophiques, ſa Théorie ſur les variations de la Bouſſole, dans laquelle il détermine des lignes courbes ſur la ſurface de la terre où l'aiguille ne décline point, & auxquelles il aſſigne un mouvement périodique autour de deux Poles pris ſur la ſurface de la terre : en 1686, il ſe chargea de veiller à l'édition du Livre des *Principes* de Newton, que l'Auteur ne pouvoit ſe déterminer à publier. La même année, il donna l'Hiſtoire des Vents aliſés & des Mouſſons.

342. Nous paſſons un très-grand nombre de Mémoires curieux ſur diverſes matieres, dont M. Halley a enrichi les Tranſactions Philoſophiques, pour venir à ce qu'il a fait de plus important. En 1698 il reçut le commandement d'un Vaiſſeau pour parcourir l'Océan Atlantique, & les Etabliſſemens Anglois, y conſtater la loi des variations magnétiques, & tenter de nouvelles découvertes ; il pouſſa juſqu'au 52e degré de latitude auſtrale, où il trouva les glaces ; il viſita les côtes du Bréſil, les Canaries, les Iſles du Cap-Verd, les Barbades, &c. Par-tout il trouva les variations de la Bouſſole conformes à ſa Théorie.

343. En 1701, il fut chargé de parcourir la Manche pour obſerver les marées, & prendre le giſement des côtes: en 1702, il alla viſiter les ports de Trieſte & de Boccari, ſur le golfe de Veniſe, & fit réparer le premier, accompagné de l'Ingénieur en chef de l'Empereur.

En 1703, il ſuccéda à M. Wallis dans la Chaire de Profeſſeur de Géométrie à Oxfort; en 1713 il fut fait Secrétaire de la Société Royale, & en 1720 Aſtronome Royal, à l'Obſervatoire de Greenwich.

344. Il publia en 1705 ſa plus belle découverte en Aſtronomie, je veux dire, le retour des Cometes qu'il reconnut & annonça le premier: on a vû en 1759 l'accompliſſement de ſa premiere prédiction; & nous en parlerons dans le XIXe Livre. Retour des Cometes.

Après la mort de Flamſteed arrivée en 1719, ſes héritiers avoient enlevé les inſtrumens d'Aſtronomie qui lui avoient appartenu: M. Halley ſe procura en 1721 une lunette de ſix pieds faite par M. Hook, mobile ſur un axe dans le Méridien, avec laquelle il commença à obſerver tous les jours la lune à ſon paſſage au Méridien, pour en déduire ſes aſcenſions droites.

345. M. Halley avoit déja conçu depuis long-temps l'idée d'employer les obſervations de la lune à la découverte des longitudes; pour cela il falloit rectifier les Tables de cette Planete, enſorte qu'elles ne s'écartaſſent jamais de l'obſervation de plus de deux minutes; il penſa qu'il ſuffiſoit pour remplir cet objet, de déterminer tous les jours pendant 18 ans le lieu de la lune par obſervation, & de ſçavoir combien les Tables s'en écartoient, les erreurs devant revenir enſuite les mêmes & dans le même ordre. Théorie de la Lune.

346. On trouve ſes réflexions ſur cette théorie de la lune dans l'édition des Tables Caroline de 1710; mais ce ne fut qu'en 1722, qu'il ſe trouva à portée de commencer ce travail immenſe qu'il n'avoit point perdu de vûe: il l'entreprit à l'âge de 65 ans, & il l'acheva même au-delà de ſon attente, comme on le voit à la ſuite de ſes Tables Aſtronomiques.

347. En 1731, c'eſt-à-dire, après les neuf premieres

Periode d'Obſervations.

années de ſa période, ayant déja près de 1500 obſervations de la lune, il annonça au Public le ſuccès de ſon travail, & fit voir combien cette méthode ſeroit utile pour prédire exactement le lieu de la lune & en déduire les longitudes : la période de 18 ans étoit achevée, lorſque nous perdîmes ce grand homme le 25 Janvier 1742.

Tables de Halley.

348. Les Tables Aſtronomiques de M. Halley n'ont paru qu'en 1749, ſept ans après la mort de l'Auteur. En 1754, *M. l'Abbé Chappe* nous procura une nouvelle édition de la partie de cet Ouvrage, qui contenoit les Tables du Soleil & de la Lune, avec une ample explication. Je publiai enſuite celles des Planetes & des Cometes, auxquelles j'ajoutai des Tables de M. Wargentin pour les ſatellites de Jupiter, de M. de la Caille pour les étoiles fixes, & pluſieurs Tables nouvelles que j'avois calculées. (A Paris, chez *Durand*, 1759.)

349. Après avoir indiqué les plus grands Hommes que l'Aſtronomie ait eus dans le dernier ſiécle, avec leurs principales découvertes, il ne me reſte qu'à donner un Catalogue de tous ceux dont je n'ai point parlé ; il s'en trouvera de très-célebres auxquels j'aurois voulu donner des Articles à part, mais je craignois de rendre cet Ouvrage trop volumineux : je renverrai donc pour les détails de leurs Ouvrages & de leur vie à l'Hiſtoire de l'Aſtronomie de Weidler, & aux éloges des Académiciens par M. de Fontenelle, M. de Mairan & M. de Fouchi.

TABLE CHRONOLOGIQUE DES ASTRONOMES les plus célebres, morts depuis 200 ans, & dont il n'a pas été parlé dans les Articles précédens.

Jean *Fracaſtor*, Médecin, né à Vérone en 1483, mort en 1548.

Pierre *Appian*, en Allemand *Bienewitz*, né en Miſnie en 1495, & mort à Ingolſtadt en 1552.

Reinerus *Gemma*, ſurnommé *Friſius*, Médecin de Louvain, mort en 1555.

Cyprian *Leovitius*, né en Bohême en 1524, mort dans le Palatinat en 1574.

Pierre *Cardan*, né en 1508, mort à Milan en 1575.

Pierre Nunnez ou *Nonius*, Portugais, né en 1492, mort en 1577.

Eraſme Oſwald *Schrekenfuchſius*, Autrichien, né en 1511, mort à Fribourg en Briſgaw, en 1579.

Jean *Stadius*, né dans le Brabant en 1527, mort à Paris en 1579.

Egnatius *Dantes*, de l'Ordre de S. Dominique, né à Pérouſe en Italie, & mort en 1589.

Michel *Mæſtlin*, né dans le Wirtemberg, compoſa ſes Ouvrages à Tubingue, & mourut en 1590.

Gérard *Mercator*, né en Flandres en 1512, mourut en 1594.

Chriſtophe *Rothman*, obſerva à Caſſel depuis l'an 1577, il mourut dans la principauté d'Anhalt en 1596.

Gaſpar *Peucer*, né à Bautzen en 1525, mort à Deſſau en 1602.

Jean *Bayer*, Juriſconſulte & Aſtronome à Auſbourg, publia ſon Uranometrie en 1603.

Chriſtophle *Clavius*, Jéſuite, né à Bamberg en 1537, mort à Rome en 1612.

David *Fabricius*, né dans la Friſe Orientale, découvrit en 1596 la changeante de la Baleine, & mourut en 1616.

Jean-Antoine *Magini*, Profeſſeur de Mathématiques à Boulogne, naquit à Padoue en 1556, & mourut en 1617.

Simon *Marius*, en Allemand *Mayer*, naquit en Franconie en 1570, & mourut en 1624.

Willebrodus *Snellius*, publia ſa meſure de la terre en 1617, & mourut à Leyde en 1626.

David *Origan*, né en Bohême en 1558, profeſſa les Mathématiques à Francfort ſur l'Oder, & mourut en 1629.

Nicolas *Muler* de Bruges, mort en 1630.

Jean-Baptiſte MORIN de Ville-franche en Beaujolois, étoit Profeſſeur Royal à Paris en 1631. *Voyez le Dictionnaire de Bayle.*

Philippe LANSBERGE, né à Gand en 1560, mort en 1632.

Jacques *Bartſchius*, né en Luſace en 1600, mourut en 1633.

Juſte *Byrgius*, né en Suiſſe en 1552, travailloit aux Inſtrumens de Mathématiques à Caſſel ; il mourut en 1633.

Laurent *Eichſtadius*, compoſoit ſes Ephémérides à Dantzik en 1634.

Guillaume *Schikard*, étoit né dans le Wirtemberg, il mourut en 1635.

Noël *Durret*, Profeſſeur Royal de Mathématiques à Paris, écrivoit en 1635.

Claude Fabricius de *Peyreſc*, Conſeiller au Parlement de Provence, né en 1580, mort en 1637.

Jérémie HORROCCIUS ou Horrockes, obſervoit en Angleterre en 1633 ; il mourut à 22 ans le 3 Janvier 1641.

Galileus GALILEI, né à Florence en 1564, mort en 1642.

Chriſtian Severini, ſurnommé LONGOMONTANUS, né en Dannemark en 1562, vécut pendant 8 ans chez Tycho, & mourut à Copenhague en 1647.

Godefroi *Wendelinus*, Chanoine de Condé en Flandres, vivoit en 1648.

Eleazar *Feronce*, Jardinier de M. de Vallois à Vizille près de Grenoble, obſervoit aſſiduement les aſtres vers l'an 1650. On trouve pluſieurs de ſes Obſervations dans des Manuſcrits de la Bibliothéque du Roi, avec celles de Bouillaud ; il eſt cité *à la page* 912 de l'Hiſtoire de Tycho, avec Gaſſendi & Bouillaud, comme l'un des trois Obſervateurs qui faiſoient le plus d'honneur à la France.

René DESCARTES, né à Tours en 1596, mort à Stockolm en 1650.

Chriſtophle *Scheiner*, Jéſuite, né dans la Suave en 1575, mort à Neiſſ en 1650.

André *Argoli*, Napolitain, mort en 1650.

Pierre GASSENDI, né en 1592 près de Digne, mort à Paris en 1655.

Thomas *Street*, compoſa ſes Tables Carolines à Londres en 1661.

Cornelius, Marquis de *Malvaſia*, compoſa ſes Ephémérides à Bologne en 1662.

Adrian AUZOUT, obſervoit à Paris en 1665.

Joſeph

Joſeph *Campani*, obſervoit à Rome, & travailloit d'excellens verres de Lunette en 1665.

Alphonſe *Borelli*, écrivoit à Florence en 1666.

Staniſlas *Lubienietzki*, Polonois, écrivoit ſur les Cometes en 1667.

Vincent *Wing*, né en 1619, écrivoit à Londres en 1669.

Le P. Riccioli, Jéſuite, né à Ferrare en 1598, mort en 1671.

Nicolas *Mercator*, écrivoit à Londres en 1676.

Sedileau, mort à Paris en 1693.

Richer fut envoyé à Cayenne par l'Académie des Sciences en 1671, & mourut à Paris en 1696.

Iſmaël Bouillaud, né à Loudun en 1605, mort à Paris en 1694. (*Voyez les Hommes Illuſtres de Perrault*).

David *Gregori*, publia ſes Elémens d'Aſtronomie à Oxfort en 1702.

Robert *Hooke*, né en 1635, mort à Londres en 1703. (*Voyez les Actes de Leipſick, Avril 1707.*)

Guillaume *Whiſton*, publia ſes Leçons d'Aſtronomie à Cambridge en 1707.

Matthieu *Chazelles*, mort en 1710.

Olaüs *Roëmer*, Danois, vint en France, & y obſerva en 1671, il mourut en Dannemarck en 1710.

François *Noël*, Jéſuite, obſerva dans les Indes, depuis 1684, juſques en 1708.

Deſplaces, publia ſes premieres Ephémérides à Paris en 1715.

Jean *Keill* publia ſes Leçons d'Aſtronomie à Oxfort en 1718.

Philippe de la Hire, publia ſes premieres Tables en 1687: il mourut à Paris le 21 Avril 1718.

Gabriel-Philippe *de la Hire*, fils du précédent, mort en 1719.

Chriſtfried *Kirch*, obſervoit à Berlin en 1719. Il avoit deux ſœurs qui cultivoient également l'Aſtronomie & calculoient avec lui.

Iſaac Newton, né le 25 Déc. 1642, mort à Londres le 10 Mars 1727. (*V. l'Hiſt. de l'Ac. des Sc. pour 1727.*

François *Blanchini*, né à Vérone en 1662, mort à Rome en 1729.

Jacques-Philippe MARALDI, né le 21 Août 1665, mort à Paris en 1729 : il avoit attiré auprès de lui en 1728 *Jean-Dominique* MARALDI ſon neveu, aujourd'hui Aſtronome de l'Académie.

Eugene *de Louville*, obſervoit à Paris en 1714, mourut en 1732.

Lieutaud, mort à Paris en 1734.

Euſtachio MANFREDI né le 20 Septembre 1674, mort le 15 Février 1739.

Louis *de l'Iſle* de la Croyere, mort au Kamtſchatka en 1741 : il étoit frere de *Guillaume de l'Iſle*, premier Géographe du Roi, & de *Joſeph-Nicolas* DE L'ISLE, aujourd'hui Aſtronome de l'Académie des Sciences.

Nicollic, mort à Rheims le 4 Mai 1751.

Jean-Jacob CASSINI, né à Paris le 18 Fév. 1677, mort le 15 Avril 1756. M. F. Caſſini de THURY ſon fils eſt actuellement l'un des Aſtronomes de l'Acad. des Sciences.

Pierre BOUGUER, né au Croiſic le 10 Février 1698, mort à Paris le 15 Août 1758.

Pierre-Louis *Moreau de* MAUPERTUIS, né à S. Malo le 28 Sept. 1698, mort à Bâle le 27 Juillet 1759.

Louis *Godin*, né à Paris le 28 Février 1704, mort à Cadix le 18 Sept. 1760.

Tobie MAYER : les premieres obſervations que je connoiſſe de lui furent faites à Nuremberg en 1748. Il eſt mort à Gottingen en 1762.

Nicolas-Louis DE LA CAILLE, né le 15 Mars 1713, mort à Paris le 21 Mars 1762.

Jacques BRADLEY, obſervoit en Angleterre dès l'année 1718, il eſt mort à Greenwich en 1762.

LIVRE TROISIEME.

Des Etoiles Fixes, & des Conſtellations.

350. Nous diſtinguons parmi les Aſtres, des Etoiles fixes & des Planetes (118). Les étoiles fixes ſont celles qui conſervent toujours entre elles les mêmes diſtances ou les mêmes ſituations, & que l'on ſçait être abſolument fixes, ſi l'on en excepte de légeres variations, dont nous parlerons dans la ſuite.

Les étoiles principales ont une ſcintillation & un éclat qui annoncent que ce ſont des corps lumineux par eux-mêmes, c'eſt-à-dire, des ſoleils comme le nôtre; cela paroîtra encore plus ſenſible, lorſqu'on aura vû dans le XVIe. Livre qu'elles ſont à une ſi prodigieuſe diſtance de nous, qu'il eſt impoſſible qu'elles reçoivent du ſoleil la lumiere vive qu'elles ont. Au contraire, les planetes qui reçoivent du ſoleil tout leur éclat, ont une lumiere foible, tranquille & pâle, ſur-tout Saturne, quoique beaucoup plus près de nous que les étoiles fixes.

351. Les Conſtellations ſont les figures qu'on imagine dans le ciel, pour raſſembler ſous un nom commun un certain nombre d'étoiles: cette méthode en facilite l'étude, & en rend même l'uſage plus commode.

Hipparque les appelloit *Aſteriſmes*, Ἀστερίσμους, (*Caſſius, pag.* 5.); Pline, *Sidera* & *Signa*; Valla & quelques autres les appellent *Aſtra*; Ariſtote & Hyginus, Σώματα, c'eſt-à-dire, *Corps*; Proclus, Ζῶδια, c'eſt-à-dire, *Animaux*; Ptolémée les appelle Χήματα, c'eſt-à-dire, *Figures*; d'autres enfin les appellent Μορφώσεις, ou *Configurations*, & quelquefois Μετέωρα: nous les appellerons toujours *Conſtellations*, puiſque ce terme eſt depuis long-temps conſacré par l'uſage.

352. M. Goguet eſtime qu'on doit placer l'établiſſement

des conſtellations du Zodiaque au temps de la mort de Jacob, 1700 ans avant J. C. ſoit parmi les Egyptiens, ſoit parmi les Caldéens, qui très-certainement ont devancé les Egyptiens en Aſtronomie (177). Il y a un rapport viſible entre la diviſion du Zodiaque en douze ſignes de 30 degrés, & une année de douze mois à 30 jours chacun : il eſt probable que ces deux établiſſemens furent faits à peu-près au même temps ; or les anciens Caldéens faiſoient l'année de 360 jours, comme nous l'avons obſervé (173, 175).

353. Pluſieurs cauſes contribuerent dans l'Antiquité à faire diviſer le ciel en différentes conſtellations : 1°. Quelques reſſemblances vagues purent y faire imaginer un triangle, une couronne, un charriot, une croix, &c.

2°. On eut beſoin, pour les reconnoître, de faire une diviſion méthodique des différentes parties du ciel.

3°. On voulut conſacrer la mémoire de perſonnages célebres.

4°. On crut reconnoître des propriétés, des influences, des rapports ; ce furent autant de cauſes qui occaſionnerent la formation des conſtellations, & qui en déterminerent les noms.

354. Cette diviſion du ciel par conſtellations eſt ſi naturelle, que les Chinois l'avoient imaginée, quoique ſéparés de tous les autres peuples du monde : elle ſe trouvoit même parmi les Péruviens qui avoient pour les étoiles une grande vénération : la *Lyre* étoit chez eux un bélier qui préſidoit aux ſoins des troupeaux, & qu'ils appelloient *Urcuchillay* ; ils en avoient d'autres pour les défendre des ours, des ſerpens ; (Joſeph à Coſta, *Hiſt. des Indes Occid. L. V.* M. Goguet, *T. II. p.* 114.).

1022 Etoiles dans l'ancien Catalogue.

355. Hipparque fut le premier qui conſtruiſit un catalogue des étoiles & de leurs poſitions, (224) ; Ptolémée nous l'a tranſmis dans ſon Almageſte, & c'eſt ce que nous appellerons l'*ancien Catalogue* : il contient 1022 étoiles, diſtribuées en 48 conſtellations ; il y en avoit 12 dans le Zodiaque, 21 au nord, & 15 au midi. Nous en parlerons ſucceſſivement, & nous y ajouterons enſuite toutes les conſtellations des Modernes.

Les 1022 étoiles, compriſes dans les 48 conſtellations des Anciens, étoient diviſées en ſix grandeurs différentes : 15 étoiles de premiere grandeur ; 45 de la ſeconde ; 208 de la troiſieme ; 474 de la quatrieme ; 217 de la cinquieme ; 49 de la ſixieme : les autres étoiles étoient compriſes ſous le nom de *Nébuleuſes* ; il y a cinq nébuleuſes déterminées dans le catalogue ancien, avec neuf étoiles plus obſcures que les autres ; le total monte à 1022 : celles qui n'étoient point compriſes dans les conſtellations, étoient appellées *Informes*, en Grec Σποράδες, quoique ſouvent auſſi apparentes que celles qui formoient les conſtellations.

Etoiles de différentes grandeurs.

Nébuleuſes.

Etoiles Informes.

356. Les douze conſtellations du Zodiaque, par leſquelles on a coutume de commencer les catalogues, ſont exprimées avec leurs attributs, dans les douze vers ſuivans du Poëme Aſtronomique de Manilius, compoſé ſous le regne d'Auguſte.

Aurato princeps *Aries* in vellere fulgens,
Reſpicit admirans adverſum ſurgere *Taurum*,
Summiſſo vultu *Geminos* & fronte vocantem :
Quos ſequitur *Cancer*, Cancrum *Leo*, *Virgo* Leonem.
Æquato tum *Libra* die cum tempore noctis
Attrahit ardenti fulgentem *Scorpion* aſtro,
In cujus caudam contentum dirigit arcum
Mixtus equo, volucrem miſſurus jamque ſagittam.
Tum venit anguſto *Capricornus* ſidere flexus.
Poſt hunc inflexam diffundit *Aquarius* urnam,
Piſcibus aſſuetas avidè ſubeuntibus undas,
Quos Aries tangit claudentes ultima ſigna.

357. Les noms des autres conſtellations ſont exprimés dans les vers ſuivans, qui peuvent aider à les retenir plus aiſément, & qui ont été faits par les Modernes après l'établiſſement de quelques nouvelles conſtellations.

Ad Boream tria & viginti ſidera cernes.
Eſt minor Urſa, Draco, Cepheus, & Caſſiopeia,
Andromede, Perſeus, Auriga, Trigonus, & Urſa
Major, Pegaſides, & Equi præfectio, Delphin,
Aquila, & Antinous, Vultur, Telum, Coma, Cygnus,
Hercles, Anguitenens, Serpenſque, Corona, Bootes.

Vigintique novem vergentia ſidera ad auſtrum
Sunt Lepus, & Cetus, cum Nilo, ſævus Orion ;
Syrius, & Procyon, Argo ratis, Hydra, Craterque,
Corvus, Centaurus, Lupus, Ara, Corollaque, Piſcis
Auſtrinus, Piſciſque volans, Dorado, Columba;
Deltoton, Pavo, Crux, Muſca, Chamæleon, Hydrus,
Picaque, Grus, Phœnix, Indus, Paradiſeus Ales.

358. Les quinze étoiles qui ſont de la premiere grandeur, ſuivant quelques Auteurs, ſont exprimées dans les ſix vers ſuivans :

Primâ luce Canis major præfulget in auſtro,
Mox humerus dexter, pes lævus Orionis, inde
Eſt oculus Tauri : ſupràque coruſca Capellæ
Hinc Lyra ; Arcturus *, Cor Scorpii, Ariſta Puellæ
Anteit Cor Hydræ ; ſic Cor, & Cauda Leonis,
Aſt infrà Fomahant lucet, Canopus, Acarnar **.

D'autres ne mettent point le cœur de l'Hydre, ni la queue du Lion au nombre des étoiles de la premiere grandeur, & mettent à leur place la luiſante de l'Aigle & la queue du Cygne.

Noms Arabes de quelques Etoiles.

359. Parmi les noms des étoiles & des conſtellations que nous allons employer, on trouvera beaucoup de noms Arabes ; j'en ai omis beaucoup d'autres pour abréger. Riccioli les a raſſemblés en grand nombre avec beaucoup d'autres noms étrangers, & il en a donné l'explication, (*Aſtron. Reform. p.* 125.). On en trouve auſſi dans Bayer : je vais en rapporter quelques-unes, en commençant par les étoiles les plus brillantes.

Syrius, Ἀστροκύων, Alhabor, Aliemini, Elscheere, Aſchſere, Scera.

La Lyre, Wega.

La Chevre, Αἰξωλενία, Ayuk, Alhatod.

Arcturus, Alkamelutz kolanza.

L'Œil du Taureau, Aldebaran, Λαμπαδίας, Ὑπόχιρρος, Subrufa, Abenezra.

L'Epaule d'Orion, α, Γλήνα, Almerzamo' nnagied.

* Ἄρκτος, *Urſa*, οὐρά, *cauda*.

** Ces deux dernieres ne paroiſſent point en Europe.

Le Pied d'Orion, Rigel, Keſil, Elgebar.
Le Cœur du Lion, Regulus, Βασιλίζκος, Kalbelaſit.
Le petit Chien, Procyon, Kelbelazguar, Algomeiza, Aſchemie.
Le Cœur du Scorpion, Antares, Ἀντάρης, Kalbo'lakrab.
α *de la Balance*, Χηλὴ νότιος, Zuben eſchemali.
α *de Pégaſe*, Yed, Alpheras.
β *de Pégaſe*, Algenib.
ε *de Pégaſe*, Enif.
α *des Gémeaux*, Aphellan, Anelar.
β *des Gémeaux*, Abrachaleus.
α *d'Hercules*, Ras Algethi.
α *d'Ophiucus*, Ras Alhague.

ORIGINE ÉGYPTIENNE DES NOMS que portent les Conſtellations.

360. On ne ſçaura jamais avec certitude la cauſe de l'origine des noms que portent les 12 Conſtellations du Zodiaque, qui ſont les plus anciens de tous; on ne ſçait pas même quel degré d'ancienneté on doit leur attribuer : je rapporterai en abrégé ce qu'on a dit de plus vraiſemblable à ce ſujet.

Conſtellations citées dans les Livres Saints.

Les Livres Hébreux ne nous apprennent rien là-deſſus : on trouve à la vérité quelques noms de conſtellations, comme Orion, les Hyades, les Pleiades dans *Job. c. IX*, *XXXVII & XXXVIII*; dans Iſaie, *ch. XIII*, & dans Amos, *ch. V.* Le P. Pallu, (*Mém. de Trévoux*, Avril 1737) dit que ces mots furent ſubſtitués par les LXX Interprêtes aux mots Hébreux, *Ngaas*, *Chima*, *Cheſil*, qui ne paroiſſent y avoir aucun rapport : les LXX qui travailloient à Alexandrie environ 277 avant J. C. y trouverent des noms établis, & ils s'en ſervirent dans leur Traduction. Mais M. Goguet a compoſé une Diſſertation (*T. VI. p.* 68.) dans laquelle il prouve d'une maniere aſſez vraiſemblable que la grande Ourſe eſt indiquée par le mot *Aiſch*, dans le *Chap. IX.* de Job. *v.* 9. & dans le *Chap. XXXVIII. v.* 32. quoique dans

la Vulgate on y ait mis les noms d'Arcturus & de Veſperus; les Pleiades y ſont déſignées trois fois par le mot de *Kimah*, que la Vulgate rend par trois noms différens des Hyades, des Pleiades & d'Arcturus. Le Scorpion y eſt appellé *Keſil*, & les ſignes du Zodiaque en général du mot de *Marzaroth* *Chap. XXXVIII. v. 32.*

361. Macrobe dans ſes Saturnales (*L. I. ch.* 17.) croit que les noms de Cancer & de Capricorne ont été donnés aux points ſolſtitiaux à cauſe d'une eſpece de rapport avec ces deux animaux; en effet le Cancer ou l'Écreviſſe recule comme ſemble faire le Soleil en retournant ſur ſes pas après le ſolſtice d'été; tandis que la chevre en paiſſant, cherche toujours à monter, comme fait le ſoleil après le ſolſtice d'hyver. Quoi qu'il en ſoit de ces deux alluſions, elles ont donné lieu à M. Pluche dans ſon *Hiſtoire du Ciel* & dans le *Spectacle de la nature* (*T. IV. pag.* 311.) à chercher de pareilles origines aux autres ſignes du Zodiaque; mais quoiqu'elles paroiſſent heureuſes & naturelles, il faut convenir qu'elles ne ſont fondées ſur aucun témoignage de l'antiquité, & ne doivent paſſer que pour un jeu d'eſprit.

Conjectures de M. Pluche.

362. Le Bélier, ſuivant M. Pluche avoit été placé vers le commencement du printemps, parce qu'alors les Brebis mettoient bas leurs agneaux; le taureau dans le mois ſuivant indiquoit la fécondité des vaches; les gemeaux celle des chevres; (Hérodote dit en effet, qu'à la place des gemeaux les Egyptiens peignoient deux chevres, *Liv. II.*) Le *Cancer* annonçoit la rétrogradation du ſoleil; le Lion répondoit aux chaleurs de l'été; la Vierge avec ſon épi au temps des moiſſons; la Balance au temps où les jours ſont égaux aux nuits; le Scorpion indiquoit les maladies de l'automne; le Sagittaire la ſaiſon des chaſſes; le Capricorne indiquoit le temps où le ſoleil remonte; & les Poiſſons l'uſage de la pêche vers la fin de l'hyver.

On ne peut s'empêcher de rejetter du nombre de ces conjectures celle de la *Balance*, car les Egyptiens ne s'en ſont jamais ſervi; le ſixieme ſigne s'appelloit les Serres du Scorpion, *Chelæ Scorpionis*, ce furent les Romains, qui, pour

pour célébrer la juſtice de Céſar y placerent une balance, du moins on l'a cru d'après ces vers que Virgile lui adreſſe :

. . . . Ipſe tibi jam brachia contrahit ardens
Scorpius, & cœli plus juſtâ parte relinquit.

363. M. Pluche explique enſuite d'après les mêmes principes les fables d'Atlas, Argus, Hercules, Venus, Jaſon, Médée, &c. & il en tire l'origine de l'Idolatrie.

Le P. le Mire, Jéſuite, (*Mém. de Trévoux, Juin 1740, pag.* 1151. *& ſuiv.*) & M. de la Nauze, (*Mém. de l'Ac. des Belles-Lettres, T. XIV. pag.* 358), ont réfuté M. Pluche à pluſieurs égards; & ſi l'on excepte les deux exemples de Macrobe ſur le Capricorne & le Cancer, qui paroiſſent même encore douteux, on ne voit pas grand fondement à ſon ſyſtême : il en faut dire autant du ſyſtême de Macrobe qui prétendoit que tous les noms des ſignes dépendoient de leurs rapports avec le ſoleil ; nous l'avons déja dit à l'occaſion du Cancer & du Capricorne (361). On peut voir ſur les dix autres ſignes ſon 21e. Livre.

364. M. Newton, dans ſa Chronologie, rapporte les Conſtellations du Zodiaque aux fables Grecques ; mais M. Fréret, dans le bel Ouvrage qu'il a fait contre la Chronologie de Newton, lui oppoſe avec raiſon les contradictions qu'on trouve dans les Mythologiſtes anciens, qui ont cherché parmi les Antiquités Grecques l'origine de ces conſtellations : ils ſont en effet tous oppoſés entre eux, & vont chercher ſouvent les raiſons des figures & des noms donnés à ces conſtellations, dans les faits les moins célebres, les moins importans de la Mythologie. « Il eſt » plus naturel, (dit M. Fréret, *pag.* 500.) de regarder les » animaux dont on donnoit la figure aux aſtériſmes du » Zodiaque, comme les emblêmes des douze grandes Di- » vinités qui préſidoient aux douze mois de l'année; Ham- » mon, Oſiris, Orus & Anubis, Iſis, Typhon, Mendès, » &c. Il n'eſt pas juſqu'aux poiſſons, dont la Mythologie » Egyptienne ne puiſſe fournir l'origine ». Nous verrons bientôt des preuves de ce ſentiment (371 *& ſuiv.*).

Sentiment de Newton.

Sentiment de M. Fréret.

365. L'établiſſement des conſtellations qui ſont hors

du Zodiaque, mais ſur-tout des conſtellations boréales, ne donne pas lieu aux mêmes difficultés que celles du Zodiaque. M. Fréret convient que la plûpart ſont d'origine Grecque ; Céphée, Caſſiope, Andromede, Perſée, le Pégaſe, le Monſtre marin, les deux Ourſes, &c. font une alluſion manifeſte à l'ancienne hiſtoire de la Grece & aux aventures des Rois ou des Héros de ce pays ; nous en avons vû d'autres exemples dans l'art. 161. Il eſt vrai que quelques-unes de ces conſtellations avoient ſeulement été habillées à la Grecque (160.). Par exemple, *Bootes* étoit une ancienne conſtellation Egyptienne nommée *Oros*, ſelon Nigidius cité par Servius, & la principale étoile étoit nommée *Arctouros* ou l'*Orus* voiſin de l'Ourſe, pour le diſtinguer de la conſtellation méridionale d'Orion, (Salmaſius, *de Ann. climact. pag.* 594.).

Les Egyptiens n'avoient dans leur ſphère ni le Dragon, ni Céphée ; les anciens Grecs nommoient la conſtellation de la petite Ourſe *Kunos oura* ; on a traduit ce nom par celui-ci, *la Queue du Chien* ; mais M. Fréret eſt perſuadé qu'il ſignifioit *le Chien d'Orus*.

366. Nous trouvons dans Firmicus les noms de pluſieurs conſtellations qui ne ſont pas marquées dans Ptolémée, & dont aucun autre des Anciens n'a parlé : M. Fréret, (*pag.* 502) croit que Firmicus les avoit tirées de la Sphère Egyptienne de Petoſiris : par exemple, il met le *Renard* au nord du Scorpion avec Ophiucus, & le *Cynocéphale* au midi avec l'Autel ; Aquarius ſe leve, ſelon lui, avec une autre conſtellation qu'il nomme *Aquarius minor*, avec la Faulx, le Loup, le Liévre & l'Autel ; au nord des Poiſſons il place le Cerf & une autre conſtellation du Liévre.

Sentiment de M. Goguet.

367. M. Goguet, dans ſon excellent Ouvrage ſur l'Origine des Loix & des Sciences, differte auſſi ſur les noms & les figures de nos conſtellations, & il penſe qu'il faut les rapporter aux anciens hiéroglyphes : les premiers caractères dont ſe ſervirent les hommes, étoient des figures de choſes ſenſibles, telles que des animaux ; ils s'en ſervoient pour écrire les élémens de leurs Sciences & les réſultats de leurs études aſtronomiques ; mais dans la ſuite ces caractères qui

n'étoient qu'une ſimple indication, firent des êtres à part, dont le vulgaire ſuppoſa l'exiſtence dans le ciel, (*T. VI. Diſſert. IV. pag.* 108.).

On préfere le ſentiment de M. Schmidt.

368. Le ſentiment qui me paroît le mieux fondé, eſt celui de M. Sam. SCHMIDT, de l'Académie Royale des Inſcriptions & Belles-Lettres de Paris, qui rapporte ces douze ſignes du Zodiaque aux Divinités Egyptiennes, dans une Diſſertation Latine adreſſée à la Société des Antiquaires de Londres; (elle ſe trouve dans le Tome II. d'un Journal imprimé à Berne en 1760, qui a pour titre: *Excerptum totius Italicæ necnon Helveticæ Litteraturæ.* April. Ma. Jun. 1760. *pag.* 70.). Il prouve d'une maniere aſſez détaillée, que les Egyptiens avoient conſacré chacun des ſignes du Zodiaque à l'une de leurs Divinités, & exprimoient ces ſignes avec les caractères qui ſervoient dans leurs hiéroglyphes & dans leurs monumens ſacrés, à repréſenter ces mêmes Divinités: je vais donner un extrait de ſes preuves.

369. M. Schmidt établit d'abord la reſſemblance des Conſtellations Grecques & Egyptiennes, que quelques Auteurs avoient conteſtée, comme on vient de le voir (364). Il eſt vrai qu'Achilles Tatius, Auteur qui a vécu entre le quatrieme & le neuvieme ſiécle, (dont l'Ouvrage eſt inſéré dans le P. Petau, *Uranol. p.* 164.), dit qu'on ne trouve dans la Sphère Egyptienne ni l'Ourſe, ni le Dragon, ni Céphée; mais Plutarque, Auteur plus ancien, dans ſa Piéce *de Iſide*, prouve au contraire que l'Ourſe étoit auſſi dans la Sphère des Egyptiens.

370. La différence des Sphères Grecque & Egyptienne, ne conſiſte pas dans la différence des figures, mais dans la différente application qu'on en faiſoit. En Egypte, le Bélier étoit cenſé Jupiter Ammon; c'étoit en Grece le Bélier de Phrixus (391): le Taureau en Egypte étoit Apis; c'étoit en Grece le Raviſſeur d'Europe (392), parce que les Grecs voulant perſuader à la poſtérité que l'invention du Zodiaque leur appartenoit, appliquerent à leurs hiſtoires les figures qu'ils trouverent établies dans le Zodiaque Egyptien.

371. Quelques Auteurs ont cru que les Arabes avoient tiré leur Zodiaque des anciens Egyptiens ; & comme il differe beaucoup de celui des Grecs, on en a conclu que le Zodiaque Grec ne venoit point d'Egypte ; mais il paroît que les dénominations Arabes ont plutôt été tirées de la vie paſtorale de ces Peuples, que d'une tradition Egyptienne ; & l'on ne peut point en conclure une différence réelle entre le Zodiaque Grec & le Zodiaque Egyptien.

372. Kirker, (*Œdip. Ægypt. T. II. p.* 161.) & Montfaucon, (*Antiq. Expl. Suppl. II. pl.* 54.) ont cru trouver dans des monumens anciens une figure du Zodiaque Egyptien, très-différente de celui des Grecs ; mais M. le Comte de Caylus a fait voir que le P. Montfaucon ſe trompoit dans ſon explication, & celle de Kirker eſt encore moins fondée : la reſſemblance des Zodiaques Grec & Egyptien, eſt atteſtée par *Lucien* dans ſon Livre ſur l'Aſtrologie, où l'on voit que le Bélier, le Taureau, le Capricorne, les Poiſſons ſe trouvoient dans le Zodiaque Egyptien.

Origine Egyptienne du Zodiaque.

373. Le Bélier ſe trouvoit inconteſtablement dans le Zodiaque Egyptien, ſuivant le témoignage de Lucien : or le Bélier étoit conſacré à Jupiter Ammon, ſuivant Hyginus, Proclus, Euſebe & Kirker ; Ammon préſidoit à l'équinoxe du printemps, qui tomboit dans le ſigne du Bélier ; on le repréſentoit avec une tête de bélier : de-là on explique toutes les fables qui ſe répandirent parmi les Egyptiens, les Grecs & les Arabes, ſur le Bélier ou ſur Jupiter Ammon. On peut conſulter à ce ſujet le grand Ouvrage de *Jablonski* ſur les Dieux d'Egypte, (*Pantheon Ægypt.*).

374. Le Taureau ſervoit à repréſenter le Dieu Apis ; puiſqu'on voit, dans le Livre de Lucien ſur l'Aſtrologie, que le Taureau Apis étoit en Egypte une choſe ſacrée, & qu'il rendoit des oracles.

375. Les Gémeaux répondent à deux Divinités qu'on ne ſéparoit point en Egypte, Horus & Harpocrate.

376. L'Ecrevisse qui parmi les Romains étoit conſacrée à Mercure, l'étoit à *Anubis* chez les Egyptiens, comme on le voit ſur pluſieurs monumens anciens.

377. Le Lion appartenoit au Soleil ou à Oſiris, ſans doute à cauſe de la grande force qu'a le ſoleil lorſqu'il eſt dans ce ſigne. Horapollo aſſure que le Lion parmi les Egyptiens ſignifioit le temps où le débordement du Nil eſt le plus fort, auſſi les écluſes qui ſervoient à fermer les canaux du Nil, étoient ornées de têtes de lions, ſuivant Plutarque ; & cela ſe voit encore ſur d'anciens monumens publiés dans le Recueil d'Antiquités de M. le Comte de Caylus.

378. La Vierge eſt conſacrée à Iſis, comme le Lion à ſon mari Oſiris : Avienus le rapporte parmi les différentes opinions des Anciens ſur ce ſigne. Le Sphynx, compoſé d'un Lion & d'une Vierge, s'employoit pour déſigner le débordement du Nil ; ce qui s'accorde très-bien avec la réunion de ces deux ſignes que parcouroit le ſoleil pendant l'inondation : c'eſt après coup, & ſans doute parmi les Grecs, qu'on a mis un épi dans la main de la Vierge, pour exprimer les moiſſons.

379. La Balance & le Scorpion étoient compris tous deux ſous le nom de *Scorpion*. Cet animal, conſacré à Mars chez les Romains, appartenoit à Typhon chez les Egyptiens, comme tous les animaux dangereux ; & Plutarque, (*de Iſide*), dit préciſément que les Egyptiens avoient placé l'empire de Typhon dans le ſigne du Scorpion.

380. Le Sagittaire étoit placé dans le ciel comme l'image d'Hercules, qui étoit parmi les Egyptiens dans la plus haute vénération. Les Egyptiens aſſembloient ſouvent les corps humains avec ceux des animaux, & il n'eſt pas étonnant qu'ils aient donné à ce Héros une portion du cheval qui eſt le ſymbole de la guerre. Pococke, (*Deſcript. of the Eaſt*), a publié des fragmens d'un ancien obéliſque Egyptien, où l'on voit le Sagittaire de la même forme qu'on le repréſente dans notre Zodiaque : on peut voir auſſi pluſieurs ſignes du Zodiaque tirés des monumens Egyptiens dans l'Hiſtoire Univerſelle de *Bianchini*.

381. Le Capricorne étoit conſacré à Pan ou à Mendès, Divinité Egyptienne, dont le ſymbole étoit un bouc, & qu'ils reſpectoient juſques dans cet animal, auquel on

n'oſoit toucher ; on nourriſſoit ce bouc dans un temple, & on lui rendoit un culte religieux. (*Voyez* Strabon, *L. XVII.* Nonnius *in Collect. Hiſtoriar. ad Gregor. Nazianz. invect. in Julian.*).

382. Le Verseau, c'eſt-à-dire, l'image d'un homme qui porte une cruche, ſe trouve en diverſes rencontres ſur les monumens Egyptiens. Plutarque raconte que dans le mois Tyby on alloit de toutes parts en cérémonie puiſer de l'eau dans la Mer, pour la conſerver religieuſement, & l'on s'écrioit avec acclamation qu'on avoit trouvé Oſiris : le mois Tyby répond à notre mois de Janvier, & c'eſt celui où le ſoleil ſe trouve dans le ſigne du Verſeau. Il eſt donc très-probable que cette fête avoit la même origine dans la religion Egyptienne, que le nom même du Verſeau qui lui eſt ſi analogue.

383. Les Poissons ſe voient ſur un ancien obéliſque Egyptien décrit par Pococke : le ſigne des Poiſſons a été conſacré à Vénus parmi les Grecs, comme il l'étoit en Egypte à Nephtis, Déeſſe de la Mer : les Egyptiens abhorroient les poiſſons & tout ce qui venoit de la Mer, auſſi bien que Nephtis, femme de Typhon, qui étoit le monſtre de la nature, auquel les Egyptiens donnoient l'empire de la Mer. D'ailleurs, le temps de l'année où le ſoleil eſt dans les Poiſſons, étoit celui de l'accroiſſement de pluſieurs plantes venimeuſes qu'on attribuoit à Nephtis, comme les autres fléaux de la nature : enfin, le ſigne des Poiſſons eſt le dernier ſigne, ou la fin du Zodiaque, ainſi que la Mer Méditerranée étoit le terme de l'Egypte.

384. Cette derniere conjecture a fait naître à M. Schmidt une autre idée ſinguliere : il ſembleroit que les Prêtres de l'Egypte euſſent voulu placer dans le ciel une géographie de l'Egypte : le Bélier commençoit, tout ainſi que Thèbes, ville conſacrée à Jupiter Ammon, faiſoit le commencement de l'Egypte ; les Poiſſons terminoient le Zodiaque, ainſi que la Mer Méditerranée terminoit l'Egypte ; le triangle céleſte repréſentoit le delta de l'Egypte. L'Eridan ou le Nil avoit été auſſi transféré dans le ciel. (436)

385. On voit par l'énumération précédente des douze

ſignes du Zodiaque, toute la vraiſemblance imaginable d'une origine Egyptienne : d'un autre côté, l'on verra dans l'application qu'en font les Grecs à leur hiſtoire poëtique, des alluſions forcées, incertaines, peu vraiſemblables, ſouvent contraires : je crois donc, avec les plus ſçavans Antiquaires, qu'on doit attribuer les noms des ſignes du Zodiaque aux Divinités Egyptiennes. Je ne laiſſerai pas de rapporter à leur place les origines Grecques, & les applications poëtiques, qui ſont conſacrées par des Auteurs célebres, appuyées quelquefois ſur des raiſons plauſibles, & qui font une partie des agrémens de la Poëſie par leur rapport avec la Mythologie.

Origine des Noms des Planetes.

386. C'eſt ici le lieu de parler auſſi de l'origine des noms que portent les planetes ; ils nous viennent des Latins qui, à l'exemple des Grecs, donnerent aux planetes les noms de leurs principales Divinités ; mais avant l'apothéoſe des Héros les planetes avoient d'autres noms, comme on peut voir dans la cinquieme Diſſertation de M. Goguet : par exemple, le ſoleil eſt appellé dans les Livres ſaints du nom de *Schemès* qui indique la chaleur & la lumiere, & la lune *Labanah*, qui vient de *Laban* blancheur. En Egypte on avoit donné aux autres planetes des noms analogues à quelqu'une de leurs qualités : celui de Vénus ſignifie la plus belle ; celui de Mars veut dire embraſé : celui de Mercure étincellant; celui de Jupiter répond au mot éclattant, (Maneto, *Chron. Paſch. p.* 46 *&* 47. Jul. Firmic. *L. II. Ch.* 11.) Le nom Egyptien de Saturne fut traduit chez les Grecs par celui de Φαίνων, qui veut dire apparent; & le P. Riccioli, (*Alm. Liv. XVII. Ch.* 1.) croit que ce peut être parce qu'il eſt plutôt dégagé que les autres planetes des rayons du ſoleil au temps de ſes conjonctions.

Noms anciens.

387. Les Grecs employerent auſſi dans les premiers temps des noms ſignificatifs. Homere déſigne Vénus par l'épithete de Κάλλιστος (*Iliad.* 22. 318. *Voyez auſſi* Platon *in Epinomi, p.* 1012, Ariſtot. *de mundo, T. II. p.* 602. Voſſius *de idol. L. II. ch.* XXII *&* XXXI. Les Réflexions critiques ſur l'Hiſtoire des anciens Peuples, par M. Fourmont. *T. I. L. II. ch.* VII. *&* *ſuiv.* M. Goguet de l'Origine

des Loix, &c. *T. VI. p.* 142. Les Chinois ont auſſi donné aux planetes des noms analogues à leurs qualités ſenſibles, comme l'obſerve M. Goguet d'après M. de Guignes.

Caractères qui expriment les Planetes.

388. Les caracteres par leſquels nous marquons les planetes, paſſent pour être fort anciens; & Scaliger, dans ſes Notes ſur *Manilius*, dit qu'on les voit ſur pluſieurs pierres très-anciennes. Celui de Mercure ☿ eſt un caducée; celui de Vénus ♀ un miroir avec ſon manche; celui de Mars ♂ une fleche avec un bouclier; celui de Jupiter ♃ eſt la premiere lettre du nom qu'il porte en Grec, avec une interſection; enfin, le nom de Saturne ♄ ſe repréſente par une faulx: les Grecs de qui nous tenons cette maniere abrégée de déſigner les aſtres, l'avoient, ſans doute, reçue des Nations orientales; mais il y a tout lieu de croire que la forme des caracteres, eſſuya de grands changemens, puiſque les anciens peuples ne ſe ſont point accordés ſur les noms qu'ils attribuoient aux planetes. *Voyez* Achill. *Tat. iſag. c. XVII.* Macrob. *Sat. L. I. ch. XXI. L. III. ch. XII.* Herod. *L. II. n.* 144. Diod. *L. II.* Ariſt. *de mundo. c.* II. Plutarq. *de Iſide & Oſiride.* Scholiaſt. Apollon. *ad. L. III. verſ. 1376.* Plin. *L. II. c. VIII.* Apuleius *de mundo.* Hygin. *Aſtronomicon. Chronicon.* Paſch. *Tim.* Locrus *de anima mundi*, apud Plat. Auguſt. *de Civitate Dei. L. VII. c. XV.* Voſſ. *de idol. L. I. c. XVI. L. II. c. XXVII. XXXI. XXXII & XXXIII.* Saumaiſe, *Plin. exercit. p.* 1235. *Huet* Remarques ſur Manilius, *Lib. V.* M. Goguet obſerve que ces caracteres ſont aſſez différens de ceux qu'on trouve dans les écrits des Anciens; & il eſt porté à croire que ce ſont les Arabes qui les ont altérés.

389. Il y a des Auteurs qui trouvent auſſi dans les caractères dont on ſe ſert pour marquer les douze ſignes du Zodiaque, les traces d'une origine Egyptienne. Ce ſont, dit un Critique moderne, des veſtiges d'hiéroglyphes curiologiques, réduits à un caractère d'écriture courante, ſemblable à celle des Chinois, (*Eſſai ſur les Hier. p.* 245.). M. Goguet n'eſt point de cet avis; il dit que ces caractères ont ſouffert beaucoup d'altération, & qu'il y a des différences conſidérables entre les figures dont nous nous ſervons

ſervons aujourd'hui, & celles dont ſe ſervoient les anciens Aſtronomes. On peut voir la figure de ces anciens caractères aſtronomiques dans Saumaiſe, *Plin. exercit. p.* 1035 *& ſuiv.* M. Huet les a auſſi fait graver dans ſes Remarques ſur Manilius, *L. V. p.* 80. V. auſſi M. Long, p. 171 & 213.

Caractères des 12 Signes.

390. On ne peut cependant méconnoître une eſpece d'analogie entre les caractères dont on ſe ſert depuis long-temps, & les noms des ſignes du Zodiaque, ſoit que cette reſſemblance ait été forcée à deſſein, ou qu'elle ſoit naturelle. Le premier ♈ imite les cornes du Bélier. Le ſecond ♉ eſt comme le devant d'une tête de bœuf. Le troiſieme ♊ eſt la réunion de deux têtes de chevreaux. Le ſeptieme ♎ eſt le fléau d'une balance. Le huitieme ♏ marque les pattes, la queue & le dard du Scorpion. Le neuvieme ♐ eſt la fleche même du Sagittaire. Le dixieme ♑ exprime les replis de la queue du Capricorne. Le onzieme ♒ eſt un courant d'eau. Le douzieme ♓ eſt formé de deux poiſſons adoſſés. Les trois autres ♋ ♌ & ♍ ont été ſans doute altérés par la ſuite des temps, (*Spect. de la Nat. T. IV. p.* 319.).

NOMS ET ORIGINE DES DOUZE SIGNES du Zodiaque ſuivant les Grecs.

391. Le Bélier paroît avoir été de tous les temps, la premiere conſtellation du Zodiaque.

Suivant la plûpart des Auteurs Latins, le Bélier céleſte eſt celui dont la toiſon occaſionna le voyage fameux des Argonautes (161). Il y en a qui prétendent que c'eſt la proue du vaiſſeau ſur lequel Phrixus & ſa ſœur Helle prirent la fuite pour éviter d'être ſacrifiés par leur pere Athamas. Sous le nom de *Toiſon d'or*, les uns ont entendu le Gouverneur de Phrixus, fils d'Athamas, ſi célebre par ſa ſcience, que les habitans de la Colchide ne pouvoient ſe réſoudre à le perdre, & que les Grecs allerent en force le délivrer de cet exil. D'autres ont entendu ſous le nom de *Toiſon d'or*, la pierre philoſophale, ou l'art de faire de l'or, ou les tréſors que Phrixus avoit emportés dans la

Colchide. (Voyez auſſi art. 373.). Il eſt parlé de cette conſtellation dans Ovide, ſous le nom de *la Brebis d'Helle.*

Et fruſtrà pecudem quæres Athamantidos *Helles*,
Signaque dant imbres, exoriturque Canis. *Faſt. IV.* 903.

392. Le Taureau eſt celui dont Jupiter prit la forme pour enlever Europe, fille d'Agénor, Roi des Phéniciens : on explique auſſi cette fable, en diſant que ce taureau étoit la figure de la proue d'un vaiſſeau, ſur lequel Europe fut enlevée par des Marchands Crétois.

On a cru que c'étoit la vache dont Io avoit reçu la forme ; & l'on a expliqué cette fable, en diſant qu'Io, ou Iſis avoit enſeigné l'agriculture aux Egyptiens, & par reconnoiſſance avoit été déïfiée ſous la figure d'une vache, ſymbole de l'agriculture, (Voyez auſſi art. 374.).

393. Les Pléïades ſont des étoiles ſituées ſur le col du Taureau ; les Anciens les plaçoient ſur la queue du Taureau : leur nom vient de Πλεῖν, qui ſignifie *naviguer*, parce qu'au printemps & vers le temps de leur lever héliaque, on commençoit les grandes navigations. Les Poëtes diſent qu'elles étoient filles d'Heſperis & d'Atlas, c'eſt pourquoi on les appelle *Heſpérides* ou *Atlantides*. Jupiter les ayant aimées, & les voyant pourſuivies par Orion, il les plaça dans le ciel pour les ſouſtraire aux pourſuites de ſon rival.

Les noms des neuf étoiles principales des Pléïades ſont *Alcyone*, *Electra*, *Seleno*, *Taïegeta*, *Maïa*, *Merope*, *Atlas*, *Pleïone*, *Aſterope*. Ovide les renferme ſous le nom de *Taïgete* dans ce vers :

Taygetemque, Hyadeſque oculis, Arctonque notavi. *Metam. v.* 195.

Et il rapporte leurs noms en détail dans le IVe. Livre des Faſtes, v. 167.

394. L'écliptique paſſe entre les deux étoiles ζ & β qui ſont les deux extrémités des cornes du Taureau, comme Ovide nous l'apprend dans ces vers adreſſés à Phaëton par ſon pere, où il lui trace ſa route le long de l'écliptique :

Pertamen adverſi gradieris cornua Tauri,
Æmonioſque arcus, violentique ora Leonis ;

Sævaque circuitu curvantem brachia longo,
SCORPION, atque aliter curvantem brachia CANCRUM. *Met. II.* 80.

395. Les Hyades ſont un autre aſſemblage d'étoiles, placées ſur le front du Taureau ; leur nom vient de ὑῶν, *pleuvoir*, parce qu'elles ſe levoient autrefois dans la ſaiſon des pluies.

Ora micant Tauri ſeptem radiantia flammis,
Navita quas *Hyades* Graïus ab imbre vocat.

Les Hyades étoient auſſi filles d'Atlas, ſuivant la tradition poëtique, peut-être parce qu'il fut le premier qui obſerva ces étoiles, ou qui leur attribua des vertus aſtrologiques.

396. LES GÉMEAUX portent différens noms dans les anciens Auteurs : c'eſt Apollon & Hercules, Triptoleme & Jaſion, Amphion & Zethus, Caſtor & Pollux, Théſée & Pirithoüs ; il ſemble qu'on ait voulu placer dans le ciel le ſymbole de l'amitié : (Voyez auſſi art. 375.).

397. LE CANCER, ou l'Ecreviſſe, fut placé dans le ciel par Jupiter, pour avoir ſervi ſes amours, en retardant par ſa piquûre la fuite d'une Nymphe, fille de Garamanthe : Ampelius croit que cette Ecreviſſe fut placée dans le ciel par Junon, après qu'elle eût été écraſée par Hercules en voulant l'incommoder dans le combat contre l'Hydre de Lerne : on ſçait que Junon, toujours ennemie d'Hercules, pourſuivoit par-tout ce Héros, & ſuſcitoit des obſtacles à toutes ſes entrepriſes : (Voyez auſſi art. 376.).

398. Les deux ânes qui ſont deux étoiles de la même conſtellation marquées γ & δ dans nos catalogues, ſont ceux qui dans la guerre de Jupiter contre les Géans, contribuerent à ſa victoire ou par leurs cris, ou parce qu'ils ſervoient de montures à Vulcain & aux Satyres qui venoient au ſecours de Jupiter ; on voit entre ces deux étoiles un amas d'étoiles appellé l'Etable, *Præſepe*, à cauſe des deux ânes qui en ſont tout proche ; c'eſt ce que nous appellons *la Nebuleuſe du Cancer.*

399. LE LION eſt la cinquieme conſtellation du Zodiaque, celle que le ſoleil parcouroit autrefois dans le

temps des chaleurs brûlantes de l'été : le tempérament ſec & ardent de cet animal terrible l'avoit fait prendre pour le ſymbole de la chaleur, de la vigilance & de la ſûreté ; de-là vient auſſi qu'on avoit donné ſon nom à la conſtellation où étoit le ſoleil dans la ſaiſon la plus ardente & la plus ſéche de l'année. (Voyez auſſi l'art. 377.).

Les Poëtes diſent que c'eſt le lion de Némée dompté par Hercules le Thébain, & placé dans le ciel par la puiſſance de Junon.

400. La Vierge eſt appellée auſſi Cérès, Iſis, Erigone, la Fortune, la Concorde, Aſtrée, Themis : les anciens Auteurs ne ſont point d'accord ſur l'origine du nom de cette conſtellation. Au reſte, comme Cérès étoit quelquefois priſe pour la Déeſſe des moiſſons, de la Juſtice & des Loix, rien n'empêche qu'on ne la regarde comme étant celle que les premiers Aſtronomes Grecs ont prétendu déïfier : (Voyez art. 378.).

401. La Balance eſt appellée dans Aratus *Fera magna* ; dans Cicéron, *Jugum* ; dans Ampelius, *Mochos* ; dans Virgile, les ſerres du Scorpion : cette Balance indique, ſuivant quelques Auteurs, l'équilibre de la Nature, l'égalité des jours & des nuits, la température de l'automne : (Voyez auſſi art. 379.). Les Anciens y ajoutoient la figure de *Mochos*, inventeur des poids & des balances ; d'autres mettoient cette balance dans la main de la Vierge : Virgile feint que c'étoit la juſtice d'Auguſte conſacrée par le nom d'une nouvelle conſtellation ; mais cela vient peut-être uniquement de ce que la naiſſance d'Auguſte tomboit au commencement du ſigne de la Balance, comme l'obſerve Scaliger dans ſes Notes ſur *Manilius*. Virgile lui-même ſemble reconnoître une autre étymologie à ce nom de *Libra*, lorſqu'il dit dans ſon premier Livre des Géorgiques :

> *Libra* die ſomnique pares ubi fecerat horas,
> Et medium luci atque umbris jam dividet orbem,
> Exercete, viri, tauros.

402. Le Scorpion eſt appellé dans Cicéron *Nepa* ; dans Manilius, *Martis ſydus* ; dans Aratus, *Fera magna*,

parce qu'il occupoit deux ſignes entiers : les Poëtes diſent que c'eſt le ſcorpion qui par ordre de Diane picqua vivement au talon le fier Orion qui ſe vantoit de pouvoir défier les animaux les plus féroces, & qui avoit entrepris de violer la chaſte Diane : il étoit peut-être deſtiné à indiquer les maladies dangereuſes qui regnent quelquefois en automne : (Voyez art. 379.). Ovide nous apprend auſſi que le Scorpion s'étendoit ſur deux ſignes entiers de l'écliptique :

Eſt locus in geminos ubi brachia concavat arcus
Scorpius, & caudâ flexiſque utrinque lacertis
Porrigit in ſpatium ſignorum membra duorum. *Metam. II.* 195.

La vûe de cet animal effrayant fut cauſe, dit-il, de la terreur & de la perte de Phaëton :

Hunc puer ut nigri madidum ſudore veneni
Vulnera curvatâ minitantem cuſpide vidit
Mentis inops, gelidâ formidine lora remiſit. *Ibid.* 198.

403. Le Sagittaire eſt appellé quelquefois le Centaure, ou Chiron, le Taureau, *Phillyrides*, *Eumenes*, *Semivir*, l'Arc, le Carquois, *Eques*, *Minautorus*, *Croton*. On croit que c'eſt le Centaure Chiron, fils de Saturne & de Philyris, qui enſeigna le premier aux hommes l'art de monter à cheval ; il excelloit dans la ſageſſe, & dans la ſcience des aſtres : il fut le précepteur d'Achilles, de Jaſon, d'Eſculape ; il fut tué par une fleche teinte du ſang de l'Hydre de Lerne, & placé dans le ciel, auſſi bien que cette fleche. Virgile & Ovide en décrivant les ſignes du Zodiaque, parlent de la même maniere :

Armatuſque arcu Chiron & corniger hircus. *Virg.*
Nocte minus quartâ promet ſua ſidera Chiron
Semivir, & flavi corpora miſtus equi. *Ovid. Faſt. V.*

D'autres cependant ont cru que l'on devoit rapporter à Chiron la conſtellation du Centaure (445), mais que celle du Sagitaire n'étoit autre choſe que le Minautore, dont Paſiphaë fut amoureuſe. Lucien ſemble indiquer que c'étoit l'amour de l'Aſtronomie & l'étude des conſtellations céleſtes, parmi leſquelles ſe compte le Taureau, qui avoit donné lieu à cette conſtellation : (Voyez auſſi art. 380.).

404. Le Capricorne s'appelle auſſi la Chevre Amalthée, le Bouc, le ſigne de l'hyver, & la Porte du Soleil, car on regardoit les deux tropiques comme les deux portes du ciel : par l'une, le ſoleil montoit dans les régions ſupérieures ; par l'autre, il redeſcendoit à la région la plus baſſe du ciel. Les Poëtes attribuent cette conſtellation à la Chevre Amalthée, dont le lait ſervit aux Nymphes qui prirent ſoin de Jupiter ſur le mont Ida, & que Jupiter par reconnoiſſance plaça enſuite parmi les aſtres.

D'autres enfin expliquent la forme biſarre du Capricorne qui eſt moitié chevre & moitié poiſſon, par le moyen d'une autre fable. Les Dieux étant à table dans un endroit de l'Egypte, Typhon, le plus terrible des Géans, parut, & cauſa une ſi grande frayeur, que tous les Dieux chercherent leur ſûreté dans la fuite, & ſe changerent en différentes formes : Pan, le Dieu des Chaſſeurs, ſe jetta à moitié dans le Nil, prit la forme d'un poiſſon par derriere & celle d'une chevre par ſa partie antérieure ; & Jupiter voulut conſerver la mémoire de cet événement, en plaçant dans le ciel cet animal monſtrueux. Ces origines ſont ſi abſurdes, qu'on oſe à peine les rapporter : (Voyez plutôt l'art. 381.).

405. Le Verseau, *Aquarius ; Junonis Aſtrum ; Deucalion ; Ariſtæus ; Ganymedes, Puer Iliacus, Jovis Cynædus; Cecrops; Fuſor aquæ, Amphora, Urna, Aquæ Tyrannus.* Pluſieurs Auteurs ont penſé que cette conſtellation tire ſon nom de la ſaiſon des pluies qui ont lieu preſque par-tout à l'entrée de l'hyver : les Poëtes ont prétendu que c'étoit Deucalion, le réparateur & le pere du genre humain, que les hommes déïfierent par reconnoiſſance. D'autres ont dit que c'étoit Ganymede, jeune homme d'une extrême beauté, que Jupiter fit enlever par un aigle pour ſervir le nectar à la table des Dieux, après qu'Hébé s'en fût rendue indigne par une faute. Virg. *Æneid. III. & V.* Ovid. *Met. X.* (Voyez plutôt art. 382.).

406. Les Poissons, *Piſces ; Dii Syri ; Proles Derceïa, Dercis ; Dione Veneris Mater ; Venus Syria cum Cupidine, Venus cum Adone.* Cette conſtellation marque

le temps humide de l'hyver. Les Poëtes diſent que Vénus ayant apperçu Typhon ſur les bords de l'Euphrate, ſe jetta avec ſon fils dans le fleuve, & le transforma avec elle en poiſſons, (Manil. *Aſtron. L. IV.*). De-là venoit la vénération que l'on avoit en Syrie pour les poiſſons. Dercis & Atergatis étoient deux Déeſſes que l'on a confondues avec Vénus. (Voyez plutôt art. 383.).

Ovide rapporte au 3 de Mars le coucher héliaque des poiſſons dans les vers ſuivans :

Tertia nox emerſa ſuos ubi moverit ignes,
Conditus è geminis *Piſcibus* alter erit ;
Nam duo ſunt, auſtris hic eſt, aquilonibus ille
Proximus, à vento nomen uterque tenet. *Faſt. III.* 399.

DES XXIII. CONSTELLATIONS BORÉALES décrites par les Anciens.

Les Constellations décrites par les Anciens, ſont au nombre de 48 : douze forment le Zodiaque, comme nous venons de le voir ; 21 étoient au nord de l'écliptique ; on en a ajouté deux (461), & ce ſont ces 23 conſtellations boréales dont nous allons traiter.

407. La grande Ourse, la plus remarquable de toutes les conſtellations boréales, & la premiere que les hommes dûrent obſerver, eſt appellée *Arctos major*, *Fera major ; ſeptem Teriones* ou *Triones*, *Icarii Boves ; Cynoſuris ; Arcturus ; Elix*, *Helice ; Canis venatica ; Filia Urſæ*, *Urſa cum puerulo ; Lycaonia Puella*, *Dianæ comes*, *Phœbes miles*, *Parrhaſis*, *Parrhaſia Virgo*, *Mœnalis Urſa*, *Erymanthis*, id eſt, *Arcadica*, *Virgo nonacrina*, *Megiſto*, *Calliſto ; Plauſtriluca*, *Plauſtrum magnum*. Elle eſt appellée *Helice*, parce qu'on la voit tourner autour du pole : elle porte le nom de Calliſto qui fut transformée en ourſe. *Parrhaſis* étoit le nom ancien de l'Arcadie, région du Péloponnèſe, où regnoit *Lycaon*, pere de Calliſto ; le mont Mœnale & le fleuve Erymante qui étoient voiſins, lui ont auſſi donné leurs noms.

408. Nous avons rapporté (194) les étymologies qu'on tire de l'Hébreu pour le nom de cette conſtellation, celle des Auteurs Grecs eſt tirée de Calliſto : on en peut voir l'hiſtoire dans les Métamorphoſes d'Ovide, (*L. II. v.* 402. *&c.*) ; on y voit le petit parallele que décrit cette conſtellation autour du pole :

. . . . . Illic ubi circulus axem
Ultimus extremum ſpatioque breviſſimus ambit. *Verſ.* 518.

Junon demande aux Dieux de la Mer d'empêcher que cette conſtellation adultere ne jouiſſe de l'avantage de deſcendre chaque jour dans les ondes pures de Thétis.

Gurgite cæruleo ſeptem prohibite Triones,
Sideraque in cœlum ſtupri mercede receptâ
Pellite, ne puro tingatur in æquore pellex.

409. La petite Ourse eſt appellée auſſi *Arctos minor, Fera minor, Phœnice, Septentrio; Cynoſura*, c'eſt-à-dire, Queue du chien, ou plutôt, Foyer de lumiere, ſuivant l'étymologie orientale ; vulgairement petit Charriot. Callimaque rapporte que Thalès apprit aux Phéniciens à connoître la petite Ourſe, & voilà pourquoi on l'a appellée *Phœnice* ; ils furent du moins les premiers à s'en ſervir pour ſe diriger dans leurs navigations. Les Poëtes ont écrit que cette Ourſe étoit Calliſto, fille de Lycaon, qui fut aimée de Jupiter, que Junon transforma en ourſe, & qui fut enſuite placée dans le ciel ; mais c'eſt principalement à la grande Ourſe que cette fable ſe rapporte, comme nous l'avons dit : ſi la petite Ourſe a porté le même nom, ce n'a été qu'à cauſe de ſa reſſemblance ; elle a en effet à-peu-près la même forme que la grande Ourſe ; elle lui eſt parallele, mais dans une ſituation renverſée.

Les deux Ourſes ſont au nombre des conſtellations qui dans nos climats ſeptentrionaux ne ſe couchent jamais.

Arctos Oceani metuentes æquore tingi. *Virg. Georg.*

Mais quand on avance vers le midi, on commence à voir coucher la grande Ourſe, comme le dit Lucain en parlant

parlant des Peuples méridionaux que les Romains avoient ſoulevés.

Carmanoſque duces quorum, jam flexus in auſtrum
Æther non totam mergi tamen aſpicit Arcton,
Tacet & exiguâ velut ubi nocte Bootes *.

410. Le Dragon, *Draco* : cette conſtellation eſt appellée *Serpens*, *Anguis*, *Heſperidum cuſtos*, *Palmes emeritus*, *Coluber arborem conſcendens*; *Sidus Minervæ, & Bacchi*; *Æſculapius*; *Python*; *Ladon*, *Audax*, *Monſtrum mirabile*. Ce Dragon eſt, ſuivant les Poëtes, celui que Junon avoit prépoſé à la garde d'un jardin délicieux qu'elle avoit à l'extrémité de l'Heſpérie, ou de l'Eſpagne, & qui fut tué par Hercules; d'autres eſtiment que c'eſt le ſymbole de la prudence.

Ovide parle de cette conſtellation qui eſt au nord de l'écliptique, lorſque Phœbus dit à Phaëton :

Neu te dexterior tortum declinet ad *Anguem*,
Neve ſiniſterior preſſam rota ducat ad *Aram*,
Inter utrumque tene. *Metamor. II.* 138.

411. Céphée eſt une conſtellation qui a été appellée auſſi *Vir regius*, *Regulus*; *Dominus ſolis*, *Flammiger*, *Incenſus ſonans*; *Jaſides*; *Nereus*, *Senex æquoreus*, *Juvenis æquoreus*. Céphée étoit Roi d'Ethiopie ou de l'Inde, (Pline, *L. V. ch.* 13. 31.); car les premiers Grecs appellerent de ce nom d'*Inde* toutes les terres ſituées au-delà de la Mer. Céphée étoit pere d'Andromede, & les Poëtes diſent que Perſée obtint de Jupiter que Céphée avec ſa femme Caſſiopée & ſa fille Andromede, ſeroient placés dans les aſtres. Ovid. *Met. L. IV.* (Voyez art. 413.).

412. Cassiopée; une Reine d'Ethiopie, femme de Céphée, donna ſon nom à cette conſtellation; elle y eſt repréſentée comme dans un trône, tenant une palme à la main. On a appellé quelquefois cette conſtellation, *Cathedra mollis*, *Siliquaſtrum*, *Solium*, *Mulier ſedis*, *Mulier*

* Ce dernier vers n'eſt pas exact, car les nuits ne ſont pas courtes, & le Bouvier brille pendant plus de 12 heures dans les pays où la grande Ourſe ſe couche.

habens palmam delibutam ; elle eſt auſſi appellée *Canis*, *Cerva* ; car les Arabes ne peignent qu'un chien à la place d'une Reine.

413. Andromede, conſtellation qui eſt appellée auſſi *Mulier catenata*, *Virgo devota*, *Perſea* : les Arabes y peignent un *Phoca*, ou Veau marin, enchaîné avec l'un des poiſſons. On connoît aſſez l'hiſtoire d'Andromede, que ſon pere Céphée fut obligé de ſacrifier à un Monſtre marin pour garantir ſon royaume de la peſte ; elle fut délivrée par Perſée : il y a à la tête d'Andromede une étoile remarquable qui forme un grand quarré avec trois belles étoiles de Pégaſe ; cette étoile, ſuivant *Hyginus*, eſt commune aux deux conſtellations, & s'appelle quelquefois *Umbilicus Andromedæ*.

414. Persée, eſt appellé dans quelques Auteurs, *Pinnipes*, *Inachides*, *Abantiades*, *Acriſioniades*, *Cyllenius*, *Victor Gorgonei monſtri*. Perſée étoit fils de Jupiter & de Danaë : ayant été jetté dans la Mer avec ſa mere, & ſauvé par Polydecte, Roi des Sériphes, il fut chargé de couper la tête de Méduſe tandis qu'elle dormoit, & tous les Dieux l'armerent à cet effet. Méduſe étoit l'une des Gorgones, monſtres ainſi nommés, parce que leur aſpect étoit terrible, & cauſoit même la mort : la tête de Méduſe forme une partie de la conſtellation de Perſée.

415. Pégase, *Pegaſus*, *Equus ales* ; *Equus Gorgonicus*, *aëreus*, *Fontis Muſarum Inventor*, *Equus major*, *Equus alter*, *Bellerophon*, *Saginarius*, *Caballus*, *Menalippa* ; en Arabe, *Alpharès*.

L'étoile ε à la bouche de Pégaſe, eſt appellée par les Arabes *Enif*.

On attribue ordinairement à Bellérophon l'origine de cette conſtellation ; ce Prince dompta la Chimère, monté ſur un cheval aîlé, qui eſt le ſymbole de la Renommée. Suivant Lucien, ce Prince étoit un Philoſophe célebre ; le cheval aîlé repréſente la vivacité & l'étendue de ſon génie & de ſes connoiſſances.

Nunc fruitur cœlo, quod pennis antè petebat,
Et nitidis ſtellis quinque decemque micat. *Ovid. Faſt. III.*

416. Le petit Cheval, *Equuleus*, *Equus minor*, *Hinnulus*, *Equi caput*, *Sectio equina*, *Sectio equi minoris*, *Cyllarus*, *Semiperfectus*.

Cette conſtellation eſt appellée le petit Cheval, pour la diſtinguer de Pégaſe qui eſt le grand Cheval, & dont nous avons parlé il n'y a qu'un moment : on n'en voit ſur les cartes céleſtes que la moitié, comme ſi le reſte du corps étoit caché dans les nuages, ainſi que le Taureau dont on ne peint ſouvent que la moitié.

Ce Cheval eſt celui que Mercure avoit donné à Caſtor, & qui ſe nommoit *Cyllarus*, (Virg. *Georg. III.*) ; ou celui dont Saturne prit la forme lorſqu'il fut ſurpris avec *Philyra*, fille de l'Océan : mais comme tous les Dieux & tous les Héros de l'Antiquité ont fait uſage du cheval, on a donné à cette conſtellation une multitude d'origines différentes, ſur leſquelles on ne ſçauroit rien ſtatuer.

417. Le Triangle boréal, en Latin, *Triangulus*, *Trigonus*, *Triquetrum*, *Tricuſpis* ; *Nili donum*, *Ægyptus*, *Sicilia*, *Trinacria*, *orbis terrarum tripartitus* ; en Grec, Δελτωτὸν. Il n'a pas fallu d'autre raiſon pour lui donner ce nom, que la ſituation des trois étoiles principales qui forment cette conſtellation. Les Poëtes diſent que Cérès demanda à Jupiter de mettre dans le ciel la figure de la Sicile qui eſt triangulaire ; mais d'autres prétendent que le triangle déſignoit les trois parties de la terre.

418. Le Cocher, *Auriga*, *Aurigator*, *Agitator currûs* ; *Arator* ; *Heniochus*, *Habenifer*, *Erichtonius* ; dans Homère, *Erichteus* ; chez les Egyptiens, *Orus* ; d'autres l'ont appellé *Phaëton* ; *Bellerophon* ; *Cuſtos caprarum* ; *Pelethronius* ; *Trochilus* ; *Œnomaus* ; *Hippolytus* : l'étoile brillante de cette conſtellation eſt appellée la Chevre, *Capra*, *Hircus*, *Cabrilla*, *Amalthea*, *Olenia*, *Alhaiot*. La même conſtellation renferme auſſi les Chevreaux, qui avoient été nourris du même lait que Jupiter ; le lever des Chevreaux arrivoit autrefois dans le temps des ouragans ; ce qui a fait dire autrefois :

Non ulli tutum eſt hœdis ſurgentibus æquor.

Ovide dit auſſi à l'occaſion de la même conſtellation :

Oleniæ ſidus pluviale Capellæ. *Met. III. 594.*

Erichton étoit un Roi d'Athènes, qui fut déifié comme l'inventeur de pluſieurs arts utiles, & ſur-tout de celui des chars :

Primus Erichtonius currus & quatuor auſus
Jungere equos, rapidiſque rotis inſiſtere victor. *Georg. III.*

Dans le Commentaire de Théon ſur Aratus, Bellérophon eſt cité comme l'auteur de l'invention du char, & comme étant le cocher céleſte ; d'autres y ſubſtituent Myrtyle, Cillantus cocher de Pelops, Œnomaüs, & Orus qui enſeigna le premier l'agriculture aux Egyptiens.

419. La Chevelure de Bérénice, *Coma Berenices, Crines, Capilli, Cincinnus, Cæſaries, Tricæ, Texicæ, Triquetræ ; Roſa ; Fuſus* vel *Colus*, le Fuſeau, *Fila, Stamina.* Bayer y ſubſtitue une Gerbe de bled d'après un ancien manuſcrit. Cette conſtellation eſt ſituée ſur la queue du Lion.

Ptolémée Soter, fils de Lagus, & ſurnommé *le Grand*, étant prêt à partir pour l'Aſie, Bérénice fit vœu de conſacrer à Vénus ſes cheveux qui étoient d'une beauté ſinguliere, ſi ſon époux revenoit triomphant ; elle accomplit ſon vœu. Ces cheveux furent ſuſpendus dans le temple ; ils diſparurent dans la ſuite ; ce qui donna lieu à *Conon*, Mathématicien de Ptolémée Philadelphe, d'en faire une conſtellation. Elle n'eſt point dans Ptolémée. (461)

420. Le Bouvier, *Bootes* ou *Bootis, Bubulus, Bubulcus, Tardibubulcus ; Paſtor, Cuſtos boum, clamans, clamator, vociferator ; plauſtri Cuſtos, Cuſtos Erimantidos Urſæ ; Arctturus, Arctturus minor ; Septentrio, Philomelus ; Icarius ; Lycaon ; Orion ; plorans, Arcas, Lanceator, Venator Urſæ, Arctophilax.* La belle étoile de cette conſtellation eſt appellée aujourd'hui généralement *Arctturus ;* chez les Arabes, *Aramech* : Homere dit que cette étoile eſt d'un préſage funeſte ; Pline l'appelle auſſi *Sidus horridum.*

Germanicus Cæſar dit que ce Paſteur, qu'on a placé dans le ciel, étoit Icare, pere d'Erigone, dont nous avons parlé à l'article de la Vierge ; Bacchus lui avoit appris l'art de faire le vin pour l'enſeigner aux hommes ; il fut lapidé par des bergers qui étoient yvres : ſa fille découvrit le corps de ſon pere par le moyen d'un chien qui lui étoit reſté fidele ; elle ſe tua de déſeſpoir, & elle fut placée dans le ciel avec ſon pere & ſon chien : voilà pourquoi Properce appelle *Bœufs d'Icare* les ſept étoiles de la grande Ourſe.

Flectant Icarii ſidera tarda boves.

D'autres prétendent que le Bouvier eſt Arcas, fils de Jupiter & de Calliſto, qui enſeigna la maniere de faire du pain, qu'il avoit appriſe de Triptoléme, & fut déïfié par la reconnoiſſance des hommes.

La conſtellation du Bouvier, quoique fort ſeptentrionale, deſcend ſous l'horiſon, & ſe couche pour nous, comme le remarque Ovide :

Tinguitur Oceano Cuſtos Erimanthidos Urſæ ;
Æquoreaſque ſuo ſidere turbat aquas. *Triſt. I.* IV. 1.

Le coucher coſmique du Bouvier, c'eſt-à-dire, le temps où il ſe couche au ſoleil levant, eſt annoncé par Ovide pour le 4 de Mars.

Sive eſt Arctophilax, ſive eſt piger ille Bootes ;
Mergetur, viſus effugietque tuos. *Faſt. III.* 405.

421. La Couronne boréale ; *Corona Ariadnæ ; Cretica, Gnoſſia ; Corona Vulcani, Amphitrites, Theſei, Minoïs ; Diadema cœli, Oculus.* La plus belle des étoiles de cette conſtellation s'appelle ſpécialement *Gnoſſia, Gemma, Margarita, pupilla, Roſa aperta ;* chez les Arabes, *Mumir.*

La figure de cette conſtellation ſuffiſoit pour y faire imaginer une couronne ; mais les Poëtes ſuppoſent que c'eſt la couronne d'Ariadne, fille de Minos & de Paſiphaë, qui aida Théſée à ſe tirer du labyrinte de Crete, fut enſuite abandonnée dans l'iſle de Naxos, & épouſée par Bacchus :

ce Dieu plaça dans le ciel, ſuivant le rapport d'Ovide, une couronne que Vénus avoit donnée à Ariadne ; elle eſt ſituée entre Hercules & Ophiucus.

. . . . . Utque perenni
Sidere clara foret ſumptam de fronte coronam
Immiſit cœlo : tenues volat illa per auras,
Dumque volat gemmæ nitidos vertuntur in ignes,
Conſiſtuntque loco, ſpecie remanente coronæ,
Qui medius nixique genu eſt, anguemque tenentis.
Metam. VIII. 177.

Bacchus amat flores, Baccho placuiſſe coronam,
Ex Ariadnæo ſidere noſſe potes. *Faſt. V.*

D'autres ont écrit que cette couronne étoit celle que Théſée reçut d'Amphitrite, lorſqu'il ſe jetta dans la Mer pour y chercher la perle de Minos.

422. Le Serpentaire, *Ophiuchus, Serpentarius, Serpentinarius, Anguifer, Anguitenens, Effeminatus ; Ophiulcus, Carnabons, Triopas ; Hercules ; Cæſius*, ſive *Glaucus; Æſculapius; Phorbas ; Cadmus ; Jaſon ; Æſacus; Laocoon; Ariſtæus.* On rapporte communément cette conſtellation à Eſculape le Meſſénien ou l'Epidaurien, pere de Podalire & de Machaon, célébré comme l'inventeur de la Médecine ; il fut un des Argonautes : il reſſuſcita Androgée, ou, ſelon d'autres, Hippolyte, par le moyen d'une herbe qu'un ſerpent lui apporta ; ce ſerpent qui eſt ſans doute le ſymbole de la ſageſſe & de la pénétration d'un ſi célebre Médecin, eſt repréſenté entre ſes mains ; ce qui lui a fait donner le nom de *Serpentaire* : c'eſt au Serpentaire que ſe rapportent ces deux vers d'Ovide, qui dans ſon calendrier tombent environ au 21 Juin, temps auquel cette conſtellation paroît toute la nuit, ou ſe leve achroniquement.

Surgit humo juvenis telis afflatus avitis,
Et gemino nexas porrigit angue manus. *Faſt. VI.* 735.

423. Le Serpent ; *Serpens Ophiuci, Æſculapii, Laocoontis ; Coluber, Anguis, Serpens Sagarinus, Herculeus, Lernæus ; Draco Leſbius, Tiberinus.* Il y a parmi

les conſtellations quatre eſpeces de ſerpens : l'Hydre femelle, *Hydra*, qui eſt ſituée au-deſſous du Cancer & du Lion ; l'Hydre mâle ou petit Hydre, *Hydrus*, qui eſt près du pole antarctique ; le Dragon ou le Serpent des Ourſes, qui eſt près du pole arctique ; & le Serpent d'Ophiucus, qui porte ſpécialement le nom de *Serpent* ; c'eſt celui que nous avons dit être placé dans les mains d'Eſculape, comme l'attribut de ce Dieu : on l'a appellé *Serpent d'Hercules*, ſuivant le rapport d'Hyginus, parce qu'Hercules tua un ſerpent fameux en Lydie près du fleuve Sagaris.

424. HERCULES : cette conſtellation eſt appellée auſſi *Engonaſis*, c'eſt-à-dire, *genuflexus*, *Niſus*, *Neſſus*, *Mellus*, *Cernuator*, *Claviger*, *Saltator*, *monſtrorum Domitor* ; *Melicerta*, *Malica*, *Deſanes* ; *Diodas*, *Palæmon* ; *Maceris* ; *Sancus*, *Sanctus* ; *Almannus* ; *Theſeus*, *Lycaon*, *Trapezius* ; *Ixion* ; *Prometheus* ; *Thamyris*, *Orpheus*. On ſçait aſſez combien il y a de Diſſertations parmi les Erudits, ſur le temps, la patrie & les travaux d'Hercules. Il y a eu ſans doute pluſieurs Héros du même nom, mais le plus célebre eſt Hercules le Thébain, fils d'Amphitrion & d'Alcmene, qui vivoit quelques années avant le ſiége de Troye, & fut du voyage des Argonautes : il eſt repréſenté communément dans l'attitude d'un combattant un genou en terre, tenant d'une main ſa maſſue, & de l'autre la peau du Lion de Némée, qu'il préſente comme un bouclier ; on lui met auſſi dans la main le rameau d'or qu'il arracha dans ſa deſcente aux enfers pour délivrer Théſée. D'autres diſent que cette figure d'un homme à genoux eſt celle de Théſée, qui leve avec effort la pierre ſous laquelle ſon pere avoit caché ſon épée.

425. L'AIGLE ; *Aquila Jovis nutrix*, *Jovis Armiger*, *Satelles*, & *Internuncia*, *Fulminis Miniſter*, *Avium Regina*, *Raptrix Ganymedis*, *ſervans Antinoum* ; *Avis Romana* ; *Promethei Aquila*, *Vultur volans*, *tortor Promethei*. Les Poëtes diſent que l'Aigle apportoit du nectar à Jupiter lorſqu'il étoit caché dans un antre de Crete, ſon pere voulant le faire périr ; l'Aigle contribua à ſa victoire contre les Géants, en lui apportant des armes ; il enleva

Ganymede pour le ſervir à table : c'eſt pourquoi l'aigle étoit conſacré à Jupiter, & fut placé dans le ciel. D'autres prétendent que c'eſt l'Aigle engendré par Thyphon, qui dévoroit le cœur de Prométhée, & qui fut tué par Hercules.

426. ANTINOUS ; *Puer Adrianæus*, ou *Bithynicus; novus Ægypti Deus, Puer Troicus, Phrygius, Puer Aquilæ, Jovis Cynædus, Catamitus, Pincerna, Pocillator, Ganymedes.* C'étoit un jeune homme d'une très-grande beauté, né à Claudiopolis en Bithynie, qui fut noyé dans le Nil, & que l'Empereur Adrien donna aux Egyptiens comme une nouvelle Divinité. Goltzius, dans ſon Tréſor des Antiquités, rapporte une inſcription Grecque trouvée à Rome, dans le champ de Mars où étoit le temple d'Iſis : *Antinoo eundem cum Diis Ægyptiis tronum occupanti.* Ce fut à l'honneur d'Antinoüs que l'Empereur Adrien fit frapper des monnoies, & bâtir en Egypte une ville ſous le nom d'*Antinoïa*, qui fut enſuite appellée *Adrianopolis.* il étoit également adoré en Arcadie. On peut voir au ſujet du culte d'Antinoüs, Pauſanias, Dion, Spartianus, Athanaſe, Théophile, Euſebe, Athénagore, Tertullien. On a prétendu cependant que cet Antinoüs étoit un des Amans de Pénélope, dont Properce fait mention, *L. IV. El.* 5.

Penelopen quoque, neglecto rumore mariti,
Nubere laſcivo cogeret Antinoo.

Enfin, d'autres ont cru qu'Antinoüs étoit le même que Ganymedes, fils de Tros, Roi des Troyens, qui fut aimé par Jupiter ; mais il y a plus d'apparence que c'eſt au Verſeau que cette derniere fable a rapport (405).

427. LA FLECHE ; *Sagitta Herculea, Telum, Jaculum, Canna, Arundo, Calamus, Virga, Miſſile, Vectis, Foſſorium ;* dans Cicéron, *Miſſore, Muſator ;* ſelon d'autres, *Dæmon ; Temo Meridianus, &c.* Cette petite conſtellation n'eſt compoſée que de cinq étoiles, dont trois ſont de quatrieme grandeur : il y a des Poëtes qui ont prétendu que c'étoit la Fleche de l'Amour ; mais il eſt plus probable qu'on a voulu exprimer le ſymbole de la force, la fleche dont Hercules bleſſa Junon & Pluton, ſuivant le rapport d'Homere

d'Homere, ou celle qui ſervit à tuer le vautour qui dévoroit Prométhée.

428. La Lyre. *Lyra; Cythara Apollinis, Orphei, Mercurii, Arionis, Amphionis; Teſtudo* ſive *Chelis Marina, Fidicula, Fides; Falco, Falco ſylveſtris, Vultur cadens, deferens pſalterium, pupillam & teſtam, fidicem; Aquila marina, Aquila cadens.* La belle étoile de cette conſtellation s'appelle auſſi ſimplement en particulier la Lyre, *Wega, Pupilla, Teſta.* On repréſente communément un Vautour qui porte une lyre, ou plutôt un déchacorde, & par-là on ſatisfait aux différens noms qu'a eus cette conſtellation.

429. Le Cygne, ou la Croix, *Cygnus, Olor, Ales canora, Helenæ genitor, Ales Jovis; Ales Ledæus; Layſtrius, Phœbi Aſſeſſor; Volucris Phœbeïas; Avis Veneris, Ciconia, Milvus, Gallina, Myrtilus, Vultur cadens; Flos roſæ ſimilis.* Les Poëtes diſent qu'Orphée ayant été déchiré par les Bacchantes, fut changé en Cygne; & il paroît que c'eſt lui qu'on a voulu placer à côté de la Lyre. Manilius dit que c'eſt le Cygne dont Jupiter prit la figure pour ſéduire Léda.

430. Le Dauphin, *Delphinus, Delphin; Animal repandiroſtrum, incurviceroïcum, Piſcium Rex;* Pline l'appelle *Hermippus;* d'autres, *Simon, Perſuaſor Amphitrites, Vector Arionis; Neptunus, Triton; Apollo, Muſicum ſignum.* Le dauphin étoit regardé par les Anciens comme l'ami & le défenſeur des hommes : Télémaque fut ſauvé par un dauphin, de même qu'*Arion*, célebre Poëte lyrique; le dauphin ſervit à découvrir Amphitrite, & à la fléchir en faveur de Neptune; le dauphin étoit regardé comme le ſymbole du Dieu des Mers; Apollon ſe changeoit auſſi en dauphin : enfin, les Poëtes diſent que Triton, fils de Neptune, eſpece de monſtre marin, ayant ſervi les Dieux dans la guerre des Géans, par le moyen d'une trompette terrible qu'il avoit imaginée, fut changé en dauphin & placé dans le ciel.

Le lever héliaque de cette conſtellation eſt annoncé

par Ovide au 5 des Ides de Janvier, c'eſt-à-dire, au 9 de ce mois :

Intereà Delphin clarum ſuper æquora ſidus
Tollitur, & patriis exerit ora vadis. *Faſt. I.*

Le coucher du dauphin eſt marqué au 3 des Nones, ou au 3 de Février :

Quem modò cœlatum ſtellis Delphina videbas ;
Is fugiet viſus nocte ſequente tuos. *Faſt. III.*

Dans l'énumération des 23 conſtellations qui précedent nous avons ajouté Antinoüs & la Chévelure de Bérénice, qui ne ſont pas dans l'Almageſte ; car Ptolémée ne compte que 21 conſtellations boréales, 15 conſtellations méridionales, & 12 dans le Zodiaque.

DES CONSTELLATIONS MÉRIDIONALES.

431. Les Anciens comptoient dans l'hémiſphère auſtral, ou au midi de l'écliptique, 15 conſtellations ; les Navigateurs en ajouterent pluſieurs dans les derniers ſiécles ; on en trouve 29 décrites dans Cæſius, (*Cœlum Aſtronomico poëticum*). M. l'Abbé de la Caille en a ajouté encore de nouvelles, dont nous parlerons à leur tour.

432. Orion, *Oarion, Urion, Arion, Tripater, Hyriades, Hyerades, Candaon, Jugula, Venator, Dianæ Comes & Amaſius ;* en Arabe, *Algebaro*, c'eſt-à-dire, *vaillant Héros*. Cette conſtellation eſt la plus remarquable de tout le ciel ; il y a dans la partie ſupérieure trois petites étoiles qui reſſemblent à un jeu de trois noix, ce qui a fait appeller cette conſtellation *Nux*, ou *Juglans*, *Stella jugula* ; il y a auſſi dans le milieu de la conſtellation trois étoiles remarquables, égales & ſituées ſur une ligne droite, appellées quelquefois *les trois Rois*, *le bâton de Jacob*, *le Rateau ;* c'eſt *la Ceinture d'Orion*.

433. Le Héros de l'Antiquité, appellé *Orion*, étoit, dit-on, fils de Neptune. Quoiqu'il y ait beaucoup de

variétés ſur ſon origine ; ſon nom vient de ὥρα, parce que cette conſtellation ſervoit à marquer les différens temps de l'année ; ou de *Urion*, *quaſi ex urina Deorum natus*, parce que, ſuivant Euphorion, ſon pere Hircus ayant reçu chez lui Jupiter, Neptune & Mercure, & leur ayant demandé un fils, ils lui donnerent naiſſance, *ſemine in pellem bovis effuſo.* Mais à cauſe de la turpitude de cette origine, on a changé la premiere lettre de ſon nom pour en faire Orion, (*Voyez* Ovide, *L. V. Faſt.*). Son pere obtint auſſi des Dieux qu'Orion pourroit marcher également ſur la terre & ſur la mer, qu'il ſeroit d'une force & d'une taille énorme, (Virg. *Æneid. X.*). En effet, la conſtellation d'Orion eſt une des plus grandes qu'il y ait : *Orion magni pars maxima cœli.* (Manil.) Il s'adonna à la chaſſe dans l'iſle de Crete, où il accompagnoit Diane & Latone : c'eſt-là qu'enflé d'orgueil, & défiant hardiment tous les monſtres de l'univers (402), il fut tué par un ſcorpion que la terre produiſit ſous ſes pieds, (Ovid. *Met. IX.*). Mais Diane obtint qu'il fût placé dans le ciel, à l'oppoſite du Scorpion. D'autres ont écrit qu'il avoit voulu attenter à cette Divinité, ce que l'on explique de même que l'hiſtoire d'Endymion, en ſuppoſant qu'Orion fût un amateur de la Science des aſtres.

434. Suivant le rapport d'Ovide, le lever héliaque de la Ceinture d'Orion arrivoit le 26 Juin en même temps que le ſolſtice, du moins c'eſt ce que paroiſſent indiquer les vers ſuivans :

Zona latet tua nunc, & cras fortaſſe latebit,
Dehinc erit, Orion, aſpicienda mihi,
At ſi non eſſet potus dixiſſet eâdem
Venturum tempus ſolſtitiale die. *Faſt. VI.* 787.

Il avoit annoncé huit jours auparavant le lever héliaque des Epaules d'Orion, pour le 18 Juin.

At pater Heliadum radiis ubi tinxerit undis,
Et cinget geminos ſtella ſerena polos,
Tollet humo validos proles hyriea lacertos,
Continuâ Delphin nocte videndus erit. *Ibid.*

435. La Baleine, *Cetus*, *Cete*; *Draco*, *Leo*, *Urſus marinus*, *Monſtrum marinum*; *Canis Tritonis*; *Piſtris*, ou *Priſtis*; en Arabe, *Kaitos*, ou *Elketos*. Bayer dans ſon Uranométrie, a peint un Dragon au lieu d'une Baleine, il trouvoit que la ſituation des étoiles ſembloit l'exiger : d'ailleurs il y a eu des ſphères anciennes où l'on avoit peint un dragon ; cependant le nom de *Baleine* a univerſellement prévalu. Les Poëtes diſent que Neptune, dont l'amour pour Andromede s'étoit tourné en fureur, envoya une baleine pour la dévorer ; ce monſtre fut tué par Perſée, & Neptune le plaça dans le ciel : ſelon d'autres, Laomédon, Roi des Troyens, ayant été obligé d'immoler Héſione ſa fille, pour appaiſer Neptune, elle fut délivrée par Hercules, & le monſtre marin qui étoit l'inſtrument de la colere de Neptune, fut changé en cette conſtellation appellée *la Baleine*.

436. L'Eridan, *Eridanus*, *Padus*, *Pô flumen*; *Nilus*; *Melo*; *Amnis Phaëtontius*; *Gyon*; *Mulda*; *Actus*; *Oceanus*. Phaëton, fils du Soleil, & ſi célebre dans l'Antiquité, s'appelloit d'abord *Eridan* ; il donna ſon nom à un grand fleuve d'Italie, où il avoit été, dit-on, noyé après ſa chûte ; & comme les Egyptiens rendoient au fleuve du Nil une eſpece de culte, on a auſſi prétendu que c'étoit ce fleuve bienfaiſant dont ils avoient voulu conſacrer l'image parmi les aſtres.

437. Le Lievre, *Lepus*, *Levipes* ; Pline l'appelle *Daſypus* ; Virgile, *Auritus*. C'étoit en Egypte le ſymbole de la vigilance, de la prudence, de la crainte, de la ſolitude, de la vîteſſe ; il paroît cependant n'avoir été placé dans les conſtellations à côté d'Orion, que comme un des attributs de ce fameux Chaſſeur ; d'autres prétendent que ce fut en mémoire d'une dévaſtation terrible arrivée en Sicile par la multiplication prodigieuſe des liévres.

438. Le petit Chien, *Canis minor*, *Catellus* ; *Canis primus*, *antecurſor*, *præcedens*, *ſeptentrionalis*, *ſiniſter*; *Canis Orionis* ; *Canis Icarius*, ſive *Erigonius*, *Mæra*, *Præcanis* ; *Antecanis* ; *Morus* ; *Fovea* ; en Arabe, *Algomeyſa*. Cette conſtellation a été ainſi nommée pour être

le ſymbole de la fidélité, de la reconnoiſſance, de la douceur, & de la docilité : les Poëtes diſent que c'étoit le chien d'Orion, ou celui d'Icare, appellé *Mæra*, qui ſe précipita dans un puits, après avoir vû périr ſon maître Icare, & Erigone, fille d'Icare, qui s'étoit pendue de déſeſpoir.

Eſt canis, Icarium dicunt, quo ſidere moto,
Tota ſitit tellus præciditurque ſeges. *Faſt. IV.*

D'autres enfin prétendent que c'eſt le chien qu'Hélène aimoit tendrement lorſqu'elle fut enlevée par Pâris ; elle le perdit dans l'Euripe, & en conçut une ſi grande douleur, qu'elle pria Jupiter de le recevoir dans le ciel.

Le nom de *Fovea* que lui donnent Bayer & Schillerus, vient probablement de σειρὸς, qui ſignifie quelquefois *magaſin de bled*, parce que cet aſtre indiquoit l'abondance & la moiſſon.

439. Le grand Chien, *Canis major, magnus, alter, dexter, ſequens, auſtralior, æſtifer ;* Horace l'appelle *Sidus fervidum, invidum agricolis ;* Homere, *Aſtrum autumnale ;* les Egyptiens, *Iſis, Etoile d'Iſis ; Sothis* ou *Seth, Anubis ;* d'autres enfin l'appellent *Syrius*, la Canicule, *Mæra ;* les Arabes, *Alchabor, Elchabar, Scera ;* les Tables Alphonſines, *Aliemini.* Il y a dans cette conſtellation une étoile de premiere grandeur, la plus belle de toutes les étoiles, appellée *Syrius*, ou *Siris*, du nom d'Oſiris, Divinité Egyptienne, ou à cauſe du Nil qu'on appelloit auſſi *Siris*, (Plin. *L. V. ch. 9.*), & qui paroiſſoit avoir avec le lever de cette étoile une correſpondance remarquable ; d'autres enfin tirent ſon nom du mot Grec σείριαν, *briller*, parce qu'en effet c'eſt l'étoile la plus brillante du ciel.

440. Les Grecs prétendoient que *le Chien* avoit été ainſi nommé à cauſe de celui dont l'Aurore fit préſent à Céphale, comme du plus vîte de tous les chiens ; Céphale voulut en faire l'épreuve ſur un renard, qu'on diſoit ſurpaſſer tous les animaux à la courſe, ils coururent tous les deux ſi long-temps (& même ſans ſe fatiguer), que Jupiter voulut récompenſer ce chien en le plaçant parmi les aſtres.

441. Le nom & la forme de chien que l'on donne à cette conſtellation, paroît plutôt venir d'*Anubis*, Divinité Egyptienne, qu'on repréſentoit avec une tête de chien. Lucain, (*L. VIII. v.* 832.) l'appelle *Semicanem Deum*; & Virgile, (*Æn. VIII.*), *Latrator Anubis*, parce qu'il étoit le gardien d'Oſiris & d'Iſis, & qu'il avoit découvert les membres d'Oſiris déchiré par ſon frere Typhon, ou parce qu'il étoit grand chaſſeur : enfin, ſuivant Plutarque, ce Chien ſignifie l'horiſon. Les Egyptiens conſidéroient Anubis comme un gardien fidele, placé aux portes du jour & de la nuit, c'eſt-à-dire, aux limites de l'hémiſphère éclairé qu'ils appelloient *Iſis*, & de l'hémiſphère obſcur nommé *Nephta*. Nous parlerons fort au long du lever héliaque de Syrius dans le VIIIe. Livre, où il ſera queſtion du Calendrier des Egyptiens. (Voyez ci-deſſus art. 181.). Ce lever arrivoit en été, comme on le voit dans Virgile :

Jam rapidus torrens ſitientes Syrius Indos,
Ardebat cœlo. *Georg. IV.*

Et dans Manilius :

. . . . . latratque Canicula flammans,
Et rabit igne ſuo, geminatque incendia ſolis. *Manil.*

442. L'Hydre, Hydre femelle, *Hydra, Serpens aquaticus; Aſina; Coluber; Anguis ſublimatus, magnanimus, furioſus, fortis;* en Arabe, *Echidna*. Cette conſtellation s'étend au-deſſous du Lion, de la Vierge & de la Balance ; elle a une étoile fort remarquable appellée *le Cœur de l'Hydre*, en Arabe, *Alphrad*. L'Hydre a une origine commune avec les deux conſtellations ſuivantes, la Coupe & le Corbeau, au rapport d'Ovide :

Dixit, & antiqui monumenta perennia facti,
Anguis, Avis, Crater, ſidera juncta micant. *Faſt. II.*

Apollon voulant faire un ſacrifice à Jupiter, envoya le Corbeau avec une coupe pour apporter de l'eau, il s'arrêta ſur un figuier, & accuſa enſuite le ſerpent de ſon retardement ; mais Apollon, pour le punir, plaça le Corbeau vis-à-vis de la coupe, & chargea le ſerpent de l'empêcher de boire.

On a prétendu auſſi que c'étoit l'Hydre de Lerne. tuée par Hercules, monſtre à pluſieurs têtes, ſymbole de l'Envie qui fut ſurmontée par les exploits de ce Héros. (Voy. art. 161.).

443. La Coupe, *Crater, Vas aquarium, Scyphus, Urna, Patera, Calix, Albatina, Poculum Apollinis, Bacchi, Herculis, Demophoontis, Achillis, Didonis ;* en Arabe, *Elchis* ou *Alches.* Nous avons vû, en parlant de l'Hydre, l'origine poëtique de cette conſtellation (442). On a prétendu auſſi qu'elle étoit le ſymbole de l'oubli : ſuivant les Platoniciens, les ames en venant habiter les corps humains, deſcendent par la porte du Cancer, comme lorſqu'elles ſont délivrées de cette priſon corporelle, elles remontent par le Capricorne ; mais en deſcendant vers la terre, elles boivent plus ou moins dans la coupe de l'oubli : c'eſt-là ce qui rend certaines ames ſi éloignées de l'état ſpirituel & céleſte par lequel elles ont paſſé. (Voyez art. 161.).

444. Le Corbeau, *Corvus, Corax, Pomptina, Phœbeius Ales, Avis Satyra, Ales ficarius, garrulus, proditor, roſtranti ſimilis ;* en Arabe, *Algorab.* Ce corbeau, comme nous l'avons dit (442), paſſe pour être celui qu'Apollon condamna à une ſoif éternelle. D'autres veulent que ce ſoit le Corbeau qui révéla à Apollon l'infidélité de Coronis, & fut cauſe de ſa mort. Ovid. *Métam. Lib. II.* (Voyez auſſi l'art. 161.).

445. Le Centaure, *Centaurus ; Semivir, Pelenor ; Chiron ; Phillyrides ; Pelethronius ; Pholos ; Minautorus ; acris Venator ;* chez les Arabes, *Albeze :* ils peignent un ours ſur un cheval. On appella autrefois *Centaures* les gardes de Saturne, & enſuite ceux qui paſſerent pour inventeurs de l'art de dompter les chevaux, ou de garder les troupeaux, à cauſe des mots κέντρον, *éperon*, & ταῦρος, *taureau* : de-là vient que l'on attribue à pluſieurs Héros de la Fable la conſtellation du Centaure. On a voulu que ce fût le Centaure Chiron, repréſenté moitié homme, moitié cheval, parce qu'il ſçut rendre l'art de la Médecine utile aux hommes & aux chevaux ; nous en avons parlé à

l'article 403. D'autres prétendent que c'eſt le ſymbole de la volupté qui rend l'homme ſemblable aux animaux.

446. Le Loup, *Lupus Martius*, *Lupa*, *quadrupes*; *fera*, *victima* vel *beſtia Centauri*; *Lyciſca*, *Hoſtiola*, *Canis ululans*, *deferens Leonem*; *Leo marinus*, *Leopardus*; *Panthera*; *Equus maſculus*; chez les Arabes, *Aſida*. Parmi toutes les fables de l'Antiquité où il eſt parlé des loups, & que les Auteurs ont attribué à la conſtellation du Loup, la plus ancienne eſt celle de Lycaon, Roi d'Arcadie, contemporain de Cécrops, qui ſacrifioit des victimes humaines, & qui à cauſe de cette cruauté fut changé en loup; on a dit que c'étoit un loup ſacrifié par le Centaure Chiron: on ne ſçauroit décider de ſon origine, non plus que de celle de beaucoup d'autres conſtellations.

447. L'Autel, *Ara*, *Altare*, *Thymele*; *Veſta*; *Pharus*; *Sacrarium*; *Templum*; *Puteus*; *Focus*, *Lar*; *Thuribulum*, *Acerra*, *prunarum Conceptaculum*, *Ignitabulum*; *Batillus*, *Ara Thymiamatis*, *Ara Centauri*. Les Dieux des Poëtes étant en guerre contre les Titans, firent conſtruire par Vulcain un autel, ſur lequel tous les Dieux ſe lierent par un ſerment mutuel, & cet autel fut placé parmi les conſtellations. On a dit auſſi que cet autel eſt celui ſur lequel Chiron ſacrifia un loup, comme on l'a vû dans l'art. 446.

448. Le Poisson austral, *Piſcis notius*, *magnus*; *ſolitarius*; *Piſcis Capricornii*; en Arabe, *Alhaut*. Cette conſtellation dans les Cartes de Bayer, renferme 12 étoiles; la plus belle eſt une étoile de la premiere grandeur, appellée *Fomahana*, *Fumahant*, *Fumalhant*, *Fontabant*, *Fomahaut*, ou plus exactement ſuivant Schikardus, *Fomolcuti*, c'eſt-à-dire, *bouche du Poiſſon auſtral*. Ce poiſſon eſt repréſenté dans les plus anciennes Cartes comme bûvant l'eau que répand le Verſeau. On ne trouve rien dans les anciens Auteurs ſur l'origine de cette conſtellation, ſi ce n'eſt un paſſage d'Iginius qui dit que les peuples de Syrie adorent un poiſſon comme leur Dieu domeſtique, & en ont placé l'image dans le ciel.

449. Le Navire, *Argo Navis*, *Celox Jaſonis*; *Carina Argoa*

Argoa, Currus maris, Currus volitans, Equus Neptunius, Carina Pegaſea, Navigium prædatorium. Ce Navire, ſi célebre dans l'Antiquité, le premier qui eût jamais été fait, tira ſon nom du Conſtructeur nommé *Argo*, ou du mot Grec Ἀργὸς, qui ſignifie *prompt*; il fut conſtruit dans la Theſſalie par ordre de Minerve & de Neptune, pour aller à la conquête de la Toiſon d'or qui étoit, ſuivant Plutarque, une mine d'or; ſuivant Suidas, le livre contenant le ſecret de la pierre philoſophale; ſuivant Juſtin, les paillettes d'or qu'on retiroit des fleuves avec des peaux de brebis. (*Voyez* Diodore, *L. IV.* Xénophon, *L. VI.*). Jaſon fut le chef de l'entrepriſe, il étoit accompagné de 56 autres Héros, plus ou moins, ſuivant différens Auteurs; la datte de cette fameuſe expédition eſt ordinairement fixée à 13 ou 14 cents ans avant J. C. (Voyez ci-deſſus art. 161.).

450. La Couronne Australe, *Corona Auſtrina, Corolla Notia, Sertum Auſtrale, Caduceus, Orbiculus capitis, Corona Sagittarii, Rota Ixionis.* Cette conſtellation paroît à peine ſur notre horiſon, au commencement du mois de Juillet, vers le milieu de la nuit.

Les Poëtes racontent que Bacchus plaça dans le ciel cette Couronne à l'honneur de ſa mere *Sémelé*; d'autres ſoutiennent que cette Couronne eſt celle qui fut déférée à Corinne de Thèbes, fille d'Archelodore, célebre par ſes ſuccès dans la Poëſie, & qui remporta cinq fois la victoire ſur Pindare.

C'eſt ici que finiſſent les 15 Conſtellations Méridionales des Anciens, qui comprenoient 316 étoiles, ſçavoir, 7 de la premiere grandeur, 18 de la ſeconde, 60 de la troiſieme, 167 de la quatrieme, 54 de la cinquieme, 9 de la ſixieme, & une nébuleuſe. (*Voyez* Ptolémée, *L. VIII.* Copernic, *L. II.*). Il nous reſte à parler de celles que les Modernes y ont ajoutées.

CONSTELLATIONS VOISINES DU POLE AUSTRAL.

451. Les 12 Conſtellations Méridionales, ajoutées

il y a 200 ans aux Catalogues anciens, ſont *l'Indien*, *la Grue*, *le Phœnix*, *l'Abeille* ou *la Mouche*, *le Triangle Auſtral*, *l'Oiſeau de Paradis*, *le Paon*, *le Toucan* (Pica Indica), *l'Hydre mâle*, *la Dorade* ou *Xyphias*, *le Poiſſon volant*, & *le Chaméléon*. Bayer en donna la deſcription; l'on y ajouta enſuite *la Colombe* & *la Croix*. Cet Auteur, dans la Table 49e de ſon Uranométrie, dit que ces conſtellations avoient été obſervées en partie par Amérique Veſpuce, en partie par André Corſalius & Pierre de Médine; mais que Pierre Théodori, Pilote très-habile, les ayant décrites & rédigées à la maniere des Aſtronomes, les avoit publiées dans la forme la plus exacte. Les noms de ces conſtellations ayant été donnés par les Pilotes d'une maniere abſolument arbitraire, nous nous diſpenſerons d'en parler. (Voyez *Philippi Cæsii à Zeſen Cœlum Aſtronomico-poëticum*, 1662.)

452. Les 14 Conſtellations Auſtrales, dont nous venons de donner le catalogue, laiſſoient encore de très-grands vuides, que M. l'Abbé de la Caille a remplis de 14 nouvelles conſtellations; mais bien éloigné de vouloir en cela faire ſa cour comme Hévélius ou Halley, ni faire entrer du perſonnel dans une affaire de Sciences, il voulut conſacrer aux Arts ces nouvelles conſtellations. Il propoſa ſes idées à l'Académie, & nous convînmes tous qu'on ne pouvoit en faire un meilleur emploi. Voici donc ces nouvelles conſtellations ſuivant l'ordre des aſcenſions droites, & telles que M. de la Caille les rapporte dans les Mémoires de 1752, pag. 588.

Conſtellations de M. de la Caille.

I. *L'Attelier du Sculpteur*; il eſt compoſé d'un ſcabellon qui porte un modèle, & d'un bloc de marbre ſur lequel on a poſé un maillet & un ciſeau. II. *Le Fourneau Chymique*, avec ſon alembic & ſon récipient. III. *L'Horloge* à pendule & à ſecondes. IV. *Le Reticule rhomboïde*, petit inſtrument aſtronomique, dont nous parlerons dans le XIIIe. Livre en décrivant les inſtrumens d'Aſtronomie. V. *Le Burin du Graveur*; la figure eſt compoſée d'un burin & d'une échoppe en ſautoir, liés par un ruban. VI. *Le Chevalet du Peintre*, auquel eſt attachée une palette.

VII. *La Bouſſole*, ou le Compas de Mer. VIII. *La Machine Pneumatique*, avec ſon récipient, qui appartient à la Phyſique expérimentale. IX. *L'Octans*, ou le Quartier de réflexion, dont on ſe ſert généralement en Mer pour obſerver les latitudes & les longitudes. X. *Le Compas.* XI. *L'Equerre & la Régle*, pour indiquer l'Architecture, & en même temps M. de la Caille y a joint en forme de Niveau le Triangle auſtral qui ſubſiſtoit déja. XII. *Le Téleſcope*, ou la grande Lunette aſtronomique ſuſpendue à un mât. XIII. *Le Microſcope*, pour ſervir à l'Hiſtoire Naturelle ; c'eſt un tuyau placé au-deſſus d'une boëte quarrée. XIV. *La Montagne de la Table*, célebre au Cap de Bonne-Eſpérance, où le grand travail de M. de la Caille ſur les étoiles a été fait : il l'a miſe au-deſſous du *grand Nuage*, pour faire alluſion à un nuage blanc qui vient couvrir cette montagne en forme de nape, aux approches des grands vents de ſud-eſt.

Réforme des lettres de Bayer.

453. En formant ces 14 nouvelles conſtellations, M. de la Caille donna des lettres Grecques & Latines à chacune des étoiles viſibles à la vûe ſimple ; (comme Bayer l'avoit fait en 1603), en donnant les premieres lettres aux plus belles étoiles. Il fut obligé de changer les lettres que Bayer avoit aſſignées aux conſtellations du Navire, du Centaure, de l'Autel, du Loup & du Poiſſon auſtral, parce que pluſieurs belles étoiles n'en avoient point, & que les autres lettres étoient fort mal diſtribuées : il étoit même quelquefois impoſſible de reconnoître dans le ciel les étoiles, auxquelles Bayer avoit voulu attribuer certaines lettres, parce que les planiſphères de cet Auteur avoient été conſtruits, en cette partie, ſur l'ancien catalogue de Ptolémée, & ſur les obſervations peu circonſtanciées de quelques Pilotes Portugais.

454. Il a été obligé de donner des lettres Latines aux étoiles les plus méridionales de l'Eridan, du grand Chien, de l'Hydre femelle & du Sagittaire, en laiſſant aux étoiles viſibles dans nos climats, les lettres de Bayer auxquelles nous ſommes accoutumés.

455. L'on a été obligé de ſupprimer la conſtellation

Chêne de Charles II.

formée par M. Halley en 1677, ſous le nom de *Robur Carolinum*, pour laquelle il avoit détaché 9 belles étoiles du Navire, afin d'en compoſer une nouvelle conſtellation à l'honneur de Charles II. Roi d'Angleterre : ces étoiles étoient ou déſignées formellement dans les anciens catalogues comme des étoiles du Navire, ou reconnues par l'uſage pour appartenir à cette conſtellation. M. de la Caille, en laiſſant au Navire les étoiles qui lui appartenoient, a penſé avec raiſon que par reſpect pour la réputation de M. Halley, & pour un Prince protecteur des Sciences, il falloit repréſenter un arbre ſur le rocher auquel eſt attaché le Navire. (*Voyez le Journal du Voyage de M.* de la Caille, *in*-12. 1763.).

Autres Conſtellations formées par les Modernes.

Conſtellations de Royer.

456. Dans les quatre Cartes Céleſtes, publiées par Auguſtin Royer en 1679, on trouve les étoiles informes rangées ſous de nouvelles conſtellations, cinq au nord & ſix au midi. Les cinq ſituées au nord ſont : *la Giraffe*, *le Fleuve du Jourdain*, *le Fleuve du Tygre*, *le Sceptre & la Fleur-de-lys*. Les ſix autres ſont : *la Colombe*, *la Licorne*, *la Croix*, *le grand Nuage*, *le petit Nuage & le Rhomboïde*. Pluſieurs de ces conſtellations ont été adoptées dans le grand Atlas de Flamſteed, & dans le Planiſphère Anglois, dont les Aſtronomes ſe ſervent journellement.

Conſtellations d'Hévélius.

457. Hévélius forma auſſi des conſtellations nouvelles dans ſon Ouvrage intitulé, *Firmamentum Sobieskianum*, publié en 1690, avec des Cartes céleſtes : *le Monoceros* & *le Caméléopard*, (ou Giraffe), qui avoient été propoſés par Bartſchius, *le Sextans d'Uranie*, *les Chiens de chaſſe* qui répondent au Jourdain de Royer, *le petit Lion*, *le Lynx*, *le Renard* avec *l'Oye*, qui répondent au Fleuve du Tygre, *l'Ecu de Sobieski*, *le Lézard*, *le petit Triangle & le Cerbère*.

Conſtellations de Flamſteed.

458. Dans les Cartes de Flamſteed on trouve encore *le Mont Ménale*, *le Rameau* qui répond à Cerbere, *le Cœur de Charles II.* *la petite Croix*, (*Croſiers*), & *le Chêne*

de Charles II. que l'on diminue aujourd'hui, comme nous venons de le dire, & qu'on se contente de placer sur le rocher du Navire. Toutes ces constellations sont peu apparentes, on en fait rarement usage ; il nous suffit d'avoir cité les Auteurs où il en est parlé.

Des Catalogues d'Etoiles composés par différens Astronomes.

459. L'on a vû ci-devant (art. 131) que l'ascension droite d'une seule étoile suffisoit pour connoître celles de toutes les autres, & que leurs hauteurs méridiennes suffisoient pour connoître leurs déclinaisons (132) : d'où il étoit aisé de conclure les longitudes & les latitudes de toutes les étoiles. C'est en cela que consistent les Catalogues dont nous parlons, qui contiennent les positions des différentes étoiles.

Catalogue d'Hipparque & de Ptolémée.

460. Le plus ancien est celui qui nous a été conservé par Ptolémée dans son Almageste, & qui renferme 1022 étoiles ; on ne croit pas que Ptolémée en fût l'Auteur. Il est plus probable qu'il ne fit que réduire à l'année 137 de J. C. celui d'HIPPARQUE, dont nous avons parlé (art. 224), en racontant les travaux de ce dernier. Albategnius & Copernic se contenterent de même de réduire à leur tems le Catalogue de Ptolémée, sans faire à ce sujet de nouvelles observations.

Catalogue de Tycho.

461. TYCHO-BRAHÉ réforma le premier, par ses propres observations, l'ancien Catalogue des étoiles. Il y ajouta la constellation d'*Antinoüs* qui est près de l'Aigle, & celle de la *Chévelure de Bérénice*, pour renfermer les étoiles informes qui sont près de la queue du Lion, mais il négligea les cinq constellations les plus méridionales, sçavoir, le Centaure, le Loup, l'Autel, la Couronne méridionale & le Poisson austral, qui ne s'élevoient pas assez sur son horison pour être bien observées. Son catalogue contient 777 étoiles principales ; il se trouve dans le premier volume de son Ouvrage intitulé, *Astronomiæ instauratæ Progymnasmata*, pag. 257. *& suiv.* Tycho assure, à la page 273, que les positions de toutes ces étoiles sont exactes, à la

minute. Ce Catalogue étoit véritablement le fruit des veilles, des calculs & des dépenſes les plus incroyables : on n'eut pendant près de 80 ans rien de plus exact & de meilleur, & il nous ſert encore actuellement à juger du mouvement des étoiles dans l'eſpace de tems qui s'eſt écoulé depuis Tycho juſqu'à nous.

Catalogue de Bayer.

462. Le Catalogue de Jean Bayer, publié en 1603. avec ſes Cartes céleſtes, renferme 1706 étoiles, compriſes en 48 conſtellations qui ſont les mêmes que celles de Ptolémée. Il ſe contenta de repréſenter dans ſes Cartes les 12 conſtellations nouvelles qui ſont près du pole méridional, ſans déſigner dans ſon Catalogue le nombre ni la grandeur des étoiles qu'il avoit figurées.

463. Jules Schiller donna en 1627. ſous le titre de *Cœlum ſtellatum Chriſtianum*, un Catalogue d'étoiles accompagné de figures ; il entreprit de ſubſtituer aux noms anciens & profanes, des noms tirés de l'Hiſtoire-Sainte ; mais perſonne n'en fait uſage : on trouve auſſi dans *Cæſius* des origines ſacrées pour chaque conſtellation ; on ne peut néanmoins les regarder que comme des alluſions pieuſes deſtituées de fondement.

Catalogue de Riccioli.

464. Le P. Riccioli, Jéſuite, publia en 1665. un nouveau Catalogue d'étoiles, (*Aſtronomia reformata*) compoſé de 62 conſtellations, dans leſquelles ſont Antinoüs & la Chevelure de Bérénice, employées par Tycho : pluſieurs de ces étoiles avoient été déterminées par les obſervations du P. Riccioli & du P. Grimaldi, & quelques-unes étoient les étoiles nouvelles découvertes dans la partie auſtrale du Ciel par les Pilotes qui en avoient déterminé la ſituation : toutes ces longitudes ſont réduites à l'année 1707. dans le Livre du P. Riccioli.

465. Auguſtin Royer en 1679. publia 4 Cartes du Ciel, avec un Catalogue de 1800 étoiles fixes pour l'année 1700, *in*-12. Il avoit ajouté à celles de Bayer & du P. Riccioli, pluſieurs étoiles nouvelles obſervées par le P. Anthelme, Chartreux ; & il y joignit le Catalogue des étoiles auſtrales, que M. Halley avoit déterminées en 1677, dans ſon voyage à l'Iſle de S^te^. Hélene, & qui venoit alors d'être publié en Angleterre.

Catalogue d'Hévélius.

466. HÉVÉLIUS publia en 1690. un Catalogue encore plus ample & plus parfait, dans son Ouvrage intitulé, *Prodromus Astronomiæ*, in-fol. Les positions en étoient déterminées par ses propres observations ; il y joignit beaucoup d'étoiles qui jusqu'alors n'avoient point été observées, & dont il forma de nouvelles constellations, dont nous avons parlé ci-dessus. (457)

Catalogue de Flamsteed.

467. Le Catalogue Britannique de FLAMSTEED parut enfin à Londres en 1712. dans l'Ouvrage intitulé, *Historia Cœlestis*, publiée d'abord en un seul Volume *in-fol.* C'étoit sans comparaison le plus parfait & le plus ample qu'on eût fait. On y trouve les longitudes, latitudes, ascensions droites & déclinaisons d'environ 3000 étoiles, pour le commencement de 1690, déterminées par des observations exactes & assidues, que Flamsteed, Astronome Royal à Greenwich, avoit faites depuis 1676. jusqu'à 1705, avec un arc mural placé dans le Méridien. (334)

Ce fut la premiere fois que les Astronomes purent compter sur des positions d'étoiles, au point de s'en servir sans examen, pour conclure celles des planetes. Ce Catalogue a été la base de tous les calculs & de toutes les théories des Astronomes, jusqu'à nos jours, où les Astronomes ont entrepris de dresser de nouveaux Catalogues pour l'année 1750. comme nous allons le dire dans les articles suivans.

La seconde édition de l'Histoire Céleste qui a paru ensuite en 3 Volumes *in-fol.* contient aussi le Catalogue Britannique; & cette seconde édition est la meilleure. Le même Catalogue renferme les longitudes, latitudes, ascensions droites, & distances au pole de toutes ces étoiles, avec la variation en ascension droite & en déclinaison de chacune de ces étoiles, pour un degré de mouvement en longitude; & à cet égard c'est le Catalogue le plus complet que l'on ait eu.

On ne pourroit guères compter aujourd'hui sur les positions d'étoiles tirées du Catalogue Britannique, si ce n'est à une ou deux minutes près ; parce que les mouvemens propres des différentes étoiles sont encore inconnus, &

qu'il y en a plusieurs qui s'écartent un peu de la loi générale qui sera expliquée dans le XVIe. Livre.

Catalogues de M. de la Caille.

468. Le premier Catalogue de M. DE LA CAILLE, publié en 1757. dans le Livre qui a pour titre, *Astronomiæ Fundamenta*, renferme 397 étoiles principales, dont il avoit déterminé les positions avec une exactitude inconnue jusqu'alors ; il donne dans le même Livre les observations qui avoient servi à dresser le Catalogue, sçavoir les hauteurs correspondantes de toutes ces étoiles, prises au nombre de dix à douze pour chaque étoile, & les distances au zénith, mesurées aussi à plusieurs reprises, avec des instrumens de six pieds de rayon : ces 397 étoiles lui couterent plus de tems & de peines, que n'auroient fait 4000, en suivant la méthode de Flamsteed ; aussi M. de la Caille y avoit travaillé pendant dix ans ; & tous les Astronomes ont regardé ces positions d'étoiles comme le vrai fondement actuel de l'Astronomie.

Second Catalogue.

469. Ce premier Catalogue a été suivi de celui de près de 2000 étoiles australes ; elles étoient choisies sur le nombre de dix mille, que M. de la Caille observa au Cap de Bonne-Espérance & aux Isles de France & de Bourbon, depuis 1751. jusqu'en 1754, en les comparant aux étoiles primitives du Catalogue précédent. Ce second Catalogue est imprimé dans les Mémoires de l'Académie pour 1752. *pag.* 539. & paroîtra encore avec le Recueil des Observations des dix mille étoiles australes, qui s'imprime actuellement.

Zodiaque de M. de la Caille.

470. Le troisieme Catalogue de M. de la Caille est celui des étoiles zodiacales au nombre d'environ 600, qu'il observa à Paris pendant l'hyver de 1762. avec une lunette des passages ; ce dernier travail qui lui couta la vie, est resté imparfait ; mais la plus grande partie est achevée, & se trouve à la tête du Volume des Ephémérides qu'il avoit calculées pour les années 1765-1774.

471. On peut compter pour un quatrieme Catalogue les 8000 étoiles australes qui restent des 10000 qu'il observa au Cap en 1752. Les observations de ces étoiles tirées

des

des Regiſtres originaux qu'il a légués à l'Académie des Sciences, ſont ſous preſſe ; mais pour être réduites en Catalogue, elles exigeroient encore un travail que peut-être perſonne n'oſera entreprendre.

Catalogue de M. le Monnier.

472. M. le Monnier ayant fait de ſon côté grand nombre d'obſervations avec des quarts-de-cercle muraux, de 5 & de 8 pieds Anglois de rayon, a déterminé les aſcenſions droites d'environ 400 étoiles zodiacales ; elles ſe trouvent dans les trois premiers Livres de ſes Obſervations, qu'il a publiées en 1751, 1754 & 1759. A Paris, à l'Imprimerie Royale, *in-fol.*

Zodiaque de M. Mayer.

473. Au mois de Mars 1759, M. Mayer, célebre Aſtronome de Gottingen, m'écrivit qu'il venoit de terminer un Catalogue exact de plus de mille étoiles zodiacales. Après la mort de l'Auteur, le manuſcrit de cet important Ouvrage eſt reſté dépoſé à l'Académie Royale de Gottingen, qui ne manquera pas de le rendre public. Les obſervations ſur leſquelles M. Mayer a dreſſé ſon Catalogue, ont été faites par le moyen d'un excellent mural, conſtruit en Angleterre, avec lequel il obſervoit les paſſages & les hauteurs méridiennes des étoiles. Nous ſommes aſſurés de l'exactitude de cet Ouvrage, par celle des Tables du Soleil & des Réfractions que M. Mayer avoit dreſſées en même temps par les mêmes obſervations : j'ai déja fait mon poſſible pour procurer la publication de ce nouveau Zodiaque.

Des Cartes Céleſtes, ou Figures de Conſtellations.

Atlas de Flamſteed.

474. Le plus bel Ouvrage que nous ayons pour repréſenter les conſtellations, & les étoiles dont elles ſont compoſées, eſt l'Atlas céleſte, gravé à Londres en 1729, en 24 feuilles, d'après le grand Catalogue Britannique : il coute à Londres 48 liv. en 1762.

Planiſphere de Senex.

475. On ſupplée à ce grand Ouvrage par le moyen d'un planiſphere céleſte, gravé à Londres en quatre grandes feuilles, où l'on trouve auſſi toutes les conſtellations & toutes les étoiles du Catalogue Britannique, placées ſuivant

les longitudes & les latitudes, les aſcenſions droites & les déclinaiſons. On l'appelle ordinairement *Planiſphere de Senex*, & les Aſtronomes en font un uſage fréquent; il coute 3 ſchelings ou 3 liv. 10 ſols la feuille à Londres : il ſuffit d'avoir ou les deux feuilles projettées ſur l'équateur, ou les deux feuilles projettées ſur l'écliptique.

Anciennes Cartes Céleſtes.

476. Parmi les Ouvrages plus anciens, dont on peut auſſi tirer avantage pour apprendre à connoître les conſtellations, nous comptons, 1°. l'Uranométrie de Bayer, dont il y a deux éditions; la premiere eſt de 1603. à Ausbourg, en 51 feuilles : 2°. les Cartes du P. Pardies, Jéſuite, en 6 feuilles, publiées en 1673 : 3°. les 4 Cartes du Ciel d'Auguſtin Royer, imprimées en 1679 : 4°. celles d'Hévélius, contenues dans un Ouvrage aſſez rare, qui parut à Dantzick en 1690. intitulé, *Firmamentum Sobieskianum*, en 54 feuilles.

Uranometre de M. Bevis.

477. On avoit annoncé par ſouſcription en Angleterre en 1748, une nouvelle Uranométrie de même forme que celle de Bayer, en 50 feuilles. M. Bevis qui étoit à la tête de l'entrepriſe, m'en a fait voir les épreuves à Londres en 1763, & m'a aſſuré que bientôt elles ſeroient publiées; il n'attendoit pour cela que la déciſion d'un procès que la gravûre avoit occaſionné.

478. On peut auſſi employer au même uſage les Globes céleſtes, qui ne ſont que des Cartes céleſtes plus rétrécies, & réduites à une forme ſphérique. Les premiers Globes qu'on ait faits pour repréſenter le Ciel étoilé, furent formés d'après le Catalogue de Ptolémée, par Batecombus, Ziegler, Regiomontanus, Schoner & Gemmafriſius. Gerard Mercator publia enſuite le ſien en 1548; mais le plus eſtimé de tous fut le Globe de Guillaume Cæſius, ou de Blaeu, dont les figures ou conſtellations ſont le principal objet du Livre qui a pour titre, *Philippi Cæſii à Zeſen Cœlum Aſtronomico-poëticum, Amſtelædami*, 1662.

Globes de Blaeu.

Ce fut encore Blaeu qui le premier fit une Sphère de Copernic, pour repréſenter les deux mouvemens de la terre. Après les Globes de Blaeu, on a eu les grands Globes de Coronelli, qui eurent dans le dernier ſiécle beaucoup de

réputation, & ſont encore l'ornement des grandes Bibliotheques.

Globe de M. de l'Iſle.

479. Au commencement du ſiécle, M. Guillaume de l'Iſle, le plus célebre des Géographes François, publia auſſi un Globe céleſte, auquel il donna la plus grande attention. Il y plaça d'abord les étoiles ſuivant les longitudes & latitudes connues, & il fit deſſiner par *Simoneau*, des figures propres à aſſembler, avec le plus d'élégance qu'il ſe pourroit, ces différentes étoiles, en conſervant pour chacune les anciennes dénominations; par-là il obtint des formes plus agréables & plus correctes, qu'on ne les avoit eues juſqu'alors, & une correſpondance plus exacte des étoiles avec les figures de chaque conſtellation.

480. Hévélius, (*in Firmam. Sobieskiano*) reproche à Bayer d'avoir repréſenté ſur ſes Cartes le ciel, tel qu'on le voit, placés comme nous le ſommes au-dedans de la Sphère, au lieu que les Anciens le repréſentoient comme on le voit ſur la convexité des Globes céleſtes; il ſe plaint de ce que par ce changement de diſpoſition, Bayer a fait que les étoiles qui ſont à notre droite quand on regarde le Globe, ſont à notre gauche en regardant les Cartes céleſtes de Bayer. Mais les Aſtronomes n'ont point adopté à cet égard le ſentiment d'Hévélius: ils aiment mieux les Cartes céleſtes ſur leſquelles on voit la concavité du ciel, que les Globes où l'on n'en voit que la convexité, de la même façon que ſi l'on étoit au-deſſus de la ſphère étoilée; quoiqu'il y ait des Auteurs qui ont voulu repréſenter les conſtellations de cette derniere façon.

Indépendamment de cette différence, il s'en trouve encore une entre différentes Cartes céleſtes. Schikardus reprocha le premier aux Cartes de Bayer que la plûpart des figures étoient retournées de droite à gauche, ce qui produiſoit une différence entre les dénominations anciennes de droite ou de gauche, & celle de Bayer: en effet, il auroit dû repréſenter, avec la face tournée de notre côté, les figures qui nous tournent le dos quand nous jettons les yeux ſur un Globe: (Schikard. *in Aſtrocopio*, *pag.* 39.) Flamſteed ſe plaint, auſſi bien que Schikardus, de ce que

Bayer avoit placé les figures humaines, (excepté la Vierge, Andromede & le Bouvier) de maniere qu'elles nous tournent le dos, & que les étoiles que les anciens Aſtronomes ont miſes dans la main droite d'une figure, ſe trouvent, ſuivant Bayer, dans ſa main gauche : par exemple, le Verſeau regarde le ciel, ſuivant les Cartes de Bayer, au lieu d'être tourné vers le Spectateur. Flamſteed a eu raiſon de corriger Bayer en cela, & tout le monde eſt d'accord à cet égard. (Voy. art. 484.)

481. Ptolémée avoue qu'il avoit changé les figures de quelques-unes des conſtellations d'Hipparque, mais le Catalogue de Ptolémée étant le ſeul qui nous ſoit reſté, il ne nous importe plus de ſçavoir de quelle maniere Hipparque les avoit repréſentées.

Cartes du Zodiaque.

482. De toutes les Cartes céleſtes, celle dont les Aſtronomes font le plus d'uſage, eſt la Carte qui repréſente le Zodiaque, & dans laquelle on voit toute la zone céleſte qu'environne l'écliptique, avec 8 degrés de chaque côté de l'écliptique. Nous avons deux fort bons Zodiaques; celui qui fut deſſiné & gravé par Jean *Senex*, de la Société Royale de Londres, ſur la fin du ſiécle dernier, en deux grandes feuilles; & celui qui a été gravé en France & publié vers l'an 1755; celui-ci avoit été entrepris dès l'année 1741, par les ſoins de M. le Monnier, & exécuté par M. Dheulland, Graveur : il eſt accompagné d'un Catalogue gravé, en 30 pages, de toutes les étoiles zodiacales, dont Flamſteed avoit donné les longitudes pour 1690. Elles ont été réduites à 1755, par M. de Seligny.

483. Ce Zodiaque François n'eſt qu'en une feuille, parce qu'on l'a gravé ſur une plus petite échelle, cela n'empêche pas qu'il ne ſoit auſſi commode que le Zodiaque Anglois; il a même l'avantage de repréſenter les étoiles qui ſont juſqu'à 10 degrés de latitude au nord & au ſud de l'écliptique, au lieu que celui de Senex ne renfermoit que 8 degrés de latitude.

484. Les Gémeaux & la Vierge ſont ſitués dans ce Zodiaque de la même maniere que dans le Zodiaque Anglois; il n'en eſt pas de même du Sagittaire & du Verſeau;

l'étoile σ qui dans Bayer & Senex eſt à l'épaule droite du Sagittaire, ſe trouve à l'épaule gauche dans le Zodiaque François, & l'étoile β que Bayer appelloit *l'épaule droite du Verſeau*, ſe trouve à l'épaule gauche dans le nouveau Zodiaque : nous obſerverons auſſi qu'à la place de la belle étoile γ, marquée au genou gauche du Verſeau, il ne doit y avoir qu'une petite étoile *g*.

MÉTHODE POUR RECONNOITRE LES CONSTELLATIONS.

485. Les noms qu'on a donnés aux différentes conſtellations ſont arbitraires, & n'ont preſque aucun rapport aux figures que préſentent aux yeux ces conſtellations ; cependant comme on ne ſçauroit entendre les Livres d'Aſtronomie, & faire uſage des obſervations ſans employer les noms qui ſont reçus, il eſt néceſſaire d'apprendre à rapporter ces noms aux objets qu'ils expriment, c'eſt ce qu'on appelle *connoître les Conſtellations*.

486. Quelques-unes ſont ſi aiſées à reconnoître, qu'il ſuffit d'en déſigner la figure, pour qu'un Obſervateur ſeul & iſolé puiſſe les diſtinguer, mais elles ſont en petit nombre ; auſſi les ſeules conſtellations dont il ſoit parlé dans le Livre de Job, dans Homere & dans Héſiode, ſont la grande Ourſe, le Bouvier, Orion, le grand Chien, les Hyades, les Pléïades & le Scorpion, parce que ce ſont véritablement les plus faciles à reconnoître, & celles dont la forme eſt la plus frappante.

On voit dans la figure 1, la forme de la grande Ourſe ; *Fig. 1.* je ſuppoſe qu'on l'ait bien reconnue (5), & j'indiquerai ci-après le moyen d'y rapporter quelques autres conſtellations, (494, 496, 498, 505) ; mais commençons par indiquer un moyen plus général & plus exact de connoître chaque étoile en particulier par ſon nom.

487. Il ſera difficile peut-être d'en venir à bout ſans le ſecours des Cartes aſtronomiques, ou d'un Globe céleſte ; cependant, avec de la patience, on peut le faire par le moyen des Catalogues ; il ſuffit de calculer le paſſage au

Maniere de connoître les Conſtellations.

méridien de l'étoile qu'on veut connoître, avec ſa hauteur; on dirigera un quart-de-cercle ſur une méridienne tracée comme on l'a dit (113), & mis à la hauteur calculée; alors le quart-de-cercle indiquera l'étoile que l'on cherche, & on la verra paroître à l'extrémité du rayon du quart-de-cercle à l'heure du paſſage au méridien de cette étoile.

488. Pour faciliter cette maniere de reconnoître les étoiles à ceux qui ne voudroient avoir aucun calcul à faire, j'ai mis dans la Table ſuivante l'heure & la minute du paſſage au méridien des principales étoiles, pour le premier jour de chaque mois. J'ai choiſi l'année 1762, moyenne entre deux biſſextiles, mais la Table ſervira pour toutes les autres années, ſans qu'il y ait plus de 2 minutes d'erreur à craindre; on peut même éviter cette erreur de 2′, en ajoutant 1′ à chaque paſſage, quand on voudra l'avoir pour une année qui précede ces biſſextiles, comme 1759, 1763, 1767, &c. & 2′ pour les années biſſextiles; au contraire il faudra ôter une minute des paſſages au méridien calculés dans la Table ſuivante, pour les réduire aux années qui ſuivent les biſſextiles, telles que 1761, 1765, &c. La Table n'exigera aucun changement pour les années moyennes entre deux biſſextiles, comme 1762, 1766, 1770, &c.

La derniere colonne de la Table contient l'heure du paſſage de l'équinoxe au méridien, à laquelle on ajoute l'aſcenſion droite d'une étoile quelconque, convertie en temps, pour avoir l'heure de ſon paſſage au méridien, comme nous l'expliquerons dans le IVe. Livre. La hauteur méridienne de chaque étoile ſe trouve en tête de la colonne, & au-deſſous du nom de l'étoile.

489. Exemple. Le 1^r. Janvier je veux connoître dans le ciel l'étoile appellée *Syrius*, ou le grand Chien; je vois dans la Table ſuivante qu'elle paſſe au méridien le 1^r. Janvier à 11^h 44′ du ſoir, & que ſa hauteur méridienne pour Paris eſt de 24° 46′; je place un quart-de-cercle dans le plan du méridien à 11^h 44′, & je le mets à la hauteur de 24° $\frac{3}{4}$; j'apperçois à l'inſtant que ce quart-de-cercle eſt dirigé vers une belle étoile, & je juge que c'eſt Syrius,

HEURES DU PASSAGE AU MÉRIDIEN

des principales Etoiles pour le premier jour de chaque Mois, avec leur hauteur méridienne pour Paris. 1762.

MOIS.	Aldébaran.	la Chévre.	ε d'Orion.	Syrius.	Procyon.	Régulus.
	57d 10′	86d 54′	39d 48′	24d 46′	47d 0′	54d 18′
Janvier.	9h 31′	10h 8′	10h 33′	11h 44′	12h 36′	15h 4′
Février.	7 20	7 56	8 22	9 32	10 24	12 52
Mars.	5 31	6 8	6 33	7 44	8 36	11 3
Avril.	3 38	4 15	4 40	5 51	6 43	9 10
Mai.	1 48	2 25	2 49	4 0	4 53	7 20
Juin.	23 41	0 22	0 47	1 58	2 50	5 17
Juillet.	21 37	22 14	22 39	23 50	0 46	3 13
Aoust.	19 37	20 14	20 39	21 50	22 42	1 14
Septembre.	17 37	18 14	18 39	19 50	20 42	23 9
Octobre.	15 50	16 26	16 51	18 2	18 54	21 21
Novembre.	13 53	14 30	14 55	16 5	16 57	19 25
Décembre.	11 49	12 26	12 51	14 2	14 54	17 21

	l'Epi.	Arcturus.	Antares.	la Lyre.	Fomahan.	Paſſage de l'équinoxe au méridien
	31d 16′	61d 37′	15d 17′	79d 44′	10d 17′	
Janvier.	18h 21′	19h 13′	21h 23′	23h 36′	3h 54′	5h 11′
Février.	16 9	17 1	19 11	21 24	1 43	2 59
Mars.	14 21	15 13	17 22	19 36	23 50	1 10
Avril.	12 28	13 20	15 30	17 43	21 57	23 17
Mai.	10 37	11 29	13 39	15 52	20 7	21 26
Juin.	8 34	9 27	11 36	13 50	18 4	19 23
Juillet.	6 31	7 23	9 33	11 46	16 0	17 19
Aoust.	4 31	5 23	7 33	9 46	14 1	15 19
Septembre.	2 31	3 23	5 32	7 46	12 0	13 18
Octobre.	0 43	1 35	3 45	5 58	10 12	11 30
Novembre.	22 42	23 34	1 48	4 1	8 16	9 33
Décembre.	20 38	21 30	23 40	1 58	6 12	7 29

Heures aſtronomiques.

490. Il faut obſerver que les temps marqués dans la Table précédente, ſont des temps comptés aſtronomiquement, c'eſt-à-dire, d'un midi à l'autre pendant 24 heures ; ainſi quand on voit dans la premiere colonne que l'étoile *Aldebaran* le 1r. Juin eſt à $23^h\ 41'$, cela veut dire dans l'uſage ordinaire, le 2 Juin à $11^h\ 41'$ du matin, parce que le 1r. de Juin ne commence qu'à midi de ce jour-là, ſuivant les Aſtronomes, & il ne finit, ſuivant eux, qu'à midi du lendemain, lorſque dans la ſociété on compte déja le 2 de Juin.

Autre méthode pour connoître les étoiles.

491. La méthode indiquée ci-deſſus (487) pour reconnoître les étoiles par le moyen du Catalogue, eſt ſuffiſante, mais elle eſt longue, & exige peut-être trop d'aſſujettiſſement, ſur-tout en hyver. J'ai donc cru devoir indiquer ici quelques allignemens propres à faire reconnoître les principales conſtellations, ce ſera un petit ſecours offert à la curioſité de ceux qui ſont dépourvus de globes, de planiſphères & d'inſtrumens. On doit être d'abord prévenu que ces allignemens ne ſçauroient avoir une exactitude & une préciſion bien rigoureuſes ; mais quand il ne s'agit que de reconnoître la forme d'une conſtellation, il ſuffit que les allignemens indiquent à peu-près le lieu où elle eſt, pour qu'on ne prenne jamais une conſtellation pour l'autre.

Conſtellation d'Orion.

492. Je ſuppoſe que dans une ſoirée d'hyver, au mois de Janvier ou de Février, on ſoit dans un lieu dégagé vers les 7 ou 8 heures du ſoir, on verra du côté du midi la grande conſtellation d'Orion, elle eſt formée de 3 étoiles ſituées fort proches l'une de l'autre, ſur une ligne droite & dans le milieu d'un très-grand quadrilatère ; on en voit la forme dans la Figure 20, & quand je ne l'aurois pas donnée, il eſt impoſſible de méconnoître cette conſtellation ſur les caractères que je viens d'en donner.

Fig. 20.

Elle ſert à en connoître d'autres.

493. Ces trois étoiles qu'on appelle le *Baudrier d'Orion*, & à la campagne les *trois Rois*, indiquent par leur direction d'un côté Syrius, & de l'autre les *Pléïades*. Syrius, la plus belle étoile du ciel, ſe fait remarquer par ſa ſcintillation & ſon éclat, elle eſt du côté de l'orient par rapport à Orion : les Pléïades ſont du côté de l'occident en tirant vers le nord, c'eſt un groupe d'étoiles qui ſe diſtingue de

de lui-même, & la direction des 3 étoiles du Baudrier qui va preſque aux Pléïades, fera connoître aiſément leur ſituation. ALDEBARAN ou l'œil du Taureau, eſt une étoile de la premiere grandeur, ſituée fort près des Pléïades, ſur la ligne menée de l'épaule occidentale d'Orion γ aux Pléïades. Procyon ou le petit Chien, eſt une étoile de la premiere grandeur, ſituée un peu plus au nord que Syrius, & plus orientale qu'Orion ; elle fait avec Syrius & le baudrier d'Orion, un triangle preſque équilatéral, & cela ſuffit pour la diſtinguer.

494. Les GÉMEAUX ſont deux étoiles de la ſeconde grandeur, aſſez proches l'une de l'autre, ſituées dans le milieu de l'eſpace qu'il y a entre Orion & la grande Ourſe. On les diſtinguera encore par le moyen d'Orion ; car en tirant une ligne de Rigel ou β d'Orion, qui eſt la plus occidentale & la plus méridionale de ſon grand quadrilatere, par l'étoile ζ la troiſieme ou la plus orientale des trois du Baudrier ; elle ſe dirige auſſi vers les deux têtes des Gémeaux. Enfin, les deux premieres étoiles de la queue de la grande Ourſe ζ, ε, (*fig.* 1) avec la diagonale du quarré menée par δ & ζ, forment une ligne qui va encore ſe diriger vers les deux têtes des Gémeaux, après avoir paſſé ſur une des pattes de la grande Ourſe ; & cette même ligne au-delà des têtes des Gémeaux, paſſe ſur les pieds des Gémeaux, & aboutit enfin à l'épaule orientale d'Orion, c'eſt-à-dire, à l'étoile α qui eſt la plus orientale & la plus boréale du grand quadrilatere d'Orion. *Fig.* 1.

495. La ligne menée de Rigel par l'épaule occidentale d'Orion γ, va rencontrer vers le nord la corne boréale du Taureau ζ, à même diſtance de γ d'Orion que celle-ci l'eſt de Rigel. La corne auſtrale du Taureau eſt Aldebaran (493) ; l'écliptique paſſe entre les deux cornes du Taureau (394).

496. La conſtellation du LION peut ſe reconnoître par les deux étoiles précédentes α & ζ du quarré de la grande Ourſe (*fig.* 1) ; car ces deux étoiles qui nous ont ſervi à trouver l'étoile polaire du côté du nord, indiquent par leur allignement le Lion du côté du midi : le Lion eſt un grand trapèze où l'on remarque ſur-tout une étoile de la premiere *Fig.* 1.

grandeur, appellée *Régulus*. Le Lion eſt auſſi ſur la ligne menée de Rigel à Procyon ; ainſi l'on a une ſeconde maniere de le reconnoître. Voyez auſſi art. 507.

497. Le Cancer ou l'Ecreviſſe, eſt une conſtellation formée de petites étoiles qui ſont difficiles à diſtinguer, ſi ce n'eſt la nébuleuſe du Cancer, qui eſt un amas d'étoiles moins ſenſible que celui des Pléïades : on le rencontre à peu-près en allant des Gémeaux au Lion. La tête de l'Hydre eſt au midi du Cancer, entre Procyon & Régulus, ou un peu plus méridionale.

498. Au midi des trois étoiles du baudrier d'Orion on voit une traînée d'étoiles qui forme ce qu'on appelle l'*épée*, & la nébuleuſe d'Orion : la direction de ces étoiles en paſſant ſur l'étoile ε, au milieu du Baudrier, va paſſer au nord ſur le milieu de la conſtellation du Cocher ; c'eſt un grand pentagone irrégulier, dont la partie la plus ſeptentrionale a une étoile de la premiere grandeur, appellée *la Chevre*. On rencontre auſſi la Chevre par le moyen d'une ligne menée ſur les deux étoiles ♌ & α, qui ſont les plus boréales du quarré de la grande Ourſe.

499. Le Bélier, la premiere conſtellation du Zodiaque, eſt formée principalement de deux étoiles aſſez près l'une de l'autre, dont la plus occidentale ♉ eſt accompagnée d'une plus petite étoile appellée γ, ou la premiere étoile du Bélier ; on reconnoît cette conſtellation par une ligne menée de *Procyon* à *Aldébaran*, qui va ſe diriger vers le Bélier.

500. La Ceinture de Persée eſt compoſée de 3 étoiles qui forment comme un arc courbé vers la grande Ourſe ; la ligne tirée de l'étoile polaire aux Pleïades, paſſe ſur la ceinture de Perſée, & ſuffit pour la reconnoître ; mais on y peut encore employer un autre allignement, celui des Gémeaux & de la Chevre, qui ſe dirige vers la ceinture de Perſée.

501. Le Cygne eſt une conſtellation fort remarquable & qui a la forme d'une grande Croix ; la ligne menée des Gémeaux à l'étoile polaire, va rencontrer le Cygne de l'autre côté, & à pareille diſtance de l'étoile polaire ; il y a des

tems de l'année où on les voit en même temps ſur l'horiſon. Voyez art. 512.

502. Le quarré de PÉGASE eſt formé par 4 étoiles de ſeconde grandeur, la plus boréale des quatre fait auſſi la tête d'Andromede; la ligne tirée des deux précédentes de la grande Ourſe ζ & α, par l'étoile polaire, va paſſer ſous Caſſiopée, & de-là ſur le milieu du quarré de Pégaſe. Voy. auſſi art. 504.

503. CASSIOPÉE eſt une conſtellation directement oppoſée à la grande Ourſe par rapport à l'étoile polaire, enſorte que la ligne ou le cercle mené du milieu de la grande Ourſe ou de l'étoile ε, par l'étoile polaire, va paſſer ſur le milieu de Caſſiopée; elle eſt formée de 6 à 7 étoiles en forme d'γ, ou, ſi l'on veut, d'une chaiſe renverſée; cette forme eſt aſſez équivoque, mais les étoiles de Caſſiopée ſe font ſuffiſamment remarquer.

504. L'une des diagonales du quarré de Pégaſe ſe dirige au nord vers le Cygne, l'autre diagonale du quarré de Pégaſe ſe dirige à l'orient vers la ceinture de Perſée; elle paſſe d'abord vers l'étoile ζ de la ceinture d'ANDROMEDE, & enſuite vers l'étoile γ au pied d'Andromede; ces deux étoiles ζ & γ diviſent en trois parties égales l'eſpace compris entre la tête d'Andromede & la ceinture de Perſée: cette ligne paſſe entre Caſſiopée & le Bélier.

505. Quand le milieu de la queue de la grande Ourſe, ou l'étoile ζ eſt dans le méridien au-deſſus de l'étoile polaire, & au plus haut du ciel, ce qui arrive à 9^h du ſoir à la fin de Mai, on voit l'*épi de la* VIERGE dans le méridien du côté du midi, à 31° de hauteur à Paris; la diagonale du quarré de la grande Ourſe menée par α & γ, va marquer à peu-près par ſa direction l'épi de la Vierge.

506. On voit alors un peu à droite & plus bas que l'épi de la Vierge, un trapeze formé par les 4 principales étoiles du CORBEAU.

507. ARCTURUS, l'épi de la Vierge & la queue du Lion forment à peu-près un triangle équilatéral, ce qui ſert à reconnoître la conſtellation du BOUVIER dans laquelle eſt Arcturus; on reconnoît auſſi Arcturus par le voiſinage

de la queue de la grande Ourſe, & par la direction des deux dernieres étoiles ζ & η, dont la ligne va preſque rencontrer Arcturus. La ligne menée depuis Régulus juſqu'à Arcturus, paſſe ſur la derniere étoile ϵ du Lion qui eſt à l'extrémité de la queue. Voyez art. 496.

508. Le grand cercle ou la ligne menée des étoiles ϵ & γ de la grande Ourſe ſur Arcturus, va rencontrer la conſtellation du SCORPION qui eſt fort remarquable ; elle eſt compoſée de 3 étoiles au front du Scorpion, qui forment un grand arc du nord au ſud, & d'une étoile plus orientale qui eſt comme le centre de l'arc ; cette étoile eſt de la premiere grandeur, & s'appelle ANTARES ou le cœur du Scorpion.

509. La BALANCE contient deux étoiles de ſeconde grandeur qui forment les deux baſſins de la Balance, dont la ligne eſt à peu-près perpendiculaire à celle qui eſt menée depuis Arcturus juſqu'au front du Scorpion, & placée dans le milieu de l'intervalle, mais un peu à l'occident de cette ligne.

510. Le cercle mené depuis Antares juſqu'à l'étoile polaire, traverſe d'abord la conſtellation du SERPENTAIRE ou Ophiucus, & plus haut rencontre celle d'HERCULES : la ligne menée depuis Antares juſqu'à la Lyre, paſſe entre les deux têtes d'Hercules & du Serpentaire, qui ſont deux étoiles fort proches l'une de l'autre, dirigées vers Arcturus.

511. La COURONNE eſt une petite conſtellation ſituée près d'Arcturus ; on la reconnoît facilement par les 7 étoiles en forme de couronne, dont elle eſt compoſée. Les deux premieres étoiles de la queue de la grande Ourſe, ε & ζ, forment une direction qui va rencontrer auſſi la Couronne.

512. La ligne menée d'Arcturus ſur la Couronne, traverſant enſuite la conſtellation d'Hercules, va rencontrer la LYRE, étoile de la premiere grandeur, & l'une des plus brillantes qu'il y ait dans le ciel ; cette même ligne va ſe diriger vers le *Cygne*, dont la conſtellation a été indiquée ci-deſſus (501) au moyen du quarré de Pégaſe.

513. L'AIGLE eſt une belle étoile de la ſeconde grandeur, qui eſt au midi de la Lyre & du Cygne : on la diſtingue

parce qu'elle eſt entre deux autres étoiles qui en ſont fort proches, & qui forment une ligne droite avec elle.

514. Le SAGITTAIRE eſt une conſtellation qui ſuit le Scorpion, c'eſt-à-dire, qui eſt un peu plus à l'orient; elle contient pluſieurs étoiles de troiſieme grandeur, qui n'ont pas une forme qu'on puiſſe indiquer ſans figure; mais cette conſtellation eſt marquée par une ligne menée depuis le milieu du Cygne ſur le milieu de l'Aigle, car le Sagittaire eſt au midi de l'Aigle, autant que le Cygne eſt au nord de l'Aigle. Le Sagittaire eſt encore indiqué par la diagonale du quarré de Pégaſe, menée de la tête d'Andromede par α de Pégaſe, prolongée du côté du midi; c'eſt cette diagonale qui prolongée du côté du nord, indiquoit la ceinture de Perſée (504).

515. LE CAPRICORNE eſt marqué par le prolongement de la ligne qui paſſe par la Lyre & l'Aigle; deux étoiles fort proches l'une de l'autre, placées ſur le prolongement de cette ligne, marquent la tête du Capricorne; & 20 degrés plus loin, du côté de l'orient, deux autres étoiles ſituées horiſontalement, marquent la queue du Capricorne.

516. Le DAUPHIN eſt une petite conſtellation ſituée environ 15 deg. à l'orient de l'Aigle, formée par un loſange de 4 étoiles de la troiſieme grandeur.

517. Le VERSEAU eſt déſigné par la ligne menée de la Lyre ſur le Dauphin, prolongée vers le midi, à la même diſtance du Dauphin que le Dauphin de l'Aigle, c'eſt-à-dire, environ à 30 deg. le Verſeau eſt un peu à l'orient de cette ligne.

518. La BALEINE eſt une grande conſtellation ſituée au midi du Bélier & de l'eſpace qui eſt entre le Bélier & le quarré de Pégaſe. La ligne menée de la ceinture d'Andromede entre les deux étoiles du Bélier, va paſſer ſur l'étoile α à la mâchoire de la Baleine, qui eſt à 22 degrés des deux cornes du Bélier. La ligne menée de la Chevre aux Pléïades, marque auſſi α de la Baleine. La ligne menée par Aldebaran & la mâchoire de la Baleine, va paſſer ſur la queue ϛ de la Baleine qui eſt à 40 degrés plus loin, tout près de l'eau du Verſeau.

519. Les Poissons sont peu remarquables dans le ciel; l'un des poissons est placé au midi du quarré de Pégase (502) sous α & γ de Pégase, l'autre est placé à l'orient du quarré de Pégase, entre la tête d'Andromede & la tête du Bélier : l'étoile α au nœud du lien des Poissons est située sur la ligne menée des pieds des Gémeaux par Aldebaran, à 40 deg. à l'occident de celle-ci ; elle fait aussi un triangle-rectangle avec α de la Baleine & ζ ou γ du Bélier, au midi de celles-ci ; c'est l'étoile la plus remarquable de cette constellation.

520. La petite Ourse est une constellation boréale qui a presque la même figure que la grande Ourse, & qui lui est parallele, mais dans une situation renversée ; l'étoile polaire (5) fait l'extrémité de la queue, les quatre étoiles suivantes sont fort petites, mais les deux dernieres du quarré sont fort remarquables, on les appelle *les Gardes de la petite Ourse.*

Constellations moins remarquables.

521. Je ne conduirai pas plus loin ce détail des constellations, les autres étant plus petites & moins remarquables, on aura besoin pour les bien distinguer, de la méthode indiquée ci-dessus (487), ou du secours des Cartes célestes : je remarquerai seulement que le *Liévre* est une constellation située au midi d'Orion ; le *Centaure*, au midi de la Vierge ; le *Navire*, au midi du Lion ; *Antinoüs*, au midi de l'Aigle ; le *petit Cheval*, entre le Dauphin & le Verseau ; le *grand Triangle*, le *petit Triangle*, & la *Mouche*, entre la ceinture d'Andromede & les Pléïades ; l'*Eridan*, entre Rigel ou le pied d'Orion, & la Baleine. La *Coupe* est un peu à l'occident du Corbeau. L'*Hydre* s'étend au midi du Corbeau & de la Coupe.

Connoître le pole de l'écliptique.

522. Après avoir appris à connoître le pole du monde (3), on doit être curieux de distinguer aussi le pole de l'écliptique, puisque c'est un des points les plus remarquables dans le ciel. Le pole boréal de l'écliptique est situé sur la ligne menée par les deux suivantes γ & δ de la grande Ourse, il fait un triangle presque équilatéral avec la Lyre & α du Cygne ; il est aussi sur la ligne menée par les deux précédentes du quarré de la grande Ourse & par les gardes de la

petite Ourſe (520), 3 deg. au-delà de l'étoile ε du Dragon qui eſt à peu-près ſur la même ligne que les étoiles τ, φ, ε, ζ, η du Dragon, dont la direction s'étend de Caſſiopée à Arcturus. Enfin, le pole de l'écliptique fait un triangle-rectangle & iſocele avec l'étoile polaire & β de la petite Ourſe, qui eſt la plus voiſine de l'étoile polaire des deux dernieres de la petite Ourſe, l'angle droit eſt à l'étoile ζ.

523. Je penſe que pour mettre le Lecteur à portée d'eſtimer en degrés les diſtances des étoiles, il ſuffit de rapporter ici en nombres ronds les diſtances de quelques-unes les plus remarquables. La grande Ourſe a 26 deg. de longueur depuis α juſqu'à η; la diagonale d'Orion, depuis Rigel juſqu'à l'épaule orientale, eſt de 19 deg. les deux épaules ſont diſtantes de 7 deg. les deux têtes des Gémeaux de 4 deg. ½. On peut trouver un grand nombre de ces diſtances exactement meſurées, dans les Livres de Tycho, d'Hévélius & de Flamſteed, mais on s'en ſert fort peu actuellement. Il faut auſſi ſe rappeller qu'on ne doit examiner ces diſtances que quand les étoiles ſont un peu élevées: les conſtellations paroiſſent plus grandes quand elles ſont voiſines de l'horiſon, par l'erreur d'un jugement involontaire, que nous tâcherons d'expliquer en parlant du diametre de la Lune dans le VIIe. Livre. Illuſion de la vûe.

DES ÉTOILES NOUVELLES OU CHANGEANTES.

524. L'HISTOIRE fait mention de pluſieurs étoiles remarquables & nouvelles qui ont paru, & diſparu enſuite totalement: nous en connoiſſons encore actuellement qui diſparoiſſent de temps à autre, qui augmentent de grandeur & diminuent enſuite ſenſiblement. Il y en a d'autres qui ont été décrites par les Anciens comme des étoiles remarquables, & qui ne paroiſſent plus, ou qui paroiſſent conſtamment, n'ayant pas été décrites par les Anciens; mais on peut attribuer une partie de ces différences à leur inattention, ou à l'erreur du Catalogue des Anciens qui ne nous

a été conſervé qu'avec beaucoup de fautes dans l'Almageſte de Ptolémée.

525. Les plus anciens Auteurs, tels qu'Homere, Attalus & Geminus, ne comptoient que ſix Pléïades ; Varron, Pline, Aratus, Hipparque & Ptolémée, dans le texte Grec, les mettent au nombre de ſept, & l'on prétendit que la ſeptieme avoit paru avant l'embraſement de Troye ; mais cette différence a pu venir de la difficulté de les diſtinguer, & de les compter à la vûe ſimple.

L'Hiſtoire raconte plus préciſément des apparitions d'étoiles nouvelles, 125 ans avant J. C. au temps d'Hipparque : (*Voyez* Pline, *Liv. II. ch. 6.*) ; & au temps de l'Empereur Hadrien, 130 ans après J. C.

526. Fortunio Liceti, Médecin célebre, mort à Padoue en 1656, a compoſé un Traité *de novis Aſtris*, où l'on peut trouver une ample érudition ſur les étoiles nouvelles, dont les Anciens ont parlé. Il rapporte que Cuſpinianus obſerva une étoile nouvelle vers l'an 389, près de l'Aigle, qui parut auſſi brillante que Vénus pendant trois ſemaines, & qui diſparut enſuite : c'eſt peut-être la même, dit M. Caſſini, qui fut apperçue au temps de l'Empereur Honorius, que quelques-uns rapportent à l'année 389, & d'autres à 398.

Dans le neuvieme ſiécle, Maſſahala Haly & Albumazar, Aſtronomes Arabes, obſerverent au 15e. deg. du Scorpion, une nouvelle étoile ſi brillante, que ſa lumiere égaloit la quatrieme partie de celle de la Lune ; elle parut pendant l'eſpace de quatre mois.

Cyprianus Leovitius raconte qu'au temps de l'Empereur Othon, vers 945, on vit une nouvelle étoile entre Céphée & Caſſiopée ; & l'an 1264, une autre étoile nouvelle vers le même endroit du ciel, qui n'eut aucun mouvement.

Fameuſe Etoile de 1572.

527. La plus récente & la plus fameuſe de toutes les étoiles nouvelles, a été celle de 1572 : elle fut remarquée au commencement de Novembre, faiſant un rhombe parfait avec les étoiles α, β, γ, de la conſtellation de Caſſiopée. Tycho-Braché qui l'apperçut le 11 Nov. détermina ſa longitude

longitude à 6° 54′ du Taureau, avec 53° 45′ de latitude boréale, ſon aſcenſion droite 0° 26′, ſa déclinaiſon 61° 47′. Il a compoſé ſur cette nouvelle étoile un excellent Ouvrage intitulé, *De nova Stella Anni* 1572, qui renferme beaucoup d'autres recherches intéreſſantes. Cette étoile parut dès le commencement fort éclatante, comme ſi elle ſe fût formée tout-à-coup avec tout ſon éclat; elle ſurpaſſoit Syrius, la plus brillante des étoiles, & même Jupiter périgée. Dès le mois de Décembre 1572, elle commença à diminuer peu-à-peu, juſqu'au mois de Mars 1574, qu'on la perdit de vûe. Elle n'avoit aucune parallaxe ſenſible, ni aucun mouvement propre apparent; d'où il eſt aiſé de conclure qu'elle étoit beaucoup plus loin de nous que Saturne, la plus éloignée de toutes les planetes, ſans quoi elle auroit eu une parallaxe annuelle très-ſenſible.

Etoile nouvelle du Serpentaire.

528. La nouvelle étoile du Serpentaire qui parut le 10 Oct. 1604, fut auſſi brillante que celle de 1572; on ceſſa de la voir au mois d'Oct. 1605; ſa longitude étoit de 17° 40′ dans le Sagittaire, avec 1° 56′ de latitude ſeptentrionale. Képler (*de nova Stella Serpentarii*), aſſure qu'elle n'avoit aucune parallaxe, ni aucun mouvement par rapport aux autres étoiles; d'où il paroît qu'elle étoit auſſi beaucoup au-deſſus de la ſphère de Saturne: car la parallaxe annuelle produite par le mouvement de la terre, l'eut fait varier en apparence de pluſieurs degrés, ſi elle eût été à la diſtance de Saturne, comme nous l'expliquerons dans le Ve. Livre.

Changeante de la Baleine.

529. La changeante de la Baleine appellée ο dans Bayer, fut apperçue le 13 Août 1596 par David Fabricius. Bouillaud, dans un Traité imprimé à Paris en 1667, trouve que cette étoile revient à ſa plus grande clarté au bout de 333 jours, & M. Caſſini en compte 334: elle paroît de la ſeconde grandeur pendant l'eſpace de 15 jours, & diminue enſuite juſqu'à diſparoître totalement. Hévélius rapporte qu'elle fut quatre années entieres ſans paroître depuis le mois d'Octobre 1672, juſqu'au mois de Décembre 1676. Elle n'emploie pas toujours un temps égal depuis le commencement de ſon apparition juſqu'à ſa plus grande clarté, ni depuis ſon plus grand éclat juſqu'à ſa diſparition; mais

tantôt elle augmente plus vîte qu'elle ne diminue, & tantôt elle s'accroît plus lentement. M. Caſſini l'a trouvée dans ſon plus grand éclat au commencement d'Août 1703, & elle paroiſſoit alors de troiſieme grandeur, comme Fabricius l'avoit jugée le 13 Août 1596. Elle avoit eu, dans cet eſpace de 39080 jours, 117 révolutions; ainſi la période moyenne de ſes variations doit être de 334 jours. (*Voyez M.* Caſſini, *Elémens d'Aſtronomie*, *pag.* 68. *M.* Maraldi, *Mém. Acad.* 1719. *Tranſact. Philoſ. n°.* 134. & 346.)

530. Il y a dans le Cygne trois étoiles changeantes: la premiere eſt ſituée proche l'étoile γ, qui eſt dans la poitrine; elle fut découverte par Kepler en 1600; elle ne ſe trouve point dans le Catalogue des étoiles fixes de Tycho, quoiqu'il en ait marqué pluſieurs qui ſont près d'elle, & qui ne ſont pas plus remarquables. Bayer & Janſon la regardent comme nouvelle. Pendant 19 ans qu'elle fut obſervée par Kepler, elle parut toujours de la même grandeur, n'étant pas tout-à-fait ſi grande que γ à la poitrine du Cygne: elle paroiſſoit encore, au témoignage de Liceti, en 1621, mais elle diſparut enſuite. M. Caſſini l'obſerva de nouveau en 1655: elle augmenta pendant cinq années, juſqu'à ce qu'elle vînt à égaler les étoiles de la troiſieme grandeur, & diminua enſuite. Hévélius l'obſerva en 1665; elle augmenta ſans jamais arriver à la troiſieme grandeur: en 1677, en 1682 & en 1715, elle n'étoit encore que comme une étoile de la ſixieme grandeur. (*Voyez M.* Caſſini, *Elémens d'Aſtronomie*, *p.* 69. *M.* Maraldi, *Mém. Acad.* 1719. *Tranſact. Philoſ. n°.* 65, 66, 67 & 134.)

531. La ſeconde étoile changeante du Cygne qui ne paroît plus actuellement, fut découverte le 20 Juin 1670, par le P. Anthelme, Chartreux; elle étoit de troiſieme grandeur, elle ſe perdit bientôt entiérement: ſa longitude étoit à 1° 55′ du Verſeau, avec 47° 28′ de latitude boréale; elle paſſoit par le méridien 27 ſecondes avant la luiſante de l'Aigle, ſon aſcenſion droite étant de 293° 33′, & ſa déclinaiſon de 26° 33′. Le P. Anthelme la revit le 17 Mars 1671. M. Caſſini y remarqua cette année-là pluſieurs variations, & depuis 1672 on ne l'a plus retrouvée.

532. La plus remarquable des changeantes du Cygne, appellée χ, & dont on obſerve encore les variations, fut découverte en 1686 par M. Kirk, elle étoit de cinquieme grandeur ; au mois de Février 1687 il ne put l'appercevoir, même avec une lunette. Dans la ſuite, M. Maraldi & M. Caſſini ayant obſervé pluſieurs fois ſes variations, trouverent ſa période de 405 jours. M. le Gentil a trouvé, par de nouvelles obſervations, 405 jours & $\frac{3}{10}$. les temps de ſon plus grand éclat dans ces années-ci tombent au 13 Février 1761 ; au 25 Mars 1762 ; 5 Mai 1763 ; 13 Juin 1764 ; 23 Juillet 1765 ; 2 Septembre 1766 ; 12 Octobre 1767 ; 20 Novembre 1768 ; 30 Décembre 1769 ; 9 Février 1771 ; 20 Mars 1772 ; 29 Avril 1773 ; 9 Juin 1774 ; 14 Juillet 1775 ; 27 Août 1776 ; 7 Octobre 1777 ; 16 Novembre 1778 ; 26 Décembre 1779 ; 3 Février 1781 ; 16 Mars 1782 ; 25 Avril 1783, &c. (*Voyez Mém. Acad.* 1719. & 1759.)

Changeante χ du Cygne.

Temps de ſa plus grande lumiere.

533. M. Caſſini parle de pluſieurs autres étoiles, ou qui ſont perdues, ou qui paroiſſent changeantes ou nouvelles, (*Elémens d'Aſtronomie, pag.* 73.). M. Maraldi en avoit obſervé un grand nombre, (*Mém. Acad.* 1704. Duhamel, *Hiſt. de l'Acad. pag.* 363.). Cette matiere n'a été encore que peu diſcutée, quoiqu'elle mérite bien l'attention des Obſervateurs curieux : le moyen le plus sûr de découvrir dans ce genre les moindres variations, ſeroit d'obſerver de temps en temps toutes les étoiles, & d'en dreſſer des catalogues, auſſi nombreux & auſſi détaillés que celui de M. l'Abbé de la Caille, dont nous avons parlé ci-deſſus, (art. 471). Un jour viendra peut-être, où les Sciences auront aſſez d'Amateurs pour qu'on puiſſe ſuffire à de ſi pénibles travaux.

534. Il y a dans pluſieurs autres étoiles des changemens de grandeur & de lumiere. L'étoile ζ de l'Aigle, qui certainement au temps de Bayer devoit être plus brillante que γ, puiſqu'il lui a donné la premiere place après la luiſante de l'Aigle, eſt actuellement beaucoup plus petite que γ, elle eſt à peine de quatrieme grandeur : il paroît auſſi que la diſtance entre α & ζ eſt plus grande actuellement

qu'elle n'étoit autrefois ; en ſorte que l'étoile ζ a changé de lumiere & de ſituation.

L'étoile précédente χ à la jambe gauche du Sagittaire, qui dans Bayer eſt de troiſieme grandeur, parut en 1671 de la ſixieme ; en 1676 elle étoit plus grande, & M. Halley la marqua de troiſieme grandeur : en 1692 M. Maraldi pouvoit à peine l'appercevoir : en 1693 & 1694 elle parut de quatrieme grandeur (*Hiſt. Acad. p.* 363.). Il y a encore dans le Sagittaire & dans le Serpentaire d'autres étoiles variables.

535. Le changement de couleur qu'on prétend être arrivé dans *Syrius*, paroît encore une choſe bien ſinguliere : M. Barker a remarqué (*Tranſ. Phil.* 1760, *p.* 498.) d'après les témoignages d'Aratus, de Sénéque, d'Horace, de Ptolémée, que cette étoile étoit autrefois très-rouge, quoiqu'elle ſoit aujourd'hui d'une blancheur décidée ſans aucune teinte de rouge ; cependant je n'oſerois croire que les preuves ſoient ſuffiſantes pour admettre un fait auſſi extraordinaire.

Sur la cauſe du changement des Etoiles.

536. Il eſt difficile de ſe former une idée nette de la cauſe qui peut faire changer & diſparoître les étoiles, ou nous en montrer de nouvelles. Le P. Riccioli au IIe. Tome de ſon *Almageſte*, *p.* 176. eſtime qu'il y a des étoiles qui ne ſont pas lumineuſes dans toute leur étendue, & dont la partie obſcure peut ſe tourner vers nous par un effet de la toute-puiſſance de Dieu.

Bouillaud, dans un Ouvrage qui parut en 1667, intitulé, *Iſmaëlis Bullialdi ad Aſtronomos Monita duo*, ſuppoſe auſſi que la changeante de la Baleine a une partie obſcure, avec un mouvement de rotation autour de ſon axe, par lequel ſa partie lumineuſe & ſa partie obſcure ſe préſentent alternativement à nous.

537. M. de Maupertuis dans ſon *Diſcours ſur les différentes Figures des Aſtres*, publié à Paris en 1732,

ayant fait voir que le mouvement de rotation d'un aſtre ſur ſon axe peut produire dans cet aſtre un applatiſſement conſidérable, s'en ſert pour expliquer le phénomene dont il s'agit. « Les étoiles fixes, dit-il, ſont des ſoleils comme le nôtre ; il eſt donc fort vraiſemblable qu'elles ont, comme cet aſtre, un mouvement de rotation ſur leur axe ; les voilà donc ſelon la rapidité de leur mouvement expoſées à l'applatiſſement ; & pourquoi ne ſe trouveroit-il pas de ces étoiles plates dans les cieux, ſi l'on penſe ſur-tout que nous ne ſçavons par aucune obſervation quelle eſt la figure des étoiles fixes ? . . . Si autour de quelque étoile plate circule quelque groſſe planete fort excentrique, ou comete, dans une orbite inclinée au plan de l'équateur de l'étoile, qu'arrivera-t-il, la peſanteur de l'étoile vers la planete, lorſqu'elle approchera de ſon périhélie, changera l'inclinaiſon de l'étoile plate qui par-là nous paroîtra plus ou moins lumineuſe. Telle étoile même que nous n'appercevions point, parce qu'elle nous préſentoit le tranchant, paroîtra lorſqu'elle nous préſentera une partie de ſon diſque ; & telle étoile qui paroiſſoit ne paroîtra plus. C'eſt ainſi qu'on peut rendre raiſon du changement de grandeur qu'on a obſervé dans quelques étoiles, & des étoiles qui ont paru & diſparu ».

Changemens phyſiques dans la poſition des Etoiles.

538. Ce ſeroit peut-être ici le lieu de parler des changemens de poſition qu'on a obſervés dans pluſieurs étoiles, ſur-tout dans celles de la premiere grandeur ; ces variations qui proviennent ſans doute des attractions mutuelles de différens ſyſtêmes, ou des différentes planetes que nous ne voyons pas, dérangent toutes les loix générales dont nous avons parlé juſqu'ici, & dont nous avons à parler dans la ſuite. Mais je réſerve cette matiere pour le XVIe. Livre, où il ſera parlé des autres mouvemens des étoiles.

Des Etoiles doubles ou ſingulieres.

539. Dans les obſervations de M. Blanchini, imprimées à Vérone en 1737, par les ſoins de M. Manfredi, on

trouve, *page* 208, que l'étoile double appellée ζ de la Lyre, préſente des phénomenes fort ſinguliers : une des deux étoiles dont elle eſt compoſée, paroît quelquefois ſe diviſer en deux, quelquefois elle paroît environnée d'une ou de deux autres petites étoiles ; la ſeconde des deux étoiles diminue quelquefois de grandeur, enſorte qu'on la diſtingue à peine, quoique l'air ſoit parfaitement ſerein. Cette obſervation, ajoute-t-il, a été faite avec pluſieurs lunettes de Campani & de Marc-Antoine Cellius, qui avoient 22, 23 & 25 palmes, (chaque palme eſt de 8 pouces $\frac{1}{4}$) ; & l'on a toujours obſervé à peu-près la même choſe.

M. Griſchow, Aſtronome de Berlin, étant à Londres en 1748, écrivoit à M. de l'Iſle, qu'on avoit découvert en Angleterre une nouvelle planete qui tournoit autour d'une étoile fixe ſituée auprès ou dans la Lyre : c'eſt une planete, ajoute-t-il, que M. Blanchini avoit cru appercevoir, mais dont il n'étoit pas bien aſſuré faute de lunettes aſſez parfaites. D'autres ont dit avoir vû l'étoile ζ de la Lyre environnée de cinq petites étoiles, au moyen d'un grand téleſcope de 12 pieds, conſtruit par M. Short pour le Docteur Stephens, & qui appartient actuellement à Mylord Duc de Malborough. Pour moi, je n'ai rien oüi dire de ſemblable en Angleterre, & je crois que des ſingularités pareilles ont beſoin d'être bien conſtatées pour obtenir quelque confiance.

540. On a écrit que M. Caſſini avoit remarqué dans le dernier ſiécle, que la premiere étoile γ du Bélier étoit quelquefois double, ou diviſée en deux parties, diſtantes l'une de l'autre de l'intervalle du diametre de chacune, (Gregori, *L. III. prop.* 54. Volf, *pag.* 440.). On a dit auſſi que l'étoile qui eſt au milieu de l'épée d'Orion, & quelques étoiles des Pléïades paroiſſent quelquefois triples & même quadruples ; mais ces phénomenes ſinguliers n'ont pas été bien conſtatés.

Cinq étoiles doubles.

541. A l'égard des étoiles doubles, elles ne ſont pas rares. J'ai obſervé diſtinctement avec une lunette de 18 pieds, que l'étoile γ à l'épaule de la Vierge eſt double, ou formée de deux étoiles ſéparées l'une de l'autre d'un inter-

valle d'environ 2″, preſque égal au diametre apparent que chacune paroît avoir à cauſe de l'irradiation.

L'étoile o du Capricorne eſt auſſi double ; l'intervalle des deux étoiles eſt tel, qu'avec un inſtrument de 6 pieds on ne peut prendre ſa hauteur que dans le crépuſcule, ou en éclairant les fils, parce que quand l'une eſt cachée ſous le fil, l'autre paroît, & on ne ſçauroit diſtinguer laquelle des deux eſt ſous le fil.

L'étoile γ à la tête du Bélier eſt auſſi compoſée de deux étoiles conſidérables, comme l'obſerva le premier, à ce qu'il paroît, Robert Hook, (Voy. *Tranſ. Philoſ. n°.* 4.). La plus boréale des trois étoiles au front du Scorpion, eſt compoſée de deux étoiles, dont l'une eſt double de l'autre en grandeur & en lumiere, comme l'obſerva M. Caſſini en 1678. (*Hiſt. Acad. p.* 172.). La tête précédente des Gémeaux eſt auſſi double ; on en pourroit citer probablement beaucoup d'autres que je n'ai pas préſentes actuellement.

DE LA VOIE LACTÉE, DES ETOILES NÉBULEUSES, ET DE LA LUMIERE ZODIACALE.

542. La Voie lactée eſt une blancheur irréguliere qui ſemble faire le tour du ciel en forme de ceinture. On l'a l'a appellée Cercle de Junon, Chemin de S. Jacques, *Faſcia, Veſtigium Solis, Via regia, Zona, Via peruſta, Cœli Cingulum, Orbis lacteus.* Les Grecs l'appellent Γαλαξίας. Les Arabes l'ont appellée auſſi bien que les Latins *Via Lactis.* Ovide nomme la Voie lactée le *Chemin du trône de Jupiter :*

> Eſt via ſublimis cœlo manifeſta ſereno,
> (Lactea nomen habet), candore notabilis ipſo
> Hac iter eſt ſuperis ad magni regna Tonantis,
> Regalemque domum. *Metam. I.*

Démocrite ſentit le premier que la blancheur de cette zone devoit être produite par une multitude d'étoiles, trop petites pour être apperçues diſtinctement, & c'eſt ce qu'il y a de plus vraiſemblable, quoiqu'Ariſtote ait prétendu que ce n'étoit qu'un météore placé dans la moyenne région.

On ne ſçauroit douter qu'une partie de l'éclat & de la blancheur de la voie lactée, ne provienne de la lumiere des petites étoiles qui s'y trouvent par millions; cependant avec les plus grands téleſcopes on n'en diſtingue pas aſſez, pour qu'on puiſſe attribuer à celles qu'on diſtingue la blancheur de la voie lactée, ſi ſenſible à la vûe ſimple : ainſi nous ne ſçaurions décider que les étoiles ſoient la ſeule cauſe de cette blancheur, quoique nous ne connoiſſions aucune maniere bien ſatisfaiſante de l'expliquer. (Voy. l'art. 553.).

543. Les Poëtes en rapportoient l'origine à l'incendie de Phaëton, ou au lait de Junon qu'Hercules, après l'avoir tetée, laiſſa retomber de ſa bouche; d'autres en ont fait le ſéjour des Héros, comme on le peut voir dans *Manilius*, Liv. I. qui décrit fort au long la ſituation & la trace de la voie lactée :

Alter in adverſum poſitus ſuccedit ad Arctos, &c.

La voie lactée traverſe pluſieurs conſtellations, Caſſiopée, Perſée, le Cocher, le bras d'Orion, les pieds des Gémeaux, le grand Chien, le Navire, & c'eſt ici ſa plus grande lumiere : elle paſſe enſuite par les pieds du Centaure, la Croix, le Triangle auſtral; de-là retournant vers le nord par l'Autel, la queue du Scorpion, l'arc du Sagittaire, & ſe diviſant en deux branches, traverſe l'Aigle, la Fleche, le Cygne, le Serpentaire, la tête de Céphée, & revient à la chaiſe de Caſſiopée.

Des Nébuleuſes. 544. De même que la voie lactée forme une blancheur autour du ciel, on trouve auſſi dans d'autres parties, où la voie lactée ne s'étend pas, de petites blancheurs qui à la vûe ſimple reſſemblent à des étoiles peu lumineuſes, & qui dans le téleſcope ſont ou un aſſemblage de pluſieurs étoiles fort près l'une de l'autre, ou une blancheur large & irréguliere, dans laquelle on ne diſtingue point d'étoiles, ou mêlées de l'un & de l'autre; c'eſt ce qu'on appelle les NÉBULEUSES.

Nébuleuſe d'Andromede. 545. La premiere Nébuleuſe qu'on obſerva après l'invention des lunettes d'approche, fut celle d'Andromede, remarquée en 1612 par *Simon Marius*, qui l'a décrite dans la

la Préface de ſon *Mundus Jovialis* ; elle ne paroît à la vûe que comme un nuage, mais dans la lunette elle paroît formée par trois rayons blancs, pâles, irréguliers, qui ſont plus clairs en approchant du centre, elle occupe environ un quart de degré : quoique Tycho eût obſervé l'étoile *v*, qui eſt la plus boréale de la ceinture d'Andromede, il n'avoit pas fait mention de cette nébuleuſe qui en eſt aſſez proche. Bouillaud crut en 1666 qu'elle avoit diminué de clarté dans l'eſpace de quelques années qu'il l'avoit obſervée ; il remarqua auſſi qu'elle ſe trouvoit dans des figures de conſtellations décrites vers l'an 1500, quoiqu'enſuite Tycho ni Bayer ne l'euſſent pas remarquée, cela lui fit croire que cette nébuleuſe étoit ſujette à diſparoître dans certains temps : M. Kirk eſt du même avis, mais cela n'eſt pas bien conſtaté.

546. La nébuleuſe de l'épée d'Orion au-deſſous des trois Rois, eſt la plus remarquable de toutes ; cependant M. Huyghens eſt le premier qui en ait parlé en 1656 : elle a ſix minutes de longueur, elle eſt d'une figure irréguliere, allongée & courbe ; ſa blancheur eſt vive dans la lunette, & l'on n'y diſtingue que ſept petites étoiles. M. de Mairan croit qu'elle a ſouffert quelques altérations depuis M. Huyghens, (*Traité de l'Aurore boréale, p.* 262. *édit. de* 1754.); qu'elle eſt devenue plus denſe, & qu'elle a changé de forme ; il cite à ce ſujet le témoignage de M. Godin & de M. de Fouchy. J'ai donné dans la Fig. 21 le deſſein de cette nébuleuſe, d'après M. de Mairan : on y voit l'étoile *d* de M. Huyghens, environnée d'une nébuloſité de même eſpece. Nébuleuſe d'Orion. *Fig.* 21.

547. Hévélius remarqua près de la tête du Sagittaire une autre nébuleuſe, dont M. Kirk attribuoit la découverte à Abraham Ihle en 1665. M. Kirk en 1681 apperçut entre les étoiles informes qui ſont vers le pied boréal d'Antinoüs, une quatrieme nébuleuſe qui ne paroiſſoit point à la vûe ſimple, mais qu'il obſerva dans une lunette de quatre pieds. M. Caſſini a remarqué entre Syrius & Procyon une aſſez belle nébuleuſe. M. Halley en obſerva une dans le Centaure en 1677, & une autre en 1714 dans la conſtellation d'Hercules.

548. M. le Gentil apperçut en 1747 une petite nébuleuſe, ſituée à 1° 10′ au midi de l'ancienne ; ſon aſcenſion droite étoit de 6° 30′, & ſa déclinaiſon 38° 30′, ſur le parallele des deux étoiles π & ω de Méduſe ; elle n'a qu'environ une minute de diametre, au lieu que l'ancienne a environ un quart de degré, (*Mém. préſentés, T. II. p.* 138.). M. le Gentil aſſure qu'il a obſervé pluſieurs autres nébuleuſes nouvelles, trois dans Caſſiopée, une dans le Sagittaire & une à la queue du Cygne, (*Ibid. p.* 143.).

549. On connoît ſous le nom de *Nébuleuſe du Cancer* (398) un petit amas de pluſieurs étoiles qui ſont très-diſtinctes dans la lunette, & qui ne ſe confondent à la vûe ſimple qu'à cauſe de leur grande proximité : dans ce ſens, les Pléïades mêmes peuvent paſſer pour une eſpece de nébuleuſe ; & M. de la Caille en dit autant de l'étoile θ du Navire, de troiſieme grandeur, qui étant entourée d'un grand nombre d'étoiles, de ſixieme, ſeptieme & huitieme grandeur, reſſemble aux Pléïades.

42 Nébuleuſes auſtrales.

550. M. l'Abbé de la Caille en travaillant au catalogue d'environ dix mille étoiles auſtrales, qu'il a obſervées au Cap de Bonne-Eſpérance, remarqua toutes les nébuleuſes qui ſe préſenterent dans ſa lunette, & il en a donné la poſition ; elles ſont au nombre de 42, & il en diſtingue 14 de chacune des trois eſpeces ; 14 nébuleuſes, où l'on ne voit par la lunette aucune apparence d'étoiles, 14 où l'on ne voit qu'un amas d'étoiles diſtinctes, & 14 où l'on remarque des étoiles de ſixieme grandeur ou au-deſſous, entourées ou accompagnées de taches blanches ou de nébuleuſes de la premiere eſpece. Quoique les plus remarquables des nébuleuſes auſtrales n'aient probablement pas échappé à ſes recherches, cependant M. de la Caille ne ſe flattoit pas d'avoir remarqué toutes les nébuleuſes de la premiere & de la troiſieme eſpece, parce que la lumiere du crépuſcule & celle de la lune ont pû lui en dérober pluſieurs, & qu'il y a des parties du ciel qu'il n'a pas obſervées par des nuits bien nettes & bien obſcures.

551. Il y a près du pole auſtral deux blancheurs remarquables, qu'on appelle communément *les Nuées de*

Magellan, que les Hollandois & les Danois nomment les *Nuées du Cap*, parce que c'eſt en approchant du Détroit de Magellan ou du Cap de Bonne-Eſpérance, qu'on les a dû remarquer pour la premiere fois; elles reſſemblent parfaitement à la voie lactée, & quelle que ſoit la cauſe de la blancheur de celle-ci, il eſt probable que c'eſt la même que pour les deux nuages de Magellan.

On remarque auſſi dans la partie auſtrale du ciel un eſpace de près de trois degrés d'étendue en tout ſens, qui paroît d'un noir foncé, il eſt dans la partie orientale de la *Croix* du ſud; mais cette apparence n'eſt cauſée que par la vivacité de la blancheur de la voie lactée qui renferme cet eſpace, & qui l'entoure de tous côtés. (*Mem. Ac.* 1754.)

552. On peut voir de plus grands détails ſur les Nébuleuſes dans les Mémoires de l'Académie, années 1707, 1731, 1734 & 1755; dans les Tranſactions Philoſophiques de la Société Royale Londres, 1667, n°. 25, 1676, n°. 123, 1716, n°. 347, & 1733, n°. 428; dans le Mémoire de M. Derham ſur les nébuleuſes. Voyez auſſi l'Ouvrage d'Hévélius intitulé, *Aſtronomiæ Prodromus*; celui de Bouillaud qui a pour titre, *Iſmaëlis Bullialdi ad Aſtronomos Monita duo; primum de ſtellâ Ceti, alterum de Nebuloſâ in Andromedæ cinguli parte boreâ ante biennium iterùm ortâ*, 1666; & le ſecond Volume des Mémoires préſentés à l'Académie par divers Sçavans, pag. 137.

553. Les nébuleuſes, proprement dites, paroiſſent être de petites portions de la voie lactée, répandues en différens endroits du ciel. Il eſt difficile de décider ſi la voie lactée elle-même, auſſi-bien que les nébuleuſes dont la lumiere eſt vive ſans être parſemée d'étoiles, où l'on n'apperçoit qu'une blancheur uniforme, même avec les plus grandes lunettes, ſont cependant formées par de véritables étoiles, ſituées fort près l'une de l'autre: c'eſt le ſentiment de M. Caſſini, (*Elem. d'Aſtron. p.* 78.); mais M. de la Caille en paroît éloigné, (*Mém. Acad.* 1754, *pag.* 195.). M. de Mairan voyant quelque analogie entre la lumiere zodiacale & ces nébuloſités, penſe qu'on pourroit les attribuer à l'atmoſphère de pluſieurs étoiles, dont les unes ſe voient

Sur la cauſe de ces nébuloſités.

dans la plûpart des nébuleuſes, & dont pluſieurs autres peut-être ſe dérobent à notre vûe. « La figure irréguliere » de la nébuleuſe d'Orion & ſa continuité n'ont rien qui » doive ſurprendre, dit M. de Mairan : des poſitions diffé- » rentes & une diſtance ſi énorme ne ſçauroient manquer » de confondre, ou de mutiler à nos yeux la plûpart de ces » atmoſphères, & pourroient fort bien nous en montrer » l'aſſemblage & le total, ſous la figure que cette clarté » repréſente ». (*Traité Phyſique & Hiſtorique de l'Aurore boréale, pag.* 263.)

Lumiere Zodiacale.

554. Nous ne pouvons placer mieux qu'à la ſuite des nébuleuſes, la Lumiere Zodiacale qui eſt un phénomene également ſingulier, & une lumiere peut-être de même genre ; nous ne pouvons auſſi faire mieux ſur cet article, que de tranſcrire une partie de ce qu'en dit le célebre M. de Mairan au commencement de ſon Traité de l'Aurore Boréale.

Ce que c'eſt.

La Lumiere Zodiacale eſt une clarté, ou une blancheur ſouvent aſſez ſemblable à celle de la voie lactée, que l'on apperçoit dans le ciel en certains temps de l'année après le coucher du ſoleil, ou avant ſon lever, en forme de lance ou de pyramide, le long du Zodiaque où elle eſt toujours renfermée par ſa pointe & par ſon axe, appuyée obliquement ſur l'horiſon par ſa baſe : elle fut découverte, décrite & ainſi nommée par feu M. Caſſini.

555. La lumiere zodiacale n'eſt autre choſe que l'atmoſphere du ſoleil ; c'eſt un fluide, ou une matiere rare & ténue, lumineuſe par elle-même, ou ſeulement éclairée par les rayons du ſoleil, qui environne le globe de cet aſtre, mais qui eſt en plus grande abondance, & plus étendue autour de ſon équateur que par-tout ailleurs.

Obſervée en 1683.

556. Les premieres obſervations de feu M. Caſſini ſur la lumiere zodiacale furent faites au printemps de 1683, & rapportées dans le Journal des Sçavans du 10 Mai de la même année. M. Fatio de Duillier qui ſe trouvoit alors à Paris en liaiſon avec M. Caſſini, & qui étoit très-capable de ſentir toute la beauté de cette découverte, y fut témoin de pluſieurs de ces obſervations : étant retourné peu de

temps après à Genève, il obſerva de ſon côté très-ſoigneuſement le même phénomene pendant les années 1684, 1685, & juſques vers le milieu de 1686. Il écrivit alors à M. Caſſini une grande Lettre, qui fut imprimée à Amſterdam la même année. M. Caſſini a fait mention de cette Lettre avec éloge en plus d'un endroit du Traité qu'il nous a laiſſé ſur ce ſujet, & qui a pour titre, *Découverte de la Lumiere céleſte qui paroît dans le Zodiaque.* Ce Traité parut en 1690 dans le Volume des Voyages de l'Académie des Sciences. Il eſt parlé encore dans les *Miſcellanea Naturæ Curioſorum*, (Decuriæ III. ann. 1. p. 285. & ſuiv.), de pluſieurs obſervations de cette lumiere faites en Allemagne par MM. *Kirk* & *Eimmart*, en 1688, 1689, 1691, 1693, juſqu'au commencement de 1694; mais il n'y en a qu'un petit nombre qui y ſoient détaillées: depuis ce temps-là, ces obſervations furent entiérement négligées juſqu'au temps où M. de Mairan commença à s'en occuper, à l'occaſion de la fameuſe aurore boréale du 19 Octobre 1726.

M. Caſſini ne doutoit pas que la lumiere zodiacale n'eût été vûe autrefois, quoiqu'elle ne ſoit pas écrite & citée expreſſément dans les anciens Auteurs. Deſcartes dans ſes Principes, art. 136. & 137. de la 3e. partie, & Childrey, (*Britannia Baconica*), ſont les plus anciens Auteurs qui en aient parlé; mais cela n'approchoit pas de la maniere dont M. Caſſini & M. de Mairan nous l'ont décrite.

Sa figure.

557. La lumiere zodiacale a ordinairement la figure d'un fuſeau, ainſi qu'une lentille qui ſeroit vûe de profil; la pointe ſe termine par deux lignes droites, qui forment quelquefois entre elles un angle de 26 degrés, & quelquefois un angle de dix degrés; ſouvent lorſque l'air eſt un peu chargé, on la voit ou tronquée, ou courbée en forme de faulx; mais ſa figure la plus ordinaire eſt celle d'une lance, d'un fuſeau, ou d'une pyramide.

J'ai oüi dire à M. de la Caille, que dans ſon voyage en Afrique il avoit trouvé la lumiere zodiacale très-viſible dans la Zone torride, où elle s'éleve perpendiculairement; que le phénomene lui avoit paru conſtant, régulier & extrémement apparent: cependant de tous les Obſervateurs qui

allerent en 1672, dans la Zone torride, aucun n'en a parlé; M. de Mairan prouve en effet que l'apparition de la lumiere zodiacale a été ſujette à des viciſſitudes conſidérables.

Ses dimenſions.

558. La longueur de la lumiere zodiacale, priſe depuis le ſoleil qui en eſt la baſe, juſqu'au ſommet, paroît quelquefois de 45°, quelquefois de 100; ſa largeur dans ſa partie viſible vers l'horiſon, va entre 8° & 30° ſuivant les temps.

Temps où on la voit.

559. Le temps le plus commode pour bien voir cette lumiere à Paris, eſt vers le 1r. Mars à $7^h \frac{1}{4}$ du ſoir, le crépuſcule finiſſant, & le point équinoxial étant dans l'horiſon: ſi le ciel eſt beau, & que la lune ne ſoit pas ſur l'horiſon, on doit voir alors la lumiere zodiacale dirigée le long de l'écliptique environ juſques vers *Aldébaran*, ſon axe faiſant avec l'horiſon un angle de 64 degrés; ſi on la regardoit le ſoir dans la même ſaiſon, ſon axe ne faiſant plus qu'un angle de 26 degrés avec l'horiſon, il ſeroit beaucoup plus difficile de l'appercevoir.

Fig. 22.

Dans le temps du ſolſtice d'hyver on peut voir la lumiere zodiacale le matin & le ſoir, ſon axe faiſant avec l'horiſon un angle de 55 deg. le matin, & de 43 deg. le ſoir. (*Voy. M.* de Mairan, *p.* 14.).

Cauſe de la lumiere zodiacale.

On ne doute point aujourd'hui que la lumiere zodiacale ne ſoit l'atmoſphere du ſoleil; car elle accompagne toujours cet aſtre; & l'on verra dans le XXe. Livre que l'équateur du ſoleil eſt placé de la même maniere que la lumiere zodiacale, ce qui prouve aſſez que cette lumiere eſt une atmoſphere placée dans le ſens de l'équateur, & applatie par le mouvement de rotation du ſoleil.

L'équateur ſolaire eſt incliné de $7° \frac{1}{2}$ ſur l'écliptique, & le coupe au 10e. deg. des Gémeaux; il eſt incliné ſur l'équateur terreſtre de 27° 10′, & il le coupe à 15° 26′ du point équinoxial; de-là il ſuit qu'au printemps la lumiere zodiacale doit être moins oblique ſur l'horiſon qu'en automne, auſſi eſt-ce dans le printemps que M. Caſſini découvrit & annonça cette lumiere, qui avoit déja été ſoupçonnée & apperçue par Childrey un peu avant le printemps: il réſulte auſſi de la poſition de l'atmoſphere du ſoleil, que

la lumiere zodiacale doit être plus élevée ſur l'horiſon le matin que le ſoir au ſolſtice d'hyver ; & cela eſt confirmé par le plus grand nombre des obſervations de la lumiere zodiacale. Enfin, il ſuit de la même théorie que les plus grandes largeurs apparentes de la lumiere zodiacale doivent avoir lieu lorſque la terre eſt ſituée à 90° des nœuds de l'équateur ſolaire, ou à $5^s\ 10^\circ$ & $11^s\ 10^\circ$ de longitude; parce qu'alors le cercle équatorial du ſoleil doit paroître plus large à l'œil qui eſt élevé de $7^\circ \frac{1}{2}$ ſur le plan de ce cercle ; cela eſt encore vérifié par les obſervations de la lumiere zodiacale. (*Voyez M.* de Mairan, *pag.* 223. *& ſuiv.*).

M. Euler, (*Mém. de Berlin*, 1746. *pag.* 239.) convient avec M. de Mairan que l'atmoſphere du ſoleil doit être très-applatie vers les poles, & fort étendue autour de l'équateur ſolaire, préciſément comme M. Caſſini & M. de Mairan repréſentent l'atmoſphere ſolaire, dans laquelle ils placent la lumiere zodiacale : ainſi, dit-il, il eſt extrémement vraiſemblable que cette lumiere zodiacale n'eſt autre choſe que le phénomene offert par la vûe, de l'atmoſphere ſolaire fort étendue autour de l'équateur.

La lumiere zodiacale a une augmentation de denſité en approchant du ſoleil, qui répond aſſez bien à l'état où doit être l'atmoſphere du ſoleil : quand elle commence à paroître, ce n'eſt au premier coup-d'œil qu'une lueur blanchâtre preſque imperceptible, fort ſemblable à la voie lactée, une clarté mal terminée qui ſe confond avec celle du crépuſcule naiſſant, peu élevée ſur l'horiſon, & allant toujours en ſe dégradant juſqu'à une ſorte de pointe ou de ſommet, qu'on y démêle quelquefois en forme de cône, de conoïde ou de fuſeau, comme le doit paroître toute eſpece de ſphéroïde applati & lenticulaire, vû de profil ; elle monte enſuite peu-à-peu, elle devient plus viſible, plus grande & plus claire, à meſure que le ſoleil s'approche de l'horiſon ; elle arrive enfin à un point de grandeur & de clarté, qu'on peut appeller ſon *maximum*, après lequel elle diminue en apparence, s'efface de plus en plus, cédant à l'éclat d'un plus fort crépuſcule & à la préſence du ſoleil : cette augmentation de lumiere, à meſure qu'elle s'éleve, prouve

bien qu'elle eſt plus denſe dans ſa partie la plus proche du ſoleil, ce qui eſt en général une qualité des atmoſpheres peſantes. Nous finirons cet article en avertiſſant que tout ce qui concerne la lumiere zodiacale, l'atmoſphere du ſoleil & les aurores boréales, eſt diſcuté avec l'eſprit, l'érudition, la clarté & l'étendue que l'on y pouvoit mettre, dans le *Traité phyſique & hiſtorique de l'Aurore Boréale par M.* DE MAIRAN, Suite des Mém. de l'Acad. an. 1731 : la ſeconde édition eſt de 1754, & contient 570 pages *in*-4°.

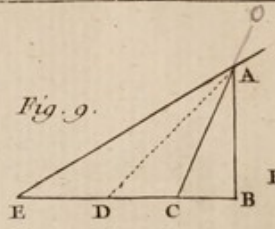


Fig. 9.

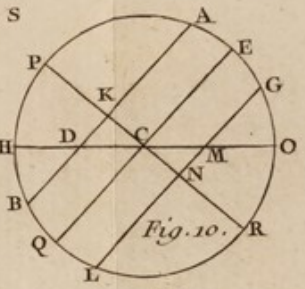


Fig. 10.

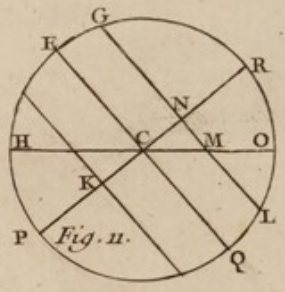


Fig. 11.

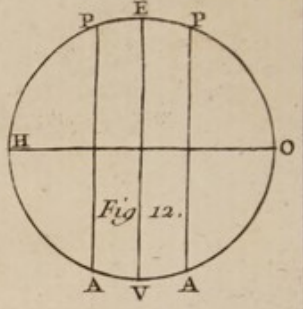


Fig. 12.

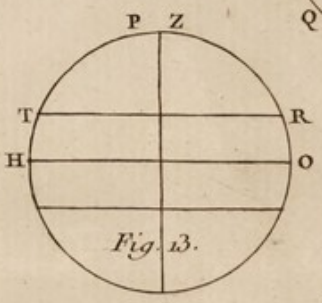
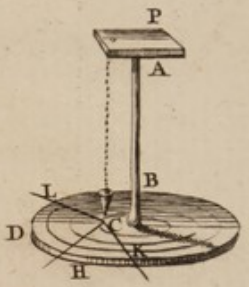


Fig. 13.

Fig. 14.

Fig. 15.



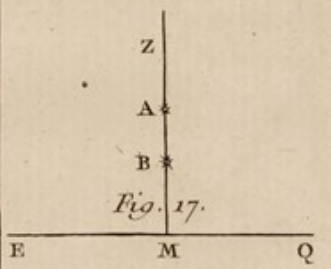


Fig. 17.

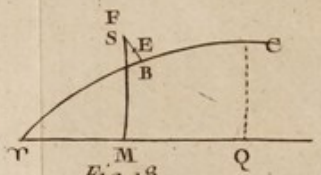


Fig. 18.

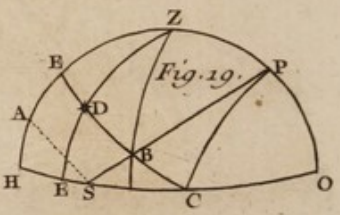


Fig. 20.

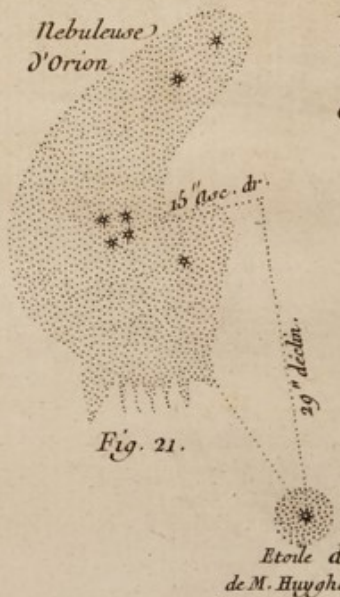


Fig. 21.

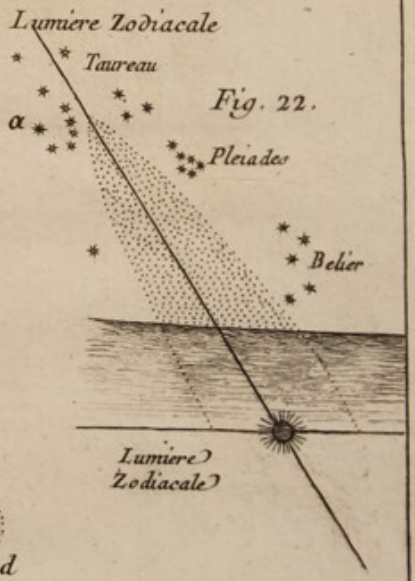


Fig. 22.

LIVRE QUATRIEME.

DES FONDEMENS DE L'ASTRONOMIE,

OU

Des Recherches principales dont toutes les autres dépendent.

560. Les premiers fondemens de l'Aſtronomie ſont ceux dont l'application doit être la plus générale, & influer le plus ſur tout le reſte de cet Ouvrage. J'ai renfermé ſous ce titre la maniere de trouver, 1°. les mouvemens du Soleil, auquel nous ſommes obligés de rapporter tous les autres; 2°. les poſitions des Etoiles fixes qui ſervent à connoître exactement celles de tous les autres aſtres; 3°. la meſure du Temps, ſes inégalités, & ſon équation qui eſt un préliminaire de tout détail aſtronomique; 4°. la maniere de trouver l'heure du paſſage au méridien, du lever & du coucher d'un aſtre; enfin, j'y ai joint, à meſure que l'occaſion s'en eſt préſentée, les problêmes de la Sphère qui ſont les plus uſités dans la pratique de l'Aſtronomie, ou dont on parlera le plus ſouvent dans la ſuite de ce Traité, & qu'il eſt néceſſaire d'avoir bien compris avant de pénétrer plus avant dans l'étude de l'Aſtronomie.

Remarques ſur les Triangles ſphériques.

561. En commençant à traiter des fondemens de l'Aſtronomie, je ſuis obligé de ſuppoſer qu'on connoiſſe les régles de la Trigonométrie ſphérique, ou du moins qu'on ſçache les employer, c'eſt-à-dire, faire une régle de trois par le moyen des ſinus & des logarithmes, ce qui ſe peut exécuter même ſans connoître les démonſtrations de la Trigonométrie ſphérique. On les trouvera cependant à la fin de cet Ouvrage, Liv. XXIII: & après une premiere lecture des principes de l'Aſtronomie, on pourra s'exercer ſur la Trigonométrie ſphérique pour relire l'Aſtronomie

avec plus de fruit, ſur-tout dans le cas où l'on ſe propoſeroit d'approfondir cette Science, d'en faire des applications, ou de la perfectionner.

Il importe ſeulement de bien remarquer trois choſes avant que d'entrer en matiere. 1°. Les angles ſphériques dans le ciel ſont formés par la rencontre de deux grands cercles, & ſont meſurés par un autre arc de grand cercle, qui auroit ſon pole dans le ſommet de l'angle que l'on meſure; ainſi l'angle ♈, (*Fig.* 18.) formé par l'équateur ♈ *Q*, & par l'écliptique ♈ *C*, eſt de la même quantité que l'arc *CQ* décrit à 90 deg. du ſommet ♈, & l'un eſt la meſure de l'autre. 2°. Les arcs perpendiculaires à un grand cercle vont tous ſe rencontrer au pole de ce cercle. 3°. Dans tout triangle ſphérique, dont on connoît trois choſes priſes à volonté parmi les trois côtés & les trois angles, on peut toujours trouver les trois autres par les régles qu'on trouvera à la fin de cet Ouvrage, dans le Livre XXIII.

Fig. 18.

DU MOUVEMENT ET DES INÉGALITÉS DU SOLEIL.

562. L'Observateur qui veut lui ſeul former un cours d'obſervations, & ſuivre les progrès des anciens Aſtronomes dans leurs recherches, a commencé par déterminer la hauteur du pole, ou la latitude du lieu où il eſt (28); il a reconnu la direction de l'écliptique ou du cercle que décrit le ſoleil en un an; enfin, il a reconnu les points où l'écliptique coupe l'équateur (54), l'angle qu'il fait avec l'équateur, ou la quantité dont il s'en éloigne dans les points ſolſtitiaux (56); il eſt en état de déterminer actuellement le progrès du ſoleil dans ce cercle-là, & les points où il ſe trouve chaque jour.

Déterminer chaque jour la longitude du ſoleil.

Soit *EQ* (*Fig.* 23.) l'équateur, *HO* l'horiſon, *ES* l'écliptique inclinée en *E* de 23° ½ ſur l'équateur, *S* le ſoleil à midi au moment qu'il paſſe par le méridien : ſi j'obſerve (20) de combien de degrés eſt ſa hauteur au-deſſus de l'horiſon, c'eſt-à-dire, l'arc *SB*, & que j'en retranche la hauteur *AB* de l'équateur, qui eſt toujours la même, à Paris

Fig. 23.

de 41° 10′, je connoîtrai SA, distance du soleil à l'équateur, que l'on appelle *Déclinaison du Soleil* (132); or dans le triangle sphérique SEA rectangle en A, si l'on connoît l'angle E, de 23° $\frac{1}{2}$, & le côté opposé SA, on trouvera par la Trigonométrie sphérique l'hypothénuse ES, qui est le *lieu* ou la *longitude* du soleil, c'est-à-dire, sa distance au point équinoxial E, mesurée le long de l'écliptique. Il suffira de dire : *Le sinus de l'angle* E *ou de l'obliquité de l'écliptique, est au sinus de la declinaison observée* AS, *comme le rayon est au sinus de l'hypothénuse* ES.

563. Exemple. Le 22 Mars 1752, à l'Observatoire royal de Berlin, avec un quart-de-cercle mural de 5 pieds de rayon, j'observai la hauteur du bord du soleil, & je conclus de mon observation, que la hauteur vraie du centre du soleil étoit de 38° 22′ 27″; j'avois déterminé précédemment la hauteur de l'équateur de 37° 28′ 47″, celle-ci étant ôtée de celle du soleil, il reste 0° 53′ 40″ pour la déclinaison vraie du soleil, & supposant pour l'obliquité de l'écliptique 23° 28′ 11″, j'ai fait cette proportion pour résoudre le triangle sphérique ESA : le sinus de 23° 28′ 11″ ou de l'angle E, est au sinus de 53′ 40″, qui est le côté AS, comme le sinus total est au sinus de l'hypothénuse ES, longitude du soleil, qui s'est trouvée par cette régle de trois être de 2° 14′ 40″.

Si la hauteur du soleil étoit moindre que la hauteur de l'équateur, il faudroit retrancher la premiere de la seconde, le point S tomberoit en C, la déclinaison du soleil seroit australe, & l'hypothénuse trouvée par l'opération précédente, seroit la distance du soleil à l'équinoxe d'automne ou au premier point de la Balance ; alors il faudroit ajouter six signes à cette hypothénuse pour avoir la distance du soleil à l'équinoxe du printemps, ou au premier point du Bélier, d'où l'on compte les longitudes. Il faut aussi considérer que si la déclinaison du soleil alloit en diminuant, au lieu d'être croissante comme dans l'exemple précédent, alors l'hypothénuse ES seroit la distance à l'équinoxe suivant, & il faudroit prendre son *supplément*, ou ce qui s'en manque, pour aller à six signes, afin d'avoir la distance à

l'équinoxe précédent : l'on y ajouteroit encore ſix ſignes, ſi la déclinaiſon du ſoleil étoit auſtrale.

Inégalité du Soleil.

564. Telle eſt la méthode dont pluſieurs anciens Aſtronomes ſe ſont ſervis pour trouver chaque jour la longitude du ſoleil, par le moyen de ſa déclinaiſon, (*Voyez* Copernic, *L. II. ch.* 14.) ; & il n'en falloit pas davantage pour reconnoître ſes inégalités. En effet, connoiſſant la durée de l'année ſolaire (125), c'eſt-à-dire, le temps qu'il emploie à décrire 360 degrés, il eſt aiſé de trouver combien de degrés de longitude il doit avoir tous les jours de l'année, & de voir ſi cela eſt d'accord avec les degrés de la vraie longitude obſervée de jour à autre. On dut trouver bientôt qu'en effet le ſoleil étoit quelquefois plus avancé de deux degrés qu'il n'auroit dû l'être, en ſuivant cette longitude moyenne égale ou uniforme, diſtribuée ſur tous les jours de l'année, & que ſix mois après la longitude vraie étoit moins avancée, ou plus petite de deux degrés que la longitude moyenne.

565. Lorſqu'on partage 360 degrés ou 1296000″ en $365\frac{1}{4}$ parties, on trouve que le ſoleil doit faire 59′ 8″ & $\frac{3}{10}$ par jour ; ainſi en additionnant cette quantité 365 fois de ſuite, il eſt aiſé de trouver pour chaque jour ce que doit être la longitude du ſoleil, ſuppoſant qu'elle croiſſe régulièrement & d'une maniere uniforme, c'eſt-à-dire, tous les jours d'une même quantité : la longitude ainſi trouvée pour chaque jour, par l'addition ſucceſſive du mouvement diurne ou de 59′ 8″, s'appellera déſormais LONGITUDE MOYENNE.

Longitude moyenne.

Lorſque les Aſtronomes eurent obſervé pendant une année de ſuite, en ſuivant la méthode précédente (562), le lieu vrai du ſoleil dans l'écliptique tous les jours à midi, ils virent que cette longitude vraie obſervée n'étoit pas toujours égale à la longitude moyenne calculée par avance pour chaque jour : en effet, la longitude vraie du ſoleil n'eſt égale à la longitude moyenne que vers le commencement de Janvier & de Juillet ; elle eſt plus petite au mois d'Avril d'environ 2 degrés (ou plus exactement 1° 55′ 31″), c'eſt-à-dire, que le 1ᵉʳ. de Mars le ſoleil eſt au point où il devroit être le 3, deux jours après, s'il avançoit uniformément

dans l'écliptique, & ſi ſa longitude vraie étoit toujours égale à ſa longitude moyenne ; au contraire vers le commencement d'Octobre, la longitude vraie eſt plus avancée de la même quantité que n'eſt la longitude moyenne : cette inégalité du ſoleil ou cette différence s'appelle EQUATION DU CENTRE. Nous verrons bientôt comment Ptolémée parvint à la calculer pour tous les jours, & à connoître la loi & la meſure de cette équation. On appelle en général EQUATION dans l'Aſtronomie, la différence qu'il y a entre une quantité actuelle, & la valeur qu'auroit cette même quantité ſi elle croiſſoit toujours uniformément & ſans aucune inégalité. Nous en parlerons plus au long dans le VIe. Liv.

Equation du Centre.

566. Hipparque 120 ans avant J. C. connoiſſoit déja l'équation du ſoleil, mais il n'y avoit pas long-temps qu'on en étoit inſtruit. Séneque nous apprend dans le VIIe. Livre de ſes Queſtions Naturelles, qu'au temps de Démocrite, (450 ans avant J. C.), on n'avoit pas encore bien meſuré la durée de la révolution des cinq planetes. Eudoxe & Platon voyagerent en Egypte (213), & en rapporterent dans la Grece quelques notions d'Aſtronomie, mais elles étoient encore aſſez imparfaites, puiſque 500 ans après, Ptolémée diſoit (dans ſon IXe. Livre) qu'on n'avoit point eu avant lui une connoiſſance exacte des révolutions planétaires, & qu'il avoit réformé avec de longs travaux cette partie de l'Aſtronomie.

Si les révolutions des planetes étoient peu connues, les inégalités des mouvemens planétaires l'étoient encore moins ; elles n'avoient point été remarquées par les Egyptiens ni par les Grecs avant Hipparque : Pythagore ſuppoſoit dans tous ces mouvemens une parfaite égalité, comme ſuite eſſentielle de l'ordre éternel & immuable de ces corps céleſtes, (Geminus *in Elem. Aſtron.*). Cependant la méthode que nous avons détaillée (art. 562), dut ſervir à reconnoître ces inégalités auſſi-tôt qu'on eût obſervé avec ſoin la durée de leurs révolutions, & qu'on eût eſſayé d'y comparer des obſervations intermédiaires : mais avant le temps d'Hipparque on n'avoit que très-peu obſervé les planetes, & l'on ne connoiſſoit qu'à peu-près la durée de leurs

révolutions ; le ſoleil & la lune étoient les ſeuls aſtres qu'on eût examinés avec ſoin ; auſſi le ſoleil & la lune furent les premiers aſtres dont l'inégalité, ou l'équation du centre fût reconnue.

Les Diſciples de Pythagore furent les premiers qui imaginerent pour cela des cercles excentriques, ſuivant Nicomaque, au rapport de Simplicius, (*Comm. II. de Cœlo*). Voyez Riccioli, (*Almageſt. L. IX. ſect. 3. ch. 2.*). Nous en parlerons après avoir dit un mot de la maniere dont Ptolémée obſervoit cette inégalité.

567. Ptolémée, ou ſes prédéceſſeurs à Alexandrie, avoient obſervé par préférence le temps où le ſoleil étoit à ſa plus grande hauteur & à ſon plus grand abbaiſſement, c'eſt-à-dire, les ſolſtices (51), & le temps où il étoit à égale diſtance de ces deux points-là, c'eſt-à-dire, dans les équinoxes (53) : ces obſervations ſe faiſoient avec des Armilles ou de grands cercles de métal, qui étoient dans le plan de l'équateur. Lorſque l'ombre de la partie ſupérieure d'un de ces équateurs artificiel tomboit exactement ſur la partie inférieure du cercle, on étoit aſſuré que le ſoleil étoit dans le plan de ce cercle ; on voyoit le ſoleil s'élever ſur l'horiſon, ſans que l'ombre du cercle ceſſât d'être renfermée dans ſon plan, & l'on jugeoit alors le ſoleil dans l'équateur.

568. A l'égard des ſolſtices, on les obſervoit par le moyen d'un gnomon, ou d'un ſtyle vertical quelconque ; l'ombre la plus grande & l'ombre la plus petite marquoient les temps des ſolſtices : l'ombre qui répondoit à une hauteur moyenne entre la plus grande & la plus petite, c'eſt-à-dire, à la hauteur de l'équateur, marquoit le temps des équinoxes. Ayant ainſi obſervé long-tems les équinoxes & les ſolſtices, on vit qu'ils n'étoient point diſpoſés entre eux à des diſtances égales, & cela fit chercher des hypotheſes pour expliquer ces inégalités.

569. La premiere idée que l'on dut avoir de la cauſe de cette inégalité, fut qu'elle étoit ſeulement apparente. Le ſoleil, diſoient les premiers Philoſophes, doit décrire un cercle, puiſque c'eſt la plus parfaite de toutes les figures,

& le doit décrire uniformément, puiſque le mouvement uniforme eſt le plus parfait de tous ; mais la terre où nous ſommes placés, n'eſt pas au centre de ce cercle, dès-lors les parties du cercle les plus éloignées de nous, paroiſſent plus petites que les portions les plus voiſines, & le mouvement du ſoleil nous paroît plus petit dans les premieres. Soit *E* (*Fig.* 24.) le centre du cercle que décrit le ſoleil, *Fig.* 24. & *F* un autre point où la terre ſoit ſuppoſée être placée ; le ſoleil étant en *N*, ſera plus éloigné de nous que lorſqu'il ſera en *P*, le point *N* du grand orbe qui eſt le plus éloigné de la terre, s'appelle l'APOGÉE, & le point oppoſé *P*, où il eſt le plus près de nous, ſe nomme PÉRIGÉE * ; la quantité *E F*, ou la diſtance entre le centre de l'orbite & le point où eſt ſuppoſé l'Obſervateur, s'appelle l'EXCENTRICITÉ DU SOLEIL. Apogée & Excentricité du Soleil.

5, 0. Ptolémée trouva que depuis l'équinoxe du printems juſqu'au ſolſtice d'été, il ſe paſſoit 94 jours $\frac{1}{2}$, & depuis le ſolſtice juſqu'à l'autre équinoxe, 92 $\frac{1}{2}$, c'eſt-à dire, deux jours de moins ; le mouvement du ſoleil en deux jours eſt de 1° 58′, ainſi le mouvement du ſoleil étoit plus grand d'environ 1° 58′ pendant l'été que pendant l'automne. Hypothèſe de Ptolémée.

Soit *E* le centre du cercle que le ſoleil eſt ſuppoſé décrire uniformément, il s'agit de trouver le point *F*, où doit être ſituée la terre pour que le mouvement du ſoleil paroiſſe inégal, à raiſon ſeulement de ſa diſtance plus ou moins grande : ſoit *A* le lieu du ſoleil lorſqu'il eſt dans le point de l'équinoxe du printemps, *B* le point du ſolſtice, *C* le point de l'équinoxe d'automne ; ayant tiré d'abord une corde *A C*, & enſuite une autre corde *B D* perpendiculaire à la premiere, le point d'interſection *F* eſt néceſſairement le point où il faut placer l'œil, car il n'y a aucun autre point d'où l'on puiſſe voir *A*, *B*, *C*, *D*, diſtans exactement de 90°. L'arc *A B C* qui eſt le moyen mouvement du ſoleil entre les deux équinoxes, ou dans l'eſpace de 187 jours, eſt connu par la durée de la révolution du ſoleil, il eſt de 184° 20′, dont la moitié *A H* eſt de 92° 10′ ; ſi on retranche *A H* de *A B*, moyen mouvement du ſoleil entre *Fig.* 24.

* Ἀπὸ, *longè*, *procul.* Περὶ, *propter.* Γῆ, *Terra.*

l'équinoxe & le ſolſtice 93° 9′, il reſte *B H* de 59′ : ſi de *A H* on ôte le quart-de-cercle *G H*, on aura *A G*=2° 10′. Connoiſſant *AG* & *BH*, on connoîtra leur ſinus *FL*, *LE*; on trouvera donc *FE* de 415, en ſuppoſant le rayon du cercle de 10000 ; c'eſt l'*Excentricité* du ſoleil. On trouvera auſſi l'angle *F* ou l'arc *NH*= 24° ½ : cela fait voir que l'apogée précédoit de 24° ½ le ſolſtice d'été au temps de Ptolémée. Nous trouvons actuellement qu'il eſt au contraire plus avancé de huit degrés que le ſolſtice.

Quantité de l'Excentricité.

A l'égard de l'excentricité que Ptolémée trouvoit de 415, les Arabes la diminuerent & la réduiſirent à 347 ; nous la trouvons aujourd'hui, par des obſervations les plus exactes, de 338 ſeulement, comme nous aurons occaſion de le dire. (*939*)

571. Cette grande différence d'excentricité donna lieu à Arzachel, l'un des Arabes d'Eſpagne qui vivoit vers l'an 1080, de ſuppoſer que le centre de l'orbe annuel tournoit dans un petit cercle, au moyen duquel il expliquoit & le changement d'excentricité, & le mouvement de l'apogée. Copernic adopta dans la ſuite une ſemblable hypothèſe, (*Liv. III. chap.* 22.) ; mais il eſt reconnu aujourd'hui que tout cela n'étoit fondé que ſur l'erreur des anciennes obſervations : car l'excentricité déduite des meilleures obſervations de Tycho-Brahé, de Flamſteed & de M. de la Caille, quoique fort éloignées entre elles, ſe trouve exactement la même. L'hypothèſe d'Arzachel a été employée avec ſuccès par Horoccius & Newton dans la théorie de la lune, comme on le verra dans le VIIe. Livre.

572. Ptolémée ſuppoſe donc que le ſoleil tourne annuellement d'une maniere uniforme dans un cercle, dont *E* eſt le centre, tandis que notre terre eſt placée en *F*; cette différence *EF* entre le point d'où nous obſervons, & celui autour duquel ſe fait le mouvement, eſt cauſe, ſelon lui, de l'inégalité apparente ; l'arc *NH* étant plus éloigné de nous que l'arc *CP*, doit paroître plus petit, même en le ſuppoſant égal & parcouru dans le même temps, parce que les objets paroiſſent d'autant plus petits qu'ils ſont plus éloignés de nous.

Ce

Ce que nous venons d'expliquer par un cercle excentrique, peut s'expliquer tout de même par un cercle *homocentrique* chargé d'un épicycle. Soit F, (*Fig.* 25.) le centre de l'homocentrique, GHK le petit cercle appellé épicycle, dont le centre B parcourt uniformément la circonférence AB d'occident en orient, tandis que le ſoleil parcourt l'épicycle en ſens contraire, ou d'orient en occident; ſuppoſons que le point G de l'épicycle qu'on appelle l'apogée, ſe ſoit trouvé ſur le rayon FA au commencement du mouvement, on prend l'arc GH égal en nombre de degrés à l'arc AB, & le point H eſt le lieu du ſoleil, tandis que le point B eſt le centre de l'épicycle; prenons enſuite FE parallele & égale à BH, & du point E comme centre décrivons un autre cercle, dont le rayon EH ſoit égal à FB, ce cercle NHC ſera préciſément l'excentrique décrit par le ſoleil dans l'hypothèſe précédente, tel que le ſuppoſoit Ptolémée; l'angle NEH eſt le même dans les deux cas, c'eſt le mouvement vrai & uniforme du ſoleil égal à l'arc NH, tandis que ce mouvement vû du point F, eſt plus petit, parce que la diſtance FN du ſoleil dans l'apogée eſt plus grande que la diſtance FP dans le périgée; l'arc NH décrit ſur l'excentrique dans la premiere hypothèſe, eſt le même que l'arc AB décrit par le centre de l'épicycle dans la ſeconde hypothèſe; l'un & l'autre eſt proportionnel au temps, c'eſt-à-dire, augmente de $59' 8''$ par jour: l'inégalité dans la premiere hypothèſe conſiſte en ce que l'arc NH eſt vû du point F, au lieu d'être vû de ſon centre E; & dans l'hypothèſe des épicycles, c'eſt toujours la quantité NH vûe du point F, qui eſt le véritable arc décrit par le ſoleil, puiſqu'il étoit en N au commencement du mouvement, & qu'il ſe trouve parvenu en H. (*Voyez* Copernic, *L. III. ch.* 15.). Ce n'eſt pas ici le lieu de nous étendre davantage ſur l'inégalité des planetes; ce ſera dans le VIe. Livre que nous traiterons de la véritable figure des orbites planétaires, & de la méthode exacte qu'il faut ſuivre pour en déterminer les inégalités.

Explication par un épicycle.

Fig. 25.

573. La hauteur méridienne du ſoleil qui a ſervi à déterminer ſa longitude (562), peut ſervir également à

Obſerver l'Aſcenſion droite du Soleil.

trouver ſon aſcenſion droite ; lorſqu'on connoît la déclinaiſon AS (*Fig.* 23.), on peut dans le triangle SEA trouver également le côté AE, qui eſt la diſtance du ſoleil à l'équinoxe comptée ſur l'équateur. Pour cela on fera cette proportion : *La tangente de l'obliquité de l'écliptique ou de l'Angle* E, *eſt à la tangente de la déclinaiſon* A S *comme le rayon eſt au ſinus de l'arc* E A.

Fig. 23.

On trouvera dans le XXIVe. Livre des exemples de ces ſortes de proportions, que l'on rend très-faciles par le moyen des logarithmes des ſinus. En effet, ſi du logarithme de la tangente de la déclinaiſon obſervée, on ôte celui de la tangente de l'obliquité de l'écliptique, on aura le logarithme du ſinus de la diſtance du ſoleil au plus proche équinoxe E. Si le ſoleil a paſſé le ſolſtice d'été, il faut prendre le ſupplément de la diſtance trouvée ; s'il a paſſé l'équinoxe d'automne, il faut y ajouter 180° ; s'il a paſſé le ſolſtice d'hyver, il faut prendre ce qui s'en manque pour aller à 360°. Cette regle revient au même que ce qu'on a vû dans l'art. 563 ; elle eſt fondée ſur ce que le calcul précédent donne la diſtance à celui des deux équinoxes dont le ſoleil eſt le plus proche ; au lieu que c'eſt à l'équinoxe du printemps qu'on ſe propoſe de rapporter toutes les aſcenſions droites.

574. Le ſeul inconvénient qu'on peut objecter à cette méthode, eſt qu'elle dépend trop de la hauteur de l'équateur. Si je me trompe de 10″ ſur la hauteur de l'équateur, ou ſur la déclinaiſon, il en réſultera 23″ au moins pour l'erreur de l'aſcenſion droite ; car vers l'équinoxe le mouvement diurne en aſcenſion droite eſt de 54′ 31″, & le mouvement en déclinaiſon de 23′ 42″ ſeulement. Mais il eſt aiſé de rectifier cette erreur en répétant la même opération vers l'équinoxe d'automne ; car la même cauſe qui aura fait trouver une aſcenſion droite trop grande vers l'équinoxe de Mars, en fera trouver une trop petite vers l'équinoxe de Septembre, & comme on prendra naturellement un milieu entre les deux réſultats, on aura une aſcenſion droite qui ne ſera point affectée par la hauteur de l'équateur. Si dans le premier cas, la déclinaiſon DS (*Fig.* 26.) a été ſuppoſée trop grande de 10″, j'ai dû trouver l'aſcenſion

Fig. 26.

droite γD trop grande de 23″ ; dans l'autre équinoxe j'aurai, par la même raiſon, la déclinaiſon BG trop grande de 10″, & l'arc $B\simeq$ trop grand auſſi de 23″, c'eſt-à-dire, que l'aſcenſion droite γB ſera trop petite d'autant ; ainſi cette erreur compenſera la précédente. C'eſt cette conſidération qui peut-être a fait trouver autrefois à M. Flamſteed la méthode ſuivante, qui ne dépend point de la hauteur de l'équateur, ni de la quantité abſolue de la déclinaiſon. Cette méthode a l'avantage de donner tout à la fois l'aſcenſion droite du ſoleil, & celle d'une étoile à laquelle on compare le ſoleil ; & c'eſt-là ce que nous avons annoncé (art. 131.) comme le fondement du Catalogue des étoiles, & par conſéquent de toute l'Aſtronomie.

Méthode exacte pour obſerver l'Aſcenſion droite du Soleil & celle d'une Etoile.

575. La méthode adoptée actuellement par les meilleurs Aſtronomes * pour obſerver l'aſcenſion droite du ſoleil, conſiſte à le comparer deux fois l'année avec la même étoile, lorſqu'il ſe trouve dans ſon parallele avant & après le ſolſtice : nous allons expliquer cette méthode qui a ſervi ſoit à M. le Monnier pour ſon Zodiaque (472), ſoit à M. de la Caille pour conſtruire le nombreux Catalogue d'étoiles que nous avons de lui (468).

Soit $\gamma DB\simeq$ (*Fig.* 26.) l'équateur, $\gamma SH\simeq$ l'écliptique, E une étoile, & S le ſoleil lorſqu'il paſſe dans le même parallele que l'étoile E, c'eſt-à-dire, quand ſa déclinaiſon SD eſt égale à la déclinaiſon EC de l'étoile. Je ſuppoſe que ce jour-là on ait obſervé la différence d'aſcenſion droite DC entre le ſoleil & l'étoile (131), le ſoleil ayant enſuite paſſé par le ſolſtice H, reviendra quelques mois après au point G de l'écliptique, qui a encore la même déclinaiſon GB que l'étoile ; ſa diſtance $B\simeq$ à l'équinoxe d'automne ſera pour lors égale à la diſtance γD, où il ſe *Fig.* 26.

* Flamſtead, *Hiſtoria Cœleſtis*, 1725. in-fol.
Hiſtoire Céleſte, par M. *le Monnier*, 1741. *in*-4°.
Elémens d'Aſtronomie, par M. *de la Caille*, 1761. *in* 8°. *page* 175.

trouvoit dans la premiere obſervation par rapport à l'équinoxe du printemps ; je ſuppoſe qu'on obſerve encore la différence BC d'aſcenſion droite entre le ſoleil & la même étoile, on ajoutera enſemble ces deux différences obſervées DC & CB, l'on aura DB mouvement total en aſcenſion droite, qu'a eu le ſoleil dans l'intervalle des deux obſervations ; la moitié DK de ce mouvement ſera la diſtance au colure des ſolſtices, parce que le ſoleil étoit chaque fois à une égale diſtance ſoit des équinoxes, ſoit des ſolſtices ; enfin, le complément de DK ſera ΥD, aſcencenſion droite du ſoleil dans la premiere obſervation. Ce qu'il falloit trouver.

Attentions qu'exige cette méthode.

576. Si l'étoile C avoit eu un petit mouvement en aſcenſion droite, entre les deux temps d'obſervation, du même ſens que le ſoleil, & de maniere à faire paroître trop petite la différence d'aſcenſion droite, il faudroit l'ajouter à la ſeconde différence d'aſcenſion droite CB, afin d'obtenir cette différence d'aſcenſion droite, telle qu'elle auroit été ſi l'étoile ſe fût trouvée préciſément à même diſtance des équinoxes dans les deux obſervations ; car ſi l'étoile a avancé du même côté que le ſoleil, & qu'on la ſuppoſe paſſer au méridien après le ſoleil, on trouvera la différence de leurs paſſages plus petite que ſi l'étoile eût reſté conſtamment au même point du ciel, il faut donc augmenter cette différence pour avoir celle qu'on auroit trouvée ſi l'étoile eût été immobile. S'il arrive au contraire que le mouvement de l'étoile ſoit tel qu'elle ſe ſoit éloignée du ſoleil, & que dans la ſeconde obſervation la différence d'aſcenſion droite en ſoit augmentée, il faudra en retrancher ce mouvement, pour réduire tout à l'état d'immobilité que cette méthode ſuppoſe & dans les équinoxes & dans l'étoile.

577. Les obſervations du ſoleil ſe font toujours dans le méridien ; & il peut arriver que dans la ſeconde obſervation le ſoleil à midi ne ſoit pas exactement à une diſtance GB de l'équateur égale à celle de l'étoile : s'il s'en faut, par exemple, de $10''$, on cherchera par le calcul de combien il faut que l'aſcenſion droite ΥB ait augmenté pour

ſaire diminuer de 10″ la déclinaiſon BG, ſi l'on trouve 23″, il faudra les ajouter à la différence d'aſcenſion droite obſervée, pour avoir la différence CB qui auroit dû s'obſerver au moment précis où le ſoleil étoit arrivé dans le même parallele SG où il s'étoit trouvé au temps de la premiere obſervation.

578. Au lieu de choiſir une étoile E qui ſoit ainſi deux fois l'année dans le même parallele SG que le ſoleil, on peut prendre toute autre étoile L, dont le parallele ſeroit éloigné du ſoleil de 20 ou de 30°, &c. le procédé ſeroit le même, il ſuffiroit d'obſerver le ſoleil en S & en G toujours à pareilles déclinaiſons, ou à égales diſtances du parallele qui paſſe par l'étoile, & d'avoir à chaque fois la différence d'aſcenſion droite entre le ſoleil & l'étoile, au moment où le ſoleil ſe trouvoit dans le même parallele.

579. Exemple. M. de la Caille rapporte dans ſes Elémens d'Aſtronomie, *p.* 175. que le 12 Avril 1749, il obſerva à Paris la hauteur méridienne du centre du ſoleil de 49° 58′ 33″, par un grand nombre de hauteurs correſpondantes du ſoleil & de la lyre, il trouva que leur différence d'aſcenſion droite à midi étoit de 103° 50′ 54″. Le 30 Août ſuivant, le ſoleil étant revenu à peu-près au même parallele, ſa hauteur méridienne fut obſervée de 50° 3′ 8″ plus grande ſeulement de 4′ 35″ que le 12 Avril précédent; & la différence d'aſcenſion droite entre la lyre & le ſoleil fut obſervée de 241° 43′ 26″ à midi : le mouvement du ſoleil en aſcenſion droite d'un jour à l'autre, qu'il étoit aiſé d'obſerver, étoit alors de 55′ 10″ 4, & ſon mouvement en déclinaiſon de 21′ 45″ 4; on fera donc la proportion ſuivante : 21′ 45″ 4 eſt à 55′ 10″ 4, comme 4′ 35″ ſont à 11′ 37″, ce qui montre que ſi la déclinaiſon du ſoleil eût été plus grande de 4′ 35″, ſon aſcenſion droite le 12 Avril eût été auſſi plus grande de 11′ 37″, parce que la déclinaiſon croiſſant faiſoit augmenter la différence d'aſcenſion droite (592); ſi donc la hauteur méridienne du 12 Avril eût été de 50° 3′ 8″, la différence d'aſcenſion droite eût été au même temps de 104° 2′ 31″. Si l'on ôte 104° 2′ 31″ de 241° 43′ 26″, on aura le mouvement du ſoleil en aſcenſion droite dans l'intervalle

de ſon retour au même parallele 137° 40′ 55″ ; mais ce mouvement eſt par rapport à l'étoile ſeulement ; il avoit été plus grand de 18″ par rapport à l'équinoxe même, parce que l'étoile avoit avancé de 18″ par rapport à l'équinoxe, dans l'intervalle du 12 Avril au 30 Août, en ſorte que le ſoleil étoit moins éloigné de l'étoile dans la ſeconde obſervation, qu'il n'eût été ſi l'étoile avoit conſervé la même poſition par rapport à l'équinoxe ; (on verra dans les Livres XVI. & XVII. qui traitent des mouvemens apparens des étoiles, les cauſes de cette petite différence). Ajoutant donc 18″ au mouvement d'aſcenſion droite, il ſe trouvera de 137° 41′ 13″, c'eſt l'arc DB (*Fig.* 26.), le colure des ſolſtices HK paſſe par le milieu de cet arc DB ; ainſi l'arc BK ou l'arc KD eſt de 68° 50′ 36″ 5, c'eſt la portion de l'équateur compriſe entre le colure des ſolſtices, & le point où répondoit le ſoleil le 12 Avril au moment qu'il étoit dans le parallele du 30 Août : le complément de l'arc KD eſt l'arc ΥD, 21° 9′ 23″ 5, & c'eſt l'aſcenſion droite vraie du ſoleil pour le même temps ; mais la lyre précédoit le ſoleil de 104° 2′ 31″, ainſi elle étoit à l'occident de l'équinoxe Υ de 82° 53′ 7″ 5 ; & prenant ce qui s'en manque à 360°, on aura 277° 6′ 52″ 5, aſcenſion droite de la lyre pour le 12 Avril 1749.

Fig. 26.

Aſcenſion droite d'une étoile.

580. C'eſt par cette méthode que l'aſcenſion droite de la lyre & celle de Syrius, qui devoient ſervir de fondement à toutes les autres déterminations, ont été fixées chacune par un grand nombre de comparaiſons faites pendant pluſieurs années & en différentes ſaiſons, au Cap de Bonne Eſp. & à Paris, la premiere de 277° 7′ 4″ 2, & la ſeconde de 98° 32′ 2″ 0 pour le commencement de 1750, (*Aſtron. Fund. pag.* 221. *&* 223.). Ce fut à ces deux étoiles primitives que M. de la Caille compara toutes les autres étoiles ; en prenant des hauteurs correſpondantes de chacune, il trouvoit ainſi 15 à 20 fois dans un même jour le paſſage au méridien de ces étoiles, & déterminoit par-là leurs aſcenſions droites avec autant de préciſion, que ſi elles euſſent toutes été comparées au ſoleil deux fois l'année, ſuivant la méthode précédente (575) : ce ſont ces obſervations

dont une grande partie compoſe le Livre que nous venons de citer, imprimé à Paris en 1757, mais dont il n'exiſte qu'un très-petit nombre d'exemplaires ſeulement entre les mains des Aſtronomes à qui M. de la Caille en avoit fait préſent.

581. M. le Monnier occupé dès l'année 1737 du même objet, avoit déja employé cette méthode : il donna dans le Diſcours préliminaire de l'Hiſtoire Céleſte imprimée en 1741, *pag.* lxxxv. *& ſuiv.* la poſition des étoiles, auxquelles il vouloit comparer toutes les autres, comme il l'a fait depuis (472). La méthode par laquelle M. le Monnier a comparé chaque étoile à celles qu'il avoit d'abord déterminées, a été celle des différences de paſſages d'abord à une lunette mobile, enſuite à un quart-de-cercle mural : nous décrirons cette méthode auſſi bien que la maniere de prendre des hauteurs correſpondantes, dans le XIVe. Livre.

582. La méthode expliquée ci-devant (art. 575), auſſi bien que pluſieurs autres dont nous ferons ſouvent uſage dans ce Traité, eſt fondée ſur le même principe que celle des hauteurs correſpondantes qui ſera détaillée ci-après ; elle peut ſervir à trouver le moment du paſſage du ſoleil par le colure des ſolſtices, ou par le point de l'équinoxe, ſi l'on obſerve encore la différence d'aſcenſion droite entre le ſoleil & la même étoile, vers le temps du ſolſtice, ou vers le temps de l'équinoxe : en voici des exemples.

Obſerver le temps du ſolſtice.

583. Pour trouver le moment du ſolſtice au mois de Juin 1749, on remarquera que puiſque les différences d'aſcenſion droite entre le ſoleil & la lyre étoient de 104° 2′ 31″ & 241° 43′ 26″ à égales diſtances du ſolſtice (579), le milieu qui eſt 172° 52′ 58″ $\frac{1}{2}$, doit être la différence d'aſcenſion droite entre le ſoleil & la lyre au moment du ſolſtice ; il s'agit de trouver à quelle heure le ſoleil a dû avoir cette même différence d'aſcenſion droite : le 19 Juin 1749, à midi, M. de la Caille obſerva cette différence de 170° 53′ 10″ $\frac{1}{2}$, ſeulement trop petite de 1° 59′ 48″ ; & comme elle augmentoit chaque jour de 1° 2′ 23″, il lui falloit encore 46^h^ & 5′ $\frac{1}{3}$ pour parcourir 1° 59′ 48″, & pour parvenir à une différence d'aſcenſion droite de 172° 52′ 58″ $\frac{1}{2}$;

ainſi l'on trouve par une régle de trois, que le ſolſtice arriva le 20 Juin à $22^h\ 5'\ 20''$.

Obſerver le tems de l'équinoxe.

584. Pour trouver le temps de l'équinoxe arrivé au mois de Mars 1749, on remarquera que dans le calcul de l'art. 579. la lyre étoit à $82°\ 53'\ 7''\ 5$ de l'équinoxe, le 12 Avril, ainſi au moment où le ſoleil eſt arrivé à l'équinoxe, il a dû y avoir entre eux une différence d'aſcenſion droite de $82°\ 53'\ 7''\ 5$; le 21 Mars à midi, la différence fut obſervée de $83°\ 49'\ 18''\ 8$ plus grande de $56'\ 11''\ 3$, mais le ſoleil faiſoit chaque jour $54'\ 32''$ en aſcenſion droite; d'où il eſt aiſé de conclure, par une régle de trois, que le ſoleil avoit été $24^h\ 44'$ plutôt à la diſtance préciſe de $82°\ 53'\ 7''\ 5$, c'eſt-à-dire, dans l'équinoxe même, donc l'équinoxe étoit arrivé le 19 Mars à $23^h\ 16'$.

Dans les calculs des deux articles précédens, où il n'étoit queſtion que de faire comprendre la méthode, on a négligé les petites corrections qu'on eſt obligé de faire dans ces ſortes de recherches, pour réduire à un même inſtant les ſituations du ſoleil & de l'étoile qui different par l'aberration, la nutation, la préceſſion & les attractions de Jupiter, de Vénus & de la Lune, dont nous parlerons dans la ſuite de cet Ouvrage.

585. La détermination exacte des équinoxes, auſſi bien que tous les autres élémens de la théorie du ſoleil furent donnés par M. Caſſini pour la premiere fois en 1656 (325). Le voyage de Cayenne fait en 1672, confirma pleinement ce que M. Caſſini avoit trouvé par la méridienne de Boulogne, & l'on peut dire que dès le premier établiſſement de l'Académie des Sciences, tous ces points eſſentiels de l'Aſtronomie furent pleinement conſtatés: ce fut poſtérieurement à ce temps-là que M. Flamſteed fit en Angleterre un ſemblable travail; & quoique le moyen employé par M. Caſſini, je veux dire le gnomon de S. Pétrone, ne ſemble pas être ſuſceptible d'une auſſi grande exactitude, que les grands inſtrumens qui furent faits en France & en Angleterre quelques années après; cependant M. Caſſini trouva dès-lors preſque les mêmes réſultats.

586. On voit par les détails précédens que l'équinoxe

ne

ne peut ſe déterminer ſans le ſecours de la déclinaiſon du ſoleil, ou de ſa hauteur méridienne ; c'eſt cette hauteur qui nous indique eſſentiellement par ſon augmentation le temps où le ſoleil arrivant à la hauteur de l'équateur, forme l'équinoxe. De-là il ſuit que plus la déclinaiſon du ſoleil augmente rapidement, plus il y a de préciſion & d'avantage à obſerver l'équinoxe : ſi la déclinaiſon $D\,S$, (*Fig.* 26.) ſert à trouver le temps où le ſoleil eſt arrivé dans l'équinoxe ♈, par le moyen du temps où il eſt arrivé à la diſtance $D\,S$ de l'équateur, on connoîtra l'équinoxe avec d'autant plus de préciſion, que le ſoleil s'éloignera plus rapidement de l'équateur, & que la déclinaiſon $D\,S$ aura eu un plus prompt accroiſſement : par exemple, ſi nous avons néceſſairement 5 ſecondes d'incertitude ou d'erreur à craindre dans une déclinaiſon obſervée, & que le ſoleil mette 5 minutes de temps à s'éloigner de l'équateur de 5 ſecondes, il y aura ſur le temps de l'équinoxe 5 minutes d'incertitude ; mais ſi l'on prenoit le temps où arrivé à 15 deg. des ſolſtices, le ſoleil emploie 20 minutes à s'éloigner de l'équateur de 5 ſecondes, il y auroit 20 minutes d'incertitude ſur le temps de l'équinoxe, puiſqu'on a toujours les 5 ſecondes d'incertitude ſur la hauteur, & que les 5 ſecondes ſuppoſent 20 minutes de temps : ainſi, plus le ſoleil s'éloigne rapidement de l'équateur, plus nous avons d'avantage à déterminer le temps où il y eſt arrivé, & la diſtance où il ſe trouve du point équinoxial ; c'eſt pourquoi il importe pour le ſuccès de la méthode que nous venons d'expliquer, que les deux obſervations correſpondantes ſe faſſent aux environs de l'équinoxe. *Fig.* 26.

DE LA LONGUEUR DE L'ANNÉE.

587. Nous avons donné une légere idée dans le premier Livre (125) de la maniere de trouver la durée de l'année ſolaire ; nous le pouvons faire actuellement avec plus d'exactitude, puiſque c'eſt de la détermination des équinoxes (584) que dépend la longueur de l'année. M. Caſſini a fait la comparaiſon d'une multitude d'équinoxes anciens & modernes pour parvenir à cette détermination (*Elem. d'Aſtr.*

pag. 207. *& ſuiv.*) ; nous en donnerons ſeulement un exemple. Un des plus anciens équinoxes que Ptolémée nous ait tranſmis, eſt celui qui fut obſervé à midi par Hipparque le 27 du mois Mekir de la 32e. année de la 3e. période de Calippus, ou l'année 602 de Nabonaſſar, ce qui revient au 24 Mars, 146 ans avant J. C. ou 145, ſuivant la maniere de compter de M. Caſſini, en prolongeant le calendrier Julien, c'eſt-à-dire, en ſuppoſant une biſſextile tous les quatre ans : cette réduction des années ſe confirme en calculant pour ce jour-là le lieu moyen de la lune, par les Tables modernes réduites à la forme Julienne; car on trouve le même degré que par les Tables de Ptolémée calculées pour des années Egyptiennes & pour l'époque de Nabonaſſar ; c'eſt en calculant avec ſoin toutes les circonſtances de l'obſervation rapportée dans l'Almageſte, que M. Caſſini trouve cet équinoxe à midi préciſément pour Alexandrie.

Equinoxe obſervé 146 ans avant J. C.

Le 20 Mars 1735, M. Caſſini détermina le temps vrai de l'équinoxe à $14^h\ 20'\ 40''$, ce qui fait le 9 Mars $16^h\ 12'\ 26''$, ſuivant le calendrier Julien & au méridien d'Alexandrie ; l'intervalle entre ces deux équinoxes eſt de 1880 années Juliennes moins $14^j\ 7^h\ 42'\ 34''$: dans les 1880 années il y en a un quart de biſſextiles, ce qui donneroit $365^j\ 6^h$ pour chaque année ; mais il y a 14^j de moins : diviſant donc cette quantité par 1800, on aura $10'\ 58''\ 10'''$, qu'il faut retrancher de chacune, & l'on trouve $365^j\ 5^h\ 49'\ 1''\ 50'''$, à laquelle on ajoutera $6''\ 10'''$, dont l'année apparente eſt plus petite que la moyenne (589), on aura la grandeur de l'année ſolaire moyenne $365^j\ 5^h\ 49'\ 8''\ 20'''$.

Longueur de l'Année ſuivant différens Auteurs.

588. Dans les Tables de Ptolémée, la durée de l'année tropique étoit ſuppoſée de $365^j\ 5^h\ 55'\ 12''$

Dans les Tables Alphonſines, faites en 1252, 365 5 49 16

Dans le Livre de Copernic qui parut en 1543. C'eſt cette détermination qui fut adoptée dans la réformation du Calendrier Grégorien.	$365^j\ 5^h\ 49'\ 20''$
Suivant M. Caſſini, la comparaiſon de tous les équinoxes d'Hipparque avec ceux qu'il avoit obſervés lui-même à Paris, donne par un milieu la longueur de l'année,	$365\ 5\ 48\ 49$
En employant les obſervations de Regiomontanus & de Waltherus, depuis 1477 juſqu'à 1501, M. Caſſini trouve	$365\ 5\ 48\ 51$
En employant les équinoxes obſervés par Tycho depuis 1584 juſqu'en 1597,	$365\ 5\ 48\ 47$
En employant les équinoxes obſervés par Copernic,	$365\ 5\ 48\ 43$
Flamſteed & Newton ont ſuppoſé la longueur de l'année,	$365\ 5\ 48\ 57\frac{1}{2}$
M. Halley dans ſes Tables Aſtronomiques,	$365\ 5\ 48\ 55$
M. Caſſini dans ſes Tables,	$365\ 5\ 48\ 52\frac{1}{2}$
M. Mayer, (*Mém. de Gottingen, T. III.*)	$365\ 5\ 48\ 51$
M. de la Caille, (*Mém. Acad.* 1757, *p.* 140.)	$365\ 5\ 48\ 49$
Suivant mes calculs, (*Mém. Acad.* 1757. *p.* 426.)	$365\ 5\ 48\ 45\frac{1}{2}$

589. Pour que la comparaiſon de deux équinoxes donne exactement la durée de l'année moyenne, il eſt néceſſaire d'y faire trois corrections, dont nous ſommes obligés d'avertir ici le Lecteur, quoique nous n'ayons pas encore expliqué les fondemens dont elles dépendent. La premiere dépend du mouvement de l'apogée (art. 980) qui dans l'eſpace d'un an avance de $65''\frac{1}{2}$; lorſque le ſoleil eſt revenu à l'équinoxe du printemps, ayant environ $8^s\ 21^\circ$ d'anomalie

moyenne, ſon équation eſt plus petite de 0″ 29 que l'année précédente, ce qui diminue d'autant ſa longitude ; ainſi il faut ajouter à l'intervalle de temps écoulé entre ces deux équinoxes, le temps que le ſoleil auroit employé à parcourir cette petite quantité, & c'eſt 7″ 18 de temps. Au contraire quand on compare entre eux deux équinoxes d'automne, le ſoleil ayant actuellement au temps de l'équinoxe 2ˢ 21° d'anomalie moyenne, l'équation eſt plus petite dans le ſecond que dans le premier de 0″ 38, ce qui augmente la longitude du ſoleil, & fait paroître trop petite la durée apparente de l'année, & l'on eſt obligé d'y ajouter 9″ 30, pour avoir la durée moyenne dégagée de cette inégalité. C'eſt par cette même conſidération que M. Caſſini, dans ſes *Elémens d'Aſtronomie*, *pag.* 227, avertit qu'il a retranché 6″ 38‴ dans les équinoxes du printemps, & qu'il a ajouté 5″ dans les équinoxes d'automne, pour avoir la grandeur de l'année ſolaire moyenne. Cette correction ſeroit beaucoup plus grande dans la comparaiſon des ſolſtices.

590. La ſeconde correction qu'exige la longueur de l'année, eſt celle que j'ai démontrée dans les *Mém. de l'Acad. année* 1757, *p.* 425. On verra dans le XXIIe. Livre que l'attraction de Jupiter & de Vénus ſur la terre, fait que la préceſſion des équinoxes eſt actuellement de 0″ 2358 plus grande chaque année, que la préceſſion moyenne entre Hipparque & nous ; d'où il réſulte que l'année eſt actuellement plus courte de 5″ 742 que l'année moyenne, qu'on déduit de la comparaiſon des obſervations d'Hipparque avec les nôtres, & le mouvement ſéculaire plus petit de 23″ 57 ; il faut donc pour que les anciennes obſervations ſoient d'accord avec les modernes, que les obſervations d'Hipparque paroiſſent donner un mouvement ſéculaire plus petit que les obſervations poſtérieures ; il faut qu'en ſuppoſant ce mouvement aſſez grand pour repréſenter les obſervations de Tycho, les Tables aient une erreur en moins de 7′ ½ au temps d'Hipparque : c'eſt ce qui ſe trouve exactement en ſuppoſant le mouvement ſéculaire de 46′ 6″, ou la longueur actuelle de l'année ſolaire 365ʲ 5ʰ 48′ 45″ ½. Cette quantité qui juſqu'à préſent pouvoit paroître un peu trop petite, ſe

Longueur exacte de l'année.

trouve être la ſeule qui puiſſe ſatisfaire aux obſervations d'Hipparque & de Tycho, & cela ſans admettre aucune accélération dans la longueur de l'année, quoiqu'on l'eût ſoupçonné d'après les obſervations de Ptolémée.

La troiſieme correction qu'exige la longueur de l'année déduite de la comparaiſon de deux équinoxes, provient des inégalités que la terre éprouve par les petites attractions de la Lune, de Jupiter & de Vénus, dont nous parlerons dans le XXIIe. Livre, & qui peuvent faire arriver l'équinoxe plutôt dans une année que dans l'autre ; cette correction eſt la plus petite des trois quand on prend un intervalle d'un grand nombre d'années, parce qu'elle ne ſe multiplie pas comme les deux précédentes, mais il faudroit y avoir égard ſi l'on choiſiſſoit un intervalle de 50 ou 60 ans pour connoître la durée exacte de l'année.

591. La longueur de l'année *tropique*, les retours du ſoleil à l'équinoxe que nous venons de déterminer, ſont ce qu'il importe de connoître dans la ſociété, parce que c'eſt ce qui détermine le retour des ſaiſons ; mais les Aſtronomes conſiderent ſouvent la durée de l'année par rapport aux étoiles fixes, & celle-ci eſt plus longue. En effet, les points équinoxiaux rétrogradent chaque année $50'' \frac{1}{3}$ (616), & les longitudes des étoiles augmentent de la même quantité ; ainſi le ſoleil doit rencontrer une étoile plus tard que l'équinoxe, en ſuppoſant que l'année précédente il eût rencontré l'étoile & l'équinoxe en même temps : le mouvement du ſoleil étant de $59' 8''$ par jour (565), il lui faut $20' 25''$ de temps pour parcourir ces $50'' \frac{1}{3}$, d'où il ſuit que la longueur de l'année ſydérale ſera de $365^j 6^h 9' 10''$. Nous diſtinguerons encore dans le VIe. Livre une autre ſorte d'année, dont les Aſtronomes font quelquefois uſage, c'eſt le retour du ſoleil à ſon apogée, qui eſt plus long de $26' 35''$ que le retour à l'équinoxe, parce que l'apogée du ſoleil avance chaque année de $65'' 5$; ainſi l'année anomaliſtique eſt de $365^j 6^h 15' 20''$, ou de $4''$ plus grande, ſuivant M. l'Abbé de la Caille, (*Mém. Acad.* 1757. *p.* 141.). (981)

Année ſydérale ou périodique.

Année anomaliſtique.

Du mouvement du Soleil en aſcenſion droite.

592. L'uſage de la méthode (575) qui donne les lieux du ſoleil & des étoiles, exige que l'on connoiſſe le mouvement du ſoleil en aſcenſion droite, par le moyen du mouvement en déclinaiſon ; ainſi dans l'exemple (579) 4′ 35″ de différence entre les hauteurs du ſoleil nous a fait trouver 11′ 37″ pour le changement de l'aſcenſion droite. On pourroit, à la vérité, conclure ce mouvement des obſervations faites d'un jour à l'autre, mais il eſt encore plus facile de le conclure immédiatement, & par une ſimple opération du mouvement en déclinaiſon obſervé, c'eſt-à-dire, de la différence des hauteurs méridiennes obſervées deux jours de ſuite. Voici une régle commode pour cette opération : *Multipliez le changement de la déclinaiſon par la cotangente de l'obliquité de l'écliptique, & diviſez par le coſinus de la déclinaiſon du ſoleil, qui aura été multiplié par le coſinus de la longitude*, l'une & l'autre priſes ſeulement à quelques minutes près pour le milieu de l'intervalle de temps, dans lequel on cherche le mouvement en aſcenſion droite par le moyen du mouvement en déclinaiſon.

Fig. 27. DÉMONSTRATION. Soit $E\,D$ (*Fig.* 27.) l'aſcenſion droite du ſoleil, $D\,S$ ſa déclinaiſon, P le pole de l'équateur, $S\,A$ le mouvement diurne du ſoleil en longitude, $A\,C$ le mouvement diurne en déclinaiſon, $D\,B$ ou l'angle P dont il eſt la meſure, le mouvement diurne en aſcenſion droite qu'il s'agit de trouver : dans le petit triangle $A\,S\,C$ qui eſt ſenſiblement rectiligne, on a par les régles de la Trigonométrie, $S\,C = A\,C$ tang. A, & parce que $B\,D$ eſt la meſure de l'angle P, $S\,C$ qui eſt plus petit, & qui eſt de même un petit arc perpendiculaire ſur $P\,S$, ſera $= B\,D$ ſin. $P\,S$, ou $= B\,D$ coſ. declin. (593), c'eſt-à-dire, que $S\,C = B\,D$ coſ. declin. d'un autre côté $S\,C = A\,C$ tang. A ; donc on a $A\,C$ tang. $A = B\,D$ coſ. declin. & $A\,C = B\,D$ coſ. declin. cot. A. Mais ſuivant une des régles de la Trigonométrie ſphérique, on a dans le triangle-rectangle $E\,A\,B$ cotang. $A =$ tang. E coſ. $E\,A =$ tang. obliq. eclip. coſ. long. Donc

$AC = BD$ coſ. declin. coſ. long. tang. obliq. éclip. ou $BD = \frac{AC.\ \text{cotang. obl.}}{\text{coſ. décl coſ. long.}}$ C'eſt à quoi ſe réduit la formule qu'il falloit démontrer.

593. Dans la Démonſtration précédente nous avons ſuppoſé que $SC = BD$ ſin. PS, cette formule ſera d'un uſage fréquent dans pluſieurs autres circonſtances, & il faut la démontrer avec un peu plus de ſoin : en général, ſuppoſons deux grands cercles PSD, PAB, (*Fig.* 27,) qui faſſent entre eux un angle très-petit en P, que PD ſoit de 90°, en ſorte que DB ſoit la meſure du petit angle P; qu'à une diſtance quelconque du ſommet P, on tire un autre arc de grand cercle SC, perpendiculaire ſur PC, & qui par ſa petiteſſe peut être regardé comme une petite ligne droite ; dans le triangle PSC rectangle en S, on aura cette proportion tirée de la régle la plus commune de la Trigonométrie ſphérique : le rayon eſt au ſinus de l'hypothénuſe PS, comme le ſinus du petit angle P eſt au ſinus du petit arc SC, ou comme l'angle P eſt à l'arc SC, (parce que les petits arcs ſont égaux à leurs ſinus), ou comme l'arc BD eſt à l'arc SC; ainſi prenant l'unité pour le rayon ou ſinus total, on aura 1 : ſin. $PS :: BD : SC$, donc $SC = BD$ ſin. PS; c'eſt-à-dire, qu'en général, *un arc perpendiculaire tiré au-dedans d'un très-petit angle ſphérique, eſt égal à ce petit angle multiplié par le ſinus de la diſtance de l'arc au ſommet de l'angle.* Formule remarquable. *Fig.* 27.

Temps que le Soleil emploie à traverſer le Méridien, le Vertical & l'Horiſon.

594. On verra dans le Livre XIV. que toutes les obſervations du ſoleil ſe font ſur le bord de cet aſtre, & qu'on eſt obligé par le calcul de les réduire au centre : la premiere choſe qu'on eſt obligé de ſçavoir pour cet effet, c'eſt le temps que le diamétre du ſoleil par ſon mouvement diurne emploie à traverſer le méridien, & cette recherche tient aſſez à la propoſition précédente pour que nous ayons cru devoir la placer ici.

Fig. 27. Je ſuppoſe que le diametre du ſoleil en S (*Fig.* 27.) ſoit égal à l'arc SC, & de $31' 31''$, comme il l'eſt à la fin du mois de Juin ; PSD & PCB ſont les deux méridiens, ou les deux cercles horaires qui paſſent par les deux bords du ſoleil, & l'arc DB de l'équateur eſt égal au diametre du ſoleil en aſcenſion droite, c'eſt-à-dire, à la différence qu'il y a entre l'aſcenſion droite du bord précédent, & celle du bord ſuivant ; ainſi l'arc DB, ou l'angle au pole DPB ſera la meſure du temps que le ſoleil emploie à traverſer un cercle horaire ou un méridien ; car il faut que le bord du ſoleil ait été de S en C, pour que le diametre entier ait traverſé un fil qui ſeroit dirigé ſuivant le cercle horaire PSD.

Diametre du Soleil en aſcenſion droite.

Si l'on diviſe le diametre du ſoleil $31' 31''$ par le ſinus de ſa diſtance au pole PS, ou par le coſinus de ſa déclinaiſon, on aura l'arc BD, car puiſque $SC = BD$ coſ. decl. (593) ; il s'enſuit que $BD = \frac{SC}{\text{coſ. declin.}}$, & ſi l'on diviſe encore cette quantité par 15 pour la réduire en temps (149), on aura le temps que le diametre met à paſſer par le méridien : par exemple, ſi la déclinaiſon du ſoleil eſt ſuppoſée de $23° 12'$ le 30 du mois de Juin, ce ſera $2' 17''$ 1 en temps ſolaire.

595. Le mouvement propre du ſoleil n'apporte aucune différence dans cette opération, parce que ſoleil dans l'eſpace de 24 heures ſolaires vraies paroît décrire $360°$, ainſi il paroîtra décrire $15'$ en $1'$ de temps ; il ſuffit donc de convertir ſon diametre en temps à raiſon de 15 degrés par heure, pour avoir le temps qu'il emploie à paſſer, marqué en intervalle de temps vrai, ou, ſi l'on veut, en intervalle de temps moyen, qui differe trop peu du vrai en $2'$ de temps, pour y avoir égard. Mais ſi l'on ſe ſervoit d'une pendule réglée ſur les étoiles, dont les 24 heures ſont plus courtes que les heures moyennes de $4' 56''$ ou d'environ $\frac{1}{366}$ (149), il faudroit augmenter d'un 366e. la quantité trouvée, ou de $0'' 37$, c'eſt-à-dire, qu'on auroit à peu-près $2' 17'' 5$ pour le temps que le ſoleil met à traverſer le méridien compté ſur l'horloge des étoiles, ou du premier mobile. Les Aſtronomes font un uſage fréquent de la quantité

que

que nous venons de trouver, parce qu'ils n'obſervent quelquefois au méridien qu'un des bords du ſoleil ; alors pour avoir le paſſage du centre ou le midi vrai, il faut y ajouter la moitié de la quantité que nous venons de trouver en temps ſolaire ; c'eſt pour cela qu'on a ſoin d'en marquer la quantité pour les différens temps de l'année ; & que nous avons calculé la Table ſuivante, en ſuppoſant le diametre apogée du ſoleil de $31' 31''$, comme nous le dirons dans le VIe. Livre, art. 998.

TABLE du Temps que le demi-diametre du Soleil emploie à traverſer le Méridien dans les différens temps de l'Année, en minutes, ſecondes, & dixiemes de ſecondes.

Jours.	Janvier.	Fevrier	Mars.	Avril.	May.	Juin.
1	1′ 10″ 7	1′ 7″ 9	1′ 5″ 0	1′ 4″ 1	1′ 5″ 7	1′ 8″ 0
7	1 10,4	1 7,2	1 4,6	1 4,3	1 6,2	1 8,4
13	1 9,9	1 6,5	1 4,3	1 4,5	1 6,7	1 8,5
19	1 9,4	1 5,9	1 4,1	1 4,8	1 7,1	1 8,6
25	1 8,8	1 5,3	1 4,0	1 5,2	1 7,6	1 8,5

	Juillet.	Aoust.	Septem.	Octobr.	Novem.	Decemb.
1	1′ 8″ 4	1′ 6″ 4	1′ 4″ 2	1′ 4″ 2	1′ 6″ 7	1′ 10″ 0
7	1 8,1	1 5,9	1 4,0	1 4,4	1 7,4	1 10,4
13	1 7,7	1 5,4	1 3,9	1 4,8	1 8,1	1 10,7
19	1 7,2	1 5,0	1 3,9	1 5,3	1 8,8	1 10,9
25	1 6,8	1 4,6	1 4,0	1 5,9	1 9,4	1 10,8

596. Le temps que le demi-diametre du ſoleil emploie à traverſer le méridien, ſervira à trouver le temps qu'il emploie à traverſer un vertical quelconque, ou à s'élever de la quantité de ſon diametre au-deſſus d'un cercle parallele à l'horiſon, ce qui eſt ſouvent très-commode, comme je l'ai fait voir à l'occaſion des paſſages de Mercure & de Vénus, (*Mém. Acad.* 1754. *p.* 593. *Connoiſſ. des Mouv. cél.* 1763. *p.* 205.).

Fig. 28. Soit $ZEBC$ (*Fig.* 28.) un vertical fixe que le ſoleil traverſe en allant de D en S, le premier bord du ſoleil touche d'abord le vertical en B, & le ſecond bord du ſoleil touche enſuite le même vertical en A; il s'agit de ſçavoir le temps qui s'écoulera entre ces deux contacts, car ce ſera le temps que le diametre du ſoleil employera à traverſer le vertical ZEC: l'arc DS étant ſuppoſé aſſez petit pour être parcouru d'un mouvement uniforme, il ſera coupé en deux parties égales en E par le vertical; alors dans le triangle rectiligne SEA, rectangle en A, on a $ES : SA ::$ rayon : ſin. E, ou parce que le rayon eſt toujours l'unité $SA = ES$ ſin. E, ou $ES = \frac{SA}{\text{ſin. } E}$, donc auſſi le temps qui répond à ES eſt égal au temps qui répond à SA, diviſé par le ſinus de l'angle E, ou par le coſinus de l'angle PEZ.

Régle. Ainſi il ſuffira de diviſer le temps que le demi-diametre emploie à traverſer le méridien (595), par le coſinus de l'angle du vertical avec le cercle de déclinaiſon, pour avoir le temps qu'il emploie à traverſer le vertical.

Temps que le diametre emploie à s'élever.

597. Pour trouver le temps que le ſoleil emploie à traverſer un plan parallele à l'horiſon, ou à s'élever de tout ſon diametre, je ſuppoſerai que SC (*Fig.* 29.) ſoit la direction du mouvement diurne, HOR un plan horiſontal ou un cercle parallele à l'horiſon, qu'on appelle *Almicantarath* (144), que le bord ſupérieur du ſoleil touche en R lorſque le ſoleil eſt au-deſſous, & que le bord inférieur du ſoleil touche en O lorſque le ſoleil eſt parvenu au-deſſus du même cercle: ſi l'arc SC ne ſurpaſſe pas un degré & demi, & que le ſoleil n'emploie pas plus de ſix minutes, ou environ, à aller de S en C, le triangle COF ſera ſenſiblement rectiligne, & comme il eſt rectangle en O, on aura $CO = CF$ ſin. CFO, donc $CF = \frac{CO}{\text{ſin. } CFO}$; ainſi le temps qui eſt meſuré par CF, ou le temps qu'il faut au ſoleil pour s'élever de la quantité de ſon demi-diametre CO, eſt égal au temps qui répondroit à une quantité égale à CO, diviſé par le ſinus de l'angle CFO, qui eſt égal à l'angle PFZ.

Fig. 29.

Régle. Ainſi pour avoir le temps que le ſoleil emploie à traverſer

une ligne horiſontale, il faut diviſer le temps qu'il emploie à traverſer le méridien, par le ſinus de l'angle parallactique formé par le vertical & le cercle de déclinaiſon.

Je ſuppoſe qu'on ait calculé pour la latitude du lieu où l'on eſt, une Table des angles parallactiques formés par le vertical & le méridien, telle qu'on la trouve dans mon Expoſition du Calcul Aſtronomique pour la latitude de Paris ; ſi l'on ſçait d'ailleurs combien le diametre du ſoleil emploie de temps à paſſer par le méridien, nous avons indiqué ci-devant la maniere de le trouver (595), il ne faudra que diviſer ce tems par le ſinus de l'angle parallactique, pour avoir le temps que le ſoleil doit employer à monter de tout ſon diametre.

EXEMPLE. Le 6 Juin 1761, le diametre du ſoleil étoit de $31' 33''$, & ſa déclinaiſon $22° 42'$, diviſant le diametre par le coſinus de la déclinaiſon & par 15, pour le convertir en temps, on a $136'' 8$. Le même jour à 9 heures du matin, l'angle parallactique eſt de $42° 7'$; ſi l'on diviſe $136'' 8$ par le ſinus de $42° 7'$, on a $3' 23'' 4$; ſi on le diviſe par le coſinus de $42° 7'$, on trouve $3' 3'' 9$: ce ſont les temps que le ſoleil employoit ce jour-là vers les 9 heures du matin, à traverſer le fil horiſontal & le fil vertical du quart-de-cercle, lorſque nous obſervions le fameux paſſage de Vénus ſur le ſoleil.

Déterminer la longitude des Aſtres.

598. Les obſervations nous ayant donné l'aſcenſion droite & la déclinaiſon des aſtres, il eſt néceſſaire d'employer le calcul pour trouver leur longitude & leur latitude. Le cas le plus ſimple de ce problême eſt celui du ſoleil ; lorſqu'on connoît ſon aſcenſion droite EA (*Fig.* 23.), avec l'obliquité de l'écliptique qui eſt l'angle E, on peut trouver la longitude ES, la déclinaiſon AS & l'angle S de l'écliptique avec le méridien, par les analogies ſuivantes qui ſeront démontrées dans le XXIIIe. Livre, & qui ſerviront dans le calcul des éclipſes pour trouver le nonagéſime. *Fig.* 23.

Trouver la longitude du Soleil.

Le rayon
eſt au coſinus de l'obliquité de l'écliptique,
comme la cotangente de l'aſcenſion droite
eſt à la cotangente de la longitude.

Sa déclinaiſon.

Le rayon
eſt à la tangente de l'obliquité de l'écliptique,
comme le ſinus de l'aſcenſion droite
eſt à la tangente de la déclinaiſon.

L'angle de l'écliptique & du méridien.

Le rayon
eſt au ſinus de l'obliquité de l'écliptique,
comme le coſinus de l'aſcenſion droite
eſt au coſinus de l'angle de l'écliptique avec le cercle de déclinaiſon.

599. Pour former les catalogues dont nous avons parlé (459), c'eſt-à-dire, pour connoître la longitude des étoiles, ou d'un aſtre quelconque, il faut obſerver l'aſcenſion droite & la déclinaiſon (136). Pour connoître l'aſcenſion droite d'un aſtre, il ſuffit de le comparer avec le ſoleil dont l'aſcenſion droite eſt connue par la méthode de l'art. 575, ou bien à une des étoiles qu'on a déterminées en même temps (580). Ainſi le problême ſe réduit à trouver l'aſcenſion droite du ſoleil (575), c'eſt ici le terme fixe donné par la Nature, d'où il faut abſolument partir, & auquel on doit tout rapporter. En effet, les longitudes ſe comptent d'un point qui n'eſt donné & connu que par le mouvement du ſoleil, (puiſque c'eſt l'interſection de la route du ſoleil ſur l'équateur), ce point n'eſt pas marqué dans le ciel, c'eſt le ſoleil qui nous en indique la place; ce n'eſt donc que par le moyen du ſoleil qu'on peut déterminer la diſtance d'un aſtre à ce point équinoxial, en déterminant ſéparément la diſtance de l'aſtre au ſoleil & celle du ſoleil à l'équinoxe.

Quand on connoît exactement l'aſcenſion droite du ſoleil ou d'une étoile, on obſerve la différence entre ſon paſſage au méridien & celui des autres étoiles, & l'on en conclut l'aſcenſion droite de chacune (131). Pour avoir

l'heure du paſſage au méridien d'une étoile, ou la différence entre ſon paſſage & celui d'une autre étoile, on ſe ſert de la méthode des hauteurs correſpondantes qui ſera expliquée ci-après (620).

Pour avoir la déclinaiſon d'une étoile, il ſuffit d'obſerver ſa hauteur méridienne, & de prendre la différence entre cette hauteur & celle de l'équateur, ainſi que nous l'avons fait pour le ſoleil (563).

Calculer la longitude & la latitude.

600. Connoiſſant l'aſcenſion droite & la déclinaiſon d'un aſtre, on trouvera ſa longitude & ſa latitude par les quatre proportions ſuivantes. Mais il faut obſerver de prendre, au lieu de l'aſcenſion droite donnée, la diſtance au plus proche équinoxe, c'eſt-à-dire, que ſi l'aſcenſion droite ſurpaſſe 90°, on prendra ſon ſupplément à 180°. Si elle ſurpaſſe 180°, on les retranchera, & l'on ſe ſervira du reſte. Si elle ſurpaſſe 270, on prendra ce qui reſte pour aller à 360 deg. à peu-près comme nous l'avons pratiqué pour le ſoleil (563).

Soit EA (*Fig.* 30.) l'aſcenſion droite d'un aſtre quelconque, ou ſa diſtance au plus prochain équinoxe, comptée ſur l'équateur, & moindre que 90°; AS la déclinaiſon du même aſtre, ou ſa diſtance à l'équateur, EC l'écliptique, SB la latitude cherchée de l'aſtre S, & EB ſa longitude, ou plutôt ſa diſtance au plus proche équinoxe, comptée ſur l'écliptique, on imaginera un grand cercle ES allant du point équinoxial à l'étoile, pour former un triangle ſphérique SEA rectangle en A, avec l'aſcenſion droite & la déclinaiſon de l'aſtre, & un autre triangle ſphérique SBE rectangle en B, avec la longitude & la latitude du même aſtre. On réſoudra d'abord le triangle SAE, dans lequel on connoît les deux côtés, & l'on trouvera l'angle SEA & l'hypothénuſe SE; par le moyen de l'angle SEA & de l'angle BEA, qui eſt l'obliquité de l'écliptique (56), on formera l'angle SEB qui ſera leur différence, ſi le point S eſt par rapport au point A, du même côté que le point B; au contraire l'angle SEB ſera la ſomme de l'angle SEA & de l'obliquité de l'écliptique AEB, ſi l'aſtre S, & le point B de l'écliptique qui lui répond, ſont l'un au-deſſus

Fig. 30.

Fig. 31. & l'autre au-deſſous de l'équateur, comme dans la *Fig.* 31. Lorſqu'on aura formé l'angle *SEB* on s'en ſervira avec l'hypothénuſe *SE* trouvée dans la ſeconde analogie, pour connoître la longitude *EB* & la latitude *BS*.

I. Le rayon
eſt au ſinus de la diſtance à l'équinoxe *AE*,
comme la cotangente de la déclinaiſon *SA*
eſt à la cotangente de l'angle *SEA*,
dont la ſomme ou la différence avec l'obliquité de l'écliptique donnera l'angle de l'hypothénuſe *SEB*.

II. Le rayon
eſt au coſinus de la diſtance à l'équinoxe *AE*,
comme le coſinus de la déclinaiſon *SA*
eſt au coſinus de l'hypothénuſe *SE*.

III. Le rayon
eſt au coſinus de l'angle *SEB*,
comme la tangente de l'hypothénuſe *SE*
eſt à la tangente de la longitude *EB*.

IV. Le rayon
eſt au ſinus de l'hypothénuſe *SE*,
comme le ſinus de l'angle *SEB*
eſt au ſinus de la latitude *SB*.

601. Remarques. Après la premiere analogie il faut prendre la ſomme de l'angle *SEA* & de l'obliquité de l'écliptique, ſi l'aſtre eſt dans les ſix premiers ſignes avec une déclinaiſon auſtrale, ou dans les ſix derniers ſignes avec une déclinaiſon boréale ; mais il faut prendre leur différence, ſi l'aſtre eſt dans les ſignes ſeptentrionaux ayant une déclinaiſon ſeptentrionale, ou dans les ſix derniers ſignes qui ſont les ſignes méridionaux, ayant une déclinaiſon méridionale.

602. La troiſieme analogie ne donne, au lieu de la longitude proprement dite, que la diſtance au plus proche équinoxe, ainſi l'on en conclura la longitude comptée de l'equinoxe du printemps, en faiſant le contraire de ce qui a été indiqué, (art. 600), c'eſt-à-dire, en prenant le

ſupplément de la quantité trouvée par la troiſieme analogie, ſi l'on a pris celui de l'aſcenſion droite; ajoutant 180 deg. ſi on les a retranchés de l'aſcenſion droite; ou prenant ce qui s'en manque pour aller à 360 deg. ſi on l'a fait auparavant à l'égard de l'aſcenſion droite.

603. Après la quatrieme analogie on ſçaura que la latitude eſt boréale, ſi l'aſtre étant dans les premiers ſignes a une déclinaiſon boréale, & qu'en même temps l'angle de l'hypothénuſe trouvé dans la premiere analogie, ait été plus grand que l'obliquité de l'écliptique, ou ſi l'aſtre étant dans les 6 derniers ſignes a une déclinaiſon méridionale, & qu'en même temps l'angle de l'hypothénuſe ait été plus petit que l'obliquité de l'écliptique. Mais la latitude eſt auſtrale, ſi dans les premiers ſignes la déclinaiſon s'eſt trouvée auſtrale, ou que la déclinaiſon étant boréale, l'angle de l'hypothénuſe ait été moindre que l'obliquité de l'écliptique; la latitude eſt encore auſtrale, ſi dans les ſix derniers ſignes la déclinaiſon eſt auſtrale, & qu'en même temps l'angle de l'hypothénuſe ſoit plus grand que l'obliquité de l'écliptique.

604. Si l'angle de l'hypothénuſe ajouté dans certains cas, comme on vient de le voir, avec l'obliquité de l'écliptique, formoit une ſomme plus grande que 90 deg., cela indiqueroit que la perpendiculaire SB tombe de l'autre côté de l'équinoxe le plus prochain; alors les régles de la ſeconde remarque n'auroient plus lieu, il faudroit ſuivre celles-ci: dans le premier quart d'aſcenſion droite il faudra prendre ce qui s'en manque dans le réſultat de la troiſieme analogie pour aller à 360 deg.; dans le ſecond quart ôter 180 deg.; dans le troiſieme prendre le ſupplément à 180 deg.; & dans le quatrieme quart d'aſcenſion droite, la quantité trouvée ſera elle-même la longitude que l'on cherche.

605. On peut ſe diſpenſer d'avoir recours à toutes ces régles, en faiſant une figure de l'équateur & de l'écliptique ſemblable à la *Fig.* 32, dans laquelle ♈ ♎ ♈ repréſente l'équateur, & ♈ ♋ ♎ ♑ repréſente l'écliptique; on placera l'étoile vis-à-vis du point de l'équateur qui lui répond, comme ſeroit le point E, en ſuppoſant que l'aſcenſion *Fig.* 32.

droite fût de 150 deg. & au-deſſus de l'équateur comme en *S*, ſi ſa déclinaiſon eſt boréale, la perpendiculaire *SA* abaiſſée ſur l'écliptique ſera la latitude, & il ſera aiſé de connoître ſi le point *S* tombe au-dehors de la figure, par le moyen de l'angle de l'hypothénuſe.

606. Pour éviter à l'avenir le travail conſidérable de réduire ainſi en longitudes & en latitudes toutes les aſcenſions droites & les déclinaiſons obſervées, M. Flamſteed donna dans ſon Hiſtoire céleſte une Table qui contient pour chaque aſcenſion droite & chaque déclinaiſon de degrés en degrés, la longitude & la latitude qui lui répond. Mais comme ces Tables ſont fort longues, & exigent de triples parties proportionnelles, qu'elles ſuppoſent d'ailleurs une obliquité de l'écliptique plus grande que celle qui s'obſerve actuellement, nous en faiſons peu d'uſage dans l'Aſtronomie.

607. Lorſque la longitude & la latitude d'un aſtre ſont données, les mêmes triangles ſervent pour trouver l'aſcenſion droite & la déclinaiſon, mais cette opération ſe fait dans l'Aſtronomie plus rarement que la premiere.

Si c'eſt la longitude du ſoleil qui eſt donnée, on a dans le triangle *SEA* (*Fig.* 23.) l'hypothénuſe *ES* avec l'angle *E*, qui eſt égal à l'obliquité de l'écliptique : on trouvera l'aſcenſion droite *EA*, la déclinaiſon *AS* & l'angle *ASE* de l'écliptique avec le cercle de déclinaiſon par les trois analogies ſuivantes qui ſont tirées des régles de la Trigonométrie ſphérique que nous démontrerons dans le XXIIIe. Livre. *Fig.* 23.

Le rayon
eſt au coſinus de l'obliquité de l'écliptique,
comme la tangente de la longitude du ſoleil
eſt à la tangente de l'aſcenſion droite.

Le rayon
eſt au ſinus de l'obliquité de l'écliptique,
comme le ſinus de la longitude du ſoleil
eſt au ſinus de ſa déclinaiſon.

Le rayon

Le rayon
eſt au coſinus de la longitude du ſoleil,
comme la tangente de l'obliquité de l'écliptique
eſt à la cotangente de l'angle de l'écliptique avec
le cercle de déclinaiſon.

608. Les quantités que l'on trouve par ces trois analogies, ſont calculées pour chaque degré de la longitude du ſoleil, dans les Tables Aſtronomiques de M. Caſſini, de M. Halley, de M. de la Hire, &c. On trouve dans les Ephémérides de Deſplaces, *Tom. I. & II.* des Tables qui donnent l'aſcenſion droite en temps & en degrés, & la déclinaiſon, pour chaque minute de la longitude du ſoleil; ces Tables ſont extrémement commodes pour ceux qui calculent des éphémérides, & nous nous en ſervons habituellement. Enfin, on trouve parmi les Tables du Soleil de M. l'Abbé de la Caille, imprimées en 1758, une Table fort exacte qui donne la différence entre l'aſcenſion droite du ſoleil & ſa longitude, juſqu'aux dixiemes de ſecondes, pour chaque longitude de dix en dix minutes; elle eſt intitulée, *Reductio Eclipticæ ad Æquatorem*, elle ſuppoſe l'obliquité de l'écliptique de $23^{\circ}\ 28'\ 20''$; mais elle eſt accompagnée d'une petite Table de correction qui fait voir ce qu'on doit en ôter pour chaque ſeconde, dont l'obliquité de l'écliptique peut être plus petite. Tables auxiliaires.

609. Si l'aſtre dont la longitude & la latitude ſont données, n'eſt pas dans l'écliptique, on ſe ſervira des *Figures* 30, 31 ou 32; on commencera par réſoudre le triangle *SBE*, dont les deux côtés ſont connus, & l'on réſoudra enſuite le triangle *SAE*; les analogies ſont les mêmes que dans l'article 600, mais les remarques des articles ſuivans ne doivent pas s'y appliquer: il faut, lorſqu'on craindra de ſe tromper dans l'addition ou la ſouſtraction des deux angles, placer ſur la *Fig.* 32 l'aſtre donné ſuivant ſa longitude & ſa latitude, au-deſſus ou au-deſſous de l'équateur, ou le rapporter ſur un globe où ſoient marqués l'écliptique & l'équateur: ce problême n'eſt pas aſſez uſité pour que nous devions y inſiſter ici davantage. *Fig.* 30, 31, 32. *Fig.* 32.

610. Cependant les Aſtronomes ont beſoin de trouver la déclinaiſon & l'aſcenſion droite d'un aſtre, dont la longitude eſt donnée, lorſque dans le calcul des Ephémérides il s'agit de trouver le paſſage des planetes au méridien, & leur hauteur ; on ſe ſert alors de quatre Tables qui ſont fort commodes dans l'uſage : les deux premieres ſont celles dont nous avons déja parlé (608), & qui ſe trouvent dans les volumes des Ephémérides de Deſplaces, imprimées en 1715 & en 1725. La troiſieme Table contient la différence entre l'aſcenſion droite de chaque degré de l'écliptique, & celle d'un aſtre qui a 1, 2, 3, 4, 5, ou 6 degrés de latitude auſtrale ou boréale ; la plus grande différence va à 9′ 36″ de temps pour les aſtres ſitués dans le colure des équinoxes, & qui ont 6 degrés de latitude ; on en trouvera un extrait ci-après. La quatrieme Table contient ce qu'il faut ôter de la latitude d'une planete, lorſqu'elle ne paſſe pas 6 degrés, pour avoir la différence entre ſa déclinaiſon, & celle du point de l'écliptique auquel elle répond ; cette quantité va juſqu'à 29′ 55″ pour les aſtres ſitués aux environs de l'équinoxe & à 6 degrés de latitude ; on en trouvera auſſi un extrait ci-après.

Fig. 33. Soit PG (*Fig.* 33.) la latitude d'une planete, & G le point de l'écliptique, auquel elle répond ; EF l'aſcenſion droite du point G ; & ED l'aſcenſion droite de la planete P ; les deux dernieres Tables que nous venons d'indiquer, contiennent, pour la longitude EG & la latitude PG, 1°. la différence DF entre l'aſcenſion droite du point correſpondant de l'écliptique & celle de la planete, 2°. la différence entre PG & PH, qui étant ſouſtraite de la latitude PG donne PH, différence entre la déclinaiſon PD de la planete, & la déclinaiſon HD ou GF du point correſpondant G de l'écliptique. Ces deux Tables ſe trouvent dans l'Introduction des Ephémérides de Manfredi ; & elles ſont renfermées en abrégé dans les deux Tables ſuivantes, en minutes ſeulement, parce que cela eſt ſuffiſant pour les calculs des Ephémérides.

ÉQUATION en minutes de temps, pour réduire les Aſcenſions droites des points de l'Ecliptique à celles des Aſtres qui ont une latitude.

Longitude des Aſtres.

Latitude. D.	O^s. ôtez VI^s. ajoutez						I^s. ôtez VII^s. ajoutez						II^s. ôtez VIII^s. ajoutez					
	0	5	10	15	20	25	0	5	10	15	20	25	0	5	10	15	20	25
	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.
1	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	2	2	2	2	1	1	1	0
3	5	5	5	5	5	4	4	4	4	4	3	3	3	2	2	1	1	0
4	6	6	6	6	6	6	6	6	5	6	5	4	4	3	3	2	1	1
5	8	8	8	8	8	7	7	7	7	7	5	5	5	4	3	3	2	1
6	10	10	10	9	9	9	9	8	8	8	7	6	6	5	4	3	2	1
	30	25	20	15	10	5	30	25	20	15	10	5	30	25	20	15	10	5
	V^s. ajoutez XI^s. ôtez						IV^s. ajoutez X^s. ôtez						III^s. ajoutez IX^s. ôtez					

Longitude des Aſtres.

Il faut changer les dénominations pour les étoiles dont la latitude eſt auſtrale, c'eſt-à-dire, ajouter l'équation dans le premier & le troiſieme quart de longitude, la ſouſtraire dans le ſecond & le quatrieme quart, ou dans les ſignes appellés *Deſcendans*.

QUANTITÉ à ôter de la latitude d'une Planete pour avoir la différence entre ſa déclinaiſon & celle du point correſpondant de l'Ecliptique.

Longitude des Aſtres.

Latitude. D.	O^s. VI^s.						I^s. VII^s.						II^s. VIII^s.					
	0	5	10	15	20	25	0	5	10	15	20	25	0	5	10	15	20	25
	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.
1	5	5	5	5	4	4	4	3	3	3	2	2	1	1	1	0	0	0
2	10	10	10	9	9	8	8	7	6	5	4	4	3	2	1	1	0	0
3	15	15	15	14	13	13	12	11	9	8	7	5	4	3	2	1	0	0
4	20	20	19	19	18	17	16	14	12	11	9	7	6	4	3	2	1	0
5	25	25	24	24	23	21	20	18	16	14	11	8	7	5	3	2	1	0
6	30	30	29	28	27	26	24	21	19	16	14	11	9	6	4	2	1	0
	30	25	20	15	10	5	30	25	20	15	10	5	30	25	20	15	10	5
	V^s. XI^s.						IV^s. X^s.						III^s. IX^s.					

Longitude des Aſtres.

Ancienne maniere de trouver la longitude des Etoiles.

611. Avant la découverte des horloges à pendule on ne pouvoit déterminer immédiatement la différence d'aſcenſion droite entre une étoile & le ſoleil, ainſi les anciens Aſtronomes ne pouvoient guères déterminer les lieux des étoiles que par le moyen de la lune, le ſeul aſtre qui s'apperçoive aiſément la nuit & le jour : la longitude ſe compte depuis le point équinoxial, & ce point ne ſe fait pas remarquer dans le ciel, ce n'eſt que la route du ſoleil qui le détermine & qui le marque ; il n'y a que le ſoleil dont on puiſſe trouver immédiatement la longitude (562) ſans le ſecours d'aucun autre aſtre, & il faut comparer au ſoleil tout aſtre dont on veut connoître la longitude.

Les Anciens qui n'avoient point d'horloges pour comparer directement une étoile avec le ſoleil, étoient obligés de comparer le ſoleil avec la lune, quand ils étoient l'un & l'autre ſur l'horiſon, & de comparer enſuite la lune avec une étoile, quand le ſoleil étoit couché : Tycho fut le premier qui ſe ſervit de Vénus dans les temps où elle brilloit aſſez pour être apperçue de jour. Nous allons rapporter pour exemple de leur méthode le procédé de Ptolémée, (*L. VII. ch.* 2.), par lequel il détermina la longitude de Régulus.

612. La ſeconde année du regne d'Antonin (l'an 139), le 9e. jour du mois Pharmuti, qui étoit le 8e. mois des Egyptiens (23 Février), un peu avant le coucher du ſoleil, la longitude de cet aſtre, ſuivant les obſervations faites ce jour-là par Ptolémée, étoit $11^s\ 3^o\ 2' \frac{1}{2}$, (*in tribus partibus & ſemuncia unius Piſcium*) : en dirigeant l'écliptique de ſon aſtrolabe vers le ſoleil, il trouva que vers les 5 heures $\frac{1}{2}$ la lune en étoit éloignée de 92 $\frac{1}{8}$ parties, c'eſt-à-dire, $1^s\ 2^o\ 7'\ 30''$, qui ajoutés à la longitude du ſoleil, donnent $2^s\ 5^o\ 10'$ pour la longitude de la lune à 5 heures du ſoir.

Une demi-heure après, le ſoleil étant couché, les étoiles commençant à paroître, & le quatrieme deg. des Gémeaux paſſant par le méridien, la lune avoit fait 12 minutes de deg.

& il trouva que Régulus étoit plus avancé que la lune de 57 $\frac{1}{10}$ parties, ou 1^s 27° 6′, ajoutant cela à la longitude de la lune augmentée de 12′, il trouva 4^s 2° 28′ pour la longitude de l'étoile ; ainſi elle étoit éloignée du ſolſtice d'été, (*ab æſtiva ſolis converſione*), de 32 $\frac{1}{2}$ parties de cercle, ou de 32 deg. Sa latitude boréale étoit alors de 10′.

613. Telle étoit la longitude de *Baſiliſcus* ou *Regulus*, par le moyen de laquelle Ptolémée pouvoit enſuite aiſément déterminer celle des autres étoiles en voyant ſur un aſtrolabe qu'il dirigeoit le long de l'écliptique, combien une étoile étoit plus avancée que l'autre dans l'écliptique, c'eſt-à-dire, quelle étoit leur différence de longitude. L'aſtrolabe dont on ſe ſervoit pour obſerver, étoit une eſpece de grande ſphère armillaire, dont un cercle repréſentoit l'écliptique, & ſe dirigeoit au ciel dans la ſituation de l'écliptique ; on ne s'en ſert plus depuis que la méthode des aſcenſions droites nous a procuré plus d'exactitude avec plus de commodité dans les obſervations.

Longitude des Planetes par les diſtances.

614. Au lieu de l'aſtrolabe des Anciens, Tycho, Hévélius & Flamſteed ont ſouvent déterminé les longitudes des planetes & des étoiles, en meſurant leurs diſtances à deux autres étoiles fixes, dont les longitudes & latitudes étoient connues : on peut regarder ce procédé comme une partie des fondemens de l'Aſtronomie, que j'ai entrepris de raſſembler dans ce Livre : en voici donc l'explication appliquée à un exemple.

Le 24 Août 1593, ſuivant les obſervations de Tycho-Brahé, on trouve qu'à Uranibourg la vraie diſtance de Mars à l'épaule gauche du Verſeau étoit de 28° 54′ 59″, & ſa diſtance à la luiſante du Bélier 51° 45′ 1″, la longitude de l'épaule du Verſeau étoit alors 10^s 17° 43′ 36″, & ſa diſtance au pole de l'écliptique 81° 22′ 0″, la longitude de la luiſante du Bélier 1^s 1° 58′ 55″, & ſa diſtance au pole boréal ou le complément de ſa latitude boréale 80° 2′ 31″.

Soit P (*Fig.* 34.) le pole boréal de l'écliptique, S l'épaule du Verſeau, Z la luiſante du Bélier, M Mars, MS & MZ les deux diſtances meſurées ; l'angle SPZ formé au pole de l'écliptique, eſt égal à la différence de longitude *Fig.* 34.

des deux étoiles, 74° 15′ 19″. On commence par réſoudre le triangle PSZ, pour trouver la diſtance SZ des deux étoiles avec l'angle S; ayant abaiſſé la perpendiculaire ZK ſur le plus grand côté PS, on fera ces quatre analogies :

R : ſin. PZ : : ſin. P : ſin. ZK.
R : coſ. P : : tang. PZ : tang. PK; d'où l'on conclut SK.
R : coſ. SK : : coſ. ZK : coſ. $ZS = 73° 7′ 50″$.
Sin. ZS : ſin. P : : ſin. PS : ſin. $PZS = 83° 54′ 50″$.

Dans le triangle SZM on connoît les trois côtés, l'on cherchera l'angle SZM; pour cet effet on additionnera les trois côtés MZ, MS, SZ; la demi-ſomme eſt 76° 53′ 55″; de cette demi-ſomme on retranchera d'abord le côté MZ, & l'on aura pour premiere différence 25° 8′ 54″; on en retranchera enſuite le côté ZS, & l'on aura pour ſeconde différence 3° 46′ 5″ : on fera cette proportion : *Le produit des ſinus des deux côtés* ZS, ZM, *qui comprennent l'angle cherché, eſt au quarré du rayon, comme le produit des ſinus des deux différences eſt au quarré du ſinus de la moitié de l'angle compris* SZM; cet angle ſe trouvera de 22° 13′ 45″, on y ajoutera l'angle PZS trouvé ci-devant de 83° 54′ 51″, & l'on aura l'angle PZM; cet angle étant obtus, ſon ſupplément MZX ſera de 73° 51′ 24″; du point M on abaiſſera la perpendiculaire MX ſur le côté PZ, prolongé en X parce que l'angle eſt obtus, & l'on fera les quatre proportions ſuivantes :

R : coſ. MZX : : tang. MZ : tang. ZX	$= 19° 25′ 39″$
R : ſin. MZ : : ſin. MZX : ſin. MX	$= 48\ 58\ 3$
R : ſin. PX : : cotang. MX : cotang. MPX	$= 49\ 21\ 28$
Sin. MPX : ſin. MX : : R : ſin. PM	$= 83\ 48\ 0$

Le côté PM doit être obtus, parce que PX eſt plus grand que 90 degrés, ainſi on aura pour la valeur de PM 96° 12′ 0″; ce qui nous apprend que la latitude de Mars étoit alors de 6° 12′ 0″ auſtrale : l'angle MPX étant ajouté à la longitude de l'étoile Z 1ˢ 1° 58′ 55″, donne la longitude de Mars 11ˢ 12° 37′ 27″.

Du changement des Etoiles en longitude, ou de la préceſſion des Equinoxes.

615. La méthode que nous venons de décrire (612) pour déterminer les longitudes des étoiles, fut employée 140 ans avant J. C. Hipparque de Rhodes, le plus célebre des anciens Aſtronomes (222), reconnut alors que les longitudes des étoiles, par rapport aux équinoxes, étoient plus grandes que ſuivant les obſervations de Tymocharis, & ſuivant la ſphère d'Eudoxe qui avoit écrit 230 ans avant lui (211). Ce changement des étoiles en longitude eſt encore plus ſenſible aujourd'hui, quand on compare le Catalogue de Ptolémée avec les nôtres.

L'épi de la Vierge, ſuivant les obſervations d'Hipparque, 128 ans avant J. C. précédoit de ſix degrés l'équinoxe d'automne, c'eſt-à-dire, que ſa longitude étoit de. . . . . 5ˢ 24° 0′
on le trouve pour 1750. . . . . 6 20 21
la différence ou l'augmentation eſt de . . . 26° 21′

Le cœur du Lion Régulus étoit, ſuivant Hipparque, à . . . . . 3ˢ 29° 50′
& on la trouve pour 1750 à 4 26 21
l'augmentation de longitude . . . . . 26° 31′

616. Ces obſervations d'Hipparque plus anciennes & plus exactes que celles de Ptolémée, nous apprennent que le progrès des étoiles en longitude a été de 26° 26′ en 1878 ans, c'eſt-à-dire, de 50″ $\frac{2}{3}$ par année; on trouve ce progrès plus conſidérable d'une ſeconde, en employant les obſervations que Ptolémée dit avoir faites lui-même; mais les Aſtronomes ſoupçonnent depuis long-temps l'exactitude de ce dernier, (*Mém. Acad.* 1757. *p.* 420.). En comparant les obſervations d'Albategnius qui vivoit l'an 878, avec les nôtres, on ne trouve que 51″ 9‴ par année.

617. Enfin, les obſervations de Copernic & de Tycho-Brahé donnent 50″ 20‴; c'eſt à peu-près à ce dernier réſultat

que M. de la Caille s'arrête dans ſes Tables du mouvement des étoiles, & je l'adopterai auſſi dans ce Livre, parce qu'il eſt conforme à la détermination que j'en ai trouvée moi-même en faiſant diverſes comparaiſons des obſervations de Tycho, dans les *Mémoires de l'Academie pour* 1757, *p.* 443. En effet, ſi l'on prend les longitudes des principales étoiles établies par Tycho-Brahé dans ſon Livre intitulé, *Aſtronomiæ inſtauratæ Progymnaſmata*, *p.* 208 & 232. pour le commencement de 1586, & qu'on les compare avec celles qui ont été déterminées pour l'année 1750, on trouve pour 164 ans les différences ſuivantes.

La premiere étoile du Bélier γ,	2°	17′	37″
Aldébaran, ou l'œil du Taureau,	2	17	45
μ des Gémeaux,	2	17	1
Pollux,	2	15	26
Regulus, ou le cœur du Lion,	2	16	32
L'épi de la Vierge,	2	18	18
L'Aigle,	2	19	1
La premiere étoile de l'aîle de Pégaſe,	2	16	12
Le baſſin boréal de la Balance α,	2	17	52
Le cœur du Scorpion,	2	16	28
L'œil boréal du Taureau,	2	17	58
Le pied luiſant des Gémeaux η,	2	18	38
L'Ane boréal, ou du Cancer,	2	19	12
γ du Lion,	2	19	38
γ du Capricorne,	2	16	10
Milieu entre ces 15 déterminations, qui diviſé par 164 donne 50″, 336.	2°	17′	35′

618. L'on voit que les réſultats des obſervations de Tycho ſont entre 2° 15′ 26″ & 2° 19′ 38″, la différence va juſqu'à 4′ 12″, ce qui produit une incertitude de $1'' \frac{1}{2}$ ſur le mouvement annuel de la préceſſion : auſſi les différens Auteurs ont-ils varié beaucoup ſur la détermination de cette quantité ; Tycho-Brahé & Bouillaud la ſuppoſoient de 51″ ; M. Caſſini, de 51″, 43 ; M. Halley, dans ſes Tables, l'emploie de 50″ ſeulement ; je ſuppoſerai avec M. de la Caille, qu'elle eſt de $50'' \frac{1}{3}$.

619. La

619. La cauſe de ce mouvement apparent des étoiles fixes en longitude vient de la rétrogradation des points équinoxiaux, produite par l'attraction du ſoleil & de la lune ſur le ſphéroïde applati de la terre, comme nous l'expliquerons dans le Livre où il s'agira de l'attraction ; il nous ſuffit ici d'avoir expoſé la maniere dont on l'a découvert, & la quantité que donne l'obſervation. Nous rechercherons en détail dans le XVIe. Livre les effets de ce mouvement, quant à l'aſcenſion droite & à la déclinaiſon des étoiles, & les exceptions particulieres auxquelles il eſt ſujet dans quelques étoiles : on peut déja juger de ces exceptions particulieres, par les différences qu'on voit entre les comparaiſons de l'article précédent ; nous parlerons auſſi dans le XVIe. Livre & dans le XVIIe. des petites inégalités qu'éprouve la préceſſion des équinoxes par l'attraction des planetes ſur l'orbite de la terre, & par la nutation de ſon axe produite par l'attraction de la lune ſur le ſphéroïde applati.

DE LA MÉTHODE DES HAUTEURS CORRESPONDANTES.

620. Les différences d'aſcenſion droite étant le fondement de la méthode par laquelle nous venons de déterminer les lieux du ſoleil & des étoiles fixes (580), il eſt néceſſaire d'expliquer ici la méthode la plus naturelle & la plus exacte qu'on ait pour déterminer les différences d'aſcenſion droite, ou les différences de paſſage au méridien entre deux aſtres, c'eſt-à-dire, pour déterminer le moment où chacun des deux aſtres a paſſé par le méridien.

On a vû dans le premier Livre (106), à l'occaſion de la maniere de tracer une méridienne, que les aſtres ſont également élevés une heure avant le paſſage au méridien & une heure après ; ainſi pour avoir rigoureuſement le temps où un aſtre a paſſé au méridien, il ſuffit d'obſerver, par le moyen d'une horloge à pendule, le moment où il s'eſt trouvé à une certaine hauteur en montant & avant ſon paſſage par le méridien, & d'obſerver enſuite le temps où il ſe retrouve à une hauteur égale en deſcendant après le

paſſage au méridien : le milieu entre ces deux inſtans à l'horloge, ſera le temps que l'horloge marquoit quand l'aſtre a été dans le méridien.

621. Suppoſons que le bord du ſoleil ait été obſervé le matin avec le quart-de-cercle, dont nous donnerons la deſcription en parlant des inſtrumens d'Aſtronomie, Livre XIII, & qu'on ait trouvé ſa hauteur de 21 deg. lorſque l'horloge marquoit $8^h\ 50'\ 10''$: ſuppoſons que pluſieurs heures après, & le ſoleil ayant paſſé au méridien, on retrouve ſa hauteur de 21 degrés vers le couchant, au moment où l'horloge marque $2^h\ 50'\ 30''$, il s'agit de ſçavoir combien il y a de temps écoulé entre $8^h\ 50'\ 10''$ du matin, & $2^h\ 50'\ 30''$ du ſoir, de prendre le milieu de cet intervalle, & ce ſera le moment du midi, ſur l'horloge dont on s'eſt ſervi, ſoit qu'elle fût bien à l'heure, ou qu'elle n'y fût pas.

622. Pour prendre le milieu entre ces deux inſtans il faut, ſuivant une régle de la plus ſimple Arithmétique, ajouter enſemble les deux nombres, & prendre la moitié de la ſomme ; mais au lieu de 2 heures après-midi il faut écrire 14 heures, parce que l'horloge doit être ſuppoſée avoir marqué de ſuite les heures dans l'ordre naturel depuis 8 juſqu'à 14, au lieu que dans le fait & par l'uſage de l'Horlogerie, elle a fini à 12 pour recommencer 1, 2, &c. Cette irrégularité de l'Horloge dérangeroit le calcul, ſi on n'y avoit pas égard.

Heure où le ſoleil étoit à 21 degrés, le matin,	$8^h\ 50'\ 10''$
Heure du ſoir	14 50 30
Somme des deux nombres, . . .	$23^h\ 40'\ 40''$
Moitié de la ſomme, ...	11 50 20

Ainſi quand le ſoleil étoit dans le méridien à ſa plus grande hauteur, & à diſtances égales des deux hauteurs obſervées, l'horloge marquoit $11^h\ 50'\ 20''$, c'eſt-à-dire, qu'elle étoit en retard ſur le ſoleil de $9'\ 40''$: les Aſtronomes s'inquietent peu que leurs horloges avancent ou retardent, pourvû qu'ils ſçachent exactement la quantité de l'avancement ou du retard, comme ils le ſçavent toujours par la méthode précédente. Cette opération n'a pas beſoin d'être

démontrée ; on voit aſſez que de $8^h\ 50'\ 10''$ à $11^h\ 50'\ 20''$, il y a $3^h\ 0'\ 10''$ d'intervalle, & qu'il y a la même diſtance entre $11^h\ 50'\ 20''$ & $2^h\ 50'\ 30''$ du ſoir.

Equation des Hauteurs correſpondantes.

623. L'OPÉRATION précédente ſuppoſe que le ſoleil ait décrit le matin & le ſoir un ſeul & même parallele, que ſon arc montant ait été parfaitement égal à ſon arc deſcendant, c'eſt-à-dire, qu'il ait été depuis 9 heures du matin juſqu'à 3 heures du ſoir, à la même diſtance de l'équateur, afin que ſon angle horaire (148) ait été le même à la même hauteur. Cependant cette ſuppoſition n'eſt pas rigoureuſement exacte, car le ſoleil décrivant tous les jours obliquement dans l'écliptique un arc d'environ un degré, il s'approche ou s'éloigne néceſſairement de l'équateur, & la quantité va quelquefois à une minute de degré par heure.

624. On a vû (79) que l'arc ſemi-diurne d'un aſtre dans la ſphère oblique, eſt d'autant plus grand que l'aſtre eſt plus près du pole élevé, c'eſt-à-dire, ici plus ſeptentrional ; ſi le ſoleil en ſe couchant eſt plus près du pole qu'il ne l'étoit en ſe levant ; l'arc ſemi-diurne du ſoir eſt plus grand que l'arc ſemi-diurne du matin, c'eſt-à-dire, qu'il y a eu plus de temps depuis le midi juſqu'à ſon coucher, que depuis le lever juſqu'à midi ; ainſi le midi vrai ne s'eſt pas trouvé à égales diſtances entre le lever & le coucher ; il ne ſuffiroit donc pas de prendre un milieu entre le lever & le coucher du ſoleil, pour avoir le moment du midi. En prenant ce milieu on ajouteroit les deux arcs ſemi-diurnes en temps, & l'on prendroit la moitié de la ſomme ; mais s'il y en a un plus grand que l'autre de $40''$, la demi-ſomme ſeroit plus grande de $20''$, que ſi le ſecond arc eût été égal au premier ; il faudroit donc ôter $20''$ (dans le cas où le ſoleil s'eſt rapproché du pole élevé), de la demi-ſomme, ou du milieu trouvé entre le lever & le coucher, pour avoir le moment du vrai midi ; le milieu pris entre les deux inſtans approche également du lever & du coucher, il en eſt à des diſtances égales, puiſqu'on a pris exactement un

milieu, mais le méridien eſt plus près du ſoleil levant, le ſoleil eſt donc arrivé au méridien plutôt qu'au point qui tient le milieu entre le lever & le coucher, il faut donc retrancher quelque choſe de ce milieu pour avoir le moment du midi vrai.

625. Ce que nous venons de dire du lever & du coucher du ſoleil, il le faut dire d'une hauteur quelconque, par exemple, d'un cercle parallele à l'horiſon imaginé à 21 deg. de hauteur; le temps qu'emploira le ſoleil à aller depuis ce cercle parallele à l'horiſon juſqu'au méridien, ſera moindre que le temps employé à aller depuis le méridien juſqu'au même cercle du côté du ſoir, ſi le ſoleil dans cet intervalle s'eſt rapproché du pole élevé: au lieu des arcs ſemi-diurnes, dont nous venons de parler, ce ſeront ici les angles horaires (148) qui augmenteront; ainſi il faudra ôter quelque choſe du milieu pris entre les temps de deux hauteurs égales pour avoir le midi vrai. Ce ſeroit le contraire ſi le ſoleil, au lieu de s'être rapproché du nord, s'en étoit éloigné du matin au ſoir, l'angle horaire du ſoir ſeroit plus petit que celui du matin, & il faudroit ajouter une petite quantité à l'inſtant du milieu pour avoir celui du midi. (629)

Fig. 35. 626. Soit P le pole élevé (*Fig.* 35.), Z le zénith, S le ſoleil, SB un arc parallele à l'horiſon, en ſorte que le point B & le point S ſoient à la même hauteur; PS la diſtance du ſoleil au pole le matin, PB ſa diſtance au pole devenue plus petite le ſoir; au moment où le ſoleil ſera parvenu le ſoir au point B, que je ſuppoſe élevé de 21 deg. comme dans l'obſervation du matin, l'angle horaire du ſoir ZPB, ou ſa diſtance au méridien PZ, ſera plus grand que l'angle horaire du matin ZPS; ſi l'on calcule ces deux angles horaires, en réſolvant les deux triangles qui ont chacun le côté commun PZ & les côtés égaux ZS, ZB, mais dont les côtés PS & PB ſont différens de la quantité dont la déclinaiſon du ſoleil a changé dans l'intervalle des deux hauteurs, on aura deux angles horaires différens; la moitié de leur différence réduite en temps, ſera la correction qu'il faudra faire au temps du milieu pour avoir le véritable inſtant du midi.

627. Pour calculer d'une maniere plus commode cette petite différence de temps qui doit ſervir à corriger le milieu des hauteurs correſpondantes, il ſuffit de trouver l'angle SPB (*Fig.* 35.), qui eſt la petite variation de l'angle horaire P, en ſuppoſant que les côtés PZ & ZS ſoient conſtans : dans les régles des analogies différentielles que je rapporterai, Liv. XXIII. à la fin de la Trigonométrie, l'on verra que dans un triangle ſphérique, dont deux côtés ſont conſtans, le changement, ou la petite variation d'un des angles adjacens, tel que l'angle P, eſt au changement qui a lieu en même temps dans le troiſieme côté PS, comme le rayon eſt à la cotangente du côté conſtant PZ adjacent à cet angle, diviſé par le ſinus du même angle P moins la cotangente du côté variable PS diviſée par la tangente du même angle P ; c'eſt-à-dire, que le changement de l'angle horaire eſt au changement de la déclinaiſon entre midi & l'heure des hauteurs, avant ou après midi, comme le rayon eſt à la tangente de la hauteur du pole diviſée par le ſinus de l'angle horaire moins la tangente de la déclinaiſon diviſée par la tangente de l'angle horaire : pour avoir le temps qui répond à cette petite variation de l'angle horaire, il faut prendre la quinzieme partie des ſecondes de degré, & l'on aura les ſecondes de temps : ſi donc on appelle dx la quantité de la variation SA de la diſtance au pole, ou le changement total de déclinaiſon arrivé entre les hauteurs du matin & celles du ſoir (622), on aura pour la correction cherchée réduite en ſecondes de temps $\frac{dx}{30}\left(\frac{\text{tang. latit.}}{\text{ſin. angle hor.}} \mp \frac{\text{tang. declin.}}{\text{tang. angle hor.}}\right)$ le ſigne *plus* + a lieu quand la déclinaiſon du ſoleil eſt auſtrale, & le ſigne négatif — a lieu quand la déclinaiſon du ſoleil eſt boréale, c'eſt-à-dire, depuis le 21 de Mars juſqu'au 21 de Septembre : car les tangentes de la déclinaiſon auſtrale ſont d'une dénomination contraire à celles de la déclinaiſon boréale qu'on a employée dans la formule dont nous nous ſommes ſervis, parce que cette formule ſuppoſe que dans le triangle PZS le côté PS eſt moindre que 90 degrés.

Fig. 35.

Formule de l'équation des Hauteurs.

628. Exemple. Le premier jour du mois de Mars la déclinaiſon du ſoleil étant de 7° 17′ du côté du midi, elle diminue dans l'eſpace de 24 heures de 22′ 56″, & ſi les hauteurs correſpondantes du ſoleil qu'on peut obſerver ce jour-là, ont été priſes vers 9 heures du matin & 3 heures du ſoir, on aura 5′ 44″ pour le changement de déclinaiſon pendant l'eſpace de ſix heures, qui ſe ſont écoulées entre la hauteur du matin & celle du ſoir ; ainſi dx ſera égal à 344″ ; l'angle horaire qui répond à trois heures, eſt de 45°, à raiſon de 15 degrés par heure : ſi c'eſt à la latitude de Paris qu'on obſerve, c'eſt-à-dire, à 48° 50′, on aura pour la tangente de la latitude, priſe dans les Tables ordinaires des ſinus & des tangentes, 1, 1436, en ſuppoſant, ſuivant l'uſage, l'unité pour le rayon ou ſinus total; le ſinus de l'angle horaire ou de 45°, ſera 0, 7071 ; ſi l'on diviſe 1, 1436 par 0, 7071, ſuivant la régle des fractions décimales, on aura 1, 617 égal à $\frac{\text{tang. lat.}}{\text{ſin. angle hor.}}$ la tangente de la déclinaiſon du ſoleil 7° 17′ eſt 0, 1278, la tangente de l'angle horaire 45° eſt égale à l'unité, ainſi l'on aura $0, 1278 = \frac{\text{tang. declin.}}{\text{tang. angle hor.}}$, cette quantité s'ajoutera avec la précédente, parce que la déclinaiſon du ſoleil eſt méridionale, & l'on aura $1, 745 = \frac{\text{tang. lat.}}{\text{ſin. angl. hor.}} + \frac{\text{tang. declin.}}{\text{tang. angle hor.}}$; on prendroit la différence de ces deux termes ſi la déclinaiſon étoit boréale, le ſoleil étant au nord de l'équateur. Il ne reſte plus qu'à multiplier 1, 745 par dx ou 344″, & à le diviſer par 30 ſuivant la formule, pour avoir 20″, 0, c'eſt l'équation cherchée, ou la correction qu'il faut faire à l'heure trouvée, par un milieu entre les heures des hauteurs correſpondantes.

629. Cette équation doit ſe retrancher lorſque le ſoleil eſt dans les ſignes aſcendans, 9, 10, 11, 0, 1, 2, 3, c'eſt-à-dire, qu'il ſe rapproche du pole élevé, c'eſt depuis le 21 de Décembre juſqu'au 21 de Juin dans nos régions ſeptentrionales ; cette équation eſt additive dans les ſignes deſcendans, ou lorſque le ſoleil s'éloigne de notre pole.

Pour ſentir la raiſon de cette derniere remarque on obſervera que ſi le ſoleil eſt plus près du pole après midi que

le matin, à égale hauteur, l'angle horaire ſera plus grand, comme la figure le fait voir ; car le point B étant plus près du pole P, que le point S, l'angle ZPB eſt plus grand que l'angle ZPS ; or l'angle ZPB eſt l'angle horaire du ſoir dans la ſuppoſition que nous venons de faire ; ainſi dans les ſignes aſcendans, l'angle horaire du ſoir eſt plus grand que celui du matin, à hauteurs égales. Dès-lors le milieu de l'angle total compris entre le cercle horaire du matin & celui du ſoir, tombera du côté de la plus grande portion, c'eſt-à-dire, du côté du ſoir, ou à la droite du méridien, & le milieu des temps des hauteurs correſpondantes ſera dans le même cas, il donnera un temps qui ſera après midi ; ainſi pour avoir le midi vrai, il faudra ſouſtraire l'équation. *Fig.* 230.

630. Il nous reſte à faire voir la raiſon pour laquelle nous avons diviſé la formule par 30 pour avoir l'équation, au lieu de la diviſer ſimplement par 15 pour la convertir en temps. Si la quantité dont l'angle horaire du ſoir eſt plus grand que celui du matin, eſt de 40″ de temps, la correction du midi ne doit être que de 20″, parce que quand on veut avoir le milieu entre deux quantités, on prend la moitié de leur ſomme, & s'il y a une des deux quantités trop grande de 40″, on aura une demi-ſomme trop grande de 20″ ſeulement ; ainſi la correction ne doit être que la moitié de la quantité dont l'angle horaire du ſoir ſurpaſſe celui du matin ; c'eſt pourquoi nous n'avons pris que la moitié de la formule qui exprimoit le petit angle BPS, & nous en avons diviſé l'expreſſion par 30, & non par 15 qui auroient ſuffi pour la réduire en temps.

631. Il y a des cas où il peut être plus commode d'employer l'angle parallactique S, ou l'angle du vertical avec le cercle de latitude ; voici la maniere de s'en ſervir, en ſuppoſant qu'on ait calculé l'angle S pour le temps des hauteurs obſervées avant ou après le méridien (622) ; on verra dans les analogies différentielles que lorſque dans un triangle on a deux côtés conſtans, tels que PZ & ZS, la variation du troiſieme côté PS eſt à la variation d'un des angles P adjacens au côté conſtant, comme le ſinus de ce

Autre méthode pour calculer l'équation.

troiſieme côté multiplié par la tangente de l'autre angle S adjacent au côté conſtant, eſt au ſinus total ; c'eſt-à-dire, que $dPS : dP :: \text{tang. } S. \text{ ſin. } PS : R$, donc $dP = \frac{dPS}{\text{tang. } S \text{ ſin. } PS}$, mettant dx à la place de dPS, & diviſant cette quantité par 30, comme dans la formule précédente, on aura l'équation des hauteurs en ſecondes de temps $\frac{dx}{30 \text{ tang. } S \text{ ſin. } PS}$: c'eſt-

Régle. à-dire, qu'il faudra diviſer le changement de déclinaiſon arrivé du matin au ſoir, exprimé en ſecondes, par la tangente de l'angle parallactique multipliée par 30 fois le coſinus de la déclinaiſon, le quotient ſera la correction cherchée en ſecondes de temps. Un Obſervateur en pays éloigné, qui ſeroit dépourvu de Tables, trouveroit de l'avantage à employer cette méthode, parce que l'angle parallactique eſt aiſé à calculer quand on connoît la hauteur du ſoleil par l'obſervation, dont ZS eſt le complément, la hauteur de l'équateur du lieu où l'on habite, qui eſt égale à PZ, & l'heure à laquelle on a obſervé, qui donne l'angle horaire P ; alors il ſuffit de faire cette proportion, ſin. SZ : ſin. P :: ſin. PZ : ſin. S, pour avoir l'angle parallactique PSZ.

632. La méthode des hauteurs correſpondantes ſert auſſi à déterminer le paſſage des planetes par le méridien, lorſqu'on veut déterminer de la maniere la plus ſûre leur différence d'aſcenſion droite par rapport à une étoile ; toutes les planetes, auſſi bien que le ſoleil, ſont ſujettes à avoir dans l'eſpace de quelques heures un changement de déclinaiſon, d'où il réſulte une correction ſemblable à celle que nous venons de calculer pour le ſoleil ; il eſt vrai que cette différence peut devenir plus grande pour les autres planetes, parce qu'elle dépend du changement de déclinaiſon dans l'intervalle des deux obſervations ; mais ce n'eſt point un obſtacle à l'exactitude de la méthode, dès qu'on connoîtra exactement la différence de déclinaiſon d'un jour à l'autre. On peut connoître cette différence par des hauteurs méridiennes obſervées deux jours de ſuite, & même par le calcul des Tables qui eſt ſuffiſamment exact, pourvû qu'on le faſſe en ſecondes ; car une minute d'erreur ſur le

changement

changement de la déclinaiſon en 24 heures, peut produire plus d'une ſeconde de temps ſur l'équation des hauteurs correſpondantes.

633. La lune même pourroit s'obſerver par le moyen des hauteurs correſpondantes ; car les Tables ſont aſſez exactes pour donner à une minute près le changement diurne en déclinaiſon, ſur-tout étant corrigées par les obſervations que l'on fait preſque tous les jours à Paris : il eſt vrai que le calcul eſt extrémement long, auſſi ne doit-on choiſir cette méthode que dans le cas où l'on eſt dépourvû de tout autre moyen pour obſerver les longitudes, ou pour déterminer les lieux de la lune ; mais je connois des cas où il eût été bien à ſouhaiter qu'on eût daigné le mettre en uſage.

De la Table d'équation.

634. On trouvera ci-après, pag. 277, une Table de l'équation des hauteurs correſpondantes pour chaque demi-heure, c'eſt-à-dire, pour des hauteurs priſes à 2^h, à $2^h\frac{1}{2}$, &c. juſqu'à ſix heures, ſous la latitude de Paris : cette Table a été calculée par M. l'Abbé de la Caille, elle ne va pas au-delà de ſix heures, parce que les Aſtronomes n'ont pas coutume de choiſir de ſi grands intervalles de temps, pendant leſquels une horloge peut ſouffrir quelque dérangement, c'eſt ordinairement à 9 heures du matin & à 3 heures après midi, que nous prenons des hauteurs correſpondantes du ſoleil ; plus près du midi elles auroient moins de préciſion, parce que le ſoleil ne monte pas aſſez rapidement pour que l'on ſoit ſûr, à une demi-ſeconde près, du temps où le bord du ſoleil touche le fil de la lunette.

Cette Table eſt diſpoſée auſſi pour tous les degrés de la longitude du ſoleil de ſix en ſix, & non pas pour les degrés de déclinaiſon, parce que dans les temps mêmes où le ſoleil eſt à égale diſtance de l'équateur, le changement diurne de ſa déclinaiſon n'eſt pas exactement le même, le ſoleil ayant dans l'écliptique un mouvement diurne, plus ou moins rapide, qui en produit un plus ou moins grand dans la déclinaiſon.

635. Cette Table peut ſervir auſſi pour les planetes, mais avec une attention dont nous allons parler, &

ſeulement dans les cas où le changement de déclinaiſon ne ſurpaſſe pas une minute par heure ; on cherchera dans la Connoiſſance des Mouvemens céleſtes le jour de l'année où le mouvement du ſoleil en déclinaiſon eſt le même que celui de la planete que l'on vient d'obſerver, & l'on verra quelle eſt la longitude du ſoleil pour ce jour-là ; c'eſt avec cette longitude qu'on cherchera dans la Table de l'équation des hauteurs correſpondantes celle qui convient à la planete ; on aura ſoin auſſi de ne pas faire attention aux titres de cette Table, mais d'ajouter l'équation quand la planete s'éloigne du pole nord, & de la ſouſtraire quand elle s'en rapproche.

636. Exemple. Je ſuppoſe que le 23 Novembre 1765, jour de l'oppoſition de Saturne, on ait obſervé des hauteurs correſpondantes de cette planete, 4 heures avant ſon paſſage au méridien, & 4 heures après, ſon mouvement diurne en déclinaiſon eſt alors de une minute ſeulement, dont il s'éloigne du pole boréal d'un jour à l'autre, à peu-près comme le ſoleil quand il a trois ſignes & deux degrés de longitude, on cherchera donc dans la Table de l'équation des hauteurs, vis-à-vis de $3^s\ 2^\circ$, & au-deſſous de 4^h, on trouvera $0''$, 6, c'eſt-à-dire, ſix dixiemes de ſecondes qu'il faut ajouter, (parce que Saturne s'éloigne du pole élevé), à l'heure du paſſage conclu des hauteurs correſpondantes, pour avoir exactement le véritable paſſage au méridien.

Autres Tables générales.

637. Nous inſérons encore ici deux Tables qui ſerviront à trouver l'équation des hauteurs correſpondantes pour toutes les latitudes, en ajoutant deux parties, dont l'une eſt conſtante, & l'autre varie pour différentes latitudes. La formule de l'art. 627 eſt compoſée de deux parties, dont l'une dépend de la déclinaiſon du ſoleil & de l'angle horaire, elle eſt égale à $\pm \frac{dx}{30} \frac{\text{tang. declin.}}{\text{tang. angle hor.}}$, c'eſt celle qui forme la premiere Table de l'équation générale, page 279 ; elle eſt additive dans le premier & le troiſieme quart de la longitude du ſoleil, c'eſt-à-dire, dans le printemps & dans l'automne : en effet elle doit être additive quand le ſoleil deſcend, & qu'il a une déclinaiſon auſtrale, parce qu'on a vû

(art. 629.) que la formule totale eſt additive dans les ſignes deſcendans, & que la partie qui dépend de la déclinaiſon, eſt additive ſeulement quand la déclinaiſon du ſoleil eſt auſtrale, les deux ſignes + concourent alors, & la ſeconde partie de la formule qui eſt contenue dans la premiere Table, ne peut manquer d'être additive; elle ſera encore additive quand le ſigne de la formule totale étant —, le ſigne de la ſeconde partie ſe trouvera encore —; car la négation d'une partie négative eſt une affirmation; retrancher une partie du *deficit*, c'eſt ajoûter une choſe poſitive; or c'eſt ce qui arrive quand le ſoleil eſt dans les ſignes aſcendans avec une déclinaiſon boréale; dans tous les autres cas, cette partie de la formule eſt négative, c'eſt-à-dire, dans l'été & dans l'hyver, ou dans le ſecond & le quatrieme quart de la longitude.

Cette partie de l'équation des hauteurs devroit changer de ſigne ſous les latitudes méridionales, mais comme le ſigne de l'équation totale change auſſi, l'un compenſe l'autre, & cette Table conſerve les mêmes ſignes ſous toutes les latitudes, au nord & au midi de l'équateur.

638. La ſeconde partie de l'équation générale, page 280, eſt égale à $\frac{dx}{30 \text{ ſin. angle hor.}}$; pour s'employer elle doit être encore multipliée par la tangente de la latitude, c'eſt-à-dire, qu'on ne peut employer cette Table telle qu'elle eſt, que ſous une latitude de 45 degrés; tous les nombres de cette Table augmentent de moitié à 56° 19′ de latitude, parce que la tangente de 56° 19′, au lieu d'être égale à l'unité, eſt égale à $1\frac{1}{2}$, ou 1, 5; de même tous les nombres de la Table deviennent doubles à 63° 26′ de latitude, parce que la tangente de 63° 26′ eſt double du rayon, elle eſt égale à 2, le rayon étant toujours ſuppoſé égal à 1. Cette partie de l'équation étant additive quand le ſoleil s'éloigne du pole élevé, les ſignes de la ſeconde Table doivent changer lorſque l'on paſſe du côté du pole auſtral; ceux que l'on y voit marqués, ſont pour les latitudes boréales.

639. Exemple. Le 30 Septembre 1751, M. de la Caille étant au Cap de Bonne Eſpérance, ſous la latitude auſtrale

de 33° 55′, obſerva des hauteurs du ſoleil vers $8^h \frac{1}{4}$ du matin, & $3^h \frac{1}{4}$ de l'après-midi, on demande l'équation pour ce jour-là ; la longitude du ſoleil à midi étant 6^s 6° 55′, on trouve dans la premiere Table 0″, 6 additive ; & dans la ſeconde Table 16″, 8. Cette derniere quantité ſe multipliera par la tangente de la latitude 33° 55′ qui eſt 0, 672, ou, ce qui revient au même, on ajoutera le logarithme de 16″, 8 qui eſt 1, 22531, avec celui de la tangente de 33° 55′, qui eſt 9, 82762, & l'on aura pour la ſomme 1, 05293, logarithme de 11″, 3 ; ainſi cette partie de l'équation eſt 11″, 3, parce qu'on change les ſignes de la Table ſous une latitude méridionale ; on en retranchera la premiere partie 0″, 6, parce qu'elle eſt additive, & l'on aura 10″, 7, équation ſouſtractive pour le temps & le lieu donné, & c'eſt auſſi celle que M. de la Caille a employée, (*Aſtr. Fundam. p.* 117.)

640. Si l'on calculoit cette équation directement pour le Cap de Bonne Eſpérance par la formule de l'art. 627, on trouveroit + 11″, 3 & — 0″, 6, mais il faudroit changer les ſignes de l'équation totale qui deviendra toujours — 10″, 7 : il a été plus commode de ne changer les ſignes que de la ſeconde Table, parce que ceux de la premiere Table changent néceſſairement quand on paſſe à des latitudes méridionales, en même temps que l'on change le ſigne de l'équation totale ; ainſi l'on ne ſera pas ſurpris de voir une eſpece de contradiction entre les ſignes des 2 Tables, & ceux que la formule donneroit ſi l'on en faiſoit immédiatement l'application.

641. On trouvera dans la premiere partie de l'équation générale, page 279, une colomne où ſont les logarithmes des mouvemens diurnes du ſoleil en déclinaiſon pour chaque longitude ; quand le ſoleil eſt dans l'équinoxe, & que ſa longitude eſt 0^s 0°, ſa déclinaiſon varie de 23′ 41″ par jour, le logarithme de cette quantité réduite en ſecondes eſt 3, 1525, il ſerviroit à celui qui auroit beſoin de conſtruire une Table pour quelque latitude donnée, ou d'étendre à une plus grande diſtance du méridien les Tables ſuivantes.

ÉQUATION POUR LE MIDI,

Conclu par des hauteurs correſpondantes du Soleil, ſous la Latitude de Paris.

Moitié de l'intervalle entre les Obſervations.

Longitude du ☉		2h 0	2h 30′	3h 0′	3h 30′	4h 0′	4h 30′	5h 0′	5h 30′	6h 0′
O	0	18″ 0	18″ 5	19 2	19 9	20 9	22 0	23 4	24 9	27 1
	6	17 4	17 8	18 5	19 3	20 3	21 5	23 0	24 6	26 9
ſouſ.	12	16 5	17 0	17 7	18 5	19 6	20 8	22 3	24 0	26 4
	18	15 5	16 0	16 8	17 6	18 7	20 0	21 6	23 3	25 7
	2	14 5	15 0	15 7	16 5	17 7	19 0	20 6	22 3	24 8
I.	0	13 3	13 8	14 6	15 4	16 5	17 8	19 4	21 1	23 6
ſouſ.	6	12 3	12 6	13 3	14 1	15 2	16 5	18 0	19 7	22 1
	12	10 7	11 2	12 0	12 8	13 8	15 0	16 5	18 2	20 4
ſouſ.	18	9 5	10 0	10 6	11 3	12 3	13 5	14 8	16 4	18 5
	24	8 1	8 5	9 1	9 8	10 7	11 8	15 0	14 4	16 3
II.	0	6 7	7 1	7 6	8 3	9 0	10 0	11 1	12 3	14 0
ſouſ.	6	5 4	5 7	6 1	6 6	7 3	8 1	9 0	10 0	11 5
	12	4 0	4 3	4 6	5 0	5 5	6 1	6 8	7 6	8 7
ſouſ.	18	2 7	2 8	3 1	3 3	3 7	4 1	4 6	5 2	5 9
	24	1 3	1 4	1 5	1 7	1 8	2 0	2 3	2 6	3 0
III.	0	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0
	6	1 3	1 4	1 5	1 7	1 8	2 0	2 3	2 6	3 0
ad.	12	2 7	2 8	3 1	3 3	3 7	4 1	4 6	5 2	5 9
	18	4 0	4 3	4 6	5 0	5 5	6 1	6 8	7 6	8 7
	24	5 3	5 7	6 1	6 6	7 3	8 0	9 0	10 0	11 4
IV.	0	6 7	7 1	7 6	8 2	9 0	9 9	11 0	12 3	13 9
ad.	6	8 0	8 5	9 1	9 8	10 7	11 7	13 0	14 3	16 3
	12	9 4	9 9	10 5	11 2	12 2	13 4	14 8	16 3	18 4
	18	10 6	11 2	11 9	12 7	13 7	15 0	16 4	18 0	20 3
ad.	24	12 0	12 5	13 2	14 0	15 1	16 4	18 0	19 6	22 0
V.	0	13 2	13 7	14 5	15 3	16 4	17 7	19 2	21 0	23 4
	6	14 3	14 9	15 6	16 4	17 5	18 8	20 4	22 1	24 6
ad.	12	15 4	15 9	16 6	17 5	18 6	19 8	21 4	23 1	25 5
	18	16 4	16 9	17 6	18 4	19 4	20 7	21 2	23 8	26 2
ad.	24	17 2	17 7	18 3	19 1	20 1	21 3	22 8	24 3	26 7
VI.	0	17 9	18 3	19 0	19 7	20 7	21 8	23 2	24 7	26 9

(*Voyez art.* 28.)

ÉQUATION POUR LE MIDI,

Conclu par des hauteurs correſpondantes du Soleil, ſous la Latitude de Paris.

Moitié de l'intervalle entre les Obſervations.

Longitude du ☉		2h 0′	2h 30′	3h 0′	3h 30′	4h 0′	4h 30′	5h 0′	5h 30′	6h 0′
VI.	0	17 9	18 3	19 0	19 7	20 7	21 8	23 2	24 7	26 9
ad.	6	18 5	18 8	19 5	20 1	21 0	22 1	23 4	24 8	
	12	18 8	19 2	19 7	20 3	21 2	22 2	23 3	24 6	
	18	19 0	19 3	19 8	20 3	21 1	22 0	23 1		
	24	19 0	19 2	19 6	20 1	20 8	21 6	22 6		
VII.	0	18 6	18 8	19 3	19 6	20 2	21 0			
	6	18 0	18 2	18 5	18 9	19 4	20 0			
ad.	12	17 0	17 2	17 6	17 9	18 3	18 9			
	18	15 9	16 0	16 3	16 5	16 9				
	24	14 4	14 5	14 7	14 9	15 2				
VIII.	0	12 6	12 7	12 8	13 0	13 2				
	6	10 5	10 5	10 6	10 8					
ad.	12	8 1	8 2	8 2	8 3					
	18	5 5	5 6	5 6	5 6					
	24	2 8	2 8	2 8	2 9					
IX.	0	0 0	0 0	0 0	0 0					
	6	2 8	2 8	2 8	2 9					
ſouſ.	12	5 5	5 6	5 6	5 7					
	18	8 1	8 2	8 2	8 3					
	24	10 5	10 6	10 7	10 8					
X.	0	12 6	12 7	12 9	13 0	13 3				
	6	14 5	14 6	14 8	15 0	15 3				
ſouſ.	12	16 0	16 2	16 4	16 6	17 0				
	18	17 2	17 3	17 7	18 0	18 4	18 9			
	24	18 1	18 3	18 7	19 0	19 6	20 9			
XI.	0	18 8	19 0	19 4	19 8	20 4	21 1			
	6	19 1	19 4	19 8	20 3	21 0	21 8	22 8		
ſouſ.	12	19 1	19 5	20 0	20 5	21 3	22 2	23 3		
	18	19 0	19 4	20 0	20 5	21 4	22 3	23 6	25 0	
	24	18 6	19 0	19 7	20 3	21 2	22 3	23 6	24 8	
	30	18 0	18 5	19 2	19 9	20 9	22 0	23 4	24 0	

Longitude du ☉		1h 40′	2h 0′	2h 20′	2h 40′	3h 0′	3h 20′	3h 40′	4h 0′	Log. du mouvem. en Déc.
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0 00	3 1525
Os	10d	0″ 96	0″ 93	0″ 89	0″ 85	0 80	0 75	0 69	0 62	3 1447
ad.	20	1 89	1 76	1 69	1 61	1 53	1 43	1 30	1 17	3 1246
I.	0	2 49	2 41	2 32	2 21	2 09	1 95	1 79	1 61	3 0913
ad.	10	2 90	2 81	2 70	2 58	2 43	2 27	2 08	1 87	3 0418
	20	2 97	2 88	2 77	2 64	2 49	2 32	2 13	1 92	2 9702
II.	0	2 68	2 59	2 50	2 38	2 25	2 09	1 92	1 73	2 8654
ad.	10	2 02	1 96	1 89	1 80	1 70	1 58	1 45	1 31	2 7043
	20	1 10	1 06	1 02	0 97	0 92	0 86	0 79	0 71	2 4124
III.	0	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	
souſ.	10	1 10	1 06	1 02	0 97	0 92	0 86	0 79	0 71	2 4117
	20	2 02	1 96	1 88	1 79	1 70	1 58	1 45	1 31	2 7029
IV.	0	2 66	2 58	2 48	2 37	2 24	2 08	1 91	1 72	2 8633
souſ.	10	2 94	2 85	2 74	2 62	2 47	2 30	2 11	1 90	2 9663
	20	2 87	2 78	2 68	2 56	2 41	2 25	2 06	1 86	3 0384
V.	0	2 47	2 40	2 31	2 20	2 08	1 94	1 78	1 60	3 0875
souſ.	10	1 81	1 75	1 68	1 60	1 52	1 32	1 29	1 16	3 1204
	20	0 95	0 92	0 89	0 85	0 80	0 74	0 68	0 61	3 1402
VI.	0	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	3 1482
ad.	10	0 96	0 93	0 89	0 85	0 80	0 75	0 69	0 62	3 1450
	20	1 84	1 78	1 72	1 65	1 56	1 46	1 24	1 20	3 1303
VII.	0	2 55	2 47	2 38	2 27	2 14	2 00	1 83	1 65	3 1020
ad.	10	3 00	2 91	2 80	2 67	2 52	2 35	2 15	1 94	3 0569
	20	3 10	3 01	2 89	2 76	2 61	2 43	2 23	2 01	2 9895
VIII.	0	2 83	2 74	2 64	2 52	2 38	1 21	2 03	1 83	2 8885
ad.	10	2 15	2 08	2 00	1 91	1 80	1 68	1 54	1 39	2 7301
	20	1 17	1 13	1 09	1 04	0 98	0 91	0 84	0 75	2 4403
IX.	0	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	
souſ.	10	1 17	1 13	1 09	1 04	0 98	0 91	0 84	0 75	2 4401
	20	2 15	2 09	2 01	1 92	1 81	1 69	1 55	1 39	2 7316
X.	0	2 84	2 76	2 64	2 56	2 39	2 22	2 04	1 84	2 8906
souſ.	10	3 13	3 03	2 91	2 78	2 62	2 45	2 25	2 02	2 9922
	20	3 02	2 93	2 82	2 69	2 54	2 37	2 16	1 95	3 0603
XI.	0	2 57	2 49	2 40	2 29	2 16	2 01	1 85	1 66	3 1057
souſ.	10	2 34	2 27	2 18	2 08	1 97	1 83	1 68	1 51	3 1344
	20	0 97	0 94	0 90	0 86	0 81	0 76	0 69	0 63	3 1481

(*Voyez art. 637.*)

Multipliez par la Tangente de la Latitude, & ſi elle eſt Auſtrale, changez les Signes.

Longitude du ⊙		1h 40′	2h 0′	2h 20′	2h 40′	3h 0′	3h 20′	3h 40′	4h 0′
O	0	15″ 53	15″ 78	16″ 09	16″ 37	16″ 74	17″ 17	17″ 66	18″ 23
ſouſ.	10	15 25	15 50	15 80	16 08	16 44	16 86	17 35	17 91
	20	14 56	14 80	15 09	15 35	15 70	16 10	16 56	17 10
I.	0	13 49	13 71	13 97	14 22	14 54	14 91	15 34	15 83
ſouſ.	10	12 03	12 23	12 47	12 69	12 97	13 30	13 69	14 13
	20	10 20	10 37	10 57	10 76	11 00	11 28	11 61	11 98
II.	0	8 02	8 15	8 31	8 45	8 64	8 86	9 12	9 41
ſouſ.	10	5 53	5 62	5 73	5 83	5 96	6 12	6 29	6 50
	20	2 82	2 87	2 93	2 98	3 05	3 12	3 21	3 32
III.	0	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00
ad.	10	2 82	2 87	2 92	2 97	3 04	3 12	3 21	3 31
	20	5 51	5 60	5 71	5 81	5 95	6 10	6 27	6 48
IV.	0	7 98	8 11	8 27	8 41	8 60	8 82	9 08	9 37
ad.	10	10 11	10 28	10 48	10 66	10 90	11 18	11 51	11 88
	20	11 94	12 17	12 37	12 59	12 87	13 20	13 58	14 02
V.	0	13 37	13 59	13 85	14 10	14 41	14 78	15 21	15 70
ad.	10	14 42	14 66	14 94	15 20	15 55	15 94	16 41	16 93
	20	15 09	15 34	15 64	15 92	16 27	16 69	17 17	17 72
VI.	0	15 37	15 63	15 93	16 21	16 58	17 00	17 49	18 05
ad.	10	15 26	15 52	15 81	16 09	16 46	16 87	17 36	17 92
	20	14 75	15 00	15 29	15 56	15 91	16 31	16 78	17 32
VII.	0	13 82	14 05	14 32	14 57	14 90	15 28	15 74	16 23
ad.	10	12 46	12 66	12 91	13 14	13 43	13 78	14 17	14 63
	20	10 76	10 84	11 05	11 25	11 50	11 80	12 14	12 53
VIII.	0	8 46	8 59	8 76	8 91	9 12	9 35	9 62	9 93
ad.	10	5 87	5 83	6 08	6 19	6 33	6 49	6 63	6 89
	20	3 01	3 06	3 12	3 18	3 25	3 33	3 43	3 54
IX.	0	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00
ſouſ.	10	3 02	3 07	3 13	3 18	3 25	3 34	3 43	3 54
	20	5 89	6 00	6 10	6 36	6 50	6 67	6 86	6 92
X.	0	8 42	8 64	8 80	8 96	9 16	9 39	9 67	9 98
ſouſ.	10	10 74	10 91	11 12	11 32	11 58	11 90	12 21	12 61
	20	12 56	12 77	13 01	13 24	13 54	13 88	14 29	14 74
XI.	0	13 94	14 17	14 45	14 70	15 03	15 41	15 86	16 37
ſouſ.	10	14 90	15 14	15 43	15 71	16 06	16 47	16 94	17 48
	20	15 37	15 63	15 93	16 21	16 57	17 00	17 49	18 05

De l'heure où il ſeroit le plus avantageux de prendre des Hauteurs correſpondantes.

642. J'AI dit que l'on prend ordinairement les hauteurs à 9 heures du matin, pour ne pas mettre une trop grande diſtance entre les obſervations, & ne pas compter trop long-temps ſur l'uniformité de l'horloge; cependant il eſt bon de ſçavoir auſſi quelle eſt l'heure où il y a le plus d'exactitude à attendre de l'obſervation même de la hauteur; cette conſidération ſervira auſſi dans tous les cas où l'on ſeroit obligé d'employer le quart-de-cercle pour prendre des hauteurs hors du méridien, comme pour ſçavoir l'heure qu'il eſt, ou pour obſerver des conjonctions, ainſi qu'on le verra à l'occaſion des paſſages de Mercure & de Vénus ſur le ſoleil.

Plus un aſtre s'éleve rapidement, ou plus il parcourt d'eſpace en hauteur dans un temps donné, plus on diſcerne avec préciſion l'inſtant où il traverſe le fil de la lunette, & plus il y a d'avantage à obſerver alors la hauteur; lorſqu'on eſt placé ſous l'équateur, on voit les aſtres ſe lever tous perpendiculairement à l'horiſon (76); mais dans la ſphère oblique tous les aſtres vont obliquement, & ne s'élevent dans aucun cas perpendiculairement, du moins dans l'horiſon; tout ce que l'on peut faire, eſt de trouver le temps où la direction du mouvement d'un aſtre dans ſon parallele approche le plus de l'angle droit.

On trouve dans le Calendrier aſtronomique de Berlin pour l'année 1740, une ſolution algébrique de ce problême; je ne la rapporterai pas ici, parce qu'il ſuffit de jetter les yeux ſur un globe pour voir dans quel temps eſt la plus grande augmentation de la hauteur; ſi l'aſtre a une déclinaiſon méridionale, c'eſt au moment de ſon lever; ſi la déclinaiſon eſt boréale, mais qu'elle ſoit moindre que l'élévation du pole, c'eſt au moment où l'aſtre paſſe dans le premier vertical, c'eſt-à-dire, que ſon azimuth eſt de 90 deg. Si la déclinaiſon eſt plus grande que la hauteur du pole, en ſorte que l'aſtre paſſe au méridien entre le pole & le zénith,

il y aura un point de ſon parallele où le vertical ſera perpendiculaire au cercle horaire, & dans ce point la direction du mouvement diurne ſera perpendiculaire à l'horiſon ; ainſi on aura alors le plus grand accroiſſement poſſible pour la hauteur de l'aſtre dont il s'agit.

DE LA MESURE DU TEMPS.

643. Le ſoleil étant l'objet le plus frappant de l'univers entier, il a été pris dans tous les ſiécles & chez tous les peuples du monde, pour la meſure naturelle du temps ; les années ont ſervi à compter les temps éloignés, les jours ont ſervi à marquer des intervalles plus courts ; les heures ont été introduites pour partager les jours, & exprimer les petits intervalles de temps.

Egalité du temps.

644. Le temps par ſa nature, ou par l'idée primitive que tout le monde y attache, eſt égal & uniforme ; les heures ſont des intervalles égaux, & le mouvement diurne du ſoleil autour de la terre, qui ſe partage en 24 parties égales, doit être ſuppoſé uniforme pour former 24 portions égales, dont chacune répond à 15 degrés de l'équateur ou de l'angle au pole.

Ce mouvement diurne que nous ferons voir être produit par la rotation de la terre autour de ſon axe (Liv. V.), eſt donc néceſſairement ſuppoſé égal ; on n'a point encore apperçu de phénomenes qui puiſſent y dénoter quelque inégalité ; on le ſuppoſe uniforme, ſoit pour le temps où nous ſommes, ſoit pour les ſiécles paſſés.

Inégalité de la rotation de la terre.

645. Cependant l'inégalité des rotations de la terre pourroit aller à 2 ou 3 ſecondes de temps dans l'eſpace d'un an, ſans qu'il fût poſſible de s'en appercevoir par les obſervations ; ces rotations pourroient être plus ou moins longues actuellement que dans les ſiécles paſſés, ſans que la différence fût ſenſible dans les moyens mouvemens des planetes, qui ne ſçauroient être déterminés exactement par les anciennes obſervations ; il faudroit avoir déterminé pendant pluſieurs ſiécles la longueur du pendule ſimple qui ſert à meſurer les jours, comme nous le dirons en parlant de

la Figure de la Terre, pour avoir lieu de préſumer que les durées des rotations de la terre ſont conſtantes, & il pourroit encore arriver que le pendule fût conſtant malgré le changement de la rotation de la terre.

Les forces de la lune & du ſoleil ſur le ſphéroïde applati, dont nous parlerons dans le Livre de l'Attraction, le vent général qui regne ſans ceſſe d'orient en occident ſur la ſurface de la terre, le mouvement général de la mer d'occident en orient *, qui a été remarqué par divers Obſervateurs ; tout cela doit néceſſairement affecter à la longue le mouvement de rotation de la terre, & par conſéquent changer un peu la longueur des jours que nous ſuppoſons uniforme. Cependant n'ayant juſqu'ici aucun moyen de conſtater la différence, ni aucune raiſon de croire qu'elle ſoit bien conſidérable, nous ſuppoſerons les jours égaux, ſans autre différence que celle qui provient du mouvement annuel, & dont nous parlerons bientôt.

Horloges réglées ſur le moyen mouvement.

646. Les horloges à pendule, qu'on appelle ſouvent par abbréviation *des Pendules*, & dont on ſe ſert dans la ſociété, ſont réglées ſur le moyen mouvement du ſoleil, & marquent les heures ſolaires moyennes (149), c'eſt-à-dire, qu'au bout de chaque année ces horloges doivent ſe retrouver d'accord avec le ſoleil, comme elles l'étoient au commencement de l'année. La plûpart des Aſtronomes reglent les leurs de même, afin que l'horloge puiſſe indiquer toujours à peu-près l'heure qu'il eſt pour les uſages de la ſociété, & à peu-près le temps vrai des différentes obſervations qu'ils ont à faire ; dès-lors il eſt néceſſaire pour eux de convertir à tout moment les heures ſolaires moyennes en degrés, pour connoître les différences d'aſcenſion droite, & les arcs de l'équateur qui répondent à chaque intervalle d'heures, de minutes & de ſecondes comptées ſur leur horloge : j'ai donné dans mon *Expoſition du Calcul Aſtronomique*, & dans la *Connoiſſance des Mouvemens céleſtes* **,

* Hiſtoire Naturelle de M. *de Buffon*, preuves de la Théorie de la Terre, *art.* 12. — *Varenii Geographia.* — Voyages de Narbrough. — Encyclopédie, *Tome VI.* *pag.* 909. — Mém. Acad. 1757. *pag.* 417.

** C'eſt le même Ouvrage qui étoit appellé *Connoiſſance des Temps* avant 1762.

depuis pluſieurs années, une Table plus exacte qu'on ne l'avoit eue auparavant, pour convertir les heures ſolaires moyennes en degrés, minutes & ſecondes, juſqu'à la préciſion des décimales de ſecondes, car on ne doit pas les négliger dans certaines obſervations.

647. On trouve auſſi dans la *Connoiſſance des Temps* de 1759 & des années précédentes, une Table pour réduire les parties de l'équateur en heures ſolaires moyennes, c'eſt-à-dire, pour faire l'opération inverſe de celle que je viens d'indiquer, & une autre Table de la différence entre les heures du premier mobile & les heures ſolaires moyennes, à raiſon de $3' 56'' 33'''$ pour 24 heures, mais il n'eſt beſoin pour ſuppléer à ces Tables, en cas de néceſſité, que d'une ſimple proportion.

Horloges du premier mobile.

648. Il y a eu des Aſtronomes célebres, tels que M. de Roemer, M. de l'Iſle & M. de la Caille depuis 1749, qui ont mieux aimé régler leurs horloges ſur les heures du premier mobile, & leur faire ſuivre le mouvement diurne des étoiles; par ce moyen l'horloge avance tous les jours de $3' 56'' 33'''$ ſur le moyen mouvement du ſoleil, & ne marque jamais l'heure du ſoleil que le jour de l'équinoxe: on trouve un avantage dans cette maniere de régler une horloge, c'eſt que les étoiles paſſent tous les jours au méridien à la même heure comptée ſur l'horloge, & c'eſt une extrême facilité pour ceux qui obſervent beaucoup d'étoiles, d'appercevoir d'un coup-d'œil quelle eſt l'étoile qui va paſſer au méridien; mais auſſi l'on y trouve l'inconvénient d'être obligé de faire un calcul pour ſçavoir quel eſt le temps vrai de chaque obſervation, & pour ſe préparer à l'obſervation du paſſage de chaque planete au méridien.

649. L'horloge réglée ſur les étoiles fixes ou ſur le premier mobile, marque toujours $0^h 0' 0''$ au moment où l'équinoxe paſſe au méridien, & marque toujours l'aſcenſion droite du *point culminant*, c'eſt-à-dire, du point qui eſt dans le méridien, réduite en temps à raiſon de 15 deg. par heure; ainſi au moment que le ſoleil eſt dans le méridien, l'horloge des étoiles marque l'aſcenſion droite du ſoleil en temps, & il ſuffit, pour ſçavoir quelle heure elle marquera

à midi, de convertir en temps l'aſcenſion droite du ſoleil pour ce jour-là. On trouve chaque année dans la Connoiſſance des Mouvemens céleſtes une colonne qui a pour titre, *Diſtance de l'équinoxe au méridien* (687), & qui n'eſt autre choſe que le complément à 24 heures de l'aſcenſion droite du ſoleil ; il ſuffira donc à ceux qui auront ce Livre entre les mains, de prendre chaque jour le complément de la diſtance de l'équinoxe au méridien, & ce ſera l'heure de l'horloge à midi. Les heures ſolaires vraies different auſſi des heures ſolaires moyennes, mais la différence ne va jamais au-delà de 30 ſecondes ; nous en parlerons après avoir expliqué la différence qu'il y a entre le temps moyen & le temps vrai.

Du Temps vrai.

650. Chaque jour on commence à compter depuis un midi juſqu'à l'autre, l'on dit qu'il eſt une heure de temps vrai quand le ſoleil a fait la 24e. partie de cette révolution d'un midi à l'autre, ou que ſon angle horaire eſt de 15 deg. & pour trouver le temps vrai d'une obſervation, il ſuffit de ſçavoir à quelle partie ſe trouve le ſoleil des 24 heures, ou des 360 deg. qu'il y a d'un midi à l'autre (148).

On a deux moyens pour trouver le temps vrai d'une obſervation : la plus uſitée ſuppoſe qu'on ait une horloge à pendule qui marque les heures, les minutes & les ſecondes, nous allons commencer par celle-là, & nous expliquerons la ſeconde méthode, lorſque nous aurons parlé plus au long des angles horaires (716).

Trouver le Temps vrai d'une Obſervation.

651. Après avoir vû dans les articles 621 & ſuiv. le moyen de chercher l'heure vraie du midi, par des hauteurs correſpondantes du ſoleil, on aura aiſément l'heure vraie de toute autre obſervation : je ſuppoſe que l'on ait trouvé par cette méthode que le 1^r^. Janvier une horloge marquoit à midi $0^h\ 3'\ 57''$, & que le lendemain 2 Janvier on ait encore trouvé par la même méthode, que l'horloge marquoit $0^h\ 4'\ 45''$ à midi ; dans ce cas-là on voit que l'horloge avançoit de 48″ par jour, c'eſt-à-dire, qu'elle n'étoit point réglée

ſur le moyen mouvement du ſoleil, ni ſur ſon mouvement vrai. Suppoſons actuellement qu'on ait obſervé le ſoir un phénomene céleſte, par exemple, une immerſion d'étoile derriere la lune, lorſque l'horloge marquoit 9^h $30'$ $57''$, il s'agit de ſçavoir quel eſt le temps vrai qui répond à cette heure de la pendule. Puiſque la pendule avance de $48''$ par jour, on fera cette régle de trois : 24^h $0'$ $48''$ ſont à $48''$, comme 9^h $27'$ $0''$, dont l'obſervation eſt arrivée plus tard que le midi de l'horloge, ſont à $19''$, quantité dont elle a dû avancer entre midi & l'obſervation dont il s'agit, on ajoutera ces $19''$ avec 0^h $3'$ $57''$ que marquoit l'horloge à midi, puiſque l'avancement augmente d'un jour à l'autre, & l'on aura 0^h $4'$ $17''$, quantité dont la pendule avançoit à l'heure de l'obſervation ; c'eſt ce qu'il faut ôter de l'heure marquée par la pendule au moment de l'obſervation, 9^h $30'$ $57''$, & il reſte 9^h $26'$ $40''$ pour le temps vrai cherché.

652. Cette opération ſe réduit auſſi à trouver quelle étoit la diſtance du ſoleil au méridien, en temps à raiſon de 15 deg. par heure : en effet, puiſque le ſoleil étoit dans le méridien même à 0^h $3'$ $57''$, & le lendemain à 0^h $4'$ $45''$, il a parcouru les 360 deg. qui ſont 24 heures de temps vrai, dans l'eſpace de 24^h $0'$ $48''$ de l'horloge, & la proportion que nous venons de faire, apprend que depuis 0^h $3'$ $57''$ juſqu'à 9^h $30'$ $57''$ de l'horloge, il s'eſt écoulé 9^h $26'$ $41''$ de temps vrai, au lieu de 9^h $27'$ $0''$ qui ſe ſont écoulées ſur l'horloge ; ainſi il eſt indifférent que l'horloge dont on ſe ſert, ſoit réglée ou non réglée, c'eſt-à-dire, que ſes 24 heures ſoient plus longues ou plus courtes que les 24 heures du ſoleil ; que l'horloge marque l'heure qu'il eſt, ou qu'elle ne la marque pas, cela eſt abſolument indifférent pour l'uſage des Aſtronomes ; la méthode que nous venons d'indiquer, fait trouver dans tous les cas la quantité dont l'horloge avance ou retarde au moment de l'obſervation, & les Aſtronomes n'ont pas beſoin d'autre choſe ; tout ce qu'on ſuppoſe néceſſairement dans ce calcul, c'eſt l'uniformité du mouvement de l'horloge : ſi dans 24 heures elle avance de $48''$, il faut que dans 12 heures elle avance de $24''$, ſans quoi l'uniformité ne s'y trouveroit plus, & ſon mouvement

ne pourroit plus ſervir à meſurer le mouvement diurne des aſtres qui eſt uniforme, ou du moins que l'on ſuppoſe tel (645).

Différence entre le Temps vrai & le Temps moyen, ou Equation du Temps.

653. Jusqu'ici nous n'avons parlé que du temps vrai qui eſt marqué par le ſoleil ſur nos méridiennes & nos cadrans, & qui s'emploie dans les différens uſages de la ſociété, auſſi bien que dans l'Aſtronomie ; nous avons ſuppoſé que le ſoleil revenoit au méridien au bout de 24 heures, & qu'il employoit le même temps à y revenir d'un midi au ſuivant, que de celui-ci au troiſieme, les anciens Aſtronomes dûrent s'en tenir long-temps à cette ſuppoſition ; mais en obſervant plus exactement, on remarqua bientôt que le ſoleil n'avoit pas une marche uniforme (565), que le temps vrai meſuré par cette marche inégale, ne pouvoit pas être uniforme & régulier.

Suppoſons donc une horloge abſolument parfaite qui dans le cours d'une année ait continué de marcher ſans aucune inégalité, en marquant midi le premier & le dernier jour de l'année, au même inſtant où le ſoleil eſt dans le méridien, cette horloge n'a pas dû marquer également midi à tous les autres jours intermédiaires, avec le ſoleil, car il faudroit pour cela que le ſoleil eût été tous les jours avec la même vîteſſe : je m'explique :

Quand le ſoleil quitte le méridien, & y retourne le lendemain, il a décrit 360° en apparence, mais véritablement il a parcouru non-ſeulement les 360°, qui font une révolution entiere de tout le ciel étoilé, mais encore un degré de plus, qui eſt la quantité dont le ſoleil s'eſt avancé vers l'orient parmi les étoiles fixes, dans l'intervalle de ſon retour au méridien (48).

654. Pour que tous les retours du ſoleil au méridien fuſſent égaux, il faudroit que ce mouvement propre du ſoleil vers l'orient fût tous les jours de la même quantité, c'eſt-à-dire, de 59′ 8″ ; mais à cauſe des inégalités dont nous

Premiere cauſe de l'équation du Temps.

avons parlé, il arrive qu'au commencement de Juillet le ſoleil ne fait que 57′ 11″ par jour vers l'orient, & qu'au commencement de Janvier il fait 61′ 11″, c'eſt-à-dire, 4 minutes de plus qu'au mois de Juillet, le long de l'écliptique par ſon mouvement propre. Telle eſt la premiere cauſe qui rend les jours inégaux; l'on compte toujours 24 heures d'un midi à l'autre, mais ces 24 heures ſeront plus longues quand le ſoleil aura fait 61′ 11″, que quand il n'aura fait que 57′ 11″ vers l'orient, parce qu'il ſera obligé de les parcourit par le mouvement diurne d'orient en occident avant que d'arriver au méridien.

Seconde cauſe de l'équation du Temps.

655. A cette premiere cauſe qui dépend de l'inégalité du ſoleil dans l'écliptique, il s'en joint une autre qui dépend de la ſituation de l'écliptique: il ne ſuffit pas que le mouvement propre du ſoleil ſur l'écliptique ſoit égal pour rendre les jours égaux, il faut que ce mouvement ſoit égal par rapport à l'équateur & par rapport au méridien; la durée des 24 heures dépend en partie de la petite quantité dont le ſoleil avance chaque jour vers l'orient; mais cette quantité devroit être meſurée ſur l'équateur, parce que c'eſt autour de l'équateur que ſe comptent les heures; ſi le ſoleil qui aura avancé d'un degré le long de l'écliptique, pouvoit répondre encore au même point de l'équateur, il paſſeroit encore au méridien à la même heure que s'il n'avoit eu aucun mouvement; ce n'eſt donc pas ſeulement ſon mouvement propre qu'il faut conſidérer par rapport à l'inégalité des jours, mais c'eſt ce mouvement rapporté à l'équateur.

Fig. 23. Soit *O* le ſoleil (*Fig.* 23.), *SB* le méridien auquel le ſoleil doit arriver lorſque le point *O* ſera plus avancé, & que le point *Q* de l'équateur ſera arrivé au point *A* du méridien; quelle que ſoit la longueur de l'arc *OS* de l'écliptique, cet arc n'emploiera à paſſer que le temps qui eſt meſuré par l'arc *AQ* de l'équateur; c'eſt-à-dire, que ſi l'arc *AQ* eſt d'un degré, il faudra 4 minutes à l'arc *SO* pour traverſer le méridien, quelle que ſoit ſa longueur; ſa ſituation oblique ou inclinée, rend ſa longueur *OS* plus grande que celle de l'arc *AQ*; ſa diſtance à l'équateur peut auſſi faire que l'arc *OS* ſoit plus petit que l'arc *AQ*, parce qu'il eſt compris

compris entre deux cercles de déclinaiſon SA & OQ, qui ſont perpendiculaires à l'équateur EAQ, & qui vont ſe rencontrer au pole, en ſorte que leur diſtance eſt moindre vers O que vers Q; mais c'eſt toujours l'arc AQ de l'équateur qui régle le temps employé par le ſoleil à venir au méridien.

Maniere de concevoir l'équation du Temps.

656. Pour combiner enſemble ces deux cauſes qui rendent inégaux les retours du ſoleil au méridien, concevons un ſoleil moyen & uniforme qui tourne dans l'équateur de maniere à faire chaque jour $59' 8''$ (565), & les $360°$ en même temps que le ſoleil par ſon mouvement propre, c'eſt-à-dire, dans l'eſpace d'un an; toutes les fois que ce ſoleil moyen arrivera au méridien, nous dirons qu'il eſt midi moyen, & ſi le ſoleil vrai ſe trouve plus ou moins avancé, en ſorte qu'il ſoit plus ou moins de midi, nous appellerons la différence EQUATION DU TEMPS.

657. L'aſcenſion droite moyenne du ſoleil ſe trouve marquée par le lieu de ce ſoleil moyen qui tourne uniformément dans l'équateur; l'aſcenſion droite vraie du ſoleil, celle qui eſt marquée par le cercle de déclinaiſon qui paſſe par le vrai lieu du ſoleil, peut différer de plus de 4 degrés de la moyenne, par les deux cauſes dont nous avons parlé; le ſoleil vrai peut paſſer un quart-d'heure plutôt ou plus tard que le ſoleil moyen, l'équation du temps va même juſqu'à $0^h 16' 10''$.

658. Il ſuit de ces principes que la différence entre l'aſcenſion droite moyenne du ſoleil & ſon aſcenſion droite vraie convertie en temps donnera l'équation du temps; mais l'aſcenſion droite moyenne eſt néceſſairement la même quantité que la longitude moyenne, puiſque l'une & l'autre ſont proportionnelles au temps, & augmentent chaque jour de $59' 8''$, ainſi *l'équation du temps eſt la différence entre la longitude moyenne & l'aſcenſion droite vraie du ſoleil, convertie en temps.*

Définition de l'équation du Temps.

659. L'équation du temps a donc deux parties; la premiere eſt la différence entre la longitude moyenne & la longitude vraie, ou l'équation du centre (565) convertie en temps; la ſeconde eſt la différence entre la longitude vraie

& l'aſcenſion droite vraie, auſſi convertie en temps : on trouve des Tables de l'une & de l'autre partie jointes à toutes les Tables du Soleil.

Premiere partie de l'équation du Temps.

660. La premiere partie, ou la premiere Table qui a pour argument l'anomalie moyenne du ſoleil, va juſqu'à $7' 39'', 6$ dans le temps que le ſoleil eſt dans ſes moyennes diſtances, c'eſt-à-dire, à 3 & à 9 ſignes d'anomalie moyenne; cette partie eſt conſtante, parce que l'équation du centre ne varie point ; mais le temps de l'année où elle arrive n'eſt pas toujours le même, parce que le ſoleil arrive chaque année un peu plus tard à ſon apogée, à cauſe du mouvement de l'apogée (982), dont nous parlerons dans le VIe. Livre.

Seconde partie.

661. La ſeconde partie de l'équation du temps qui a pour argument la longitude vraie du ſoleil, va juſqu'à $9' 50'', 4$, lorſque le ſoleil eſt à 45° des équinoxes ; mais comme cette partie dépend de l'obliquité de l'écliptique dont la quantité diminue peu-à-peu, cette partie de l'équation du temps diminue auſſi de $0'', 014$ pour chaque ſeconde de diminution de l'obliquité de l'écliptique, ce qui fait $1''$ dans l'eſpace d'environ 150 ans ; il ſeroit aiſé de s'en aſſûrer en calculant la différence entre ES & EA (*Fig.* 23.), lorſque ES eſt de 45° : car cette différence qui réduite en temps donne la plus grande équation de $9' 50'', 4$, en ſuppoſant l'angle E de $23° 28' 20''$, donnera une équation plus petite quand on diminuera l'angle E.

Fig. 23.

Troiſieme cauſe de l'équation du Temps.

662. On n'avoit jamais employé dans l'Aſtronomie d'autres élémens pour l'équation du temps, que les deux quantités dont nous venons de parler, parce qu'on ne connoiſſoit pas d'autres ſources de différences entre l'aſcenſion droite vraie & la moyenne, que l'équation du centre & l'obliquité de l'écliptique ; mais depuis que M. Euler & M. Clairaut ont eu calculé les dérangemens que cauſent dans le mouvement réel de la terre, & par conſéquent dans le mouvement apparent du Soleil, les attractions de la Lune, de Vénus & de Jupiter, auxquelles il faut ajouter l'inégalité de la préceſſion des équinoxes ; ces petites équations ont dû produire une troiſieme partie dans l'équation

du temps, car elles affectent l'aſcenſion droite vraie du ſoleil ſans affecter l'aſcenſion droite moyenne ; ainſi il en réſulte une inégalité dans la différence de ces deux aſcenſions droites qui forme l'équation du temps.

Cette quantité peut aller à $3'' \frac{1}{2}$ de temps, ainſi il y a bien des circonſtances où l'on ne ſçauroit la négliger ; on en verra la cauſe & le calcul dans le XXIIe. Livre, où il s'agira de l'Attraction, il ſuffit ici de l'avoir indiquée. Je ſuppoſe que la ſomme de ces petites équations ait été trouvée de $45''$ ſur l'écliptique ; ſi l'on réduit en temps ces $45''$, on trouvera $3''$ de temps, qui ſont à peu-près la portion qui en réſulte ſur l'équation du temps ; cependant pour plus d'exactitude, il faut réduire à l'équateur ces $3''$ de temps, il n'en peut réſulter qu'un tiers de ſeconde de plus ou de moins ; mais il eſt toujours vrai de dire que l'on doit compter ſur l'équateur, & non pas ſur l'écliptique, cette partie de l'équation du temps.

663. Suppoſons que l'on ait $45''$ pour la ſomme des petites équations du ſoleil comptées ſur l'écliptique ES, (*Fig.* 23.), qu'on veuille les rapporter à l'équateur EA, *Fig.* 23. on trouvera dans les analogies différentielles qui ſont à la fin de la Trigonométrie (Livre XXIII.), que ſi deux angles E & A ſont conſtans, l'angle A étant un angle droit, la variation de ES eſt à celle de EA, comme le coſinus de SA eſt au ſinus de l'angle S, mais le ſinus de l'angle S eſt égal à $\frac{\text{coſ. } E}{\text{coſ. } SA}$ par la Trigonométrie ſphérique ; donc $dES^{*} : dEA :: \text{coſ. } SA : \frac{\text{coſ. } E}{\text{coſ. } SA} :: \text{coſ.}^2 SA : \text{coſ. } E$; donc $dEA = \frac{dES \text{ coſ. obliq. écliptique}}{\text{coſ.}^2 \text{ declin. } \odot}$; & parce que le coſinus de l'obliquité de l'écliptique $23^{\circ}\ 28'$ eſt environ $\frac{9}{10}$ du rayon, on a $dEA = \frac{9\ dES}{10 \text{ coſ.}^2 \text{ decl. } \odot}$; & en diviſant par 15 pour les réduire en temps, la portion de l'équation du temps qui en réſulte ſera $\frac{9\ dES}{15.10 \text{ coſ.}^2 \text{ decl. } \odot}$, ce qui ſe réduit à cette régle générale : Du logarithme conſtant 8, 78642, ôtez le double

* L'expreſſion dES ſignifie la différentielle de ES, ſa petite variation, le petit changement qui lui arrive.

du logarithme du cosinus de la déclinaison du soleil, & ajoutez-y le logarithme du mouvement en longitude, ou de la somme des petites équations, vous aurez le nombre des secondes de temps. Je suppose que la somme des petites équations fût de 45″, on trouveroit pour le temps des solstices, la déclinaison du soleil étant de 23° 28′, que la troisieme partie de l'équation du temps est de 3″, 27 de temps, au lieu de 3″ qu'on auroit eu en se contentant de convertir seulement les 45″ en temps, à raison de 15° par heure.

Histoire de l'équation du Temps.

664. La partie de l'équation du temps qui dépend de l'obliquité de l'écliptique, étoit connue & employée même du temps de Ptolémée, qui en parle dans son Almageste, (*L. III. ch.* 10.); Tycho-Brahé n'en employoit pas d'autre; Kepler connut le premier la cause toute entiere de l'équation du temps: il dit formellement, (*Tabulæ Rudolph. pag.* 35. *Epit. Astr. Cop. pag.* 720.), que le jour moyen ou égal, commence lorsque le lieu moyen du soleil est dans le méridien, & le jour apparent lorsque le vrai lieu du soleil y arrive: & dans un autre endroit, (*Epit. pag.* 283. *&* 286.), que pour un temps donné il faut chercher l'ascension droite du soleil & sa longitude moyenne, & que la différence sera l'équation du temps, produite par deux causes; sçavoir, l'inégalité propre du soleil, & l'obliquité de l'écliptique.

Cependant comme Kepler croyoit encore les jours inégaux par une troisieme cause, sçavoir, l'inégalité des rotations de la terre sur son axe, & que les mouvemens de la lune demandoient aussi une autre équation du temps qu'il ne connoissoit pas exactement, Kepler ne fit pas usage, ainsi qu'il falloit le faire, de ce qu'il avoit écrit là-dessus. Les Tables d'équation qu'il donne dans ses Tables Rudolphines, (*pag.* 32.) ne valent absolument rien: les Astronomes de son temps disputoient beaucoup sur la forme & sur la cause de l'équation des jours, (Riccioli, *Alm. I.* 179.), & le P. Riccioli, au milieu de ces incertitudes, s'en tenoit à l'ancienne équation donnée par Ptolémée.

665. L'équation du temps, telle qu'on l'emploie

aujourd'hui, & que nous venons de l'expliquer (*659*), ne fut connue d'une maniere préciſe qu'en 1672, lorſque Flamſteed publia une Diſſertation ſur ce ſujet à la ſuite des Œuvres d'Horoccius, *pag.* 443. Il remarque d'abord que Kepler, Longomontanus, Lanſberge & Morin, avoient eu des opinions fauſſes à ce ſujet; mais ſans s'arrêter à les réfuter, il paſſe à l'explication de ſa méthode: il explique d'abord la partie de l'équation du temps qui dépend de l'équation du centre, ou de l'inégalité du mouvement propre du ſoleil dans l'écliptique (*654*), parce que celle-ci avoit été ou rejettée par les autres Aſtronomes, ou employée d'une maniere défectueuſe; au lieu que la partie qui dépend de l'obliquité de l'écliptique (*655*), avoit été admiſe par le plus grand nombre des Aſtronomes. Il faut convenir que Flamſteed avoit trouvé dans Kepler tout ce qui étoit néceſſaire pour l'explication qu'il donnoit de l'équation du temps, mais il eut le mérite d'en ſéparer tout ce qui étoit inutile; avant lui Street voulant employer dans ſes Tables Caroline les deux parties de l'équation, s'étoit trompé dans les ſignes de la premiere partie, en ſorte que l'erreur de ſa Table étoit ſouvent plus grande que celle de Tycho qui l'avoit abandonné totalement: c'eſt ce qui porta Flamſteed à écrire une Diſſertation pour éclaircir cette matiere; & depuis cette époque de 1672, aucun Aſtronome n'a eu de doute à ce ſujet.

Flamſteed acheve de décider cette queſtion.

666. Le TEMPS MOYEN, égal ou uniforme, eſt proprement celui des Aſtronomes, car le TEMPS VRAI leur eſt indifférent & inutile, ils ne l'obſervent que parce qu'il ſert à trouver le temps moyen; en effet, celui-ci eſt l'objet ou le but qu'ils ſe propoſent dans la recherche du temps vrai; le temps vrai eſt facile à obſerver, parce qu'il eſt marqué immédiatement par le ſoleil que nous voyons; mais ce n'eſt pas un temps propre à ſervir d'échelle de numération, car il eſt de l'eſſence d'une pareille échelle d'être toujours conſtante, uniforme & égale. Toutes les révolutions céleſtes, toutes les époques en temps, tous les intervalles de temps que l'on trouve dans nos Tables Aſtronomiques, ſont toujours en temps moyen. On ne peut faire avec les Tables

Avantages du Temps moyen.

Aſtronomiques aucun calcul, ſi ce n'eſt pour des temps moyens; & ſi l'on n'a que le temps vrai donné, il faut commencer par chercher le temps moyen qui lui répond, ſoit par la régle de l'art. 658, ſoit par les Tables que nous avons indiquées, art. 660 & 661. Par exemple, ſi je veux calculer, par le moyen des Tables Aſtronomiques, le lieu d'une planete au moment du midi vrai le 8 Janvier 1762, c'eſt pour midi 7′ 20″, qu'il faut chercher dans les Tables, parce qu'il eſt 7′ de plus au temps moyen ce jour-là : on comprend aiſément que les Tables Aſtronomiques ne peuvent être diſpoſées que pour des années égales, des jours égaux & uniformes, c'eſt-à-dire, pour des temps moyens.

667. La Table même de l'équation du temps qui renferme la différence entre le temps moyen & le temps vrai, donne cette différence en temps moyen, & ne pourroit la donner autrement. En effet, ſi nous concevons le ſoleil vrai & le ſoleil moyen éloignés l'un de l'autre de 4°, en ſorte qu'il doive s'écouler plus d'un quart-d'heure de différence entre leurs paſſages au méridien ; cet eſpace d'un quart-d'heure doit ſe compter comme tous les autres temps de nos Tables, ſur la même horloge & ſur la même échelle que toutes les révolutions & toutes les durées des mouvemens céleſtes ; il doit donc ſe compter en temps moyen : mais il faut prendre garde que cette maniere de parler ne produiſe une équivoque (674).

668. Il faut conſidérer, à la vérité, le temps vrai comme étant le ſeul que nous puiſſions obſerver, parce que nous ne voyons que le ſoleil vrai auquel le temps vrai eſt attaché ; mais d'ailleurs il ne doit jamais être employé, ni ſervir à compter aucun intervalle de temps, ſi ce n'eſt pour parvenir à trouver par ſon ſecours le temps moyen, le ſeul dont on doit faire uſage.

Equivoque ſur le nom de Temps vrai.

C'eſt pour cela que M. Newton, & d'autres Auteurs célebres ont appellé *Temps vrai*, celui que nous nommons *Temps moyen* ; cette dénomination n'étoit point ſans fondement, puiſque le temps moyen eſt la vraie échelle dont on doit ſe ſervir dans la meſure générale du temps ; dans ce cas on appelloit *Temps apparent*, celui que nous nommons

Temps vrai, & le temps moyen s'appelloit *Temps égal*; cependant il paroît actuellement que preſque tout le monde s'accorde à employer les noms de *Temps moyen* & de *Temps vrai*, dans le ſens que nous venons de leur donner (*666*).

Difficulté ſur l'équation du Temps.

669. Il me reſte à examiner une queſtion qui s'eſt élevée à ce ſujet, & que perſonne n'avoit encore diſcutée. Flamſteed, & ceux qui l'ont ſuivi, prenoient pour équation du temps la différence entre l'aſcenſion droite vraie & l'aſcenſion droite moyenne convertie en temps, à raiſon de 15 deg. par heure, en prenant, par exemple, 16 minutes de temps pour 4 deg. de différence : M. l'Abbé de la Caille en 1758, dans ſes Tables du Soleil les plus exactes & les plus amples que l'on eût jamais faites, & qui ont été adoptées par tous les Aſtronomes, en jugea autrement ; il crut qu'il falloit convertir ces 4 degrés en temps ſolaire moyen, ce qui ne fait que 15′ 57″ ; la différence peut aller à 2″, 6 (*672*), & il eſt important pour l'exactitude de nos calculs, de ſçavoir à quoi s'en tenir, d'autant plus que tous les Aſtronomes ſe ſervoient de ſes Tables avec la confiance qu'on doit à un Sçavant de ce mérite ; c'eſt pourquoi j'ai diſcuté (dans les *Mém. de l'Ac.* pour 1762.), cette queſtion, & j'ai fait voir que l'équation du temps eſt la différence entre l'aſcenſion droite vraie du ſoleil, & ſon aſcenſion droite moyenne *convertie à raiſon de* 15° *par heure*, & non pas en ſuivant la Table appellée ordinairement *Table pour convertir les degrés en temps ſolaire moyen, à raiſon de* 15° 2′ 28″ *par heure.*

Pour le prouver aiſément, choiſiſſons le cas le plus ſimple, en prenant pour exemple le 6 de Novembre, jour auquel l'aſcenſion droite moyenne du ſoleil ſurpaſſe de 4° l'aſcenſion droite vraie ; le ſoleil vrai étant dans le méridien, le ſoleil moyen en eſt encore éloigné de 4° : il faut prouver que ces 4° de diſtance au méridien doivent donner 16′ de temps, d'où il ſuivra que l'équation du temps eſt de 16′, au lieu qu'elle ſera de 15′ 57″ ſeulement, ſuivant la régle que M. de la Caille adoptoit. Le ſoleil revient au méridien préciſément dans l'eſpace de 24 heures comptées à l'horloge du moyen mouvement ; le ſoleil moyen, dans l'exemple

précédent, ne change pas de ſituation par rapport au ſoleil vrai, du moins ſenſiblement, pendant ces 24 heures; donc il arrivera exactement 16 minutes plus tard au méridien que le ſoleil vrai, ces 16 minutes étant comptées ſur la même horloge du moyen mouvement: en effet, ſi les 360 deg. que le ſoleil doit parcourir d'un midi à l'autre, font exactement 24 heures, ces 4 deg. feront exactement 16 minutes de temps.

670. Il y a des cas dans l'Aſtronomie où 4° ne doivent faire que 15′ 57″ de temps, tel eſt celui-ci qu'on ſentira être fort différent de celui de l'équation du temps. Je ſuppoſe qu'une étoile en précede une autre de 4°, & qu'on demande combien de temps l'une doit paſſer au méridien plutôt que l'autre: comme les 360° qui compoſent la révolution diurne, ou le retour d'une étoile au méridien, ne font que 23^h 56′ de temps ſur l'horloge du moyen mouvement, il ne faut à proportion que 15′ 57″ de cette horloge pour 4°; ainſi l'une des étoiles précédera l'autre au méridien de 15′ 57″, & non pas de 16′ 0″.

Mais s'il s'agit de deux ſoleils qui aient tous les deux le même mouvement propre, & qui emploient tous les deux 24 heures préciſes ſur l'horloge dont on ſe ſert, pour revenir au méridien, l'un précédera auſſi l'autre de 16′ préciſes s'il en eſt éloigné de 4°: on ne ſçauroit dire, comme dans le cas des deux étoiles, que leur retour au méridien exige moins de 24 heures, & qu'il faut prendre moins de 16′ pour les 4 degrés.

671. Pour prouver encore autrement que les 4°, dont il s'agit, doivent faire 16′ de temps, & non pas 15′ 57″ ſeulement, joignons le cas des deux étoiles avec celui des deux ſoleils. Suppoſons que dans le méridien en V (*Fig.* 36.), il y ait une étoile C qui paſſe en même temps que le ſoleil vrai V, & qu'à 4° vers l'orient il y ait une autre étoile B avec le ſoleil moyen M; lorſqu'il ſe ſera écoulé 15′ 57″, la ſeconde étoile B ſera arrivée au méridien en C (670); mais les deux ſoleils qui ont un mouvement propre vers l'orient, ont quitté les deux étoiles, & ſe ſont avancés d'environ 39″ de degré vers l'orient, ce qui répond dans le ciel

Fig. 36.

à près

à près de 3″ de temps, il faut donc encore 3″ pour que le soleil moyen *M* parvienne à son tour dans le méridien, & pour que l'équation du temps soit complette ; on ne peut donc pas dire que l'équation du temps soit de 15′ 57″ seulement : car quoique l'étoile *B* soit dans le méridien, il n'est pas encore midi moyen, le soleil moyen *M* n'y étant pas encore ; l'équation du temps n'est donc pas complette par l'arrivée de l'étoile *B* au méridien, il faut encore l'arrivée du soleil moyen *M* : donc l'équation du temps est de 16′, donc il faut convertir la différence entre l'ascension droite vraie du soleil & son ascension droite moyenne, non en temps solaire, c'est-à-dire, à raison de 15° 2′ 28″ par heure, mais en temps du premier mobile, ou à raison de 15° pour une heure de temps moyen, ou de 360° pour 24 heures. *Fig.* 36.

672. A 3 signes 1° d'anomalie moyenne, l'équation du centre du soleil est de 1° 55′ 31″, 6, ce qui fait, (à raison de 15° par heure), 7′ 42″, 1 ; mais si l'on convertissoit l'équation du centre en temps solaire moyen, on trouveroit 7′ 40″, 9, c'est-à-dire, 1″, 2 de moins ; c'est cependant l'équation, telle qu'on la trouve dans les Tables du Soleil de M. l'Abbé de la Caille, qui doivent être réformées à cet égard, comme je le ferai dans les Tables qui seront à la fin de ce Livre. A 45° des équinoxes, la différence entre la longitude du soleil & son ascension droite, est de 2° 28′ 24″, 8, ce qui fait, à raison de 15° par heure, 9′ 53″, 7, au lieu de 9′ 52″, 0, qu'on trouve par le temps solaire moyen ; la différence est 1″, 7. Ces deux erreurs ne conspirent jamais totalement, mais comme l'équation du temps va jusqu'à 16′ 12″, ou environ, la quantité qu'il faut ôter de l'équation calculée de cette maniere-là, peut aller à 2″ 6.

673. Je crois pouvoir assigner la cause qui a dû produire la mépriſe indiquée ci-devant (669), c'est-à-dire, faire convertir l'équation du centre à raison de 15° 2′ 18″ par heure : il y a long-temps que les Astronomes distinguent les *Heures du premier mobile* d'avec les *Heures solaires moyennes* ; ils appellent *heures du premier mobile* celles des étoiles fixes, c'est-à-dire, les heures que marqueroit

Heures solaires moyennes.

une horloge qui acheveroit ſes 24 heures dans l'eſpace d'une révolution des étoiles fixes, dans celles-ci une heure fait exactement 15 degrés de la ſphère ; ils nomment *heures ſolaires moyennes* celles d'une pendule réglée ſur le temps moyen du ſoleil ; celle-ci emploie 3′ 56″ par jour de plus que l'autre à parcourir ſes 24 heures, c'eſt-à-dire, qu'en 24 heures il paſſe dans le ciel 360° 59′ 8″, ou 360°, plus le mouvement que le ſoleil a fait pendant cet intervalle de 24 heures en avançant vers l'orient, de 59′ 8″. En conſéquence de ces deux dénominations on a toujours dit que convertir des degrés en temps du premier mobile, c'étoit les convertir à raiſon de 15° par heure, & que les convertir en heures ſolaires moyennes, c'étoit prendre 15° 2′ 28″ par heure. L'équation du temps doit ſans doute être *exprimée* en heures ſolaires moyennes (667), mais cela ne ſignifie pas, comme dans le langage ordinaire, qu'il faille prendre une heure pour 15° 2′ 28″, ou 15′ 57″ ſeulement pour 4°, comme dans la converſion des degrés de l'équateur en heures ſolaires moyennes. Quand on cherche les heures ſolaires moyennes répondantes à un arc de la ſphère étoilée, on prend pour 24 heures, 360° 59′ 8″, parce qu'il a paſſé réellement toute cette quantité de degrés pendant 24 heures ſolaires moyennes ; mais dans l'équation du temps on ne doit prendre que 360° pour 24 heures, puiſqu'il ne s'agit pas de ſçavoir combien il faut de temps pour voir paſſer 4° de la ſphère étoilée, mais ſeulement 4° de diſtance entre deux ſoleils qui reviennent tous les deux au méridien en 24 heures de temps ſolaire moyen.

Changement de l'équation du Temps.

674. Des deux parties de l'équation du temps que nous avons indiquées & diſcutées ſéparément (659), on en forme, pour la commodité des Aſtronomes, une Table compoſée pour chaque degré de la longitude du ſoleil; mais cette Table n'eſt exacte que pour un petit nombre d'années, parce qu'elle ſuppoſe que l'apogée du ſoleil eſt immobile, en ſorte qu'à la même longitude réponde toujours la même anomalie, ce qui n'eſt pas parfaitement vrai. Voici la correction qu'il faudra faire à cettte Table de l'équation du temps compoſée, après un eſpace de cent ans.

Table du Changement ſéculaire de l'Equation du Temps.

Deg. de la long. du ☉	Signes de la longitude de Soleil.											
	O.	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.
	—	—	—	+	+	+	—	+	+		—	—
0°	2″ 5	4″ 9	11″ 4	14″ 6	13″ 8	9″ 5	2″ 5	5″ 1	11″ 0	+ 14″ 2	13″ 5	9″ 3
10	0,	7, 4	— 12, 9	14, 6	12, 5	— 7, 1	0, 0	7, 5	12, 8	— 14, 5	12, 5	7, 3
20	2, 5	9, 7	— 14, 1	14, 3	11, 2	— 4, 7	+ 2, 6	9, 5	13, 6	— 14, 1	11, 1	5, 0
30	4, 9	11, 4	+ 14, 6	13, 8	9, 5	— 2, 5	+ 5, 1	11, 0	14, 2	— 13, 5	9, 3	2, 5

On voit que la plus grande erreur eſt de 14″, 6, & cela lorſque le ſoleil eſt apogée ou périgée, parce que c'eſt alors que l'équation du centre varie le plus ; dans les autres temps cette erreur diminue comme le coſinus de l'anomalie vraie*, de ſorte qu'à 60° d'anomalie vraie, vers 5ˢ 9° de longitude, ou au commencement de Septembre, cette erreur n'eſt plus que de 7″, 3 pour cent ans.

On ſera ſurpris de voir dans cette Table des quantités qui changent ſubitement de ſignes, & qui vont de plus en moins ſans paſſer par zero, contre l'uſage ordinaire de toutes les Tables, cela vient de ce que cette correction ſe trouve conſerver ſa valeur dans le temps que l'équation même devient nulle & change de ſigne ; ſi l'on appliquoit cette correction à la premiere partie ſeulement de l'équation du temps (660), on y retrouveroit l'uniformité ordinaire : puiſque l'apogée a toujours un mouvement progreſſif, l'anomalie du ſoleil répondante à une même longitude, va toujours en diminuant, ce qui fait que l'équation pour un jour donné diminue par la ſuite du tems, ſi c'eſt dans le premier & le troiſieme quart de l'anomalie moyenne, & augmente dans le ſecond & le quatrieme quart.

Exemple. Le 1ᵉʳ. Juillet 1764, à midi, le lieu du ſoleil eſt de 3ˢ 9° 58′, & le 1ᵉʳ. Juillet 1794, à 6 heures du ſoir, il ſera encore de la même quantité ; ainſi la ſeconde partie

* Dans les Tables du Soleil de M. l'Abbé de la Caille, *pag.* 4, on lit que la correction eſt comme le ſinus de l'anomalie moyenne, ou exactement comme l'équation du centre, *liſez*, comme le coſinus, & en raiſon inverſe de l'équation du centre.

de l'équation du temps ſera dans les deux cas + 3′ 30″,4; mais en 1764 l'anomalie moyenne ſera de 1° 7′, & en 1794 elle ſera de 0° 32′ ſeulement; ainſi la premiere partie de l'équation du temps ſera en 1764 de — 8″,8, & en 1774 de — 4″,3, plus petite de 4″,5 en 30 ans, à la même longitude du ſoleil.

Si les détails dans leſquels je viens d'entrer ſur l'équation du temps, paroiſſent longs & ennuyeux, je n'en ſerai pas ſurpris; cependant cette matiere eſt ſi importante pour les fondemens de l'Aſtronomie, que je n'ai rien oſé ſupprimer de qui pouvoit l'éclaircir.

Différence des Heures ſolaires vraies & des Heures ſolaires moyennes.

675. Le changement qu'éprouve ſouvent d'un jour à l'autre l'équation du temps, & qui va à 30″ dans le mois de Décembre, fait que le jour moyen differe du jour vrai, & les heures moyennes des heures vraies: je ſuppoſe qu'à midi le 24 Décembre, le ſoleil vrai ſoit d'accord avec le ſoleil moyen, l'un & l'autre étant dans le méridien, dès le lendemain le temps moyen au midi vrai ſera de 30″, parce que le ſoleil moyen paſſera 30″ plutôt que le ſoleil vrai; ainſi la durée du jour moyen aura été plus petite de 30″ que la durée du jour vrai, chaque heure moyenne aura été plus petite ce jour-là de $1''\frac{1}{4}$ que l'heure moyenne, qui eſt toujours invariable & conſtante.

Cet excès des heures vraies va en diminuant de jour à autres juſqu'au 10 Février, qu'il y a égalité entre le jour moyen & le jour vrai; de-là les jours moyens commencent à être plus longs, & le 25 de Mars le jour moyen ſurpaſſe de $18''\frac{1}{2}$ le jour vrai, cette différence redevient nulle le 15 de Mai. Le 21 de Juin le jour vrai eſt plus long de 13″; le 26 de Juillet il y a égalité; le 15 de Septembre, le jour moyen eſt le plus grand de 21″; le 1r. Novembre, il y a encore égalité, après quoi le jour vrai gagne à ſon tour, & devient le plus long pour tout le reſte de l'année; cela eſt aiſé à voir en jettant les yeux ſur la Table du temps

moyen au midi vrai, que je mets chaque année dans la *Connoiſſance des Mouvemens céleſtes*, avec les différences d'un jour à l'autre.

676. C'eſt la ſomme de toutes ces accélérations diurnes & ſucceſſives du jour vrai ſur le jour moyen, ou de celui-ci ſur le premier, qui forme enſuite l'équation du temps; ainſi depuis le 1r. Septembre où le ſoleil vrai eſt d'accord avec le ſoleil moyen, & que l'équation eſt nulle, le jour vrai étant plus petit de 18″ par jour, le ſoleil moyen devance tous les jours le ſoleil vrai, & ſe trouve de plus en plus avancé par rapport à lui, juſqu'au 1r. Novembre où il eſt le plus avancé, & paſſe au méridien à $11^h\,43'\,50''$ de temps vrai, c'eſt-à-dire, $16'\,10''$ avant que le ſoleil ſoit arrivé dans le méridien. Pour réduire un intervalle de temps moyen en intervalle de temps vrai, il ſuffit d'y ajouter quelques ſecondes quand les jours vrais ſont les plus longs, comme dans le mois de Janvier; nous verrons l'uſage de cette méthode en parlant du paſſage des étoiles par le méridien, (691 & 692).

USAGE DES ASCENSIONS DROITES.

677. Aprè's avoir vû que les aſcenſions droites obſervées nous font connoître les longitudes des aſtres, & qu'elles nous donnent la meſure du temps, nous allons expliquer comment elles nous font trouver les angles horaires & les paſſages au méridien: nous avons déja remarqué, (129, 580), de quelle maniere la différence des paſſages au méridien donnoit la différence d'aſcenſion droite; l'on doit ſe rappeller que ſi une étoile a 15° d'aſcenſion droite de plus que le ſoleil, elle paſſe au méridien une heure plus tard que lui, c'eſt-à-dire, qu'elle culmine à une heure après-midi; quand l'étoile eſt dans le méridien, le ſoleil a déja précédé d'une heure, il s'eſt avancé vers le couchant, l'on compte une heure après-midi, ou ce qui revient au même, on dit que l'étoile paſſe au méridien à une heure.

Méthode pour le paſſage au méridien.

678. Ainſi pour trouver l'heure du paſſage d'une étoile au méridien, il ſuffit de ſçavoir de combien elle a ſuivi le

ſoleil, ou de combien ſon aſcenſion droite ſurpaſſe celle du ſoleil ; ſi cette différence eſt de 15°, on ſera ſûr que l'étoile doit paſſer à une heure ; tel eſt l'eſprit de la méthode générale à laquelle il eſt néceſſaire d'ajouter pluſieurs conſidérations importantes.

Il faut convertir en temps les aſcenſions droites.

679. Ainſi toutes les aſcenſions droites qu'on trouve dans le Catalogue des étoiles, qui y ſont exprimées en degrés, minutes & ſecondes de degrés, étant converties en temps, ſi l'on en retranche l'aſcenſion droite du ſoleil auſſi convertie en temps, pour un jour donné on aura l'heure du paſſage de chacune de ces étoiles pour ce jour-là. On a vû en quoi conſiſte la converſion des degrés en temps, il ne s'agit que de prendre une heure pour 15 degrés, quatre minutes de temps pour chaque degré (149).

Fig. 37. 680. Soit ♈ (*Fig.* 37.) l'équinoxe du printemps, *M* une étoile dans le méridien, ♈ *M* l'aſcenſion droite de l'étoile en *M* comptée de l'occident vers l'orient, ou de droite à gauche quand on regarde le midi ; ♈ ☉ l'aſcenſion droite du ſoleil ; *M* ☉ leur différence, ou l'aſcenſion droite de l'étoile moins celle du ſoleil ; cette diſtance *M* ☉ du ſoleil au méridien marque toujours l'heure ou le temps vrai (148) ; cette diſtance eſt de quinze degrés à une heure, de trente degrés à deux heures ; cette Figure démontre donc encore que pour avoir l'heure du paſſage au méridien, il ſuffit de retrancher l'aſcenſion droite du ſoleil de celle de l'étoile, la différence *M* ☉, diſtance du ſoleil au méridien, eſt l'heure cherchée, quand on la convertit en temps. Pour éviter les converſions de temps en degrés, & de degrés en temps, les Aſtronomes ont coutume d'employer ces aſcenſions droites du ſoleil & des étoiles en temps.

681. Le ſoleil & l'étoile changent continuellement de ſituation par le mouvement diurne, ainſi l'étoile s'éloignera bientôt du méridien de même que le ſoleil, mais leur différence d'aſcenſion droite *M* ☉ ne change pas pour cela, du moins ſenſiblement, parce que le ſoleil ne varie pas beaucoup par rapport à l'étoile ; c'eſt pourquoi la différence d'aſcenſion droite *M* ☉, à quelle heure qu'on la prenne,

ſera toujours à peu-près de la même quantité, $M\odot$, par exemple, de 30 deg. ou de deux heures, ſoit à midi, ſoit à quatre heures du ſoir ; mais elle n'indiquera le temps vrai, ou l'heure qu'il eſt, que pour le ſeul inſtant où l'étoile a paſſé en M, c'eſt-à-dire, pour le temps de ſon paſſage au méridien.

682. Il faut donc bien diſtinguer deux choſes ; 1°. cette différence d'aſcenſion droite entre le ſoleil & l'étoile, qui en elle-même & indépendamment du paſſage de l'étoile au méridien, eſt de 30 deg. ou deux heures pendant toute la journée (à peu-près) ; 2°. cette même différence qui conſidérée au moment où l'étoile paſſe au méridien, ſe trouve égale pour lors à la diſtance du ſoleil au méridien, c'eſt-à-dire, à l'heure qu'il eſt. La quantité $M\odot$ de 30 deg. ou deux heures, ſera pendant toute la journée la différence d'aſcenſion droite des deux aſtres, mais elle ſera de plus la diſtance du ſoleil au méridien, ou le temps vrai lorſque l'étoile ſera dans le méridien. Ainſi pour trouver à peu-près dans un jour donné, l'heure du paſſage d'un aſtre au méridien, il faut trouver ſa différence d'aſcenſion droite avec le ſoleil pour ce jour-là ; il n'importe à quelle heure on prenne cette différence d'aſcenſion droite, parce qu'elle varie peu dans l'eſpace d'une journée.

683. C'eſt ordinairement pour midi que les Aſtronomes diſpoſent leurs calculs ; ainſi ils prennent l'aſcenſion droite d'un aſtre pour midi, ils en retranchent celle du ſoleil à midi, la différence eſt l'heure du paſſage de l'étoile au méridien pour ce jour-là : en effet, nous avons vû que quand l'aſtre paſſe au méridien, le ſoleil en eſt éloigné de la quantité de cette différence (677), mais c'eſt la diſtance du ſoleil au méridien qui marque l'heure ou le temps vrai que nous demandons : Donc, pour avoir à peu-près le temps vrai du paſſage de l'aſtre au méridien, *il ſuffit de retrancher l'aſcenſion droite du ſoleil de celle de l'aſtre pour le jour donné à midi, & de convertir cette différence en temps.* Régle.

684. Nous diſons qu'il importe peu que cette différence d'aſcenſion droite ſoit priſe pour midi, ou pour quelque autre heure, parce qu'il n'y a jamais beaucoup de

changement dans l'eſpace d'un jour : cependant ſi l'on veut une plus grande exactitude, après avoir trouvé l'heure du paſſage au méridien à peu-près, on cherchera la différence d'aſcenſion droite pour cette heure-là, & cette nouvelle différence un peu plus petite, (s'il s'agit d'une étoile), que celle qu'on avoit d'abord employée, ſera plus exactement l'heure du paſſage au méridien.

Imperfection de cette premiere Régle.

685. L'avantage & la commodité que l'on a dans le calcul de l'heure du paſſage au méridien, dépendent de cette circonſtance, que la différence d'aſcenſion droite eſt preſque la même pendant toute la journée, ou du moins qu'elle varie peu ; la plus grande erreur arrive quand il eſt queſtion de la lune, la différence d'aſcenſion droite entre la lune & le ſoleil change quelquefois d'une heure dans l'eſpace d'un jour ; le premier calcul dans lequel on ſuppoſe que la différence eſt la même pendant tout le jour, peut donc être en erreur d'une heure ; mais connoiſſant du moins à une heure près le temps du paſſage, on calculera la différence des aſcenſions droites pour ce temps-là, & l'on aura le temps vrai cherché vingt-quatre fois plus exactement, puiſqu'au lieu de 24 heures il n'y aura plus qu'une heure d'incertitude ſur le temps pour lequel il falloit calculer la différence d'aſcenſion droite.

Complément de l'aſcenſion droite du Soleil.

686. Au lieu de retrancher perpétuellement l'aſcenſion droite du ſoleil de celle d'une étoile, on y ajoute le complément à 24 heures de l'aſcenſion droite du ſoleil (687), c'eſt-à-dire, par exemple, qu'au lieu de retrancher deux heures, on y ajoute 22 heures ; ce qui revient parfaitement au même, parce que ſi la ſomme excede 24 heures, on les retranche ſans en tenir compte. En effet, ſuppoſons que l'aſcenſion droite de l'étoile ſoit de 14 heures, & celle du ſoleil de deux heures, ſi je retranche celle-ci, il me reſtera 12 heures ; ſi j'ajoute ſon complément à 24 heures, c'eſt-à-dire, 22, j'aurai 36 ; & comme je retranche toujours 24, parce que le jour n'a que 24 heures, il reſte 12 heures comme auparavant. On pourroit croire que ces 36 heures indiquent le paſſage au méridien pour le jour ſuivant ; cela ſeroit vrai, ſi les 22 heures que nous avons employées

pour

pour la diſtance de l'équinoxe, ſignifioient que l'équinoxe doit paſſer au méridien 22 heures après midi ; mais cette idée ne ſeroit pas exacte, puiſque les 22 heures ne ſignifient autre choſe ſinon que l'aſcenſion droite du ſoleil eſt de deux heures à midi, & ce ſont ces deux heures qu'il falloit retrancher ; ainſi on fait la même choſe en ajoutant 22, & rejettant enſuite les 24 de la ſomme.

Diſtance de l'équinoxe au ſoleil.

687. On trouve dans la *Connoiſſance des Mouvemens céleſtes*, Ouvrage que l'Académie des Sciences publie chaque année, une colonne qui a pour titre, *Diſtance de l'équinoxe au ſoleil, ou diſtance de l'équinoxe au méridien* ; M. de la Caille dans ſes Ephémérides la donne auſſi ſous le nom de *Diſtance de la ſection du Bélier au méridien* ; ce n'eſt autre choſe que le complément à 360 degrés de l'aſcenſion droite du ſoleil (686), réduit en temps à raiſon de 15 deg. par heure, ou le complément à 24 heures de cette aſcenſion droite, déja réduite en temps. Je ſuppoſe que le ſoleil ait 90° ou 6^h d'aſcenſion droite, c'eſt-à-dire, qu'il ſoit à 90° du point équinoxial vers l'orient ; lorſque le ſoleil ſera dans le méridien, le point équinoxial en ſera à 90° vers l'occident, & par conſéquent il aura 270° à faire pour y revenir le lendemain ; ces 270° font 18 heures, & ces 18 heures ſont ce que j'appelle diſtance de l'équinoxe au méridien, ou ſi l'on veut pour plus de clarté, diſtance de l'équinoxe au ſoleil. On remarquera que dans l'Aſtronomie, ſi l'on parle exactement, la diſtance de l'équinoxe au ſoleil n'eſt pas la même choſe que la diſtance du ſoleil à l'équinoxe ; celle-ci eſt leur diſtance mutuelle en partant de l'équinoxe pour aller au ſoleil ſelon l'ordre des ſignes, *in conſequentia*, ou d'occident vers l'orient ; mais la diſtance de l'équinoxe au ſoleil eſt leur diſtance en partant du ſoleil, & comptant de même d'occident en orient, celle-ci eſt le complément de la premiere, ou ce qui s'en manque à 360°.

Différence d'expreſſions pour les diſtances.

688. Lorſque l'équinoxe, ou le premier point d'Aries au moment de midi, ſe trouve être encore à 30° du méridien vers l'orient, on marque 2^h pour la diſtance de l'équinoxe au méridien, ou la diſtance de l'équinoxe au ſoleil ; mais, à parler exactement, cela ne veut pas dire que

l'équinoxe arrivera au méridien à 2^h après midi ; il y arrivera même néceſſairement plutôt, & l'on s'en convaincra par le raiſonnement ſuivant : le ſoleil ſera au bout de deux heures à 30° du méridien vers l'occident, mais comme dans l'eſpace de 2^h le ſoleil ſe ſera rapproché de l'équinoxe par ſon mouvement propre & annuel, d'environ 5′ de deg. à raiſon de 59′ 8″ par jour, l'équinoxe ſera moins éloigné du ſoleil que le méridien ; donc, l'équinoxe aura déja paſſé le méridien, & cela d'environ 20″ de temps, qui répondent à 5′ de degré. Si au contraire à l'inſtant de midi, l'équinoxe ſe trouvoit être déja vers l'occident de 30°, je marquerois 22^h pour ſa diſtance au méridien, parce qu'il lui reſte 330°, à décrire pour y arriver le lendemain vers les 10^h du matin, & que 330° valent 22^h, à raiſon de 15° par heure ; mais pendant ces 22^h le ſoleil ſe rapprochera de cet équinoxe, & l'équinoxe arrivera au méridien plutôt que 22^h après midi. Après avoir expliqué en détail les principes d'où dépend le calcul des paſſages au méridien, nous allons en donner deux exemples ; l'un, pour les étoiles dont le paſſage eſt le plus facile ; & l'autre, pour la lune dont le paſſage eſt au contraire le plus difficile de tous à calculer.

Calcul du paſſage d'une étoile.

689. Exemple I. On demande le paſſage de la Lyre au méridien le 1r. Mai 1760, compté aſtronomiquement, c'eſt-à-dire, le paſſage qui ſuivra le midi du 1r. Mai dans l'eſpace des 24 heures. Je ſuppoſe l'aſcenſion droite apparente de la Lyre pour ce jour-là 277° 12′ 17″, qui convertie en temps eſt de 18^h 28′ 49″ ; la diſtance de l'équinoxe au ſoleil, ou le complément de l'aſcenſion droite du ſoleil 21^h 23′ 51″ pour le 1r. Mai à midi, & de 21^h 20′ 2″ pour le 2 à midi, en ſorte que le changement diurne ſoit de 3′ 49″, l'aſcenſion droite de la Lyre n'étant point ſujette à varier d'un jour à l'autre, il n'y a point d'autre changement dans la différence d'aſcenſion droite entre le ſoleil & l'étoile, ſi ce n'eſt celui de l'aſcenſion droite du ſoleil qui change de 3′ 49″ de temps, d'un midi à l'autre.

Premiere Approximation. J'ajoute l'aſcenſion droite de la Lyre 18^h 29′ avec la diſtance de l'équinoxe 21^h 24′, la ſomme eſt 39^h 53′ ; j'en retranche 24^h (686), & j'ai

15^h 53′ pour l'heure cherchée. Cette premiere approximation peut être défectueuſe de 4′, ſi l'étoile au lieu de paſſer à 15^h, paſſe à 23^h, ou environ, parce que la différence d'aſcenſion droite a été priſe pour midi, & qu'en 23^h elle peut diminuer d'environ 4′.

Seconde Approximation. On retranchera de l'heure trouvée 1′ ſi l'étoile paſſe après 3^h ; 2′ ſi elle paſſe après 9^h ; 3′ ſi c'eſt après 15^h, & 4′ ſi elle paſſe après 21^h. Dans l'exemple dont il s'agit, on ôtera 3′, & l'on aura 15^h 50′ pour l'heure & la minute du paſſage de l'étoile. Il ne doit jamais y avoir une minute d'erreur dans cette approximation, parce que l'aſcenſion droite du ſoleil, ou la diſtance de l'équinoxe au ſoleil, change en tout temps à peu-près de 4′, la variation diurne étant renfermée entre 3′ 35″ & 4′ 27″.

Troisieme Approximation. Il faut faire cette proportion : 24^h ſont à 3′ 49″, variation diurne, comme 15^h 50′ ſont à un quatrieme terme qu'on trouve de 2′ 31″ ; on ôtera cette quantité de la ſomme de l'aſcenſion droite de l'étoile 18^h 28′ 49″, & de la diſtance de l'équinoxe 21^h 23′ 51″, c'eſt-à-dire, de 15^h 52′ 40″, & l'on aura 15^h 50′ 9″ pour la différence d'aſcenſion droite, ou pour l'heure cherchée du paſſage de la Lyre par le méridien le 1r. Mai 1760, temps aſtronomique, ce qui revient au 2 Mai 3^h 50′ 9″ du matin, temps civil ; & ce réſultat eſt auſſi exact qu'il puiſſe être, puiſque nous avons trouvé par cette régle de trois la différence d'aſcenſion droite entre le ſoleil & l'étoile pour 15^h 50′, & que le paſſage au méridien eſt en effet 15^h 50′ 9″. Or, on a vû que tout l'artifice de ce calcul conſiſte à trouver par une fauſſe poſition, la différence des aſcenſions droites pour le moment même du paſſage, deviné ou connu à peu-près.

690. Exemple II. Le 22 Avril, jour auquel on a 2^h de temps pour l'aſcenſion droite du ſoleil à midi, ou ce qui revient au même, 30°, je ſuppoſe que l'aſcenſion droite de la Lune à midi ſoit de 14^h 0′ ; j'en ôte l'aſcenſion droite du ſoleil 2^h, ou bien j'y ajoute 22^h, complément de 2^h, que l'on appelle diſtance de l'équinoxe au méridien (687), & j'ai 12^h pour la différence d'aſcenſion droite à midi. Ce ſeroit

Calcul du paſſage de la Lune.

auſſi l'heure du paſſage de la lune au méridien, ſi cette différence devoit perſévérer invariablement depuis midi juſqu'au temps du paſſage ; mais comme la lune avance d'une heure par jour en aſcenſion droite, plus ou moins, (je ſuppoſerai une heure juſte pour la facilité du calcul), il s'enſuit qu'à 12^h la différence d'aſcenſion droite en temps, au lieu d'être $12^h\ 0'$, ſera devenue de $12^h\ 30'$; ainſi $12^h\ 30'$ indiquent plus exactement l'heure du paſſage ; c'eſt donc à $12^h\ 30'$ qu'il faut avoir la différence d'aſcenſion droite ; mais en $30'$ de temps la différence d'aſcenſion droite augmente encore de $1'\ 15''$; donc, $12^h\ 31'\ 15''$ ſera la différence d'aſcenſion droite à $12^h\ 30'$, & par conſéquent l'heure du paſſage à très-peu de choſe près ; ſi l'on cherche encore le mouvement pour $1'\ 15''$, on trouvera $3''$; ainſi la différence d'aſcenſion droite ſera $12^h\ 31'\ 18''$ à $12^h\ 31'\ 15''$ de temps vrai, qui approche extrémement de l'heure du paſſage ; donc, le temps vrai du paſſage de la lune au méridien dans ce cas-là ſera $12^h\ 31'\ 18''$.

On peut obſerver que toutes les corrections que nous venons d'employer, forment une progreſſion géométrique deſcendante dont l'expoſant eſt 24, c'eſt-à-dire, fort grand, puiſque $30' : 1'\ 15'' :: 1'\ 15'' : 3'' :: 3''$: &c. ; car on peut ſuppoſer uniforme le mouvement de la lune en aſcenſion droite ; mais il n'arrive jamais qu'on ait beſoin de la troiſieme correction, rarement même de la ſeconde, parce qu'il importe peu de commettre une ou deux minutes d'erreur ſur l'avertiſſement qu'on donne aux Aſtronomes de l'heure du paſſage de la lune, ils ſont toujours préparés deux minutes plutôt.

Paſſage de l'équinoxe au méridien.

691. Dans la Connoiſſance des Temps de 1759 & des années précédentes, au lieu de la diſtance de l'équinoxe au méridien, M. Lieutaud, M. Godin & M. Maraldi compoſoient une colonne qui avoit pour titre, *Paſſage d'Aries zero par le meridien*, & qui ſervoit à trouver plus facilement le paſſage des aſtres au méridien, du moins à quelques ſecondes près ; cette colonne n'eſt autre choſe que l'aſcenſion droite du ſoleil convertie en temps ſolaire vrai, de maniere qu'on a véritablement l'heure où l'équinoxe

paſſe par le méridien ; il ne s'agit que d'avoir enſuite l'intervalle de temps vrai qui doit s'écouler entre le paſſage de l'équinoxe & celui d'une étoile par le méridien, c'eſt-à-dire, de convertir en temps ſolaire vrai l'aſcenſion droite d'une étoile, & de l'ajouter avec le paſſage d'Aries par le méridien ; il faut ôter $23^h\ 56'\ 4''$, ſi la ſomme va au-delà, (c'eſt le mouvement de l'horloge réglée ſur le moyen mouvement du ſoleil, entre le paſſage d'une étoile au méridien & le paſſage du jour ſuivant) : mais comme le temps ſolaire moyen ne differe jamais du temps ſolaire vrai de plus de $30''$ dans les 24 heures, on peut ſe contenter de prendre les aſcenſions droites des étoiles converties en temps ſolaire moyen (149 & 673), telles qu'on les trouvoit alors dans la Connoiſſance des Temps, *pag.* 82 *&* 83 ; l'aſcenſion droite des étoiles étant alors ajoutée avec le paſſage d'Aries, donne le temps du paſſage de l'étoile, ſans qu'il puiſſe y avoir d'autre erreur dans ce calcul que la quantité dont les heures ſolaires vraies different des heures ſolaires moyennes, pendant l'intervalle qui s'eſt écoulé entre le paſſage de l'équinoxe & celui de l'étoile (675). Mais cette méthode exigeroit plus d'attention, ſi on vouloit l'employer d'une maniere rigoureuſe, que celle dont nous avons donné l'explication, & le précepte ne m'a pas paru auſſi ſimple, c'eſt pourquoi j'ai préféré la méthode précédente (689), qui eſt celle que je donne annuellement dans la *Connoiſſance des Mouvemens celeſtes* ; cependant il eſt néceſſaire d'ajouter un exemple pour faire comprendre parfaitement cette méthode.

692. EXEMPLE. Le 19 Octobre 1759 l'aſcenſion droite d'Aldebaran étoit de $65^\circ\ 32'\ 14''$, ou réduite en temps ſolaire moyen, $4^h\ 21'\ 26''$, le complément de celle du ſoleil à midi réduite en temps ſolaire vrai, $11^h\ 0'\ 2''$, la ſomme donne $15^h\ 21'\ 28''$, qui eſt l'heure du paſſage d'Aldebaran au méridien pour ce jour-là. En calculant ce paſſage de la maniere indiquée à l'article 690, on trouveroit $6''$ de moins, parce que ce jour-là les heures ſolaires vraies ſont plus courtes de $16''$ par jour que les heures ſolaires moyennes. Il eſt aiſé de s'en aſſurer en voyant dans la Table du *Temps*

Il ſert à trouver celui des étoiles.

moyen au midi vrai, que le temps moyen eſt moindre le 10 que le 9, ce qui prouve que le ſoleil avance ſur le temps moyen, c'eſt-à-dire, va plus vîte que le ſoleil moyen, & forme des heures par conſéquent plus courtes (675) : or, entre $15^h\,21'$ & midi il y aura environ $6''$, à raiſon de $16''$ par jour, voilà pourquoi on a trouvé $6''$ de trop pour l'heure du paſſage de l'étoile au méridien, par la méthode du temps ſolaire moyen, ou du paſſage d'Aries par le méridien. La quantité de $11^h\,0'\,2''$ que nous avons priſe pour l'heure du paſſage de l'équinoxe au méridien, eſt ce qui manque à l'aſcenſion droite du ſoleil à midi le 10 pour former 12^h; voilà pourquoi on ne ſe trouve en erreur que de $6''$, & non pas de $10''$, qui devroient répondre à 15^h: l'erreur par ce moyen eſt diminuée de beaucoup, à cauſe de l'attention qu'on a eue de mettre vis-à-vis de chaque jour le complément de l'aſcenſion droite qu'a le ſoleil le lendemain, lorſque l'équinoxe paſſe le ſoir, c'eſt-à-dire, en automne & en hyver, le complément de l'aſcenſion droite qu'a le ſoleil le même jour quand l'équinoxe paſſe le matin, ce qui arrive pendant le printemps & l'été ; par-là on ne commet d'erreur que ſur les heures ſolaires vraies qu'il y a entre le paſſage de l'étoile & le midi le plus proche, & cette différence ne peut aller au-delà de $15''$. Pour éviter cette erreur de $15''$ dans les cas où l'on a beſoin de la préciſion d'une ſeconde, on étoit obligé de revenir à la méthode de l'article 690 ; car M. Maraldi avoit coutume de mettre dans la *Connoiſſance des Temps* une colonne particuliere pour l'aſcenſion droite du ſoleil, afin qu'on pût la retrancher de l'aſcenſion droite de l'étoile, & convertir le reſte en temps à raiſon de 15 deg. par heure.

Trouver l'heure du paſſage d'un Aſtre ſous un autre Méridien.

693. La méthode que nous avons donnée pour trouver les paſſages au méridien, ſuppoſe les aſcenſions droites du ſoleil & de l'aſtre dont il s'agit, connues pour le moment du midi à Paris, telles qu'on les trouve dans la *Connoiſſance*

des Mouvemens céleſtes calculée pour Paris ; ſi avec les mêmes données on veut avoir l'heure du paſſage d'une planete ſous un autre méridien, il eſt évident qu'il ſuffit de trouver les mêmes aſcenſions droites pour le midi du lieu donné, car les calculs ſont les mêmes pour un méridien quelconque. L'heure du paſſage ſeroit la même à tous les méridiens, ſi l'aſtre & le ſoleil, en paſſant de l'un à l'autre méridien, reſtoient à même diſtance l'un de l'autre, & conſervoient la même différence d'aſcenſion droite : en effet, un aſtre paſſe au méridien de Paris à deux heures, parce qu'il a 30 deg. d'aſcenſion droite de plus que le ſoleil, & que le ſoleil ſe trouve à 30 deg. ou à deux heures du méridien au moment du paſſage ; ſi à Mexico où l'aſtre arrivera ſept heures plus tard qu'à Paris, le ſoleil ſe trouve encore à 30 deg. de lui, il ſera auſſi deux heures à Mexico, lorſque l'aſtre y paſſera par le méridien de Mexico ; mais il ſera deux heures & une minute, ſi le ſoleil eſt plus éloigné de l'aſtre de la valeur d'une minute de temps. Il ne s'agit donc que de trouver cette différence d'aſcenſion droite entre l'aſtre & le ſoleil pour le moment du midi à Mexico, c'eſt-à-dire, ſept heures plus tard qu'à Paris, ou de la trouver pour Paris à ſept heures du ſoir. Or le paſſage au méridien que l'on connoît pour Paris à chaque jour, eſt la différence même d'aſcenſion droite pour Paris ; il ſuffira donc de trouver cette même différence à 7 heures du ſoir, en faiſant cette proportion : 24 heures ſont à la différence des méridiens, comme la différence des paſſages pour Paris d'un jour à l'autre eſt à la différence des paſſages à Paris & dans le lieu donné ; cette différence s'ajoutera au paſſage pour Paris, ſi le lieu dont il s'agit, eſt à l'occident de Paris ; il ſe retranchera, ſi le lieu eſt à l'orient de Paris ; pourvû toutefois que le paſſage pour Paris retarde d'un jour à l'autre, comme cela arrive toujours pour la lune.

Mais ſi le paſſage pour Paris avance, c'eſt-à-dire, que la planete paſſe plutôt le lendemain que le jour dont il s'agit, comme cela arrive pour les étoiles fixes, pour Saturne, &c. ce ſera le contraire, la différence trouvée ſe retran-

chera du paſſage pour Paris ſi le lieu donné eſt à l'occident, & s'ajoutera s'il eſt à l'orient de Paris.

694. Exemple. La lune paſſoit au méridien de Paris en 1762 le 6 Novembre à $3^h\ 44'$, & le jour précédent à $2^h\ 44'$, c'eſt-à-dire, une heure plutôt ; on demande à quelle heure elle paſſoit à Mayence qui eſt 24 minutes de temps à l'orient de Paris ; on fera cette proportion : 24^h ſont à $24'$ comme 1^h eſt à $1'$, ainſi l'on retranchera $1'$ de l'heure du paſſage pour Paris, & l'on aura $3^h\ 43'$ pour le paſſage à Mayence.

695. Si cette ville étoit à l'occident de Paris, nous aurions pris le jour ſuivant, au lieu de prendre, comme nous l'avons fait, celui qui précede le jour donné, parce qu'il faut prendre deux paſſages pour Paris, tels qu'ils comprennent dans leur intervalle celui que l'on cherche.

Si la différence des méridiens étoit de pluſieurs heures, cette partie proportionnelle pourroit être défectueuſe à l'égard de la lune, d'environ une minute en certains cas, à cauſe de l'inégalité du mouvement de la lune en aſcenſion droite ; on y remédieroit très-bien par la méthode des ſecondes différences que nous expliquerons dans le XXIVe. Livre ; mais comme il eſt très-rare qu'on ait beſoin d'une ſi grande préciſion, il ſeroit ſuperflu de s'étendre ici à ce ſujet.

696. L'opération que nous venons de faire pour trouver le paſſage au méridien de la lune pour Mayence, ſuppoſe, comme on a dû le remarquer, que c'eſt le temps au méridien de Mayence ; car ſi l'on demandoit quelle heure il ſera au méridien de Paris, quand la lune paſſera au méridien de Mayence, il faudroit encore ôter de l'heure trouvée la différence des méridiens, qui eſt $0^h\ 24'$, je dis ôter, parce que Mayence eſt à l'orient de Paris, & l'on auroit $3^h\ 19'$: mais cette derniere queſtion n'eſt d'aucun uſage dans l'Aſtronomie, où l'on ne cherche le paſſage à un méridien qu'en temps compté ſous ce même méridien.

De l'uſage

De l'uſage des Angles horaires.

697. L'ANGLE HORAIRE d'un aſtre eſt l'angle au pole formé par le méridien du lieu où l'on eſt, & par le cercle de déclinaiſon qui paſſe par l'aſtre dont il s'agit ; c'eſt encore, ſi l'on veut, l'arc de l'équateur compris entre le méridien & le cercle horaire de l'aſtre ; c'eſt la diſtance de l'aſtre au méridien. Cet angle horaire eſt eſſentiel dans les calculs aſtronomiques pour trouver la hauteur d'un aſtre à un moment donné (718), & pour trouver le temps vrai d'une obſervation (148, 652, 716).

698. Soit MEQ l'équateur (*Fig.* 38.), MCD le méridien, M le milieu du ciel, ME l'arc de l'équateur qui meſure l'angle horaire, ou la diſtance d'une étoile E au méridien, comptée d'un paſſage par le méridien à l'autre, c'eſt-à-dire, d'orient en occident juſqu'à 360°. $\Upsilon\odot$ eſt l'aſcenſion droite du ſoleil, $\odot M$ eſt l'angle horaire du ſoleil meſuré par le temps vrai donné, on les ajoutera pour avoir ΥM aſcenſion droite du milieu du ciel, dont on ôtera l'aſcenſion droite ΥE de l'étoile, & l'on aura l'angle horaire de l'étoile ; d'où réſulte la régle ſuivante : *Fig.* 38.

REGLE. *L'aſcenſion droite du ſoleil ajoutée avec le temps vrai réduit en degrés, moins l'aſcenſion droite de l'aſtre, ſera l'angle horaire de l'aſtre compté juſqu'à* 24 *heures & d'orient vers l'occident.* Régle pour l'angle horaire d'un aſtre.

699. Lorſque nous preſcrivons de retrancher toujours l'aſcenſion droite de l'aſtre, ſans examiner ſi elle ſera plus petite, ou plus grande que la ſomme dont il faut la retrancher, c'eſt que nous ſuppoſons toujours que l'on ajouteroit 360° à cette ſomme, ſi elle ſe trouvoit trop petite ; ainſi dans la *Fig.* 39. il faut ôter ΥMT de $\Upsilon\odot M$, & cet arc $\Upsilon\odot M$ eſt cependant moindre ; mais on y ajoutera le cercle entier, alors de l'arc $\Upsilon\odot MTD\Upsilon\odot M$ on ôtera $\Upsilon\odot MT$, il reſtera $TD\Upsilon\odot M$, diſtance de l'aſtre T au méridien comptée depuis le méridien en allant vers l'occident, (ou contre l'ordre des ſignes), parce que c'eſt l'ordre *Fig.* 39.

de l'accroiſſement des angles horaires qui vont comme le mouvement diurne d'orient en occident.

700. L'opération ſe trouveroit plus ſimple dans certains cas en employant le *temps moyen* & la longitude moyenne du ſoleil, au lieu du temps vrai & de la longitude vraie; quant au réſultat, cela reviendroit abſolument au même, parce que ſi la longitude moyenne qui eſt égale à l'aſcenſion droite moyenne, eſt plus grande que l'aſcenſion droite vraie, le temps moyen eſt plus court de la même quantité (658), ainſi la ſomme eſt parfaitement la même, d'où l'on tire cette ſeconde régle:

Autre régle pour l'angle horaire.

REGLE. *La longitude moyenne du ſoleil plus le temps moyen converti en degrés, moins l'aſcenſion droite d'un aſtre propoſé, donne l'angle horaire de l'aſtre dont il s'agit.*

Aſcenſion droite du milieu du ciel.

701. On a ſouvent beſoin dans l'Aſtronomie, & ſurtout pour le calcul des éclipſes dans certaines méthodes, de connoître l'aſcenſion droite du milieu du ciel, ou du point de l'équateur qui eſt dans le méridien, pour cela il ſuffit d'avoir l'angle horaire d'un aſtre dont l'aſcenſion droite ſeroit nulle; ainſi *la longitude moyenne du ſoleil, plus le temps moyen converti en degrés donne l'aſcenſion droite du milieu du ciel;* ou ſi l'on veut ſe ſervir de la premiere régle (697), *l'aſcenſion droite du ſoleil ajoutée avec le temps vrai réduit en degrés, ſera l'aſcenſion droite du milieu du ciel.* En effet, l'aſcenſion droite du milieu du ciel eſt la diſtance de l'équinoxe au milieu du ciel, ou de l'équinoxe au méridien, c'eſt donc l'angle horaire de l'équinoxe, ou d'un aſtre qui ſeroit placé dans l'équinoxe même, & qui n'auroit aucune aſcenſion droite; ainſi il n'y a rien à retrancher dans les deux régles où l'on retranchoit l'aſcenſion droite de l'aſtre.

702. Si l'on connoît l'angle horaire du ſoleil pour un lieu de la terre à un moment donné, & en même temps l'angle horaire pour Paris, on trouvera par une ſimple ſouſtraction, la longitude de ce lieu. Soit S le ſoleil (*Fig.* 40.), P la ville de Paris, SP l'angle horaire du ſoleil pour Paris, M le premier méridien qui paſſe à 20° à l'occident de Paris,

Fig. 40.

L le lieu dont on connoît l'angle horaire *LS*, compté de même vers l'occident depuis un midi juſqu'à l'autre, *MS* l'angle horaire pour le premier méridien ; celui-ci eſt toujours plus petit de 20° que l'angle horaire pour Paris, parce que le premier méridien eſt à l'occident de Paris, & que l'angle horaire ſe compte auſſi vers l'occident, de ſorte qu'il eſt moindre pour le premier méridien que pour Paris ; ſi de l'angle horaire *LS* du lieu cherché on ôte l'angle horaire pour Paris *PS* diminué de 20°, ou de *PM*, c'eſt-à-dire, *MS*, on aura *ML* diſtance au premier méridien, ou longitude du lieu cherché ; ainſi *la longitude géographique d'un lieu eſt égale à ſon angle horaire, moins celui de Paris, plus 20 degrés.* Nous ferons uſage de cette regle lorſque nous calculerons des éclipſes de ſoleil pour différens pays de la terre, Livre X. *Fig.* 40. Longitudes géographiques par les angles horaires.

DU LEVER ET DU COUCHER DES ASTRES.

703. Lorſqu'une planete ou une étoile eſt préciſément dans l'horiſon, ſa diſtance au méridien, ou ſon angle horaire (697) s'appelle ARC SEMIDIURNE ; & c'eſt la premiere choſe qu'il faut connoître pour calculer l'heure du lever ou du coucher des aſtres. Arc ſemidiurne.

Soit *HZO* (*Fig.* 41.) la moitié du méridien, *HO* la moitié de l'horiſon, *EQ* la moitié de l'équateur, *P* le pole, *Z* le zénith ; *L* l'aſtre placé à l'horiſon au moment de ſon lever ; *ZL* ſa diſtance au zénith qui eſt de 90 degrés, j'entends ſa diſtance apparente, car la véritable diſtance au zénith eſt augmentée par la parallaxe & diminuée par la réfraction, dont nous parlerons dans la ſuite de cet Ouvrage, (Liv. IX. & XII.) ; *PL* eſt la diſtance vraie de l'aſtre au pole boréal du monde ; c'eſt le complément de ſa diſtance à l'équateur, ou de ſa déclinaiſon *LA*, ſi elle eſt boréale ; & c'eſt la ſomme de 90 deg. & de cette déclinaiſon, ſi elle eſt auſtrale. L'arc *PZ* eſt la diſtance du pole au zénith dans le lieu où l'on eſt, c'eſt-à-dire, le complément de la latitude, ou de la hauteur du pole *PO* ; les trois côtés *PL*, *PZ* & *ZL* du triangle *PZL* étant connus, on en peut *Fig.* 41.

tirer la valeur de l'angle *P* par les régles de la Trigonométrie ſphérique, cet angle *P* ou *ZPL* eſt l'angle horaire de l'aſtre ; c'eſt ſa diſtance au méridien dans le moment où il ſe leve, ou ſon arc ſemidiurne ; on le trouvera par la régle ſuivante, qui ſera démontrée dans la Trigonométrie ſphérique (Liv. XXIII.).

Régle pour avoir l'arc ſemidiurne.

704. Ajoutez enſemble les trois côtés connus du triangle *PZL*, & prenez la moitié de leur ſomme ; de cette demi-ſomme ôtez les deux côtés *PZ* & *PL*, qui comprennent l'angle cherché *P*, c'eſt-à-dire, le complément de la latitude, & la diſtance de l'aſtre au pole boréal du monde. Ajoutez enſemble les logarithmes des ſinus des différences qui proviendront de ces deux ſouſtractions. Ajoutez enſemble les logarithmes des ſinus des deux côtés *PZ* & *PL*. Retranchez la ſomme de ces deux logarithmes de la ſomme des deux logarithmes des ſinus des différences ; prenez la moitié du reſte, ce ſera le logarithme du ſinus d'un nombre de degrés & de minutes, dont le double ſera l'angle *P*, ou l'arc ſemidiurne cherché, qu'il faut convertir en temps (149).

Table des arcs ſemidiurnes.

C'eſt ainſi qu'on a conſtruit pour la latitude de Paris une Table des arcs ſemidiurnes pour tous les degrés, & même pour les minutes, de dix en dix, de déclinaiſon, tant boréale qu'auſtrale, elle va juſqu'à 31 deg. de chaque côté de l'équateur : elle ſe trouve dans mon Expoſition du Calcul aſtronomique, *page* 237 *& ſuiv.* & dans la Connoiſſance des Mouvemens céleſtes pour 1762. Les arcs ſemidiurnes y ſont réduits en heures, minutes & ſecondes de temps, à raiſon de 15 deg. par heure, parce que c'eſt ſous cette forme-là qu'on en a beſoin dans la pratique de l'Aſtronomie. On trouve auſſi une Table fort étendue des arcs ſemidiurnes pour différentes latitudes, & pour différens degrés de déclinaiſon, dans la Connoiſſance des Temps de 1759 & de toutes les années précédentes, par le moyen de laquelle on peut trouver le lever & le coucher des aſtres pour tous les pays de la terre, & dans tous les temps de l'année : cette Table avoit été calculée autrefois par M. du Dreneuc pour la commodité des Voyageurs, & des Marins qui peuvent

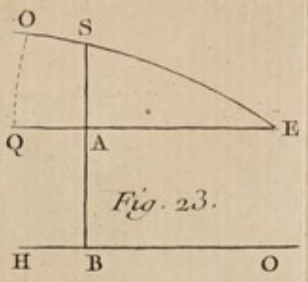


Fig. 23.

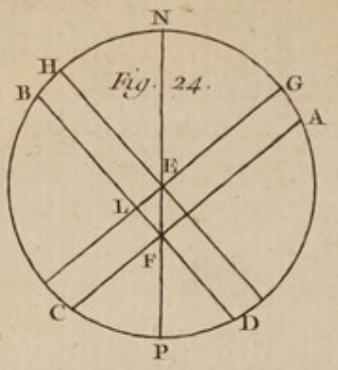


Fig. 24.

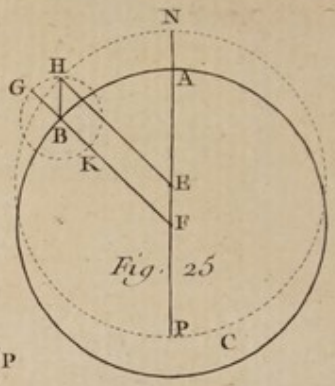


Fig. 25.

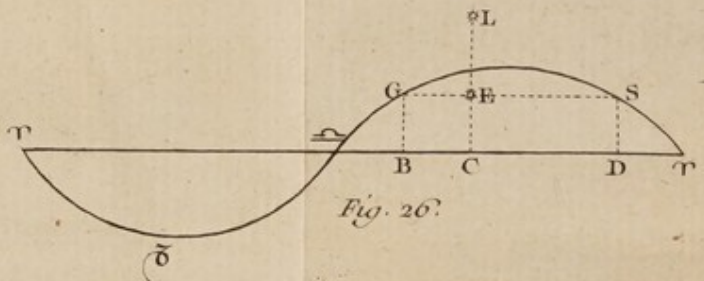


Fig. 26.

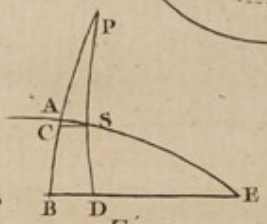


Fig. 27.

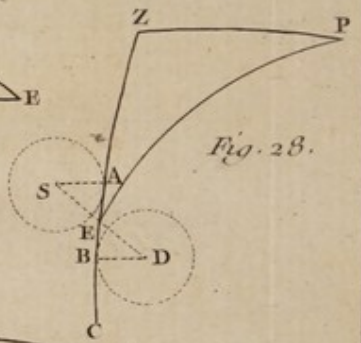


Fig. 28.

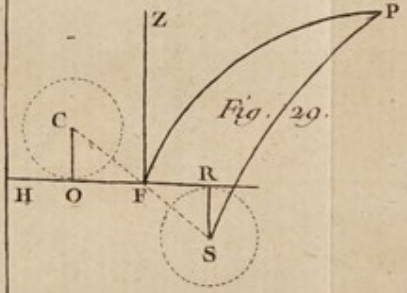


Fig. 29.

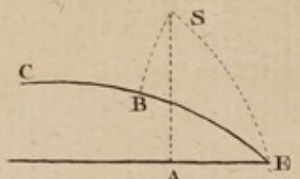


Fig. 30.

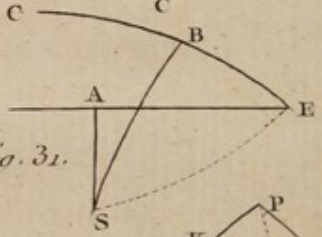


Fig. 31.

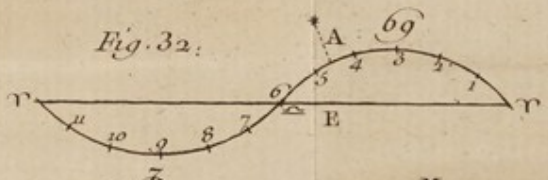


Fig. 32.

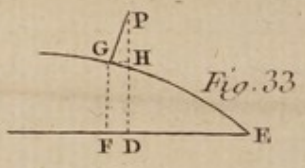


Fig. 33.

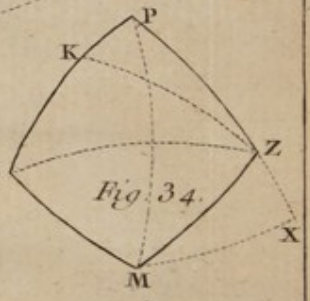


Fig. 34.

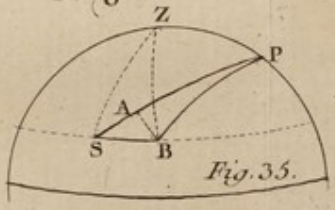


Fig. 35.

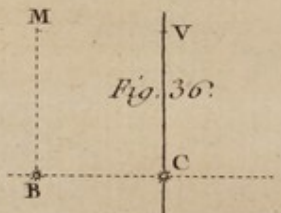


Fig. 36.

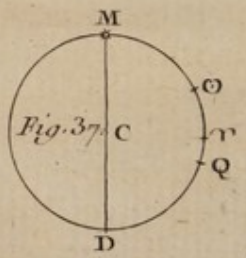
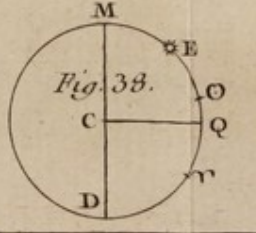
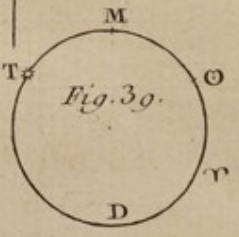
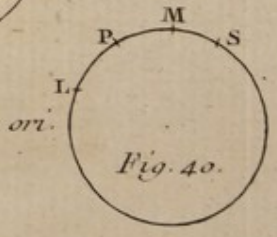


Fig. 37.







s'en ſervir pour trouver l'heure qu'il eſt, du moins à une minute près, en voyant lever le ſoleil en pleine mer. Je vais donner un exemple de la maniere de conſtruire ces Tables.

705. EXEMPLE. Je ſuppoſe qu'à Paris où la latitude eſt de 48° 50′, on veuille connoître l'arc ſemidiurne de la lune, lorſque ſa déclinaiſon boréale eſt de 25° 8′, & ſa parallaxe horiſontale de 58 minutes; le côté *ZL* qui eſt en apparence de 90°, doit être augmenté de 33′ à cauſe de la réfraction, (Liv. XII.), & diminué de 58′ à cauſe de la parallaxe, (Liv. IX.); ainſi la vraie diſtance *ZL* ſera 89° 35′; le côté *PL* complément de la déclinaiſon, ſera de 64° 52′, & le côté *PZ* complément de la latitude, ſera de 41° 10′.

PZ	41°	10′	Demi-ſ.	97° 48′ ½	97° 48′ ½
ZL	89	35	Otez *PZ* 41 10 & *PL*	64 52	
PL	64	52	Différ.	56 38 ½	32 56 ½
Somme	195	37	Log. du ſinus de la 1re différ.		9,92180
Demi-ſ.	97	48 ½	Log. du ſinus de la 2e. differ.		9,73543
Log.ſin. *PZ*		9,81839	Somme		9,65723
Log.ſin. *PL*		9,95680			
Somme		9,77519	Otez la ſomme des log. des côtés.		9,77519
					9,88204
Prenez la moitié de la ſomme. Log.ſin. 60° 49′					9,94102

Double 121 38, arc ſemidiurne qui converti en temps donne 8h 6′ 32″; c'eſt l'arc ſemidiurne de la lune: on verra ci-après (713) l'uſage de cet arc ſemidiurne pour trouver ce jour-là l'heure du lever de la lune.

706. Pour trouver l'heure du lever du ſoleil à un jour donné, il ſuffit de calculer l'arc ſemidiurne pour ce jour-là, & de prendre ce qui s'en manque pour aller à 24 heures; ainſi quand l'arc ſemidiurne du ſoleil eſt de 8 heures, on eſt ſûr que le ſoleil ſe lévera à 4 heures du matin; de même pour trouver l'heure du coucher du ſoleil, il ſuffit d'avoir l'arc ſemidiurne du ſoir, c'eſt l'heure même du coucher du ſoleil; car ſi l'arc ſemidiurne eſt de 4h 5′, comme cela

Lever & coucher du Soleil.

arrive le 21 Décembre à Paris, on eſt ſûr que le ſoleil ſe couchera à $4^h\ 5'$; la raiſon en eſt évidente, puiſque le ſoleil étant en L dans l'horiſon, l'arc ſemidiurne EA ou ML eſt meſuré par l'angle P, & cet angle P marque auſſi le temps vrai, donc l'arc ſemidiurne eſt lui-même le temps vrai du coucher du ſoleil. Ainſi pour calculer exactement le lever du ſoleil, il ſuffit d'avoir ſa déclinaiſon pour le moment où il ſe leve (708), & de faire le côté ZL de $90^\circ\ 33'$, parce que la réfraction horiſontale fait paroître le ſoleil trop élevé de $33'$ (Liv. XII.).

Lever & coucher des autres aſtres.

A l'égard des autres planetes & des étoiles fixes, il faut connoître l'heure du paſſage au méridien (683), auſſi bien que la déclinaiſon de la planete; on prendra dans la Table des arcs ſemidiurnes, dont nous venons de donner la conſtruction (705), les heures, minutes & ſecondes de temps qui répondent à la déclinaiſon de la planete, on les retranchera du paſſage au méridien pour avoir le lever de la planete, on les ajoutera pour avoir le coucher; cette régle ſuppoſe que la différence d'aſcenſion droite entre l'aſtre & le ſoleil n'ait pas changé ſenſiblement, dans l'intervalle qu'il y a depuis le lever juſqu'au paſſage au méridien; mais cela eſt vrai ſenſiblement pour les étoiles fixes & les planetes, ſi ce n'eſt la lune pour laquelle nous donnerons une régle particuliere (710).

Il faut ajouter 12^h à l'heure du paſſage de la planete, ſi l'arc ſemidiurne eſt plus grand que le nombre des heures du paſſage au méridien: par exemple, ſi ce paſſage eſt à $4^h\ 10'$, & que l'arc ſemidiurne ſoit $6^h\ 10'$, on ſuppoſe 12^h de plus, c'eſt-à-dire, $16^h\ 10'$ pour le paſſage au méridien, & après avoir ſouſtrait l'arc ſemidiurne, il reſte $10^h\ 0'$ du matin pour le lever de la planete; ſi on les ajoute enſemble, on aura le coucher de la planete à $10^h\ 20'$. Si après la ſouſtraction faite il reſte plus de 12^h, & ſi après l'addition faite il s'en trouve plus de 12, & à plus forte raiſon plus de 24, dans ce cas il faut prendre le paſſage au méridien de la veille; ſans quoi on n'auroit l'heure cherchée que pour le lendemain.

Exemple. Le 1r. Septembre 1763, Jupiter paſſe au

méridien à $18^h\ 11'$, l'arc ſemidiurne de Jupiter eſt $7^h\ 53'$; après l'addition faite on trouve $26^h\ 4'$, ce qui donneroit le coucher pour le 2 Septembre à $2^h\ 4'$ du ſoir ; mais comme nous voulons avoir le coucher qui eſt arrivé le 1r. Septembre, & non pas celui du deux, il faut prendre le paſſage au méridien du 31 Août, qui eſt $18^h\ 14'$, ou ce qui revient au même, ajouter $3'$ à l'heure trouvée, parce que le lever retarde alors de $3'$ par jour.

De même le 1r. Novembre 1763, Mars paſſoit au méridien à $21^h\ 13'$, temps aſtronomique ; l'arc ſemidiurne $6^h\ 19'$ étant ôté de l'heure du paſſage au méridien, il reſte $14^h\ 54'$ pour le lever de Mars ; & comme cela nous rejetteroit au jour ſuivant, du moins en les comptant en temps civil, il faut y ajouter $2'$, ou ce qui revient au même, prendre le paſſage au méridien de la veille.

707. De-là il arrive que le coucher des planetes marqué dans la Connoiſſance des Mouvemens céleſtes, arrive quelquefois plutôt que le lever : par exemple, le 1r. Septembre le lever de la lune eſt marqué à $10^h\ 19'$ du ſoir, le coucher à $2^h\ 56'$ auſſi du ſoir ; ainſi il eſt clair que ce coucher, quoiqu'écrit après, eſt arrivé avant le lever ; cette inverſion apparente ne pourroit ſe ſauver qu'en écrivant le lever du 31 Août, & enſuite le coucher du 1r. Septembre, ce qui ſeroit encore plus difforme dans l'ordre d'un calendrier : il ſuffit d'avoir averti les Aſtronomes de cette petite irrégularité.

Différence du lever au coucher.

708. Dans l'opération précédente nous avons ſuppoſé que l'arc ſemidiurne de la planete étoit le même pour le lever & pour le coucher, car nous avons ajouté au paſſage par le méridien, & nous en avons retranché le même nombre, pour avoir le coucher & enſuite le lever de la planete. Cependant les deux arcs ſemidiurnes ne ſçauroient être égaux, à moins que l'aſtre n'ait conſervé la même déclinaiſon, ou la même diſtance au pole, depuis ſon lever juſqu'à ſon coucher, & cela n'arrive guères pour les planetes ; le ſoleil dans le temps de l'équinoxe du printemps a un arc ſemidiurne plus grand le ſoir que le matin, d'environ une minute de temps. Pour remédier à cette inégalité lorſqu'on

deſire une grande préciſion dans le calcul, il faut chercher la déclinaiſon de l'aſtre pour le temps même du lever, que l'on connoît à peu-près par un premier calcul, & c'eſt avec cette déclinaiſon connue pour le moment où l'aſtre ſe leve, qu'il faut calculer l'arc ſemidiurne du lever; on cherche enſuite la déclinaiſon pour l'heure du coucher, & l'on trouve un autre arc ſemidiurne.

709. Nous ſuppoſons auſſi dans la méthode précédente que l'arc ſemidiurne, ou l'angle horaire trouvé par la Trigonométrie ſphérique, n'a beſoin que d'être converti en temps, à raiſon de 15 degrés par heure, & ajouté au paſſage au méridien pour avoir l'heure du coucher de l'aſtre: cette opération ſeroit exacte ſi dans l'intervalle de temps qu'il y a du paſſage au méridien juſqu'au coucher d'un aſtre, ſa diſtance au ſoleil étoit conſtante, mais cela n'arrive preſque jamais; & ſi l'on veut avoir l'heure du coucher d'un aſtre juſqu'à la préciſion des ſecondes, il faut y ajouter les attentions dont nous allons parler, c'eſt à la lune que nous en ferons l'application, parce qu'on ne ſçauroit les négliger, lorſqu'on veut avoir le lever ou le coucher de la lune ſeulement à une ou deux minutes près.

Lever & coucher de la Lune.

710. L'heure du lever de la lune n'eſt autre choſe que la diſtance MS (*Fig.* 40.) du ſoleil au méridien, priſe dans le moment où la lune L eſt à l'horiſon, cette diſtance du ſoleil au méridien eſt égale à la différence SL des aſcenſions droites du ſoleil & de la lune, moins la diſtance ML de la lune au méridien, (c'eſt-à-dire, ſon arc ſemidiurne): ainſi ayant trouvé l'aſcenſion droite de la lune moins celle du ſoleil, on en ôtera l'arc ſemidiurne de la lune pour ce moment, & l'on aura le moment du lever de la lune. De même ſi, lorſque la lune eſt à l'horiſon du côté du couchant, on calcule ſon aſcenſion droite moins celle du ſoleil pour le temps de ſon coucher à peu-près connu, & qu'on y ajoute l'arc ſemidiurne de la lune pour ce moment-là, on aura exactement l'heure du coucher de la lune.

Fig. 41.

Régle.

711. On voit bien par cette regle que les approximations, que nous avons détaillées pour trouver le paſſage au méridien (689), ſont également néceſſaires pour trouver exactement

exactement le lever & le coucher de la lune. Car puiſque l'angle horaire de la lune quand elle eſt dans l'horiſon, ou ſon arc ſemidiurne, étant ajouté à ſon aſcenſion droite moins celle du ſoleil, donne le temps vrai cherché : il faut donc connoître à peu-près ce temps vrai pour pouvoir calculer la différence d'aſcenſion droite à ce moment-là, & l'ajouter à l'angle horaire de la lune que l'on connoît par la réſolution du triangle *PZL* (*Fig.* 41.) : d'ailleurs pour réſoudre le triangle *PZL*, il faut connoître la diſtance *PL* de la lune au pole dans le moment qu'elle eſt à l'horiſon ; ainſi il faut connoître ce moment-là du moins à peu-près. *Fig.* 41.

On a cependant ici le même avantage que lorſqu'il s'agit du paſſage de la lune au méridien, il ſuffit de connoître d'abord à une heure près le moment cherché, pour le trouver à une minute près par l'opération ſuivante, comme on le comprendra par l'exemple ſuivant.

712. Exemple. Le 26 Février 1765, le paſſage de la lune au méridien étant ſuppoſé à $4^h\ 50'$, & celui du lendemain $5^h\ 40'$ du ſoir, on demande l'heure du coucher de la lune pour le 26 : la déclinaiſon de la lune pour le 26 à midi eſt de $23°\ 35'$ boréale, & pour le 27 à midi de $26°\ 29'$, c'eſt-à-dire, qu'en 24 heures elle croît de $2°\ 54'$, je ſuppoſe ce mouvement uniforme pendant les 24 heures ; le paſſage au méridien étant donné, l'on connoît par-là même la différence d'aſcenſion droite entre la lune & le ſoleil : car on a vû (678) que l'heure exacte du paſſage au méridien n'eſt autre choſe que l'aſcenſion droite de la lune moins celle du ſoleil, pour le temps même du paſſage ; ainſi le 26 Février à $4^h\ 50'$ du ſoir la différence d'aſcenſion droite étoit de $4^h\ 50'$, & le 27 à $5^h\ 40'$ du ſoir elle étoit de $5^h\ 40'$, & elle a augmenté de $50'$ dans l'eſpace de $24^h\ 50'$.

Avec la déclinaiſon de la lune pour midi qui eſt de 23 degrés & demi, je trouve par la réſolution du triangle *PZS*, ou par les Tables des arcs ſemidiurnes calculés pour Paris, que l'arc ſemidiurne eſt de $8^h\ 0'$; j'ajoute cette quantité au paſſage de la lune par le méridien $4^h\ 50'$, & j'ai $12^h\ 50'$, qui eſt à peu-près l'heure du coucher de la lune ;

c'eſt-à-dire, dans la nuit du 26 au 27, 50′ après minuit, c'eſt-là le calcul groſſier, par le moyen duquel nous pourrons approcher beaucoup plus exactement du vrai dans l'opération ſuivante.

713. Il faut calculer pour 12^h 50′, que nous venons de trouver, ſoit la déclinaiſon de la lune, ſoit ſon aſcenſion droite, ce qui ne ſera pas difficile ; car puiſque la déclinaiſon pour le 26 à midi eſt de 23° 35′, & pour le 27 à midi de 26° 29′, on verra par une ſimple partie proportionnelle qu'en 12^h 50′ elle a dû augmenter de 1° 33′, & qu'ainſi elle ſera de 25° 8′ à l'heure du coucher de la lune. De même puiſqu'à 4^h 50′ la différence d'aſcenſion droite étoit de 4^h 50′, & qu'en 24^h 50′ de temps elle augmente de 50′, elle devra augmenter de 16′ en 8 heures de temps, & à 12^h 50′ elle ſera de 5^h 6′. Avec la déclinaiſon de la lune trouvée de 25° 8′ pour le moment du coucher, on trouvera l'arc ſemidiurne de 8^h 10′ 30″, ou plutôt 8^h 6′ 32″, ſi l'on a égard à la réfraction & à la parallaxe (705), cet arc ſemidiurne ajouté avec la différence d'aſcenſion droite 5^h 6′, donne pour l'heure du coucher de la lune 13^h 12′ 32″ : ce coucher differe de celui qu'on avoit trouvé dans le premier calcul de 22 ½ minutes ; l'erreur dans d'autres cas pourroit être encore plus grande, parce que la différence d'aſcenſion droite augmente quelquefois d'une heure par jour & même davantage, & l'arc ſemidiurne peut changer de 30 minutes de temps en un jour, en ſorte que le lever de la lune, ou ſon coucher varie d'une heure & demie d'un jour à l'autre ; quelquefois auſſi il n'y a pas 5′ de différence d'un jour à l'autre, comme on peut le voir au mois de Juin dans la Connoiſſance des Mouvemens céleſtes pour 1764. Si l'on vouloit dans le coucher de la lune une préciſion encore plus grande, il faudroit calculer pour 13^h 12′ 32″ la différence d'aſcenſion droite entre le ſoleil & la lune, de même que la déclinaiſon de la lune & l'arc ſemidiurne pour le même temps ; mais on ne trouveroit plus que des ſecondes à changer dans le réſultat, & l'on n'a jamais beſoin d'une ſi grande préciſion.

Autre Méthode. 714. Lorſqu'on ne veut point avoir égard à la réfraction

& à la parallaxe, dans le calcul du lever & du coucher d'une planete, on peut ſe ſervir de la différence aſcenſionelle (142). L'équateur EQA (*Fig.* 41.) eſt coupé en A par le cercle de déclinaiſon PLA, mené du pole P par l'aſtre L qui eſt à l'horiſon; ainſi le point A marque l'aſcenſion droite de l'aſtre; le point Q de l'équateur qui ſe leve en même tems, marque ſon aſcenſion oblique; QA eſt la différence aſcenſionelle; pour la trouver il faut réſoudre le triangle QLA rectangle en A, dont on connoît l'angle Q égal à la hauteur EH de l'équateur (561), & le côté LA égal à la déclinaiſon: on fera cette proportion ſuivant les régles de la Trigonométrie. *Fig.* 41.

Le rayon
eſt à la tangente de la déclinaiſon,
comme la tangente de la hauteur du pole
eſt au ſinus de la différence aſcenſionelle.

Cette différence aſcenſionelle convertie en temps & ajoutée avec les ſix heures qui répondent à EQ, ſi la déclinaiſon de l'aſtre eſt du côté du pole élevé P, ou retranchée de ſix heures, ſi la déclinaiſon eſt contraire, donnera l'arc ſemidiurne meſuré par EA, ou par l'angle EPA, ſans égard à la réfraction & à la parallaxe.

715. On peut enſuite calculer ſéparément la petite correction qui réſulte de la réfraction & de la parallaxe; cette correction eſt $= \frac{\text{refract.}}{15\sqrt{\text{cof.}^2\,\text{declin.} - \text{ſin.}^2\,\text{lat.}}}$, c'eſt-à-dire, qu'il faut diviſer la réfraction par la racine du quarré du coſinus de la déclinaiſon de l'aſtre moins le quarré du coſinus de la latitude du lieu, & réduire en temps ce qui en réſulte, ce ſera la correction de la réfraction. La même formule donnera la correction qui dépend de la parallaxe de la lune moins la réfraction, ſi l'on diviſe la différence de ces deux quantités par $15\sqrt{\text{cof.}^2\,\text{decl.} - \text{ſin.}^2\,\text{lat.}}$ (Voy. l'*Almanach Aſtronomique de Berlin*, année 1750, & l'*Expoſition du Calcul Aſtronomique*, *p.* 51.). La méthode précédente (705) étant ſuffiſante pour tous les cas, je ne m'arrêterai pas à démontrer celle-ci. Effet de la Réfraction.

Trouver l'heure qu'il eſt par la hauteur du Soleil ou d'une Etoile.

716. Les anciens Aſtronomes n'avoient aucun moyen de déterminer l'heure & le moment d'une obſervation, ſi ce n'eſt d'obſerver la diſtance du ſoleil au méridien ou ſa hauteur ; actuellement même, malgré l'uſage de nos pendules, nous ſommes quelquefois obligés d'avoir recours à la même méthode, au défaut des hauteurs correſpondantes (620), & ſur la mer nous n'avons aucun autre moyen.

Fig. 41. La réſolution du triangle *PZL* (*Fig.* 41.) qui ſert à trouver l'arc ſemidiurne (703), ſert également dans le cas où le ſoleil a une hauteur quelconque : ſi, par exemple, le ſoleil a 30 degrés de hauteur vraie, ſa diſtance au zénith

Fig. 42. *ZS* (*Fig.* 42.) eſt néceſſairement de 60 degrés ; alors on réſout le triangle *PZS* en employant *ZS* de 60° au lieu de 90°, qu'on employoit pour le lever du ſoleil, le côté *PZ* eſt toujours le complément de la hauteur du pole, & le côté *PS* eſt la diſtance du ſoleil au pole boréal du monde, c'eſt-à-dire, la ſomme de 90°, & de la déclinaiſon du ſoleil ſi elle eſt auſtrale, la différence entre 90°, & la déclinaiſon du ſoleil ſi elle eſt boréale : l'angle *P* que l'on trouve en réſolvant le triangle *PZS*, étant converti en temps à raiſon de 15 degrés par heure, donne l'heure qu'il eſt ſi c'eſt après-midi ; ſi c'eſt le matin, cet angle *P* donne ce qu'il s'en faut pour aller à midi, ou bien on prend le ſupplément de l'angle *P* à 180°, qui converti en temps donne l'heure qu'il eſt pour le matin, c'eſt-à-dire, comptée depuis minuit.

717. Si c'eſt une étoile dont on ait obſervé la hauteur, on ſera obligé de calculer pour ce moment l'aſcenſion droite de l'étoile, & celle du ſoleil qu'on retranchera de celle de l'étoile ; ayant trouvé leur différence, on en ôtera l'angle horaire trouvé ſi l'étoile eſt à l'orient du méridien, & on l'ajoutera ſi c'eſt à l'occident ; la différence, ou la ſomme convertie en temps, à raiſon de 15 deg. par heure, donnera l'heure vraie, en comptant depuis midi juſqu'à 24 heures. En effet, on doit appliquer ici le raiſonnement que

nous avons employé pour trouver le lever & le coucher de la lune (710).

Exemple. On a obſervé le 8 Juillet 1761, en pleine mer, la hauteur de Régulus 20° 6′ vers l'occident, à 32° 12′ de latitude boréale, la déclinaiſon de cette étoile étant de 13° 8′; on demande l'heure qu'il eſt. Ayant réſolu le triangle PZS, dont PZ eſt 57° 48′, PS 76° 52′, & ZS 69° 54′, on trouvera l'angle horaire P qui réduit en temps donnera 4^h 57′ 20″; la différence d'aſcenſion droite entre le ſoleil & l'étoile, étoit alors de 2^h 42′ 52″; on ajoutera l'angle horaire avec cette différence d'aſcenſion droite, parce que l'étoile étoit à l'occident du méridien, & l'on trouvera 7^h 40′ 12″ pour le temps vrai cherché.

On trouveroit le même réſultat en procédant de la maniere indiquée dans mon Expoſition du Calcul aſtronomique, art. 242. Je cherche l'heure du paſſage de l'étoile au méridien pour ce jour-là, & je trouve 2^h 43′ 41″; enſuite j'ôte de l'angle horaire 49″, pour avoir l'intervalle de temps qui a dû s'écouler entre le paſſage au méridien & l'heure de l'obſervation, qui ſe trouve de 4^h 56′ 31″, cet intervalle de temps ajouté avec le paſſage au méridien, donne également le temps vrai. Cette ſouſtraction de 49″ vient de ce que la différence d'aſcenſion droite entre le ſoleil & une étoile, c'eſt-à-dire, l'aſcenſion droite de l'étoile moins celle du ſoleil diminue tous les jours d'environ 4′ de temps, ce qui fait que l'étoile, pour décrire 360 degrés, n'emploie que 23^h 56′; ainſi l'angle horaire ZPS étant converti en temps, à raiſon de 15 deg. par heure, il en faut ôter 10″ par heure pour avoir le temps que l'étoile a employé à les parcourir.

Trouver la hauteur du Soleil ou d'une Etoile pour une heure donnée.

718. Le calcul des éclipſes, & celui de certaines obſervations exige que l'on connoiſſe la hauteur d'un aſtre au-deſſus de l'horiſon pour un moment donné; on la trouve en ſuppoſant connues les quantités ſuivantes; 1°. la diſtance du pole au zénith, ou le complément de la latitude

du lieu ; 2°. la diſtance de l'aſtre au pole égale à 90° plus ou moins ſa déclinaiſon ; 3°. l'angle horaire formé au pole du monde par le méridien du lieu, & par le cercle de déclinaiſon qui paſſe par l'aſtre ; cet angle horaire, quand il s'agit du ſoleil, eſt égal à l'heure donnée, après midi, convertie en degrés, à raiſon de 15 degrés par heure, ou à ſon complément à 24 heures ſi c'eſt le matin ; & quand il s'agit d'une étoile, c'eſt l'aſcenſion droite du ſoleil moins celle de l'étoile, ajoutée avec le temps vrai réduit en degrés (698). Voici les deux analogies néceſſaires pour trouver la hauteur, c'eſt-à-dire, pour réſoudre le triangle *PZS* (*Fig.* 42.), dont on connoît deux côtés & l'angle compris.

Fig. 42.

Le rayon
eſt au coſinus de l'angle horaire *P*,
comme la cotangente de la latitude du lieu
eſt à la tangente du premier ſegment *PX*.

Ce premier ſegment ſe retranchera de la diſtance au pole *PS*, ſi l'angle horaire eſt aigu ; mais il s'ajoutera à *PS* ſi cet angle ſurpaſſe 90°, pour avoir le ſecond ſegment *SX*.

Le coſinus du premier ſegment *PX*
eſt au coſinus du ſecond ſegment *SX*,
comme le ſinus de la latitude
eſt au ſinus de la hauteur cherchée.

Cette hauteur ſeroit négative, c'eſt-à-dire, que l'aſtre ſeroit au-deſſous de l'horiſon, ſi le ſecond ſegment étoit plus grand que 90°. On verra dans l'art. 722 une autre analogie pour trouver auſſi la hauteur.

Pour éviter aux Calculateurs la peine de chercher ainſi les hauteurs des aſtres, M. de la Caille & M. Pingré avoient calculé, chacun de leur côté, pour la latitude de Paris, une Table des hauteurs pour chaque déclinaiſon & chaque angle horaire ; j'ai publié celle de M. Pingré dans la *Connoiſſance des Mouvemens céleſtes* pour 1762.

Trouver l'angle parallactique d'un Aſtre pour une heure donnée.

719. L'ANGLE formé par le vertical & par le cercle de déclinaiſon, ou cercle horaire d'un aſtre, s'appelle ANGLE PARALLACTIQUE ; tel eſt l'angle PSZ (*Fig* 42.). Pour le trouver je ſuppoſe qu'on connoiſſe les trois choſes dont il a été queſtion pour trouver la hauteur, & qu'on ait fait la premiere analogie (718) pour avoir les deux ſegmens PX & SX, il ne reſtera plus qu'à faire cette analogie : *Fig.* 42.

Le ſinus du ſecond ſegment SX
eſt au ſinus du premier ſegment PX,
comme la tangente de l'angle horaire P
eſt à la tangente de l'angle parallactique PSZ.

Cet angle parallactique formé par le vertical & le cercle de déclinaiſon, eſt preſque toujours aigu dans le calcul des éclipſes, où l'on en fait un uſage fréquent ; il ſeroit obtus ſi le premier ſegment PX étoit plus grand que la diſtance PS au pole élevé.

720. L'angle parallactique, une fois connu, rend très-facile le calcul des parallaxes ; c'eſt ce qui porta Madame Lepaute à en calculer une Table qui ſe trouve dans l'Expoſition du Calcul aſtronomique, *pag.* 265, & dont je me ſers habituellement pour les éclipſes de ſoleil.

Trouver l'azimuth d'un Aſtre pour une heure donnée.

721. Dans le triangle PZS (*Fig.* 42.), connoiſſant l'angle horaire P & les deux côtés adjacens PZ & PS, comme dans l'art. 718, il faut concevoir la perpendiculaire SY abaiſſée du ſoleil ſur le méridien, & l'on fera l'analogie ſuivante : *Fig.* 42.

Le rayon
eſt à la tangente de la diſtance au pole PS,
comme le coſinus de l'angle horaire P
eſt à la tangente du premier ſegment PY.

On prendra la différence entre la distance PZ du pole au zénith & le premier segment PY, si l'angle horaire P est aigu ; on prendra leur somme si l'angle P est obtus, & l'on aura le second segment ZY ; alors on fera la seconde analogie :

Le sinus du second segment ZY
est au sinus du premier segment PY,
comme la tangente de l'angle horaire P
est à la tangente de l'azimuth PZS.

Cet angle est aigu si le premier segment PY est plus petit que PZ, mais il est obtus si le segment PY surpasse le côté PZ, comme dans la *Fig.* 42.

722. Si l'on avoit besoin tout à la fois de l'azimuth & de la hauteur, on se serviroit des segmens que l'on vient de trouver, l'on feroit l'analogie suivante pour trouver la hauteur :

Le cosinus du premier segment PY
est au cosinus du second segment ZY,
comme le sinus de la déclinaison
est au sinus de la hauteur cherchée.

Cette méthode seroit plus commode que celle de l'art. 718, si l'on étoit dans le cas de chercher la hauteur & l'azimuth d'un astre ; comme quand on veut observer les étoiles en plein jour hors du méridien avec un quart-de-cercle ; mais si l'on demande la hauteur avec l'angle parallactique, comme dans le calcul des éclipses, il faut préférer la méthode expliquée dans l'art. 718.

Amplitude. *Fig.* 41.

723. L'amplitude (67) est l'arc de l'horison QL, (*Fig.* 41.), & se trouve de même que l'azimuth, puisqu'elle est la différence ou la somme de 90 degrés, & de l'azimuth d'un astre qui est dans l'horison ; on peut la trouver aussi comme la différence ascensionelle (714), en résolvant le triangle QAL par cette analogie :

Le cosinus de la hauteur du pole
est au sinus de la déclinaison,
comme le rayon
est au sinus de l'amplitude QL.

Dans cette méthode on néglige la réfraction, mais on peut ensuite

enſuite calculer ſéparément la correction ou le changement que la réfraction produit ſur l'amplitude ; il eſt égal à $\frac{\text{refract. ſin. lat.}}{\sqrt{\text{coſ.}^2\text{ decl.} - \text{ſin.}^2\text{ lat.}}}$; c'eſt-à-dire, la réfraction horiſontale multipliée par le ſinus de la latitude du lieu, & diviſée par la racine de la différence entre les quarrés du coſinus de la déclinaiſon & du ſinus de la latitude. (Voyez l'*Almanach aſtronomique de Berlin* pour 1750.).

724. Dans la Connoiſſance des Temps de l'année 1759, & des années antérieures, on trouve des Tables d'amplitude pour les différens pays de la terre, & pour chaque degré de déclinaiſon ; elles peuvent ſervir aux Navigateurs à reconnoître la déclinaiſon de l'aiguille aimantée au ſoleil levant.

Tables d'Amplitudes.

Dans cette vûe, M. Lieutaud inſéra dès l'année 1707 dans la *Connoiſſance des Temps* une Table des amplitudes du ſoleil pour différentes latitudes & différentes déclinaiſons. En 1735 M. *du Dreneuc*, Conſeiller au Parlement de Rennes, donna à M. Caſſini une autre Table plus ample, qu'il avoit calculée en tenant compte des réfractions ; & que M. de la Caille m'a dit avoir vérifiée & reconnue exacte ; cette derniere Table a été inſérée dans la *Connoiſſance des Temps*, toutes les années juſqu'à 1759 incluſivement, elle y occupe 20 pages. On y trouve, par exemple, qu'à 60° de latitude un aſtre qui a 29° de déclinaiſon ſeptentrionale, a 80° 20′ d'amplitude, c'eſt-à-dire, qu'il ſe leve à 9° $\frac{2}{3}$ du vrai nord : ſi un vaiſſeau en pleine mer relevoit au compas cet aſtre à ſon lever, & qu'il trouvât l'aiguille à 2 deg. au nord de l'aſtre, il en concluroit que l'aiguille varie de 7° $\frac{2}{3}$. C'eſt ainſi que cette Table des amplitudes ſert à trouver en mer la variation du compas, quand on obſerve le ſoleil levant, & qu'on connoît la latitude du lieu où l'on ſe trouve.

Trouver l'angle de poſition d'un Aſtre.

725. On ſe ſert très-ſouvent dans le calcul des éclipſes de l'angle formé au centre d'un aſtre par le cercle de lati-

tude & le cercle de déclinaiſon, qu'on appelle ANGLE DE POSITION, parce que c'eſt un angle fixe qui ne dépend que de la poſition de l'aſtre, par rapport à l'écliptique & à l'é-
Fig. 43. quateur. Soit PE (*Fig.* 43.) le colure des ſolſtices, P le pole boréal du monde, E celui de l'écliptique, S l'aſtre dont il s'agit, PE la diſtance des deux poles, ou l'obliquité de l'écliptique de 23° 28′ 20″ meſurée ſur le colure des ſolſtices; l'angle PES eſt le complément de la longitude de l'étoile, car cet angle PES eſt le complément de celui que fait le cercle de latitude ES qui paſſe par l'étoile, avec le cercle de latitude $E\Upsilon$ qui du point E va paſſer par les équinoxes, & duquel ſe comptent les longitudes. ES eſt le complément de la latitude de l'aſtre, ſi cette latitude eſt boréale, ou la ſomme de 90°; & de cette latitude, ſi elle eſt auſtrale: l'angle EPS eſt le complément de l'aſcenſion droite, & PS eſt la ſomme ou la différence de 90° & de la déclinaiſon. On peut trouver l'angle S dans le triangle PES, en employant le côté PE avec la longitude & la latitude, ou avec l'aſcenſion droite & la déclinaiſon, ou avec la longitude & la déclinaiſon, ou enfin avec la latitude & l'aſcenſion droite, cette derniere voie eſt la plus ſimple, elle n'exige que l'analogie ſuivante pour la réſolution du triangle PES:

Le coſinus de la latitude
eſt au coſinus de l'aſcenſion droite,
comme le ſinus de 23° 28′ 20″, obliquité de l'écliptique,
eſt au ſinus de l'angle de poſition.

Lorſqu'il s'agit du ſoleil dont la latitude eſt nulle, le premier terme eſt égal au rayon, & l'on retombe dans la derniere analogie de l'art. 598, où il s'agiſſoit de trouver l'angle de l'écliptique avec le cercle de déclinaiſon, dont le complément eſt l'angle de poſition.

Cet angle de poſition n'eſt pas abſolument fixe, puiſque l'aſcenſion droite qui entre dans le ſecond terme de cette proportion, eſt ſujette à varier par la préceſſion des équinoxes; mais nous parlerons de cette petite variation dans le XVIe. Livre, où il ſera queſtion des autres effets de la préceſſion des équinoxes: on verra que cet angle de poſition

peut varier de 20″ par année pour les étoiles ſituées près du colure des ſolſtices & près de l'équateur. En général, il faut multiplier le changement en longitude par le ſinus de l'obliquité de l'écliptique, & par le ſinus de l'aſcenſion droite ; enfin, diviſer le produit par le coſinus de la déclinaiſon pour avoir le changement de l'angle de poſition.

Voici les angles de poſition pour quelques étoiles dont j'ai eu des occultations à calculer, je les rapporte pour qu'elles puiſſent dans la ſuite ſervir au même uſage.

τ du Sagittaire, pour 1750,	5°	5′	35″
Aldebaran, pour 1760,	9	32	12
Antares, pour 1750,	10	15	29
Antares, pour 1760,	10	12	10
π du Scorpion, pour 1750,	12	56	50
π du Scorpion, pour 1760,	12	53	45
η des Pléïades, pour 1750,	13	50	58
α de la Balance, pour 1760,	17	55	23
γ du Capricorne, pour 1750,	18	11	38
δ du Capricorne, pour 1750,	18	38	37
η du Lion, pour 1760,	19	56	21
Regulus, pour 1760,	19	56	24
λ de la Vierge, pour 1760,	20	19	23
θ de la Vierge, pour 1760,	22	45	31
γ de la Vierge, pour 1760,	23	18	10
η de la Vierge, pour 1760	23	27	56

Trouver l'heure qu'il eſt par le moyen des Etoiles.

726. Il y a pluſieurs manieres de trouver l'heure qu'il eſt par le moyen des étoiles ; 1°. en obſervant l'heure de leur paſſage au méridien, ſi l'on ſçait d'avance (488) à quelle heure elles y doivent paſſer ; 2°. en obſervant leur lever & leur coucher, lorſqu'on a calculé le temps vrai qui y répond (706) ; 3°. en obſervant leur hauteur, parce que la hauteur étant donnée on peut trouver l'heure qu'il eſt (717) ; 4°. en obſervant le paſſage d'une étoile dans le vertical d'une autre étoile ; & c'eſt cette méthode qu'il s'a-

Il y a quatre méthodes.

git maintenant d'expliquer. M. Picard l'indiqua en 1679, dans la Connoiſſance des Temps, qu'il donna alors pour la premiere fois; & depuis ce temps-là juſqu'en 1760 inclusivement, elle y a toujours été employée.

Paſſages dans le vertical de l'Etoile polaire.

727. Toutes les étoiles circompolaires qui ne ſe couchent point à Paris, paſſent deux fois le jour dans le vertical de l'étoile polaire; on peut aiſément en faire l'obſervation au moyen d'un fil à plomb qui ſoit à quelque diſtance de l'œil, ou même d'un coin de mur, pourvû qu'on ait vérifié l'à-plomb, car il ne ſe trouve preſque jamais de mur qui ſoit préciſément vertical.

Si l'étoile polaire étoit exactement au pole du monde, le temps où une autre étoile ſe trouve dans le même vertical, ſeroit le moment même de ſon paſſage au méridien, & il ſuffiroit d'ajouter l'aſcenſion droite de l'étoile avec la diſtance de l'équinoxe au ſoleil ce jour-là, pour avoir l'heure qu'il eſt (686). Mais comme l'étoile polaire décrit elle-même un cercle autour du pole, les étoiles qui n'ont pas la même aſcenſion droite qu'elle, paſſeront dans ſon vertical avant ou après leur paſſage dans le méridien.

728. Déterminer la correction qu'on doit faire à l'aſcenſion droite de l'étoile, pour avoir la quantité qu'il faut ajouter au paſſage de l'équinoxe, afin d'avoir l'heure du paſſage de cette étoile dans le vertical de l'étoile polaire. Soit *P* (*Fig.* 44.) le pole du monde, *Z* le zénith, *ZPH* le méridien, *A* l'étoile polaire, & *B* une autre étoile circonpolaire, chacune décrivant un cercle parallele à l'équateur autour du pole *P*; *ZAB* le vertical commun aux deux étoiles; dans le triangle *APB* l'on connoît *PA* & *PB*, diſtances de ces étoiles au pole du monde, ou complémens de leurs déclinaiſons, avec l'angle compris *APB* qui eſt leur différence d'aſcenſion droite, on cherchera l'angle *B* ou *ABP*; dans le triangle *ZPB* on a *PZ* & *PB*, avec l'angle *B* connu par l'opération précédente, on trouvera l'angle *ZPB* dont le ſupplément *HPB* apprendra combien de temps avant ſon paſſage au méridien, l'étoile *B* ſe trouvera dans le vertical *ZAB* de l'étoile polaire; c'eſt cette quantité *HPB* qu'il faudra réduire en temps, & re-

Fig. 44.

trancher de ſon aſcenſion droite, pour avoir l'heure qui ajoutée avec la diſtance de l'équinoxe au ſoleil, donnera le paſſage de l'étoile *B* dans le vertical de la polaire. Voici, pour les principales étoiles, les nombres qu'il faut ajouter à l'heure du paſſage du premier point du Bélier par le méridien, (que nous avons donné dans la Table de la pag. 199), pour avoir l'heure qu'il eſt au moment où une étoile paroît exactement au-deſſous de l'étoile polaire. Ainſi le premier Août le paſſage de l'équinoxe eſt $15^h\ 19'$, le nombre qui répond à la Chévre eſt $17^h\ 13'$, la ſomme eſt $32^h\ 32'$, on en ôtera 24 heures (*686*), & l'on aura $8^h\ 32'$ pour le temps vrai qu'il eſt à Paris le premier Août, quand la Chévre paſſe au-deſſous de l'étoile polaire.

La précédente du quarré de la gr. Ourſe ♋, (*Fig.* 1.)	$22^h\ 55'$	*Fig.* 1.
La ſuivante du quarré de la grande Ourſe α,	22 58	
La troiſieme du quarré de la grande Ourſe γ,	23 43	
La derniere du quarré ♌,	0 4	
La premiere de la queue ε,	0 40	
Le milieu de la queue ζ,	1 8	
La derniere de la queue η,	1 31	
La 1re. des 2 gardes de la petite Ourſe ♋, (art. 520)	2 9	
La ſeconde des deux gardes γ,	2 58	
La queue du Cygne, *Deneb*, α, (art. 501, 512)	8 13	
Les cinq étoiles principales de Caſſiopée, (art. 503) ♋	11 37	
α	12 25	
γ	12 42	
♌	13 12	
ε	13 43	
Le pied d'Andromede γ, (art. 504)	13 57	
La ceinture de Perſée α, (art. 500)	15 17	
La Chévre, (art. 498)	17 13	
L'épaule du Cocher ♋, (art. 498)	17 57	

Ces étoiles & beaucoup d'autres encore ſe trouvent ſur une Planche gravée, que l'on a toujours inſérée juſqu'en 1760 incluſivement, dans la *Connoiſſance des Temps*; chaque étoile y eſt repréſentée avec le nombre qui lui convient.

Les quantités marquées dans la Table précédente, ne

peuvent varier en un ſiécle que de 4 ou 5 minutes ; un changement de 7 à 8 degrés dans la latitude du lieu n'y influe pas davantage ; ainſi les nombres précédens peuvent ſervir pour tout le ſiécle & pour toute l'Europe, ſans une erreur bien conſidérable.

Non ſeulement on peut pratiquer cette maniere de ſçavoir l'heure qu'il eſt par le moyen de l'étoile polaire ; mais on peut choiſir également toute autre étoile, & attendre le moment où une étoile arrive dans le vertical de celle qu'on a choiſie pour terme de comparaiſon, pourvû que l'on ait calculé la quantité qui doit être ajoutée à la diſtance de l'équinoxe au méridien, en ſe ſervant de telle étoile de la maniere qui vient d'être expliquée.

Pour ſçavoir ſi deux étoiles ſe peuvent trouver dans un même vertical pour un lieu donné, il faut décrire un petit cercle parallele à l'équateur paſſant par le zénith du lieu, & ſi le grand cercle qui paſſe par les deux étoiles, coupe le parallele, on ſera aſſuré que les deux étoiles doivent ſe trouver ſur un même vertical dans les 24 heures, une ou deux fois. Mais ſi les points où ces deux cercles ſe coupent, ſont éloignés de plus de 90° de l'une des deux étoiles, elles ne pourront pas ſe trouver dans la partie compriſe depuis le zénith juſqu'à l'horiſon ; dans ce cas elles ſerviront difficilement à l'objet que nous venons d'expliquer.

Définitions de quelques Termes d'Aſtrologie.

729. Quoique les Livres d'Aſtrologie judiciaire ſoient aujourd'hui auſſi mépriſés qu'ils ſont mépriſables, cependant comme ils renferment quelquefois des Tables auxquelles on peut avoir recours, mêlées de termes qui y ſont très-obſcurément & très-mal définis, & comme ce IVe. Livre eſt deſtiné à ſervir d'introduction à la lecture des Auteurs, nous en dirons ici quelques mots.

L'Horoscope * eſt le point de l'écliptique ſitué dans l'horiſon au moment d'une nativité, le point qui ſe leve,

* Ὥρα, *Hora*, Σκοπὸς, *Scopus*, parce que ce point étoit le but principal des recherches des Aſtrologues.

& dont nous ferons uſage dans le calcul des éclipſes & du nonagéſime (Liv. IX.).

Les Cercles de positions ſont de grands cercles menés par les deux ſections nord & ſud de l'horiſon & du méridien ; ainſi le cercle *HSO* (*Fig.* 42.), eſt le cercle de poſition où ſe trouve le ſoleil *S*. *Fig.* 42.

L'Arc de position eſt l'arc perpendiculaire *PE*, abaiſſé du pole *P* ſur le cercle de poſition *HSO* : les Tables de poſitions qui ſe trouvent fort au long dans les anciens Livres d'Aſtrologie, ſe réduiſent donc à ceci ; connoiſſant deux côtés *PH* & *PS* avec l'angle compris *HPS*, trouver la perpendiculaire *EP* abaiſſée ſur le côté inconnu.

Les deux extrémités d'un arc quelconque de l'écliptique s'appellent ſouvent *Significator* & *Promiſſor* ; par exemple, le ſoleil, la lune étant pris pour ſignificateurs de quelque évenement, ſi une planete ſe trouve à 3 deg. plus loin, & qu'elle doive être conſidérée à ſon tour, le point où elle eſt ſe nomme *Promiſſor*.

Le temps qu'il faut pour que le promiſſeur arrive à la place du ſignificateur, eſt meſuré par un arc de l'équateur qu'on appelle l'*Arc de direction* ; d'autres ont nommé les directions *deductiones* & *ambulationes* ; ainſi ce n'eſt autre choſe que la différence d'aſcenſion droite entre les deux points donnés, ſi la place du ſignificateur eſt dans le méridien ; & c'eſt la différence d'aſcenſion oblique, ſi le ſignificateur eſt à l'horiſon.

Les Aſtrologues dans leurs Livres diviſent le ciel en 12 maiſons, par le moyen de l'horiſon du méridien & de 4 cercles de poſition ſemblables au cercle *HESO* (*Fig.* 42.), l'horoſcope eſt le point où commence la premiere maiſon ; l'aſcenſion droite du milieu du ciel pour le moment de la nativité eſt l'aſcenſion droite de la 10e maiſon, en y ajoutant ſucceſſivement 30 deg. on a les aſcenſions obliques de la 11e maiſon, de la 12e, &c. d'où l'on conclut enſuite les points de l'écliptique où commence chaque maiſon. (Voy. Magini, *Tab. primi mobilis* ; Regiomontanus, Argoli, &c.).

Peut-être aurois-je dû omettre ici tout ce qui a rapport à l'Aſtrologie, & juſqu'au nom même de cette vaine doc- Réflexion ſur l'Aſtrologie.

trine ; quoi qu'il en ſoit, ce ſera une occaſion pour moi de déplorer l'ignorance & l'aveuglement du vulgaire qui s'eſt laiſſé abuſer ſi long-temps par de ſi ſottes prédictions, & de faire obſerver, comme je l'ai dit dans ma Préface, combien il étoit utile pour le Genre Humain de pénétrer & d'approfondir des Sciences qui ont ſçu enfin guérir les Hommes d'une ſi miſérable imbécillité & d'une ſtupidité ſi flétriſſante.

Ce n'eſt pas ſans peine que l'eſprit philoſophique diſſipa enfin ces erreurs ; on venoit encore quelquefois au commencement de ce ſiécle conſulter ſur l'avenir des Aſtronomes de l'Académie ; & en 1705 M. Lieutaud crut devoir mettre à la tête de la *Connoiſſance des Temps* : « On ne » trouvera ici aucunes prédictions, parce que l'Académie » n'a jamais reconnu de ſolidité dans les régles que les An» ciens ont données pour prévoir l'avenir par les configu» rations des aſtres ». En liſant dans le Mercure de France une Lettre où je racontois la curioſité que le Grand-Seigneur eut l'année derniere de recevoir tous les Ouvrages publiés par les Aſtronomes de l'Académie, on remarquera qu'il demandoit ſur-tout les prédictions qui ſe faiſoient ſur l'avenir par la ſcience des aſtres ; peut-être Sa Hauteſſe ne deſiroit nos Livres d'Aſtronomie, que pour y voir le ſort de ſ Puiſſances qui ſembloient alors acharnées à ſe détruire.

LIVRE V

LIVRE CINQUIEME.

Du Syſtême du Monde.

730. Le Syſtême du Monde *, ou la diſpoſition des orbites planétaires, eſt une des queſtions qui ont été les plus diſcutées parmi les Aſtronomes ; cependant elle n'étoit pas difficile pour de véritables Phyſiciens : l'ignorance des uns & le ſcrupule mal-entendu de quelques autres ont retardé pendant un temps le progrès de la vérité ; mais depuis environ un ſiécle il n'y a pas eu d'Aſtronome un peu connu, qui ſe ſoit refuſé à l'évidence du *Syſtême de Copernic* ; c'eſt donc celui-là que j'appellerai le *Syſtême du Monde*, & je ne parlerai des autres, que parce que l'hiſtoire des progrès de l'eſprit eſt toujours liée avec l'hiſtoire de nos erreurs.

En quoi conſiſte le Syſtême du Monde.

731. Le ſyſtême du monde comprend les planetes principales, les ſatellites & les cometes : les planetes principales ſont, 1°. le Soleil, ou plutôt la Terre ; 2°. Mercure ; 3°. Vénus ; 4°. Mars ; 5°. Jupiter ; 6°. Saturne : leurs élémens particuliers feront la matiere du Livre ſuivant, mais il ne s'agit ici que de leur arrangement. La Lune eſt réputée un ſatellite par rapport à la Terre, & comme elle a des inégalités d'une eſpece toute différente, elle fera ſeule la matiere du Livre VII. La théorie des Satellites de Jupiter & de Saturne ſera expliquée dans le XVIIIe. Livre, & celle des Cometes dans le XIXe.

732. Mais avant que de parler de la véritable ſituation des orbites planétaires, qui pour être connue exigeoit des obſervations & des réflexions approfondies, nous parlerons de ce qu'il y a de plus apparent & de plus ſimple, indépendamment de tout ſyſtême, c'eſt-à-dire, de l'hypothèſe ancienne imaginée pour calculer le mouvement annuel du

* Σύστημα, *Conſtitutio*, *Collectio*, c'eſt-à-dire, l'arrangement & l'aſſemblage des Corps céleſtes.

Soleil ; ſyſtême ſuivant lequel Ptolémée & pluſieurs anciens Aſtronomes expliquoient la diſpoſition générale du Monde ; nous viendrons enſuite au ſyſtême de Copernic ; & nous prouverons les mouvemens réels de la Terre, dont il importe au Lecteur d'être bien convaincu avant que de paſſer à la théorie des planetes ; le ſyſtême de Tycho-Brahé ſe trouvera réfuté par les preuves mêmes du ſyſtême de Copernic ; enfin, les phénomenes qui réſultent du mouvement de la Terre, viendront naturellement à la ſuite des preuves de ce mouvement.

Du Syſtême de Ptolémée.

733. Les anciens Philoſophes qui connoiſſoient très-peu les circonſtances du mouvement des planetes, n'avoient pas des moyens évidens pour connoître la véritable diſpoſition de leurs orbites, & ils varierent beaucoup ſur ce ſujet. Pythagore & quelques-uns de ſes diſciples ſuppoſerent d'abord la terre immobile au centre du monde, comme chacun eſt porté à le croire avant que d'avoir diſcuté les preuves du contraire ; dans la ſuite, pluſieurs diſciples de Pythagore s'écarterent de ce ſentiment, firent de la terre une planete, & placerent le ſoleil immobile au centre du monde. Platon fit revivre, du moins dans ſa jeuneſſe, le ſyſtême de l'immobilité de la terre ; Eudoxe, Callipus, Ariſtote, Archimede, Hipparque, Soſigenes, Cicéron, Vitruve, Pline, Macrobe & Ptolémée ſuivirent ce ſentiment : on peut voir dans Pline, (*Liv. II. ch.* 22.) & dans Cenſorinus, *de die natali, cap.* 2. la maniere dont Pythagore appliquoit les intervalles des tons à ceux des diſtances des planetes à la terre.

734. Ptolémée qui écrivit environ l'an 140, vers les dernieres années de Pline le Naturaliſte, eſt celui qui a donné ſon nom à ce ſyſtême, parce que ſon Almageſte eſt le ſeul Livre détaillé qui nous ſoit parvenu de l'ancienne Aſtronomie : il eſſaie de prouver dans cet Ouvrage (*Liv. I. ch.* 5. & 7.), que la terre eſt véritablement immobile au centre du monde, & il place les autres planetes autour

d'elle dans l'ordre ſuivant : la Lune, Mercure, Vénus, le Soleil, Mars, Jupiter & Saturne ; ſa principale raiſon pour placer Mercure & Vénus au-deſſous du Soleil, étoit ſans doute la durée de leur révolution plus petite que celle du ſoleil ; il penſa que les planetes devoient être d'autant plus près de nous, qu'elles tournoient en moins de temps ; cette loi étoit du moins indiquée par l'exemple de la lune qui tournant beaucoup plus vîte que le ſoleil, étoit évidemment plus près de nous, puiſqu'elle éclipſoit ſi ſouvent le ſoleil : il voyoit auſſi que Saturne étoit la moins lumineuſe de toutes les planetes, ce qui la faiſoit préſumer la plus éloignée, en même temps qu'elle étoit la plus lente de toutes. C'eſt à cela que je réduis les neuf raiſons apportées par le P. Riccioli, (*Liv. IX. pag.* 279) en faveur de cette partie du ſyſtême de Ptolémée. Syſtême de Ptolémée.

735. La *Fig.* 45. exprime le ſyſtême de Ptolémée, tel qu'il eſt repréſenté dans le IXe. Livre de l'Almageſte. Chaque planete y eſt marquée ſur ſon orbite par le ſigne qui lui convient (118) ; en ſorte que cette figure n'a beſoin d'aucune explication. *Fig.* 45.

736. Platon avoit changé quelque choſe au ſyſtême de Pythagore ; pluſieurs Auteurs diſent qu'il mettoit Mercure & Vénus au-delà du Soleil, (Plut. *de plac. Phil. L. II. cap.* 15.) ; ſa raiſon, diſent-ils, étoit que Vénus & Mercure n'avoient jamais éclipſé le ſoleil, ce qui devoit arriver ſi ces planetes étoient, auſſi bien que la lune, plus baſſes que le ſoleil. Ce ſyſtême fut ſoutenu par *Théon* dans ſon Commentaire ſur l'Almageſte, & enſuite par *Geber* qui ſeul, entre les Auteurs Arabes, s'eſt écarté du ſyſtême de Ptolémée.

Syſtême des Egyptiens.

737. Les premiers Obſervateurs remarquerent certainement que Vénus ne s'écartoit jamais du ſoleil de 45 deg. mais il étoit évident que ſi elle eût tourné comme le ſoleil autour de la terre, elle auroit paru très-ſouvent oppoſée au ſoleil, ou éloignée de lui de 180 deg. ; auſſi les Egyptiens

imaginerent que Vénus devoit tourner autour du ſoleil comme dans un épicycle, au moyen de quoi ils expliquoient très-bien pourquoi elle paroiſſoit plus ou moins brillante dans certains temps, ſans jamais ceſſer d'accompagner le ſoleil ; & il en étoit de même de Mercure. Macrobe qui raconte ce ſentiment des anciens Egyptiens, (*Somn. Scip. Lib. I. cap.* 19.), ajoute que preſque tout le monde adoptoit leur ſyſtême.

Cicéron en faiſant parler Scipion ſur le ſyſtême du monde, dit formellement que les orbites de Vénus & de Mercure accompagnent & ſuivent le ſoleil ; *hunc ut comites ſequuntur Veneris alter, alter Mercurii curſus.* Le P. Riccioli dans ſon VIIe. Livre, penſe que Cicéron, Platon & les Egyptiens avoient ſuppoſé que Mercure & Vénus tournent autour du ſoleil ; mais dans ſon IXe. Liv. (*p.* 281.), le P. Riccioli dit qu'après avoir mieux examiné la choſe, il croit que Cicéron & Platon n'ont point fait tourner Vénus & Mercure autour du ſoleil. Vitruve dit auſſi, (*Archit. Lib. IX. cap.* 4.), que Mercure & Vénus entourent le ſoleil, & tournent autour de ſon centre, ce qui produit leurs ſtations & leurs rétrogradations apparentes.

738. Martianus Capella, (*de Nuptiis Philologiæ & Mercurii*), développe encore mieux ce ſyſtême ; le vénérable *Bede* qui écrivoit en Angleterre vers l'an 720, dans le Livre qui a pour titre, *de Mundi cœleſtis ac terreſtris Conſtitutione*, & qui ſe trouve au premier Tome de ſes Ouvrages, en parle auſſi fort clairement ; c'eſt pourquoi le P. Riccioli appelle cela *Syſtême des Egyptiens, de Vitruve, de Capella, de Macrobe, de Bede & d'Argoli* ; d'autres le nomment encore *Syſtême de Ciceron & de Platon* ; ce fut-là le principe des belles idées de Copernic ſur le ſyſtême général du monde : indépendamment de la preuve de ce ſyſtême tirée de la proximité conſtante de Vénus au ſoleil, on y trouvoit l'avantage de rendre raiſon de ces inégalités appellées *ſtations, directions* & *rétrogradations*, ſans la reſſource abſurde des épicycles, comme nous le dirons à la fin de ce Livre (828).

Fig. 46. 739. La *Fig.* 46. repréſente le ſyſtême des Egyptiens,

tel que nous venons de le décrire ; la terre eſt placée au centre de la Figure ; elle eſt environnée immédiatement par l'orbite du ſoleil ; le globe du ſoleil y paroît entouré par les orbites de Mercure & de Vénus ; au-deſſus du ſoleil ſont les trois autres orbites, placées comme dans le ſyſtême de Ptolémée (735), & déſignées par les caractères expliqués ci-deſſus (118).

DU SYSTEME DE COPERNIC.

740. L'EMBARRAS que trouva Copernic dans les hypothèſes des Anciens pour expliquer les diverſes inégalités des planetes, lui fit ſouhaiter de pouvoir les ſimplifier, ou en imaginer une qui fût moins abſurde & moins compliquée ; il nous apprend dans la Préface de ſon Livre *de Revolutionibus Orbium*, que dans cette intention il avoit commencé par lire tout ce qu'il avoit pû trouver là-deſſus dans les anciens Philoſophes, pour ſçavoir s'il n'y en avoit aucun qui eût attribué à la Sphère d'autres mouvemens que ceux dont on parloit depuis ſi long-temps dans les Ecoles ; voici ce qu'il y trouva de plus frappant.

Mouvement de la Terre connu des Anciens.

741. Cicéron, (*Acad. Quæſt. Lib. IV.*), dit que *Nicetas* de Syracuſe, au rapport de Théophraſte, avoit penſé que le ciel, le ſoleil, la lune, les étoiles ne tournoient point chaque jour autour de la terre, & que la terre ſeule tournant ſur ſon axe avec une très-grande vîteſſe, faiſoit paroître tout le reſte en mouvement. Plutarque, (*de placitis Philoſophorum Lib. III. cap.* 13.), raconte auſſi que *Philolaüs* le Pythagoricien vouloit que la terre eût un mouvement annuel autour du ſoleil dans un cercle oblique, tel que celui qu'on attribuoit au ſoleil (209). *Heraclides* de Pont, & *Ecphantus* Pythagoricien, attribuoient, à la vérité, un mouvement à la terre, mais ſeulement ſur ſon axe, ſemblable à celui d'une roue : Héraclides & les autres Pythagoriciens ſoutenoient que chaque étoile étoit un monde qui avoit comme le nôtre une terre, une atmoſphère & une étendue immenſe de matiere éthérée : Ariſtote, (*de Cœlo, Lib. II. cap.* 13.), dit auſſi que les Philoſophes

d'Italie appellés *Pythagoriciens*, plaçoient le feu au milieu de l'univers, & mettoient la terre au nombre des planetes qui tournoient autour du ſoleil comme centre commun.

Philolaüs, Nicetas.

742. Diogenes de Laërce dans la vie de Philolaüs, dit que les uns lui attribuoient la premiere idée du mouvement de la terre, & que les autres l'attribuoient à Icetas : Philolaüs avoit été diſciple de Pythagore, & vivoit environ 450 ans avant J. C. d'abord à Métaponte, enſuite à Héraclée, (Plut. *de genio Socratis*). Il fut le premier des Pythagoriciens qui écrivit ſur la Phyſique, & Platon fit un ſi grand cas de ſes Ouvrages, qu'il les acheta dix mille deniers * des héritiers de Philolaüs, (Diog. de Laer. dans la *Vie de Platon ; Aulugelle, III.* 17.) Platon adopta ſur la fin de ſa vie le ſentiment de Philolaüs ſur le mouvement de la terre, (Plut. *in Numa, Quæſt. Platonicæ, qu.* 7.) (209).

743. Des autorités ſi reſpectables donnerent de la confiance à Copernic, & lui firent admettre d'abord le mouvement diurne, ou le mouvement de rotation de la terre ſur ſon axe ; ce ſimple mouvement retranchoit de la Phyſique des millions de mouvemens ; la ſimplicité de cette hypothèſe ſuffiſoit pour la rendre vraiſemblable, & c'eſt une véritable démonſtration pour celui qui veut s'affranchir des préjugés.

Preuves du mouvement diurne de la Terre.

744. En effet, quand on voit cette concavité immenſe de tout le ciel remplie d'une multitude d'étoiles qui ſont toutes à des diſtances prodigieuſes de nous, des planetes qui ont chacune leur mouvement propre, des cometes qui ſont de temps à autres parmi elles ; quand on réfléchit à la petiteſſe de la terre, en comparaiſon de toutes ces énormes diſtances, il devient impoſſible de concevoir que tout cela puiſſe tourner à la fois d'un mouvement commun, régulier & conſtant en 24 heures de temps, autour d'un atôme tel que la terre ; on ne peut ſe figurer quelle ſorte de liaiſon commune pourroit déterminer tous ces corps à ſe mouvoir enſemble, ſur-tout quand leurs autres mouvemens

* La drachme Attique à laquelle répond le denier Romain, valoit environ 20 ſols de notre monnoye, ſuivant quelques Auteurs.

particuliers font voir que d'ailleurs il n'y a entre eux aucune connexion.

745. Les Anciens étoient obligés de ſuppoſer des ſphères ſolides & tranſparentes comme le cryſtal, où ils enchâſſoient tous les aſtres, & ils faiſoient tourner ces calotes ſphériques les unes dans les autres ; mais depuis qu'on a vû les planetes ſe rapprocher viſiblement de nous, & s'en éloigner enſuite ; depuis qu'on a vû des cometes deſcendre vers la terre, & remonter loin de nous, les cieux ſolides ſont une abſurdité démontrée ; il devient donc également abſurde de ſuppoſer que le ciel entier puiſſe tourner tous les jours & tout d'une piéce, tandis qu'il eſt compoſé de tant de milliers de piéces détachées, à moins qu'on n'y applique des intelligences conductrices, (Riccioli, *Almag. II.* 289.), qui ſeront occupées ſans ceſſe à empêcher l'effet des loix du mouvement que le Créateur a établies.

746. Le P. Riccioli, (*Almag. T. I. p.* 51.) n'oppoſe rien à tout cela, ſi ce n'eſt les paſſages de l'Ecriture-Sainte, où il eſt dit que le ſoleil ſe leve & ſe couche ; nous verrons bientôt qu'il n'y a rien dans cette façon de parler qui ne ſoit facile à expliquer (775). Le même Auteur, (*T. II. p.* 409. *& ſuiv.*), propoſe enſuite 77 argumens contre le mouvement de la terre : ceux qu'il regarde comme les plus frappans, ſe réduiſent tous à celui de Ptolémée, (*Almag. Lib. I.*), que Buchanan a exprimé dans les vers ſuivans : Argument unique contre ce Mouvement.

Ipſæ etiam volucres tranantes aëra leni
Remigio alarum, celeri vertigine cœli
Abreptas gemerent ſylvas, nidoſque tenellâ
Cum ſobole, & carâ forſan cum conjuge, nec ſe
Auderet zephiro ſolus committere turtur. *Sphæræ, L. I.*

« Un oiſeau qui eſt en l'air verroit la terre fuir ſous ſes » pieds, il verroit ſon nid & ſes petits entraînés par le mou- » vement diurne de la terre vers l'orient, & n'oſeroit jamais » s'éloigner de la ſurface de la terre par la crainte de perdre » ſa demeure ».

747. Copernic, (*Liv. I. ch.* 8.), Kepler, (*Epit. I. p.* 134.), y ont déja répondu ; il eſt impoſſible que des Réponſes.

corps terreſtres, & que l'atmoſphère de la terre, qui depuis tant de ſiécles tiennent à la terre, & tournent avec elle, n'en aient pas reçu un mouvement commun, une impreſſion & une direction communes ; la terre tourne avec tout ce qui lui appartient, & tout ſe paſſe ſur la terre mobile comme ſi elle étoit en repos ; il eſt étonnant que le P. Riccioli, & tous ceux qui ont répété le même argument ſous tant de formes différentes, n'aient pas ſçu que lorſqu'on jette une pierre du haut du mât d'un vaiſſeau en mouvement, elle tombe directement au pied du mât, comme quand le vaiſſeau étoit en repos : le mouvement du vaiſſeau eſt communiqué d'avance au mât, à la pierre, & à tout ce qui exiſte dans le vaiſſeau, en ſorte que tout arrive dans ce navire comme s'il étoit immobile ; il n'y a que le choc des obſtacles étrangers qui fait qu'on en apperçoit le mouvement lorſqu'on eſt dans le navire ; mais comme la terre ne rencontre aucun obſtacle étranger, il n'y a abſolument rien dans la Nature, ni ſur la terre qui puiſſe par ſa réſiſtance, par ſon mouvement, ou par ſon choc, nous faire appercevoir le mouvement de la terre. Ce mouvement eſt commun à tous les corps terreſtres ; ils ont beau s'élever en l'air, ils ont reçu d'avance l'impreſſion du mouvement de la terre, ſa direction & ſa vîteſſe, & lors même qu'ils ſont au plus haut de l'atmoſphère, ils continuent à ſe mouvoir comme la terre. Un boulet de canon qui ſeroit lancé perpendiculairement vers le haut, avec une très-grande préciſion, retomberoit exactement dans la bouche du canon, quoique pendant le temps que le boulet étoit en l'air, le canon ait avancé vers l'orient de pluſieurs lieues ; (il doit faire ſix lieues par minutes ſous l'équateur) : la raiſon en eſt évidente ; ce boulet en s'élevant en l'air, n'a rien perdu de la vîteſſe que le mouvement de la terre lui a communiqué ; ces deux impreſſions ne ſont point contraires, il peut faire une lieue vers le haut pendant qu'il en fait ſix vers l'orient ; mais lorſqu'il retombera par ſa peſanteur naturelle, il retrouvera le canon qui n'a point ceſſé d'être ſitué ſur la ligne qui va du centre à la terre juſqu'au boulet.

Comparaiſon ſans réplique.

Pour que le canon reſtât en l'air ſur une même ligne perpendiculaire

perpendiculaire au point d'où il étoit parti, ſans tourner avec la terre, il faudroit qu'il y eût une cauſe en l'air qui détruisît l'impreſſion générale que ce boulet avoit reçue par le mouvement de la terre, mais nous n'en connoiſſons aucune ; le boulet doit donc continuer de tourner autour du centre de la terre, lors même qu'il s'en éloigne par l'impulſion de la poudre ; la premiere & la plus générale des loix du mouvement eſt qu'un corps déterminé une fois à ſe mouvoir dans une direction, continue uniformément & ſur la même ligne, s'il n'y a pas de cauſe qui retarde ou anéantiſſe ſon mouvement : cette loi s'obſerve & ſe vérifie par tout ; il n'eſt donc pas étonnant que les oiſeaux, les nuages, les boulets continuent d'avoir le même mouvement que la terre, lors même qu'ils s'en éloignent.

748. Mais ſi les corps terreſtres ne peuvent déceler le mouvement de la terre, tout ce qui eſt éloigné de la terre nous fait appercevoir ce mouvement : nous ſommes ſur un vaiſſeau qui ſe meut paiſiblement ſans que nous nous en appercevions, mais celui qui eſt ſur le vaiſſeau voit les côtes & les villes s'éloigner de lui, *provehimur portu, terræque urbeſque recedunt ;* nous voyons de même les étoiles, les planetes & tout le ciel, ſans aucune exception, ſe mouvoir du même ſens, & nous avertir de notre propre mouvement.

749. Tandis que l'on ne voit contre le mouvement de la terre aucune eſpece d'argument, nous avons au contraire une preuve bien phyſique & bien démonſtrative de ſa rotation diurne, par la diminution de peſanteur des corps qui ſont ſous l'équateur, diminution qui eſt proportionnelle à la force centrifuge qui naît de la rotation de la terre, comme nous l'expliquerons dans le XVe. Livre, après avoir parlé de la figure applatie de la terre, qui eſt encore une autre preuve du mouvement diurne. Preuve phyſique du mouvement diurne.

750. Le mouvement diurne de la terre ſur ſon axe une fois admis, il devenoit plus facile d'admettre un ſecond mouvement de la terre dans l'écliptique ; celui-ci étoit indiqué par le phénomène des ſtations & des rétrogradations qui deviennent de pures apparences, quand on admet le

mouvement de la terre, comme nous le ferons voir (828), & qui ſont des biſarreries incroyables dans chaque planete, lorſqu'on ſuppoſe la terre immobile.

Phénomène des Rétrogradations.

751. C'eſt un phénomène obſervé dès le temps d'Hipparque dans toutes les planetes, qu'après avoir paru ſe mouvoir quelque temps d'occident en orient ſuivant l'ordre des ſignes, elles s'arrêtent quelque temps & rétrogradent enſuite. Saturne rétrograde pendant environ 136 jours, Jupiter 119, Mars 75, Vénus 42, Mercure 22 jours, l'arc de rétrogradation eſt d'environ 7 deg. pour Saturne, 10 deg. pour Jupiter, 12 deg. pour Mars, 16 pour Vénus & 11 pour Mercure; ces rétrogradations reviennent toutes les années, c'eſt-à-dire, qu'elles dépendent du mouvement annuel: pour les expliquer dans le ſyſtême de Ptolémée, il falloit faire mouvoir chaque planete dans un épicycle par un mouvement qui dépendoit de la longueur de l'année, & qui étoit différent pour chaque planete; toute cette complication diſparoît dans le ſyſtême de Copernic; ainſi cet Aſtronome devoit être bien plus porté à l'admettre que les anciens Pythagoriciens, qui ne connoiſſoient pas ces inégalités des planetes; & ce fut en effet la premiere raiſon qu'eut Copernic de chercher d'autres hypothèſes que celles de Ptolémée, pour expliquer les mouvemens planétaires.

Retenue de Copernic.

752. Cependant Copernic n'offrit ce nouveau ſyſtême que comme une hypothèſe: « J'ai penſé, dit-il au Pape » Paul III. dans ſon Epître dédicatoire, qu'on me permet» troit facilement d'examiner ſi en ſuppoſant le mouve» ment de la terre, on pouvoit trouver dans celui des corps » céleſtes quelque choſe de plus démonſtratif, (*firmiores* » *demonſtrationes*) » : il imitoit en cela Ptolémée qui avertit préciſément ſon Lecteur de ne pas croire que les choſes ſe paſſent dans le ciel comme les Mathématiciens l'imaginent, diſant qu'il ne convient pas de mettre en parallele des choſes divines & céleſtes avec des machines & des idées humaines; mais ce que Ptolémée avoit fait malgré lui par l'abſurdité des hypothèſes de ſon temps, Copernic étoit obligé de le faire pour ſauver les bienſéances de ſon état.

Copernic engagé dans l'état eccléſiaſtique, & ſçachant

qu'on lui oppoſeroit le témoignage de l'Ecriture, voulut prévenir la perſécution en mettant ſon Ouvrage ſous la protection du S. Pere, & en n'affirmant qu'avec une extrême réſerve ce qui pouvoit ſcandaliſer les ignorans ; les Aſtronomes lui ont rendu plus de juſtice qu'il n'en paroiſſoit exiger, & dès le temps de Galilée & de Kepler, en 1600, tout ce qu'il y avoit de plus habile dans l'Aſtronomie, étoit du même ſentiment que Copernic, & ne doutoit plus du mouvement de la terre.

753. La *Fig.* 47. repréſente le ſyſtême de Copernic, dont nous avons déja parlé (121) ; le ſoleil eſt au centre, les planetes tournent autour de lui dans l'ordre ſuivant, Mercure, Vénus, la Terre, Mars, Jupiter & Saturne, à des diſtances du ſoleil qui ſont comme les nombres 4, 7, 10, 15, 52 & 95 ; ces nombres qui ſont les plus ſimples & les plus faciles à retenir, ſont tels que chaque unité vaut trois millions de lieues communes de France, chacune de 2282 toiſes, ou de 25 au degré ; tout cela ſera démontré dans le VIe. Livre (891). *Fig.* 47.

Je parlerai de l'explication des phénomènes qui réſultent de ce ſyſtême de Copernic, après que celui de Tycho m'aura donné l'occaſion de démontrer encore mieux la vérité du ſyſtême de Copernic, qui ſera la baſe de tout le reſte de cet Ouvrage.

Du Syſtême de Tycho-Brahé.

754. Nous ne parlons du ſyſtême de Tycho qu'après avoir parlé de celui de Copernic, pour ſuivre l'ordre des temps & celui des Ouvrages qui ont été faits là-deſſus ; il eſt vrai que le ſyſtême de Tycho a du rapport à celui de Ptolémée, puiſque l'un & l'autre ſuppoſent le mouvement de la terre, mais il a encore plus de rapport avec le ſyſtême de Copernic, puiſque dans tous les deux les cinq planetes tournent autour du ſoleil, & que Tycho-Brahé s'eſt conformé à cet égard aux démonſtrations de Copernic.

755. La *Fig.* 48. repréſente le ſyſtême de Tycho, elle eſt tirée de la page 189 de ſon Ouvrage ſur la comete de *Fig.* 48.

1577. La terre *T* eſt placée au centre de la figure ; elle eſt environnée d'abord par l'orbite de la lune, & enſuite par le ſoleil. Autour du ſoleil, comme centre, ſont décrits cinq autres cercles pour repréſenter les orbites de Mercure, de Vénus, de Mars, de Jupiter & de Saturne ; & le ſoleil accompagné de toutes ces orbites, eſt ſuppoſé tourner autour de la terre, qui eſt cependant beaucoup plus près de lui que les orbites de Jupiter & de Saturne.

756. Le ſyſtême de Tycho-Brahé avoit été déja ſoutenu, du moins en partie, par les Egyptiens (737). Tycho voyant donc que Vénus & Mercure tournoient évidemment autour du ſoleil, jugea qu'il en devoit être de même des trois autres planetes, & la concluſion étoit aſſez naturelle.

Tycho-Brahé avoit une raiſon de plus pour ſoutenir ce ſyſtême ; Copernic avoit démontré 50 ans avant lui, que l'on expliquoit de la maniere la plus naturelle & la plus ſimple les phénomènes biſarres & ſinguliers des ſtations & rétrogradations de toutes les planetes, en les faiſant tourner toutes autour du ſoleil, Tycho-Brahé étoit trop éclairé pour ne pas voir la beauté, la ſimplicité, & par conſéquent la vérité de ce ſyſtême ; mais ſon reſpect pour quelques paſſages de l'Ecriture qu'il interprétoit mal, l'empêchoit d'adopter le mouvement de la terre ; enfin, il avoit peine à concevoir ce déplacement de notre globe, accoutumé avec le vulgaire à le conſidérer comme la baſe éternelle & le fondement immobile de toute ſtabilité.

757. Tycho ne vouloit pas cependant qu'on crût qu'il n'avoit fait que retourner le ſyſtême de Copernic pour former le ſien : voici à quelle occaſion il dit l'avoir imaginé ; (*Epiſt. Aſtr. p.* 149.) : il obſerva ſoigneuſement en 1682 Mars en oppoſition, il jugea qu'il étoit plus près de nous que le ſoleil, & dès-lors les hypothèſes de Ptolémée ne pouvoient plus avoir lieu ; d'un autre côté, il crut remarquer que les cometes obſervées en oppoſition par rapport au ſoleil, n'étoient point affectées du mouvement annuel de la terre, comme cela devoit arriver dans le ſyſtême de Copernic ; cela lui fit rejetter le ſyſtême de Copernic, & dès-

lors il ne reſta plus d'autres moyens d'expliquer la proximité de Mars à la terre, ſi ce n'eſt par le ſyſtême qu'il propoſa.

758. Je dois avertir que M. Veidler ſe trompe dans ſon Hiſtoire de l'Aſtronomie, *pag.* 392, en diſant que Tycho étoit peu attaché à ſon ſyſtême; il cite à ce ſujet l'*Appendix* des Progymnaſmes, où il n'en eſt pas queſtion, & la page 57 des Tables Rudolphines, où il s'agit des hypothèſes particulieres d'épicycles qu'il avoit empruntées de Copernic, mais non pas du ſyſtême général du monde, qu'il a toujours expliqué de la même façon dans pluſieurs de ſes Ouvrages : voici quelques-uns des paſſages où il en parle d'une maniere aſſez poſitive.

759. Tycho-Brahé dans un Ouvrage compoſé à l'occaſion de la fameuſe étoile de 1672, & qui a pour titre, *Aſtronomiæ inſtauratæ Progymnaſmata* *, donne une idée de la grandeur des planetes & de leurs orbites, (*Ch. VII. pag.* 477.). « Nous établiſſons, dit-il, dans notre nouvelle » diſpoſition des orbes céleſtes que la terre eſt le centre des » mouvemens du ſoleil & de la lune, comme de la huitie- » me ſphère, mais que le ſoleil eſt le centre des cinq autres » planetes ».

Dans un autre Ouvrage intitulé, *de Mundi ætherei recentioribus phenomenis Liber ſecundus*, imprimé à la ſuite de ſes Lettres Aſtronomiques, & compoſé à l'occaſion de la comete de 1577, Tycho parle encore de ſon ſyſtême, & le développe plus au long, (*Ch. VIII. pag.* 186.). En voici la traduction : « Avant que de faire voir en quelle » partie de l'eſpace éthéré & vers quelles orbites cette co- » mete a dirigé ſon cours, je ſuis obligé de parler ici de » l'aſſemblage total des orbites planétaires en expoſant ce » que j'ai imaginé là-deſſus il y a quatre ans, (1682), quoi- » que j'euſſe réſolu juſqu'ici de le réſerver pour un Traité » d'Aſtronomie. J'avois remarqué que l'ancien ſyſtême de » Ptolémée n'étoit point naturel, que la multitude des épi- » cycles dont il ſe ſert (pour expliquer les mouvemens » des planetes par rapport au ſoleil, leurs ſtations & leurs

* Πρὸ Γύμνασμα, *præ Exercitatio.*

» rétrogradations, & une partie de leurs inégalités appa-
» rentes), eſt ſuperflu ; ces hypothèſes même péchent
» contre les premiers principes de l'Art, en ſuppoſant
» ces mouvemens égaux, non autour de leur centre pro-
» pre & naturel, mais autour d'un point étranger, c'eſt-à-
» dire, d'un autre cercle excentrique qu'ils appellent l'*é-*
» *quant*. Mais auſſi je n'approuvois pas cette nouveauté
» introduite par le grand Copernic à l'exemple d'Ariſtar-
» que de Samos, dont parle Archimede dans ſon Livre
» *de Arenæ numero*, adreſſé à Gédion, Roi de Sicile ; quoi-
» qu'elle corrige de la maniere la plus ſçavante tout ce qu'il
» y a de défectueux dans le ſyſtême de Ptolémée, & qu'elle
» ne renferme rien qui ſoit contre les principes mathéma-
» tiques : cette lourde maſſe de la terre, ſi peu propre au
» mouvement, ne ſçauroit être ainſi déplacée & agitée
» d'une triple maniere, ſans choquer les principes de la Phy-
» ſique & l'autorité des Saintes Ecritures ; je parlerai ail-
» leurs de ces divers inconvéniens, comme auſſi de celui
Objections de Tycho contre Copernic.
» qu'il y auroit à ſuppoſer un eſpace immenſe entre l'orbite
» de Saturne & la huitieme ſphère, qui ne ſeroit occupé
» par aucun aſtre. Je voyois donc que des deux côtés il y
» avoit des abſurdités, je me mis à examiner ſérieuſement
» s'il y avoit quelque hypothèſe qui fût d'accord avec les
» phénomènes & les principes mathématiques, ſans répu-
» gner à la Phyſique, & ſans encourir les cenſures de la
» Théologie ; & je trouvai enfin, dans le temps où je ne l'eſ-
» pérois preſque plus, une maniere de diſpoſer les révolu-
» tions céleſtes, qui remédie à tous les inconvéniens, &
» dont je vais faire part aux Amateurs de l'Aſtronomie.

760. » Je penſe d'abord qu'il faut décidément placer
» la terre au centre du monde, ſans aucun mouvement
» annuel ; en ſuivant le ſentiment des anciens Aſtronomes
» ou Phyſiciens & le témoignage de l'Ecriture : je n'admets
» point avec Ptolémée & les Anciens, que la terre ſoit le
» centre des orbes du ſecond mobile ; mais je penſe que
» les mouvemens céleſtes ſont diſpoſés de maniere que la
» lune & le ſoleil ſeulement avec la huitieme ſphère la plus
» éloignée de toutes, & qui renferme toutes les autres,

» aient le centre de leur mouvement vers la terre; les cinq » autres planetes tourneront autour du ſoleil comme au- » tour de leur Roi, & le ſoleil ſera ſans ceſſe au milieu de » leurs orbes, qui l'accompagneront dans ſon mouvement » annuel..... Ainſi le ſoleil ſera la régle & le terme de » toutes ces révolutions; & comme Apollon au milieu des » Muſes, il réglera ſeul toute l'harmonie céleſte de ces » mouvemens dont il eſt environné ».

761. En même temps que Tycho regardoit le mouvement de la terre comme un paradoxe de Théologie & de Phyſique, il reconnoiſſoit ſon utilité en Aſtronomie, comme on en peut juger par ce qu'il en dit dans ſes Progymnaſmes; (*T. I. pag.* 661.): « J'avoue, dit-il, que les ré- » volutions des cinq planetes que les Anciens attribuoient » à des épicycles, s'expliquent aiſément & à peu de frais, » par le ſimple mouvement de la terre; que les anciens » Mathématiciens ont adopté bien des abſurdités & des » contradictions que Copernic a ſauvées, & qu'il ſatisfait » même un peu plus exactement aux apparences céleſtes ». Mais on voit enſuite que Tycho regardoit le témoignage de l'Ecriture-Sainte comme le plus grand obſtacle au ſyſtême de Copernic; nous ferons voir bientôt combien ce ſcrupule étoit mal fondé (775).

762. Dans la Lettre de Tycho à Rothman, Mathématicien du Landgrave, en datte du 21 Février 1589, & imprimée dans le Recueil de ſes Lettres, on trouve, *pag.* 147, ce que penſoit Tycho du ſyſtême de Copernic: « Lorſque je traiterai, dit-il, *ex profeſſo*, des mouvemens » céleſtes, je ferai voir que mes hypothèſes ſatisfont exac- » tement aux apparences céleſtes, qu'elles ſont de beau- » coup préférables à celles de Ptolémée & de Copernic, » & s'accordent mieux avec la vérité; mais ſi elles vous dé- » plaiſent ſi fort, ſi vous aimez mieux faire tourner la terre » accompagnée de la lune, par un mouvement annuel, ſi » ce triple mouvement dans un ſeul corps ſimple ne vous » répugne point, ſi vous voulez que cette terre, quoique ſi » peu propre au mouvement, & ſi fort au-deſſous des aſtres, » ſoit cependant portée elle-même comme un aſtre dans la

» région éthérée, je ne m'y oppoſe point... Mais n'eſt-ce » pas confondre les choſes d'ici-bas avec les choſes céleſ- » tes, & renverſer de fond en comble tout l'ordre de la Na- » ture ? Ne vous y trompez pas cependant, en croyant que » Copernic ait ſuffiſamment répondu aux abſurdités phy- » ſiques qui réſultent de ſon hypothèſe : je vous démontre- » rai quelque jour que tout ce que vous dites pour la dé- » fendre, ne ſuffit pas pour mettre la choſe hors de doute, » vous êtes encore moins recevable dans l'interprétation » que vous donnez des paſſages de l'Ecriture qui ſont con- » traires à votre ſyſtême, &c. ».

Tycho s'efforce alors de prouver à ſon ami que l'Ecriture-Sainte eſt incompatible avec le ſyſtême de Copernic ; nous en traiterons en réfutant le P. Riccioli, qui de tous eſt celui qui a le plus fait valoir cette objection (775).

Syſtême de Longomontanus.

763. Longomontanus, Aſtronome célebre qui vécut pendant dix ans chez Tycho-Brahé à Uranibourg, dont Tycho fait mention d'une maniere honorable, & qui contribua à l'édition de ſes Œuvres, ne put ſe réſoudre à admettre tout-à-fait le ſentiment de Tycho ; il admit le mouvement diurne de la terre, ou le mouvement de rotation, (*Theoricorum Lib. I. cap.* 1. *&* 4.), pour éviter de donner à toute la machine céleſte cette vîteſſe incroyable du mouvement diurne, qui par ſa force centrifuge diſperſeroit bientôt les étoiles & les planetes, à moins qu'on ne ſuppoſe les cieux ſolides (744), comme le P. Riccioli eſt obligé de le faire, (*Almag. novum. II.* 289.). Quoiqu'il y ait moins de difficultés à propoſer à Longomontanus que contre Tycho-Brahé, on a vû que le mouvement annuel eſt auſſi évident que le mouvement diurne (751).

Examen des Objections qu'on fait contre le Mouvement de la Terre & le Syſtême de Copernic.

764. Tous les motifs tirés de la ſimplicité de l'élégance du ſyſtême de Copernic, & du parfait accord qu'on trouve dans toute l'Aſtronomie en l'adoptant, valent bien une démonſtration pour tout Phyſicien qui n'eſt pas prévenu d'avance

d'avance contre la poſſibilité du mouvement de la terre ; il s'agit donc de répondre aux difficultés qu'on peut former contre ce mouvement, & dès-lors il ne reſtera preſque rien à deſirer pour nos preuves.

Je réponds ſur-tout avec plaiſir aux objections de Tycho-Brahé contre le ſyſtême de Copernic, parce que ſon témoignage eſt d'un ſi grand poids, ſa réputation en Aſtronomie mérite tant de reſpect, qu'il importe au ſyſtême de Copernic de montrer que ſi Tycho eût été inſtruit de ce qui a été obſervé depuis ſa mort, il ne ſeroit demeuré preſque aucune des objections qu'il faiſoit contre le ſyſtême de Copernic. Il demande à Rothman (*Epiſt. Aſtr. p.* 167.), comment il ſe peut faire qu'un boulet jetté du haut d'une tour, tombe toujours exactement dans le point qui lui répond perpendiculairement au pied de la tour ; ſi la terre a un mouvement diurne, la tour doit avancer vers l'orient, & s'éloigner beaucoup du boulet avant qu'il ſoit arrivé au bas de la tour : on ſçait aujourd'hui, par les premiers principes de la Méchanique & par l'expérience des vaiſſeaux, que cela doit arriver ainſi (747). Premiere Objection.

765. On ne peut imaginer, dira-t-on, que la terre ſe renverſe tous les jours, & que dans douze heures nous aurons la tête en-bas ; mais il eſt démontré par l'expérience, que nous avons des Antipodes qui ont les pieds tournés vers les nôtres (103) ; ainſi nous ſerons dans douze heures comme ils ſont actuellement ; l'un n'eſt pas plus difficile à concevoir que l'autre. Seconde Objection.

766. La terre, diſoit Tycho (762), eſt une maſſe lourde, inerte, vile & groſſiere, peu propre au mouvement, qui ne ſemble faite que pour être le fondement inébranlable de toute ſtabilité, vous voulez en faire un aſtre & la promener dans les airs, c'eſt une prétention trop étrange. Mais qu'y a-t-il de ſolide dans ce raiſonnement de Tycho ? N'y voit-on pas au contraire un homme prévenu d'une maniere populaire pour les idées qu'il a conçues dans ſon enfance ? Pourquoi la terre qui eſt beaucoup plus petite que le ſoleil, ſuivant les démonſtrations même de Tycho, ſeroit-elle moins propre au mouvement que le ſoleil ? Pour- Troiſieme Objection.

quoi ſeroit-elle plus vile & plus groſſiere que les planetes qui ſont rondes comme la terre, opaques & obſcures comme elle, quand le ſoleil ne les éclaire pas, & qui ſont la plûpart au moins auſſi groſſes que la terre, de l'aveu même de Tycho.

Quatrieme Objection.

767. Tycho étoit choqué de la diſtance énorme à laquelle doivent ſe trouver les étoiles dans le ſyſtême de Copernic, pour que l'orbe annuel de la terre n'y paroiſſe qu'un point : Il n'eſt pas vraiſemblable, dit-il (*Epiſt. Aſtr. p.* 167), que l'eſpace compris depuis le ſoleil juſqu'à Saturne, ſoit 700 fois plus petit que la diſtance des étoiles fixes, ſans qu'il y ait d'autres aſtres dans l'intervalle ; c'eſt cependant ce qu'il faut ſuppoſer : d'ailleurs les étoiles de la troiſieme grandeur dont le diametre apparent eſt d'une minute, ſeroient égales à l'orbe annuel de la terre tout entier ; que ſera-ce des étoiles de la premiere grandeur qui ont juſqu'à 2 ou 3 minutes de diametre apparent ?

Ces objections de Tycho n'auroient peut-être pas eu lieu dans ce ſiécle-ci ; il auroit appris que les cometes, par des orbites beaucoup plus grandes que celle de Saturne, rempliſſent une partie de cet eſpace immenſe dont le vuide lui paroiſſoit inconcevable ; il auroit ſçu par la découverte des lunettes, que le diamétre apparent des étoiles de la premiere grandeur n'eſt pas d'une ſeule ſeconde, & qu'ainſi on n'eſt point obligé de les ſuppoſer d'une grandeur ſi prodigieuſe ; mais quand il faudroit admettre un intervalle immenſe vuide d'étoiles & de planetes, & convenir que les étoiles fixes que nous appercevons, ſont de beaucoup plus groſſes que le ſoleil, je ne vois pas qu'il en réſultât rien de bien poſitif contre le ſyſtême de Copernic ; les étoiles plus rapprochées & plus petites dans le ſyſtême de Tycho, ſont une choſe fort indifférente, puiſque nous ne ſçavons rien de leur grandeur réelle, non plus que de leur diſtance, comme on le verra dans le XVIe. Livre.

Cinquieme Objection.

768. Tycho demande encore dans la même Lettre, comment on peut concevoir le mouvement de parallélifme de l'axe de la terre, & comment un ſeul & même corps peut avoir ainſi deux mouvemens différens, l'un qui tranſ-

porte le centre du globe, & l'autre qui change la poſition de ſon axe. A cela je réponds que le paralléliſme de l'axe de la terre n'eſt point un mouvement particulier, comme le ſuppoſe Tycho qui en fait toujours ce qu'il appelle *un troiſieme mouvement de la terre*; c'eſt une ſituation de l'axe qui ne change point, parce qu'il n'y a aucune cauſe qui la faſſe changer, il ſuffit que l'axe ait été dirigé une fois vers un point du ciel pour qu'il continue d'y être toujours dirigé (788), quoique la terre ait un mouvement annuel ſuivant une certaine direction : il n'y a aucune raiſon phyſique ni mathématique, d'où l'on puiſſe conclure que l'axe du mouvement diurne ſe dirigera perpendiculairement à l'orbe annuel, il n'y a entre ces deux mouvemens aucune connexion ni dépendance. Quand une toupie tourne ſur la table par un mouvement de rotation qui lui a été imprimé, cette table peut être tranſportée de haut en bas, de droit à gauche, obliquement, circulairement, ſans qu'il en réſulte aucune différence dans le mouvement de la toupie ; on peut même lancer cette toupie ſuivant la direction qu'on voudra, ſans qu'elle ceſſe pour cela de tourner ſur le même axe. Un boulet qui ſort du canon, tourne preſque toujours ſur ſon axe, mais tantôt dans un ſens, tantôt dans l'autre, ſuivant la nature des obſtacles qu'il aura éprouvés avant de ſortir du canon ; cela n'eſt point incompatible avec l'exploſion, & n'en dépend aucunement. Voyez le Livre de Robins ſur l'Artillerie, *New Principles of Gunnery*, 1742, *in*-8°. *pag.* 93.

Paralléliſme de l'axe de la Terre.

769. Tycho croyoit trouver dans les cometes une objection très-forte contre le ſyſtême de Copernic, ſçavoir, qu'elles n'étoient point affectées par le mouvement annuel de la terre. *Cometas inſuper cœlitus conſpectos & in ſolis oppoſito verſantes, motui terræ non reddi obnoxios, quamvis non in tantum diſtent ut planè is evaneſcat, ſicut in fixis fit ſyderibus ; Copernicanam quoque aſſumptionem in motu terræ collabeſcere.* C'eſt dans une Lettre à Rothman, que j'ai déja citée (762). Il paroît même que dans le temps où Tycho ſongea en 1682 à former une hypothèſe pour expliquer la proximité de Mars à la terre, la

Sixieme Objection.

raiſon qui lui fit rejetter le ſyſtême de Copernic, fut que les cometes ne paroiſſoient point affectées par des inégalités apparentes, telles qu'il devoit y en avoir ſi la terre avoit eu un mouvement annuel : cette raiſon étoit grave aſſurément ; ſi elle eût été vraie, elle eût été ſans réplique, mais Tycho avoit obſervé peu de cometes ; s'il eût vû celle de 1681, s'il eût vû celles dont la route tortueuſe & biſarre en apparence, devient une courbe exacte & réguliere quand on tient compte du mouvement de la terre, il eût changé probablement de langage, & ce qui fut pour lui une raiſon de rejetter le ſyſtême de Copernic, en eût été au contraire la plus forte démonſtration, comme on le verra dans le XIXe. Livre.

Attraction du Soleil admiſe par Tycho.

770. Tycho étoit obligé pour faire tourner les planetes autour du ſoleil, d'imaginer une eſpece de force centrale, ou de tendance vers cet aſtre : « Quelle eſt, je vous » prie, écrit-il à Rothman, (*Epiſt. Aſtr. p.* 148.) la ma» tiere ténace, par laquelle certains corps, comme le fer » & l'aiman, s'uniſſent & ſe cherchent mutuellement, mal» gré les corps même interpoſés ? Si cela a lieu naturelle» ment dans les corps terreſtres inanimés, pourquoi ne l'i» magineroit-on pas dans les corps céleſtes, que les Plato» niciens & les Philoſophes les plus ſages ont regardés » comme étant, pour ainſi dire, animés ou doués d'une » vertu divine : liſez attentivement Pline à la fin du 16e. » chapitre de ſon ſecond Livre ſur la cauſe des ſtations & » des rétrogradations des trois planetes ſupérieures ; ce qu'il » en dit, quoiqu'obſcur & même abſurde, mérite quelque » attention, & fait voir que les plus anciens Mathémati» ciens, ceux même qui ont placé la terre immobile au » centre du monde, n'ont point employé les épicycles, » mais ont cru que ces apparences, par une certaine cauſe » occulte, pouvoient ſe rapporter au ſoleil, & s'expliquer » ainſi, ſans qu'il y eût entre le ſoleil & les planetes aucune » matiere capable de les unir enſemble ».

771. Tycho concevoit donc une certaine force de connexion entre les planetes & le ſoleil ; or cette force s'étend juſqu'à Saturne, c'eſt-à-dire, bien au-delà de la terre.

Comment donc imaginer que la force du ſoleil capable de retenir des planetes plus groſſes que la terre & à de plus grandes diſtances, ne pût cependant rien ſur celle-ci, & qu'au contraire le ſoleil armé de ce vaſte cortége, fût obligé de tourner ſans ceſſe autour d'une terre un million de fois plus petite que lui ?

772. En matiere de Phyſique on ne ſçauroit donner une démonſtration rigoureuſe & préciſe, comme dans la Géométrie pure : ſi un homme placé fortuitement, & pour la premiere fois, dans un vaiſſeau & ſur un fleuve, s'étoit perſuadé d'avance fortement par quelque motif de prévention, que ce vaiſſeau eſt immobile, on auroit beau lui montrer la terre, les arbres & le rivage en mouvement, lui dire que tout cela ne ſçauroit être emporté à la fois du même ſens, que le mouvement ſeul de ſon navire eſt la cauſe de toutes ces apparences, & ſuffit pour expliquer tous les mouvemens qu'il apperçoit ; s'il ne l'a jamais éprouvé lui-même en deſcendant à terre, s'il n'a point vû de bâtiment avancer ſur l'eau, s'il a oüi dire cent fois le contraire, il pourra toujours vous répondre que peut-être vous avez raiſon, mais qu'il n'a jamais éprouvé ſi cela eſt bien vrai. Tel eſt le cas du Phyſicien qui voudroit démontrer au peuple le mouvement de la terre ; il lui fera voir des milliers d'étoiles qui paroiſſent toutes avancer du même ſens, quoiqu'elles ſoient à des diſtances prodigieuſes les unes des autres ; il lui dira qu'on ne peut même imaginer une cauſe commune pour tant de corps iſolés & indépendans les uns des autres, capable de les entraîner à la fois, & de leur faire faire un tour entier tous les jours autour d'une petite maſſe de terre, que l'on n'appercevroit pas ſi l'on étoit placé vers une étoile : le Phyſicien lui dira encore qu'un ſeul mouvement de rotation dans le petit globe de la terre qui n'a que 1432 lieues de rayon, ſuffit pour cauſer cette infinité de mouvemens apparens : tout cela ne ſçauroit le convaincre ; ce ſont des preuves, ce n'eſt pas une démonſtration proprement dite, on n'en ſçauroit avoir en Phyſique ; mais le Phyſicien ne les exige pas, & il lui ſuffit d'avoir mille raiſons à propoſer, tandis qu'on ne ſçauroit

lui faire une ſeule objection phyſique contre le mouvement de la terre. L'abſurdité du ſyſtême qui fait tourner autour de la terre le ſoleil avec toutes les planetes, ſemble encore être prouvée par la figure biſarre & contournée de la trace, qu'il faut ſuppoſer que les planetes décrivent dans le ciel. Kepler en a donné la figure dans ſon Livre *de Stella Martis*; on la trouve auſſi dans les deux Aſtronomies Angloiſes de *Long* & de *Ferguſſon*; rien ne peut ſauver une ſi énorme complication de mouvemens, ſi ce n'eſt de ſuppoſer une force centrale d'attraction & de tendance vers le ſoleil, mais cela eſt impoſſible à concevoir avec le ſyſtême de Tycho.

Démonſtrations du ſyſtême de Copernic.

773. Au reſte, on doit regarder comme des démonſtrations directes & poſitives du mouvement de la terre, le phénomène de l'aberration des étoiles (Liv. XVII.), l'accourciſſement du pendule vers l'équateur, la figure applatie de la terre (Liv. XV.), & tous les phénomènes qui prouvent l'attraction générale des corps céleſtes, (Voyez le XXIIe. Livre); parce que cette loi ne ſçauroit ſubſiſter ſans le mouvement de la terre, qui eſt le premier fondement de toute Aſtronomie & de toute Phyſique céleſte. Ainſi l'on peut dire qu'un Traité d'Aſtronomie eſt lui-même l'aſſemblage de mille preuves différentes du mouvement de la terre; l'enchaînement de toutes les parties de cet ouvrage ſe trouveroit rompu, & leur cohérence déſunie, ſi l'on ceſſoit d'admettre ce mouvement.

774. Le P. Riccioli emploie plus de 200 pages in-fol. dans la ſeconde Partie de ſon Almageſte, à diſſerter ſur le ſyſtême de Copernic; il propoſe 77 argumens contre le mouvement de la terre, ſans compter les témoignages ſacrés qui y ſont préſentés dans toute leur force; il n'y a rien parmi ces argumens qui ne ſoit renfermé dans ce que l'on a vû aux articles précédens: il ne me reſte plus qu'à dire un mot des témoignages ſacrés qu'on nous a ſi ſérieuſement oppoſés: trop de gens y ont attaché une ſcrupuleuſe importance, & quoique cela paroiſſe n'être pas du reſſort d'un Phyſicien, notre reſpect pour l'Ecriture & le deſir de convaincre un chacun, nous obligent d'y inſiſter,

Des Paſſages de l'Ecriture qui ont paru contraires au Syſtême de Copernic.

775. PLUSIEURS Auteurs ont accumulé des raiſonnemens de toute eſpece, pour faire ſentir que les différens paſſages de l'Ecriture où il eſt parlé du mouvement du ſoleil, peuvent s'entendre de celui de la terre ſans leur faire violence. N'auroient-ils point expliqué auſſi fort au long ces mots de Virgile, *Terræque urbeſque recedunt*, ſi par haſard ils ſe fuſſent trouvés dans l'Ecriture ? Heureuſement il ne ſe trouve pas des partiſans aſſez ſéveres de la lettre & du texte de Virgile, pour conclure de ce paſſage que le vaiſſeau d'Enée n'avançoit pas, mais que les villes & les rivages étoient tranſportés loin de lui.

Il y auroit un zéle fanatique à prétendre exclure des Livres-Saints toutes les métaphores, toutes les comparaiſons, toutes les tranſpoſitions d'expreſſions qui ſont reçues dans le monde. Les Aſtronomes diſent comme les autres, le ſoleil ſe leve, & le ſoleil ſe couche ; ils le diront éternellement, ſans prétendre méconnoître le véritable état de la nature où le ſoleil eſt fixe : Dieu converſant parmi les hommes le diroit avec eux, & Joſué ne pouvoit dire autrement. Il me ſemble qu'il y a de la ſtupidité à prétendre qu'un Général d'armée, tel que Joſué, (dans le moment où il s'agiſſoit de manifeſter à ſes ſoldats la gloire & la puiſſance de Dieu par une victoire), dût leur faire une leçon d'Aſtronomie, & quittant le langage que ſes ſoldats pouvoient entendre, dire à la terre de s'arrêter ; il auroit fallu en même temps leur apprendre en détail pourquoi cette ſingularité d'expreſſion ; & jamais digreſſion n'eut été plus hors de place. Ainſi dans le cas même où Joſué, comme Prophete, auroit été inſtruit par la toute-puiſſance de Dieu de ce qu'on ignoroit de ſon temps, il n'auroit pas pu s'exprimer autrement qu'il n'a fait. Il en eſt de même des autres paſſages de l'Ecriture, où les Auteurs ſacrés ont dû néceſſairement parler comme l'on parle, & comme nous parlons

nous-mêmes quand nous disons le lever, le coucher, le mouvement, l'inégalité du soleil.

Auteurs qui ont écrit là-dessus.

776. Les Ouvrages où l'on peut trouver une ample justification là-dessus, sont les suivans : Kepler, *de Stella Martis*, *in Introd. Mysterium Cosmog. in notis ad cap.* 1. *Epitome Astronomiæ Coper. Lib. I. pag.* 138. Rothman dans une Lettre qui se trouve parmi celles de Tycho, *pag.* 130. *Foscarinus* dans une Epître au Général des Carmes, imprimée en Italien en 1615, & en Latin en 1641, à Lyon. *Hérigone* dans le II. Livre de ses Théoriques. *Lansberge* dans son Apologie contre Fromond, Théologien de Louvain, & contre Morin, imprimée à Middelbourg en 1633; & même le P. *Riccioli*, *T. II. p.* 487.

Ce que ces Auteurs en ont dit, suffit pour faire voir la vérité des propositions suivantes, que je vais tâcher d'établir à mon tour.

L'Ecriture emploie souvent des expressions figurées.

777. Les passages de l'Ecriture-Sainte qui sont contraires au mouvement de la terre, ne doivent pas se prendre dans le sens propre & littéral, & dans la rigueur des termes, mais dans le sens ordinaire du discours, suivant la maniere générale de raconter & de parler. Il y a un grand nombre d'autres passages de l'Ecriture où il est parlé d'Astronomie & de Physique, dans lesquels il est évident qu'on ne doit pas s'attacher à la lettre, comme quand le Prophete Roi dit : *Tellus fundata super maria*, Ps. xxiii : ou lorsque l'Ecclésiaste dit : *Terra in æternum stat*, &c. Dans les passages de l'Ecriture où il est parlé du mouvement du soleil, on ne voit pas que les Ecrivains-Sacrés aient prétendu décider la question physique, & établir ou proscrire un sentiment là-dessus. Ces passages ne sont point des articles qui intéressent, ou qui concernent la Religion ni le Dogme, ou qui soient mis dans la bouche du S. Esprit, mais seulement des accessoires indifférens d'une narration historique.

778. Rien ne nous oblige de croire que par le don de prophétie les Auteurs-Sacrés aient été instruits des choses profanes & indifférentes à l'objet des Livres-Saints. Les Saints Peres & les Auteurs Ecclésiastiques, dont l'autorité peut nous être opposée dans cette matiere, n'ont eu aucune connoissance

connoiſſance de l'Aſtronomie ; tel eſt S. Auguſtin, l'un des plus ſçavans en tout genre, qui ne croyoit pas aux Antipodes, (*de Civit. Dei, Lib. XVI. cap. 9.*).

L'Egliſe le permet comme hypothèſe.

Enfin, l'Egliſe n'a jamais porté aucune déciſion formelle contre le ſyſtême de Copernic. Il eſt vrai qu'il y a un Decret de la Congrégation des Cardinaux Inquiſiteurs, le 5 Mars 1616, contre les Livres de Copernic, de Aſtunica & de Foſcarini, & une Sentence contre Galilée, du 22 Juin 1633, qui le condamne à abjurer l'erreur du ſyſtême de Copernic ; mais cette ſentence ne porte pas même que ce ſoit une héréſie formelle ; elle déclare ſeulement que ce ſyſtême eſt *ſuſpect* d'héréſie, ce qui n'exclut point ſa juſtification, (Riccioli, *Almag. T. II. pag.* 496.). L'on jugea à propos de le condamner pour arrêter les déſordres qui pouvoient naître en général d'une trop grande liberté dans les ouvrages d'eſprit ; mais on a toujours permis, même à Rome, de l'adopter comme hypothèſe *, & cela ſuffit pour raſſurer les conſciences les plus timorées.

Concluſion pour le mouvement de la Terre.

779. Il eſt donc prouvé que le ſyſtême de Copernic eſt le ſeul qu'on puiſſe admettre, & que la terre tourne véritablement ſur ſon axe & autour du ſoleil, enfin, qu'il n'y a aucune objection phyſique ni morale à faire contre ces deux mouvemens ; cela ſera encore mieux conſtaté après que nous aurons expliqué tous les phénomènes de l'Aſtronomie par le moyen de ce double mouvement.

EXPLICATION DES PHÉNOMENES DANS LE SYSTEME DE COPERNIC.

Mouvement diurne.

780. LE MOUVEMENT DIURNE de tout le ciel s'explique avec une extrême facilité dans le ſyſtême de Copernic ; on a vû (744) que c'étoit une des principales raiſons qui l'avoient fait admettre ; & il ſuffit en effet que nous tournions autour de l'axe de la terre, d'occident en orient, pour que tous les aſtres paroiſſent tourner au contraire d'orient en occident. Soit *BA* (*Fig.* 49.), l'axe de la terre dirigé *Fig.* 49.

* *Hypothèſe* vient de Τίθημι, *pono*, & ὑπὸ, *ſub* ; c'eſt une ſuppoſition qui s'accorde avec le phénomène que l'on veut expliquer.

vers le point *P* du ciel, *DE* le parallele que décrit un point *D* de la terre par ſon mouvement diurne, *F* le point de la ſphère céleſte qui répond verticalement au point *D*, *G* le point qui répond verticalement au point *E* de la terre ; la ligne *CDF* qui eſt la verticale du point *D*, tourne avec lui autour du centre *C* & de l'axe *CP*, elle décrit par ce mouvement la ſurface d'un cône, dont le ſommet eſt au centre *C* de la terre, & dont la baſe s'étend de *F* en *G* ; le cercle céleſte *FG* parallele à l'équateur, eſt la baſe du cône que décrit la ligne du zénith *CDF* ; il n'eſt pas dans le même plan que le parallele terreſtre *DE*, mais il lui correſpond eſſentiellement, puiſque tous les points de ce parallele céleſte *FG* ſont éloignés du pole céleſte *P*, du même nombre de degrés que le point *D* eſt éloigné du pole *A* de la terre : la ligne du zénith *CDF* rencontrera dans les 24 heures tous les points du ciel qui ſont à la même diſtance du pole *P*, c'eſt-à-dire, tous les points qui ſont ſur le parallele céleſte *FHG*, & ils paroîtront tous à ſon zénith : c'eſt ainſi qu'à Paris nous voyons ſucceſſivement paſſer au zénith les conſtellations de Caſſiopée, d'Andromede, de Perſée, du Cocher, de la grande Ourſe & du Dragon, parce que notre verticale, ou la ligne de notre zénith va les rencontrer tour à tour, & ſe placer ſur ces différentes conſtellations, qui ſont toutes à 41 degrés du pole du monde, ou du point vers lequel eſt dirigé l'axe de notre mouvement.

Mouvement annuel.

781. Le Mouvement annuel s'explique avec la même facilité dans le ſyſtême de Copernic ; tout ce que nous avons dit du mouvement apparent du ſoleil dans l'écliptique, (560 *& ſuiv.*), a lieu en conſéquence du mouvement de la terre : quand la terre eſt dans le Bélier, le ſoleil paroît dans la Balance ; la terre avance de 30 degrés, & ſe place dans le Taureau, le ſoleil paroît avancer d'autant, & ſe trouve dans le Scorpion, le lieu apparent du ſoleil eſt toujours oppoſé de 180 degrés, ou de ſix ſignes au lieu apparent de la terre : ainſi dans la *Fig.* 50. ſoit *S* le ſoleil ; *TR* l'orbite de la terre, ♈ ♋ ♎ ♑ le cercle céleſte appellé *écliptique*, dans lequel on imagine les douze ſignes à une diſtance infinie de nous ; le ſoleil *S* paroît répondre en

Fig. 50.

♎ quand la terre eſt en *T*, parce que le rayon viſuel mené de la terre au ſoleil s'étend vers le ſigne ♎, & nous diſons qu'alors le ſoleil eſt dans la Balance; mais ſi la terre *T* étoit vûe du ſoleil *S* ſuivant le rayon *STϒ*, elle paroîtroit en ϒ, c'eſt-à-dire, dans le Bélier; le lieu de la terre dans l'écliptique eſt donc toujours diamétralement oppoſé à celui du ſoleil; la terre ne ſçauroit changer de ſituation que le ſoleil ne paroiſſe changer d'autant, & il doit paroître toujours dans le ſigne oppoſé à celui de la terre. Ainſi la terre décrivant une orbite annuelle *TR*, qui la fait répondre ſucceſſivement à tous les points ϒ ♋, &c. elle verra le ſoleil répondre lui-même à tous les points de l'écliptique; par conſéquent le mouvement annuel de la terre produira le mouvement apparent du ſoleil, tel que nous l'obſervons, & qu'on l'a vû dans le premier Livre, art. 46 *& ſuiv.*

782. Nous ſuppoſons ici, comme nous l'avons toujours fait, que l'écliptique eſt un cercle dont le plan paſſe par le centre de la terre, auſſi bien que par le centre du ſoleil; pour le prouver, il ſuffit de conſidérer que l'obliquité de l'écliptique, ou la diſtance de l'écliptique à l'équateur, obſervée en été & en hyver, ſe trouve toujours parfaitement la même; or l'équateur paſſe certainement par le centre de la terre, car nous voyons les aſtres qui ſont dans l'équateur, ſe mouvoir dans le plan d'un grand cercle; ainſi l'écliptique coupe en deux parties égales un grand cercle qui paſſe par le centre de la terre. Ajoutez à cela que les points équinoxiaux ne ſeroient pas diamétralement oppoſés, ſi ces deux cercles ne ſe coupoient pas en deux parties égales, & ne paſſoient pas tous les deux par le centre de la terre; c'eſt pourquoi il eſt évident que le plan de l'écliptique paſſe tout à la fois par le centre du ſoleil & par le centre de la terre (795).

Explication des Saiſons.

783. Le Changement des Saisons s'explique dans le ſyſtême de Copernic au moyen de l'inclinaiſon & du parallélisme conſtant de l'axe de la terre; mais ceci exige plus d'attention, & c'eſt de tous les phénomènes celui qui prouve mieux le génie de Copernic. Le phénomène des ſaiſons ſe réduit à ceci: les pays de la terre ſitués ſous le

tropique du Cancer, ou à 23 deg. $\frac{1}{2}$ de latitude ſeptentrionale, comme ſont à peu-près l'ancienne ville de Sienne, celles de Canton & de Chandernagor, voient le ſoleil paſſer par leur zénith à midi dans le temps du ſolſtice d'été, ainſi que tous les pays qui ſont à même latitude ou à même diſtance de l'équateur; au contraire ceux qui ſont à 23° $\frac{1}{2}$ de déclinaiſon méridionale par-delà l'équateur, comme Rio-Janeiro, ont le ſoleil au zénith le 21 Décembre, quand le ſoleil eſt dans le tropique du Capricorne. Pour que cet effet ait lieu dans le mouvement de la terre, il ſuffit de la placer de maniere que le rayon ſolaire dirigé vers la terre, atteigne dans le premier cas un des tropiques terreſtres, celui de Chandernagor; & dans le ſecond cas, le tropique oppoſé.

Fig. 51. 784. Soit *S* le ſoleil, (*Fig.* 51.) *C* & *D* deux points diamétralement oppoſés de l'orbe annuel de la terre; le point *C* où elle ſe trouve le 21 de Juin, & le point *D* où elle ſe trouve le 21 de Décembre, *EF* le diametre de l'équateur, *GH* le diametre du tropique de Chandernagor, *IK* le diametre du tropique de Rio-Janeïro; ſi l'axe *PA* de la terre eſt incliné de maniere que l'équateur *EF* faſſe un angle de 23° $\frac{1}{2}$ avec le rayon ſolaire *SC*, c'eſt-à-dire, avec l'écliptique, (car le rayon ſolaire eſt toujours dans l'écliptique), l'angle *HCF*, ou l'arc *HF* étant de 23° $\frac{1}{2}$, le rayon ſolaire aboutira au point *H* de la terre éloigné de l'équateur *F* de la même quantité, de 23° $\frac{1}{2}$, c'eſt-à-dire, que Chandernagor & tous les points du même parallele auront le ſoleil à leur zénith ce jour-là: ſi au contraire l'axe *PA* étoit droit, ou perpendiculaire au rayon ſolaire *SC*, le diametre *ECF* de l'équateur ſe dirigeroit ſuivant *CS*, & ſe confondroit avec lui; le ſoleil ſeroit donc perpendiculaire ſur les lieux qui ſont dans l'équateur terreſtre, & ce ſeroient les pays ſitués ſous l'équateur qui auroient le ſoleil à leur zénith; mais l'inclinaiſon de l'axe *PA* qui fait avec le diametre *CSD* de l'écliptique, ou avec le rayon ſolaire *SHC*, un angle *PCH* de 66° $\frac{1}{2}$, eſt cauſe que le rayon ſolaire aboutit perpendiculairement en un point *H* de la terre différent du point *F* de l'équateur. Tous les pays ſitués ſur

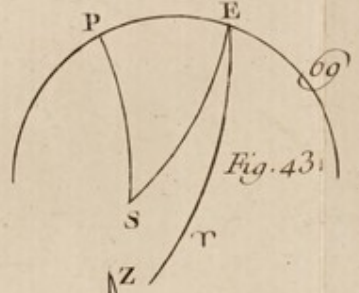


Fig. 43.

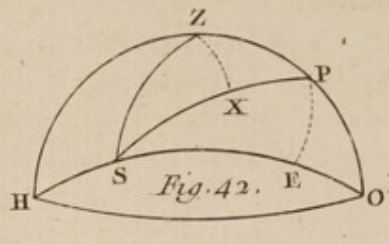


Fig. 42.

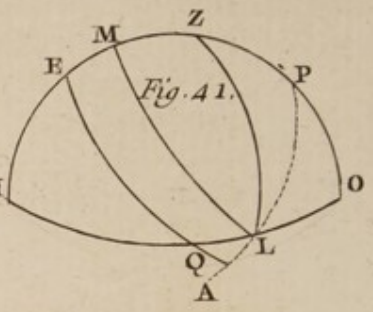


Fig. 41.

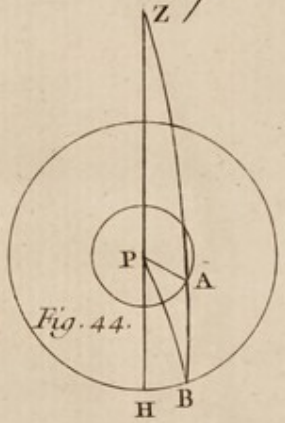


Fig. 44.

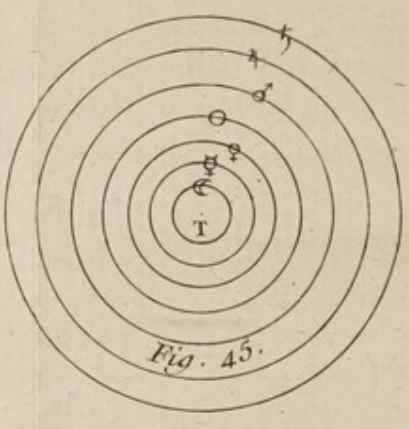


Fig. 45.

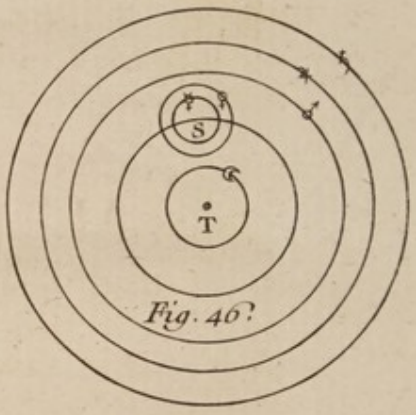


Fig. 46.

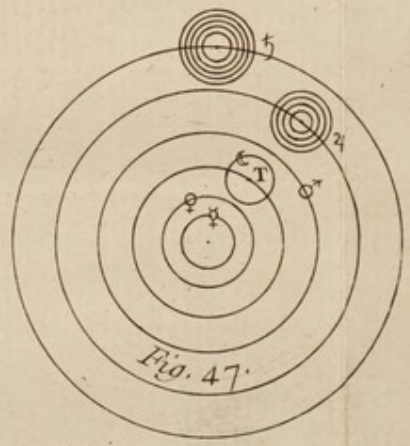


Fig. 47.

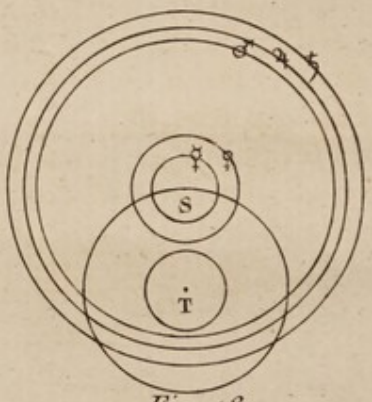


Fig. 48.

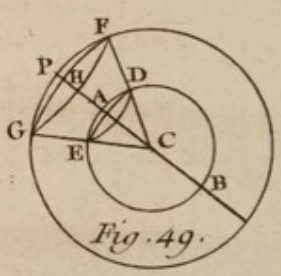


Fig. 49.

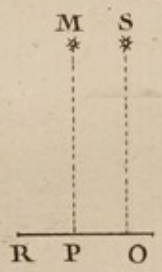


Fig. 52.

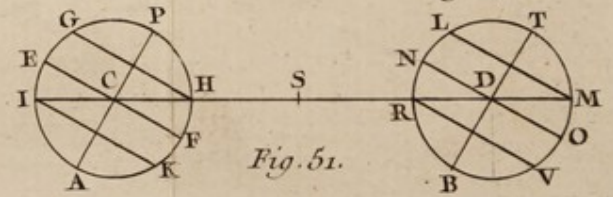


Fig. 51.

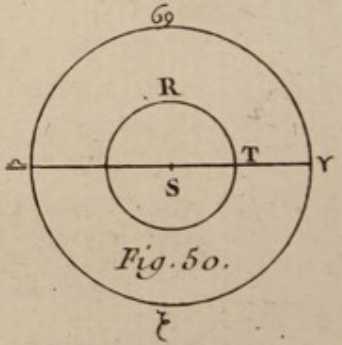


Fig. 50.

le cercle dont *GH* eſt le diametre, c'eſt-à-dire, ſous le tropique du Cancer, en tournant ce jour-là autour de l'axe *PA*, paſſeront à leur tour au point *H*, ils auront tous le ſoleil perpendiculairement à leur zénith en paſſant en *H* ſous le rayon ſolaire *SH*; c'eſt ce qui doit arriver ſuivant les régles du mouvement diurne, tel qu'on l'obſerve, (2, 51 & 780).

785. La terre ſix mois après ſe trouvera de l'autre côté du ſoleil, dans le point *D* diamétralement oppoſé au point *C*, ce qui arrive dans le ſolſtice d'hyver, le 21 Décembre: ſuppoſons alors que l'axe *TB* ſoit parallele à l'axe *PA* de la ſituation précédente, en ſorte qu'il ſoit incliné du même ſens & vers le même côté du ciel, qu'il étoit ſix mois auparavant, alors le rayon ſolaire *SRD*, au lieu d'aboutir au tropique du nord en *L*, comme dans le premier cas, répondra en *R* au tropique *RV*, qui eſt celui de Rio-Janéïro, ou des pays ſitués à $23^{\circ}\frac{1}{2}$ de latitude méridionale; ce jour-là tous les pays ſitués ſous ce tropique dont le diametre eſt *RV*, paſſeront ſucceſſivement au point *R* en tournant autour de l'axe *TB*, ils auront tous le ſoleil à leur zénith, ainſi le ſoleil aura véritablement décrit le parallele de $23^{\circ}\frac{1}{2}$, comme cela doit être ſuivant la régle du mouvement diurne (51, 780).

786. Lorſque le ſoleil répondoit au tropique du Cancer, & qu'il étoit perpendiculaire ſur *H*, tous les pays ſitués du côté du pole arctique *P*, ou dans l'hémiſphère boréal de la terre, avoient leur été; mais le rayon ſolaire étant devenu perpendiculaire en *R* ſur le tropique auſtral ou tropique du Capricorne, les pays ſitués ſur *LM*, & tous ceux qui ſont au nord du côté du pole arctique *T*, ont leur hyver, parce qu'ils reçoivent obliquement le rayon ſolaire; ce ſont les pays méridionaux ſitués ſur le parallele *RV*, & du côté du pole auſtral & antarctique *B*, qui ont leur été; comme les pays ſeptentrionaux l'avoient au mois de Juin, la terre étant en *C*.

787. Ainſi le paralléliſme de l'axe de la terre, ou des lignes *PA*, *TB*, une fois ſuppoſé, l'on explique très-exactement & très-ſimplement les changemens de l'hyver à l'été;

à l'égard du printemps & de l'automne, on doit bien ſentir qu'ils auront lieu dans le paſſage de l'hyver à l'été & de l'été à l'hyver ; & l'axe étant toujours ſuppoſé parallele à lui-même, quand la terre ſera dans les ſignes du Bélier & de la Balance, au mois de Mars & de Septembre, le rayon ſolaire répondra perpendiculairement ſur un point de l'équateur, puiſque dans les mois de Juin & de Décembre il répondoit au nord & au midi de l'équateur.

Le paralléliſme n'eſt point un mouvement.

788. Copernic qui le premier imagina cette explication des ſaiſons par le mouvement de la terre, (*de Revolut. Lib. I. cap.* 11.), appelle ce paralléliſme de l'axe un troiſieme mouvement, ou mouvement de déclinaiſon contraire au mouvement annuel : il arrive, dit-il, que par ces deux mouvemens égaux & qui ſe contrarient mutuellement, l'axe de la terre & ſon équateur ſont toujours dirigés de la même maniere & vers le même côté du ciel : il ſe trompoit en cela ; le paralléliſme de l'axe n'eſt que la négation d'un troiſieme mouvement, il en faudroit un pour que l'axe ceſſât d'être parallele à lui-même, comme je l'ai expliqué art. 768.

789. Pluſieurs perſonnes ont repréſenté par des machines planétaires le mouvement annuel de la terre autour du ſoleil accompagné du mouvement diurne, ſur un axe conſtamment parallele à lui-même : on trouve une machine de cette eſpece décrite par *Nicolas Muler*, dans l'édition qu'il a donnée en 1617 du Livre de Copernic ; une autre dans l'Aſtronomie de Ferguſſon, *p.* 260 ; & il n'a pas été difficile d'en imaginer de différentes eſpeces ; il ſuffit pour repréſenter le paralléliſme de l'axe de la terre, que ſon axe ſoit placé ſur une poulie, & qu'au centre du ſoleil on ait placé une poulie égale à l'autre, avec un cordon ſans fin qui paſſe ſur ces deux poulies en les ſerrant l'une & l'autre ; alors on pourra faire tourner la terre tout autour du ſoleil, ſans que ſon axe ceſſe d'être incliné & dirigé vers la même région du ciel.

Remarque eſſentielle.

790. Avant d'expliquer les autres changemens que produit dans le ciel le mouvement de la terre, il eſt eſſentiel de bien comprendre la propoſition ſuivante. Si l'œil de

l'Obſervateur, tranſporté par le mouvement annuel de la terre, continue de voir ſucceſſivement un même aſtre ſur des rayons paralleles entre eux, l'aſtre ne lui paroîtra avoir eu aucun mouvement.

Je ſuppoſe que l'Obſervateur placé en *O*, (*Fig.* 52.), voit un aſtre par le rayon *OS*, & qu'étant arrivé en *P* il le voit par un autre rayon *PM* parallele au précédent, je dis que pendant tout le temps que l'œil a mis à aller de *O* en *P*, l'aſtre ne lui paroît avoir eu aucun mouvement, c'eſt-à-dire, qu'il le voit dans la même ſituation dans la même région du ciel, & qu'il jugera l'aſtre immobile ou ſtationaire. En effet, comme nous ne pouvons juger de la ſituation d'un aſtre qu'en le comparant à quelque point du ciel, à quelque objet, à quelque aſtre, à quelque plan, ou à quelque ligne, ſoit *OPR* la ligne, ou la direction primitive que nous prenons pour terme de comparaiſon; l'angle *SOR* & l'angle *MPR* ſont parfaitement égaux, puiſque *OS* eſt parallele à *PM* par la ſuppoſition; donc, la diſtance apparente de *S* & de *M*, par rapport au terme de comparaiſon *OPR*, ſera dans les deux cas de 90°. Cette diſtance étant la même, nous n'aurons aucun indice, aucune apparence de mouvement dans l'objet *S*; nous ne pourrons donc faire autrement que de le juger immobile. *Fig.* 52.

791. Pour peu qu'on y réfléchiſſe, on ſentira qu'il eſt évident, comme nous l'avons ſuppoſé, qu'on ne peut appercevoir le mouvement d'un objet que par comparaiſon à un autre: ſi j'étois ſeul dans l'univers avec un aſtre *S*, & que nous fuſſions tranſportés enſemble d'un mouvement commun au travers des eſpaces imaginaires, il ſeroit impoſſible que je puſſe reconnoître ou appercevoir ce changement; car quel indice en aurois-je?

792. On demandera maintenant quel eſt l'objet de comparaiſon, & s'il y a un terme fixe, tel que la ligne *OR* (*Fig.* 52.), auquel un Aſtronome puiſſe comparer les aſtres, pour juger s'ils ont, ou s'ils n'ont pas quelque mouvement apparent: nous répondrons qu'il y a pluſieurs de ces termes fixes; tels ſont d'abord le plan de l'équateur ou celui de l'écliptique, lorſqu'il s'agit des étoiles fixes: *Fig.* 52.

comme ces plans ſont fixes, ou que du moins on connoît très-bien leurs variations, on y rapporte les variations apparentes des étoiles fixes, pour avoir la quantité & la meſure de ces variations.

La ligne menée à l'équinoxe eſt un terme de comparaiſon.

793. Le point équinoxial, ou la ligne menée au premier point du Bélier, eſt encore un terme fixe de comparaiſon repréſenté par la ligne *OR*, & l'on s'en ſert auſſi pour les planetes : toutes les fois que le rayon *SO* de l'étoile fera un angle droit avec la ligne *OR*, nous jugerons néceſſairement que l'aſtre a 90° de longitude ; cette longitude ne changera point tant que l'angle *MPR* ſera égal à l'angle *SOR*, & nous jugerons l'aſtre *ſtationaire*, pendant tout le temps que l'angle *P* continuera de paroître égal à l'angle *O*, c'eſt-à-dire, que la planete continuera d'avoir 90° de longitude.

DE L'INCLINAISON DES ORBITES PLANÉTAIRES.

794. Après avoir prouvé que les planetes principales, auſſi bien que la terre, tournent autour du ſoleil, il eſt néceſſaire d'expliquer les phénomènes, ou les apparences qui réſultent de ce mouvement ; mais une partie de ces irrégularités vient de l'inclinaiſon des orbites planétaires par rapport à l'écliptique, ainſi nous commencerons par traiter de cette inclinaiſon.

Phénomène de l'Inclinaiſon.

Lorſqu'on obſerve les planetes dans leurs révolutions périodiques, au travers des étoiles fixes, on apperçoit qu'elles ne répondent pas tout-à-fait aux mêmes points du ciel, lorſqu'elles paſſent à la même longitude & proche des mêmes étoiles ; une planete qui aura paſſé au nord, ou au-deſſus d'une étoile, pourra dans la révolution ſuivante paſſer au-deſſous de la même étoile, & être plus ou moins éloignée de l'écliptique, c'eſt-à-dire, avoir plus ou moins de latitude. D'ailleurs les planetes ſont tantôt au nord de l'écliptique, & tantôt au midi, & cela va juſqu'à 8 degrés ; ce qui prouve que les orbites planétaires ne ſont pas dans le plan de l'écliptique, mais qu'elles lui ſont inclinées.

En effet

En effet, ſi les planetes tournoient toutes dans le même plan auſſi bien que la terre, nous les verrions toujours décrire dans le ciel la même trace, & rencontrer les mêmes étoiles, ſans avoir aucune latitude ; au contraire nous obſervons ſans ceſſe les planetes au-deſſus ou au-deſſous de l'écliptique, qu'elles traverſent ſeulement deux fois à chaque révolution ; ainſi il eſt démontré par l'obſervation que les orbites des planetes ſont inclinées à l'écliptique.

795. Il eſt démontré auſſi que les orbites planétaires ſont des plans qui paſſent par le centre du ſoleil : en effet, pour commencer par l'orbite de la terre, cela eſt évident (782), parce que la déclinaiſon du ſoleil obſervée en été & en hyver par rapport à l'équateur, ſe trouve la même de part & d'autre, & que cette déclinaiſon obſervée de jours à autres, ſuit le même progrès que la déclinaiſon d'un grand cercle de la ſphère calculée dans tous ſes points (598).

Pour les autres planetes, il en eſt de même : on obſerve leurs latitudes, ou leur plus grande diſtance au nord & au ſud de l'écliptique, & on les trouve égales de part & d'autre quand on les rapporte au ſoleil ; on voit auſſi que leurs nœuds ou leurs interſections avec l'écliptique ſont à 180° l'un de l'autre, rapportés au ſoleil ; ce qui ne pourroit avoir lieu, ſi les plans de ces orbites ne paſſoient pas tous au centre du ſoleil. Mais quoique ces plans paſſent tous par le ſoleil, ils ſont différemment inclinés les uns aux autres, & s'étendent vers différentes régions du ciel.

Pourquoi on rapporte les planetes à l'écliptique.

796. Les orbites des planetes étant toutes dans des plans différens & différemment inclinés, il a été néceſſaire de rapporter ces divers mouvemens à un ſeul & même plan pour pouvoir les calculer tous par une méthode uniforme : on a choiſi, pour cet effet, le plan de l'écliptique, & on l'a choiſi pour deux raiſons ; la premiere, c'eſt que le ſoleil étant le plus remarquable de tous les aſtres, celui que l'on obſerve le plus facilement en tout temps, il eſt plus naturel de le choiſir pour terme de comparaiſon, & de rapporter à ſon orbite celle des autres planetes : la ſeconde raiſon de cette préférence eſt que les orbites planétaires s'écartent peu de l'écliptique, & font avec elle de très-petits angles, en ſorte

que les réductions ſont moindres & plus commodes, que ſi l'on rapportoit les orbites à un autre plan, comme ſeroit celui de l'équateur, auquel on avoit coutume autrefois de rapporter tous les mouvemens céleſtes.

Définition du mot de Plan.

797. Un Plan en général eſt une ſurface ſur laquelle on peut tracer en tout ſens une ligne droite : c'eſt la définition la plus exacte qu'on en puiſſe donner ; car une ſurface n'eſt plus un plan, ſi une ligne droite ne s'y confond & ne s'y réunit pas dans tous ſes points & en tout ſens : de cette définition l'on peut aiſément tirer toutes les propriétés des plans, telles qu'elles ſe trouvent dans le XIe. Livre des Elémens d'Euclide, mais il me ſuffira de rappeller ici celles dont nous ferons le plus d'uſage dans cet article.

Commune Section.

798. Définition. Un plan incliné ſur un autre, le coupe ſuivant une ligne droite, qu'on appelle la *commune ſection* : ainſi le plan *DABC* & le plan *FABE* (*Fig.* 53.), paſſant tous deux par la ligne *AB* qui leur eſt commune, on nommera cette ligne *AB* la *ſection commune*.

Fig. 53.

Meſure des angles des plans.

799. Si lorſque deux plans ſe coupent, on tire dans chacun de ces plans une ligne droite perpendiculaire à la commune ſection en un même point, ces deux lignes feront entre elles un angle égal à l'inclinaiſon des deux plans : en effet, nous n'avons aucune maniere plus naturelle de meſurer l'angle d'inclinaiſon de deux plans, que de prendre l'inclinaiſon des lignes dont ces plans ſont formés, mais il faut choiſir des lignes perpendiculaires à la ſection, ſans quoi il n'y auroit rien de déterminé, les lignes obliques pouvant faire des angles de plus en plus petits à volonté.

Fig. 53.

Soit un plan *ABCD* (*Fig.* 53.), incliné ſur un autre plan *ABEF*, en ſorte que *AB* ſoit leur commune ſection, & que les lignes *EB*, *CB* ſoient perpendiculaires ſur la ſection *AB*, elles feront entre elles un angle *CBE*, que l'on prend pour meſure de l'angle d'inclinaiſon de ces deux plans : ſi l'on prenoit deux autres lignes *BG* & *BH*, faiſant avec la ſection *AB* des angles aigus, l'angle *GBH* compris entre ces deux lignes, ſeroit toujours plus petit que l'angle *CBE* ; il le ſeroit d'autant plus que les points

G & *H* approcheroient davantage de la ſection *BA*, & il n'y auroit rien de déterminé pour la meſure de l'inclinaiſon des deux plans ; ainſi nous ſuppoſerons comme une choſe néceſſaire & évidente, que *l'angle de deux plans eſt égal à celui que forment deux lignes de ces plans, perpendiculaires à leur commune ſection.*

800. On rapporte à l'écliptique l'orbite d'une planete vûe du ſoleil en la conſidérant comme un grand cercle de la ſphère, de la même maniere que nous avons rapporté l'écliptique à l'équateur (134). Soit *ALN* l'écliptique, (*Fig.* 54.), *APN* l'orbite d'une planete ; *P* le lieu de cette planete ; *PL* un arc du cercle de latitude qui paſſe par le centre de la planete, & tombe perpendiculairement ſur l'écliptique *ALN*, *L* ſera le lieu de la planete réduit à l'écliptique, ou le point de l'écliptique ſur lequel ſe marque la longitude de la planete. Les points *A* & *N* où l'orbite de la planete traverſe l'écliptique, ſont les NŒUDS de la planete. Le nœud *A* où ſe trouve la planete quand elle paſſe du midi au nord de l'écliptique, s'appelle NŒUD ASCENDANT ; parce qu'alors la planete monte vers le pole qui pour nous eſt le plus élevé ; le nœud *N* où paſſe la planete pour retourner au midi de l'écliptique, eſt le NŒUD DESCENDANT, on le marque ainſi, ☊, dans les Livres d'Aſtronomie, & le nœud aſcendant eſt figuré par le caractère ☋. La maniere de trouver par obſervation le lieu du nœud ſera expliquée dans le VIe. Livre, art. 934 *& ſuiv.* *Fig.* 54. Nœuds des Planetes.

801. L'arc *PL* du cercle de latitude, compris entre le lieu *P* de la planete & l'écliptique, s'appelle *la Latitude de la planete* : ſi les arcs *AP*, *AL* & *PL* ont leur centre au centre du ſoleil, la latitude *PL* eſt nommée *Latitude heliocentrique* ; mais ſi l'on conſidere des cercles dont le centre ſoit ſuppoſé au centre de la terre, alors l'angle *PL* s'appelle *Latitude géocentrique* : la latitude héliocentrique *PL* eſt nommée auſſi par quelques Auteurs *Inclinaiſon* ; néantmoins je penſe que ce terme doit être réſervé pour exprimer l'angle *A* que fait l'orbite *AP* avec l'écliptique *AL*. Latitude d'une Planete géocentrique & héliocentrique. Inclinaiſon.

802. L'arc *AP* de l'orbite d'une planete, compté Argument de Latitude.

depuis le nœud aſcendant en allant vers l'orient, s'appelle *Argument de latitude*, parce que de la quantité *AP* dépend la latitude *PL*. Pour avoir l'argument de latitude on retranche le lieu du nœud du lieu de la planete, la différence eſt l'argument de latitude.

Remarque néceſſaire.

803. Je dis que c'eſt le lieu du nœud qu'il faut retrancher du lieu de la planete, & non pas celui-ci du premier; & je dois faire à cette occaſion une remarque à laquelle il faudra recourir dans beaucoup d'autres circonſtances: l'argument de latitude eſt la quantité dont la planete eſt plus avancée en longitude que ſon nœud aſcendant; c'eſt le chemin qu'elle a fait depuis le nœud, ou l'excès de ſa longitude actuelle ſur la longitude qu'elle avoit en paſſant par ſon nœud; ſi donc on ôte de ſa longitude actuelle celle du nœud, on aura cet excès cherché. Il arrive ſouvent que la longitude du nœud que nous devons retrancher, eſt plus grande que celle de la planete dont il faut la retrancher; alors on ajoute à celle-ci 12 ſignes pour pouvoir faire la ſouſtraction. La raiſon de ces 12 ſignes ajoutés ſera évidente par un exemple: je ſuppoſe que le nœud d'une planete ſoit ſitué à 2 ſignes de longitude, & la planete à un ſigne ſeulement; il eſt évident que depuis ſon dernier paſſage dans le nœud elle a parcouru 11 ſignes, ayant paſſé les ſignes 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 0 & 1: or, en ajoutant 12 ſignes avec la longitude de la planete qui eſt 1 ſigne, & retranchant de la ſomme 13 la longitude du nœud, qui eſt 2 ſignes, on aura 11 ſignes qui eſt le chemin parcouru depuis le dernier paſſage au nœud, & par conſéquent l'argument de latitude. Cette addition de 12 ſignes eſt néceſſaire, parce que la longitude de la planete auroit dû ſe compter ainſi: 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, pour ſuivre un progrès régulier & une marche uniforme dans la numération; alors de 13 on auroit retranché 2 ſignes pour le nœud, & l'on auroit eu l'argument de latitude 11 ſignes. Cet ordre naturel eſt troublé par l'uſage où l'on eſt de recommencer à compter zero au lieu de 12 ſignes, mais on eſt obligé d'y revenir quand on a une ſouſtraction à faire.

On ajoute 12 ſignes pour la ſouſtraction.

Il en ſeroit de même ſi à 2 heures après midi je voulois

ſçavoir combien il y a eu de temps écoulé depuis 10 heures du matin ; on ne pourroit pas retrancher 10 heures de 2 heures, mais on ajoute 12 heures ; de la ſomme 14 on ôte 10, & l'on trouve 4 heures qui eſt la différence cherchée ; on ſuppoſe en cela que les heures ont été comptées ainſi, 10, 11, 12, 13, 14, comme elles auroient dû l'être pour avoir un progrès uniforme (622).

804. La latitude des planetes eſt boréale dans les ſix premiers ſignes de l'argument de latitude ; en effet, lorſque la planete parcourt le demi-cercle *APN* qui eſt au nord de l'écliptique, en partant du nœud aſcendant *A* (800), ſa latitude eſt évidemment boréale, & ſon argument de latitude moindre que 180 deg. Après avoir parcouru 6 ſignes ou 180 degrés, la planete paſſe par ſon nœud deſcendant, elle ſe trouve au midi de l'écliptique, ſa latitude eſt auſtrale, & ſon argument de latitude ſurpaſſe ſix ſignes.

805. Pour calculer la latitude d'une planete, quand on a ſon argument de latitude & l'angle d'inclinaiſon, formé par l'orbite de la planete ſur l'écliptique, on fait la proportion ſuivante : *Le rayon eſt au ſinus de l'argument de latitude, comme le ſinus de l'angle d'inclinaiſon eſt au ſinus de la latitude.* Cette régle ſera démontrée, comme toutes les propriétés des triangles, dans la Trigonométrie ſphérique, Livre XXIII. Régle pour la latitude.

806. LA RÉDUCTION A L'ÉCLIPTIQUE eſt la différence entre l'argument de latitude, & la diſtance de la planete au nœud comptée ſur l'écliptique, c'eſt-à-dire, la différence entre *AP* & *AL* (*Fig.* 54.). Réduction à l'écliptique. *Fig.* 54.

Pour calculer la réduction à l'écliptique, on fait cette proportion ſuivant les régles de la Trigonométrie ſphérique : *Le rayon eſt au coſinus de l'angle d'inclinaiſon* A, *comme la tangente de l'argument de latitude* AP *eſt à la tangente de l'arc* AL *de l'écliptique.* Cet arc ſera plus petit que l'argument de latitude de la quantité de la réduction à l'écliptique.

La réduction à l'écliptique ſe retranche de l'argument de latitude *AP* pour avoir *AL* ſur l'écliptique, quand la Souſtractive dans le premier & le troiſieme quart.

distance *AP* eſt moindre que 90 degrés ; mais dans le ſecond quart de l'argument de latitude, l'hypothénuſe *Ap* devient plus petite que l'arc *Al* de l'écliptique, & il faut alors ajouter la réduction ; en effet, puiſque *APN* & *ALN* ſont chacun un demi-cercle, & que dans le petit triangle *Npl*, *Np* qui eſt l'hypothénuſe ſurpaſſe *Nl*, il faut que le ſupplément *Ap* de l'hypothénuſe ſoit plus petit que le ſupplément *Al* du côté *Nl* ; donc, il faut ajouter la différence, qui eſt la réduction, avec l'argument de latitude *Ap* dans le ſecond quart de cet argument, depuis 3 juſqu'à 6 ſignes ; dans le troiſieme quart de l'argument de latitude, c'eſt-à-dire, au-delà du point *N*, la réduction ſera ſouſtractive comme dans le premier ; & dans le quatrieme quart, c'eſt-à-dire, lorſque l'argument ſurpaſſera 9 ſignes, la réduction ſe retrouvera additive comme elle l'étoit depuis 3 juſqu'à 6 ſignes. La réduction à l'écliptique eſt nulle dans les *limites*, c'eſt-à-dire, à 90 deg. du nœud, comme en *M*, car l'arc *AM*, auſſi bien que l'arc *AO*, ſont exactement de 90 degrés.

807. Les époques des longitudes moyennes qui ſont dans les Tables Aſtronomiques, ſont comptées ſur l'orbite de chaque planete de la maniere ſuivante : Suppoſons que le point *C* de l'écliptique ſoit le point équinoxial d'où l'on compte les longitudes, & que l'arc *AB* de l'orbite ſoit égal à l'arc *AC* de l'écliptique, le point *B* eſt celui d'où les époques ſont comptées, en ſorte que quand la planete eſt en *P*, ſa longitude eſt l'arc *BAP*, ou la ſomme des arcs *CA* & *AP*, & ſa longitude réduite à l'écliptique eſt l'arc *CAL*.

Fig. 54.

Autre méthode pour la réduction.

808. On peut calculer la réduction à l'écliptique d'une maniere différente de l'article 806, en cherchant d'abord la plus grande réduction qui a lieu à 45 deg. du nœud ; elle eſt égale à la moitié du ſinus verſe de l'inclinaiſon réduit en ſecondes ; & on la multiplie par le ſinus du double de l'argument de latitude ; cette régle d'approximation ſera démontrée dans la Trigonométrie, (Liv. XXIII.) ; en voici ſeulement un exemple. L'inclinaiſon de Mercure eſt d'environ 7°, le ſinus verſe de 7° eſt 0,00745, & ſon logarithme

7, 87238; ſi l'on ajoute le logarithme de l'arc égal au rayon 5, 31442, on aura 3, 18680, logarithme de 23′ 38″, dont la moitié 12′ 49″ eſt la plus grande réduction à l'écliptique pour l'orbite de Mercure. Je ſuppoſe qu'on veuille avoir la réduction à 15 deg. d'argument, on multipliera cette plus grande réduction par le ſinus du double de l'argument, c'eſt-à-dire, de 30 deg. & l'on aura 6′ 24″ pour la réduction cherchée. On trouvera une Table de la plus grande réduction pour chaque planete, à l'article 979.

Longitude réduite à l'écliptique.

Lorſque la réduction à l'écliptique a été ajoutée à la longitude de la planete dans ſon orbite, ou retranchée ſuivant les cas, on a la longitude réduite à l'écliptique, & c'eſt celle que les Aſtronomes emploient ordinairement dans leurs calculs, quoiqu'il y ait des cas où l'on eſt obligé de prendre la longitude vraie d'une planete ſur ſon orbite (958). Il me paroît qu'il ſeroit en général plus commode en faiſant des liſtes d'obſervations, d'y mettre la longitude ſur l'orbite, que d'y mettre la longitude réduite à l'écliptique.

809. Quand on conſidere l'orbite d'une planete comme une circonférence tracée dans la concavité du ciel, ainſi que nous venons de le faire, on ne veut pas dire & on ne ſuppoſe pas que la planete parcoure réellement une circonférence de cercle, nous ferons voir au contraire dans le VIe. Livre, que c'eſt une ellipſe ſouvent très-allongée, (886); mais tous les points d'une orbite planétaire, vûs d'un point quelconque placé dans le centre de cette orbite, ſe rapportent dans la ſphère céleſte & dans la région des fixes, à des points qui étant tous dans le plan d'un grand cercle (782), y forment la trace d'une circonférence, à quelle diſtance que ces points puiſſent être du point où eſt l'Obſervateur.

Effets des Inclinaiſons des Orbites Planétaires par rapport à la Terre.

810. Apre's avoir conſidéré l'orbite d'une planete comme un grand cercle vû de ſon propre centre, examinons-la ſous un autre point de vûe, c'eſt-à-dire, par

rapport à la terre, pour pouvoir tenir compte des exceptions que la théorie précédente éprouve à cauſe du mouvement de la terre.

Fig. 55. Soit *S* le ſoleil (*Fig.* 55.), *TNR* l'écliptique ou l'orbite annuelle de la terre, dont le plan paſſe par le ſoleil; *APOD* une orbite planétaire dont le plan paſſe auſſi par le ſoleil, (782), mais s'incline ſur celui de l'écliptique, & le coupe ſur la commune ſection *ADN*; il faut concevoir que la partie *APOD* eſt relevée au-deſſus du plan de notre figure, & que la partie *AMD* eſt plongée au-deſſous du papier; la planete au point *A* de ſon orbite eſt dans le plan même de l'écliptique, elle eſt ſur la ligne *ADN* commune aux deux plans, & qui s'étend en *N* dans l'écliptique, auſſi bien que dans l'orbite de la planete; mais en quittant le point *A* la planete s'éleve au-deſſus de la figure que nous ſuppoſons repréſenter le plan de l'écliptique, elle s'éleve de plus en plus juſqu'à ce qu'étant arrivée au point *O*, où ſon orbite eſt la plus éloignée de l'écliptique, elle redeſcend en *D*, où elle traverſe de nouveau le plan de l'écliptique; & plongeant alors au-deſſous de l'écliptique, elle décrit la portion inférieure *DMA* qu'il faut imaginer abaiſſée de quelques degrés au-deſſous de notre plan.

Nœuds des Planetes.

Le point *A* par lequel une planete s'éleve du côté du pole ſeptentrional au nord de l'écliptique, eſt le *Nœud aſcendant* (800); le point *D* par lequel elle paſſe pour aller dans la partie méridionale *DMA* de ſon orbite, eſt le *Nœud deſcendant*; la diſtance de la planete *P* à ſon nœud aſcendant, c'eſt-à-dire, l'arc *AP* de ſon orbite, ou plutôt l'angle *ASP*, s'appelle *Argument de latitude*.

811. La partie *AOD* de l'orbite étant conçue relevée au-deſſus du plan de la figure, on imaginera une perpendiculaire *PL* abaiſſée du point *P*, où ſe trouvera la planete ſur le plan de la figure, qui eſt le plan de l'écliptique, *PL* ſera la hauteur perpendiculaire de la planete au-deſſus du plan de l'écliptique; l'angle *PSL* ſous lequel paroît, vûe du ſoleil, cette diſtance perpendiculaire de la planete à l'écliptique, eſt la *Latitude heliocentrique*, l'angle *PTL* ſous lequel paroît cette même ligne vûe de la terre *T*, eſt la

Latitude héliocentrique & géocentrique.

Latitude

Latitude géocentrique, la ligne *SP* eſt la vraie diſtance de la planete au ſoleil, ou ſon rayon vecteur ; la ligne *SL* eſt ſa *diſtance accourcie*, *diſtantia curtata*, ou la diſtance réduite à l'écliptique ; de même *PT* eſt la vraie diſtance de la planete à la terre, *LT* eſt la diſtance accourcie de la planete à la terre. La ligne *PL* étant perpendiculaire ſur le plan de l'écliptique, elle eſt néceſſairement perpendiculaire ſur toutes les lignes de ce plan, & par conſéquent ſur *TL* ; ainſi l'angle *PLT* eſt un angle droit ; il ſuffit de ſe bien repréſenter la ligne *PL* tombant à-plomb ſur la figure, & l'on verra que les triangles *PLS*, *PLT* ſont tous deux rectangles au point *L* qui eſt celui où aboutit la perpendiculaire.

Diſtance accourcie.

812. De même que l'arc *AP*, ou l'angle *ASP*, argument de latitude, eſt la diſtance de la planete à ſon nœud comptée ſur l'orbite ; ainſi l'angle *ASL* eſt la diſtance de la planete au nœud réduite au plan de l'écliptique, elle eſt plus petite que la diſtance meſurée ſur l'orbite (806), parce que la ligne *PL* qui tombe perpendiculairement ſur le plan de l'écliptique, a ſon extrémité *L* plus près de la ligne des nœuds *ASN*, que ſon ſommet *P*, ce qui rend l'angle *ASL* plus petit que l'angle *ASP* ; la différence de ces deux diſtances au nœud, l'une ſur l'écliptique & l'autre ſur l'orbite, s'appelle la *Réduction à l'écliptique* (806).

DES LONGITUDES ET LATITUDES DES PLANETES VUES DE LA TERRE.

813. Nous avons démontré que les planetes tournent autour du ſoleil (779) ; nous verrons dans le VIe. Livre la maniere de trouver les dimenſions de leurs orbites par des obſervations rapportées au ſoleil ; mais comme c'eſt ſur la terre que nous obſervons, il s'agit d'examiner dès-à-préſent ce qui réſulte de cette tranſpoſition, & ce que nous devons faire pour rapporter au ſoleil des obſervations faites ſur la terre.

814. LA PARALLAXE ANNUELLE eſt le premier phénomène que produit notre éloignement du ſoleil & du centre des mouvemens planétaires. Soit *S* le ſoleil, (*Fig.* 55. & *Fig.* 55. & 56.

Parallaxe du grand Orbe.

56.), *L* le lieu d'une planete dans l'écliptique, & *T* la terre dans ſon orbite *TNR*, l'angle *TLS* formé par la diſtance accourcie *SL*, & par la ligne *TL* menée de la terre au lieu *L* de la planete réduit à l'écliptique, s'appelle la *Parallaxe annuelle*, ou la *Parallaxe du grand Orbe*; cet angle *TLS* eſt la différence entre la longitude héliocentrique & la longitude géocentrique; car ſi l'on tire la ligne *SF* parallele à *TL*, elle marquera dans le ciel la même longitude que *TL*, (790), c'eſt-à-dire, la longitude géocentrique de la planete *L*: or, l'angle *LSF* qui eſt égal à ſon alterne *SLT*, eſt la différence entre la longitude marquée par *SF* & la longitude héliocentrique marquée par *SL*; donc l'angle *SLT*, ou la parallaxe annuelle, eſt la différence entre la longitude géocentrique & la longitude héliocentrique; c'eſt auſſi l'angle formé par les diſtances accourcies d'une planete au ſoleil & à la terre.

Sa définition.

Trouver la longitude géocentrique.

815. Lorſqu'on connoît l'orbite d'une planete par le moyen des obſervations rapportées au ſoleil, & des méthodes qui ſeront expliquées dans le VIe. Livre, on eſt en état de trouver pour un temps quelconque la longitude héliocentrique d'une planete, & ſon rayon vecteur ou ſa diſtance au centre du ſoleil; ſi dans le même tems on connoît auſſi la longitude héliocentrique de la terre (781), qui eſt toujours à 6 ſignes de celle du ſoleil, avec la diſtance du ſoleil à la terre, on aura tout ce qui eſt néceſſaire pour calculer la longitude de la planete vûe de la terre. Soit *ST* la diſtance du ſoleil à la terre, (*Fig.* 55. & 56.), *SL* la diſtance accourcie de la planete au ſoleil, l'angle *TSL* égal à la différence des longitudes de la planete *P* & de la terre *T*, vûes du ſoleil, qu'on appelle aujourd'hui *Commutation* *, la réſolution du triangle *TSL* dont on connoît deux côtés, & l'angle compris fera connoître l'angle & la terre, ou l'angle *STL* qu'on appelle *Angle d'élongation*; cette élongation étant ôtée de la longitude du ſoleil, ſi la planete eſt à l'occident ou à la droite du ſoleil, donnera la longitude géocentrique de la planete, c'eſt-à-dire, le point de l'éclip-

Fig. 55. & 56.

Commutation.

Elongation.

* Autrefois c'étoit la parallaxe qu'on appelloit *Commutation*, ce ſont en effet deux mots preſque ſynonymes, & dont l'application eſt purement de convention.

tique céleſte où répond la ligne *TL*, menée de la terre au lieu de la planete réduit à l'écliptique.

816. Pour réſoudre le triangle *SLT*, dont on connoît deux côtés & l'angle compris, on peut faire cette analogie qui ſera démontrée dans la Trigonométrie. Le plus grand côté eſt au plus petit, comme le rayon eſt à la tangente d'un angle dont on ôtera 45 deg. la tangente du reſte multipliée par la demi-ſomme des angles inconnus, (ou le demi-ſupplément de la commutation), donnera leur demi-différence; d'où l'on conclura l'angle d'élongation, qui eſt le plus petit des angles inconnus, quand il s'agit d'une planete inférieure, & le plus grand ſi c'eſt une planete ſupérieure : ainſi l'on connoît tous les angles du triangle *SLT*.

Trouver la latitude géocentrique.

817. La Latitude géocentrique, ou l'angle *PTL* ſe trouvera par le moyen de la proportion ſuivante : *Le ſinus de la commutation eſt au ſinus de l'élongation, comme la tangente de la latitude héliocentrique eſt à la tangente de la latitude géocentrique.*

Démonstration. Dans le triangle *PLS* rectangle en *L* (811), on a cette proportion *SL* : *PL* : : *R* : tang. *PSL*; dans le triangle *PLT* auſſi rectangle en *L*, on a une ſemblable proportion *TL* : *PL* : : *R* : tang. *LTP*; la premiere proportion donne cette équation *PL*. *R* = *SL* tang. *PSL*, & la ſeconde, *PL*. *R* = *TL* tang. *LTP*; donc *SL* tang. *PSL* = *TL* tang. *LTP*, d'où l'on tire cette autre proportion, *TL* : *SL* : : tang. *PSL* : tang. *LTP*; mais dans tout triangle rectiligne *TLS* les côtés ſont entre eux comme les ſinus des angles oppoſés, c'eſt-à-dire, que *TL* : *SL* : : ſin. *LST* : ſin. *LTS*, donc ſin. *LST* : ſin. *LTS* : : tang. *PSL* : tang. *LTP*. C'eſt la proportion qu'il falloit démontrer.

818. Pour faciliter le calcul du lieu géocentrique d'une planete, on peut ſuivre trois régles ſuivantes, qui ſont générales & diſpenſent le Calculateur de faire une figure, ou d'examiner la ſituation des trois points *STL*; nous en ferons uſage dans le XXIVe. Livre, en parlant du calcul des Tables.

Premiere Régle.

Pour avoir l'angle de commutation, on retranche de la longitude du ſoleil celle des planetes qui ſont plus éloignées

que la terre, c'eſt-à-dire, des planetes ſupérieures, Mars, Jupiter & Saturne, mais on retranche le lieu du ſoleil de celui de la planete, ſi c'eſt une planete inférieure.

Seconde Régle. Après la réſolution du triangle SLT (816), on ajoute la demi-différence trouvée des angles inconnus à la demi-commutation, (on a ſon ſupplément ſi elle ſurpaſſe 3ˢ), dans les planetes ſupér., mais on la retranche pour les planetes infér. & l'on a l'angle d'élongation. Dans la réſolution du triangle on ſe ſert de la tang. de la demi-commutation.

Troiſieme Régle. L'élongation ſe retranche de la longitude du ſoleil, ſi dans les planetes ſupérieures la commutation eſt plus petite que ſix ſignes, & dans les planetes inférieures ſi elle eſt plus grande : l'élongation s'ajoute à la longitude du ſoleil dans les planetes ſupérieures, ſi la commutation ſurpaſſe ſix ſignes, & dans les planetes inférieures ſi elle eſt moindre.

Les raiſonnemens que je pourrois ajouter ici pour faire ſentir la connexité & la généralité de ces trois régles, ſeroient difficiles à ſuivre, & de ſimples figures ſuffiront pour en faire voir la vérité dans les différens cas qui ſe préſenteront ; je dirai ſeulement que ces régles ſont ſuffiſamment éprouvées pour qu'on puiſſe les ſuivre, ſans prendre la peine de les examiner à chaque fois.

Trouver la diſtance à la terre. 819. Lorſqu'on a trouvé la longitude géocentrique d'une planete, on a ſouvent beſoin de connoître ſa diſtance à la terre, telle que PT (*Fig.* 55. & 56.). On commence par chercher la diſtance accourcie, (*diſtantia curtata*), ou la diſtance au ſoleil réduite à l'écliptique SL ; il ſuffit pour cela de multiplier le rayon vecteur SP, ou la vraie diſtance de la planete au ſoleil dans ſon orbite, par le coſinus de la latitude héliocentrique, ou de l'angle PSL ; en effet, la ligne PL étant perpendiculaire ſur le plan de l'écliptique (811), le triangle SLP eſt rectangle en L ; ainſi l'on a par la Trigonométrie ordinaire $R : SP ::$ ſin. SPL, ou coſ. $PSL : SL$; ainſi comme le rayon eſt toujours pris pour unité, on a $SL = SP$ coſ. PSL.

Fig. 55. & 56.

Diſtance accourcie au Soleil.

Dans le triangle STL on connoît tous les angles (816), avec le côté SL diſtance du ſoleil à la planete ; on fera donc cette proportion, ſin. $STL : SL ::$ ſin. LST : ſin. TL :

Diſtance accourcie à la Terre.

c'eſt-à-dire, *le ſinus de l'élongation eſt au ſinus de la commutation, comme la diſtance accourcie de la planete au ſoleil eſt à la diſtance accourcie de la planete à la terre*, dans le plan de l'écliptique.

Enfin, cette diſtance accourcie TL, étant diviſée par le coſinus de la latitude géocentrique LTP (817), donnera la diſtance vraie TP de la planete à la terre; par la même raiſon que la diſtance vraie étant multipliée par le coſinus de la latitude héliocentrique, donnoit la diſtance accourcie de la planete au ſoleil. Diſtance vraie.

820. Le même triangle SLT (*Fig.* 55. *&* 56.), qui a ſervi à trouver la longitude géocentrique lorſque la longitude héliocentrique étoit connue, ſervira à connoître celle-ci par le moyen de la premiere : je ſuppoſe qu'on ait obſervé le lieu d'une planete vû de la terre, & qu'on en ait ôté celui du ſoleil, on aura l'angle d'élongation STL, on calculera pour le même temps les diſtances SL & ST du ſoleil à la planete & à la terre; alors dans le triangle SLT, dont on connoîtra deux côtés, & l'angle oppoſé à l'un d'eux, on cherchera l'angle LST qui eſt l'angle de commutation, qui ajouté avec la longitude de la terre T, donnera la longitude de la planete déterminée par la ligne SL. Trouver la longitude héliocentrique. *Fig.* 55. *&* 56.

Les Aſtronomes ont coutume dans ces ſortes d'occaſions, de calculer par les Tables la *Parallaxe du grand Orbe*, ou la parallaxe annuelle, c'eſt-à-dire, l'angle SLT, qui donne la différence entre le lieu de la planete vû de la terre & le lieu vû du ſoleil; ils ſe ſervent de cette différence pour calculer la longitude héliocentrique par le moyen de la longitude géocentrique : on en verra le détail dans le XXIVe. Livre, où nous expliquerons l'uſage des Tables Aſtronomiques.

On trouve des Tables de la parallaxe de l'orbe, dans Riccioli, *Aſtronomia reformata*; dans Wing, *Aſtronomia Britannica*; dans Renerius, *Tabulæ Mediceæ*; au moyen de ces Tables, & connoiſſant le rapport des côtés SL & ST, avec l'angle compris LST, on trouve la parallaxe de l'orbe, c'eſt-à-dire, l'angle SLT; d'où il eſt aiſé Tables de la Parallaxe annuelle.

de conclure l'angle *STL* qui eſt l'angle d'élongation ; cet angle d'élongation *STL* étant ajouté à la longitude du ſoleil, quand il eſt plus occidental que la planete, ou en étant ôté quand il eſt plus oriental, donne la longitude de la planete.

Largeur du Zodiaque.

821. C'eſt la plus grande latitude géocentrique des planetes qui détermine ce qu'on appelle communément la *largeur du Zodiaque*; Vénus eſt de toutes les planetes celle qui peut avoir la plus grande latitude, à cauſe de ſa proximité à la terre, lorſque ſa conjonction inférieure arrive dans ſes limites, & qu'en même temps la terre eſt périhélie. Sa latitude en 1756 au mois d'Août, étoit de 8° 24′; en 1700 elle alloit à 8° 40′, & elle peut aller encore plus loin: ainſi la largeur du Zodiaque eſt au moins de 17° $\frac{1}{3}$ dans ce ſiécle-ci ; elle ſera un peu plus grande lorſque les *limites* de Vénus, ſon aphélie & le périhélie de la terre concourront à rendre la diſtance de Vénus à la terre encore plus petite, & ſa latitude géocentrique plus grande.

Méthode pour juger de l'éloignement des Planetes.

822. Les inégalités que le mouvement de la terre dans ſon orbite fait paroître dans le mouvement des planetes, ont ſervi à trouver leurs diſtances. Auſſi-tôt que Copernic eût reconnu avec quelle ſimplicité ſon hypothèſe expliquoit les rétrogradations des planetes, il vit bien que plus la rétrogradation ſeroit conſidérable, plus elle indiqueroit que la planete eſt près de nous, & qu'elle feroit connoître ainſi la quantité de ſa diſtance ; les rétrogradations dépendent de la parallaxe annuelle du grand orbe ; c'eſt donc celle-ci qu'il eſt utile d'obſerver lorſqu'elle eſt la plus grande ; voici la maniere dont Copernic s'y prenoit.

Copernic en 1514 obſerva la longitude de Saturne 209°, ſuppoſant *S* le centre du ſoleil (*Fig.* 57.), *L* la terre, *F* Saturne, il trouvoit par le calcul des moyens mouvemens & des équations de Saturne & de la terre, que ſi la terre eût été en *K*, Saturne auroit dû paroître à 203° 16′, qui étoit ſa longitude vûe du ſoleil, la différence de 5° 44′ étoit l'angle *KFL* que Copernic appelloit *Commutation*, & que nous appellons aujourd'hui *Parallaxe du grand Orbe* (814); l'angle *LSK* ou *LSF*, différence entre le lieu de Saturne *F*

Fig. 57.

vû du ſoleil, & le lieu de la terre *L* calculé pour le même temps, étoit de 67° 35′, c'eſt ce qu'on appelle aujourd'hui *Commutation.* Sçachant donc le rapport qu'il y avoit entre les angles *F* & *L*, on connoiſſoit par-là même celui qu'il y avoit entre les diſtances *SL* & *SF*, c'eſt-à-dire, entre la diſtance de la terre au ſoleil & celle de Saturne au ſoleil, ce rapport ſe trouvoit être celui de 1 à $9\frac{1}{6}$, c'eſt-à-dire, que Saturne étoit 9 fois plus éloigné du ſoleil *E*, que la terre *L*.

Obſerver la Parallaxe annuelle.

823. Il en eſt de même de toute autre planete; lorſqu'on a obſervé pluſieurs fois ſon oppoſition au ſoleil, ou ſa longitude dans le temps où elle eſt la même vûe de la terre ou vûe du ſoleil, comme lorſque le ſoleil *S*, la terre *K*, & la planete *F* ſont ſur une même ligne, on eſt en état de calculer exactement cette longitude trois mois après, lorſque la terre eſt à 90° de-là, ou que l'angle de commutation $FSL = 90°$; ſi l'on obſerve alors la longitude de la planete vûe de la terre, on la trouvera plus petite de pluſieurs degrés, & cette quantité ſera l'angle *SFL*, parallaxe annuelle de la planete *F*: nous verrons plus en détail dans le Livre ſuivant (882) cette partie de la théorie des planetes, nous n'en parlerons ici qu'à cauſe de ſa connexité avec le ſyſtême de Copernic.

824. Lorſqu'on connoît cet angle *SFL*, de même que l'angle *FSL* qui eſt la différence entre la longitude de la terre connue pour le même inſtant, & celle de la planete calculée précédemment, on ſuppoſe *SL* égale à l'unité, & réſolvant le triangle *SFL*, on trouve *SF* diſtance de la planete au ſoleil, ou rayon de ſon orbe: c'eſt ainſi qu'on a trouvé les nombres 4, 7, 10, 52, 95, qui expriment les diſtances des planetes au ſoleil, ou du moins leurs rapports (891), car les valeurs abſolues de ces nombres en toiſes ou en lieues, ne peuvent ſe connoître que par les méthodes dont nous parlerons dans le Livre IX. ſur la parallaxe du ſoleil (1499).

825. Nous expliquerons encore mieux dans le VIe. Livre la maniere dont on trouve les diſtances des planetes par le moyen de leurs révolutions & de leurs parallaxes

annuelles ; il nous ſuffit d'avoir fait obſerver que le ſyſtême de Copernic, une fois ſuppoſé, donne un moyen de connoître les diſtances des planetes, ou du moins leurs rapports avec celles du ſoleil, ce qu'on n'auroit pu faire dans le ſyſtême de Ptolémée. Voici comment s'exprimoit à ce ſujet M. Caſſini en 1684.

La proportion des diſtances des planetes principales à la moyenne diſtance du ſoleil à la terre, eſt déterminée dans les hypothèſes de Copernic & de Tycho, par les apparences de leur mouvement qui réſulte de la compoſition de leur mouvement propre, & de celui de la terre ſelon Copernic, ou de celui du ſoleil ſelon Tycho. Mais dans l'hypothèſe Ptolémaïque ces mêmes apparences étant attribuées à la compoſition de deux mouvemens propres de chaque planete, dont l'un ſe fait par l'excentrique, & l'autre par l'épicycle, elle ne détermine point la proportion des diſtances des diverſes planetes entre elles.

Pour avoir cette proportion dans l'hypothèſe Ptolémaïque, on ſuppoſe que la plus grande diſtance d'une planete inférieure ſoit égale à la plus petite diſtance de la planete qui eſt au-deſſus, ce qui donne pour les diſtances des proportions toutes différentes de celles des Coperniciens & des Tychoniciens. Mais ſi au lieu de cette ſuppoſition arbitraire on en prend une autre plus conforme à l'indication naturelle, que les épicycles de la ſeconde inégalité des trois planetes ſupérieures, & les excentriques des deux inférieures ſoient tous égaux au cercle annuel du ſoleil, les diſtances des planetes dans le ſyſtême de Ptolémée déterminées par cette ſuppoſition, auront les mêmes proportions entre elles que dans les ſyſtêmes de Copernic & de Tycho ; & ces trois hypothèſes ſeront équivalentes, même dans la proportion des diſtances. Sans les hypothèſes aſtronomiques, continue M. Caſſini, nous ne pouvons pas avoir les proportions des diſtances des planetes au-deſſus de la lune, parce qu'il n'y a que Mars & Vénus dont la parallaxe ſoit immédiatement perceptible, & encore avec beaucoup de peine & d'incertitude ; c'eſt pourquoi ces proportions n'ont pas plus de certitude que ces hypothèſes. Mais il n'y a pas un Aſtronome

Tous les épicycles de la ſeconde inégalité égaux.

un Aſtronome aujourd'hui qui doute de ce qui eſt commun au ſyſtême de Copernic & de Tycho, & par conſéquent auſſi à celui de Ptolémée réformé & déterminé par l'hypothèſe de l'égalité entre les épicycles des planetes ſupérieures, ou les excentriques des planetes inférieures, & le cercle annuel que le ſoleil décrit.

826. C'eſt ainſi que M. Caſſini trouvoit dans le ſyſtême de Copernic, d'ailleurs établi & démontré, de quoi ſuppléer aux incertitudes que laiſſoit le ſyſtême de Ptolémée ſur les diſtances des planetes; mais en faiſant cette addition au ſyſtême de Ptolémée, on n'y ajoute pas un degré de vraiſemblance, puiſqu'on n'a pu lui faire cette addition que par des raiſons tirées du ſyſtême de Copernic qui anéantit cette hypothèſe.

827. On voit par-là comment il eſt prouvé que les étoiles nouvelles de 1572 & de 1604 étoient placées beaucoup au-delà du ſyſtême ſolaire (527, 528); en effet, dans l'eſpace de trois mois que la terre met à aller de *K* en *L*, (*Fig.* 57.), la parallaxe annuelle *SFL* qui pour Saturne alloit à $5^{\circ}\frac{3}{4}$, & qui n'a pas été d'une minute pour ces étoiles, prouve qu'elles étoient 345 fois au moins plus éloignées de nous que Saturne. *Fig.* 57.

DES STATIONS ET RÉTROGRADATIONS DES PLANETES.

828. Nous venons enfin à ce phénomène ſi ſingulier, autrefois ſi difficile à expliquer, & dont la difficulté même a produit la découverte du ſyſtême de Copernic; il ſeroit bien inutile de nous arrêter à l'explication des Anciens qui ſurchargeoient les excentriques d'épicycles, pour repréſenter toutes les inégalités qu'ils découvroient: on va voir que ce phénomène eſt ſi naturel & ſi ſimple dans le ſyſtême de Copernic, qu'il exclut toute autre explication. Nous donnerons ſeulement une idée de l'hypothèſe des Anciens, (839).

Les planetes inférieures, Mercure & Vénus, tournent autour du ſoleil en moins de temps que la terre; dès-lors

elles doivent paroître directes dans leurs conjonctions supérieures, & rétrogrades dans leurs conjonctions inférieures. Soit *ABT* l'orbite de la terre, (*Fig.* 58.), & *PEMR* l'orbite de Vénus, ou de Mercure; lorsque la terre est en *T*, & que Vénus se trouve en *P* dans sa conjonction supérieure, c'est-à-dire, au-delà du soleil, elle paroît aller, comme elle va réellement, d'occident en orient, c'est-à-dire, vers la gauche, de *A* vers *B*; mais si la terre étant en *T*, Vénus se trouve en *M* dans sa conjonction inférieure, elle nous paroîtra aller à droite, parce qu'elle va de *M* en *R* plus vîte que la terre ne va de *T* en *C*; ainsi Vénus sera rétrograde, en apparence, dans sa conjonction inférieure; car, quoiqu'elle aille véritablement du même sens que lorsqu'elle étoit en *P*, elle va par rapport à nous en sens contraire; elle avançoit vers la gauche de *P* en *E* dans le premier cas, & dans le second elle semble retourner vers la droite de *E* en *M* contre l'ordre des signes.

Fig. 58.

Vénus rétrograde dans ses conjonctions inférieures.

Vénus stationaire.

829. Entre le mouvement direct & le mouvement rétrograde il y a nécessairement un instant de repos, un temps où la planete paroît *stationaire*; elle cesse alors d'être directe, elle est prête à être rétrograde; mais elle n'est ni l'un ni l'autre, elle est dans le point de réunion où se touchent les arcs de direction & de rétrogradation; & c'est ce point qu'il faut déterminer.

Si la terre étoit fixe en *T*, Vénus nous paroîtroit stationaire lorsqu'elle seroit sur la tangente *TE* menée de la terre à l'orbite de la planete; car il y a dans ce point *E* un petit arc de l'orbite qui se réunit & se confond avec la tangente *TE*, & tandis que la planete parcourt ce petit arc de son orbite, elle est pour nous sur la même ligne, sur le même rayon, & répond au même point du ciel, si l'on suppose la terre fixe en *T*.

830. Dans l'état actuel des choses la terre ayant un mouvement de *T* en *C*, cela suffit pour que la planete paroisse en avoir un en sens contraire & vers la gauche, quoiqu'elle soit sur la tangente *TE*; mais quelque temps après il arrivera que le mouvement *ED* (*Fig.* 59.) de la planete, & le mouvement *GF* de la terre pendant le même temps,

Fig. 59.

ſeront tels que les rayons viſuels *GE*, *FD* ſeront paralleles entre eux, alors la planete nous paroîtra pendant tout ce temps-là répondre au même point de l'écliptique, elle nous paroîtra ſtationaire; car on a vû (790) que toutes les lignes droites paralleles tirées de notre œil dans le ciel, ſont pour nous comme une ſeule & même ligne dirigée à une même longitude, ou à un même lieu du ciel.

Il s'agit ſur-tout du point de ſtation.

Pour déterminer la quantité de la direction & de la rétrogradation des planetes, il s'agit principalement de connoître le point & le moment où elles ſont ſtationaires; ce problême eſt difficile, parce qu'il dépend des inégalités de la planete & de la terre; en ſuppoſant les orbites concentriques & circulaires, nous y parviendrons facilement au moyen des propoſitions ſuivantes; mais ſi l'on vouloit y avoir égard à l'excentricité de la planete & à celle de la terre, on tomberoit dans une complication de calculs, trop longue pour une queſtion d'ailleurs peu intéreſſante.

831. *Au moment où une planete nous paroît ſtationaire, les changemens horaires des angles à la planete & à la terre ſont en raiſon inverſe des temps périodiques, les orbites étant ſuppoſées concentriques.*

Fig. 59.

DÉMONSTRATION. Je ſuppoſe que la planete a été de *E* en *D*, (*Fig.* 59.), tandis que la terre a été de *G* en *F*, l'angle *ESD* étant le mouvement horaire de la planete, & l'angle *GSF* celui de la terre; ces mouvemens ſimultanés ſont en raiſon inverſe des temps périodiques de la planete & de la terre, puiſque le mouvement eſt d'autant plus conſidérable, que la planete emploie moins de temps à faire ſa révolution: l'angle à la terre *SFD* dans le ſecond inſtant eſt égal à l'angle *SGE* du premier inſtant moins l'angle *FSG* du mouvement horaire de la terre, car l'angle *SHD* eſt égal à l'angle *SGE*, & l'angle *SHD* eſt égal à la ſomme des angles internes *SFH* & *FSH*; donc l'angle à la terre *F* dans le ſecond inſtant eſt égal à l'angle à la terre *G* du premier inſtant moins le mouvement horaire de la terre; de même le ſecond angle à la planete *SDF* eſt égal au premier angle à la planete *SEG* plus le mouvement horaire *ESD* de la planete; car l'angle externe *SKG* eſt égal aux

deux internes *ESK*, & *SLD* qui eſt le même que *SEK*. Ainſi le changement horaire de l'angle à la planete *E*, c'eſt-à-dire, de la parallaxe annuelle, eſt au changement horaire de l'angle à la terre *G*, ou de l'angle d'élongation, comme le mouvement horaire héliocentrique *ESD* de la planete eſt au mouvement horaire *FSG* de la terre, ou comme le temps périodique de la terre eſt au temps périodique de la planete. *C. Q. F. D.*

832. *Au moment où une planete eſt ſtationaire, le coſinus de l'élongation eſt au coſinus de la parallaxe, comme le temps periodique de la terre multiplié par la diſtance de la planete au ſoleil, eſt au temps periodique de la planete multiplié par la diſtance de la terre.*

Démonstration. On verra dans la Trigonométrie que ſi deux angles ont leurs ſinus dans un rapport conſtant, leurs coſinus ſeront entre eux en raiſon compoſée de la directe des ſinus, & de la raiſon inverſe des changemens horaires des deux angles; or dans le triangle *SEG*, (*Fig.* 59.), les orbes étant concentriques, les ſinus des angles *G* & *E* ſont entre eux dans le rapport conſtant des diſtances *SE* & *SG* de la planete & de la terre au centre du ſoleil; donc leurs coſinus ſeront entre eux en raiſon compoſée des ſinus des angles *G* & *E*, ou des diſtances *SE* & *SG* de la planete & de la terre au ſoleil, & des changemens horaires de *E* & de *G*, c'eſt-à-dire, des temps périodiques de la terre *G* & de la planete *E* (831); donc ces coſinus ſont comme le temps périodique de la terre multiplié par la diſtance de la planete au ſoleil, eſt au temps périodique de la planete multiplié par la diſtance de la terre.

Fig. 59.

Trouver le point ſtationaire.

833. Construction. Pour trouver le point où doit arriver la ſtation d'une planete inférieure, on fera cette proportion; la durée de l'année eſt à celle de la période d'une planete, comme la diſtance *SR* de la planete (*Fig.* 60.) eſt à une quatrieme proportionnelle *SM*; ſur la partie reſtante *MI* on décrira un demi-cercle *MNI*, & il coupera l'orbite *IN* de la planete en un point *N* qui ſera celui de la ſtation; c'eſt-à-dire, que l'angle *SIN* ſera l'élongation de la planete au moment où elle ceſſera d'être rétrograde pour devenir directe.

Fig. 60.

DÉMONSTRATION. Ayant tiré les droites *SN* & *FN*, on prolongera *FN*, & l'on tirera *SO* parallele à *MN*, on aura par la Trigonométrie ordinaire *FS* : *FO* : : *R* : cof. *F* & *NO* : *SN* : : cof. *N* : *R* ; multipliant ces deux proportions terme à terme, on aura *FS*. *NO* : *FO*. *SN* : : cof. *N* : cof. *F*; mais *NO* : *FO* : : *SM* : *SF*, ou comme la période de la planete eſt à celle de la terre ; donc cof. *N* eſt à cof. *F*, comme la diſtance de la terre multipliée par la période de la planete, eſt à la diſtance de la planete multipliée par la période de la terre ; donc c'eſt le cas où la planete doit paroître ſtationaire, ſuivant la démonſtration de l'art. 832.

834. La conſtruction que nous venons de donner pour trouver le point ſtationaire (833), ſuppoſe les orbes concentriques, mais ſi l'on faiſoit entrer dans le calcul les diverſes diſtances au ſoleil de la planete & de la terre & leurs différentes vîteſſes, on ne trouveroit plus de méthode pour réſoudre généralement & exactement ce problême ; pour en venir à bout plus aiſément dans ce cas-là, on ſuppoſe connue la poſition de la planete dans ſon orbite pour un tems donné, & l'on *cherche la poſition que la terre devroit avoir dans la ſienne, pour que la planete parût ſtationaire dans le point donné de l'orbite de la planete.* M. Halley en a donné la ſolution ; M. Mayer, (J. C. Mayer, plus ancien que Tobie Mayer, dont j'ai parlé *pag.* 146 & ailleurs), en a donné une autre dans le ſecond Volume des Mémoires de Péterſbourg : on peut conſulter auſſi les Inſtitutions Aſtronomiques de M. le Monnier, *pag.* 588, & un Mémoire de M. Goudin, (chez *Deſaint* & *Saillant*, 1761) : mais ces ſolutions ſont beaucoup moins commodes que les calculs indirects, & les fauſſes poſitions dont on pourroit ſe ſervir en employant les lieux des planetes pris dans les Ephémérides, ou dans les Tables Aſtronomiques : au reſte, les Aſtronomes ne ſont jamais dans le cas de chercher les temps des *ſtations* des planetes, & l'on n'en fait aucun uſage dans la pratique, ce qui nous diſpenſera de rapporter les ſolutions de ce problême.

Si les durées des révolutions des planetes étoient proportionnelles à leurs diſtances, & qu'une planete cinq fois

plus éloignée du ſoleil que la terre, n'employât que cinq fois plus de temps à tourner autour du ſoleil, les points *M* & *R* (*Fig.* 60.) ſe confondroient, & les planetes ſeroient ſtationaires dans le tems de leur conjonction inférieure, ou de leur oppoſition au ſoleil ; mais ſuivant la fameuſe loi de Kepler, qui ſera expliquée dans le Livre ſuivant (892), le rapport des temps périodiques eſt toujours plus grand que celui des diſtances, une planete cinq fois plus éloignée du ſoleil, emploie à faire ſa révolution douze fois plus de temps ou environ ; ainſi le point *M* tombera toujours au-dedans du cercle intérieur *RN*, & le point *N* de la ſtation ſera toujours différent du point *R*, qui eſt celui de la ſizigie.

Fig. 60.

Station des Planetes ſupérieures.

835. Les planetes ſupérieures ſont par rapport à la terre, comme la terre par rapport aux planetes inférieures, dont nous avons parlé juſqu'ici ; quand la terre paroît ſtationaire pour une des trois planetes, Mars, Jupiter ou Saturne, cette planete eſt ſtationaire pour nous, puiſque les rayons viſuels *EG*, *DF* (*Fig.* 59.), ſont communs aux deux planetes, ou aux deux Obſervateurs qui ſont ſuppoſés ſe conſidérer réciproquement. Ainſi le *point ſtationaire* ſe détermine par une même conſtruction pour les planetes ſupérieures, en ſuppoſant que *EN* (*Fig.* 60.), eſt l'orbite de la terre, & *GF* celle de la planete ſupérieure.

Fig. 59.

Fig. 60.

Lorſque la terre vûe du centre de Jupiter, paroît en conjonction inférieure avec le ſoleil, & qu'elle eſt rétrograde (828), Jupiter eſt pour nous en oppoſition, & ne peut manquer de paroître auſſi rétrograde ; en effet, une planete eſt directe pour nous lorſque notre mouvement conſpire avec le ſien pour la faire paroître aller du même ſens où elle va réellement ; elle paroît rétrograde quand ces mouvemens ſe contrarient, de maniere que la planete paroiſſe aller dans un autre ſens que celui où elle va : or, quand la planete inférieure *M* allant de *M* en *R* (*Fig.* 58.), paroît rétrograde, la terre *T* qui va auſſi de *T* en *C*, mais plus lentement, reſte en arriere par rapport à la planete *M*, & dès lors elle lui paroît retourner ſur ſes pas, au lieu d'aller par un mouvement direct ; c'eſt ainſi que la planete

Fig. 58.

ſupérieure *T* paroît à la planete inférieure *M* être rétrograde dans ſes oppoſitions, c'eſt-à-dire, quand la planete ſupérieure eſt à l'oppoſite du ſoleil *S*.

Les Planetes ſupérieures rétrogrades en oppoſition.

Suppoſons que le cercle *Tt*R (*Fig.* 61.) repréſente l'orbite de la terre, & *MmP* celle de Mars, dont le rayon a ſeulement une moitié de plus que celui de la terre, tandis que le mouvement horaire *Tt* de la terre eſt preſque double du mouvement *Mm* de Mars, pris angulairement en minutes & ſecondes, & vû du ſoleil *S*. Ayant tiré une ligne *tn* parallele à *TM*, on voit qu'il faudroit que Mars eût décrit l'arc *Mn* pour paroître ſtationaire, pendant que la terre a décrit *Tt*, & qu'il en eût décrit davantage pour paroître avoir avancé à gauche ou vers l'orient, comme il avance réellement ; mais comme ſon mouvement *Mm* eſt évidemment plus petit que *Mn*, il reſtera en arriere, & la terre arrivée en *t*, au lieu de voir Mars à la gauche ou à l'orient de la ligne, le verra à la droite ou à l'occident ; ainſi Mars nous paroîtra avoir rétrogradé ; & il en eſt de même de toutes les planetes ſupérieures lorſqu'elles ſont en oppoſition. *Fig.* 61.

Mais lorſque le mouvement de la terre ſera devenu aſſez oblique pour que le mouvement *Rr* de la terre & le mouvement *Pp* de Mars, quoiqu'inégaux, ſoient compris entre les paralleles *PR* & *pr*, alors Mars paroîtra ſtationaire (790), & quand l'arc *Vu* deviendra encore plus oblique, l'arc *Xx* de l'orbite reparoîtra dans ſa direction naturelle, le rayon *xu* étant, comme on le voit, dirigé vers un point du ciel plus oriental & plus éloigné vers la gauche que le rayon *VX* ; ainſi Mars ſe retrouve direct, & ſon mouvement n'eſt plus alors détruit par celui de la terre.

Comme les inégalités des planetes & de la terre rendent fort inégales les durées des rétrogradations, ou les intervalles de temps entre une ſtation & la ſuivante, l'on ne peut le ſçavoir exactement qu'en conſultant les Ephémérides où les longitudes des planetes ſont calculées de jour en jour : voici ſeulement les durées moyennes des rétrogradations ſelon Ptolémée (*Liv. XII.*), rapportées par le P. Riccioli, (*Almag. T. I. pag.* 647.).

Durée des Rétrogradations à chaque révolution ſynodique.

Mercure,	21^{j}	0^{h} ou	22^{j}	12^{h}
Vénus,	40	16	43	0
Mars,	64	12	80	0
Jupiter,	118	0	122	12
Saturne,	136	0	140	16

Ces rétrogradations ont lieu, auſſi bien que le mouvement direct & les deux ſtations, à chaque révolution ſynodique, c'eſt-à-dire, dans l'intervalle qu'il y a entre une conjonction de la planete au ſoleil & la conjonction ſuivante ; ce n'eſt pas à la durée de la révolution proprement dite, & au mouvement de la planete, que ces inégalités ſont attachées, c'eſt à la différence des mouvemens de la planete & de la terre, c'eſt à ſes retours au ſoleil, ou à la ligne *SMRF*, (*Fig.* 60.), qui eſt la ligne des ſizigies. *Fig.* 60.

Si de la durée de la révolution ſynodique moyenne d'une planete (836), on ôte la durée de ſa rétrogradation tirée de la Table précédente, on aura le temps où elle paroît directe ; car le temps de ſa ſtation eſt fort court, ce n'eſt, pour ainſi dire, que l'inſtant où le mouvement direct ayant diminué de plus en plus, eſt enfin nul, avant de devenir rétrograde.

Hypothèſe des Anciens.

836. Pour que le Lecteur puiſſe comparer la ſimplicité du ſyſtême de Copernic avec l'abſurde complication du ſyſtême de Ptolémée, nous allons rapporter l'explication de la ſeconde inégalité des planetes, ou de la parallaxe du grand orbe ſelon Ptolémée, au moyen de l'épicycle porté ſur un excentrique. Soit *A* (*Fig.* 62.); le centre de la terre qui eſt auſſi le centre du monde, *D* le centre de l'*excentrique*, ou de l'orbite de la planete *FKMLF*, on l'appelle auſſi *Déférent*, en Latin *deferens*, parce qu'il porte le centre de l'épicycle. Du point *F* qui eſt l'apogée, on décrit l'épicycle *GQ*. *Fig.* 62.

On prend au-deſſus du centre *D* une quantité *DE* égale à l'excentricité *AD*, & du point *E* on décrit un cercle *RKOLR* de même grandeur que l'excentrique, & on l'appelle

on l'appelle *Equant*, parce que le centre *F* de l'épicycle qui ſe meut ſur le déférent *FKLM*, a cependant un mouvement égal autour du centre *E* de l'équant *RKO*; car l'épicycle parcourt ſon déférent avec un mouvement inégal, & cette inégalité doit être telle qu'elle diſparoiſſe par rapport au centre *E* de l'équant; & que les angles tels que *FEI*, formés par la ligne des abſides & par la ligne menée au centre de l'épicycle, ſoient toujours égaux en temps égaux; en conſéquence, Ptolémée appelle ce centre *E* point d'égalité; l'*anomalie vraie de l'excentrique* eſt l'angle *BAI* qui marque la vraie diſtance du centre de l'épicycle à la ligne des abſides; l'anomalie moyenne de l'excentrique, qui dans les Tables Alphonſines eſt appellée *Centrum medium*, eſt le mouvement qu'auroit eu le centre de l'épicycle s'il s'étoit avancé uniformément le long du déférent; c'eſt auſſi l'angle *REI* formé au centre de l'équant, puiſque cet angle croît uniformément.

Chaque planete étant en conjonction avec le lieu moyen du ſoleil, eſt ſuppoſée partir du ſommet, ou de l'apogée de ſon épicycle, par exemple, du point *G*, elle eſt ſuppoſée employer à parcourir cet épicycle tout le temps qui s'obſerve entre une conjonction moyenne & la ſuivante; Saturne, un an & 13 jours; Jupiter, un an & 34 jours; Mars, 2 ans & 59 jours; Vénus, un an & 219 jours; Mercure, 116 jours; tandis que les épicycles eux-mêmes parcourent le déférent, chacun pendant la durée de la révolution de chaque planete (120). A l'égard de la grandeur des épicycles, elle étoit arbitraire; on a vû ci-deſſus (825), comment les Anciens la ſuppoſoient, & comment M. Caſſini obſerve qu'ils auroient dû le faire.

Révolutions ſynodiques des Planetes.

Je ne parlerai pas des exceptions que ces régles éprouvoient, des ſuppoſitions qu'il falloit y ajouter pour expliquer le mouvement des abſides; on trouveroit tout cela ſi l'on en étoit curieux, dans le premier Tome de l'Almageſte du P. Riccioli, expliqué avec un détail immenſe & une extrême exactitude.

Copernic qui aimoit mieux les cercles concentriques que les excentriques, ſe ſervoit d'un premier épicycle pour la

premiere inégalité, & en faiſant tourner le centre d'un ſecond épicycle ſur la circonférence du premier, il auroit pû exprimer la ſeconde inégalité ; mais on a vû avec quel ſuccès il avoit rejetté celle-ci ſur le mouvement de la terre.

Des Phaſes de Vénus & de Mercure, & de leurs plus grandes digreſſions.

837. Galilée regarda autrefois la découverte des phaſes de Vénus comme une des preuves les plus ſatisfaiſantes qu'on pût donner du ſyſtême de Copernic, c'eſt pourquoi j'ai cru devoir en parler à la ſuite de ce ſyſtême.

Il eſt évident que ſi les planetes inférieures, Mercure & Vénus, tournent autour du ſoleil, elles doivent avoir des phaſes auſſi bien que la lune, & paroître preſque toujours ou entamées, ou en croiſſant, ainſi que la lune, avant & après les ſizigies : la grande lumiere de Mercure & de Vénus empêchoit autrefois qu'on ne pût l'appercevoir ; la découverte des lunettes d'approche qui écartent les rayons étrangers, & rendent les objets plus terminés, fit voir à Galilée les phaſes de Vénus ; en 1610 Kepler s'en ſervit auſſi bien que Galilée, pour prouver que Vénus tournoit autour du ſoleil, (*Epit. p.* 536.) : Marius obſerva auſſi les mêmes phaſes dans Mercure, (Ricc. *Almag. I. pag.* 484.), & pluſieurs autres après lui.

Galilée obſerve les phaſes de Vénus.

Lorſque Vénus, après ſa conjonction inférieure, brille le matin ſous le nom de *Phoſphore**, ou le ſoir ſous celui d'*Heſper*, on la voit même, avec les lunettes qui n'ont que deux pieds, en forme de croiſſant dont les cornes ſont toujours oppoſées au ſoleil. Après avoir paſſé ſa plus grande digreſſion, elle tend à ſa conjonction ſupérieure, & comme elle va alors par-delà le ſoleil, nous voyons plus de la moitié de ſon diſque, elle paroît alors comme la lune en approchant de ſon plein : lorſque Vénus eſt dans la partie ſupérieure de ſon orbite, elle doit nous paroître pleine & ronde, mais il eſt difficile de l'appercevoir alors, à cauſe de ſon éloignement & de la trop grande lumiere du ſoleil, près

* Φὼς, *Lumen*, φέρω, *porto.*

duquel elle eſt ſituée ; cependant M. de la Hire a obſervé Vénus dans ſa conjonction ſupérieure.

C'eſt dans les plus grandes digreſſions de Vénus & de Mercure au ſoleil, que ces planetes ſont les plus dégagées des rayons de cet aſtre, & qu'on a le plus de facilité pour les obſerver, parce qu'on les voit alors aſſez éloignées du ſoleil, pour qu'elles ſoient ſur l'horiſon long-temps après ſon coucher, ou avant ſon lever. Les plus grandes digreſſions, ou diſtances apparentes de Vénus au ſoleil, vont de 44° 25′ à 47° 35′, ſuivant les différentes poſitions de la terre ; & celles de Mercure ſont entre 16° 8′ & 28° 37′, (Ptolémée, *Almag. XII. p. 9.*) : ſuivant Kepler, les plus grandes digreſſions de Vénus ſont entre 45° 00′ & 47° 48′ ; celles de Mercure entre 17° 33′ & 28° 31′ ; la différence entre ces plus grandes digreſſions de Mercure en différens temps, vient de la grande inégalité de ſes diſtances au ſoleil, qu'on verra dans le Livre ſuivant, lorſqu'il ſera queſtion de ſon excentricité (891), cette excentricité étant les $\frac{2}{39}$ de ſa diſtance moyenne au ſoleil, les diſtances aphélie & perihélie doivent être fort inégales.

Des plus grandes digreſſions de Vénus & de Mercure.

838. Il y a des temps où Vénus eſt ſi brillante qu'on la voit en plein jour à la vûe ſimple ; j'en ai été témoin en 1750, & tout Paris étoit alors dans l'étonnement : je trouve que la même choſe arriva vers le 10 Juillet 1716, le peuple de Londres regardoit cela comme un prodige, au rapport de M. Halley ; ce fut à cette occaſion que ce grand Aſtronome donna dans les Tranſactions Philoſophiques, n°. 349, la ſolution de ce problême : *Trouver la ſituation de Vénus par rapport à la terre, où la lumiere qu'elle nous renvoie eſt la plus grande.* Ce n'eſt pas dans ſes plus grandes digreſſions, quoiqu'elle ſoit alors la plus dégagée des rayons du ſoleil, parce que Vénus eſt trop éloignée de la terre, c'eſt lorſque Vénus eſt environ à 39° $\frac{1}{2}$ du ſoleil, vers la moitié du temps qu'il y a entre les conjonctions inférieures & les plus grandes élongations, Vénus ayant environ le quart de ſon diſque illuminé, de même que la lune cinq jours après ſa conjonction ; Vénus paſſe alors au méridien 2^h 38′ avant ou après le ſoleil.

Vénus viſible de jour & à la vûe ſimple.

Pour ſuivre la ſolution de M. Halley, appellons m la diſ-
Fig. 63. tance ST du ſoleil à la terre, (*Fig.* 63.), n la diſtance SE ou SV de Vénus au ſoleil, x la diſtance TV de la terre au ſoleil que nous cherchons. Pour connoître la poſition de Vénus au temps de ſon plus grand éclat, ou la diſtance TV, M. Halley ſuppoſe comme une propriété de tous les triangles rectilignes, que $4nx$ eſt à $(n+x)^2-m^2$, comme le diametre eſt au ſinus verſe de l'angle extérieur formé en V, ou que $4SV.TV:(SV+TV)^2-ST^2::2R:$ ſin. verſe V, &c.

Ce théorème, dit-il, qui peut être d'un grand uſage, ſe peut aiſément démontrer par la 12e & 13e propoſition du IIe. Livre d'Euclide; mais on verra dans le VIIe. Livre, à l'occaſion des phaſes de la lune, (1087) que la partie éclairée & viſible du diſque d'une planete eſt au diſque entier, comme le diametre d'un cercle eſt au ſinus verſe de l'angle V à la planete; donc auſſi $4nx$ eſt à $(n+x)^2-m^2$, comme la ſurface entiere eſt à la partie viſible & éclairée. La ſurface totale apparente de Vénus eſt néceſſairement en raiſon inverſe du quarré de ſa diſtance, ou comme $\frac{1}{x^2}$, puiſque les diametres ſont en raiſon inverſe de la diſtance, & que les ſurfaces ſont comme les quarrés des diametres: donc $4nx:(n+x)^2-m^2::\frac{1}{x^2}:$ partie éclairée; donc cette partie ſera proportionnelle à $\frac{nn+2nx+xx-mm}{4nx^3}$.

Dans le cas où la lumiere de Vénus ſera la plus grande, la différentielle de l'expreſſion précédente ſera égale à zéro, ſuivant les principes du Calcul différentiel qui ſeront expliqués dans le XXIe. Livre, c'eſt-à-dire, qu'on aura $\frac{(2ndx+2xdx)4nx^3-12nx^2dx(nn+2nx+xx-mm)}{16n^2x^6}=0$: l'on en conclut, en multipliant par $16n^2x^6$, & diviſant par $4nx^2dx$, que $2nx+2xx=3nn+6nx+3xx-3mm$, & $x=\sqrt{3mm+nn}-2n$; d'où M. Halley tire la conſtruction ſuivante:

Fig. 63. Du centre S (*Fig.* 63.), & du rayon $ST=m$, décrivez le demi-cercle TDA, & avec le rayon $SE=n$ le demi-

cercle EVB ; le premier repréſentera l'orbite de la terre ; le ſecond, l'orbite de Vénus ; prenez la corde $AD = ST$, prenez $DF = SE$, joignez la ligne TF, & prenez $FG = BE = 2n$; du centre T avec le rayon TG, décrivez un arc GV qui coupera en V l'orbite de Vénus au point cherché ; alors TV ſera égale à x, & l'angle VTS égal à l'élongation de Vénus dans le temps où ſa partie éclairée nous paroît la plus grande.

De-là il eſt aiſé de conclure que ſi Vénus & la terre ſont alors à leurs diſtances moyennes du ſoleil, la diſtance de Vénus à la terre ſera $\frac{43}{100}$ de celle du ſoleil ; ainſi le diametre de Vénus qui nous paroiſſoit de $58''$, lorſque cette planete étoit ſur le ſoleil, ne ſera que d'environ $39''$, & la partie éclairée de $10''$ ſeulement : ces $10''$ ne laiſſent pas de répandre une lumiere plus grande que toutes les étoiles fixes, & aſſez conſidérable pour rendre des ombres très-ſenſibles.

Il y a auſſi des poſitions plus ou moins favorables à ce grand éclat de Vénus, qui dépendent des diſtances de Vénus & de la terre par rapport au ſoleil ; comme il eſt aiſé de conclure de l'expreſſion que nous avons donnée pour la partie éclairée du diſque de Vénus. Si Vénus eſt périhélie, & la terre aphélie, Vénus ſera plus éloignée de nous ; ſon élongation ne ſera que de $39^\circ\ 6'$ au temps de ſa plus grande lumiere, au lieu de $39^\circ\ 43'$ que l'on trouve pour le cas des diſtances moyennes de Vénus & de la terre, & ſa lumiere pour lors ſera plus petite d'un dixieme. C'eſt le contraire ſi Vénus eſt aphélie & la terre périhélie ; ſon élongation ſera de $40^\circ\ 22'$, & ſa lumiere $\frac{113}{100}$ de celle qui avoit lieu dans les diſtances moyennes. Voyez la Table que j'en ai donnée dans mon *Expoſition du Calcul Aſtron. p.* 64.

Il y auroit peut-être encore une circonſtance à faire entrer dans le calcul, ce ſeroit l'élongation même que l'on cherche, qui donne plus de facilité pour voir une planete, à raiſon de ce qu'elle eſt plus dégagée des rayons ſolaires qui abſorbent & éteignent la lumiere des planetes ; mais il me ſuffit d'avoir rapporté la méthode de M. Halley, & les temps où l'obſervation prouve que Vénus eſt viſible de jour, même à la vûe ſimple : ce qui doit arriver de même, au moins

tous les 8 ans, puiſque Vénus revient alors à pareille ſituation par rapport à la terre (839).

Du retour des Planetes à mêmes ſituations par rapport à la Terre.

839. La ſituation apparente d'une planete vûe de la terre, dépend non-ſeulement du lieu où elle ſe trouve, mais encore de celui de la terre, puiſqu'en vertu de la parallaxe annuelle une planete ſituée en un ſeul & même lieu, peut paroître plus orientale, ſi la terre eſt plus occidentale; elle peut même paroître dans un lieu totalement oppoſé. Ainſi pour qu'une planete ſoit pour nous à la même longitude où elle s'eſt trouvée une fois, il faut que cette planete & la terre ſoient revenues l'une & l'autre au même point de leur orbite, c'eſt-à-dire, à la même longitude & à la même diſtance du ſoleil; alors la longitude & la latitude, vûes de la terre, auſſi bien que le paſſage au méridien, le lever & le coucher de la planete ſe retrouvent les mêmes qu'auparavant, & recommencent dans le même ordre.

S'il étoit facile de trouver pour les planetes de ſemblables périodes, le travail de ceux qui calculent les Ephémérides & la connoiſſance des Mouvemens céleſtes, ſeroit fort diminué à cet égard; mais ces périodes ſont ou fort longues, ou fort imparfaites; en voici un eſſai.

Pour connoître le temps après lequel la terre & une autre planete ſeront revenues au même point du ciel, il faut trouver dans les Tables de leurs moyens mouvemens une ſomme d'années, qui faſſe auſſi pour la planete une ſomme de révolutions, à peu de choſes près.

Mercure. Mercure dans l'eſpace de 13 ans & 3 jours, fait le nombre complet de 54 révolutions, & ſeulement 2° 55′ de plus; la terre fait de ſon côté 13 révolutions & 2° 49′ de plus; enſorte qu'après 13 ans & 3 jours Mercure doit ſe retrouver preſque à la même place par rapport à la terre: ce ſera ſeulement 13 ans & 2 jours, s'il ſe trouve 4 biſſextiles dans les 13 années; ainſi le 1r Janvier 1748 & le 3 Janvier 1761, Mercure a dû paſſer au méridien à la même

heure ; (10^h 21′ du matin), & le calcul qui en eſt extrémement long, ſe trouve par-là vérifié. Les périodes de 79 & de 533 ans pourroient auſſi s'employer au même uſage, ſi elles n'étoient d'une trop grande longueur.

Vénus. VÉNUS après un eſpace de 8 ans, ſe trouve à 1° 32′ ſeulement du lieu où elle étoit, & la terre ſe trouve au même point, en ſorte que la ſituation apparente de Vénus approche beaucoup d'être la même, c'eſt pourquoi j'ai dit ci-deſſus que ſon plus grand éclat devoit revenir tous les 8 ans.

Mars. MARS en 15 ans & 18 jours ſe trouve avoir fait 11^s 11°26′, & la terre 11^s 11° 38′, ainſi ſa ſituation apparente eſt à peu-près pareille. En 79 ans moins 3 jours, Mars fait 11^s 28° 35′, & la terre 11^s 28° 17′ ; ainſi cet eſpace de temps les ramene encore à peu-près à la même ſituation.

Jupiter. JUPITER en 83 ans eſt plus avancé de 7′ ſeulement, & la terre moins avancée de 6′, en ſorte que cette période eſt une des plus exactes qu'on puiſſe avoir en un nombre complet d'années. Celle de 12 ans & 5 jours approche encore beaucoup de cette exactitude.

Saturne. SATURNE en 59 ans & 2 jours change de 1° 54′, & la terre de 1° 41′ ; par ce moyen Saturne & la terre ſe retrouvent à la même anomalie, à la même diſtance du ſoleil, & à la même diſtance entre eux, tout cela à quelques minutes près ; cette période eſt fort propre à faire retrouver preſque ſans calcul les poſitions de Saturne.

Le 29 Septembre 1702 Saturne étoit en oppoſition à 8^h du ſoir avec 0^s 6° de longitude, comme on le verra dans les obſervations rapportées à la fin du VIe. Livre ; le 31 Septembre 1761 il s'eſt retrouvé en oppoſition ayant 1° 56′ de longitude, de plus qu'en 1702, & ſeulement 2′ de plus en latitude. La différence des latitudes n'eſt pas plus grande, ſi nous prenons pour exemple des oppoſitions arrivées aux environs des nœuds ; par exemple, celles du 15 Juillet 1696 avec celle du 18 Juillet 1755 ; car dans celle-ci la latitude eſt ſeulement de deux minutes & demie plus grande qu'en 1696. On remarquera ſeulement dans cette derniere comparaiſon que l'intervalle eſt 59 ans 3 jours, parce que l'année 1700 a été plus courte qu'à l'ordinaire, à cauſe du

retranchement d'une biſſextile dans certaines années ſéculaires, dont on verra la cauſe dans le Calendrier, Liv. VIII. art. 1297.

Pour ce qui concerne les retours de Mercure & de Vénus à leurs conjonctions & à leurs nœuds, nous en parlerons dans le XIe. Livre à l'occaſion de leurs paſſages ſur le ſoleil.

LIVRE SIXIEME.

DES LOIX DU MOUVEMENT des ſix Planetes principales vûes du Soleil, & de leurs élémens; c'eſt-à-dire, de la figure & de la ſituation de leurs orbites.

840. PUISQUE les planetes tournent autour du ſoleil (753), c'eſt au centre du ſoleil qu'un Obſervateur doit s'imaginer être placé pour voir les mouvemens les plus uniformes, pour en connoître les circonſtances & les meſures; c'eſt pour cela que M. de la Caille en commençant ſes leçons élémentaires d'Aſtronomie, ſuppoſe d'abord que ſon Obſervateur ſoit placé préciſément au centre du ſoleil, pour conſidérer de-là le mouvement régulier des planetes & des cometes parmi les étoiles toujours fixes & immobiles; il paſſe auſſi-tôt à la recherche des loix des mouvemens planétaires, & d'une hypothèſe phyſique propre à les expliquer: pour moi j'ai mieux aimé conſidérer l'Aſtronomie dans ſes premiers élémens, ſuivre les progrès lents & ſucceſſifs de ceux qui l'ont perfectionnée, & ne parler des planetes vûes du ſoleil, qu'après avoir démontré que c'eſt de-là qu'on peut les voir.

841. Pour déterminer les mouvemens vûs du ſoleil, il falloit un moyen d'avoir la longitude d'une planete, telle qu'on l'obſerveroit vûe du ſoleil; c'eſt ce qu'on a trouvé dans les *oppoſitions* des planetes ſupérieures, Mars, Jupiter & Saturne, & dans les *conjonctions inférieures* de Vénus & de Mercure; en effet, quand une planete eſt oppoſée au ſoleil, le lieu de l'écliptique où elle répond, eſt ſur une même ligne droite avec le ſoleil & la terre; ainſi le lieu de la planete vû du ſoleil, ou vû de la terre, eſt abſolument le même: ſi la terre eſt en *N* (*Fig.* 56.), & la planete en *A* oppoſée au ſoleil, le point du ciel où aboutit *Fig.* 56.

Utilité des oppoſitions & des conjonctions.

la ligne *SNA*, marque le lieu héliocentrique, auſſi bien que le lieu géocentrique de la planete *A*.

842. Auſſi les Aſtronomes ont-ils ſoin d'obſerver aſſiduement les oppoſitions des planetes, comme les circonſtances les plus eſſentielles de leurs mouvemens, parce qu'alors l'obſervation faite ſur la terre, tient lieu d'une obſervation faite dans le ſoleil, & ſert à reconnoître l'orbite que la planete décrit autour du ſoleil. C'eſt avec des longitudes héliocentriques que nous allons déterminer les élémens des orbites planétaires, les circonſtances & les inégalités de leurs mouvemens : on trouvera dans le XXIVe. Livre la maniere de calculer une oppoſition par le moyen des obſervations d'une planete ; & nous rapporterons à la fin de ce Livre les oppoſitions ou les conjonctions obſervées le plus exactement juſqu'ici, & qui ſont les plus propres à déterminer les élémens des orbites planétaires. Nous déterminerons d'abord le moyen mouvement, c'eſt le plus eſſentiel de tous les élémens d'une planete ; & nous parlerons enſuite ſucceſſivement des excentricités, des diſtances, des aphélies, des nœuds, des inclinaiſons & des diametres de chacune des ſix planetes principales.

DU MOYEN MOUVEMENT DES PLANETES,
ET DE LA DURÉE DE LEURS RÉVOLUTIONS.

843. C'est par la comparaiſon des obſervations les plus éloignées avec les plus récentes, que l'on peut déterminer les moyens mouvemens des planetes & les durées de leurs révolutions (587) ; ces comparaiſons ont été faites dans le plus grand détail par M. Caſſini dans ſes Elémens d'Aſtronomie, imprimés à Paris en 1740 ; il a rapporté toutes les anciennes obſervations, il les a réduites, calculées & diſcutées ; nous nous contenterons ici de donner une idée de la méthode, & d'en faire connoître les réſultats. La durée de la révolution de la terre a été déja déterminée dans le IVe. Livre (588) ; ainſi nous paſſerons aux autres planetes.

844. Nous commencerons par la planete la plus proche

du ſoleil, celle dont les moyens mouvemens ſont les plus difficiles à déterminer, c'eſt-à-dire, MERCURE. Nous ne trouvons dans les Anciens aucune obſervation qui puiſſe ſervir à ce calcul. Avant l'année 1631 Mercure n'avoit point été vû en conjonction, & par conſéquent l'on n'avoit pu faire aucune obſervation, d'où nous puiſſions tirer immédiatement le lieu de Mercure vû du ſoleil. On n'obſervoit autrefois que l'élongation de Mercure au ſoleil, mais pour en conclure l'angle de commutation, ou l'angle au ſoleil, il auroit fallu connoître la diſtance de Mercure au ſoleil (820), ou ſa parallaxe annuelle au temps des anciennes obſervations, ce qui n'eſt pas poſſible. Ainſi nous nous contenterons de l'obſervation du paſſage de Mercure ſur le ſoleil arrivé le 7 Novembre 1631. M. Caſſini trouve qu'à 7^h 50′ du matin le vrai lieu de Mercure étoit à 1^s 14° 41′ 35″, ſuivant l'obſervation; on peut comparer ce paſſage avec celui de 1723, ſuivant lequel Mercure avoit le 9 Novembre à 5^h 29′ du ſoir, 1^s 16° 47′ 20″ de longitude. L'intervalle eſt de 92 années, dont 22 ſont biſſextiles plus 2^j 9^h 39′, pendant leſquels Mercure a achevé 382 révolutions entieres plus 2° 5′ 45″; ainſi l'on fera cette proportion: 92 années communes 24^j 9^h 49′ ſont à 382 fois 360° plus 2° 5′ 45″, comme 365 jours ſont à la quantité du mouvement annuel de Mercure, qui ſe trouve par-là être 1493° 13′ 14″ 39‴, qui ſont quatre révolutions entieres de 360 deg. plus 1^s 23° 43′ 11″ 39‴, & le mouvement diurne 4° 5′ 32″ 34‴ 47⁗; d'où l'on peut conclure encore, par une ſimple régle de trois, la durée de la révolution moyenne de 87^j 23^h 59′ 14″. On trouve auſſi le même réſultat en comparant le paſſage de Mercure arrivé en 1631, avec celui du 11 Nov. 1736, qui en differe de 105 années & 4 jours. Voyez M. Caſſini, *Elémens d'Aſtronomie*, *p.* 607. Voyez encore ci-après le XIe. Livre où il ſera parlé des paſſages de Mercure & de Vénus ſur le ſoleil.

Révolution de Mercure.

845. Les Anciens qui manquoient de ces obſervations importantes des paſſages de Mercure ſur le ſoleil, pour déterminer les mouvemens de cette planete, étoient fort peu avancés dans ſa théorie; le lieu de cette planete conclu de

Difficulté de la théorie de Mercure.

l'obſervation de 1631, différoit de 4° 25′ de celui qui réſulte des Tables de Ptolémée, de 5° des Tables Pruſſiennes, de 7° 13′ des Danoiſes, de 1° 21′ des Tables de Lansberge, & de 14′ 24″ des Tables Rudolphines de Kepler; la préciſion de celles-ci étoit même plus grande que Kepler ne l'avoit eſpéré; car dans l'explication qui eſt au commencement de ſes Ephémérides de 1717, pag. 15. il n'oſe aſſurer que ſon calcul puiſſe repréſenter le lieu de Mercure dans les conjonctions avec une préciſion de plus d'un jour; or dans les 24 heures le lieu de Mercure vû du ſoleil peut varier de 5 deg., & ſon lieu vû de la terre de 1° 20′. On a vû même dans le paſſage de Mercure obſervé en 1753, que les Tables de M. Halley s'écartoient d'une demi-heure du tems de la conjonction obſervée, & dans toutes les autres Tables l'erreur étoit encore plus grande.

Aucune planete, dit le P. Riccioli, (*T. I. p.* 563.) n'a des mouvemens ſi compliqués; le Mercure céleſte eſt auſſi impénétrable pour les Aſtronomes, que le Mercure terreſtre pour les Alchymiſtes: nous verrons une difficulté encore plus grande (936, 984), lorſqu'il s'agira de déterminer l'excentricité & l'aphélie de Mercure.

846. On trouve dans l'Almageſte de Ptolémée, (*L. X. chap.* 4.) une obſervation de Vénus faite le 12 Oct. 271 ans avant J. C. à 2 heures du matin; Vénus éclipſa exactement l'étoile *n* de troiſieme grandeur, qui eſt la précédente à l'aîle auſtrale de la Vierge. On a encore trois obſervations de Théon & ſix de Ptolémée, faites dans le ſecond ſiécle, mais dont pluſieurs ſont défectueuſes; d'ailleurs ces obſervations pour être réduites au ſoleil, exigent des ſuppoſitions qui diminueroient la certitude des réſultats; c'eſt pourquoi M. Caſſini a mieux aimé employer à la recherche de la révolution & des moyens mouvemens de Vénus, les obſervations faites vers la fin du ſeizieme ſiécle & au commencement du dix-ſeptieme, qui ſont rapportées par Bouillaud dans ſon Aſtronomie Philolaïque, & dont il s'étoit déja ſervi pour établir les élémens de la théorie de cette planete, elles ſont de *Juſtus Byrgius* & de Tycho, (Voy. M. Caſſini, *pag.* 549.). Ces obſervations donnent

la révolution moyenne de Vénus de 224j 16h 39′ 4″, & le mouvement annuel de 7s 14° 47′ 45″ 0‴, outre le cercle entier. Révolution de Vénus.

847. Les obſervations de Vénus faites dans ſes conjonctions inférieures, lorſqu'ayant aſſez de latitude elle peut s'appercevoir à midi même, dans le méridien, ſont beaucoup plus recherchées, & plus propres à déterminer les mouvemens de cette planete. M. Caſſini en rapporte 24 dans ſes Eléméns d'Aſtronomie, pag. 561. qui ont été obſervées à Paris depuis 1689 juſqu'en 1737: l'on en a obſervé pluſieurs autres depuis l'année 1737. La plûpart s'accordent dans la minute avec le calcul des Tables de M. Caſſini & de M. Halley; ce qui fait voir que les mouvemens de cette planete ſont déja connus avec beaucoup d'exactitude: on trouvera pluſieurs de ces obſervations rapportées à la fin de ce VIe. Livre. Exactitude des Tables de Vénus.

848. La plus ancienne obſervation de MARS ſe rapporte au 17 Janvier 272 avant J. C. 16h après midi; Mars parut être au-deſſus, & fort près de l'étoile boréale au front du Scorpion, dont la longitude étoit à 7s 2° 15′, (*Almag. L. X. ch. 9.*): mais cette obſervation étant arrivée fort loin de l'oppoſition, & ayant même quelque choſe d'équivoque, M. Caſſini préfere les trois oppoſitions de Mars au ſoleil obſervées par Ptolémée, (*Elém. d'Aſtr. pag. 469 & 497.*).

Le 13 Déc. 130 de J. C. à 11h 48′, au méridien de Paris, la longitude de Mars étoit de 2s 21° 22′ 50″; le 4 Janvier 1709, à 5h 48′ du ſoir, Mars fut auſſi en oppoſition à 3s 14° 18′ 25″ de longitude, plus avancée d'environ 23° que ſuivant l'obſervation de Ptolémée: le mouvement des étoiles dans cet intervalle de temps étant à peu-près de la même quantité, il s'enſuit que ſuppoſant le mouvement de l'aphélie de Mars égal à celui des étoiles fixes, Mars a dû être dans les deux obſervations à même diſtance de ſon aphélie; l'intervalle de ces obſervations eſt de 576375 jours 18 heures, pendant leſquels Mars a fait 839 révolutions: on fera donc cette proportion: 839 fois 360° plus 22° 55′ 35″ ſont à 360 deg. comme 576375 jours 18 heures ſont à un

Révolution de Mars.

quatrieme terme qui ſe trouvera de 686 jours 22 heures 16 minutes ; c'eſt la durée de ſa révolution.

M. Caſſini ayant pris un milieu entre les trois déterminations différentes qui réſultent des trois oppoſitions de Ptolémée, il trouve, (*pag.* 470. & 477.) la révolution moyenne de Mars 686j 22^h 18′ 39″, & ſon moyen mouvement 6^s 11° 17′ 9″ $\frac{1}{2}$ par année.

Le moyen mouvement de Mars dans les Tables de M. Halley, eſt plus grand ſeulement de 24″ pour cent ans, quantité peu conſidérable, & j'ai trouvé par les obſervations de Tycho, faites en 1593, diſcutées avec grand ſoin, qu'il n'y a pas de correction ſenſible à faire aux Tables à cet égard, (*Mém. Acad.* 1757. *p.* 444.).

849. La plus ancienne obſervation de Jupiter rapportée dans l'Almageſte, (*Liv. II. chap.* 3.), eſt de l'an 83, après la mort d'Alexandre, le 18 du mois Epiphi au matin, ce qui revient au 3 Sept. 240 ans av. J. C. ſuivant la maniere de compter de M. Caſſini, 16^h 8′ après midi, ou 241, ſuivant les Chronologiſtes ordinaires qui appellent 1, l'année de la naiſſance de J. C. tandis que M. Caſſini nomme cette année, zéro, (1002) ; Jupiter parut alors cacher l'étoile de l'Ecreviſſe appellée ♪, ou *Aſne auſtral*, qui devoit être à 3^s 6° 50′ de longitude ; cette obſervation ayant été faite fort loin de l'oppoſition de Jupiter au ſoleil, elle eſt moins propre à la recherche du moyen mouvement de Jupiter, que les trois oppoſitions obſervées par Ptolémée, & réduites par M. Caſſini (*p.* 416.), de la maniere ſuivante :

Années.	Jours & heures.	Longitudes.
133	15 Mai 23^h 3′	7^s 23° 22′ 22″
136	1 Sept. 4 10	11 7 47 35
137	8 Oct. 3 18	0 14 19 0

Révolution de Jupiter.

La comparaiſon de ces obſervations avec les oppoſitions de 1699, 1713 & 1714, donne la durée de la révolution de 11 années communes 315j 14^h 36′, & le moyen mouvement annuel 30° 20′ 31″ 50‴. Je parlerai ci-après de l'inégalité ou équation ſéculaire, qui a lieu dans le moyen mouvement de Jupiter (861).

850. La plus ancienne obſervation de SATURNE, dont la mémoire nous ait été conſervée, fut faite par les Chaldéens le 14 du mois de Tybi, l'an 519 de Nabonaſſar, ou le 1^r Mars de l'an 228 avant J. C. Saturne étoit deux doigts au-deſſous de l'étoile qui eſt dans l'épaule auſtrale de la Vierge appellée γ dans Bayer; M. Caſſini conclut de cette obſervation, que le 2 Mars, à 10^h du ſoir, Saturne étoit en oppoſition au ſoleil, ayant 5^s 9° 24′ de longitude, d'où il conclut pour la révolution de Saturne 29 années communes 162^j 15^h, & le mouvement annuel 12° 13′ 33″, mais ſuivant M. Halley, il n'eſt que de 12° 13′ 21″, & ſelon moi, 12° 13′ 28″ (859). Révolution de Saturne.

851. Le mouvement de Saturne & la durée de ſa révolution ſont encore mal connus; il paroît que le mouvement retarde de plus en plus, & que la durée de ſa révolution eſt plus grande qu'elle n'étoit autrefois, comme on le verra dans l'article des *Equations ſéculaires* (856); il y a même une différence ſenſible entre le moyen mouvement déterminé dans différentes circonſtances (859). En employant les obſervations faites depuis 1585 juſqu'en 1732, M. Euler trouve le moyen mouvement de 12° 13′ 35″, dans ſa premiere Piéce ſur Saturne, qui remporta le prix de l'Académie des Sciences, *p.* 94. Voyez ci-après art. 860. Incertitude à ce ſujet.

852. Après avoir rapporté les révolutions des planetes, telles qu'elles ſont établies dans M. Caſſini, par rapport aux équinoxes, nous allons parler de celles que M. Newton, (*Princip. Mathem.* 3e. *édition*), avoit déduites des obſervations de Flamſtead, & qui ſont calculées par rapport aux étoiles fixes; nous avons déja obſervé (591), que les révolutions par rapport aux étoiles fixes, ſont plus longues que les révolutions par rapport aux points équinoxiaux; la différence eſt égale au temps qu'il faut à une planete pour parcourir la quantité de la préceſſion des équinoxes; ainſi la révolution de Saturne étant de 10759 jours, & la préceſſion des équinoxes pendant ce temps-là, de 2′ 20″ $\frac{1}{2}$, il faut 29^h & 24′ environ pour que Saturne parcoure cette quantité, ce qui rend ſa révolution par rapport Révolutions par rapport aux étoiles.

aux étoiles, plus longue de $24^h \frac{1}{2}$, que ſa révolution par rapport aux équinoxes.

Dans la Table ſuivante j'ai ajouté à la ſuite des révolutions les moyens mouvemens des planetes, tels qu'ils réſultent des Tables de M. Caſſini & de M. Halley, qui ont ſuppoſé pour les planetes des révolutions différentes : ces moyens mouvemens ſont pour 365 jours moyens, & ils ſont comptés par rapport à l'équinoxe, en ſorte qu'ils ſont plus grands que ne ſeroient les mouvemens abſolus, comptés par rapport à une étoile, ou autre point fixe pris à volonté dans le ciel.

TABLE de la duree des revolutions des planetes autour du Soleil, & de leurs moyens Mouvemens annuels.

	Révolutions des Planetes par rapport aux Etoiles.		Mouvement annuel par rapport aux Equinoxes.	
	Suivant Newton en jours & décimales de jours.	Suivant les Tables Caroline en jours, heures, &c.	Suivant M. Caſſini.	Suivant M. Halley.
☿	87j 9692	87j 23h 15′ 53″	1s 23° 43′ 11″	1s 23° 43′ 2″
♀	224 6176	224 16 49 24	7 14 47 29	7 14 47 28
♁	365 2565	365 6 8 30	11 29 45 41	11 29 45 40
♂	686 9785	686 23 27 30	6 11 17 9	6 11 17 10
♃	4332 5140	4332 12 20 25	1 0 20 34	1 0 20 38
♄	10759 2750	10759 6 36 26	0 12 13 36	0 12 13 21

J'entends par moyen mouvement annuel celui qui a lieu autour du ſoleil dans l'eſpace de 365 jours moyens.

Des Equations ſéculaires qu'il faut appliquer aux moyens mouvemens de Jupiter & de Saturne.

853. Les inégalités périodiques dont nous donnerons le calcul (928), & qui ont lieu néceſſairement dans des orbites elliptiques, ſe rétabliſſent à chaque révolution; elles n'empêchent point qu'une planete ne revienne toujours à ſon aphélie après des intervalles de temps égaux; cependant en comparant

en comparant les Obſervations faites en divers ſiécles on a obſervé un rallentiſſement dans le mouvement moyen de Saturne, & une accélération dans celui de Jupiter ; c'eſt cette inégalité ſéculaire dont nous avons à parler. On verra auſſi dans le VIIe. Livre (1174), qu'on obſerve de même une petite accélération dans le mouvement de la lune ; j'ai diſcuté amplement tout ce qui concerne les équations ſéculaires dans les Mémoires de l'Académie pour 1757, *pag.* 411. *& ſuiv.* Je ne puis que donner ici un abrégé de ce que j'en ai dit dans ce Mémoire.

854. Kepler écrivoit en 1625 qu'ayant examiné les obſervations de Regiomontanus & de Waltherus, il avoit trouvé conſtamment les lieux de Jupiter & de Saturne plus ou moins avancés, qu'ils ne devoient l'être ſelon les moyens mouvemens déterminés par les Obſervations de Ptolémée & de Tycho ; il diſoit la même choſe des mouvemens de Mars, mais j'ai reconnu que cette planete n'a beſoin d'aucune équation ſéculaire.

Flamſtead à l'occaſion de la conjonction de Jupiter & de Saturne, arrivée en 1682, obſerva que toutes les Tables donnoient trop de vîteſſe à Saturne & trop peu à Jupiter ; & comme les Tables dont on ſe ſervoit alors, avoient toutes pour baſe les Obſervations de Tycho, cela indiquoit un retardement dans Saturne, & une accélération dans Jupiter, qui étoient devenus ſenſibles dans l'eſpace de près d'un ſiécle, (*Philoſ. Tranſact.* n°. 149.).

M. Maraldi apperçut auſſi que les moyens mouvemens de Saturne, ſuppoſés uniformes, ne pouvoient repréſenter tout à la fois les Obſervations de Tycho & celles du commencement de ce ſiécle ; il propoſoit d'examiner ſi ces différences ne viendroient point de quelques-unes de ces équations ſéculaires, dont Kepler nous avoit promis un Traité, (*Mem. Acad.* 1704. *p.* 321.).

855. M. Halley dans ſes Tables Aſtronomiques, imprimées dès l'an 1719, mais qui n'ont été publiées qu'en 1749, a appliqué au mouvement de Saturne une équation ſéculaire de 9 deg. & un quart en deux mille ans, & à celui de Jupiter une équation de 3 deg. 49 min. dans le même

intervalle, mais il n'a rapporté ni les Obſervations, ni les calculs qui avoient pu lui fournir des corrections ſi conſidérables ; voici la maniere dont on peut y parvenir. Le 2 Mars de l'an 228 avant J. C. Saturne étant en oppoſition, avoit $5^s\ 8^\circ\ 23'$ de longitude avec $2^\circ\ 50'$ de latitude boréale, ſuivant le calcul de M. Caſſini ; cette oppoſition comparée à celles de 1714 & de 1715, donne pour le moyen mouvement annuel de Saturne $12^\circ\ 13'\ 35''\ 14'''$, & M. Caſſini le ſuppoſe dans ſes Tables de $12^\circ\ 13'\ 36''$: c'eſt-là le moyen mouvement de Saturne conſidéré dans l'eſpace de vingt ſiécles.

En comparant les oppoſitions de 1594, 1595, 1596 & 1597, avec celles de 1713, 1714, 1715, 1716, 1717, on trouve ce moyen mouvement de Saturne moindre de $16''$ par an, & la durée de ſa révolution plus grande de près de quatre jours. J'ai choiſi des Obſervations faites près des moyennes diſtances, afin que l'erreur qu'on peut commettre ſur la plus grande équation & ſur le lieu de l'aphélie, fût inſenſible dans cette comparaiſon ; j'en ai pris d'autres faites à 120 ans environ de diſtance, afin que la ſituation de Jupiter par rapport à Saturne, étant à peu-près la même dans les deux cas, on eût moins à craindre les dérangemens que Saturne éprouve par la force de Jupiter, & dont nous parlerons dans le XXIIe. Livre.

856. Si l'on ſe ſert du moyen mouvement trouvé pendant ces 120 ans, pour calculer l'obſervation faite 228 ans avant J. C. on trouve une longitude trop grande de 7° ; en ſorte qu'il faut ôter 7° de cette longitude moyenne trouvée par le moyen mouvement qui avoit lieu dans le dernier ſiécle ; c'eſt cette équation ſéculaire de 7° qui prouve le retardement de Saturne. Pour trouver la longitude moyenne de Saturne à des temps éloignés en partant de 1700, on peut calculer les longitudes moyennes ſoit pour les ſiécles précédens, ſoit pour les ſuivans, à raiſon de $4^s\ 23^\circ\ 6'$ pour cent ans, outre 3 circonférences entieres : enſuite on en retranchera l'équation ſéculaire calculée par la proportion ſuivante : le quarré de 1900 ans eſt au quarré du nombre d'années avant ou après 1700, comme 7° ou $26200''$ ſont au

Régle pour l'équation ſéculaire.

nombre de ſecondes, qu'il faut ôter de la longitude moyenne calculée à la maniere ordinaire.

857. Pour prouver que l'équation ſéculaire doit ſuivre la loi du quarré des temps, nous n'eſſaierons pas d'employer des Obſervations, il n'y en a pas aſſez d'anciennes & d'aſſez exactes, mais nous pouvons y ſubſtituer un raiſonnement fort naturel. Les degrés de vîteſſe perdus par Saturne en vertu de la cauſe qui produit ſon équation ſéculaire, (il paroît que c'eſt l'attraction de Jupiter) étant fort lents ne peuvent être ſuppoſés égaux qu'en temps égaux ; or, dès-lors l'eſpace parcouru eſt comme le quarré des temps ; tout comme dans l'accélération des corps graves qui tombent par leur peſanteur naturelle, on obſerve que les eſpaces augmentent comme le quarré du temps, parce que les viteſſes acquiſes ſont comme les temps, & qu'à chaque inſtant le corps reçoit un accroiſſement de vîteſſe toujours égal & toujours conſtant, comme nous le ferons voir dans le XVe. Livre.

Autre inégalité nouvellement découverte.

858. Le mouvement de Saturne me paroît encore avoir des inégalités qui ne peuvent s'expliquer par les équations ſéculaires ; ſa révolution moyenne eſt différente d'elle-même ſuivant les circonſtances où on l'obſerve, ſans que l'attraction de Jupiter puiſſe produire une pareille différence. Je n'ai pas même beſoin, pour le démontrer, de pluſieurs ſiécles d'Obſervations ; celles qui ont été faites depuis 75 ans, ſont ſuffiſantes ; elles prouvent que mettant à part toutes les inégalités connues, & choiſiſſant les temps où il n'en peut réſulter aucune différence, les révolutions de Saturne different entre elles de près d'une ſemaine.

859. En 1686 & en 1745, l'erreur des Tables de M. Halley étoit de 3 minutes & demie, en ſorte que dans cet intervalle de 59 ans le mouvement moyen de Saturne étoit réellement tel que le donnent les Tables de M. Halley, c'eſt-à-dire, de 12° 13′ 21″ 46 par an, l'anomalie moyenne de Saturne étoit dans les deux cas de 8^s 22° ; ainſi quelque erreur qu'on pût commettre dans le lieu de l'aphélie, ou dans l'équation du centre de Saturne, il ne peut en réſulter aucune différence ; la commutation entre Jupiter & Saturne

étoit de $1^s\ 17^o$ dans le premier cas, & $1^s\ 8^o$ dans le ſecond; cette différence de configuration eſt trop petite, pour que l'action de Jupiter ait pu être dans ces deux cas ſenſiblement différente.

Au contraire en 1701 & en 1760, l'erreur des Tables a été de $8' \frac{1}{2}$ & de $21 \frac{1}{2}$, c'eſt-à-dire, que dans un pareil intervalle de temps elle a augmenté de $13'$; ainſi le mouvement de Saturne, dans cet intervalle de temps, a été plus conſidérable de 13 minutes de degré, ce qui rend chacune de ſes révolutions plus courte de ſix jours & demi, que les révolutions qu'il avoit faites entre 1686 & 1745 : cependant l'anomalie moyenne étoit de $3^s\ 1^o$; dans les deux Obſervations de 1701 & de 1760, la commutation ou l'angle au ſoleil entre Jupiter & Saturne, étoit de $11^s\ 11^o$ en 1701, & de $11^s\ 0^o$ en 1760; ainſi cette erreur dans le moyen mouvement ne peut venir, ce me ſemble, ni de celle de l'orbite de Saturne, ni de l'attraction de Jupiter.

Cette inégalité eſt de 13 minutes en 59 ans.

Je ne m'en ſuis pas tenu à ces 4 Obſervations pour conſtater un tel paradoxe, je ne rapporte même celles-là que pour ſervir d'exemple; toutes celles qui précedent & qui ſuivent, quoique faites en différens lieux, & avec des inſtrumens fort différens, donnent le même réſultat, & j'ai toujours trouvé les retours de Saturne à l'équinoxe du printemps, depuis un ſiécle plus prompts que ſes retours à l'équinoxe d'automne : ce n'eſt même qu'à force de diſcuter toutes les Obſervations faites depuis 180 ans, que je ſuis parvenu à ce réſultat ſingulier; j'y revenois toujours malgré moi, & ne voyant rien dans la Phyſique céleſte qui pût produire une ſemblable inégalité, je me refuſois encore à l'évidence de cette irrégularité : mais il a fallu enfin reconnoître ce nouveau phénomène, & lui ſoumettre nos théories.

860. Il eſt donc ſûr qu'indépendamment de l'attraction de Jupiter, il y a dans Saturne une inégalité dont la cauſe doit être différente, & qui à même configuration avec Jupiter, produit un effet plus grand que celui qui réſulte des plus grandes variétés dans la poſition de Jupiter par rapport à Saturne.

Dans une pareille incertitude nous ne pouvons faire autre choſe, que de prendre un milieu entre le mouvement moyen qui réſulte de ces deux comparaiſons différentes, en ajoutant 6″ 6 à celui de M. Halley, & l'on aura 12° 13′ 28″ pour le mouvement annuel moyen entre les mouvemens moyens qu'il y a eu depuis un ſiécle, & c'eſt celui qu'il faudroit, ce me ſemble, employer dans les recherches de l'aphélie & de l'excentricité de Saturne, à moins qu'on ne veuille employer un mouvement différent dans différentes périodes. Mouvement moyen de Saturne.

861. Le Mouvement de Jupiter exige une équation ſéculaire auſſi bien que celui de Saturne, mais en ſens contraire ; & M. Maraldi remarquoit auſſi en 1718 que les Obſervations modernes ſembloient donner le mouvement de Jupiter plus rapide que les anciennes. Si l'on compare l'Obſervation faite l'an 241 avant J. C. avec celle de l'an 508, qui eſt rapportée par Bouillaud, on trouve le mouvement de Jupiter pour 83 ans, de 2′ 40″ ſeulement, outre les ſept révolutions entieres.

En comparant l'Obſervation de l'année 508 avec celles de 1503 & de 1504, on trouve à peu-près la même choſe ; mais ſi l'on compare de notre temps la conjonction de Jupiter avec *Regulus* obſervée le 12 Octobre 1623, & une ſemblable Obſervation faite en 1706, on trouve 21′ pour 83 ans, au lieu de 2′ 40″. Cependant comme les autres inégalités de Jupiter rendoient ſuſpecte la détermination de ſes moyens mouvemens par des Obſervations qui n'étoient pas à une très-grande diſtance : M. Maraldi jugea qu'il ne falloit pas abandonner l'égalité des moyens mouvemens ſans une entiere évidence, & ſans avoir des Obſervations exactes faites en différens ſiécles.

862. M. Halley qui vers le même temps faiſoit imprimer ſes Tables Aſtronomiques, ne penſoit pas de même ; il avoit jugé l'accélération aſſez évidente pour la faire entrer dans ſes Tables ; il y établit le mouvement de Jupiter pour 83 ans de 12′ 26″, c'eſt-à-dire, plus grand de 9′ que ne le donnent les anciennes Obſervations, & la révolution de Jupiter moindre de plus de 8 heures ; en conſéquence

il admet une équation ſéculaire qui augmente comme le quarré des temps, & qui monte juſqu'à 3° 49′ en deux mille ans, mais qui me paroît trop conſidérable de beaucoup. En effet, la comparaiſon de 12 oppoſitions obſervées par Tycho-Brahé avec le calcul, donne 6′ ½ à ôter de la longitude moyenne des Tables de M. Caſſini en 1590, ce qui doit faire augmenter de 4 minutes le mouvement ſéculaire de M. Caſſini, quand on les compare avec les oppoſitions obſervées au commencement du ſiécle; cependant il faut obſerver que les différences ſont fort inégales, & qu'il y a quelques minutes d'incertitude ſur ces diverſes Obſervations.

Les oppoſitions obſervées depuis 1689 juſqu'en 1698, comparées avec celle de 1749, donnent un moyen mouvement égal à celui des Tables de M. Caſſini; car en 1689 & en 1749, la longitude moyenne des Tables eſt trop grande de 7′ 8″, mais puiſque l'erreur eſt la même après ſoixante ans, le mouvement eſt bien établi dans les Tables de M. Caſſini entre 1689 & 1749.

Si je compare l'oppoſition que j'ai obſervée en 1757, avec celles de 1697 & 1698, je trouve que les Tables de M. Caſſini donnent environ 52″ de trop dans les deux cas, en ſorte que ces oppoſitions indiquent encore que le moyen mouvement eſt exactement repréſenté dans les Tables de M. Caſſini.

Si l'on remonte à l'Obſervation de 508, dans laquelle Jupiter parut éloigné de trois doigts au nord de *Régulus* le 27 Septembre au matin, on a la longitude de Jupiter de 4ˢ 9° 1′ pour ce temps-là, & les Tables de M. Caſſini ne donnent que 1′ de plus, en ſorte qu'elles repréſentent également cette Obſervation ancienne & les Obſervations modernes, ſans tenir compte d'aucune accélération; mais l'Obſervation encore plus ancienne de l'an 240 avant J. C. où Jupiter fut en conjonction avec l'Ane auſtral, s'écartera du calcul.

Régle pour l'équation ſéculaire de Jupiter.

863. Dans une telle incertitude j'ai cru qu'on pouvoit augmenter de 2′ le mouvement ſéculaire des Tables de M. Caſſini, & le faire de 5ˢ 6° 23′ 30″; on s'écartera de 1° ⅓ de

l'Obſervation de l'an 240 avant J. C.; ainſi l'on aura une équation ſéculaire d'un dégré & un quart pour 2000 ans, à compter de 1700, additive à la longitude moyenne pour les ſiécles paſſés & pour les ſiécles futurs; l'on trouvera en tout temps cette équation ſéculaire par la proportion ſuivante: le quarré de 2000 eſt au quarré du nombre d'années que l'on aura avant ou après 1700, comme 1° 20′ ou 4800″ ſont à la valeur de l'équation ſéculaire.

864. EXEMPLE. Je ſuppoſe que pour l'année 508 av. J. C. on demande la quantité de cette équation, on ajoutera le logarithme de 4800″ avec le double du logarithme de 1192 ans, on en retranchera le double du logarithme de deux mille, & l'on aura le logarithme de 28′ 25″, c'eſt l'équation ſéculaire cherchée qu'on ajoutera à la longitude moyenne pour ce temps-là, calculée avec le mouvement ſéculaire & uniforme 5ˢ 6° 23′ 30″; il en ſeroit de même d'un temps poſtérieur; cette opération ſe réduit à ajouter le logarithme conſtant 7,07918 au double du logarithme du nombre des années; mais, comme c'eſt un logarithme fractionnaire, on aura ſoin après l'addition de ſupprimer la dixaine de la caractériſtique qu'on aura trouvée; ainſi que cela ſera expliqué dans le XXIVe. Livre.

Mouvement moyen de Jupiter.

DE LA FIGURE DES ORBITES PLANÉTAIRES.

865. APRE'S avoir trouvé combien de temps les planetes emploient à terminer leurs révolutions autour du ſoleil, il faut rechercher les circonſtances de leur mouvement dans les différentes parties de chaque révolution, ou ces inégalités périodiques dont il a déja été queſtion pour le ſoleil (569), & qui dépendent de la figure des orbites planétaires.

Le mouvement de chaque planete étant rapporté au ſoleil, ou obſervé dans les temps où les apparences ſont les mêmes, vûes de la terre & vûes du ſoleil, eſt ſujet à une inégalité (ſemblable à celle du mouvement apparent du ſoleil), que les Anciens appelloient *premiere inégalité*;

pour l'expliquer on ſe ſervoit ou d'un épicycle, ou d'un cercle excentrique (572); ces deux hypothèſes étoient abſolument équivalentes, comme nous l'avons fait voir.

Fig. 24. Ptolémée fit choix de l'excentrique *NHBCP* (*Fig.* 24.) pour exprimer cette *premiere inégalité*, ou l'équation des planetes dans leur orbite, il y trouvoit plus de clarté; & d'ailleurs il employoit enſuite l'épicycle pour repréſenter la *ſeconde inégalité*, celle que nous appellons aujourd'hui *Parallaxe du grand orbe* (813).

866. Cet Aſtronome rapporte enſuite qu'après avoir long-temps examiné ce que l'on pouvoit faire pour expliquer la premiere inégalité, il avoit trouvé, par la comparaiſon des Obſervations, que les planetes s'approchoient plus de la terre dans leur apogée, & s'en éloignoient plus dans le périgée, c'eſt-à-dire, que la différence des diſtances *NF*, *FP*, étoit plus grande que la quantité *EF* déterminée en conſéquence de la premiere inégalité : enfin, il dit avoir trouvé par-là que le centre *E* de l'excentrique eſt préciſément dans le milieu & entre les deux points, dont l'un *F* eſt occupé par l'œil, ou par la terre, l'autre point *K* étant le centre d'égalité; & ſans en donner de démonſtration, il ſe ſert de ce principe dans les mouvemens de Mars, de Jupiter & de Saturne : cette hypothèſe a en effet le mérite de ne donner pour la différence des diſtances, apogée & périgée, *AD* & *AF*, (*Fig.* 64.), que la quantité *AC* qui répond à l'équation *AEC*, au lieu que ſi *AC* étoit priſe toute entiere au-deſſous du centre *B*, comme *Ba*, l'inégalité des diſtances deviendroit double de *AC* : au reſte, Ptolémée ne donne ni Démonſtrations, ni Obſervations pour juſtifier ſon hypothèſe; nous nous contenterons donc de l'expliquer après lui, pour faire connoître enſuite la maniere dont Kepler s'en ſervit pour découvrir l'ellipticité des orbites planétaires (873).

Fig. 64.

Hypothèſe de Ptolémée pour la premiere inégalité.

867. Du centre *B* (*Fig.* 64.), ſoit décrit le cercle excentrique *DEF*, dont l'excentricité ſoit *BA*, en ſorte que l'œil ſoit plus placé en *A*, *D* ſera l'apogée, *F* le périgée; ſi l'on prend *BC* égale à *BA*, le point *C* ſera celui autour duquel la planete eſt ſuppoſée décrire des angles

Fig. 64.

égaux

égaux en temps égaux, ou le point d'où ſon mouvement paroîtroit uniforme, *Punctum æquantis*, le point d'égalité. Copernic réfute cette hypothèſe, (*Liv. IV. chap.* 7. & *Liv. V. chap.* 5.), parce qu'elle péchoit contre les principes de la Phyſique de ſon temps, où l'on ne vouloit que des mouvemens uniformes, & où l'on admettoit encore les orbites ſolides que Tycho-Brahé renverſa dans la ſuite par l'examen des cometes. Point d'égalité.

868. Tycho-Brahé voulant perfectionner cette hypothèſe de Ptolémée, chercha à rendre *CB* différente de *BA*, pour parvenir à mieux repréſenter les inégalités qu'il obſervoit dans les planetes, mais Kepler fit voir dans la ſuite que tout cela étoit inſuffiſant ; cependant l'hypothèſe de Ptolémée approche beaucoup du vrai, lorſqu'il ne s'agit que des longitudes ou des angles, tels que *CAE* (879) ; mais les diſtances *AE* ſont toujours plus grandes dans le cercle, qu'elles ne ſeroient ſi l'on employoit une orbite plus étroite, telle qu'une ellipſe *DGF*. Tentatives de Tycho.

Pour reconnoître cette différence des diſtances, il falloit mettre dans les calculs beaucoup de préciſion, & ſçavoir choiſir entre les Obſervations celles qui étoient propres à faire découvrir la différence qu'il y avoit entre le cercle & l'ellipſe ; c'eſt ce que nous devons au célebre Kepler, & c'eſt ce que nous allons tâcher de faire connoître, en ſuivant la marche de l'Inventeur : c'eſt ici la plus belle opération & la découverte la plus difficile qu'on ait faite en Aſtronomie.

869. Nous avons vû (308) que les premieres étincelles du génie de Kepler parurent dans le Livre qui a pour titre, *Myſterium Coſmographicum*, en 1596. Ce premier eſſai fut applaudi par *Mæſtlinus* ſon ancien Maître, & par Tycho-Brahé qui en 1597 lui en témoigna de la ſatisfaction, & lui inſpira l'envie de s'appliquer aux Obſervations & aux récherches d'Aſtronomie. Kepler ayant ſçu en 1600 que Tycho avoit abandonné ſa patrie, & s'étoit retiré en Bohême, il vint le trouver pour converſer avec lui, & en apprendre ſur-tout les vraies excentricités des planetes,

ſur leſquelles Tycho avoit déja beaucoup travaillé, (Kepler, *de Stella Martis*, *p.* 53.).

Circonſtance heureuſe pour Kepler.

870. Une heureuſe circonſtance fit alors la deſtinée de Kepler; Tycho-Brahé, & Longomontanus qui demeuroit avec lui, s'occupoient des Obſervations de Mars, & dreſſoient une Table de ſes oppoſitions moyennes depuis 1680; cette planete étoit la plus propre de toutes à faire pénétrer ce grand homme dans les ſecrets de la Phyſique céleſte, & elle ſe préſenta la premiere à lui comme par haſard; il y apperçut des difficultés, il s'attacha à les vaincre, & c'eſt-là l'époque où il faut remonter pour connoître l'origine de notre Phyſique céleſte.

871. Tycho avoit formé une hypothèſe qui repréſentoit, à quelques minutes près, toutes les Obſervations de Mars, au moyen d'un excentrique; Kepler ſçavoit déja que l'excentrique pouvoit s'accorder, à cinq minutes près, avec les Obſervations, & malgré cela l'hypothèſe lui paroiſſoit peu vraiſemblable; il s'occupa à diſcuter ces Obſervations pour en tirer, s'il étoit poſſible, quelque choſe de plus exact: ce fut alors que commencerent les recherches qui ſe trouvent détaillées dans ſon grand Ouvrage intitulé,

Ouvrage de Kepler, *de Stella Martis*.

Aſtronomia nova Αἰτιολογήτος, *ſeu Phyſica cœleſtis, tradita Commentariis de motibus Stellæ Martis, ex Obſervationibus C. V.* Tychonis-Brahe; *Pragæ*, 1609. *in-fol.* Je vais donner un extrait de cet Ouvrage célebre, mais un Aſtronome doit le lire en entier: parmi les ſuperfluités, les longueurs, les tentatives inutiles qui y ſont détaillées, on y voit une marche ſi lumineuſe & des étincelles ſi brillantes, qu'on y trouve la plus grande ſatisfaction.

872. Le premier pas qu'il falloit faire dans cette carriere, étoit de trouver les diſtances de la terre au ſoleil en divers temps de l'année, c'eſt-à-dire, de trouver l'excentricité *AC*, (*Fig.* 64.) de l'orbite terreſtre, & la poſition des points *A*, *B* & *C*, parce que toutes les autres déterminations devoient être fondées ſur celle de l'orbite terreſtre. Les Anciens avoient toujours cru, & Tycho-Brahé lui-même le croyoit, que pour l'orbite du ſoleil le centre étoit le

Fig. 64.

point d'égalité, & que l'excentricité étoit toute entiere au-deſſous du centre *B*, ou de *B* en *A*; c'étoit la premiere choſe qu'il falloit diſcuter; & Kepler reconnut bientôt la biſſection de l'excentricité, c'eſt-à-dire, qu'il vit que le centre *B* occupoit le milieu de l'excentricité totale *CA*. Biſſection de l'excentricité.

873. Kepler avoit eſſayé d'expliquer phyſiquement la cauſe de l'*Equant*, la cauſe pour laquelle il y avoit un point *C*, (différent du centre *B*), autour duquel on avoit un mouvement régulier & uniforme, (*Myſter. Coſmogr. ch.* 22.); c'eſt pourquoi il étoit porté d'avance à croire que la cauſe étoit générale, & que l'*Equant* devoit avoir lieu dans le mouvement de la terre autour du ſoleil, comme dans celui des autres planetes: Ptolémée & Copernic ne l'avoient point employé, ils s'étoient contentés d'un ſimple excentrique, (572), mais Kepler fut perſuadé qu'ils avoient tort, ſur-tout en 1598, lorſque Tycho lui eût écrit que l'*orbe annuel, ou l'excentrique du ſoleil lui paroiſſoit n'être pas toujours de la même grandeur.* En effet, les diſtances du ſoleil n'étant pas toujours les mêmes par rapport au centre de l'excentrique, cela indiquoit à Kepler que ce centre n'étoit pas le point autour duquel le mouvement régulier avoit lieu, (*de Stella Martis, p.* 125.). Ce fut pour s'en aſſûrer que Kepler rechercha par obſervation, quelle étoit la parallaxe annuelle de Mars dans deux poſitions de la terre diamétralement oppoſées, dans l'aphélie & le périhélie, ou à peu-près, en obſervant chaque fois Mars en quadrature vers le même point de ſon orbite. Kepler recherche l'excentricité du Soleil.

874. Tycho perſuadé que l'orbite du ſoleil étoit un cercle dont le centre étoit le point d'égalité, devoit néceſſairement trouver ce cercle plus grand, ou plus petit, en le comparant aux autres planetes. Soit *S* le centre du ſoleil, (*Fig.* 65.), *M* le lieu de Mars dans ſon orbite, obſervé deux fois lorſque la terre étoit en *D* & en *E*, & Mars au même point *M* de ſon orbite, en ſorte que les angles *MCD* & *MCE* ſoient des angles droits; le point *C* étant celui autour duquel la terre ſe meut uniformément, on aura les angles de commutation *MCE*, *MCD*, égaux dans les deux cas par la ſuppoſition; ſi donc *CD* & *CE* étoient *Fig.* 65.

égales, comme Tycho-Brahé le penſoit, alors les angles *DMC*, *CME*, qui ſont les parallaxes annuelles de Mars, devoient être les mêmes ; mais comme *CE* étoit véritablement plus grande que *CD*, l'angle *CME* ſe trouvoit être plus grand que l'angle *CMD*, & celui qui s'obſtinoit à prendre toujours le rayon *BD* du cercle pour bâſe de cet angle-là, étoit réduit à dire que le rayon du cercle décrit par la terre, n'étoit pas toujours de la même grandeur ; c'eſt ce que Tycho-Brahé écrivoit à Kepler, & ce qui perſuada ce dernier qu'il falloit mettre en *C*, & non pas au centre *B* du cercle de la terre, le point d'égalité (867).

875. Kepler ſoupçonna donc que cette variation dans la grandeur du rayon de l'excentrique décrit par la terre, introduite par Tycho, provenoit de ce que le point d'égalité *C*, autour duquel on comptoit les angles de commutation, ne devoit pas être le centre du cercle. Pour s'en aſſûrer il choiſit deux Obſervations, faites le 18 Mai 1585, & le 22 Janvier 1591 ; il les réduiſit au 30 Mai 1585, & 20 Janvier 1591, jours où la longitude de Mars calculée par Tycho, étoit de $6^s\ 13^\circ\ 28'$, & où les angles de commutation *MCD* & *MCE* étoient l'un & l'autre de $64^\circ\ 23'\frac{1}{2}$; les longitudes de Mars, ſuivant l'Obſervation, étoient $1^s\ 6^\circ\ 37'$ & $7^s\ 21^\circ\ 34'$; ainſi les parallaxes annuelles *CMD*, *CME*, ou les différences entre les longitudes héliocentriques calculées, & les longitudes géocentriques obſervées, étoient $36^\circ\ 51'$ dans la premiere, & $38^\circ\ 6'$ dans la ſeconde Obſervation. Ces parallaxes ainſi différentes de $1^\circ\ 15'$, prouvoient aſſez que le point d'égalité, autour duquel on comptoit les anomalies de commutation, n'étoit pas le centre *B* de l'orbite terreſtre, mais le point *C* placé de l'autre côté du centre.

Il découvre la biſſection de l'excentricité.

876. Kepler trouva auſſi, par le moyen des parallaxes de Mars que nous venons de rapporter, la diſtance *BC* de 1837 parties, dont le rayon *BD* étoit cent mille : or, Tycho-Brahé avoit déterminé par beaucoup d'obſervations, que la diſtance totale *CS* du ſoleil au centre d'égalité, étoit de 3584, dont la moitié étoit 1792 ; il vit donc bien que le centre du cercle décrit par la terre, étoit entre le ſoleil *S*

& le point d'égalité *C*, puiſqu'il venoit de trouver *CB* à peu près égal à la moitié de *CS*.

C'étoit une découverte importante que d'avoir démontré ainſi la biſſection de l'excentricité pour la terre, tandis que les Anciens ne l'admettoient que pour les planetes ſupérieures ; ſans cela on ne pouvoit déterminer exactement les diſtances de la terre au ſoleil en différens temps de l'année, fondement eſſentiel de toutes les recherches ſuivantes.

Après avoir déterminé la poſition du centre d'égalité, (*Puncti æquantis*), pour l'orbite de la terre, Kepler ſongea à le déterminer auſſi pour l'orbite de Mars, voici la méthode qu'il employoit ; nous nous contenterons d'en donner une idée, le détail en ſeroit trop long ; on pourra le voir dans l'Ouvrage cité, où toutes ſes tentatives, ſes calculs, ſes ſoupçons, ſes erreurs, ſes découvertes ſont expliquées fort au long.

Il recherche l'excentricité de Mars.

877. Soit *B*, (*Fig. 66.*) le centre de l'excentrique de Mars, *HBAI* la ligne des abſides, ſoit *A* le centre du ſoleil, & *C* le point autour duquel les mouvemens de la planete ſeroient uniformes, *F*, *G*, *D*, *E*, quatre oppoſitions ou quatre longitudes obſervées, lorſque Mars eſt en oppoſition, & que la ſeconde inégalité eſt nulle, Kepler ſe propoſe le problême ſuivant : trouver les angles *FAH*, *FCH*, tels que les quatre points *F*, *G*, *D*, *E*, ſoient dans un cercle, & que le centre *B* de ce cercle ſoit entre les points *C* & *A*, c'eſt-à-dire, l'angle *BAD* égal à l'angle *CAD* : Kepler ne réſolvoit le problême que par une double fauſſe poſition : il ſuppoſoit d'abord qu'on connût la diſtance *CA* avec les angles *FCH* & *FAH* ; il calculoit par la Trigonométrie toutes les autres parties de la figure, pour ſçavoir ſi à la fin du calcul les quatre angles formés en *A* ſe trouveroient égaux à 360°, & les trois points *A*, *B*, *C*, ſur une même ligne ; dans ce cas tout étoit connu ; ſinon il ne s'agiſſoit que de recommencer le calcul avec d'autres ſuppoſitions.

Fig. 66.

Ses tentatives.

878. Kepler nous apprend qu'il fit de ſemblables calculs plus de 70 fois, avant de parvenir à reconnoître que le cercle ne pouvoit ſatisfaire ſeul aux Obſervations. Après cela,

dit-il, on ne s'étonnera pas que j'aie passé cinq ans à manier la théorie de Mars, (*de Stella Martis*, *p.* 95.); & l'on me plaindra plutôt d'avoir supporté l'ennui d'un semblable travail : en effet, un seul exemple que rapporte Kepler de cette méthode, remplit dix pages de calcul dans le Volume *in-fol.* que nous venons de citer ; ce fut après un semblable travail, qu'enfin il trouva un cercle qui approchoit assez des quatre Observations.

L'hypothèse circulaire d'accord avec les oppositions.

879. Après avoir trouvé par-là toutes les dimensions de l'excentrique de Mars, Kepler calcula dans cette hypothèse circulaire 12 oppositions de Mars observées par Tycho, & il n'en trouva aucune qui s'écartât de son calcul de plus de $1' \frac{3}{4}$. On s'étonnera, dit-il, qu'une hypothèse si bien d'accord avec les 12 oppositions, soit fausse ; c'est cependant ce qu'il démontre ensuite, soit par les latitudes de Mars, soit par les longitudes de cette planete observées dans d'autres positions : au reste, les Observations de Tycho-Brahé étant nécessairement exposées à une erreur de $2'$, au jugement même de Kepler, c'étoit véritablement les avoir représentées avec toute la perfection possible, que d'avoir évité des erreurs de $2'$, (Kepler, *ib. pag.* 110.) ; ainsi les oppositions ne suffisoient pas pour reconnoître la figure de l'orbite de Mars ; il trouvoit alors $AB = 11332$ & $BC = 7232$.

880. Cependant Kepler étoit persuadé d'ailleurs que AB devoit être égal à BC, parce qu'il y entrevoyoit une cause physique ; outre cela, l'hypothèse qui représentoit très-bien les longitudes de Mars en opposition, ne satisfaisoit ni aux latitudes observées en même temps, ni aux longitudes observées hors des oppositions, parce que les distances de Mars au soleil, comme AF, AE, étoient défectueuses dans l'hypothèse que Kepler venoit d'examiner, quoique les angles ne le fussent pas, en supposant $AB = 11332$ & $BC = 7232$, (ou le diametre des épicycles dans la forme de Copernic & de Tycho, de 3616 & 14948) : ainsi la parallaxe annuelle qui dépend de ces distances de Mars au soleil, étoit toujours fausse, & l'erreur montoit quelquefois à $8'$, lorsque l'on faisoit $AB = BC$, comme

Insuffisance pour les distances.

paroiſſoient l'exiger ces autres Obſervations. Si Kepler avoit regardé une erreur de 8′ comme négligeable, il en ſeroit demeuré-là, ainſi qu'avoit fait Tycho-Brahé ; mais perſuadé que ces 8′ d'erreur prouvoient la fauſſeté de l'hypothèſe circulaire, il ſongea à s'aſſurer des diſtances de Mars au ſoleil, & ce furent ces diſtances qui lui firent enſuite connoître que l'orbite de Mars n'étoit pas un cercle parfait (886). Ces recherches forment la plus grande partie de ſon Ouvrage *de Stella Martis* : nous ne faiſons, pour ainſi dire, que l'hiſtoire ou l'extrait de ce Livre ; mais auſſi ce Livre ſeul contient le germe & les fondemens de toute l'Aſtronomie ; notre objet ayant été de préſenter la marche des Inventeurs & l'hiſtoire de l'eſprit humain, nous la trouvons toute dans Kepler pour la partie & pour l'époque dont il s'agit.

881. Kepler entreprit de parvenir à la détermination exacte des diſtances de la terre au ſoleil, ou plutôt des rapports qu'il y a entre ces diſtances en différens temps de l'année ; ſa méthode conſiſtoit à obſerver deux fois la parallaxe annuelle de Mars, lorſqu'il ſe trouvoit revenu au même point de ſon orbite, c'eſt-à-dire, à la même diſtance du ſoleil, (nous en avons parlé, art. 876.).

Le ſecond pas conſiſtoit à trouver auſſi les diſtances de Mars au ſoleil en trois points de ſon orbite, avec ſes longitudes vûes du ſoleil, afin d'avoir non-ſeulement la figure, mais encore la grandeur de cette orbite ; nous allons rapporter ſa méthode qui étoit très-bien imaginée, & très-propre à déterminer exactement ces diſtances.

Méthode pour trouver les diſtances de Mars au Soleil.

882. Soit S, (*Fig.* 67.) le centre du ſoleil, M celui de Mars, B, C, deux points de l'orbite terreſtre où ſe ſoit trouvée la terre, lorſque Mars étoit au même point M de ſon orbite, & par conſéquent à la même diſtance SM du ſoleil ; on connoît les deux poſitions de la terre, c'eſt-à-dire, ſes longitudes & ſes diſtances au ſoleil, il s'agit de trouver SM ; dans le triangle rectiligne BSC l'on connoît les deux côtés BS, SC, diſtances de la terre au ſoleil, & l'angle compris BSC, différence entre les deux longitudes de la terre en B & en C, l'on trouvera les angles BCS, CBS *Fig.* 67.

& le côté *BC*. L'angle *MBS* eſt la différence entre la longitude obſervée de Mars & celle du ſoleil, au temps de l'Obſervation faite en *B* ; ſi l'on en retranche l'angle *CBS* que nous venons de trouver, on aura l'angle *MBC* ; ſi l'on ôte auſſi l'angle *BCS* de l'angle *MCS*, on aura l'angle *MCB* ; ainſi dans le triangle *MCB* l'on connoît deux angles & le côté compris, on trouvera aiſément *MB* & *MC* ; enfin, dans le triangle *MBS* on connoît deux côtés *MB*, *BS*, avec l'angle compris *MBS*, on trouvera la diſtance *MS* avec l'angle *MSB*, qui étant ajouté à la longitude de la terre lorſqu'elle étoit en *B*, donnera la longitude héliocentrique de Mars, dans chacune des deux Obſervations.

Kepler avoit choiſi cinq Obſervations différentes qui comparées deux à deux, lui donnoient le même réſultat pour la diſtance & pour la longitude héliocentrique de Mars, en un même point *M* de ſon orbite, (*de Stella Martis*, *cap.* 28. *p.* 157.).

883. Kepler, par un grand nombre d'Obſervations de Tycho-Brahé, qu'il avoit diſcutées avec toute la conſtance & la ſagacité poſſible, établit l'excentricité du ſoleil de 1800 pour un rayon de cent mille ; par-là il étoit en état de trouver les diſtances de la terre au ſoleil *SB*, *SC* pour un moment quelconque, auſſi bien que l'angle *CSB* : mais pour en être encore plus aſſuré, il refit tous ſes calculs dans différentes ſuppoſitions d'excentricité, & à chaque fois il prenoit cinq Obſervations au lieu de trois, pour que l'accord de différens réſultats lui fît mieux connoître le vrai ; & c'eſt ainſi qu'après avoir diſcuté dans le plus grand détail une multitude d'Obſervations, il s'arrêta à l'excentricité de 1800, & aux diſtances de Mars au ſoleil que nous rapporterons ci-après (886). Les différentes parties de ces recherches ſe confirmoient réciproquement, & il ne pouvoit pas ſe faire que cinq poſitions de la terre donnaſſent toutes, deux à deux, le même réſultat pour la diſtance *SM* de Mars au ſoleil, à moins que les diſtances *SC* & *SB* de la terre au ſoleil n'euſſent été bien ſuppoſées.

884. Cette méthode (art. 882) par laquelle Kepler trouvoit les diſtances de Mars au ſoleil, lui donnoit un moyen

moyen de trouver auſſi l'excentricité de Mars : ayant déterminé deux diſtances de Mars, l'une aux environs de ſon aphélie, l'autre aux environs de ſon perihélie, il trouva la premiere de 166780, (en ſuppoſant toujours de 100000 la diſtance moyenne du ſoleil à la terre), & l'autre de 138500; en ſorte que la diſtance moyenne étoit de 152640 & l'excentricité de 14140, qu'il appelloit *Centrorum excentrici & Mundi diſtantia*, (Kepler, *pag.* 209.).

Les Obſervations que Kepler employa pour le perihélie, étoient du 1r. Nov. 1589, du 26 Sept. 1591, & du 31 Juillet 1593. Lorſque ces Obſervations ne ſe trouvoient pas avoir été faites préciſément dans le même endroit de l'orbite de Mars, il y appliquoit les réductions néceſſaires pour les faire toutes coincider en un même point; mais ces réductions étant fort petites, il n'en réſultoit aucune erreur.

885. Kepler détermina ainſi, par pluſieurs Obſervations, trois diſtances AF, AE, AD, (*Fig.* 66.) de Mars au ſoleil, indépendantes de toute ſuppoſition ſur la théorie de cette planete, il chercha auſſi l'excentricité AB par la comparaiſon de deux diſtances de Mars AH, AI, trouvées dans l'aphélie & dans le périhélie, & il la trouva de 14140, indépendamment de toute hypothèſe; enfin, il avoit déterminé la poſition de la ligne des abſides HI, par une méthode qui étoit également exacte, ſoit que l'orbite fût circulaire, ſoit qu'elle ne le fût pas : nous parlerons de cette méthode art. 948. Fig. 66.

886. Suppoſant donc l'orbite circulaire on a le triangle ABF, dans lequel on connoît BF, avec l'excentricité AB & l'anomalie vraie BAF, il eſt aiſé de trouver la diſtance vraie AF; il en eſt de même des autres diſtances AE, AD. Voici les trois diſtances que Kepler trouvoit dans cette ſuppoſition 166605, 163883, 148539

Mais les diſtances trouvées par obſervation étoient . . . 166255, 163100, 147750

Ainſi l'erreur de l'hypothèſe circulaire ſe trouvoit être, (Kepler, *pag.* 213.) . . . 350 783 789

Les vraies distances de Mars au soleil étoient donc plus courtes que les distances calculées dans l'hypothèse circulaire, & cela d'autant plus qu'elles approchoient des côtés *G* & *K* de la figure. Cela prouvoit donc nécessairement que l'orbite étoit applatie, ou rentrante par les côtés, c'est-à-dire, ovale, d'où suivoit évidemment la conclusion fameuse que Kepler en tira, (*chap.* 44. *pag.* 213.). *Itaque planè hoc est, orbita planetæ non est circulus, sed ingrediens ad latera utraque paulatim; iterumque ad circuli amplitudinem in perigeo exiens, cujusmodi figuram itineris ovalem appellitant.*

Kepler prouve que l'orbite de Mars est ovale.

887. Cette ovalité de l'orbite de Mars fit conclure à Kepler que cette orbite étoit une véritable ellipse ; car l'ellipse est de toutes les courbes allongées, ou ovales, la plus simple, & celle qui se présente la premiere ; cela fut confirmé par l'examen des lieux de Mars observés dans toutes ses positions, qui se trouverent d'accord aussi bien que ses distances, avec les calculs faits dans l'ellipse ordinaire. Cette conclusion que Kepler étendit ensuite à toutes les planetes dans ses Tables Rudolphines, s'est trouvée également vérifiée; elle s'est trouvée dans la suite être une conséquence nécessaire de l'attraction universelle, (Voyez L. XXII.); en sorte qu'il a été reconnu pour régle générale, que *les six planetes principales décrivent des ellipses dont le foyer est au centre du soleil.*

Et ensuite que c'est une ellipse.

888. Le reste du Livre de Kepler est employé à confirmer cette découverte par d'autres Observations & par d'autres genres de preuves ; à expliquer par des raisonnemens physiques la cause de cette ovalité, & à chercher les moyens de calculer l'équation dans une ellipse dont on connoîtroit l'anomalie moyenne. Nous ne suivrons pas l'Auteur dans ces différentes tentatives, où l'on voit cependant briller le génie & l'imagination de l'Auteur, mais il nous suffit d'avoir montré la route par laquelle il étoit arrivé à cette belle découverte.

Réflexions sur la marche de Kepler.

889. On a dû remarquer avec quelle sagacité Kepler avoit sçu diviser les questions pour les résoudre chacune séparément, & choisir dans le nombre prodigieux d'Ob-

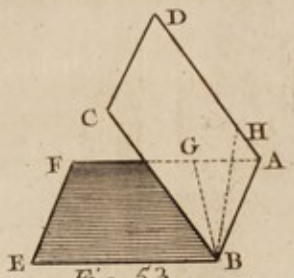


Fig. 53.

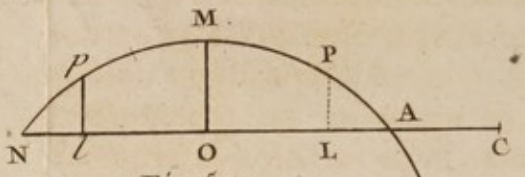


Fig. 54.

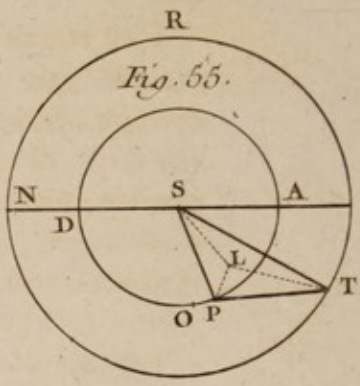


Fig. 55.

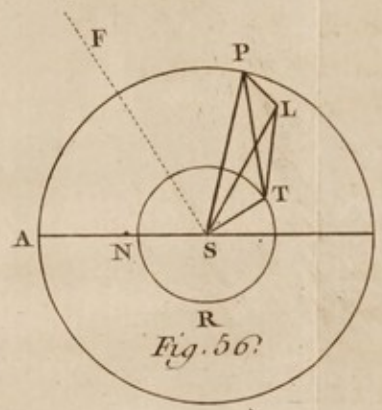


Fig. 56.

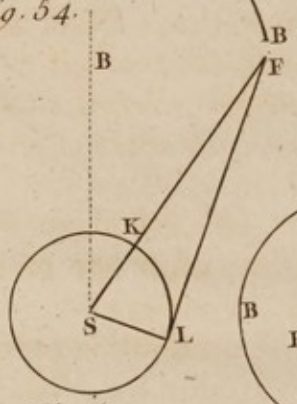


Fig. 57.

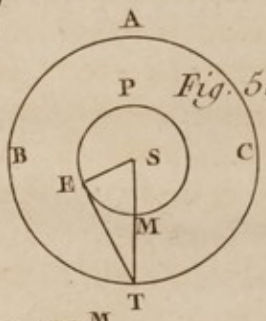


Fig. 58.

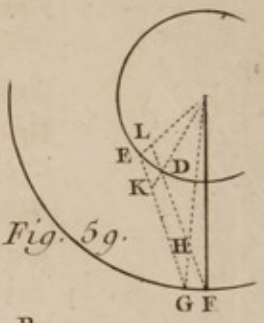


Fig. 59.

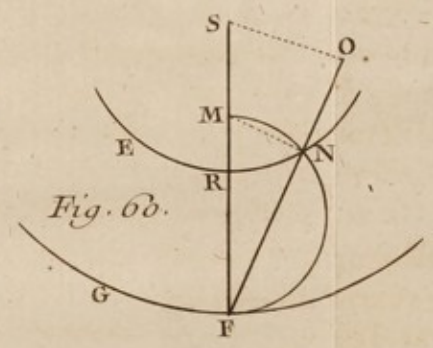


Fig. 60.

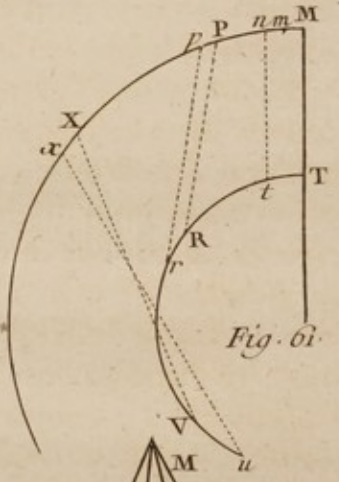


Fig. 61.

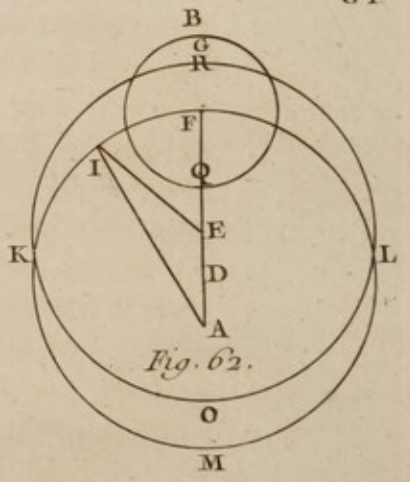


Fig. 62.

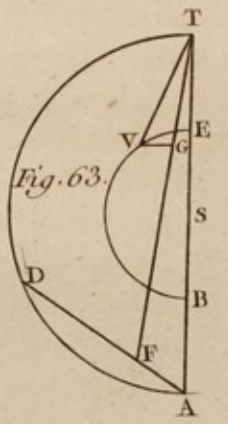


Fig. 63.

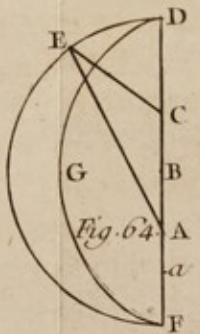


Fig. 64.

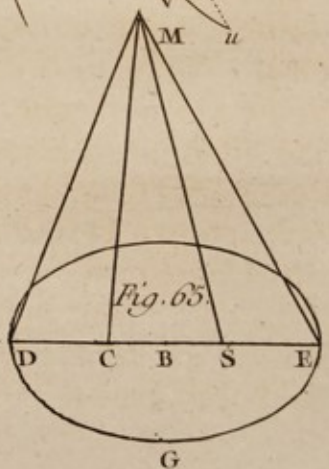


Fig. 65.

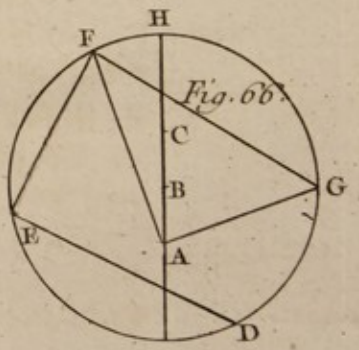


Fig. 66.

ſervations que Tycho lui avoit fournies, celles qui décidoient un élément, c'eſt-à-dire, un des points de la queſtion, indépendamment de tous les autres. Il avoit d'abord déterminé l'excentricité de l'orbite terreſtre (874) par le moyen de deux Obſervations de la longitude de Mars, faites dans le temps que cette planete étoit au même point de ſon orbite : cette excentricité le mettoit à portée de connoître les autres diſtances de la terre au ſoleil en différens points de ſon orbite. Connoiſſant les diſtances de la terre au ſoleil, il s'en étoit ſervi pour trouver celles de Mars au ſoleil dans ſon aphélie & dans ſon périhélie ; ce qui donnoit directement l'excentricité de ſon orbite (879) ; enfin, il compara trois autres diſtances de Mars au ſoleil, calculées dans un cercle dont l'excentricité étoit connue ; & les trouvant plus longues que les vraies diſtances obſervées, il en conclut que ces vraies diſtances appartenoient à une orbite plus étroite que le cercle (886).

890. Kepler avoit été long-temps à ſecouer le préjugé univerſel des orbes circulaires ; il s'accuſe lui-même du temps conſidérable que lui avoit fait perdre cette fauſſe perſuaſion, fondée ſur l'autorité générale de tous ceux qui l'avoient précédé, & ſur les principes de cette Métaphyſique arbitraire dont on n'oſoit s'écarter. *Primus meus error fuit viam planetæ perfectum eſſe circulum, tantò nocentior temporis fur, quantò erat ab autoritate omnium Philoſophorum inſtructior, & Metaphyſicæ in ſpecie convenientior*, (cap. 40. pag. 192.).

Après que l'orbite de Mars eût ſervi à trouver les dimenſions de l'orbite terreſtre, & la régle du mouvement planétaire, les mêmes élémens lui ſervirent à trouver ceux de toutes les autres planetes, il les trouva lui-même avec aſſez d'exactitude, au moyen des Obſervations de Tycho ; & il s'en ſervit pour calculer ſes Tables Rudolphines.

891. La méthode par laquelle Kepler venoit de trouver les diſtances de Mars au ſoleil, ſoit dans l'aphélie, ſoit dans le périhélie (882), lui ſervit à trouver les diſtances de toutes les autres planetes, & par conſéquent *l'excentricité* de chacune, qui n'eſt autre choſe que la moitié de

Diſtances des Planetes au Soleil.

la différence entre la plus grande & la plus petite diſtance ; ces diſtances lui ſervirent à trouver la loi dont nous parlerons ci-après (892), & cette régle a ſervi aux autres Aſtronomes pour trouver encore plus exactement ces diſtances, car les calculs en ont été faits plus d'une fois : les voici ſuivant les Tables de M. Halley ; on trouvera à l'article 945 les équations qui en réſultent.

Planétes.	Diſtance moyenne.	Excentricités en parties de la diſt. de la terre.	Log. de l'excen. en part. de la diſt. moy. de la Planete.
Mercure,	38710	7970	9 4136351
Vénus,	72333	505	7 8439549
La Terre,	100000	16802	8 2253610
Mars,	152369	14170	8 9684732
Jupiter,	520098	25078	8 6832078
Saturne,	954007	54381	8 7558954
La Lune,	.....	.....	8 7407573

Ces diſtances ſont exprimées en parties, dont celle de la terre contient 100000, les excentricités en parties ſemblables à celles de la diſtance, c'eſt-à-dire, en cent milliemes de la diſtance moyenne du ſoleil ; j'y ai ajouté les logarithmes des excentricités diviſées chacune par leurs diſtances moyennes, c'eſt-à-dire, réduites en parties de leur grand axe ; parce que c'eſt ſous cette forme-là qu'on les emploie le plus volontiers dans les calculs aſtronomiques (914) ; j'y ai joint par anticipation celle de la lune pour la commodité des Aſtronomes. (Voy. Liv. VII. art. 1209.).

Les diſtances précédentes des planetes au ſoleil, en négligeant les quatre derniers chiffres, ſont entre elles comme les nombres 4, 7, 10, 15, 52, 95 ; ce ſont-là les nombres les plus ſimples qu'il y ait pour repréſenter les intervalles & les grandeurs des orbes planétaires, & nous nous en ſommes déja ſervi en expliquant la figure du ſyſtême de Copernic (753) : il eſt utile de ſe ſouvenir de ces ſix

nombres dont on fait un fréquent uſage dans l'Aſtronomie. Les diſtances des planetes au ſoleil déterminées ainſi par Kepler, au moyen des Obſervations de Tycho, lui firent trouver la belle loi dont nous allons parler.

Les Quarrés des Temps périodiques ſont comme les Cubes des Diſtances.

892. La plus fameuſe loi du mouvement des planetes découverte par Kepler, eſt celle du rapport qu'il y a entre les grandeurs de leurs orbites, & le temps qu'elles emploient à les parcourir; Jupiter eſt cinq fois plus éloigné du ſoleil que la terre, le contour de ſon orbite eſt cinq fois plus grand, mais il met douze fois plus de temps que la terre à parcourir cette orbite qui eſt ſeulement cinq fois plus grande; Kepler chercha long-temps la cauſe de cette différence & la ſource de ces rapports : il avoit d'abord voulu rapporter les diſtances des ſix planetes aux corps réguliers, le cube, le tétraëdre, l'octaëdre, le dodécaëdre, l'icoſaëdre; enſuite à l'harmonie des corps ſonores: (Voy. *Myſterium Coſmographicum*, 1596, & *Harmonices Mundi*, 1619); mais il ne trouvoit aucun rapport ſatisfaiſant entre les temps & les diſtances.

893. Ce fut le 8 Mars 1618 qu'il lui vint à l'eſprit pour la premiere fois, de comparer les puiſſances des différens nombres, au lieu de comparer les nombres mêmes qui exprimoient les temps périodiques des planetes & leurs diſtances; il compara donc au haſard des quarrés, des cubes, &c. il eſſaya même les quarrés des temps avec les cubes des diſtances; mais il ſe trompa cette premiere fois dans ſon calcul, & rejetta cette proportion comme fauſſe & inutile. Ce ne fut que le 15 de Mai ſuivant qu'il revint à la charge, en recommençant les mêmes eſſais & les mêmes calculs; alors enfin il reconnut qu'il y avoit réellement toujours un rapport égal & conſtant entre les quarrés des temps périodiques de deux planetes quelconques, & les cubes de leurs diſtances moyennes au ſoleil : il fut ſi enchanté de cette découverte, qu'à peine il ſe fioit à ſes

Cette loi fut trouvée le 15 Mai 1618.

calculs, il n'oſoit qu'à peine ſe perſuader qu'il eût enfin trouvé une vérité cherchée pendant 77 ans : *Tantâ comprobatione & laboris mei ſeptendecennalis in Obſervationibus Braheanis, & meditationis hujus in unum conſpirantium, ut ſomniare me & præſumere quæſitum inter principia primò crederem*, (Harmonices, L. V. p. 189.).

Exemple de cette loi.

894. La diſtance de la terre au ſoleil eſt à celle de Jupiter au ſoleil, comme 1000 eſt à 520, leurs cubes ſont par conſéquent comme 10 à 1407 ; or, les durées de leurs révolutions ſont de $365\frac{1}{4}$ & de 4332 jours, dont les quarrés en négligeant les derniers chiffres, ſont comme 187 à 1334; ainſi les quarrés des temps périodiques ſont entre eux comme 1877 à 13341, ou comme 10 eſt à 1407 ; donc, le rapport eſt le même de part & d'autre ; le quarré du temps périodique de Jupiter eſt 140 fois plus grand que le quarré du temps périodique de la terre, & le cube de la diſtance moyenne de Jupiter au ſoleil eſt 140 fois plus grand que le cube de la diſtance de la terre, c'eſt en quoi conſiſte l'égalité des rapports. On verra dans le XVIIIe. Livre que cette loi ſe vérifie également quand on compare les diſtances des ſatellites de Jupiter & de Saturne avec les durées de leurs révolutions, & l'on verra dans le Livre XXII. de l'Attraction, que de cette loi donnée par obſervation il s'enſuivoit néceſſairement que la force centrale, ou la gravité des planetes vers le ſoleil étoit en raiſon inverſe du quarré de la diſtance, c'eſt-à-dire, la plus belle découverte de Newton, qui dut ſans doute ſon origine à celle de Kepler.

Les Aires ſont proportionnelles au Temps.

895. Cette loi générale du mouvement des planetes devenue ſi importante dans l'Aſtronomie, ſçavoir, que les aires ſont proportionnelles au temps, eſt encore une des découvertes de Kepler ; cependant Kepler ne démontroit cette vérité que d'une maniere incomplete ; Newton a été le premier qui ait fait voir qu'elle étoit une ſuite néceſſaire & exacte de la loi générale du mouvement planétaire.

Kepler étoit perſuadé que le mouvement circulaire des

planetes étoit produit par une certaine force émanée du ſoleil, qui les forçoit à tourner autour de l'axe du ſoleil, comme il y tournoit lui-même. Il conſidéroit que puiſque les planetes les plus éloignées tournoient plus lentement que les planetes les plus proches du ſoleil, il falloit que la force motrice fût plus petite à une plus grande diſtance, & cela le conduiſit à établir non-ſeulement la force d'*inertie*, dont il a parlé le premier, mais encore la régle des aires proportionnelles au temps.

896. Kepler démontre d'abord à la page 165 de ſa nouvelle Phyſique Céleſte, que le mouvement des planetes dans les abſides eſt proportionnel à leur diſtance au ſoleil même, dans l'hypothèſe de Ptolémée (867), c'eſt-à-dire, qu'en prenant un arc de l'excentrique vers l'aphélie, & un autre arc de même longueur vers le périhélie, la planete eſt plus long-temps dans l'arc aphélie, à proportion que la la diſtance aphélie eſt plus grande; ou, ce qui revient au même, que les aires décrites dans le même temps ſont égales.

Démonſtration de Kepler.

Soit E (*Fig.* 68.) le point autour duquel le mouvement eſt ſuppoſé uniforme (867), S le centre du ſoleil à même diſtance du centre C que le point E; ayant tiré deux lignes MEO, NEP, l'arc MN & l'arc OP ſont parcourus dans le même temps ſuivant cette hypothèſe, puiſque les angles en E ſont égaux; ſi du point S on tire les lignes SO, OP, & les lignes SN, SM; je dis qu'elles formeront des ſecteurs égaux OSP, NSM: en effet, $MN : OP :: ER : EQ$, donc $MN . EQ = OP . ER$; mais $EQ = SR$ & $ER = SQ$; donc $MN . SR = OP . SQ$; donc le ſecteur SNM eſt égal au ſecteur OSP: donc dans l'hypothèſe même des Anciens ſi l'on prend deux arcs MN & OP, décrits par une planete dans des temps égaux, on aura au point S des aires égales. *Fig.* 68.

897. De ce que la planete employe plus de temps dans ſon aphélie à parcourir un même arc, Kepler conclut en général, (*page* 167.), que plus la planete eſt éloignée du centre du ſoleil, plus elle eſt foiblement animée par la force motrice qui la fait tourner autour du ſoleil. Kepler

applique cette propoſition, (*cap.* 40.) au calcul de l'équation du centre. Puiſque la demeure d'une planete dans chacun des arcs égaux de l'excentrique, eſt toujours proportionnelle à la diſtance de la planete ; ſi l'on peut avoir la ſomme de toutes les diſtances, on aura la ſomme de toutes les demeures, ou le temps employé à parcourir un arc quelconque, de quelque grandeur qu'il ſoit : or la ſomme de toutes les diſtances eſt viſiblement la ſurface entiere du ſecteur décrit par la planete ; ainſi l'aire du ſecteur repréſentera l'anomalie moyenne, qui eſt proportionnelle au temps.

898. Lorſque Kepler (*cap.* 46. *pag.* 219.), paſſe à la conſidération des orbes elliptiques, il tranſporte à l'ellipſe cette propriété qu'il n'avoit démontrée que pour le cercle excentrique, ſans y employer de nouvelle démonſtration ; ainſi la loi des aires proportionnelles au temps n'étoit démontrée qu'imparfaitement, elle ne pouvoit paſſer juſqu'alors que comme une approximation commode, facile dans la pratique, & juſtifiée par l'accord du calcul avec l'Obſervation.

Mais lorſqu'on conſidere les orbites planétaires comme formées par le concours de deux forces & deux directions différentes, dont l'une eſt de ſa nature uniforme & conſtante, dès-lors les aires deviennent néceſſairement & rigoureuſement proportionnelles aux temps, comme nous le démontrerons bientôt (900).

899. On démontreroit très-bien aujourd'hui, par l'Obſervation des diamétres du ſoleil, que les aires ſont proportionnelles aux temps vers les abſides, ou, ce qui revient au même, que le mouvement du ſoleil eſt d'autant plus lent qu'il eſt plus éloigné de la terre. Le diamétre du ſoleil eſt de $31' 31''$ en été, & de $32' 36''$ en hyver, ſuivant nos Obſervations ; cela prouve que la diſtance du ſoleil en hyver eſt à ſa diſtance en été, comme $31' 31''$ eſt à $32' 36''$; car les grandeurs apparentes d'un même objet ſont en raiſon inverſe de leurs diſtances (1057) : le mouvement horaire du ſoleil en hyver eſt de $2' 32''$; or $32' 36'' : 31' 31'' :: 2' 33'' : 2' 28''$; ainſi le mouvement horaire du ſoleil devroit être de

de 2′ 28″, si ce mouvement horaire étoit en lui-même constant & uniforme, & que ses différences ne dépendissent que de l'éloignement du soleil ; cependant, par l'observation, ce mouvement horaire ne se trouve que de 2′23″; il est plus petit qu'il ne devroit être dans cette supposition : donc, outre les 5″ de différence qu'il doit y avoir entre les mouvemens horaires du soleil en été & en hyver à cause de ses différentes distances, il y a encore une différence réelle de 5″, qui ne provient pas des distances, mais qui est un rallentissement véritable dans le mouvement du soleil; donc, le mouvement de la terre est effectivement plus lent dans l'aphélie que dans le périhélie ; on voit même qu'il est en raison inverse des distances, puisque, pour avoir cette raison inverse, il suffit qu'on ait 5″ de plus pour l'excès du mouvement horaire en hyver sur le mouvement en été, indépendamment des 5″ qu'il doit y avoir, à raison de la distance du soleil qui est moindre en hyver.

900. La loi des aires proportionnelles au temps ayant été démontrée par Kepler pour le cas de l'aphélie & du périhélie, & se trouvant vérifiée d'ailleurs par un accord général entre les observations & le calcul tiré de cette loi, nous pourrions la regarder comme prouvée astronomiquement, n'ayant pas encore traité des causes qui doivent produire cette loi ; cependant nous allons démontrer en peu de mots, 1°. que les planetes tournent autour du soleil en vertu d'une force centrale ou attractive, dirigée au foyer de l'ellipse ; 2°. que cette force une fois supposée, il s'ensuit que les aires sont proportionnelles au temps.

901. C'est la premiere loi du mouvement prouvée par l'expérience, & admise par tous les Mathématiciens, qu'un corps ayant parcouru une ligne droite uniformément dans l'espace d'une minute, parcourroit une autre ligne droite sur la même direction dans la minute suivante, si rien ne s'y opposoit ; ainsi la planete P (*Fig. 69.*), ayant été une seule fois uniformément de P en Q sur la ligne droite PQ, elle continueroit à se mouvoir de Q en F sur la même direction PQF, en parcourant un espace QF égal à PQ uniformément, & dans le même espace de temps : cependant

Premiere loi du Mouvement.

Fig. 69.

Existence d'une force centrale.

les planetes décrivent des ellipses, & non pas des lignes droites ; elles courbent sans cesse leur route du côté du soleil, & reviennent après une révolution reprendre la même route à la même distance du soleil ; il y a donc dans le soleil une force capable de détourner à chaque instant une planete de la ligne droite qu'elle venoit de décrire l'instant précédent. Nous examinerons la mesure & la quantité de cette force dans le XXIIe. Livre, où nous traiterons de l'Attraction ; il nous suffit ici de faire voir que cette force centrale existe, puisque sans elle les planetes ne pourroient décrire que des lignes droites, & jamais ne reviendroient sur leurs pas, comme elles le font, en décrivant sans cesse une courbe qui environne le soleil.

Seconde loi du Mouvement.

902. La seconde loi du mouvement que je suppose encore connue & démontrée, parce qu'elle se trouve dans tous les Livres de Méchanique, ou de Dynamique, est celle-ci : un corps poussé à la fois par deux forces différentes, dont les directions font un angle, & dont chacune pourroit lui faire parcourir en une minute un des côtés d'un parallélogramme, en décrira la diagonale. Si la planete arrivée en Q est poussée vers le soleil, suivant la direction QS, avec une force capable de lui faire parcourir en une minute la ligne droite QG, tandis qu'au même instant elle est sollicitée à parcourir en une minute une ligne QF égale à PQ, en vertu de la premiere loi du mouvement (901), & si sur les lignes GQ & QF on forme un parallélogramme $GQFR$, la planete parcourra la diagonale QR dans la même minute. Il ne faut que ces trois principes pour démontrer que la loi des aires proportionnelles au temps, doit avoir lieu dans tous les cas ; nous allons rapporter la Démonstration de Newton.

Démonstration de la loi des Aires proportionnelles.

903. Considérons une planete en un point quelconque Q de son orbite, venant de parcourir l'instant d'auparavant une très petite portion PQ de son orbite, que je considere comme une ligne droite ; la planete parvenue de P en Q, & son rayon vecteur ayant passé de SP en SQ, a décrit l'aire SPQ en une minute de temps ; je dis que dans la minute suivante elle décrira une aire SQR égale à l'aire SPQ,

c'eſt-à-dire, que l'aire décrite par le rayon vecteur, ſera égale en temps égal. En effet, ſi la planete livrée à elle-même, eût continué à ſe mouvoir de Q en F, en vertu de la premiere loi du mouvement (901), elle auroit décrit une aire QSF égale à l'aire PSQ, parce que ces deux triangles ſont égaux, ayant des baſes égales PQ & QF, & pour hauteur commune la perpendiculaire abaiſſée du point F ſur la direction FQP, prolongée au-dehors : mais à cauſe de la force centrale qui attire la planete vers le ſoleil, ce ſera l'aire QSR, (à la place de l'aire QSF), qui ſera décrite par la planete ; or, les aires ou les triangles QSR, QSF, ſont encore égaux, parce qu'ils ont la même baſe QS, & ſont compris entre les mêmes paralleles FR & QS ; donc l'aire QSR eſt auſſi égale à l'aire PSQ : ainſi il eſt démontré que la petite aire décrite dans la premiere minute, eſt égale à la petite aire décrite dans la minute ſuivante, & procédant ainſi de minute en minute dans toute la durée de la révolution, on démontreroit avec la même facilité que la même planete décrira éternellement la même aire dans le même temps, à quelque diſtance du ſoleil qu'elle parvienne, tant qu'il ne ſurviendra pas une force étrangere qui puiſſe troubler l'égalité entre QF & PQ, c'eſt-à-dire, entre la ligne qu'une planete vient de parcourir, & celle qu'elle tend à parcourir dans la minute ſuivante.

Ainſi la loi des aires proportionnelles aux temps eſt démontrée par l'obſervation, c'eſt-à-dire, par l'accord général des calculs fondés ſur cette loi, avec les obſervations, & elle l'eſt encore par la nature même des deux forces qui animent les planetes : nous allons donc paſſer au calcul du mouvement des planetes dans les orbites elliptiques, pour être en état d'aſſigner en tout temps le point de ſon orbite où une planete doit ſe trouver en vertu de la loi précédente.

On a appellé cette loi des aires proportionnelles aux temps, *Loi de Kepler*, auſſi bien que celle de l'article 892, du nom de ce célebre Inventeur ; mais il n'eut pas la ſatisfaction de voir leur connexion & leur dépendance naturelle, cela étoit réſervé à Newton.

THÉORIE DU MOUVEMENT ELLIPTIQUE DES PLANETES AUTOUR DU SOLEIL.

Rayon vecteur.

904. Définitions. Le *Rayon vecteur* d'une planete eſt la ligne tirée du centre du ſoleil au centre de la planete, ou la diſtance de la planete au foyer de ſon ellipſe. Soit *Fig. 70.* *AMDP* (*Fig.* 70.), l'orbite elliptique d'une planete décrite autour du foyer *S*, où eſt placé le ſoleil (887), *M* le lieu actuel d'une planete pour un inſtant donné, la ligne *SM* ſera le rayon vecteur.

Aphélie.

905. La ligne des abſides, ou le grand axe de l'ellipſe marque l'aphélie & le périhélie de la planete : l'Aphélie, ou l'abſide ſupérieure, eſt le point de l'orbite où la planete eſt la plus éloignée du ſoleil ; tel eſt le ſommet *A* du grand axe *AP*, le plus éloigné du foyer *S*. Le Périhélie *, ou l'abſide inférieure, eſt le point de l'orbite où la planete eſt la plus proche du ſoleil ; telle eſt l'extrémité inférieure *P* du grand axe *AP*, la plus voiſine du foyer *S* où réſide le ſoleil.

Anomalie vraie.

906. L'Anomalie vraie ** eſt l'angle formé au foyer de l'ellipſe par le rayon vecteur & par la ligne des abſides ; tel eſt l'angle *ASM* formé par le grand axe *AS* & par le rayon vecteur *SM*.

Anomalie excentrique.

L'Anomalie excentrique eſt l'angle formé au centre de l'ellipſe, par le grand axe & par le rayon d'un cercle circonſcrit, mené à l'extrémité de l'ordonnée qui paſſe par la planete ; ainſi ayant décrit un cercle *ANP* ſur le grand axe *AP* de l'orbite, comme diametre, on tirera l'ordonnée *RMN* par le point *M*, où eſt ſuppoſée la planete, & à l'extrémité *N* de cette ordonnée on ménera le rayon *CN*, c'eſt celui qui déterminera l'anomalie excentrique *ACN*.

Anomalie moyenne.

907. L'Anomalie moyenne eſt celle qui eſt proportionnelle au temps, ou qui augmente uniformément & également depuis l'aphélie juſqu'au périhélie ; ainſi une planete qui emploieroit ſix mois à aller de *A* en *P*, aura à la fin du

* Ἀπὸ, *longè* ; περὶ, *propè* ; Ἥλιος, *Sol.*

** Ἄνομος, *ſine Lege. Anomalie* ſignifie proprement en Aſtronomie, *l'indication* ou *l'argument de l'irrégularité.*

premier mois 30 degrés d'anomalie moyenne, 60 degrés à la fin du ſecond ; & ainſi de ſuite, en augmentant toujours proportionnellement au temps. Si l'on prend une ligne *CX* pour marquer l'anomalie moyenne, en ſuppoſant que cette ligne tourne uniformément autour du centre *C*, la ligne *CX* ſera d'abord plus avancée que la ligne *CN*, & cet avancement augmentera tant que la vîteſſe de la planete ſera moindre que ſa vîteſſe moyenne ; enſuite le point *N* ſe rapprochera du point *X*, juſqu'à ce qu'au périhélie *P* ils ſe réuniſſent enſemble ; là les trois anomalies ſe confondent, & ſont également de 180 degrés.

908. Puiſque l'anomalie moyenne eſt proportionnelle au temps, & qu'elle eſt une portion du temps de la révolution, elle peut être meſurée par toute quantité qui aura un progrès uniforme : ainſi non-ſeulement l'arc *AX* & l'angle *ACX* (*Iig.* 70.), peuvent s'appeller *Anomalie moyenne*, mais encore le ſecteur elliptique, ou l'aire *AMS*, formée par le rayon vecteur *SM*, le grand axe *SA* & l'arc d'ellipſe *AM* : en effet, les aires décrites par le rayon vecteur *SM*, étant proportionnelles aux temps (895), le ſecteur *AMS* ſera la ſixieme partie de la ſurface elliptique *AMDPA* au bout du premier mois, (dans la ſuppoſition de l'article précédent), elle en ſera le tiers au bout de deux mois, & toujours ainſi uniformément ; en ſorte que la ſurface, ou l'aire elliptique ſera la quantité proportionnelle au temps, une fraction égale à la fraction du temps, ou l'anomalie moyenne : ainſi l'on pourra dire à la fin du premier mois, que l'anomalie moyenne eſt 30 degrés, ou, en général, qu'elle eſt un douzieme, parce que 30 degrés ſont la douzieme partie du ciel, & que l'aire *AMS* ſera pour lors la douzieme partie de l'aire entiere de l'ellipſe. *Fig.* 70.

909. Kepler ayant trouvé que les planetes décrivoient des ellipſes avec des aires proportionnelles au temps, il ne lui reſtoit plus que d'en conclure le vrai lieu d'une planete pour un temps donné.

Lorſqu'on connoît la durée de la révolution de la planete, par exemple, celle de Mercure, qui eſt de 86 jours ; & qu'on demande le lieu de Mercure au bout de 2 jours, *On connoît toujours l'Anomalie moyenne.*

c'eſt-à-dire, de la 43e. partie de ſa révolution, on ſçait dès-lors que l'aire du ſecteur *ASM* compris entre l'aphélie & le rayon vecteur *SM*, eſt la 43e. partie de la ſurface de l'ellipſe ; cette portion du temps, ou cette portion de l'ellipſe eſt proprement l'*anomalie moyenne* (908), que l'on peut auſſi exprimer en degrés, en prenant la 43e. partie des 360 degrés qui font le cercle entier : car on a vû que nous pouvons appeller indifféremment *anomalie moyenne*, une portion du temps, une portion de l'ellipſe, une portion de la circonférence du cercle ; c'eſt toujours une fraction qui eſt donnée quand on cherche le lieu d'une planete, mais c'eſt principalement en degrés que nous la prendrons ci-après, pour ſuivre la forme uſitée dans les Tables Aſtronomiques.

Problême de Kepler.

910. Lorſqu'on connoît l'anomalie moyenne, ou la ſurface du ſecteur *AMS*, il s'agit de trouver l'anomalie vraie, ou l'angle *ASM* de ce ſecteur. Kepler ſentit bien la difficulté de ce problême : *étant donnée l'anomalie moyenne, trouver l'anomalie vraie*, même dans un cercle, car la difficulté eſt à peu près la même que dans l'ellipſe ; il ſe contenta d'inviter les Géométres à en chercher la ſolution, ſans eſpérer qu'on la pût trouver d'une maniere directe, parce qu'elle ſuppoſe connu le rapport entre les arcs & leurs ſinus, qui n'eſt donné que par approximation : voici comment il s'exprime au ſujet de ce fameux problême, qui a toujours été appellé depuis *Problême de Kepler*. *Hæc eſt mea ſententia : quæ quominùs habere videbitur Geometricæ pulchritudinis, hoc magis adhortor Geometras ut mihi ſolvant hoc problema : Data areâ partis ſemicirculi, datoque puncto diametri, invenire arcum & angulum ad illud punctum : cujus anguli cruribus & quo arcu data area comprehenditur : vel aream ſemicirculi ex quocumque puncto diametri in datâ ratione ſecare. Mihi ſufficit credere ſolvi à priori non poſſe propter arcus & ſinus* ἑτερογένειαν. (pag. 500.). C'eſt par-là que Kepler termine ſes recherches ; le problême dont il déſeſpéroit alors, eſt encore aujourd'hui déſeſpéré (920).

911. La premiere choſe que nous ferons pour ſimplifier

ces recherches, ſera de renverſer la queſtion, & de ſuppoſer connue l'anomalie vraie pour en déduire l'anomalie moyenne ; cette méthode ſera plus courte, ſouvent plus exacte, & tiendra toujours lieu dans la pratique, de la méthode directe que nous expliquerons cependant à ſon tour, (920). Cette méthode indirecte a été employée avec ſuccès par M. l'Abbé de la Caille dans ſes Recherches ſur le Soleil ; elle eſt fondée ſur les deux théorêmes ſuivans, que nous allons démontrer d'une maniere très-ſimple, en ſuppoſant quelques propoſitions des Sections Coniques, ou de la Trigonométrie, qui ſeront démontrées à leur place dans les Livres XXI. & XXIII.

912. LEMME. *Dans une ellipſe* AMP, (Fig. 70.), *à laquelle on a circonſcrit un cercle* ANP ; CX *étant la ligne de l'anomalie moyenne* (907), *&* M *le lieu de la planete ; le ſecteur circulaire* ANSA *eſt égal. au ſecteur circulaire* ACX *de l'anomalie moyenne.* Fig. 70.

DÉMONSTRATION. Soit *T* le temps de la révolution de la planete, & *t* le temps qu'elle a employé à aller de *A* en *M*, on aura par la régle des aires proportionnelles aux temps, *t* eſt à *T* comme le ſecteur *AMS* eſt à la ſurface de l'ellipſe : de même, puiſque *ACX* eſt l'anomalie moyenne, on aura *t* : *T* : : *ACX* : ſurface du cercle ; donc *AMS* : *ACX* : : ſurface de l'ellipſe : ſurface du cercle. Mais par la propriété de l'ellipſe, (Voy. Liv. XXI.), *AMS* : *ANS* : : ſurface de l'ellipſe : ſurface du cercle ; ces deux proportions ayant trois termes communs, le quatrieme ne ſçauroit manquer de l'être ; donc *ANS* & *ACX* ſont égaux entre eux. *C. Q. F. D.*

913. *LA RACINE QUARRÉE de la diſtance périhélie eſt à la racine quarrée de la diſtance aphélie, comme la tangente de la moitié de l'anomalie vraie eſt à la tangente de la moitié de l'anomalie excentrique.* Théorême premier.

DÉMONSTRATION. C'eſt une propriété qui ſera démontrée dans le XXIIIe. Livre pour tous les triangles rectangles, tels que *RSM*, (*Fig.* 70.), que la tangente de la moitié de l'angle *RSM* eſt égale au côté oppoſé *RM*, diviſé par la ſomme des deux autres côtés *SR*, *SM* ; ainſi dans les triangles rectangles *MSR* & *NCR* on a cette proportion : Fig. 70.

tang. $\frac{1}{2}$ MSR : tang. $\frac{1}{2}$ NCR : : $\frac{RM}{SR+SM}$: $\frac{RN}{CR+CN}$; ſi l'on met à la place du rapport de RM à RN celui de CD à CA qui lui eſt égal par la propriété de l'ellipſe, & à la place de $SR+SM$ ſa valeur $PR.\frac{SA}{CA}$, (Voy. Liv. XXI.); & enfin PR à la place de $CR+CN$, on changera la proportion en celle-ci : tang. $\frac{1}{2}$ MSR : tang. $\frac{1}{2}$ NCR : : $\frac{CD.CA}{RP.SA}$: $\frac{CA}{RP}$: : CD : SA : : $\sqrt{aa-ee}$: $a+e$, nommant a le demi-axe de l'ellipſe, & e l'excentricité CS; on diviſera les deux derniers termes par $\sqrt{a+e}$, & l'on aura $T.\frac{1}{2}$ MSR : $T.\frac{1}{2}$ NCR : : $\sqrt{a-e}$: $\sqrt{a+e}$, : : $\sqrt{BF}$: $\sqrt{FA}$: donc la tangente de la moitié de l'anomalie vraie ASM eſt à la tangente de la moitié de l'anomalie excentrique ACN, comme la racine quarrée de la diſtance périhélie PS eſt à celle de la diſtance aphélie AS. *C. Q. F. D.*

Théorême ſecond.

914. *La* DIFFÉRENCE *entre l'anomalie excentrique & l'anomalie moyenne eſt égale au produit de l'excentricité par le ſinus de l'anomalie excentrique.*

DÉMONSTRATION. Le ſecteur circulaire $ANSCRA$, (*Fig.* 70,), eſt égal au ſecteur de l'anomalie moyenne ACX (912); ſi l'on ôte de tous deux la partie commune ACN, on aura le ſecteur NCX égal au triangle CNS. La ſurface du ſecteur NCX eſt égale au produit de CN par l'arc NX; la ſurface du triangle CNS eſt égale au produit de CN par la hauteur ST, qui eſt une perpendiculaire abaiſſée du foyer S ſur la baſe NC, prolongée au-delà du centre C; ainſi les deux ſurfaces étant égales, & ayant un des produiſans CN qui eſt commun à toutes deux, les autres produiſans ſont auſſi égaux; donc l'arc NX eſt égal à la ligne ST, mais $ST = CS$. ſin. TCS, ou ACN, par les régles de la Trigonométrie rectiligne; donc la différence NX entre l'anomalie excentrique AN & l'anomalie moyenne AX, eſt égale au produit de l'excentricité CS par le ſinus de l'anomalie excentrique ACN. *C. Q. F. D.*

Fig. 70.

915. C'eſt en minutes & ſecondes qu'on a coutume d'exprimer toutes les anomalies des planetes; ainſi pour trouver

trouver la différence en ſecondes entre l'anomalie moyenne & l'anomalie excentrique, il faut que l'excentricité ſoit auſſi exprimée en ſecondes ; ſi l'excentricité de la planete eſt donnée en parties de la diſtance moyenne de cette même planete (891), il ſuffira de la multiplier par 57° 17′ 44″ 8, arc égal au rayon, pour avoir cette excentricité en ſecondes ; le logarithme de 57° eſt 5, 3144251, on ajoutera ce logarithme conſtant avec celui de l'excentricité de la planete exprimée en parties de la diſtance moyenne (891), & l'on aura le logarithme de cette excentricité en ſecondes. Pour ſentir la raiſon de cette multiplication par 57°, ou par 206264″, ſuppoſons que l'excentricité fût la deux cent millieme partie du rayon ou de la diſtance moyenne, il eſt évident que puiſqu'il y a deux cent mille ſecondes dans un arc égal au rayon, l'excentricité vaudroit une ſeconde ; ſuppoſons qu'elle fût la moitié du rayon, ou $\frac{1}{2}$, elle vaudroit la moitié de 206264″, ou 103132″, c'eſt-à-dire, qu'en multipliant cette excentricité $\frac{1}{2}$ par 206264, on aura le nombre de ſecondes que l'excentricité contient ; & cela ſe comprendra de même de tous les autres cas ; puiſque l'unité eſt à l'excentricité de l'article 891 en parties du rayon, comme 206264″ ſont à l'excentricité réduite en ſecondes, il eſt évident qu'en multipliant l'excentricité en parties du rayon par 206264″, on aura l'excentricité en ſecondes ; & il en eſt de même de toutes les quantités qu'on trouve dans les calculs, exprimées en parties du rayon ; lorſqu'on les veut avoir en ſecondes, on les multiplie par 206264″, ou l'on ajoute à leur logarithme le logarithme conſtant 5, 3144251 ; nous ferons ſouvent uſage de cette remarque dans le XXIIe. Livre, en expliquant les calculs de l'Attraction.

Exprimer en ſecondes les décimales du Rayon.

916. On verra bientôt l'application de ces deux théorêmes avec un exemple (art. 917) ; mais pour plus de facilité, nous donnerons dans la Table ſuivante pour chaque planete, les deux logarithmes conſtans qui ſervent pour les proportions contenues dans ces deux théorêmes : le premier pour l'anomalie excentrique eſt la moitié de la différence entre le logarithme de la diſtance aphélie & celui de la

distance périhélie, il s'ajoute avec le logarithme de la tangente de la moitié de l'anomalie vraie, pour avoir celui de la tangente de la moitié de l'anomalie excentrique : le second logarithme est pour l'anomalie moyenne : c'est la somme du logarithme de l'excentricité & du logarithme de 57°; on l'ajoute avec le logarithme du sinus de l'anomalie excentrique, pour avoir celui de la différence qu'il y a entre l'anomalie excentrique & l'anomalie moyenne : enfin, nous avons joint à la même Table le logarithme de la moitié du petit axe, pour servir à trouver la distance (918).

	Logarithme pour l'anomalie excentrique.	Logarithme pour l'anomalie moyenne.	Logarithme du demi-axe conjugué.
Mercure,	0 0907135	4 6280604	4 5784175
Vénus,	0 0030320	3 1583617	4 8593270
Mars,	0 0405055	4 2828983	5 1810105
Jupiter,	0 0209575	3 9976443	5 7155795
Saturne,	0 0247830	4 0703234	5 9788450

917. Exemple. Je suppose qu'on connoisse l'anomalie vraie de Mars $2^s\ 0°\ 8'\ 40''$, & qu'on veuille la convertir en anomalie moyenne, le logarithme de la distance périhélie, suivant les Tables de M. Halley, est 5, 221516, le logarithme de la distance aphélie 5, 140505, la moitié de la différence de ces deux logarithmes est 0, 0405055, logarithme constant pour la premiere analogie : les distances qui répondent aux deux logarithmes des Tables sont 166539 & 138199, la moitié de la somme de ces deux distances est 152369, c'est le demi-axe de l'ellipse, ou la distance moyenne de Mars au Soleil ; la moitié de la différence entre ces mêmes distances est 14170, excentricité de Mars, suivant les Tables de M. Halley, en parties dont la distance moyenne du soleil à la terre contiendroit 100000. Il faut d'abord convertir cette excentricité en parties de la

distance moyenne de Mars, prise pour unité, en disant : 152369 est à 1, comme 14170 est à 0,0929979, dont le logarithme est 8, 9684732; pour la réduire en secondes, on fait cette proportion; 1 est à 0,0929979, comme 57° 17′ 44″ 8, arc égal au rayon, est à un quatrieme terme qui se trouve 19182″.

Son logarithme est 4, 2828983

Logarithme de l'excentricité, 1470 . . .	4, 1513699
Otez le logarithme du demi-axe, 152369 .	5, 1828969
	8, 9684732
Ajoutez le logarithme de 57°	5, 3144251
Log. constant pour la 2ᵉ analogie (916) .	4, 2828983
Log. constant pour la premiere analogie, .	0, 0405055
L. T. de la demi-anom. vraie, 15° 4′ 20″	9, 4302374
L. T. de la demi-anom. excent. 16 28 8 6	9, 4707429
Donc l'anomalie excentr. est 32 56 17 2	
Logar. constant pour la seconde analogie,	4, 2828983
Log. du sin. de l'an. excent. 32° 56′ 17″ 2	9, 7353754
Logarithme de 10430″, ou 2 53 50 0	4, 0182837
Ajoutez à l'anom. excentr. 32 56 17 2	
Anomalie moyenne, 35 50 7, 2	

Si l'anomalie vraie donnée surpasse six signes ou 180°, on prendra ce qui s'en manque pour aller à 360 degrés, ou à 12 signes, afin d'avoir la distance à l'aphélie par le plus court chemin ; mais après avoir trouvé l'anomalie moyenne, on reprendra aussi son supplément à 360 deg. pour avoir toujours cette anomalie moyenne comptée suivant l'ordre des signes.

Distance au Soleil, ou Rayon vecteur.

918. Le Rayon vecteur, ou la distance d'une planete au soleil, lorsqu'on connoît l'anomalie vraie & l'anomalie excentrique, se trouve par le moyen de cette proportion :

Le sinus de l'anomalie vraie est au sinus de l'anomalie excentrique, comme la moitié du petit axe est au rayon vecteur.

Démonstration. Dans les triangles RSM, RSN, rectangles en R, (*Fig.* 70.), on a, par la Trigonométrie ordinaire, ces deux proportions : $MR : NR ::$ tang. CSM : tang. CSN ; $SM : SN ::$ sec. CSM : sec. CSN ; mais $RM : RN :: CD : CA$, ou CN, par la propriété de l'ellipse ; ainsi l'on a les trois proportions suivantes : *Fig.* 70.

$$CD : CN :: \text{tang. } CSM : \text{tang. } CSN$$
$$CN : SN :: \text{sin. } CSN : \text{sin. } NCS$$
$$SN : SM :: \text{sec. } CSN : \text{sec. } CSM$$

Après avoir multiplié ces trois proportions terme à terme, on divisera les deux premiers termes par $CN . SN$, & l'on aura $CD : SM ::$ tang. CSM. sin. CSN. sec. CSN : tang. CSN. sin. NCS. sec. CSM ; & mettant la tangente de CSN au lieu du sinus multiplié par la sécante, ce qui revient au même, comme on le verra dans la Trigonométrie ; l'on trouve $CD : SM ::$ tang. CSM. tang. CSN : tang. CSN. sin. NCS. sec. CSN ; & divisant les deux derniers termes par $T. CSN$. sec. CSM; $CD : SM :: \frac{\text{tang. } CSM}{\text{sec. } CSM}$: sin. NCS ; mais la tangente divisée par la sécante, est égale au sinus, par la Trigonométrie ordinaire ; donc $CD : SM ::$ sin. CSM : sin. NCS, c'est-à-dire, que le sinus de l'anomalie vraie est au sinus de l'anomalie excentrique, comme le demi-axe CD est au rayon vecteur. *C. Q. F. D.*

On trouvera ci-après une autre méthode pour déterminer le rayon vecteur dans l'hypothèse de Kepler (922).

919. Pour faciliter l'usage de ce théorême, nous avons mis dans la Table de l'art. 916 les logarithmes de chaque demi-axe conjugué pour les planetes principales, en supposant l'excentricité, telle qu'elle est dans les Tables de M. Halley ; on sçait par la propriété ordinaire de l'ellipse, que $CD = (Fig.\ 70.)\ \sqrt{\overline{CP^2} - \overline{CS^2}}$, ou ce qui revient au même, $\sqrt{CP + CS} . \sqrt{CP - CS}$; ainsi il est aisé de trouver ce demi-axe, quand on connoît le rapport de l'excentricité & du grand axe, après quoi l'on en conclut la distance. Valeur du petit axe. *Fig.* 70.

Exemple. L'anomalie moyenne trouvée (art. 917), est 35° 50′ 7″, l'anomalie excentrique 32° 56′ 17″ ; on demande

la diſtauce de Mars au ſoleil, ou le rayon vecteur. On ajoutera enſemble le logarithme de la diſtance aphélie & le logarithme de la diſtance périhélie, on prendra la moitié de leur ſomme, & l'on aura celui du demi-axe conjugué,

	5, 1810105
Ajoutez le log. ſin. anom. exc. 32° 56′ 17″	9, 7353849
	4, 9163954
Otez le log. ſin. anom. moy.	9, 7674949
Logarithme de la diſtance, 140997	5, 1489005

Connoiſſant l'Anomalie moyenne, trouver l'Anomalie vraie.

920. Juſqu'ici nous avons donné les régles néceſſaires pour convertir l'anomalie vraie en anomalie moyenne, problême facile, & auquel nous tâcherons de réduire le problême de Kepler qui en eſt l'inverſe ; néantmoins pour ſatisfaire auſſi le Lecteur ſur les méthodes directes qu'on peut employer pour réſoudre le problême de Kepler par approximation, nous allons rapporter, d'après M. Caſſini, la ſolution ſuivante ; & l'on en trouvera dans le XXIe. Livre une ſolution analytique par le moyen du calcul différentiel.

Dans le cercle *ANB*, (*Fig.* 71.), circonſcrit à l'orbite *AMB* d'une planete, on a vû que *AX* étant pris pour anomalie moyenne, la différence *NX* entre l'anomalie moyenne & l'anomalie excentrique *ACN* eſt égale à la perpendiculaire *ST* (914) ; ſi du point *X* on tire une ligne *XY* parallele à *NCT*, & perpendiculaire ſur *ST*, la petite ligne *SY* ſera la différence entre l'arc *NX* égal à *ST*, & le ſinus de cet arc, qui eſt égal à *YT* ; cette différence entre l'arc & le ſinus n'eſt que d'une demi-ſeconde, lorſque l'arc *NX* n'excede pas un degré & demi, on peut alors la négliger entiérement, & conſidérer les lignes *NC*, *XS* comme paralleles entre elles : alors le triangle *SCX* eſt égal au ſecteur *NCX* ; dans le triangle *SCX* on connoît deux côtés & l'angle compris, ſçavoir, l'excentricité *SC*, le rayon du cercle, c'eſt-à-dire, *CX*, égal à la diſtance moyenne, ou au demi-axe de l'ellipſe,

Fig. 71.

Cas où l'équation eſt petite.

& l'angle compris *SCX* qui eſt le ſupplément de l'anomalie moyenne donnée *ACX*; on trouvera donc le côté *SX* & l'angle *CXS*, égal à *NCX*, qui retranché de l'anomalie moyenne *ACX* donnera l'anomalie excentrique *ACN*, dont le ſupplément eſt *NCS* : dans le triangle *NCS* on connoît encore les deux côtés *SC*, *CN* & l'angle compris *NCS*, on trouvera donc l'angle *NSC* ou *NSP*. Enfin, on dira, ſuivant la propriété de l'ellipſe; le grand axe eſt au petit axe, comme la tangente de ce dernier angle *NSP* eſt à la tangente de l'anomalie vraie *MSP*. *C. Q. F. T.*

Cas où l'équation eſt fort grande.

Si l'arc *NX* eſt aſſez grand pour que le ſinus *TY* ſoit ſenſiblement moindre que l'arc, ou que *NX*, on prendra la différence de l'arc au ſinus dans la Table ſuivante, en décimales du rayon *CA*, & ce ſera *SY*; dans le triangle *XSY* rectangle en *Y*, on connoît *SX* & *SY*, en parties du rayon *CA* qui eſt toujours pris pour l'unité, on trouvera l'angle *SXY* qui retranché de *SXC*, donnera *YXC* égal à l'angle *XCN*, dont on avoit beſoin dans le calcul précédent; le reſte du calcul ſera le même. On voit par la néceſſité d'employer la différence entre un arc & ſon ſinus, que cette méthode s'employeroit difficilement ſi l'excentricité devenoit aſſez grande, pour que l'arc *NX* devînt extrémement grand, comme cela a lieu dans les cometes; mais on verra dans le XIXe. Livre la maniere d'y ſuppléer, ſoit par le moyen de la parabole, ſoit par la méthode indirecte de l'article 917.

Différence entre les Arcs de cercle & leurs ſinus en parties du rayon, & en ſecondes de degrés.

Deg.	Différence en décimales.	En ſecondes.	Deg.	Différence en décimales	En ſecondes.
1	0 0000009	0′ 0″	7	0 0003037	1′ 3″
2	0 0000071	0 1	8	0 0004532	1 33
3	0 0000239	0 5	9	0 0006450	2 13
4	0 0000567	0 12	10	0 0008848	3 3
5	0 0001108	0 23	11	0 0011767	4 3
6	0 0001913	0 39	12	0 0015278	5 16
7	0 0003037	1 3	13	0 0019415	6 41

On trouvera dans le XXIe. Liv. des formules générales pour trouver la différence entre les arcs & leurs ſinus.

921. EXEMPLE. Étant donnés dans l'orbe de Mercure l'excentricité 0, 20878, c'eſt-à-dire, de 20878 parties dont le demi-axe eſt cent mille, on demande l'anomalie vraie qui répond à 60 degrés d'anomalie moyenne : ſi du quarré du grand axe on ôte le quarré de l'excentricité, on aura le quarré du demi petit axe CG, d'où l'on conclura $CG =$ 0, 97796. Dans le triangle NCS dont on connoît les deux côtés & l'angle compris $NCS = 120°$, on aura l'angle N de 9° 17′ 52″, & le côté SN de 1, 11905 ; la quantité SY eſt 0, 00071, ſuivant la Table précédente ; or, $SX : SY :: R$: ſin. 2′ 11″, ainſi l'on ôtera 2′ 11″ de l'angle N, & l'on aura CXY égal à $NCX = 9° 15′ 41″$, il reſtera pour l'angle ACN 50° 44′ 19″, dont le ſupplément NCS eſt de 129° 15′ 41″ ; ainſi dans le triangle NCS on trouvera $NSP = 42° 36′ 45″\frac{1}{2}$; pour en conclure l'anomalie vraie, on dira, le demi-grand axe 1 eſt à la moitié du petit axe 0, 97796, ou $PN : PM$: : tang. NSP : tang. MSP qui ſera de 41° 58′ 38″ ; c'eſt l'anomalie vraie qui répond à 60 deg. d'anomalie moyenne : la différence des deux anomalies eſt l'équation du centre, 18° 1′ 22″.

922. LA DISTANCE de la planete au ſoleil eſt aiſée à trouver en même temps que l'anomalie vraie, car dans les triangles PSN, PSM, en prenant SP pour rayon, les côtés SN & SM ſeront comme les ſécantes des angles PSN, PSM, ou ce qui revient au même, en raiſon inverſe des coſinus, donc le coſinus de l'anomalie vraie eſt au coſinus de l'angle PSN, comme le côté SN trouvé ci-devant eſt au rayon vecteur SM, qui eſt la diſtance de la planete au ſoleil. Pour trouver le rayon vecteur.

923. La méthode que je viens d'expliquer, a été donnée par M. Caſſini dans les Mémoires de l'Académie pour 1719, & dans ſes Elémens d'Aſtronomie ; je la trouve plus aiſée à employer que la plûpart des méthodes propoſées juſqu'ici. On peut cependant conſulter la méthode de M. Keill dans les Tranſactions Philoſophiques de 1713 ; celle de M. de la Hire dans les Mémoires de l'Acad. de 1710 ;

de M. Newton dans le premier Livre de ſes Principes; celle de M. Herman ; enfin, celle de M. T. Simpſon, (Voyez *Eſſays on ſeveral curious and uſuful ſubjects*, London, 1740, *pag.* 41.) ; celle-ci eſt une des plus ſimples pour la pratique ; mais il n'y en a aucune qui ſoit plus commode que la méthode indirecte expliquée ci-deſſus, art. 913. *& ſuiv.*, dont nous donnerons de nouvelles applications, art. 964 *& ſuiv.*

Hypothèſe Elliptique ſimple.

924. Pour ſimplifier les opérations qu'exige la théorie exacte de Kepler, (920), on a ſouvent employé l'approximation de *Sethus Wardus*, que d'autres appellent *Hypothèſe elliptique ſimple*, & qui abrege conſidérablement le calcul. Ce Géométre remarqua qu'en obſervant même la loi de Kepler, les angles au foyer ſupérieur de l'ellipſe ſont, à très-peu près, proportionnels au temps, c'eſt-à-
Fig. 73. dire, que l'angle AFL, (*fig.* 73.), croît toujours également en temps égaux, quoique les anomalies vraies comme ASL, ſoient fort inégales ; ainſi dans l'hypothèſe de Ward, l'angle AFL ſe prend pour l'anomalie moyenne ; dans cette hypothèſe, ſi l'on fait FE égale au grand axe AP de l'ellipſe, on aura $LE = LS$, parceque FL & LS équivalent auſſi au grand axe par la propriété commune de l'ellipſe ; ainſi le triangle FSE eſt iſocelle, l'angle E égal à l'angle LSE, & l'angle extérieur FLS double de l'angle E.

925. Pour trouver l'anomalie vraie & l'équation du centre, ou l'angle FLS, je conſidere que ſuivant une proportion connue dans la Trigonométrie rectiligne, la demi-ſomme des côtés FE & FS eſt à leur demi-différence, comme la tangente du demi-ſupplément de l'angle LFS eſt à la tangente de la demi-différence des angles E & FSE ; mais la demi-ſomme de FE & FS eſt égale à AS, leur demi-différence égale à PS ; la demi-ſomme des angles FES, FSE, eſt égale à la moitié de l'angle externe AFL, ou de l'anomalie moyenne ; la demi-différence de ces angles eſt auſſi la demi-différence de l'angle FSE & de l'angle LSE

(qui

(qui eſt égal à *LES*) ; c'eſt donc la demi-anomalie vraie *ASL* ; ainſi il ſuffira de faire cette proportion : *la diſtance aphélie eſt à la diſtance périhélie , comme la tangente de la moitié de l'anomalie moyenne eſt à la tangente de la moitié de l'anomalie vraie.*

La diſtance *SL* de la planete au ſoleil ſe trouve auſſi par une ſimple proportion , au moyen du triangle *SLF*, en diſant : le ſinus de l'équation du centre *SLS* eſt au double *FS* de l'excentricité, comme le ſinus de l'anomalie moyenne *LFS* eſt au rayon vecteur *SL*.

926. Le Livre dans lequel cette hypothèſe fut propoſée pour la premiere fois , eſt celui-ci , *Aſtronomia Geometrica , authore Setho Wardo* , Londini , 1656. *in*-8°. 200 *pages*. M. Bouillaud , (*Aſtronomia Philolaïca*) , donna une méthode pour corriger l'hypothèſe de Wardhus , ſans augmenter beaucoup la complication du calcul ; elle a été employée avec ſuccès dans les Tables Caroline de *Street* , qui ont été long-temps uſitées parmi les Aſtronomes; & cette méthode approchoit beaucoup de l'exactitude rigoureuſe. Voy. Mercator dans les *Tranſ. Phil.* de 1676.

Nous verrons dans le VIIe. Livre , que M. Halley en fit un uſage commode dans ſes Tables de la Lune , en y faiſant auſſi une petite correction (1138) : mais quoique la facilité du calcul de l'anomalie vraie dans l'hypothèſe elliptique ſimple, l'ait fait admettre par M. Halley dans ſes Tables de la Lune , en y employant la correction néceſſaire, qu'il appelle *Tabula pro expediendo calculo æquationis centri Lunæ* ; cependant pour les autres planetes dont l'excentricité ne change point , M. Halley les avoit calculées rigoureuſement dans l'hypothèſe de Kepler. C'eſt le meilleur parti , ſur-tout pour les planetes qui ſont fort excentriques , telles que Mercure & Mars : en effet , ſi dans le cas propoſé (art. 922) , on employoit l'hypothèſe elliptique ſimple , on trouveroit l'équation du centre de 18° 35′ 44″ plus grande de 34′ 22″ que dans l'hypothèſe de Kepler.

Défaut de l'hypothèſe elliptique ſimple.

Dans les calculs du ſoleil dont la plus grande équation ne va pas à 2° , la plus grande erreur de l'hypothèſe elliptique ſimple n'eſt que de 17″ , & c'eſt vers 45° de diſtance

à l'apogée & au périgée : depuis l'apogée juſqu'à 90° d'anomalie, & depuis le périgée juſqu'à 270°, le vrai lieu eſt plus avancé qu'il ne paroîtroit par l'hypothèſe elliptique ſimple, dont l'erreur eſt alors en moins ; c'eſt le contraire dans le ſecond & le quatrieme quart d'anomalie moyenne, (M. Caſſini, *p.* 147.).

927. Ce que nous avons expliqué juſqu'ici au ſujet de l'équation du centre, ſuffit pour reconnoître trois propriétés, que nous aurons ſouvent occaſion de citer en parlant de l'équation : 1°. l'équation du centre eſt nulle dans l'abſide ſupérieure, puiſque vers ce point-là le lieu moyen & le lieu vrai ſont confondus ; mais en partant de l'abſide, leur différence augmente rapidement, parce que la vîteſſe vraie étant la plus petite, differe le plus de la vîteſſe moyenne : 2°. cette différence s'accumule chaque jour, tant que la vîteſſe vraie eſt moindre que la vîteſſe moyenne ; lorſqu'elle eſt devenue égale, il ſe trouve un point vers trois ſignes & quelques degrés d'anomalie moyenne (928), où la différence qui a augmenté juſqu'alors, eſt devenue la plus grande, & où l'équation ceſſe d'augmenter, étant preſque la même pendant quelque temps, pour diminuer enſuite juſqu'à l'abſide inférieure, où le lieu vrai & le lieu moyen ſe retrouvent d'accord une ſeconde fois : 3°. l'équation du centre eſt ſouſtractive, ſe retranche du lieu moyen dans les ſix premiers ſignes pour avoir le lieu vrai, parce que la vîteſſe moyenne en partant de l'abſide ſupérieure, (aphélie ou apogée), eſt plus grande que la vîteſſe vraie, ainſi le lieu moyen eſt plus avancé ; il faut donc ôter de la longitude moyenne la quantité de l'équation pour avoir le lieu vrai. Le contraire arrive après l'abſide inférieure, (ſoit périhélie, ſoit périgée), la vîteſſe vraie étant la plus grande, prévaut à ſon tour ſur la moyenne, & le lieu vrai ſe trouve toujours le plus avancé dans la ſeconde moitié de l'ellipſe, ou dans les ſix derniers ſignes de l'anomalie ; alors l'équation de l'orbite, ou l'équation du centre s'ajoute au lieu moyen pour avoir le lieu vrai, ou à l'anomalie moyenne pour avoir l'anomalie vraie. Tout cela paroîtra encore plus clair par l'inſpection & l'uſage des

Tables de l'équation du Soleil & de celle de la Lune, que l'on trouvera à la fin de cet Ouvrage.

DE LA PLUS GRANDE EQUATION.

928. Lorſque la grandeur & la figure de l'ellipſe eſt donnée, c'eſt-à-dire, lorſqu'on connoît ſa diſtance aphélie & ſa diſtance périhélie, ou ſon excentricité (884), il eſt néceſſaire de chercher la plus grande équation, auſſi bien que le degré d'anomalie où arrive cette plus grande équation ; pour cela il ſuffit de trouver le point *M*, (*Fig.* 72.), dans lequel arrive la vîteſſe moyenne : en effet, auſſi-tôt que la planete eſt arrivée au point où ſa vîteſſe angulaire eſt égale à la vîteſſe moyenne, par exemple, de $59' 8''$ pour le ſoleil, la longitude moyenne ceſſe d'anticiper ſur la longitude vraie ; elle en differe alors le plus qu'il eſt poſſible, parce que juſqu'à ce moment la vîteſſe réelle qui étoit plus petite, faiſoit retarder tous les jours le lieu vrai ſur le lieu moyen ; mais dès que la vîteſſe vraie eſt devenue égale à la vîteſſe moyenne, elle eſt prête à la ſurpaſſer, elle va commencer à regagner ce qu'elle avoit perdu juſqu'alors, le lieu vrai ſe rapproche du lieu moyen, & l'équation du centre diminue. Ainſi toute la difficulté conſiſte à trouver le point *M*, & l'anomalie *AFM* de la planete au moment où ſa vîteſſe eſt égale à la vîteſſe angulaire moyenne : pour cela, ayant pris une ligne *FM*, moyenne proportionnelle entre les deux demi-axes de l'orbite, on décrira du foyer *F* comme centre un cercle *MN* ſur le rayon *FM*, & ce cercle aura une ſurface égale à celle de l'ellipſe, comme on le verra dans les propriétés des Sections Coniques, (Liv. XXI.). Suppoſons un corps qui décrive le cercle *NM* dans un temps égal à celui de la révolution de la planete dans ſon ellipſe, ſa vîteſſe angulaire ſera conſtamment égale à la vîteſſe angulaire moyenne de la planete, par exemple, de $59' 8''$ pour le ſoleil ; l'aire décrite dans le cercle ſera toujours égale à l'aire décrite en même temps dans l'ellipſe, puiſque les aires totales ſont les mêmes, auſſi bien que les durées des révolutions & les parties du temps ;

Fig. 72.

Trouver par le calcul la plus grande équation.

par exemple, ſi le ſoleil décrit en un jour une aire *DFR* de ſon ellipſe égale à la 365e. partie de la ſurface elliptique, l'aire *EFO* décrite dans le cercle, ſera auſſi la 365e. partie de l'aire du cercle, (qui eſt égale à l'ellipſe); la vîteſſe vraie du ſoleil ſera donc égale à la vîteſſe moyenne en *M*; ainſi pour trouver le point de la vîteſſe moyenne, il faut trouver l'interſection *M* de l'ellipſe & du cercle qui lui eſt égal en ſurface. Ayant tiré *BM* du point *M* à l'autre foyer *B* de l'ellipſe, on aura un triangle *BFM*, dans lequel on connoît les trois côtés, ſçavoir *BF* qui eſt le double de l'excentricité, *FM* qui eſt la moyenne proportionnelle entre les deux demi-axes, & *BM* qui eſt la différence entre *FM* & le grand axe, (parce que les deux lignes *FM* & *MB* ſont entre elles la valeur du grand axe); ainſi réſolvant le triangle *BFM* on cherchera l'angle *F* qui eſt l'anomalie vraie de la planete au temps de la plus grande équation.

929. Exemple. Soit le demi-axe $CA = 1$, & le demi-axe conjugué $= 0,977954$, comme dans l'orbite de Mercure, $CF = 0,20882$, *FM* ſera $= 0,988915$, & en réſolvant le triangle *BFM* on trouvera l'angle *BFM* de 80° 56′ 19″, qui eſt l'anomalie vraie au temps de la plus grande équation; d'où l'on peut conclure (917) l'anomalie moyenne 104° 59′ 24″, & leur différence qui eſt l'équation du centre, ſera 24° 3′ 5″, qui doit être la plus grande équation de l'orbe de Mercure; elle eſt à peu-près telle dans les Tables de M. Caſſini, on la trouve beaucoup plus petite dans les Tables de M. Halley (936).

Trouver par l'obſervation la plus grande équation.

930. Depuis l'inſtant où une planete part de ſon aphélie *A*, (*Fig.* 72.), juſqu'au temps où elle arrive au terme *M* de ſa plus grande équation, ſa vîteſſe eſt moindre que ne ſeroit la vîteſſe moyenne, l'anomalie vraie eſt plus petite que l'anomalie moyenne; il en eſt de même ſix ſignes plus loin, lorſque la planete ayant paſſé le périhélie *P* ſe trouve au point *G*, à neuf ſignes d'anomalie; ſa diſtance vraie *AFG* à l'aphélie eſt plus petite que ſa diſtance moyenne, de la quantité de la plus grande équation. Si l'on a deux longitudes vraies de la planete obſervées en *G* & en *M*, elles différeront entre elles de la quantité de l'angle *GFM*,

Fig. 72.

qui eſt la ſomme des deux anomalies vraies ; mais la ſomme des deux anomalies moyennes ſera plus grande du double de l'équation, puiſque chaque anomalie vraie eſt plus petite que ſon anomalie moyenne, de la quantité de la plus grande équation ; il eſt aiſé de calculer en tout temps la ſomme des deux anomalies moyennes, quoiqu'on ne connoiſſe pas le lieu de l'aphélie *A*, parce que la ſomme de deux anomalies moyennes eſt égale au mouvement moyen de la planete, dans cet intervalle de temps, & on le trouve aiſément quand on connoît la durée de la révolution (852) ; ainſi l'excès du mouvement moyen calculé, ſur le mouvement vrai obſervé donne le double de la plus grande équation, pourvû que l'on ait fait ces deux obſervations en *M* & en *G*, c'eſt-à-dire, au temps de la vîteſſe moyenne (928).

931. Pour diſcerner les temps & les obſervations convenables à cette recherche, un Obſervateur iſolé qui ne connoîtroit en aucune façon la ſituation de l'orbite de la planete, n'auroit qu'à raſſembler un grand nombre d'oppoſitions obſervées, les comparer deux à deux, & voir combien le mouvement vrai obſervé différeroit du mouvement moyen calculé pour chaque intervalle, cette différence lui donneroit le double de la plus grande équation : actuellement que l'on connoît, à très-peu près, le lieu des abſides & des moyennes diſtances de toutes les planetes, on n'a qu'à choiſir du premier coup les obſervations faites avant & après l'aphélie, vers le temps de la plus grande équation, comme dans l'exemple ſuivant.

932. EXEMPLE. Le 7 Octobre 1758, à midi, le vrai lieu du ſoleil obſervé par M. l'Abbé de la Caille, en y faiſant entrer 3 jours d'obſervations diſcutées & comparées entre elles, fut trouvé, ... $6^s\ 13^\circ\ 17'\ 13''\ 1$

Le 28 Mars 1759 cette vraie longit. étoit $0\ 8\ 9\ 25\ 5$

La différence de ces deux longitudes, ou le mouvement vrai du ſoleil eſt donc, $5\ 24\ 22\ 12\ 4$

Mais dans cet intervalle le mouvement moyen avoit dû être par le calcul, à

raiſon de 59° 8′ par jour. . . . . 5j 20° 31′ 43″8

Différence double de la plus grande équat. 3 50 28 6
Dont la moitié. 1 55 14 3

Ce ſeroit-là exactement la plus grande équation du centre, ſi dans les deux Obſervations le ſoleil ſe fût trouvé exactement dans les points de ſa plus grande équation ; mais ayant calculé par les Tables chacune de ces deux équations, il a trouvé qu'il s'en falloit de 18″, 6, que la ſomme des deux équations qui avoient lieu le 7 Octobre & le 28 Mars, ne fût exactement le double de la plus grande équation ; ainſi l'on ajoutera ces 18″, 6 à la quantité trouvée, & l'on aura l'équation qui réſulte de ces deux Obſervations 1° 55′ 33″, plus grande ſeulement de 11″½ que l'équation à laquelle M. de la Caille s'eſt arrêté dans ſes Tables. (Voy. *Mémoires Acad.* 1757, *pag.* 123.). Celle qu'il a trouvée pour 1684 par les Obſervations de M. de la Hire, n'en differe pas ſenſiblement, comme on le verra à la fin du VIIe. Livre, où nous parlerons de ce travail, (1265).

933. Comme il eſt extrêmement rare d'avoir deux Obſervations qui ſoient faites préciſément dans les points *M* & *G*, on ne trouve guères dans un premier calcul la quantité exacte de la plus grande équation ; mais après qu'on a trouvé à peu près l'équation & le lieu de l'abſide (946), on calcule pour les deux temps d'Obſervations l'équation du centre, & l'on calcule auſſi la plus grande équation, (928), on ſçait alors combien l'équation donnée par les Obſervations, devoit différer de la plus grande ; c'eſt ainſi que dans l'exemple précédent M. de la Caille avoit trouvé 18″, 6, qu'il falloit ajouter pour avoir la véritable quantité de la plus grande équation.

934. Quand on a trouvé par obſervation la plus grande équation, & qu'on veut en conclure l'excentricité, le plus commode eſt d'employer une régle de fauſſe poſition, ou de ſuppoſer d'abord connue l'excentricité que l'on cherche, pour en conclure la plus grande équation (928) ; ſi elle

ſe trouve trop grande, on diminuera l'excentricité ſuppoſée, & l'on recommencera le calcul ; cette méthode eſt plus ſuivie actuellement que celle dont ſe ſervit Kepler pour trouver l'excentricité de Mars (884).

935. Pour déterminer la plus grande équation des planetes, on n'a pas toujours deux longitudes héliocentriques obſervées dans les moyennes diſtances, on ne ſçauroit même les avoir pour Mercure, mais on détermine la plus grande équation ainſi que le lieu de l'aphélie, par la méthode qui ſera expliquée, art. *956 & ſuiv.* ; dans laquelle on ne ſuppoſe que trois obſervations, ſans exiger qu'elles ſoient faites dans les moyennes diſtances & dans l'aphélie.

936. M. Caſſini en employant les paſſages de Mercure ſur le ſoleil obſervés en 1661, 1690 & 1697, trouve la plus grande équation dans l'hypothèſe de Kepler, de 24° 3′, & ſon excentricité 0, 20878, en prenant ſa moyenne diſtance pour unité, (*Elem. d'Aſtr. p.* 611.). Equation de Mercure.

Pour moi, ayant fait une pareille recherche au moyen des paſſages de 1740, 1743 & 1753, je n'ai trouvé que 23° 27′ 51″ pour la plus grande équation, (*Mem. Acad.* 1756. *pag.* 267.) : cette différence prouve combien il eſt difficile par les obſervations des paſſages de Mercure, de s'aſſurer de cet élément ; elles ſont bien, à la vérité, les plus exactes, mais elles ne ſont pas diſpoſées ſur des points de l'orbite aſſez différens les uns des autres. D'ailleurs la théorie de Mercure eſt extrêmement difficile à établir, parce que les obſervations en ſont rares, que ſon orbite eſt fort excentrique, & ſon mouvement vû de la terre trop lent : les Tables Rudolphines qui dans le dernier ſiécle étoient les meilleures ; s'écartoient encore de 14′ du lieu obſervé, & celles de M. de la Hire de 5′, (*Mem. Acad.* 1706. *pag.* 99. & 101.) ; ce qui fait une très-grande erreur par rapport au ſoleil.

L'extrême différence qu'on trouvera ci-après (945) entre les réſultats de M. Halley & de M. Caſſini, dont l'un fait la plus grande équation de 23° 42′ 36″, & l'autre de 24° 2′ 58″, prouve la néceſſité qu'il y a d'obſerver encore avec ſoin les plus grandes digreſſions de Mercure, pour

déterminer ſon excentricité (976). M. de Thury dans les Mém. de l'Acad. pour 1753, *pag.* 321. dit qu'ayant fait pluſieurs obſervations de Mercure dans ſes plus grandes digreſſions, il a trouvé ſon équation de 23° 50′ environ, mais que cependant il ne s'arrêtoit pas encore à cette détermination : pour moi, j'ai lieu de croire, ſuivant pluſieurs obſervations que j'ai déja faites pour la théorie de Mercure, que cette équation eſt encore plus petite.

Equation de Vénus.

937. Les conjonctions inférieures de Vénus au ſoleil obſervées à Paris en 1715, 1716 & 1718, ont ſervi à M. Caſſini, (*Elém. d'Aſtron. pag.* 562.), pour déterminer la plus grande équation de Vénus de 49′ 8″, & par les obſervations de 1715, 1718 & 1719, il trouve 49′ 4″ ; cet accord eſt aſſez parfait pour montrer qu'il y a peu d'incertitude ſur cet élément : en effet, les conjonctions inférieures de Vénus ſont des obſervations extrêmement propres à une pareille recherche, & par leur moyen l'on eſt venu à bout de connoître les mouvemens de Vénus mieux que ceux d'aucune autre planete.

Elle eſt de 49 minutes.

Equation du Soleil.

938. La plus grande équation du ſoleil, ou de l'orbite de la terre, a été déterminée d'après un nombre immenſe d'obſervations, de 1° 55′ 31″½, par M. de la Caille.

Dans les Tables de Flamſtead achevées par M. le Monnier, & publiées en 1746 dans ſes Inſtitutions Aſtronomiques, on la trouve de 1° 56′ 20″, mais dans la derniere page de ce Livre, M. le Monnier déclare qu'il l'a réduit à 1° 55′ 30″ ; ainſi il eſt en cela parfaitement d'accord avec M. de la Caille : enfin, M. Mayer, par des obſervations faites à Gottingen en 1756, & dont il m'envoya le réſultat, la trouvoit de 1° 55′ 34″. M. Caſſini, après avoir comparé pluſieurs obſervations des années 1717 & 1718, (*Elém. d'Aſtron. pag.* 192.), & prenant un milieu entre les différentes déterminations qui en réſultent, trouve l'équation du ſoleil de 1° 55′ 34″ : ainſi en voyant quatre témoignages auſſi authentiques & auſſi bien d'accord, on ne ſçauroit douter que l'équation du centre du ſoleil ne ſoit exactement & conſtamment de 1° 55′ 32″ : enfin, M. de la Caille en 1759 & 1760, depuis la publication de ſes Tables,

Elle eſt très-bien connue.

Elle eſt 1 deg. 55 minutes & demie.

continua

continua d'obſerver le ſoleil, & m'aſſura qu'il trouvoit encore 1° 55′ 32″ pour la plus grande équation.

939. Il eſt vrai que les perturbations qu'éprouve le mouvement apparent du ſoleil par l'action des planetes, & qui peuvent aller à 50″, ont fait paroître quelquefois l'équation du centre plus ou moins grande, puiſque M. le Monnier qui l'avoit trouvée en 1740 & 1742, d'environ 1° 55′ 20″ ou 25″, la trouvoit en 1746 & 1747, de 1° 56′ 0″, (*Mém. Acad.* 1747, *p.* 308.); mais on peut voir encore ce que M. de la Caille objectoit à ces différences, (*Mém. Acad.* 1757. *pag.* 142.), prétendant qu'il ſuffiſoit de corriger la ſeule obſervation du 28 Sept. 1746, pour rapprocher de l'égalité tous les réſultats de M. le Monnier.

Enfin, les obſervations faites il y a plus de 250 ans, par Waltherus, prouvent que la plus grande équation du ſoleil ne va point en diminuant, puiſqu'elles donnent 1° 55′ 40″, ſuivant le calcul de M. de la Caille, (*Mém. Acad.* 1747, *pag.* 144.), ce qui donne pour l'excentricité 0, 016804, ou pour la double excentricité 0, 00336051 (570). Elle eſt conſtante.

940. Les obſervations de Ptolémée calculées par M. Caſſini, donnent la plus grande équation de Mars 10° 49′ pour l'année 133 av. J. C. Suivant le calcul de M. Caſſini, (*Elém. d'Aſtron. pag.* 472.), & trois obſervations de M. Flamſtead faites à Greenwich le 11 Déc. 1691, le 20 Févr. 1696, & le 8 Mai 1700, donnent 10° 39′ 8″; on ne doit pas conclure de cette différence que l'équation de Mars ait diminué réellement, & que ſon orbite ſe ſoit rapproché de la figure circulaire, parce que les obſervations de Ptolémée ſont trop peu exactes pour les faire entrer en concurrence avec celles de Flamſtead. Equation de Mars.

Pour déterminer cet élément par des obſervations plus récentes & encore plus exactes, j'ai comparé entre elles les oppoſitions de Mars obſervées en 1743, 1751 & 1753, & j'ai trouvé pour la plus grande équation 10° 40′ 17″, (*Mém. Acad.* 1755, *pag.* 222.): j'ai comparé enſuite les oppoſitions de 1745, 1747 & 1749, qui m'ont donné 10° 41′ 20″, ainſi l'on trouve peu de différence entre les réſultats, & cet élément me paroît aſſez bien déterminé. Nouvelle détermination. Elle eſt de 10 deg. 41 minutes.

Equation de Jupiter.

941. Les oppoſitions de Jupiter obſervées en 1733, 1728, donnent pour la différence du mouvement vrai $5^s\ 16^\circ\ 50'\ 15''$, & comme dans l'intervalle de ces obſervations on a pour le moyen mouvement $5^s\ 27^\circ\ 46'\ 40''$, M. Caſſini en conclut que l'équation du centre eſt de $5^\circ\ 28'\ 12''\frac{1}{2}$. Par l'oppoſition de 1716 comparée à celles qui ont ſuivi juſqu'en 1723, il trouve la plus grande équation $5^\circ\ 26'\ 42''$; par l'oppoſition de 1657, comparée avec celles de 1676 & 1677, $5^\circ\ 30'\ 43''$. Ces déterminations ſeroient indépendantes de toute hypothèſe, & auroient toute l'exactitude qu'on peut ſouhaiter, ſi les obſervations avoient toujours été faites exactement dans les points de la plus grande équation; mais le défaut de cette condition nous feroit préférer les réſultats des oppoſitions de 1719, 1721 & 1723 qui donnent $5^\circ\ 31'\ 43''$.

Cependant ſuivant d'autres calculs faits par M. Jeaurat ſur les oppoſitions de 1586, 1598 & 1593, l'équation de Jupiter étoit de $5^\circ\ 32'\ \frac{3}{4}$. Il a auſſi examiné les oppoſitions obſervées par Copernic en 1520, 1526 & 1529, mais il n'a trouvé pour l'équation de Jupiter que $5^\circ\ 15'\ 53''$; ce qui prouveroit une augmentation, ſi nous pouvions croire les obſervations de Copernic auſſi exactes que celles de Tycho; mais ce qui m'empêche de croire cette augmentation, c'eſt que je ne vois pas plus de $2'$ de différence entre le réſultat des obſervations de Tycho & celui des obſervations faites 180 ans plus tard, quantité dont on ne ſçauroit être bien aſſuré pour le temps de Tycho.

On a ſoupçonné qu'elle étoit variable.

942. Les obſervations de Ptolémée faites vers l'an 136 avant J. C. donnent pour la plus grande équation $5^\circ\ 12'\ 13''$. Ces réſultats ſemblent diminuer proportionnellement à meſure que l'on remonte aux anciennes obſervations. M. Caſſini en avoit déja fait la remarque, pour donner lieu d'examiner dans la ſuite s'il y auroit encore une ſemblable variation dans l'équation du centre de Jupiter.

M. Jeaurat ayant auſſi comparé entre elles les oppoſitions de 1708, 1711 & 1716, corrigées par les équations provenues de l'attraction de Saturne, (*Connoiſſ. des Mouv. Cel.* 1763.), a trouvé pour l'équation du centre $5^\circ\ 32'\ 5''$.

Il a comparé auſſi toutes les oppoſitions obſervées depuis 1740 juſqu'en 1761, corrigées de même par les perturbations de Saturne, & il a trouvé conſtamment 5° 35′ 0″ par pluſieurs comparaiſons, quantité plus grande que celle des anciennes obſervations, & qui ſemble indiquer auſſi une augmentation ſucceſſive dans l'équation de Jupiter. D'un autre côté, M. Euler dans ſa ſeconde Piéce ſur les inégalités de Jupiter & de Saturne, qui a remporté le prix de l'Académie en 1752, trouve que l'équation de Jupiter doit diminuer de 58″ ½ par ſiécle, réſultat contraire au précédent, mais qui doit porter les Aſtronomes à examiner de plus en plus cette matiere, en ſéparant de ces recherches les inégalités que Jupiter doit éprouver par l'attraction de Saturne.

Elle paroît de 5 deg. 35 min.

943. La différence entre le mouvement vrai obſervé, & le mouvement moyen calculé pour l'intervalle entre deux oppoſitions, donne le double de la plus grande équation ; quand ces deux oppoſitions ſont exactement dans les moyennes diſtances (930), c'eſt ainſi que M. Caſſini compare l'oppoſition de 1686 avec celle de 1701, cet intervalle de temps lui donne pour le mouvement moyen $6^s\ 9°\ 36'\ 0''$, le mouvement vrai obſervé eſt de $5^s\ 26°\ 34'\ 10''$, la différence eſt de 13° 1′ 50″, dont la moitié eſt la plus grande équation de Saturne 6° 30′ 55″.

Equation de Saturne.

M. Caſſini a auſſi calculé un grand nombre d'oppoſitions trois à trois, d'où il a conclu l'équation de Saturne de la maniere ſuivante dans l'hypothèſe elliptique ſimple (924).

Par les oppoſitions des années.	Excentricité.	Equation.
1685, 1691, 1698	0,05633	6° 26′ 32″
1686, 1692, 1699	0 05623	6 27 50
1687, 1693, 1700	0 05668	6 29 54
1690, 1696, 1703	0 05665	6 29 3
1701, 1707, 1716	0 05669	6 29 22
1701, 1708, 1716	0 05655	6 28 26
Par un milieu entre ces ſix réſultats,		6 28 31

Mais en employant l'hypothèſe de Kepler, M. Caſſini aſſure qu'il a trouvé l'excentricité de 5693, & la plus grande équation 6° 31′ 38″, qui approche beaucoup de celle qui

avoit été trouvée par les oppoſitions de 1686 & de 1701, à laquelle M. Caſſini s'en tient définitivement, (*Elémens d'Aſtronomie, pag.* 371.).

944. M. Euler dans la Piéce qui a remporté le prix de l'Académie en 1748, ſur les inégalités de Saturne, *pag.* 109, ſuppoſe cette équation de 6° 32′ 10″; enſuite dans le ſupplément il obſerve qu'il pourroit y avoir une équation, dont la quantité iroit toujours en croiſſant, & qui feroit diminuer la plus grande éuuation de 1′ 50″ tous les cent ans, mais dont la quantité varie ſuivant la poſition de Jupiter par rapport à Saturne, dans l'eſpace de 29 ans.

M. Euler dans ſa ſeconde Piéce ſur le même ſujet, qui a remporté le prix de l'Académie en 1752, trouve encore que l'équation de Saturne doit diminuer de 1′ 48″ $\frac{1}{2}$ tous les cent ans: c'eſt une choſe remarquable que l'excentricité de Jupiter occaſionne, à raiſon de ſon attraction, une excentricité dans Saturne, qui a un rapport conſtant avec celle de Jupiter, & qui donne un aphélie commun; ainſi l'excentricité qu'on obſerve actuellement dans le mouvement de Saturne, eſt le réſultat de l'excentricité qui lui eſt primitivement naturelle, & de celle qui vient de l'attraction de Jupiter dans une orbite excentrique: j'ai été obligé de prévenir le Lecteur ſur une partie de ce que j'aurois pu ne dire que dans le Livre de l'Attraction, mais il convenoit de joindre ici le ſuffrage de la théorie avec celui des obſervations, pour faire voir que l'équation de Saturne ne differe pas beaucoup de 6° 32″; cependant l'inégalité ſinguliere, dont j'ai parlé (858), pourra bien exiger enſuite quelque changement lorſqu'on en voudra tenir compte en déterminant l'équation.

Equation de 6 deg. 32 min.

945. Pour mettre ſous les yeux du Lecteur le réſultat des articles précédens ſur la plus grande équation de chaque planete, nous rapporterons les quantités aſſignées par quatre différens Auteurs dans leurs Tables Aſtronomiques.

A l'égard des excentricités que l'on peut conclure, (929, 934), & que l'on conclut effectivement de ces plus grandes équations obſervées, nous les avons rapportées page 428, à l'occaſion d'une autre méthode que Kepler avoit employée pour les trouver.

TABLE des plus grandes Equations de chaque Orbite planétaire, ſuivant différens Auteurs.

	Bouillaud, 1645.	M. de la Hire, 1702.	M. Halley, 1719.	M. Caſſini, 1740.
Mercure,	24° 17′ 20″	24° 16′ 52″	23° 42′ 36″	24° 2′ 58″
Vénus,	0 54 36	0 50 0	0 48 0	0 49 6
le Soleil,	2 2 41	1 55 42	1 56 20	1 55 51
Mars,	10 37 33	10 40 40	10 40 2	10 39 19
Jupiter,	5 34 0	5 36 54	5 31 36	5 31 17
Saturne,	6 37 10	6 30 00	6 32 4	6 31 40

MÉTHODE POUR TROUVER LE LIEU DE L'APHÉLIE D'UNE PLANETE.

946. Lorsqu'on a pluſieurs obſervations d'une planete, faites en différens points de ſon orbite, il faut chercher celles qui donnent deux points diamétralement oppoſés; & ſi les temps de ces obſervations different exactement d'une demi-révolution, on ſera ſûr que ces deux obſervations ſont l'une dans l'aphélie, & l'autre dans le périhélie; ainſi en comparant deux à deux un grand nombre d'obſervations, on ne pourra manquer de tomber ſur celles qui indiqueront la place des abſides.

Si *A* (*Fig.* 74.) eſt l'aphélie d'une planete, & *P* le périhélie, la partie *ABP* de l'ellipſe eſt égale à la partie *ACP*, elles ſont parcourues l'une & l'autre dans l'eſpace du temps de la demi-révolution, par exemple, en 182^{j} 15^{h} 7′ 42″, s'il s'agit du ſoleil. (981). *Fig.* 74.

Mais ſi l'on prend un autre point quelconque *D* avec le point *E* qui lui eſt diamétralement oppoſé, la partie *DACE* de l'ellipſe exigera plus de temps que la partie *DBPE*, parce que la premiere renferme l'aphélie, c'eſt-à-dire, l'endroit où le mouvement de la planete eſt le plus lent, tandis qu'au contraire la partie *DBE*, dans laquelle ſe trouve le périhélie,

doit être parcourue d'un mouvement plus rapide & en bien moins de temps.

Méthode de Kepler.

947. Ainſi les points *A* & *P* des deux abſides ſont les ſeuls qui étant diametralement oppoſés, faſſent auſſi deux intervalles de temps égaux ; on ſera donc aſſuré de connoître le lieu de l'aphélie, ſi l'on trouve deux longitudes qui étant diamétralement oppoſées comme *A* & *P*, répondent auſſi à des temps éloignés d'une demi-révolution, c'eſt-à-dire, de la moitié du temps qu'il faut à la planete pour revenir à ſon abſide, & il ſuffira de chercher dans le nombre des obſervations d'une planete, les deux qui ſatisferont à la fois à cette double condition.

948. Cette maniere de déterminer le lieu de l'aphélie d'une planete fut employée pour la premiere fois par Kepler dans le XLIIe. Chapitre de ſon Livre fameux *de Stella Martis*, pag. 208, où il s'exprime en ces termes : *Perpende itaque quòd ſi Mars à puncto apogæi eundo dimidium temporis reſtitutorii inſumat, ſine hujus temporis omninò confectis* 180 *gradibus, ſit futurus in puncto perigæi. At ſi jam hoc ſpatium temporis auſpicetur uno die poſtquam in apagæo fuit, incipiet igitur curſum à* 26′ 13″ *ab apogæo, ſinietque in* 180° 38′ 2″, *itaque dimidio temporis plus dimidio itineris curret per* 11′ 49″ : *contrarium ſi die uno ante apogæum inciperet.* M. l'Abbé de la Caille a employé cette méthode dans ſa Théorie du Soleil, (*Mém. Acad.* 1742. *pag.* 139. *&* 1757. *pag.* 121.). Il l'avoit d'abord imaginée de lui-même ; il annonça enſuite qu'il l'avoit trouvée très-bien expliquée dans le Livre de M. Manfredi *de Gnomone meridiano Bononienſi*, imprimé en 1736 ; & depuis ce temps-là je l'ai retrouvée moi-même dans Kepler, où l'on rencontre en général une grande partie des belles idées qui ont été miſes en œuvre par ceux qui l'ont ſuivi ; cependant il faut convenir que cette méthode eſt ſi naturelle, & découle ſi naturellement de la loi du mouvement elliptique, qu'il n'eſt pas ſurprenant que trois perſonnes l'aient imaginée ſéparément.

949. Exemple. Le lieu du ſoleil obſervé au Cap de Bonne-Eſpérance par M. de la Caille le 29 Juin 1751, à

$22^h\ 58'\ 15''$ de temps moyen réduit au méridien de Paris, étoit de $3^s\ 8^o\ 9'\ 2''\ 3$, & le 29 Décembre à $2^h\ 58'\ 20''$, il étoit de $9^s\ 8^o\ 30'\ 5''\ 0$, l'apogée ayant dû avancer dans cet intervalle de $32''\ 7$, il faut les ajouter à la premiere longitude pour la réduire, par rapport à l'apogée, au même état que si l'apogée étoit immobile, & l'on aura $3^s\ 8^o\ 9'\ 35''\ 0$, dont l'oppoſite devoit être $9^s\ 8^o\ 9'\ 35''$, moins avancé de $20'\ 30''$ que le vrai lieu obſervé: le 30 de Juin il faut au ſoleil $8^h\ 36'\ 10''$ pour parcourir cette quantité; ainſi le 30 Juin à $7^h\ 34'\ 25''$, le ſoleil dut être exactement à l'oppoſite du lieu qui fut obſervé enſuite le 29 Décembre; l'intervalle de temps moyen entre ces deux momens eſt de 182j $15^h\ 23'\ 55''$, plus long de $16'\ 13''$ que la demi-révolution anomaliſtique trouvée par M. de la Caille de 182j $15^h\ 7'\ 42''$, ce qui prouve que le ſoleil n'étoit pas encore apogée dans la premiere obſervation. Si l'on fait cette proportion qui ſera bientôt démontrée (950): l'excès de la vîteſſe du ſoleil périgée ſur la vîteſſe du ſoleil apogée qui eſt de $4'$, eſt à la vîteſſe périgée $61'\ 12''$, comme $16'\ 13''$ de temps que nous voulons avoir de plus ſur l'intervalle des deux obſervations, ſont à $4^h\ 8'\ 6''$, on aura ce qu'il faut au ſoleil le 30 Juin pour avancer d'une quantité ſuffiſante; on ajoutera cette quantité au 30 Juin $7^h\ 34'\ 25''$, & l'on aura le moment du paſſage du ſoleil par l'apogée le 30 Juin 1751 à $11^h\ 42'\ 31''$, temps moyen à Paris: la longitude du ſoleil pour cet inſtant-là eſt aiſée à conclure de l'obſervation, elle ſe trouve de $3^s\ 8^o\ 39'\ 56''$; c'eſt le lieu de l'apogée du ſoleil qui réſulte de ce calcul; c'eſt en même temps le vrai lieu & le lieu moyen du ſoleil le 30 Juin 1751, $11^h\ 42'\ 31''$, temps moyen à Paris: d'où l'on tire la longitude moyenne (993) pour le dernier jour de l'année 1749 à midi moyen à Paris, $9^s\ 10^o\ 0'\ 46''\ 5$; celle que M. de la Caille a adoptée dans ſes Tables, eſt $9^s\ 10^o\ 0'\ 43''\ 4$, la longitude de l'apogée $3^s\ 8^o\ 38'\ 4''$, (Voy. *Mém. Acad.* 1757. *pag.* 121.). Il a auſſi déterminé le lieu de l'apogée pour 1684 de $3^s\ 7^o\ 28'$, comme nous le dirons dans le VIIe. Livre en parlant de ce travail (1265).

Epoque du Soleil.

950. Il me reſte à démontrer le fondement de la pro-

portion que je viens d'employer pour trouver la valeur de $4^h\ 8'\ 6''$, que j'ai ajoutée au temps de l'obſervation, pour avoir celui du paſſage par l'apogée : *la différence des vîteſſes, apogée & périgée, eſt à la vîteſſe périgée, comme la différence entre l'intervalle de temps des deux obſervations, & la demi-révolution anomaliſtique eſt au temps que la planete emploiera pour arriver à ſon apogée.*

Démonſtration de cette proportion.

Soit a le mouvement diurne dans l'aphélie, p le mouvement diurne dans le périhélie, c la différence trouvée par obſervation entre le temps par DPE, (*Fig.* 74.), & la demi-révolution anomaliſtique ; t la quantité cherchée, ou le temps qui répond à l'arc AD ; alors on aura cette proportion, $p : a :: t : \frac{ta}{p}$, c'eſt-à-dire, la vîteſſe périhélie eſt à la vîteſſe aphélie, comme le temps par AD eſt au temps par PE. Si à la demi-révolution anomaliſtique de A en P, on ajoute le temps par AD, & qu'on ôte le temps par PE, on aura $t - \frac{ta}{p}$ pour la différence entre l'intervalle obſervé & la demi-révolution anomaliſtique ; différence que nous avons appellée c ; ainſi $t - \frac{ta}{p} = c$, ou $tp - ta = pc$, ce qui ſe réduit à cette proportion, $p - a : p :: c : t$, & par conſéquent à la régle que nous avons employée.

Fig. 74.

951. Il eſt néceſſaire d'avertir que dans la régle donnée par M. de la Caille, (*Mém. Acad.* 1757, *p.* 141. *Leçons d'Aſtron. pag.* 240.), on doit employer, conformément à la démonſtration précédente, la vîteſſe périgée, & non pas la vîteſſe apogée, dans le ſecond terme de la proportion. Si l'on emploie la vîteſſe apogée, on trouvera pour quatrieme terme le temps qu'il faut ajouter à l'obſervation faite vers le périgée ; ainſi dans l'exemple précédent on dira, $4'$ ſont à $57'\ 12''$ vîteſſe apogée, comme $16'\ 13''$ ſont à $3^h\ 51'\ 56''$; ajoutant cette quantité à la datte de l'obſervation périgée, 29 Décembre, $22^h\ 58'\ 20''$, on a le 30 Décembre $2^h\ 50'\ 16''$ pour le temps du paſſage au périgée, dont ôtant le 30 Juin $11^h\ 42'\ 31''$, trouvé ci-deſſus pour le temps du paſſage à l'apogée, il reſte 182j $15^h\ 7'\ 45''$; cette quantité ne differe pas ſenſiblement de la demi-révolution anomaliſtique

anomaliſtique établie par M. de la Caille, de 182j 15^h 7′ 42″, dans les *Mém. de l'Acad.* pour 1757, *pag.* 141, & de 182j 15^h 7′ 53″ dans ſes *Leçons Elém. d'Aſtron. pag.* 242. Au contraire ſi l'on ſuivoit le précepte & l'exemple qu'il donne dans les deux endroits cités, on ajouteroit 3^h 51′ 56″ à l'obſervation du 30 Juin, & 4^h 8′ 6″ à celle du 29 Décembre, on trouveroit pour le temps de l'apogée, 30 Juin, 11^h 26′ 21″, & pour celui du périgée, 30 Déc. 3^h 6′ 26″; l'intervalle eſt de 182j 15^h 40′ 5″, trop grand de 32′ 20″, qui eſt le double de la différence entre 3^h 51′ 56″ & 4^h 8′ 6″. Cette différence prouve aſſez l'exactitude de la régle que nous venons de ſubſtituer à celle de M. de la Caille.

Autre maniere de corriger l'aphélie.

952. Lorſqu'on connoît l'équation du centre, & qu'on en eſt bien aſſuré par la méthode expliquée, art. 928 & *ſuiv.* il ſuffit de prendre deux obſervations qui ſoient faites l'une vers l'aphélie, l'autre dans la moyenne diſtance ou à peu-près, pour connoître exactement le lieu de l'aphélie. On calculera pour chacune de ces obſervations l'équation du centre, en ſuppoſant le lieu de l'aphélie tel qu'on le connoît, & l'on prendra la différence de ces deux équations, ſi les deux obſervations ſont du même côté de l'aphélie, ou la ſomme ſi l'une étoit avant l'aphélie & l'autre après; la différence ou la ſomme de ces deux équations ſera la quantité dont le vrai mouvement doit différer du mouvement moyen, qui eſt toujours ſuppoſé connu dans l'intervalle des deux obſervations; ſi ce vrai mouvement calculé differe trop du mouvement moyen, c'eſt-à-dire, s'il en differe plus que le mouvement vrai obſervé, ce ſera une preuve qu'on a ſuppoſé le lieu de l'aphélie trop près de l'obſervation faite dans la moyenne diſtance.

953. En effet, ſoit une planete en *B*, (*Fig.* 74.) dans ſa moyenne diſtance, ayant comme Jupiter 5° ½ d'équation du centre, & en *D* à 6° de ſon aphélie ſuppoſé connu à peu-près, ayant un demi-degré d'équation du centre, la différence de ces deux équations eſt 5°; c'eſt la quantité dont le mouvement moyen doit ſurpaſſer le mouvement vrai dans l'intervalle de deux obſervations. Je ſuppoſe que les deux points *B* & *D* ſoient éloignés l'un de l'autre *Fig.* 74.

exactement du quart de la révolution de Jupiter en temps, (environ trois ans), en ſorte que le moyen mouvement ſoit de 90° ; le mouvement vrai doit être, ſuivant le calcul précédent, de 85°, c'eſt-à-dire, plus petit de 5° que le mouvement moyen, & je ſuppoſe que par l'obſervation on l'eût trouvé de 86°, plus petit ſeulement de 4° que le mouvement moyen, c'eſt-à-dire, moins différent du moyen mouvement que ſuivant le calcul ; alors je raiſonne ainſi : en rapprochant l'aphélie *A* de l'obſervation faite en *B*, l'équation en *D* ſe trouvera plus petite, étant plus près de l'aphélie ; mais l'équation en *B* ne changera pas ſenſiblement, parce que vers les moyennes diſtances l'équation ne varie preſque point ; ainſi la différence des deux équations en *D* & en *B*, deviendra moindre qu'elle n'étoit dans la premiere ſuppoſition, & elle approchera davantage de l'obſervation, ſuivant laquelle on vient de voir qu'il n'y avoit que 4° de différence entre le vrai & le moyen mouvement, au lieu de 5° qu'on avoit trouvés par le calcul, en ſuppoſant le lieu de l'aphélie exactement connu.

Ainſi cette différence entre le vrai & le moyen mouvement trouvée trop grande par le calcul, m'apprend que le lieu de l'aphélie ſuppoſé dans ce calcul, étoit trop éloigné de l'obſervation *B* ; on peut le rapprocher de quelques minutes pour voir ce qui en réſultera ſur la différence du mouvement vrai au moyen, & par une ou deux tentatives trouver enfin le lieu de l'abſide *A*, qu'il faut employer pour que la différence calculée ſoit d'accord avec la différence obſervée.

Méthode pour corriger à la fois les trois élémens d'une Orbite.

954. Nous avons vû ſéparément, (930, 952), les méthodes que l'on peut ſuivre pour trouver l'excentricité & l'aphélie d'une planete ; nous allons raſſembler l'eſprit de ces méthodes pour en tirer une maniere ſimple de trouver par trois obſervations les trois élémens d'une orbite, ſçavoir l'excentricité, le lieu de l'aphélie, & l'époque ou

lieu moyen qui en réſulte néceſſairement (949) ; je ſuppoſe trois obſervations réduites, comme on le verra ci-après (959).

Pour bien faire ſentir l'eſprit de cette méthode, je rappellerai ici trois choſes qui doivent être familieres à tous ceux qui s'occupent du calcul aſtronomique ; 1°. l'équation de l'orbite eſt la plus grande qui ſoit poſſible vers trois ſignes & quelques degrés d'anomalie moyenne, alors elle augmente à peine en paſſant d'un degré à l'autre (927), en ſorte que l'anomalie moyenne peut être plus ou moins grande, ſans que l'équation en ſoit affectée ; ainſi dans ces cas-là on pourroit ſe tromper ſur le lieu de l'aphélie, ſans qu'il en réſultât aucune erreur ſur l'équation, ni ſur la longitude calculée : 2°. l'équation de l'orbite, ou la différence entre la longitude moyenne & la longitude vraie, eſt additive depuis le périhélie juſqu'à l'aphélie, c'eſt-à-dire, dans les ſix derniers ſignes d'anomalie ; elle eſt ſouſtractive depuis l'aphélie juſqu'au périhélie, c'eſt-à-dire, qu'on retranche l'équation de la longitude moyenne pour avoir la longitude vraie : 3°. le mouvement moyen d'une planete dans l'eſpace d'une ou de deux révolutions, eſt aſſez bien connu pour qu'on puiſſe toujours le ſuppoſer exact ; car les moyens mouvemens ſe déterminent par la comparaiſon des obſerſervations les plus anciennes ; ainſi il ne peut y avoir d'erreur ſenſible dans l'eſpace de quelques années ; d'où il réſulte que ſi l'erreur de l'époque, ou de la longitude moyenne d'une planete eſt connue pour un des points de ſon orbite, elle eſt également connue, ou plutôt elle eſt la même dans tous les autres points, elle ne fait que ſe combiner avec les erreurs qui proviennent des autres élémens, ſans que cette erreur de l'époque, priſe en elle-même, ſoit différente.

Si l'on avoit deux obſervations faites préciſément dans les moyennes diſtances, c'eſt-à-dire, à trois ſignes d'anomalie moyenne, & à neuf ſignes, il ſeroit aiſé de corriger par ces deux obſervations, 1°. l'époque des moyens mouvemens, 2°. l'équation du centre : en effet, ſi l'équation du centre eſt bonne, c'eſt-à-dire, ſi celle qu'on a employée dans le calcul des Tables eſt exacte, il n'y aura entre le calcul &

l'obſervation, d'autre différence que celle de l'époque des moyens mouvemens, puiſque le lieu de l'aphélie n'influe point dans le calcul des longitudes priſes vers les moyennes diſtances : s'il n'y a d'autre erreur que celle de l'époque, elle ſera égale dans les deux obſervations, car nous ſuppoſons le moyen mouvement exactement connu ; ainſi l'erreur des Tables étant trouvée égale à 3^s & à 9^s d'anomalie, ce ſera une preuve que l'équation du centre eſt exacte, mais que l'erreur des deux calculs vient uniquement de l'époque de la longitude qui eſt mal établie.

Si l'équation du centre eſt auſſi défectueuſe, l'erreur ſera en plus & moins, parce qu'à 3^s d'anomalie l'équation du centre ſe retranche de la longitude moyenne pour avoir la véritable, mais à 9^s elle s'ajoûte ; ainſi dans l'une des deux obſervations l'erreur de l'équation du centre augmentera celle de l'époque, & dans l'autre obſervation elle la diminuera ; par ce moyen l'erreur totale ſera plus grande dans une obſervation que dans l'autre, & cela du double de l'erreur qu'il y a eu dans l'équation du centre.

Si, par exemple, l'erreur de l'époque eſt — $5'$, c'eſt-à-dire, qu'il y ait dans l'époque des Tables 5 minutes de trop, & que l'erreur de la plus grande équation ſoit — $2'$, alors ces deux erreurs s'accumuleront à 9^s d'anomalie moyenne, parce que l'équation y eſt additive, en ſorte qu'on aura ajouté $2'$ de trop, à raiſon de l'équation qui eſt trop grande, & $5'$ de trop, à raiſon de l'époque qui eſt trop avancée ; la longitude calculée aura donc $7'$ de trop. Au contraire vers 3^s d'anomalie on n'aura que $3'$ de trop, l'erreur des Tables ne ſera que de $3'$, parce que l'équation qui eſt trop grande de $2'$, étant ſouſtractive, dans ce cas-là on aura ôté $2'$ de trop ; & l'époque ayant $5'$ de plus qu'il ne faut, il ne reſtera que $3'$ d'erreur.

La différence entre ces deux erreurs des Tables $7'$ & $3'$ eſt donc $4'$, & cette différence partagée en deux parties donnera $2'$, erreur de l'équation du centre ; en général, je ſuppoſe que l'on ait deux longitudes vraies obſervées, & réduites au ſoleil dans les moyennes diſtances d'une planete ; qu'on ait calculé pour les mêmes inſtans les deux longitudes hélio-

centriques par les Tables Aſtronomiques, & qu'on ait trouvé p & m pour les erreurs des Tables :

Soit α l'erreur des Tables, quant à l'époque ſeule des moyens mouvemens, & $\mathfrak{C}$ l'erreur de la plus grande équation ſeule, on aura, à 9 ſignes d'anomalie, $p = \alpha + \mathfrak{C}$, & à 3 ſignes, $m = \alpha - \mathfrak{C}$; donc $\alpha = \frac{p+m}{2}$ & $\mathfrak{C} = \frac{p-m}{2}$. Correction de l'époque & de l'équation.

Ces formules ont lieu pour les erreurs poſitives comme pour les négatives indifféremment, & elles donnent la correction de l'époque & celle de l'équation du centre, par le moyen de deux obſervations faites dans les moyennes diſtances (931), ou à très-peu-près.

955. Lorſqu'on a rectifié, par les deux obſervations dont nous venons de parler, ſoit l'époque, ſoit l'équation de l'orbite d'une planete, il s'agit de rectifier auſſi le lieu de l'aphélie ; pour cela on choiſit une obſervation qui tienne le milieu entre les deux autres, & qui ſoit faite vers le temps où la planete étoit aphélie ou périhélie ; on calcule pour le moment de l'obſervation la longitude par les Tables, en rectifiant l'époque & l'équation du centre, ainſi que nous l'avons indiqué dans l'article précédent, & ſi l'on trouve quelque différence entre l'obſervation & le calcul, on eſt ſûr qu'elle dépend toute entiere de l'erreur de l'aphélie ſuppoſé dans les Tables.

En effet, puiſque par l'hypothèſe nous avons trouvé la véritable époque & la véritable équation, il ne doit y avoir d'erreur que dans le degré d'anomalie moyenne, auquel chaque équation appartient ; ſi l'on fait l'anomalie trop grande aux environs de l'aphélie, on aura une trop grande équation dans ce point-là, quoique la quantité totale de la plus grande équation ait été exactement déterminée.

En jettant les yeux ſur la Table de l'équation du centre, on voit combien elle varie pour chaque degré d'anomalie moyenne ; par exemple, il y a $1' 59''$ pour le ſoleil, car ſi l'anomalie moyenne augmente d'un degré en partant de l'aphélie, l'équation augmente de $1' 59''$; ſi l'on trouvoit donc l'erreur des Tables dans ce point-là de $1' 59''$ en plus, on jugeroit que l'aphélie eſt trop avancé d'un degré ; car,

puiſque la longitude des Tables eſt trop grande, c'eſt une preuve qu'on n'a pas retranché aſſez pour l'équation, c'eſt-à-dire, que l'anomalie moyenne étoit trop petite, & par conſéquent le lieu de l'aphélie trop avancé. Si la planete étoit en-deçà de ſon aphélie, & qu'elle ne l'eût pas atteint, ce ſeroit la même choſe, avec cette différence que l'erreur en plus prouveroit une équation additive trop grande, une anomalie moyenne trop petite, d'où réſulteroit également un lieu de l'aphélie trop avancé.

Correction de l'aphélie.

Soit γ l'erreur ſur le lieu de l'aphélie qu'on ſe propoſe de déterminer, & n l'erreur des Tables dans l'obſervation faite aux environs de l'aphélie, en ſuppoſant, comme je l'ai dit, qu'on ait déja corrigé dans ces Tables l'équation du centre & l'époque ; ſoit e la plus grande équation du centre, je dis que l'erreur n, diviſée par e, & multipliée par 57°, qui eſt l'arc égal au rayon, & dont le logarithme eſt 5, 31442, donnera la correction de l'aphélie, qu'il faudra ajouter à celui des Tables, ſi la longitude calculée eſt plus petite que la longitude obſervée, c'eſt-à-dire, ſi n eſt une quantité poſitive.

En effet, l'équation du centre pour un degré quelconque d'anomalie, eſt e ſin. anom. : ſi cette anomalie eſt une petite quantité de minutes ou de ſecondes, exprimée par γ, on aura $\frac{e\gamma}{57^{\circ}}$ pour l'équation du centre ; on diviſe par 57° ; parce que γ doit être exprimé en décimales du rayon, & pour cet effet il faut le diviſer par le rayon lui-même qui ſoit homogène avec γ, alors $\frac{\gamma}{57^{\circ}}$ devient une fraction du rayon (915).

Puiſque l'équation du centre eſt $\frac{e\gamma}{57^{\circ}}$, cette quantité ſera égale à l'erreur n des Tables, donc $\gamma = \frac{n\,57^{\circ}}{e}$.

Je ſuppoſe ici que la planete ſoit préciſément dans ſon aphélie, & que l'erreur de l'aphélie γ ſoit l'anomalie elle-même toute entiere, mais il ſera aiſé d'appercevoir quand on aura mis en pratique les régles précédentes, que ce ſeroit la même choſe quand il y auroit 2 ou 3° de différence,

c'eſt-à-dire, quoique la planete fût éloignée de ſon aphélie de pluſieurs degrés.

Si l'on veut rendre encore plus exacte la formule précédente, on obſervera que l'équation du centre n'eſt pas préciſément égale à e ſin. anom.; mais en nommant c l'excentricité, elle eſt $-(2c-\frac{1}{4}c^3)$ ſin. an. m. $+(\frac{5}{4}c^2-\frac{11}{24}c^4)$ ſin. 2 anom., comme on le verra dans le XXIe. Liv. Ainſi un degré d'erreur dans l'aphélie augmenteroit l'équation de $2c$ ſin. $1^\circ - \frac{5}{4}c^2$ ſin. 2°, à très-peu-près. Suppoſons qu'il fût queſtion de la planete de Jupiter, le logarithme de ſon excentricité (891) eſt 8, 68321; ainſi réduiſant en nombres on a $c = 2^\circ\,45'\,16''$ & $c^2 = 7'\,59''$; donc pour un degré d'anomalie moyenne, $2c$ ſin. $1^\circ - \frac{5}{4}c^2$ ſin. $2^\circ = (c - \frac{5}{4}c^2)$ ſin. $2^\circ = 2^\circ\,35'$; ainſi la formule $\frac{n\,57^\circ}{e}$ deviendra $\frac{n\,57^\circ}{2(2^\circ\,35')}$, c'eſt-à-dire, qu'au lieu de la plus grande équation que nous avons appellée e, & qui ſeroit de $5^\circ\,31'\,36''$, on aura le double des portions c & $\frac{5}{4}c^2$, dont l'une vaut $2^\circ\,45'\,16''$, & l'autre $9'\,53''$, mais d'un ſigne contraire. Au reſte on peut ſe paſſer aiſément de ces formules, en examinant dans la Table de l'équation du centre, ainſi que nous l'avons dit, quelle eſt la quantité dont l'équation varie pour un degré d'anomalie moyenne, on trouve $19'\,37''$ pour Mercure, $50''$ pour Vénus; $10'\,0''$ pour Mars, $5'\,28''$ pour Jupiter, $6'\,23''$ pour Saturne; d'où il eſt aiſé de conclure, par une ſimple proportion, quel eſt le changement qu'on doit faire au lieu de l'aphélie, quand on connoît l'erreur des Tables qu'il s'agit de corriger, & qui dépend toute entiere de cette longitude de l'aphélie.

Variation de l'équation près de l'aphélie.

La méthode que je viens d'expliquer pour déterminer les élémens de l'orbite d'une planete, ſuppoſe que les trois obſervations ſoient faites exactement dans les trois points indiqués, & elle ſuppoſe en même temps que les corrections ſoient très-petites; cependant en ſuppoſant même les obſervations faites à pluſieurs degrés de l'aphélie & des moyennes diſtances, on parviendroit encore, avec quelques eſſais ou quelques tâtonnemens, à trouver les mêmes corrections.

Mais pour procéder d'une maniere plus lumineuſe & plus exacte, je vais expliquer la méthode rigoureuſe, quoiqu'indirecte, par laquelle on peut trouver les trois élémens d'une orbite par trois obſervations, avec toute la préciſion qu'on voudra.

Méthode pour déterminer exactement par 3 obſervations l'orbite d'une Planete.

956. Dans les méthodes précédentes, (928, 954), nous avons conſidéré ſéparément la plus grande équation & le lieu de l'aphélie, ou nous avons ſuppoſé des obſervations faites exactement dans le point de la plus grande équation ; nous allons donner une méthode qui eſt plus générale, par laquelle on peut avec trois longitudes héliocentriques quelconques, déterminer rigoureuſement le lieu de l'aphélie, l'excentricité & l'époque de la longitude moyenne; ce ſont les trois principaux élémens de l'orbite d'une planete. Les méthodes les plus ingénieuſes, les plus géométriques, les plus directes qu'on ait données juſqu'ici, ne ſont point comparables pour la facilité à la méthode indirecte, ou de fauſſe poſition, que nous allons décrire ; ainſi elle nous tiendra lieu de toutes les autres.

Elémens qu'il faut déterminer.

On peut voir, ſi l'on en eſt curieux, pluſieurs méthodes pour parvenir au même but, dans les Elémens d'Aſtronomie de M. Caſſini, *pag.* 157. ; dans les Inſtitutions Aſtronomiques de M. le Monnier, *pag.* 545. ; M. Nicollic en donna une de ſon invention dans les Mémoires de l'Académie pour 1746, *pag.* 291. ; il s'agiſſoit principalement de décrire une ellipſe dont on a le foyer avec 3 rayons vecteurs : M. Halley y étoit parvenu par une conſtruction géométrique, où il employoit deux hyperboles, (*Philoſ. Tranſ.* n°. 128. 1676.). M. de la Hire publia une ſolution de ce problême dans le Journal des Sçav. (*Mars* 1677), par une méthode très-belle dont il donna enſuite la démonſtration dans ſon grand Traité des Sections Coniques : enfin, M. Newton en donna depuis une autre ſolution, au moins auſſi belle que la précédente, (*Philoſ. Nat. Princ. Math. Lib. I,*

Méthodes directes de pluſieurs Auteurs.

Lib. I. prop. 21.). Ces méthodes ſont fort compliquées ; la plûpart ſuppoſent la longueur des rayons vecteurs connue, de même que la poſition de la directrice de l'ellipſe ; celle que nous allons décrire, ne ſuppoſe que les trois longitudes obſervées, & elle eſt plus facile à employer.

Le moyen mouvement ſuppoſé connu.

957. La révolution d'une planete eſt la premiere choſe que l'on doit connoître (852) ; ainſi le moyen mouvement d'une planete eſt donné dans l'intervalle de deux obſervations ; le mouvement de l'aphélie doit être auſſi connu, parce que trois obſervations ne peuvent déterminer qu'une ellipſe fixe & immobile ; mais dans l'intervalle des trois obſervations qu'on emploie, il ne peut pas y avoir une erreur conſidérable ſur le mouvement de l'aphélie.

958. Les trois obſervations doivent être, autant qu'il eſt poſſible, éloignées d'un quart de révolution, c'eſt-à-dire, deux aux environs des abſides, & l'autre aux environs de la moyenne diſtance, ou deux aux moyennes diſtances, & une à l'abſide ; car quoique la méthode n'exige pas cette condition, le réſultat n'en ſera que plus concluant & plus ſûr, ſi on l'obſerve.

On ſuppoſe dans la méthode ſuivante, que l'on connoît déja, du moins groſſiérement, l'excentricité & le lieu de l'aphélie ; on ne peut manquer de les connoître quand il s'agit des planetes ; d'ailleurs on a vû ci-devant (930, 946), la maniere de les trouver, en ſuppoſant même qu'on n'en eût aucune idée.

Conditions néceſſaires dans les obſervations.

959. Les trois longitudes héliocentriques dont on fait choix pour déterminer les élémens d'une orbite planétaire, doivent être réduites au plan de l'orbite, & non à l'écliptique ; je fais cette remarque afin d'avertir que les Aſtronomes rapportent toujours les longitudes obſervées réduites à l'écliptique ; ainſi il eſt néceſſaire d'y faire une réduction pour les rapporter au plan de l'écliptique, c'eſt-à-dire, d'y ajouter la réduction ordinaire (806), ſi c'eſt dans le premier ou le troiſieme quart de l'argument de latitude, & de la ſouſtraire, ſi c'eſt dans le ſecond & le quatrieme quart ; au contraire de ce qui ſe fait pour réduire à l'écliptique une longitude donnée dans l'orbite.

Ces trois longitudes qui ſont deſtinées à déterminer les trois principaux élémens de l'orbite, doivent encore être corrigées des inégalités que peuvent y cauſer les attractions planétaires : ſi l'on a trouvé (par les calculs dont nous parlerons dans le XXIIe. Livre de l'Attraction), que Jupiter avance d'une minute le lieu de Mars par ſon action ſur cette planete, il faudra ôter une minute du lieu de Mars obſervé, pour avoir la longitude dégagée de cette inégalité étrangere à l'orbite, & n'avoir plus à calculer que les inégalités de l'orbite elliptique dont il s'agit.

Ces obſervations doivent être auſſi dégagées de l'aberration, qui augmente toujours les longitudes des planetes dans leurs oppoſitions, (Voy. Liv. XVII.).

Quant à la ſituation des trois points où l'on choiſit ces obſervations, la plus convenable eſt d'avoir trois points de l'orbite, qui ſoient à peu-près à 90° l'un de l'autre, & placés de maniere qu'il y ait deux des obſervations faites vers les abſides, ou deux vers les moyennes diſtances : ſi l'on a deux obſervations vers les abſides, le lieu de l'abſide ſera mieux déterminé; ſi l'on a deux obſervations vers les moyennes diſtances, & ſeulement une vers l'abſide, l'équation de l'orbite ſe trouvera avec plus de préciſion, parce qu'elle ſera déterminée par le double de ſa valeur ; mais le lieu de l'abſide ſera déterminé dans ce cas-là avec une préciſion moindre de moitié que dans le premier cas.

Je diviſerai le procédé de cette méthode en trois parties ; dans la premiere nous ſuppoſerons qu'on connoît l'excentricité, & nous chercherons le lieu de l'aphélie ; dans la ſeconde nous changerons d'excentricité pour avoir un autre aphélie ; dans la troiſieme nous verrons, au moyen d'une troiſieme obſervation, quelle eſt de ces deux excentricités celle qu'on doit préférer.

Pour trouver le lieu de l'aphélie.

960. Dès que l'on connoît la durée de la révolution d'une planete, on ſçait exactement combien il y a de degrés d'anomalie moyenne entre deux inſtans quelconques où cette planete aura été obſervée : par exemple, ſi ces deux inſtans ſont éloignés du quart de la durée de cette révolution, il y aura toujours un quart de cercle pour la différence

des anomalies moyennes, car il ne faut pas perdre de vûe que les temps & les anomalies moyennes marchent toujours uniformément, & ſont toujours proportionnels, comme nous l'avons dit pluſieurs fois (907).

Si l'on eſt toujours en état de connoître la différence ou la ſomme de deux anomalies moyennes, il n'en eſt pas ainſi de ces anomalies elles-mêmes; car pour connoître chacune de ces anomalies, il faudroit connoître & le lieu de l'aphélie, qui eſt le point d'où elles ſe comptent, & l'excentricité qui ſert à trouver l'anomalie vraie. Cette conſidération fournit le moyen de reconnoître par deux obſervations ſi le lieu de l'aphélie d'une planete qui ſe trouve dans les Tables, eſt exact, en ſuppoſant qu'on connoiſſe l'excentricité; car ayant les deux longitudes obſervées on aura (en retranchant le lieu de l'aphélie), deux anomalies vraies; on cherchera l'anomalie moyenne qui répond à chacun par le moyen des deux proportions connues (913 & 914), & de l'excentricité ſuppoſée connue; ſi ces deux anomalies moyennes different entre elles autant que l'exige l'intervalle des deux obſervations, elles ſont exactes l'une & l'autre, & par conſéquent le lieu de l'aphélie eſt bien connu & a été bien ſuppoſé. Si des deux obſervations que l'on a choiſies, l'une eſt avant l'aphélie & l'autre après, ce ſera leur ſomme que l'on prendra pour la comparer avec le moyen mouvement calculé pour l'intervalle des deux obſervations, mais pour plus d'exactitude, on doit faire en ſorte qu'une de ces obſervations ſoit près de l'abſide, & que l'autre en ſoit éloignée.

Premiere hypothèſe de l'excentricité.

961. Si par l'épreuve que nous venons d'indiquer, on s'apperçoit que le lieu de l'aphélie qu'on a ſuppoſé ou d'après les Tables, ou par ſimple conjecture, n'eſt pas exact, on lui ſuppoſera quelques minutes de plus ou de moins, on recommencera le même calcul, & l'on verra ainſi par l'événement de différentes ſuppoſitions, quelle eſt celle qu'il faut adopter, & quel eſt le lieu de l'aphélie qu'il faut prendre, pour repréſenter l'intervalle de ces deux premieres obſervations avec l'excentricité qui eſt connue, ou employée dans cette premiere hypothèſe. Ainſi j'appelle *premiere*

Diverſes ſuppoſitions de l'aphélie.

hypothèſe une excentricité ſuppoſée, avec le lieu de l'aphélie qui lui correſpond en ſatisfaiſant à l'intervalle des deux obſervations ; cette hypothèſe renfermoit diverſes ſuppoſitions pour le lieu de l'aphélie.

962. Pour que le lieu de l'aphélie ſoit bien déterminé par la méthode précédente, il faut néceſſairement que l'excentricité ſoit ſuppoſée connue & exacte ; car pour réduire l'anomalie vraie en anomalie moyenne, on fait néceſſairement uſage de l'excentricité, comme on le voit dans les deux analogies ci-deſſus, (913 & 914).

Seconde hypothèſe d'excentricité.

Si l'on ſuppoſe une autre excentricité, & qu'on refaſſe les mêmes calculs (961), on aura un réſultat différent pour le lieu de l'aphélie, en employant toujours les deux mêmes obſervations ; on pourroit faire ainſi une Table de différentes excentricités, & à côté de chacune on écriroit le lieu de l'aphélie qui répond à chaque hypothèſe d'excentricité.

Pour trouver l'excentricité.

963. Pour ſçavoir maintenant quelle eſt la véritable excentricité que l'on doit choiſir, ou celle de toutes nos hypothèſes qui eſt la bonne, nous employerons une troiſieme obſervation que je ſuppoſe éloignée de 90° d'une des précédentes, ſur laquelle on fera la remarque ſuivante : l'intervalle de temps entre l'obſervation aphélie, & l'obſervation faite 90° avant l'aphélie, étant connu, on aura la différence entre les deux anomalies moyennes ; mais ſi l'on ſe trompoit ſur l'excentricité, ou ce qui revient au même, ſur l'équation du centre, toute l'erreur tomberoit ſur l'anomalie qui eſt à 90° de l'aphélie, parce que l'équation y eſt fort grande, & cette erreur ſeroit nulle dans l'aphélie où l'équation du centre eſt nulle, ou du moins fort petite ; ainſi la différence entre l'anomalie moyenne aphélie & l'anomalie moyenne à 90° de-là, ſeroit affectée de toute l'erreur commiſe ſur l'équation du centre.

Cela étant bien conçu, on prendra l'excentricité de la premiere hypothèſe avec le lieu de l'aphélie connu, ainſi qu'il a été déterminé pour cette premiere excentricité (961), on formera deux anomalies vraies des deux longitudes vraies, dont une ſoit fort éloignée de l'autre, on les

convertira en anomalies moyennes, & ſi la différence de ces deux anomalies moyennes n'eſt pas exactement ce que l'on ſçait qu'elle doit être, on choiſira une autre excentricité avec la poſition de l'aphélie qui lui répond, c'eſt-à-dire, la ſeconde hypothèſe, on verra laquelle des deux ſatisfait mieux au ſecond intervalle, & par une ſimple régle de trois on trouvéra celle qui ſatisfait à l'intervalle d'anomalie moyenne qui eſt entre ces deux obſervations; cette excentricité avec le lieu de l'aphélie qui répond, ſeront conformes aux trois obſervations, & le problême ſera réſolu.

964. EXEMPLE. Je ſuppoſe trois oppoſitions de Mars obſervées en 1743, 1751 & 1753, c'eſt-à-dire, les longitudes de Mars ſur ſon orbite, vûes du ſoleil pour les temps moyens.

Temps des Obſerv.	Longit.	Différ. d'anom. moy.
1743. 15 Fév. 19h 17′ 40″	4s 27° 16′ 32″	6s 21° 30′ 45″
1751. 14 Sept. 8 28 0	11 21 35 0	1 26 6 50
1753. 16 Nov. 10 28 33	1 24 47 24	

En prenant les lieux de l'aphélie dans les Tables de M. Halley, 5s 1°23′37″, 5s 1°33′37″, 5s 1° 36′9″, je forme trois anomalies vraies 11s 25°52′55″, 6s 20°1′23″, 8s 23°11′15″, je convertis les deux premieres anomalies vraies en anomalies moyennes, après avoir pris ce qui s'en manque pour aller à 360 degrés, en faiſant deux hypothèſes différentes pour l'excentricité.

965. PREMIERE HYPOTHESE: je prends l'excentricité telle qu'elle eſt dans les Tables de M. Halley 1417, je la réduis à ce qu'elle ſeroit ſi la moyenne diſtance au ſoleil étoit l'unité, & ſuppoſant auſſi l'aphélie tel qu'il eſt dans ces Tables, les deux anomalies vraies donnent, au moyen des analogies rapportées ci-deſſus, (913, 914), deux anomalies moyennes qui ſont 11s 25° 3′35″4 & 6s 16° 36′3″4, dont la différence eſt trop grande de 1′43″; car ſuivant les Tables, & à raiſon du temps écoulé entre les deux obſervations, la différence doit être de 6s 21° 30′ 45″.

En continuant la même hypothèſe d'excentricité je fais

une autre ſuppoſition pour l'aphélie ; j'augmente de dix minutes les lieux de l'aphélie employés dans la premiere ſuppoſition, je forme par conſéquent deux anomalies vraies moindres de 10′ que les précédentes, je les convertis en anomalies moyennes ; je trouve 11ˢ 24° 51′ 36″ 1, & 6ˢ 16° 27′ 42″ 6, dont la différence eſt de 6ˢ 21° 36′ 6″ 5, c'eſt-à-dire, trop grande de 5′ 21″ 5. Ainſi pour avoir changé l'aphélie de 10′ l'erreur qui étoit de 1′ 43″, eſt devenue 5′ 21″ 5 ; c'eſt-à-dire, a augmenté de 3′ 38″ 5 ; on dira 3′ 38″ 5 : 10′ 0″ :: 1′ 43″ : 4′ 42″ 8, ainſi pour rendre nulle cette erreur de 1′ 43″ ; il auroit fallu diminuer de 4′ 42″ 8 les lieux de l'aphélie, au lieu de les augmenter de 10′ : par ce calcul nous ſommes donc aſſurés que l'excentricité tirée des Tables de M. Halley, & employée dans cette premiere hypothèſe avec un lieu de l'aphélie diminué de 4′ 42″ 8 ou en nombres ronds 4′ 43″, ſatisfera à l'intervalle des deux obſervations. Il faut actuellement faire la même opération avec une autre excentricité, c'eſt-à-dire, former une ſeconde hypothèſe.

966. Seconde Hypothese, je prends une excentricité 1427 plus grande que celle de M. Halley de 10 parties, & ſuppoſant l'aphélie tel qu'il eſt dans ſes Tables, je convertis les deux anomalies vraies en anomalies moyennes, (913, 914), ce qui donne 11ˢ 25° 3′ 13″, & 6ˢ 16° 34′ 42″, dont la différence 6ˢ 21° 31′ 29″, eſt plus grande de 44″ que celle qui doit avoir lieu ſuivant les Tables, qui ſont exactes à cet égard, puiſque la révolution eſt exactement connue. Je forme donc une ſeconde ſuppoſition en augmentant le lieu de l'aphélie de 10′ ; il en réſulte deux autres anomalies vraies, qui doivent auſſi ſe convertir en anomalies moyennes ; le calcul étant fait on aura 11ˢ 24° 51′ 7″, 3 & 6ˢ 16° 26′ 21″, 7 dont la différence eſt plus grande de 4′ 29″ 4, qu'elle ne doit être ſuivant les Tables.

967. Ainſi en augmentant de 10′ le lieu de l'aphélie dans cette ſeconde hypothèſe d'excentricité, l'erreur de l'anomalie moyenne qui étoit de 44″ eſt venue à 4′ 29″ 4, c'eſt-à-dire, a augmenté de 3′ 45″ ; donc pour la faire diminuer de 44″ & la réduire à rien, on dira 3′ 45″ 4 : 10′ :: 44″ :

1′ 57″, & l'on aura la quantité qu'il falloit ôter de l'aphélie des Tables pour concilier les deux premieres obſervations avec le moyen mouvement des Tables, dans l'hypothèſe de 1427 d'excentricité.

968. C'eſt donc l'aphélie des Tables de M. Halley diminué de 4′ 43″ avec 1417 d'excentricité, ou diminué de 1′ 57″ avec 1427, qui ſatisfait aux deux premieres obſervations ; il faut par le moyen de la troiſiéme obſervation choiſir entre ces deux hypothèſes d'excentricité ou trouver une excentricité qui ſoit plus ou moins grande que celles-là ; y joignant le lieu de l'aphélie corrigé à proportion, elle repréſentera non-ſeulement les deux premieres, mais encore la troiſiéme obſervation.

Il faut choiſir entre les deux hypothèſes.

969. L'intervalle de temps qu'il y a entre la ſeconde & la troiſiéme obſervation, donne pour différence d'anomalie moyenne 56° 6′ 50″, ſuivant les Tables de M. Halley : ſi l'on convertit l'anomalie vraie en anomalie moyenne avec 1417 d'excentricité, l'aphélie des Tables étant diminué de 4′ 43″, & avec 1427 l'aphélie étant diminué de 1′ 57″, on trouve pour la premiere hypothèſe 11″ 4 de plus, & pour la ſeconde hypothèſe 3′ 11″ 4 de moins que 56° 6′ 50″ ; ainſi ajoûtant ces deux différences qui ſont en ſens contraires, on voit que le changement de 10 parties dans l'excentricité, produit 3′ 22″ 8 de variation dans le mouvement d'anomalie moyenne pour cet intervalle de temps ; on trouvera donc que 11″ 4 qui eſt l'erreur de la premiere ſuppoſition, donnera 0, 562, il faudra donc ajouter 0, 562 à l'excentricité 1417 de la premiere hypothèſe ajoutée, & l'on aura 1417, 562 excentricité qui repréſentera également la troiſiéme obſervation, pourvû qu'on y joigne l'aphélie qui doit lui correſpondre ; or on trouvera la correction du lieu de l'aphélie en diſant 3′ 22″ 8 : 2′ 45″ :: 11″ 4 : 9″ 2.

Derniere hypothèſe.

Car puiſque la premiere ſuppoſition d'excentricité 1417 avec le lieu de l'aphélie diminué de 4′ 42″ a donné 11″ 4 de trop, & que la ſeconde ſuppoſition d'excentricité 1427 avec le lieu de l'aphélie diminué de 1′ 57″, (c'eſt-à-dire, de 2′ 45″ moins que dans la premiere hypothèſe), a

donné 3′ 11″ 4 de plus qu'il ne falloit pour la différence d'anomalie moyenne, il eſt clair que pour corriger les 11″ 4, de la premiere ſuppoſition, il faut diminuer l'aphélie de 9″ de moins que dans la premiere ſuppoſition; ainſi l'on corrigera l'aphélie des Tables ſeulement de 4′ 33″.

970. On peut encore faire cette proportion d'une autre maniere; & chercher quel eſt le lieu de l'aphélie qui doit convenir à la nouvelle excentricité 1417, 562; car ſi avec la premiere ſuppoſition d'excentricité 1417, il faut ôter 4′ 42″ de l'aphélie des Tables, & ſi avec la ſeconde ſuppoſition d'excentricité 1427, il faut ôter 1′ 57″, c'eſt-à-dire, 2′ 45″ de moins; on peut dire 10 : 2′ 45″ : : 0, 562 : 9″ 2, correction de l'aphélie qui répond à 0, 562 de variation dans l'excentricité; on a donc 4′ 42″, moins 9″, ou 4′ 33″ pour la correction de l'aphélie qui doit répondre à l'excentricité 1417, 562; & qui conjointement avec cette excentricité repréſentera le premier intervalle auſſi bien que le ſecond; ou la premiere différence d'anomalie moyenne, auſſi bien que la ſeconde.

Démonſtration de ſon exactitude.

971. Je dis en premier lieu que cette excentricité 1417, 562, avec le lieu de l'aphélie diminué de 4′ 33″ repréſentera le premier intervalle, en effet, nous avons trouvé que 1417 d'excentricité avec 4′ 43″ de diminution dans l'aphélie, auſſi bien que 1427 avec 1′ 57″ de diminution dans l'aphélie, repréſentoient également l'intervalle connu, ou la différence d'anomalie moyenne des deux premieres obſervations; ainſi toute autre excentricité entre ces deux-là, avec une diminution de l'aphélie proportionnée, repréſentera également cet intervalle; donc l'excentricité 1417, 562, avec 4′ 33″ de diminution dans l'aphélie, ſatisfera à la différence des deux premieres obſervations.

Je dis en ſecond lieu qu'ils ſatisferont auſſi au ſecond intervalle ou à la différence d'anomalie moyenne entre la ſeconde & la troiſiéme obſervation: car dans la premiere ſuppoſition 1417, on trouve 11″ 4 de plus pour cette différence, & dans la ſeconde ſuppoſition qui eſt de 1427, on trouve 3′ 11″ 4 de moins que l'on ne doit trouver; donc à proportion on trouvera exactement ce qu'il faut trouver, en employant 1417, 562.

972. On a donc enfin & l'excentricité, & la correction à faire dans le lieu de l'aphélie pour repréſenter exactement les deux différences d'anomalie moyennes, dans les trois obſervations données.

Si l'on recommence en effet le calcul avec ces élémens, on trouvera pour les anomalies moyennes qui répondent aux trois momens d'obſervations, $11^s\ 25^\circ\ 9'\ 2''\ 2$, $6^s\ 16^\circ\ 39'\ 47''\ 2$, & $8^s\ 12^\circ\ 46'\ 37''\ 2$, elles différent entr'elles des mêmes quantités que les trois anomalies moyennes qu'on avoit formées, avec les élémens tirés des Tables (964), c'eſt-à-dire, de $6^s\ 21^\circ\ 30'\ 45''$ & de $1^s\ 26^\circ\ 6'\ 50''$.

973. Nous remarquerons en paſſant qu'il ſeroit également bon que des trois obſervations choiſies, celle du milieu fût faite dans une des abſides de l'orbite de la planete, & les deux autres dans les moyennes diſtances 90° avant & après celle du milieu, nous n'avons pas pu obſerver ce choix dans l'exemple précédent; on n'a pas toujours des obſervations faites dans des poſitions choiſies, & celles de Mars ſont les plus rares; mais on verra du moins par cet exemple que la méthode eſt générale, & ne ſuppoſe que trois obſervations ſur trois points différens de l'orbite.

974. Lorſqu'on connoît l'excentricité & le lieu de l'aphélie, il ne reſte plus à connoître qu'une longitude moyenne; pour cela on prendra une des trois anomalies moyennes trouvées ci-devant (972), par exemple $11^s\ 25^\circ\ 9'\ 2''\ 2$; on y ajoûtera le lieu de l'aphélie des Tables diminué de $4'\ 33''$, ſuivant le dernier réſultat, c'eſt-à-dire, $5^s\ 1^\circ\ 19'\ 4''$, & l'on aura la longitude héliocentrique moyenne de Mars au temps de la premiere obſervation $4^s\ 26^\circ\ 28'\ 6''$ d'où l'on peut conclure toutes les autres (565). Nous parlerons bien-tôt plus au long des époques des longitudes moyennes (992). Longitude moyenne.

975. Mercure eſt la ſeule planete dont l'orbite ne peut être déterminée avec aſſez d'exactitude par cette méthode, parce que ſes paſſages ſur le ſoleil ne ſont pas ſitués dans des points aſſez avantageux; ainſi il y faut ajoûter la plus grande & la plus petite digreſſion, ou bien traiter Mercure à peu-près comme une comete, ſuivant la méthode qui Exception pour Mercure.

ſera expliquée dans le XIXe. Livre. On trouve, il eſt vrai, dans les Mémoires de l'Académie pour 1753, un Mémoire de M. Caſſini, & dans ceux de 1756, un Mémoire de moi, ſur cette matiere : nous avons eſſayé l'un & l'autre de déterminer les élémens de Mercure par le moyen de ſes paſſages ſur le ſoleil, mais c'eſt parce que nous manquions d'autres obſervations ; on verra combien elles ſont rares, lorſque nous parlerons de ces obſervations de Mercure.

Méthode pour trouver ſon excentricité.

976. Lorſqu'on aura obſervé la plus grande digreſſion de Mercure dans ſon aphélie & dans ſon périhélie, on pourra aiſément trouver ſon excentricité, & par conſéquent ſa plus grande équation. Soit *EGD* (*Fig.* 65.) l'orbite que Mercure décrit autour du ſoleil *S*, *SD* la diſtance de Mercure aphélie, au centre du ſoleil ; dans le triangle *SMD*, qui ſera alors rectangle en *D*, l'on connoîtra l'angle *SMD* qui eſt l'élongation obſervée, & la diſtance *SM* de la terre au ſoleil dans le temps de l'obſervation ; on trouvera facilement la diſtance *SD* ; ſi l'on fait la même choſe dans le temps que Mercure eſt périhélie & en même temps dans ſa plus grande digreſſion, l'on aura les deux diſtances *SD*, *SE* de Mercure au ſoleil, dont la différence ſera l'excentricité *CS* de Mercure ; nous avons déjà parlé ci-deſſus de la néceſſité qu'il y auroit de faire de pareilles obſervations ſouvent & avec ſoin pour la théorie de Mercure.

Fig. 65.

977. Dans la méthode précédente il faut être sûr que la planete étoit véritablement dans ſon aphélie lorſqu'on a obſervé ſa plus grande digreſſion ; mais les Tables que nous avons ſont ſuffiſantes pour nous apprendre à peu-près le temps où Mercure paſſe dans ſes abſides, & dans cette recherche il n'eſt beſoin que de le connoître à peu-près ; la diſtance de Mercure au ſoleil ne change alors que de $\frac{1}{46680}$ pour un degré d'erreur ſur le lieu de l'aphélie : or cette erreur eſt beaucoup plus grande que celle que nous pouvons commettre actuellement ſur le lieu de l'aphélie de Mercure. Si l'on obſerve à une minute près la différence de la plus grande à la plus petite digreſſion, on aura auſſi la plus grande équation à une minute près.

978. L'orſqu'on a déterminé par cette méthode la plus

grande équation de Mercure, on peut trouver le lieu de l'aphélie de Mercure par une ſeule obſervation faite dans le temps où Mercure ſe rapproche de ſa conjonction; ou bien par la quantité de ſa plus grande digreſſion obſervée vers 4ˢ ou 8 ſignes d'anomalie moyenne; alors le moindre changement dans le lieu de l'aphélie, influe ſenſiblement ſur la diſtance; un degré d'erreur ſur l'aphélie change de $\frac{1}{250}$ la diſtance au ſoleil, & comme la plus grande digreſſion eſt alors d'environ 21° il en réſulteroit 5′ d'erreur ſur cette digreſſion; or certainement on peut l'obſerver à 15 ou 20″ près, donc alors on doit connoître le lieu de l'aphélie de Mercure à 3 ou 4 minutes près, par le moyen de la plus grande digreſſion obſervée entre 3 & 4 ſignes ou entre 8 & 9 ſignes d'anomalie moyenne.

Pour avoir l'aphélie de Mercure.

979. J'ai employé dans tous les calculs précédens l'hypothèſe de Kepler, pour déterminer les élémens d'une orbite; on trouvera dans les élémens de M. Caſſini une méthode pour les trouver auſſi par l'hypothèſe elliptique ſimple; mais quoique M. Caſſini faſſe un uſage fréquent de l'hypothèſe elliptique ſimple, à cauſe de la facilité qu'elle offre dans les calculs, cependant il avoue, & il démontre même que l'hypothèſe de Kepler doit avoir une entiere préférence ſur l'hypothèſe de Ward. Ayant fait le calcul du lieu de l'aphélie de Mars dans les deux hypothèſes différentes par le moyen de trois obſervations, dont une étoit voiſine de l'aphélie, M. Caſſini trouve le lieu de l'aphélie dans l'hypothèſe elliptique ſimple 5ˢ 0° 39′, & dans l'hypothèſe de Kepler 5ˢ 0° 31′ $\frac{1}{2}$, avec une différence de 7′ $\frac{1}{2}$, ſeulement; en effet les deux hypothèſes ne différent point entr'elles quand on prend une obſervation dans l'aphélie & les deux autres dans les moyennes diſtances. Mais ayant enſuite choiſi trois autres obſervations en des points différens de l'orbite de Mars, M. Caſſini trouve 5ˢ 1° 28′ dans l'hypothèſe elliptique ſimple, & 5ˢ 0° 39′ dans l'hypothèſe de Kepler; on voit que l'hypothèſe elliptique ſimple differe d'elle-même employée dans le premier réſultat de 49′, & que l'hypothèſe de Kepler ne differe que de 7′ $\frac{1}{2}$; cette derniere différence eſt aſſez petite pour être attribuée au dé-

Préférence que mérite l'hypothèſe de Kepler.

faut d'accord entre les trois dernieres obſervations & les trois premieres; mais la différence de 49′ qu'il y a entre les deux réſultats de l'hypothèſe elliptique ſimple, ne ſçauroit être attribuée qu'à l'imperfection de cette hypothèſe. Il en eſt de même de l'excentricité, M. Caſſini la trouve dans l'hypothèſe de Kepler 9287 & 9292, ſuivant qu'il emploie les trois premieres ou les trois dernieres obſervations, la différence n'eſt que de 5 parties; mais dans l'hypothèſe elliptique ſimple il trouve 9246 & 9115, réſultats qui différent de 131 parties; & prouve encore la diſcordance de cette derniere hypothèſe quand on l'applique à différens points de l'orbite; auſſi M. Caſſini conclut formellement que l'hypothèſe de Kepler mérite la préférence, (*Elém. d'Aſt. pag.* 475), & nous n'avons parlé de l'hypothèſe de Ward que pour donner une idée de la facilité qu'elle offre dans les occaſions où l'on n'a pas beſoin de beaucoup d'exactitude; ou dans les orbites peu excentriques, comme celles de Vénus & de la Terre.

TROUVER LA RÉVOLUTION ANOMALISTIQUE D'UNE PLANETE, OU LE MOUVEMENT DE SES ABSIDES, PAR LES OBSERVATIONS.

980. La méthode que nous avons donnée pour déterminer l'orbite d'une planete (956), étant appliquée aux anciennes obſervations, fait connoître le lieu de l'aphélie dans les temps plus reculés; & quoique les obſervations anciennes ne ſoient pas fort exactes, elles font cependant connoître que les aphélies des planetes ne ſont pas fixes dans le ciel; la théorie de l'Attraction, (Liv. XXII.), nous ſervira de même à prouver le mouvement des abſides; au reſte, ce mouvement eſt aſſez lent pour qu'on ait pu le négliger, & ſuppoſer les abſides immobiles, dans les Tables Caroline de Street qui ont eu long-temps une aſſez grande réputation.

La révolution d'une planete par rapport à ſon abſide, le temps qu'elle emploie à y revenir, ou l'intervalle d'un paſſage par ſon aphélie au paſſage ſuivant, s'appelle la Ré-

VOLUTION ANOMALISTIQUE, parce que l'anomalie recommence à chaque paſſage dans l'abſide : cette révolution anomaliſtique eſt toujours un peu plus courte que la révolution par rapport aux équinoxes, parce que le mouvement des abſides ſe fait ſuivant l'ordre des ſignes ; pour en déterminer la quantité, nous commencerons par la révolution anomaliſtique du ſoleil, ou plutôt de la terre, qui eſt une des plus faciles à déterminer.

Si le lieu de l'abſide de la terre étoit exactement fixe dans le ciel, la révolution anomaliſtique ſeroit égale à la révolution ſydérale, dont on a vû la détermination (852), mais puiſque l'apogée du ſoleil a un petit mouvement ſelon l'ordre des ſignes, comme les obſervations paroiſſent le prouver, auſſi bien que la théorie de l'Attraction, il faut pour connoître ſa révolution anomaliſtique, comparer deux paſſages du ſoleil par ſon apogée, & non pas deux retours à une même étoile, ni deux paſſages par l'équinoxe, (127, 587).

Mouvement de l'apogée du ſoleil.

981. Suivant les obſervations de Waltherus, faites à Nuremberg en 1487, le ſoleil avoit paſſé par ſon périgée le 16 Décembre à $6^h\ 5'$ du ſoir ; il y paſſa encore le 30 Décembre 1751 à $3^h\ 9'$, ſuivant les obſervations de M. de la Caille ; l'intervalle eſt de $96428^j\ 21^h\ 4'$, ce qui donne pour chaque révolution anomaliſtique $365^j\ 6^h\ 15'\ 42''$. Ayant comparé ainſi les obſervations de Waltherus, celles de Tycho-brahé, & celles de Co-cheou-king faites à la Chine en 1278 & 1279 (266), que le P. Gaubil a rapportées dans ſon Hiſtoire de l'Aſtronomie Chinoiſe, *pag.* 107, M. de la Caille a trouvé la révolution anomaliſtique, ou la différence entre deux paſſages conſécutifs du ſoleil par ſon apogée, $365^j\ 6^h\ 15'\ 24''$ plus grande que la durée de l'année tropique (588), de $26'\frac{1}{2}$; ce qui prouve que chaque année l'apogée avance de $65''\frac{1}{2}$ par rapport à l'équinoxe.

Il eſt de 65 ſecondes & demie par année.

982. Pour voir ce qui réſulte de la comparaiſon des autres obſervations par rapport au mouvement de l'apogée du ſoleil, on pourra jetter les yeux ſur les poſitions ſuivantes de l'apogée déterminées par différens Aſtronomes, à côté

deſquelles on voit ce qui en réſulte pour le mouvement annuel, par comparaiſon avec le lieu actuel de l'apogée, (M. Caſſini, *pag.* 197.).

Hipparque, 140 ans avant J. C.	2^s	5°	30′	1′	3″
Ptolémée, 140 ans après J. C.	2	5	30	1	14
Albategnius en 883,	2	22	17	1	7 $\frac{1}{2}$
Arzachel en 1076,	2	17	50	1	51 $\frac{1}{2}$
Alphonſe en 1252,	2	28	40	1	10
Waltherus en 1503,	3	4	9	1	4
Copernic en 1515,	3	6	40	0	25
Tycho & Kepler en 1588,	3	5	30	1	6
M. Caſſini en 1740, dans ſes Tables,	3	8	17	1	1 $\frac{3}{4}$

Enfin, M. le Monnier ſuppoſoit ce mouvement annuel de 63″ dans ſes Inſtitutions Aſtronomiques; tout cela differe peu de la derniere détermination que nous adoptons ici, & qui eſt de 65″ $\frac{1}{2}$.

Aphélies des autres planetes.

983. Les aphélies des autres planetes ont auſſi leur mouvement, mais il eſt bien moins connu, à cauſe du peu d'obſervations anciennes que nous avons ſur les planetes; d'ailleurs ce mouvement eſt ſi peu ſenſible, que l'on ne peut le déterminer que d'une maniere très-imparfaite; on en jugera par la différence qu'il y a entre les Tables de M. Caſſini & celles de M. Halley pour cette partie; le mouvement de l'aphélie de Mercure en un ſiécle, dans les Tables de M. Caſſini, eſt plus grand de 45′ 43″, celui de Vénus de 49′ 7″, celui de Mars de 2′ 58″, celui de Jupiter plus petit de 24′ 18″, & celui de Saturne de 3′ 36″, que dans les Tables de M. Halley.

Il y a même des Auteurs qui ont totalement négligé ce mouvement des aphélies comme inappréciables, & ont ſuppoſé que les abſides étoient fixes parmi les étoiles fixes, ſans autre changement de longitude que celui de 50″ par an, qui vient de la préceſſion des équinoxes; tel eſt M. Street dans ſes Tables Caroline.

Pour faire ſentir le degré de certitude qu'il peut y avoir dans de pareilles déterminations, je vais indiquer en peu

de mots quelles ſont les obſervations ſur leſquelles M. Caſſini a établi ſes déterminations des aphélies, ainſi qu'il les rapporte lui-même dans ſes Elémens d'Aſtronomie, & j'y ajoûterai quelques recherches particulieres que j'ai faites ſur la même matiere.

Aphélie de Mercure.

984. Pour l'aphélie de Mercure, M. Caſſini choiſit les paſſages ſur le ſoleil de 1661, 1690 & 1697, par leſquels il trouve que le 9 Nov. 1690, à 18^h 6′, l'aphélie de Mercure étoit à 8^s 12° 22′ 25″; il trouve qu'en ſuppoſant le mouvement de l'aphélie de 1′ 20″ par année, il repréſente aſſez bien les paſſages de 1631, 1672, 1723 & 1736. Mais comme tous ces paſſages arrivent vers les mêmes points de l'orbite, car celui de 1661 étoit le ſeul qu'on eût obſervé dans la partie oppoſée, c'eſt-à-dire, dans le nœud deſcendant qui eſt vers 10^s 20° d'anomalie moyenne, on ne pouvoit pas prononcer que ce mouvement de l'aphélie ſatisferoit également aux obſervations faites dans d'autres points de l'orbite : M. Caſſini obſerve lui-même, (*p.* 612.), que deux hypothèſes qui different entre elles de 1° 30′ pour le lieu de l'aphélie, & de 52′ pour la plus grande équation, ne laiſſent pas de repréſenter toutes les deux avec une égale préciſion ces ſept obſervations; ce qui prouve qu'elles n'étoient pas faites dans des points de l'orbite de Mercure, aſſez différens les uns des autres, pour bien déterminer le lieu de l'aphélie; on ne doit donc pas être ſurpris que M. Halley ait repréſenté également bien les mêmes obſervations, en réduiſant à 52″ $\frac{1}{2}$ au lieu de 1′ 20″ le mouvement annuel de l'aphélie de Mercure. Je crois la détermination de M. Caſſini plus approchante du vrai. En effet, ſuivant les recherches que j'ai données ſur cette matiere dans les Mémoires de l'Académie pour 1756, *pag.* 266, j'ai trouvé le lieu de l'aphélie de Mercure, le 6 Mai 1753, de 8° 13′ 55″, plus avancé de 9′ ſeulement que ſuivant les Tables de M. Caſſini, ou de 26′ plus avancé que ſuivant M. Halley, ce qui ſemble prouver que le mouvement annuel de l'aphélie de Mercure eſt au moins de 1′ 20″, peut-être même un peu plus grand; mais pour s'en aſſurer il faudra diſcuter des obſervations faites dans d'autres points de

Son mouvement eſt de plus de 80 ſecondes par année.

l'orbite, & ſur-tout dans les abſides & les moyennes diſtances : j'ai déja fait remarquer (936) la difficulté que l'on trouve à établir la théorie de Mercure, à cauſe de la rareté de ſes obſervations.

Ce ſeroit principalement pour le mouvement de ſon aphélie que nous aurions beſoin d'avoir d'anciennes obſervations, mais elles nous manquent preſque totalement ; M. Caſſini qui vouloit établir les moyens mouvemens de Mercure par les anciennes obſervations, (*Mém. Ac.* 1707), trouva des difficultés dans le calcul des mois des Années Dyoniſiennes, ſans parler de la difficulté de réduire au centre du ſoleil ces anciennes obſervations. Voyez les Obſervations de Mercure à la fin de ce VIe. Livre.

Aphélie de Vénus.

985. L'aphélie de Vénus eſt preſque auſſi difficile à déterminer par les anciennes obſervations que celui de Mercure ; & dans les différentes déterminations qu'en donne M. Caſſini, il s'y trouve des différences de près de 15 deg. Mais il y a une circonſtance de plus qui fait paroître les erreurs beaucoup plus importantes qu'elles ne ſont, c'eſt que l'excentricité de Vénus étant fort petite, une erreur d'un degré ſur l'aphélie ne produit pas une minute ſur la longitude ; ainſi l'erreur peut paroître fort grande ſur le lieu de l'aphélie, ſans qu'il en réſulte ſur le lieu obſervé de la planete une différence ſenſible.

Les obſervations de Vénus faites dans les années 136, 138, 140, donnent $8^s\ 21^\circ\ 29'$ pour le lieu de ſon aphélie, que M. Caſſini eſtime être le réſultat le moins défectueux que fourniſſent les anciennes obſervations ; il détermine enſuite le lieu de cet aphélie par les conjonctions inférieures de 1715, 1716 & 1718, de $10^s\ 6^\circ\ 50'$; ainſi dans l'eſpace de 1578 années le mouvement de l'aphélie auroit été de $45^\circ\ 21'$ à raiſon de $1'\ 42''\ 50'''$ par année.

En employant de même le lieu de l'aphélie de Vénus déterminé par les obſervations des années 1592, 1598 & 1601, à $10^s\ 1^\circ\ 54'$, on trouve $2'\ 28''$ par année ; mais il n'eſt pas étonnant que ſur un intervalle de 120 ans, dan lequel la différence n'eſt que de $4^\circ\ 56'$, il y ait une incertitude d'un quart ou d'un tiers de ce mouvement total.

986. Enfin

986. Enfin, comparant le lieu de l'aphélie de Vénus déterminé par Horoccius en l'année 1639 à $10^s\ 5^\circ\ 0'$, avec celui de 1716, on trouve dans cet intervalle que le mouvement annuel de l'aphélie de Vénus eſt de $1'\ 26''$, c'eſt celui qu'adopte M. Caſſini, (*pag.* 564.). Dans les Tables de M. Halley il n'eſt que de $56''\ \frac{1}{2}$, & le lieu de l'aphélie pour 1750 eſt moins avancé de $19'\ \frac{1}{2}$ que ſuivant les Tables de M. Caſſini. Son mouvement.

987. L'aphélie de Mars eſt le plus aiſé à déterminer de tous les aphélies des planetes, auſſi nous voyons que ſon mouvement eſt preſque le même dans les Tables de M. Caſſini & de M. Halley : les trois oppoſitions de Mars obſervées par Ptolémée, donnent pour le lieu de l'aphélie, 135 ans avant J. C. $3^s\ 29^\circ\ 24'$. Par les obſervations faites à Greenwich en 1691, 1696 & 1700, qui ſont très-bien d'accord avec celles qu'on faiſoit dans le même temps à Paris, & dont la premiere & la troiſieme ſont à pareilles diſtances de l'aphélie, M. Caſſini trouve $5^s\ 0^\circ\ 31'\ 34''$ dans l'hypothèſe de Kepler ; ainſi dans l'eſpace de 1561 ans l'aphélie a avancé chaque année de $1'\ 11''\ 47'''\ 20''''$, (*Elém. d'Aſtron. pag.* 478.). Aphélie de Mars.

Dans mes recherches ſur l'orbite de Mars, (*Mém. Ac.* 1755, *p.* 223.), j'ai trouvé le lieu de l'aphélie vers 1748, moins avancé de $49''$ ſeulement, que ſuivant les Tables de M. Halley, ou de $5'\ 18''$ que ſuivant les Tables de M. Caſſini, ce qui prouve aſſez que le mouvement annuel de l'aphélie de Mars eſt exactement de $1'\ 10''$. Son mouvement annuel de 70 ſecondes.

988. L'aphélie de Jupiter déterminé par les obſervations de Ptolémée, ſe trouve pour l'an 136 de $5^s\ 14^\circ\ 38'$: mais ſuivant les obſervations de 1588, 1590 & 1592, faites par Tycho, on a pour l'année 1590, $6^s\ 6^\circ\ 31'$; ce qui donne $54''$ par année pour le mouvement de l'aphélie de Jupiter. Par les oppoſitions de 1719, 1721 & 1723, la longitude de l'aphélie eſt $6^s\ 9^\circ\ 47'$; cette longitude comparée avec celles de Ptolémée, donne $57''\ 11'''$ par année. Aphélie de Jupiter.

Les obſervations de Tycho comparées à celles de ce ſiécle, donnent le mouvement annuel de $1'\ 30''$.

Ces différences ſont donc penſer à M. Caſſini, (*p.* 429.),

que peut-être le mouvement de l'aphélie eſt devenu plus rapide qu'il ne l'étoit autrefois, en même temps que ſon excentricité eſt ſujette à augmenter (942), mais peut-être auſſi ces différences viennent des inégalités périodiques de Jupiter, produites par l'action de Saturne, dont on n'a pû tenir compte dans toutes ces recherches, & qui ſont même encore très-peu connues ; au reſte, M. Caſſini adopte dans ſes Tables le mouvement annuel de l'aphélie de 57″ 24‴, & M. Halley le ſuppoſe de 72″.

989. M. Jeaurat ayant comparé entre elles trois obſervations de Tycho, & les huit dernieres qui ont été faites à Paris, trouve qu'en 1590 l'aphélie étoit à 6ˢ 6° 50′, & en 1758, 6ˢ 10° 34′, d'où il réſulte 1′ 20″ pour le mouvement annuel de l'aphélie.

D'un autre côté, M. Euler dans ſa ſeconde Piéce ſur les inégalités de Jupiter & de Saturne, couronnée en 1752, trouve que l'aphélie de Jupiter doit avancer de 55″ par an, en vertu de l'attraction de Saturne : tous ces différens ſentimens font voir la néceſſité d'y appliquer encore les obſervations qu'on pourra faire dans la ſuite, pour développer mieux les différentes inégalités de Jupiter & le mouvement de ſon aphélie. La ſeule choſe qui me paroiſſe aſſez bien prouvée par l'accord général des dernieres oppoſitions calculées par M. Jeaurat, c'eſt que l'aphélie de Jupiter en 1750 étoit à 6ˢ 10° 4′, moins avancé de 10′ que par les Tables de M. Caſſini, & moins avancé de 30′ que par celles de M. Halley.

Son mouvement eſt incertain.

990. L'aphélie de Saturne déterminé par M. Caſſini au moyen des trois oppoſitions des années 127, 133 & 136, ſe trouve à 7ˢ 24° 14′ 29″ : les oppoſitions de 1686 & de 1694, le donnent en Avril 1694 de 8ˢ 28° 58′, ce qui fait pour le mouvement annuel 1′ 20″.

Aphélie de Saturne.

Par quatre comparaiſons différentes des oppoſitions de Saturne, obſervées par Tycho depuis 1582 juſqu'en 1599, M. Caſſini trouve l'aphélie de Saturne à 8ˢ 25° 41′ en 1590, ce lieu comparé à celui de 1694, donne le mouvement annuel de 1′ 55″.

Les obſervations de 1701, 1708 & 1716 donnent le lieu

du périhélie 2ˢ 28° 27′ pour 1709 ; cette poſition comparée à celle de 1590, donne pour le mouvement annuel 1′ 23″ ½.

991. Il ſuivroit de tout cela, dit M. Caſſini, *p.* 374. que le mouvement de l'aphélie auroit été plus prompt dans le dernier ſiécle, ou que la ſituation du périhélie ne ſeroit pas exactement oppoſée à celle de l'aphélie, en ſorte qu'il y auroit quelque équation à employer pour le vrai lieu de Saturne dans ces deux points oppoſés de ſon orbe, ce qui y formeroit une eſpece de libration : en effet, il trouve le périhélie de 1708 moins avancé d'un degré qu'il ne devroit l'être par rapport à l'aphélie de 1694 ; mais les irrégularités de Saturne ſont ſi grandes, qu'on ne doit pas être ſurpris de cette différence, car il ſuffit de ſix minutes d'inégalité pour produire un degré ſur le lieu de l'aphélie ; ainſi l'on ne doit pas eſpérer une préciſion plus grande que celle d'un degré pour le lieu de l'aphélie, & de 5″ ſur le mouvement annuel de l'aphélie de Saturne : M. Euler dans ſa premiere Piéce ſur Saturne, *pag.* 108. adopte le mouvement de l'aphélie, tel qu'il ſe trouve dans les Tables de M. Caſſini, c'eſt-à-dire, 1′ 18″ par an, & ſe contente d'ajoûter 28 minutes aux époques des longitudes de l'aphélie : dans ſa ſeconde Piéce il trouve que l'aphélie apparent de Saturne doit avancer chaque année de 1′ 8″ ſeulement ; on ne peut rien ſtatuer ſur ce mouvement de l'aphélie juſqu'à ce qu'on connoiſſe la loi & la meſure des nouvelles inégalités, dont j'ai parlé ci-devant (858).

Son mouvement eſt incertain.

Trouver les époques de la longitude moyenne des Planetes & celles de leurs abſides.

992. AYANT déterminé par les méthodes précédentes (946, 956) le lieu de l'aphélie d'une planete, ou en général celui de l'abſide, (car cette méthode convient auſſi à l'apogée du ſoleil & de la lune), on aura par la même une longitude moyenne (974) ; d'ailleurs le jour où la planete eſt dans ſon abſide, ſa longitude vraie, ſa longitude moyenne & la longitude de ſon abſide ſont exactement la

même choſe ; on les connoît donc toutes trois lorſqu'on connoît le lieu de l'aphélie.

Epoque déduite de l'obſervation.

EXEMPLE. La premiere des trois obſervations de Mars (964) fut faite le 15 Février 1743, à $19^h\ 17'\ 40''$, temps moyen, & la longitude moyenne pour le moment de cette obſervation a été trouvée (974) de $4^s\ 26^\circ\ 28'\ 6''$; de ce moment-là juſqu'au 1^r. Janvier 1744 à midi moyen, Mars a dû parcourir $10^s\ 13^\circ\ 44'\ 59''$, à raiſon du mouvement annuel qu'on a vû ci-devant (852) ; ſi l'on ajoûte ce mouvement à la longitude obſervée, on aura l'époque de 1744, $10^s\ 13^\circ\ 44'\ 59''$.

Epoques calculées.

993. Lorſqu'on connoît une époque de la longitude moyenne par obſervation, il ſuffit d'y ajoûter le mouvement diurne autant de fois qu'on juge à propos, pour avoir la longitude moyenne à tout autre jour. Suppoſons qu'on ait trouvé qu'en 1760 l'époque du ſoleil, c'eſt-à-dire, ſa longitude moyenne le premier Janvier à midi, étoit de $9^s\ 10^\circ\ 34'\ 53''$, & qu'on y ajoûte $29^\circ\ 34'\ 10''$, qui eſt le mouvement diurne pris 30 fois, on aura la longitude moyenne du ſoleil pour le 31 Janvier à midi : de même en en retranchant le mouvement moyen pour dix ans & un jour, ou $34'\ 9''\ 7$, on a l'époque de 1750, $9^s\ 10^\circ\ 0'\ 43''\ 4$, (c'eſt la longitude moyenne pour le midi moyen du dernier Déc. 1749.). M. de la Caille a recherché l'époque du ſoleil pour 1684, par les obſervations de M. de la Hire, & il l'a trouvée de $9^s\ 10^\circ\ 58'\ 58''$.

Epoques des Tables pour le 31 Décembre.

994. Les époques employées dans les Tables Aſtronomiques ſont pour le premier Janvier à midi moyen dans les années biſſextiles ; mais dans les années communes on choiſit le midi du jour précédent qui eſt celui du 31 Décembre : par exemple, on trouve l'époque du ſoleil pour 1750, par le moyen de l'obſervation des équinoxes (584), de $9^s\ 10^\circ\ 0'\ 43''\ 4$, c'eſt la longitude moyenne du ſoleil le 31 Décembre 1749 à midi moyen ; cela s'eſt introduit pour ſimplifier l'uſage de la Table des moyens mouvemens pour les jours du mois ; car dans cette Table il ſuffit de retrancher un jour dans les deux premiers mois des années

biſſextiles pour s'en ſervir en tout temps, au moyen de la diſpoſition précédente, au lieu qu'il faudroit faire cette correction ſur dix mois, ſi toutes les époques étoient calculées pour le 1^r. Janvier.

995. Quand on a l'époque d'une année commune, il faut y ajouter le mouvement moyen pour 365 jours, & l'on a l'époque de l'année commune qui la ſuit ; ainſi l'époque de 1750 étant 9^s 10° 0′ 43″ 4 (993), ſi l'on ajoûte 11^s 29° 45′ 40″ 5, mouvement du ſoleil pour 365 jours, on aura 9^s 9° 46′ 23″ 9, époque pour 1751 ; mais ſi l'année ſuivante eſt biſſextile, il faut ajoûter un jour de plus, c'eſt-à-dire, le mouvement pour 366 jours ; ainſi à l'époque de 1751 on ajoûtera 0^s 0° 44′ 48″ 8, & l'on aura 9^s 10° 31 12″ 7 pour l'époque de l'année biſſextile 1752 ; la raiſon de cette différence vient de ce que cette derniere époque commence un jour plus tard que celle des années communes (994).

Epoques pour les ſiécles éloignés.

996. On trouveroit également par la méthode précédente que l'époque des longitudes moyennes du ſoleil pour 1700 eſt de 9^s 10° 7′ 19″ 6 ; ſi l'on en ôte le mouvement ſéculaire qui eſt de 45′ 55″ 6 pour cent Années Juliennes, dont 25 ſont biſſextiles, l'on aura l'époque de 1600 ; mais comme l'année 1700 étoit commune, & que l'année 1600 étoit biſſextile, ſuivant la régle du Calendrier Grégorien que nous expliquerons dans le VIIIe. Livre, l'époque de 1700 ſe trouve reculée d'un jour, & rapprochée de 1600 (994) ; il faut donc ajoûter le mouvement d'un jour à l'époque de 1600 trouvée par la régle précédente, afin d'avoir cette longitude pour le 1^r. de Janvier à midi, (& non pour le 31 de Décembre précédent), on aura par ce moyen l'époque de 1600, 9^s 10° 20′ 32″ ; en général, quand on voudra conclure l'époque d'une année ſéculaire biſſextile plus éloignée, de celle d'une année ſéculaire commune, il faudra en ôter le mouvement ſéculaire, & y ajoûter le mouvement diurne.

997. De même pour avoir l'époque de l'année ſéculaire commune 1800, par le moyen de l'année ſéculaire commune 1700, il ne ſuffit pas d'y ajoûter le mouvement ſéculaire, parce que ce mouvement ſuppoſe 25 biſſextiles, &

qu'il n'y en a que 24 dans ces cent ans ; mais il faut retrancher le mouvement d'un jour : c'eſt ainſi qu'on trouvera l'époque du ſoleil pour 1800 par celle de 1700, en ajoûtant 45′ 55″ 6, qui eſt le mouvement ſéculaire, & retranchant 59′ 8″ 3, ce qui donnera 9ˢ 9° 54′ 6″ 9 pour l'époque de 1800.

998. L'époque d'une année ſéculaire commune, telle que 1700, en y ajoûtant le mouvement pour 4 Années Juliennes, dont une ſoit biſſextile, donne l'époque de 1704. Si vous commencez à compter d'une époque de biſſextile, comme 1704, pour trouver celle de 1708, ce ſera encore la même choſe, parce que dans les deux cas il y a un jour de plus que 4 années communes ; mais pour ſentir l'égalité de ces deux cas, il faut deux conſidérations différentes. Dans le premier cas l'époque de 1700 étoit pour le 31 Décembre précédent, celle de 1704 pour le 1r. Janvier ; ainſi quoique les 4 années 1700, 1701, 1702, 1703, aient été communes, il y a cependant un jour de plus entre les époques de 1700 & de 1704, à cauſe de la différente maniere de les compter (994). Dans le ſecond cas, l'époque de 1704 & celle de 1708, ſont bien toutes deux pour le 31 Déc. précédent, mais il y a un jour de plus dans le cours de l'année 1704 ; ainſi l'intervalle des époques augmente auſſi d'un jour.

999. En général, quand on prend le mouvement pour 4, 8, 12, &c. ou un nombre d'années diviſible par 4, ſoit que vous commenciez par une époque commune, 1700, 1701, 1702, 1703, ou par une époque biſſextile, on trouve toujours exactement l'époque demandée, à moins que le calendrier n'ait ſouffert une ou deux interruptions dans l'intervalle, comme ſi on alloit de 1700 à 1800, ou de 1699 à 1799. Dans le cas où l'on va de 1700 à 1800, cette derniere étant une année commune, & ſon époque étant pour le 31 Décembre auſſi bien que celle de 1700, tandis que l'année 1700 a été diminuée d'un jour, la différence des deux époques eſt néceſſairement plus petite d'un jour ; ainſi il faut ôter le mouvement diurne du mouvement ſéculaire. Dans le cas où l'on iroit de 1699 à 1799, il faudroit encore

ôter le mouvement d'un jour, parce que l'année 1700 a ſouffert une diminution d'un jour, & que les cent ans compris entre 1699 & 1799, n'ont que 24 biſſextiles.

1000. Pour paſſer de l'époque de 1600 à celle de 1500, il ne ſuffit pas d'ôter le mouvement ſéculaire, il faut enſuite ajouter le mouvement de dix jours, parce qu'en 1500 on ſuivoit le Calendrier Julien, ou Vieux Style, & en 1600 l'on avoit pris le Nouveau Style; le Calendrier Grégorien ayant ſupprimé dix jours de l'année 1582, comme nous le dirons dans le VIIIe. Livre (1297), l'intervalle de 1500 à 1600 eſt moindre de dix jours que le mouvement ſéculaire; on ôte donc dix jours de trop quand on retranche le mouvement ſéculaire; ainſi il faut ajoûter le mouvement qui répond à ces dix jours : par exemple, l'époque du ſoleil pour 1600 eſt $9^s\ 10^\circ\ 20'\ 32''\ 3$; ſi l'on en ôte $45'\ 55''\ 6$, mouvement ſéculaire du ſoleil, & qu'on ajoûte enſuite $9^\circ\ 51'\ 23''\ 3$, mouvement pour dix jours, on aura $9^s\ 19^\circ\ 26'\ 0''$, époque de 1500. Epoques pour le Calendrier Julien.

1001. Lorſqu'on connoît une fois l'époque de 1500, il n'y a plus aucune variété dans le calendrier, il ſuffit d'en ôter le mouvement ſéculaire pour avoir l'époque de 1400; & continuant toujours la même ſouſtraction, on parvient aux époques des années ſéculaires qui ont précédé. On remonte même, en ſuivant le même progrès, juſqu'à l'an 800 avant J. C., parce que les anciennes Obſervations Chaldéennes vont juſqu'à ce ſiécle-là, & que les Aſtronomes en font un uſage fréquent. Nous n'avons rien à compter au-delà de l'an 800 av. J. C. L'Aſtronomie ni l'Hiſtoire ne fourniſſent rien qui ſoit ſuſceptible d'un calcul aſtronomique. Epoques avant 1500.

Le Calendrier Julien ſe prolonge ainſi d'une maniere uniforme juſqu'à une époque plus ancienne de 800 ans que l'établiſſement même du Calendrier Julien; dans ces temps reculés il n'y avoit aucune forme conſtante de calendrier (176 & 1277); ainſi il a bien fallu convenir d'une échelle commune pour meſurer ſoit les ſiécles qui ont précédé, ſoit ceux qui ont ſuivi l'Ere Chrétienne. La forme du Calendrier Julien eſt ſimple, uniforme, commode; elle a

été employée par des Chronologiſtes & des Aſtronomes habiles, elle eſt obſervée dans les Tables de M. Caſſini, & je m'en ſervirai, à ſon exemple, quand je parlerai des anciennes obſervations, quoique Ptolémée ſe ſoit ſervi des années de Nabonaſſar, ou de la mort d'Alexandre (1344 & 1345)

M. Caſſini compte une année de moins que les autres.

1002. En remontant ainſi par une ſouſtraction continuelle du mouvement ſéculaire, on parvient à l'année 100 de J. C., enſuite à l'année 0, & de-là à l'année 100 avant J. C.; ainſi de l'année 100 de notre Ere à l'année 100 av. J. C. il y a 200 ans de diſtance. Suivant la maniere de compter employée par la plûpart des Chronologiſtes, il faudroit retrancher un an de la ſomme des années avant & après J. C.: par exemple, l'équinoxe obſervé par Hipparque l'an 602 de Nabonaſſar, tombe au 24 Mars de l'année 146 avant J. C. ſuivant les Chronologiſtes; ſi on veut le comparer avec celui de 1765, on aura 1911 pour la ſomme des années, & cependant il n'y a réellement que 1910 ans d'intervalle, parce que l'année où eſt né J. C. doit s'appeller *zero*, comme fait M. Caſſini, (*Elém. d'Aſtr. pag.* 216.), & non pas l'année 1 avant J. C.; par ce moyen l'équinoxe, dont nous venons de parler, doit être fixé à l'année 145 avant J. C.

1003. Ayant expliqué la maniere de déduire d'une ſeule époque toutes les autres, & de trouver une époque par obſervation avec les autres élémens d'une planete, il ne reſte plus qu'à donner les réſultats de ces méthodes, tels qu'ils ſont conſignés dans les Tables Aſtronomiques quant à préſent, avec la différence qu'il y a entre ces mêmes Tables. Les nombres contenus dans la Table ſuivante ſuffiroient au moyen des régles précédentes, pour calculer en tout temps les lieux de toutes les planetes; ainſi je me diſpenſerai de donner ici des Tables Aſtronomiques auſſi étendues & auſſi détaillées que celles de M. Halley & de M. Caſſini; je crois ne devoir publier de nouvelles Tables des planetes que quand j'aurai conſtaté les élémens dont j'ai fait voir l'incertitude.

EPOQUES

EPOQUES des moyens Mouvemens des cinq Planetes principales, & de leurs Aphélies pour 1750 *; avec les Mouvemens ſéculaires, ſuivant MM. Caſſini & Halley.*

Epoques de 1750.

	M. Caſſini.	M. Halley,	Différence.
Mercure,	8ˢ 13° 19′ 5″	8ˢ 13° 7′ 45″	—11′ 20″
Vénus,	1 16 19 21	1 16 19 23	+ 0 2
Mars,	0 21 58 43	0 21 58 30	— 0 13
Jupiter,	0 4 0 59	0 4 5 17	+ 4 18
Saturne,	7 20 41 56	7 20 26 24	—15 32

Aphélies pour 1750.

	M. Caſſini.	M. Halley.	Différence.
Mercure,	8ˢ 13° 41′ 18″	8ˢ 13° 27′ 12″	—14′ 6″
Vénus,	10 7 38 0	10 7 18 31	—19 29
Mars,	5 1 36 9	5 1 31 38	— 4 31
Jupiter,	6 10 14 33	6 10 33 46	+19 13
Saturne,	8 29 13 31	8 29 39 58	+26 27

Mouvement ſéculaire des Planetes.

	M. Caſſini.	M. Halley.	Différence.
Mercure,	2ˢ 14° 16′ 54″	2ˢ 14° 2′ 13″	—14′ 41″
Vénus,	6 19 11 2	6 19 11 52	+ 0 50
Mars,	2 1 41 56	2 1 42 20	+ 0 24
Jupiter,	5 6 21 30	5 6 28 11	+ 6 41
Saturne,	4 23 29 28	4 23 6 0	—23 28

Mouvement ſéculaire des Aphélies.

	M. Caſſini.	M. Halley.	Différence.
Mercure,	0ˢ 2° 13′ 20″	0ˢ 1° 27′ 37″	—45′ 43″
Vénus,	0 2 23 20	0 1 34 13	—49 7
Mars,	0 1 59 38	0 1 56 40	— 2 58
Jupiter,	0 1 35 42	0 2 0 0	+24 18
Saturne,	0 2 9 44	0 2 13 20	+ 3 36

NŒUDS ET INCLINAISONS DES PLANETES.

1004. On a vû dans le Livre précédent ce que c'eſt que les nœuds des planetes (800) auſſi bien que les inclinaiſons de leurs orbites, & l'effet qui en réſulte par rapport à nous ; il s'agit actuellement d'indiquer les méthodes aſtronomiques de trouver la ſituation de ces nœuds & la quantité de ces inclinaiſons.

Premiere méthode pour trouver le Nœud.

Lorſqu'une planete n'a aucune latitude vûe de la terre, elle n'en ſçauroit avoir vûe du ſoleil, elle eſt alors dans ſon nœud (800), puiſqu'elle eſt dans le plan de l'écliptique ; il ſuffit donc d'obſerver la longitude géocentrique de la planete au temps où elle n'a point de latitude, on en conclura ſa longitude vûe du ſoleil (820), & ce ſera le lieu du nœud.

1005. Exemple. Le 14 Mai 1747, Mars étant fort près de ſon nœud deſcendant, M. de la Caille obſerva la longitude de cette planete $7^s\ 6^\circ\ 15'\ 10''$, & ſa latitude boréale de $54''$; la longitude du ſoleil pour le même inſtant, déduite des obſervations faites ce jour-là, & qu'on pouvoit ſe contenter de prendre dans les Tables, étoit de $1^s\ 23^\circ\ 38'\ 10''$; ainſi l'angle à la terre, ou l'angle d'élongation *LTS* (*Fig.* 56.), étoit de $162^\circ\ 37'\ 0''$: la parallaxe de l'orbe annuel, ou l'angle à la planete *TLS* étoit alors, ſuivant les Tables de M. Caſſini, de $11^\circ\ 11'\ 57''$; ainſi ajoûtant cette quantité à la longitude géocentrique obſervée $7^s\ 6^\circ\ 15'\ 10''$, on a la longitude héliocentrique de Mars $7^s\ 17^\circ\ 27'\ 7''$, de-là il ſuit que l'angle de commutation, qui eſt la différence entre cette longitude & celle de la terre, ou l'angle *LST* étoit de $6^\circ\ 11'\ 3''$; en faiſant la proportion de l'art. 817, on trouvera que $54''$ de latitude géocentrique répondoient à $19'' \frac{1}{2}$ de latitude héliocentrique. M. de la Caille réſout enſuite un triangle *PAL*, (*Fig.* 54.), rectangle en *L*, dont un angle eſt de $1^\circ\ 51'$, égal à l'inclinaiſon de l'orbite de Mars, (on la trouvera par l'art. 1032), & le petit côté *PL* de $54''$, on a l'autre côté *AP* de $604''$, ou $10'\ 4''$, c'eſt la diſtance de Mars à ſon nœud ; donc le nœud deſcendant de Mars étoit alors à $7^s\ 17^\circ\ 37'\ 11''$.

Fig. 56.

Fig. 54.

Seconde méthode.

1006. Il faut remarquer dans le calcul précédent qu'en obſervant pluſieurs jours de ſuite la latitude de Mars,

on en pourroit conclure le temps où il avoit été ſans latitude, éviter la réſolution du dernier triangle, & ne ſuppoſer point du tout la connoiſſance de l'inclinaiſon.

1007. On peut auſſi employer à la recherche du lieu du nœud, des obſervations faites à égale diſtance des nœuds, lorſque la latitude d'une planete s'eſt trouvée de la même quantité ; car le milieu entre les longitudes héliocentriques trouvées dans les deux cas, ſera le lieu du nœud, en le ſuppoſant fixe dans l'intervalle des deux obſervations, (M. Caſſini, *pag.* 388.).

1008. EXEMPLE. Le 13 Mars 1693, à 17^h 50′, le vrai lieu de Saturne vû de la terre, étoit à 8^s 22° 56′ 30″, & ſa latitude boréale 1° 24′ 50″ ; le 3 Mai 1699, à 15^h 50′, la longitude étoit de 11^s 1° 0′ 50″, & ſa latitude auſtrale 1° 22′ 20″. En réduiſant au ſoleil ces deux latitudes obſervées (817), on a les latitudes de Saturne 1° 24′ 10″, & 1° 24′ 28″ vûes du ſoleil, que M. Caſſini ſuppoſe égales, parce qu'une différence de 18″ n'étoit pas ſenſible dans les hauteurs méridiennes priſes avec les quart-de-cercles de ce temps-là : les longitudes héliocentriques de Saturne calculées pour les mêmes temps (820), étoient de 8^s 17° 4′ 37″ & 10^s 25° 16′ 49″, dont le milieu eſt 9^s 21° 10′ 43″, longitude du nœud qui réſulte, ſuivant M. Caſſini, de ces deux obſervations.

Corrections à employer dans cette méthode.

1009. Dans l'intervalle de ces deux obſervations qui eſt de plus de ſix années, le lieu du nœud avoit changé de 4′ 20″, ce qui fait ſur la latitude une différence de 9″, qu'il faut, pour une plus grande préciſion, ajoûter à la ſeconde latitude héliocentrique, parce qu'elle eût été plus grande au même point du ciel, ſi le nœud de Saturne eût été dans la ſeconde obſervation au même lieu que dans la premiere ; au moyen de cette ſeconde correction, la latitude ſe ſeroit trouvée de 1° 24′ 37″ pour le 3 Mai 1699, plus grande de 27″ que la premiere latitude, ces 27″ font 12′ 28″, dont il faut diminuer la longitude de Saturne, pour avoir la longitude où il ſe ſeroit trouvé s'il eût eu la même latitude que dans la premiere obſervation, elle ſera donc de 10^s 25° 4′ 21″ ; or la premiere longitude eſt de 8^s 17° 4′ 37″ : ainſi

le lieu du nœud ſera de $9^s\ 21^\circ\ 4'\ 29''$ pour le 13 Mars 1693, temps de la premiere obſervation.

Nœud de Mercure.

Après avoir indiqué les méthodes qui ſervent à trouver les nœuds des planetes, nous allons expoſer ce que l'on ſçait actuellement de plus exact ſur le lieu du nœud de chaque planete, & ſur le mouvement de ces nœuds.

1010. Le Nœud de Mercure ne ſçauroit ſe déterminer par des obſervations meilleures que celles de ſes paſſages ſur le ſoleil, & nous en avons un aſſez grand nombre pour y parvenir avec quelque préciſion : je les ai tous diſcutés, (*Mém. Acad.* 1756, *pag.* 259. *& ſuiv.*), & j'en ai tiré une Table des époques de la longitude du nœud, calculée en ſuppoſant le mouvement ſéculaire de $1^\circ\ 15'$, c'eſt-à-dire, moindre de $8'\ 20''$ que le mouvement des étoiles, ou la préceſſion en longitude (617).

Années.	Epoques calculées.	Epoques obſervées.
1697.	$1^s\ 14^\circ\ 41'\ 30''$	$1^s\ 14^\circ\ 41'\ 6''$
1723.	1 15 1 0	1 15 1 0
1736.	1 15 10 45	1 15 12 59
1740.	1 15 13 45	1 15 14 45
1743.	1 15 16 0	1 15 16 25
1753.	1 15 23 30	1 15 23 30

Son mouvement annuel de 46 ſecondes un tiers.

Ce mouvement du nœud de Mercure, rétrograde par rapport aux étoiles fixes, de $5''$ par an, que j'avois fixé par les ſeules obſervations, s'eſt trouvé parfaitement d'accord avec celui que m'a donné la théorie de l'Attraction, diſcutée enſuite avec ſoin, (*Mém. Acad.* 1758 & 1761), comme je le dirai ci-après (1021).

Ainſi le mouvement ſéculaire du nœud de Mercure, que M. Halley a fait de $1^\circ\ 23'$, & M. Caſſini de $1^\circ\ 24'\ 40''$, eſt certainement beaucoup moindre : M. de l'Iſle a cru même qu'on devoit le réduire à $1^\circ\ 2'\ \frac{1}{2}$, ce qui ſuppoſeroit $13''$ par an pour la rétroceſſion des nœuds ; en calculant avec ſoin les obſervations faites par Tycho le 22 & le 23 Janvier 1586, M. de l'Iſle a trouvé le nœud de Mercure pour ce temps-là, à $1^s\ 13^\circ\ 5'\ 8''$, moins avancé de $7'\ \frac{1}{4}$, que par les Tables de M. Halley ; ce qui prouve aſſez que le mouvement du nœud de Mercure eſt plus lent que M. Halley & M. Caſſini ne le ſuppoſent ; & il m'a paru toujours

impoſſible que l'action de Vénus & de la Terre n'y produiſît pas quelque altération.

1011. LE NŒUD DE VÉNUS, ſuivant les calculs que j'ai faits du paſſage de cette planete avec la plus grande exactitude, étoit le 6 Juin 1761, de $2^s\ 14^\circ\ 31'\ 30''$, il n'y a pas une demi-minute d'erreur à craindre dans cette poſition; les Tables de M. Halley donnoient $1'\ 54''$ de moins, & celles de M. Caſſini, $2'\ 44''$ de plus; la différence eſt très-peu conſidérable. M. Hornſby ayant calculé avec ſoin le lieu du nœud par l'obſervation d'Horox en 1639, le trouve à $8^s\ 13^\circ\ 27'\ 50''$, le mouvement ſeroit donc en 121 ans $\frac{1}{2}$ de $63'\ 40''$, ou de $31''\ 4$ par année, c'eſt-à-dire, de $19''$ par rapport aux étoiles fixes, quantité qui eſt parfaitement d'accord avec celle que j'ai tirée des calculs de l'Attraction (1021), & qui me paroît d'une exactitude déciſive. M. Caſſini avoit déterminé le lieu du nœud par l'obſervation de Vénus ſur le Soleil, le 24 Nov. 1639, à $2^s\ 13^\circ\ 28'\ 22''$, détermination qu'il jugeoit auſſi la plus exacte, d'où l'on tire pour le mouvement du nœud $31''\ \frac{1}{4}$ par année, ou $20''$ par rapport aux étoiles. Nœud de Vénus. Son mouvement eſt de 31 ſecondes.

1012. M. Caſſini employa auſſi parmi les anciennes obſervations celle de Tymocharis, faite le 11 Oct. 271 av. J. C. dans laquelle Vénus éclipſa l'étoile n de l'aîle auſtrale de la Vierge; on trouve le lieu du nœud de Vénus par cette obſervation, de $1^s\ 24^\circ\ 2'$, ce qui donne un mouvement de $36''\ \frac{1}{2}$ par année, ou de $14''$ par rapport aux étoiles fixes. L'obſervation de 1639, comparée avec une poſition du nœud obſervée par M. Caſſini en 1698, à $2^s\ 14^\circ\ 1'\ 45''$, donne $2''\ \frac{1}{2}$ de plus pour le mouvement annuel par rapport aux étoiles; celles de 1705, de 1710 & de 1731 en différoient très-peu, en ſorte que M. Caſſini s'en tint dans ſes Tables à un mouvement annuel de $34''$ par rapport aux équinoxes.

1013. M. de la Caille, (*Mém. de l'Acad.* 1746. *p.* 181.), rapporte une obſervation qu'il fit du paſſage de Vénus par ſon nœud deſcendant; le 21 Décembre 1746, à $10^h\ 37'\ \frac{1}{2}$ de temps moyen, il trouve le nœud à $2^s\ 14^\circ\ 23'\ 10''$; il compare cette obſervation avec celle de M. de

la Hire qui détermina le paſſage de Vénus par ſon nœud le 31 Oct. 1692 à $0^h\ 12' \frac{1}{4}$ du ſoir, temps moyen, d'où il conclut que Vénus avoit fait à l'égard de ſon nœud 88 révolutions complettes en 19773j $10^h\ 25'\ 15''$, ce qui donne pour chacune 224j $16^h\ 45'\ 17''$, & le mouvement annuel du nœud de $38''$, au lieu de 30 que donne la théorie ; mais ces obſervations ſont moins déciſives & moins éloignées entre elles que celles de 1639 & de 1761, qui donnent à peu-près le même mouvement que la théorie de l'Attraction, & je m'en tiendrai à $31''$.

Nœud de Mars.

1014. Le Nœud de Mars peut ſe déterminer de pluſieurs manieres ; M. Caſſini ſe ſert des obſervations de Tycho, ſuivant leſquelles le nœud de Mars étoit le 28 Oct. 1595, à $1^s\ 16^o\ 24' \frac{1}{2}$. Le 13 Nov. 1721 M. Caſſini trouve qu'il étoit à $1^s\ 17^o\ 29\ 49''$, ce qui donne pour le mouvement annuel du nœud de Mars $31''\ 4'''$.

Par la comparaiſon de la même obſervation de Tycho avec celles qui furent faites en 1700 à Paris & à Greenwich, lorſque Mars étoit dans ſon nœud deſcendant, on trouve le mouvement annuel de $34 \frac{1}{4}$ & de $38'' \frac{1}{4}$, ſuivant qu'on emploie les obſervations de Flamſtead, ou celles de M. Caſſini.

1015. Si l'on compare les obſervations de 1721 avec la détermination de Ptolémée, (*Almag. L. XIII. c.* 1.), qui place le terme boréal de l'orbite de Mars à la fin du Cancer, on verra que dans l'intervalle de 1582 ans le mouvement du nœud a été, pour chaque année, de $39''\ 50'''$, ce qui ſeroit parfaitement d'accord avec mes calculs faits d'après la théorie, qui donnent $10'' \frac{1}{2}$ pour le mouvement du nœud par rapport aux étoiles, ou $40''$ par rapport aux équinoxes. Mais M. Caſſini ayant préféré les obſervations de Tycho, s'en eſt tenu dans ſes Tables à faire le mouvement annuel du nœud de Mars $34''\ 32'''$. M. Halley dans ſes Tables le fait de $38''$. M. de la Caille, dans les Mémoires de l'Académie pour 1747, *pag.* 146. trouve le nœud de Mars à $7^s\ 17^o\ 37'\ 11''$, moins avancé de $7'' \frac{1}{3}$, que ſuivant les les Tables de M. Caſſini, & de $17' \frac{2}{3}$ que ſuivant celles de M. Halley. Au reſte, les dernieres obſervations de Mars

Son mouvement eſt de 40 ſec.

que j'ai calculées & diſcutées avec ſoin, (*Mém. Ac.* 1755. *p.* 212. *& ſuiv.*), ſont très-propres à vérifier cet élément avec encore plus d'exactitude.

1016. LE NŒUD DE JUPITER eſt déterminé par M. Caſſini pour 1705 à $3^s\ 7^\circ\ 37'\ 50''$, par un milieu entre pluſieurs obſervations faites à Paris depuis 1692 juſqu'en 1730; & comme, ſuivant Ptolémée, le nœud étoit de ſon temps au commencement du Cancer, on a le mouvement annuel de $17''\ 12'''$. Kepler le ſuppoſoit dans ſes Tables Rudolphines de $4''$ ſeulement : ce même mouvement, lorſqu'on emploie la conjonction de Jupiter avec l'Ane auſtral, arrivée le 3 Sept. 240 ans avant J. C., paroît à M. Caſſini de $24''\ 9'''$; mais cette obſervation calculée d'une autre maniere par M. le Gentil, ne donne que $10''$. Par l'obſervation du 26 Sept. 508, rapportée par Bouillaud, dans laquelle Jupiter ſe trouva en conjonction avec Régulus, M. Caſſini trouve $15''\ 30'''$; au contraire Bouillaud en calculant d'une autre maniere la même obſervation, c'eſt-à-dire, en ſuppoſant que la latitude boréale de Jupiter étoit plus grande d'un doigt, ou de $2'\ 30''$, trouve ce mouvement $24''\ 37'''$: M. Caſſini s'en tient dans ſes Tables à $24''$, tandis que M. Halley l'emploie de $50''$, & que la théorie m'en donne $57''\frac{1}{2}$. Nœud de Jupiter.

1017. M. le Gentil dans les Mémoires de l'Académie pour 1758, rapporte une détermination du nœud de Jupiter, qu'il a trouvée en 1753 de $3^s\ 8^\circ\ 21'$; en comparant cette poſition avec une obſervation de M. Halley faite en 1716, il trouve $66''$ par année pour le mouvement du nœud; le même réſultat ſe trouve encore en comparant l'obſervation de 1753 avec une obſervation que Gaſſendi fit en 1633 : ce mouvement qui eſt ſi conſidérable par les obſervations modernes, ne ſçauroit convenir avec les anciennes obſervations; il faudroit ſuppoſer une diſtance de plus d'un degré entre Jupiter & l'étoile pour le moment où, ſuivant l'Obſervation Chaldéenne, Jupiter cachoit entiément l'étoile. Y a-t-il de la mépriſe dans le paſſage de Ptolémée ? y at-il une accélération réelle dans le mouvement du nœud, ou bien les obſervations du dernier ſiécle Son mouvement paroît d'une minute. Difficulté ſur cette détermination.

ſont-elles trop peu exactes pour cette détermination ? C'eſt ce que je n'entreprends pas de décider ; il ſuffit de voir que ce mouvement eſt certainement d'environ 1′ par an, depuis le dernier ſiécle.

Nœud de Saturne.

1018. Le nœud de Saturne vers l'an 136 au rapport de Ptolémée (*Liv.* 13 *Ch.* 1) étoit au commencement du Capricorne; M. Caſſini l'a trouvé en 1700 à 9ˢ 21° 13′ 30″, le progrès eſt de 21° 13′ 30″ en 1560 années: ainſi le mouvement annuel eſt de 48″ ½. par ces obſervations.

Les Caldéens obſerverent le 14ᵉ. au ſoir du mois Tybi de l'année 519 de Nabonaſſar, ou le 1ʳ Mars 228 avant J. C. que Saturne étoit deux doigts au-deſſous de l'étoile qui eſt dans l'épaule auſtrale de la Vierge appellée γ par Bayer : deux doigts répondent environ à 5′, ainſi la latitude de l'étoile étant ſuppoſée conſtamment de 2° 48′ 55″, celle de Saturne étoit de 2° 43′ 55″; d'où M. Caſſini conclut que le nœud étoit à 2ˢ 21°; ce qui donne le mouvement pour chaque année 56″ 26‴.

Tycho-brahé obſerva Saturne fort près de ſon nœud le 29 Déc. 1592. M. Caſſini (*Elém. d'Aſtr. pag.* 400) ayant calculé cette obſervation, trouve le nœud aſcendant à 3ˢ 20° 21′ 5″; cette obſervation comparée avec celle de 1700 donne le mouvement annuel de 29″ 24‴ ſeulement. Sur quoi il faut obſerver que M. Caſſini ayant trouvé 53″ de différence entre les déclinaiſons conclues le 29 Déc. 1592 de différentes obſervations, il pourroit fort bien y avoir 20 minutes d'erreur dans le lieu du nœud conclu pour ce jour-là ; ce qui changeroit de 11″ le mouvement annuel; il faut auſſi obſerver que la poſition déterminée en 1700 par M. Caſſini eſt le milieu de cinq obſervations dont les réſultats différent d'un degré & un quart ſur la poſition du nœud, différence qui produiroit 42″ ſur le mouvement annuel du nœud. Auſſi la poſition du nœud de Saturne & ſon mouvement, ſont de tous les élémens des planetes ceux ſur leſquels M. Halley differe le plus de M. Caſſini; il y a dans les Tables de M. Caſſini 41′ de plus pour le lieu du nœud en 1750, & 65′ 11″ de plus pour le mouvement

Incertitude ſur ſon mouvement.

mouvement ſéculaire, que dans celles de M. Halley.

1019. Pour diminuer, s'il étoit poſſible, cette incertitude, j'ai voulu comparer la poſition du nœud établie par Kepler dans ſes Tables Rudolphines pour 1600, avec l'oppoſition de Saturne obſervée en 1755, dans laquelle Saturne étoit fort proche de ſon nœud; la latitude héliocentrique n'étoit le 18 Juillet 1755 que de 10′ 34″, & la longitude héliocentrique de Saturne ſur ſon orbite, étoit de $9^s\ 25^\circ\ 35'\ 52''$; une latitude de 10′ 34″ ſuppoſe la diſtance au nœud de 4° 2′ 17″, comme il eſt aiſé de le trouver par la réſolution d'un triangle ſphérique rectangle (1005), dont un côté eſt de 10′ 34″, & l'angle oppoſé de 2° 30′ 36″ inclinaiſon de l'orbite de Saturne; ainſi le lieu du nœud, ſuivant cette obſervation, étoit à $3^s\ 21^\circ\ 33'\ 35''$; les Tables de M. Caſſini donnoient 32′ 44″ de plus, & celles de M. Halley 11′ 50″ de moins.

1020. Le lieu du nœud en 1600, ſuivant les Tables Rudolphines, étoit à $3^s\ 21^\circ\ 0'$ plus avancé de 34′ que M. Caſſini ne le trouve par l'obſervation de 1592; mais Kepler ayant diſcuté pluſieurs obſervations différentes dans la conſtruction de ſes Tables, l'on doit avoir quelque confiance à ſa détermination, & ſi l'on y compare celle de 1755, on trouve le mouvement annuel de 12″ 958; mais les calculs de l'attraction donnent 41″ 6, ainſi nous devons avouer qu'il eſt trop difficile de décider quant à préſent cette queſtion, & qu'il faut attendre au moins l'année 1769 temps auquel Saturne paſſera par ſon nœud deſcendant: j'obſerverai cependant que le mouvement annuel de 41″ 6 donné par la théorie ne différe pas beaucoup de celui qui réſulteroit d'un milieu pris entre la détermination de Ptolémée & celle des Caldéens; ainſi ayant égard aux trois déterminations je m'en tiens à 45″, & je ſuppoſe l'époque du nœud pour 1750, $3^s\ 21^\circ\ 30'$.

Ce mouvement paroit de 45 ſecondes.

1021. Pour raſſembler ſous un ſeul point de vûe les recherches contenues dans les articles précédens, j'ai mis dans les Tables ſuivantes le lieu & le mouvement du nœud de chaque planete par rapport aux étoiles fixes, ſuivant la théorie (*Mém. Acad.* 1758 & 1761), & ſuivant les Ta-

bles de M. Caſſini & de M. Halley ; le ſigne — marque un mouvement rétrograde par rapport aux étoiles fixes ; la derniere colonne de la ſeconde Table eſt le mouvement annuel par rapport aux équinoxes ſuivant la théorie qui eſt la ſomme ou la différence entre 50″ 3 & les nombres de la premiere colonne.

TABLE de la longitude du Nœud de chaque Planete pour 1750, *& de ſon Mouvement ſéculaire ſuivant M. Caſſini & M. Halley.*

	M. Cassini.		M. Halley.	
	Longit. du N.	Mouv. séc.	Longit. du N.	Mouv. séc.
Mercure,	1ˢ 15° 25′ 20″	1° 24′ 40″	1ˢ 15° 21′ 58″	1° 23′ 20″
Vénus,	2 14 27 45	0 56 40	2 14 23 42	0 51 40
Mars,	1 17 45 45	0 56 40	1 17 56 21	1 3 20
Jupiter,	3 7 49 57	0 40 9	3 8 15 49	1 23 20
Saturne,	3 22 1 4	1 35 11	3 21 20 5	0 30 0

TABLE du mouvement annuel des Nœuds de chaque Planete par rapport aux Etoiles fixes, ſuivant la théorie de l'Attraction, & ſuivant les Tables de M. Caſſini & de M. Halley ; avec le mouvement par rapport aux équinoxes, ſuivant la théorie.

	Suivant la Théorie.	Suivant les Tables de M. Caſſini.	Suivant les Tables de M. Halley.	Mouvement par rapport aux équinoxes.
Mercure	— 5″ 0	0	0	45″ 3
Vénus,	— 20 4	— 17	— 19	29 9
Mars,	— 10 5	— 17	— 12	39 8
Jupiter,	+ 7 2	— 27	0	57 5
Saturne,	— 8 7	+ 6	— 32	41 6

1022. Le calcul du mouvement des nœuds que j'ai déduit du principe de l'attraction, ſe trouve détaillé dans les Mémoires de l'Académie pour 1758 & 1761, j'en donnerai un abrégé dans le Livre XXII. en parlant de l'attraction. Le mouvement du nœud d'une planete eſt le réſultat du mouvement que toutes les autres planetes y cauſent; car chacune influe plus ou moins ſur le nœud des autres: mais comme la théorie fait trouver ce mouvement du nœud, ſur l'orbite de la planete qui le produit, il eſt néceſſaire de réduire à l'écliptique tous ces mouvemens qui ſe font ſur des orbites différentes pour en compoſer un ſeul mouvement ſur l'écliptique; c'eſt cette réduction qui rend direct le mouvement de Jupiter; car il eſt naturellement rétrograde ſur l'orbite de Saturne; mais il devient direct, quand on le rapporte à l'écliptique. Remarques ſur la théorie de ce mouvement.

1023. Soit *CB* (*Fig.* 75) l'écliptique, *CA* l'orbite de Jupiter, *BA* l'orbite de Saturne; la longitude du nœud *C* de Jupiter en 1760 eſt de 3ˢ 8° 25′, ſuivant les Tables de M. Halley; la longitude du nœud *B* de Saturne, eſt de 3ˢ 21° 23′, la différence *CB* eſt de 12° 58′. L'inclinaiſon *C* de l'orbite de Jupiter eſt de 1° 19′, & l'inclinaiſon *B* de l'orbite de Saturne eſt de 2° 30′. En réſolvant le triangle *ABC*, on trouve *AC* de 26° 41′, & l'angle *A* ou l'inclinaiſon de l'orbite de Jupiter ſur celle de Saturne 1° 15′. Par l'effet naturel de l'attraction de Saturne ſur Jupiter, le point d'interſection *A* de l'orbite de Jupiter & de celle de Saturne, doit rétrograder dans le ſens contraire au mouvement de Jupiter, c'eſt-à-dire, que le nœud ira de *A* en *a*, & l'orbite de Jupiter *AC* paſſera dans la ſituation *a c*, ſans que l'angle *A* éprouve aucun changement, c'eſt-à-dire, que le triangle *ABC* ſe changera en un triangle *a B c*, les angles *A* & *B* étant conſtans; & le nœud *C* de l'orbite de Jupiter ſur l'écliptique paſſera en *c*; mais il aura un mouvement direct *Cc*, quoique le mouvement *Aa* ait été rétrograde; ainſi quoique l'action des planetes les unes ſur les autres produiſe dans les nœuds un mouvement *rétrograde* ſur l'orbite de la planete troublante ou de la planete qui par ſon attraction produit ce mouvement, cependant le mou- *Fig.* 75.

vement des nœuds ſur l'écliptique devient quelquefois direct ou ſuivant l'ordre des ſignes, comme dans le cas du nœud de Jupiter dont je viens de parler.

Dans quel cas le mouvement devient direct.

1024. En général lorſque la planete troublante aura ſon angle d'inclinaiſon *B* plus grand que l'angle *C* de la planete troublée, le mouvement du nœud de celle-ci ſera direct ſur l'écliptique, au contraire ſi l'angle *B* étoit plus petit que l'angle *C*, comme dans la (*Fig.* 76), le point *A* tomberoit de l'autre côté du point *C*, le mouvement *A a* du nœud *A* étant rétrograde, le mouvement *C c* ſur l'écliptique *CB* le ſeroit auſſi; ainſi *toutes les fois que la planete troublante a ſon angle d'inclinaiſon plus petit que celui de la planete troublée, elle ne peut produire dans le nœud de celle-ci qu'un mouvement rétrograde.*

Fig. 76.

1025. Si l'on range les planetes ſuivant l'ordre de leurs inclinaiſons, en conſultant la Table de l'art. 1049, & qu'on mette la premiere, celle qui a le plus petit angle d'inclinaiſon, on aura l'ordre ſuivant: Jupiter Mars, Saturne, Vénus & Mercure; alors on ſera sûr que la premiere fera rétrograder ſur l'écliptique les nœuds de toutes les autres; la ſeconde fera rétrograder le nœud des trois ſuivantes, mais donnera un mouvement direct au nœud de celle qui la précéde; la troiſiéme produira un mouvement direct ſur les deux premieres, & rétrograde ſur les deux dernieres; la quatriéme rendra direct le nœud des trois premieres, & rétrograde le nœud de la derniere; la derniere ne pourra produire qu'un mouvement direct ſur toutes les autres planetes.

1026. Quand on a trouvé par les régles de l'attraction (Livre XXII.) le mouvement *A a* (*Fig.* 75) du nœud de Jupiter ſur l'orbite *AB* de Saturne, il faut en conclure le mouvement *C c* ſur l'écliptique. Pour cela on emploiera les formules différentielles du XXIIIe. Livre. Dans un triangle *ABC* dont les deux angles *A* & *B* ſont conſtans (1023), la différentielle *C c* ou la petite augmentation du côté *BC* eſt égale à la différentielle *A a* du côté *AB*, multipliée par $\frac{\text{ſin. } A. \text{ coſ. } AC.}{\text{ſin. } C.}$ En employant les valeurs de ces trois

Fig. 75.

quantités (1023) on trouvera que ſi le mouvement Aa eſt de $8''\ 56$ par année, comme le donnent les calculs de l'attraction, le mouvement Cc ſur l'écliptique ne ſera que de $7''\ 26$. Dans la (*Fig.* 76.) on auroit exactement la même équation $Cc = \frac{Aa.\ \text{ſin.}\ A.\ \text{coſ.}\ Ac.}{\text{ſin.}\ C}$. C'eſt ainſi qu'il faut réduire à l'écliptique le mouvement du nœud de chaque planete produit par l'attraction de chacune des autres planetes; nous avons placé ici ces réflexions, parce qu'elles ſont néceſſaires aux Aſtronomes, indépendamment du calcul de l'attraction: elles avoient échappé à M. Bradley lorſqu'il croyoit que le mouvement direct du nœud du 4e. Satellite étoit contraire aux loix de l'attraction, comme nous le dirons dans le XVIIIe. Livre.

Mouvement d'un pole autour d'un axe.

1027. Le mouvement du nœud d'une planete ſur l'orbite d'une autre planete produit un mouvement de l'axe de l'orbite troublée autour de l'axe de l'orbite de la planete troublante; par exemple, quand on dit que Saturne par ſon action ſur Jupiter fait rétrogader les nœuds de l'orbite de Jupiter, cela revient au même que de dire que l'axe de l'orbite, ou la ligne qui paſſe par les poles de l'orbite de Jupiter & qui eſt perpendiculaire au plan de cette orbite, tourne autour de l'axe de l'orbite de Saturne, ou que le pole de l'orbite de Jupiter décrit autour du pole de l'orbite de Saturne un petit cercle dont le rayon eſt de $1°\ 15'$, c'eſt-à-dire, égal à la quantité de l'inclinaiſon mutuelle de ces deux orbites l'une ſur l'autre.

1028. Pour faire comprendre le rapport ou plutôt l'identité de ces deux choſes; ſoit S *Fig.* 77 le centre commun de deux orbites ANB, CND, dont les plans ſont inclinés d'un degré l'un ſur l'autre, PO & EL, les axes de ces mêmes orbites qui leur ſont perpendiculaires; P le pole de l'orbite ANB, E le pole de l'orbite CND, EP la diſtance de ces poles égale à l'inclinaiſon des deux orbites; ou à la quantité dont le point B eſt éloigné du point D. Si l'on tire par les deux poles P & E un cercle $PEBD$, il rencontrera les deux orbites à $90°$ des nœuds N, M, de chacune; BD égale à PE marquera la plus grande diſtance *Fig. 77.*

ou l'inclinaiſon des deux orbites, parce que les arcs *PB* & *ED* ſont chacun de 90°, auſſi bien que les arcs *NB*, *MB*, *ND*, *MD*. Mais ſi le nœud *N* change de poſition, les points *B* & *D* de la plus grande diſtance changeront de la même quantité, parce qu'ils ſont toujours néceſſairement à 90° des nœuds *N* & *M*; donc le cercle *PEBD* changera également, & le pole *E* avancera de la même quantité dans le petit cercle *ER*. *C'eſt ainſi que le mouvement du nœud d'un cercle ſur un autre cercle ſuppoſe le mouvement circulaire du pole de l'un autour du pole de l'autre.* Nous ferons pluſieurs fois uſage de cette propoſition.

Inégalité des mouvemens des Nœuds.

1029. Ainſi le mouvement du nœud d'une planete ſur l'écliptique ſe réduit au mouvement du pole de l'orbite de cette planete autour du pole de l'écliptique; mais ce mouvement ne ſera pas uniforme, parce qu'il eſt l'aſſemblage des mouvemens particuliers que chacune des autres planetes produit ſur le nœud de celle-ci, leſquels mouvemens ont chacun des modifications différentes parce qu'ils dépendent de la ſituation des nœuds, & de la quantité des inclinaiſons. Auſſi les mouvemens des nœuds des planetes déduits de l'attraction (1021) ne ſont exacts que pour un petit nombre de ſiécles.

Déterminer les inclinaiſons.

1030. L'INCLINAISON d'une planete eſt l'angle que le plan de ſon orbite fait avec le plan de l'écliptique (794); la latitude héliocentrique (811), de cette planete lorſqu'elle eſt à 90° degrés de ſes nœuds, eſt égale à cette inclinaiſon, parce que la planete eſt alors auſſi éloignée qu'elle puiſſe être du plan de l'écliptique.

1031. Ainſi pour trouver l'inclinaiſon d'une orbite il ſuffit d'obſerver ſa latitude lorſqu'elle eſt à 90° des nœuds, & de réduire cette latitude obſervée ou géocentrique, à la latitude héliocentrique; mais comme cette derniere réduction ſuppoſe connue la parallaxe du grand orbe, on cherche à éviter cette condition par la méthode ſuivante.

Premiere Méthode.

1032. On choiſit le tems où le ſoleil eſt dans le nœud de la planete, c'eſt-à-dire, à la même longitude, parce qu'alors la terre paſſe en *T* ſur la ligne des nœuds *NST* (*Fig.* 78), ce qui rend la détermination de l'inclinaiſon

Fig. 78.

fort ſimple. Suppoſons que la planete ſe trouve pour lors en *A*, de maniere qu'ayant abaiſſé la perpendiculaire *AB* ſur le plan de l'écliptique, la ligne *TB* qui marque ſon lieu réduit à l'écliptique ſoit perpendiculaire à la ligne *TSN* dans laquelle ſe trouvent le nœud & le ſoleil; l'angle d'élongation *BTS* étant de 90°; alors les lignes *AT* & *BT* ſont perpendiculaires à la commune ſection *TN*, l'une dans le plan de l'orbite, & l'autre dans le plan de l'écliptique; elles ſont donc entr'elles le même angle que les deux plans, c'eſt-à-dire, un angle égal à l'inclinaiſon que l'on cherche (799): or l'angle *ATB* n'eſt autre choſe que la latitude même de la planete vûe de la terre; (801) donc *la latitude obſervée ſera elle-même l'inclinaiſon de l'orbite*: au reſte il eſt rare de rencontrer ces deux circonſtances enſemble, c'eſt-à-dire, le ſoleil dans le nœud, & la planete à 90° du ſoleil; d'ailleurs cette derniere condition ne ſe rencontre que dans les planetes ſupérieures, ainſi nous avons beſoin d'une régle plus générale pour la détermination des inclinaiſons.

Seconde Méthode.

1033. Soit *P* la planete (*Fig.* 78) en un point quelconque *P* de ſon orbite, la terre étant toujours dans la ligne des nœuds *TSN*, on abaiſſe la perpendiculaire *PL* de l'orbite de la planete ſur le plan de l'écliptique, on tire des points *P* & *L* les perpendiculaires *PR* & *LR* ſur la commune ſection des deux plans, l'angle *PRL* de ces deux perpendiculaires ſera égal à l'angle des deux plans, c'eſt-à-dire, à l'inclinaiſon de l'orbite ſur le plan de l'écliptique (799); l'angle *LTP* ſera égal à la latitude géocentrique de la planete, l'angle *RTL* égal à l'élongation de la planete (815); alors la propriété ordinaire des triangles rectilignes rectangles, tels que *RTL* & *PTL* donnera les deux proportions ſuivantes. *Fig.* 78.

$$\left.\begin{array}{l} TL : RL :: R : \text{ſin. } RTL \\ TL : PL :: R : \text{tang. } PTL \end{array}\right\} \text{ donc } RL : PL :: \text{ſin. } RTL : \text{tang. } PTL.$$

Mais dans le triangle *PRL* rectangle en *L* on a cette autre proportion $RL : PL :: R : \text{tang. } PRL$; donc en comparant la 3e. proportion avec cette derniere, on aura ſin. *RTL* : tang. *PTL* :: *R* : tang. *PRL*, c'eſt-à-dire, que le

Régle pour avoir l'inclinaiſon. *ſinus de l'élongation eſt au rayon comme la tangente de la latitude obſervée eſt à la tangente de l'inclinaiſon.*

1034. Exemple. Le 12 Janvier 1747 à 6^h 6′ 33″ du matin, M. de la Caille obſerva la longitude de Saturne, 6^s 26° 12′ 52″, & ſa latitude boréale 2° 29′ 18″, le ſoleil étoit alors à 9^s 21° 47′, c'eſt-à-dire, dans le nœud de Saturne, ou du moins il n'en étoit éloigné que de 12 minutes ſelon les Tables de M. Caſſini, ce qui ne peut produire aucune erreur ſenſible dans le réſultat. En appliquant à cette obſervation l'analogie précédente, on trouve l'inclinaiſon de l'orbite de Saturne 2° 29′ 45″, au lieu de 2° 30′ 10″ que donne M. Halley. (*Mém. Acad.* 1747 *pag.* 135).

Troiſieme Méthode. 1035. Lorſqu'on détermine le lieu du nœud d'une planete par le moyen de deux latitudes égales (1007), ſoit que ces latitudes ſoient priſes avant & après le paſſage d'une planete par ſes limites, ou qu'elles ſoient priſes avant & après le paſſage par le nœud, les mêmes obſervations peuvent déterminer à la fois non-ſeulement le nœud, mais encore l'inclinaiſon de l'orbite.

1036. Exemple. Le 13 Mars 1693 à 17^h 50′ la longitude de Saturne fut obſervée de 8^s 22° 36′ 30″, & ſa latitude ſeptentrionale de 1° 24′ 50″; la longitude héliocentrique étoit alors 8^s 17° 12′ 30″, le vrai lieu du ſoleil 11^s 24° 23′ 18″ ſuivant les Tables de M. Caſſini; d'où M. Caſſini conclut que la latitude héliocentrique de Saturne étoit de 1° 24′ 12″. Cette obſervation comparée avec celle du 3 Mai 1699 donne, ſuivant le calcul de M. Caſſini (1008), 9^s 21° 10′ 43″ pour le lieu du nœud: retranchant de ce lieu celui de Saturne vû du ſoleil 8^s 17° 12′ 30″, on a la diſtance de Saturne à ſon nœud deſcendant, 33° 58′ 13″ vûe du ſoleil; qui eſt l'arc LA (*Fig.* 54): ainſi dans le triangle PAL ſphérique rectangle en L, on connoît les côtés LA & PL, on aura l'angle A, ou l'inclinaiſon véritable de l'orbite de Saturne 2° 30′ 44″.

Fig. 54.

Inconvénient de cette Méthode. 1037. Cette méthode qui détermine à la fois l'inclinaiſon & le nœud d'une planete par deux obſervations de latitudes égales, eſt moins exacte que celle de les déterminer ſéparément en employant une obſervation faite dans le nœud

nœud pour déterminer le nœud, & une obſervation faite dans une des limites pour avoir l'inclinaiſon de l'orbite. En effet ſi les deux obſervations correſpondantes ſont près du nœud elles déterminent mal l'inclinaiſon de l'orbite; puiſqu'alors la latitude eſt petite & qu'on ne doit pas déterminer une quantité plus grande par le moyen de celle qui eſt moindre; au contraire ſi ces deux obſervations ſont trop près des limites, elles ſont peu propres à déterminer le lieu du nœud; par exemple, à 30° du nœud la latitude d'une planete n'eſt que la moitié de ſon inclinaiſon; ſi l'on ſe trompe de 10″ dans la latitude obſervée, on ſera en erreur de 20″ ſur l'inclinaiſon cherchée; ainſi cette obſervation ſera moins favorable de moitié que ſi l'on avoit obſervé la planete dans ſes limites. D'un autre côté le changement de latitude d'un jour à l'autre n'étant alors que les $\frac{87}{100}$ de celui qu'elle éprouve dans les nœuds, on aura un huitiéme moins d'exactitude pour le lieu du nœud que ſi l'on eût obſervé la planete dans ſon nœud. Si l'on prend les deux latitudes correſpondantes & égales à 45° des nœuds, la latitude n'étant alors que les $\frac{7}{10}$ de l'inclinaiſon, une erreur de 7″ ſur l'obſervation des latitudes que l'on compare, en produira 10 ſur l'inclinaiſon que l'on veut en conclure, & en même temps l'erreur que l'on commettra ſur le lieu du nœud ſera plus grande dans le rapport de 10 à 7, que celle qu'on auroit pu commettre en obſervant la planete dans le nœud.

Meſure de l'avantage que l'on trouve.

1038. Pour bien ſentir la loi de ces différens avantages il faut conſidérer que la latitude augmente comme le ſinus de la diſtance au nœud, parce que dans un triangle ſphérique tel que PAL (*Fig.* 54) le ſinus du côté PL eſt au ſinus de l'hypoténuſe PA comme le ſinus de l'angle A eſt au rayon; ainſi la latitude PL qui à cauſe de ſa petiteſſe eſt proportionnelle à ſon ſinus croîtra comme le ſinus de la diſtance au nœud PA; on verra dans le XXe. Livre que la petite variation d'un ſinus, eſt à celle de l'arc comme le coſinus de l'arc eſt au rayon, c'eſt-à-dire, qu'à 30 degrés le coſinus étant les $\frac{87}{100}$ du rayon, la variation du ſinus n'eſt que les $\frac{87}{100}$ de celle de l'arc, ou de celle que ce même ſinus éprouvoit dans ſa naiſſance, (c'eſt-à-dire, quand l'arc & le

Fig. 54.

ſinus étoient l'un & l'autre très-petits & croiſſoient également); ainſi la petite augmentation qu'éprouve la latitude d'un degré à l'autre ſera auſſi proportionnelle au coſinus de l'argument de latitude; & comme l'on obſerve la poſition du nœud par le moyen de la latitude avec d'autant plus de préciſion que la latitude augmente alors plus rapidement, l'avantage ou la préciſion que l'on trouve à déterminer le lieu du nœud par le moyen de la latitude, eſt auſſi proportionnel au coſinus de l'argument de latitude; ainſi à 60° du nœud l'avantage eſt réduit à la moitié, tandis qu'à 30° il n'y avoit de perdu que les $\frac{13}{100}$ ou le demi-quart de l'avantage qu'on avoit eu dans le nœud.

1039. A l'égard de l'avantage qu'on trouve à déterminer l'inclinaiſon par le moyen d'une latitude obſervée, il eſt proportionnel au ſinus même de la diſtance au nœud, parce que la latitude obſervée ſuit le même rapport; ſi d'une latitude d'un degré l'on veut conclure une inclinaiſon qui eſt de deux, comme cela arrive quand on a obſervé à 30 degrés du nœud, on s'expoſe dans le réſultat à une erreur double de celle de l'obſervation même, c'eſt-à-dire, qu'on n'a que la moitié de l'avantage qu'on devroit ſe procurer. Auſſi dans les différentes déterminations que je rapporterai bien-tôt des inclinaiſons planétaires; j'aurai toujours ſoin de marquer la diſtance au nœud pour faire juger du degré de préciſion dont elles ſeront ſuſceptibles.

1040. J'ai dit que plus la latitude augmentoit rapidement, plus il y avoit de préciſion & d'avantage à déterminer le lieu du nœud par ſon moyen; l'on peut s'en aſſurer par le même raiſonnement qui a ſervi à prouver que l'équinoxe ſe déterminoit avec plus d'exactitude quand la déclinaiſon du ſoleil augmentoit avec vîteſſe; (586).

1041. Dans le choix des oppoſitions que l'on prend pour déterminer l'inclinaiſon d'une planete ſupérieure, on choiſit celles des moyennes diſtances plûtot que celles qui ſont faites dans l'aphélie & le périhélie, parce que le rapport des moyennes diſtances des planetes entr'elles, étant mieux connu que celui des diſtances aphélies & périhélies qui ſuppoſent de plus la connoiſſance des excentricités, on

peut réduire avec plus de sûreté les latitudes géocentriques & obſervées, aux latitudes héliocentriques dont on a beſoin pour trouver l'inclinaiſon.

Cas où l'effet de l'inclinaiſon ſe multiplie.

1042. Pour déterminer l'inclinaiſon d'une planete auſſi bien que tout autre Elément, on doit choiſir les cas où ſon effet eſt le plus grand, le plus multiplié, le plus ſenſible. L'inclinaiſon de l'orbite de Vénus quoiqu'elle ne ſoit que de 3° 23′, produit dans certains cas pour nous une latitude géocentrique de 8° $\frac{2}{3}$, comme cela arriva dans la conjonction inférieure de Vénus obſervée le 2 Sept. 1700 ; il eſt évident que ſi l'on s'étoit trompé de 10″ dans cette obſervation, quoiqu'il n'en réſultât que 4″ ſur l'inclinaiſon il n'en ſeroit pas moins vrai qu'on auroit encore 10″ d'erreur à craindre une autre fois dans une pareille obſervation.

Inclinaiſon de Mercure.

1043. L'INCLINAISON DE MERCURE peut ſe déduire de l'obſervation du 21 Mai 1715 ; ce jour-là à 10^h 39′ du matin, M. Maraldi détermina le lieu de Mercure à 1^s 8° 36′ 0″ & ſa latitude méridionale à 2° 23′ 55″, il étoit alors éloigné de 75° 42′ de ſon nœud, d'où M. Caſſini conclut que la latitude héliocentrique étoit de 6° 41′ 40″, & l'inclinaiſon de l'orbite 6° 54′ 12″. (*Elém. d'Aſt. p.* 616).

Elle eſt de 7 degrés.

Le 16 Juillet 1731 à 10^h 32′ 47″ du matin, M. Caſſini détermina le lieu de Mercure à 3^s 3° 2′ 35″ avec 2° 2′ 20″ de latitude méridionale ; ſa diſtance au nœud étoit de 59° 16′ ; d'où il ſuit que ſa latitude héliocentrique étoit de 5° 15′ 30″ & l'inclinaiſon de l'orbite 6° 55′ 30″. Les obſervations de Mercure étant rares, on ne doit pas être étonné de trouver dans cette détermination quelques minutes d'incertitude ; M. Halley la ſuppoſe de 6° 59′ 20″, & M. Caſſini de 7° 0′.

Inclinaiſon de Vénus.

1044. L'INCLINAISON DE VENUS ſur l'écliptique eſt très-facile à déterminer exactement, lorſqu'on obſerve ſes conjonctions inférieures dans le temps de ſes plus grandes latitudes, c'eſt-à-dire, quand elle eſt à 90° de ſes nœuds ; car alors on n'a aucun beſoin de connoître la poſition exacte du nœud ; & ſa diſtance à la terre étant trois fois plus petite que ſa diſtance au ſoleil, les erreurs qu'on peut commettre ſur ſa latitude deviennent trois fois moindres ſur l'inclinai-

ſon (1042). Le 2 Septembre 1700 la latitude de Vénus fut obſervée à Paris de 8° 40′ 15″ vers le midi, elle étoit à 86° 22′ de ſon nœud; d'où M. Caſſini conclut que ſa latitude héliocentrique étoit de 3° 22′ 38″, & l'inclinaiſon de ſon orbite 3° 23′ 5″. Le 28 Août 1716 à 23° 45′ 37″ la latitude de Vénus fut obſervée de 8° 35′ 24″, Vénus étant à 82° 8′ de ſon nœud auſtral; d'où il réſulte que ſa latitude héliocentrique étoit de 3° 21′ 16″, & l'inclinaiſon de ſon orbite 3° 23′ 10″. (*Elém. d'Aſt. p.* 574); ainſi cet élément eſt connu avec exactitude, M. Caſſini & M. Halley ſont d'accord à ſuppoſer cette inclinaiſon de 3° 23′ 20″.

Elle eſt de 3 deg. 23 min. un tiers.

Inclinaiſon de Mars.

1045. L'INCLINAISON DE MARS déterminée par une obſervation de Flamſtead du 3 Mars 1694, & calculée par M. Caſſini, (*Elem. d'Aſt. p.* 492), Mars étant à 89° de ſon nœud, ſe trouve de 1° 50′ 52″

Par une autre obſervation de Flamſtead du 27 Mars 1694, à 78° 31′ du nœud on a, 1 50 50

Suivant une obſervation faite à Paris le 2 Nov. 1695, à 56° 9′ du nœud, 1 50 50

Par l'oppoſition du 8 Août 1687 obſervée à Paris, à 90° de ſon nœud, 1 50 50

Suivant l'oppoſition obſervée le 25 Août 1593 par Tycho-brahé, 1 50 33

M. le Gentil par la conjonction de Mars avec ε des Gémeaux au mois de Mars 1756, (*Mém. Acad.* 1757 *page* 259), Mars étant à 85° de ſon nœud, 1 51 20

Par la hauteur méridienne de Mars obſervée le 11 Février 1756, à 71° du nœud, 1 51 12

Par la hauteur méridienne obſervée le 29 Janv. 1754, à 56° 12′ du nœud, 1 51 31

Par l'oppoſition du mois de Septembre 1751, à 56° 51′ du nœud, 1 51 52

M. le Gentil y a auſſi employé les obſervations de Bouillaud, tirées d'un manuſcrit latin dont M. le Monnier étoit dépoſitaire; mais ces obſervations n'étant fondées que ſur des diſtances eſtimées ſans aucun inſtrument, leur réſultat n'ajoûteroit rien à la certitude qui naît des obſervations

Elle eſt de 1 deg. 51 min.

précédentes ; elles paroiſſent démontrer que l'inclinaiſon de Mars eſt de 1° 51′ 5″. M. Halley & M. Caſſini ſont preſque d'accord à cet égard.

1046. L'INCLINAISON DE JUPITER ſuivant l'obſervation faite à Greenwich le 21 Déc. 1690 par M. Flamſtead, à 86° du nœud & calculée par M. Caſſini, (*Elém. d'Aſt. page* 443) ſe trouve de 1° 19′ 23″ — Inclinaiſon de Jupiter.

L'Obſervation faite par Hévélius le 28 Mars 1661 donne, 1° 20′ 25″

L'Obſervation faite à Paris le 2 Avril 1673, à 84° du nœud, 1 19 52

Celle du 16 Sept. 1690, à 87° du nœud, 1 19 41

Celle du 2 Oct. 1702, à 88° du nœud, 1 19 4

Celle du 8 Oct. 1714, à 83° du nœud, 1 18 53

Celle du 20 Mars 1720, à 83° du nœud, 1 20 14

Celle du 13 Oct. 1726, à 77° ½ du nœud, 1 19 20

M. le Gentil détermine auſſi l'inclinaiſon de Jupiter (*Mém. Acad.* 1758), par une conjonction de Jupiter à l'étoile θ de la Vierge, obſervée par M. Picard en 1673, 1 18 28

Et par l'oppoſition de Jupiter obſervée en 1750, 1 19 2

Le milieu entre toutes ces déterminations nous apprend que l'inclinaiſon de Jupiter eſt à très-peu près de 1° 19′ 26″. M. Caſſini & M. Halley ne différent que de 20″ entr'eux. — Elle eſt de 1 deg. 19 min. un tiers.

1047. L'INCLINAISON DE SATURNE eſt déterminée dans M. Caſſini par une obſervation du 20 Avril 1688, faite à 11ʰ 23′. Saturne fut obſervé à 6ˢ 20° 57′ 30″ de longitude, avec une latitude boréale de 2° 47′ 50″ ; d'où M. Caſſini conclut que ſa latitude héliocentrique étoit de 2° 30′ 48″. (*Elém. d'Aſt. p.* 393), Saturne étoit preſque dans ſes limites, & la plus grande latitude ou l'inclinaiſon de l'orbite ſe trouve de, 2° 30′ 50″ — Inclinaiſon de Saturne.

L'Obſervation du 14 Avril donne, 2 30 37

Le 25 Déc. 1703 à 6ʰ 51′ du ſoir Saturne fut obſervé à 0ˢ 15° 52′ 30″ de longitude, avec 2° 34′ 10″ de latitude auſtrale ; d'où M. Caſſini conclut que ſa latitude héliocentrique égale pour lors à l'inclinaiſon de ſon orbite, étoit 2° 30′ 0″.

Elle eſt de 1 deg. 30 min. & demie.

Le 13 Mars 1693 & le 3 Mai 1699, la latitude de Saturne ayant été obſervée à 34° du nœud, M. Caſſini en conclut l'inclinaiſon de 2° 30′ 44″.

M. de la Caille en 1747 l'a déterminée comme on l'a vû ci-devant (1034) de 2 29 45

Le milieu entre ces ſix déterminations eſt de 2 30 27

Les Inclinaiſons n'ont aucune inégalité périodique.

1048. Suivant les calculs que M. Euler a faits de l'attraction de Jupiter ſur Saturne (*page* 77), cette action peut à peine produire 5″ de variation dans l'inclinaiſon de Saturne; ainſi cette inégalité périodique eſt abſolument négligeable: j'ai trouvé qu'il en eſt de même des autres planetes; leurs inclinaiſons n'ont preſque aucune inégalité périodique.

1049. Pour donner une idée de la différence ou de l'incertitude qu'il peut y avoir dans les inclinaiſons des orbites planétaires, nous allons rapporter celles qui ſont établies dans les Tables de M. Caſſini & de M. Halley, on verra que la plus grande différence eſt pour l'inclinaiſon de Mercure, & cependant elle n'eſt que de 50″. On pourra comparer à ces réſultats ceux que nous avons rapportés dans les articles précédens. Nous avons mis dans la même Table la plus grande réduction, parce qu'elle eſt une ſuite néceſſaire de l'inclinaiſon, étant égale à la moitié du ſinus verſe de l'inclinaiſon (808).

TABLE de l'inclinaiſon des Planetes & de la plus grande réduction à l'ecliptique, ſuivant les Tables de Kepler, de M. Caſſini & de M. Halley.

	Képler.	M. Halley.		M. Cassini.	
	Inclinaiſon.	Inclinaiſon.	Réduct.	Inclinaiſon.	Réduct.
Mercure,	6° 54′ 0″	6° 59′ 20″	12′ 49″	7° 00′ 00″	12′ 52″
Vénus,	3 22 0	3 23 20	3 0	3 23 20	3 0
Mars,	1 50 30	1 51 0	0 54	1 50 54	0 54
Jupiter,	1 19 20	1 19 10	0 27	1 19 30	0 29
Saturne,	2 32 0	2 30 10	1 38	2 30 36	1 39

1050. Les calculs de l'Attraction qui m'ont fait connoître le mouvement des nœuds des planetes produits par leurs attractions réciproques, m'ont appris un fait qu'on n'avoit pas encore ſoupçonné, que leurs inclinaiſons ſur l'écliptique ne ſçauroient être conſtantes : j'ai trouvé, par exemple, que l'action de Vénus diminue l'angle d'inclinaiſon de Mercure de 8″ par ſiécle ; de même l'action de Jupiter diminue de 3″ l'inclinaiſon de Mercure, augmente de 10″ celle de Vénus, diminue de 25″ celle de Mars, & augmente de 9″ celle de Saturne. Nouvelle équation pour les inclinaiſons.

1051. On verra dans le Livre de l'Attraction que chaque planete fait rétrograder ſur ſon orbite les nœuds de toutes les autres planetes, comme je l'ai déja dit (1022) ; l'effet de ce mouvement eſt de déplacer toutes les orbites, & il ne peut manquer d'en réſulter un changement dans leurs inclinaiſons ſur l'écliptique. Soit *CB* l'écliptique, (*Fig.* 75.), *AB* l'orbite de Saturne, *AC* celle de Jupiter, *Aa* le mouvement du nœud de Jupiter ſur l'orbite de Saturne, qui ſe fait ſans aucun changement de l'angle *A* qui eſt l'inclinaiſon mutuelle des deux orbites ; le triangle *ABC* ſe change en un triangle *aBc* ; les angles *A* & *B* demeurent conſtans, mais l'angle *C* ne l'eſt pas, & l'angle *c* eſt plus ou moins grand que l'angle *C*. Suivant les formules différentielles qu'on trouvera dans le XXIIIe. Livre, la variation de l'angle *C* eſt égale à celle du côté *AB*, multipliée par le ſinus de l'angle *B* & par le ſinus du côté *BC* ; c'eſt-à-dire, que $dC = dAB.$ ſin. *B*. ſin. *BC* : ainſi quand on a le mouvement du nœud, on a bientôt celui de l'inclinaiſon ; par exemple, le mouvement du nœud de Mars par l'action de Jupiter étant de 14″ 2 par année, l'angle *B* de 1° 19′, & la diſtance *BC* des nœuds 50° 22′, on trouvera 0″248 pour le changement de *C*, c'eſt-à-dire 24″ 8 par ſiécle. *Fig.* 75.

1052. Les actions de Vénus & de Saturne produiſent encore 6″ de diminution dans l'inclinaiſon de l'orbite de Mars ; en ſorte que cet angle diminue de 31″ par ſiécle, & depuis le temps de Tycho-Brahé il doit y avoir 53″ de diminution dans l'inclinaiſon de l'orbite de Mars ; & ſi

les obſervations anciennes étoient aſſez exactes, on verroit cette différence dans la Table que j'ai donnée ci-devant des inclinaiſons des planetes (1049) : cet effet qui ſe continue de ſiécle en ſiécle, apportera dans la ſuite une grande différence dans les inclinaiſons des orbites, & il y a déja plus de 8 minutes depuis le temps de Ptolémée, quantité qu'on ne doit pas négliger dans la comparaiſon des différentes obſervations, mais que les calculs de l'Attraction pouvoient ſeuls faire connoître.

Diſtinguer l'augmentation & la diminution.

1053. Pour ſçavoir ſi l'inclinaiſon d'une planete doit augmenter, ou diminuer, c'eſt la ſituation des nœuds qu'il faut conſidérer. Soit AB (*Fig.* 75.), l'orbite de la planete troublante, & AC l'orbite de la planete troublée, dont le nœud paſſe de A en a ; puiſque l'inclinaiſon mutuelle des deux orbites n'eſt point changée, l'angle A & l'angle a ſont égaux, & dans ce point-là les cercles AC, ac ſont paralleles ; de-là il ſuit qu'ils vont ſe rencontrer en un point D, éloigné de 90° du point A ; car deux grands cercles de la ſphère, pris à 90° de leur interſection commune, deviennent ſenſiblement paralleles, du moins ſur un petit eſpace : or dans le triangle DCc on voit évidemment que l'angle DcC eſt plus petit que l'angle DCE, c'eſt-à-dire, que dans ce cas-là l'inclinaiſon diminue.

Fig. 75.

Régle.

1054. *Toutes les fois que le nœud de la planete troublante eſt plus avancé que celui de la planete troublée, l'inclinaiſon de celle-ci eſt diminuée, pourvû que l'excès ne ſoit pas de* 180 *degrés.* Cette régle eſt aiſée à appercevoir en figurant les poſitions de différentes orbites les unes par rapport aux autres. Diſpoſons les planetes dans l'ordre de la longitude de leurs nœuds aſcendans, en commençant par celle dont le nœud eſt le moins avancé, nous aurons l'ordre ſuivant ; Mercure, Mars, Vénus, Jupiter, Saturne ; cela nous indiquera, conformément à la régle, que Mercure contribue à augmenter les inclinaiſons de toutes les planetes ; & que Saturne les diminue toutes ; Mars diminue l'inclinaiſon de Mercure, mais il augmente celles de Vénus, de Jupiter & de Saturne, dont les nœuds ſont plus avancés, & ainſi des autres. J'eſpere donner bientôt

ſur

ſur cette matiere des détails plus circonſtanciés dans les Mémoires de l'Académie.

1055. Après avoir rapporté les élémens de chaque planete ſuivant M. Caſſini & ſuivant M. Halley, il ne ſera pas inutile de mettre tout à la fois ſous les yeux du Lecteur la comparaiſon & la différence de ces Tables, pour faire juger de l'incertitude qu'il peut y avoir dans les divers élémens des Tables Aſtronomiques. Si je veux ſçavoir, par exemple, de combien l'équation du centre de Mercure eſt différente dans les Tables de ces deux Auteurs, je trouve que dans la colomne de Mercure, & à côté du mot *Equation* il y a — 20′ 22″; cela ſignifie qu'il faut ôter 20′ 22″ de la plus grande équation priſe dans les Tables de M. Caſſini, pour avoir celle des Tables de M. Halley.

TABLE de ce qu'il faut ôter des Nombres contenus dans les Tables de M. CASSINI, ou y ajoûter pour avoir ceux des Tables de M. HALLEY.

ÉLÉMENS DES TABLES.	MERCURE.	VÉNUS.	MARS.	JUPITER.	SATURNE.
LONG. MOY. 1750	—11′ 20″	+ 0′ 2″	— 0′ 13″	+ 4′ 18″	—15′ 32″
LONG. de l'APHÉL.	—14 6	—19 29	— 4 31	+19 13	+26 27
LONG. du NŒUD.	— 3 22	— 4 3	+10 36	+25 51	—41 0
MOUV. SÉCUL.	—14 41	+ 0 50	+ 0 24	+ 6 41	—23 28
MOUV. de l'APHÉL.	—45 43	—49 7	— 2 58	+24 18	+ 3 36
MOUV. du NŒUD.	— 1 20	— 5 0	+ 6 40	+43 11	—65 11
EQUATION.	—20 22	— 1 6	+ 0 43	+ 0 19	+ 0 24
INCLINAISON.	— 0 40	0 0	+ 0 6	— 0 20	— 0 26

DES DIAMETRES APPARENS DES PLANETES.

1056. LE DIAMETRE apparent d'une planete eſt l'angle ſous lequel il nous paroît, exprimé en minutes & en ſecondes; c'eſt l'angle dont il eſt la corde ou la ſous-tendante, en prenant pour rayon la diſtance de la planete à la terre. Soit *T* la terre, (*Fig.* 79.), où eſt ſitué l'Obſerva-

teur ; AB le diamétre d'une planete, TA & TB les rayons viſuels menés de la terre aux deux bords, ou aux deux limbes oppoſés du diſque de la planete, l'angle ATB eſt le diamétre apparent de la planete.

Les diamétres des planetes ſe déterminent & s'obſervent avec des micrométres, dont on verra la deſcription dans le XIIIe. Livre ; mais on y peut auſſi employer le temps ou la durée de leur paſſage. En effet, ſi l'on obſerve le moment où le premier bord du ſoleil ſe trouve dans le méridien, & qu'enſuite le ſecond bord y arrive 2 minutes plus tard ; ces deux minutes de temps indiqueront que le diamétre du ſoleil eſt de 30′, en ſuppoſant qu'il ſoit dans l'équateur ; on a vû (594) la différence qui a lieu ſi le ſoleil n'eſt pas dans l'équateur, & nous verrons dans le Livre ſuivant cette méthode appliquée au diamétre de la lune.

Variation des diamétres apparens.

1057. *Les Diamétres apparens d'une planete ſont en raiſon inverſe de ſa diſtance.* Si la planete AB, (*Fig.* 79.), étoit ſituée en CD, de maniere que TD fût la moitié de TB, l'angle CTD ſous lequel elle paroîtroit, ſeroit double de l'angle ATB ou ETD ſous lequel elle paroiſſoit auparavant ; prenons AB ou CD pour rayons ; alors, ſuivant les régles de la Trigonométrie TB ſera la cotangente de l'angle ATB & TD ſera la cotangente de l'angle CTD : or les cotangentes ſont en raiſon inverſe des tangentes, donc $TB : TD ::$ tang. CTD : tang. ETD ; mais les petits angles ſont proportionnels à leurs tangentes ; donc $CTD : ETD :: TB : TD$; c'eſt-à-dire, que le diamétre apparent dans le ſecond cas, eſt au diamétre apparent dans le premier, comme la premiere diſtance eſt à la ſeconde.

Fig. 79.

Trouver le vrai diamétre.

1058. Les diamétres apparens des planetes ſervent à trouver leurs véritables diamétres quand on connoît leurs diſtances : dans le triangle TAB qui eſt rectangle en B, on a cette proportion ; R : ſin. $ATB :: TA : AB$; ainſi l'on trouvera le véritable diamétre AB en multipliant la diſtance TA par le ſinus de l'angle ATB, qui eſt le diamétre apparent de la planete.

On a vû ci-deſſus (882) la maniere de trouver les diſ-

tances des planetes ; on verra encore (Liv. IX.) des méthodes pour les trouver par le moyen de la parallaxe : nous n'avons à parler ici que des diamétres apparens des différentes planetes, tels que l'obſervation les a fait connoître, en choiſiſſant les plus récentes & les plus exactes obſervations. Avant la découverte des lunettes, l'éclat de lumiere que répandent les planetes, faiſoit juger leur diamétre beaucoup plus grand qu'il n'eſt réellement ; Tycho donnoit $3' \frac{1}{4}$ au diamétre de Vénus, & Kepler lui donnoit juſqu'à $7'$: on trouvera la Table de tous les ſentimens des anciens Aſtronomes à ce ſujet dans le P. Riccioli, (*Aſtron. Reform. p.* 359.).

La découverte des lunettes fut ſeule ſuffiſante pour donner une plus juſte idée des diamétres apparens, même avant l'uſage des microméttes : le P. Riccioli avec le P. Grimaldi, trouverent le diamétre de Mercure de $25''$, celui de Vénus $2' 45''$ & $4' 8''$, Mars $1' 32''$, Jupiter $1' 9''$, Saturne ſans ſon anneau $36''$, (*Aſtron. Reform. p.* 359.), & cela dans leurs plus petites diſtances à la terre.

Le P. Riccioli avoit déterminé les diamétres de Jupiter & de Saturne par leurs appulſes aux étoiles fixes, & il n'y trouvoit que $4''$ de plus, que M. Huyghens ne les trouva enſuite par le moyen de ſon micrométre ; mais il s'étoit trompé ſur le diamétre de Vénus, qu'il trouvoit beaucoup trop grand, parce qu'il s'étoit peut-être contenté de l'eſtimer à la vûe ſimple ; Hévélius avoit trouvé le diamétre de Vénus & de Jupiter, à peu-près tels que M. Huyghens les trouva enſuite avec ſon micrométre : il les comparoit avec les taches de la lune, dont il avoit examiné la proportion avec le diamétre entier de cet aſtre, (*Selenog. p.* 449, 477, 547.) ; ces diamétres étoient encore trop grands ; & il eſt évident que l'uſage des micrométres, dont nous parlerons dans le XIIIe. Livre, a mis dans cette matiere une bien plus grande exactitude.

1059. Le Diametre de Mercure dans ſon paſſage ſur le ſoleil que j'obſervai à Meudon en 1753, meſuré pluſieurs fois avec un héliométre de 18 pieds, me parut de $11'' 8$, c'eſt-à-dire, 11 ſecondes & 8 dixiemes, (*Mém.* Diamétre de Mercure.

Acad. 1754. *p.* 599.) ; la distance de Mercure à la terre étoit alors à celle du soleil, comme 178 est à 323 ; ainsi en faisant cette proportion, 323 : 178 :: 11″ 8 : 6″ 2, on aura 6″ 2 pour le diamétre de Mercure au temps où sa distance est égale à la distance moyenne du soleil : on trouvoit 7″ $\frac{1}{4}$ par l'observation de M. Bradley, faite en 1723 lorsque Mercure passa sur le soleil, (*Instit. Astron. p.* 556. *Philos. Transf. n°.* 386.), & l'on s'étoit servi de la lunette de 123 pieds ; ainsi par un milieu je le supposerai de 6″ 7. On verra dans le XIe. Livre la maniere de le déterminer par la durée de son entrée sur le soleil.

Diamétre de Vénus.

1060. Le Diamétre de Vénus sur le soleil observé le 6 Juin 1761, m'a paru être de 57″ 8, la distance de Vénus à la terre étoit alors à la distance moyenne du soleil, comme 289 est à 1000 ; ainsi le diamétre de Vénus à la distance moyenne du soleil paroîtroit de 16″ 7. J'ai conclu exactement le même diamétre de quatre observations de M. Short, faites dans d'autres temps avec un micrométre objectif, appliqué à un télescope de deux pieds (1067).

Diamétre de Mars.

1061. Le Diamétre de Mars en opposition mesuré par M. Picard avec une lunette de 20 pieds, le 5 Sept. 1672, parut de 26″. Sa distance à la terre étoit alors à celle du soleil, comme 38 est à 100 ; ainsi son diamétre eut été de 9″ 9 à une distance égale à la moyenne distance du soleil, qui est celle à laquelle nous réduisons tous les diamétres pour les comparer entre eux.

Diamétre de Jupiter.

1062. Le Diamétre de Jupiter observé par M. Pound avec une lunette de 123 pieds de M. Huyghens, en 1719 parut de 38 à 40″ ; & par les durées des passages des satellites sur son disque M. Newton le trouve de 37″ $\frac{1}{4}$ pour la distance moyenne de Jupiter au soleil ou à la terre. Si nous prenons 37″ $\frac{1}{4}$, & que nous fassions cette proportion ; 10 : 52 :: 37 $\frac{1}{4}$: 193, 73, nous aurons 3′ 13″ $\frac{3}{4}$ pour le diamétre que Jupiter auroit s'il étoit aussi près de nous que le soleil.

Diamétre de Saturne.

1063. Le Diamétre de Saturne observé par M. Pound en 1719 avec la lunette de 123 pieds Anglois, parut de 18″, & le diamétre de l'anneau de 42″, en les ré-

duiſant à la diſtance moyenne de Saturne au ſoleil & à la terre ; mais cette diſtance eſt à celle du ſoleil à la terre, comme 100 eſt à 954 ; ainſi le diamétre de Saturne eſt 2′ 5″ 7 à la diſtance moyenne du ſoleil, & celui de l'anneau ſeroit de 6′ 40″ 6, réduit à la moyenne diſtance du ſoleil à la terre.

1064. Les diamétres que je viens d'aſſigner aux planetes, ſe trouvent un peu différemment dans le *Syſtema Saturnium* de M. Huyghens ; mais les obſervations ſur leſquelles il ſe fondoit, ne ſont ni auſſi récentes, ni auſſi exactes que celles dont je viens de parler : il donnoit, par exemple, 9′ 4″ au diamétre de l'anneau de Saturne, 5′ 35″ au diamétre de Jupiter, 21″ $\frac{3}{4}$ à celui de Vénus ; ces quantités ſont viſiblement trop grandes.

Diamétre de la Lune.

1065. Le Diamétre de la Lune varie depuis 29′ 28″ juſqu'à 33′ 35″ ; ainſi ſon diamétre moyen eſt de 31′ 31″, comme celui du ſoleil dans ſa plus grande diſtance ; mais ce diamétre moyen de la lune eſt vû à une diſtance 380 fois plus petite que la diſtance moyenne du ſoleil, & il ne ſeroit pas de 5″ s'il étoit vû à la diſtance du ſoleil. Nous en parlerons plus au long dans le VIIe. Livre (1186).

Diamétre de la Terre.

1066. Le Diamétre de la Terre vû du ſoleil, qui eſt égal à la parallaxe horiſontale de cet aſtre, eſt d'environ 18″ : nous en traiterons en particulier dans le IXe. Livre de cet Ouvrage ; à l'égard du diamétre réel de la terre en toiſes, il ſera déterminé dans le XVe. Livre, où nous traiterons de la grandeur & de la figure de la Terre, on verra qu'il eſt de 2865 lieues, chacune de 2282 toiſes.

L'irradiation eſt inſenſible.

1067. Suivant le ſentiment de Newton, tous ces diamétres obſervés avec les plus grandes lunettes, ſont encore affectés d'une certaine *irradiation*, ou dilatation de lumiere qui les environne comme une frange, & les fait paroître trop grands ; en conſéquence pluſieurs Aſtronomes ont cru que pour avoir les vrais diamétres des planetes, il falloit ôter 2″ de celui de Saturne, 5″ de celui de Mars, tandis qu'il falloit ajoûter 1″ ou 2″ aux diamétres de Mercure & de Vénus obſervés ſur le ſoleil, à cauſe d'un ſemblable débordement de la lumiere ſolaire qui de-

voit faire paroître ces planetes plus petites. Pour moi, ayant comparé avec grand ſoin le diamétre de Vénus obſervé ſur le ſoleil en 1761, & ce diamétre obſervé dans ſa plus grande lumiere avant & après le paſſage de Vénus ſur le ſoleil, je les ai rapportés tous à une même diſtance, & je n'y ai trouvé aucune différence; je crois donc que le phénomène de l'irradiation eſt abſolument inſenſible, & que quand on ſe ſert des mêmes lunettes, il eſt inutile d'en tenir compte.

Différence des lunettes.

On croit cependant qu'avec de grandes lunettes le diamétre du ſoleil paroît plus petit qu'avec les petites lunettes, ainſi M. de la Caille a toujours penſé que le diamétre du ſoleil étoit de 31′ 34″ meſuré avec des lunettes de 6 pieds, tandis que je l'ai trouvé de 31′ 31″ au plus avec un héliométre de 18 pieds, peut-être cette différence provient-elle de la difficulté qu'il y a de meſurer exactement ce diamétre avec un micrométre ordinaire comme celui de M. de la Caille, & avec une lunette qui n'a que 6 pieds; mais ſi cette différence eſt réelle il faudra l'attribuer à une couronne lumineuſe formée par l'aberration des rayons qui dans les lunettes ne ſe réuniſſent pas exactement au même point. Voyez Liv. XIII. Cette différence ne m'a pas paru aſſez bien conſtatée pour y avoir égard.

Diamétre du Soleil.

1068. Les Anciens ne s'étoient pas trompés de beaucoup en ſuppoſant le diamétre du ſoleil d'un demi-degré, il ne s'agiſſoit alors que d'avoir un nombre rond à peu-près vrai; & nous voyons qu'Ariſtarque & Archiméde ſuppoſoient le diamétre apparent du ſoleil de 30′ en tout temps. Du temps de Ptolémée on avoit déjà remarqué une différence entre l'hiver & l'été; cet Auteur faiſoit le diamétre du ſoleil de 31′ 20″ dans l'apogée, & 33′ 20″ dans le périgée; quoique cette différence de 2′ fût trop grande on voit que Purbachius & Regiomontanus l'avoient encore augmentée, & ils ſuppoſoient les diamétres du ſoleil de 31′ & 34′. On peut voir dans le Pere Riccioli (*Alm. n. L. 3. c. 10 & Aſtr. ref. p.* 38) une Table des ſentimens de différens Auteurs ſur cette matiere.

Malgré la découverte des lunettes d'approche qui devoit

donner une grande facilité pour avoir exactement ces meſures, nous voyons que Kepler ne faiſoit encore les diamétres du ſoleil que de 30′ & 31′ 4″, (*Epit. Aſtr. Cop. pag.* 476); Hévélius dans une Diſſertation *de Saturni facie* imprimée en 1656, ſuppoſoit le diamétre du ſoleil apogée 31′ 12″. Le Pere Scheiner en 1625 & quelques autres Aſtronomes crurent avoir avec beaucoup d'exactitude le diamétre du ſoleil en recevant l'image par un trou imperceptible, & la meſurant à une très-grande diſtance; mais ils trouverent quelquefois le diamétre du ſoleil de 56′. (*Aſtr. ref. pag.* 39), par l'effet de la *diffraction* ou *inflexion* de la lumiere obſervée par le Pere Grimaldi, & enſuite par Newton, (*Opt. part.* 3) qui rendoit l'image très-grande & très-mal terminée; le Pere Riccioli fit voir alors qu'on devoit ſe ſervir d'un trou plus large, & retrancher le diamétre du trou de la largeur de l'image ſolaire; c'eſt ainſi qu'il trouva par le gnomon de S. Pétrone, les diamétres du ſoleil de 31′ & 32′ 8″. M. Caſſini dans le même temps les trouvoit de 31′ 8″ & 32′ 10″. (*Aſtr. ref. p.* 38). Depuis la découverte des micrométres (dont nous parlerons dans le XIIIe. Livre), il n'y a eu que quelques ſecondes d'incertitude dans la meſure du diamétre ſolaire, comme on le verra dans la Table ſuivante; mais ce petit nombre de ſecondes étoit devenu une choſe importante à conſtater.

Erreur du P. Scheiner.

Diamétre apogée ſuivant divers Auteurs.

M. Flamſtead en 1673, (*Horocc. Op. p.* 488),	31′ 40″
M. Caſſini en 1684 à la fin de ſes Obſervations Aſtronomiques *pag.* 48,	31 40
M. de la Hire dans ſes Tables Aſtronomiques en 1702,	31 38
M. Halley dans ſes Tables Aſtronomiques en 1719,	31 38
M. Auzout & M. Picard,	31 37
M. Caſſini dans ſes Tables Aſtronomiques 1740,	31 36
M. de la Caille dans ſes Tables du Soleil 1758,	31 34 $\frac{2}{5}$
M. le Gentil dans les Mém. de l'Ac. 1752,	31 34
M. le Chevalier de Louville dans les Mém. de l'Académie 1724,	31 33
M. Caſſini dans ſes Elémens d'Aſtr. 1740,	31 32 $\frac{1}{2}$

M. Mouton, (*Obſervat. Diametrorum Lugd. an.* 1670), $31' 31'' \frac{1}{2}$

Par mon Obſervation faite en 1760 avec un héliométre de 18 pieds, $31\ 30\frac{1}{2}$

Suivant M. Short avec un micrométre objectif achromatique, $31' 28''$

Le diamétre périgée ſurpaſſe de $65''$ le diamétre apogée; & comme il n'y a point d'incertitude là-deſſus, je me ſuis contenté de rapporter dans la Table précédente le plus petit des diamétres du ſoleil, celui qui s'obſerve le 30 Juin jour du périhélie, d'où il eſt aiſé de conclure le diamétre périgée en ajoûtant $1' 5''$.

Le diamétre du ſoleil étant en raiſon inverſe de ſa diſtance, & ſa diſtance apogée étant de 10168 parties dont la moyenne eſt 10000, ſi l'on connoît ſa diſtance par la méthode des articles 918 ou 922, on aura auſſi ſon diamétre en faiſant cette proportion : la diſtance actuelle du ſoleil eſt à ſa diſtance apogée 10168, comme le diamétre périhélie $31' 30'' \frac{1}{2}$, eſt au diamétre apparent pour un temps quelconque.

Diamétre du Soleil, 31 min. 30 ſec. & demie.

1069. Pour moi qui voyois de quelle importance étoit cette recherche puiſque c'eſt au diamétre du ſoleil que nous rapportons ſans ceſſe toutes les meſures des petits arcs céleſtes, j'y ai employé la plus grande lunette qui eût encore ſervi à cette recherche; je veux dire un héliométre de 18 pieds, j'ai meſuré une baſe avec le plus grand ſoin dans la longueur de la rue de Tournon à Paris, qui eſt en face de mon Obſervatoire & qui a 900 pieds de longueur, & j'ai trouvé par des meſures répétées une multitude de fois, que le diamétre du ſoleil apogée eſt de $31' 30'' \frac{1}{2}$.

M. Short m'a dit depuis en Angleterre qu'il n'avoit trouvé ce diamétre que de $31' 28''$, avec un micrométre objectif & achromatique d'une très-grande perfection, appliqué à un téleſcope de deux pieds; il pourroit ſe faire que le cercle d'aberration & de couleur qui environne toujours l'image des objets au foyer d'une lunette ſe fût trouvée encore de $2''$ dans mon héliométre, quoique très-bon; cependant

cependant je ſuppoſerai toujours le diamétre du ſoleil de $31' 30'' \frac{1}{2}$ dans l'apogée.

1070. Les diamétres apparens de toutes les planetes réduits à une même diſtance, nous donnent le moyen de trouver les diamétres abſolus & de les comparer tous ou au diamétre du ſoleil ou à celui de la terre; il eſt vrai que pour les comparer au diamétre de la terre, il faut ſuppoſer qu'on connoiſſe la parallaxe du ſoleil, c'eſt-à-dire, l'angle ſous lequel paroît, vû du ſoleil, le demi-diamétre de la terre; l'incertitude ſur ce dernier angle eſt d'une ou de deux ſecondes: car on ne ſçauroit décider préciſément s'il eſt de $8'' \frac{1}{2}$ ou de $10'' \frac{1}{2}$: cependant comme ces comparaiſons ne ſont qu'une pure curioſité & qu'on aime aſſez à rapporter tout à la terre, nous donnerons les groſſeurs totales des planetes par rapport à la terre, en ſuppoſant que ſon demi-diamétre vû du ſoleil paroît de $9''$. Comme on le verra dans le IXe. Livre.

Pour trouver les volumes ou les groſſeurs des planetes par rapport à la terre, quand on connoît le rapport de leurs diamétres, il ſuffit de prendre le cube du diamétre, ou de tripler ſon logarithme, parce que l'on démontre dans les Elémens de Géométrie que les ſphères ſont comme les cubes des diamétres. Par exemple le diamétre de la terre eſt de $18''$, celui de Mercure eſt de $6'' 7$ à la même diſtance. Si l'on diviſe $6'' 7$ par $18''$ l'on aura 0, 372; c'eſt le diamétre de Mercure, en ſuppoſant que celui de la terre eſt 1. Le cube de cette fraction décimale donnera 0, 051 qui vaut à peu-près $\frac{1}{24}$; ce qui nous apprend que la groſſeur de Mercure eſt la 24e partie de celle de la terre.

Différence entre la groſſeur & la maſſe.

1071. Le volume ou la groſſeur d'une planete n'eſt pas la même choſe que ſa maſſe ou la quantité de matiere qu'elle renferme, celle-ci dépend de la denſité dont nous parlerons dans le XXIIe Livre, & que j'ai mis en attendant dans la Table ſuivante; la denſité multipliée par le volume, donne la maſſe, le poids, la quantité de matiere, ou la force attractive; c'eſt ce que nous avons renfermé dans la derniere colonne de la Table ſuivante.

On obſervera au ſujet de cette Table que les trois denſi-

tés marquées par des étoiles, ſont les ſeules qu'on puiſſe déterminer par un calcul immédiat & certain; comme on le verra dans le XXIIe. Livre.

1072. Les diſtances en lieues ne ſont certaines qu'à un dixiéme près, parce qu'elles dépendent de la parallaxe du ſoleil ſur laquelle on a au moins 1″ d'incertitude; comme nous le verrons dans le IXe Livre.

J'ai ſuppoſé la maſſe de la lune $\frac{1}{70}$ de celle de la terre: comme M. Bernoulli l'a déduit de ſon effet ſur le flux & le reflux de la Mer. Voyez Livre XXII.

Nous parlerons du diamétre de la lune dans le VIIe. Livre, & de ceux des étoiles fixes dans le XVIe. Livre.

DIAMETRES des Planetes vûs à la moyenne diſtance du Soleil, avec leurs volumes, leurs diſtances, leurs denſités & leurs maſſes.

	Diametres en minutes & ſecondes.	Groſſeurs à peu-près.	plus exactement, & en décimales.
Mercure,	0′ 6″ 7	la vingt-quatr. partie de la Terre.	0,05158
Vénus,	0 16 7	quatre cinquiemes de la Terre.	0,7986
la Terre,	0 18 0	. . . . .	. . .
Mars,	0 9 9	la ſixieme partie de la Terre.	0,1664
Jupiter,	3 13 7	1246 fois plus gros que la Terre.	1246
Saturne,	2 51 7	868 fois plus gros que la Terre.	868
l'Anneau,	6 40 6	. . . . .	. . .
le Soleil,	32 2 0	douze cent mille fois plus gros.	1217420
la Lune,	0 4 9	la quarante-neuv. partie de la T.	0,02036

	Diamétres en lieues de 2282 toiſes.	La moyenne diſtance à la terre en lieues.	Denſités par rapport à la Terre.	Maſſes par rapport à la Terre.
Mercure,	1066	32830470	2,040	0,105
Vénus,	2658	32830470	1,270	1,014
la Terre.	2865	. . . .	1,000	1,000
Mars,	1575	50023470	0,730	0,1214
Jupiter,	30831	170750600	0,292*	363,9
Saturne,	27329	313205100	0,184*	159,7
le Soleil,	305918	32830470	0,250*	304355
la Lune,	1564	85325	0,702	0,01428

OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES *ANCIENNES ET MODERNES* DU SOLEIL ET DES CINQ PLANETES PRINCIPALES.

1073. LES OBSERVATIONS ſont le fondement de toutes les théories, elles en ſont la vérification & la preuve; ainſi je ne puis terminer mieux ce VIe. Livre qu'en y raſſemblant une Collection des meilleures Obſervations anciennes & modernes, extraites des Auteurs qui en ont fait le calcul & l'application; j'y ai ajoûté les Obſervations les plus récentes & les plus déciſives pour chaque planete, comme un point fixe d'où l'on pourra partir pour établir des théories, & conſtruire de nouvelles Tables.

Les anciennes Obſervations ſe trouvent raſſemblées & diſcutées dans les Ouvrages ſuivans: Logomontani, *Aſtronomia Danica*, 1640. Bullialdi, *Aſtronomia Philolaïca*, 1645. Riccioli, *Aſtronomia Reformata*, 1665. Wing, *Aſtronomia Britannica*, 1669. *Hiſtoria Cœleſtis*, 1672. M. Caſſini, *Elémens d'Aſtronomie*, 1740. Et en remontant à ces ſources, on en trouvera preſque toujours un plus grand nombre que je n'en ai rapporté moi-même, parce que mon intention n'étoit pas de former ici un Recueil complet d'Obſervations Aſtronomiques.

A l'égard des obſervations modernes, on pourra conſulter le grand Ouvrage d'Hévélius intitulé, *Machina Cœleſtis*, (Livre très-rare); celui de Flamſtead, *Hiſtoria Cœleſtis Britannica*; les Mémoires de l'Académie, &c. S'il étoit poſſible de publier toutes celles que M. de l'Iſle a raſſemblées dans ſes Manuſcrits, & qui ſont actuellement au Dépôt de la Marine, on y trouveroit la plus grande Collection d'Obſervations Aſtronomiques qui ait jamais exiſté.

OBSERVATIONS DU SOLEIL.

Av. J. C.			Temps moy. à Paris.		
161	27	Sept.	4h	8′	Equinoxes obſervés par Hipparque. Voy. *Ptolémée, Almag.* *Mém. Acad.* 1757, *p.* 423. *M. Caſſini, El. d'Aſtr. p,* 211.
158	26	Sept.	16	8	
157	26	Sept.	22	8	
145	23	Mars	22	8	
145	26	Sept.	16	8	
142	26	Sept.	4	8	
134	23	Mars	10	8	
127	23	Mars	4	8	
1279	14	Juin	8h	46′ ½	ſolſt. d'été } *Hiſt. de l'Aſtr. Chin. p.* 107
1280	12	Déc.	5	50	ſolſt. d'hyv. } *Mém. Ac.* 1757, *p,* 140.
1487	12	Déc.	12	1	ſolſt. d'hyv. } *Mém. Acad.* 1757, *p.* 139.
1488	11	Juin	20	40 ½	ſolſt. d'été
1503	12	Juin	12	8	ſolſt. d'été
1503	12	Déc.	9	45 ½	ſolſt. d'hyv.

Observations de Waltherus calculées par M. de la Caille, (Mém. Acad. 1749, p. 60.).

1475	15	Sept.	23h	17′	6s	1°	51′	24″
1476	15	Mars	23	33	0	5	4	55
1476	12	Sept.	23	18	5	29	40	6
1477	10	Mars	23	33	11	29	54	0
1477	16	Sept.	23	17	6	3	16	48
1478	11	Mars	23	33	0	0	35	37
1478	12	Sept.	23	18	5	29	6	54
1487	17	Sept.	23	17	6	2	54	24
1488	16	Mars	23	31	0	6	7	48
1488	14	Sept.	23	17	6	1	42	52
1488	17	Sept.	23	16	6	4	38	37
1489	12	Mars	23	32	0	1	58	30
1489	14	Mars	23	31	0	3	57	46
1489	18	Mars	23	30	0	7	54	20
1491	12	Mars	23	32	0	1	28	26
1491	14	Sept.	23	17	6	0	59	12
1498	17	Sept.	23	16	6	4	13	24
1498	18	Sept.	23	16	6	5	13	8
1499	13	Mars	23	32	0	2	32	37
1501	16	Mars	23	31	0	5	58	20
1501	14	Sept.	23	17	6	1	34	15
1501	18	Sept.	23	15	6	5	28	50

Equinoxes observés par Tycho, (Voy. Mém. Acad. 1757, p. 424. M. Cassini, Elém. d'Astr. p. 228.).

1584	10	Mars	0ʰ	46′	42″	1587	13	Sept.	5ʰ	37′	16″
1584	12	Sept.	11	11	16	1588	10	Mars	0	16	42
1585	10	Mars	6	51	42	1588	12	Sept.	10	35	16
1585	12	Sept.	17	3	16	1589	10	Mars	5	5	42
1586	10	Mars	12	41	42	1589	12	Sept.	16	49	16
1586	12	Sept.	23	6	16	1590	10	Mars	11	15	12
1587	10	Mars	17	55	42	1590	12	Sept.	22	52	16

On trouvera dans M. Cassini, *pag.* 209, une suite d'équinoxes observés depuis 1672 jusqu'en 1739, à l'Observatoire Royal de Paris.

TABLE de 144 *Longitudes du Soleil observées par M. de la Caille à Paris & au Cap.* (Mém. Acad. 1757, p. 125.).

Temps vrai à Paris.			Longitude observée.				Temps vrai à Paris.			Longitude observée.			
1746 29 Oct.	0ʰ	0′	7ˢ	5°	56′	5″7	1748 7 Sept.	0ʰ	0′	5ˢ	15°	7′	37″2
7 Nov.	0	0	7	14	58	2,0	8	0	0	5	16	5	58,3
8	0	0	7	15	58	25,2	9	0	0	5	17	4	20,8
1747 14 Mars	0	0	11	23	33	30,7	10	0	0	5	18	2	45,7
15	0	0	11	24	33	11,4	11	0	0	5	19	1	13,2
16	0	0	11	25	32	49,8	1749 5 Mars	0	0	11	15	6	18,0
23	0	0	0	2	29	14,9	21	0	0	0	1	1	19,5
13 Avril	0	0	0	23	8	17,9	24	0	0	0	3	59	30,1
14	0	0	0	24	6	58,0	25	0	0	0	4	58	49,0
15	0	0	0	25	5	35,9	26	0	0	0	5	58	5,3
16	0	0	0	26	4	11,7	27	0	0	0	6	57	19,2
17	0	0	0	27	2	45,5	28	0	0	0	7	56	31,2
1 May	0	0	1	10	38	54,3	29	0	0	0	8	55	40,2
2	0	0	1	11	36	58,9	12 Avril	0	0	0	22	40	4,4
11	0	0	1	20	18	47,8	13	0	0	0	23	38	43,8
12	0	0	1	21	16	40,6	23	0	0	1	3	23	45,4
14	0	0	1	23	12	19,0	25	0	0	1	5	20	22,9
16	0	0	1	25	7	51,4	6 May	0	0	1	15	59	20,8
17	0	0	1	26	5	34,8	7	0	0	1	16	57	16,8
21 Juin	0	0	2	29	35	10,9	8	0	0	1	17	55	11,1
1748 15 Févr.	0	0	10	26	15	53,3	9	0	0	1	18	53	3,9
21	0	0	11	2	18	20,2	10	0	0	1	19	50	56,0
7 Mars	0	0	11	17	20	22,8	24	0	0	2	3	18	56,3
8	0	0	11	18	20	14,8	25	0	0	2	4	16	29,4
16 Avril	0	0	0	26	48	27,5	18 Juin	0	0	2	27	13	4,4
20	0	0	1	0	42	15,7	19	0	0	2	28	10	19,7
18 Juin	0	0	2	27	26	44,0	5 Juil.	0	0	3	13	25	21,2
5 Sept.	0	0	5	13	11	1,7	6	0	0	3	14	22	32,5
6	0	0	5	14	9	18,5	7	0	0	3	15	19	45,6

Temps vr. à Paris.				Longitude observée.				Temps vrai à Paris.				Longitude observée.			
1749	9 Juil.	0h	0′	3s	17°	14′	12″1	1751	12 Juil.	22h	55′3/5	3s	20°	33′	1″1
	13	0	0	3	21	3	11,4		19	22	55	3	27	13	58,2
	16	0	0	3	23	55	1,2		3 Août	22	55	4	11	34	57,0
	19	0	0	3	26	46	53,9		21	22	55	4	28	53	19,8
	20	0	0	3	27	44	11,9		22	22	55	4	29	51	14,8
	21	0	0	3	28	41	30,0		1 Sept.	22	55	5	9	31	40,3
	28	0	0	4	5	22	50,5		12	22	55	5	20	13	23,2
	2 Août	0	0	4	10	9	54,2		13	22	55	5	21	11	55,9
	6	0	0	4	13	59	56,1		29	22	55	6	6	53	9,9
	7	0	0	4	14	57	30,4		30 Sept.	22	55	6	7	52	14,7
	29	0	0	5	6	9	21,5		6	22	55	6	13	47	25,6
	30	0	0	5	7	7	26,5		7	22	55	6	14	46	45,5
	31	0	0	5	8	5	33,3		8	22	55	6	15	46	7,5
	1 Sept.	0	0	5	9	3	42,2		4 Nov.	22	55	7	12	41	46,1
	8	0	0	5	15	51	43,6		5	22	55	7	13	42	20,7
	9	0	0	5	16	50	9,2		3 Déc.	22	55	8	12	1	10,2
	13	0	0	5	20	44	10,7		10	22	55	8	19	8	15,0
	2 Oct.	0	0	6	9	22	11,1		19	22	55	8	28	18	30,5
	3	0	0	6	10	21	22,9		24	22	55	9	3	24	24,7
	4	0	0	6	11	20	37,2		27	22	55	9	6	27	55,7
	6	0	0	6	13	19	13,4		29	22	55	9	8	30	15,8
	8	0	0	6	15	17	58,9	1752	8 Janv.	22	55	9	18	41	50,6
	10	0	0	6	17	16	53,0		9	22	55	9	19	43	0,2
1750	2 Mars	0	0	11	11	51	17,9		21	22	55	10	1	56	20,9
	3	0	0	11	12	51	21,3		3 Févr.	22	55	10	15	7	54,0
	4	0	0	11	13	51	22,5		5	22	55	10	17	9	22,9
	5	0	0	11	14	51	20,9		26	22	55	11	8	19	21,7
	8	0	0	11	17	51	9,4		2 Mars	22	55	11	13	19	40,2
	30	0	0	0	9	39	52,7		3	22	55	11	14	19	38,6
	2 Avril	0	0	0	12	37	4,2		4	22	55	11	15	19	34,6
	3	0	0	0	13	36	3,9		12	22	55	11	23	18	5,2
	18	0	0	0	28	17	17,4		13	22	55	11	24	17	46,7
	21 Juin	0	0	2	29	50	50,7		20	22	55	0	1	14	40,5
	28	0	0	3	6	31	15,0		27	22	55	0	8	9	42,3
	29	0	0	3	7	28	28,7		4 Avr.	22	55	0	16	1	48,2
	30	0	0	3	8	25	41,6		10	22	55	2	20	45	25,5
1751	27 May	22	55′3/5	2	6	38	14,7		18	22	55	2	28	23	40,9
	30	22	55	2	9	30	43,7		19	22	55	2	29	20	54,8
	19 Juin	22	55	2	28	37	4,4		21	22	55	3	1	15	20,1
	21	22	55	3	0	31	34,6		26	22	55	3	6	1	15,7
	27	22	55	3	6	15	1,0		9 Nov.	22	55	7	18	29	33,8
	29	22	55	3	8	9	26,2		28 Déc.	22	55	9	8	15	5,4
	11 Juil.	22	55	3	19	35	47,3		29	22	55	9	9	16	18,3

OBSERVATIONS DE MERCURE.

Av. J. C.	Temps vr. à Paris.	Longit. observée.	Latitude observée.	
264	14 Nov. 15h 48′	7s 1° 57′ 30″	2° 6′ 0″ B	*Astr. Phil. p.* 388.
Apr. J. C.				
130	4 Juil. 5 18	4 7 18 0	Théon	*Ibid. p.* 384.
132	2 Févr. 3 58	11 2 8 0	Ptolémée	*Ibid.*
139	17 May 5 27	2 18 35 0	Ptolémée, *dout.*	*Ibid. p.* 387.
139	7 Juil. 14 18	2 21 16 0	Ptolémée	*Ibid. p.* 384.
141	1 Févr. 15 58	9 14 42 0	Ptolémée	*Ibid. p.* 385.
1504	18 Mars 6 39	0 26 29 0	Waltherus	*Ibid. p.* 383.
N. St.				
1585	24 Nov. 18 18	7 13 4 0	2 18 0 B	*Astron. Dan.* 422.
1585	3 Déc. 18 38	7 25 3 0	1 25 0 B	*Ibid.*
1586	3 Nov. 18 28	6 22 35 0	. . . .	*Ibid.*
1586	7 Nov. 17 48	6 26 33 0	2 17 0 B	*Ibid.*
1587	24 Janv. 4 33	10 21 7 0	1 21 0 B	*Tych. epist. p.* 56.
1587	25 Janv. 4 39	10 21 20 0	1 40 0 B	*Ibid.*
1587	19 Janv. 4 8	10 17 48 0	0 1 0 B	*Astron. Dan.*
1589	12 Avril 7 23	1 11 28 30	2 23 40 B	*Astron. Ref. p.* 345.
1589	13 Avril 7 28	1 12 48 0	2 30 30 B	*Ibid p.* 346.
1589	14 Avril 7 33	1 14 1 0	2 36 50 B	*Ibid.*
1589	16 Avril 7 38	1 16 8 30	2 45 0 B	*Ibid.*
1590	16 Mars 6 8	1 13 44 0	1 42 0 B	*Astron. Dan.*
1592	13 Févr. 4 58	11 12 20 0	0 47 0 B	*Ibid.*
1593	21 May 8 48	2 23 16 0	2 0 0 B	*Ibid.*
1593	23 May 8 48	2 25 21 0	. . . .	*Astron. Philol.*
1607	25 Avril 8 18	1 21 5 0	1 40 0 B	*Astron. Dan.*
1610	15 Déc. 18 18	8 2 42 0	. . . .	*Ibid.*
1625	13 Févr. 5 38	11 13 27 0	Bouillaud,	*Astron Philol.*
1630	11 Déc. 19 8	7 29 13 0	Bouillaud,	*Ibid.*
1632	30 Juil. 15 18	3 24 26 0	Gassendi,	*Ibid p.* 356.
1634	2 Janv. 5 48	10 1 31 0	0 57 0 A	*Ibid.*
1634	4 Janv. 5 48	10 3 31 0	0 30 0 A	*Ibid.*
1634	6 Janv. 5 48	10 5 1 0	0 1 52 B	*Ibid.*
1634	2 Oct. 17 18	5 22 8 20	1 25 0 B	*Ibid.*
1634	3 Oct. 17 18	5 22 59 26	1 29 18 B	*Ibid.*
1634	4 Oct. 17 18	5 23 59 47	1 19 16 B	*Ibid.*
1635	16 Janv. 17 48	9 4 18 48	2 1 19 B	*Ibid.*
2635	22 Janv. 17 48	9 8 21 50	1 39 0 B	*Ibid.*
1635	24 Janv. 17 48	9 10 4 55	1 14 8 B	*Ibid.*
1635	25 Janv. 17 48	9 11 6 36	0 59 48 B	*Ibid.*
1635	17 Sept. 16 18	5 7 4 0	Gassendi,	
1635	1 Déc. 5 11	9 0 26 0	Gassendi,	

Années.	Temps vrai à Paris.	Longit. observée.	Latitude observée.	
1636	16 Juil. 8h 18′ 0″	4s 21° 25′ 0″	Gassendi,	*Astron. Philol.*
1699	21 Oct. 22 58 56	6 12 5 58	2° 7′ 9″ B	*Mém. Acad.* 1706.
	22 Oct. 23 0 20	6 13 31 44	2 5 32 B	*Ibid.*
	23 Oct. 23 1 54	6 14 59 22	2 4 54 B	*Ibid.*
	26 Oct. 23 7 10	6 19 34 52	1 56 43 B	*Ibid.*
1701	11 Sept. 22 54 56	5 1 54 54	0 5 25 B	*Ibid.*
	19 Sept. 23 2 12	5 10 50 43	1 37 33 B	*Ibid.*
	20 Sept. 23 4 30	5 12 24 48	1 39 32 B	*Ibid.*
	23 Sept. 23 12 18	5 17 20 13	1 51 4 B	*Ibid.*
	24 Sept. 23 15 2	5 19 2 22	1 52 13 B	*Ibid.*
	25 Sept. 23 17 56	5 20 47 50	1 53 29 B	*Ibid.*
1705	17 Juil. 22 47 5	3 8 27 48	0 29 16 A	*Ibid.*
	24 Juil. 23 16 8	3 21 33 33	0 51 2 B	*Ibid.*
	26 Juil. 23 25 49	3 25 38 27	1 8 32 B	*Ibid.*
1707	12 Avr. 1 11 34	1 11 24 30	2 34 47 B	*Mém.* 1753, *p.* 320.
	13 Juin 22 37 24	2 2 53 23	1 55 1 A	*Mém Ac.* 1707,
	15 Juin 22 39 56	2 4 32 6	1 44 16 A	*p.* 199.
1750	5 Oct. 1 31 15	7 7 18 40	2 50 46 A	*Mém.* 1753, *p.* 321.

Table des Longitudes de Mercure en conjonction dans ses douze passages sur le Soleil, observés jusqu'à present.

Années.	Temps moyen à Paris.	L. géoc. réd. à l'écl.	Lat. géoc. vraie.	
1631	6 Nov. 19h 36′ 20″	7s 14° 41′ 35″	3′ 22″ A	*M Cassini, p.* 582. *Phil Transf. n.* 386.
1631	6 Nov. 18 50 0	. . . . .	4 28 B	*Mss de M de l'Isle.*
1651	2 Nov. 13 2 30	7 10 26 29	12 0 A	*Astr. Br. p.* 312. dout.
1661	3 May 4 48 28	1 13 33 27	4 30 B	*M. Cassini, p.* 587, 608.
1677	7 Nov. 0 23 0	7 15 44 20	4 3 B	*M. Cassini, p.* 591.
1690	9 Nov. 18 6 0	7 18 20 46	12 20 B	*M. Cassini, p.* 595, 608.
1697	2 Nov. 17 42 0	7 11 33 50	10 42 A	*M. Cassini, p.* 598.
1723	9 Nov. 5 16 0	7 16 47 20	6 0 B	*Phil. Transf. n.* 386. *M. Cassini, p.* 601.
1736	10 Nov. 23 59 23	7 19 23 38	14 7 B	*Mém. Ac.* 1736.
1740	2 May 10 36 37	1 12 43 19	14 59 B	*Phil. Transf. n.* 471.
1743	4 Nov. 22 26 8	7 12 37 32	9 7 A	*Mém. Ac.* 1736.
1753	5 May 6 29 50	1 15 48 0	2 25 A	*Mém.* 1754, *p.* 599.
1756	6 Nov. 16 17 28	7 15 13 41	0′ 58,8 A	*Mém.* 1758, *p.* 154.

Remarques sur les Observations de Mercure.

Les observations de Mercure sont rares, difficiles à faire, sur-tout à Paris ; Copernic éprouvoit la même difficulté dans le nord, où il n'a jamais pû faire une seule observation de Mercure, ce qu'il attribue aux vapeurs de la Vis-

tule

tule & à la longueur des crépuſcules en été. A l'égard de Ptolémée, Riccioli a tort de dire, (*Aſtr. Reform. p.* 351. *col.* 1.), *Copernico & Ptolemæo fatentibus*, &c. car Ptolémée, (*Lib. IX. cap.* 10.), dit formellement qu'il a obſervé Mercure près de Régulus, &c. ; mais ces obſervations furent en très-petit nombre. On trouve dans l'Aſtronomie Réformée beaucoup d'obſervations de Riccioli qui n'ont jamais été calculées, & dont on pourroit faire un bon uſage pour la théorie de cette planete ; on en peut dire autant de celles qui ſont dans Hévélius, (*Mach. Cæleſt.*), & Flamſtead, (*Hiſt. Cæleſt.*).

On trouve auſſi dans l'Aſtronomie Caroline de Street quelques obſervations de Mercure faites en 1684 par M. Halley à Iſlington ; c'étoit la premiere fois qu'on meſuroit en plein jour la diſtance de Mercure au ſoleil : il y a auſſi dans ce Livre des obſervations faites vers l'aphélie de Mercure, qui ſeroient fort importantes, mais qui n'ont jamais été calculées & réduites, parce qu'on s'eſt trop peu occupé de la théorie de cette planete ; j'ai auſſi trouvé dans les Manuſcrits de M. de l'Iſle la notice de beaucoup d'obſervations de M. de la Hire & de pluſieurs autres Aſtronomes, obſervations qui n'ont point été publiées : telles ſont celles que Margraf fit avec un cercle azimuthal de cinq pieds de rayon, en 1639 & 1640, dans l'Iſle de Vaaz au Bréſil, que M. Thévenot avoit communiquées à M. de la Hire, & il en avoit fait uſage dans ſes Tables ; M. Couplet à qui ce Manuſcrit paſſa à la mort de M. de la Hire, le communiqua à M. de l'Iſle qui en a une copie ; l'original eſt encore à Cadix, avec les Manuſcrits de M. de Louville & beaucoup d'autres que M. Godin y avoit emportés.

J'y ajoûterai pluſieurs obſervations que M. de l'Iſle a faites à Péterſbourg, où pendant 20 ans il s'eſt occupé des obſervations aſtronomiques, & qu'il a bien voulu me communiquer. Enfin, les miennes, comme les plus récentes, me donneront les élémens actuels de l'orbite de Mercure ; & comparées avec les plus anciennes, elles donneront le mouvement moyen de Mercure & celui de ſon aphélie.

OBSERVATIONS DE VÉNUS.

Années.	Temps vrai à Paris.	Long. observée.	Latitude.	
117	13 Oct. 16h 16′	5s 1° 43′	. . . . .	*Cassini*, 534
129	18 May 16 8	0 10 33	1° 30′ A	
132	8 Mars 4 8	1 1 55	. . . . .	*p.* 536.
134	17 Fév. 16 8	9 12 27	. . . . .	*Ibid.*
136	18 Nov. 4 0	9 12 50	. . . . .	*p.* 537.
136	25 Déc. 4 0	10 20 14	. . . . .	*Ibid.*
138	15 Déc. 14 53	7 6 53	. . . . .	*p.* 538.
140	18 Fév. 4 8	0 14 28	. . . . .	*Ibid.*
140	29 Juil. 16 8	2 18 47	. . . . .	*p.* 539.
1585	24 Sept. 16 33	4 15 58	2 8 A	
Nouv. Style.				
1587	19 Janv. 4 58	11 13 5	1 38 B	*Astr. Refor.*
1587	24 Janv. 4 8	11 16 20	2 29 B	
1587	25 Janv. 3 58	11 16 55	2 39 B	*Ibid.*
1587	3 Mars 5 23	11 16 1	8 56 B	
1587	12 Mars 16 48	11 10 7	8 26 B	
1588	24 Déc. 18 58	7 17 10	3 10 B	
1592	22 Fév. 17 30	9 27 18	. . . . .	*Astron. Phil.*
1590	27 Déc. 19 18	8 20 0	0 27 B	
1594	17 Déc. 5 0	10 22 58	1 7 A	
1594	25 Déc. 4 28	10 21 0	1 16 A	
1600	21 Fév. 20 27	9 38 22		
1601	9 May 8 30	1 19 4		
1610	22 Déc. 3 38	10 17 58	1 29 A	
1616	19 Mars 16 18	10 15 24		

Conjonction de Vénus au Soleil.

Années.	Temps vr. de la conjonction.		Longit. de Vénus.	Latitude géocent.	
1639	4 Déc. 6h 18′½	inf.	8s 12° 31′ 55″	0h 8′ 50″ ou 9′	
1689	25 Juin 13 46	inf.	3 4 53 40	3 1 40 B	
1691	15 Nov. 11 4	sup.	*par M. de la Hire.*	*Anc. Mém. T. X. p.* 250	
1692	3 Sept. 19 7	inf.	5 12 33 0		
1693	25 Juin 17 38	sup.	3 5 5 35	17h 30′½ *sui. M. de la H.*	
1696	1 Sept. 0 58	sup.	5 9 52 55	1 21 20 B	
1698	15 Avr. 22 2	sup.	0 26 50 40		
1699	30 Janv. 7 6	inf.	10 11 14 47	7 36 0 B	
1699	13 Nov. 12 0	sup.	7 21 24 0	0 32 20 B	
1700	2 Sept. 11 20	inf.	5 10 20 20	8 40 15 A	
1705	21 Juin 22 0	inf.	3 0 36 52	2 25 10 A	

Années.	Temps vr. de la conjonction.	Longit. de Vénus.	Latitude géocentr.
1706	14 Avr. 9h 45′ sup.	0s 24° 26′ 30″	1 3 10 A
1707	28 Janv. 18 20 inf.	10 8 47 5	
1708	31 Août 0 30 inf.	5 8 2 0	*M. Cassini, p. 561*
1709	22 Juin 6 0 sup.	3 0 56 30	
1710	10 Avr. 18 7 inf.	0 20 55 0	
1711	27 Janv. 12 52 sup.	10 7 33 51	
1712	28 Août 14 53 sup.	5 5 43 34	
1713	19 Juin 15 15 inf.	2 28 29 35	
1714	12 Avr. 2 0 sup.	0 22 15 38	
1715	26 Janv 8 19 inf.	10 6 22 58	7 10 33 A
1716	28 Août 16 36 inf.	5 5 49 2	8 34 9 A
1718	8 Avr. 10 13 inf.	0 18 42 13	6 57 22 B
1719	10 Nov. 9 17 inf.	7 17 55 34	4 6 18 B
1729	14 Juin 23 56 inf.	2 24 11 16	1 26 53 A
1737	12 Juin 15 43 inf.	2 22 0 30	1 8 12 A
1751	31 Oct. 11 47½ inf.	7 8 13 0	5 23 1 A
1761	5 May 17 51½ inf.	2 15 36 11	0 9 36 A

Digressions de Venus, rapportées par M. Cassini, p. 570.

Années.	Temps de la digression.	Anom. moy.	Dist. de Vénus au ⊙.
1689	4 Sept. 45° 57′ 20″	2s 24° 16′	72432
1690	21 Nov. 47 13 20	2 14 26	72500
1691	5 Avr. 46 0 50	9 20 30	72432
1692	23 Juin 45 23 30	9 13 30	72419
1697	13 Avr. 45 36 0	7 5 20	71905
1697	4 Sept. 45 52 0	2 25 48	72382
1698	21 Nov. 47 14 20	2 15 35	72515
1699	10 Sept. 46 15 0	9 28 18	72532
1705	12 Avr. 45 48 50	7 3 16	71927
1705	28 Août 45 48 0	2 14 10	72479
1706	17 Nov. 47 10 40	2 9 8	72540
1707	9 Avr. 46 19 10	9 27 32	72540
1746	21 Déc. 10 28 30 nœud	10 3 52	17 | *Mem.* 1746.

OBSERVATIONS DE MARS.

Aunées.	Temps moy. à Paris.	Long. héliocentr.	
130	14 Déc. 11h 48′	2s 21° 22′ 50″	*M. Cassini, p. 467.*
135	19 Févr. 4 0	4 29 40 0	*Ibid.*
139	26 May 9 1	8 2 53 0	*Ibid.*
498	1 May 8 20	6 7 51 28	*Bouillaud, p. 327.*
509	13 Juin 8 20	5 9 30 50	*p. 328.*

N. St.	Temps vrai à Paris.	Long. héliocentr.	
1580	28 Nov. 0^h 48′	2ˢ 6° 28′ 35″	*Kepl. de Stella Mar.*
1583	5 Janv. 3 16	3 16 55 30	
1585	9 Févr. 18 32	4 21 36 45	
1587	16 Mars 6 41	5 25 45 30	
1589	24 Avr. 5 41	7 4 23 0	
1591	18 Juin 7 1	8 26 43 0	
1593	4 Sept. 16 45	11 12 16 0	
Selon moi,	14 32	11 12 17 56	
1595	9 Nov. 23 57	1 17 31 40	
1597	23 Déc. 15 12	3 2 28 0	
1600	28 Janv. 13 20	4 8 38 0	

Voyez Kepler, *de Stella Martis* ; Longomontanus, *Astr. Dan.* Bouillaud, *Astr. Phil. p.* 287, 300 ; Riccioli, *Astron. Reform. p.* 316. On y trouve une observation faite 272 ans avant J. C. mais sur laquelle on n'est pas d'accord.

Observations de Mars rapportées dans les Tables de M. Halley, & dans les Élém. d'Astr. de M. Cassini.

Années	Temps moy. à Paris.	Long. hélioc. réd. à l'écliptique.	Anom. moyenne de Mars.
1659	1 Déc. 11^h 42′	2ˢ 9° 51′ 2″	8ˢ 29°
1662	9 Janv. 6 9	3 19 52 14	10 13
1666	18 Mars 12 15	5 28 39 49	1 4
1670	21 Juin 15 47	9 0 46 42	4 10
1672	8 Août 11 33	11 16 56 4	6 14
1674	12 Nov. 17 1	1 21 11 32	8 11
1676	25 Déc. 19 14	3 5 29 55	9 26
1679	30 Janv. 14 59	4 11 27 59	11 8
1681	4 Mars 16 27	5 15 16 16	0 18
1683	10 Avr. 23 40	6 21 39 18	2 0
1685	28 May 1 9	8 7 38 15	3 18
1687	8 Août 1 9	10 15 56 5	5 18
1689	21 Oct. 17 29	0 29 28 52	7 20
1691	11 Déc. 3 15	2 19 53 50	9 9
1694	17 Janv. 4 56	3 28 11 52	10 22
1696	20 Févr. 9 9	5 2 18 4	0 3
1698	26 Mars 18 29	6 7 4 17	1 13
1700	8 May 7 49	7 18 5 16	2 28
1702	8 Juil. 12 59	9 16 10 10	4 23
1704	26 Sept. 10 3	0 3 45 46	6 28
1711	8 Févr. 5 31	4 19 24 6	11 16
1713	13 Mars 13 3	5 23 20 30	0 27
1717	11 Juin 9 29	8 20 38 46	4 0

Années.	Temps moyen à Paris.	Long. hélioc. réd. à l'écliptique.	
1683	11 Avr. 0h 11′	6s 21° 41′ 30″	*M. Cassini, p.* 465.
1691	11 Déc. 3 8	2 19 54 28	*Ibid. p.* 472.
1694	17 Janv. 4 31	3 28 12 0	*Ibid. p.* 474.
1696	20 Fév. 9 15	5 2 18 8	*Ibid p.* 472.
1698	26 Mars 18 0	6 7 4 18	*Ibid p.* 474.
1700	8 May 7 38	7 18 5 0	*Ibid. p.* 472.
1702	8 Juil. 13 2½	9 16 10 23	*Ibid. p.* 474.
1709	4 Janv. 5 54	3 14 18 25	*Ibid. p.* 469.
1713	13 Mars 16 49½	5 23 30 30	*Ibid. p.* 470.
1715	21 Avr. 10 58½	7 1 9 30	*Ibid. p.* 464.
1717	11 Juin 9 10	8 20 37 15	*Ibid. p.* 465.
1730	5 Avr. 7 7	6 15 43 36	*Ibid. p.* 465.

Oppositions observées à Paris depuis quelques années.

Années.	Temps moyen à Paris.	Long. hélioc. réd. à l'écliptique.	Latitude de Mars.
1741	12 Janv. 8h 14′ 23″	3s 22° 49′ 16″	
1743	15 Fév. 19 17 40	4 27 16 32	*Mém. Ac.* 1755.
1745	21 Mars 14 19 17	6 1 34 44	*p.* 218.
1747	1 May 7 3 0	7 10 55 59	
1749	26 Juin 2 6 12	9 4 55 41	
1751	14 Sept. 8 28 0	11 21 35 0	
1753	16 Nov. 10 28 33	1 24 47 24	
1760	7 Mars 17 44 7	5 18 9 8	3° 58′ 57″½ B

Observations de Mars hors de ses oppositions, faites par M. de la Caille, Astron. Fund. *p.* 244.

Années.	Temps vrai à Paris.	Long. hélioc. réd. à l'écliptique.	Latitude de Mars.
1747	14 May 10h 50′ 43″	7s 6° 15′ 20″	0° 0′ 25½ B
1751	13 Sept. 11 8 38	11 21 48 6	5 33 16 A
1753	3 Nov. 9 31 46	1 29 29 38½	0 0 27½ A

OBSERVATIONS DE JUPITER.

Oppositions de Jupiter observées par divers Astronomes.

Années.	Temps vrai à Paris.	Longitude.	
133	15 May 23h 3′	7s 23° 22′ 22″	Ces 3 Observations sont tirées de Ptolémée.
136	1 Sept. 4 10	11 7 47 35	
137	8 Oct. 3 18	0 14 19 0	*M. Cassini, p.* 416.

Années.	Temps vrai à Paris.	Longitude.	Latitude géocentr.
1520	28 Avr. 15^h 56′	7^s 17° 59′ 0″	Ces 3 Observations sont tirées de Copernic.
1526	28 Nov. 1 58	2 15 51 0	
1529	30 Janv. 21 0	4 21 15 50	
1583 V.S.	6 Sept. 17 13	11 23 33 22	1° 34′ 53″ A
1584	13 Oct. 7 20	1 0 22 0	
1585	18 Nov. 0 12	2 6 17 30	0 52 25 A
1586	21 Déc. 16 2	3 10 19 4	0 8 17 B
1588	22 Janv. 8 8	4 12 18 34	0 58 47 B
1589	21 Févr. 0 36	5 12 57 8	1 14 32 B
1590	23 Mars 12 20	6 12 54 30	1 32 6 B
1591	23 Avr. 19 6	7 13 7 20	1 17 10 B
1592	25 May 16 21	8 14 25 1	0 35 56 B
1594	5 Août 5 35	10 22 21 4	1 12 31 A
1595	12 Sept. 1 25	11 28 53 10	1 39 18 A
1596	18 Oct. 8 30	1 5 40 0	1 25 45 A
1607	17 Nov. 11 $\frac{1}{6}$ *dout.*	0 4 10 0	Ces 15 oppos. sont tirées des Observ. de Tycho & de Longomont.
1610	30 Déc. 14 40	3 19 36 0	
1613	1 Mars 22 0	5 21 45 0	
1620 N.S.	7 Nov. 10 0	1 15 58 0	Ces 2 observ. sont de Gassendi, & les 10 suivantes d'Hévélius.
1633	17 Déc. 2 0	2 26 3 20	
1657	26 Déc. 13 40	3 5 54 37	0 9 30 A
1659	27 Janv. 11 18	4 8 8 56	0 48 43 B
1661	28 Mars 16 52	6 8 57 55	1 38 25 B
1666	15 Sept. 23 50	11 23 43 28	1 37 25 A
1667	23 Oct. 8 25	1 0 33 21	1 33 41 A
1671	31 Janv. 18 4	4 12 35 0	0 59 0 B
1672	2 Mars 12 10	5 13 18 13	1 28 27 B
1674	3 May 6 0	7 13 28 43	1 21 17 B
1676	8 Juil. 18 15	9 17 36 18	0 12 21 A
1678	21 Sept. 6 3	11 28 58 41	1 37 10 A

Oppositions de Jupiter observées à Paris. (Voyez M. Cassini, p. 418.).

Années.	Temps vrai à Paris.	Longitude.	Latitude.
1672	2 Mars 9^h 0′	5^s 13° 18′ 0″	
1673	2 Avr. 1 0	6 13 19 0	1° 37′ 15″ B
1683	5 Fév. 5 0	4 17 10 0	
1688	13 Juil. 12 $\frac{1}{4}$ *dout.*	9 22 15 50	
1689	19 Août 19 20	10 27 28 10	
1690	26 Sept. 7 18	0 4 5 40	1 39 40 A
1691	2 Nov. 13 30	1 10 52 0	
1692	6 Déc. 21 36	2 16 24 30	

Années.	Temps vrai à Paris.	Longitude.	Latitude.
1694	9 Janv. 3h 0′	3s 20° 1′ 3″	
1695	9 Févr. 15 3	4 21 43 30	1° 7′ 54″ B
1696	11 Mars 4 28	5 22 8 23	1 34 10 B
1697	10 Avr. 17 32	6 22 1 15	1 35 22 B
1698	12 May 5 46	7 22 20 32	1 9 32 B
1699	14 Juin 10 8	8 23 52 42	0 23 7 B
1700	19 Juil. 16 40	9 27 16 22	0 33 36 A
1701	25 Août 20 34	11 2 42 54	1 20 30 A
1702	2 Oct. 17 29	0 9 28 7	1 38 18 A
1703	8 Nov. 17 33	1 16 8 30	1 16 8 A
1704	12 Déc. 18 50	2 21 26 2	0 28 10 A
1706	14 Janv. 16 2	3 24 40 40	0 29 56 B
1707	14 Fév. 23 2	4 26 6 55	1 13 26 B
1708	16 Mars 9 9	5 26 23 51	1 36 52 B
1709	16 Avr. 0 49	6 26 19 0	1 32 58 B
1710	17 May 18 24	7 26 47 17	1 4 50 B
1711	20 Juin 6 37	8 28 36 0	0 15 50 B
1712	24 Juil. 21 25	10 2 20 10	0 40 25 A
1713	31 Août 6 9	11 8 2 16	1 25 26 A
1714	8 Oct. 0 26	0 14 53 2	1 38 10 A
1715	13 Nov. 20 19	1 21 23 13	1 11 8 A
1716	17 Déc. 12 31	2 26 20 43	0 19 26 A
1718	19 Janv. 1 55	3 29 17 20	0 35 45 B
1719	19 Févr. 4 3	5 0 31 18	1 17 30 B
1720	20 Mars 15 43	6 0 43 19	1 37 33 B
1721	20 Avr. 9 48	7 0 40 3	1 29 32 B
1722	22 May 8 43	8 1 17 41	0 57 15 B
1723	25 Juin 4 0	9 3 21 22	0 7 29 B
1724	30 Juil. 0 28	10 7 19 49	0 50 11 A
1725	5 Sept. 14 44	11 13 18 0	1 31 31 A
1726	13 Oct. 6 0	0 20 4 10	1 37 0 A
1727	18 Nov. 17 39	1 26 4 47	1 5 57 A
1728	22 Déc. 3 9	3 1 8 2	0 12 40 A
1730	23 Janv. 11 5	4 3 49 30	0 41 23 B
1731	23 Fév. 9 56	5 4 53 3	1 21 20 B
1732	24 Mars 22 4	6 5 0 27	1 36 40 B

Voyez les Tables de M. Halley où il y a une suite d'oppositions observées depuis 1658 jusqu'en 1719.

Oppoſitions calculées par M. le Gentil d'après les Regiſtres de l'Obſervatoire. (Mém. Acad. 1754, p. 325.).

Années.	Temps moyen à Paris.	Long. hélioc. réd. à l'écliptique.	Latitude géoc.
1733	24 Avr. 19h 6′ 4″	7s 5° 0′ 27″	1° 26′ 23″ B
1734	26 May 23 38 9	8 5 48 31	
1735	30 Juin 1 38 *dout.*	9 8 7 17	0 0 19 A
1736	4 Août 4 26 26	10 12 22 58	0 53 14 A
1738	18 Oct. 9 51 13*	0 25 18 25	1 33 34 A
1739	23 Nov. 16 4 22	2 1 30 6	0 58 59 A
1740	26 Déc. 18 48 49	3 5 57 13	
1742	27 Janv. 22 2 56*	4 8 25 17	0 49 37 B
1743	27 Fév. 18 23 16*	5 9 18 37	1 25 42 B
1744	29 Mars 5 23 3	6 9 20 44	
1745	29 Avr. 4 52 18*	6 9 22 36	1 22 46 B
1746	31 May 13 1 8*	8 10 16 2	0 45 37 B
1747	4 Juil. 20 2 21	9 12 45 18	0 8 12 B
1748	9 Août 4 32 8	10 17 16 42	1 1 46 A
1749	15 Sept. 21 0 55	11 23 32 16	
1750	23 Oct. 11 11 55*	1 0 26 20	1 31 28 A
1751	28 Nov. 11 56 36*	2 6 29 2	0 51 6 A
1752	31 Déc. 9 54 30	3 10 45 9	0 4 21 B
1754	1 Fév. 8 18 13	4 13 0 16	0 55 10 B
1755	4 Mars 1 53 22	5 13 42 53	

Les ſept oppoſitions marquées par des étoiles, ſont les ſeules où Jupiter ait été comparé à des étoiles fixes.

Oppoſitions de Jupiter calculées par M. Jeaurat d'après ſes Obſervations & celles de quelques autres Aſtronomes de l'Académie.

Années.	Temps moyen à Paris.	Long. hélioc. réd. à l'écliptique.	Latitude hélioc.
1756	2 Avr. 12h 52′ 29″	6s 13° 40′ 34″	1° 18′ 22″ B
1757	3 May 15 13 33	7 13 45 38	1 3 46 B
1758	5 Juin 4 53 0	8 14 49 13	0 29 34 B
1759	9 Juil. 19 3 40	9 17 35 14	0 13 11 A
1760	14 Août 10 3 23	10 22 24 33	0 55 5 A
1761	21 Sept. 6 9 15	11 28 54 10	1 18 6 A
1762	28 Oct. 16 5 17	1 5 44 12	1 9 50 A
1763	3 Déc. 10 38 0	2 11 34 57	0 34 44 A

OBSERVATIONS

OPPOSITIONS DE SATURNE.

Années.	Temps vr. de l'oppos.	Longitude.	Latitude.
127	23 Mars 14h 6′	6s 1° 29′ 0″	} *M. Cassini, Elém. d'Astr. p.* 355.
133	2 Juin 4 36	8 9 48 ½ 0	
136	8 Juil. 1 10	9 14 18 0	
1582 v.st.	20 Août 23 12	11 7 27 47	2° 1′ 53″ A
1583	4 Sept. 21 40 ⅙	11 19 49 ½ *dout.*	2 22 36 A
1584	15 Sept. 6 30	0 2 34 0	
1585	28 Sept. 18 0	0 15 44 *dout.*	
1586	12 Oct. 9 0	0 29 6 5	2 45 32 A
1587	26 Oct. 7 0	1 12 49 44	2 21 38 A
1588	8 Nov. 8 32	1 26 47 30	
1589	22 Nov. 12 18	2 10 54 10	1 52 11 A
1590	6 Déc. 19 40	2 25 14 ⅙ *dout.*	
1591	20 Déc. 22 14	3 9 23 14	0 20 53 A
1593	3 Janv. 1 20	3 23 32 0	0 13 16 B
1594	17 Janv. 3 0	4 7 30 0	0 45 52 B
1595	30 Janv. 23 0	4 21 15 0	
1596	13 Févr. 10 28	5 4 38 12	1 57 23 B
1597	25 Févr. 19 0	5 17 45 30	2 22 35 B
1598	10 Mars 23 0	6 0 33 35	
1599	23 Mars 18 40	6 13 0 0	
1608 n.st.	19 Juil. 3 0	9 26 53 0	} Ces Observations sont de Longomontanus. *Astron. reform.*
1609	31 Juil. 13 0	10 8 31 0	
1610	12 Août 12 0	10 20 10 0	
1611	25 Août 16 0	11 2 12 0	
1642	13 Sept. 11 25	11 21 37 27	} Ces Observations sont du P. Riccioli. *Mém. Ac.* 1746. *M. Cassini, p.* 356.
1642	28 Sept. 8 45	11 22 1 50	
1644	9 Oct. 19 12	0 17 38 0	
1647	20 Nov. 6 50	7 28 24 25	
1654	10 Fév. 19 0	4 22 54 0	} Ces 2 Observ. furent faites par Muti à Majorque.
1657	21 Mars 23 0	6 2 18 0	
1657	22 Mars 9 29 ½	6 2 11 5	*Mém. Ac.* 1746.
1658	3 Avr. 17 13	6 14 35 28	2 46 18 B
1659	16 Avr. 10 11	6 26 47 52	2 46 53 B
1660	27 Avr. 22 48	7 8 41 32	2 42 42 B
1661	10 May 6 2	7 20 22 24	2 26 30 B
1662	22 May 11 0	8 1 52 20	2 7 39 B
1664	14 Juin 13 4	8 24 27 27	
1665	26 Juin 15 23	9 5 43 51	0 47 27 B
1670	27 Août 7 20	10 3 44 ½ *dout.*	1 55 52 A

Années.	Temps vr. de l'oppoſ.	Longitude.	Latitude.
1671	8 Sept. 8h 56′	11s 16° 5′ 0″	2° 18′ 13″ A
1672	20 Sept. 12 39	11 28 42 22	2 35 13 A
1673	3 Oct. 21 4	0 11 37 8	2 45 18 A
1674	17 Oct. 12 0	0 24 52 40	2 47 51 A
1675	30 Oct. 7 10	1 8 28 0	2 39 14 A
1676	13 Nov. 7 36	1 22 19 40	2 22 15 A
1683	4 Fév. 23 32	4 16 57 15	1 15 58 B

Les 15 Oppoſitions précédentes furent obſervées par Hévélius à Dantzic. On trouvera dans les Tables de M. Halley une ſuite d'Oppoſitions de Saturne calculées par cet Auteur, avec l'erreur de ſes Tables, depuis 1657 juſqu'en 1719.

Oppoſitions de Saturne obſervées à Paris.

Années.	Temps vr. de l'oppoſ.	Longitude.	Latitude.
1685	3 Mars 4h 0′	5s 13° 48′ 40″	2° 13′ 45″ B
1686	16 Mars 10 28	5 26 47 6	2 34 3 B
1687	29 Mars 11 11	6 9 25 26	2 44 35 B
1688	10 Avr. 6 26	6 21 44 40	2 48 15 B
1689	22 Avr. 21 34	7 3 48 53	2 45 4 B
1690	5 May 7 13	7 15 35 19	2 32 19 B
1691	17 May 13 45	7 27 10 30	2 15 35 B
1692	28 May 17 15	8 8 35 0	1 54 27 B
1693	9 Juin 19 32	8 19 54 41	1 27 7 B
1694	21 Juin 19 30	9 1 6 40	*douteuſe*
1695	3 Juil. 23 45	9 12 29 52	0 25 14 B
1696	15 Juil. 3 32	9 23 51 26	0 7 16 A
1697	27 Juil. 9 43	10 5 20 15	0 40 56 A
1698	8 Août 19 8	10 16 59 0	1 13 36 A
1699	21 Août 8 54	10 28 50 50	1 39 44 A
1700	3 Sept. 3 14	11 10 57 40	2 7 30 A
1701	16 Sept. 2 0	11 23 21 16	2 27 45 A
1702	29 Sept. 8 51	0 6 9 30	2 41 5 A
1703	12 Oct. 20 12	0 19 14 21	2 48 15 A
1704	25 Oct. 11 48	1 2 36 23	2 45 38 A
1705	8 Nov. 9 40	1 16 18 35	2 32 25 A
1706	22 Nov. 10 37	2 0 16 23	2 10 53 A
1707	6 Déc. 15 3	2 14 24 27	1 40 9 A
1708	19 Déc. 19 26	2 28 37 11	1 4 0 A
1710	2 Janv, 23 47	3 12 50 16	0 25 24 A
1711	17 Janv. 1 4	3 26 54 36	0 16 26 B
1712	31 Janv. 0 6	4 10 51 12	0 56 20 B
1713	12 Févr. 19 4	4 24 33 34	1 32 10 B
1714	26 Fév. 8 15	5 7 56 46	2 3 0 B

Années	Temps vr. de l'oppoſ.	Longitude.	Latitude.
1715	11 Mars 16h 55′	5s 21° 3′ 14″	2 25 0 B
1716	23 Mars 19 4	6 3 48 1	2 40 34 B
1717	5 Avr. 16 27	6 16 13 56	2 47 40 B
1718	18 Avr. 8 45	6 28 24 13	2 46 36 B
1719	30 Avr. 20 15	7 10 17 42	2 39 15 B
1720	12 May 4 39	7 21 59 13	2 24 30 B
1721	24 May 9 17	8 3 28 12	2 4 20 B
1722	5 Juin 13 9	8 14 52 3	1 36 30 B
1723	17 Juin 15 53	8 26 12 6	1 12 15 B
1724	28 Juin 17 53	9 7 29 35	0 39 0 B
1725	10 Juil. 21 6	9 18 49 40	0 7 5 B
1726	23 Juil. 1 42	10 0 13 33	0 25 20 A
1727	4 Août 9 54	10 11 48 7	0 58 15 A
1728	15 Août 22 50	10 23 36 50	1 29 32 A
1729	28 Août 14 18	11 5 35 2	1 56 20 A
1730	10 Sept. 12 27	11 17 53 57	2 19 6 A
1731	23 Sept. 15 51	0 0 30 50	2 36 55 A
1732	6 Oct. 0 26	0 13 27 20	2 47 0 A

Les Obſervations précédentes ſont tirées des Elémens d'Aſtronomie de M. Caſſini : les 8 ſuivantes ſont celles dont M. le Monnier a fait uſage dans ſes Recherches ſur Saturne, & qu'il a diſcutées avec le plus grand ſoin ; quoiqu'elles ne ſoient pas toutes en oppoſitions, ce ſont néanmoins des longitudes héliocentriques.

Années.	Temps moy. à Paris.	Longitude.	
1686	16 Mars 11h 10′ 30″	5s 26° 46′ 38″	*Mém. Ac.* 1746. *p.* 217.
1672	21 Sept. 8 40 30	11 28 44 0	*Ibid. p.* 215.
1583	4 Sept. 8 33 15	11 19 55 28	*Ibid. p.* 699.
1598	13 Mars 11 9 30	6 0 39 10	*Ibid. p.* 222.
1701	16 Sept. 11 57 0	11 23 24 44	*Ibid. p.* 704.
1702	6 Oct. 11 33 55	0 6 22 51	*Ibid. p.* 709.
1716	17 Mars 12 37 16	6 3 33 33	*Ibid. p.* 219. 695.
1731	23 Sept. 8 40 30	0 0 29 5	*Ibid. p.* 215.

Années.	Temps moyen à Paris.	Longitude.	Latitude.
1733	19 Oct. 15h 42′ 39″	0s 26° 45′ 26″	*Mém. Ac.* 1754.
1734	2 Nov. 10 46 0	1 10 18 50	*p.* 330.
1735	16 Nov. 12 6 18	1 24 10 53	
1737	13 Déc. 19 31 15	2 22 27 31	1° 21′ 40″
1738	28 Déc. 1 6 42	3 6 42 55	0 55 21
1740	11 Janv. 4 57 17	3 20 54 9	
1741	24 Janv. 5 33 57	4 4 55 12	0 38 38
1742	7 Févr. 3 3 18	4 18 44 22	1 18 5
1743	20 Févr. 18 23 38	5 2 16 56	1 50 24
1744	5 Mars 4 41 42	5 15 30 4	

Années.	Temps moyen à Paris.	Longitude.	Latitude.
1745	18 Mars 10h 43′ 23″	5s 28° 26′ 58″	2 34 16
1746	31 Mars 10 50 31	6 11 3 44	2 44 43
1747	13 Avr. 5 49 15	6 23 22 33	2 47 0
1748	24 Avr. 20 2 0	7 5 24 42	2 42 21
1749	7 May 6 8 17	7 17 12 31	2 30 43
1750	19 May 13 8 19	7 28 47 52	2 13 24
1751	31 May 17 6 55	8 10 14 46	1 50 15
1752	11 Juin 20 0 32	8 21 35 41	1 23 29
1753	23 Juin 22 17 24	9 2 53 49	0 53 28
1754	6 Juil. 1 10 57	9 14 13 0	
1755	18 Juil. 4 55 37	9 25 35 21	0 10 34 hélioc.

Les observations précédentes sont tirées en partie des Calculs de M. le Gentil, (*Mém. Acad.* 1754.), & en partie de ceux de M. de la Caille.

Années.	Temps moyen à Paris.	Long. hélioc. réd. à l'écliptique.	Latitude hélioc.
1756	29 Juil. 11h 56′ 19″	10s 7° 5′ 59″	0 40 8 A
1757	10 Août 22 17 14	10 18 46 51	1 8 38
1758	23 Août 12 25 30	11 0 40 44	1 35 47
1759	5 Sept. 7 30 8	11 12 50 24	1 56 48
1760	17 Sept. 8 10 42	11 25 18 07	2 30 16 géoc. 2 14 15 hélioc.
1761	30 Sept. 14 7 7	0 8 4 21	2 42 58 géoc. 2 25 0 hélioc.
1762	14 Oct. 1 25 5	0 21 9 53	2 29 40
1763	27 Oct. 18 14 20	1 4 34 49	2 43 20 géoc.

Les oppositions de 1760 & 1761 sont tirées des Observations de M. de la Caille qui s'étoit contenté de donner la latitude géocentrique observée ; cinq autres ont été calculées par M. Jeaurat, qui en a déduit la latitude héliocentrique pour la commodité des Astronomes ; & j'ai observé la derniere avec un très-grand soin, pour servir de vérification à ce que j'ai dit des dérangemens singuliers de Saturne, (art. 858).

LIVRE SEPTIEME.

DE LA LUNE.

1074. LA LUNE eſt après le Soleil le plus remarquable de tous les aſtres, & ſi nous avons différé juſqu'ici d'en parler, c'eſt parce que les détails des Livres précédens devoient ſervir d'introduction à celui-ci.

Les premiers Peuples du monde ſe ſervirent de la lune pour compter les temps ; il n'y avoit dans le ciel aucun ſignal dont les différences, les alternatives & les époques fuſſent plus remarquables ; il eſt probable que tous ces peuples avoient puiſé dans la plus haute Antiquité, & comme dans la ſource commune du genre humain, ou dans un inſtinct également naturel à tous, cette maniere de diſtribuer leurs exercices & de fixer leurs aſſemblées par le moyen de la lune, (*Spect. de la Nat. T. IV. p.* 302.).

Phaſes de la Lune.

1075. Les premiers phénomenes que les hommes apperçurent dans le mouvement de la lune, furent les changemens de figure que nous appellons ſes *phaſes*. * Après avoir diſparu pendant quelques jours elle commence à ſe montrer le ſoir du côté de l'occident peu après le coucher du ſoleil ſous la forme d'un filet de lumiere ou d'un croiſſant dont la lumiere eſt foible, parce qu'elle eſt diminuée par l'éclat du crépuſcule. Hévélius n'a jamais obſervé la lune plûtot que 40 heures après ſa conjonction, ou 27 heures avant (*Selenog. p.* 276 & 408) ; mais il ajoûte que ſi la lune avoit eu alors une déclinaiſon plus ſeptentrionale étant périgée & dans les ſignes aſcendants, on auroit pu la voir 24 heures après la conjonction ; mais cette circonſtance eſt fort rare, on n'apperçoit guere la lune que le troiſiéme jour après ſa conjonction ; quoique Kepler ait dit qu'on pouvoit voir la lune, même en conjonction, lorſque ſa latitude eſt de

* Φάσις, *apparitio*, *à* Φαίνω, *appareo* ; parce que ce ſont les différentes manieres dont la Lune paroît.

5 degrés (*Aſtr. Pars Opt. Cap. 6 Sec.* 11). Le lendemain on voit la lune à pareille heure plus élevée au-deſſus de l'horiſon & par conſéquent plus éloignée du ſoleil. Son croiſſant eſt plus fort, on la voit plus aiſément & plus long-temps; chaque jour ce progrès augmente, la lune s'éloigne du ſoleil en avançant vers l'orient, ſa lumiere ſe fortifie & vers le ſixiéme jour elle paroît exactement ſous la figure d'un demi-cercle, on dit qu'elle eſt alors dans ſon PREMIER QUARTIER.

Premier Quartier.

Après avoir paru ſous la forme d'un demi-cercle lumineux, la lune continue de s'éloigner du ſoleil & d'augmenter en lumiere pendant 8 jours, elle paroît alors tout-à-fait circulaire; ſon diſque entier & lumineux brille pendant toute la nuit & c'eſt le jour de la PLEINE LUNE, ou de l'oppoſition: on la voit paſſer au méridien à minuit & ſe coucher dès que le ſoleil s'éléve, tout annonce alors qu'elle eſt directement oppoſée au ſoleil par rapport à nous.

Pleine Lune.

1076. Après la pleine lune arrive le décours, qui donne les mêmes phaſes & les mêmes figures que nous venons d'indiquer en parlant de l'accroiſſement de la lune; elle eſt d'abord ovale, puis *dichotome* * ou ſous la forme d'un demi-cercle, & c'eſt le DERNIER QUARTIER.

Dernier Quartier.

Bientôt le demi-cercle de lumiere diminue & prend la forme d'un croiſſant qui devient chaque jour plus étroit, & dont les cornes ſont toujours du côté le plus éloigné du ſoleil; la lune alors ſe trouve avoir fait le tour du ciel, & ſe rapproche du ſoleil; on la voit ſe lever le matin un peu avant le ſoleil, dans la même forme qu'elle avoit le premier jour de l'obſervation; (1075) elle ſe rapproche du ſoleil & ſe perd enfin dans ſes rayons, c'eſt ce qu'on appelle la NOUVELLE LUNE, ou la conjonction.

Nouvelle Lune.

1077. La meſure la plus naturelle du temps fut celle que préſentoient les phaſes de la lune, en changeant tous les jours d'une maniere ſenſible le lieu de ſon lever & de ſon coucher, en variant ſans ceſſe de figure & recommençant enſuite un nouvel ordre de changemens tous ſemblables, elle offroit une régle publique & des nombres faciles,

* Δίκερος, *bicornis*, Τόμος, *fruſtum ſectione ablatum.*

ſans le ſecours de l'écriture, des calculs, des dates, des almanachs; les peuples trouvoient dans le ciel un avertiſſement perpétuel de ce qu'ils avoient à faire; les familles des enfans de Noë les plus diſperſées dans les pleines de Sennaar, ſe réuniſſoient ſans mépriſe au terme convenu de quelque phaſe de la lune.

Fête de la Néoménie.

1078. LA NÉOMÉNIE * ſervit à régler les exercices publics, les aſſemblées, les ſacrifices; ce culte & ces fêtes n'avoient pas la lune pour objet, mais pour indication; on comptoit la lune du jour qu'on commençoit à l'appercevoir. Pour la découvrir aiſément on s'aſſembloit le ſoir ſur les hauteurs; quand le croiſſant avoit été vû on célébroit la néoménie ou le ſacrifice du nouveau mois qui étoit ſuivi de fêtes ou de repas. Les nouvelles lunes qui concouroient avec le renouvellement des quatre ſaiſons, & auxquelles on a ſubſtitué nos *Quatre temps*, étoient les plus ſolemnelles. Voy. *Caſali de comparatione rituum Chriſt. & Pagan.*

On retrouve dans les hiſtoires de tous les peuples du monde cette coutume de ſe réunir ſur les hauts lieux ou dans les déſerts, d'obſerver la nouvelle phaſe, de célébrer la néoménie par des ſacrifices ou des prieres; la ſolemnité particuliere de la nouvelle lune qui concouroit avec les ſemailles ou qui ſuivoit l'entiere récolte des biens de la terre, ſe trouve dans toutes les hiſtoires; les Hébreux, les Egyptiens, les Arabes, les Grecs, les Romains, les Gaulois & même les Américains étoient dans cet uſage. *Voyez M.* Goguet *Tome 2 pag. 92.*

Eclipſes de Soleil cauſées par la Lune.

1079. On dut remarquer naturellement que les éclipſes de ſoleil qui arrivent au moins tous les 4 à 5 ans, arrivent entre le dernier croiſſant d'un cours de lune fini & la premiere phaſe d'une nouvelle lune, c'eſt-à-dire, entre le temps où la lune s'approche le plus du ſoleil & celui où elle commence à s'en éloigner; on voit alors ſur le ſoleil un corps rond & parfaitement noir, on le voit ſe gliſſer peu à peu devant le diſque du ſoleil & en intercepter la lumiere, du moins en partie, quelquefois en entier: les premiers ob-

* Νέος, *novus*, Μήν, *Luna.*

ſervateurs virent bien que ce corps obſcur ne pouvoit être autre choſe que celui de la lune qu'on avoit vû les jours précédens s'avancer de plus en plus vers le ſoleil, & qu'on voyoit enſuite un ou deux jours après ſe placer de l'autre côté du ſoleil, & s'en éloigner avec la même vîteſſe.

Opacité de la Lune.

1080. La lune après avoir intercepté la lumiere du ſoleil en plein jour paroiſſoit abſolument noire & opaque; on comprit par-là qu'elle ne brilloit qu'autant qu'elle étoit éclairée; le côté qu'elle tournoit vers nous dans le temps d'une éclipſe de ſoleil ne pouvant recevoir aucune lumiere du ſoleil, ne nous en rendoit aucune. C'eſt ainſi que les premiers bergers durent comprendre que la lune étoit un globe maſſif, opaque, qui ne renvoyoit vers nous les rayons tombés ſur ſa ſurface que parce qu'ils ne la peuvent traverſer, & qui n'étoit lumineux que lorſqu'il étoit éclairé par le ſoleil; on voyoit d'ailleurs que la lune n'étoit jamais plus lumineuſe & plus reſplendiſſante que quand elle étoit oppoſée au ſoleil, de maniere à nous réfléchir toute la lumiere que le ſoleil envoyoit ſur ſa ſurface ou ſur ſon diſque, preuve qu'elle ne renvoyoit vers nous qu'une lumiere empruntée.

Eclipſes de Lune.

1081. Quatorze ou quinze jours après une éclipſe de ſoleil on voit quelquefois une éclipſe de lune. Avant le commencement de cette éclipſe la lune étoit pleine, ronde, lumineuſe & oppoſée au ſoleil, elle ſe levoit le ſoir au coucher même du ſoleil, elle paſſoit toute la nuit ſur l'horiſon & ſe couchoit le matin au ſoleil levant; c'eſt le temps de l'OPPOSITION ou de la PLEINE LUNE, (1075).

Lunaiſon.

1082. Il ſe paſſe à peu-près 29 jours & demi d'une nouvelle lune à l'autre, c'eſt une obſervation facile, & les premiers paſteurs ne manquerent pas de la faire; c'eſt ce qu'on appelle un *mois lunaire*, *mois ſynodique*, ou LUNAISON, nous en verrons bien-tôt une détermination plus exacte (1103).

Explication des Phaſes.

1083. La lune eſt un corps opaque & qui n'a point de lumiere par elle-même, cela eſt démontré par les éclipſes; la lune nous cache le ſoleil lorſqu'elle paſſe devant lui, & le cache de maniere à nous jetter dans les plus profondes ténebres

ténebres, comme cela eſt arrivé à Paris en 1706 & en 1724.

Le ſoleil éclairant toujours la moitié du diſque lunaire, nous ne pouvons voir la lune pleine que quand nous appercevons cette moitié éclairée, & que nous l'appercevons toute entiere; ſi nous ſommes placés de côté, enſorte que nous ne puiſſions voir que la moitié de la partie éclairée, c'eſt-à-dire, de l'hémiſphère expoſé au ſoleil, nous ne verrons qu'un demi-cercle de lumiere, la lune paroîtra en quartier: telle eſt la cauſe des phaſes de la lune.

Hémiſphère éclairé & hémiſphère viſible.

Fig. 80.

1084. Soit *S* le ſoleil, (*Fig.* 80) *T* la terre autour de laquelle tourne la lune dans ſon orbite, *EO* le globe de la lune placé entre la terre & le ſoleil, c'eſt-à-dire, en CONJONCTION au temps de la nouvelle lune; alors la partie *E* eſt ſeule éclairée du ſoleil; au contraire la partie *O* eſt la ſeule viſible pour nous: ainſi *l'hémiſphère éclairé* eſt préciment celui que nous ne voyons point, & *l'hémiſphère viſible* eſt celui qui n'eſt point éclairé du ſoleil, telle eſt la cauſe qui rend alors la lune inviſible pour nous.

Au contraire, quand la lune eſt oppoſée au ſoleil, l'hémiſphère éclairé *L* eſt préciſément celui que nous voyons, parce que nous ſommes placés du même côté que le flambeau qui l'éclaire; il n'y a rien de perdu pour nous de la lumiere que la lune répand, & ſon diſque viſible eſt le même que ſon diſque éclairé; c'eſt pourquoi la lune nous paroît pleine, c'eſt-à-dire, ronde & lumineuſe quand elle eſt en OPPOSITION.

Quand la lune eſt éloignée de 90 degrés du ſoleil, c'eſt-à-dire, à moitié chemin de *O* en *L* ou de la *conjonction* à *l'oppoſition*, l'hémiſphère viſible eſt *AQZ*, l'hémiſphère éclairé par le ſoleil eſt *MZQ*; ainſi nous ne voyons que la moitié de l'hémiſphère éclairé, c'eſt-à-dire, nous ne voyons qu'un demi-cercle de lumiere, tel qu'il eſt repréſenté ſéparément en *N*, la rondeur lumineuſe étant toujours du côté du ſoleil.

Des Octans.

1085. Si la lune eſt à 45 degrés du ſoleil, c'eſt-à-dire, dans ſon PREMIER OCTANT; la partie éclairée eſt *CDF*, la partie viſible eſt *BCD*; ainſi il n'y a de viſible pour nous que la partie *CD* de l'hémiſphère éclairé: alors la lune pa-

roît ſous la forme d'un croiſſant, tel qu'on le voit en *G*; nous ne voyons d'éclairé que la huitiéme partie de la ſurface du globe lunaire, & la lune eſt éloignée du ſoleil de la huitiéme partie d'un cercle : c'eſt ce qui a fait appeller cette phaſe un *octant*.

Dans le SECOND OCTANT l'hémiſphère viſible eſt *HIK*, l'hémiſphère éclairé par le ſoleil eſt *IKP*; ainſi il ne manque à notre vûe que la petite portion *IH* pour que nous puiſſions voir la partie éclairée toute entiere; nous verrons alors plus de la moitié du diſque lunaire, & la lune paroîtra ſous la forme *R*.

Le troiſiéme octant *V* qui arrive 45 degrés au-delà de l'oppoſition, eſt ſemblable au ſecond octant; & le quatriéme octant *X* eſt pareil au premier.

Calcul de la portion éclairée.

1086. Pour calculer la portion lumineuſe & viſible du diſque lunaire, ſoit *S* le ſoleil (*Fig.* 81), *T* le centre de la terre, *C* le centre de la lune, *AE* le diamétre de la lune, perpendiculaire au rayon du ſoleil & qui ſépare la portion éclairée *ANE*, de la portion obſcure *ADE*; le diamétre lunaire *ND* perpendiculaire au rayon *TC* de la terre, ſépare la partie viſible *DAN* de la partie inviſible *DEN*; on abaiſſera de l'extrémité *A* du diamétre lumineux une perpendiculaire *AB* ſur le diamétre viſible de la lune, & la ligne *NB* ſera la largeur de la partie viſible de l'hémiſphère lumineux; en effet, de tout l'hémiſphère lumineux *ANE* il n'y a que la partie *AN* qui ſoit compriſe dans l'hémiſphère viſible *DAN*, & l'arc *AN* ne peut paroître à nos yeux que de la largeur *BN*: par la même raiſon que le demi-cercle entier *NAD* ne paroît que comme un ſimple diamétre *NBD*, & qu'un hémiſphère entier ne paroît que comme un cercle ou un plan dont il eſt la projection; c'eſt ce que l'on verra plus au long dans le Xe. Livre où nous parlerons des projections dans les éclipſes. La portion *NB* du diamétre viſible *NBCD*, eſt le ſinus verſe de l'arc *NA*; l'arc *NA* ou l'angle *NCA* eſt égal à l'angle de l'élongation *CTF* (qui eſt la diſtance de la lune au ſoleil; car la ligne *TF* eſt ſuppoſée parallele à la ligne *CS* à cauſe de la diſtance prodigieuſe du ſoleil); il ſuffit pour s'en convaincre d'ob-

Fig. 81.

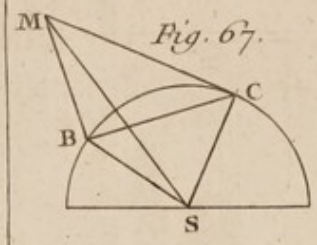


Fig. 67.

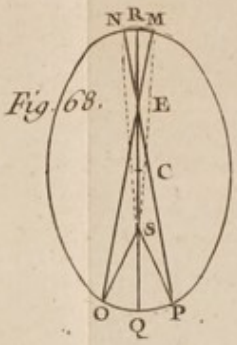


Fig. 68.

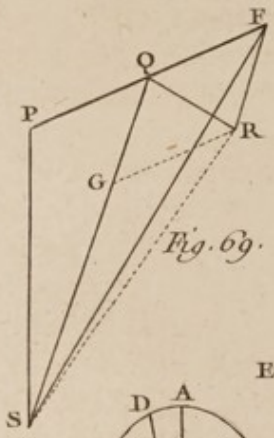


Fig. 69.

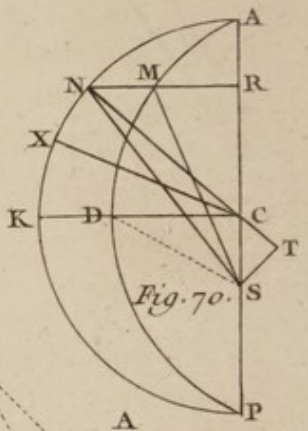


Fig. 70.

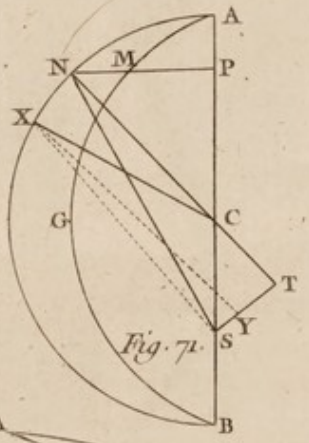


Fig. 71.

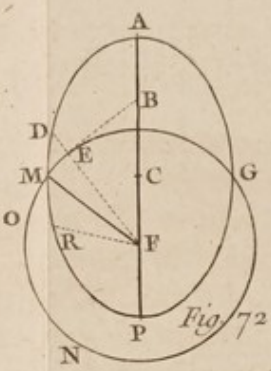


Fig. 72.

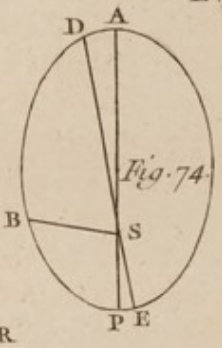


Fig. 74.

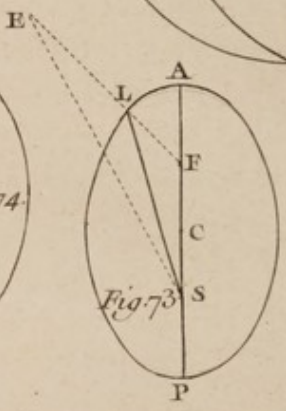


Fig. 73.

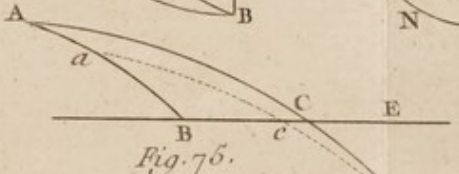


Fig. 75.

Fig. 76.

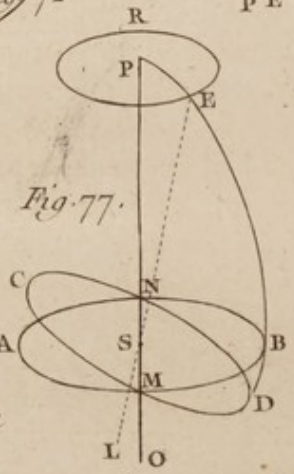


Fig. 77.

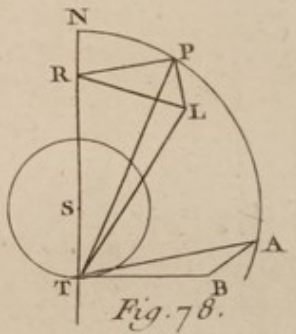


Fig. 78.

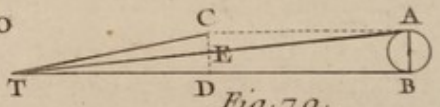


Fig. 79.

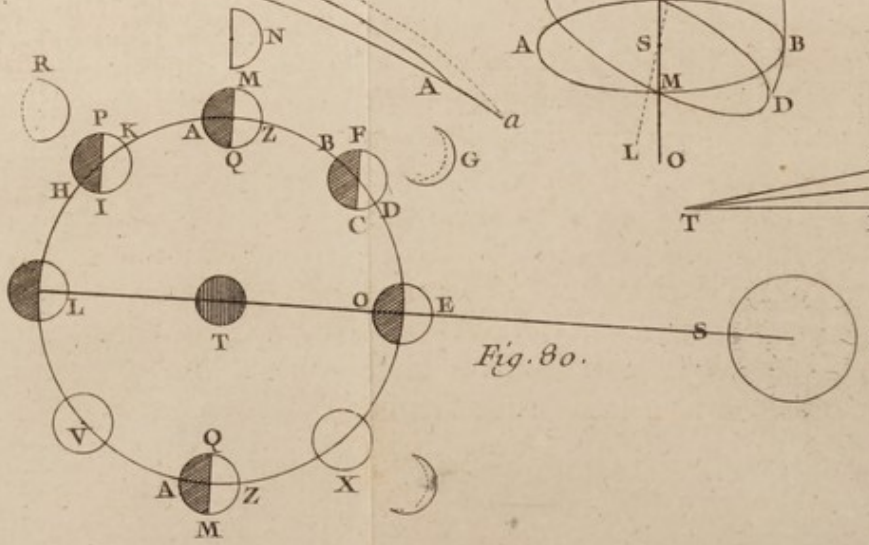


Fig. 80.

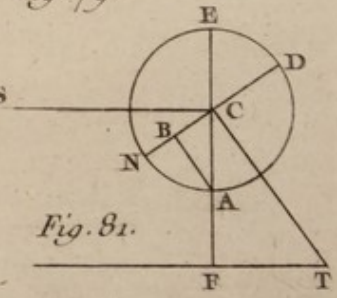


Fig. 81.

ſerver que l'angle *NCA* eſt le complément de l'angle *FCT*, à cauſe de l'angle droit *NCT*; mais l'angle *FCT* eſt le complément de l'angle *FTC* à cauſe du triangle rectangle *CFT*; donc l'angle *NCA* eſt la même choſe que l'angle *FTC*; donc dans les différentes phaſes de la lune *la largeur du ſegment lumineux de la lune, eſt égale au ſinus verſe de l'angle d'élongation*, en prenant pour rayon le rayon même du diſque de la lune, ou la diſtance des cornes du croiſſant. Par exemple, quand la lune quatre à cinq jours après ſa conjonction, eſt à 60 degrés du ſoleil, ſa partie lumineuſe *NB* eſt la moitié du rayon *NC* ou le quart du diamétre entier *NB* de la lune, parce que le ſinus verſe de 60 degrés dans un cercle quelconque eſt la moitié du rayon de ce cercle. Si le diſque lunaire eſt exprimé par un cercle *GNH* (*Fig.* 83), *C* le centre, *NB* égal à la moitié du rayon *CN*, on aura *GNHBG* pour la grandeur & pour la figure du croiſſant de la lune, à 60 degrés d'élongation. Meſure de la planete lumineuſe. *Fig.* 83.

1087. Les réflexions précédentes font voir que ce n'eſt pas exactement le ſinus verſe de l'élongation, mais plûtot le ſinus verſe de l'angle extérieur formé au centre de la lune; en effet, nous avons ſuppoſé dans la démonſtration précédente, que les lignes *CS* & *TF* menées au ſoleil, ſoit de la terre, ſoit de la lune, étoient ſenſiblement paralleles; cela n'eſt vrai qu'à cauſe de la grande diſtance du ſoleil qui eſt 360 fois plus loin de nous que la lune. (*Voyez Livre IX*); mais ſi les rayons *ST* & *SV* (*Fig.* 82) ne ſont pas paralleles, on aura l'angle extérieur *TVO* du triangle *SVT* égal à l'angle *NVA*: or la partie éclairée & viſible *NB* eſt égale au ſinus verſe de l'angle *NVA*, donc la largeur de la partie éclairée & viſible d'une planete eſt à ſon diamétre entier, comme le ſinus verſe de l'angle extérieur du triangle formé au ſoleil, à la terre & à la planete, eſt au diamétre du cercle. *Fig.* 82. Régle plus générale.

1088. Il nous reſte à démontrer que la courbure *GBH* (*Fig.* 85) qui forme l'intérieur du croiſſant eſt une *ellipſe*, dont le grand axe *GH* eſt égal au diamétre même du diſque lunaire: pour cela nous nous contenterons d'obſerver que *GBH* eſt la circonférence du cercle *terminateur* *Fig.* 85.

de la lumiere & de l'ombre, du cercle qui ſépare l'hémiſphère éclairé de l'hémiſphère obſcur de la lune ; ce demi-cercle eſt vû de côté ſous un angle qui eſt le complément de l'angle d'élongation, c'étoit l'angle *ACT* (*Fig.* 81) : or un cercle vû obliquement paroît toujours ſous la forme d'une ellipſe, comme on le verra dans le Xe Livre ; donc *GBH* eſt le contour d'une ellipſe.

Quantités négligées.

1089. J'ai négligé dans les articles précédens la petite erreur qui peut provenir de ce que les rayons menés du ſoleil à la lune & de la lune à la terre, ne ſont pas exactement paralleles entr'eux ; mais l'erreur n'allant jamais à un quart de degré, eſt inſenſible dans ces ſortes de calculs: j'ai négligé de même la différence entre les groſſeurs du ſoleil, de la terre & de la lune, qui fait que le ſoleil éclaire toujours plus de la moitié du globe de la lune, & que nous en voyons auſſi un peu plus de la moitié ; mais la différence ne va qu'à un degré de la circonférence de la lune de chaque côté, l'erreur qui en réſulte ſur le diamétre apparent de la lune, ne va pas à un quinzieme de ſeconde : car le ſinus verſe d'un arc de 15 minutes, 0, 0000095 n'eſt pas la cent millieme partie du rayon ; ainſi nous n'inſiſterons point là-deſſus.

Lumiere cendrée.

1090. On voit diſtinctement après la nouvelle lune que le croiſſant qui en fait la partie la plus lumineuſe, eſt accompagné d'une lumiere foible répandue ſur le reſte du diſque ; on entrevoit alors toute la rondeur de la lune ; & c'eſt ce qu'on appelle LA LUMIERE CENDRÉE.

La terre réfléchit la lumiere du ſoleil vers la lune, comme la lune la réfléchit vers la terre : quand la lune eſt en conjonction, la terre eſt pour elle en oppoſition ; c'eſt proprement pleine terre pour la lune, comme dit Hévélius, & la clarté que la terre répand ſur la lune eſt telle que la lune peut encore nous la réfléchir ; ainſi nous appercevrions la lune entiere lorſqu'elle eſt en conjonction, ſi le ſoleil que nous voyons en même temps n'abſorboit entiérement cette lueur terreſtre refléchie ſur le globe lunaire, & n'empêchoit de voir la lune.

1091. Les Anciens eurent beaucoup de peine à expli-

quer la cauſe de cette lumiere ; les uns l'attribuoient à la lune même, ou tranſparente, ou phoſphorique. Tycho l'attribuoit à la lumiere de Vénus ; d'autres aux étoiles fixes. (*Ricc. Alm.* 1. 199. (Mœſtlinus fut le premier qui découvrit la véritable cauſe de cette lumiere cendrée. (*Weidler Hiſt. Aſtr. pag.* 396) ; Galilée en donna enſuite la même explication. (*Nunc. Syd. pag.* 28), & ce ſentiment a été généralement adopté comme une choſe de la derniere évidence. (Kepl. *Opt. pag.* 254. Hevel. *Selenog.* 288, 400).

1092. Cette lumiere paroît beaucoup plus vive quand on ſe place près d'un mur, de maniere à ne point voir la partie lumineuſe de la lune qui efface un peu la lumiere cendrée ; elle eſt ſuffiſante alors pour nous faire diſtinguer les grandes taches de la lune, telles que la mer des criſes, ſurtout vers le 3e. jour de la lune, & le matin aux environs de l'équinoxe du printems.

1093. La lumiere de la lune n'eſt accompagnée d'aucune chaleur ; M. de la Hire le fils expoſa le miroir concave de l'Obſervatoire qui a 35 pouces de diamétre aux rayons de la pleine lune, lorſqu'elle paſſoit au méridien dans le mois d'Oct. 1705, & il raſſembla ces rayons dans un eſpace 306 fois plus petit que dans l'état naturel : cependant cette lumiere concentrée ne produiſit pas le moindre effet ſur le thermométre de M. Amontons, qui étoit très-ſenſible ; (*Hiſt. de l'Ac.* 1699 *pag.* 94 *Mém. Acad.* 1705 *pag.* 346). Lumiere de la Lune.

1094. M. Bouguer a trouvé par expérience que la lumiere de la lune eſt 300 mille fois moindre que celle du ſoleil, & cela en les comparant l'un & l'autre avec la lumiere d'une bougie placée dans l'obſcurité. (*Tr. d'Opt. ſur la gradat. de la lumiere in*-4°, 1760 *pag.* 89).

DE LA RÉVOLUTION DE LA LUNE.

1095. Les plus anciens Philoſophes comprirent d'abord que la lune tournoit chaque mois tout autour de la terre, qu'elle en étoit la compagne ; &, comme nous diſons actuellement, *le Satellite ;* Ariſtote, au rapport d'Averroës, diſoit que la lune lui paroiſſoit comme une terre æthérienne ;

on peut voir dans Macrobe & dans Plutarque, tout ce que les Philoſophes avoient dit à ce ſujet.

Il eſt donc évident que la lune tourne autour de la terre; & il ne s'agit plus que de connoître la durée de ſa révolution; nous allons la rechercher à peu-près: mais pour la connoître bien exactement, il faudra dans la ſuite faire uſage de la connoiſſance que nous aurons acquiſe de ſes inégalités.

Les premiers Obſervateurs dûrent reconnoître bien facilement que dans l'eſpace de 59 jours la nouvelle lune arrivoit deux fois, en ſorte que la durée d'une lunaiſon étoit de 29 jours & demi; mais cette régle à peu-près vraie, étoit ſujette à pluſieurs exceptions & à pluſieurs inégalités qu'on ne développa que bien long-temps après.

Cycle de Méton.

1096. La premiere connoiſſance exacte que l'on ait eue dans la Gréce du mouvement de la lune, ou de la durée exacte de ſa révolution, fut celle que donna Méton, qui vivoit environ 430 avant J. C. Il reconnut ou il apprit des Orientaux qu'en 19 ans ſolaires il ſe paſſoit 235 mois lunaires complets; & cette détermination n'eſt en défaut que d'un jour ſur 312 ans, (1308), ainſi la régle de Méton étoit aſſez exacte pour les uſages de la ſociété.

Cette découverte parut ſi belle à Athènes & dans pluſieurs villes de la Grece qu'on en plaça le calcul dans les places publiques, pour l'uſage des citoyens, & qu'on appella *nombre d'or* cet eſpace de 19 ans qui ramenoit exactement la lune en conjonction avec le ſoleil au même point du ciel, ou au même jour de l'année ſolaire.

Grande année d'Hipparque.

1097. Hipparque trouva enſuite plus exactement, que dans l'eſpace de 304 ans il y avoit 1760 mois lunaires exactement, & cette période fut appellée *la grande année d'Hipparque;* il ſuit de cette régle que le mois lunaire eſt de 29j 12h 44′ ou environ.

Mois ſynodique & Mois périodique.

1098. Le mois ſynodique * de 29j 12h, qu'on appelle auſſi lunaiſon ne finit que quand la lune après avoir fait le tour du ciel eſt revenue en conjonction avec le ſoleil; mais dans cet intervalle de temps le ſoleil a fait lui-même 29 degrés par ſon mouvement propre d'Occident en Orient; ainſi

* Σὺν, *cum*, ὁδὸς, *via*; parce que c'eſt le retour de la Lune avec le Soleil,

la lune a fait 29 degrés de plus que le tour entier du ciel ; d'où il eſt aiſé de voir qu'elle n'auroit employé que 27 jours & un tiers à faire les 360 degrés, c'eſt-à-dire, à revenir à un même point du ciel ; c'eſt cette révolution de 27j & un tiers qu'on appelle MOIS PÉRIODIQUE *, & c'eſt celui que nous allons déterminer par les anciennes obſervations.

1099. La plus ancienne éclipſe que nous avons des Babyloniens ſe rapporte au 19 Mars 720 avant J. C. $6^h\ 48'$ au méridien de Paris, le lieu du ſoleil & par conſéquent celui de la lune étoit, ſuivant le calcul de M. Caſſini, $5^s\ 21^\circ\ 27'$. (*Elém. d'Aſtr. pag.* 293) ; il compare cette éclipſe à celle du mois de Septembre 1717, dans laquelle le lieu de la lune s'eſt trouvé de $11^s\ 27^\circ\ 34'$, le 9 Sept. (*v. ſtyle*) à $6^h\ 2'$ du ſoir ; l'intervalle eſt de 2437 années, dont 609 ſont biſſextiles ; ou de 890288 jours moins 46 minutes : pendant ce temps il y a eu 32585 révolutions de la lune, plus $6^s\ 6^\circ\ 12'$; ce qui donne la révolution moyenne de la lune à l'égard des équinoxes de $27^j\ 7^h\ 43'\ 5''$.

1100. Cette détermination eſt la plus exacte que l'on puiſſe trouver par des obſervations éloignées, il n'y auroit d'autre correction à y faire que celle qui provient des différentes inégalités de la lune dans ces deux obſervations ; mais la lune étoit dans les deux cas à peu-près à la même diſtance de ſes abſides, comme l'on pourra s'en aſſurer quand nous aurons parlé du mouvement de l'apogée ; il nous ſuffira de dire qu'après beaucoup de recherches ſemblables, cette révolution périodique s'eſt trouvée de $27^j\ 7^h\ 43'\ 4''\ 45'''$ ſeulement, par rapport aux équinoxes pour ce ſiécle-ci (1164), & le mouvement diurne de la lune $13^\circ\ 10'\ 35''\ 45'''$.

Révolution de la Lune par rapport aux équinoxes.

1101. Il faut ajoûter $7''$ à cette détermination ſi l'on veut avoir la révolution moyenne de la lune par rapport aux étoiles fixes, parce que dans l'eſpace d'un mois lunaire les équinoxes rétrogradent d'environ $4''$ de degré, en ſorte que la lune rencontre plutôt l'équinoxe qu'elle n'eût rencontré une étoile fixe ſituée au même point du ciel, & la dif-

* Περὶ, *circum*, ὁδὸς, *via* ; parce que c'eſt la révolution complette autour de la Terre.

Par rapport aux étoiles.

férence eſt pour la lune de 7″ de temps ; ainſi la révolution moyenne ſydérale de la lune eſt de 27j 7h 43′ 12″ de temps moyen.

Révolution ſynodique.

1102. Connoiſſant la révolution périodique avec exactitude, il eſt aiſé de trouver la révolution ſynodique, c'eſt-à-dire, par rapport au ſoleil, ou la durée d'une lunaiſon moyenne, en diſant: *La différence des mouvemens de la lune & du ſoleil, eſt au mouvement de la lune, comme la révolution périodique eſt à la révolution ſynodique.* En effet, le mouvement de la lune par rapport au ſoleil ou la différence des mouvemens du ſoleil & de la lune eſt ce qui détermine la longueur du mois ſynodique, tandis que le mouvement de la lune ſeule détermine le mois périodique ; ces deux mois ſont donc entr'eux dans la raiſon inverſe de ces mouvemens, c'eſt-à-dire, comme le mouvement abſolu de la lune eſt à ſon mouvement relatif ou par rapport au ſoleil.

1103. Bouillaud trouve que la révolution ſynodique ou le mois lunaire eſt de 29j 12h 44′ 3″ 9‴ 37iv 9v 59vi 15vii 15viii. M. Mayer trouve qu'il étoit au commencement de l'ere chrétienne de 29j 12h 44′ 3″ 15‴ 0iv, & au commencement de ce ſiécle ou vers l'année 1700 de 29j 12h 44′ 2″ 53‴ 23iv, parce qu'à cauſe de l'accélération de la lune (1163), la longueur du mois lunaire a diminué de 21‴ & 37iv de temps, dans l'eſpace de 1700 ans.

DES INÉGALITÉS DE LA LUNE.

1104. Les révolutions moyennes de la lune que nous venons de déterminer ſuppoſent dans la lune un mouvement toujours égal & uniforme ; cependant il n'eſt aucun aſtre dont les mouvemens ſoient auſſi compliqués & auſſi irréguliers ; comme l'obſervoit déjà Pline le Naturaliſte : *Multiformi hæc ambage torſit ingenia contemplantium, & proximum ignorari maximè ſydus, indignantium,* (*Hiſt. nat. L. 2 cap. 9*). Ce ſont ces inégalités dont nous allons traiter en nous réduiſant d'abord à ce que les obſervations ſeules ont fait connoître immédiatement, ſans le ſecours des calculs de l'attraction.

Ces

Ces inégalités ſont au nombre de quatre principales, ſans compter le mouvement de l'apogée de la lune, & le mouvement du nœud : la 1re. eſt l'équation du centre, la 2e. eſt l'évection, la 3e. eſt la variation, la 4e. eſt l'équation annuelle ; nous en parlerons enſuite. Quatre inégalités principales.

1105. A l'égard des petites inégalités que la théorie de l'attraction a fait connoître, du moins à peu-près, je tâcherai auſſi d'en donner une idée ; mais comme on les a reconnues moitié par le calcul, moitié par l'obſervation, à force d'eſſais & de tâtonnemens, que le calcul en eſt immenſe, & qu'il eſt encore fort douteux qu'on les connoiſſe bien ; je n'entrerai pas dans ce détail prodigieux qui ne les feroit connoître même que d'une maniere imparfaite & peu sûre : il ne faut regarder les 10 petites équations dont nous parlerons ci-après (1144 *& ſuiv.*), que comme une hypothèſe qui explique & qui repréſente à peu-près les obſervations qu'on a faites juſqu'ici du mouvement de la lune.

1106. Pour ſuivre le progrès des Aſtronomes dans cette partie, nous ſommes obligés de recourir au Livre de Ptolémée, (*Almag. L.* IV. *chap.* 1) : il nous avertit d'abord qu'il faut choiſir les éclipſes de lune pour établir la théorie de la lune, parce que ces éclipſes nous paroiſſent de la même maniere que ſi nous étions au centre même de la terre, auquel ces mouvemens doivent néceſſairement ſe rapporter ; au lieu que dans toute autre ſituation la diverſité d'aſpect ou la parallaxe ajoûte à ces recherches une nouvelle difficulté, comme on le verra dans le IXe. Livre.

Les inégalités de la lune ſont ſi grandes & ſi variées, qu'il parut d'abord aux anciens Aſtronomes fort difficile de déterminer ſeulement la durée d'une révolution *moyenne* de la lune, c'eſt-à-dire, d'une révolution qui ne ſeroit point augmentée ni diminuée par les inégalités périodiques de la lune.

1107. Pour parvenir à connoître cette révolution moyenne, en ſe ſervant toujours des éclipſes de lune, ils chercherent combien il falloit prendre de mois ou de jours pour avoir un mouvement de la lune qui fût toujours de la même quantité dans le même intervalle de temps ; ils trouverent 6585 jours & 8 heures, qui font

Période de 18 ans.

223 mois lunaires ou 18 ans & 10 jours, c'eſt-à-dire, qu'ils reconnurent que quand deux éclipſes de lune avoient été éloignées de 18 ans & 10 jours, il en revenoit toujours une ſemblable au bout d'un pareil eſpace de temps, lorſque le ſoleil avoit fait 18 révolutions avec 10° & 40′. Dans cet intervalle, toutes les inégalités de la lune avoient eu leur cours & recommençoient toutes enſemble ſoit en longitude ſoit en latitude. (*Almag.* 4. 2). Hipparque reconnut que cette période de 223 lunaiſons n'étoit pas rigoureuſement exacte; nous la prendrons ſeulement pour exemple.

1108. Dans cet eſpace de 223 lunaiſons ou retours de la lune au ſoleil, les Anciens remarquerent que la révolution de l'inégalité de la lune qui étoit d'environ 5 degrés, avoit recommencé 239 fois; la révolution de la latitude 242 fois, & celle de la longitude 241 fois, c'eſt-à-dire, que la lune avoit été 241 fois au même degré de longitude, 239 fois à ſa plus grande inégalité, 242 fois à ſon nœud, à quelque choſe près: il n'en falloit pas davantage pour reconnoître les trois principales circonſtances du mouvement de la lune, c'eſt-à-dire, ſon moyen mouvement; le mouvement de ſon apogée & celui de ſon nœud, circonſtances néceſſaires pour trouver les quatre inégalités dont nous avons à parler.

1109. Cette période de 223 lunaiſons que les Anciens avoient employée pour calculer les retours égaux des éclipſes, ramenoit la lune à une même latitude, auſſi bien qu'à une même longitude, ou à un même degré du Zodiaque; Ptolémée ajoûte que ſi l'on ne s'attache pas aux éclipſes & qu'on veuille ſeulement conſidérer l'inégalité de la lune dans ſon mouvement en longitude le long du Zodiaque, en allant d'une pleine lune à l'autre, on aura des retours égaux de la lune en 251 mois, pendant leſquels il y aura eu 269 reſtitutions des inégalités de la lune.

1110. Tel eſt donc l'aſpect ſous lequel les plus anciens Aſtronomes commencerent à conſidérer la lune, quand ils voulurent parvenir à en déterminer les inégalités; ils virent que des éclipſes de lune arrivées dans le même point du ciel, & dans la même ſaiſon de l'année ne ſe trouvoient point à des diſtances égales pour le temps; ils firent une

Table des intervalles de temps obſervés entre pluſieurs éclipſes de lune, & ils chercherent s'il n'y auroit pas entr'elles deux intervalles de temps qui fuſſent exactement égaux, cela ne ſe rencontra que ſur 223 lunaiſons ou 18 ans; il étoit donc évident que la lune ne revenoit pas au même degré d'inégalité, quoiqu'elle revînt au même point du ciel, & en conjonction avec le ſoleil.

Premiere inégalité, ou équation du centre.

1111. En examinant la lune dans l'eſpace d'un mois, il n'étoit pas difficile de voir que tous les 7 jours elle avoit cinq à ſix degrés d'inégalité; qu'au bout de 14 jours cette inégalité diſparoiſſoit, & ainſi de ſuite; qu'il y avoit toujours dans le mois deux points éloignés tout à la fois d'une demi-révolution en temps, & d'un demi-cercle en longitude; c'eſt-à-dire, deux moitiés égales parcourues en temps égaux: enſorte que les inégalités recommençoient toujours au bout de 27 jours & 13 heures, quoique la lune à chaque fois ne ſe trouvât pas au même point du ciel; mais toujours un peu plus avancée dans le Zodiaque d'environ 3 degrés à chaque révolution.

1112. Pour expliquer cette premiere inégalité, on ſuppoſa que la lune décrivoit un cercle excentrique, comme nous l'avons expliqué pour le ſoleil (572); ou bien un épicycle placé ſur un cercle concentrique (572), & en même temps que la ligne des apſides (569), c'eſt-à-dire, la ligne qui va de l'apogée au périgée changeoit de poſition & s'avançoit vers l'Orient d'environ 3 degrés par mois.

1113. Ptolémée employa pour déterminer cette premiere inégalité 3 éclipſes de lune obſervées à Babylone dans les années 721 & 720 avant J. C. & il la trouva de 5°. C'eſt cette premiere inégalité que nous appellons *équation du centre*, & qui eſt appellée dans Kepler *inæqualitas ſoluta*. Nous donnerons ci-après ſa véritable quantité avec plus d'exactitude (1125 & 1159).

Trouver l'apogée de la Lune.

1114. Pour déterminer le lieu de l'apogée de la lune en différens temps, à la maniere des Anciens, je ſuppoſe qu'on ait raſſemblé un grand nombre d'éclipſes de lune; on aura autant de lieux de la lune donnés par obſervation: car chaque éclipſe de lune nous apprend que la lune a eu la

même longitude que le ſoleil, à ſix ſignes près dans le temps de la conjonction, & la longitude du ſoleil eſt ſuppoſée connue pour un temps quelconque, au moyen des recherches précédentes ; ainſi l'on connoît le lieu de la lune au temps de chaque éclipſe.

1115. On prendra l'intervalle du temps moyen entre une de ces éclipſes priſe pour époque, & une autre éclipſe ; on calculera le mouvement moyen de la lune en longitude pour cet intervalle de temps, au moyen du mouvement diurne (1100) ; on les ajoûtera au vrai lieu de la lune dans le temps de l'époque ; on aura pour le temps de la ſeconde éclipſe une longitude différente de celle qui aura été obſervée. Ayant fait la même opération ſur un grand nombre d'éclipſes, on choiſira celles où la différence entre le lieu calculé & le lieu obſervé, aura été la plus grande.

1116. S'il ſe trouve deux éclipſes où cette différence ſoit égale entre le lieu moyen & le lieu vrai, mais en ſens contraire, avant & après l'époque, ce ſera une preuve que la lune au temps de l'époque choiſie, étoit dans ſon apogée ou dans ſon périgée ; & que ſon lieu moyen étoit le même que ſon lieu vrai : ainſi l'on connoîtra le lieu de l'apogée de la lune.

Autre méthode. 1117. Depuis la découverte des lunettes on a un moyen encore plus ſimple de trouver l'apogée de la lune, en obſervant les diamétres apparens de la lune ; car ce diamétre varie depuis $29' \frac{1}{2}$ juſqu'à $33' \frac{1}{2}$, (1186) ; l'on eſt donc aſſuré que la lune eſt apogée toutes les fois que ſon diamétre apparent n'eſt que de $29' \frac{1}{2}$, & qu'elle eſt périgée lorſque ce diamétre eſt de $33' \frac{1}{2}$; cette méthode ſeroit ſuffiſante pour trouver le lieu de l'apogée de la lune à très-peu près, ſi l'on ignoroit ſon mouvement.

1118. Mais il y a une maniere encore plus exacte de trouver le lieu de l'apogée de la lune par le moyen de ſes diamétres, c'eſt d'en obſerver la quantité vers les moyennes diſtances, lorſque le diamétre eſt environ de $31' \frac{1}{2}$. Si on l'a trouvé deux fois de la même quantité, c'eſt une preuve que dans ces deux obſervations la lune étoit à des diſtances égales de ſes apſides ; ainſi prenant un milieu entre les deux

temps où l'on a obſervé, on aura le temps où la lune a été apogée.

1119. EXEMPLE. Le 15 Septembre 1762 à midi le diamétre horiſontal de la lune étoit de 33′ 14″, le lendemain il étoit plus grand; mais le 18 à midi il étoit revenu à la même grandeur que trois jours auparavant, & il étoit de 33′ 14″; cela prouve que dans le milieu de l'intervalle ou à minuit du 16 au 17 la lune avoit été dans ſon périgée.

1120. C'eſt en obſervant ainſi les diamétres de la lune que Horox vers l'an 1638, trouva qu'il falloit un balancement de l'apogée de la lune & un changement d'excentricité pour expliquer la ſeconde équation trouvée par Ptolémée, dont nous parlerons ci-après (1123).

1121. Après avoir ainſi déterminé pluſieurs fois le lieu de l'apogée de la lune en différens temps, on a trouvé qu'il faiſoit le tour du ciel dans l'eſpace de 8 ans 309 jours $8^h\ 37' \frac{1}{2}$, ou, ce qui revient au même, que ſon mouvement annuel étoit de 40° 39′ 52″. De-là il ſuit que le mouvement moyen de la lune étant pris pour unité, celui de ſon apogée eſt égal à la fraction décimale 0, 00845525, dont le logarithme eſt 7, 9271264; & que la révolution anomaliſtique de la lune eſt de $27^j\ 13^h\ 18'\ 34''$. Mouvement de l'apogée.

1122. Juſqu'au temps de Ptolémée on s'étoit borné principalement à obſerver des éclipſes de lune; & la premiere inégalité de 5° (1113) étoit la ſeule qui pût s'y reconnoître: « Nous avons trouvé, dit-il, (*Almag. Liv.* v » *Cap.* 2) qu'il n'y avoit que la premiere & ſimple inéga- » lité dans les oppoſitions, les conjonctions & les éclipſes; » mais on s'aſſurera facilement qu'elle ne ſuffit pas pour » calculer les mouvemens particuliers de la lune obſervés » dans les autres aſpects. LA SECONDE INÉGALITÉ ſe rap- » porte aux diſtances de la lune au ſoleil; elle ſe rétablit & » diſparoît dans les conjonctions & dans les oppoſitions; » elle eſt la plus grande dans certaines quadratures; nous » avons découvert cette différence par les obſervations de » la lune que nous avons d'Hipparque, & par celles que » nous avons faites au moyen d'un inſtrument conſtruit

» exprès pour mesurer les différences de longitude le long » du Zodiaque entre le soleil & la lune ».

Ces distances de la lune au soleil observées par Hipparque & par Ptolémée, s'accordoient quelquefois avec le calcul de la premiere inégalité ou de la premiere supposition, (1111); elles en étoient d'autres fois plus ou moins éloignées. Ayant examiné plusieurs fois & avec soin la marche de cette inégalité, Ptolémée reconnut qu'il n'y avoit aucune erreur ou différence dans les quadratures lorsque la lune étoit apogée ou périgée *; mais qu'il y avoit une différence de $2^{\circ}\frac{2}{3}$ quand la lune étoit en quadrature, & à 3 signes de son apside: alors en effet l'inégalité qui seroit de 5°, suivant les régles établies ci-dessus (1112), se trouve être réellement de $7^{\circ}\frac{2}{3}$, c'est-à-dire, plus grande de $2^{\circ}\frac{2}{3}$ en vertu de la seconde inégalité; de-là Ptolémée conclut que l'épicycle de la lune est porté dans un cercle excentrique, en sorte que pour expliquer ces deux inégalités ensemble il se sert d'un excentrique & d'un épicycle.

Seconde inégalité, ou évection.

Mais dans l'explication que donne Copernic de cette inégalité, (*de Revol. Liv.* IV. *Cap.* 8), en suivant les mêmes données que Ptolémée, on a deux épicycles. La lune parcourt le petit épicyle en $14^{j}\,18^{h}$, c'est-à-dire, dans l'espace de temps nécessaire pour aller de la conjonction à l'opposition, ou d'une syzigie * à l'autre; son mouvement dans le petit épicycle est double du mouvement de la lune au soleil. C'est ainsi que la seconde inégalité découverte par Ptolémée, & que l'on appelle aujourd'hui *Evection*, s'expliquoit encore du temps de Tycho, c'est-à-dire, jusques vers l'an 1590. Ptolémée l'appelloit προόσγυσιν, *epicycli quasi annutum*; Copernic l'appelloit *prostaphæresis secundi epicycli*; Tycho l'appelloit *prostaphæresis excentricitatis*. Voyez ci-après les articles 1127 & 1140.

1123. Puisque l'inégalité de la lune alloit depuis 5°

* *In quadraturis verò utrisque, in minimo vel in nullo erratur, cùm Luna vel in maximâ, vel minimâ epicycli longitudine sit.* Ptol. L. V. cap. 2.

** Συζυγία, *conjugatio, unio*, se prend indifféremment pour les nouvelles & pleines Lunes.

juſqu'à 7°40′, ſa quantité moyenne étoit, ſuivant les Anciens, de 6° 20′; on l'emploie actuellement de 6° 18′ $\frac{3}{4}$ (1159); ainſi Hipparque par le ſeul ſecours des éclipſes de lune, & Ptolémée en y employant les quadratures, avoient déterminé avec une exactitude aſſez ſinguliere ces deux premieres inégalités.

1124. Cette ſeconde inégalité que les Anciens avoient expliquée par le moyen d'un épicycle ſur un excentrique, ou d'un épicycle ſur un épicycle, fut expliquée d'une maniere différente par Horox vers l'an 1640, (1126); mais ſa théorie ne fut connue qu'en 1673: alors M. Flamſtead calcula de nouvelles Tables de la lune ſur les principes & ſur les nombres donnés par Horox; & ces Tables furent publiées par Wallis dans les Œuvres poſthumes d'Horox, en 1673.

Les Tables de Flamſtead parurent pour la ſeconde fois avec des augmentations conſidérables dans le cours de Mathématiques de Jonas Moore, qui a pour titre: *a new Syſteme of the Matematics*, 2 *vol. in*-4° 1681. Enfin, les Tables de Flamſtead refaites & augmentées ſur la théorie de Newton, mais dans la même forme que celles d'Horox, ont été inſérées en 1746 par M. le Monnier avec des Additions dans ſes Inſtitutions Aſtronomiques.

1125. La maniere dont Horox expliqua les deux premieres inégalités de la lune, n'eſt autre choſe que l'hypothèſe d'Arzachel Aſtronome Arabe, qui vivoit en Eſpagne vers l'an 1080; cette hypothèſe fut imitée par Copernic, (*L.* III *c.* 20), tous les deux s'en ſervoient pour expliquer le changement qu'on croyoit avoir lieu dans l'excentricité du ſoleil; Horox l'appliqua vers 1640 à la lune, dont Kepler avoit déjà ſoupçonné que l'excentricité étoit variable; Flamſtead, Newton & Halley ſe ſervirent de cette même hypothèſe; mais elle eſt abandonnée aujourd'hui, & je n'en dirai qu'un mot. Soit *T* le centre de la terre (*Fig.* 84), *C* le centre de l'orbite moyenne de la lune, *TC* ſon excentricité moyenne priſe ſur la ligne des apſides *TBCA*; on ſuppoſe que le centre de l'orbite vraie de la lune décrive la circonférence d'un cercle *AGB* qui eſt une eſpéce d'épicycle, en *Fig.* 84.

ſorte que l'excentricité de l'orbite lunaire ſoit ſucceſſivement égale à *TA*, *TG*, *TB*; l'apogée de la lune étant toujours ſur *TG* & l'angle *ACG* pour un temps donné égal au double de la diſtance du ſoleil à l'apogée de la lune; l'angle *ATG* eſt alors égal à l'équation de l'apogée, & l'angle *GLT* égal à la moitié de l'équation du centre pour l'excentricité *TG*.

Méthode plus ſimple pour l'évection.

1126. Newton & Halley ne remarquerent pas qu'il y avoit, pour calculer l'évection, une méthode plus ſimple que celle de ſuppoſer une excentricité variable, c'eſt celle qu'a employée M. Euler, & dont voici à peu-près la démonſtration.

Soit *L* la lune, *CT* ſon excentricité moyenne, *CLT* la moitié de la moyenne équation du centre, *GLT* la moitié de l'équation du centre pour un temps donné, calculée ſuivant la méthode de Newton (1125), *CLG* eſt la différence de ces deux équations, ou l'effet que produit ſur la demi-équation le changement de l'excentricité & la libration de l'apogée : pour trouver, par une ſimple opération, *CLG* qui eſt la moitié de l'évection, je réduis *CG*, ou la demi-différence des deux excentricités *TB*, *TA*, en minutes, ou en ſecondes, j'ai 40′ pour la valeur de l'angle *CLG*, quand *LC* eſt perpendiculaire ſur *CG*, que je doublerai afin d'avoir l'évection toute entiere.

Lorſque l'angle *LCG* ſera oblique, l'angle *CLG* diminuera, & cela dans le rapport de la perpendiculaire *GD*, qui eſt égale à *CG* ſin. *DCG*, donc l'évection ſera 80′ ſin. *DCG*; mais l'angle *DCG* = *ACL* — *ACG* = à l'anomalie moyenne de la lune, moins deux fois la diſtance du ſoleil à l'apogée de la lune, ou, ce qui revient au même, deux fois la diſtance de la lune au ſoleil moins l'anomalie moyenne de la lune, qui eſt l'argument de l'évection : donc l'évection *CLG* eſt égal à 80′ ſin. (2 dif. ☾☉ — an. ☾); c'eſt la forme ſous laquelle elle ſe trouve actuellement dans toutes les Tables de la Lune.

1127. J'ai ſuppoſé dans cette démonſtration que la diſtance *CL* étoit conſtante; mais ſi cette ſuppoſition produit un petit changement ſur l'évection, on n'a pas moins

repréſenté

représenté toutes les inégalités de la lune dans les Tables, en prenant l'évection telle que la donne cette régle ; & y ajoûtant d'autres petites équations (1142), rien ne nous oblige d'avoir à la minute même l'évection que Newton trouvoit par la méthode d'Arzachel, d'Horox. J'ai supposé aussi que l'anomalie de la lune moins la double distance du soleil à l'apogée de la lune est égale à la double distance de la lune au soleil moins l'anomalie de la lune, cela est aisé à démontrer ; car si de l'anomalie de la lune, ou de 2 ☾ — ☾ — ap. ☾ on ôte 2 ☉ — 2 ap. ☾, on aura 2 ☾ — 2 ☉ — ☾ + ap. ☾, ou 2 (☾ — ☉) — (☾ — ap. ☾), c'est-à-dire, deux fois le lieu de la lune moins celui du soleil, dont on aura ôté le lieu de la lune moins celui de son apogée, ou l'anomalie moyenne de la lune ; donc l'anomalie de la lune moins le double de l'argument annuel de M. Halley, équivaut à l'argument de l'évection.

1128. M. Halley ne voulut pas calculer des Tables pour l'équation de la lune à chaque différente excentricité, dans l'hypothèse de Kepler, ainsi que Flamstead l'avoit fait dans ses Tables ; il y avoit trop d'incertitude dans les parties proportionnelles qu'on prenoit entre ces différentes équations, & trop de calcul dans les triples parties proportionnelles qu'exigeoient ces Tables à double entrée ; il aima mieux recourir au calcul des logarithmes, en employant l'hypothèse elliptique simple (924) ; mais afin de la rendre aussi exacte que celle de Kepler, il donna une Table pour corriger l'anomalie moyenne, de maniere que l'hypothèse elliptique simple donnoit le même résultat avec cette anomalie corrigée, que l'hypothèse de Kepler eût donné avec l'anomalie moyenne toute simple. Mais cette méthode ingénieuse de M. Halley est devenue inutile (1126).

Recherches de Tycho-Brahé.

1129. La théorie de la lune étoit entrée pour beaucoup dans le projet que Tycho avoit formé de restituer toute l'Astronomie, & de lui donner une nouvelle face ; cependant comme les mouvemens de la lune lui parurent les plus compliqués & les plus difficiles à démêler, il fut long-temps sans oser se décider, & il ne comptoit pas en parler dans son Livre des *Progymnasmes*, où il traita des

autres parties fondamentales de l'Aſtronomie : néantmoins ce Livre qu'il avoit fait imprimer chez lui à différentes repriſes, n'ayant vû le jour qu'après ſa mort par les ſoins de ſes héritiers, qui le firent achever en 1610, on y ajoûta pour lors un appendix de 28 pages pour la théorie de la Lune, qui eſt à la ſuite de la théorie du Soleil, & qui interrompt l'ordre des chiffres entre les pages 112 & 113. Ce petit abrégé de la théorie de la Lune avoit été achevé en 1601 par Tycho aidé de Longomontanus, comme les Editeurs en avertiſſent à la page 819 du même Livre), & on le trouva dans ſes papiers. Je vais en donner l'extrait comme d'une piéce originale qui contient la découverte de la VARIATION ou de la troiſieme inégalité de la Lune ; mais comme je ne puis ſéparer celle-ci des deux autres, il eſt néceſſaire de rappeller la maniere dont il enviſage les deux premieres inégalités.

Fig. 86 1130. Soit T le centre de la terre, (*Fig.* 86.) TF le rayon de l'*excentrique*, ou du cercle principal, par lequel on repréſente les mouvemens de la lune ; nous le ſuppoſons diviſé en cent mille parties : on prendra TB de 2174 parties, & l'on décrira un cercle $TECD$, ſur lequel on fera mouvoir le centre de l'excentrique, de maniere que dans les ſyzigies, c'eſt-à-dire, les conjonctions & les oppoſitions, le centre ſoit en T au centre même de la terre, que dans les quadratures il ſoit au contraire en C à la plus grande diſtance de la terre, & que dans les octans il ſoit en D & en E. L'équation qui en réſultera, eſt de 1° 15′ ; elle eſt proportionnelle au ſinus du double de l'élongation de la lune au ſoleil, & elle eſt ſouſtractive dans le premier octant, parce que le mouvement de la lune ſe fait de I vers R;

Quantité de l'évection. cette équation répond à l'*évection*, que M. Mayer fait de 1° 20′ 50″ ; M. le Monnier, 1° 18′ 50″ ; & M. Clairaut, 1° 16′ 48″.

1131. Le grand épicycle dont le rayon FG ſera de 5800, exprime une partie de l'équation du centre, & produit 3° 29′ d'inégalité ; la lune eſt ſuppoſée en G lorſqu'elle eſt apogée, en I lorſqu'elle eſt périgée, ce qui arrive, ſuivant Tycho, au bout de $27^j\ 13^h\ 18'\ 35''$, durée

de ſa révolution anomaliſtique ; la lune parcourt cet épicycle en allant de *G* en *H*, contre l'ordre des ſignes.

Le troiſieme épicycle *MLKN* eſt celui ſur lequel la lune même eſt placée ; ſon rayon *GM* eſt de 2900, c'eſt-à-dire, la moitié du grand épicycle, & il produit par conſéquent une inégalité de 1° 40′. La lune ſe meut ſur cet épicycle, de maniere que quand le centre du troiſieme épicycle eſt apogée en *G*, la lune ſoit en *K* dans la partie inférieure de ce troiſieme épicycle ; mais quand le centre ſera en *H*, la lune ſera en *M*, & à la plus grande diſtance poſſible du centre *F* du grand épicycle, parce que la lune parcourt ce troiſieme épicycle en 13j 18h 39′ 17″ ½, moitié de ſa révolution anomaliſtique.

Troiſieme inégalité ou variation.

1132. Mais, ajoûte l'Auteur, j'ai éprouvé par un grand nombre d'obſervations exactes, que ces trois cercles ne ſatisfont pas encore aux obſervations, & que dans les octans, c'eſt-à-dire, à 45° des ſyzigies, il y a encore une autre différence ſenſible ; j'ai donc été obligé d'ajoûter un petit cercle en *F* pour expliquer cette variation, & je ſuppoſe que le centre *F* du grand épicycle en parcourt non pas la circonférence, mais le diamétre *VX* perpendiculaire au rayon *BF*, par un mouvement de libration qui ſoit réglé cependant de même que s'il ſe faiſoit ſur la circonférence, comme fait Copernic dans d'autres occaſions : il en réſulte une équation qui depuis les ſyzigies juſqu'aux quadratures, eſt toujours additive à la longitude moyenne de la lune par rapport au ſoleil, pour avoir la véritable ſituation du centre de l'épicycle. Cette libration dépend donc du double de la vraie diſtance de la lune au ſoleil, & produit la VARIATION, inégalité qui va à 40′ ½. Sur quoi j'obſerve que Tycho avoit encore déterminé cette inégalité avec bien de la préciſion, puiſque les dernieres Tables ſuppoſent actuellement la variation de 39 à 40′ ; elle eſt dans M. Clairaut de 39′ 54″.

Quantité de la variation.

Telle eſt, continue-t-il, la maniere de compoſer avec des cercles un mouvement de la lune qui ſoit d'accord avec les obſervations ; par les dimenſions des cinq cercles que nous venons d'employer, on trouvera que la plus

grande inégalité de la lune ne va pas au-delà de 4° 58′ ½ dans les nouvelles lunes, à peu-près comme Ptolémée l'avoit ſuppoſée, mais qu'elle va à 7° 28′ dans les quadratures, ce qui fait 12′ de moins que dans Ptolémée, ou dans les Tables d'Alphonſe & de Copernic.

Tycho ſe propoſoit de donner l'explication & les preuves de toute ſa théorie, dans un Ouvrage particulier, mais il n'en eut pas le temps, & il ne nous en laiſſa que le réſultat renfermé dans les hypothèſes que je viens d'expliquer.

1133. Dans les Tables de la Lune qui ſeront inſérées à la fin de cet Ouvrage, on trouvera les trois inégalités, dont je viens de raconter la découverte, ſous le nom d'*Equation du centre*, *Evection*, *Variation*, (Tables XI. XII. & XIII.); mais les quantités en ſont déterminées par les recherches & les obſervations nouvelles; les deux dernieres ſont appellées dans Kepler *Inæqualitates menſtruæ*, l'évection en particulier y eſt nommée *Æquatio temporanea*, & la variation *Æquatio perpetua*, (Kepler, *Epit. p.* 790.), parce que celle-ci revient perpétuellement à chaque mois, & que l'autre ne revient que de temps en temps; Kepler lui donnoit auſſi le nom de *Variation* avec Tycho qui en étoit l'inventeur, (Kepler, *Epit. p.* 811.): c'eſt celle que Bouillaud appelle *Réflection*; elle eſt aſſez aiſée à bien déterminer par la théorie, c'eſt-à-dire, par le principe de l'Attraction; elle dépend uniquement de la maſſe du ſoleil & de ſa diſtance à la terre, & ſubſiſteroit quand même les orbites du ſoleil & de la lune ſeroient circulaires & concentriques. Pour la déterminer, M. Mayer a ſuppoſé la parallaxe du ſoleil de 11″ ½, au lieu de 9″ qu'elle me paroît devoir être; ainſi ſon équation pourroit être un peu trop petite.

1134. On remarque comme une choſe aſſez ſinguliere que cette quantité moyenne de la variation eſt exactement la moitié de l'évection; je dis cette quantité moyenne, parce que la variation change ſuivant la diſtance du ſoleil & de la lune à la terre, ce qui produira d'autres inégalités (1150): ce rapport ſi ſimple entre deux des plus fortes inégalités de la lune, ne paroît pas une ſuite néceſſaire de

la théorie de l'Attraction, mais c'eſt un fait qui méritoit d'être remarqué.

1135. Des trois inégalités de la lune découvertes avant le temps de Kepler, les deux dernieres avoient un rapport trop viſible avec le ſoleil, pour que ce génie actif & pénétrant n'en cherchât pas la cauſe phyſique. La lune, diſoit-il, eſt miſe en mouvement par deux forces, ſçavoir, une qualité qui émane de la terre, & qui entraîne la lune autour d'elle, & une autre force qui provient des rayons ſolaires; en ſorte que quand la lune a fait 90 deg. depuis ſa conjonction juſqu'à ſa quadrature, il y en a 88 qui proviennent de la force de la terre, & deux qui viennent de la lumiere du ſoleil, (*Epit. Aſtr. Coper. p.* 552, 564, 780.). Les idées phyſiques de ce grand homme furent le préambule de l'explication encore plus ſatisfaiſante que l'Attraction nous donna enſuite de toutes ces inégalités, (Voyez Livre XXII.), & cette même Attraction a fait reconnoître une multitude d'autres inégalités, dont nous parlerons après avoir expliqué l'Equation annuelle, la quatrieme & la derniere de celles qui furent apperçues par les ſeules obſervations.

Kepler entrevoit la cauſe de ces inégalités.

1136. L'EQUATION ANNUELLE de la lune qui eſt d'environ $11' \frac{1}{3}$, eſt la derniere de celles que les obſervations ſeules avoient fait découvrir; elle eſt indiquée par Tycho dans ſa Théorie de la Lune; Kepler la reconnut auſſi; mais Horox fut le premier qui la fixa exactement: M. Halley donnant à la ſuite de ſon Catalogue des Etoiles Auſtrales, publié en 1679, quelques réflexions ſur la théorie de la lune, remarqua qu'elle paroiſſoit aller plus vîte quand le ſoleil étoit plus éloigné, que lorſqu'il étoit plus proche de la terre; il fixa alors cette équation à la neuvieme partie de celle du ſoleil, c'eſt-à-dire, à $13'$ environ.

Equation annuelle.

1137. M. Newton reconnut auſſi que cette équation ſuivoit de ſa théorie; en effet la péſanteur de la lune vers la terre étant diminuée par l'attraction du ſoleil, le ſera encore plus quand le ſoleil ſera plus proche de la terre; l'orbite de la lune ſe dilatera davantage, la lune étant retenue dans ſon orbite par une moindre force; & le temps de la révolution

ſera plus long, même à l'égard de l'apogée & du nœud; auſſi cette équation annuelle qui ſe trouve de 11′ 49″ dans les Tables de Flamſtead & de Halley eſt accompagnée de deux équations analogues de 20′ pour l'apogée, & de 9′ ½ pour le nœud, que M. Newton à introduites, & qui ſont également employées par M. Mayer.

1138. On a écrit ſans fondement que M. Halley avoit propoſé dans le même Ouvrage une autre correction pour la théorie d'Horox, c'eſt-à-dire, celle qui a été fixée depuis par M. Newton à 2′ 25″; M. Halley n'en avoit aucune idée : il y indiquoit ſeulement une cauſe des changemens de latitude que Tycho avoit découverts, en diſant que le ſoleil qui envoyoit obliquement ſes rayons à la lune, l'obligeoit par une certaine puiſſance de s'approcher de lui: *Efficit potentia quadam inſita ut propiùs ad ſe accedat*, (Halley *Catal. Stell. Auſtr.* 1679). C'eſt ainſi que M. Halley préparoit à Newton la gloire d'appercevoir dans la multitude & dans la loi de toutes ces inégalités, le ſyſtême général dont elles étoient une ſuite; il mettoit Newton même ſur les voies de cette découverte; peut-être avoit-il eu dès lors avec Newton des conférences à ce ſujet?

Valeur de l'Équation annuelle.

1139. Cette équation annuelle eſt de 11′ 47″ dans les Tables de Flamſtead; de 11′ 20″ dans celles de M. Euler. (*Alman. de Berlin* 1750); de 12′ 57″ dans celles de M. d'Alembert. *Recherches, &c. pag.* 230); M. Mayer l'a faite comme M. Euler de 11′ 20″, ſans doute d'après les obſervations; car la théorie de l'attraction ne la détermine pas d'une maniere aſſez déciſive.

1140. On comprend aſſez, ſans que j'en donne ici d'exemple, comment il a été poſſible à Tycho, Kepler, Halley & aux autres Aſtronomes de découvrir l'équation annuelle; il ne s'agiſſoit que de calculer pluſieurs lieux de la lune dans le cours d'une année, ſur les Tables où l'on faiſoit déjà uſage de l'équation du centre, de l'évection & de la variation; tous ces calculs s'accordoient avec les obſervations au mois de Janvier & au mois de Juillet; ils s'en écartoient conſtamment au mois de Mars, & enſuite au mois de Septembre en ſens contraire; cela ſuffiſoit pour

faire voir qu'il y avoit une inégalité attachée à l'équation du centre du ſoleil, & qui étoit la plus grande, toutes les fois que le ſoleil étoit dans ſes moyennes diſtances.

1141. Juſqu'alors la théorie de la lune n'étoit compoſée que des quatre équations dont nous avons parlé, Horox les avoit employées de la maniere la plus exacte; M. Halley en 1679 lui rendoit cette juſtice en diſant: *Unica verò* (theoria) *Horoxii noſtratis ad veritatem naturalem accedere videtur*: en même temps il aſſure que l'évection & la variation peuvent ſe calculer à la fois par une ſeule hypothèſe, en ſuppoſant que dans la ligne des ſizigies l'orbite de la lune eſt comprimée en-dedans & vers la terre d'environ la 90e. partie de la diſtance moyenne, & qu'elle eſt allongée d'autant dans la ligne des quadratures; M. Halley n'accompagne ſon idée d'aucune eſpéce de calcul; il ſe contente de dire que cela eſt très-d'accord avec les lieux de la lune obſervés par M. Caſſini. Paris étoit alors preſque le ſeul endroit de la terre où l'on faiſoit & en très-grand nombre d'excellentes obſervations.

Des petites Inégalités de la Lune.

1142. Les obſervations ſeules ne pouvoient gueres faire découvrir aux Aſtronomes que des inégalités qui ſeroient au moins d'un quart de degré; peut-être l'équation annuelle n'eut pas même été reconnue par les obſervations, ſi elle n'avoit eu un retour conſtant dans les mêmes ſaiſons de l'année, ce qui la rendoit remarquable (1140). Auſſi toutes les autres petites inégalités dont il nous reſte à parler n'ont été d'abord ſoupçonnées que par l'idée de l'attraction, & n'ont été déterminées qu'en comparant avec cette théorie un grand nombre de bonnes obſervations. Il étoit réſervé à Newton de mettre la derniere main à la théorie de la lune; guidé par le principe de la gravitation univerſelle & aidé des obſervations de Flamſtead, il détermina la quantité de quatre nouvelles équations avec les époques & les moyens mouvemens. Cette belle théorie parut en 1702 pour la premiere fois dans l'Aſtronomie de Gregori, en-

Théorie de Newton.

ſuite dans celle de Whiſton, & enfin dans la ſeconde édition du Livre de Newton ; on a vû depuis ce temps-là beaucoup de Tables de la lune qui étoient conſtruites ſur cette théorie, celles d'Horrebow, du Pere Grammatici, de Leadbetter, de Wright, de Capelli, de Dunthorn ; & ſur-tout celles de Flamſtead que M. le Monnier publia en 1746 dans ſes Inſtitutions Aſtronomiques.

1143. Newton joignit à l'équation annuelle de la lune fixée par Horox, une équation annuelle pour l'apogée & une pour le nœud ; ces trois équations ſont proportionnelles à l'équation du centre du ſoleil, parce qu'elles ne dépendent, comme nous l'avons dit, que de la diſtance du ſoleil, qui lorſqu'il eſt plus près de la terre dilate l'orbite de la lune & retarde par conſéquent ſon mouvement ; il augmente au contraire celui de l'apogée & des nœuds qui n'ayant pas d'autre cauſe que l'action du ſoleil devient plus fort lorſque la cauſe augmente. La plus grande équation eſt dans Newton de 11′ 51″ pour la lune, 20′ 0″ pour l'apogée, & 9′ 30″ ſeulement pour le nœud, parce que ſon mouvement eſt plus lent.

1144. L'équation ſemeſtre de 3′ 45″ qui dans Newton dépend de l'argument annuel auſſi bien que l'évection, eſt une partie de la 10e. équation des Tables de Mayer qu'on trouvera à la fin de cet Ouvrage ; elle vient de ce que la force perturbatrice du ſoleil eſt plus grande lorſque le grand axe de l'orbite de la lune eſt dirigé vers le ſoleil, & doit produire une équation que M. Newton trouva en effet par les obſervations d'environ 3′ 45″ dans les moyennes diſtances du ſoleil lorſque la ligne des apſides eſt éloignée de 45° du ſoleil ; cette équation, ſuivant les principes de l'Attraction, ne devroit être que de 3′ 34″ quand le ſoleil eſt dans ſon aphélie, & devenir de 3′ 56″ lorſqu'il eſt le plus proche de la terre ; mais M. Halley négligea cette petite correction qu'il jugeoit de peu de conſéquence, comme il a négligé auſſi la 7e. équation de Newton qui dépendoit de la diſtance de la lune au ſoleil, & qui étoit de 2′ $\frac{1}{3}$ dans les quadratures, ſuivant la théorie de Newton, (1147).

1145. L'équation de 47″ qui dépend de la diſtance du ſoleil

ſoleil au nœud ou l'équation ſemeſtre de Halley, & la 9e. dans M. Mayer, (V. les Tables de la Lune), vient de ce que l'action du ſoleil ſur la lune eſt un peu plus grande quand la ligne des nœuds paſſe par le ſoleil; elle eſt de 47″ dans les octans.

1146. L'équation de la lune qui dans M. Halley ne va qu'à 2′ 25″, eſt appellée par M. Newton *la ſeconde Equation du centre;* elle dépend tout à la fois de la diſtance de la lune au ſoleil & de la diſtance de leurs apogées. On voit en général que ſi la lune étoit en conjonction & qu'elle fût apogée; le ſoleil étant périgée elle ſeroit le plus près du ſoleil qu'il ſoit poſſible, & par conſéquent plus expoſée à l'effet de la gravitation du ☉, qui diminue ſa peſanteur vers la terre.

1147. M. Halley n'employoit dans ſes Tables que ces trois petites équations avec l'équation annuelle; ce n'étoit pas aſſez pour parvenir à la préciſion d'une minute: M. Mayer en a ajoûté ſix autres; M. Clairaut en emploie 18 indépendamment des quatre grandes équations & de celles de la latitude.

1148. La 7e. équation de la lune dans Newton & dans les Tables de Flamſtead eſt de 2′ 20″, elle dépend de la diſtance de la lune au ſoleil; & elle eſt ſouſtractive dans les ſix premiers ſignes de la diſtance.

1149. L'inégalité que nous avons appellée avec M. Bouillaud *Évection*, (1126); eſt variable à raiſon des diſtances du ſoleil à la terre ou de celles de la lune à la terre: car quand le ſoleil ou la lune s'éloignent de la terre, l'évection diminue: on trouvera dans la Table XII. la quantité moyenne de l'évection; mais ſes acceſſoires ou ſes variations ſont contenues dans les Tables IV. V. X. & partie de la XIIIe, c'eſt-à-dire, que dans la Table de la variation M. Mayer a ajoûté une autre petite équation qui a le même argument & qui tient à l'évection. (1148)

1150. La variation que nous avons expliquée ci-devant (1132), & qui eſt un effet de la force du ſoleil qui accélere ou retarde le mouvement de la lune dans ſon orbite, ſe trouvera dans la Table XIIIe. quant à ſa partie moyen-

ne; mais elle devient plus grande quand le ſoleil s'approche de la terre ou que la lune s'en éloigne; les changemens qu'elle éprouve par la diſtance du ſoleil à la terre & qui dépendent de l'anomalie moyenne du ſoleil ſont renfermés dans les Tables II. & III; & celles qui proviennent du changement de diſtance de la lune à la terre par l'équation VI. & une partie de la XIIe. Newton admettoit un changement de 2′ 10″ en plus & en moins dans la variation; il faiſoit la plus grande variation de 37′ 25″, le ſoleil étant périgée, & de 33′ 4″ le ſoleil étant apogée; les équations précédentes produiſent à peu-près le même réſultat.

1151. L'Equation VIII. de 40″ eſt un ſupplément néceſſaire de l'équation annuelle (1136); car cette inégalité vient de la force du ſoleil ſur la lune, entant que l'orbite du ſoleil eſt excentrique, & que ſa diſtance eſt variable; mais cette équation annuelle étant conſidérable, elle ne peut manquer de changer lorſque la diſtance de la lune à la terre varie; car alors non-ſeulement la lune eſt plus ou moins près du ſoleil; mais ſa vîteſſe devenue différente, donne auſſi plus ou moins de priſe à l'action du ſoleil: pour cet effet, M. Mayer y a ajoûté l'équation qui ſera marquée la huitieme dans nos Tables, dont l'argument eſt l'anomalie moyenne de la lune moins celle du ſoleil; & comme cette Table ne ſuffit pas encore pour repréſenter toute l'inégalité, il a renfermé le reſte d'une façon particuliere dans cette équation, qu'on applique à l'anomalie moyenne, & que j'ai mis ſous le nom d'*Equation A*, à la ſuite des dix petites équations du moyen mouvement; elle renferme auſſi l'inégalité annuelle du mouvement de l'apogée.

1152. Les équations renfermées dans les Tables VII. & IX. dépendent de l'inclinaiſon de l'orbite lunaire, parce que la force du ſoleil agit plus ou moins obliquement ſur la lune, ſuivant qu'ils ſont l'un & l'autre plus ou moins éloignés des nœuds, & ſitués dans des plans plus ou moins différens; dès-lors le mouvement de la lune en eſt diverſement affecté; à cela ſe joint l'excentricité qui rend cette force plus grande dans l'apogée de la lune.

1153. Indépendamment des trois grandes équations & des 9 petites, dont j'ai tâché de donner une idée générale, il y en a encore quelques-unes que M. Mayer dit avoir réunies aux précédentes, (quand il a pû les assujettir à un même argument), sur-tout à l'équation *A* de l'anomalie moyenne ; il y en a d'autres enfin qu'il a regardées comme négligeables par leur petitesse, ou dont il n'a pû déterminer assez exactement la véritable quantité par les observations.

Exactitude des Tables de Mayer.

1154. M. Mayer au moyen de ces petites équations, combinées & ajustées sur 200 observations de la lune, tant de ce siécle-ci que du précédent, est venu à bout de représenter ces observations avec la précision la plus grande qu'on eût encore obtenue ; à peine sur ce grand nombre s'en trouve-t-il dix dont le calcul s'écarte d'une minute & demie, aucune des erreurs ne monte à deux minutes, & le nombre de celles qui ne vont qu'à quelques secondes, est considérablement le plus grand.

Si l'on examine ensuite leur simplicité & leur commodité, on ne sera pas surpris que je les ai préférées jusqu'ici aux autres Tables de la Lune, pour mes calculs annuels de la *Connoissance des Mouv. Celestes* ; c'est par la même raison que je les ai insérées dans la *Connoissance des Temps de* 1761, & que je les mettrai encore à la fin de cet Ouvrage.

Réflexions générales.

1155. J'aurois bien souhaité de pouvoir donner ici une notion plus distincte de toutes ces inégalités de la lune, leur quantité, la maniere dont on les a découvertes, & dont on peut les constater ; mais dans tout ce qui s'est fait jusqu'ici sur cette matiere, il n'y a encore que de l'incertitude & de l'obscurité ; les Géométres qui s'en sont occupés depuis 20 ans, n'ont point donné les détails de leurs procédés, & ne sont point d'accord sur les quantités des équations, sur leur utilité, sur leur exactitude ; il se passera plus de 50 ans avant qu'on puisse donner de pareils détails dans un Traité d'Astronomie, avec la précision que j'ai en vûe dans celui-ci.

Des Tables faites sur la seule Théorie.

1156. Les Tables de la Lune données par Kepler, Horox, Flamstead, Newton, Cassini & Mayer, ont pour fondement les observations mêmes ; car quoique Newton

eût trouvé à peu-près la forme de ſes équations par le principe de l'Attraction, il en avoit déterminé la quantité par les obſervations de Flamſtead ; de même M. Mayer chercha dans la théorie & les calculs de M. Euler la forme de ſes Tables, mais il paroît qu'il les ajuſta ſur les obſervations de M. Bradley, à force de tentatives, d'eſſais & de calculs.

Cependant le ſeul principe de l'Attraction en raiſon inverſe du quarré de la diſtance, devroit ſuffire, ce ſemble, pour calculer, ſans le ſecours de l'obſervation, toutes les petites inégalités de la lune ; c'eſt ce qu'ont entrepris les plus fameux Géométres de ce ſiécle, M. Euler, M. Clairaut, M. d'Alembert, & pluſieurs autres après eux ; mais ils conviennent preſque tous qu'il eſt douteux qu'on puiſſe parvenir à fixer par la ſeule théorie toutes ces petites inégalités. On trouvera dans le XXIIe. Livre la forme & les principes de ces recherches ; nous n'en ſuivrons pas le détail pour chacune des inégalités de la lune, parce que ce détail eſt prodigieux, & qu'il exigeroit des volumes : d'ailleurs ceux qui ont eu la conſtance de les faire, n'ont pas encore pû ſe déterminer à les publier ; on trouvera tout ce qui s'eſt fait là-deſſus dans trois Ouvrages que nous allons indiquer, qui ſont de MM. Clairaut, d'Alembert & Euler.

1157. L'Ouvrage de M. Euler a pour titre : *Theoria motûs Lunæ exhibens omnes ejus inæqualitates, authore L. Eulero, Petropoli*, 1753, *in*-4°. 347 *pages*. Ce Livre avoit été précédé par un grand nombre de calculs ſur la même matiere, qui ſe trouvent dans différens Mémoires de M. Euler, & par des Tables de la Lune qu'il publia à Berlin dans ſes Opuſcules en 1745. Ces Tables furent enſuite corrigées & publiées dans l'Almanach Aſtronomique de Berlin pour 1750.

Le ſecond Ouvrage eſt la *Piéce de M. Clairaut qui a remporté le Prix de l'Académie Impériale des Sciences de S. Péterſbourg propoſé en* 1750, *ſur la théorie de la Lune*, imprimé à Peterſbourg dès l'année 1752, en 92 pag. *in*-4°. & dont M. Clairaut fait imprimer actuellement (*Décembre* 1763), une nouvelle édition. Cette Piéce avoit été précédée par un grand nombre de recherches dont M.

Clairaut donna l'ébauche dans les Mémoires de l'Académie pour les années 1745 & 1748, & elle fut ſuivie des *Tables de la Lune*, imprimées en 1754, *in*-8°. dont M. Clairaut fait imprimer auſſi une nouvelle édition.

1158. Le troiſieme Ouvrage où l'on peut approfondir cette matiere, eſt celui de M. d'Alembert qui a pour titre: *Recherches ſur différens points importans du Syſtême du Monde*, premiere Partie, 1754, *in*-4°. 260 *pages*. On y trouve des Tables de la Lune de M. d'Alembert, qui ont été publiées avec des corrections dans le ſecond Volume de ſes Opuſcules Mathématiques en 1762, où l'on trouve auſſi pluſieurs belles recherches ſur la Théorie de la Lune. On peut ajoûter à ces trois Ouvrages primitifs ceux de M. Simpſon, du P. Walmſley, du P. Friſi, &c. ſur la même matiere.

ÉLÉMENS DE LA THÉORIE DE LA LUNE

SUIVANT DIVERS AUTEURS.

1159. Mouvement ſéculaire pour cent années Juliennes, dont 25 ſont biſſextiles.

Kepler & Horox,	10ˢ	7°	48′	51″
Newton, Flamſtead & Halley,	10	7	50	25
la Hire,	10	7	50	1
Caſſini,	10	7	49	52
Mayer,	10	7	52	19

Mouvement de l'apogée pour cent années Juliennes.

Kepler & la Hire,	3	19	14	16
Horox,	3	19	4	16
Flamſtead, Halley, & Mayer,	3	19	11	15
Caſſini,	3	19	14	16

Mouvement ſéculaire du Nœud.

Kepler, Horox, & la Hire,	4	14	11	7
Flamſt. & Halley,	4	14	11	15
Caſſini,	4	14	11	5
Mayer,	4	14	11	15

Epoque de la longitude moyenne de la Lune pour 1750.	Kepler,	6ˢ	8°	13′	49″
	Horox,	6	8	12	49
	la Hire,	6	8	18	5
	Flamstéad,	6	8	16	19
	Halley,	6	8	15	19
	Cassini,	6	8	14	55
	Mayer,	6	8	16	53
Epoque ou longitude de l'apogée pour 1750.	Kepler,	5	21	30	33
	Horox,	5	20	30	33
	La Hire,	5	20	40	54
	Flamstead,	5	20	58	52
	Halley,	5	20	58	52
	Cassini,	5	21	1	21
	Mayer,	5	20	56	47
Epoque ou longit. du Nœud pour 1750.	Kepler,	9	10	33	14
	Horox,	9	10	15	14
	La Hire,	9	10	21	0
	Flamstead,	9	10	15	0
	Halley,	9	10	13	59
	Cassini & Mayer,	9	10	18	8
Equation du centre.	Flamstead,	6	18	33	
	Euler,	6	18	18	
	D'Alembert,	6	18	27	
	Clairaut,	6	18	1	
	Mayer,	6	18	44	

L'excentricité moyenne, employée par M. Clairaut, est 0,05505, ou 5505 parties, dont la distance moyenne contient 100000. Sur les autres équations de la Lune voyez les articles précédens; sur la parallaxe de la Lune, voyez le Livre IX.

Révolutions.

1160. Révolution de la Lune par rapport à l'équinoxe, 27ʲ 7ʰ 43′ 5″

Révol. de la Lune par rapport aux étoiles,	27	7	43	12
Révol. de la Lune par rapport au soleil,	29	12	44	3 1/3
Révol. par rapport au nœud, (1169)	27	5	5	36

Révolution de l'apogée de la Lune, ſuivant M. Caſſini, *pag.* 312, (art. 1121), 8ans 3 11j 8h 0′
Révolution du nœud de la Lune, ſuivant M. Caſſini, *pag.* 288, (art. 1167). 18 228 7 0

Diſtance.

1161. La diſtance moyenne de la lune à la terre eſt de 85327 lieues, en ſuppoſant les lieues de 2282 toiſes, ou de 25 au degré, comme on le peut conclure de ſa parallaxe horiſontale, dont nous parlerons dans le IXe. Livre.

Groſſeur.

Le diamétre vrai de la lune ſe trouvera dans le IXe. Livre, après que nous aurons parlé de la parallaxe de la lune; on verra que ſon volume eſt la 49e. partie de celui de la terre; la maſſe ou la quantité de la matiere de la lune eſt $\frac{1}{70}$ de celle de la terre, comme nous le dirons en parlant de ſa denſité dans le XXIIe. Livre.

Accélération du moyen Mouvement de la Lune.

1162. L'ÉQUATION SÉCULAIRE qu'on trouvera dans les Tables de la lune exprime une accélération qu'on a remarquée depuis long-temps dans les moyens mouvemens de la lune; la durée de ſa révolution en mettant à part toutes ces inégalités, eſt plus courte actuellement de 22 tierces de temps qu'elle n'étoit il y a 1800 ans; ce qui produit un degré & demi d'erreur ſur le lieu de la lune quand on le calcule pour l'année 720 avant J. C. en employant le mouvement de la lune qui convient aux obſervations modernes.

Auteurs qui en ont parlé.

1163. M. Halley ſur la fin du dernier ſiécle fut le premier qui remarqua cette accélération phyſique dans le mouvement de la lune, (*Philoſ. Tranſ. n°.* 204 & 218: il en parla en 1693 & 1695 à l'occaſion des obſervations d'Albategnius & des ruines de Palmyre; Newton dans la ſeconde édition de ſes Principes, *pag.* 481, cite M. Halley comme ayant reconnu le premier cette accélération; M. Dunthorn a examiné enſuite cette matiere (*Philoſ. Tranſ.* 1749 & 1750 *n°.* 491 *pag.* 162; M. Mayer en parle dans le ſecond volume des Mémoires de Gottingen, (*Comment.*

Soc. Gotting. 1752 *pag.* 383); enfin j'ai diſcuté cette matiere avec encore plus de ſoin & de détails dans les Mémoires de l'Académie pour 1757, *pag.* 426. Voici en peu de mots le réſultat de mes recherches à ce ſujet.

1164. Pour connoître l'inégalité du moyen mouvement de la lune entre les anciennes obſervations de l'an 720 avant J. C. & celles de notre ſiécle ; il faut néceſſairement en avoir qui ayent été faites dans un ſiécle intermédiaire, & l'on en trouve très-peu. Les obſervations les plus déciſives en cette matiere ſont deux éclipſes de ſoleil obſervées près du Caire l'an 977 & 978, par Ibn Junis Aſtronome du Roi Abu-Haly-Almanzor le Sage, qui commandoit en Egypte; pour repréſenter ces éclipſes j'ai trouvé qu'il falloit ſuppoſer le moyen mouvement ſéculaire de la lune $10^s\ 7^\circ\ 53'\ 21''$ dans ce ſiécle-ci, plus grand de $3' \frac{1}{2}$ que dans M. Caſſini, & y appliquer une équation ſéculaire de $9''\ 886$ pour le premier ſiécle ; cette équation augmentant enſuite comme le quarré des temps devient de $1^\circ\ 35'$ pour l'année 700 avant J. C. & cette équation ſéculaire fait que la durée de la révolution de la lune eſt dans ce ſiécle-ci $27^j\ 7^h\ 43'\ 4''\ 45'''$.

Incertitude à ce ſujet.

1165. Je dois cependant avertir que M. Griſchow étant à Leyde en 1749, engagea M. Schultens Profeſſeur en Langue Arabe à faire la recherche & la traduction du Mſſ. Arabe dont ces obſervations ſont tirées; j'ai vû à Londres entre les mains de M. le D. Bevis cette traduction ; on y trouve des obſcurités, & M. Bevis penſe même que c'étoit plutôt des calculs que de véritables obſervations ; il ſeroit à ſouhaiter qu'on s'aſſurât mieux d'un fait auſſi intéreſſant ; les perſonnes inſtruites dans les Langues Orientales n'auroient pas de meilleures occaſions de rendre leurs études utiles.

DES NŒUDS ET DE L'INCLINAISON DE L'ORBITE LUNAIRE.

1166. L'orbite de la lune eſt inclinée à l'écliptique auſſi bien que celles de toutes les autres planetes (794), la lune

la lune traverſe l'écliptique deux fois dans chaque révolution, & ſept jours après avoir traverſé ſes nœuds dans l'écliptique elle s'en éloigne de 5 degrés: ſans cette inclinaiſon nous aurions tous les mois une éclipſe de ſoleil le jour de la nouvelle lune, & une éclipſe de lune le jour de l'oppoſition; mais au contraire il y a des années entieres où il n'arrive aucune éclipſe de lune (par exemple, en 1763), parce qu'au moment de chaque oppoſition la lune eſt éloignée de ſon nœud, & par conſéquent au-deſſus ou au-deſſous de l'écliptique ſur laquelle eſt toujours le centre du ſoleil.

LE NŒUD ASCENDANT de la lune ou celui par lequel elle traverſe l'écliptique en s'avançant vers le nord s'appelle quelquefois *la tête du Dragon*, & ſe déſigne par ce caractère ☊: le nœud deſcendant ou queue du Dragon par celui-ci ☋.

1167. Ce qu'il y a de plus remarquable dans les nœuds de la lune c'eſt la promptitude de leur mouvement; ſi la lune traverſe l'écliptique dans le premier point du Bélier ou dans le point Equinoxial, comme cela arrivera au mois de Juin 1764; dix-huit mois après c'eſt dans le commencement des poiſſons qu'elle traverſera l'écliptique, c'eſt-à-dire, que ſon nœud aura rétrogradé de 30 degrés ou d'un ſigne entier; & il fera de même tout le tour du ciel dans l'eſpace de 18 ans 224 jours $4^h \frac{3}{4}$. Ce mouvement des nœuds fut aiſé à reconnoître en voyant la lune éclipſer la belle étoile du cœur du Lion ou *Regulus* qui eſt ſur l'écliptique même. Quand la lune éclipſe *Regulus* (par exemple, au mois de Juin 1757), elle eſt évidemment dans ſon nœud; mais quelques années après, on voit qu'au lieu d'éclipſer *Regulus* elle paſſe 5° plus haut ou plus bas, au nord ou au midi de l'étoile: donc le nœud de l'orbite lunaire n'eſt plus alors au point de l'écliptique où ſe trouve *Regulus*, mais à 90 degrés de-là; il en eſt de même des autres étoiles. Toutes les fois que la lune a été en conjonction avec une étoile, de maniere à en paſſer fort près, elle ſe trouve le mois ſuivant plus éloignée de l'étoile & toujours de plus en plus. Au bout de 19 ans on la voit revenir par les mêmes points

Révolution des Nœuds.

du ciel & couvrir les mêmes étoiles, ce qui prouve assez que le nœud de la lune fait le tour du ciel dans cet espace de temps.

1168. On verra dans le Xe. Livre que les éclipses de lune sont de la même durée quand la lune est à la même distance de l'écliptique ou à la même distance de son nœud. *Hipparque* ayant comparé entr'elles des éclipses de lune observées depuis les Chaldéens jusqu'à lui, trouva que dans l'espace de 5458 mois lunaires la lune avoit passé 5923 fois par son nœud; ce qui donnoit le mouvement diurne de la lune par rapport à son nœud de 13° 13′ 45″ 39‴ $\frac{2}{3}$, résultat qui s'est trouvé fort exact: car, suivant Bouillaud (*Astron. Phil. pag.* 154, il est de 13° 13′ 45″ 39‴ 38^{IV} 5^{V} 39^{VI} 35^{VII} 17^{VIII}. Cet élément est si facile à déterminer par les éclipses de lune observées autrefois & comparées avec les nôtres, qu'il n'y a là-dessus aucune incertitude. J'ai donné ci-dessus les résultats de différentes Tables pour le mouvement du nœud de la lune, (1159).

Mouvement par rapport au Nœud.

1169. Il est aisé de conclure de ce qui précéde, que le mouvement moyen de la lune étant pris pour unité, celui de son nœud est égal à la fraction décimale 0,00401894 dont le logarithme est 7,604113; le mouvement de la lune par rapport à son nœud est donc 1,00401894. La révolution de la lune par rapport au nœud se trouvera en divisant par ce dernier nombre la révolution périodique de la lune; car la révolution par rapport à l'équinoxe est à la révolution par rapport au nœud, comme le mouvement par rapport au nœud est au mouvement par rapport à l'équinoxe; ainsi cette révolution de la lune par rapport au nœud se trouvera de 27^{j} 5^{h} 5′ 36″.

Révolution par rapport au Nœud.

1170. L'orbite de la lune fait avec l'écliptique un angle d'environ cinq degrés, c'est-à-dire, que la lune lorsqu'elle est à 90° de ses nœuds a environ 5° de latitude; mais cette plus grande latitude qui n'est que de 5° dans les pleines lunes qui arrivent à 90° des nœuds, se trouve de 5° 18′ dans les quadratures, lorsquelles sont observées de même à 90° des nœuds, c'est-à-dire, que l'inclinaison de l'orbite lunaire est la plus petite dans les conjonctions, la

plus grande dans ces quadratures ; Ptolémée ne connoiſſoit pas cette différence : il ſuppoſoit l'inclinaiſon conſtante & de 5°. Copernic lui-même (*Lib.* IV *Cap.* 4), le plus exact Obſervateur qu'il y ait eu depuis Ptolémée n'avoit pas examiné la choſe de plus près : Tycho-brahé fut le premier qui fit cette remarque importante pour la théorie de la lune ; & après avoir découvert la troiſieme inégalité de la lune par ſes obſervations, il découvrit auſſi le changement de l'inclinaiſon & l'inégalité du mouvement des nœuds de la lune ; voici ce qu'il en dit dans la 26e. page du petit Appendix que j'ai déjà cité (1129).

Inégalité découverte par Tycho.

1171. On s'eſt perſuadé mal à propos juſqu'ici que les limites de la plus grande latitude de la lune étoient toujours les mêmes & alloient conſtamment à 5°. Ptolémée, Albategnius, Alphonſe, ont été ſuivis en cela par Copernic avec trop de confiance, comme dans pluſieurs autres occaſions : on a eu tort de croire auſſi que les nœuds de la lune avoient un mouvement uniforme & régulier. Des obſervations faites depuis quelques années avec le plus grand ſoin, nous ont forcé à abandonner les anciennes traditions ſur leſquelles nous avions compté juſqu'alors ; nous avons trouvé que dans les nouvelles & pleines lunes la latitude de la lune eſt de 4° 58′ $\frac{1}{2}$, à peu-près comme l'établiſſoit Ptolémée; mais dans les quadratures elle va juſqu'à 5° 17′ $\frac{1}{2}$, & nous nous en ſommes aſſurés par des obſervations exactes & multipliées faites dans les limites auſtrales & boréales, & dans les deux tropiques, en tenant compte des réfractions & des parallaxes.

Inégalité du Nœud.

1172. Tycho reconnut auſſi dans les nœuds de la lune une inégalité qui dans les nouvelles & pleines lunes n'étoit pas ſenſible, auſſi elle n'avoit pas été remarquée par les Anciens qui n'obſervoient preſque jamais la lune, ſi ce n'eſt dans les éclipſes ; mais dans les autres ſituations il trouvoit 1° 46′ de différence ſur le lieu du nœud, ou environ 12′ de plus ou de moins ſur la latitude de la lune aux environs des nœuds.

Maniere de repréſenter ces deux effets.

1173. Enfin Tycho vit que ces deux inégalités de l'inclinaiſon & du nœud ſe repréſentoient à la fois par

Fig. 85. un petit cercle *EC*, dont le diamétre *GC* (*Fig.* 85) étoit de 19′. Le centre *D* de ce petit cercle étant ſuppoſé à une diſtance *DA* du pole *A* de l'écliptique égale à 5° 8′ qui eſt la moyenne inclinaiſon ou la moyenne diſtance des poles de l'écliptique & de l'orbite de la lune, c'eſt-à-dire, que l'arc *AD* eſt de 5° 8′; l'exactitude de cette détermination eſt remarquable, car l'inclinaiſon a été reconnue de 5° 9′ 8″ par les plus récentes obſervations, & la valeur de *GD* 8′ 50″; ce qui differe à peine des quantités trouvées par Tycho-brahé. Le pole de l'orbite lunaire eſt ſuppoſé ſe mouvoir ſur la circonférence *GEC*, de maniere qu'il ſoit en *G* dans les ſyzigies, en *C* dans les quadratures, en *F* dans les octans; ſon mouvement étant proportionnel au double de la vraie diſtance de la lune au ſoleil; de-là il ſuit que l'angle *DAF* eſt de 1° 46′, c'eſt la plus grande équation du lieu du pole *D* & du lieu du nœud de la lune ſur l'écliptique; dans un autre point comme *H*, l'angle *HAG* ſera auſſi l'équation du nœud, & *AH* la diſtance actuelle des poles ou l'inclinaiſon de l'orbite de la lune pour le temps donné, l'angle *ADH* étant toujours égal au double de l'élongation de la lune ou de ce qui lui manque pour aller à 360°, c'eſt-à-dire, au double de la diſtance de la lune à ſa conjonction ou à ſon oppoſition.

1174. Tycho-brahé n'apperçut pas qu'il réſultoit de cette hypothèſe & de cette conſtruction une maniere très-ſimple de corriger la latitude de la lune par une ſeule équation; Kepler & Newton même continuerent d'employer une équation pour l'inclinaiſon & une pour le nœud, d'où ils tiroient enſuite la latitude de la lune par la réſolution d'un triangle ſphérique; M. T. Mayer eſt le premier, ce me ſemble, qui dans ſes Tables de la lune ait ſçû prendre une voie plus ſimple: je vais la démontrer ici, car l'Auteur ne nous en a point laiſſé de démonſtration, ayant toujours caché, tant qu'il a pû, les moyens dont il s'étoit ſervi pour perfectionner ſes Tables de la lune; on verra que par ce moyen l'on n'eſt pas obligé de ſuppoſer un changement d'inclinaiſon, ni une équation dans le nœud. Il ſuffit de corriger par une ſimple équation la latitude de la lune cal-

culée à la maniere ordinaire, en ſuppoſant une inclinaiſon conſtante de 5° 9′ 8″.

1175. Soit L la lune, E le pole de ſon orbite (*Fig.* 85.) en ſorte que LE ſoit de 90° parce que le pole d'un cercle eſt toujours éloigné de ſa circonférence de 90°, l'arc LD qui eſt la diſtance de la lune au pole moyen eſt plus ou moins grand que la diſtance au pole vrai, de toute la quantité de l'équation de la latitude que nous cherchons. Si du pole D on abaiſſe le petit arc perpendiculaire DM ſur le cercle LE prolongé en M; on aura $LM = LD$, & par conſéquent EM ſera la différence cherchée entre la diſtance au pole vrai & la diſtance au pole moyen; ou entre la latitude vraie & la latitude moyenne. Puiſque AD eſt le cercle de latitude qui paſſe par les poles de l'orbite de la lune, qui lui eſt perpendiculaire aux points de la plus grande digreſſion; l'arc de cercle DB perpendiculaire au premier ſera celui qui paſſe par les nœuds de la lune, & l'angle LDB ſera la diſtance de la lune à ſon nœud ou l'argument de latitude meſuré au pole de ſon orbite; ce qui revient au même que s'il étoit compté ſur l'orbite même de la lune. L'angle ADM eſt égal à l'angle LDB; car ſi des angles droits ADB & LDM on ôte la partie commune MDB, on aura les reſtes égaux ADM & LDB: ainſi ADM eſt auſſi égal à l'argument de latitude; mais ADE, ſuivant l'hypothèſe de Tycho (1173) eſt égal au double de la diſtance de la lune au ſoleil, donc MDE eſt égal au double de cette diſtance moins l'argument de latitude. Le petit triangle rectangle DME ſenſiblement rectiligne, donne, ſuivant la régle ordinaire de la trigonométrie rectiligne, $ME = ED$ ſin. MDE; donc l'équation de la latitude de la lune eſt égale à 8′ 50″ multipliés par le ſinus de l'angle MDE de la double diſtance de la lune au ſoleil moins l'argument de latitude.

Equation de la Latitude.

Fig. 85.

Régle.

1176. Il réſulte auſſi de ce changement dans les nœuds & l'inclinaiſon de l'orbite lunaire une inégalité dans la réduction à l'écliptique; mais M. Mayer l'a renfermée dans la Table de la *variation*, parce qu'on a reconnu qu'en diminuant de quelques ſecondes la variation, on produiſoit

le même effet ; M. d'Alembert remarque dans ſa théorie de la lune, *pag.* 97, que les quantités qui proviennent de l'équation du nœud & de celle de l'inclinaiſon, ſe détruiſent mutuellement, à l'exception d'une équation de 23 ſecondes qui a le même *argument* * que la variation de la lune.

1177. Le calcul de l'Attraction a fait voir beaucoup d'autres inégalités ſenſibles dans les latitudes de la lune, mais elles ſont aſſez petites pour qu'on puiſſe les négliger, ſans faire ſur la latitude de la lune des erreurs de plus d'une minute & demie ; ainſi nous les négligerons, ne regardant pas juſqu'ici comme conſidérable l'erreur d'une minute ſur la latitude de la lune.

DE LA PÉRIODE CHALDÉENNE

DE DEUX CENTS VINGT-TROIS LUNAISONS.

1178. Nous avons dit, (1107) que les plus anciens Aſtronomes, long-temps avant Hipparque, avoient apperçu le retour conſtant des éclipſes au bout de 223 mois lunaires, ou de 18 ans & dix jours. Pline le Naturaliſte dit auſſi qu'il eſt certain que les éclipſes retournent dans le même ordre dans l'eſpace de 223 mois, (*L. II. cap.* 13.). C'eſt pourquoi M. Halley appelle cette période *la Periode de Pline*, (*Philoſ. Tranſ.* 1692. *n°.* 194. *Acta Erudit.* 1692. *p.* 529.).

1179. Les éclipſes ne pouvoient revenir dans le même ordre malgré les inégalités de la lune, à moins que ces inégalités n'euſſent auſſi la même période, d'où M. Halley conclut que les inégalités & les erreurs des Tables, quoiqu'imparfaitement connues de ſon temps, devoient cependant revenir les mêmes au bout de 223 lunaiſons, en ſorte qu'une erreur obſervée devoit ſuffire pour annoncer celle qui auroit lieu 18 ans après, malgré l'imperfection des Tables de la Lune.

1180. C'eſt cette période que M. Halley appelle auſſi *Saros*, ou *Période Chaldaïque* ; il eſt vrai que le Saros

* On appelle *Argument d'une Equation*, la quantité ou l'angle dont elle dépend, & qui en régle la meſure ; ainſi l'anomalie moyenne eſt l'argument de l'équation du centre, la diſtance au nœud eſt l'argument de la latitude.

connu chez les Chaldéens, & dont on ignore la véritable durée, a été confondu par Suidas avec l'intervalle de 223 lunaiſons, mais ſans aucune preuve. On peut voir au ſujet du Saros, du Neros & du Soſſos ce que dit M. Goguet. Voyez auſſi les Mémoires de Trévoux, *Février* & *Avril* 1760, où le P. Giraud & M. Gibert ont diſſerté là-deſſus.

1181. M. Halley dès l'année 1684 avoit fait uſage des 18 ans pour prédire les éclipſes : on avoit obſervé le 22 Juin 1666, V. Style., une éclipſe de ſoleil, à Londres & à Dantzick; il s'en ſervit pour prédire celle du 2 Juillet 1684, en y employant la même erreur qu'il avoit reconnue dans les Tables pour le 22 Juin 1666, & ſa prédiction ſe trouva vérifiée à la minute ; enfin, il trouva que même hors des ſyzigies, les erreurs des Tables ſe retrouvoient preſque les mêmes ; il en conclut que c'étoit un défaut régulier de la Théorie, & pour le reconnoître parfaitement, il forma dès-lors le deſſein d'obſerver la lune ſans interruption pendant une période entiere de 18 ans, pour dreſſer une Table des erreurs de la Théorie, & des Tables de la Lune dans tous les temps de cette période ; c'eſt ce qu'il commença en 1722, (346).

1182. On trouve dans les Tables de M. Halley un catalogue des éclipſes de lune & de ſoleil, arrivées depuis 1701 juſqu'en 1718 ; il donna pour chacune le temps moyen du milieu de l'éclipſe, l'anomalie moyenne du ſoleil, l'argument annuel & la latitude de la lune : pour que cette Table pût ſervir à trouver les éclipſes dans d'autres périodes, il y joignit deux autres Tables, dont l'une marquoit pour chaque anomalie du ſoleil ce qu'il falloit ajoûter, ou ôter du milieu de l'éclipſe trouvée par la période, & de la latitude de la lune au commencement de la période, ou dans le temps d'une des éclipſes obſervées pour avoir l'heure du milieu de l'éclipſe ſuivante au bout des 18 ans, & la latitude de la lune dans le même temps ; par ce moyen on peut prédire une éclipſe avec bien plus d'exactitude que la période ſeule n'en donneroit. Retour des éclipſes.

1183. Cette correction eſt abſolument néceſſaire à cauſe de l'imperfection de cette période ; car, comme l'ob-

ſerve M. le Gentil, (*Mém. Acad.* 1756, *pag.* 58.), dans l'eſpace de dix périodes, une éclipſe, quoique totale, ſe réduit à rien : par la même raiſon, les erreurs des Tables, quoiqu'à peu-près les mêmes au bout de 18 ans, doivent devenir fort différentes après quelques périodes. Le 18 Octobre 1641, l'erreur des Tables de Flamſtead étoit, ſuivant M. le Gentil, de 2′ 6″ en excès, mais le 23 Décembre 1749, elle étoit de 1′ 11″ en défaut ; l'erreur des Tables a donc varié de 3′ 17″ dans l'eſpace de 6 périodes, ce qui fait 33″ de changement pour chaque période.

L'éclipſe du 20 Janvier 1647, comparée avec celle du 27 Mars 1755, donne 45″ de différence pour l'erreur des Tables à la fin d'une ſeule période. Au reſte ; la Table de l'équation de l'intervalle des éclipſes donnée par M. Halley, & dont nous avons parlé ci-deſſus, fait voir qu'on pourroit trouver dans cette période des erreurs encore plus grandes que celles qu'a trouvées M. le Gentil ; car lorſque l'anomalie moyenne du ſoleil eſt nulle, l'équation de la latitude eſt de 4′ 27″, & l'équation de la période en temps eſt de 45 minutes.

Concluſion. 1184. Ainſi quoique cette maniere de connoître & de prédire l'erreur des Tables, fût bonne dans le temps où l'on craignoit de la part des Tables pluſieurs minutes d'erreur, elle eſt peu néceſſaire actuellement où nous avons des Tables dont l'erreur ne paſſe guères une minute.

DU DIAMÉTRE DE LA LUNE.

1185. Les Anciens qui, comme Ptolémée, ne pouvoient meſurer le diamétre de la lune qu'avec des pinnules, ne pouvoient guères s'en aſſûrer avec une grande préciſion, & ils le ſuppoſoient de 30′ dans l'apogée, mais un peu plus grand dans le périgée. Tycho-Brahé établiſſoit le diamétre moyen de la lune de 26′ 30″ dans les conjonctions, & de 34′ 0″ dans les oppoſitions.

Après la découverte des lunettes d'approche on commença à prendre une idée plus juſte des diamétres des planetes. M. Caſſini, dans ſes Tables Aſtronomiques, fait le plus

plus petit diamétre de la lune de 29′ 30″, & le plus grand de 33′ 38″.

1186. Suivant les obſervations exactes que j'en ai faites avec un héliométre de 18 pieds, le diamétre moyen de la lune eſt de 31′ 31″, les extrêmes ſont 29′ 28″, lorſque la lune eſt apogée & en conjonction, & 33′ 36″, lorſqu'elle eſt périgée & en oppoſition. Il faut bien obſerver que ce que j'appelle ici *Diamétre moyen de la Lune*, eſt un milieu arithmétique entre le plus grand & le plus petit diamétre; l'on ne trouveroit que 31′ 9″, ſi l'on vouloit prendre la quantité conſtante à laquelle s'ajoûtent toutes les équations ou les inégalités du diamétre, pour avoir le diamétre actuel dans un temps donné (1189). Diamétre par les dernieres obſervations.

1187. Les variations obſervées dans le diamétre de la lune, indiquent celles de ſa diſtance; auſſi la découverte des lunettes d'approche a donné le moyen de reconnoître exactement les augmentations & les diminutions de la diſtance de la lune. Non-ſeulement le diamétre de la lune diminue quand la lune eſt apogée, mais Horox trouva vers l'an 1638 que la lune étant apogée, n'étoit pas toujours à même diſtance de la terre, & qu'elle en étoit plus éloignée lorſqu'elle ſe trouvoit alors en conjonction ou en oppoſition; cela lui fit établir cette augmentation d'excentricité dans l'orbite de la lune qui a lieu, ſelon lui, toutes les fois que la ligne des apſides concourt avec la ligne des ſyzigies (1125).

M. Picard fit avec ſoin ces mêmes obſervations du diamétre de la lune, pour en conclure ce changement des diſtances de la lune à la terre; il reconnut que la lune périgée & en quadrature, paroiſſoit ſous un angle plus petit que la lune périgée & en ſyzigie. Cette augmentation du diamétre de la lune dans les ſyzigies, vient de deux inégalités dans les diſtances de la lune, dont nous parlerons dans le IXe. Livre à l'occaſion de la parallaxe de la Lune (1344).

1188. Ces deux inégalités ſont liées avec les deux équations du mouvement de la lune, que nous avons appellées *Evection* & *Variation*; elles ont été obſervées depuis que les micrométres nous ont donné le moyen de Changement du diamétre.

meſurer exactement les diamétres de la lune dans ſes diverſes poſitions ; on a obſervé que quand l'argument de la variation étoit de 0 ou de 6 ſignes, le diamétre étoit augmenté de 17″ plus que dans les octans à pareille diſtance de l'apogée, & que l'argument de la variation étant de 3 ſignes, il étoit au contraire diminué de 18″. On a vû de même par rapport à l'argument de la variation, que lorſqu'il étoit de 0 ſignes, le diamétre de la lune augmentoit de 15″, & diminuoit d'autant 5 ou 6 mois après, à même diſtance de l'apogée ; ces obſervations faites dans le dernier ſiécle en Angleterre & en France, étant conformes à la théorie de Newton, c'eſt-à-dire, à l'effet que doit produire l'attraction du ſoleil ; Newton s'en ſervit pour corriger la parallaxe de la lune, par les deux argumens de l'évection & de la variation.

1189. Si l'on nomme y l'anomalie moyenne de la lune & t ſa longitude moyenne moins celle du ſoleil, on a, ſuivant la théorie de M. Clairaut, le diamétre de la lune pour un temps quelconque exprimé par la formule ſuivante : $31' 9'' - 1' 41'' 3 \text{ cof. } y + 5'' 6 \text{ cof. } 2y + 15'' 3 \text{ cof. } 2t - 18'' 5 \text{ cof. } (2t - y)$; je négligerai les autres équations qui ſont inſenſibles ; on peut les trouver en prenant les équations que M. Clairaut a données pour la parallaxe, & dont je parlerai dans le IXe. Livre ; toutes ces équations étant multipliées par $\frac{6}{11}$, donneront les équations correſpondantes du diamétre. D'ailleurs lorſqu'on connoît la parallaxe horiſontale de la lune pour Paris, on en conclut le diamétre par le rapport conſtant de 54′ 56″ à 30′. (Voy. *Mém. Ac.* 1756, & ci-après Livre IX. 1344).

Diminution dans les éclipſes.

Je ne parlerai pas ici de la diminution du diamétre de la lune, que M. de la Hire croyoit avoir lieu dans les éclipſes de ſoleil ; j'ai parlé de cette augmentation dans la *Connoiſſance des Temps* de 1760, *pag.* 157 ; & j'ai fait voir que cette diminution n'a pas lieu.

Augmentation par la hauteur.

1190. Lorſque la lune eſt plus près de nous, ſon diamétre apparent paroît plus grand dans la même proportion (1057), puiſque l'angle viſuel ſous lequel elle paroît, & qui forme la meſure de ce diamétre, devient plus ouvert. *Fig.* 87. Soit T le centre de la terre, (*Fig.* 87.), O un Obſervateur

ſitué à la ſurface de la terre, Z la lune ſituée au zénith de l'Obſervateur ; ſi la diſtance ZO de la lune à l'Obſervateur eſt plus petite d'une ſoixantieme, que la diſtance ZT de la lune au centre de la terre, le diamétre apparent vû du point O, ſera plus grand d'une ſoixantieme que le diamétre vû du centre T de la terre.

De même ſi la lune eſt ſituée en L, de maniere que ſa hauteur au-deſſus de l'horiſon ſoit égale à l'angle LOH, ſa diſtance au zénith étant égale à l'angle LOZ, on voit que la diſtance LO ſera plus petite que la diſtance LT au centre de la terre ; le ſeul cas où cette augmentation ſera nulle, eſt celui où la lune ſera dans l'horiſon même en H, car alors elle ſera preſque également éloignée du point O & du point T ; voilà pourquoi on appelle DIAMÉTRE HORISONTAL de la lune, celui qui eſt vû du centre de la terre, parce qu'il eſt auſſi égal au diamétre obſervé de la ſurface de la terre, quand la lune eſt à l'horiſon.

Diamétre horiſontal.

1191. Lorſqu'on connoît le diamétre horiſontal de la lune, il eſt aiſé de trouver le *diamétre augmenté* à raiſon de la hauteur ſur l'horiſon, puiſqu'ils ſont entre eux comme le côté LO eſt au côté LT. Dans le triangle LOT, l'angle OLT eſt ce qu'on appelle la *parallaxe de hauteur*, (Voyez ci-après Livre IX) ; l'angle LOZ, ou ſon ſupplément LOT qui a le même ſinus, eſt la diſtance apparente au zénith, l'angle LTO eſt la diſtance vraie de la lune au zénith, vûe du centre de la terre, ou le complément de la hauteur vraie. Dans tout triangle rectiligne les ſinus des côtés ſont comme les ſinus des angles oppoſés ; ainſi le côté LO eſt au côté TO, comme le ſinus de l'angle OTL eſt au ſinus de l'angle LOT ; donc le diamétre horiſontal eſt au diamétre augmenté, comme le ſinus de la diſtance vraie de la lune au zénith, vûe du centre de la terre, eſt au ſinus de la diſtance apparente de la lune au zénith, vûe du point O.

1192. Ainſi pour trouver le diamétre de la lune augmenté à raiſon de ſa hauteur au-deſſus de l'horiſon, on fera cette proportion : *Le coſinus de la hauteur vraie eſt au coſinus de la hauteur apparente, comme le diamétre horiſontal eſt au diamétre augmenté.* C'eſt la différence entre

Régle de cette augmentation.

celui-ci & le diamétre horiſontal qu'on appelle *Augmentation du diamétre*, & dont j'ai donné une Table fort ample & fort détaillée, pour les différens degrés de hauteur & pour les différentes grandeurs du diamétre de la lune dans mon *Expoſition du Calcul Aſtronomique*, *p.* 259.

1193. M. de la Caille dit dans ſes Leçons d'Aſtronomie, que cette augmentation du diamétre de la lune eſt la différence de parallaxe entre le bord ſupérieur & le bord inférieur de la lune ; mais cette notion eſt défectueuſe, car elle ne ſçauroit s'appliquer au diamétre de la lune meſuré horiſontalement, qui cependant eſt augmenté auſſi bien que le diamétre vertical, ſuivant les différentes hauteurs de la lune.

Grandeur de la Lune à l'horiſon.

1194. Suivant la démonſtration précédente le diamétre de la lune doit paroître plus petit quand la lune ſe léve, que quand elle eſt parvenue à une certaine hauteur ; la lune en s'élevant doit paroître de plus en plus grande à nos yeux, & l'obſervation faite avec un inſtrument quelconque prouve ſans ceſſe aux Aſtronomes que la lune paroît ſous un angle plus petit quand elle eſt à l'horiſon. Cependant un fait généralement reconnu c'eſt que la lune à la vûe ſimple paroît d'une grandeur extraordinaire lorſqu'on la voit ſe lever derriere des bâtimens ou des montagnes ; il n'y a preſque perſonne qui ne s'imagine la voir alors deux ou trois fois auſſi large que quand elle arrive enſuite à une grande hauteur. C'eſt-là certainement une illuſion optique & elle a lieu de même pour les autres aſtres ; mais il ſuffit de regarder la lune dans une lunette quelconque ou au travers d'un tube de papier, & même ſi l'on veut, au travers d'une carte où l'on a fait un trou d'épingle, pour ſe convaincre que l'augmentation n'eſt point réelle & que le diamétre de la lune eſt vû au contraire alors ſous un plus petit angle, que lorſque la lune eſt à une plus grande hauteur.

Jugement involontaire.

Il eſt difficile de ſe former une idée claire de la cauſe de cette illuſion, ſi ce n'eſt en admettant avec tous les Opticiens ce jugement tacite, commun & involontaire, par lequel nous eſtimons fort grands les objets qui nous paroiſſent fort éloignés, en même temps que nous jugeons les

objets fort éloignés lorſque nous voyons à la fois beaucoup de corps interpoſés entre nous & l'objet dont il s'agit.

1195. Roger Bacon en citant l'optique de Ptolémée, (Ouvrage qui s'eſt perdu pendant les ſiécles d'ignorance), nous apprend que cet Auteur en avoit jugé ainſi; Deſcartes & le Pere Mallebranche (*Recherche de la Vér. Liv.* 1) l'expliquent de la même maniere. C'étoit une marque d'ignorance profonde dans M. Regis, (*Syſtême de Phil. Tom. IV. Liv.* 8) de ſoutenir que c'étoit un effet de la réfraction, car la réfraction accourcit les diſtances au lieu de les étendre, & fait paroître les objets plus petits, bien loin de les faire paroître plus grands. (*Voyez Liv. XII.*)

La lune ſe levant à l'horiſon derriere une montagne ou à l'extrémité d'une plaine, paroît néceſſairement à la ſuite de pluſieurs objets ſenſibles & variés; au lieu que dans une certaine hauteur on éleve la vûe pour appercevoir la lune, & l'on ne voit rien entr'elle & nous qui puiſſe nous faire juger de ſa diſtance. Dans le premier cas, notre entendement accoutumé à juger de l'éloignement d'un corps par la multitude des objets qui paroiſſent entre lui & nous, eſtime néceſſairement la lune fort loin de nous, & cela par habitude, par inſtinct & par une ſuite de ſa maniere d'eſtimer & de juger des diſtances. Or un même objet que nous jugerons fort éloigné, ſera jugé plus grand que ſi on le croyoit fort près: ainſi la lune dans l'horiſon, eſtimée à une plus grande diſtance eſt jugée plus grande par cette premiere perception: on trouvera d'autres preuves de la vérité de ce jugement habituel & involontaire ſur la grandeur des objets, dans le 1^r^. volume du grand Traité d'Optique de Smith, en Anglois, *art.* 160 *& ſuiv.*

1196. Le Pere Gouye ſubſtituoit, ou ajoûtoit une autre conſidération à celle-ci, & je crois qu'elles peuvent aller enſemble & ſe fortifier mutuellement. Une colonne qui paroît au-devant d'une muraille ou qui eſt environnée de pluſieurs objets différens; & même une colonne cannelée ſemble en général être plus grande que ſi elle étoit ſimple & iſolée; les vapeurs de l'horiſon & le voiſinage de la terre, des montagnes, des arbres, font cet effet ſur la lune: Remarque du P. Gouye.

& en la faiſant paroître plus accompagnée, elles la préſentent à notre perception comme ſi elle étoit d'un plus grand volume. Voyez l'Hiſtoire de l'Acad. 1700, *pag.* 8.

Diamétre en aſcenſion droite.

1197. Lorſqu'on a obſervé l'aſcenſion droite du bord de la lune (131) & qu'on veut en conclure l'aſcenſion droite du centre de la lune, il faut connoître le demi-diamétre de la lune en aſcenſion droite, c'eſt-à-dire, la quantité dont différent entr'elles les aſcenſions droites du bord & du centre de la lune.

Fig. 88. Soit *P* le pole du monde (*Fig.* 88), *EQ* l'équateur, *PLA* le cercle de déclinaiſon qui paſſe par le centre de la lune & qui marque en *A* l'aſcenſion droite de la lune ſur l'équateur; *PMB* le cercle de déclinaiſon qui paſſe par le bord de la lune *M*, & qui touchant le limbe de la lune va déterminer en *B* l'aſcenſion droite du bord de la lune; *AB* eſt donc le demi-diamétre de la lune en aſcenſion droite; & ſuivant ce qu'on a vû pour le ſoleil (594), il faut *diviſer le demi-diamétre horiſontal par le coſinus de la déclinaiſon vraie de la lune, pour avoir le demi-diamétre en aſcenſion droite.*

Temps que la Lune met à paſſer le méridien.

1198. Lorſqu'on veut ſçavoir le temps que le diamétre de la lune emploie à traverſer le méridien, *on convertit en temps lunaire le diamétre de la lune en aſcenſion droite.* Je ſuppoſe que le retardement diurne de la lune ſoit d'une heure, c'eſt-à-dire, qu'elle emploie 25 heures de temps moyen à parcourir 360 degrés & à revenir au méridien le jour pour lequel on calcule; je ſuppoſe auſſi que ſon diamétre en aſcenſion droite ſoit de 30 minutes, il ne s'agit que de ſçavoir combien la lune emploiera à parcourir 30′ par ſon mouvement diurne à raiſon de 25 heures pour 360 degrés; on fera donc cette proportion, 360° ſont au retardement diurne 25 heures, comme le diamétre en aſcenſion droite 30′, eſt au temps cherché qu'on trouvera de 2′ 5″; c'eſt ce que la lune emploie à traverſer le méridien. Les Aſtronomes en font un uſage fréquent dans les obſervations de la lune, lorſque après avoir obſervé le paſſage du premier bord de la lune au méridien ils veulent ſçavoir à quelle heure le centre de la lune y a paſſé: car alors il faut

ajoûter au temps où le premier bord aura paſſé, celui que le demi-diamétre aura dû employer à traverſer le méridien, pour avoir le paſſage du centre de la lune par le méridien. On trouve auſſi le temps du demi-diamétre par le moyen de deux Tables que j'ai miſes dans la Connoiſſance des Temps de 1760, *pag.* 123.

Des Obſervations de la Lune.

1199. Pour établir & vérifier les théories précédentes on auroit beſoin d'un grand nombre de bonnes obſervations; mais l'étendue de cet Ouvrage ne me permet pas de les rapporter ici: on pourra conſulter Riccioli, *Alm.* 1 250. Bouillaud, *pag.* 150. M. Caſſini, *pag.* 285. Le dernier volume des Ephémérides de M. l'Abbé de la Caille depuis 1765 juſqu'en 1775. La nombreuſe collection des obſervations de M. Halley qui ſont à la fin de ſes Tables Aſtronomiques, & celles que M. Caſſini de Thury a données en très-grand nombre dans ſes additions aux Tables de M. ſon pere. Je dois faire mention auſſi d'une des plus belles collections qui exiſte, quoiqu'elle ne ſoit pas encore publique, c'eſt celle d'environ 1200 obſervations de M. Bradley calculées & réduites par lui & par M. Gaël Morris, excellent Calculateur, qui m'en a fait voir le manuſcrit à Londres au mois de Mars 1763. Il ſe propoſe de les faire imprimer avec les nouvelles Tables de M. Mayer qu'il a corrigées d'après ces mêmes obſervations; de maniere qu'elles ne différent jamais d'une minute. M. Bradley avoit déjà envoyé il y a plus de dix ans à M. Euler 130 obſervations faites en 1743, 1744 & 1745; celui-ci les communiqua à M. Mayer, qui en a fait uſage pour ſes Tables, & les a données dans les Mémoires de Gottingen, *T.* III. *pag.* 393. Toutes ces obſervations de M. Bradley ſont entre les mains de M. Bliſſ ſon ſucceſſeur à Greenwich, & j'ai été témoin le 9 Juin 1763 d'une délibération de la Société Royale de Londres qui en ordonne la publication.

Les obſervations de la lune que M. le Monnier fait depuis 1733 avec la plus grande aſſiduité, & dont l'impreſſion

eſt déjà commencée au Louvre, in-folio, formeront une ſuite très-importante & également propre à donner à la théorie de la lune le dernier degré d'exactitude.

Après avoir parlé de ces collections d'obſervations modernes, je ne parlerai pas de celles de Tycho, d'Hévélius & de Flamſtead; on y trouve à la vérité un nombre prodigieux d'obſervations; mais les nouvelles ſont plus exactes, comparées à des étoiles plus connues, & par conſéquent meilleures pour déterminer les élémens actuels de la théorie de la lune.

LIVRE HUITIEME.

DU CALENDRIER.

1200. LA CHRONOLOGIE ancienne, & l'uſage ordinaire que l'on fait du Calendrier, appartiennent trop à l'Aſtronomie pour ne pas les traiter ici en abrégé. Le fondement de la Chronologie conſiſte dans la meſure des années & des jours, & par conſéquent dans les mouvemens du ſoleil & de la lune, comparés entre eux, & avec les divers événemens de l'Hiſtoire ; ainſi après avoir parlé des moindres parties du temps qui ſont les heures, & les ſemaines, nous parlerons des années, de leurs différentes diviſions, des cycles qui en ſont compoſés, des nouvelles lunes, du Calendrier, des périodes anciennes, enfin, des époques les plus célebres : nous dirons auſſi quelque choſe des levers & couchers héliaques des étoiles qui ſont aſſez célebres parmi les Anciens, & que les Commentateurs expliquent ordinairement avec beaucoup d'obſcurité.

Heures Planétaires.

1201. LES HEURES PLANÉTAIRES uſitées autrefois chez les Juifs & les Romains, commençoient au lever du ſoleil, & recevoient leur nom d'une des planetes qu'on ſuppoſoit préſider alternativement dans l'univers ; ainſi le Dimanche, au lever du ſoleil, la premiere heure étoit pour le Soleil, enſuite venoient Vénus, Mercure, la Lune, Saturne, Jupiter ; par-là il arrivoit que le lendemain commençoit par la Lune, & voilà pourquoi le jour de la Lune, c'eſt-à-dire, le lundi fut placé à la ſuite du jour conſacré au Soleil. Ces heures étoient *inégales*, parce qu'on diviſoit le jour naturel en 12 parties, & la nuit en 12 autres parties.

Heures Babyloniques.

1202. LES HEURES BABYLONIQUES commençoient à ſe compter au lever du ſoleil ; cela ſe pratique encore à Majorque & à Nuremberg.

Les Egyptiens & les Romains commençoient à compter de minuit, comme font aujourd'hui les François & pluſieurs autres Nations.

Heures Aſtronomiques.

Tous les Aſtronomes commencent le jour à midi, comme font auſſi les Arabes, & ils comptent juſqu'à 24 heures ; ainſi lorſqu'on compte dans la ſociété le 2 Janvier 8 heures du matin, les Aſtronomes diſent le premier Janvier à 20 heures, & c'eſt ce que nous appellons *Temps Aſtronomique.*

Heures des Juifs.

1203. Les Juifs & les Romains diſtinguoient dans le jour artificiel, pris du lever au coucher du ſoleil, quatre parties principales, *Prime*, *Tierce*, *Sexte* & *None*. Prime commençoit au lever du ſoleil ; Tierce, trois heures après ; Sexte commençoit à midi ; & None, trois heures avant le coucher du ſoleil ; mais ces heures étoient plus ou moins grandes, ſuivant que le ſoleil étoit plus ou moins long-tems ſur l'horiſon ; l'on emploie encore dans le Bréviaire de l'Egliſe Romaine les mêmes dénominations.

1204. Les Athéniens commençoient à compter les heures depuis le coucher du ſoleil ; on en fait de même actuellement en Pologne, en Autriche, en Bohême, & dans toute l'Italie. Nous expliquerons en peu de mots l'uſage des Italiens à cet égard.

Heures Italiques.

Les *Heures Italiques* commencent une demi-heure après le coucher du ſoleil, & continuent juſqu'au coucher du lendemain où l'on compte 24 heures : par cette méthode, la durée des 24 heures & celle de chacune des heures varie ſans ceſſe, auſſi bien que le temps où elles commencent, en ſorte qu'on n'a rien de conſtant dans les Heures Italiques, pas même le midi, ou le milieu du jour qui arrive tantôt à 16 heures, tantôt à 19. Auſſi dans les Almanachs on a ſoin de donner des Tables de l'heure à laquelle doit arriver le minuit, le midi & le lever du ſoleil ; *Tavola della mezza notte*, *dell' aurora*, *del mezzo giorno.*

Pour éviter en Italie de toucher chaque jour aux horloges, on attend que les différences accumulées de jour en jour montent environ à un quart-d'heure, & pour ſe conformer à cette police, toutes les horloges de la ville font un ſaut d'un quart-d'heure tantôt au bout de 8 jours, tantôt au bout de 15 jours ou 3 ſemaines.

Semaines de ſept jours.

1205. L'uſage de diviſer les temps en ſemaines de ſept jours eſt de la plus haute Antiquité. Les plus anciens Peu-

ples de l'Orient s'en ſont ſervis, on la retrouve juſques dans l'Amérique. Voyez le *Spect. de la Nat. T. VIII. pag.* 53. Scaliger, *de Emend. Temp. Mém. de l'Acad. des Inſcript. & Belles-Lettres, T. IV. p.* 65. *& T. VI. p.* 166. & M. Goguet, *T. II. p.* 88. M. Goguet penſe qu'inutilement on a voulu propoſer pluſieurs conjectures ſur les motifs qui ont pû déterminer l'univers entier à s'accorder ſur cette maniere primitive de partager le temps, & qu'il faut la rapporter à une tradition générale des ſept jours qu'avoit duré la Création du Monde. Il eſt ſingulier que cet Auteur n'ait pas vû que cet uſage venoit des phaſes de la lune qui ne ſe montre que pendant 4 ſemaines ou 28 jours, ce qui a ſervi à régler le temps chez toutes les Nations (1078) : ces phaſes changent tous les ſept jours, & ſi l'on avoit voulu faire des ſemaines de huit jours, on eût trouvé un excès de trois jouts au bout du mois ; d'ailleurs les années ſolaires, 365 jours, ſe partagent à un jour près, en ſemaines de 7 jours, au lieu qu'il y auroit eu cinq jours de reſte, ſi l'on eût fait les ſemaines de huit jours ; ainſi l'uſage des mois & des années paroît avoir dû entraîner celui d'une ſemaine de ſept jours : les Grecs furent preſque les ſeuls qui dans le commencement ne diviſerent pas leurs mois en ſemaines de ſept jours.

Années des Anciens.

1206. Nous avons parlé dans le IIe. Livre (176) des années qui ſervirent aux premiers Peuples du monde, & qui furent d'abord de 30 jours, enſuite de 360, puis de 365 ; ces incertitudes & ces variétés troublerent ſouvent la Chronologie : on faiſoit de temps à autre des additions ou des ſuppreſſions d'un certain nombre de jours ou de mois, ſelon qu'il étoit néceſſaire ; l'Hiſtoire nous apprend qu'on a ſouvent été obligé de recourir à ces expédiens ; ainſi lorſque Jules-Céſar réforma le Calendrier, il fallut ajoûter deux mois outre le *Mercedonius*, mois intercalaire établi par Numa, (Voyez M. Goguet, *T. II. p.* 100. *édit. in*-12.). Différentes ſortes d'années.

1207. Les Arabes & les Turcs ſe ſervent des années Années Lunaires.

lunaires, elles ſont de 354 & de 355 jours, car les 12 lunaiſons ſont 354j 8h 48′ 36″ ; dès-lors leurs années civiles n'ont aucun rapport avec les ſaiſons : en effet, ſi les années Turques & Européennes ont commencé le même jour, l'année lunaire finira le 20 Décembre, ſuivant notre maniere de compter ; la ſeconde année lunaire ſuivante finira le 10 de Décembre, parce qu'elle a 355 jours ; la troiſieme finira le 29 Novembre ; en anticipant toujours de même, il arrivera au bout de 33 ans, qu'on aura eu 34 années lunaires, & qu'elles recommenceront enſemble.

Années Egyptiennes.

1208. La premiere régle conſtante qu'il y ait eu pour les années, fut celle des années de 365 jours qui étoient toutes égales ; c'eſt ce qu'on appelle les années Egyptiennes ; le ſoleil retardoit chaque année de ſix heures ſur une année Egyptienne, & tous les quatre ans l'équinoxe arrivoit un jour plus tard dans l'année civile ; ce retardement formoit une année entiere au bout de 1461 années civiles, ou d'une période caniculaire (181). Les années Egyptiennes ſont encore employées dans la Perſe. On peut voir dans les notes de Golius ſur Alfergan un long détail ſur la forme ancienne & nouvelle de l'année des Perſes.

Temps où commençoit l'année.

1209. Parmi nous l'année civile eſt tantôt de 365 jours & tantôt de 366 (1214) ; elle commence au premier Janvier depuis le règne de François premier ; les anciens Romains la commençoient avec le mois de Mars ſous le règne de Romulus ; les Grecs au mois de Septembre : Numa Pompilius la fixa au mois de Janvier. Sous la ſeconde race de nos Rois elle commençoit à Pâques après la Bénédiction du Cierge paſcal ; & dans certains endroits elle commençoit à l'Annonciation, c'eſt-à-dire, le 25 de Mars. Voyez *l'Art de vérifier les dates*, par D. Clémencet & D. Durand, in-4°. 1752. Chez *Cavelier*. Petav. *Doctr. Temp. Liv. IX. c.* 3.

1210. Le printemps étoit, ce me ſemble, le temps où l'année devoit naturellement commencer (122). Ovide ſe plaint en effet de ce qu'on n'y avoit pas établi le commencement de l'année :

Dic age, frigoribus quare novus incipit annus,
Qui melius per Ver incipiendus erat. *Faſt. I.*

mais la raiſon qui détermina les Anciens pour le mois de Janvier fut ſans doute qu'au ſolſtice d'hiver le ſoleil recommence à monter vers notre hémiſphère boréal ; ce commencement d'élévation & d'accroiſſement dans les jours leur parut devoir être le commencement de l'année :

Bruma novi prima eſt, veteriſque noviſſima Solis ;
Principium capiunt Phœbus & annus idem. *Faſt. I.*

1211. L'année qui ſe diviſe actuellement en 12 mois ſolaires de 30 ou 31 jours avoit été diviſée par Romulus en dix parties ſeulement, & elle n'avoit que 304 jours. Mars étoit le premier mois, & avoit pris le nom du Dieu dont Romulus vouloit deſcendre ; le mois de Décembre étoit le 10e. & le dernier mois de l'année. Numa ajoûta 51 jours à l'année lunaire des Romains, & la fit de 355 jours, quoique l'année lunaire ne dût être que de 354 ; il avoit, dit-on, de l'inclination pour les nombres impairs. Les mois des Romains étoient alors de 29 & de 30 jours alternativement, pour répondre aux mois lunaires qui ſont de $29\frac{1}{2}$: Numa changea les ſix mois qui avoient 30 jours pour les rendre impairs ; ces ſix jours joints avec 51 jours qu'il avoit ajoûtés, en firent 57 ; il en compoſa deux mois, l'un de 29 jours, l'autre de 28, qu'il plaça au commencement de l'année, ſuivant l'opinion de pluſieurs Sçavans, en faiſant commencer l'année avec l'hyver, parce que c'étoit le temps où les jours commençoient à augmenter (1210) : quelques Sçavans ſont d'une opinion contraire. Il y avoit ainſi une année lunaire de 355 jours, plus petite de 10 jours que l'année ſolaire, en ſorte qu'au bout de trois ans l'hyver n'arrivoit plus au commencement de Janvier, mais de Février ; il employa donc, auſſi bien que les Grecs, une intercalation, par laquelle l'hyver devoit toujours commencer avec le mois de Janvier, mais il diſtribua les jours intercalaires d'une façon particuliere ; lorſqu'il y eut deux années de paſſées, on ajoûta 22 jours ; lorſqu'il y en eut quatre, 23 jours ; à la ſixieme, 22 jours ; à la huitieme, 23 ; de ſorte qu'en huit ans il y avoit 90 jours intercalaires. (Gaſſendi, *Op. T. V.*) Diviſion de l'année Romaine

1212. Jules-Céſar corrigea heureuſement le déſordre Années Juliennes.

de ce Calendrier, & en éclaircit l'obſcurité, 46 ans avant J. C. Il voulut faire correſpondre les années civiles aux années aſtronomiques, en ſorte qu'à la même ſaiſon l'on comptât toujours les mêmes mois, & qu'on pût dire que le printemps arrivoit toujours au même temps de l'année. Voyez Cenſorinus, *ch.* 10. Suétone, dans la *Vie de Céſar.* Dion Caſſius, *Liv. XLIII.* Solinus, *ch.* 3. Macrobe, *Saturn. Liv. I. ch.* 14. Jules-Céſar étoit curieux d'Aſtronomie, il avoit même compoſé divers Ouvrages :

Media inter prælia ſemper
Stellarum cœlique plagis Superiſque vacavi,
Nec meus Eudoxi vincetur faſtibus annus. *Pharſal. X.* 185.

1213. Il étoit devenu eſſentiel au temps de Jules-Céſar de faire dans le Calendrier une entiere réformation: Céſar étoit tout à la fois Dictateur & Pontife, & ce ſoin le regardoit principalement. Pour s'en acquitter avec plus d'exactitude, Céſar fit venir *Soſigenes*, Mathématicien d'Egypte, qui s'occupa ſérieuſement de ce travail : Pline fait l'éloge de ſon application, en diſant: *Ipſe ternis commentationibus, quamquam diligentior eſſet cæteris, non ceſſavit tamen addubitare ipſemet ſemel corrigendo.* Il fit ſentir à Céſar qu'on ne pouvoit établir une forme conſtante dans les années, à moins qu'on n'abandonnât la lune pour s'en tenir aux mouvemens du ſoleil.

Soſigenes, Auteur du Calendrier Julien.

1214. Soſigenes imagina donc de faire trois années de 365 jours, & la quatrieme de 366 : on laiſſa le commencement de l'année d'accord avec le commencement de l'hyver, & du mois de Janvier, ou plutôt de la nouvelle lune qui cette année-là ſuivit le ſolſtice d'hyver, afin de ne pas s'écarter d'une maniere trop marquée de l'uſage des Romains. Ce fut dans l'année 46 avant J. C. que ſe fit la réforme : on prolongea l'année de 90 jours juſqu'à la nouvelle lune qui ſuivit le ſolſtice d'hyver, de façon que l'année eut 445 jours pour cette fois ſeulement ; elle fut appellée l'*Année de confuſion.*

Année de 445 jours.

1215. L'année de Numa n'avoit que 355 jours, il fallut donc en ajoûter dix ; Céſar, à l'exemple de Numa,

répartit ces dix jours de maniere à ne point toucher aux mois de Mars, Mai, Quintile, (ou Juillet) & Octobre, parce qu'ils avoient été établis de 31 jours par Romulus; il ajoûta deux jours à chacun des mois de Janvier, Sextile, (ou Août) & Décembre, qui étoient de 29, & devinrent par-là de 31. Il ajoûta un jour aux mois d'Avril, Juin, Septembre & Novembre, qui en avoient 29, pour les faire de 30 jours; il n'ajoûta rien au mois de Février, (dit Macrobe), *Ne Deûm inferûm religio immutaretur*, par reſpect pour les Morts à qui le mois de Février étoit conſacré; car le mot de Février venoit de *Februus*, Dieu des luſtrations, ou des ſacrifices qu'on célébroit à l'honneur des Dieux Mânes.

Malgré l'avantage que le Calendrier Julien avoit ſur les années Egyptiennes, il étoit encore imparfait, puiſqu'en ſuppoſant l'année de 365j 6^{h}, on ſe trompoit de 11′ chaque année (588); c'eſt ce qui occaſionna la réformation Grégorienne de 1582, dont nous allons parler.

DE LA RÉFORMATION GRÉGORIENNE POUR LES *ANNÉES SOLAIRES.*

1216. La réformation du Calendrier avoit été propoſée bien des fois depuis qu'on s'étoit apperçû que les équinoxes anticipoient de pluſieurs jours (1221): un Evêque de Cambrai que les Auteurs appellent *Petrum ab Alliaco*, Chancelier de l'Univerſité & Précepteur de Jean Gerſon, préſenta ſon projet au concile de Conſtance & au Pape Jean XXIII. vers la fin du XVe. ſiécle, & l'on regarde ſon Ouvrage comme ayant été une des premieres occaſions de la réforme Grégorienne; (*Weidler, pag.* 295). Le Cardinal *Cuſa* écrivit auſſi vers le même temps ſur la réformation du Calendrier & ſur la correction des Tables Alphonſines; cet Auteur dont nous avons les Œuvres en trois volumes in-folio, mourut en 1464; le Pape Sixte IV. forma décidemment le projet d'exécuter cette réformation du Calendrier; il attira près de lui Régiomontanus dont la réputation & le ſçavoir méritoient la plus grande confiance

en pareille matiere ; mais ce célebre Aſtronome mourut à Rome en 1476 avant que d'avoir pû exécuter cette entrepriſe.

1217. Enfin le Pape Grégroire XIII. parvint en 1582 à terminer ce grand Ouvrage ; & le Calendrier qu'il a établi a pris le nom de CALENDRIER GRÉGORIEN. (Voyez Blondel *Hiſtoire du Calendrier Romain* ; Riccioli, *Chronologia reformata;* Gaſſendi, *Romanum Calendarium, Op. T.* V. *p.* 545). Il envoya en 1577 à tous les Princes Chrétiens un abrégé des raiſons qu'il avoit d'entreprendre la réformation du Calendrier, en les priant de conſulter tous les Mathématiciens qu'ils croiroient capables de lui ſuggérer des idées nouvelles ou des expédiens commodes. Après avoir reçû différens Mémoires à ce ſujet, le Pape aſſembla à Rome les gens les plus habiles pour achever ce grand Ouvrage. Ce Calendrier Grégorien devenu aujourd'hui le Calendrier civil dans tous les Pays de l'Europe, conſiſte dans une maniere de compter les années, telle que les ſaiſons commenceront toujours aux mêmes temps de l'année, au moyen de la régle des trois biſſextiles omiſes en 400 ans.

Les Aſtronomes ſont conſultés.

1218. Le point fixe d'où l'on partit dans la réformation du Calendrier fut la déciſion du concile de Nicée qui établit l'équinoxe au 21 de Mars, & ordonne que la Fête de Pâques ſera célébrée le Dimanche après le XIVe de la lune du premier mois, c'eſt-à-dire, de la lune dont le 14 arrive ou le jour même ou après le jour de l'équinoxe.

Decret du Concile de Nicée.

On croyoit au temps du Concile de Nicée que l'année étoit à peu-près de $365^j\ 5^h\ 55'$ ſuivant le ſentiment de Ptolémée : on ſuppoſa donc que l'équinoxe qui arrivoit alors le 21 de Mars arriveroit toujours de même, ou qu'on y remédiroit dans la ſuite ; mais comme il y a ſix minutes de moins dans la véritable durée de l'année ſolaire (588) l'équinoxe arrivoit chaque année ſix minutes plutôt qu'on ne croyoit ; & du temps de Grégoire XIII. en 1577, il ſe trouvoit arriver le 11 de Mars, il auroit fallu omettre trois jours de l'année tous les 400 ans pour que le 21 de Mars fût toujours près du véritable équinoxe.

1219. Ce fut enfin le 24 Février 1581 que parut le Bref par

Bref par lequel Grégoire XIII. ordonna l'obſervation des trois articles qui devoient remplir pour toujours l'intention du Concile de Nicée ; les voici en abrégé. Régle du Calendrier Grégorien.

1°. Il eſt dit qu'après le 4 Octobre 1582 on retranchera 10 jours du mois, en ſorte que le lendemain de la Fête de S. François qu'on a coutume de célébrer le 4 Octobre ſera appellé non le 5, mais le 15 d'Octobre, & que la lettre Dominicale G ſera changée en C.

2°. Pour qu'à l'avenir l'équinoxe du printemps ne puiſſe pas s'éloigner du 21 de Mars, il eſt dit que les années continueront d'être biſſextiles de quatre ans en quatre ans, en exceptant les années 1700, 1800, 1900, qui ne ſeront point biſſextiles, mais ſeulement l'an 2000, & ainſi de ſuite à perpétuité ; de ſorte que trois années ſéculaires ſoient communes, & la 4e. biſſextile dans l'ordre ſuivant.

1600, biſſ.	2100, com.	2600, com.	3100, com.
1700, com.	2200, com.	2700, com.	3200, biſſ.
1800, com.	2300, com.	2800, biſſ.	3300, com.
1900, com.	2400, biſſ.	2900, com.	3400, com.
2000, biſſ.	2500, com.	3000, com.	3500, com.

3°. Pour trouver d'une maniere plus sûre le 14e. de la lune paſchale & les jours de la lune dans le courant de l'année, on retranche du Calendrier le nombre d'or & l'on y ſubſtitue le cycle des épactes qui a été réglé ſur le nombre d'or, & par lequel la nouvelle lune conſervera toujours ſa véritable place dans le Calendrier.

Le Pape ordonne enſuite à tous les Eccléſiaſtiques d'embraſſer la nouvelle forme du Calendrier ; il exhorte & il prie l'Empereur & tous les Princes chrétiens de le faire recevoir également dans leurs Etats.

1220. La ſuppreſſion de dix jours faite en 1582 dans les Etats ſeulement des Princes catholiques fut cauſe d'une différence qui a ſubſiſté long-temps en Europe dans la maniere de compter les jours; toutes les fois, par exemple, que l'on comptoit en Angleterre le 2 Janvier, on comptoit le 12 en France, c'eſt-à-dire, 10 jours de plus ; les perſonnes qui craignoient l'équivoque dattoient ainſi: $\frac{2}{12}$ Janvier, c'eſt- Différence du Vieux Style & du Nouveau.

à-dire, le 2 vieux ſtyle ou ſtyle Julien, & le 12 nouveau ſtyle ou ſtyle Grégorien; lorſqu'en 1700 on eut ſupprimé une biſſextile ſuivant la régle du Calendrier Grégorien, la différence ſe trouva de 11 jours; parce que dans le Calendrier Julien on avoit fait l'année 1700 plus longue d'un jour; ce qui faiſoit compter enſuite un jour de moins.

Cette différence du vieux & du nouveau ſtyle a ſubſiſté long-temps entre les Pays Proteſtans & les Pays Catholiques. On voit dans les Tranſactions Philoſophiques n°. 203, 239, 257, 260, ce que l'on penſoit en Angleterre de la réformation; mais elle y a été adoptée enfin, & le nouveau ſtyle a commencé en Angleterre au mois de Septembre 1752; on a retranché alors 11 jours, & l'on s'eſt trouvé d'accord avec le Calendrier Grégorien. L'uniformité du Calendrier Grégorien eſt reçue actuellement dans tous les Etats policés de l'Europe; la Ruſſie eſt le ſeul Pays où l'on compte encore 11 jours de moins, que dans les autres Pays de l'Europe.

Du Cycle Lunaire & du Nombre d'Or.

1221. Le cycle lunaire eſt un eſpace de 19 années ſolaires, dans lequel il arrive 235 lunaiſons (1096); en ſorte qu'au bout des 19 ans les nouvelles lunes arrivent, & au même degré du zodiaque & le même jour de l'année que 19 ans auparavant.

Ce cycle fut trouvé par Méton environ 430 ans avant J. C. & fut regardé dans la Gréce comme une découverte ſi belle qu'on en gravoit le calcul en lettres d'or, & l'on appelle encore NOMBRE D'OR l'année du cycle lunaire dans laquelle on ſe trouve.

Toutes les fois que la nouvelle lune arrive le premier jour de Janvier on commence un cycle lunaire, & l'on a 1 pour le nombre d'or; voici la régle générale pour trouver le nombre d'or en tout temps. On ajoûte 1 à l'année de notre Ere, parce que dans l'année qui précéde la naiſſance de J. C. le nombre d'or a dû être 1: on diviſe la ſomme par 19; le reſte, s'il y en a un, marque l'année du cycle lunaire

Régle pour trouver le Nombre d'Or.

où l'on ſe trouve, ou le nombre d'or qui convient à l'année propoſée : ainſi en 1764 après avoir ajoûté 1, l'on diviſera 1765 par 19, le quotient ſera 92 parce que le cycle lunaire a recommencé 92 fois depuis J. C. ; mais il reſtera 17, & cela nous apprend que le nombre d'or en 1764 eſt 17 ; ſi l'on ne trouve aucun reſte dans la diviſion, c'eſt une preuve qu'on eſt à la derniere année du cycle & que le nombre d'or eſt 19.

1222. Pour ſçavoir exactement combien le cycle lunaire differe de 19 années Juliennes de $365^j \frac{1}{4}$ chacune, ou de $6939^j\ 18^h$; il ne s'agit que de multiplier par 19 la révolution ſynodique de la lune qui eſt $29^j\ 12^h\ 44'\ 3''\ 10'''\ 48^{IV}$ ſuivant les Tables Pruſſiennes. On trouvera (Clavius *Cap.* 8. *n°.* 4. *pag.* 86), $6939^j\ 16^h\ 32'\ 27''\ 18'''\ 0^{IV}$: ainſi il y a un excès de $1^h\ 27'\ 32''\ 41'''$; donc à la fin des 19 ans les nouvelles lunes arriveront 1^h plutôt, puiſque le cycle finira avant la fin des 19 ans, ce qui formera après 312 ans $\frac{1}{2}$, $23^h\ 59'\ 52''\ 49'''$, c'eſt-à-dire, à peu-près un jour. Si l'on veut calculer encore plus rigoureuſement, on aura l'anticipation exacte d'un jour ſur 312 $\frac{1}{2}$ $23^h\ 17'$ de plus : les 312 ans $\frac{1}{2}$ font, 1°. un jour tous les 300 ans, 2°. encore un jour tous les 2400 ans, & enfin, à cauſe des $23^h\ 17'$, 8 heures de plus après 481436 ans ; mais ce dernier point a été négligé dans le Calendrier Grégorien. Erreur du Cycle Lunaire.

1223. Il y avoit du temps de la Réformation Grégorienne (1219), pluſieurs Aſtronomes qui, en ſuivant le calcul d'Hipparque, aſſuroient que c'étoit en 304 ans, & non en 312 ans $\frac{1}{2}$, qu'il devoit y avoir un jour à ajoûter au cycle lunaire ; & ſi l'on admet avec M. Mayer le mois lunaire dans ce ſiécle-ci de $29^j\ 12^h\ 44'\ 2''\ 53'''\ 23''''$, on trouvera 308 ans & 189 jours, au lieu de 312 ans $\frac{1}{2}$: mais comme nous n'avons à expliquer ici que le Calendrier Grégorien, tel qu'il a été établi, nous ſuppoſerons, avec les Auteurs de ce Calendrier, que la révolution de la lune eſt exactement telle qu'on la trouve dans les Tables Pruſſiennes qui avoient paru en 1551, & qui étoient l'ouvrage d'*Eraſme Reinhold* (289) : il avoit comparé les obſervations de Copernic avec celles de Ptolémée & d'Hipparque ; Tables de Reinhold employées dans le Calendrier.

il avoit dreſſé des Tables calculées avec encore plus de ſoin que celles de Copernic, & elles paſſoient pour être les meilleures de toutes avant la publication des Tables Rudolphines de Kepler.

Autres Périodes Lunaires.

1224. Quoique le cycle lunaire ſoit la période la plus ſimple de celles qui expriment avec quelque exactitude le retour de la lune au ſoleil, il y a cependant pluſieurs autres périodes qui ont eu de la célébrité ; celle de 8 ans employée par Cléoſtrate & Harpalus ; celle de 59 ans, par Philolaüs & Œnopides ; celle de 82 ans, par Démocrite ; celle de 247 ans, par Gamaliel ; celle de 304 ans employée par Hipparque pour les années civiles, (Riccioli, *Almag. I.* 245.) : enfin, il y a la Période Chaldéenne de 18 ans & dix jours, dont nous avons parlé aſſez au long (1178).

Grande année des Patriarches.

1225. On trouve auſſi dans les Anciens quelques veſtiges d'une période de 600 ans, que M. Caſſini a fait valoir comme la plus exacte de toutes les périodes luni-ſolaires.

Joſephe dans ſes Antiquités Judaïques, *Liv. I. ch. 4. art.* 15. dit que les Patriarches n'auroient pû perfectionner l'Aſtronomie, s'ils avoient vécu moins de 600 ans, *parce que ce n'eſt qu'après la révolution de ſix ſiécles que s'accomplit la grande année.* M. Caſſini obſerve auſſi que 600 ans ſolaires qui ſeroient de $365^j\ 5^h\ 51'\ 36''$ chacun, & 7421 mois lunaires, (ſuppoſés de $29^j\ 12^h\ 44'\ 3''$ chacun), ſont de part & d'autre la même ſomme, ſçavoir $21914\frac{1}{2}^j$; or ces périodes ſont peu différentes de celles que nous obſervons actuellement, $365^j\ 5^h\ 48'\ 45''$ & $29^j\ 12^h\ 44'\ 2''\ 53'''$; ainſi il eſt véritablement ſûr que dans l'eſpace de 600 ans, la lune doit revenir en conjonction avec le ſoleil dans le même point du ciel ; & cette période *luni-ſolaire* parut à M. Caſſini ſi intéreſſante, qu'il l'appella PÉRIODE DE LOUIS-LE-GRAND ; (*Anciens Mém. de l'Acad. T. VIII. pag.* 5.). M. Goguet veut que cette période ſoit le *Neros* des Chaldéens, parce que le Syncelle dit que le Neros avoit 600 ans, & qu'on ne trouve point d'autre veſtige d'une période de 600 ans ; mais cette application eſt fort douteuſe.

Période de Louis-le-Grand.

1226. Je ne parlerai point ici du Cycle ſolaire & de l'Indiction, qui n'ont preſque rien d'aſtronomique, non plus

que de la Réformation Grégorienne par rapport aux années lunaires & aux épactes, dont l'uſage eſt purement eccléſiaſtique ; je rendrois ce Livre trop volumineux ſi j'entrois dans de ſemblables détails. On peut conſulter le grand Traité de Clavius ſur le Calendr. fait par ordre du S. Siége ; ceux de Blanchini, de Blondel ; ou le petit Abrégé de M. Rivard ſur le Calendrier & la Sphère, (*A Paris, chez Deſaint & Saillant, rue S. Jean-de-Beauvais*), qui eſt fort clair & fort exact. Voyez auſſi l'*Expoſition du Calcul Aſtronomique, p.* 5.

Des Epoques les plus célebres.

1227. Le mouvement du ſoleil employé à meſurer le temps, pourroit ſuffire pour remonter à la plus haute antiquité, ſans craindre un jour d'erreur ſur ſix mille ans, mais les beſoins de la Chronologie & de l'Hiſtoire ne remontent pas auſſi loin.

L'ERE DES OLYMPIADES commence à l'année 3938 de la Période Julienne, 776 ans avant J. C. ; le cycle ſolaire étoit 18, le cycle lunaire 5, l'indiction 8. Les Athéniens comptoient ces années de la nouvelle lune la plus voiſine du ſolſtice d'été, c'eſt-à-dire, d'un des jours des mois de Juin ou de Juillet, quoiqu'il y ait là-deſſus quelques différences d'avis parmi les Chronologiſtes. Epoque des Olympiades.

1228. LA FONDATION DE ROME, ſelon Varron, ſe rapporte au 21 Avril 3961 de la Période Julienne, 753 ans avant J. C. ou plutôt avant l'époque vulgaire qui ne tombe pas exactement à l'année de la Naiſſance de J. C. Cenſorinus & la plûpart des Sçavans, les Empereurs même dans les Jeux ſéculaires, ont adopté cette maniere de compter : quoique Rome n'ait été fondée que l'an 752, ſuivant Caton & les faſtes du Capitole ; Taruntius & quelques autres Auteurs ont ſuivi cette derniere date, mais la premiere eſt la plus employée : cette année 753 avant J. C. avoit 13 de cycle ſolaire, 9 de cycle lunaire & 1 d'indiction, (Riccioli, *Aſtron. reform. Tab. XXII.*). Fondation de Rome.

1229. L'ERE DE NABONASSAR commence à l'an 3967 Epoque de Nabonaſſar.

de la Période Julienne, 747 ans avant J. C. Le commencement du mois Thoth tombe au 26 Février à midi, le cycle ſolaire étoit 19, le cycle lunaire 15, le cycle d'indiction 7, c'étoit la 6e. année de la Fondation de Rome. De cette époque ſe comptent les années Egyptiennes de 365 jours; & après 1460 ans complets, la 1461e. année ſe retrouve commencer au 26 Février.

1230. On rapporte facilement à l'Ere de Nabonaſſar les obſervations Babyloniennes; par exemple, la plus ancienne obſervation rapportée par Ptolémée, eſt une éclipſe de lune qui commença à Babylone la premiere année de *Mardocempade*, le 29 du mois Thoth, une heure entiere après le lever de la lune: ce Prince qui eſt appellé *Merodach* dans le IVe. Livre des Rois, commença à regner l'année de la captivité des Iſraélites; cette éclipſe ſe rapporte donc au Lundi 19 Mars 721 avant J. C. la 3993e. de la Période Julienne, ou la 26e. de Nabonaſſar: Mardocempade eſt le cinquieme Roi de la quatrieme & derniere Monarchie de l'Empire des Aſſyriens, comme on le peut voir dans Jules Africain, Syncelle, Uſſer, Euſebe, & dans la *Chronologie Réformée* de Riccioli; il n'y a aucune incertitude à ce ſujet.

1231. La mort d'Alexandre le Grand arriva le 19 Juillet l'an 4390 de la Période Julienne, 324 ans avant J. C. & la ſeptieme année de la premiere Période Callipique. Cette époque ſert à réduire les obſervations d'Hipparque rapportées par Ptolémée aux années de la mort d'Alexandre. Par exemple, Hipparque obſerva un équinoxe, (*Almag. III.* 2.) le 27 du mois Mechir au matin, la 32e. année de la 3e. Période Callipique, ou la 178e. depuis la mort d'Alexandre, ou la 602e. depuis Nabonaſſar; & les Chronologiſtes la rapportent au 24 Mars, 146 ans avant J. C. (en étendant la forme du Calendrier Julien & les biſſextiles de 4 ans en 4 ans, juſques dans l'Antiquité. (Voyez M. Caſſini, *Elém. d'Aſtr. p.* 211. & ci-devant art. 1001).

Ere Vulgaire. 1232. La premiere année de l'Ere Chrétienne eſt la 4714e. de la Période Julienne, elle a 10 de cycle ſolaire, 2 de cycle lunaire, 4 d'indiction Romaine; c'eſt la 46e. des

années Juliennes. Depuis le 1r. Janvier juſqu'au 21 Avril elle concourt avec l'année de Rome 753, & enſuite avec l'année 754. Avant la nouvelle lune la plus proche du ſolſtice d'été, elle concourut avec la 4e. année de la 194e. Olympiade, & le reſte de l'année fut dans la premiere de la 195e. Olympiade. Juſqu'au 23 Août à midi elle concourut avec l'année 748 de Nabonaſſar & avec l'année 324 de la mort d'Alexandre ; mais dans le reſte de cette année-là on compta 749 & 325, (*Aſtr. Refor. Tab. XXII.*).

Hégire.

1233. L'époque des Turcs, appellée *Hegire*, commence à la fuite de Mahomet qui ſortit de la Mecque ; elle tombe au Vendredi 16 Juillet 622, ou 5335 de la Période Julienne, le cycle ſolaire étoit 23, le cycle lunaire 15, le cycle d'indiction 10 ; l'an 1370 de Nabonaſſar étoit commencé depuis le 21 de Mars. Il y a une autre Secte d'Arabes, (ſuivie dans les Tables Alphonſines) qui place le commencent de l'Hégire au jeudi 15 Juillet. Les années Arabes ſont de 354j 8h 48′, & les années civiles ſont de 354 & enſuite de 355 jours, ainſi 12 années Juliennes font 12 ans 130 jours & 14 heures ; cela ſuffiroit pour faire la réduction des obſervations qui ſe trouvent dans les Livres Arabes.

Années Arabes.

1234. On trouve des Tables détaillées de la correſpondance des années Arabes avec les années Juliennes, dans le P. Petau, dans Riccioli, & dans la derniere édition du Catalogue d'étoiles d'Ulug-Beigh, qui fut publié avec des commentaires, par Th. Hyde à Oxfort en 1665, mais dont on a fait dernierement en Angleterre une nouvelle édition. On peut voir la comparaiſon détaillée des Calendriers & des Epoques uſités chez les Romains, les Egyptiens, les Arabes, les Perſes, les Syriens & les Hébreux, dans le Commentaire ſur le premier Chapitre d'Alfragan, ajoûté par *Chriſtman* à l'édition de 1590 *in*-8°.

DU LEVER ET DU COUCHER HÉLIAQUE, COSMIQUE ET ACHRONIQUE DE DIFFÉRENTES ETOILES.

1235. Les Poëtes Grecs & Romains, & les Auteurs anciens qui ont écrit ſur l'Aſtronomie, l'Agriculture &

l'Hiſtoire, parlent ſouvent du lever & du coucher des étoiles. Ces paſſages ſont ſouvent obſcurs & même pleins de contradictions, c'eſt ce qui m'engage de donner ici les principes de cette matiere, afin qu'avec un peu d'Aſtronomie on puiſſe entendre ces Auteurs, & même les éclaircir.

1236. Chaque année le ſoleil par ſon mouvement propre d'Occident vers l'Orient rencontre les différentes conſtellations de l'écliptique, & les rend inviſibles pour nous par l'éclat de ſa lumiere. Lorſque le ſoleil après avoir traverſé une conſtellation eſt aſſez éloigné d'elle pour ſe lever une heure plus tard, la conſtellation commence à paroître le matin en ſe levant un peu avant que la lumiere du ſoleil ſoit aſſez conſidérable pour la faire diſparoître; c'eſt ce qu'on appelle *lever héliaque* ou ſolaire des étoiles; de même le *coucher héliaque* arrive lorſque le ſoleil approche d'une conſtellation : car avant qu'il l'ait atteint elle ceſſe de paroître le ſoir après le coucher du ſoleil, parce qu'elle ſe couche trop peu de temps après lui.

Lever héliaque des Etoiles.

1237. Il eſt ſur-tout néceſſaire, pour l'intelligence de la Chronologie & des Poëtes, d'avoir une idée de ce lever héliaque: commençons par celui de Syrius qui étoit ſi célébre parmi les Egyptiens; nous avons ſur cette matiere un petit Ouvrage exprès de Bainbrigius intitulé, *Canicularia*, augmenté par *Gravius*, & publié à Oxfort en 1648, ce Livre eſt fort rare actuellement.

1238. Le lever héliaque de Syrius il y a 2000 ans arrivoit en Egypte vers le milieu de l'été, lorſque après une longue diſparition cette étoile commençoit à reparoître le matin un peu avant le lever du ſoleil; la ſaiſon qui régnoit alors, ou la ſituation du ſoleil, étoit à peu-près la même que celle du 12 Juillet parmi nous; & c'étoit le temps des débordemens du Nil; auſſi le lever de Syrius s'obſervoit avec le plus grand ſoin & formoit une des Cérémonies Religieuſes de ce temps-là.

Lever héliaque de Syrius.

1239. L'Année cynique ou naturelle des Egyptiens commençoit au lever héliaque de Syrius; mais pour ce qui eſt de leur année civile qui étoit continuellement de 365 jours, elle ne pouvoit pas s'accorder avec l'année naturelle,

& tous

& tous les 4 ans le lever de Syrius devoit arriver un jour plus tard dans l'année civile. Après un eſpace de 1460 ans l'année naturelle ſe retrouvoit commencer au même point de l'année civile; ainſi l'an 1323 avant J. C. & l'an 138 après J. C. le lever de Syrius ſe trouva arriver le premier jour du mois *Thoth*, ou le premier jour de l'année civile qui répondoit au 20 Juillet; c'eſt cette période *Caniculaire* ou *Sothiaque* de 1460 ans dont on trouve des veſtiges dans quelques anciens Auteurs. (Clem. Alexand. *Stromatum* Lib. 1). Période Caniculaire.

1240. Pour trouver exactement le temps de l'année où devoit arriver en Egypte le lever héliaque de Syrius, nous ſuppoſerons que cette étoile pouvoit être apperçue à ſon lever par des yeux attentifs pourvû que le ſoleil fût encore abaiſſé de 10° ſous l'horiſon, quoique Ptolémée donne en général 12° pour *l'arc d'émerſion* des étoiles de la premiere grandeur dans le vertical. Soit *P* le pole (*Figure* 89) γC l'équateur, γD l'écliptique, *S* l'étoile dont il s'agit. Sous une latitude de 30° telle qu'on l'obſerve dans la baſſe Egypte, on aura $PZ = 60°$, l'angle $ACS = 60°$, *AS* de 16° 22′; c'eſt la déclinaiſon de Syrius vers l'an 138 où commence la période Sothiacale. En réſolvant le triangle *CAS* on trouvera *CA* de 9° 44′; c'eſt la *différence aſcenſionnelle* qui étant ajoûtée à l'aſcenſion droite γA de Syrius pour ce temps-là 80° 16′, donne l'aſcenſion oblique γC 90° 0′; ainſi le point *C* de l'équateur qui ſe levoit en même temps que l'étoile, avoit 90° d'aſcenſion droite. Dans le triangle γBC on trouvera l'arc de l'écliptique γB qui répond à l'arc γC de l'équateur, l'angle *B* (qui dans le cas préſent ſe trouve être un angle droit), & la déclinaiſon *BC* qui dans notre cas étoit égale à l'obliquité de l'écliptique; nous la ſuppoſerons de 23° 40′. Arc d'émerſion de Syrius. Fig. 89.

Dans le triangle *BCD* connoiſſant *BC*, l'angle *B*, & l'angle *BCD*, égal à la hauteur du pole, on trouvera $BD = 13° 3'$; cet arc ajoûté à la longitude du point *B* donnera celle du point coaſcendant *D*; on chèrchera auſſi l'angle *D*.

1241 Si l'on ſuppoſe enfin le ſoleil au point *M* de

l'écliptique, 10° au-deſſous de l'horiſon; il faudra chercher la longitude du point *M*, & ce ſera le lieu du ſoleil au premier inſtant où Syrius doit s'appercevoir à l'horiſon, le ſoleil étant encore aſſez bas. Dans le triangle *MND* l'on connoît l'angle *D* par l'opération précédente, auſſi bien que $MN = 10°$: on trouvera $DM = 11° 16'$ qui ajoûté à la longitude du point *D*, donnera celle du point *M* de $3^s 24° 19'$; telle étoit la longitude du ſoleil le jour du lever héliaque de Syrius, le premier jour où Syrius paroiſſant à l'horiſon le matin ſe trouvoit aſſez dégagé du ſoleil pour pouvoir être apperçu. On trouveroit cette longitude plus petite de $12° \frac{1}{4}$ en remontant 1460 ans plutôt ou au commencement de la période précédente.

Longitude du Soleil au lever de Syrius.

1242. Cette longitude du ſoleil $3^s 24°$ eſt celle que nous lui trouvons actuellement le 16 de Juillet: au reſte ces réſultats ne ſont pas ſuſceptibles d'une grande préciſion, non plus que l'obſervation du lever héliaque d'une étoile; l'état de l'atmoſphère, la ſituation de l'obſervateur, la latitude des différentes Provinces d'Egypte y devoient apporter des différences conſidérables. On trouveroit de la même maniere le temps du lever héliaque des autres étoiles pour une époque donnée; mais il nous ſuffit d'avoir fourni un exemple de la méthode; tout ceci appartient plus à l'intelligence des Poëtes qu'à l'Hiſtoire de la véritable Aſtronomie.

Lever coſmique & achronique.

1243. Quoique le lever héliaque des étoiles fût le plus remarquable parmi les Anciens, ils ne laiſſoient pas de diſtinguer encore le lever *Coſmique* qu'on peut appeller le le lever du matin; & le coucher *coſmique* ou coucher du matin, auſſi bien que le lever & le coucher *achronique* qu'il vaudroit mieux appeller le lever & coucher du ſoir; le moment du lever du ſoleil régloit le lever ou le coucher coſmique. Lorſque des étoiles ſe levoient avec le ſoleil ou ſe couchoient au ſoleil levant, on diſoit qu'elles ſe levoient ou ſe couchoient coſmiquement. Mais quand les étoiles ſe levoient ou ſe couchoient le ſoir au moment où ſe couche le ſoleil, on diſoit que c'étoit le lever ou le *Coucher achronique*; d'où il ſuit que le coucher achronique

ſuivoit à 12 ou 15 jours près le coucher héliaque ; & que le lever coſmique précédoit de la même quantité le lever héliaque.

1244. Dans les Elémens d'Aſtronomie de *Geminus*, (Auteur contemporain de Cicéron), traduits du Grec & publiés par le Pere Petau dans le troiſiéme volume de ſon Ouvrage *de Doctrina Temporum* ; & dans le Livre de ſes Diſſertations, on trouve le détail de pluſieurs circonſtances des différentes ſortes de lever & de coucher, avec pluſieurs Tables pour trouver à différens jours de l'année le lever & le coucher de différentes étoiles ; ces détails ne ſont pas aſſez importans dans notre ſiécle pour y inſiſter beaucoup, je me contente de rapporter quelques paſſages des Poëtes Latins pour ſervir d'exemple.

1245. C'eſt ſur-tout dans ſes Faſtes qu'Ovide parle ſouvent des étoiles ; ce Poëte annonce en commençant ſes Faſtes qu'il va chanter les principes ſur leſquels étoit fondée la diviſion de l'année Romaine, le lever & le coucher des Conſtellations :

Tempora cum cauſis Latium digeſta per annum,
Lapſaque ſub terras, ortaque ſigna canam.

1246. Après avoir parlé des 12 mois de l'année & des Divinités qui y préſidoient, il entre dans la partie Aſtronomique de ſon Ouvrage, en faiſant un éloge pompeux des anciens Aſtronomes, *Fælices animæ*, &c. vers 297 ; le lever héliaque de la Lyre eſt le premier dont il parle, & il le fixe au jour des Nones, c'eſt-à-dire, au 5 de Janvier :

Nonæ ſigna dabunt exoriente Lyrâ.

Il faut convenir cependant que la détermination de ce jour n'eſt pas abſolument exacte ; mais les Poëtes ne ſe piquent pas d'une bien grande préciſion.

1247. Virgile parle à la fois du lever héliaque de la couronne & du coucher coſmique des pléyades qui arrivent au temps où l'on ſemoit les blés :

Ante tibi Eoæ Atlantides abſcondantur,
Gnoſſiaque ardentis decedat ſtella Coronæ,
Debita quam ſulcis committas ſemina.

Quand les pléyades (*Atlantides*) ſe couchoient coſmiquement ou au lever du ſoleil, la couronne boréale ſe levoit héliaquement paroiſſant avant le lever du ſoleil.

Remarques ſur les paſſages des Anciens.

1248. Il eſt eſſentiel de remarquer pour l'intelligence des anciens Auteurs que le lever & le coucher des étoiles dont ils font mention, ſuppoſent preſque tous les longitudes des étoiles moindres de 38° qu'elles ne ſont aujourd'hui, c'eſt-à-dire, qu'ils ſe rapportent à l'année 950 avant J. C. L'état de la ſphère fut obſervé vers ce temps-là ou tranſporté d'Egypte dans la Grece, & l'on s'en ſervoit encore à Rome du temps d'Ovide, de Varron, de Vitruve, de Pline. Voyez M. Freret *Défenſe de la Chronologie*, & le Pere Petau, *Diſſert. L.* II. *c.* 4.

1249. C'eſt ici que je terminerai ce que j'avois à dire du Calendrier & de la Chronologie, j'ai été trop court pour ceux que la curioſité porte ſpécialement à l'Hiſtoire ; mais trop long pour ceux qui ne cherchent qu'à pénétrer dans les branches eſſentielles de l'Aſtronomie ; je reprends donc le fil des théories Aſtronomiques. Je commencerai par les Parallaxes qui en ſont une branche eſſentielle, & qui nous conduiront enſuite au calcul des éclipſes.

LIVRE NEUVIEME.

DES PARALLAXES.

1250. LA PARALLAXE diurne, qu'on appelle ſimplement la *Parallaxe* *, eſt la différence entre le lieu où un aſtre paroît, vû de la ſurface de la terre, & celui où il nous paroîtroit, ſi nous étions au centre; on l'appelle quelquefois *Parallaxe diurne*, pour la diſtinguer de la parallaxe annuelle (814). Définition de la Parallaxe.

Tous les mouvemens céleſtes doivent ſe rapporter au centre de la terre pour paroître réguliers, car les différens points de la ſurface de la terre étant ſitués fort différemment les uns des autres, un aſtre doit leur paroître dans des aſpects fort différens; c'eſt au centre qu'il faut ſe tranſporter, afin de voir tout à ſa véritable place, & de trouver la véritable loi des mouvemens céleſtes.

1251. Soit *T* le centre de la terre, (*Fig.* 87.), *O* le point de la ſurface où eſt placé l'Obſervateur; *TOZ* la ligne verticale, ou la ligne qui paſſe par le zénith *Z*, par le point *O* de l'Obſervateur, par le centre *T* de la terre, & par le nadir. Une planete *P* ſituée dans la ligne du zénith, répond toujours au même point du ciel, ſoit qu'on la regarde du centre *T*, ſoit qu'on l'obſerve du point *O*; le point du ciel qui paroît à notre zénith, marque également la place de cette planete dans les deux cas; ainſi *un aſtre qui paroît au zénith n'a point de parallaxe*: c'eſt le premier principe qu'il faut conſidérer dans cette théorie des parallaxes. La parallaxe eſt nulle au zénith. *Fig.* 78.

1252. Si la planete, au lieu d'être ſur la ligne du zénith *TOPZ*, paroît ſur la ligne horiſontale *OH*, perpendiculaire à la premiere, ſa diſtance *TH* au centre de la terre étant la même que la diſtance *TP*, le lieu de la planete *H*

* Παράλλαξις, *differentia*, *à* παραλλάττω, *tranſmuto*; la parallaxe vient en effet d'un changement de ſituation de la part de l'Obſervateur, & produit un changement dans la ſituation apparente de l'aſtre.

vû du centre de la terre, eſt ſur la ligne *TH*, le lieu de la planete, vû du point *O*, eſt ſur la ligne *OH* : ces deux lignes *TH* & *OH* ne répondent pas au même point du ciel ; car au-delà du point *H*, où elles ſe croiſent, elles iront en s'éloignant l'une de l'autre, & iront dans la ſphère des étoiles fixes rencontrer deux points différens, & indiquer pour l'aſtre ſitué en *H* deux ſituations différentes.

1253. Comparons ces deux différentes ſituations, ou ces deux différens points à celui du zénith qui eſt le même pour le centre & pour le point *O* de la ſurface : l'angle *ZOH* formé par la ligne verticale *OZ*, & par la ligne *OH*, ſur laquelle paroît la planete, eſt la diſtance apparente de l'aſtre au zénith : ſi nous étions au centre *T*, l'angle *ZTH* ſeroit la vraie diſtance de l'aſtre au zénith, ou la quantité de degrés dont la ligne *TH*, menée à la lune, différeroit de la ligne *TZ* menée au zénith.

1254. La diſtance apparente *ZOH* eſt plus grande que la diſtance vraie *ZTH* ; car dans le triangle rectiligne *HTO*, dont le côté *TO* eſt prolongé en *Z*, l'angle extérieur *ZOH* eſt égal aux deux intérieurs *T* & *H* ; donc il eſt plus grand que l'angle *T* de la quantité de l'angle *H* : ainſi la diſtance apparente de l'aſtre *H* au zénith eſt plus grande que la diſtance vraie *ZTH* ; & la différence qui eſt l'angle *OHT*, s'appelle la *Parallaxe horiſontale*, ſi la ligne *OL* eſt horiſontale, comme nous l'avons ſuppoſé, c'eſt-à-dire, ſi le lieu apparent de l'aſtre qu'on obſerve, eſt ſur l'horiſon apparent *OH*. Dans le triangle *TOH* rectangle en *O*, on a cette proportion ; 1 : ſin. *OHT* : : *TH* : *OT* : donc le ſinus de la parallaxe horiſontale eſt égal à $\frac{OT}{TH}$, c'eſt-à-dire, que le rayon de la terre diviſé par la diſtance de la lune, donne une fraction qui dans les Tables des Sinus répond au ſinus de la parallaxe.

Parallaxe horiſontale.

1255. La parallaxe d'un aſtre eſt donc l'angle formé au centre de l'aſtre par deux rayons, dont l'un va au centre de la terre, & l'autre au point de la ſurface où eſt l'Obſervateur ; c'eſt l'inclinaiſon des deux lignes qui partent du centre & de la ſurface, pour aller ſe réunir au centre de la

Définition de la parallaxe.

planete ; enfin, c'eſt l'angle ſous lequel paroît le rayon de la terre, ou la diſtance de l'Obſervateur au centre de la terre, lorſque cette diſtance ou ce rayon ſe voit du centre de la planete, & c'eſt ainſi que nous l'avons déja conſidérée, (1070).

1256. Le triangle *TOH* s'appelle *Triangle parallactique* ; il eſt toujours ſitué verticalement, puiſque le côté *OT* étant une ligne verticale, le triangle dont *OT* eſt la baſe, ne ſçauroit être incliné; ainſi, tout l'effet de la parallaxe ſe fait de haut en bas, dans le plan d'un cercle vertical : d'ailleurs il eſt aiſé de comprendre que le centre de la terre étant perpendiculairement ſous nos pieds, c'eſt-à-dire, dans le plan de tous les cercles *verticaux*, l'effet de la parallaxe ne peut pas s'en écarter ; ainſi la parallaxe eſt toute en hauteur, c'eſt-à-dire, qu'elle abaiſſe les aſtres du haut en bas, & dans un vertical, ſans faire paroître la lune à droite ni à gauche du vertical ; (je ſuppoſe ici la terre ſphérique, parce que la différence eſt très-petite). De-là il ſuit que la parallaxe ne change point l'azimuth d'une planete ; de même dans le méridien la parallaxe ne change point l'aſcenſion droite d'un aſtre, parce que le vertical eſt alors perpendiculaire à l'équateur.

Triangle parallactique.

L'effet des parallaxes eſt en hauteur.

1257. Juſqu'ici nous n'avons parlé de parallaxe que dans le cas où l'aſtre eſt à l'horiſon, c'eſt-à-dire, où l'angle *ZOH* eſt un angle droit, & nous avons appellé *parallaxe horiſontale* celle qui a lieu dans ce cas-là (1254) : ſi la planete *L* ſe trouve plus près du zénith, en ſorte que l'angle *ZOL*, diſtance de la planete au zénith, ſoit un angle aigu, l'angle de la parallaxe *OLT* deviendra plus petit ; on l'appelle alors *Parallaxe de hauteur.*

Parallaxe de hauteur.

1258. Théoreme. Le ſinus total eſt au ſinus de la parallaxe horiſontale, comme le ſinus de la diſtance au zénith eſt au ſinus de la parallaxe de hauteur, en ſuppoſant que la diſtance de la planete au centre de la terre ſoit la même dans les deux cas.

Démonstration. Dans le triangle rectangle *HOT* on a cette proportion : *HT* eſt à *TO*, comme le ſinus de l'angle droit *O* eſt au ſinus de l'angle *THO* ; parce que dans tout

triangle les ſinus des côtés ſont comme les ſinus des angles oppoſés. Dans le triangle *TOL* on a de même cette proportion : *TL* eſt à *TO* comme le ſinus de l'angle *LOT* eſt au ſinns de l'angle *TLO* ; dans cette derniere proportion on peut mettre au lieu de *TL*, ſon égale *TH*, puiſque la planete eſt ſuppoſée toujours à même diſtance du centre de la terre ; ainſi l'on a ces deux proportions, en nommant *R* le ſinus de l'angle droit :

HT : *TO* :: *R* : ſin. *H*.
HT : *TO* :: ſin. *LOT* : ſin. *L*. } donc *R* : ſin. *LOT* :: ſin *H* : ſin. *L* ;

mais le ſinus de l'angle obtus *LOT* eſt le même que celui de l'angle *LOZ*, diſtance de la planete au zénith ; donc le rayon eſt au ſinus de la diſtance au zénith, comme le ſinus de la parallaxe horiſontale *H* eſt au ſinus de la parallaxe de hauteur *L*.

Le ſinus de la diſtance apparente au zénith eſt la même choſe que le coſinus de la hauteur apparente, & le rayon eſt toujours ſuppoſé être l'unité : ainſi 1 : coſin. hauteur : : ſin. par. horiſ. : ſin. parall. de hauteur ; donc *le ſinus de la parallaxe de hauteur eſt égal au ſinus de la parallaxe horiſontale multipliée par le coſinus de la hauteur apparente.*

1259. La parallaxe horiſontale de la lune, qui eſt la plus grande de toutes les parallaxes des aſtres, ne va jamais qu'à un degré ; or le ſinus d'un degré differe à peine de l'arc d'un degré de la valeur d'un quart de ſeconde ; ainſi l'on peut prendre l'un pour l'autre, & dire en général que *la parallaxe de hauteur eſt égale à la parallaxe horiſontale multipliée par le coſinus de la hauteur apparente.* C'eſt ainſi que j'énoncerai toujours à l'avenir le théorême général de la parallaxe de hauteur, dont je ferai un uſage fréquent ; & nommant *p* la parallaxe horiſontale, & *h* la hauteur apparente, je ſuppoſerai qu'on a toujours pour la parallaxe de hauteur *p* coſ. *h*.

Régle de la parallaxe de hauteur.

1260. La parallaxe eſt nulle quand l'aſtre paroît au zénith ; nous l'avons déja obſervé (1251), & cela ſe déduit encore de la valeur que nous venons de trouver ; car ſi la diſtance au zénith eſt nulle, ſon ſinus eſt égal à zero, & la parallaxe de hauteur étant le produit de zéro par la parallaxe horiſontale

horiſontale ſera auſſi égale à zero. Au contraire la parallaxe eſt plus grande lorſqu'elle paroît à l'horiſon, que dans tout autre cas, ou à toute autre élévation ; car le coſinus de la hauteur ne ſçauroit être plus grand que le ſinus de 90°, ou le coſinus de zero ; donc le produit de la parallaxe horiſontale par le coſinus de la hauteur apparente qui forme la parallaxe de hauteur, ne ſçauroit être plus grand que lorſque la planete paroît à l'horiſon. Dans le cas même où elle y ſeroit réellement, c'eſt-à-dire, où l'angle *OTH* ſeroit droit, l'angle *TOH* étant aigu, le coſinus de *TOH* ſeroit plus petit que le rayon, & la parallaxe ſeroit plus petite que lorſque l'angle *TOH* étoit droit, c'eſt-à-dire, lorſque la ligne *OH* du lieu apparent vû de la ſurface de la terre, étoit dans l'horiſon.

1261. Le changement de la parallaxe de hauteur pour un petit eſpace de temps eſt aiſé à calculer par les formules différentielles qu'on trouvera dans le XXIe. Livre ; car la parallaxe de hauteur eſt p coſ. h, (1259) la différentielle de coſ. h eſt dh ſin. h ; donc le changement de p coſ. h ſera $p\,dh$ ſin. h, p eſt ordinairement exprimé en ſecondes ; ainſi pour que $p\,dh$ ſin. h ſoit auſſi exprimé en ſecondes, il faut que dh ne ſoit qu'une fraction, c'eſt-à-dire, qu'il faut l'exprimer en décimales du rayon, en le diviſant par l'arc de 57° ; donc pour un degré de changement ſur la hauteur le changement de la parallaxe ſera $\frac{p \text{ ſin. } h\ 1^\circ}{57^\circ.}$

Changement de la parallaxe de hauteur.

Suppoſons que la parallaxe ſoit de 60′, la hauteur de 30° ; on trouvera le changement de parallaxe pour un deg. de changement en hauteur $\frac{3600'' \text{ ſin. } 30^\circ}{57^\circ\ 17'\ 44''\ 8.} \frac{3600''}{} = 31'' 4$; nous ferons uſage de cette formule dans le XIVe. Livre, lorſqu'il s'agira des obſervations de la lune.

1262. La parallaxe horiſontale d'un aſtre eſt d'autant plus petite que ſa diſtance eſt plus grande ; car plus le point *H* ſe rapprochera du point *O*, plus l'angle *THO* augmentera. Dans le triangle *THO* on a cette proportion, *TH* : *TO* :: *R* : ſin. *THO* ; ſi l'aſtre eſt en *N* on aura dans le triangle *TNO* cette proportion *TN* : *TO* :: *R* : ſin. *TNO* ; la premiere proportion donne cette équation, *TH* ſin. *THO*

La parallaxe eſt en raiſon inverſe de la diſtance.

= *R. TO* ; la ſeconde proportion donne celle-ci, *TN* ſin. *TNO* = *R. TO* ; donc *TH* ſin. *THO* = *TN* ſin. *TNO* ; donc *TH* : *TN* : : ſin. *TNO* : ſin. *THO* ; car en réduiſant cette derniere proportion en équation on a l'équation *TH* ſin. *THO* = *TN* ſin. *TNO* ; donc la diſtance *TH* dans le premier cas eſt à la diſtance *TN* dans le ſecond cas, comme le ſinus de la parallaxe dans le ſecond cas eſt au ſinus de la parallaxe dans le premier.

La même démonſtration auroit lieu quel que fût l'angle *TOH*, pourvû que les points *N* & *H* ſoient ſur une même ligne *ONH* ; ainſi lorſque la hauteur apparente eſt ſuppoſée la même, les ſinus des parallaxes de hauteur ſont en raiſon inverſe des diſtances.

Elle eſt comme le diamétre apparent.

1263. La parallaxe d'un aſtre augmente dans le même rapport que ſon diamétre apparent; en effet, lorſqu'un aſtre s'éloigne il diminue de grandeur apparente dans la proportion inverſe de ſa diſtance (1057) ; mais ſa parallaxe diminue de la même maniere & dans le même rapport (1262) ; ainſi la parallaxe d'un aſtre eſt toujours comme ſon diamétre ; ſi ce diamétre apparent diminue de moitié par l'éloignement de la planete, la parallaxe diminuera auſſi de moitié, & le même rapport ſubſiſtera toujours entre le diamétre apparent & la parallaxe horiſontale d'un aſtre, quelle que ſoit ſa diſtance.

Exemple. La parallaxe de Vénus a été obſervée le 6 Juin 1761 d'environ 30″, & ſon diamétre paroiſſoit alors de 60, on ſera donc toujours aſſuré que le diamétre de Vénus eſt double de ſa parallaxe ; ainſi quand le diamétre paroîtra de 40″, la parallaxe ſera de 20, & il ſuffira en tout temps d'obſerver le diamétre pour pouvoir en conclurre la parallaxe.

Elle ſert à trouver la diſtance.

1264. Lorſqu'on connoît la parallaxe horiſontale d'un aſtre il eſt aiſé de connoître ſa diſtance : en effet, dans le triangle rectangle *THO* (*Fig.* 87), on connoît le demi-diamétre de la terre *TO* qui eſt de 1432 lieues (chacune de 2282 toiſes), & l'angle *HOT* qui eſt de 90°, puiſqu'on ſuppoſe la planete dans l'horiſon ; ſi donc on connoît de plus l'angle *THO* qui eſt la parallaxe horiſontale, il ſera aiſé de réſou-

dre le triangle *TOH* & de connoître la distance *TH*, c'est-à-dire, l'éloignement de la planete. Ainsi ce problême si essentiel dans l'Astronomie, Trouver la distance d'une planete au centre de la terre, se réduit à celui-ci, Trouver la parallaxe horisontale : c'est par ce moyen que nous avons trouvé les distances des planetes en lieues, rapportées ci-dessus (1072).

MÉTHODE POUR TROUVER LA PARALLAXE HORISONTALE D'UNE PLANETE.

1265. Il n'y a gueres que trois méthodes Astronomiques pour trouver exactement la parallaxe ; celle des plus grandes latitudes, celle des parallaxes d'ascension droite ; & celle des différences de déclinaison déterminées en même temps par des Observateurs fort éloignés; elles ont chacune leur avantage & nous les expliquerons séparément.

1266. PREMIERE MÉTHODE. Ptolémée employa autrefois les plus grandes latitudes de la lune observées au nord & au midi de l'écliptique, pour reconnoître la quantité de la parallaxe, (*Alm. Liv.* V. *c.* II. *pag.* 113. *Edit.* 1551) ; Tycho-brahé s'en servit également, (*Progym.* 463), & M. le Monnier se fondoit sur les plus grandes latitudes de la lune qu'il avoit observées pour diminuer de 28″ la parallaxe de la lune employée par Newton, (*Inst. Astr. p.* 135). Par les plus grandes latitudes.

1267. Supposons qu'un Observateur soit situé vers $28^{\circ}\frac{1}{2}$ de latitude terrestre septentrionale, & qu'il observe la lune passer à son zénith lorsqu'elle a $28^{\circ}\frac{1}{2}$ de déclinaison boréale & qu'elle est dans sa plus grande latitude du côté du nord à 5° de l'écliptique : quinze jours après, la lune étant dans la partie opposée du ciel & dans sa plus grande latitude australe à 5° au-dessous de l'écliptique, elle doit être éloignée du zénith de 57°, puisqu'elle est à $28^{\circ}\frac{1}{2}$ de l'équateur vers le midi ; comme dans le premier cas elle étoit à $28^{\circ}\frac{1}{2}$ vers le nord, la parallaxe ne changeoit rien à la premiere distance de la lune à l'équateur, parce que la lune étoit alors au zénith ; mais la seconde distance doit paroître augmentée sensiblement par l'effet de la parallaxe qui est

conſidérable à 57° du zénith; ainſi tout l'effet de la parallaxe conſpirera à augmenter la latitude méridionale de la lune, & à la faire paroître plus grande que la latitude ſeptentrionale. Au lieu de 5° elle paroîtra de 5° 50′ au moins; car ſi la parallaxe horiſontale eſt d'un degré, elle doit être de 50′ à 57° du zénith; ſi l'on trouve plus de 50′ d'excès dans cette latitude auſtrale, ce ſera une preuve que la parallaxe horiſontale eſt plus grande que un degré.

1268. Ainſi les plus grandes latitudes de la lune, qui doivent être égales quand on les obſerve du centre de la terre, paroiſſent différentes quand on les voit de la ſurface, la latitude méridionale étant toujours plus grande que l'autre, parce que la lune eſt abaiſſée vers le midi par l'effet de la parallaxe quand elle eſt dans ſa plus grande latitude méridionale, & cette différence des deux latitudes obſervées nous fait connoître la parallaxe entiere qui auroit lieu à l'horiſon.

1269. On peut employer cette méthode même dans les lieux où la lune n'eſt jamais au zénith, car ayant la différence des parallaxes à deux hauteurs connues, il ſera aiſé d'avoir la parallaxe horiſontale; ordinairement la lune ſera plus éloignée de la terre & à une plus grande latitude dans une des deux obſervations que dans l'autre; on aura ſoin de tenir compte de la différence en corrigeant une des deux obſervations.

Pour tenir compte de l'applatiſſement de la terre dans cette méthode, il ne faut que corriger la parallaxe de hauteur de la maniere qui ſera indiquée ci-après, (1307).

Méthode des aſcenſions droites.

1270. Quoique nous ayons commencé par expliquer la méthode des plus grandes latitudes, celle des aſcenſions droites dont nous allons parler n'eſt ni moins belle ni moins utile; nous verrons qu'elle a ſervi à déterminer la parallaxe de Mars & par conſéquent celle du ſoleil avec beaucoup de préciſion (1357); & M. Maskelyne m'a aſſuré qu'il l'avoit employée avec ſuccès en 1761 à l'Iſle de Sainte Hélène, même pour la parallaxe de la lune, malgré l'irrégularité & la vîteſſe de ſon mouvement.

1271. La méthode qui détermine les parallaxes d'aſ-

cenſion droite ſe trouve dans Diggeſeus Auteur Anglois, qui publia en 1573 un Ouvrage intitulé *Alæ ſeu Scala Mathematica*, à l'occaſion de la nouvelle étoile de Caſſiopée qui parut en 1572. On la trouve dans la Science des Longitudes de Morin; dans les Ephémérides de Kepler pour l'année 1619; dans Hévélius qui en fait un uſage fréquent; dans M. Caſſini, Traité de la Cométe de 1681; dans l'Hiſtoire céleſte de Flamſtead à l'occaſion de Mars achronique & périgée qui fut obſervé avec ſoin en 1672.

Auteurs qui l'ont employée.

1272. Pour expliquer cette méthode je commencerai par le cas le plus ſimple, ce qui rendra la méthode plus claire & les démonſtrations plus sûres. Je ſuppoſe un Obſervateur ſitué ſous la ligne équinoxiale, obſervant une planete ſituée auſſi dans l'équateur; il la verra paſſer à ſon zénith & enſuite deſcendre perpendiculairement à l'horiſon; la parallaxe de hauteur ſera toute entiere dans l'équateur, puiſque l'équateur & le vertical de la planete ſont alors confondus l'un avec l'autre.

Il ſuffiroit donc alors d'obſerver la parallaxe d'aſcenſion droite pour avoir la parallaxe de hauteur. Dans d'autres ſituations de la planete & de l'Obſervateur, la parallaxe d'aſcenſion droite eſt moindre que la parallaxe de hauteur; mais on peut les conclurre l'une de l'autre, comme nous allons l'expliquer.

1273. Soit Z le zénith (*Fig.* 90.); P le pole du monde, EQ l'équateur, LMN le paralléle de l'aſtre, M le lieu vrai, & m le lieu apparent qui eſt plus bas que le vrai lieu M, dans le vertical $ZMmT$; ſi du pole P on tire deux cercles de déclinaiſons PMV & Pmu, l'un par le lieu vrai de l'aſtre M, l'autre par ſon lieu apparent m, la différence de ces deux cercles de déclinaiſons, l'angle MPm qu'ils font entr'eux au pole du monde, ou l'arc de l'équateur Vu qui en eſt la meſure, ſera la parallaxe d'aſcenſion droite; or dans le triangle PMm ſi l'on connoît l'angle P, il ne ſera pas difficile de trouver le côté oppoſé Mm, c'eſt-à-dire, que de la parallaxe d'aſcenſion droite on déduira facilement la parallaxe de hauteur. *Fig.* 90.

1274. La queſtion ſe réduit donc à obſerver la paral-

laxe d'aſcenſion droite, ce qui ſe fait de la maniere ſuivante. Obſervons dans le méridien & lorſque la parallaxe eſt nulle en aſcenſion droite (1256), la différence entre le temps du paſſage de la planete & celui d'une étoile fixe au fil d'une lunette parallactique; cet intervalle de temps converti en degrés à raiſon de 15 degrés par heure ou de 15″ de degré pour 1″ d'heure, donnera la différence d'aſcenſion droite entre l'étoile & la planete.

Six heures après le paſſage au méridien on obſervera encore la même différence de paſſage, & l'on en conclura la différence d'aſcenſion droite; mais la parallaxe diminue l'aſcenſion droite de la planete lorſqu'elle eſt vers le couchant, parce qu'en abaiſſant la planete, la parallaxe fait paroître la planete plus à l'Occident; & elle ne change rien à l'aſcenſion droite de l'étoile; ainſi la différence obſervée ne ſera plus la même que celle qu'on avoit obſervée dans le méridien, elle ſera plus ou moins grande de toute la parallaxe d'aſcenſion droite.

1275. Nous ſuppoſons à la vérité que le lieu vrai de la planete ſoit exactement à la même diſtance de l'étoile dans chacune des deux obſervations, c'eſt-à-dire, que la parallaxe ſoit la ſeule cauſe de la différence qu'on aura obſervée entre la premiere & la ſeconde, & que la planete n'ait eu aucun mouvement propre; mais il eſt aiſé de corriger cette ſuppoſition : on obſervera deux jours de ſuite au paſſage de la planete par le méridien, la différence vraie d'aſcenſion droite entre la planete & l'étoile, on trouvera de combien elle varie d'un jour à l'autre, & par conſéquent de combien elle avoit dû augmenter en ſix heures par le mouvement propre de la planete, & indépendamment des apparences de la parallaxe; ſi l'obſervation a donné une différence plus grande que celle qu'on trouve par le calcul, elle ſera l'effet de la parallaxe d'aſcenſion droite; & l'on ſéparera cet effet d'avec celui du vrai mouvement de la planete.

Formule de la parallaxe d'aſcenſion droite.

1276. Pour conclurre facilement la parallaxe horiſontale de la parallaxe d'aſcenſion droite obſervée à une certaine diſtance du méridien, on peut ſe ſervir de cette expreſſion générale, par. horiſ. $= \frac{\text{par. aſc. droite coſ. déclin.}}{\text{ſin. angle hor. coſ. haut. du p.}}$

DÉMONSTRATION. Suivant la Trigonométrie ſphérique l'on a dans le triangle ZPm la proportion ſuivante : ſin. Zm : ſin. ZPm : : ſin. ZP : ſin. ZmP ; mais $Mm = p$ ſin. Zm (1259) ; donc $\frac{Mm}{p} =$ ſin. Zm, & $\frac{Mm}{p}$ ſin. ZmP = ſin. ZPm ſin. ZP ; mais $MA = Mm$ ſin. ZmP ; donc $\frac{MA}{p} =$ ſin. ZPm ſin. ZP, ou $MA = P$ ſin. angle hor. coſin. latit. Pour avoir la parallaxe d'aſcenſion droite Vu meſurée ſur l'équateur, il faut diviſer mA par le coſinus de la déclinaiſon (593) ; donc la parallaxe d'aſcenſion droite eſt égale à $\frac{p.\text{ſinus angle horaire.coſinus latitude}}{\text{coſin. déclin.}}$; donc $p = \frac{\text{par. aſc. d. coſ. déclin.}}{\text{ſin. angle hor. coſ. lat.}}$, c'eſt la formule qu'il falloit démontrer. Elle ſervira auſſi à trouver la parallaxe d'aſcenſion droite à un moment donné, ce qui eſt ſouvent utile ; mais il faut bien remarquer dans l'expreſſion précédente que c'eſt la déclinaiſon apparente & l'angle horaire apparent que l'on doit employer.

1277. Lorſque la planete a été obſervée à égales diſtances avant & après le méridien, on a une différence double de la parallaxe horaire ; & ſi les diſtances ne ſont pas égales, on a une différence qui eſt la ſomme de deux parallaxes d'aſcenſion droites, chacune proportionnelle au ſinus de ſon angle horaire ; ainſi il faut diviſer cette différence trouvée dans les obſervations par la ſomme des ſinus des angles horaires, pour avoir la parallaxe horiſontale ; ou, ce qui revient au même, l'on peut diviſer la différence obſervée ou l'argument de la parallaxe en deux parties qui ſoient entr'elles comme les ſinus des diſtances au méridien dans les deux obſervations, & n'employer dans la formule précédente qu'une de ces parties avec ſon angle horaire.

1278. Il ſuffit d'obſerver un aſtre 2 heures avant & 2 heures après le paſſage au méridien, pour trouver dans l'aſcenſion droite d'une planete une différence égale à ſa plus grande parallaxe d'aſcenſion droite ; car le ſinus de 30° étant la moitié du rayon, on a de chaque côté du méridien une parallaxe qui eſt la moitié de la plus grande parallaxe d'aſcenſion droite.

Il ſuffit de quatre heures d'intervalle.

Cette méthode eſt indépendante de la figure de la terre.

Si cette méthode étoit employée ſous l'équateur même elle donneroit immédiatement & ſans aucune hypothèſe, la parallaxe horiſontale de la lune qui répond au rayon de l'équateur malgré l'applatiſſement de la terre; c'eſt un avantage particulier à cette méthode, nous verrons bien-tôt quelle correction il faut y faire dans les autres cas, (1320).

1279. Je prendrai pour exemple de cette méthode les Obſervations de M. Maraldi rapportées dans les Mém. de l'Ac. pour 1722. Le 15 Août 1719, Mars étant fort près de l'étoile de 5e. grandeur qui eſt à la jambe orientale du verſeau, M. Maraldi dirigea une lunette de 12 pieds ſuivant le paralléle de l'étoile. A 9^h 18′ du ſoir Mars ſuivoit l'étoile de 10′ 17″ de temps, & 7 heures après ou le 16 à 4^h 21′ du matin, il la ſuivoit ſeulement de 10′ 1″. Mais, ſuivant les Obſervations faites au méridien pluſieurs jours de ſuite, Mars devoit ſe rapprocher réellement de l'étoile de 14″ de temps, c'eſt-à-dire, qu'après l'avoir ſuivie de 10′ 17″ de temps il auroit dû 7^h après en être éloigné de 10′ 3″, au lieu de 10′ 1″ qu'obſerva M. Maradi; donc il y avoit 2″ de temps pour l'argument de la parallaxe; ces 2″ doivent être réduites en temps, multipliées par le coſinus de la déclinaiſon qui étoit 15°, diviſées par le coſinus de la latitude de Paris 41° 10′, & par la ſomme des ſinus des angles horaires ou des diſtances au méridien qui étoient de 45° dans chaque obſervation; & l'on trouve enfin 27″ pour la parallaxe horiſontale de Mars, d'où il réſulte 10″ pour celle du ſoleil; la diſtance de Mars à la terre étant alors $\frac{37}{100}$ de celle du ſoleil.

Méthode qui ſuppoſe deux Obſervateurs.

1280. La méthode la plus naturelle pour déterminer la parallaxe eſt celle qui ſuppoſe deux Obſervateurs très-éloignés l'un de l'autre, obſervant tout à la fois la hauteur d'un aſtre dans le méridien; c'eſt celle que j'ai employée en 1751 lorſque M. l'Abbé de la Caille étoit au Cap de Bonne Eſpérance, & que j'obſervois à Berlin en même temps la parallaxe de la lune qui n'avoit jamais été déterminée par une méthode auſſi exacte.

1281. Le cas le plus ſimple de cette méthode eſt celui où l'on auroit un Obſervateur en *O* (*Fig.* 87); & un autre

en

en *D*, qui ſeroit éloigné du premier de la quantité *OD* égale à peu-près à un quart de la terre, le premier étant en *O* obſerveroit un aſtre *H* à l'horiſon; le ſecond étant en *D* l'obſerveroit à ſon zénith: dans ce cas l'angle *OHT* ou la parallaxe horiſontale ſeroit égal à l'angle *HTE*, ou au complément de l'arc *OD* qui eſt la diſtance des deux obſervateurs, ou la différence de leurs latitudes; car je les ſuppoſe placés ſous le même méridien.

Il eſt impoſſible que les circonſtances locales nous donnent dans la pratique un cas auſſi ſimple que celui-là; ainſi nous allons voir ce qui arrive quand les deux Obſervateurs ſont à une diſtance quelconque, & l'aſtre auſſi à une hauteur quelconque.

Suppoſons comme en 1751 un Obſervateur *B*, (*Figure* 91) ſitué à Berlin, & un autre en Afrique au Cap de Bonne-Eſpérance; *L* l'aſtre que nous obſervions tous deux en même temps dans le méridien; (il n'importe que ce ſoit préciſément au même inſtant pourvû qu'on ſçache de combien a dû varier la hauteur méridienne dans l'intervalle des deux paſſages), *CLT* eſt la parallaxe de hauteur pour le Cap, *BLT* eſt la parallaxe de hauteur à Berlin (1257), la ſomme de ces deux parallaxes eſt l'angle *CLB*; argument total de la parallaxe horiſontale; ce ſeroit leur différence ſi les Obſervateurs voyoient tous deux la lune au midi; ou tous les deux au nord. De ces deux parallaxes de hauteur, la premiere *CLT* eſt égale à la parallaxe horiſontale multipliée par le coſinus de la hauteur apparente au Cap, ou par le ſinus de la diſtance apparente au zénith qui eſt l'angle *LBA* (1258); la ſeconde parallaxe *CLT* eſt égale à la parallaxe horiſontale multipliée par le ſinus de la diſtance *LCD* au zénith du Cap; donc la ſomme *BLC* qui eſt la parallaxe totale des deux Obſervateurs eſt égale à la parallaxe horiſontale multipliée par la ſomme des deux ſinus des diſtances obſervées; donc on aura la parallaxe horiſontale en diviſant l'angle obſervé *BLC* ou l'argument de la parallaxe par la ſomme de ces ſinus.

Fig. 91.

Argument de la parallaxe.

On en déduit la parallaxe horiſontale.

1282. Cette méthode fut auſſi employée pour déterminer la parallaxe du ſoleil, ou plutôt celles de Mars & de

Vénus. Le 5 Oct. 1751 le bord boréal de Mars paroiſſoit à 1′ 25″ 8 au-deſſous du paralléle de l'étoile λ du verſeau au Cap de Bonne-Eſpérance, 33° 55′ au midi de l'équateur, Mars étant à 25° 0′ du zénith; le même jour à Stockholm qui eſt à 59° 21′ de latitude ſeptentrionale, la même différence de déclinaiſon entre le bord boréal de Mars & l'étoile λ du verſeau paroiſſoit de 1′ 57″ 7, & Mars étoit à 68° 14′ du zénith; ces deux différences de déclinaiſon qui devroient être égales, different l'une de l'autre de 31″ 9. Si on diviſe la différence par la ſomme des ſinus des diſtances au zénith, 0,4226; 0,9287; ou 1,3513; on aura 23″ 6 parallaxe horiſontale de Mars (M. de la Caille, *Leçons d'Aſtr. p.* 216).

Il faut conſidérer l'applatiſſement de la terre.

1283. L'opération précédente ſuppoſe la terre parfaitement ſphérique; mais lorſqu'il s'agit de la parallaxe de la lune on ne ſçauroit négliger l'applatiſſement de la terre; il faut alors diminuer de quelques minutes les deux diſtances au zénith, obſervées, (en ſuppoſant que le zénith de l'obſervateur ſoit entre la lune & le pole élevé); & les multiplier chacune par le rayon correſpondant de la terre avant que d'employer la régle précédente.

Fig. 92.

1284. L'ellipſe *BEC* (*Fig.* 92) repréſente le ſphéroïde terreſtre, *T* eſt le centre, *TP* eſt l'axe de la terre, *B* & *C* ſont les deux Obſervateurs que je ſuppoſe placés ſous le même méridien & obſervant à la fois la lune en *L*; *LBZ* eſt la diſtance apparente de la lune au zénith, pour l'Obſervateur *B*, *LCz* eſt la diſtance apparente pour l'Obſervateur *C*. On calculera les angles *MBT*, *NCT* formés par les perpendiculaires à la ſurface de la terre, en *B* & en *C*, & par les rayons terreſtres *BT* & *CT* (*Voy. Liv. XV*); on les retranchera des diſtances au zénith, & l'on aura les angles *LCD*, *LBA* ou les diſtances corrigées dont on fera à peu-près le même uſage que nous avons fait ci-devant des diſtances au zénith dans la terre ſphérique (1281); nommons 1 le rayon de la terre pour Paris qui eſt d'environ 3271150 toiſes, on aura $\frac{1}{TL}$ pour le ſinus de la parallaxe horiſontale à Paris (1254); de même $\frac{CT}{TL}$ eſt le ſinus de la

parallaxe horiſontale au Cap, $\frac{TB}{TL}$ le ſinus de la parallaxe à Berlin; ainſi le ſinus de l'angle $BLC = \frac{CT}{TL}$ ſin. $LCD + \frac{TB}{TL}$ ſin. LBA; donc $TL = \frac{CT \text{ ſin. } LCD + TB \text{ ſin. } LBA}{\text{ſin. } BLC}$; donc $\frac{1}{TL}$ ou le ſinus de la parallaxe horiſontale à Paris, ſera $\frac{\text{ſin. } BLC}{CT \text{ ſin. } LCD + TB \text{ ſin. } LBA}$. Dans cette formule on fait uſage des deux rayons de la terre TC & TB dont on trouvera la valeur dans le XVe. Livre, & ci-après art. 1340.

1285. Ces trois méthodes qui ſervent à trouver en général la parallaxe d'un aſtre, ſont applicables à tous les aſtres & en particulier au ſoleil & à la lune; il y a encore d'autres méthodes particulieres à ces deux aſtres, telles ſont pour la lune la méthode des éclipſes de lune; pour le ſoleil la méthode des quadratures de la lune. (Voyez *les Inſtit. Aſtron.*), & celle des paſſages de Vénus ſur le ſoleil qui eſt la meilleure de toutes; l'importance des parallaxes du ſoleil & de la lune, la multitude des tentatives qu'on a faites pour les bien connoître, & l'uſage que nous en ferons dans le cours de cet Ouvrage, exige que nous en traitions ſéparément avec un certain détail.

PARALLAXE DE LA LUNE.

1286. Les Anciens avoient une idée bien imparfaite des diſtances des planetes & de leurs parallaxes; quoique la lune fût celle dont il étoit le plus facile de connoître l'éloignement, on la croyoit beaucoup plus près de nous qu'elle n'eſt réellement.

La diſtance de la Lune inconnue 600 ans av. J. C.

Pythagore jugeoit la diſtance de la lune à la terre de 126 mille ſtades, (*Plin. Hiſt. Nat.* 2. 21.) & comme le ſtade étoit d'environ 95 toiſes. (*Voy. Liv. XV*). cette diſtance ne va pas à 6 mille lieues, au lieu de 80 mille que nous trouvons actuellement, d'où l'on peut juger qu'au temps de Pythagore 600 ans avant J. C.; l'on n'avoit encore fait aucune obſervation propre à déterminer cette diſtance.

1287. Hipparque, au rapport de Ptolémée (*Alm.* V. 11.), avoit entrepris par de certaines conjectures tirées des éclipſes de trouver les diſtances de la lune à la terre ; mais par la difficulté & l'incertitude de ſa méthode, il avoit trouvé des différences conſidérables dans ſes réſultats. Cependant on voit qu'il jugeoit la plus grande diſtance de la lune entre 72 ½ & 83 demi-diamétres de la terre, & la plus petite entre 62 & 71. Ces limites ſont établies aujourd'hui de 56 à 64 ; Hipparque avoit donc de la parallaxe une idée beaucoup plus exacte qu'on ne l'avoit eue avant lui.

Ptolémée trouva enſuite la parallaxe de la lune entre 54′ & 1° 41′. Mais Copernic la réduiſit entre 50′ & 66′ ; on verra là-deſſus les ſentimens de différens Auteurs dans mon premier Mémoire ſur la Parallaxe de la Lune, (*Mém. Acad.* 1752. *pag.* 87).

Quantité de la parallaxe de la Lune.

1288. Comme la méthode des plus grandes latitudes de la lune eſt une des plus avantageuſes pour obſerver la parallaxe de la lune, les Aſtronomes ont continué d'en faire uſage auſſi bien que Ptolémée; M. le Monnier, en publiant les Tables de la Lune de Flamſtead en 1746, obſerva que cet Auteur dans ſes premieres Tables publiées en 1680, avoit fait la parallaxe horiſontale de la lune au temps de ſes moyennes diſtances & dans les ſyzigies, de 58′ 2″ ½, M. Newton de 57′ 30″ ; mais par les plus grandes latitudes de la lune obſervées depuis 7 à 8 ans, il l'avoit trouvée de 57′ 2″ ½. (*Inſtit. Aſtr. pag.* 185). Pour moi je l'ai trouvée de 57′ 26″, beaucoup plus approchante de celle de Newton, & cela par la meilleure de toutes les méthodes, c'eſt-à-dire, par les obſervations ſimultanées faites en 1752 au Cap de Bonne-Eſpérance & à Berlin ; dont je donnerai le réſultat ci-après (1344) : on verra que la plus grande parallaxe de la lune qui a lieu quand la lune eſt pleine & périgée, eſt de 61′ ½, & la plus petite parallaxe de 54′, la lune étant nouvelle & apogée.

De la parallaxe de la Lune en longitude.

1289. Il ne ſuffit pas dans les calculs aſtronomiques de connoître la parallaxe horiſontale, il faut ſouvent en connoître l'effet en longitude ; la plûpart des Auteurs qui ont écrit ſur le calcul des éclipſes de ſoleil, ont employé la

parallaxe en longitude pour trouver le lieu apparent de la lune. Quoiqu'on puiſſe s'en paſſer, comme je le ferai voir dans le Livre ſuivant; je donnerai cependant ici la méthode la plus sûre de trouver la parallaxe en longitude & en latitude avec un exemple détaillé.

1290. La Méthode employée par Kepler eſt celle du Nonagéſime; on appelle NONAGÉSIME le point de l'écliptique éloigné de 90 degrés des deux ſections de l'horiſon, & de l'écliptique ou des points qui ſe lévent & qui ſe couchent; ainſi la longitude du Nonagéſime eſt moindre de trois ſignes que celle du point *aſcendant*, *de l'horoſcope*, (729) ou du point orient de l'écliptique, c'eſt-à-dire, du point ſitué à l'horiſon du côté de l'orient. Nonagéſime.

Soit le méridien *HZEC* (*Fig.* 93), l'horiſon *HOBC*; l'écliptique *ENRTO* priſe dans l'hémiſphère oriental; *E* le point culminant de l'écliptique, c'eſt-à-dire, le point qui paſſe dans le méridien, & dont l'aſcenſion droite eſt celle du milieu du ciel (701). Le point *O* de l'écliptique qui ſe léve au même inſtant, eſt le point orient, ou l'horoſcope (729); l'arc *ON* étant pris de 90 degrés, le point *N* eſt le Nonagéſime; ſi par le pole *P* de l'écliptique & par le zénith *Z* on tire un cercle *PZNB*, ce cercle ſera tout à la fois un cercle de latitude, puiſqu'il paſſe par le pole de l'écliptique; & un vertical, puiſqu'il paſſe par le zénith: il ſera perpendiculaire à l'écliptique en *N* & à l'horiſon en *B*; l'arc *NB* ſera la hauteur du Nonagéſime; mais parce que *NO* eſt un quart de cercle & que l'angle *B* eſt droit, le point *O* eſt le pole de l'arc *NB*, & l'angle *NOB* qui a pour meſure l'arc *NB* eſt auſſi égal à la hauteur du Nonagéſime. Enfin l'arc *PZ* compris entre le pole & le zénith eſt encore égal à la hauteur du Nonagéſime; car ſi des arcs *PN* & *ZB* qui ſont chacun de 90 degrés l'on ôte la partie commune *ZN*, il reſtera *PZ* égal à *NB*, qui eſt la hauteur du Nonagéſime. Fig. 93.

Si l'angle *OEC* eſt obtus, l'arc *EO* de l'écliptique ſera auſſi plus grand que 90°; c'eſt ce qui arrive quand le point *E* eſt dans les ſignes aſcendans 9, 10, &c. ou que l'aſcenſion droite du milieu du ciel eſt entre 18 heures & 6 heu-

res, alors le Nonagéſime *N* eſt dans l'hémiſphère oriental, comme dans la *Figure* 93 ; mais quand l'aſcenſion droite du milieu du ciel eſt plus grande que 6 heures & moindre que 18, l'arc *EO* eſt aigu ; le Nonagéſime ſe trouve en *M* dans la partie occidentale du ciel & de l'autre côté du méridien. Tout cela doit s'entendre des pays qui, comme le nôtre, ſont dans l'hémiſphère boréal de la terre & même hors des tropiques ; car ſi le point culminant *E* de l'écliptique étoit entre le zénith & le pole élevé, dans les ſignes 9, &c. l'arc *OE* ſeroit aigu ; ainſi il faudroit dans les préceptes ci-deſſus prendre les ſignes deſcendans en général (1292), c'eſt-à-dire, ceux où eſt le ſoleil quand il deſcend ou s'éloigne du zénith d'un jour à l'autre, & n'avoir point d'égard à ce que j'ai dit de l'aſcenſion droite du milieu du ciel.

1291. Lorſqu'à un inſtant donné l'on veut connoître la longitude du Nonagéſime, on cherche l'aſcenſion droite du milieu du ciel (701), ou le point de l'équateur qui eſt dans le méridien ; enſuite la longitude du point *E* de l'écliptique qui y répond, avec la déclinaiſon & l'angle de l'écliptique avec le méridien (598). La déclinaiſon du point *E* de l'écliptique étant connue, on a ſa déclinaiſon ; & prenant la ſomme ou la différence de cette déclinaiſon & de la hauteur de l'équateur (562) ; on a la hauteur du point culminant *E* de l'écliptique.

Ainſi dans le triangle *EOC* rectangle en *C*, on connoît la hauteur *CE* du point culminant & l'angle *CEO* du méridien avec l'écliptique dans ce point-là ; on cherchera l'angle *EOC* en diſant, *R* : cof. *CE* : : ſin. *E* : cof. *O* ; c'eſt-à-dire, *le rayon eſt au coſinus de la hauteur du point culminant, comme le ſinus de l'angle de l'écliptique avec le méridien eſt au coſinus de la hauteur du Nonagéſime.*

Régle pour la hauteur du Nonagéſime.

1292. On a enſuite dans le triangle *OEC* cette autre proportion, *R* : cot. *CE* : : cof. *E* : cotang. *OE* ; mais *OE* eſt le complément de l'arc *NE* de l'écliptique compris entre le point culminant & le Nonagéſime ; ainſi l'on aura *R* : cot. *CE* : : cof. *E* : tang. *NE*, ou tang. *CE* : *R* : : cof. *E* : tang. *NE*, c'eſt-à-dire, *la tangente de la hauteur du point culminant eſt au rayon, comme le coſinus de l'angle*

Régle pour la longitude du Nonagéſime.

de l'écliptique avec le méridien eſt à la tangente d'un arc, qu'il faut ajoûter à la longitude du point culminant *E*, ſi ce point eſt dans les ſignes aſcendans pris en général & retrancher dans les ſignes deſcendans pour avoir la longitude du Nonagéſime *N* (*V. l'Exemple art.* 1303). Les ſignes aſcendans pris en général ſont ceux dans leſquels le ſoleil ſe trouve quand il ſe rapproche du zénith, ou que ſa hauteur méridienne augmente d'un jour à l'autre; ainſi un Pays de la terre ſitué même dans l'hémiſphère boréal à 10 degrés, aura les ſignes aſcendans depuis le Capricorne juſqu'à 26 degrés du Belier; & depuis le Cancer juſqu'à 4 degrés de la Vierge.

Ce ſont ces ſignes aſcendans pris en général qu'il faut employer dans la régle précédente; & il faut rectifier ainſi le paſſage de M. de la Caille, (*pag.* 389 *lig.* 21); où il dit qu'on ajoûte au point culminant *lorſque ce point eſt dans le premier & dans le dernier quart de l'écliptique.* Cela n'eſt vrai que pour les Pays ſitués hors de la Zone torride.

Expreſſion de la Parallaxe en longitude.

1293. Quand on a la longitude du Nonagéſime & la longitude de la lune, on prend leur différence qui eſt la diſtance de la lune au Nonagéſime; cette différence jointe avec la hauteur du Nonagéſime & la latitude de la lune ſuffit pour trouver la parallaxe de la lune en longitude & en latitude : voici des formules aſſez commodes pour cet effet.

Soit *L* le lieu vrai de la lune (*Fig.* 93), *S* ſon lieu apparent dans le vertical *ZLS*, *PLR* le cercle de latitude qui paſſe par le lieu vrai de la lune, *PST* celui qui paſſe par le lieu apparent; *LR* eſt la latitude vraie; *ST* la latitude apparente, & ayant pris *PI* égal à *PL*, l'arc *IS* eſt la parallaxe de latitude; l'arc *RT* de l'écliptique eſt la parallaxe de longitude. *Fig.* 93.

Si l'on nomme *p* la parallaxe horiſontale de la lune, on aura la parallaxe de hauteur *LS* égale à *p* ſin. *ZS*, (1259); dans le triangle rectiligne rectangle *ISL* on a $IL = SL$ ſin. *S*; donc la parallaxe de longitude $TR = \frac{p.\ \text{ſin.}\ ZS.\text{ſin.}\ S}{\text{ſin.}\ PS.}$ (593); on a auſſi dans le même triangle $IS = IL$ cot. $S = p.$ ſin. *ZS.* ſin. *S* cotang. *S.* C'eſt la parallaxe de

latitude; il faut faire évanouir l'angle S des deux expreſſions précédentes.

Dans le triangle PZS l'on ſuppoſe connus deux côtés & l'angle compris, ſçavoir, PZ, PS & l'angle P, c'eſt-à-dire, la hauteur du Nonagéſime, la diſtance de la lune au pole de l'écliptique & ſa diſtance au Nonagéſime; on a donc par la Trigonométrie ſphérique, (Voyez Liv. XXIII.), la tangente de l'angle $S = \frac{\text{ſin. } ZPS}{\text{cot. } PZ. \text{ ſin. } PS - \text{coſ. } P. \text{ coſ. } PS.}$ ou la cotangente $S = \frac{\text{cot. } PZ. \text{ ſin. } PS. - \text{coſ. } P. \text{ coſ. } PS.}{\text{ſin. } P.}$, multipliant le numérateur & le dénominateur par tang. PZ, on a cot. $S = \frac{\text{ſin. } PS. - \text{coſ. } P. \text{ coſ. } PS. \text{ tang. } PZ.}{\text{ſin. } P. \text{ tang. } PZ.}$; cette valeur multipliée par $p.$ ſin. $ZS.$ ſin. S, donnera celle de IS, parallaxe de latitude $=$

$= \frac{p. \text{ ſin. } PS. \text{ ſin. } ZS. \text{ ſin. } S. - \text{coſ. } P. \text{coſ. } PS. \text{ ſin. } ZS. \text{ ſin. } S \text{ tang. } PZ}{\text{ſin. } P \text{ tang. } PZ}$;

mais ſin. $ZS = \frac{\text{ſin. } PZ. \text{ ſin. } P}{\text{ſin. } S}$, ſubſtituant cette valeur dans l'expreſſion de la parallaxe en latitude IS, on aura

$\frac{p. \text{ ſin. } PS. \text{ ſin. } S. \text{ ſin. } PZ. \text{ ſin. } P.}{\text{ſin. } P. \text{ tang. } PZ. \text{ ſin. } S} - \frac{p. \text{coſ. } P. \text{coſ. } PS. \text{ ſin. } S. \text{ tang. } PZ. \text{ſin. } PZ. \text{ſin. } P}{\text{ſin. } P. \text{ tang. } PZ. \text{ ſin. } S}$,

effaçant tous les termes qui ſe détruiſent, la formule ſe réduit à $\frac{p. \text{ ſin. } PS. \text{ ſin. } PZ}{\text{tang. } PZ} - p. \text{ coſ. } P. \text{ coſ. } PS. \text{ ſin. } PZ$; & mettant coſ. PZ à la place de $\frac{\text{ſin. } PZ}{\text{tang. } PZ}$, elle devient $= p.$ ſin. $PS.$ coſ. $PZ. - p.$ coſ. $P.$ coſ. $PS.$ ſin. PZ, mais on a coſ. $PZ = \frac{\text{ſin. } PZ}{\text{tang. } PZ}$, & ſin. $PS =$ tang. $PS.$ coſ. PS; ainſi l'on pourra la mettre ſous cette forme, $p.$ coſ. $PS.$ ſin PZ $\left(\frac{\text{tang. } PS}{\text{tang. } PZ} - \text{coſ. } P\right)$; c'eſt la parallaxe de latitude.

1294 Pour trouver la parallaxe de longitude TR, on reprendra ſa valeur donnée ci-deſſus, $TR = \frac{p. \text{ ſin. } ZS. \text{ ſin. } S}{\text{ſin. } PS}$ & ſubſtituant pour ſin. ZS ſa valeur $\frac{\text{ſin. } PZ. \text{ ſin, } P}{\text{ſin. } S}$, on a pour la parallaxe de longitude $\frac{p. \text{ ſin. } PZ. \text{ ſin. } P}{\text{ſin. } PS.}$.

1295. A la place des lettres nous pouvons mettre les choſes

choſes qu'elles expriment ; par exemple, cof. *PS* eſt la même choſe que le ſinus de la latitude apparente *ST* ; ſin. *PZ* eſt le ſinus de la hauteur du Nonagéſime (1290) ; l'angle, *P* ou *NPT*, eſt la diſtance apparente de la lune au Nonagéſime, puiſque cet angle eſt meſuré par l'arc *TN* de l'écliptique compris entre la lune & le Nonagéſime ; ainſi les expreſſions précédentes de *TR* & de *IS*, ſe changeront en celles-ci : par. longit. $= \frac{\text{par. hor. ſin. diſt. au non. ſin. haut. du Non.}}{\text{cof. latit.}}$

par. lat. $= \left(\frac{\text{cot. tang.}}{\text{tang. haut. du Non.}} - \text{cof. diſt. au Non.}\right)$ (par. horiſ. ſin. haut. du Non. ſin. latit.

1296. Si lon nomme p la parallaxe horiſontale, l la latitude apparente, d la diſtance apparente de la lune au Nonagéſime, h la hauteur du Nonagéſime ; on aura la parallaxe de longitude $= \frac{p \text{ ſin. } d \text{ ſin. } h}{\text{cof. } l.}$ & la parallaxe de latitude $= p \text{ ſin. } h \text{ ſin. } l \left(\frac{\text{cot. lat.}}{\text{tang. } h} - \text{cof. } d\right)$.

1297. Cette expreſſion ſe réduit à celle-ci encore plus commode pour l'uſage p. cof. h cof. $l - p$ ſin. l ſin. h cof. d, parce que ſin. l cot. l = cof. l & $\frac{\text{ſin. } h}{\text{tang. } h.} = \text{cof. } h$; je dis qu'elle eſt plus commode, parce que dans la premiere opération (1304), on ſe contente, ſi l'on veut, de la premiere partie p cof. h cof. l, & même de p cof. h ; en ſuppoſant l de $5^\circ \frac{3}{4}$, il n'y a que $\frac{1}{250}$ ou tout au plus $15''$ d'erreur à craindre dans cette ſuppoſition.

1298. Ainſi la formule (1297) qui exprime la parallaxe de latitude, eſt compoſée de deux parties ; la premiere partie qui eſt p cof. h cof. l, ne dépend point de la diſtance de la lune au Nonagéſime, & c'eſt la partie principale de la parallaxe en latitude ; dans le calcul des éclipſes de ſoleil la latitude de la lune étant extrêmement petite, ſon coſinus eſt ſenſiblement égal au rayon ou à l'unité : ainſi l'on a pour la premiere partie de la parallaxe en latitude p cof. h, c'eſt-à-dire, qu'il ſuffit de *multiplier la parallaxe horiſontale de la lune par le coſinus de la hauteur du Nonagéſime, pour avoir la parallaxe de latitude à très-peu-près.*

Premiere partie de la Parallaxe en latitude.

1299. La ſeconde partie de la parallaxe en latitude eſt

p sin. l. sin. h cos. d; mais elle eſt toujours très-petite, parce que le ſinus de la latitude de la lune qui eſt un des facteurs, eſt à peine un dixieme de l'unité, lors même que la latitude de la lune eſt la plus grande, & il devient comme nul dans les éclipſes de ſoleil où la latitude n'eſt jamais que d'un demi-degré, & ſin. l environ un centieme.

1300. On peut encore ſimplifier cette ſeconde partie de la parallaxe en latitude, en conſidérant qu'elle eſt égale à la parallaxe en longitude trouvée ci-deſſus (1296), multipliée par le ſinus de la latitude de la lune, & diviſée par la tangente de la diſtance au Nonagéſime; en effet, ſi la parallaxe de longitude eſt égale à $\frac{p \text{ sin. } d \text{ sin. } h}{\text{cos. } l.}$, ou ſimplement p sin. d sin. h dans les éclipſes, on a $p = \frac{\text{par. long.}}{\text{sin. } d \text{ sin. } h.}$, ſubſtituant cette valeur de p dans l'expreſſion, p sin. h sin. l cos. d, elle deviendra $= \frac{\text{par. long. sin. } l \text{ cos. } d}{\text{sin. } d.}$; mais $\frac{\text{cos. } d}{\text{sin. } d} = \text{cotang. } d$, donc on a par. long. sin. l cot. d, pour la ſeconde partie de la parallaxe en latitude dans les éclipſes de ſoleil que l'on doit retrancher de la premiere partie p cos. h trouvée ci-deſſus (1298); ſi ce n'eſt dans le cas où la diſtance apparente de la lune au Nonagéſime & ſa diſtance apparente au pole élevé de l'écliptique ſont de différente eſpéce, c'eſt-à-dire, l'une aiguë & l'autre obtuſe; car alors la ſeconde partie de la formule eſt additive, parce que sin. l ou cos. d changent de ſigne dès lors que la latitude de la lune eſt méridionale, (en ſuppoſant l'Obſervateur dans nos régions ſeptentrionales); ou que la diſtance au Nonagéſime ſurpaſſe 90 degrés, il pourroit y avoir quelque difficulté pour le cas où la lune ſeroit ſituée entre le pole & le zénith; mais ceux qui ſeroient embarraſſés dans ce cas-là, pourroient recourir à ma méthode des angles parallactiques dans laquelle je détaillerai tous les cas (1500).

Seconde partie de la Parallaxe en latitude.

1301. Cette ſeconde partie de la parallaxe en latitude doit être multipliée par le coſinus de la latitude, ſi l'on veut avoir égard à la latitude de la lune; il eſt néceſſaire d'y avoir égard dans les éclipſes d'étoiles fixes par la lune, car la latitude pouvant aller à 6 degrés, on pourroit commettre

une erreur de 20″ dans certains cas ſur la parallaxe, en ſuppoſant le coſinus de la latitude égal au rayon.

1302. EXEMPLE. Le 6 Avril 1749 j'obſervai l'immerſion d'Antarès à $1^h\ 1'\ 20''$ du matin; je chercherai pour ce moment la parallaxe de longitude & de latitude. Je ſuppoſe qu'on a déjà calculé pour cet inſtant le lieu du ſoleil, & celui de la lune par les Tables; & qu'on connoiſſe la hauteur du pole avec l'obliquité de l'écliptique.

Lieu du ſoleil par les Tables de Halley,	0ˢ	17°	19′	10″
Lieu de la lune par les Tables de Halley,	8	5	26	2
Latitude auſtrale de la lune,		3	47	20
Obliq. de l'écl. ſuppoſée pour ce temps-là,		23	28	23
Hauteur du pole du lieu de l'obſervation,		48	50	10
Hauteur de l'équateur,		41	9	50
Aſcenſion droite du ſoleil calculée (607),		15	57	44
Le temps vrai $14^h\ 1'\ 20''$ réduit en degrés,		195	20	0
L'aſcenſion droite du milieu du ciel (701)		211	17	44
Ou en en retranchant 180 degrés,		31	17	44
La déclinaiſon méridionale qui répond à cette aſcenſion droite (598)		12	42	42
L'angle de l'éclipt. avec le méridien qui répond à la même aſc. dr. 31° 17′ 44″ (598),		70	6	4
La longitude qui répond à la même aſcenſion droite (598), ou la longitude du point de l'écliptique qui eſt dans le méridien, (diminuée de 180°),		33	32	$3\frac{1}{2}$
Ou en y ajoûtant 180°, comme on les a ôtés de l'aſcenſion droite,	7	3	32	$3\frac{1}{2}$
La hauteur de ce point culminant de l'écliptique, ou la différence entre ſa déclinaiſon 12° 42′ 42″ & la haut. de l'équ. 41° 9′ 50″		28	27	8

On prendroit leur ſomme ſi la déclinaiſon du point *E* étoit du côté du pole élevé.

1303. Le rayon eſt au ſinus de 70° 6′ 4″ qui eſt l'angle *CEO* (*Fig.* 93), comme le coſinus de la hauteur du point culminant 28° 27′ 8″ eſt au coſinus de la hauteur du Nonagéſime ou de l'angle *NOB* (1291), qui ſe trouve de *Fig.* 93.

34° 14′ 12″. On cherchera en même temps le logarithme du ſinus, & on en ôtera celui du coſinus, pour avoir celui de la tangente. On fera enſuite cette proportion; la tangente de la hauteur *CE* 28° 27′ 8″ eſt au rayon, comme le coſinus de l'angle *E* = 70° 6′ 4″ eſt à la tangente de l'arc *NE* de l'écliptique, compris entre le Nonagéſime & le méridien, cet arc ſe trouvera de 32° 8′; étant ôté de la longitude du point culminant 7ˢ 3° 32′ 3″, puiſque la lune eſt dans les ſignes deſcendans (1292), il donnera la longitude du Nonagéſime 6ˢ 1° 24′ 2″. Voici l'ordre & la diſpoſition du calcul.

T. longit.	17°	19′	10″	9,4939285	cotang.	31°	17′	44″ 10,2161655
Coſ. obl. ecl.	23	28	23	9,9624865	coſ. obl. ecl.			9,9624865
Tang. aſc. dr.	15	57	44	9,4564150	cot. long. *E*	33	32	3 10,1786520
T. vr. en deg.	195	20	0					
Somme,	211	17	44.	ôtez 180				
Sinus de	31	17	44	9,7155471	ſin. *E*	70	6	4 9,9732640
Tang.	23	28	23	9,6377431	coſ. haut. *N*	28	27	8 9,9440950
Tang.	12	42	42	9,3532902	coſ. h. non.	34	14	12 9,9173590
Haut. equat.	41	9	50		ôtez du log. ſinus . .			9,7502094
Haut. de *E*	28	27	8,	ou du point culmin.	reſte log. tan.	34	14	12 9,8328500
Coſin.	31	17	44	9,9317116	coſin. *E*	70	6	4 9,5319412
Sin.	23	28	23	9,6002296	ôtez tan. *CE*	28	27	8 9,7339003
Coſ. ang. *E*	70	6	4	9,5319412	tang. *NE*	32	8	1 9,7980409
					ou	1ˢ	2°	8′ 1″

Longitude du point culminant *E*. 7 3 32 3

Différence, ou longitude du Nonagéſime *N*. . . . 6 1 24 2

1304. Connoiſſant le Nonagéſime & ſa hauteur, nous allons chercher les parallaxes de longitude & de latitude (1298 *& ſuiv.*).

Premier calcul ou approximation,

Logarithme de la parallaxe horiſ. 57′ 16″ ou 3436″ 3,5360531

Log. ſin. de la hauteur du Nonagéſime 9,7502094

Log. ſin. de la diſtance de la lune au Nonagéſime 64° 2′ 9,9537833

3,2400458

Long. du coſ. de latit. vraie de la lune 3 47 20 9,9990497

Log. de 29′ 1″ parallaxe de log. à peu-près, 3,2409961

On ajoûtera cette parallaxe avec la diſtance vraie de la lune au Nonagéſime 64° 2′ parce que la lune eſt plus avancée que le Nonagéſime, & l'on aura la diſtance apparente 64° 31′ 1″ qu'il faudra employer dans le calcul de l'article 1305.

Logarithme de la parallaxe horiſ. 57′ 16″	3,5360531
Log. coſ. de la hauteur du Nonagéſime	9,9173599
Log. de 47′ 21″ parallaxe de latitude à peu-près	3,4534130

On ajoûtera cette parallaxe avec la latitude vraie 3°47′20″, parce que la latitude de la lune eſt oppoſée au pole élevé de l'écliptique, & l'on aura la latitude apparente 4° 34′ 41″, qu'il faudra employer dans le calcul ſuivant pour plus d'exactitude.

Second calcul plus exact.

1305. Logar. de la parall. horiſ. 3436″	3,5360531
Log. ſin. de haut. du Nonag. 34° 14′ 12″	9,7502094
Log. ſin. de la diſt. apparente de la lune au Nonagéſime, 64. 31.	9,9555494
	3,2418120
Otez le log. coſ. de latit. appar.. 4° 34′ 41″	9,9986121
Reſte le log. de la parallaxe de longitude plus exacte 1750″ 6, ou 29′ 10″ 6	3,2431999

Log. p. . . .	3,5360531	Log. p. . .	3,5360531
Log. coſ. h. .	9,9173590	Log. ſin. lat.	8,9020962
Log. coſ. latit.	9,9986121	Log. ſin. h. .	9,7502094
2831″,5 .	3,4520242	Log. coſ. diſ. app.	9,6337150
Premiere partie de la parallaxe en latitude.		66″,4 . .	1,8220737
		Seconde Partie.	

Ces deux parties de la formule étant ajoûtées enſemble parce que ſin. *l* & coſ. *d* ſont de même eſpéce (1300), on aura exactement la parallaxe entiere de latitude 2897″9, ou 48′ 18″.

L'on verra l'uſage de ces parallaxes de longitude & de latitude, dans le calcul des éclipſes (1492).

TABLE pour trouver le Nonagéſime avec ſa hauteur, ſous le parallele de Paris.

Aſcenſion droite du milieu du Ciel.		Longitude du Nonagéſime.			Différ.	Hauteur du Nonageſ.		Différ.	
H.	M.	Degr.	S.	D.	M.	D. M.	D.	M.	D. M.
0	0	0	0	24	30	3 46	46	20	1 46
0	20	5	0	28	16	3 43	48	6	1 44
0	40	10	1	1	59	3 40	49	50	1 39
1	0	15	1	5	39	3 40	51	29	1 35
1	20	20	1	9	19	3 37	53	4	1 30
1	40	25	1	12	56	3 37	54	34	1 25
2	0	30	1	16	33	3 37	55	59	1 19
2	20	35	1	20	10	3 36	57	18	1 13
2	40	40	1	23	46	3 36	58	32	1 8
3	0	45	1	27	22	3 36	59	40	1 1
3	20	50	2	0	58	3 37	60	41	0 54
3	40	55	2	4	35	3 37	61	35	0 48
4	0	60	2	8	12	3 37	62	23	0 41
4	20	65	2	11	49	3 38	63	4	0 34
4	40	70	2	15	27	3 38	63	38	0 26
5	0	75	2	19	5	3 38	64	4	0 19
5	20	80	2	22	43	3 39	64	23	0 11
5	40	85	2	26	22	3 38	64	34	0 4
6	0	90	3	0	0	3 38	64	38	0 4
6	20	95	3	3	38	3 39	64	34	0 11
6	40	100	3	7	17	3 38	64	23	0 19
7	0	105	3	10	55	3 38	64	4	0 26
7	20	110	3	14	33	3 38	63	38	0 34
7	40	115	3	18	11	3 37	63	4	0 41
8	0	120	3	21	48	3 37	62	23	0 48
8	20	125	3	25	25	3 37	61	35	0 54
8	40	130	3	29	2	3 36	60	41	1 1
9	0	135	4	2	38	3 36	59	40	1 8
9	20	140	4	6	14	3 36	58	32	1 13
9	40	145	4	9	50	3 37	57	18	1 19
10	0	150	4	13	27	3 37	55	59	1 25
10	20	155	4	17	4	3 37	54	34	1 30
10	40	160	4	20	41	3 40	53	04	1 35
11	0	165	4	24	21	3 40	51	29	1 39
11	20	170	4	28	1	3 43	49	50	1 44
11	40	175	5	1	44	3 46	48	00	1 46
12	0	180	5	5	30		46	20	

Suite de la TABLE *pour trouver le Nonagéſime avec ſa hauteur, ſous le parallele de Paris.*

Aſcenſion droite du milieu du Ciel.			Longitude du Nonagéſime.			Differ.		Hauteur du Nonagéſ.		Differ.	
H.	M.	Degr.	S.	D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.
12	0	180	5	5	30	3	52	46	20	1	51
	20	185	5	9	22	3	54	44	29	1	53
	40	190	5	13	16	4	01	42	36	1	56
13	0	195	5	17	17	4	8	40	40	1	57
	20	200	5	21	25	4	18	38	43	1	58
	40	205	5	25	43	4	29	36	45	2	0
14	0	210	6	0	12	4	43	34	45	1	59
	20	215	6	4	55	5	1	32	46	1	59
	40	220	6	9	56	5	19	30	47	1	57
15	0	225	6	15	15	5	47	28	50	1	53
	20	230	6	21	2	6	15	26	57	1	49
	40	235	6	27	17	6	51	25	8	1	43
16	0	240	7	4	8	7	31	23	25	1	34
	20	245	7	11	39	8	16	21	51	1	22
	40	250	7	19	55	0	04	20	29	1	11
17	0	255	7	28	59	9	49	19	18	0	53
	20	260	8	8	48	10	26	18	25	0	22
	40	265	8	19	14	10	46	17	53	0	11
18	0	270	9	0	0	10	46	17	42	0	11
	20	275	9	10	46	10	26	17	53	0	32
	40	280	9	21	12	9	49	18	25	0	53
19	0	285	10	1	1	9	4	19	18	1	11
	20	290	10	10	5	8	16	20	29	1	22
	40	295	10	18	21	7	31	21	51	1	34
20	0	300	10	25	52	6	51	23	25	1	43
	20	305	11	2	43	6	15	25	8	1	49
	40	310	11	8	58	5	47	26	57	1	53
21	0	315	11	14	45	5	19	28	50	1	57
	20	320	11	20	4	5	1	30	47	1	59
	40	325	11	25	5	4	43	32	46	1	59
22	0	330	11	29	48	4	29	34	45	2	0
	20	335	0	4	17	4	18	36	45	1	59
	40	340	0	8	35	4	8	38	43	1	57
23	0	345	0	12	43	4	1	40	40	1	56
	20	350	0	16	44	3	54	42	36	1	53
	40	355	0	20	38	3	52	44	29	1	51
24	0	360	0	24	30			46	20		

1306. Pour abréger toutes les opérations des art. 1302 & ſuiv. j'ai calculé la Table précédente du Nonagéſime & de ſa hauteur, pour la latitude de Paris, dont la forme eſt encore plus commode que celles de Kepler & de Riccioli; elle ne ſuppoſe que l'aſcenſion droite du milieu du ciel (701). Par exemple, le 6 Avril 1749 à $14^h\ 1'\ 20''$ de temps vrai, la ſomme du temps vrai réduit en degrés & de l'aſcenſion droite du ſoleil, eſt de $211°\ 17\frac{3}{4}$ (1302): on regarde la Table précédente vis-à-vis de 210° ou de $14^h\ 0'$, & ayant pris les parties proportionnelles, on trouve $6^s\ 1°\ 24'$ pour la longitude du Nonagéſime, & 34° 14′ pour la hauteur du Nonagéſime à Paris, de même que dans les calculs précédens (1303).

Cette Table ſera d'une grande commodité dans tous les calculs, où l'on voudra ſçavoir promptement & à-peu-près la parallaxe de longitude & de latitude; l'aſcenſion droite du ſoleil en temps eſt toute calculée dans la Connoiſſance des Mouvemens Céleſtes, car elle eſt le complément à 24^h de la diſtance de l'équinoxe au méridien.

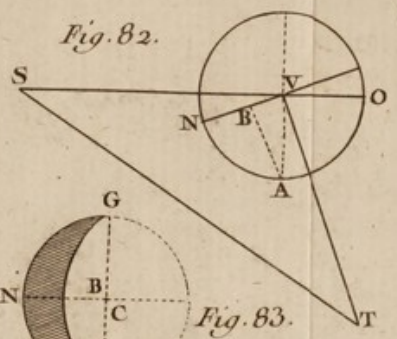
EQUATIONS DE LA PARALLAXE de la Lune dans le Spheroïde applati.

1307. La terre ayant la figure d'un ſphéroïde applati vers les poles, comme on le verra dans le XVe. Livre; les différens points de la terre ne ſont pas à la même diſtance du centre, & la parallaxe horiſontale de la lune, qui dépend de la diſtance qu'il y a du centre de la terre à la ſurface, ne ſçauroit être la même dans ces différens points.

Auteurs qui ont parlé de ces équations.

Depuis long-temps, les Aſtronomes ont vû que l'applatiſſement de la terre qui eſt de $\frac{1}{200}$, pouvoit produire ſur la parallaxe de la lune une erreur d'environ 18 ou 20″: il étoit donc important d'en faire uſage dans les calculs. Newton conſidéra le premier cette différence des parallaxes de la lune (*Princ. L. III. p. 27 cor. 10*,) depuis ce temps-là M. Manfredi, le P. Grammatici, M. de Maupertuis dans ſon Traité

Fig. 82.



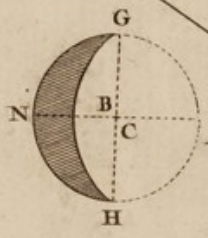


Fig. 83.

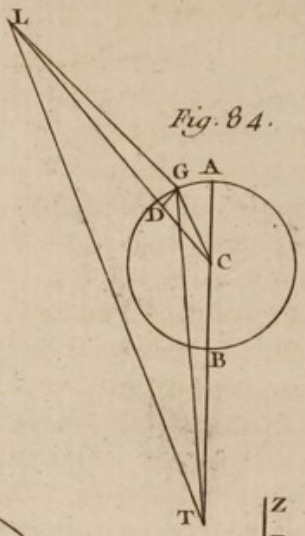


Fig. 84.

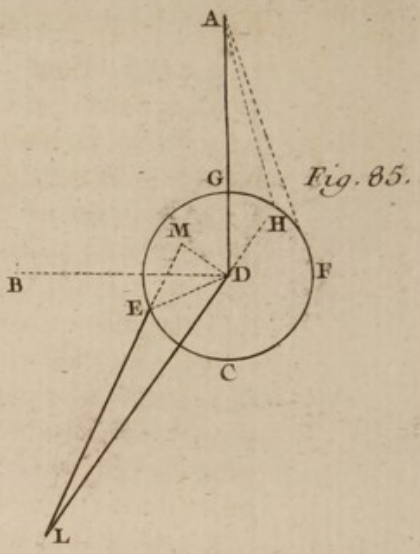


Fig. 85.

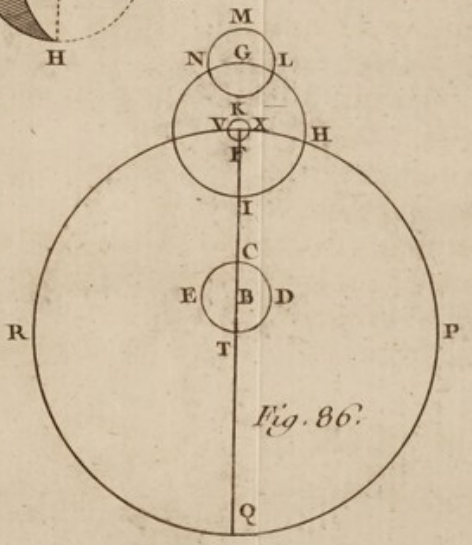


Fig. 86.

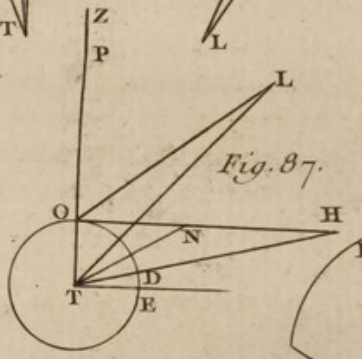


Fig. 87.

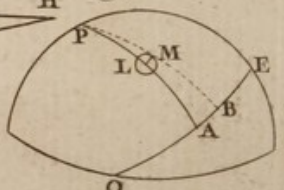


Fig. 88.

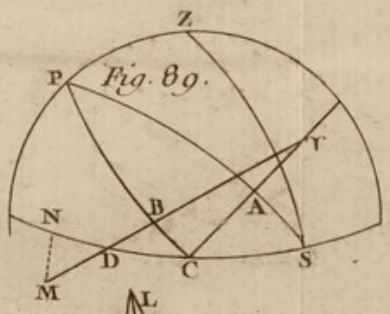


Fig. 89.

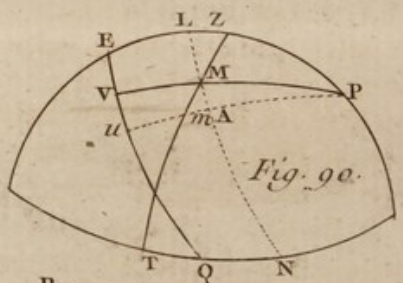


Fig. 90.

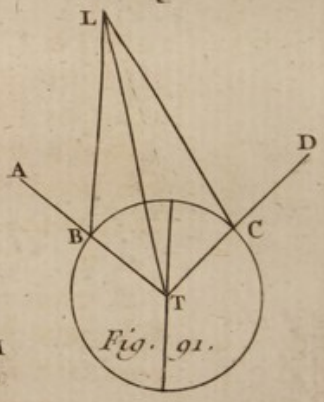


Fig. 91.

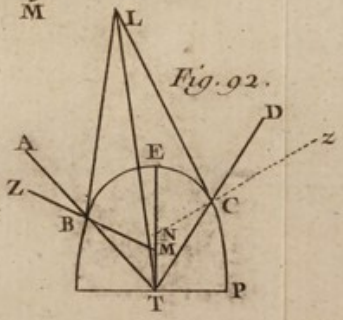


Fig. 92.

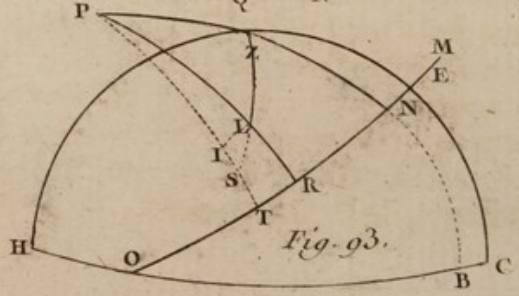


Fig. 93.

ſon Traité de la parallaxe de la lune; M. Euler, dans les Mémoires de Berlin pour 1749; & M. de l'Iſle (*Mém. Ac.* 1757, *p.* 490,) donnerent des Méthodes pour en tenir compte dans les Calculs Aſtronomiques.

1308. Toutes ces Méthodes étoient ſujettes à l'inconvénient d'une extrême longueur; elles exigeoient une préciſion ſcrupuleuſe & fatiguante dans le calcul trigonométrique, & les Aſtronomes n'avoient jamais employé cette conſidération de l'applatiſſement de la terre dans le calcul des éclipſes, juſqu'au tems où je donnai dans les Mémoires de l'Académie pour 1756, & dans la Connoiſſance des Temps pour 1762, une Méthode & des Tables d'un uſage extrêmement commode, dont je vais expliquer la conſtruction & les principes. Toutes les autres Méthodes étoient bonnes pour être appliquées à un exemple; mais je ſuis très-ſûr qu'aucun Aſtronome ne s'en étoit ſervi deux fois. L'objet que je me propoſai dans ces recherches fut de renfermer l'effet de l'applatiſſement de la terre dans une petite équation, qui ne changeroit rien à la méthode ordinaire de calculer les parallaxes, & qui pouvoit ſe prendre ſans aucune partie proportionnelle, ou ſe négliger ſuivant les cas.

1309. L'ellipſe *POE* (*Fig.* 94,) repréſente un méridien de la terre, *P* le pole élevé, *O* le lieu de l'obſervateur, *ON* la verticale ou la perpendiculaire à l'horiſon & à la ſurface de la terre en *O*; *CNH* la ligne horiſontale; *CON* l'angle de la verticale avec le rayon *CO*, qui eſt à Paris d'environ 19′ (1341), & que j'appelle *a*. La perpendiculaire *ON* eſt ſenſiblement égale au rayon *CO*, à cauſe de la petiteſſe de l'angle *CON*; la parallaxe qui auroit pour baſe *ON* ſeroit plus petite d'une cent millieme partie que la parallaxe horiſontale, qui a pour baſe *CO*; mais on peut négliger ici cette différence, qui ne va qu'à un vingtiéme de ſeconde. Si l'obſervateur *O* étoit ſitué en *N*, il verroit encore la lune dans le même vertical où il la voit du point *O*, & au même point d'azimuth ſur l'horiſon; mais cet azimuth eſt différent de celui qui auroit lieu ſi l'on obſervoit la lune du centre *C* de la terre; les rayons menés du point *C* & du point

Parallaxe d'azimuth.

N juſqu'à la lune, font un angle que j'appelle la PARALLAXE D'AZIMUTH. Si le rayon dirigé vers la lune eſt perpendiculaire à *CN*, cette ligne *CN* ſera la ſous-tendante ou la meſure de la parallaxe d'azimuth ; & ſi l'on appelle *p* la parallaxe horiſontale qui répond au rayon *CO* ou *ON*, l'on aura 1 ou *CO* : ſin. *a* ou *CN* : : *p* : parallaxe d'azimuth ; elle ſera donc = *p* ſin. *a*, la lune ayant 90° d'azimuth.

1310. Si la lune s'éloigne vers le nord & que ſon azimuth ſoit moindre que 90°, l'angle dont *CN* eſt la baſe, deviendra plus petit. Soit *CN* (*Fig.* 95,) la même ligne tracée ſéparément, & qui s'étend horiſontalement du midi au nord depuis le centre de la terre juſqu'à la verticale, *CMR* le rayon dirigé vers le point de l'horiſon où la lune répond & qui marque l'azimuth de la lune égal à l'angle *NCM* ; la perpendiculaire *NM* ſera la meſure de la parallaxe d'azimuth, au lieu de *CN* ; mais *MN* = *CN* ſin. *NCM*, donc la parallaxe d'azimuth, qui étoit *p* ſin. *a*, deviendra *p* ſin. *a*. ſin. *z* : c'eſt la valeur générale de la parallaxe d'azimuth la lune étant à l'horiſon.

1311. On verra dans la ſuite que la parallaxe d'azimuth employée dans le calcul des éclipſes, doit être meſurée ſur un arc de grand cercle, tiré par le centre de la lune perpendiculairement au vertical ; ce petit arc ne change point par la hauteur de la lune, parce qu'il eſt formé dans tous les cas par la rencontre des lignes *CL* & *ML* qui vont ſe réunir à la lune ; ainſi la parallaxe d'azimuth à la hauteur de la lune ſera encore *p* ſin. *a* ſin. *z* : on en verra l'uſage dans le calcul des éclipſes, où je me ſervirai de la différence d'azimuth pour trouver la diſtance apparente des centres (1511).

Son expreſſion dans le calcul des éclipſes.

1312. Pour épargner aux Aſtronomes le calcul de l'azimuth, j'ai dreſſé pour la latitude de Paris deux Tables, (*Connoiſſ. des Temps* 1760, 1761, *Mém. Acad.* 1756,) qui ſe rapportent à la déclinaiſon de la lune & à ſa diſtance au méridien, elles contiennent la parallaxe d'azimuth, & la correction de la parallaxe de hauteur dont je parlerai ci-après, & peuvent ſervir dans preſque toute l'Europe, ſans qu'il y ait d'erreur ſenſible. Au reſte, comme il ſuffit de

prendre l'azimuth ſur un globe à 2 ou 3 dégrés près, cela n'ajoûteroit preſque aucune difficulté au calcul des parallaxes, quand même il faudroit le calculer.

1313. Cette parallaxe d'azimuth entraîne un petit changement dans la parallaxe de hauteur. En effet, ſi l'obſervateur étoit ſitué en *N* (*Fig.* 94), la parallaxe de hauteur ſeroit meſurée par *ON*, & ſeroit *p* coſ. *h*, ſuivant la regle ordinaire; mais la hauteur vraie vûe du centre *C* de la terre eſt un peu moindre, ſi la lune eſt au midi du premier vertical; & un peu plus grande ſi la lune eſt au nord ou du côté du pole élevé, puiſque le rayon tiré du point *C*, & celui qui eſt tiré du point *N* n'ont pas la même inclinaiſon; il faut donc faire une correction à la parallaxe de hauteur trouvée par la regle ordinaire. Correction de la parallaxe de hauteur.

1314. Soit *L* (*Fig.* 95), la lune hors du méridien; *CLM* le plan du vertical dans lequel ſe trouve la lune, enſorte que l'angle *LCM* ſoit la hauteur de la lune vûe du centre de la terre, la ligne *CM* étant à la fois & dans le plan de l'horiſon, & dans le plan du vertical de la lune: ſoit auſſi le petit arc *NM* perpendiculaire ſur *CM*; la hauteur de la lune vûe du centre *C* de la terre eſt plus petite que la hauteur vûe du point *N*, de la quantité de l'angle *CLM*; en effet, puiſque le petit arc *NM* eſt perpendiculaire ſur *CN*, il l'eſt auſſi ſur *LM*, parce qu'il eſt néceſſairement perpendiculaire au plan du vertical *LMC*, & à toutes les lignes tirées au point *M* de ce plan: ainſi les lignes *LM* & *LN* ſont ſenſiblement égales; le point *M* eſt donc placé de la même façon & à la même diſtance de la lune *L*, que le point *N*; donc la hauteur de la lune vûe du point *N* ou du point *M* eſt parfaitement la même. Mais la hauteur de la lune vûe du point *M*, qui eſt l'angle *LMR*, eſt plus grande que la hauteur vûe du point *C*, qui eſt l'angle *LCM*, de la quantité de l'angle *CLM*, parce que dans le triangle *CLM*, on a l'angle extérieur *LMR* égal aux deux intérieurs pris enſemble *LCM*, *CLM*; donc la hauteur de la lune vûe du point *C* eſt plus petite que la hauteur vûe du point *N*, de la quantité *CLM*. *Fig.* 95.

1315. Lorſque la lune eſt hors du méridien, cet an-

gle *CLM* eſt plus petit que lorſque la lune eſt dans le méridien, & cela dans le rapport du coſinus de l'azimuth au rayon. En effet, lorſque la lune eſt dans le méridien, (ſuppoſant que ſa hauteur & ſa diſtance ſoient parfaitement les mêmes que dans le cas précédent), le point *M* tombe en *N*, l'angle *LCN* eſt la hauteur de la lune; car il faut concevoir le triangle *CLM* relevé en l'air perpendiculairement au-deſſus du plan de la Figure. Si l'on examine dans ces deux cas la valeur de l'angle *CLM*, on verra que l'angle *CLM* a pour baſe la ligne *CM*, & que dans le méridien il a pour baſe la ligne *CN*; comme tout eſt égal d'ailleurs, ſoit la diſtance *CL*, ſoit l'inclinaiſon du rayon *CL* ſur la baſe *CN* ou *CM*, il faut néceſſairement que ces angles ſoient entre eux comme leurs baſes *CN* & *CM*; mais *CN* eſt à *CM*, comme le rayon eſt au coſinus de l'angle *NCM* qui eſt l'azimuth de la lune; donc la différence *CLM* entre les hauteurs de la lune vûes du point *N* & du point *C*, quand la lune eſt hors du méridien, eſt à cette même différence quand la lune eſt dans le méridien, à hauteur égale, comme le coſinus de l'azimuth eſt au rayon.

1316. Puiſque nous avons démontré que l'angle *MLC*, lorſqu'il eſt le plus grand, eſt égal à p ſin. a (1309); ſi l'on nomme z l'azimuth *NCM*, on aura cette proportion 1 : coſin. z :: p ſin. a : *CLM*; donc l'angle *CLM* eſt égal à p. ſin. a. coſin. z, multiplié par ſin. h à cauſe de l'obliquité de l'angle *LCR* ſur la baſe *CM*, qui diminue l'angle *CLM* dans le rapport de *MS* qui eſt égal à *MC* ſin. h.

Valeur de cette correction.

Cette correction de la parallaxe de hauteur eſt additive à la parallaxe calculée pour le point *N*, lorſque la lune eſt entre le premier vertical & le pole élevé; dans tous les autres cas, on la retranche de la parallaxe calculée par la méthode ordinaire, & l'on a la véritable parallaxe de hauteur dans le ſphéroïde applati. Je donnerai dans le Livre ſuivant une Méthode pour calculer les éclipſes par les ſeules parallaxes de hauteur & d'azimuth; c'eſt ce qui m'a déterminé à expliquer ici ce qui concerne ces parallaxes.

1317. Quand on calcule la parallaxe de hauteur par la formule p coſin. h (1259), on ſuppoſe le centre de la

terre en *N* ſur la verticale *ON*, & l'on trouve la différence entre le lieu vû du point *O* & le lieu vû du point *N*, avec la même parallaxe horiſontale, qui a pour baſe *ON* égale à *OC*, ſoit ſur la terre ſphérique, ſoit dans le ſphéroïde; mais comme c'eſt au centre *C* qu'il eſt néceſſaire de réduire le lieu de la lune, on eſt obligé d'ôter de la parallaxe *p* cos. *h* la correction *p*. ſin. *a*. ſin. *h*. cos. *z*, qui devient additive quand l'azimuth compté du point du midi ou du point oppoſé au pole élevé eſt plus grand que 90°: on trouvera une Table de cette équation dans les endroits cités (1312).

Ainſi nous ſommes parvenus ſur la terre applatie, comme ſur la terre ſphérique, à réduire au centre *C* de la terre le lieu vû du point *O*, par un petit changement de hauteur & d'azimuth; voyons la maniere de faire cette même réduction par un petit changement dans la déclinaiſon ſeule, ou bien dans la longitude & la latitude.

1318. LA MÉTHODE où l'on employe les parallaxes de longitude & de latitude (1293), par le moyen du Nonagéſime, exigeoit une correction pour l'applatiſſement de la terre, & c'eſt ce que M. de la Caille a donné dans la derniere Edition de ſes Leçons d'Aſtronomie (*page* 223), en ſuivant les principes de la Méthode précédente que j'avois donnée quelques années auparavant. Application à la méthode du Nonagéſime.

1319. La normale *ZON* (*Fig.* 94), perpendiculaire à la ſurface de la terre au point *O*, où ſe trouve l'obſervateur, étant prolongée au-deſſous de l'horiſon, va couper en *K* l'axe de la terre *PCKN*; ainſi un obſervateur placé en *K* verroit la lune ſur le même cercle horaire, à la même diſtance du méridien, & à la même aſcenſion droite que s'il étoit en *C*, parce que les points *C* & *K* ſont placés ſur l'axe de la terre & ſur le plan de tous les cercles de déclinaiſon qui ſe coupent dans la commune ſection *PCN*; ainſi la lune ne paroîtra point changer le plan de ſon cercle horaire quand on tranſportera l'obſervateur de *C* en *K*.

1320. On commence donc par employer la parallaxe qui répond à la ligne *OK*, pour réduire au point *K* le lieu vû de la ſurface de la terre, & comme les points *O* & *K* ſont dans le même vertical & dans la ligne même du zé-

nith, il ne faut pour cela que la regle employée pour la terre ſphérique ou la formule p coſin. h (1259), en prenant une parallaxe qui réponde au rayon OK; l'on ſera ſûr qu'il n'y a aucune erreur dans la parallaxe d'aſcenſion droite calculée par ce moyen; toute la différence produite par l'applatiſſement conſiſtera dans la parallaxe de déclinaiſon, dont nous allons parler, en ſuppoſant toujours que la parallaxe horiſontale qu'on employera convienne à l'intervalle OK, & non pas au rayon OC ou ON, comme dans la Méthode précédente.

Il faut augmenter la parallaxe horiſontale.

1322. L'obſervateur ſuppoſé en K, & celui qui ſeroit au centre C de la terre, ne voient pas la lune à une même diſtance de l'équateur & du pole, la diſtance au pole vûe du centre C eſt l'angle LCP; mais vûe du point hypothétique K, c'eſt l'angle LKP, la différence de ces deux diſtances au pole eſt l'angle CLK; cet angle, dont nous donnerons la valeur ci-après (1325), eſt donc le changement qu'exige l'applatiſſement de la terre, & qu'il faut ajoûter à la diſtance de la lune au pole P trouvée pour le point K, ſi l'on veut la réduire au centre C & avoir la vraie diſtance de la lune au pole qui eſt l'angle LCP.

Equation de la déclinaiſon.

1323. De-là il ſuit que lorſque la lune ſera du côté du pole élevé, c'eſt-à-dire, que ſa déclinaiſon ſera ſeptentrionale, l'obſervateur étant dans les pays ſeptentrionaux; ou méridionale, & obſervée dans les pays méridionaux, l'équation de l'applatiſſement ſera ſouſtractive de la déclinaiſon vûe du point K, pour avoir la déclinaiſon vûe du centre C de la terre; lorſque la lune ſera par rapport à l'équateur, du côté du pole abaiſſé, on ajoûtera à la déclinaiſon réduite au point K l'équation de l'applatiſſement, pour avoir la vraie déclinaiſon vûe du centre de la terre; mais dans les deux cas, il faudra toujours retrancher de la parallaxe de déclinaiſon la même équation CLK, pour avoir la parallaxe de déclinaiſon par rapport au centre de la terre, à moins que la lune ne ſoit entre le zénith & le pole élevé; ce qui exige d'autres conſidérations.

1324. Ainſi pour trouver dans le ſphéroïde la ſituation de la lune pour le centre C de la terre, on fait deux

réductions, l'une de *O* en *K*, & l'autre de *K* en *C*. La premiere de *O* en *K* nous fournit l'avantage de ne ſuppoſer que les régles ordinaires; ſçavoir, que la parallaxe de hauteur eſt comme le coſinus de la hauteur apparente. La ſeconde a l'avantage d'être aſſez petite, & de ſe réduire auſſi à une régle fort ſimple (1327), ce qui en rend l'uſage facile.

La premiere & la plus grande de ces parallaxes réduit le lieu vû du point *O* à celui qu'on obſerve du point *K*, ſitué perpendiculairement au-deſſous de *O*; cette réduction ne ſuppoſe rien de plus que la parallaxe dans la ſphère, car l'angle *OLK* eſt proportionnel au ſin. de la diſtance au zénith comptée de la ligne *ZOK*: ainſi prenant le point *K* pour centre, & employant la parallaxe horiſontale qui répond à la longueur *OK*, on aura par la regle ordinaire (1259), la parallaxe de hauteur *OLK*, qui donnera la hauteur vûe du point *K*; auſſi-tôt qu'on aura la hauteur vûe du point *O*, on auroit de même la longitude & la latitude vûes du point *K* au moyen de celles qu'on auroit obſervées à la ſurface de la terre, & cela par les formules ordinaires (1296).

Il faut enſuite en conclure ces mêmes quantités vûes du point *C*, parce que c'eſt le centre de la terre auquel nous devons rapporter tous les mouvemens céleſtes, ſi nous voulons les dégager de leurs inégalités; le point *K* étant un point différent, ſuivant les différentes latitudes, la quantité *CK* ſera différente auſſi bien que la quantité *OK*. Nous allons les déterminer.

1325. La parallaxe qui convient à *OK*, ſera toujours plus grande que la parallaxe horiſontale qui eſt meſurée par *OC*; à Paris la différence eſt d'environ 22″, qu'il faut ajoûter à la parallaxe horiſontale pour avoir celle qui convient au centre *K*, ou à la diſtance *OK*, & pour pouvoir opérer par les regles ordinaires des parallaxes ſphériques. On trouvera dans le XVe. Livre une Table du rayon *CO* de la terre pour chaque latitude, avec l'angle $COK = a$; d'où il eſt aiſé de conclure le petit côté *CN* perpendiculaire à *OK*, qui ſera égal à p ſin. a (1309), & j'en donnerai encore une Table ci-après (1340).

Augmentation de la parallaxe.

1326. On peut calculer cet excès NK de la nouvelle parallaxe, pourvû qu'on connoiſſe l'angle COK du rayon avec la verticale (1309, 1341). Dans le triangle NCK, on a cette proportion : Le rayon eſt à la tangente de l'angle NCK, comme CN eſt à NK; donc $NK = CN$ tangente NCK; mais $CN = p$ ſin. a (1309), & NCK eſt égale à la latitude du lieu O, parce que l'angle OCN étant à peu près un angle droit, auſſi bien que l'angle KCE, ſi l'on ôte de part & d'autre la partie commune ECH; il reſtera l'angle OCE, latitude du lieu, & l'angle HCK, égaux; donc $NK = p$ ſin. a tangente *latit.* C'eſt la quantité qu'il faut ajoûter à la parallaxe horiſontale pour une latitude donnée, avant que de faire les calculs de cette méthode.

Par exemple, à Paris on a la valeur moyenne de p, ou de la parallaxe $57' 40''$, l'angle de la verticale & du rayon $19'$, la latitude $48° 50'$, on aura $21'' 9$, quantité qu'il faut ajoûter à la parallaxe horiſontale pour Paris afin d'avoir la parallaxe ſur OK (1320),

Pour plus d'exactitude, il faut employer la latitude du lieu diminuée de l'angle a, parce que la latitude eſt l'angle OFE, au lieu que nous avons employé l'angle OCE plus petit de $19'$ que l'angle OFE; cela diminuera d'un tiers de ſeconde la parallaxe que nous cherchons, & l'on trouvera $21'' 6$ pour la quantité qu'il faut ajoûter à la parallaxe moyenne pour Paris, ſi l'on veut avoir la parallaxe ſur OK.

Elle eſt de 21″ 6 pour Paris.

1327. Pour connoître l'équation de la déclinaiſon ou l'angle CLK, il faut abaiſſer ſur le rayon de la lune LK la perpendiculaire CV, qui marquera la différence entre les déclinaiſons vûes des points C & V, cette perpendiculaire ſera égale à CK coſinus déclin. C; car dans le triangle rectiligne CKV, rectangle en V, on a cette proportion : CV eſt à CK, comme le ſinus de CKV eſt au rayon; mais CKV, ou PKL eſt la vraie diſtance de la lune au pole, & ſon ſinus eſt le coſinus de la déclinaiſon, donc $CV = CK$ coſinus déclinaiſon. A l'égard de CK, on en trouvera la valeur au moyen de $CN = p$ ſin. a (1309); car dans le triangle CKN on a cette proportion, CK eſt à CN, comme le rayon eſt au ſinus de l'angle CKN, qui eſt le complément de la latitude

latitude du point *O*, donc $CK = \frac{CN}{\text{cos. lat.}}$; mais $CN = p$ sin. *a*, donc $CK = \frac{p \text{ sin. } a}{\text{cos. lat.}}$, ſubſtituant donc cette valeur de *CK* dans celle de *CV*, on aura l'équation de la déclinaiſon $\frac{p \text{ sin. } a \text{ cos. déclin.}}{\text{cos. latit.}}$

Equation de la déclinaiſon.

1328. Suppoſons comme à Paris l'angle *a* de 19′, & la latitude géographique 48° 50′; ſuppoſons auſſi la parallaxe horiſontale moyenne de 57′ 40″, on aura *CV* = 29″ coſinus déclin.; & ſi la déclinaiſon de la lune eſt de 28°., l'équation de la déclinaiſon, produite par l'applatiſſement de la terre, ſera de 24″ 7, ſouſtractive ſi la lune eſt du côté du pole élevé, additive à la déclinaiſon de la lune ſi la lune eſt du côté du pole abaiſſé, pour avoir la vraie déclinaiſon vûe du centre *C* de la terre, au lieu de celle qu'on avoit trouvée pour le point *K* par les opérations précédentes.

Il eſt évident que la correction *CLK* de la déclinaiſon doit toujours s'ajoûter à la diſtance de la lune au pole élevé qui eſt l'angle *PKL*, pour avoir la vraie diſtance *PCL*, lors même que la lune eſt entre le pole & le zénith, parce que l'angle extérieur *PCL* eſt toujours plus grand que l'angle intérieur *CKL*.

Toujours additive.

1329. En réduiſant le lieu apparent de la lune au point *K*, on n'a pour l'aſcenſion droite aucune correction (1319), & l'équation de la déclinaiſon eſt égale à 29″. cos. décl. (1238) pour la latitude de Paris; il reſte à ſçavoir combien ce petit changement dans la déclinaiſon peut influer ſur la longitude & ſur la latitude de la lune, ou, ce qui revient au même, quel eſt le rapport qu'il y a entre le changement de la déclinaiſon & ceux de la latitude & de la longitude.

On peut avoir recours pour cet effet aux formules différentielles que nous donnerons dans le XXIIIe. Livre; ſoit *A* (*Fig. 96*), le pole de l'équateur ou le pole du monde, *C* le pole de l'écliptique, *B* le lieu vrai de la lune, *AB* ſa diſtance au pole du monde, *BC* ſa diſtance au pole de l'écliptique, & *BL* le petit changement fait à la déclinai-

Equation de la parallaxe en latitude.

Fig. 96.

ſon de la lune (1327); il faut chercher quel ſera le changement arrivé dans la latitude de la lune. Pour cela ayant tiré le cercle de latitude CL, & le petit arc perpendiculaire LN, on aura BN pour le changement de latitude; or on verra dans le XXIIIe. Livre que BL eſt à BN, ou $d(AB)$ à $d(BC)$ :: ſin. AB. ſin. BC : cof. AC — cof. AB. cof. BC, donc $BN = BL\left(\frac{\text{cof. } AC - \text{cof. } AB, \text{ cof. } BC,}{\text{ſin. } AB, \text{ ſin. } BC}\right)$; mais au lieu de BL, on doit mettre $29''$, cof. déclin. ou $29''$. ſin. AB; alors on aura $BN = 29''$, $\left(\frac{\text{cof. } AC}{\text{ſin. } BC} - \frac{\text{cof. } AB, \text{ cof. } BC}{\text{ſin. } BC}\right)$ c'eſt-à-dire, $29''$, $\frac{\text{cof. } 23^\circ\ 28'}{\text{cof. lat. } C}$, — $29''$ ſin. déclin. tang. lat. C.

1330. La ſeconde partie de cette formule ne peut aller au-delà de $1''$, 3 pour Paris; ainſi il y a bien des cas où l'on peut la négliger totalement, & s'en tenir pour la correction de la latit. de la lune, au terme $29''$, $\frac{\text{cof. } 23^\circ.}{\text{cof. lat. } C}$; & d'ailleurs ce terme lui-même varie très-peu, puiſque le coſinus de la latitude de la lune differe à peine de l'unité: ainſi ſans craindre l'erreur d'une ſeconde entiere, on peut s'en tenir à une correction conſtante de $26''$, 6 pour Paris lorſque la parallaxe horiſontale eſt de $57'\ 40''$; ſous les autres latitudes elle ſera de $\frac{p.\text{ſin.}a.\text{cof.}23^\circ\frac{1}{2}}{\text{cof. haut. pole}}$. A l'égard des ſignes ils ſont les mêmes que pour la déclinaiſon (1323), c'eſt-à-dire, que dans les pays ſeptentrionaux, ſi la latitude de la lune eſt ſeptentrionale, on retranchera cette correction de la latitude de la lune rapportée au point K, pour avoir ſa vraie latitude vûe de centre C de la terre; ou ſi l'on veut, on la retranchera toujours de la parallaxe en latitude (1297), trouvée par les regles ordinaires, mais en employant une parallaxe horiſontale augmentée de p ſin. a, tang. haut. du pole (1326).

Elle eſt preſque conſtante.

1331. M. de la Caille (*pag.* 225 *lig.* 14), dit que cette correction doit être *ôtée* de la latitude auſtrale de la lune quand l'obſervateur eſt placé dans la partie boréale de la terre; mais il faut lire *ajoûtée*.

Equation de la parallaxe en longitude.

1332. La correction de la longitude qui dépend du changement de déclinaiſon, eſt égale au petit angle ſphé-

rique LCN, (*Fig.* 96.), & on la trouvera de même par les analogies différentielles qui ſeront rapportées dans le XXIIIe. Livre. En effet, $NL = LCN$. ſin. CL, donc $LCN = \frac{NL}{\text{ſin. } CL}$; mais dans le triangle rectiligne rectangle BLN, on a $NL = BL$. ſin. B; donc $LCN = \frac{BL. \text{ ſin. } B}{\text{ſin. } CL}$. Par la propriété ordinaire des triangles ſphériques on a ſin. B : ſin. AC : : ſin. C : ſin. AB; donc ſin. $B = \frac{\text{ſin. } AC. \text{ ſin. } C}{\text{ſin. } AB}$; ſubſtituant cette valeur de ſin. B on a $LCN = \frac{BL. \text{ ſin. } AC. \text{ ſin. } C}{\text{ſin. } CL. \text{ ſin. } AB}$ $= \frac{BL. \text{ ſin. } 23^\circ \text{ coſ. longit.}}{\text{coſ. lat. } \subset \text{ coſ. declin.}}$; mais BL eſt égale à $29''$ coſ. déclin. ou $\frac{p. \text{ ſin. } a. \text{ coſ. declin.}}{\text{coſ. haut. du pole}}$; donc LCN, ou la correction de la longitude eſt égale à $\frac{p. \text{ ſin. } a. \text{ ſin. } 23^\circ\, 28' \text{ coſ. longit. } \subset}{\text{coſ. haut. du pol. coſ. latit. } \subset}$, & comme le coſinus de la latitude de la lune eſt toujours à-peu-près égal à l'unité, on aura ſans craindre l'erreur d'une ſeconde pour la longitude, $\frac{p. \text{ ſin. } a. \text{ ſin. } 23^\circ}{\text{coſ. haut. du pole}}$ coſin. longit. $\subset$; ce ſera pour Paris environ $11''\,5$ coſ. longit.

Fig. 96.

Elle de 11″ coſ. long.

1333. Cette correction de la longitude s'ajoûte à la longitude apparente vûe du point K, pour avoir la longitude vûe du centre C, tant que la lune s'éloigne du pole élevé : en effet, nous avons vû qu'il faut ajoûter l'équation de la déclinaiſon pour avoir la vraie diſtance au pole, réduite au centre de la terre (1328), quand la lune eſt du côté du pole élevé; or ſi vous éloignez la lune du pole élevé dans le temps qu'elle s'en éloigne par ſon mouvement propre, vous augmentez ſa longitude; donc cette correction eſt additive à la longitude de la lune déja réduite au point K, pour la réduire au point C, toutes les fois que la lune s'éloigne du pole élevé.

1334. Ainſi pour Paris, dont la hauteur du pole eſt ſeptentrionale, cette correction de la longitude eſt additive, quand la déclinaiſon boréale de la lune diminue, ou que la déclinaiſon méridionale augmente; ce qui arrive, du moins à-peu-près, quand la lune eſt dans les ſignes deſcendans, c'eſt-à-dire, qu'elle a 3, 4, 5, 6, 7 & 8e de longitude;

Signes deſcendans.

je dis, à-peu-près, car cela n'eſt vrai qu'en ſuppoſant que la latitude de la lune eſt nulle, c'eſt-à-dire, qu'elle ſe meut exactement dans l'écliptique ; mais il n'y a jamais d'erreur ſenſible à ſuivre la régle générale, qui eſt d'ajoûter la correction à la longitude vûe du point *K*, toutes les fois que la lune ſera dans les ſignes deſcendans 3, 4, &c. & de la ſouſtraire dans les ſix autres, pour les pays qui ſont au nord de l'équateur ; c'eſt le contraire pour les pays ſitués au midi de l'équateur.

On pourroit auſſi déduire de l'équation de la déclinaiſon (1327) celle de la hauteur ; mais la méthode que j'ai donnée (1313), eſt bien plus commode ; je dois ſeulement avertir que M. de la Caille, (*pag.* 225.), a fait cette correction, *ſouſtractive dans tous les cas* ; mais il eſt évident qu'elle devient quelquefois additive : en effet, quand le rayon dirigé vers la lune eſt entre *CO* & *CP*, ſi l'on tranſporte l'œil de *K* en *C*, l'on a une plus grande hauteur, & l'équation de la hauteur eſt additive, comme je l'avois démontré dans les Mémoires de 1756, avant que M. de la Caille écrivît ſur cette matiere (1316).

Explication de la Table.

1335. J'ai renfermé dans la Table ſuivante toutes les quantités qui doivent ſervir aux calculs précédens pour différentes latitudes, en employant la valeur des rayons de la terre, tels que *CO*, qui réſultent des hypothèſes de M. Bouguer, (*Fig. de la Terre*), & de M. Maupertuis (*Diſcours ſur la Parallaxe de la Lune*, 1742, *pages* 34 *&* 36). Je ſuppoſe avec eux l'applatiſſement de la terre de $\frac{1}{178}$, & la parallaxe de la lune de 60′ ſous l'équateur ; l'on augmentera ou l'on diminuera tous ces nombres de la table, lorſque l'on ſuppoſera une parallaxe horiſontale plus ou moins grande que 60′, ou un applatiſſement plus ou moins conſidérable.

1336. Les premieres colonnes contiennent la différence entre le rayon de l'équateur & le rayon *CO* qui répond à chaque latitude, en ſuppoſant celui de l'équateur de 1° ; c'eſt-à-dire, que l'on trouve dans ces deux colonnes ce qu'il faut ôter de la parallaxe horiſontale ſous l'équateur, pour avoir la parallaxe ſous une latitude donnée dans

les deux hypothèſes. Si l'on vouloit ſuppoſer l'applatiſſement de la terre moindre que $\frac{1}{178}$, on diminueroit ces nombres dans la même proportion.

1337. La troiſieme & la quatrieme colonne contiennent la valeur de *NK* en ſecondes; c'eſt-à-dire, la quantité qu'il faut ajoûter à la parallaxe horiſontale ſous chaque latitude pour avoir la parallaxe qui répond à *OK*, & dont nous avons fait uſage ci-devant (1325 & ſuiv.).

1338. La 5e. & la 6e. colonne contiennent le ſegment *CK* en ſecondes; c'eſt la quantité, qui multipliée par le coſinus de la déclinaiſon, donne l'équation de la déclinaiſon (1327), & par conſéquent celles de la longitude & de la latitude (1330, 1332).

La 7e. colonne donne la correction de la longitude pour Paris, à différens degrés de longitude (1332); & la 8e. donne l'équation de la déclinaiſon pour Paris (1328), pour déclinaiſons, dans l'hypothèſe de M. de Maupertuis.

1339. *Equations de la Parallaxe pour des Sphéroïdes applatis.*

Latitude.	Otez de la par. équat.		NK (Fig. 94.)		CK (Fig. 94.)		Long. de la Lune.	Par. longit.	Décl. de la Lune.	Par. decl. à Paris.
Deg.	*Bouguer.*	*Maupertuis.*	*Bouguer.*	*Maupertuis.*	*Bouguer.*	*Maupertuis.*				
0	0″,0	0″,0	0″,0	0″,0	0″,0	0″,0	0	12″,0	0	30″.4
10	0,5	0,6	1,0	1,2	5,7	7,0	10	11,8	5	30,3
20	1,9	2,4	4,0	4,7	11,7	13,8	20	11,3	10	30,0
30	4,2	5,1	9,0	10,1	18,1	20,2	30	10,4	15	29,4
40	7,2	8,3	11,4	16,7	25,0	26,0	40	9,3	20	28,6
50	10,8	11,9	24,5	23,8	32,0	31,0	50	7,7	25	27,6
60	14,4	15,2	33,3	30,3	38,5	35,0	60	6,0	30	26,4
70	17,4	17,9	41,1	35,7	43,8	38,0	70	4,1		
80	19,5	19,6	46,5	39,3	47,3	39,9	80	2,1		
90	20,2	20,2	48,2	40,5	48,2	40,5	90	0,0		

1340. On trouvera dans le XVe. Livre une Table des rayons de la terre en toiſes, & des angles *COK*, avec la maniere de les calculer.

On ſera peut être ſurpris de l'extrême différence qu'il y a entre les deux hypothèſes employées dans la Table précédente; elle va à 7″ 7 pour la valeur de *CK* ſous le pole, parce que les rayons de courbure ſont fort différens dans ces deux hypothèſes, quoique le degré d'applatiſſement ſoit le même. Cependant, il n'en réſulte pas grande différence ſur la parallaxe, parce que l'équation *CK* de la déclinaiſon augmente avec l'équation *NK* de la parallaxe, & l'une compenſe l'autre, de ſorte que le réſultat eſt toujours le même à 1″ près dans les deux hypothèſes.

Angle de la verticale.

1341. L'angle de la verticale avec le rayon mené de Paris au centre de la terre eſt de 19′ 30″, ſuivant la Table que j'ai calculée dans l'hypothèſe de M. Bouguer; mais il ne ſeroit que de 15′, ſi l'on ſuivoit l'hypothèſe que j'examinai dans les Mémoires de l'Académie 1752, pag. 111. Ce même angle eſt de 18′ 28″, quand on employe pour déterminer la Figure de la terre, les ſeuls degrés du Nord & du Pérou, en ſuppoſant ſa figure elliptique, (*Mém. Acad.* 1752, *pag.* 103). Enfin, il eſt de 19′ $\frac{1}{4}$ dans l'hypothèſe de M. de Maupertuis; je le ſuppoſerai de 19′ en nombres ronds dans les calculs où j'en aurai beſoin, & je donnerai dans le XVe. Livre, en parlant de la Figure de la Terre, une Table des valeurs de ce même angle ſous différentes latitudes.

Des Inégalités de la Parallaxe, & de ſa quantité abſolue.

1342. La parallaxe horiſontale & le diametre de la lune ſont dans un rapport conſtant, (1263); quand la lune s'éloigne de nous, ſon diametre diminue, (1057), & ſa parallaxe horiſontale diminue auſſi dans le même rapport, (1262): ainſi les trois inégalités dont j'ai parlé à l'oc-

caſion du diametre de la lune, (1189), ont lieu de même dans la parallaxe; mais elles ſont plus grandes dans le rapport de 11 à 6 (1347)

Après qu'on eut obſervé les changemens du diametre de la lune, il fut aiſé de reconnoître ceux de la parallaxe; mais Ptolémée & les Anciens qui faiſoient tourner la lune dans un excentrique ou dans un épicycle, avoient déja penſé qu'elle devoit être plus ou moins éloignée de nous, & avoient établi une inégalité dans la parallaxe. Tous les Auteurs qui ont ſuivi, ont diſtingué la parallaxe de l'apogée de celle du périgée.

1343. Mais ce ne fut que vers 1666, que M. Picard commença à reconnoître qu'il y avoit deux autres inégalités ſenſibles dans le diametre apparent de la lune, & par conſéquent dans ſa parallaxe. Ces inégalités répondent à l'évection (1126), & à la variation (1132), & l'on ſent aſſez que l'attraction du ſoleil, en changeant la vîteſſe de la lune autour de la terre, ne peut manquer de changer auſſi ſa diſtance, comme le calcul de l'attraction l'a fait voir: ainſi la valeur de ces inégalités a été déterminée par l'obſervation & par la théorie.

1344. M. Clairaut employe dans ſes Tables de la Parallaxe 10 équations, (*Mém. Acad.* 1752, *Connoiſſ. des Mouv. céleſt.* 1765), les principales ſont contenues dans la formule ſuivante, où y exprime l'anomalie moyenne de la lune, & t, la diſtance moyenne de la lune au ſoleil, $57' 3'' - 3' 5''$, 5 cof. $y + 10''$, 3 cof. $2y + 28''$, 1 cof. $2t - 34''$, cof. $(2t - y)$. La conſtante $57' 3''$ eſt celle que j'ai déterminée pour la latitude de Paris, en appliquant aux parallaxes que j'avois obſervées à Berlin les équations précédentes; ce qui me donnoit à chaque fois la conſtante qu'il s'agiſſoit de trouver, (*Mém. Acad.* 1756). J'ai reconnu en même-tems que le diametre horiſontal de la lune eſt à ſa parallaxe pour Paris, comme $30'$ eſt à $54' 56''$, en comparant avec ces parallaxes les diametres de la lune que j'ai obſervés fréquemment, avec un héliometre de 18 pieds.

Conſtante pour Paris.

Rapport du diametre à la parallaxe.

1345. Suivant les Tables de M. Mayer qu'on trouvera à la fin de cet Ouvrage, la plus grande parallaxe de la lune, lorſqu'elle eſt dans ſon périgée & en oppoſition, eſt de $61' 32''$, la plus petite parallaxe qui a lieu dans l'apogée en conjonction, eſt de $53' 57''$, ſous la latitude de Paris; il me paroît qu'on doit ôter 2 ou $3''$ de ces nombres, pour les rendre plus conformes à la conſtante $57' 3''$ que j'ai déterminée. Je dis 2 ou $3''$, ou à peu près, parce que les équations de la parallaxe employées dans les Tables de Mayer ne ſuffiſent pas pour avoir la parallaxe à $1''$ près, il faut y employer les 10 équations de M. Clairaut; mais on a rarement beſoin d'une ſi grande préciſion.

La plus grande & la plus petite parallaxe.

1346. M. de la Caille pluſieurs années après ſon retour du Cap, a voulu auſſi examiner le réſultat de toutes les obſervations qui avoient été faites pendant ſon ſéjour au Cap; il a conclu de quarante obſervations faites à Berlin, à Paris, à Greenwich, à Stockholm, à Bologne, que la plus grande parallaxe horiſontale de la lune périgée & en ſyzigie, eſt de $61' 23''$ à l'égard d'un Obſervateur placé ſous le pole, & de $61' 42''$ ſous l'équateur; en ſuppoſant l'applatiſſement de la terre $\frac{1}{200}$ du diamétre de l'équateur. (Voyez *les Ephémérides de* 1765, *& les Mémoires de* 1761 *pag.* 57).

Dans l'hypothèſe de M. Bouguer (Voyez *Livre XV*), M. de la Caille trouve la plus grande parallaxe de $61' 27'' 7$ ſous le pole, de $61' 45'' 6$ ſous l'équateur; la conſtante dont nous avons parlé (1344) de $56' 56''$ ſous le pole, de 57 minutes 13 ſecondes ſous l'équateur, le rapport du diamétre horiſontal de la lune à la parallaxe horiſontale ſous le pole, égal à celui de $30'$ à $54' 41'' \frac{1}{2}$ en ſuppoſant le diamétre de la lune tel qu'il paroît avec une lunette ordinaire de ſix à ſept pieds; ces réſultats ſont d'accord avec ceux que j'avois donnés dans les Mémoires de l'Académie pour 1752, 1753 & 1756, avec deux légeres différences; la premiere conſiſte en ce que j'ai ſuppoſé l'applatiſſement de la terre plus conſidérable que n'a fait M. de la Caille, ce qui doit produire dans certains cas 1 ou $2''$, de différence

Réſultat de M. de la Caille.

de différence ſur la parallaxe ; la ſeconde, que j'ai employé les diamétres de la lune meſurés avec une lunette de 18 pieds, qui ſont plus petits de 2″ ou 3″ que ceux de M. de la Caille, meſurés avec des lunettes de ſix pieds ; ſoit que la différence vienne réellement de l'effet des lunettes, ſoit qu'il y ait moins d'exactitude & plus de difficulté à obſerver avec une petite lunette telle qu'il l'a employée.

1347. Le rapport entre la parallaxe de la lune à 45° de latitude & ſon diamétre horiſontal eſt celui de 30′ à 54′ 57″, ou de 30′ à 54′ 59″, ſuivant l'hypothèſe qu'a embraſſée M. de la Caille ; ce rapport eſt ſenſiblement & en nombres ronds celui de 6 à 11 : ainſi le rayon de la lune eſt $\frac{3}{11}$ du rayon moyen de la terre, le cube de cette fraction eſt $\frac{1}{49}$; ainſi le volume ou la groſſeur de la lune eſt la 49e. partie du volume ou de la groſſeur de la terre. Cependant comme la denſité de la lune eſt moindre que celle de la terre, (Voy. *Livre XXII*), il ſe trouve que la maſſe, la quantité de matiere, le poids, ou la puiſſance attractive de la lune n'eſt que environ $\frac{1}{70}$ de la terre, comme on l'a reconnu par ſon action ſur les marées.

Grandeur réelle de la Lune.

Elle eſt $\frac{1}{70}$ de la terre.

1348. La parallaxe de la lune pour Paris dans ſes moyennes diſtances à la terre eſt de 57′ 43″ ; ſi l'on diviſe le rayon de la terre 3271500 toiſes par le ſinus de 57′ 43″, on aura la diſtance de la lune en toiſes, & diviſant par 2000 parce que les lieues de Paris ſont de 2000 toiſes, on trouvera la diſtance moyenne de la lune 97440 lieues de France de 2000 toiſes chacune.

Diſtance abſolue.

1349. Pour faire ſentir à tout le monde le degré de certitude que comporte ce réſultat, il ſuffira de remarquer que la parallaxe de la lune eſt certainement connue à 2″ près, (1346) ; chaque ſeconde de parallaxe produit 28 lieues ſur la diſtance ; ainſi nous ſommes aſſurés de ne pas nous tromper de 56 lieues ſur 97 mille, que contient la diſtance de la lune à la terre.

Erreur poſſible ſur cette diſtance.

DE LA PARALLAXE DU SOLEIL, & de ſa diſtance à la Terre.

Incertitude des Anciens.

1350. Après avoir vû combien les Anciens s'étoient trompé ſur la diſtance de la lune à la terre, (1286) quoique facile à déterminer; on ne ſera pas étonné de voir qu'ils n'euſſent aucune idée de celle du ſoleil, du moins avant le temps d'Hipparque. C'eſt ſur-tout ici que les Anciens devoient dire comme Pline (*Nat. Hiſt. II.* 23) : *Incomperta hæc & inextricabilia, ſed tam prodenda quam ſunt prodita.... Nec ut menſura, id enim velle pene dementis otii eſt, ſed ut tantùm æſtimatio conjectandi conſtet animo.*

Leurs méthodes.

1351. Quoique Poſſidonius eût eſtimé la diſtance du ſoleil d'une maniere qui s'eſt trouvée fort approchante du vrai, on ne doit regarder cela que comme une conjecture heureuſe. Ariſtarque de Samos fut le premier qui environ 260 ans avant J. C., en donna une idée en démontrant que ſa parallaxe n'alloit pas au-delà de 3 minutes; ſa méthode conſiſtoit à meſurer l'élongation de la lune lorſqu'on voit exactement la moitié de ſon diſque éclairé. (*Inſtit. Aſtronomiques, pag.* 451).

La Méthode d'Hipparque employée par Ptolémée, conſiſtoit à trouver la diſtance du ſoleil par le moyen du diamétre de l'ombre dans les éclipſes de lune, (*Ibid. p.* 449); mais ces deux méthodes n'étoient pas ſuſceptibles d'une préciſion aſſez grande; auſſi fut-on perſuadé juſqu'au dernier ſiécle que la parallaxe du ſoleil étoit de 3′, parce qu'il avoit été impoſſible de la trouver avec une plus grande préciſion.

1352. Kepler réduiſit à 2′ la parallaxe du ſoleil; Riccioli à 28 ſecondes, & Vendelinus à 15″; on peut voir un détail conſidérable des ſentimens des Auteurs & de leurs méthodes dans mon Mémoire ſur la diſtance du ſoleil, (*Mém. Acad.* 1762): enfin M. Halley même en 1677 croyoit encore la parallaxe de 45″; ce furent les obſervations faites par les Aſtronomes de l'Académie des Sciences

qui prouverent enfin que cette parallaxe n'alloit pas à plus de 10″; M. Caſſini le ſuppoſoit déjà dans les obſervations de l'équinoxe du printems, qu'il publia à Bologne en 1656, mais il en fut plus aſſuré par les obſervations que M. Richer fit à Cayenne en 1672.

1353. Les différences que l'on trouva en 1672 entre les aſcenſions droites de Mars obſervées à Cayenne & en France, ſervirent à trouver la parallaxe de Mars; on manqua à la vérité l'obſervation la plus avantageuſe & la plus déciſive. Le premier Octobre Mars paſſa par la moyenne des trois étoiles appellées ♆ dans l'eau d'Aquarius, & il la cacha par ſon diſque à 10 heures du ſoir, comme on le trouve par la comparaiſon des obſervations faites le même jour; mais les nuages empêchêrent cette belle obſervation. On fit cependant la même nuit pluſieurs obſervations de la diſtance de cette étoile à Mars, qui ſervent à trouver à peu-près le temps de cette conjonction; mais en les comparant enſemble on y trouve de petites différences irrégulieres dont quelques-unes ne donnent point de parallaxe; d'autres en donnent trop, & d'autres ſont en ſens contraire à ce que la parallaxe produit.

1354. Cela donnoit lieu à M. Caſſini de douter ſi l'irrégularité de ces différences entre les obſervations faites ſi près de cette conjonction, ne ſeroit pas cauſée par quelque réfraction extraordinaire, & ſi Mars n'auroit point une atmoſphère par laquelle les rayons de l'étoile venant à paſſer ſeroient rompus diverſement à diverſes diſtances, juſqu'à un certain terme, c'étoit à la diffraction ou inflexion de la lumiere que ces différences devoient ſe rapporter, (*Newton*, *Opt. part.* 3.) Mais elles n'empêcherent pas M. Caſſini d'en conclure la parallaxe du ſoleil de 10″.

Irrégularité obſervée.

Parallaxe de 10 ſecondes.

1355. M. Picard, à Brion, en Anjou, obſerva ces différences d'aſcenſion droite le premier Octobre 1672, il trouva la parallaxe de Mars abſolument nulle en comparant ſon obſervation avec celle de Cayenne; mais en comparant ſes obſervations entr'elles par la méthode précédente (1279), il la trouva double de celle de M. Caſſini; tout cela prouve combien ces obſervations ſont délicates,

& provient peut-être auſſi de la cauſe indiquée dans l'article précédent.

M. de la Hire la juge de 6 ſec.

1356. M. de la Hire obſerva auſſi Mars à Paris avec aſſiduité depuis le 22 Septembre 1672 juſqu'au 29 Octobre ſuivant; pendant ce temps-là il le vît paſſer dans un grand nombre de petites étoiles qui ſont dans l'eau d'Aquarius, & il trouva de ſi grandes variétés dans les réſultats, qu'il jugea la parallaxe inſenſible, comme on le voit dans ſes Tables, *pag.* 6: « A peine avons-nous trouvé, dit-il, une » parallaxe ſenſible dans le ſoleil; ainſi l'on peut en ſûreté » la négliger ſi on le juge à propos. Si cependant on veut » employer pour le ſoleil une parallaxe de 6″, on aura la » diſtance moyenne du ſoleil à la terre, de 34377 demi- » diamétres terreſtres. » Ainſi l'on peut juger par-là que ſi M. de la Hire n'a jamais employé la parallaxe du ſoleil que de 6″; c'étoit parce qu'il la croyoit abſolument inſenſible, mais M. Caſſini trouva dès lors qu'elle étoit de 10″ par les obſervations de 1672.

Diverſes obſervations qui donnent 10 ſec.

1357. En 1704 M. Maraldi profita de la ſituation de Mars périgée pour obſerver ſa parallaxe, il la trouva de 23″ d'où réſultoit la parallaxe du ſoleil de 10″. (*Mém. Ac.* 1706. *pag.* 74).

M. Pound & M. Bradley, firent auſſi en 1719 de ſemblables obſervations avec une lunette de 15 pieds: M. Halley rapporte qu'il les vît obſerver ſouvent & que dans toutes leurs obſervations ils ne trouverent jamais la parallaxe du ſoleil plus grande que 12″, & jamais moindre que 9″.

1358. M. Maraldi qui obſerva auſſi Mars en oppoſition la même année, trouva la parallaxe horiſontale du ſoleil de 10″, (*Mém. Acad.* 1722 *pag.* 216).

1359. M. Caſſini en 1736 obſerva pendant pluſieurs jours à Thury, Mars qui étoit en oppoſition & fort près de l'étoile μ des Poiſſons; il trouva la parallaxe du ſoleil entre 11″ & 15″. Enfin, les dernieres obſervations de M. de la Caille au Cap de Bonne-Eſpérance, lui donnerent 10″ $\frac{1}{2}$ pour la parallaxe moyenne du ſoleil. (*Introd. aux Ephémérides de* 1765-75).

1360. Ainſi la plûpart des Aſtronomes s'en tenoient à

10″ lorſque le paſſage de Vénus ſi longtemps déſiré & obſervé enfin le 6 Mai 1761, nous a appris qu'elle en eſt véritablement fort proche : car les différens réſultats qu'on a tirés des diverſes obſervations de ce paſſage ſont entre 8″ & 10″ ½. Si les meſures que l'on prit pour obſerver ce paſſage dans les Pays les plus éloignés, avoient réuſſi auſſi parfaitement qu'on le ſouhaitoit, nous n'aurions pas cette eſpéce d'incertitude ; mais nous eſpérons qu'elle ſera parfaitement levée par le paſſage de Vénus qui doit s'obſerver en 1769. (Voyez *Liv. XI*), & nous pourrons ſuppoſer en nombres ronds la parallaxe de 9 ſecondes, dans le reſte de cet Ouvrage.

Le paſſage de Vénus donne 8 à 10 ſec.

1361. L'extrême petiteſſe de la parallaxe du ſoleil fait qu'on peut dans un grand nombre d'occaſions la négliger, & ſuppoſer que les rayons qui vont du ſoleil à tous les points de la terre ſont paralleles entr'eux, de la même maniere que ſi le ſoleil étoit à une diſtance infinie de nous ; c'eſt ce que nous ferons dans le calcul des éclipſes, (1406).

1362. La diſtance du ſoleil à la terre eſt plus petite au mois de Décembre qu'au mois de Juin d'une vingt-cinquieme partie, parce que l'excentricité de l'orbite terreſtre eſt de 0,0168 (883, 891). Ainſi la parallaxe horiſontale du ſoleil doit être d'un tiers de ſeconde plus grande au mois de Janvier qu'au mois de Juillet.

La parallaxe du Soleil change d'un tiers de ſeconde.

Lorſqu'on a une Table des logarithmes des diſtances du ſoleil à la terre faite ſuivant les principes de l'art. 918 ; il ſuffit de diviſer la parallaxemoyenne par la diſtance actuelle du ſoleil pour avoir la parallaxe du ſoleil dans un temps donné ; ſi la parallaxe du ſoleil eſt de 9″ au commencement d'Avril & d'Octobre, elle n'eſt que de 8″ 83 au commencement de Juillet, & elle eſt de 9″ 17 au commencement de Décembre.

1363. La parallaxe du ſoleil étant connue, ſa diſtance abſolue eſt aiſée à trouver (1264) : car le ſinus de 9″ eſt au rayon, comme le demi-diamétre de la terre eſt à la diſtance du ſoleil, & comme le rayon d'un cercle eſt 22918 fois plus grand que le ſinus de 9″ ; il s'en ſuit que la diſtance du ſoleil eſt de 22918 fois le rayon de la terre, ou environ

Diſtances abſolues des Plane-

33 millions de lieues communes de France, de 2282 toiſes : les diſtances des autres planetes ſont aiſées à conclure de celles-ci, puiſqu'on connoît leur rapport (892), & nous avons déjà rapporté ces diſtances, (1072).

1364. On peut voir par la Table de l'article 1072 que la diſtance moyenne de la lune eſt 385 fois plus petite que celle du ſoleil, à peu-près comme nous l'avons ſuppoſé (1087); ces parallaxes ſeules ſuffiſent pour reconnoître ce rapport; car celle de la lune eſt de 57′ 43″ : ainſi elle contient 385 fois la parallaxe du ſoleil ſuppoſée de 9″, & 364 fois ſi l'on ſuppoſe la parallaxe du ſoleil de $9'' \frac{1}{2}$, donc la diſtance du ſoleil eſt plus grande dans le même rapport.

Les principes que nous venons d'établir ſur les parallaxes, nous conduiront maintenant au calcul des éclipſes de lune & de ſoleil, qui ſeront l'objet du Livre ſuivant.

LIVRE DIXIEME.

DU CALCUL DES ECLIPSES.

1365. LES ECLIPSES * ont toujours formé pour les hommes un ſpectacle frappant, la maniere de les prédire leur paroît être l'objet le plus important des recherches de l'Aſtronomie ; il eſt du moins la preuve ſur laquelle on juge ſouvent des progrès de notre ſcience & de l'exactitude de nos calculs.

Cependant les Aſtronomes ne s'occupent du calcul des éclipſes que parce qu'elles ſont un moyen de déterminer les inégalités de la lune, & les longitudes des différens lieux de la terre ; mais cet objet eſt aſſez important pour mériter d'être traité en détail ; ajoûtons à cela l'intérêt que le public y prend, l'uſage où ſont les Aſtronomes de les calculer toutes avec le plus de ſoin qu'il eſt poſſible ; & l'emploi que les Hiſtoriens en ont fait ; tout cela exige qu'on apprenne dans un Livre d'Aſtronomie la maniere la plus courte & la plus ſûre de calculer les éclipſes, avec toutes les choſes remarquables qui peuvent y avoir rapport.

1366. Nous avons vû que le Saros de M. Halley ou la période Chaldéenne de Pline, raméne ordinairement les éclipſes dans le même ordre au bout de 18 ans (1178) : ainſi cette période fournit un moyen pour prévoir à peu-près les jours où il peut y avoir une éclipſe de lune ou de ſoleil.

On peut auſſi reconnoître les ſyzigies écliptiques par la méthode des épactes, & c'eſt la voie la plus naturelle & la plus générale. L'épacte Aſtronomique d'une année, telle que M. Caſſini l'emploie dans ſes Tables (*pag.* 58) eſt le nombre de jours, d'heures & de minutes qui ſe ſont écoulés depuis la derniere conjonction moyenne, lorſque l'an- Epactes aſtronomiques.

* Ἐκλείπω, *deficio*, *derelinquo*, parce que dans les éclipſes le ſoleil ou la lune paroiſſent nous manquer.

née commence. On le trouve en retranchant l'époque de la longitude moyenne du ſoleil de celle de la lune, & convertiſſant la différence en temps lunaire à raiſon de 12° 11′ 27″ par jour; c'eſt la différence des mouvemens diurnes de la lune & du ſoleil. On trouvera dans M. Caſſini la Table de ces épactes, & leur uſage; de même que dans le Pere Riccioli (*Aſtr. ref. pag.* 60), & dans les Ephémérides du Pere Hell pour 1764. On trouvera auſſi dans les Tables de M. Halley, une autre maniere de trouver la même choſe par le moyen d'une Table des conjonctions moyennes, & des révolutions de la lune au ſoleil.

1367. Lorſqu'on a trouvé qu'il doit y avoir éclipſe dans une nouvelle ou pleine lune, & qu'on veut en calculer les circonſtances, il faut commencer par trouver l'heure & la minute en temps moyen de la conjonction ou de l'oppoſition vraie en longitude, & la latitude de la lune pour ce moment; le mouvement horaire de la lune en longitude & en latitude la parallaxe & le diamétre; c'eſt un préliminaire eſſentiel dans le calcul de toutes les éclipſes.

Calculs néceſſaires pour toutes les éclipſes.

Pour cela, on calcule d'abord le lieu du ſoleil & celui de la lune de la maniere que nous le dirons en parlant de l'uſage des Tables dans le XXIVe. Livre, pour deux inſtans différens, & l'on a par ce moyen le mouvement horaire de la lune & celui du ſoleil, avec la différence de leur longitude pour un inſtant connu.

Je ſuppoſe qu'on ait trouvé pour le premier Avril 1764 à 8^h 32′ du matin que le lieu de la lune eſt moins avancé que celui du ſoleil de 54′, & que le mouvement horaire de la lune moins celui du ſoleil ſoit de 27′, il eſt évident que puiſque la lune ſe rapproche du ſoleil de 27′ par heure, elle atteindra le ſoleil deux heures après; car 27′ ſont à 1 heure comme 54′ ſont à 2 heures. Ainſi la conjonction vraie, arrivera à 10^h 32′.

Temps de la conjonction.

Lorſqu'on connoît le temps de la conjonction on trouve dans les Tables pour le même inſtant, la latitue de la lune, ſa parallaxe, ſon diamétre & le diamétre du ſoleil; il faut auſſi connoître le mouvement horaire de la lune en latitude, & pour cet effet on calcule la latitude de la lune pour deux inſtans différens.

1368

1368. Quand on a l'heure de la conjonction & le mouvement horaire de la lune, il faut trouver l'inclinaiſon de ſon orbite par rapport à l'écliptique ; d'abord l'inclinaiſon de l'orbite vraie, enſuite celle de l'orbite relative ; cela eſt néceſſaire pour toutes les éclipſes de lune, & même pour les éclipſes de ſoleil quand on veut en avoir les phaſes pour différens Pays de la terre (1418) ; voilà pourquoi je place cet article au nombre des préliminaires généraux du calcul des éclipſes.

1369. Lorſqu'on calcule une conjonction de deux planetes, ou d'une planete à une étoile, un appulſe ou une éclipſe, on n'a beſoin que de connoître la quantité dont un des aſtres ſe rapproche de l'autre, c'eſt-à-dire, le mouvement relatif ; par exemple, dans une éclipſe de ſoleil on demande avec quelle vîteſſe & dans quelle direction la lune s'approche du ſoleil. Il ſuffit pour cet effet de chercher combien la longitude d'une planete ſurpaſſe celle de l'autre dans l'eſpace d'une heure, & combien une latitude excéde l'autre dans le même eſpace de temps ; ce n'eſt pas le mouvement réel, total & abſolu de chacune des deux planetes ; mais l'excès d'un des mouvemens ſur l'autre qui produit une conjonction ou une éclipſe. Orbite relative.

1370. On peut donc ne faire aucune attention au mouvement d'une des deux planetes, pourvû qu'on donne à l'autre la différence des deux mouvemens, c'eſt-à-dire, qu'en faiſant mouvoir ſeulement une des deux on lui faſſe changer de longitude & de latitude par rapport à l'autre, autant qu'elle en change réellement par la combinaiſon des deux mouvemens pris enſemble ; on aura par ce moyen la conjonction apparente des deux aſtres, tout de même que ſi l'on conſidéroit les deux mouvemens à la fois.

1371. Ainſi pour calculer une conjonction de deux planetes, on ne conſidere que le mouvement relatif, c'eſt-à-dire, le mouvement de l'une par rapport à l'autre & on ſuppoſe fixe l'une des deux ; cette ſuppoſition ne fait que ſimplifier le calcul & ne change rien à l'état réel des choſes ; car ſi une planete avance par heure de 36′ & l'autre de 2′, il eſt évident qu'elles ne changeront que de 34′ l'une par

rapport à l'autre, & elles ſeront à la même diſtance que ſi l'une étant fixe, l'autre n'avoit eu que 34′ de mouvement.

Soit P & A (*Fig.* 97) les deux planetes en conjonctions, $PR = AB$ le mouvement horaire d'une des deux planetes en longitude, c'eſt-à-dire, parallélement à l'écliptique, AC le mouvement horaire de l'autre planete; la différence BC des deux mouvemens eſt le mouvement horaire relatif, puiſque la premiere planete ayant avancé de la quantité PR égale AB, & la ſeconde planete de la quantité AC, elles ne different l'une de l'autre que de la quantité BC en longitude, c'eſt-à-dire, autant que ſi l'une étoit reſtée en P, & que l'autre eût parcouru ſeulement un arc AG égal à BC en partant du point A. *Fig.* 97.

1372. Il en eſt de même du mouvement en latitude; ſuppoſons que la planete qui a eu le mouvement PR en longitude ait eu le mouvement RD en latitude, en ſorte que ſon vrai mouvement ſoit PD; ſuppoſons que l'autre planete ait eu de même un mouvement en latitude CE en même temps que le mouvement en longitude AC; c'eſt-à-dire, que ſon mouvement propre ait été réellement AE, la difference des deux mouvemens horaires en latitude RD & CE, ou la quantité FE ſera le mouvement horaire relatif en latitude, ou la quantité dont une planete s'éloignera de l'autre en latitude; on pourra donc ſuppoſer fixe la planete P, prendre AG & GH à la place de BC & FE, & ſuppoſer que la planete A a parcouru l'orbite relative AH.

On pourra faire auſſi un triangle MNO (*Fig.* 98), dont les côtés MN & NO ſoient égaux aux mouvemens horaires relatifs BC & FE en longitude & en latitude, l'angle OMN ſera l'inclinaiſon de l'orbite relative, & MO le mouvement horaire ſur l'orbite relative; on pourra ſuppoſer qu'une planete étant reſtée fixe en M, l'autre a décrit MO: au moyen de cette ſuppoſition on voit que les deux planetes différeront ſoit en longitude ſoit en latitude autant que lorſqu'on attribuoit à chacune ſon mouvement particulier; tout ſe paſſera donc entr'elles & toutes les apparences ſeront les mêmes qu'auparavant; la ſuppoſition de l'orbite

relative *MO* ne fera que ſimplifier le calcul, en réduiſant deux mouvemens à un ſeul.

1373. Dans le triangle *MNO* on a ces proportions, *MN* eſt à *NO*, comme le rayon eſt à la tangente de l'angle *OMN*, & le coſinus de l'angle *OMN* eſt au rayon, comme *MN* eſt à *MO*; ainſi pour trouver l'inclinaiſon de l'orbite relative & le mouvement horaire ſur cette orbite on fera ces deux proportions, *la différence des deux mouvemens horaires en longitude eſt à la différence des mouvemens en latitude comme le rayon eſt à la tangente de l'inclinaiſon relative.* Enſuite, *le coſinus de l'inclinaiſon relative eſt au rayon comme la différence des mouvemens horaires en longitude eſt au mouvement horaire* MO *ſur l'orbite relative.* C'eſt celui dont nous ferons uſage (1385, 1419), & nous en donnerons un exemple à l'art. 1386*.

Inclinaiſon de l'orbite relative.

Mouvement relatif.

1374. On ſuppoſe dans ces deux proportions que les planetes vont du même ſens tant en longitude qu'en latitude; mais ſi l'une étoit directe & l'autre rétrograde, c'eſt-à-dire, ſi l'une des longitudes étoit croiſſante & l'autre décroiſſante, il faudroit prendre la *ſomme* des mouvemens horaires en longitude, au lieu de leur différence. De même ſi l'une des latitudes étoit croiſſante & l'autre décroiſſante du même côté de l'écliptique, c'eſt-à-dire, ſi l'une alloit au nord & l'autre au midi par le mouvement horaire en latitude, il faudroit prendre la *ſomme* des mouvemens en latitude au lieu de leur différence; tout cela peut avoir lieu quand on calcule les éclipſes des planetes par la lune (1563).

1375. Dans les éclipſes de lune ce n'eſt pas le ſoleil mais le point oppoſé au ſoleil que l'on conſidere comme l'une des deux planetes, ce point oppoſé au ſoleil qui eſt le centre de l'ombre de la terre a le même mouvement horaire en longitude que le ſoleil lui-même, & par conſéquent doit ſe traiter comme le ſoleil. Le ſoleil n'ayant aucun mouvement horaire en latitude c'eſt celui de la lune que l'on emploie dans les 2 proportions de l'article 1373.

1376. Dans le calcul des éclipſes de lune on peut ſe contenter d'ajoûter 8″ à la différence des mouvemens ho-

* Il faut bien diſtinguer l'orbite relative de l'orbite apparente (1496).

raires en longitude, pour avoir le mouvement relatif, & éviter la ſeconde analogie.

Différence des inclinaiſons.

1377. On trouve dans les Tables de M. Caſſini (*pag.* 57), une réduction qui eſt toujours entre 22 & 28′; que l'on ajoûte avec 5° 15′ qui eſt à peu-près l'inclinaiſon vraie de l'orbite de la lune dans toutes les éclipſes, pour avoir l'inclinaiſon apparente ou celle de l'orbite relative, cet angle eſt la différence entre *EAC* & *HAG* (*Fig.* 97).

1379. Dans les éclipſes de ſoleil que l'on ne veut calculer que par une opération graphique (1460), on n'a beſoin de ſçavoir qu'à 5′ près, l'inclinaiſon de l'orbite lunaire, on peut alors ſuppoſer toujours que l'inclinaiſon eſt de 5° 40′; mais ſi l'on veut calculer l'éclipſe rigoureuſement (1481), ou s'il s'agit d'une éclipſe d'étoile par la lune (1471), il faut chercher le mouvement horaire de la lune en longitude & en latitude, & faire la proportion de l'article 1373.

DES ECLIPSES DE LUNE.

1379. L'ÉCLIPSE DE LUNE eſt l'obſcurité produite ſur le diſque de la lune, par l'ombre de la terre. L'éclipſe totale eſt celle où la lune entiere eſt obſcurcie, l'éclipſe partiale eſt celle où une partie du diſque de la lune conſerve ſa lumiere. L'éclipſe *centrale* eſt celle qui a lieu quand l'oppoſition de la lune arrive dans le point même du nœud; elle traverſe alors par le centre même le cône d'ombre, c'eſt pourquoi on appelle centrale cette ſorte d'éclipſe.

Eclipſe centrale.

Si la lune au moment de ſon oppoſition vraie eſt aſſez loin de ſes nœuds pour que ſa latitude ſurpaſſe 30′, l'éclipſe de lune ne ſçauroit être totale, & ſi la latitude eſt plus grande que 64′ il ne ſçauroit y avoir éclipſe, parce que l'ombre de la terre n'occupe jamais dans l'orbite de la lune plus de 47′, & le demi-diamétre 17′: ainſi pour que le bord de la lune puiſſe toucher l'ombre de la terre, il faut que la diſtance de leurs centres ou la latitude de la lune ne ſurpaſſe pas 64′.

Limites écliptiques.

1380. Nous meſurons les mouvemens de la lune par les arcs céleſtes qu'elle paroît décrire, il eſt donc néceſſaire de meſurer de la même maniere l'ombre qu'elle traverſe dans les éclipſes, c'eſt-à-dire, la largeur de ce cône ténébreux que la terre répand derriere elle, en interceptant la lumiere du ſoleil, comme font tous les corps opaques.

Soit *S* le centre du ſoleil (*Fig. 99*), *T* le centre de la terre, *L* celui de la lune en oppoſition, *SA* le demi-diamétre du ſoleil, *TB* le demi-diamétre de la terre, *LC* le demi-diamétre de l'ombre de la terre dans l'endroit où la lune doit la traverſer, c'eſt-à-dire, le rayon d'un cercle qui eſt la ſection (perpendiculaire à l'axe), du cône de l'ombre dans la région de la lune. *Fig. 99.*

L'angle *CTL* formé au centre de la terre & qui a pour baſe le côté *CL*, eſt ce qu'on appellera le demi-diamétre de l'ombre; c'eſt l'angle du mouvement de la lune, ou l'arc de ſon orbite qu'elle paroîtra décrire dans la demi-durée de l'éclipſe centrale, c'eſt-à-dire, en traverſant l'ombre de *C* en *L*. Demi-diamétre de l'ombre.

1381. Le triangle rectiligne *CAT* dont le côté *AT* eſt prolongé juſqu'en *D* a ſon angle externe *CTD*, égal aux deux angles internes oppoſés pris enſemble, c'eſt-à-dire, aux angles *BAI* & *BCI*, dont l'un eſt la parallaxe du ſoleil, l'autre celle de la lune (1254); ainſi l'angle *CTD* eſt égal à la ſomme des parallaxes; ſi l'on en ôte l'angle *LTD* il reſtera l'angle *CTL* du demi-diamétre de l'ombre; mais l'angle *LTD* eſt égal à l'angle *ATS* qui meſure le demi-diamétre apparent du ſoleil, donc ſi l'on ôte *de la ſomme des parallaxes le demi-diamétre apparent du ſoleil, le reſte ſera le demi-diamétre de l'ombre.* Régle pour le connoître.

Exemple. La parallaxe de la lune au moment de l'oppoſition du 17 Mars 1764 ſera de 60′ 56″, celle du ſoleil eſt conſtamment de 9″ (1360), la ſomme des parallaxes eſt donc 61′ 5″; ſi l'on en ôte le demi-diamétre du ſoleil 16′ 5″ on aura pour le demi-diamétre de l'ombre 45′ 0″, auquel il faudra encore ajoûter environ 45″ pour l'atmoſphère de la terre (1383).

1382. Le demi-diamétre de l'ombre trouvé par la

régle précédente, peut varier depuis 37′ 48″ juſqu'à 45′ 54″, il eſt le plus grand quand la lune eſt périgée & le ſoleil apogée.

Augmentation à cauſe de l'atmoſphère.

1383. On connoît aſſez le diamétre de la terre & la parallaxe de la lune pour être sûr de la détermination du diamétre de l'ombre trouvé par la régle précédente. Cependant quand on obſerve les éclipſes on trouve conſtamment que l'ombre eſt un peu plus grande que ſuivant cette régle ; & il eſt évident que l'atmoſphère de la terre en eſt la cauſe.

La denſité de l'air eſt aſſez grande & réfléchit aſſez de rayons pour former des crépuſcules, pour cauſer la réfraction aſtronomique & pour affoiblir la lumiere du ſoleil à l'horiſon : ainſi il n'eſt pas étonnant qu'elle le ſoit aſſez pour intercepter une partie des rayons qui éclairent la lune, & pour former une eſpéce de bordure autour de l'ombre de la terre ; c'eſt une des cauſes qui font que l'ombre eſt mal terminée & qu'on trouve ſouvent 2′ de différence entre les temps du commencement d'une même éclipſe de lune obſervée par différens Aſtronomes.

L'augmentation que l'atmoſphère produit dans le demi-diamétre de l'ombre eſt de 20″ ſuivant M. Caſſini, de 30″ ſuivant M. le Monnier, de 60″ ſuivant M. de la Hire : M. le Gentil penſe qu'elle eſt de 40″ dans les parties de l'ombre qui répondent à l'équateur, & de 1′ 40″ pour les parties qui ſont formées par la maſſe d'un air plus denſe répandu autour des poles de la terre. (*Mém. Acad.* 1755. *Expoſition du calcul pag.* 157, *Connoiſſ. des Mouvemens Céleſtes* 1763.)

Régle générale.

Enfin d'autres Aſtronomes, entr'autres M. Mayer, penſent que la correction de l'atmoſphère eſt toujours $\frac{1}{60}$ du demi-diamétre de l'ombre, c'eſt-à-dire, qu'il faut y ajoûter autant de ſecondes qu'il y a de minutes. Dans l'Exemple précédent l'on a trouvé 45′ 0″, on y ajoûtera 45″, & l'on aura le demi-diamétre apparent de l'ombre de la terre y compris ſon atmoſphère 45′ 45″. Je m'en tiens ordinairement à cette régle, elle eſt ſuffiſante à cauſe du peu de préciſion dont ces obſervations ſont ſuſceptibles.

Trouver les Phaſes d'une Eclipſe de Lune.

Lorſqu'on connoît l'heure de la pleine lune ou de l'oppoſition vraie (1367), la latitude de la lune pour ce temps-là, l'inclinaiſon de ſon orbite qui dépend du mouvement horaire de la lune tant en longitude qu'en latitude, & le mouvement horaire du ſoleil; on doit trouver le temps du milieu de l'éclipſe.

Le temps du milieu.

Soit *L* (*Fig.* 100) le lieu de la lune au moment de l'oppoſition, *O* le centre de l'ombre de la terre à la diſtance de la lune, *OL* la latitude de la lune, ou ſa diſtance à l'écliptique *KG*; *OM* la perpendiculaire abaiſſée ſur l'orbite apparente de la lune *EMS*; au moment où l'éclipſe commence, le bord de la lune touche en *P* le bord de l'ombre; ainſi *E* eſt le lieu de la lune au commencement de l'éclipſe, *S* le lieu de la lune à la fin de l'éclipſe, ou à la ſortie de l'ombre : les triangles *MOE*, *MOS* ſont égaux, puiſqu'ils ont un côté commun *OM*, les côtés égaux *OE* & *OS*, & qu'ils ſont rectangles l'un & l'autre en *M*; ainſi le côté *EM* eſt égal au côté *MS*; donc le point *M* indique le milieu de l'éclipſe.

Fig. 100.

1385. Dans le triangle *LOM*, formé par le cercle de latitude *OL* & par la perpendiculaire *OM*, l'angle *LOM* eſt égal à l'inclinaiſon de l'orbite apparente de la lune (1373); on a auſſi le côté *LO*, latitude en oppoſition; on trouvera *LM* en faiſant cette proportion : *Le rayon eſt au ſinus de l'inclinaiſon, comme la latitude* OL *eſt à l'intervalle* LM. On le réduira en temps à raiſon du mouvement horaire de la lune, en diſant : *Le mouvement horaire relatif* (1376) *eſt à* 1^h *ou* 3600″, *comme l'eſpace* ML *eſt au temps qu'il y aura entre la conjonction & le milieu de l'éclipſe.* On le retranchera du temps de la conjonction, ſi la latitude de la lune eſt croiſſante; on l'ajoûtera au temps de la conjonction, ſi la latitude eſt décroiſſante, ou que la lune aille en ſe rapprochant du nœud, & l'on aura le milieu de l'éclipſe.

Régle pour trouver le milieu de l'éclipſe.

1386. Exemple. Dans l'éclipſe de lune du 17 Mars 1764, le mouvement horaire de la lune eſt de 37′ 23″ en

longitude, 3′ 26″ en latitude, le mouvement horaire du ſoleil 2′ 29″; la différence des mouvemens horaires 34′ 54″ eſt au mouvement en latitude 3′ 26″, comme le rayon eſt à la tangente de l'inclinaiſon apparente 5° 37′ (1372): le coſinus de cette inclinaiſon 5° 37′ eſt au rayon, comme la différence des mouvemens horaires en longitude, 34′ 54″, eſt au mouvement relatif de la lune ſur ſon orbite apparente 35′ 4″; la latitude de la lune en oppoſition eſt de 38′ 42″; le rayon eſt au ſinus de l'inclinaiſon 5° 37′, comme la latitude 38′ 42″ eſt à l'intervalle *ML*, qu'on trouve de 3′ 47″ en parties de degrés. Le mouvement horaire 35′ 4″ eſt à 60′ 0″, comme 3′ 47″ ſont à 6′ 28″ de temps; on ajoûtera cet intervalle, parce que la latitude de la lune eſt décroiſſante, ou qu'elle n'étoit pas encore arrivée à ſon nœud; & comme le temps de l'oppoſition eſt 12ʰ 6′ 12″, on aura le milieu de l'éclipſe à 12ʰ 12′ 40″, c'eſt-à-dire, le 18 Mars, 0ʰ 12′ 40″ du matin.

Trouver la plus courte diſtance.

1387. Les mêmes quantités qui ont ſervi à trouver la différence *LM* entre la conjonction & le milieu de l'éclipſe, ſerviront à trouver la plus courte diſtance *OM* de l'orbite lunaire au centre de l'ombre; car dans le triangle *LOM* rectangle en *M*, on connoît *LO* qui eſt la latitude au temps de la conjonction, & l'angle *LOM* égal à l'inclinaiſon de l'orbite apparente de la lune, on trouvera le côté *OM* par cette proportion: *Le rayon eſt à la latitude* LO, *comme le ſinus de l'angle* L, *ou le coſinus de l'inclinaiſon apparente, eſt à la plus courte diſtance* OM.

Régle.

Exemple. Dans l'éclipſe du 17 Mars 1764, la latitude de la lune *LO* ſera de 38′ 42″, & l'inclinaiſon de l'orbite apparente 5° 37′: or le rayon eſt à 38′ 42″, comme le coſinus de *MOL* 5° 37′ eſt à 2310″, ou 38′ 30″; c'eſt donc la perpendiculaire cherchée: elle ſervira ci-après pour trouver le commencement, la fin & la grandeur de l'éclipſe (1390).

Trouver le commencement de l'éclipſe.

1388. Lorſqu'on connoît le milieu de l'éclipſe (1385), la plus courte diſtance des centres de l'ombre & de la lune (1387), le demi-diamétre apparent de l'ombre (1383), & le demi-diamétre de la lune; il ne reſte plus qu'un triangle à réſoudre pour trouver le commencement & la fin de l'éclipſe.

Soit

Soit *OM* (*Fig.* 100), la plus courte diſtance, ou la perpendiculaire abaiſſée du centre *O* de l'ombre, ſur l'orbite relative *EMS* de la lune; *GPAK* la circonférence de l'ombre, *E* le centre de la lune au moment où le bord de la lune commence à toucher l'ombre en *P*, c'eſt-à-dire, au moment où l'éclipſe commence; *S* le centre de la lune à ſa ſortie de l'ombre, lorſque l'éclipſe finit ou que le dernier bord de la lune touche en *R* le bord de l'ombre. La diſtance *OE* des centres de la lune & de l'ombre, eſt compoſée des quantités *OP* & *PE*; dont l'une *OP* eſt le demi-diametre de l'ombre (1381), & l'autre le demi-diametre de la lune (1189); de même la diſtance *OS*, à la fin de l'éclipſe, eſt compoſée des quantités *OR* & *RS*, c'eſt-à-dire, qu'elle eſt auſſi à la ſomme du demi-diametre de l'ombre & de celui de la lune; ainſi *OS* eſt égale à *OE*, à moins qu'on ne veuille avoir égard à la petite différence qu'il peut y avoir dans la parallaxe de la lune dans l'eſpace de quelques heures, & à la différence qui provient de l'atmoſphère (1383), mais qu'on a coutume de négliger. *Fig.* 100.

1389. Dans le triangle *OEM*, rectiligne rectangle en *M*, on connoît la perpendiculaire *OM* (1387) & la ſomme *OE* des demi-diametres de la lune & de l'ombre; on cherchera le troiſieme côté *ME*: on convertira ce côté *ME* en temps par la proportion ſuivante. Le mouvement horaire de la lune ſur ſon orbite apparente eſt à 1 heure ou 3600″, comme le côté trouvé *ME* eſt à la demi-durée de l'éclipſe en ſecondes de temps. Cette demi-durée étant retranchée du temps du milieu de l'éclipſe (1385), on aura le commencement; & ſi l'on ajoûte la demi-durée avec le milieu, on aura la fin de l'éclipſe.

1390. Exemple. Dans l'éclipſe de lune du 17 Mars 1764, la perpendiculaire *MO* ſera de 38′ 30″, le demi-diametre *OP* de l'ombre 45′ 0″, celui de la lune 16′ 39″, la ſomme des demi-diametres, en y ajoûtant 1′ 40″ pour l'atmoſphère (1383) ſera 1° 3′ 19″; ainſi dans le triangle *EMO*, on connoît *OE* & *OM*: on trouvera *ME* par l'opération ſuivante, où j'employerai la méthode la plus commode pour réſoudre ce triangle *OEM*.

Méthode pour résoudre le triangle.

Somme des côtés OE & OM, 1° 41′ 49″ log. 3, 785970
Différence des côtés OE & OM, 24′ 49″ log. 3, 172895
Somme des deux logarithmes 6, 958865
Moitié de la ſomme, ou logarithme de EM, 3, 479432
Auquel répond 50′ 16″.

Le mouvement horaire de la lune ſur ſon orbite relative ſera de 35′ 4″; ainſi l'on dira 35′ 4″ eſt à 1ʰ, comme EM 50′ 16″ eſt à la demi-durée de l'éclipſe 1ʰ. 26′ 0″.

Cette demi-durée de l'éclipſe eſt le temps que la lune employera à aller de E en M; mais le milieu de l'éclipſe en M a été trouvé 12ʰ 12′ 39″; ſi l'on en retranche 1ʰ 26′ 0″, on aura pour le commencement de l'éclipſe 10ʰ 46′ 39″; & ſi on l'ajoûte, on aura la fin de l'éclipſe 13ʰ 38′ 39″.

1391. Si l'on veut avoir égard à l'inégalité de la correction de l'atmoſphère propoſée par M. le Gentil, on réſoudra deux triangles; un pour le commencement & un pour la fin de l'éclipſe, en employant deux hypothénuſes différentes OE & OS, dont l'une ſera quelquefois plus grande de 1′ que l'autre (1383).

Inégalité dans le mouvement horaire.

1392. L'inégalité du mouvement horaire de la lune ne mérite gueres d'être ici conſidérée; elle ne va jamais qu'à 3 ou 4″, dont le mouvement horaire peut-être plus ou moins grand dans la premiere demi-durée d'une éclipſe que dans la ſeconde. Voyez les Tables de cette inégalité dans *la Connoiſſ. des Mouv. Céleſt.* 1765.

Immerſion & émerſion.

1393. Dans les éclipſes de lune qui ſont totales, on a encore deux autres phaſes à chercher, qui ſont l'Immersion & l'Emersion, c'eſt-à-dire, le moment où la lune entre totalement dans l'ombre, & celui où elle commence à en ſortir. Soit D. (*Fig.* 101), le lieu de la lune à l'inſtant où elle eſt aſſez avancée dans l'ombre, pour que ſon dernier bord N touche le bord intérieur de l'ombre; on a un nouveau triangle OMD, dont l'hypothénuſe OD eſt égale à la différence entre le demi-diametre de l'ombre ON, & le demi-diametre DN de la lune; mais l'opération eſt la même que dans l'art. 1390; la demi-durée de l'éclipſe totale ſe retranche du milieu de l'éclipſe, pour avoir l'im-

Fig. 101.

merſion qui arrive en *D*, & s'ajoûte pour avoir l'émerſion qui arrive en *V*.

Trouver la grandeur de l'éclipſe.

1394. Lorſqu'on a la plus courte diſtance des centres *OM* (*Fig.* 100), le demi-diametre de l'ombre *OA*, & le demi-diametre de la lune *MB*, il eſt aiſé de trouver la partie éclipſée de la lune, c'eſt-à-dire, la quantité *AC*; car *AM* eſt égale à $OA - OM$. Si l'on y ajoûte *MC*, l'on aura *AC*; donc *AC* eſt égale à $OA + MC - OM$, c'eſt-à-dire, que *la partie éclipſée eſt égale à la ſomme des demi-diametres de la lune & de l'ombre, moins la plus courte diſtance.*

Régle générale.

1395. Exemple. Dans l'éclipſe du 17 Mars 1764, la ſomme des demi-diametres eſt $63' 19''$, la plus courte diſtance eſt $38' 30''$, la différence $24' 49''$ eſt la partie éclipſée. On a coutume de l'exprimer en doigts ou en douziemes parties du diametre de la lune; on fera donc cette proportion $33' 18''$ ſont à 12 doigts 0 minutes, comme $24' 49''$ ſont à un quatriéme terme qu'on trouvera $8^d 56' \frac{1}{2}$: ainſi la grandeur de l'éclipſe ſera de 8 doigts & $56' \frac{1}{2}$ de doigts.

Doigts éclipſés.

1396. La regle que je viens de donner pour trouver la grandeur des éclipſes de lune a lieu également, ſoit que le centre de la lune & ſon orbite apparente ſoient hors de l'ombre, comme dans la *Fig.* 102; ſoit qu'au contraire la lune ſoit toute entiere dans l'ombre, comme dans la *Fig.* 101; car dans la *Fig.* 102 l'on a $OA + CM = AC + OM$, ou $OA + CM - OM = AC$, & dans la *Figure* 101, qui a lieu pour les éclipſes totales, on a $AC = OA - OM + CM$. Dans ce dernier cas, on dit que la grandeur de l'éclipſe eſt de plus de douze doigts, parce qu'on y comprend la partie *AB* de l'ombre, qui ſurpaſſe le bord de la lune; on comprend ſous le nom de partie éclipſée toute la quantité *AC* qui ſeroit éclipſée en effet, ſi la lune avoit aſſez de diametre pour s'étendre juſqu'en *A*.

Fig. 101. & 102.

Tables auxiliaires.

Toutes les quantités dont nous venons de donner le calcul dans les art. 1386, 1388, 1395, ſe trouvent calculées dans les Tables du P. Riccioli, (*Aſtronom. Ref. pag.* 60), & de M. Caſſini, (*Tab. Aſt. p.* 59); en ſorte qu'avec

ces Tables auxiliaires, on peut calculer une éclipſe de lune ſans aucun calcul trigonométrique.

Trouver les mêmes phaſes avec le compas.

1397. On peut déterminer ſans calcul avec la regle & le compas, toutes les circonſtances d'une éclipſe de lune, auſſi-tôt qu'on a calculé par les Tables le temps de la conjonction, la parallaxe & le mouvement horaire. Cette méthode eſt même très-ſuffiſante, lorſqu'il ne s'agit que d'annoncer les éclipſes qui doivent arriver : car on ne ſçauroit ſe tromper d'une minute dans l'opération graphique ſi la figure a ſeulement un pied de diametre ; & l'on ne peut être aſſuré d'une plus grande exactitude dans la prédiction d'une éclipſe de lune ; à peine peut-on être ſûr de l'obſervation même à une minute près. Ainſi je crois qu'on peut très-bien ſe contenter de l'opération graphique dans toutes les éclipſes de lune.

Exemple. Le demi-diametre de l'ombre de la lune ayant été trouvé de $46'$ (1381) ; je diviſe le rayon OG, (*Fig.* 100) en 46 parties, je prends OL égal à la lat. de la lune $33' \frac{2}{3}$; & au point L, je tire l'orbite de la lune, ELS inclinée de $5^{\circ}\ 37'$ ſur la parallele à l'écliptique. Le mouvement horaire relatif étant de $35'$, je prends $35'$ ſur les diviſions de OG, je les porte ſur l'orbite de L en X ; & ayant marqué en L le temps de la conjonction $12^{h}\ 6'$, je marque $11^{h}\ 6'$ au point X où tombe le mouvement horaire ; je diviſe XL en $60'$ de temps, & continuant de diviſer l'orbite $ELMS$ en temps, je trouve ſur ces diviſions que le point S répond à $13^{h}\ 39'$, comme on l'a trouvé par le calcul (1390).

Pénombre dans les éclipſes.

1398. La Penombre eſt une obſcurité moindre que celle du cone d'ombre ; c'eſt une lumiere foible, cauſée par une portion du diſque du ſoleil, qui éclaire encore la lune lors même que le centre ne l'éclaire plus. Le point E, (*Fig.* 99), qui eſt ſur le côté OEP du cone d'ombre, eſt dans une entiere obſcurité, parce qu'il n'eſt éclairé par aucun rayon du ſoleil. Le point F, qui eſt ſur la ligne AGF, menée par le bord ſupérieur A du ſoleil, & par le bord inférieur G de la terre, jouit d'une lumiere parfaite, parce qu'il voit le diſque entier AO du ſoleil ; mais tous les points

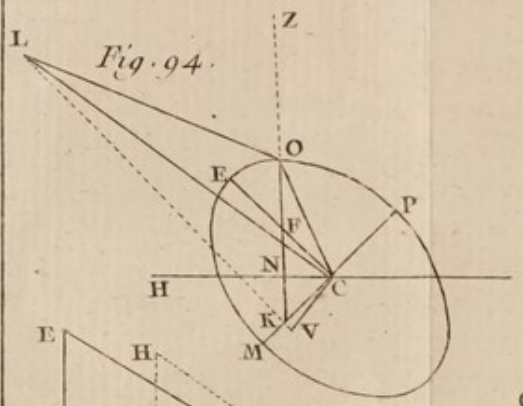


Fig. 94.

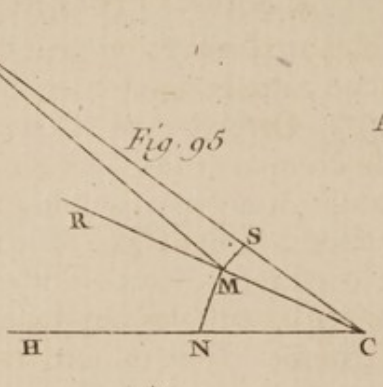


Fig. 95.

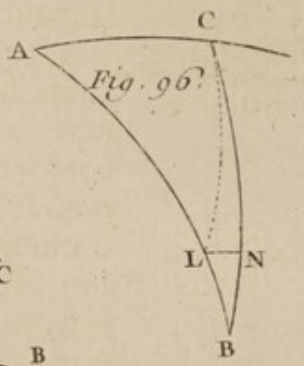


Fig. 96.

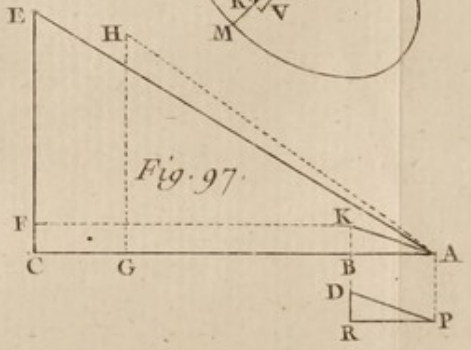


Fig. 97.

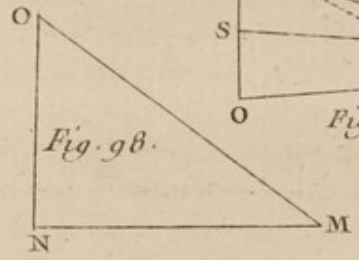


Fig. 98.

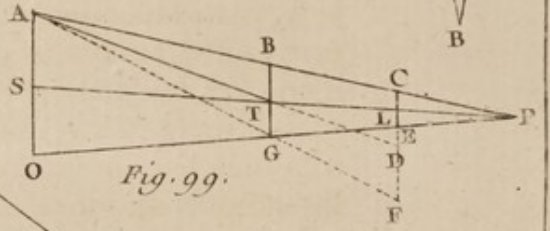


Fig. 99.

Fig. 100.

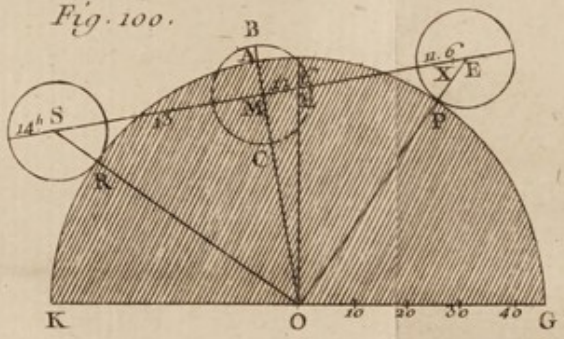
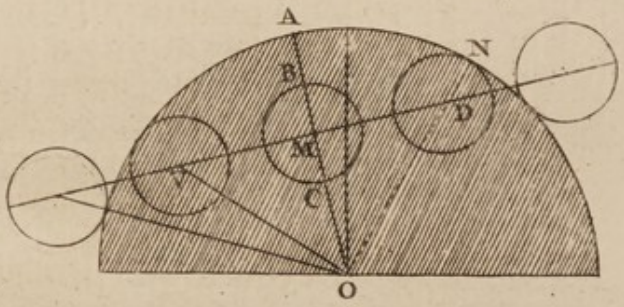


Fig. 101.



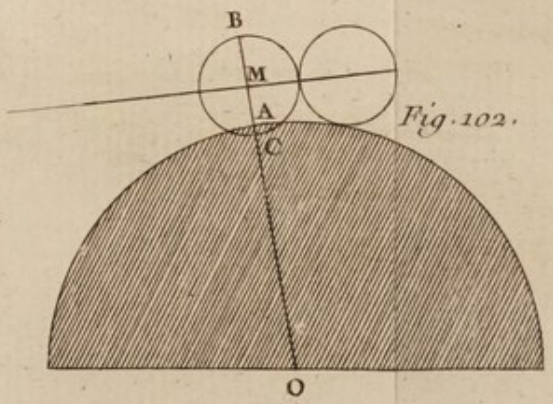


Fig. 102.

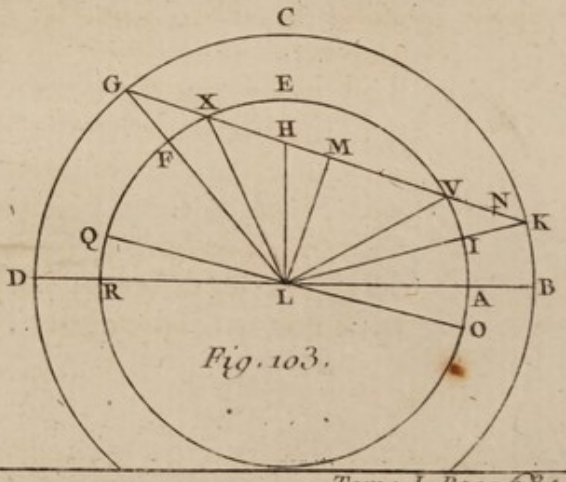


Fig. 103.

ſitués entre *E* & *F* ne voyent qu'une partie du diſque ſolaire, ils ne reçoivent qu'une partie de la lumiere du ſoleil, & forment la penombre; c'eſt ce qui fait que le commencement d'une éclipſe de lune eſt ſi douteux, que l'on s'y trompe quelquefois de pluſieurs minutes.

1399. On obſerve dans la couleur des éclipſes de lune des différences conſidérables : lorſque la lune eſt apogée, elle traverſe le cone d'ombre plus près de ſon ſommet; elle paroît alors plus rouge, plus lumineuſe que lorſque les éclipſes arrivent dans le périgée; car dans ce dernier cas, les rayons rompus par l'atmoſphère, qui ſe diſperſent dans le cone d'ombre, & qui en diminuent l'obſcurité, ne parviennent pas juſqu'au centre de l'ombre ou à l'axe du cone, à cauſe de ſa largeur & de ſa proximité à la terre : on a même vû des éclipſes où la lune diſparoiſſoit entierement; telle fut l'éclipſe du mois de Décembre 1601, & celle du mois de Juin 1620, (*Kepl. Aſtr. pars Opt. pag.* 297, *Epitome pag.* 825), Hevelius en dit autant de l'éclipſe du 25 Avril 1642, où l'on ne diſtinguoit pas, même avec des lunettes, la place de la lune, quoique le temps fût aſſez beau pour voir les étoiles de la 5e. grandeur, (*Hevel. Selen. pag.* 117); mais il eſt fort rare que la lune diſparoiſſe ainſi totalement.

Couleur des éclipſes.

La Lune diſparoît quelquefois.

DES ECLIPSES DE SOLEIL.

1400. Les éclipſes de ſoleil ſont produites par l'interpoſition de la lune, qui dans ſes conjonctions paſſe quelquefois directement entre nous & le ſoleil : elle nous le cache alors en tout ou en partie. Les éclipſes TOTALES ſont celles où le ſoleil paroît entierement couvert par la lune, le diametre apparent de la lune étant plus grand que celui du ſoleil. Les éclipſes ANNULAIRES ſont celles où la lune paroît toute entiere ſur le ſoleil; le diametre du ſoleil étant le plus grand, excéde tout autour, & forme autour de la lune un anneau ou une couronne lumineuſe : Telle ſera l'éclipſe du premier Avril de cette année 1764.

Eclipſes totales ou annulaires.

Les éclipſes de ſoleil ſont beaucoup plus rares que les

éclipſes de lune, pour un lieu déterminé : la raiſon en eſt évidente ; la lune étant beaucoup plus petite que la terre, fait un ombre qui ne peut couvrir qu'une très-petite partie de la terre, ſouvent même la pointe du cone d'ombre n'arrive pas juſqu'à la terre, comme dans les éclipſes *annulaires*. Il arrive toutes les années pluſieurs éclipſes, quelquefois juſqu'à ſix, mais on ne les voit pas toutes dans un même lieu ; car depuis 1755 juſqu'en 1765, on ne trouve pour Paris que 4 éclipſes de ſoleil.

Nombre des éclipſes.

1401. Les éclipſes *centrales*, ſont celles où la lune n'a aucune latitude apparente au moment de la conjonction ; ſon centre paroît alors ſur le centre même du ſoleil. Les éclipſes centrales, ſont ou totales ou annulaires, comme nous venons de le dire.

1402. C'eſt une choſe aſſez ſinguliere que le ſpectacle d'une éclipſe totale de ſoleil. Clavius, qui fut témoin de celle du 21 Août 1560 à Conimbre, nous dit que l'obſcurité étoit, pour ainſi dire, plus grande que celle de la nuit ; on ne voyoit pas où pouvoir mettre le pied, & les oiſeaux retomboient vers la terre par l'effroi que leur cauſoit une ſi ſubite obſcurité, (*Kep. opt.* 296).

Spectacle ſingulier d'une éclipſe.

Il n'y a eu depuis très-long-temps à Paris aucune éclipſe totale, ſi ce n'eſt celle du 22 Mai 1724 ; celle de 1706 fut de 10 doigts & 58 minutes : il reſtoit environ $\frac{1}{12}$ du diametre du ſoleil, ſa lumiere étoit à la vérité d'une pâleur effrayante & ſiniſtre ; cependant tous les objets ſe diſtinguoient auſſi facilement que dans le plus beau jour, (*Hiſt. Acad.* 1706, *pag.* 115).

Eclipſe totale à Paris en 1724.

Dans l'éclipſe de ſoleil du 23 Septembre 1699, il ne reſta que $\frac{1}{180}$ du diametre du ſoleil, à Gripſwald en Poméranie, où l'obſcurité fut ſi grande, qu'on ne pouvoit lire ni écrire ; il y eut des perſonnes qui virent 4 étoiles, ce devoit être Mercure, Venus, Regulus & l'Epi de la Vierge, (*Hiſt. Acad.* 1700, *pag.* 106).

Dans l'éclipſe du 22 Mai 1724, l'obſcurité totale dura $2' \frac{1}{4}$ à Paris ; on vit le Soleil, Mercure & Venus ſur la même ligne droite : il parut peu d'étoiles à cauſe des nuages. La premiere petite partie du ſoleil qui ſe découvrit lança

un éclair ſubit & très-vif, qui parut diſſiper l'obſcurité entiere ; le Barometre ne varia point ; le thermometre baiſſa un peu, mais il ſeroit difficile de dire ſi l'éclipſe en étoit cauſe ; l'on vit autour du ſoleil la couronne lumineuſe dont il eſt tant parlé dans l'Hiſtoire de 1706. (Voyez *l'Hiſt. de l'Acad.* année 1724).

1403. Le calcul des éclipſes de ſoleil eſt beaucoup plus difficile & plus long que celui des éclipſes de lune, à cauſe des parallaxes qui y entrent néceſſairement ; les parallaxes différent pour chaque point de la terre, enſorte qu'une éclipſe de ſoleil paroît d'une maniere différente à différens pays ; au lieu que les éclipſes de lune paroiſſent de la même maniere, & ſont parfaitement les mêmes pour tous ceux qui les voyent ; car la lune perdant alors véritablement ſa lumiere, la perd pour tout le monde.

1404. Si nous étions placés dans la lune lorſqu'il arrive une éclipſe de lune, & que nous vouluſſions calculer la maniere dont elle devroit nous paroître, nous trouverions la même difficulté ; car l'éclipſe de lune ayant lieu ſucceſſivement & différemment pour les différens points de la ſurface de la lune, il faudroit calculer des parallaxes pour le point de la lune où nous ſerions placés.

Au contraire ſi dans le temps que nous avons ſur la terre une éclipſe de ſoleil, un Obſervateur placé dans la lune, vouloit nous regarder, & calculer cette éclipſe qu'il appelleroit *éclipſe de terre*, il n'y trouveroit pas plus de difficulté que nous en trouvons dans le calcul d'une éclipſe de lune, il verroit les mêmes phaſes en quelque point de la lune qu'il fût placé ; il appercevroit une petite tache noire & ronde s'avancer ſur le diſque de la terre, & le parcourir ſucceſſivement : c'eſt ainſi qu'il faudra conſidérer les éclipſes de ſoleil pour rendre la théorie plus ſimple, & aller pas à pas dans des détails plus compliqués.

1405. La théorie & le calcul des éclipſes de ſoleil étant difficiles à concevoir, j'ai cru qu'il falloit commencer par employer une méthode, pour ainſi dire, méchanique, de maniere que les yeux puſſent ſoulager l'imagination ; je vais donc expliquer une opération graphique,

avec laquelle on pourra calculer une éclipſe de ſoleil, à quelques minutes près, pour tous les pays de la terre, par le moyen d'un globe terreſtre, pourvû qu'on ait fait ſeulement les calculs préliminaires, dont je parlerai ci-après, (1416 *& ſuiv.*), mais qui ſont preſque les mêmes que pour une éclipſe de lune (1384 *& ſuiv.*).

1406. Pour faire ſentir les raiſons & les principes de cette opération graphique, nous allons montrer la maniere dont les éclipſes de ſoleil arrivent ſur la ſurface de la terre, dans le cas le plus ſimple; après avoir rappellé au Lecteur un principe qu'il ne faut pas perdre de vûe, ſçavoir que le ſoleil eſt aſſez éloigné de nous, pour que les rayons qui partent du centre du ſoleil, & vont aux différens points de la terre, ſoient ſenſiblement paralleles. Le point *T*, (*Figure* 104), que je ſuppoſe le centre de la terre, voit le centre du ſoleil par un rayon *TS*; le point *E* qui eſt à la ſurface de la terre, voit le centre du ſoleil par un autre rayon *EO*, qui ne fait avec le précédent qu'un angle de 9″ (1360), & qui va par conſéquent le rencontrer à une diſtance prodigieuſe, ainſi ce rayon eſt ſenſiblement parallele au précédent: on peut donc ſuppoſer que la ligne *EAO* parallele à *TLS*, eſt celle par laquelle le point *E* de la terre voit le centre du ſoleil.

Paralléliſme des rayons ſolaires.

Fig. 104.

1407. Si cependant l'on veut avoir égard à la parallaxe du ſoleil, & ſuppoſer que le rayon *EO* ſe rapproche de *ES* pour aller former au centre du ſoleil un angle de 9″, toute la différence conſiſtera à diminuer l'angle *TEA* de 9″, en tirant une ligne *ER* qui faſſe avec *EO* un angle *REO* de 9″, & ce ſera ſur la ligne *ER* que le point *E* de la terre verra le centre du ſoleil, puiſque *ER* & *TS* vont ſe réunir au ſoleil ſous un angle de 9″, qui eſt en effet la parallaxe du ſoleil; alors la ligne *LA* paroîtra plus petite de 9″. Il ſuffit de concevoir le rayon *GS* réuni en *S* avec le rayon *TS*, pour voir que l'eſpace intercepté par les rayons du ſoleil *ST* & *SG*, eſt vû de la terre ſous un angle *LGS* qui eſt la différence des angles *GLT* & *LSG*; c'eſt-à-dire, des parallaxes de la lune & du ſoleil; mais il faut imaginer le point de concours *S* à une diſtance prodigieuſe.

1408

1408. Si la lune eſt en *L* au moment de la conjonction, l'Obſervateur placé en *K* ſur la ſurface de la terre, verra une éclipſe centrale de ſoleil (1401), puiſque la lune lui paroîtra ſur le rayon même *TKLS*, par lequel il voit le ſoleil. Soit *AL* une portion de l'orbite lunaire décrite avant la conjonction, en allant de *A* en *L*, ou d'occident vers l'orient. Puiſque le point *E* de la terre voit le centre du ſoleil ſur la ligne *EAO* (1406), il s'enſuit évidemment que quand la lune ſera au point *A* de ſon orbite, elle couvrira le ſoleil, & formera une éclipſe centrale pour l'Obſervateur placé en *E*, puiſqu'alors le centre de la lune, auſſi bien que celui du ſoleil paroîtront ſur une même ligne *EAO*. *Fig.* 104.

Si la lune emploie une heure à parcourir la portion *AL* de ſon orbite, l'éclipſe aura lieu pour le point *E* de la terre, une heure avant qu'elle ait lieu pour le point *K*, ou pour le centre *T* de la terre, c'eſt-à-dire, une heure avant la conjonction, que je ſuppoſe arriver au point *L*.

1409. L'eſpace *AL* eſt ce que nous appellerons bientôt le *Rayon de projection* (1415, 1448), parce que c'eſt l'eſpace auquel on rapporte les points *E* & *K* de la terre, comme ſur un plan de projection : nous parlerons bientôt plus en détail de la nature & des circonſtances de la projection (1437). Rayon de projection.

1410. Le point *E* de la terre, le premier point d'où l'on verra la lune ſur le ſoleil, aura l'éclipſe centrale quand la lune ſera en *A* (1408), le centre de la lune répondant au centre du ſoleil ; mais avant que d'être en *A*, le centre de la lune a été en un point *M*, tel qu'alors le bord *B* de la lune touchoit le bord du ſoleil, parce que le centre du ſoleil paroiſſant en *A*, le bord de ſon diſque paroît en *B* éloigné du centre *A* d'environ 16′ (1069), le centre *B* de la lune étoit alors éloigné du centre *A* du ſoleil d'une quantité égale à la ſomme des demi-diamétres *AB* & *BM* du ſoleil & de la lune, & c'étoit le commencement de l'éclipſe pour l'Obſervateur ſitué en *E*, ou le premier inſtant où il a vû le bord de la lune toucher le bord du ſoleil.

1411. La partie *AL* de l'orbite lunaire paroît ſous un angle *AEL*, égal à l'angle *ELT* qui eſt la parallaxe hori- Quand commence l'éclipſe.

ſontale de la lune (1254); la partie *ML* paroît donc égale à la ſomme du demi-diamétre *BM* de la lune, du demi-diamétre *BA* du ſoleil, & de la parallaxe horiſontale de la lune qui eſt égale à *AL*. Ainſi le point *E* de la terre verra commencer l'éclipſe auſſi-tôt que la diſtance *ML* de la lune au point *L* de la conjonction ſera égale à la ſomme des demi-diamétres du ſoleil & de la lune, & de la parallaxe horiſontale de la lune dont on aura ôté 9″ pour plus d'exactitude (1407). De même le point *G*, le dernier & le plus oriental de la terre, verra finir entiérement l'éclipſe, lorſque la lune, après avoir paſſé la conjonction, ſera éloignée du point *L* de la même quantité, c'eſt-à-dire, de la ſomme des demi-diamétres du ſoleil & de la lune, & de la parallaxe horiſontale de la lune.

Quand finit l'éclipſe.

1412. Si la lune eſt en *C*, de maniere que *AC* ſoit auſſi égale à la ſomme des demi-diamétres du ſoleil & de la lune, le point *E* de la terre verra auſſi le centre *C* de la lune éloigné du centre *A* du ſoleil, de la ſomme des demi-diamétres, c'eſt-à-dire, qu'il verra les bords du ſoleil & de la lune ſe toucher, & l'éclipſe finir, puiſque le centre du ſoleil paroît en *A* & celui de la lune en *C*, à une diſtance *CA* égale à la ſomme des demi-diamétres.

Mais dans le temps que la lune eſt en *C*, & que le point *E* de la terre voit finir l'éclipſe, un autre point *D* de la terre, qui voit le centre du ſoleil ſur le rayon *DC* parallele à *TS*, voit le centre de la lune ſur celui du ſoleil, c'eſt-à-dire, qu'il a une éclipſe centrale ; il en eſt de même de tous les autres points de la terre qui répondent perpendiculairement ſous différens points de la ligne *ACL*.

1413. En même temps que le point *E* de la terre voit finir l'éclipſe par le contact des deux bords du ſoleil & de la lune, lorſque le centre de la lune eſt en *C*, & que le point *D* voit l'éclipſe centrale au même inſtant, les points de la terre ſitués entre *E* & *D*, voient l'éclipſe de différente grandeur; ainſi le point *F* de la terre, qui voit le centre du ſoleil ſur la parallele *FH*, voit la diſtance apparente de la lune *C* au ſoleil *H* ſous un angle *CFH* ; ſi vous ſuppoſez que la ligne *CH*, priſe ſur l'orbite lunaire *LCHAM*, ſoit plus petite de

6 doigts, ou de la moitié du diamétre apparent du ſoleil, que la diſtance *CA*, le point *F* de la terre verra le bord de la lune ſur le centre du ſoleil : en effet, le point *F* voit le centre du ſoleil en *H* & celui de la lune en *C*; ſi *CH* eſt préciſément égale au demi-diamétre de la lune, le bord de la lune tombera en *H*, c'eſt-à-dire, ſur le centre même du ſoleil, & l'éclipſe ſera de ſix doigts pour le point *F* de la terre, parce que *CH* eſt plus petite de ſix doigts que la ſomme des demi-diamétres du ſoleil & de la lune. De même ſi *CH* eſt plus petite que cette ſomme, & cela de 2 doigts ſeulement, ou d'une ſixieme partie du diamétre ſolaire, la lune anticipera ou mordra ſur le ſoleil de 2 doigts ſeulement, & l'éclipſe ne ſera que de la même quantité.

1414. Ainſi pour trouver le point *F* de la terre où l'éclipſe doit paroître de 1, 2, 3 doigts, il faut faire l'opération ſuivante : 1°. prendre *LA* égale à la parallaxe horiſontale de la lune ; 2°. prendre *AC* égale à la ſomme des demi-diamétres du ſoleil & de la lune ; 3°. prendre *CH* égale à 1, 2, 3 doigts, &c. ; 4°. abaiſſer une perpendiculaire *HF* ſur la terre, (c'eſt-à-dire, ſur le plan du cercle de la terre qui eſt perpendiculaire à la ligne des centres), & l'on aura le point de la terre où l'éclipſe doit paroître de 1, 2 ou 3 doigts, la lune étant en *C*.

Cercle de projection.

1415. J'ai ſuppoſé juſqu'ici que l'orbite *LB* de la lune paſſoit par la ligne des centres *SLT*, & que la lune en conjonction n'avoit aucune latitude ; voyons ce qui arrivera dans les cas où la lune en conjonction aura une latitude. Il faut conſidérer d'abord que tout ce que je viens de dire du point *M*, doit s'entendre également de tout autre point qui ſeroit à la même diſtance du point *T* & du point *L* ; ſuppoſons que la ligne *LM* (égale à la parallaxe de la lune, plus la ſomme des demi-diamétres du ſoleil & de la lune), tourne autour du point *L*, & décrive un cercle dont le plan ſoit perpendiculaire à *LT*, en ſorte que tous les points de ce cercle ſoient à égales diſtances du point *T*; c'eſt le plan du *Cercle de projection* (1447), & nous allons le conſidérer ſeul dans la ſuite du diſcours, en y rapportant tout ce que nous venons de dire ſur la *Figure* 104. Il eſt évident

que les différens points du cercle placé dans la région de la lune & décrit ſur *LA*, répondent aux différens points de la circonférence de la terre, comme le point *A* répond au point *E* de la terre (1446).

Cercle de projection.

1416. Sur le rayon *LB*, (*Fig.* 103.), le même que *LM* de la *Fig.* 104, décrivons un cercle *BCD* ſur le plan de projection; décrivons auſſi un autre cercle *AEFR*, dont le rayon *LA* ſoit égal à la parallaxe de la lune, (dont on retranchera 9″ pour plus d'exactitude, art. 1407); lorſque la lune approchera aſſez de la conjonction pour que ſon centre vienne à ſe trouver ſur quelque point *K* de la circonférence *BCD*, l'éclipſe commencera pour quelque point de la ſurface de la terre (1411).

Fig. 103.

1417. De même, lorſque le centre de la lune ſera ſur quelque point *V* de la circonférence *AVE* du cercle de projection, le centre de la lune paroîtra répondre ſur le centre du ſoleil, & l'éclipſe commencera d'être centrale pour quelque point de la ſurface de la terre, c'eſt-à-dire, pour celui qui ſe trouvera directement ſous le point *V*, ou dont la projection eſt en *V*.

1418. L'Eclipse générale de ſoleil eſt celle que l'on calcule pour la terre en général, ſans examiner à quel pays elle ſe rapporte; c'eſt par où nous commençons, à l'exemple de Kepler, (*Epit. pag.* 873), avant de chercher les circonſtances d'une éclipſe de ſoleil pour un lieu déterminé de la terre. Au moment où la diſtance *LK* du centre de la projection au centre de la lune eſt égale à la ſomme des trois demi-diamétres du ſoleil, de la lune, & de la projection, l'éclipſe de ſoleil commence pour un point de la terre qui répond perpendiculairement au point *I* (1410), dont la projection eſt en *I*; c'eſt le commencement de l'éclipſe générale; de même, lorſque la lune eſt parvenue au point *G* de ſon orbite, aſſez éloigné pour que la diſtance *LG* ſoit égale aux trois demi-diamétres, le bord de la lune quitte le bord du ſoleil pour le dernier de tous les pays de la terre où il peut y avoir eu éclipſe, c'eſt la fin de l'éclipſe générale: la perpendiculaire *LM* abaiſſée ſur l'orbite, marque le milieu de l'éclipſe générale.

1419. Pour connoître le temps du milieu de l'éclipſe générale, on ſuivra la même méthode que pour le milieu d'une éclipſe de lune (1384). Dans le triangle *LMH* rectangle en *M*, on connoît l'angle *HLM* égal à l'inclinaiſon de l'orbite relative (1373), & l'hypothénuſe *HL* égale à la latitude de la lune, on multipliera le ſinus de l'angle *MLH* par le côté *LH*, & l'on aura le côté *HM*; on le convertira en temps à raiſon du mouvement horaire de la lune, & l'on aura l'intervalle entre la conjonction & le milieu de l'éclipſe; cet intervalle ſe retranchera du moment de la conjonction, ſi la latitude de la lune eſt croiſſante, c'eſt-à-dire, ſi la lune a paſſé ſon nœud; mais il s'ajoûtera au temps de la conjonction, ſi la lune va en ſe rapprochant de ſon nœud; on aura le temps du milieu de l'éclipſe générale. Milieu de l'éclipſe générale.

1420. Le cercle de projection *AER* repréſente le diſque de la terre, ou l'image de l'hémiſphère éclairé de la terre tranſporté dans la lune; la ligne *VX* eſt la portion de l'orbite lunaire qui ſera décrite pendant la durée de l'éclipſe totale, comme la ligne *KG* eſt la portion d'orbite qui ſera décrite depuis le premier moment où la pénombre touchera le diſque de la terre en quelque point *I*, c'eſt-à-dire, où quelque point de la terre verra le ſoleil éclipſé juſqu'au dernier inſtant où la pénombre abandonnera la terre au point *F*, le centre de la lune étant alors en *G*: ainſi la longueur *KG* de l'orbite lunaire compriſe entre les points *K* & *G*, nous fera connoître la durée de l'éclipſe; comme le milieu *M* de la ligne *KG* nous fera trouver le temps du milieu de l'éclipſe générale: la ligne *KG* eſt coupée en deux parties égales par la perpendiculaire *CM*, parce que les côtés *LK* & *LG* ſont égaux; il en eſt de même de la corde *VX*; ainſi le point *M* indique le milieu de l'éclipſe générale, dont la durée eſt exprimée par *KG*, & le milieu de l'éclipſe centrale repréſentée par *VX*. Durée de l'éclipſe générale.

Exemple. Dans l'éclipſe du 1r. Avril 1764, le temps vrai de la conjonction indiqué par les Tables eſt $10^h\ 32'\ 7''$ du matin à Paris, la latitude pour ce temps-là $40'\ 4''$, l'inclinaiſon relative $5°\ 43'\ 40''$, le mouvement horaire compoſé $27'\ 10''$; on fera ces deux proportions, $R : 40'\ 4'' ::$

ſin. 5° 43′ 40″ : 4′ 0″, valeur de *LM*, & 27′ 10″ : 60′ 0″ :: 4′ 0″ : 8′ 50″ ; on retranchera ces 8′ 50″ de l'heure de la conjonction, parce que la latitude de la lune alloit en augmentant, & l'on aura 10ʰ 23′ 17″ pour le milieu de l'éclipſe générale au méridien de Paris.

Le même triangle *HLM* fera trouver la perpendiculaire *LM* par le moyen de cette analogie, *R* : cof. 5° 43′ 40″ :: 40′ 4″ : 39′ 52″ ; c'eſt la plus courte diſtance de la lune au centre de la projection dans le temps du milieu de l'éclipſe ; cette perpendiculaire *LM* de 39′ 52″ nous ſervira dans la ſuite de ce calcul, (1421 & 1422).

Commencement & fin de l'éclipſe générale.

1421. Le commencement de l'éclipſe générale compté au méridien de Paris, ſe trouve de la même maniere que le commencement d'une éclipſe de lune (1390) ; dans le triangle *LKM* rectangle en *M*, on connoît la perpendiculaire *LM* (1420) & l'hypothénuſe *LK* égale à la ſomme des trois demi-diamétres du ſoleil, de la lune & de la projection ; on cherchera le côté *MK*, on le convertira en temps (1420), & ce temps étant ôté de celui du milieu de l'éclipſe en *M*, donnera le temps du commencement de l'éclipſe générale en *K* ; étant ajoûté il donnera la fin de l'éclipſe en *G*.

Exemple. Dans l'éclipſe de 1764, le côté *LM* eſt de 39′ 52″, la ſomme des demi-diamétres de la projection & la pénombre, c'eſt-à-dire, de la parallaxe de la lune & des demi-diamétres du ſoleil & de la lune, eſt de 1° 24′ 58″ ; on en fera la ſomme & la différence ; on ajoûtera leurs logarithmes, on en prendra la moitié, & l'on y ajoûtera le logarithme conſtant 0,344115, (qui eſt la différence entre le logarithme du mouvement horaire & celui de 1ʰ ou 3600″), on trouvera le logarithme de 9948″ en 2ʰ 45′ 48″ ; ainſi le commencement de l'éclipſe générale ſera 7ʰ 37′ 29″ du matin, & la fin à 1ʰ 9′ 5″ après-midi.

Logarithme conſtant.

Commencement & fin de l'éclipſe centrale.

1422. Le commencement de l'éclipſe centrale arrive lorſque la lune eſt au point *V*, où ſon orbite coupe le cercle de projection ; car alors le centre de la lune, le centre du ſoleil & le bord de la terre ſont ſur une même ligne, & le point de la terre dont la projection eſt en *V*, voit le centre de la lune ſur le centre du ſoleil.

Dans le triangle LMV, rectangle en M, on connoît la perpendiculaire LM (1420) & la ligne LV qui eſt le rayon de la projection, on cherchera le côté MV, on le convertira en temps, c'eſt-à-dire, on cherchera le temps que la lune emploie à parcourir VM, & ce temps étant ôté de celui du milieu de l'éclipſe, on aura le temps qu'il doit être à Paris quand l'éclipſe commencera d'être centrale pour quelque point V de la terre.

EXEMPLE. Dans l'éclipſe de 1764, on a $LV = 53' 59'' = 3239''$; $LM = 39' 52'' = 2392''$, on trouvera $MV = 36' 24''$, qui réduit en temps donne $1^h 20' 24''$; cette demi-durée étant ôtée du milieu de l'éclipſe $10^h 23' 17''$, donnera le commencement de l'éclipſe centrale $9^h 2' 53''$, & ajoûtée au milieu de l'éclipſe donnera la fin $11^h 43' 41''$.

1423. Les calculs que nous venons de faire pour l'éclipſe générale, peuvent s'exécuter graphiquement comme ceux des éclipſes de lune (1398); car auſſi-tôt qu'on aura fait une grande figure dont le rayon LB ſoit égal à la parallaxe horiſontale, c'eſt-à-dire, diviſé en autant de minutes qu'en contient la parallaxe, la ligne LH égale à la latitude de la lune, & l'angle MLH égal à l'inclinaiſon apparente de l'orbite lunaire; on prendra ſur la même échelle une quantité égale au mouvement horaire de la lune ſur ſon orbite apparente, que l'on portera de H en N; on marquera en H l'heure & la minute de la conjonction, & en N une heure de moins, on diviſera par ce moyen l'orbite GK en heures & minutes, & l'on verra à quelle heure la lune s'eſt trouvée en K, en V, en M, en X & en G. Opération graphique.

1424. Il s'agit actuellement de connoître quels ſont les différens pays de la terre qui ſont en V, en X, au moment où la lune y arrive, c'eſt-à-dire, leurs longitudes & leurs latitudes; Bouillaud les trouvoit par le moyen des Tables du Nonagéſime; je donnerai une méthode pour en faire le calcul par la Trigonométrie (1540), mais il faut indiquer ici la maniere de le faire avec un globe. M. de la Caille a donné dans ſes Leçons d'Aſtronomie une méthode pour y parvenir avec la régle & le compas (*page* 401.), en décrivant des ellipſes.

Je ne conſeillerois pas aux Aſtronomes de faire ces calculs par la Trigonométrie, ſi ce n'eſt dans des cas extraordinaires, & pour des obſervations importantes ; le temps qu'exigent ces calculs rigoureux, eſt bien mieux employé à calculer des obſervations déja faites, pour en tirer des conſéquences, qu'à annoncer avec une préciſion ſi ſcrupuleuſe celles qui doivent arriver.

Machines pour les éclipſes.

1425. M. de l'Iſle m'a fait voir parmi ſes Manuſcrits la deſcription & les plans d'une machine de ſon invention, propre à faire trouver facilement & ſans calcul les circonſtances d'une éclipſe de ſoleil. M. de Fouchy avoit exécuté, il y a pluſieurs années, une machine compoſée d'un globe & de différentes piéces pour le même uſage. M. Segner, de Gottingen, en a décrit une dans les Tranſactions Philoſophiques, (*Année* 1741, *n°.* 461.). Enfin, dans le Livre de M. Ferguſſon, intitulé, *Aſtronomy explained*, 1757, *Pl. XIII. pag.* 280, on trouve auſſi la deſcription d'une machine pour les éclipſes, qu'il appelle *Eclipſareon*, avec laquelle il trouve le temps, la quantité, le progrès, les circonſtances & la durée d'une éclipſe de ſoleil pour tous les pays de la terre : l'Auteur qui de la campagne eſt venu au ſein de la ville de Londres exercer un talent naturel qu'il avoit pour la Méchanique & pour l'Aſtronomie, s'eſt diſtingué par pluſieurs Ouvrages du même genre.

1426. Le procédé que je vais indiquer, ne ſuppoſe aucun appareil qu'une piéce de bois, repréſentée en *GVAE* (*Fig.* 105.), dont la largeur *VA* ſoit égale au diamétre du globe dont on ſe ſert, & la hauteur égale au rayon du globe, ou un peu plus.

Fig. 105.

Je ſuppoſe un globe qui ait au moins 8 pouces de diamétre, repréſenté par le cercle *OE* (*Fig.* 105.) ; le rayon de ce globe doit repréſenter le rayon de la terre ; ainſi *LA* doit être pris pour la parallaxe de la lune, comme dans la *Figure* 104. c'eſt-à-dire, qu'il faut le ſuppoſer, par exemple, de 54′, parce que la parallaxe de la lune dans l'éclipſe de ſoleil de 1764 ſera de 54′.

1427. Comme l'on n'eſt pas maître de changer le diamétre de ſon globe dans toutes les éclipſes de ſoleil, il faudra

il faudra calculer les différentes parties de la figure, c'eſt-à-dire, le mouvement horaire de la lune & les diamétres du ſoleil & de la lune, ſuivant les différentes éclipſes, en les réduiſant à cette échelle ; ainſi la parallaxe actuelle, par exemple, $54'$, eſt à 4 pouces, ou 48 lignes, comme $31'$, ſomme des demi-diamétres, ſont à 27 lignes $\frac{1}{2}$, qu'on portera ſur la traverſe LA, qui doit repréſenter l'orbite de la lune.

1428. On évitera même ces régles de trois en ſe ſervant d'une échelle compoſée de pluſieurs lignes paralleles, & diviſées en 60 parties par des tranſverſales, telle qu'on la trouvera décrite ci-après (1472), & qu'on la voit dans la *Figure* 117, la ligne marquée 60 étant ſuppoſée égale au rayon du globe dont on ſe ſert ; mais ſi la parallaxe eſt de $54'$, on aura une échelle plus longue que le rayon du globe, dans le rapport de 60 à 54 ; ce ſera ſur cette échelle qu'on prendra les minutes du mouvement horaire & des demi-diamétres du ſoleil & de la lune, pour que le nombre de minutes ſoit plus petit.

Uſage du globe pour le calcul des éclipſes.

Fig. 103.

1429. La ligne BLD, (*Fig.* 103.), repréſente une portion de l'écliptique ; on y ajoûtera une ligne OLQ pour repréſenter une portion de l'équateur ; en faiſant l'angle ALO égal à l'angle de poſition, ou au complément de l'angle de l'écliptique avec le méridien (1457) ; le point O ſera au-deſſous de A dans les ſignes deſcendans, c'eſt-à-dire, depuis le 21 de Juin juſqu'au 21 de Décembre. La ſomme de l'angle ALO & de l'inclinaiſon de l'orbite, ou leur différence ſuivant les cas, donnera l'angle de la perpendiculaire LM avec le méridien univerſel, qui eſt le même que l'angle de l'orbite apparente avec l'équateur ; on prendra ſur la figure avec un compas les arcs OV, QX, & l'on marquera un pareil nombre de degrés ſur l'horiſon du globe, à compter depuis les points d'orient & d'occident, c'eſt-à-dire, depuis les interſections de l'équateur & de l'horiſon du globe.

Maniere de placer le globe.

Fig. 105.

On élevera le pole du globe ſur ſon horiſon de la quantité de la déclinaiſon boréale du ſoleil, on l'abaiſſera ſi la déclinaiſon eſt méridionale : on placera le ſupport $GVAE$, (*Fig.* 105.), de maniere qu'un bord de la traverſe ſupé-

rieure *VA* réponde perpendiculairement au-deſſus des deux points marqués ſur l'horiſon du globe ; dans cet état, cette traverſe *VA* repréſentera l'orbite de la lune.

Fig. 103. Il faut prendre encore ſur la *Figure* 103 les temps de l'orbite lunaire qui répondent en *V* & en *X*, on les écrira ſur le ſupport *TS*, que je ſuppoſe couvert d'une petite bande de papier collé, & l'on aura un intervalle *AV*, qu'on diviſera en minutes de temps, comme l'on a diviſé l'orbite *VX* de la lune (1423), ou bien l'on ſe ſervira du mouvement horaire, & l'on marquera ſeulement le temps du milieu de l'éclipſe ſur le milieu *L* du ſupport.

Il ne s'agira plus que de placer le globe ſur l'heure qui lui convient ; ainſi dans l'éclipſe de 1764, la lune devant être en *A* à $9^h\ 3'$, on tournera le globe de maniere que Paris ſoit en *C*, c'eſt-à-dire, de $2^h\ 57'$ à l'occident du méridien univerſel *MP*, dans lequel le ſoleil eſt ſuppoſé fixe, tandis que tous les pays de la terre paſſent ſucceſſivement devant lui par la rotation du globe d'occident en orient, (1441).

1430. Le globe terreſtre étant ainſi diſpoſé pour l'heure de Paris, il eſt auſſi placé pour tous les autres pays, & la lune étant ſuppoſée en *A*, le point de la terre qui répond perpendiculairement ſous la lune, eſt celui où l'éclipſe paroît centrale dans ce même moment (1412) ; on n'a donc qu'à abaiſſer un à-plomb du point *A*, ſi l'horiſon du globe eſt bien de niveau, ou placer l'œil perpendiculairement au-deſſus du point *A*, & l'on verra répondre ſur le globe le point de la terre que l'on cherchoit, dont on marquera la longitude & la latitude.

1431. Au point *A* l'on placera le centre d'un cercle dont le rayon *AD* ſoit égal à la ſomme des diamétres du ſoleil & de la lune ; on pourra faire un cercle de carton, qu'on placera parallélement à l'horiſon du globe, ſon centre étant en *A* ; ou bien on fera circuler un compas dont une pointe ſoit en *A* ; on remarquera tous les points du globe qui ſe trouveront répondre perpendiculairement ſous la circonférence de ce cercle, ce ſont ceux qui verront les bords du ſoleil & de la lune ſe toucher au même inſtant,

c'eſt-à-dire, qui verront le commencement de l'éclipſe.

1432. On fera un autre cercle dont le rayon ſoit plus petit que le précédent, d'un quart du diamétre du ſoleil, c'eſt-à-dire, de 3 doigts, (ce ſera 8′ en 1764), ou bien on échancrera de la même quantité une portion du même cercle qui a ſervi pour la premiere phaſe, comme dans la *Figure* 106; ou bien on diminuera ſeulement l'ouverture du compas dont on s'eſt ſervi dans l'opération précédente; alors la circonférence du cercle, ainſi diminuée de 3 doigts, ou l'ouverture du compas, promenée tout autour du point *A* (*Fig.* 105.), indiquera ſur le globe, par le moyen de l'à-plomb, tous les points de la terre où le ſoleil eſt éclipſé de 3 doigts ſeulement; on en comprendra la raiſon en réfléchiſſant ſur les articles 1413 & 1414. *Fig.* 105.

1433. On pourra faire de même d'autres cercles pour l'éclipſe de 2, 3, 4, 5 doigts, &c. en diminuant de 2, 3, doigts, &c. le rayon du cercle de la *pénombre*, c'eſt-à-dire, du cercle dont le rayon étoit égal à la ſomme des demi-diamétres du ſoleil & de la lune; on pourra échancrer un ſeul cercle dont la circonférence ſoit diviſée en 12 parties, & le rayon de même en 12 parties, & dont les 12 ſecteurs aillent en diminuant comme le limaçon d'une montre à répétition, chacun étant plus petit que le précédent, d'un doigt ou d'une douzieme partie du diamétre ſolaire, pris ſur la même échelle que la parallaxe horiſontale & le mouvement horaire (1428); en promenant un à-plomb ſur les circonférences de ces cercles, il marquera ſur le globe les pays qui pour cet inſtant-là auront l'éclipſe d'un doigt, ou de 2, &c. Cercle de la pénombre.

Si l'on place en *L*, ſur le milieu de la traverſe *AV*, le centre de ces cercles, & qu'on faſſe la même opération, après avoir placé la roſette *P* du globe ſur $10^h\ 23'$, qui eſt l'heure du milieu de l'éclipſe générale, on trouvera tous les pays qui à $10^h\ 23'$ ont l'éclipſe d'un doigt, de deux, &c. C'eſt ainſi qu'on peut tracer ſur un globe, ou ſur un carte géographique, la figure de tous les points qui auront une éclipſe centrale, ou qui auront l'éclipſe d'un doigt, de deux, &c. On en trouvera le calcul trigonométrique avec un exemple à l'article 1540.

Méthode pour déterminer les phaſes d'une éclipſe de Soleil par le moyen des projections.

1434. La méthode que je viens d'expliquer pour trouver, par le moyen d'un globe, les pays de la terre qui doivent voir une éclipſe de ſoleil, ne ſeroit pas aſſez exacte pour trouver, à une ou deux minutes près, le commencement & la fin de l'éclipſe en un lieu quelconque, à moins qu'on n'eût un globe très-grand & très-parfait ; mais nous y parviendrons aiſément au moyen d'une figure de projection & d'une ellipſe tracée avec ſoin ; l'opération ſera plus exacte, & auſſi ſimple que celle du globe. Avant d'en donner les régles, je vais tâcher d'en faire comprendre la théorie en expliquant avec ſoin les principes de la projection ortographique, dont j'ai déja fait quelque uſage, (art. 1409 *& ſuiv.*), mais dont je vais expliquer ici tous les principes & toutes les circonſtances.

M. Caſſini fut celui qui donna le premier une méthode commode pour les projections des éclipſes : il publia cette nouvelle méthode en Italien à Bologne en 1663, & il la donna à l'Académie en 1700, avec de nouvelles perfections, (*Hiſt. Acad.* 1700. *pag.* 103.).

Projection en général.

1435. Projetter une figure, c'eſt la rapporter à un autre plan par des lignes tirées de chaque point de la figure à chaque point du plan. On diſtingue pluſieurs ſortes de projections, mais la plus ſimple de toutes eſt la projection *ortographique* *, formée par des lignes perpendiculaires au plan de projection ; c'eſt celle dont on ſe ſert avec un très-grand avantage pour les éclipſes ſujettes aux parallaxes.

Projection ortographique.

Fig. 107. Soit une ligne *AB*, (*Fig.* 107.), & un plan quelconque *PL*, différent de cette ligne ; ſi des extrémités *A* & *B* de la ligne donnée on abaiſſe ſur le plan des perpendiculaires *Aa*, *Bb*, l'eſpace *a b* qu'elles occuperont ſur le plan *PL*, ſera la projection ortographique de la ligne *AB*, & le plan *AL* ſur lequel on a abaiſſé ces perpendiculaires, s'appellera le *plan de projection*.

* Ὀρθὸς, *rectus*, parce que cette projection ſe fait par des angles droits.

1436. Si les lignes *Aa*, *Bb*, au lieu d'être paralleles & perpendiculaires au plan de projection, avoient pour origine un point commun, il en réſulteroit ſur le plan *PL* une autre figure, une autre ſorte de projection ; nous ferons uſage, par exemple, de la projection *ſtéréographique* * dans le XIe. Livre, à l'occaſion de la Mappemonde qui ſervira pour le paſſage de Vénus ; mais nous n'avons beſoin ici que de la projection ortographique.

Projection d'une ligne.

1437. LA PROJECTION ortographique d'une ligne *AB* faite ſur un plan de projection *PL* par les perpendiculaires *A a*, *B b* eſt le coſinus de ſon inclinaiſon. Ayant tiré *AC* parallele à *PL* l'angle *BAC* eſt égal à l'inclinaiſon de la ligne *AB* ſur le plan de projection *PL*, & *AC* = *a b* eſt la projection de la ligne *AB* ; or *AB* : *AC* : : *R* : coſ. *BAC*. Ainſi le rayon eſt au coſinus de l'inclinaiſon, comme la ligne *AB* eſt à ſa projection *AC*. Donc ſi l'on prend le rayon pour l'unité, on trouvera que *la projection d'une ligne eſt égale à cette ligne multipliée par le coſinus de ſon inclinaiſon ſur le plan de projection.* *Fig.* 107.

Projection d'un arc.

1438. LA PROJECTION d'un arc eſt égale à ſon ſinus. Si la circonférence *DFH* (*Fig.* 108), du demi-cercle dont on demande la projection eſt dans un plan perpendiculaire au plan de projection, toutes les lignes perpendiculaires *FC* abaiſſées de chaque point *F* de la circonférence ſur le rayon *CH*, ſeront perpendiculaires au plan & marqueront les projections des points *F*, le point *K* ſera la projection du point *I* ; ainſi la ligne *CK* ſera la projection de l'arc *FI* ; mais ſi *C* eſt le centre du cercle, *CK* égale à *IL* eſt le ſinus de l'arc *FI* : ainſi les ſinus des arcs *FI* ſeront comme les projections de ces arcs ; ſi l'on prend l'origine de ces arcs depuis le point *F* qui répond perpendiculairement au centre *C*. Cette propoſition ſera d'un grand uſage dans le calcul des éclipſes (1453). *Fig.* 108.

Projection d'un cercle.

1439. LA PROJECTION d'un cercle incliné eſt toujours une ellipſe. Soit *DFH* (*Fig.* 108), le cercle dont on cherche la projection, *DH* celui de ſes diamétres qui eſt dans *Fig.* 108.

* Στερεὸς, *ſolidus*, parce que c'eſt la projection employée pour repréſenter le globe qui eſt un corps ſolide.

le plan même de projection, ou parallele à ce plan ; ſi l'on incline ce demi-cercle en le faiſant tourner autour du diamétre *DH*, de maniere que toutes les lignes *IK* faſſent avec le plan de projection un angle quelconque, toutes ces lignes auront pour projections des lignes *KG* qui ſeront égales chacune à la ligne *IK* multipliée par le coſinus de l'angle d'inclinaiſon (1437), en ſorte que *KG* ſera partout à *IK* comme le ſinus de l'angle d'inclinaiſon eſt au rayon ; or, telle eſt la propriété d'une ellipſe, que toutes ſes ordonnées *KG* ſoient aux ordonnées *IK* d'un cercle de même diamétre dans un rapport conſtant ; donc les lignes *KG* formeront une ellipſe ; donc enfin la projection d'un demi-cercle *DFH* ſera la circonférence d'une ellipſe *DGH*, dont le grand axe *DH* eſt le même que celui du demi-cercle ; & le petit axe plus petit en raiſon du coſinus de l'inclinaiſon. Il en ſeroit abſolument de même quand le diamétre *DH* du cercle projetté ſeroit à une certaine diſtance au-deſſous du plan de projection.

Le cercle paroît en forme d'ellipſe.

1440. On ſçait qu'une ligne *AB* (*Fig.* 109), vûe obliquement du point *O* paroît de la même grandeur que la ligne perpendiculaire *AC* = *AB* ſin. *ABC* ; ainſi dans un cercle *CAD* (*Fig.* 110), vû obliquement toutes les ordonnées *AB*, *EF* paroiſſant plus petites dans le même rapport, le cercle paroît une ellipſe *CGD*. Cette propoſition revient au même que la précédente ; mais il eſt néceſſaire de s'accoutumer à comprendre que le cercle vû obliquement, paroît en forme d'ellipſe.

Fig. 109.

Fig. 110.

1441. Les principales lignes de la projection ſont repréſentées dans la (*Fig.* 111), *ST* eſt la ligne menée du centre du ſoleil au centre de la terre, que nous appellons ſimplement la ligne des centres ; *IL* un plan qui paſſe par le centre de la terre perpendiculairement à la ligne des centres. Ce plan forme le cercle d'illumination, & ſépare la partie éclairée *IDL* de la partie obſcure *LVI*, *PO* l'axe de la terre, *EQ* le diamétre de l'équateur, *PELOQIP* le *méridien univerſel*, c'eſt-à-dire, celui qui paſſe continuellement par le ſoleil, & que les différens Pays de la terre atteignent ſucceſſivement par la rotation diurne de notre

Fig. 111.

Méridien univerſel.

Globe ; *ED* eſt la déclinaiſon du ſoleil ou ſa diſtance à l'équateur ; l'arc *PI* eſt l'élévation du pole au-deſſus du plan de projection ; cette hauteur eſt égale à la déclinaiſon du ſoleil, car ſi des angles droits ou quarts de cercle *PE* & *DI* on ôte la partie commune *PD*, on aura *PI*=*DE* qui eſt la diſtance du ſoleil à l'équateur *E*, ou ſa déclinaiſon.

Elévation de l'axe & du pole.

1442. Ayant pris les arcs *EG* & *QF* égaux à la latitude d'un lieu de la terre tel que Paris, la ligne *GH* perpendiculaire à l'axe *PO*, & qui eſt le coſinus de la latitude *EG*, ſera le rayon du parallele de Paris ou du cercle que Paris décrit chaque jour par la rotation diurne de la terre. Des points *G*, *F* & *H*, qui ſont les extrémités & le centre du parallele de Paris, nous abaiſſerons des perpendiculaires *GM*, *FR*, *HN* ; les points *M*, *R*, *N* où ces perpendiculaires rencontreront le cercle de projection *IL*, ſeront les projections des extrémités & du centre du parallele.

1443. Ainſi la diſtance *TM* du centre *T* de la projection au bord intérieur *M* de la projection du parallele de Paris, eſt égale au ſinus de l'arc *GD* ou de la différence entre *EG* qui eſt la latitude de Paris, & *DE* qui eſt la déclinaiſon du ſoleil ; la diſtance *TR* du centre *T* de la projection à l'extrémité la plus éloignée *R* du parallele de Paris, eſt égale au ſinus de l'arc *VF* ; cet arc *VF* eſt égal à la ſomme des arcs *VQ* & *QF* dont l'un eſt égal à la déclinaiſon du ſoleil, & l'autre à la latitude de Paris, ainſi *la diſtance du centre de la projection au ſommet du parallele eſt égale au ſinus de la ſomme de la latitude du lieu & de la déclinaiſon du ſoleil.*

A l'égard de la projection du pole *P* on la trouveroit en abaiſſant une perpendiculaire du point *P* ſur la ligne *TI* ; elle marqueroit un point éloigné du centre *C* d'une quantité égale à *TP* coſ. *PTI* ou *TP* coſ. déclin. ⊙ (1437).

Diſtance du centre de l'ellipſe.

1444. La diſtance *TN* ou l'eſpace de la projection compris entre le centre *T* de la projection, & le centre *N* du parallele eſt égal à *TH*. coſ. *HTN* ; mais *TH* eſt le ſinus de la latitude de Paris, *HTN* eſt égal à *PI* & à *DE*, c'eſt-à-dire, à la déclinaiſon du ſoleil ; donc *TN* eſt égale au produit du ſinus de la latitude du lieu donné par le coſinus de

Fig. 111. la déclinaiſon du ſoleil pour le moment donné, en prenant pour rayon le rayon même de la projection (1475).

1445. Le point *D* de la terre eſt celui qui a le ſoleil au zénith, un autre point quelconque *E* qui en eſt éloigné de la quantité *DE*, a donc le ſoleil éloigné de ſon zénith de la même quantité *DE*; de-là il ſuit qu'une ligne *TA* étant priſe ſur la projection & étant convertie en arc pour avoir *DE*, elle donnera la diſtance du ſoleil au zénith ou le coſinus de ſa hauteur pour le lieu de la terre qui eſt projetté au point *A*, & la ligne *TA* ſinus de l'arc *DE* en eſt la projection. Nous ferons uſage pluſieurs fois de cette propoſition, & en particulier à l'article 1546.

1446. Il ſuit auſſi de-là que *TA* exprime la parallaxe de hauteur pour le lieu de la terre qui eſt projetté en *A*, car *TL* qui eſt la parallaxe horiſontale, eſt encore le ſinus total; donc *TA* qui eſt le coſinus de la hauteur ſera auſſi la parallaxe de hauteur, (qui eſt toujours $= p.$ cof. h); donc en général *la diſtance d'un Pays de la terre au centre de la projection, eſt égale à la parallaxe de hauteur;* le rayon de la projection étant pris pour la parallaxe horiſontale. Il faut ſeulement conſidérer que c'eſt la parallaxe qui convient à la hauteur du ſoleil & non pas celle qui conviendroit à la hauteur de la lune, parce que les différens points de la projection ſont ceux auxquels on rapporte le ſoleil vû des différens points de la terre; mais on néglige dans la méthode des projections la petite différence qu'il y a entre la hauteur du ſoleil & celle de la lune.

Expreſſion de la parallaxe de hauteur.

1447. Le parallele de Paris ou le cercle dont *H* eſt le centre, & *GF* le diamétre, étant rapporté ou projetté ſur le plan *ITL* y devient une ellipſe (1439), & c'eſt cette ellipſe qu'il eſt néceſſaire de décrire ſur le papier, pour y rapporter les phaſes de l'éclipſe; mais auparavant je dois faire obſerver que l'on peut tranſporter dans la région de la lune le plan de projection *ITL*, & que l'ellipſe y ſera parfaitement la même que ſur le plan *ITL* qui paſſe par le centre de la terre, puiſqu'elle ſera compriſe entre des lignes paralleles à *TDS*, & qui s'étendent juſqu'à la lune.

Soit

Soit *NO* (*Fig.* 113), le diamétre de la terre perpendiculaire au rayon du ſoleil, ou le diamétre du cercle terminateur de la lumiere & de l'ombre, *OAN* l'hémiſphère éclairé, *OVN* l'hémiſphère obſcur de la terre, *OK* & *NM* deux lignes dirigées vers le ſoleil, & que je ſuppoſe d'abord paralleles entr'elles puiſqu'elles en different très-peu (1406), *XY* un plan perpendiculaire à la ligne des centres & aux rayons du ſoleil, que j'appellerai *plan de projection*; *MGK* un cercle décrit ſur ce plan & qui ſoit parallele & égal au cercle terminateur; c'eſt ce cercle *MK* que j'appellerai *cercle de projection* (1415), parce qu'il eſt véritablement la projection ortographique (1435) du diſque de la terre dans la région de l'orbite lunaire.

Plan de projection dans la Lune. *Fig.* 113.

1448. Nous choiſiſſons pour plan de projection celui qui eſt dans la région de l'orbite lunaire & qui paſſe à la diſtance de la lune, quoiqu'on pût choiſir d'autres plans qui paſſeroient ou par le ſoleil ou par la terre; mais celui qui paſſe par la lune eſt le plus commode, parce que le mouvement de la lune y eſt tel que nous l'obſervons réellement de la terre, & que la terre même y paroît d'une grandeur donnée par les Tables, qui eſt la parallaxe horiſontale de la lune, au lieu qu'en employant un autre plan de projection il faudroit y réduire le mouvement de la lune, ſon diamétre, ſa latitude, ce qui augmenteroit le calcul.

Raiſons de préférence.

Soit *PCR* l'axe de la terre, élevé au-deſſus du cercle d'illumination ou du cercle terminateur (1447) de la quantité *PCN* égale à la déclinaiſon du ſoleil (1441). Soit *ABDE* le cercle ou parallele diurne que décrit par le mouvement de rotation un point de la terre tel que Paris; *AF*, *DG* des lignes paralleles aux rayons du ſoleil, & que nous ſuppoſerons auſſi exactement paralleles entr'elles, puiſque la différence eſt inſenſible (1406). Ces lignes forment un cylindre oblique dont la baſe eſt un cercle; mais dont toutes les Sections perpendiculaires à l'axe ſont des ellipſes, puiſqu'elles ſont la projection d'un cercle vû obliquement (1440).

La projection de la terre entiere ſera un cercle *MK* parallele & égal au cercle terminateur, comme nous l'avons

déjà dit; mais le parallele de Paris ou le cercle *ABDE* n'étant point parallele au plan de projection *XY*; il ne peut s'y projetter que ſous une forme elliptique (1439). C'eſt cette ellipſe que nous allons décrire; elle eſt la même ſur le plan de projection *XY* que ſur le plan qui paſſeroit par *NO*, c'eſt-à-dire, le plan du cercle d'illumination, puiſque ces deux ellipſes ſont renfermées entre des lignes paralleles *FA*, *GD*; ainſi tout ce que j'ai dit à l'occaſion de la *Figure* 111 (1443), aura lieu pour l'ellipſe que nous allons décrire ſur le cercle de projection qui paſſe dans l'orbite lunaire.

1449. Le cercle de projection dont nous avons donné la formation & la meſure, eſt encore repréſenté ſéparément dans la *Fig.* 120; *C* eſt le centre de la projection, c'eſt-à-dire, le point où ſeroit la lune au moment de la conjonction, ſi l'éclipſe étoit centrale pour le centre de la terre. *CE* eſt le demi-diamétre apparent de la projection, vû de la terre, égal à la différence des parallaxes horiſontales de la lune & du ſoleil; *KMG* eſt l'orbite de la lune qui traverſe le cercle de projection, *CM* la perpendiculaire abaiſſée ſur l'orbite de la lune qui marque le milieu du paſſage de la lune au travers du cercle de projection, ou le milieu de l'éclipſe générale (1419), *P* la projection du pole de la terre, (1443), *DPC* le *méridien univerſel* ou celui qui paſſe conſtamment par le ſoleil, tandis que les différens Pays de la terre s'approchent de ce méridien pour avoir le midi ſucceſſivement les uns après les autres, en allant d'occident vers l'orient, ou de droite à gauche.

Dans les opérations ſuivantes, il ne faut pas oublier que la diſtance de la lune au point de la projection qui repréſente un lieu de la terre, marque la diſtance apparente des centres du ſoleil & de la lune pour ce lieu-là. Je ſuppoſe un point *A* de la terre (*Fig.* 113), projetté en *F* par un rayon *AF*, en ſorte que *FH* eſt ſa diſtance au centre de la projection; le même lieu *A* de la terre voit le ſoleil ſur la ligne *AF* (1408); ſi le centre de la lune répond alors au point *L* de la projection, l'Obſervateur ſitué en *A* verra la lune éloignée du ſoleil de la quantité *FL*; ainſi la diſtance

Fig. 113.

apparente ſur le plan de projection entre la lune *LO* & le point *F* qui répond au point *A* de la terre, ſera *FL*; il faut bien concevoir que le point *F* étant la projection du lieu *A* de la terre, c'eſt au point *F* de la projection que l'on rapporte le ſoleil quand on l'obſerve du point *A*; ainſi l'on peut indifféremment dire qu'un point *F* de la projection marque le lieu *A* de la terre, par exemple, la ſituation de Paris, ou qu'il marque le lieu du ſoleil vû de Paris.

1450. Au moyen des propoſitions démontrées dans les articles 1441 & ſuiv. il eſt aiſé de tracer l'ellipſe de projection pour un lieu & pour un jour donné. Soit *A XB* (*Fig.* 112) le cercle d'illumination, ou le cercle de la terre qui eſt perpendiculaire au rayon du ſoleil ou à la ligne des centres, en ſorte qu'il faut ſuppoſer le ſoleil au-deſſus de la Figure, répondant perpendiculairement au-deſſus du centre *C* de la terre. *XPDC* eſt un diamétre du méridien univerſel dans lequel on ſuppoſe le ſoleil immobile; *AB* eſt un diamétre de l'équateur, perpendiculaire au méridien univerſel; *P* eſt la projection du pole, c'eſt-à-dire, le point du plan de projection ſur lequel le pole répond perpendiculairement (1443); on prendra les arcs *BL* & *AK* égaux à la latitude du lieu; *KM*, *KN*, *LR*, *LV*, égaux à la déclinaiſon du ſoleil; c'eſt-à-dire, *CE* égale au ſinus de la ſomme de la latitude du lieu & de la déclinaiſon de l'aſtre, & la ligne *CF* égale au ſinus de la différence des mêmes arcs, les points *E* & *F* ſeront les extrémités de la projection du parallele (1443); ainſi l'ellipſe du parallele aura *EF* pour demi-petit axe, & diviſant *EF* en deux parties égales au point *G*, ce ſera le centre de l'ellipſe, car le centre doit être néceſſairement à égale diſtance des deux extrémités *E*, *F*, du petit axe. *Fig.* 112. Pour avoir le petit axe.

1451. Pour trouver le grand axe de l'ellipſe qui eſt le diamétre même du parallele, ayant pris déjà les arcs *AK* & *BL* égaux à la latitude de Paris ou du lieu pour lequel on veut dreſſer la projection; la ligne droite *KL* ſera le diamétre du parallele; car on a vû (1442) que le demi-diamétre du parallele ou le demi-axe de l'ellipſe, n'eſt autre choſe que le coſinus de la latitude du lieu. Pour le grand axe.

1452. Mais la corde *KL* ne ſert qu'à trouver la longueur du diamétre du parallele, elle ne marque pas ſa ſituation ; car le cercle *AXB* n'eſt pas un méridien ſur lequel on puiſſe compter les latitudes ; mais ſeulement un cercle qui lui eſt égal, parce que tous les cercles ſont égaux dans un même Globe.

On a vû (1450), que pour avoir le centre *G* de l'ellipſe qui eſt la projection du parallele, il ſuffit de partager en deux portions égales la diſtance *FE* qui en marque les deux extrémités, l'on tirera enſuite par le centre *G* une ligne *SGX* parallele & égale à *KL*, c'eſt le diamétre du parallele de Paris, où le grand axe de l'ellipſe qu'il s'agit de décrire.

Régles pour décrire l'ellipſe.

1453. Connoiſſant le grand axe *SX* & le petit axe *EGF* de l'ellipſe que nous cherchons, il ſera aiſé de la décrire, c'eſt-à-dire, d'en trouver tous les points d'heure en heure. Le cercle *HLQ*, qui eſt le parallele de Paris, étant diviſé en 24 heures aux points marqués 1, 2, 3, &c. on ſera sûr que chaque point *g* du parallele paroîtra ſur la perpendiculaire au grand axe *SX*, telle que *gf* tirée par chaque point de diviſion ; car quelle que ſoit l'inclinaiſon du cercle *HXQ*, & l'obliquité ſous laquelle il ſera vû, le point *g* de ſa circonférence répondra toujours perpendiculairement au point *h* du grand axe, & l'abſciſſe *Gh* de l'ellipſe ſera le ſinus même de l'arc *Hg* du parallele.

Pour trouver auſſi l'ordonnée *bh* de l'ellipſe, au même point, on remarquera que la ligne *gh* du parallele étant vûe obliquement, doit paroître de la longueur *bh*, en ſorte que *bh* ſoit à *gh*, comme le ſinus de l'obliquité (qui eſt la déclinaiſon du ſoleil) eſt au rayon ; ou comme *HG* eſt à *EG* ; donc *HG* : *gh* : : *EG* : *bh* ; ainſi *gh* étant le coſinus de 30° pour le rayon *HG*, *hb* ſera le coſinus de 30° pour le rayon *GE*.

Décrire l'ellipſe.

1454. Les abſciſſes de l'ellipſe *PbX* étant les ſinus de 15, 30, 45°, &c. les ordonnées *bh* doivent être les coſinus des mêmes arcs, en prenant pour rayon la moitié du petit axe ; on marquera donc en partant du centre *G* les points 1, 2, 3, tels que *G* 1, ſoit le ſinus de 15°, *G* 2, le ſinus de 30°, &c. pour le rayon *GH* ; aux points 1, 2,

Fig. 104.

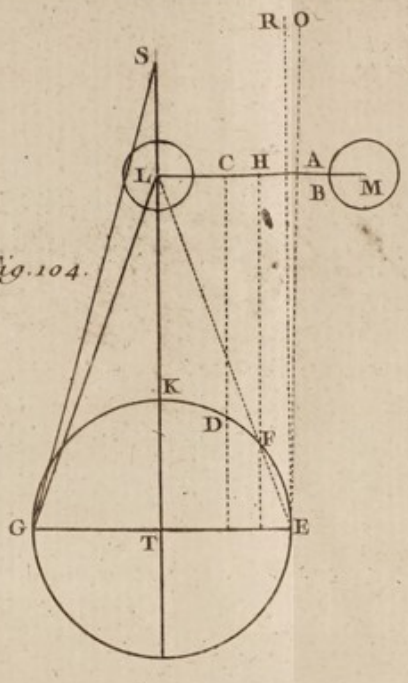


Fig. 105.

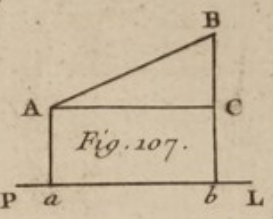


Fig. 107.

Fig. 108.

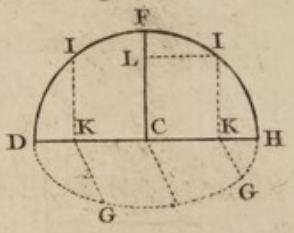


Fig. 106.

Fig. 109.

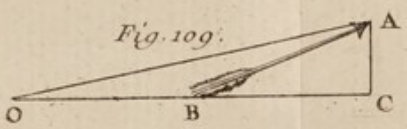


Fig. 110.

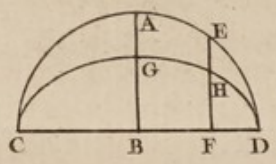


Fig. 111.

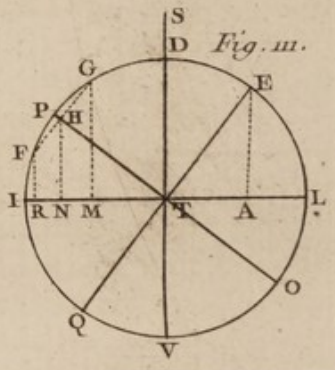


Fig. 112.

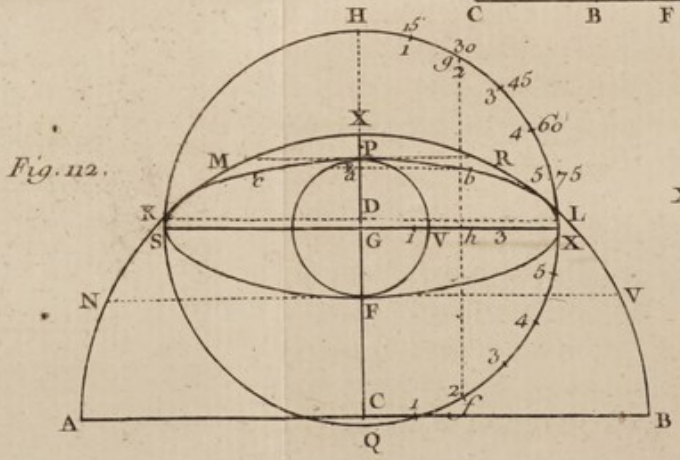
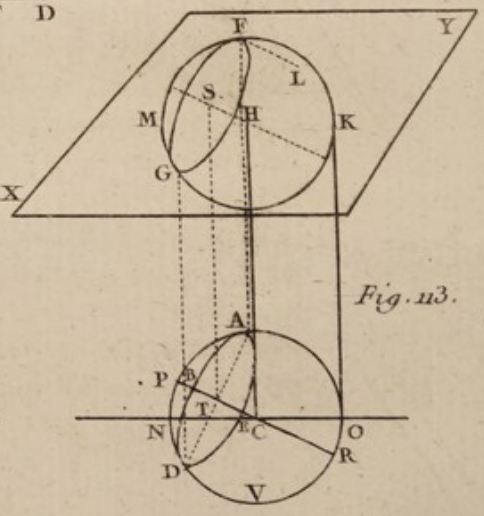


Fig. 113.



3, &c. on élevera ſur *GX* des perpendiculaires qui ſoient les coſinus de 15, 30, 45 dégrés pour le rayon *FG*, & ces perpendiculaires termineront le contour de l'ellipſe du parallele.

1455. Pour trouver aiſément ces ſinus & ces coſinus au défaut d'un compas de proportion, on décrira du centre *G* un cercle *HX* ſur le grand axe, & un autre cercle *EVF* ſur le petit axe, on les diviſera chacun en 24 parties, ſi l'on ſe contente de 24 heures, ou en 48, ſi l'on veut avoir une ellipſe diviſée en demi-heures. Par ces points de diviſion du grand cercle, on tirera des lignes *g b f* paralleles au petit axe, & par les points de diviſions du petit cercle, des lignes comme *a b* paralleles au grand axe; celles-ci étant prolongées iront rencontrer les premieres dans des points tels que *b*; qui formeront l'ellipſe que l'on cherche. Par exemple, la ſeconde ligne parallele au petit axe, & qui va du point 30 au point 2, coupe la ſeconde ligne *a b* parallele au grand axe *GX* dans le point *b*, qui marque deux heures avant le méridien; le point correſpondant *c* à gauche marque deux heures après midi. C'eſt ainſi qu'on a pour chaque heure la projection du parallele de Paris, ou la ſituation de Paris ſur le cercle de projection, à toutes les heures du jour.

1456. On voit dans la *Fig.* 114 une ellipſe tracée par la Méthode précédente pour 26 dégrés de déclinaiſon, mais dans laquelle on a ſupprimé toutes les lignes qui ont ſervi à la décrire. La partie inférieure de l'ellipſe a lieu quand la déclinaiſon eſt ſeptentrionale; car alors la partie éclairée du parallele, telle que *BAE*, *Fig.* 113, paroît la plus baſſe ou la plus méridionale par rapport au rayon ſolaire *TS*.

Déclinaiſon ſeptentrionale ou méridionale.

Fig. 114.

Fig. 113.

La partie droite ou occidentale de l'ellipſe, *Fig.* 114, ſert pour les heures du matin; ou ſi c'eſt une étoile fixe, cette partie ſert avant le paſſage de l'étoile au méridien, puiſque le mouvement de la terre ſe fait vers l'orient, ſoit ſur la terre, ſoit ſur la projection qui en eſt l'image; on marque o ou 12^h aux ſommets du petit axe, lorſqu'il s'agit du ſoleil, ou bien l'on y marque l'heure du paſſage de

Heures du matin ou du ſoir.

Fig. 114.

l'étoile au méridien, lorſqu'il s'agit d'une éclipſe d'étoile par la lune.

Fig. 115. & 116. On voit dans la *Fig.* 116 les diamétres des ellipſes qu'on trouveroit pour différentes déclinaiſons en employant le même rayon de projection. La *Figure* 115 fait voir à quelle diſtance paſſeront toutes ces ellipſes du ſommet *S* de la projection, c'eſt-à-dire, la diſtance *SV*. On voit au milieu de l'ellipſe de la *Figure* 114 les lieux des centres de ces différentes ellipſes; chacun pourra les tracer toutes ſur autant de cartons différens, pour calculer les éclipſes de toutes les étoiles par la lune.

Pour rendre l'uſage de cette Méthode plus facile, je donnerai dans les Mémoires de l'Académie pour 1763 des ellipſes pour tous les dégrés de déclinaiſon, dont l'échelle ſera double de celle de la *Figure* 114, & qui ſeront diviſées exactement de 5 en 5 minutes.

Tracer le cercle de latitude. 1457. La ſituation du cercle de latitude ſur le cercle de projection, peut ſe trouver par le moyen du calcul de l'angle de poſition (725); mais pour abréger, autant qu'il eſt poſſible, l'opération graphique dont nous parlerons bien-tôt (1460), on peut ſe ſervir de la Méthode ſuivante. Je ſuppoſe que *FGH Fig.* 118, ſoit un arc du cercle de projection égal au double de l'obliquité de l'écliptique, c'eſt-à-dire, que du point *G* où ſe termine le méridien *CG* de la projection, on ait pris les arcs *GF* & *GH*, chacun de 23° 28′; ſur la tangente *GV* de l'arc *GF* & du centre *G*, l'on décrira un demi-cercle *VMX* qu'on diviſera en 12 ſignes, comme l'écliptique, en commençant au point *X* du côté de l'occident, où l'on marquera le belier, c'eſt-à-dire, 0ˢ de longitude; on prendra ſur ce cercle un arc égal à la longitude du ſoleil ou de l'étoile, par exemple, *XM*; on abaiſſera ſur le diamétre *VX* la perpendiculaire *MN*; & le point *N* de la tangente *GNV* où paſſera cette perpendiculaire *MN*, ſera le point où l'on devra tirer le cercle de latitude *CN*.

Fig. 118.

1458. En effet, *GN* eſt le coſinus de l'arc *XM* ou de la longitude du ſoleil, pour le rayon *GV*; donc *GV*: *R*:: *GN*: coſ. long. ⊙; c'eſt-à-dire, $GN = GV$ coſ.

long.; mais GV = tang. $23^{\circ}\frac{1}{2}$ par la conſtruction; donc GN = tang. $23\frac{1}{2}$ cof. long., ce qui revient à la proportion ſuivante, par laquelle on trouve l'angle de poſition (598. 607), le rayon eſt au coſinus de la longitude du ſoleil, comme la tangente de l'obliquité de l'écliptique eſt à la tangente de l'angle de poſition.

1459. On peut auſſi faire ſervir cette conſtruction pour les étoiles fixes que la lune rencontre, c'eſt-à-dire, ſuppoſer le coſinus de la latitude égal au rayon (725); l'erreur eſt inſenſible, puiſque la latitude de la lune ne va pas à 6 degrés; en ſorte qu'il n'y a pas $\frac{1}{180}$ d'erreur à craindre, ce qui ne fait pas 8 minutes de degré ſur l'Arc AF: or 8 minutes ſont inſenſibles même ſur une Figure d'un pied de rayon, telle que j'ai coutume de l'employer. J'ai donné à l'art. 725 ces angles calculés pour différentes étoiles, & j'ai marqué ſur la circonférence de la *Figure* 114 les points où il faut tirer le cercle de latitude pour différentes étoiles, telles que γ ♍, c'eſt-à-dire, l'étoile γ de la conſtellation de la Vierge, &c. j'ai choiſi les plus belles étoiles qui ſoient éclipſées par la lune. On voit que toutes celles dont la longitude eſt dans le premier ou dernier quart de l'écliptique ſont à la droite du méridien CS, les autres ſont à la gauche; parce que dans la *Fig.* 118, les trois premiers & les trois derniers ſignes de longitude ſont dans le quart de cercle $3X$, qui eſt à l'occident ou à la droite du point G.

Trouver les phaſes d'une Eclipſe de Soleil ou d'Etoile, avec la régle & le compas.

1460. On peut par une opération très-commode, & avec l'exactitude d'une minute de temps trouver le commencement & la fin d'une éclipſe, ſans calculer les parallaxes. Flamſtead dit que *Wren* fut le premier qui en eut l'idée; mais Halley & Flamſtead y avoient travaillé chacun de leur côté, le premier, vers l'an 1666, le ſecond en 1676, (*à New Syſtême &c. Moore* 1681), & M. Caſ-

ſini en avoit ouvert la route par ſa Méthode des Projections, publiée en 1663.

1460. On voit dans la *Fig.* 114 un demi-cercle d'environ 6 pouces de rayon, qui repréſente la projection de la terre dans l'orbe de la lune (1409); le rayon *CR*, diviſé en autant de minutes qu'en contient la différence des parallaxes horiſontales de la lune & du ſoleil, (1407); le diamétre *CR* eſt parallele à l'équateur, *CS* eſt une portion du méridien univerſel ou du cercle de déclinaiſon qui paſſe par l'étoile; *CK* la diſtance du centre de projection au centre de l'ellipſe trouvée ci-deſſus (1444), *KF* le demi-axe de l'ellipſe (1451) égal au coſinus de la latitude du lieu pour lequel on calcule une éclipſe, par exemple, de Paris. *KQ* la moitié du petit axe de l'ellipſe, qui eſt au grand axe comme le ſinus de la déclinaiſon de l'aſtre eſt au rayon. Cette ellipſe de la *Figure* 114 repréſente le parallele de Paris, ou la trace décrite ſur le plan de projection par le rayon mené de Paris à une étoile dont la déclinaiſon eſt de 26°.

1461. La partie ſupérieure de l'ellipſe eſt l'arc diurne, ou celui dont on doit faire uſage quand la déclinaiſon du ſoleil eſt méridionale; la partie inférieure *EHG*, eſt celle qui ſert pour les déclinaiſons ſeptentrionales (1456).

1462. On tirera le cercle de latitude *CL* qui eſt à la gauche ou à l'orient du méridien dans le ſecond & troiſiéme quart de longitude, ou dans les ſignes deſcendans; il eſt à la droite ou à l'occident dans les autres ſignes qui ſont 9, 10, 11, 0, 1, 2, de longitude (1459).

1463. La latitude de la lune au moment de la conjonction étant priſe ſur les diviſions de *CR* qui ſert d'échelle, & portée de *C* en *L* ſur le cercle de latitude, le point *L* eſt celui où doit paſſer l'orbite de la lune, en lui donnant l'inclinaiſon convenable.

1464. Pour tracer l'orbite de la lune, on tirera au point *L* de la conjonction une perpendiculaire *LM* au cercle de latitude; on prendra la quantité du mouvement horaire de la lune, moins celui du ſoleil ſur les diviſions de *CR*, & l'on portera ce mouvement de *L* en *M*; on prendra auſſi

auſſi le mouvement horaire en latitude, on le portera de *M* en *N* parallelement au cercle de latitude ; au midi du point *M*, ſi la lune ſe rapproche du nord ; au nord, ſi la lune s'approche du midi, c'eſt-à-dire, ſi ſa latitude eſt boréale décroiſſante ou auſtrale croiſſante. Par les points *N* & *L*, on tirera l'orbite de la lune *INL*, on marquera au point *L* l'heure & la minute de la conjonction ; on marquera en *N* une heure de moins ; l'on diviſera *NL* en 60 minutes de temps, & l'on portera les mêmes diviſions de l'autre côté du point *L*, pour avoir la ſituation de la lune de minutes en minutes une heure avant la conjonction, & une heure après. On prolongera même ces diviſions au-delà, ſi cela paroît néceſſaire.

1465. On marquera ſur l'ellipſe les heures qui répondent aux diviſions qu'on a trouvées (1455) ; ſçavoir, les 6 heures du matin à la droite, ou à la partie occidentale de la Figure, & les 6 heures du ſoir à la partie orientale ; ces 12 heures ſe mettroient dans la partie ſupérieure de l'ellipſe ſi le ſoleil étoit dans les ſignes méridionaux (1456). Quand il s'agit d'une éclipſe d'étoile, c'eſt l'heure du paſſage au méridien que l'on écrit ſur le méridien en *V* ou en *Q*.

1466. On prendra ſur les diviſions de *CR* la ſomme des demi-diamétres du ſoleil & de la lune, ou le demi-diamétre ſeul de la lune, s'il s'agit d'une éclipſe d'étoile. Le compas étant ouvert de cette quantité, on verra ſi le moment de la conjonction marqué en *L*, & la même minute de temps priſe ſur les diviſions de l'ellipſe ſont éloignés entre eux de cette quantité ; le temps de la conjonction ſera auſſi dans ce cas le temps du commencement ou de la fin de l'éclipſe ; ce ſera le commencement ſi le point *G* du parallele eſt à l'orient du point *L* ; ce ſera la fin de l'éclipſe ſi le point de l'ellipſe marqué de la même heure que le point *L*, eſt à l'occident ou à la droite du point *L*.

1467. Si cette diſtance des points correſpondans ſur l'ellipſe & ſur l'orbite de la lune eſt plus grande que la ſomme des demi-diamétres, on placera le compas vers *I* à la droite du point *L* ſur l'orbite de la lune ; on verra ſi le point *A* de l'ellipſe marqué du même nombre d'heures &

de minutes que le point *I* de l'orbite, eſt à la gauche de celui-ci de la quantité des demi-diamétres ; s'il eſt trop éloigné, on rapprochera peu à peu la branche droite du compas ſans changer l'ouverture, juſqu'à ce que la branche gauche trouve un point *A* de l'ellipſe marqué du même nombre de minutes que le point de l'orbite où eſt la branche droite.

Commencement de l'éclipſe.

1468. Quand on aura ainſi trouvé deux temps correſpondans, l'un ſur l'orbite, l'autre ſur le parallele, tels que *I* & *A*, marqués de la même heure & de la même minute, & éloignés de la quantité *IA*, de maniere que le point *I* de l'orbite ſoit à la droite ou à l'occident du point *A* du parallele, on ſera sûr que ce moment eſt celui du commencement de l'éclipſe ; car on a vû que l'éclipſe commence pour Paris quand la diſtance entre le point de la projection auquel Paris répond, & celui où ſe trouve la lune au même inſtant eſt égale à la ſomme des demi-diamétres du ſoleil & de la Lune (1411).

1469. La lune avance vers l'orient dans ſon orbite de *I* en *E*, & Paris avance ſur ſon parallele de *A* en *B* ; mais beaucoup plus lentement, puiſqu'il faut 12 heures pour décrire la demi-ellipſe du parallele de Paris, tandis que la lune en 2 heures de temps fait preſque dans ſon orbite un chemin auſſi conſidérable : ainſi la lune arrivera de l'autre côté ou à l'orient de Paris, & ſe trouvera en *E* lorſque Paris ne ſera arrivé qu'en *B* ; ils ſeront encore une fois à la même diſtance l'un de l'autre, c'eſt-à-dire, à une diſtance *BE*, égale à la ſomme des demi-diamétres de la lune & du ſoleil ; & quand on aura trouvé deux points *B* & *E* marqués de la même minute, on ſera sûr d'avoir la fin de l'éclipſe.

La plus courte diſtance.

1470. Le milieu de l'éclipſe eſt toujours à très-peu près le milieu de l'intervalle de temps écoulé entre le commencement & la fin : ainſi l'on cherchera la minute qui tient le milieu entre ces momens marqués en *I* & en *E*, & la minute qui tient auſſi le milieu entre *A* & *B*. La diſtance de ces deux points *D* & *G*, dont l'un eſt ſur l'orbite, l'autre ſur le parallele de Paris, donnera la plus courte diſtance

des centres de la lune & du ſoleil, ou leur diſtance au temps du milieu de l'éclipſe. Cette diſtance étant portée avec le compas ſur les diviſions du rayon *CR*, ſe trouvera exprimée en minutes de degré & même en ſecondes; car ſur une échelle d'un pied de rayon, chaque minute occupe plus de deux lignes, & l'on y diſtingue facilement un intervalle de 5 à 6″ : ainſi l'on aura en minutes & en ſecondes la plus courte diſtance du centre de la lune au centre du ſoleil ou de l'étoile, au temps du milieu de l'éclipſe. Si le point *D* de l'orbite eſt au-deſſous du point *G* du parallele, ce ſera une preuve que la lune paſſera au midi de l'étoile.

On peut auſſi trouver la plus courte diſtance des centres ſans ſuppoſer que le milieu de l'éclipſe ſoit à égale diſtance du commencement & de la fin, il n'y a qu'à meſurer pluſieurs fois la diſtance de la lune à l'étoile, ou la diſtance des points correſpondans marqués de la même minute ſur l'orbite & ſur l'ellipſe, on verra cette diſtance diminuer peu-à-peu juſqu'à un certain terme, ou cette diſtance étant parvenue à ſon *minimum*, ceſſe de diminuer pour augmenter un moment après; l'on aura par ce moyen ſoit la plus courte diſtance, ſoit le temps où elle arrive, qui eſt le milieu de l'éclipſe.

Echelle des parallaxes.

1471. Pour éviter de diviſer chaque fois le rayon *CR* de la projection, en autant de parties qu'en contient la parallaxe, c'eſt-à-dire, tantôt en 53′, tantôt en 62′, ſans compter les fractions de minutes, on forme une échelle, (*Figure* 117.), dont les lignes ſont plus longues que le rayon du cercle qu'on veut faire ſervir de projection, lorſque la parallaxe eſt plus petite; & plus petits quand la parallaxe eſt plus grande : par exemple, ſi la parallaxe eſt de 54′, c'eſt-à-dire, plus petite d'un ſixieme que le rayon de la projection qu'on ſuppoſe toujours de 60, il faut avoir une échelle où le compas puiſſe indiquer 54′ au lieu de 60′, & par conſéquent une échelle plus grande d'un ſixieme; car alors cette échelle, quoique diviſée en 60 parties, n'en fera trouver que 54 quand on y portera le rayon de projection, parce qu'elle eſt plus grande que ce rayon. *Fig.* 117.

1472. Le demi-diamétre de la lune étant toujours les

$\frac{6}{11}$ de la parallaxe, on pourra tirer une ligne droite *CD* ſur l'échelle, de maniere qu'elle intercepte les $\frac{6}{11}$ de toutes les échelles de parallaxe, en comptant de la ligne marquée 10, 10′; on prendra facilement ſur cette échelle le demi-diamétre de la lune qui eſt, par exemple, de 17′, ſi la parallaxe eſt de 62′, & ainſi des autres; on le prendra avec le compas ſans avoir beſoin d'en ſçavoir la valeur; on néglige ici l'augmentation du diamétre de la lune qui a lieu à différens degrés de hauteur (1190).

Fig. 114. Quand on a la plus courte diſtance *GD* des centres du ſoleil & de la lune, qu'on en veut conclure la grandeur de l'éclipſe, il faut porter cette diſtance ſur le diamétre du ſoleil, diviſé en 12 parties ou 12 doigts, & l'on y voit aiſément la partie éclipſée du ſoleil.

Eclipſe d'étoile par la lune.

1473. Lorſqu'il s'agit d'une éclipſe d'étoile, on ſuit le même procédé que pour les éclipſes de ſoleil, en obſervant, 1°. que *CL* eſt la différence entre la latitude de la lune & celle de l'étoile; 2°. que *EN* eſt le mouvement horaire de la lune ſeule, puiſque l'étoile n'a aucun mouvement propre; 3°. que ſur les points *V* ou *Q* de l'ellipſe on marque l'heure du paſſage de l'étoile au méridien, ou plus exactement, la différence entre ſon aſcenſion droite & celle du ſoleil pour le temps de l'éclipſe; 4°. que l'on prend la diſtance *IA* égale au ſeul diamétre de la lune.

Exemple. Le 7 Avril 1749, au matin, Antarès fut en conjonction avec la lune à 2^h 22′ du matin; la parallaxe de la lune étoit alors de 57′ $\frac{1}{4}$, ſon mouvement horaire 33′ 12″ en longitude, & 1′ 56″ en latitude décroiſſante; la latitude au moment de la conjonction étoit de 3° 45′ 22″, celle de l'étoile étoit de 4° 32′ 12″; ainſi la lune étoit au nord de l'étoile de 46′ 50″.

Je commence par tirer le cercle de latitude *CL* au point qui convient à la longitude d'Antarès 8^s 6° 16′ (1459); je prends ſur la ligne qui répond à 57′ ſur l'échelle des parallaxes, une quantité de 46′ 50″, & je la porte de *C* en *L* ſur le cercle de latitude; au point *L* je tire la perpendiculaire *LM*.

Je prends ſur la même ligne de l'échelle des parallaxes

le mouvement horaire de la lune $33' \frac{1}{5}$, & je le porte de *L* en *M* ſur la perpendiculaire au cercle de latitude, je porte auſſi 2′ au-deſſous du point *M*, parce que la lune s'avançoit de 2′ par heure vers le nord, & le point *N* marque le lieu de la lune une heure avant la conjonction, ou à $1^h\ 22'$ du matin : ayant donc marqué en *L* le moment de la conjonction $2^h\ 22'$, je marque en *N* $1^h\ 22'$, & diviſant l'intervalle *LN* en 60 parties, je marque la ſituation de la lune de 10 en 10 minutes, comme on le voit dans la *Figure* depuis $0^h\ 50'$ juſqu'à $2^h\ 10'$.

L'heure du paſſage d'Antarès au méridien de Paris eſt $3^h\ 11'$ (689), je le marque au ſommet *V* de l'ellipſe, & je marque $2^h\ 11'$, $1^h\ 11'$, &c. ſur les autres diviſions de l'ellipſe ; je ſubdiviſe les intervalles de dix en dix minutes, du moins dans les heures où il paroît que l'éclipſe peut arriver, c'eſt-à-dire, qui approchent de l'heure de la conjonction.

Je prends ſur l'échelle le demi-diamétre de la lune, depuis la ligne 10, 10, juſqu'à la ligne *CD*, & cela ſur la ligne de 57′ ; cette ouverture de compas étant promenée ſur l'orbite de la lune & ſur l'ellipſe, je vois qu'une des pointes étant en *I* ſur $1^h\ 2'$, l'autre pointe tombe en *A* ſur l'ellipſe, & y rencontre auſſi $1^h\ 2'$: ainſi la lune étant en *I* à $1^h\ 2'$, & la projection de Paris, ou le lieu apparent de l'étoile en *A*, il doit ſe faire une éclipſe, la diſtance de la lune à l'étoile étant préciſément égale au demi-diamétre de la lune, ce qui ſuppoſe un contact de l'étoile au bord de la lune. Immerſion.

1474. Je promene la même ouverture de compas de l'autre côté en avançant vers l'orient, & je trouve qu'une des pointes étant en *E* ſur $2^h\ 11'$, l'autre pointe tombe auſſi à $2^h\ 11'$ ſur l'ellipſe en *B*, c'eſt le moment de l'émerſion ; la lune a donc parcouru la portion *IE* de ſon orbite, depuis le moment de l'immerſion juſqu'à celui de l'émerſion, & le lieu apparent de l'étoile a changé de la quantité *AB* ; c'eſt vers le milieu de cet intervalle, la lune étant en *D* & l'étoile en *G*, qu'eſt arrivée la plus courte diſtance ; on s'en aſſurera en meſurant la diſtance de minute en minute ; car l'on verra qu'aux environs de $1^h\ 36'$ elle ceſſe de diminuer, Emerſion. La plus courte diſtance.

après quoi elle augmente ; cette plus courte distance *DG* étant portée sur la ligne 57 de l'échelle des parallaxes, se trouvera de 6′, ce qui m'apprend que le centre de la lune a passé 6′ au midi de l'étoile, vers le temps de la conjonction apparente.

Changement pour différentes latitudes.

1475. Les opérations que je viens de décrire, supposent que la *Figure* 114 est dressée pour Paris, car la distance *CK* du centre de la projection au centre de l'ellipse, diminue quand la hauteur du pole augmente (1444) ; cependant une seule ellipse étant donnée conformément à la déclinaison du soleil ou de l'étoile dont il s'agit, on peut la faire servir pour toutes les latitudes, en plaçant le centre *C* de la projection à différentes distances du centre *K* de l'ellipse. En effet, cette distance *CK* est egale à cos. decli. sin. latit. (1444), en supposant que *CR* est le rayon ; si l'on veut prendre pour rayon, ou pour échelle le demi-diamétre du parallele, ou le cosinus de la latitude, il faudra encore faire cette proportion : le cosinus de la latitude est à 1000, comme la valeur de *CK* est à sa valeur en parties du parallele, qui sera par conséquent $\frac{\text{sin. lat.}}{\text{cos. lat.}}$ cos. declin. ; mais $\frac{\text{sin.}}{\text{cos.}}$ = tang. ; donc *CK* = tang. lat. cos. declin. Ainsi *la distance du centre de la projection au centre du parallele ou de l'ellipse, est égale à la tangente de la latitude, multipliée par le cosinus de la déclinaison de l'astre*, en prenant pour unité le demi-diamétre du parallele, ou le demi-axe *KF* de l'ellipse.

Distance des deux centres.

1476. Exemple. Dans le passage de Vénus de 1761, la déclinaison du soleil étoit de 22° 42′ ; je suppose qu'on ait décrit l'ellipse qui convient à cette déclinaison, c'est-à-dire, une ellipse dont le grand axe est au petit, comme l'unité est au sinus de 22° 42′, & qu'on veuille faire servir cette ellipse pour la latitude de 10°, on ajoûtera le logarithme de la tangente de 10° avec celui du cosinus de 22° 42′, la somme étant cherchée dans les nombres naturels, on trouve 0, 163 pour la distance qu'il y a entre le centre de l'ellipse & le centre du cercle qui doit servir de projection, en supposant que le demi-axe de l'ellipse est l'unité,

ou 163, en ſuppoſant ce demi-axe de 1000. On trouvera de même la diſtance qui convient aux autres latitudes de 10 en 10°, pour la même déclinaiſon de 22° 42′.

1477. On doit chercher auſſi la longueur du rayon de projection pour la latitude donnée ; mais il eſt évident que ce n'eſt autre choſe que la ſécante de la latitude du lieu, en prenant pour rayon le demi-diamétre du parallele : car ſi *DL*, (*Fig.* 112), étoit pris pour rayon d'un cercle décrit du centre *L*, on auroit *CL* pour ſécante de l'angle *CLD* égal à l'arc *LB*, qui eſt la latitude du lieu ; ainſi l'on cherchera dans les Tables ordinaires les ſécantes de chaque latitude, & diviſant le rayon *DL* de l'ellipſe en 1000 parties, on prendra ſur ces diviſions la grandeur du rayon de chaque projection, par exemple, 2000 pour 60° de latitude, & l'on aura la longueur du rayon avec lequel il faut décrire le cercle de projection, en partant du centre qu'on a trouvé (1476) : c'eſt ce rayon de projection qu'il faut diviſer en autant de parties qu'en contient la différence des parallaxes ; ainſi l'échelle des parallaxes (*Fig* 117.), doit être augmentée dans la proportion des ſécantes des latitudes, & par ce moyen la même ellipſe ſervira pour différens pays, en employant différentes échelles (1628). *Fig.* 112. *Fig.* 117.

1478. La Table ſuivante contient la valeur de la diſtance *CK* (*Fig.* 114.) pour Paris ſeulement ; c'eſt par le moyen de cette Table que j'ai marqué dans la *Fig.* 114, aux environs du centre *K*, les points où doit être le centre de l'ellipſe à différentes déclinaiſons ; on voit que le centre de l'ellipſe qui ſert pour 28° de déclinaiſon, eſt plus près du centre *C* de la projection d'environ ſix lignes, que le centre de l'ellipſe qui répond à zero, ou plutôt de la ligne droite qui en tient lieu quand la déclinaiſon eſt nulle. *Fig.* 114.

On trouvera dans le Livre ſuivant, à l'occaſion du paſſage de Vénus, (1616), le rayon de la projection pour différentes latitudes, & une grande Figure où ſe verra mieux l'uſage de cette Table.

Distance du centre de la Projection au centre de l'Ellipſe, pour la latitude de Paris, à différentes déclinaiſons, en ſuppoſant le demi-axe de 100,00, & le rayon de projection, 151,92.

Decl.	Diſt. des cent.	Decl.	Diſt. des cent.	Decl.	Diſt. des cent.
0	114, 35	10	112, 63	20	107, 47
1	114, 35	11	112, 26	21	106, 77
2	114, 30	12	111, 86	22	106, 04
3	114, 20	13	111, 49	23	105, 27
4	114, 10	14	110, 97	24	104, 48
5	113, 93	15	110, 47	25	103, 65
6	113, 74	16	109, 94	26	102, 79
7	113, 51	17	109, 37	27	101, 90
8	113, 25	18	108, 77	28	100, 98
9	112, 96	19	108, 13	29	100, 03
10	112, 63	20	107, 47	30	99, 05

1479. Par le moyen de cette Table on peut faire ſervir une ſeule ellipſe pour différentes latitudes, & calculer une éclipſe pour pluſieurs pays de la terre ſans décrire différentes ellipſes. Suivant le procédé de l'article 1450, on décriroit ſur un même cercle de projection une ellipſe pour chaque lieu. Les poſitions & les grandeurs de ces ellipſes ſeroient différentes; mais leur ellipticité, leur figure, le rapport de leurs axes ſeroit le même, parce qu'il ne dépend que de la déclinaiſon du ſoleil, (1439); mais comme les ellipſes ſont longues & difficiles à décrire, il eſt plus commode quand on a des calculs à faire pour pluſieurs lieux, de conſerver l'ellipſe, & de changer le centre du cercle de projection auſſi bien que la grandeur du rayon: on en verra un exemple détaillé à l'occaſion du paſſage de Venus, où cette méthode s'emploie avec ſuccès.

MÉTHODES

MÉTHODES POUR CALCULER rigoureuſement les Eclipſes ſujettes aux parallaxes.

1480. Nous avons expliqué aſſez au long la maniere de trouver par une opération graphique le commencement & la fin d'une éclipſe de ſoleil ou d'étoile. Nous allons paſſer à l'explication des Méthodes rigoureuſes où l'on emploie le calcul, pour trouver juſqu'à la préciſion des ſecondes les réſultats qu'on ne pouvoit trouver qu'à deux minutes près par le moyen de l'opération graphique.

1481. Lorſqu'on ne veut calculer une éclipſe de ſoleil que pour la prédire dans les Ephémerides, la Méthode graphique (1460) eſt ſuffiſante; on auroit tort, ce me ſemble, de mettre beaucoup de temps à les calculer en ſecondes, avec une préciſion à laquelle les Tables ne répondent pas, puiſque l'erreur des Tables de la lune, qui va quelquefois à une minute, entraîne deux minutes d'incertitude ſur le temps du commencement & de la fin d'une éclipſe.

Mais lorſqu'on a obſervé une éclipſe de ſoleil ou d'étoile, & qu'on veut l'employer à trouver le lieu de la lune, le temps de la conjonction & l'erreur des Tables; c'eſt alors qu'on doit faire avec la derniere préciſion le calcul de l'éclipſe, & qu'on peut en chercher le commencement & la fin par les Méthodes exactes que nous allons expliquer.

Trois Méthodes différentes.

1482. Il y a trois Méthodes employées pour cet effet par les Aſtronomes; celle des projections, employée par M. de la Hire & par M. Caſſini; celle du Nonagéſime & des parallaxes de longitude, employée par M. de la Caille dans ſes Leçons d'Aſtronomie; enfin, celle des angles parallactiques & des parallaxes de hauteur, que je préfere, comme étant la plus courte & la plus exacte, au moyen de la forme que je lui ai donnée, & que j'expliquerai en détail (1498).

Néceſſité des Figures.

1483. Je commencerai par avertir le Lecteur, qu'en entreprenant le calcul exact d'une éclipſe, il eſt utile & même néceſſaire de former une Figure, où l'on marque à

peu près avec la regle & le compas les angles que l'on aura trouvés par le calcul, & les lignes que l'on aura déterminées, ſuivant leur poſition & leur grandeur. Sans ce ſecours, il eſt aiſé de ſe tromper en ajoûtant quelquefois ce qui doit être ſouſtrait; d'ailleurs cette précaution dont je ſuppoſerai qu'on faſſe uſage, épargnera beaucoup de détails ſur les regles & ſur les exceptions qui ont lieu dans différens cas pour la poſition de la lune par rapport au vertical, au cercle de déclinaiſon & au cercle de latitude.

Méthode pour calculer la projection.

1484. Parmi les différentes manieres de calculer la projection, je choiſirai celle de M. Caſſini, comme étant la plus ſimple, & je prendrai pour exemple l'éclipſe de ſoleil du 28 Février 1710, qui eſt employée dans les Tables Aſtronomiques de M. Caſſini, pag. 53; mais dont il n'a donné que l'opération graphique, & j'y appliquerai le calcul trigonométrique, *Fig.* 118. Je ſuppoſe le temps du milieu de l'éclipſe générale en T, à $12^h\ 18'$, la diſtance perpendiculaire CT de $46'\ 31''$, l'angle ACT $22°\ 9'\ 27''$; le mouvement horaire de la lune ſur ſon orbite relative $27'\ 10''$, la différence des parallaxes horiſontales ou le rayon de la projection $54'\ 28''$, le demi-grand axe DK $35'\ 51''$, le demi-petit axe $4'\ 59''$, & la diſtance CD du centre de la projection à celui de l'ellipſe $= 40'\ 36''$. Soit O le lieu de Paris ſur ſon parallele OAK, & L celui de la lune ſur ſon orbite LT. On demande la diſtance apparente des centres de la lune & du ſoleil, ou la valeur de la ligne OL, à $11^h\ 43'\ 30''$, c'eſt-à-dire, $34'\ 30''$ avant la conjonction? C'eſt le temps du commencement de l'éclipſe trouvé par l'opération graphique, (*M. Caſſini Tab. Aſt. p.* 55).

1485. Puiſque le mouvement de la lune eſt de $27'\ 10''$ en une heure, il ſera de $15'\ 37''$ en $34' \frac{1}{2}$ de temps, & l'on aura $TL = 15'\ 37''$; on dira CT eſt à TL, comme le rayon eſt à la tangente de l'angle TCL qu'on trouvera de $18°\ 33'\ 45''$, enſuite TL : ſin. TCL :: R : CL, qui ſera de $2930''$ ou $48'\ 50''$.

1486. Pour trouver auſſi l'angle OCA, on conſidérera que la diſtance de midi à l'heure donnée $11^h\ 43'\ 30''$ eſt de $16' \frac{1}{2}$, ce qui répond à $4°\ 7'\ 30''$; le demi-grand

axe de l'ellipſe multiplié par le ſinus de $4^\circ\ 7' \frac{1}{2}$, donnera $OB = 155''$, & le demi-petit axe multiplié par le coſinus de $4^\circ\ 7' \frac{1}{2}$, donnera $DB = 298''$ (1454), DB étant ajoûté avec $CD = 2436''$, donnera $CB = 2734''$.

Dans le triangle BCO rectangle en B, dont on connoît les deux côtés CB & BO, l'on trouvera l'angle $OCB = 3^\circ\ 14'\ 30''$, & l'hypothénuſe $CO = 45'\ 39''$. La différence des angles OCB & TCB, donnera l'angle $OCT = 18^\circ\ 54'\ 57''$, la ſomme de l'angle OCT & de l'angle LCT, trouvé ci-deſſus de $18^\circ\ 33'\ 45''$ ſera l'angle $OCL = 37^\circ\ 28'\ 42''$. On connoîtra aiſément les cas où il faut prendre la ſomme ou la différence, en examinant la ſituation des points L, O, & T.

1487. Dans le triangle OCL, on connoît les deux côtés OC, CL & l'angle compris OCL; il ne reſtera plus qu'à chercher le côté OL, qui eſt la diſtance apparente des centres, en diſant la ſomme des côtés OC, CL qui eſt $94'\ 29''$ eſt à leur différence $3'\ 11''$, comme la tangente de la demi-ſomme des angles inconnus, $71^\circ\ 15'\ 39''$, eſt à la tangente de leur demi-différence $5^\circ\ 40'$: ainſi l'angle O ſera de $76^\circ\ 56'$, d'où l'on conclura enfin le côté OL de $30'\ 30''$: c'eſt la diſtance apparente des centres du ſoleil & de la lune à $11^h\ 43'\ 30''$. Diſtance apparente des centres.

1488. Le moment pour lequel on a calculé ſeroit le moment même du vrai commencement de l'éclipſe, ſi l'on eût trouvé la diſtance apparente égale à la ſomme des demi-diamétres du ſoleil & de la lune; mais cette diſtance apparente étant plus petite de $28''$ que la ſomme des demi-diamétres qui eſt de $30'\ 58''$, prouve que l'éclipſe n'étoit pas encore commencée; on fera un ſemblable calcul de la diſtance apparente pour $11^h\ 40'$, & l'on trouvera $63''$ de plus pour la diſtance des centres: ainſi en $3' \frac{1}{2}$ de temps la diſtance apparente changeoit de $63''$, donc elle change de $28''$ en $1'\ 33''$; on ôtera cette quantité de l'heure du premier calcul $11^h\ 43'\ 30''$, & l'on aura $11^h\ 41'\ 57''$ pour le commencement de l'éclipſe: on pourroit tracer, par le moyen de deux calculs ſemblables, l'orbite apparente de la

lune, mais j'en parlerai ſuffiſamment dans la méthode ſuivante (1496).

1489. Ce calcul des projections renferme auſſi bien que celui de M. de la Hire, deux ſuppoſitions qui en font toute la ſimplicité; ſçavoir que la hauteur de la lune eſt la même que celle du ſoleil, & que la parallaxe eſt proportionnelle au ſinus de la diſtance vraie du ſoleil au zénith; au lieu qu'elle eſt proportionnelle au ſinus de la diſtance apparente de la lune au zénith.

1490. M. de la Caille dans les Mémoires de l'Académie pour 1744, *pag.* 202 *& ſuiv.* fait voir de quelle maniere on pourroit calculer rigoureuſement une éclipſe par le moyen des projections; mais cette méthode m'a paru plus longue, ſans être auſſi exacte que celle qui ſera détaillée ci-après (1498).

Calcul par le Nonagéſime.

1491. Si l'on a employé le Nonagéſime (1290) dans le calcul des parallaxes, on ne ſçauroit trouver la diſtance apparente des centres, ſans chercher la différence apparente de longitude & de latitude. Je ſuppoſe donc que pour un inſtant donné, l'on veuille trouver la diſtance apparente des centres du ſoleil & de la lune; il faut avoir pour cet inſtant la parallaxe de longitude & celle de latitude (1305).

1492. Si la longitude de la lune eſt plus grande que celle du Nonagéſime, il faut ajoûter la parallaxe de longitude avec la longitude vraie, pour voir la longitude apparente de la lune. Mais ſi la longitude de la lune eſt plus petite que celle du Nonagéſime, il faut retrancher la parallaxe.

1493. On ajoûtera la parallaxe en latitude à la diſtance vraie de la lune au pole élevé de l'écliptique pour avoir ſa diſtance apparente au pole; ayant fait le même calcul pour deux inſtans, on verra ſi la lune ſe rapproche ou s'éloigne de l'écliptique.

Trouver la diſtance apparente.

1494. On prendra la différence entre la longitude du ſoleil & la longitude apparente de la lune pour avoir la différence apparente en longitude. Par exemple *SE Fig.* 123, alors dans le triangle *SEL*, rectangle en *E*, l'on con-

Fig. 123.

noîtra deux côtés *SE* & *EL*; il faudra trouver l'hypothénuſe *SL*, qui eſt la diſtance apparente des centres du ſoleil & de la lune. Pour cela, on ajoûtera les quarrés des deux côtés, & l'on cherchera la racine de la ſomme; ou bien on fera les deux proportions ſuivantes *SE* : *EL* :: *R* : ſin. *ESL*, & ſin. *ESL* : *R* :: *EL* : *SL*, diſtance apparente des centres.

1495. S'il s'agit d'une éclipſe d'étoile par la lune, ou d'une autre éclipſe dans laquelle la lune ait une latitude ſenſible, il faudra avoir ſoin de multiplier la différence de longitude *HI* par le coſinus de la latitude apparente *IL*, pour avoir cette différence *SE* en arc de grand cercle dans l'endroit où ſe trouve la lune, qui eſt la quantité dont nous avons fait uſage. Exception pour les étoiles.

1496. On fera le même calcul deux heures après, & l'on aura une autre diſtance apparente *SF* de la lune au ſoleil, & l'angle *DSF*, par le moyen de la différence de longitude *SD*, & de latitude *FD* (1494). On connoîtra auſſi par ce moyen le mouvement apparent en longitude *ED* ou *AF*, & en latitude *AL*; on calculera l'angle *AFL*, qui eſt l'inclinaiſon du mouvement apparent, & la ligne *LF*, qui eſt le mouvement ſur l'orbite apparente. Cet angle *AFL* peut être de plus de 20 degrés dans certains cas, comme ſi la lune étant dans ſon nœud deſcendant, le Nonagéſime avoit zero de longitude. On aura donc l'angle *SLF*, d'où l'on conclura la perpendiculaire *SB*, qui eſt la plus courte diſtance apparente de la lune au ſoleil; & le temps où la lune a été en *B*, ou le milieu de l'éclipſe. Orbite apparente de la lune.

On ſuppoſera *SL* égal à la ſomme des demi-diamétres apparens du ſoleil & de la lune; connoiſſant *SL* & *SB*, on cherchera *BL*, on le convertira en temps à raiſon du mouvement ſur l'orbite apparente trouvé ci-deſſus, & l'on ſçaura combien la lune a employé de temps à aller de *B* en *L*. Or l'on connoît le temps du milieu de l'éclipſe en *B*, donc on connoîtra le moment de la fin en *F*, & celui du commencement en *L*. (*Kepler Epit. Aſtr. p.* 888). Il faut bien diſtinguer cette *orbite apparente* affectée par la parallaxe, de *l'orbite relative* (1373), qui peut être re-

préſentée ici par la ligne *MN*; mais il ne s'agit que du mouvement vrai de la lune par rapport au ſoleil ſuppoſé fixe en *S*, qu'on détermine par le moyen des latitudes *EM*, *DN*.

1497. Quand on voudra connoître avec une grande préciſion la grandeur de l'éclipſe, il faudra calculer deux autres diſtances apparentes, telles que *SI* & *SL* plus voiſines du milieu *B* de l'éclipſe, & calculer par leur moyen la perpendiculaire *SB*; car l'orbite apparente *FL* n'eſt pas parfaitement rectiligne, comme nous l'avons ſuppoſé; mais la différence ne va jamais qu'à peu de ſecondes. Quand on a trouvé la plus courte diſtance *SB*, l'on en conclut la grandeur de l'éclipſe à peu près comme nous avons fait pour les éclipſes de lune (1394); *car la ſomme des diamétres apparens de la lune & du ſoleil moins la plus courte diſtance apparente des centres eſt égale à la grandeur de l'éclipſe.* Cette maniere de déterminer les phaſes par le moyen de l'orbite apparente eſt beaucoup plus facile que celle des interpolations dont M. de la Caille fait uſage dans ſes Leçons d'Aſtronomie.

Régle pour la grandeur de l'éclipſe.

NOUVELLE MÉTHODE POUR CALCULER les Eclipſes.

1498. Je paſſe enfin à ma Méthode, que je crois être la plus courte, la plus générale, la plus exacte; j'y fais uſage des angles parallactiques, ainſi que les plus anciens Aſtronomes, à compter depuis Ptolémée; mais d'une maniere beaucoup plus ſimple, ſans négliger l'applatiſſement de la terre, ni aucune des conſidérations néceſſaires pour l'exactitude des réſultats. Elle conſiſte à trouver la différence de hauteur & d'azimuth entre les deux aſtres qui ſont en conjonction, & en conclure leur diſtance apparente, qui eſt le terme auquel on ſe propoſe de parvenir, pour trouver le commencement & la fin d'une éclipſe (1539), ou pour tracer l'orbite apparente (1540).

Calcul pour les angles parallactiques.

La premiere opération qui eſt néceſſaire dans ce calcul, eſt de trouver la hauteur du ſoleil ou de l'étoile que

la lune doit éclipſer. Je ſuppoſe qu'on ait calculé par les Tables, pour un moment donné, la longitude & la latitude du ſoleil ou de l'étoile; celles de la lune, & ſa parallaxe horiſontale, la déclinaiſon du ſoleil & de l'étoile, & leurs aſcenſions droites; enfin l'angle, de poſition de l'étoile (725), & ſon angle horaire (699): on calculera ſa hauteur (718), & l'angle du vertical avec le cercle de déclinaiſon (719). Calculs préliminaires.

1499. EXEMPLE. Le premier Avril 1764, la conjonction vraie arrivera à $10^h\ 32'\ 7''$, la latitude de la lune étant de $40'\ 4''$ boréale; la différence des mouvemens horaires en longitude $27'\ 10''$; le mouvement horaire de la lune en latitude $2'\ 43''\frac{1}{2}$ du midi au nord, ſa parallaxe $54'\ 9''$. Si l'on demande à $9^h\ 10'$ du matin la diſtance apparente des centres du ſoleil & de la lune, on cherchera la déclinaiſon du ſoleil pour cet inſtant $4°\ 47'\ 36''$, ſa hauteur $33°\ 7'\ 30''$; l'angle ZSO du vertical ZS avec le cercle de déclinaiſon SO (*Fig.* 121), $32°\ 4'\ 17''$; l'angle de poſition ZSP $23°\ 0'\ 0''$; la différence de longitude AB $37'\ 11''$, & la latitude de la lune SB $36'\ 21''$. Elémens pour le premier Avril 1764. *Fig.* 121.

1500. L'ANGLE PARALLACTIQUE proprement dit, celui que nous déſignerons généralement par ce nom, lorſqu'il ne ſera pas qualifié plus ſpécialement, eſt formé par le vertical ZSD & le cercle de latitude PSE, qui eſt toujours perpendiculaire à l'écliptique. On ne peut calculer l'angle parallactique PSZ ſans le diviſer en deux parties qui ſe calculent ſéparément; ſçavoir l'angle de poſition PSO (725), & l'angle OSZ du cercle de déclinaiſon ou du méridien OS qui paſſe par l'étoile, avec le vertical ZS (719). L'angle parallactique.

1501. Nous prendrons toujours ces angles du côté du pole élevé, c'eſt-à-dire, du côté du nord pour nos climats ſeptentrionaux, ſoit que l'angle du vertical & du cercle de déclinaiſon ſoit aigu ou obtus, & nous conſidérerons la partie du cercle de latitude ou du cercle de déclinaiſon, qui eſt compriſe entre l'aſtre & le pole boréal de l'écliptique ou de l'équateur. Les angles étant ainſi conſidérés, on obſervera les regles ſuivantes, qui n'ont beſoin

d'aucune autre démonſtration que l'inſpection d'un globe, ou d'une Figure.

Dans quel cas on les ajoute.

Il faut ajoûter enſemble ces deux angles après le paſſage au méridien, ſi c'eſt dans les ſignes aſcendans 9, 10, 11, 0, 1, 2, ou avant le paſſage au méridien dans les ſignes deſcendans; mais on prend leur différence en ôtant le plus petit du plus grand, quand l'aſtre n'a pas paſſé le méridien, & qu'il eſt dans les ſignes aſcendans, ou lorſqu'il a paſſé le méridien & ſe trouve dans les ſignes deſcendans.

Le cercle de latitude eſt à l'orient ou à l'occident.

1502. Il faut examiner ſi par le réſultat de cette addition ou de cette ſouſtraction, le cercle de latitude eſt à l'orient du vertical du côté du nord, ou s'il eſt à l'occident. Le cercle de latitude eſt à l'orient du vertical avant le paſſage au méridien, & à l'occident après le paſſage au méridien; ſi ce n'eſt dans le cas où l'angle du vertical avec le cercle de déclinaiſon, étant plus petit que l'angle de poſition, en a été retranché. Car alors le cercle de latitude eſt à l'occident du vertical, ſi c'eſt avant le paſſage au méridien; & à l'orient du vertical, ſi c'eſt après le paſſage au méridien; nous ſerons obligés pluſieurs fois de rappeller cette diſtinction (1515 & ſuiv.).

Exemple. Le premier Avril 1764, à 9^h 10′ du matin, on prendra la différence des deux angles 32° 4′ 17″ & 23° 0′ 0″; & l'on aura 9° 4′ 17″ pour l'angle parallactique *ZSP* (*Fig.* 121); le cercle de latitude *PS* eſt à la gauche ou à l'orient du vertical, dans le cas de cet exemple, puiſque c'eſt avant le paſſage au méridien, & que l'angle de poſition ne s'eſt pas trouvé le plus grand.

Angle de conjonction.

1503. L'angle de conjonction eſt un angle qui eſt nul dans la conjonction, & qui augmente d'autant plus, que vous vous éloignez de la conjonction, toutes choſes égales.

Fig. 121. Soit *S* (*Fig.* 121) le ſoleil ou l'étoile dont on calcule une éclipſe, *A* la lune, *SB* la latitude de la lune, *BA* la différence de longitude entre la lune & le ſoleil, *SA* la ligne qui joint le vrai lieu du ſoleil à celui de la lune, l'angle *ASB* eſt celui que j'appelle Angle de conjonction; il eſt formé au centre du ſoleil ou de l'étoile *S* par le cercle de latitude *SB*, & par la ligne *SA* menée au lieu vrai de la lune. Pour le trouver

le trouver ; on fera cette proportion : *La différence de latitude eſt à la différence de longitude, comme le rayon eſt à la tangente de l'angle de conjonction*, ou *SB* : *BA* : : *R* : tang. *BSA*. Fig. 121. Régle pour le trouver.

La ligne *BA*, s'il s'agit d'une éclipſe d'etoile, eſt un peu plus petite que la différence de longitude priſe dans les Tables, & meſurée le long de l'écliptique. Pour être réduite à l'écliptique, il faudroit qu'elle fût diviſée par le coſinus de la latitude apparente de la lune (593) ; j'ai donné une Table de la quantité qu'il faut ôter de la différence de longitude pour avoir l'arc *AB*, (*Con. des Mouv. Cél.* 1764 *page* 118). Cette quantité ne peut aller qu'à 15″ dans les plus grandes latitudes de la lune, & en ſuppoſant *AB* d'un degré. Attention pour les étoiles.

1504. L'ANGLE DE DISTANCE eſt l'angle *ZSA* formé au centre de l'étoile par le vertical de l'étoile, & par la ligne *SA*, qui va du centre de l'étoile au centre de la lune. Cet angle de diſtance *ASC* ne peut ſe former que par la ſomme ou la différence des angles *BSC* & *ASB*, c'eſt-à-dire, de l'angle parallactique & de l'angle de conjonction. Angle de diſtance.

L'angle de conjonction eſt toujours à l'occident du cercle de latitude avant la conjonction, & à l'orient après la conjonction ; ainſi quand le cercle de latitude pris du côté du nord ſera à l'orient du vertical, avant la conjonction on prendra la *différence* de l'angle de conjonction & de l'angle parallactique, & après la conjonction l'on prendra la *ſomme*. Quand le cercle de latitude ſera à l'occident du vertical, on prendra la *ſomme* avant la conjonction & la *différence* après la conjonction. Tout cela dans le cas où la latitude de la lune ſera au nord du ſoleil ou de l'étoile qui eſt en conjonction ; mais ſi la latitude de la lune eſt au midi du ſoleil ou de l'étoile, on changera les mots de *ſomme* & de *différence* dans les préceptes que vous venons d'établir : mais on aura ſoin de remarquer ſi la ſomme eſt plus grande que 90 degrés (1523). Ces préceptes ſont généraux, ſoit dans les pays ſeptentrionaux, ſoit dans les pays méridionaux & dans le cas même où l'angle parallac- Régle pour le former.

tique eſt obtus ; pourvû qu'on n'employe que ſon ſupplément à 180° dans les regles précédentes & qu'on entende par ces mots, *le cercle de latitude à l'orient du vertical*, que l'angle aigu eſt du côté de l'orient vers le nord.

C'eſt ainſi que l'on formera l'angle de diſtance *ASC*, compris entre le vertical *ZCS*, & l'arc de la diſtance vraie *SA* qui eſt entre le ſoleil & la lune.

Diſtance vraie de la lune au ſoleil.

1505. Il faut chercher auſſi l'arc *AS*, qui eſt la diſtance vraie de la lune au ſoleil ou à l'étoile, ſoit en ajoûtant les quarrés de *AB* & *BS* en ſecondes, pris dans les Tables ordinaires des quarrés, ſoit en faiſant cette proportion. Le ſinus de l'angle de conjonction *ASB* eſt à la différence de longitude *AB*, comme le rayon eſt à la diſtance *AS*. Cette diſtance *AS* multipliée par le ſinus de l'angle de diſtance *ASC* (1504), ou de ſon ſupplément, donnera la différence d'azimuth vraie *AC* ; & cette même diſtance *AS*, multipliée par le coſinus de l'angle de diſtance *ASC*, ou de ſon ſupplément s'il eſt obtus, donnera la différence de hauteur vraie *SC* entre le ſoleil & la lune : Nous en ferons uſage art. 1523.

Différence de hauteur & d'azimuth.

Exemple. La différence de latitude 36′ 21″ (1499), eſt à la différence de longitude 37′ 11″, comme le rayon eſt à la tangente de 45° 39′ angle de conjonction *ASB*. Diviſant 37′ 11″ par le ſinus de 45° 39′, on a la diſtance vraie *SA*, 52′ 0″ ; la différence entre l'angle de conjonction 45° 39′, & l'angle parallactique 9° 4′ (1502), donne l'angle de diſtance *ASC*, 36° 35′ ; la diſtance vraie 52′ 0″, multipliée par le ſinus de l'angle de diſtance 36° 35′, donne la différence vraie d'azimuth *AC*, 30′ 59″ ; & cette diſtance multipliée par le coſinus du même angle de diſtance, donne la différence de hauteur *SC*, 41′ 45″. *

1506. La différence vraie d'azimuth peut être priſe pour la différence apparente, dans tous les calculs où l'on

* Les petites Tables de Logarithmes imprimées *in*-12. 1760. (chez *Guérin* & *Delatour*), ſont fort commodes pour ces calculs, parce qu'elles diſpenſent de réduire ces arcs en ſecondes pour en trouver les logarithmes ; ce ſont d'ailleurs les plus exactes que je connoiſſe : nous employâmes, M. de la Caille & moi, la plus grande attention à en revoir les épreuves, elles furent même encore lûes ſéparément par d'autres Académiciens.

ne veut pas mettre une préciſion extraordinaire, & dans ce cas le calcul d'une éclipſe devient beaucoup plus ſimple; mais ſi l'on veut calculer tout à la rigueur, la différence vrai d'azimuth *AC* exige deux petites corrections que je vais expliquer. Suppoſons les deux verticaux de l'étoile & de la lune très-proches l'un de l'autre, comme *ZCD* & *ZAM* (*Fig.* 119). Soit un arc *AC* perpendiculaire au vertical *ZC*, j'ai appellé cet arc la différence vraie d'azimuth; ſi l'on prend *AM* égal à la parallaxe de la lune en hauteur (1259); en ſorte que *M* ſoit ſon lieu apparent dans le vertical *ZAM*, & qu'on tire *MD* perpendiculaire à *CD*, la différence apparente d'azimuth qui eſt *MD*, ſera plus grande que la différence vraie *AC*, parce que *AM* n'eſt pas exactement parallele à *CD*. Pour ſçavoir combien la différence apparente *MD* ſurpaſſe la différence vraie *AC*, on tirera *AN* parallele à *CD*, & l'on aura *NM* pour l'excès de *MD* ſur *AC*; c'eſt cet excès dont il s'agit de trouver la valeur. Dans le triangle *ANM* l'on a $MN = AM$ cof. *M*, ſuivant la trigonométrie rectiligne; mais dans le triangle ſphérique *ZMD*, *R* : cof. *M* : : tang. *MZ* : tang. *MD*, ou cof. *M* $= \frac{\text{tang. } ED}{\text{tang. } ZM}$; donc $MN = \frac{AM \text{ tang. } ED}{\text{tang } ZM}$, mais puiſque *AM* eſt la parallaxe de hauteur, on a $AM = p$ ſin. *ZM* (1259); donc en ſubſtituant cette valeur & mettant cof. *ZM* à la place du ſinus diviſé par la tangente, on aura *p* ſin. *ZM* tangente *ED*.

Fig. 119.

1507. Ainſi *la parallaxe horiſontale multipliée par le coſinus de la hauteur apparente, & par la tangente de la différence apparente d'azimuth* donne la quantité de ſecondes qu'il faut ajoûter à la différence vraie pour avoir la différence apparente d'azimuth *MD*, entre la lune & l'étoile priſe dans la région de la lune, je ne prends pas ici les différences d'azimuth dans l'horiſon comme on le fait dans d'autres occaſions (Voyez art. 721).

Valeur de cette premiere équation.

1508. Ainſi il faudra toujours ajoûter une quantité à la différence vraie d'azimuth pour avoir la différence apparente; mais cette quantité ne va jamais qu'à 30″ dans les éclipſes, & j'en ai fait une Table, (*Connoiſſ. des M. Cél.*

1764, *pag.* 120), dans laquelle on prendra facilement à la vûe & ſans parties proportionnelles cette quantité, dont il faudra augmenter la différence vraie d'azimuth; mais dans des calculs qui ne ſeroient pas bien importans, ou dans les premiers calculs préparatoires d'une éclipſe on peut négliger cette correction de l'azimuth, comme celle qui dépend de l'applatiſſement de la terre (1511).

Fig. 112. 1509. EXEMPLE. La parallaxe horiſontale étant de $54' 9''$, la hauteur de la lune $33°$; la différence d'azimuth AC $30' 59''$ (1505), on a p ſin. h tang. $AC = 16''$, qui étant ajoûtées à AC donnent la différence apparente DM $31' 15''$.

1510. C'eſt cette différence apparente $31' 15''$ qu'il auroit fallu employer dans l'opération précédente; mais l'erreur qui réſulte d'avoir pris la différence vraie au lieu de l'apparente, eſt comme inſenſible; ſi cependant on vouloit y avoir égard on recommenceroit le calcul en mettant la tangente de $31' 15''$, & l'on trouveroit $16''$ 2 pour la correction cherchée, qu'il faut ajoûter à $30' 59''$, pour avoir $31' 15''$ 2, différence apparente d'azimuth.

Seconde équation, ou parallaxe d'azimuth.

1511. LA PARALLAXE D'AZIMUTH qui a lieu dans le ſphéroïde applati (1311), eſt la ſeconde correction qu'il faut faire à la différence vraie d'azimuth pour avoir la différence apparente. Lorſqu'on a calculé par les Tables la vraie différence d'azimuth entre le ſoleil & la lune (1505, 1510), & qu'on a trouvé DM (*Fig.* 121); cela nous apprend que la lune vûe du centre de la terre paroîtroit au point M, ſi la terre étoit ſphérique; mais à cauſe de l'applatiſſement de la terre elle ne paroît pas dans le même vertical, étant vûe de la ſurface. Si l'on prend un petit arc de grand cercle ML égal à la parallaxe d'azimuth, le point L ſera celui où la lune devra paroître vûe de la ſurface de la terre.

1512. Cette parallaxe d'azimuth $= p$ ſinus a. ſinus z, (1311) fait toujours paroître la lune du côté du pole élevé; en effet, l'Obſervateur ſitué en O (*Fig.* 94) voit la lune dans le même vertical & au même point d'azimuth que s'il étoit ſitué au point N de la verticale: or le point N eſt toujours oppoſé au pole P, comme cela eſt évident par la ſituation de l'ellipſe terreſtre; donc l'Obſervateur placé en

O ou en *N* voit la lune plus près du pole *P*, que s'il étoit au centre *C* de la terre. Ainſi cette parallaxe eſt additive à la différence vraie d'azimuth, ſi la lune eſt au nord du vertical du ſoleil ou de l'étoile; elle ſe retranche ſi la lune eſt au midi, c'eſt-à-dire, ſi la différence vraie d'azimuth eſt vers le midi.

Pour pouvoir faire diſtinguer d'une maniere sûre & commode les cas où la lune eſt au nord du vertical, nous allons donner des regles générales auxquelles on pourra avoir recours dans le calcul des éclipſes; mais dont on pourra ſe paſſer ſi l'on a devant les yeux une figure du vertical & du méridien de l'étoile, où la lune ſoit placée comme elle doit l'être au temps pour lequel on calcule, telle qu'eſt la *Figure* 121 pour l'exemple que nous avons choiſi; on peut encore ſe ſervir d'un Globe pour guider le calcul.

1513. Pour trouver les cas où cette parallaxe d'azimuth doit s'ajoûter à la différence d'azimuth, il s'agit de trouver les cas où la lune eſt au nord du vertical dans nos régions ſeptentrionales, ou au midi du vertical dans les Pays ſitués au-delà de l'équateur; j'ai renfermé dans les regles ſuivantes toutes les variétés poſſibles, afin de lever pour jamais toute incertitude dans ma méthode.

Dans les hauteurs du pole qui ont lieu en Europe & qui ſont plus grandes que 28°, l'angle parallactique eſt toujours aigu; ainſi dans les premieres regles nous le ſuppoſerons moindre que 90° du côté du nord; nous diſtinguerons ſi la lune a paſſé le méridien ou non, c'eſt-à-dire, ſi elle eſt dans l'hémiſphère oriental ou occidental, & ſi elle eſt au nord du ſoleil ou de l'étoile; en diſant que la lune eſt au nord, nous entendons que ſon lieu vrai eſt plus près du pole boréal de l'écliptique, que celui de l'étoile; c'eſt-à-dire, ſa vraie latitude boréale plus grande ou ſa vraie latitude auſtrale plus petite que la latitude de l'étoile. Tout cela poſé, l'on aura la parallaxe d'azimuth additive dans tous les cas ſuivans.

1514. DANS LES PAYS SEPTENTRIONAUX. Cas où cette équation eſt additive.

AVANT LE MÉRIDIEN, ſi la lune eſt au NORD & APRE'S ſa conjonction. Dans les pays ſeptentrionaux,

Si la lune eſt au NORD, AVANT ſa conjonction, & que

l'angle de conjonction ſoit plus PETIT que l'angle parallactique.

Si la lune eſt au MIDI, APRE'S la conjonction, & que l'angle de conjonction ſoit plus GRAND que l'angle parallactique.

1515. Dans le cas où l'angle de poſition ſe trouva le plus grand & où l'on en aura retranché l'angle du vertical avec le méridien (1502); il faudra dans les trois regles précédentes mettre MIDI au lieu de NORD.

1516. APRE'S LE MÉRIDIEN. Si la lune eſt au NORD & AVANT ſa conjonction.

Si la lune eſt au NORD, APRE'S ſa conjonction, & que l'angle de conjonction ſoit plus PETIT que l'angle parallactique.

Si la lune eſt au MIDI, AVANT la conjonction, & que l'angle de conjonction ſoit plus GRAND que l'angle parallactique.

1517. Dans le cas où l'angle du vertical avec le cercle de déclinaiſon aura été retranché de l'angle de poſition (1502), il faudra dans ces trois regles mettre *midi* au lieu de *nord*, & *nord* au lieu de *midi*; ou, ce qui revient au même, changer dans les trois premieres regles (1514) ces mots, *avant*, *après*, *nord* & *midi*.

Si l'angle parallactique eſt obtus.

1518. Il peut arriver dans des Pays ſitués près de la zone torride ſous des latitudes moindres que 28°, que l'angle parallactique ſoit obtus (719) du côté du nord, alors on conſidérera ſon ſupplément à 180° & dans les ſix regles des articles 1514 *& ſuiv.* On changera les mots AVANT & APRE'S; d'où réſultent les regles ſuivantes pour trouver les cas où la lune eſt au nord du vertical de l'étoile dans les Pays ſeptentrionaux, & où la parallaxe d'azimuth eſt additive.

1519. AVANT LE MÉRIDIEN. Si la lune eſt au NORD, AVANT la conjonction.

Si la lune eſt au NORD, APRÉS la conjonction; mais l'angle de conjonction plus PETIT que le ſupplément de l'angle parallactique.

Si la lune eſt au MIDI, AVANT la conjonction, & l'angle

de conjonction plus GRAND que le ſupplément de l'angle parallactique.

1520. APRÉS LE MÉRIDIEN. Si la lune eſt au NORD, APRÉS la conjonction.

Si la lune eſt au NORD, AVANT la conjonction, & que l'angle de conjonction ſoit plus PETIT que le ſupplément de l'angle parallactique.

Si la lune eſt au MIDI, APRE'S la conjonction, & que l'angle de conjonction ſoit plus grand que le ſupplément de l'angle parallactique.

1521. DANS LES PAYS MÉRIDIONAUX, c'eſt-à-dire, ſitués dans l'hémiſphère auſtral de la terre ou au midi de l'équateur; la parallaxe d'azimuth s'ajoûte à la différence d'azimuth lorſque la lune eſt au midi du vertical de l'étoile; d'où il réſulte que pour trouver les cas où elle ſera additive, il ſuffit de changer les mots de *nord* & *midi* dans toutes les regles précédentes, où il s'agit de la latitude de la lune.

Dans les pays ſitués au-delà de l'équateur.

Je me diſpenſe, pour abréger, de rapporter les cas où l'équation eſt ſouſtractive; mais l'on pourra en faire une Table en écrivant toutes les regles ci-deſſus, & changeant tout à la fois les mots *avant* & *après*, *nord* & *midi*.

Cas où l'équation eſt ſouſtractive.

1522. EXEMPLE. La parallaxe étant de $54' 9''$ l'angle a de $19'$ (1341), l'azimuth de la lune $53° \frac{1}{2}$, on a la parallaxe d'azimuth p ſin. a. ſin. z (1311) $14'' 4$, qui retranchée de la différence apparente $31' 15''$ (1510), donne la différence apparente d'azimuth DL ſur le ſphéroïde applati $31' 1''$.

Quand on a trouvé la différence d'azimuth entre la lune & l'étoile, il faut connoître auſſi la hauteur vraie de la lune, & pour cela on prend la différence de hauteur entre la lune & l'étoile (1505), qu'on ajoûte à la hauteur de l'étoile ſi la lune eſt plus élevée. Mais pour diſtinguer cette circonſtance, voici des regles générales qui ſuppoſent ſeulement qu'on ait examiné ſi la ſomme de l'angle de conjonction & de l'angle parallactique (en prenant ſon ſupplément, s'il eſt obtus), forme plus ou moins de 90° dans les cas où on les ajoûte enſemble (1504). On pourra ſe diſpenſer de conſul-

ter ces regles si l'on a un Globe ou une Figure exacte devant les yeux. Les regles suivantes renferment tous les cas où il faut ajoûter la différence de hauteur vraie, à celle du soleil ou de l'étoile, pour avoir la hauteur vraie de la lune.

Cas où la différence de hauteur est additive.

1523. DANS LES PAYS SEPTENTRIONAUX. AVANT LE MÉRIDIEN. Si la latitude de la lune est au NORD de l'étoile, AVANT la conjonction.

Si la lune est au NORD, APRE'S la conjonction, & que la somme de l'angle de conjonction & de l'angle parallactique (1504), soit moindre que 90°.

Si la lune est au MIDI, AVANT la conjonction & que la somme de l'angle de conjonction & de l'angle parallactique soit plus grande que 90°.

1524. Mais si l'on a retranché de l'angle de position celui du vertical avec le méridien (1502), l'on aura une différence de hauteur additive dans les cas suivans.

Si la lune est au NORD du soleil ou de l'étoile, APRE'S la conjonction.

Si la lune est au NORD, AVANT la conjonction, & que la somme soit plus petite que 90°.

Si la lune est au MIDI, APRE'S la conjonction, & que la somme des angles soit plus grande que 90°.

1525. APRE'S LE MÉRIDIEN. Ce sont les trois regles de l'article 1524.

1526. Mais si l'on a retranché de l'angle de position celui du vertical avec le méridien (1502), ce sont les trois regles de l'article 1523.

Les préceptes de ces quatre articles, sont les seuls dont on ait besoin en Europe.

Si l'angle parallactique est obtus.

1527. Dans les Pays septentrionaux de la zone torride, l'angle parallactique peut se trouver obtus si la lune est entre le zénith & le pole élevé : alors on changera les mots de NORD & de MIDI dans l'art. 1523 & 1524 ; mais on prendra le supplément de l'angle parallactique avant de l'ajoûter à l'angle de conjonction (1504).

Dans les pays méridionaux.

1528. DANS LES PAYS MÉRIDIONAUX, c'est-à-dire, si le lieu pour lequel on calcule une éclipse est de l'autre

de l'autre côté de l'équateur, ayant une latitude géographique auſtrale AVANT LE MÉRIDIEN; l'on changera les mots de NORD & MIDI dans l'art. 1523.

1529. Mais ſi l'on a retranché de l'angle de poſition celui du vertical avec le cercle de déclinaiſon, l'on changera dans l'art. 1524 les mots de NORD & de MIDI.

1530. APRÉS LE MÉRIDIEN. On changera auſſi dans l'art. 1524 les mots de NORD & MIDI.

1531. Mais ſi l'angle du vertical avec le méridien a été ſouſtrait de l'angle de poſition (1502), on changera NORD & MIDI dans l'art. 1523.

1532. Si l'angle parallactique eſt obtus dans les Pays méridionaux AVANT LE MÉRIDIEN; on prendra l'art. 1523. APRÉS LE MÉRIDIEN ce ſera l'art. 1524, & je ſuppoſe toujours qu'on prend le ſupplément de l'angle parallactique pour l'ajoûter à l'angle de conjonction (1504).

1533. Les cas où la différence de hauteur eſt ſouſtractive ſe peuvent conclure de ceux où elle eſt additive, en changeant dans les dix articles précédens tous les mots de MIDI & NORD, AVANT & APRÉS; d'ailleurs on ſçaura qu'elle eſt ſouſtractive lorſqu'après avoir parcouru les cas précédens où elle eſt additive, on n'y verra pas celui où l'on ſe trouve.

Trouver la hauteur apparente.

1534. Après avoir ajoûté ou retranché la différence de hauteur *SC* par le moyen des regles précédentes, on aura la hauteur vraie de la lune; pour avoir ſa hauteur apparente on retranchera la parallaxe du ſoleil qui eſt de 9″ (1360) de la parallaxe horiſontale de la lune; la différence des parallaxes multipliée par le coſinus de la hauteur de la lune que l'on vient de trouver, donnera la parallaxe de hauteur à quelques ſecondes près; cette parallaxe ſe retranchera de la hauteur vraie de la lune pour avoir ſa hauteur apparente, & la différence des parallaxes horiſontales, multipliée de nouveau par le coſinus de cette hauteur apparente, donnera plus exactement la parallaxe de hauteur (1259).

Correction de la parallaxe.

1535. On retranchera de cette parallaxe la correction dûe à l'applatiſſement de la terre (1316); & l'on aura exac-

tement la parallaxe de hauteur *AM* ou *CD* (*Fig.* 119 & 121) dans le ſphéroïde applati.

Fig. 121. 1536. La parallaxe de hauteur *CD* (*Fig.* 121) abaiſſe la lune au-deſſous du ſoleil ou de l'étoile; ainſi l'on en retranchera la quantité *CS* dont la hauteur vraie de la lune étoit plus grande que celle du ſoleil, & l'on aura la différence de hauteur apparente *SD*. Si la hauteur vraie de la lune a été trouvée moindre que celle de l'étoile, on ajoûtera cette différence avec la parallaxe de hauteur, pour avoir la quantité *SD* dont le lieu apparent de la lune ſera plus bas que celui de l'étoile.

1537. Connoiſſant ainſi la différence apparente de hauteur *SD*, & la différence apparente d'azimuth *LD* (1522), on réſoudra le triangle *SLD*, & l'on trouvera la diſtance apparente *SL*, qui fera connoître ſi l'éclipſe eſt commencée & fera trouver le véritable commencement en faiſant le même calcul pour un temps plus ou moins avancé de quelques minutes, comme on le verra dans l'exemple ſuivant.

1538. Exemple. La différence de hauteur vraie entre la lune & le ſoleil $41' 45''$ (1505), étant ajoûtée à la hauteur du ſoleil $33° 7' 30''$ donne la hauteur vraie de la lune. La différence des parallaxes horiſontales du ſoleil & de la lune $54' 0''$, multipliée par le coſinus de la hauteur de la lune, donne la parallaxe de hauteur à peu-près $44' 51''$. Cette parallaxe retranchée de la hauteur vraie de la lune $33° 49' 15''$ donne ſa hauteur apparente $33° 4' 24''$. Le coſinus de cette hauteur apparente multiplié par la parallaxe horiſontale, donne plus exactement la parallaxe de hauteur $45' 15''$; il en faut ôter la correction p ſin. a ſin. h coſ. z (1316) qui ſe trouvera de $6''$, & l'on aura la véritable différence des parallaxes dans le ſphéroïde applati $45' 9''$ $= AM$ ou CD; il en faut retrancher la différence de hauteur vraie *CS*, il reſte la différence de hauteur apparente *SD*, $3' 24''$; cette valeur de *SD* avec celle de *DL* (1522) qui eſt de $31' 31''$, nous donnera la diſtance apparente des centres du ſoleil & de la lune $31' 12''$. La ſomme du demi-

diamétre du ſoleil $16' 0'' \frac{1}{2}$ & du demi-diamétre horiſontal de la lune $14' 47''$ augmenté de $7'' \frac{1}{2}$, à cauſe de ſa hauteur (1190) forme $30' 55''$ quantité moindre de $17''$ que la diſtance apparente des centres ; ainſi le centre de la lune doit ſe rapprocher encore du centre du ſoleil de $17''$ pour que l'éclipſe puiſſe commencer. Si l'on refait un ſemblable calcul (1499 & ſuiv.) pour un temps plus avancé de $5'$, l'on trouvera que la diſtance apparente des centres eſt moindre de $1' 40''$; or $1' 40'' : 5' 0'' :: 17'' : 51''$; donc la diſtance des centres diminuera dans l'eſpace de $51''$ de temps de la quantité de $17''$ dont nous l'avons trouvé trop grande ; donc l'éclipſe commencera à $9^h 10' 51''$.

Former l'orbite apparente.

1539. Si l'on veut former l'orbite apparente de la lune affectée de la parallaxe pour trouver le milieu de l'éclipſe, on cherchera dans le même triangle (dont on connoît les côtés *SD* & *DL*), l'angle *LSD*, 83° 45' ; d'où l'on conclura *LSE* 74° 41', la différence apparente de latitude *SE* 8' 15'' ; & ſi l'on veut la différence en longitude *EL* 30' 6'', l'on fera le même calcul trois heures plus tard la lune étant en *F*, & l'on aura de même la diſtance *SF* & l'angle *FSE* ; ainſi l'on formera un triangle *LSF* (*Fig.* 123), dans lequel on connoîtra *LS*, *SF*, & l'angle *LSF*, on cherchera *SB* qui eſt la plus courte diſtance apparente, avec le ſegment *LB* qui donnera le temps où la lune doit paroître en *B*, c'eſt le temps du milieu de l'éclipſe (1496) ; au moyen de la perpendiculaire *SB* l'on trouvera facilement la grandeur de l'éclipſe (1497). *Fig.* 123.

1540. En comparant les différences de longitude apparente *FL* (*Fig.* 121) & de latitude apparente *SE*, & les différences vraies *AB*, *BS*, l'on aura les parallaxes de longitude & de latitude, ainſi que par la méthode du Nonagéſime ; mais on aura rarement beſoin de ces parallaxes ſi l'on calcule les éclipſes par la méthode précédente, que je crois plus ſimple que celle du Nonagéſime. J'en excepte ſeulement les cas de l'article 551, où il s'agit de trouver la différence des Méridiens. *Fig.* 121.

METHODE POUR CALCULER LA ROUTE de l'Ombre ſur la ſurface de la Terre.

1541. Après avoir déterminé les circonſtances de l'éclipſe générale pour le méridien de Paris (1419), par le calcul ou par l'opération graphique dont on peut très-bien ſe contenter (1423); il eſt queſtion de connoître par longitudes & latitudes les pays de la terre où commenceront ces phaſes, de ſçavoir, par exemple, quel eſt le point *I*, de la terre (*Fig.* 103), qui le premier de tous verra commencer l'éclipſe en voyant lever le ſoleil? quel eſt le point *V*, qui le premier verra l'éclipſe centrale au lever du ſoleil? &c. On a vû la maniere de le trouver ſans calcul par le moyen d'un globe (1430). Nous allons indiquer une Méthode trigonométrique pour y parvenir.

Fig. 103.

Trouver le premier lieu qui verra l'éclipſe.

Le triangle *MCK* (*Fig.* 120), que nous avons employé à trouver la portion *MK* de l'orbite (1421), ſervira auſſi à trouver l'angle *MCK*, en diſant *CK* : *R* : : *CM* : coſinus *MCK*; la ſomme ou la différence de cet angle *MCK*, & de l'angle *PCM*, que forme le méridien avec la perpendiculaire à l'orbite, donnera l'angle *PCK* ou *PCI*, dont la meſure eſt l'arc *DI* du cercle de projection. Rien n'empêche actuellement de concevoir ſur le cercle *ADE* le globe même dont il eſt la projection, & d'imaginer ſur ce globe un triangle ſphérique *PDI*; le côté *PD* eſt égal à la déclinaiſon du ſoleil, c'eſt-à-dire, à l'élévation de l'axe de la terre au-deſſus du cercle terminateur, ou du cercle de projection (1441); le côté *DI* eſt l'arc déterminé, il n'y a qu'un inſtant, ſur le cercle de projection; l'angle *D* eſt droit, puiſque le méridien univerſel *CPD* eſt perpendiculaire au cercle terminateur: on pourra donc réſoudre le triangle *IPD*, en diſant: 1°. Le rayon eſt au coſinus de la déclinaiſon du ſoleil *PD*, comme le coſinus du côté *DI* eſt au coſinus de l'hypothénuſe *PI*; 2°. Le ſinus de la déclinaiſon du ſoleil *PD* eſt au rayon, comme la tangente du côté *DI* eſt à la tangente de l'angle *DPI*. L'hypothénuſe *PI* eſt la diſtance du lieu *I* au pole du monde, ou le com-

Fig. 120.

plément de ſa latitude, ſi *PI* eſt moindre que 90 degrés; mais ſi le côté *DI* étoit plus grand que 90°, l'hypothénuſe *PI* ſeroit auſſi plus grande, on ſeroit obligé de prendre le ſupplément à 180° de l'arc trouvé dans les Tables par le calcul trigonométrique, & d'ôter 90° de ce ſupplément pour avoir la latitude du point *I*, qui dans ce cas-là ſeroit une latitude méridionale. Je ſuppoſe que le pole *P*, élevé au-deſſus du cercle de projection eſt le pole boréal du monde, c'eſt-à-dire, que la déclinaiſon du ſoleil eſt boréale; mais ſi c'étoit le pole auſtral qui fût élevé au-deſſus du plan de projection, il faudroit tirer du pole auſtral & non du pole boréal le méridien *PI*. Latitude du point *I*.

1542. L'angle *DPI*, formé au pole du monde par le méridien *PI* du lieu cherché, & par la partie ſupérieure *PD* du méridien univerſel, ſervira à trouver l'angle horaire du lieu *I*, c'eſt-à-dire, ſa diſtance au méridien univerſel, en y ajoûtant 180 degrés; car comme le point *I* s'avance d'occident en orient, ou de droite à gauche vers le méridien univerſel *PC* où il arrivera à midi, l'angle horaire compté d'un midi à l'autre, eſt plus grand que 180° de la quantité *DPI*. Si le lieu dont il s'agit étoit à gauche ou à l'orient du méridien univerſel comme le point *F*, l'angle horaire *CPF* ſeroit le complément de l'angle *DPF*, qu'on eût trouvé par le calcul précédent.

1543. L'angle horaire pour Paris, qui eſt déterminé par l'heure donnée (148), étant diminué de 20 degrés, on le retranchera de l'angle horaire trouvé pour le point *I*, & l'on aura la longitude géographique du lieu de la terre qui y répond, comptée du premier méridien (702).

1544. Exemple. Dans l'éclipſe de 1764, $CK = 1° 24' 58''$, $CM = 39' 52''$, & $PD = 4° 49' 8''$; on fera cette proportion $1° 24' 58'' : R :: 39' 52'' :$ cof. $62° 1' 3''$ valeur de l'angle *MCK*; on y ajoûtera l'angle d'inclinaiſon *LCM* $5° 43' 40''$, puiſque le milieu *M* de l'éclipſe eſt à l'occident de la conjonction, & le point *K* à l'occident du point *M*; on y ajoûtera l'angle de poſition *LCP* $23° 6' 0''$, parce que le cercle de latitude eſt à l'orient du méridien dans les ſignes aſcendans, & l'on aura $90° 44' 43''$ (dont le complé-

Fig. 120. ment eſt à 89° 15′ 17″) pour l'angle *PCI* qui eſt égal à l'arc *DI*; cet arc *DI* étant obtus, nous apprend que l'hypothénuſe *PI*, & l'angle *DPI* le ſeront également, ſuivant les regles de la trigonométrie ſphérique. On fera ces deux proportions ſin. 4° 49′ 8″ : *R* : : tang. 89° 15′ 17″ : tang. 89° 56′ 15″; ce qui prouve que l'angle *P* eſt de 90° 3′ 45″, & l'angle horaire du lieu *I* 270° 3′ 45″.

Le commencement de l'éclipſe générale en *I* a été trouvé ci-deſſus 7ʰ 37′ 29″ du matin, ou 19ʰ 37′ 29″, en comptant d'un midi à l'autre, ce qui fait 294° 22′ 15″ pour l'angle horaire à Paris, dont ôtant 20°, on aura 274° 22′ 15″ pour l'angle horaire ſous le premier méridien; on retranchera l'angle horaire du lieu *I* 270° 3′ 45″, en ajoûtant 360° pour la ſouſtraction : il reſtera 355° 41′ 30″ pour la longitude géographique du lieu cherché *I* (702).

Sa ſituation dans l'éclipſe de 1764.

1545. On fera auſſi cette proportion *R* : cof. 4° 49′ : : coſinus 89° 15′ 17″ : coſinus 89° 15′ 27″, dont le ſupplément 90° 44′ 33″ marque la diſtance du lieu *I* au pole boréal du monde : ainſi il a 0° 44′ 33″ de latitude auſtrale, c'eſt-à-dire, que le lieu cherché eſt ſitué dans le milieu de la mer du Nord, entre la Côte de Guinée & la Côte du Breſil.

On trouveroit par une opération ſemblable le point *V*, qui le premier verra l'éclipſe centrale au lever du ſoleil; ſa longitude eſt 332° 28′, & ſa latitude 18° 49′ boréale. Le calcul eſt encore ſemblable pour trouver la poſition du point *F* & du point *G*, les derniers de la terre qui verront l'éclipſe.

Tracer la route de l'ombre.

1546. La trace de l'ombre de la lune ſur la ſurface de la terre peut ſe marquer ſur un globe ou ſur une carte de géographie, en déterminant de quart en quart-d'heure la longitude & latitude du lieu, qui doit voir l'éclipſe centrale, pendant l'eſpace de temps compris entre ceux où la lune a été en *V* & en *X*. Commençons par le point *M* de la projection, & cherchons quel eſt le pays de la terre, qui projetté au point *M*, aura l'éclipſe centrale à l'heure même du milieu de l'éclipſe générale (1419).

La ligne *CM*, conſidérée comme une ligne droite de

la projection, repréſente un arc du cercle de la terre dont elle eſt la projection, & qui eſt compris entre le point *C*, qui répond perpendiculairement au ſoleil, & le point de la terre qui eſt projetté en *M*. Or on a vû que les arcs comptés du centre de la projection ont leur ſinus même pour projection (1445): ainſi pour trouver l'arc de la terre qui répond à *CM*, il ſuffit de ſçavoir quels ſont les degrés dont *CM* eſt le ſinus; l'on fera donc cette proportion, le rayon de la projection exprimé en ſecondes eſt au ſinus total, comme la perpendiculaire *CM* eſt au ſinus de l'arc de la terre qui lui répond.

On conſidérera enſuite le triangle ſphérique *PCM*, dont on connoît deux côtés & l'angle compris; ſçavoir, l'arc *CM* que nous venons de trouver, l'arc *CP*, complément de la déclinaiſon du ſoleil, ou ſa diſtance au pole, & l'angle *PCM*, égal à celui que forme le méridien avec la perpendiculaire *CM*, ou l'équateur avec l'orbite apparente de la lune (1429), on cherchera le côté *PM* & l'angle *CPM* par les analogies ſuivantes, en abaiſſant une perpendiculaire du point *M* ſur le méridien *PC*.

R : cof. *PCM* : : tang. *CM* : tang. *CZ*, on aura *CP* — *CZ* = *PZ*;

Cof. *PZ* : cof. *PZ* : : cof. *CM* : cof. *PM*.

Sin. *PZ* : ſin. *CZ* : : tang. *PCM* : tang. *CPM*.

Au moyen de *PM* & de l'angle *P*, on trouvera la longitude & la latitude du point *M* par les conſidérations que nous avons employées ci-deſſus pour trouver celles du point *I* (1544).

Trouver le pays où l'éclipſe eſt centrale à une heure donnée.

1547. Tous les autres pays de la terre qui doivent avoir l'éclipſe centrale ſe trouveront par une ſemblable opération, ou pour un moment donné, ou pour une latitude donnée, ou enfin pour une longitude priſe à volonté: mais il eſt plus commode de choiſir un temps donné. Suppoſons, par exemple, que 19′ 13″ de temps, après le milieu de l'éclipſe générale (1420), ou après le temps où la lune doit être au point *M*; on demande quel eſt le point *O* de la terre où l'éclipſe paroîtra centrale, c'eſt-à-dire, le pays qui eſt projetté au point *O* de la projection en même-

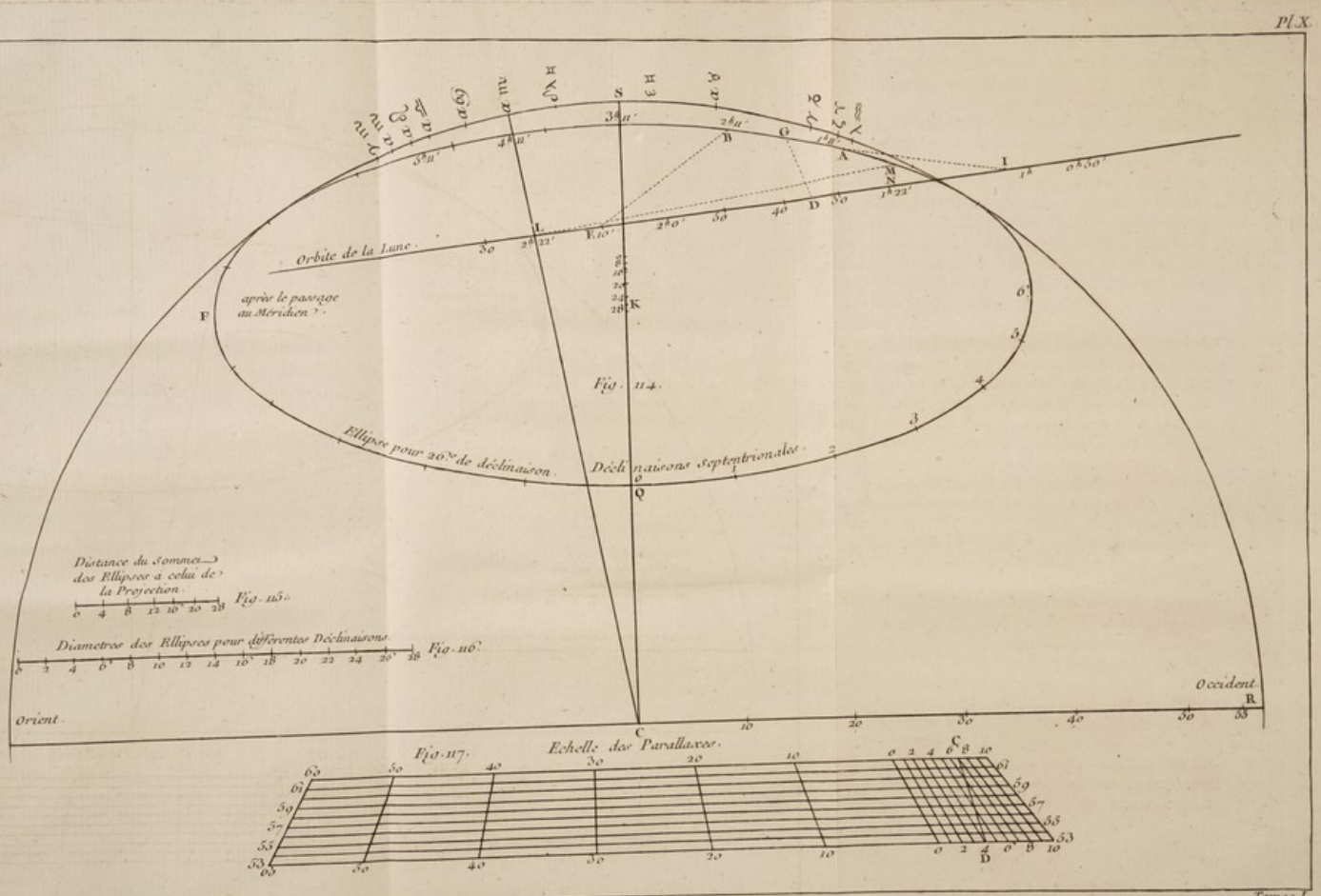
tems que la lune s'y trouve? Ce pays de la terre voyant tout à la fois le ſoleil & la lune au point *O* de la projection, aura une éclipſe centrale.

1548. Pour connoître le côté *MO*, on ſe ſervira du mouvement horaire de la lune, en diſant, une heure ou 60′ ſont au mouvement horaire de la lune ſur ſon orbite relative, comme 19′ 13″ de temps ſont au mouvement *MO*. On cherchera l'angle *MCO* par cette proportion, La perpendiculaire *CM* eſt au côté *MO*, comme le rayon eſt à la tangente de l'angle *MCO*; cet angle combiné avec l'angle *PCM* du méridien, & de la perpendiculaire, donnera l'angle *PCO*; on cherchera le côté *CO*, en diſant, Le ſinus de l'angle *MCO* eſt à *MO*, comme le ſinus total eſt à *CO*; enſuite, le rayon de la projection eſt au ſinus total, comme la ligne *CO* eſt au ſinus de l'arc de la terre dont elle eſt la projection; par ce moyen l'on a dans le triangle ſphérique *PCO*, deux côtés *PC*, *CO* & l'angle compris *PCO*; on trouvera par les analogies rapportées ci-deſſus (1546) le côté *PO*, & l'angle au pole *CPO*, d'où l'on tirera la latitude & la longitude du point *O* (1544).

1549. Exemple. Le premier Avril 1764, le milieu de l'éclipſe générale étant ſuppoſé à 10ʰ 23′ 17″ au méridien de Paris (1420), on trouvera l'angle horaire du lieu *O* de 340° 4′, & le côté *PO* de 38° 55′, ce qui prouve que la latitude du lieu *O* eſt de 51° 5′. Or à 10ʰ 42′ 30″, l'angle horaire pour Paris eſt de 340° 37′ 30″, & pour le premier méridien, 320° 37′ 30″; on retranchera cet angle horaire de celui du lieu *O* = 340° 4′, & il reſtera 19° 26′ 30″ pour la longitude du pays cherchée. Ce point tombe aſſez près de Calais, qui eſt à 19° 31′ de longitude, & à 50° 58′ de latitude ſeptentrionale.

1550. Il n'eſt pas plus difficile de trouver à un inſtant quelconque les pays où la plus grande éclipſe ſera d'un doigt, ou de telle autre grandeur qu'on voudra; l'on prendra *MA* (*Fig.* 122), égale à la ſomme des demi-diamétres du ſoleil & de la lune, & la ligne *EAG*, parallele à l'orbite, marquera tous les points, où l'on ne doit voir qu'un ſimple contact de la lune & du ſoleil au nord du ſoleil ſans aucune

Fig. 122.


Orbite de la Lune
après le passage au Méridien
Ellipse pour 20ᵈ de déclinaison
Déclinaisons Septentrionales
Occident
Orient
Fig. 114.
Distance du Sommet des Ellipses à celui de la Projection
Fig. 115.
Diametres des Ellipses pour différentes Déclinaisons
Fig. 116.
Fig. 117.
Echelle des Parallaxes.

aucune éclipſe (1413). Du point *A* l'on prendra *AQ* d'un quart du diamétre du ſoleil ou de 3 doigts, & la ligne *OQR* marquera tous les pays où l'on doit voir le ſoleil éclipſé de 3 doigts vers ſon bord ſeptentrional. On prendra *AS* égale au diamétre du ſoleil, & la ligne *SY* marquera les points où l'on verra la lune entiere ſur le ſoleil touchant le bord ſeptentrional du ſoleil; la diſtance *HY* eſt la demi-largeur de l'eſpace qui aura l'éclipſe annulaire, & ce ſeroit celui qui auroit l'éclipſe totale ſi le point *S* tomboit au-deſſous du point *M*, c'eſt-à-dire, ſi le demi-diametre du ſoleil étoit moindre que celui de la lune. On pourroit déterminer à un inſtant donné la longitude & la latitude du point *R* de la terre qui voit l'éclipſe de 3 doigts, & du point *Z* qui voit les deux bords ſe toucher, de la même maniere que l'on a déterminé ſur l'orbite celui qui voyoit l'éclipſe centrale. La ſeule différence conſiſte à employer *CQ* au lieu de *CM*; & du reſte la ligne *QR* eſt égale à la portion *MH* de l'orbite lunaire, qui ſerviroit à trouver le lieu *H* de la terre qui voit l'éclipſe centrale au même inſtant. *Fig.* 122.

1550. Les principes démontrés juſqu'ici ſuffiſent pour exécuter le type général d'une éclipſe, ſur une Mappemonde ou ſur un Globe, tel que M. de la Caille le faiſoit dans ſes Ephémérides toutes les fois qu'il y avoit une éclipſe de ſoleil; c'eſt ainſi que l'on peut former une carte ſemblable à celle que Madame le Paute a donnée pour la grande éclipſe du premier Avril 1764. On y voit la trace de l'ombre qui forme ſur la terre une petite ellipſe, & qui parcourt environ 12 lieues par minute; cette vîteſſe eſt quatre fois plus grande que celle d'un boulet de canon, qui eſt d'environ 100 toiſes par ſeconde, ou trois lieues par minute. Viteſſe de l'ombre.

TROUVER LA DIFFÉRENCE DES MÉRIDIENS entre deux Villes où l'on a observé une Eclipse de Soleil ou d'Etoile.

1551. Lorsqu'on a observé le commencement & la fin d'une éclipse, ou l'immersion & l'émersion d'une étoile, il faut en déduire le temps de sa conjonction vraie; & si l'on a le tems de la même conjonction en deux pays différens, la différence des temps sera évidemment celle des méridiens. (*Kepl. Astr. pars Opt.* 393. *Expos. du Cal. Astr. p.* 150, *Mém. présentés* 1, 539).

Le 6 Avril 1749, l'étoile appellée *Antarès* fut éclipsée par la lune à $14^h\ 6'\ 19''$, & elle reparut à $15^h\ 12'\ 54''$, tems vrai à Berlin: on calculera pour ces deux instans les quantités suivantes.

Longitude vraie de la lune.	$8^s\ 5^o\ 37'\ 26''$	$8^s\ 6^o\ 14'\ 18''$
Latitude vraie.	$3\ 46\ 40$	$3\ 44\ 32$
Parallaxe de longitude (1540)	$19\ 18$	$9\ 38$
Parallaxe de Latitude.	$52\ 57$	$55\ 16$

Fig. 123. 1552. Soit S (*Fig.* 123) l'étoile éclipsée, L le lieu apparent du centre de la lune au commencement de l'éclipse, F le lieu apparent de la lune au moment de l'émersion, LF le mouvement apparent de la lune dans l'intervalle de la durée de l'éclipse, GHI un arc de l'écliptique, DSE un parallele à l'écliptique, passant par le centre de l'étoile. Si FA est parallele à DE, l'on aura le mouvement apparent en latitude AL, & le mouvement apparent en longitude FA sur un arc de grand cercle qui se confond sensiblement avec le parallele à l'écliptique; mais qui est plus petit de quelques secondes que l'arc GI de l'écliptique (1503).

1553. Le mouvement apparent en latit. dans l'espace de $1^h\ 6'\ 35''$ qu'a duré l'occultation à Berlin, c'est-à-dire, la valeur de AL, est de $11''\ 4$, dont la latit. apparente croissoit; le mouvement apparent en longitude sur l'écliptique étoit de $27'\ 10''\ 8 = GI$, & de $27'\ 5''\ 3$ sur un grand cercle FA; on trouvera donc l'angle AFL de $0^o\ 24'\ 2''$, &

le côté *FL*, ou le mouvement de la lune ſur ſon orbite apparente 27′ 11″.

1554. Ayant abaiſſé du centre *S* de l'étoile une perpendiculaire *SB* ſur l'orbite apparente *FL*; ſi l'on ſuppoſe le demi-diametre apparent de la lune de 15′ 47″ ½ au commencement & à la fin de l'éclipſe, le triangle *FSL* ſera iſocele, & *LB* ſera la moitié de *FL*, c'eſt-à-dire, 13′ 35″ ½. Dans le triangle *SFB*, connoiſſant les côtés *SF* & *FB*, on trouvera l'angle *SFB* = 30° 56′ égal à *SLB*; l'on en ôtera l'angle *AFL* ou *CLF* de 24′, & l'on aura l'angle *SLC* = *LSE* = 30° 32′. Dans le triangle *ESL*, on connoît *SL* = 15′ 47″ ½, & l'angle *ESL* de 30° 32′, on trouvera *SE*, 816″ 1, qui diviſé par le coſinus de la latitude apparente *LI*, donnera 818″ 8 pour la diſtance apparente *HI* de la lune à ſa conjonction ſur l'écliptique : c'eſt ce que Kepler & Bouillaud appellent *ſcrupula incidentiæ*. Cette diſtance apparente *IH* de 13′ 38″ 8 eſt à l'occident de l'étoile, & précéde la conjonction apparente, puiſque la lune étoit moins avancée que l'étoile ; mais la parallaxe de longitude faiſoit paroître la lune plus avancée vers l'orient de 19′ 17″ 9, parce que la longitude de la lune eſt plus grande que celle du Nonag. (1492) : ainſi le lieu vrai de la lune étoit encore plus éloigné de l'étoile que le lieu apparent; il faut donc ajoûter la parallaxe avec la diſtance à la conjonction apparente, & l'on aura 32′ 56″ 7 pour la diſtance de la lune à la conjonction vraie, en minutes de deg. comptées ſur l'écliptique; ce qui fait 0^h 59′ 31″ 6, différence de temps entre l'obſervation & la conjonction vraie; or l'immerſion fut obſervée à 2^h 6′ 19″, donc le temps vrai de la conjonction fut à 3^h 5′ 50″ 6 au méridien de Berlin.

Temps de la conjonction vraie.

1555. Il y a des cas où la ligne *FL* du mouvement apparent eſt ſituée différemment par rapport au parallele *DE*; mais on pourra prendre dans tous les cas, la différence entre l'angle *SFB* du triangle, & l'angle d'inclinaiſon *AFL*, on aura toujours l'angle *ESL* du côté où la différence de latit. apparente *EL* eſt la plus petite (c'eſt le complément de l'angle de conjonction). Son ſinus & ſon coſinus multipliés par la ſomme des demi-diamétres du ſoleil

& de la lune, ou par le demi-diamétre ſeul de la lune, donneront les différences de latitude & de longitude, *EL* & *ES*.

Le même calcul par l'émerſion.

1556. Pour vérifier le calcul précédent, il eſt bon de chercher auſſi la conjonction par l'émerſion de l'étoile. Si l'on ajoûte enſemble ces deux angles *SFB*, *BFA*, l'on aura *SFA* = *DSF* = 31° 20′. Dans le triangle *DSF*, rectangle en *D*, dont on connoît l'hypothénuſe *FS* = *SL*, & l'angle *DSF*; l'on trouvera *SD*, qui étant diviſé par le coſinus de la latitude, donnera *GH* = 13′ 32″, diſtance à la conjonction apparente meſurée ſur l'écliptique. Dans cette obſervation, la lune paroiſſoit plus orientale que l'étoile, de 13′ 32″; mais à cauſe de la parallaxe de longitude, elle paroiſſoit plus orientale que ſon lieu vrai, 9′ 37″ 7; donc il reſte 3′ 54″ 3, dont elle avoit réellement paſſé ſa conjonction vraie avec l'étoile, ce qui fait en temps 7′ 3″ 4; cet intervalle étant ôté de l'heure de cette ſeconde obſervation 3ʰ 12′ 54″, on trouve le temps vrai de la conjonction vraie à 3ʰ 5′ 50″ 6, auſſi bien que par la premiere obſervation. On ſent bien qu'il ne doit y avoir aucune différence ſi l'on a bien opéré, puiſque le temps de la conjonction étant déterminé par le mouvement *FL*, qui dépend des deux obſervations conjointement, on ne ſçauroit trouver qu'un ſeul réſultat par ces deux obſervations.

1557. Pour connoître la vraie latitude de la lune par cette obſervation, on cherchera auſſi les côtés *DF* & *EL*, par le moyen des triangles *DSF* & *LSE* qu'on a réſolus ci-deſſus; on les trouvera de 8′ 1″ 4, & 8′ 12″ 8; on ajoûtera ces quantités à la latitude de l'étoile 4° 32′ 11″ 7 = *IE* = *GD*, parce que la lune paroiſſoit plus méridionale que l'étoile, & l'on aura les latitudes apparentes de la lune *IL*, *GF*, 4° 40′ 13″ 1, & 4° 40′ 24″ 5; on en ôtera les parallaxes de latitude 52′ 57″ 3, & 55′ 16″ 7, parce que la latitude auſtrale de la lune étoit augmentée par la parallaxe, & l'on aura 3° 47′ 15″ 8, & 3° 45′ 7″ 8 pour les latitudes vraies de la lune *IM*, *GN* conclues de l'obſervation; ces latitudes ſe trouvent être plus grandes de 36″ chacune que celles qu'on avoit tirées des Tables Aſtronomiques de M.

Halley. On remarquera en paſſant, que l'orbite vraie *MN* de la lune ſe rapproche ici de l'écliptique, quoique l'orbite apparente *LF* s'en éloigne.

1558. Le même jour j'obſervai à Paris l'immerſion d'Antarès à $2^h\ 1'\ 20''$ du matin ; il s'agit de trouver auſſi la conjonction vraie de la lune à l'étoile par l'obſervation de Paris ; on feroit la même opération que pour Berlin (1553), ſi l'on avoit obſervé à Paris l'émerſion auſſi bien que l'immerſion ; mais les nuages m'ayant empêché de faire la ſeconde obſervation, je vais y ſuppléer par une autre Méthode, qui ſervira d'exemple en pareil cas. Obſervation correſpondante à Paris.

1559. La latitude vraie de la lune calculée par les Tables pour le moment de l'obſervation eſt $3°\ 47'\ 19''$; il y faut ajoûter $36''$, puiſque nous avons trouvé par l'obſervation de Berlin, que les Tables donnoient ce jour-là une latitude trop petite de $36''$ (1557), & nous aurons pour la latitude vraie de la lune, au moment de l'immerſion obſervée à Paris, $3°\ 47'\ 55''$; il y faut ajoûter la parallaxe de latitude $48'\ 17''$, pour avoir la latitude apparente de la lune $4°\ 36'\ 12''$, & en ôter la latitude de l'étoile $4°\ 32'\ 12''$, pour trouver la différence apparente en latitude au moment de l'obſervation $4'\ 0''$. Dans le triangle *SFD*, *Fig.* 123, on connoît $FD = 4'\ 0''$ & $SF = 15'\ 47''\ 1$ demi-diamétre apparent de la lune, augmenté à raiſon de ſa hauteur ; l'on cherchera le côté *SD*, qui diviſé par le coſinus de la latitude apparente de la lune, donnera la différence apparente de longitude *GH*, ſur l'écliptique pour Paris, $15'\ 19'',1$; il y faut ajoûter la parallaxe de longitude $29'\ 10'',9$, pour avoir la diſtance à la conjonction vraie, $44'\ 30''$. On réduira cet intervalle *GH* en temps, par le moyen du mouvement horaire de la lune, (en ajoûtant à ſon logarithme le logarithme conſtant 0,256913), & l'on aura celui de $1^h\ 20'\ 24''\frac{1}{2}$, intervalle de temps entre l'obſervation pour Paris, & le temps vrai de la conjonction vraie, qui ſe trouvera par conſéquent être à $2^h\ 21'\ 44''\frac{1}{2}$. *Fig.* 123. Conjonction pour Paris.

1560. On aura donc les deux temps de la conjonction, de la maniere ſuivante :

Comparaiſon des deux temps.

Temps vrai de la conjonction vraie à Berlin,	3^h	$5'$	$50''\frac{1}{2}$
Temps vrai de la conjonction vraie à Paris,	2	21	$44\frac{1}{2}$
Donc la différence des Méridiens,	0	44	6
Et par rapport à l'Obſervatoire R. de Paris,	0	44	8

Cette quantité eſt plus petite de $17''$ que ſuivant la détermination de M. Grischow, (*Mémoires préſentés à l'Acad. Tom. I.*), la longitude de l'étoile Antarès étoit alors $8^s\ 6^o\ 16'\ 20''$, c'eſt auſſi la longitude vraie de la lune pour le 5 Avril $14^h\ 21'\ 42''$, temps vrai à l'Obſervatoire Royal de Paris, ou $14^h\ 24'\ 0''$, temps moyen, & la latitude vraie de la lune étoit de $3^o\ 45'\ 22''$, ſuivant l'obſervation.

Utilité de cette méthode.

1561. Cette maniere de déterminer les longitudes des différens pays de la terre, eſt la plus exacte que nous ayons; le ſeul inconvénient qu'on y trouve, eſt la longueur du calcul qu'elle ſuppoſe; c'eſt un très-grand obſtacle, à cauſe du peu de perſonnes qui s'occupent de ces recherches. On verra dans le XIVe. Livre différentes conſidérations ſur la maniere d'obſerver les éclipſes de lune & celles des ſatellites de Jupiter, pour en déduire la différence des méridiens entre deux villes; mais celle que je viens d'expliquer, ſera peut-être toujours la plus exacte.

Lorſque la lune a paſſé l'oppoſition, ſa partie orientale eſt éclairée, ſa partie occidentale eſt obſcurcie; ainſi les immerſions ſe font dans la partie éclairée, & les émerſions ſe font dans la partie obſcure, c'eſt-à-dire, à gauche dans une lunette aſtronomique: ce ſont-là les ſeules émerſions dont on puiſſe être aſſuré; car quand l'étoile ſort de la partie éclairée de la lune, ſa lumiere trop foible par rapport à celle de la lune, ne ſe diſtingue pas ordinairement au premier inſtant.

Lorſqu'on a vû une planete, ou une étoile entrer ſous la lune, & que l'on ſçait à quelle diſtance elle doit paſſer par rapport au centre de la lune, on tire une ligne au travers des taches de la lune, & l'on eſſaie de remarquer vis-à-vis de quelles taches doit ſe faire l'émerſion; car ſi l'on n'eſt pas prévenu de la ſituation du point d'émerſion, c'eſt en vain que l'on eſpere appercevoir l'étoile au moment de ſon émerſion; & ces obſervations, au lieu d'être les plus exac-

tes que l'on ait, deviennent les plus défectueuſes : je pourrois citer pluſieurs exemples où des Aſtronomes habiles y ont été trompés groſſiérement.

Il arrive ſouvent dans ces ſortes d'éclipſes que l'étoile paroît quelque temps ſur le diſque même de la lune ; je crois que c'eſt encore un effet de la diffraction ou inflexion des rayons qui ſont attirés par le bord de la lune, (Voyez Newton, *Opt. p.* 3.), & non pas de l'atmoſphère de la lune. Pluſieurs raiſons me paroiſſent prouver que la lune n'a point d'atmoſphère ; 1°. dans les éclipſes de ſoleil on voit le bord de la lune très-net & bien terminé ; 2°. nous ne voyons pas les taches de la lune changer de couleur ; 3°. Vénus, quand elle eſt éclipſée par la lune, ne change pas de forme ni de figure ; 4°. on a vû dans une occultation de Jupiter que le bord de la lune paroiſſoit ſur le diſque de Jupiter, (*Mém. Acad.* 1715.)

Il n'y a pas d'atmoſphère dans la Lune.

Différentes ſortes d'Eclipſes.

1562. Les éclipſes des planetes par la lune ſe calculent de la même maniere que les éclipſes de ſoleil, ou d'étoiles, la ſeule différence conſiſte à prendre la ſomme des mouvemens de la planete & de la lune en latitude & en longitude, ou bien leur différence, ſuivant qu'ils ſe font en ſens contraire, ou du même ſens, cela donne le mouvement relatif en longitude & en latitude, qui ſert à trouver l'inclinaiſon de l'orbite relative (1373).

Eclipſes des planetes par la lune.

1563. Les éclipſes des planetes par la lune ſont aſſez fréquentes ; Mercure eſt la ſeule planete que l'on puiſſe rarement obſerver quand elle eſt cachée par la lune ; je n'en connois qu'une ſeule obſervation qui fut faite au Bréſil par Margraf, dans le dernier ſiécle ; ces éclipſes ſont utiles pour déterminer les longitudes des villes où on les obſerve.

1564. Les planetes ſont quelquefois aſſez proches l'une de l'autre pour s'éclipſer mutuellement ; Mars parut éclipſé par Jupiter le 9 Janvier 1591, & par Vénus le 3 Octobre 1599, (Kepler, *Aſtron. Pars Optica*) ; Mercure

Eclipſe d'une planete par une autre.

fut caché par Vénus le 17 May 1737, (*Philoſ. Tranſact. n°.* 450.).

1565. On trouve auſſi dans les Ouvrages des Aſtronomes pluſieurs exemples des occultations d'étoiles par les planetes : Saturne couvrit l'étoile o de la ſixieme grandeur à la corne auſtrale du Taureau, le 7 Janvier 1679, ſuivant M. Kirch, *Miſcel. Berolin. p.* 205.

1566. Jupiter couvrit l'étoile du Cancer appellée l'*Ane auſtral*, le 4 Sept. 241 avant J. C.; & M. Pound obſerva en 1616 une autre occultation d'étoile par Jupiter, (*Phil. Tranſ. n°.* 350.).

1567. Le 18 Janvier 272 avant J. C. Mars couvrit l'étoile boréale au front du Scorpion; & Gaſſendi a vû Mars couvrir auſſi l'étoile qui eſt à l'extrémité de l'aîle de la Vierge. Mars en 1672. couvrit une des étoiles du Verſeau, & nous avons eu occaſion de parler des remarques dont ce phénomene fut l'occaſion (1353).

1568. Vénus dut cacher la belle étoile au cœur du Lion, le 16 Septembre 1574, & le 23 Sept. 1598, ſuivant Mœſthlinus, (Kepler, *Opt. p.* 301. Riccioli, *Alm. I.* 721.).

Les cometes couvrent auſſi quelquefois des étoiles fixes. Le 12 de ce mois, (Janvier 1764), j'ai vû la comete, qui paroît actuellement, ſortant de deſſus une étoile de ſeptieme grandeur à la queue du Cygne; l'étoile étoit encore enveloppée dans la chévelure de la comete. Ces ſortes d'obſervations ſeroient très-curieuſes pour la théorie des cometes, ſi l'on connoiſſoit parfaitement les poſitions des petites étoiles.

1569. Enfin, on peut regarder comme une autre ſorte d'éclipſes les paſſages de Mercure & de Vénus ſur le diſque du ſoleil dans leurs conjonctions inférieures; mais à cauſe de l'importance de ces paſſages, je ſuis obligé d'en parler plus au long, & ce ſera la matiere du Livre ſuivant.

FIN DU TOME PREMIER.

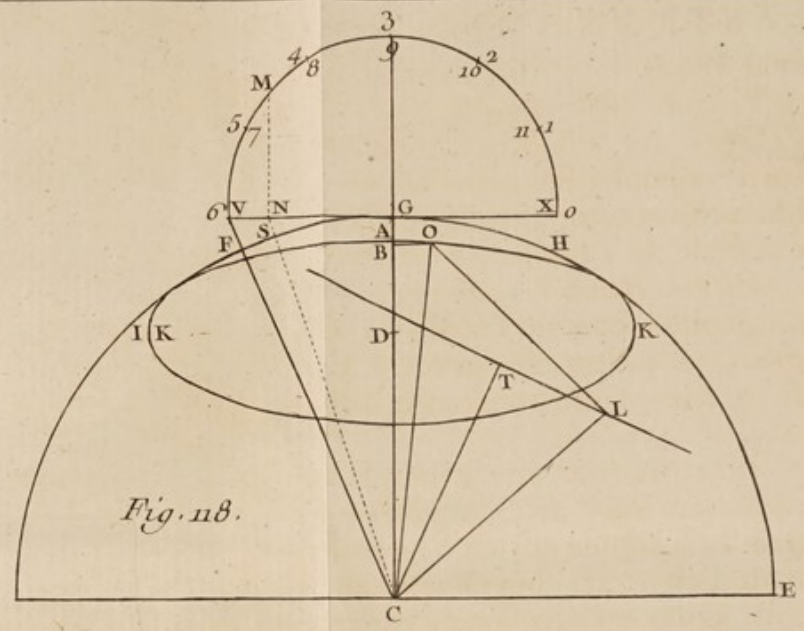


Fig. 118.

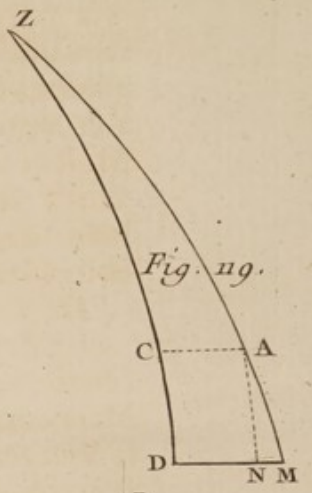


Fig. 119.

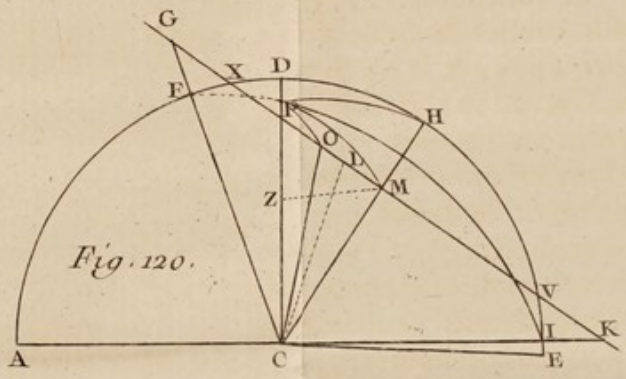


Fig. 120.

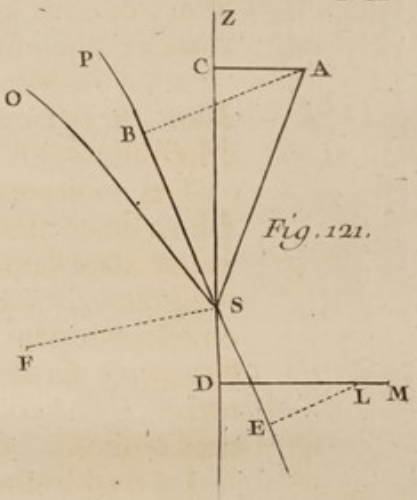


Fig. 121.

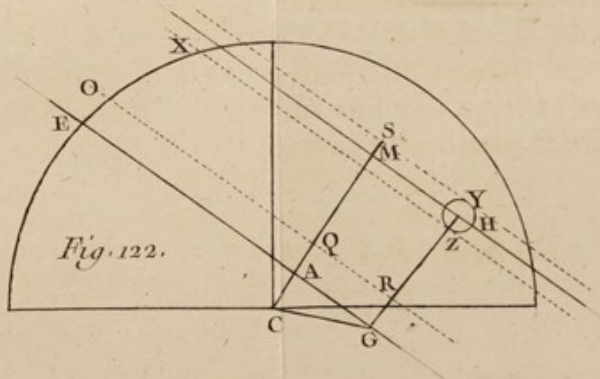


Fig. 122.

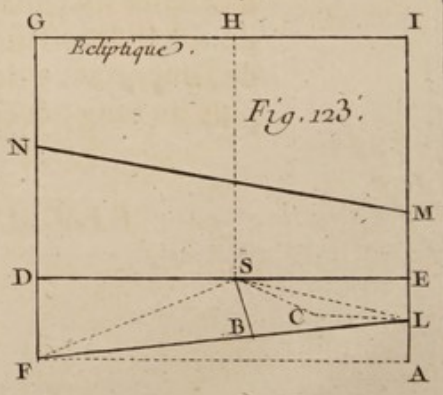


Fig. 123.

TABLES
DES MOUVEMENTS DU SOLEIL ET DE LA LUNE
POUR LE MÉRIDIEN DE PARIS;
Suivies du Catalogue des principales ETOILES.

TABLES DU SOLEIL.

TABLE I.

Epoques des longitudes moyennes du Soleil, & des arguments qui reglent ſes inégalités.

	Années ſéculaires Juliennes.	Longitude moyenne du Soleil.				Longitude de l'Apogée du Soleil.				Argum. I pour la Nutation.		Argum. II pour Jupiter.		Argum. III pour Venus.		Argum. IV pour la Lune.		Obliquité de l'Ecliptique.		
		S.	D.	′	″	S.	D.	′	″	S.	D.	S.	D.	S.	D.	S.	D.	D.	′	″
Avant Jeſus-Chriſt.	800	9	1	49	41	1	22	14	20	2	18,5	10	23,1	9	23,5	4	18,6	24	2	13
	700	9	2	35	36	1	24	3	30	7	2,7	5	16,3	4	11,9	2	25,7	24	0	56
	600	9	3	21	32	1	25	52	40	11	16,8	0	9,5	11	0,3	1	2,7	23	59	40
	500	9	4	7	27	1	27	41	50	4	1,0	7	2,7	5	18,8	11	9,8	23	58	23
	400	9	4	53	23	1	29	31	0	8	15,2	1	25,9	0	7,2	9	16,8	23	57	5
	300	9	5	39	19	2	1	20	10	0	29,4	8	19,1	6	25,6	7	23,9	23	55	47
	200	9	6	25	14	2	3	9	20	5	3,6	3	12,3	1	14,1	6	0,9	23	54	28
	100	9	7	11	10	2	4	58	30	9	27,8	10	5,5	8	2,5	4	8,0	23	53	10
	0	9	7	57	5	2	6	47	40	2	12,0	4	28,7	2	20,9	2	15,0	23	51	50
Années après J. C. vieux ſtyle.	100	9	8	43	1	2	8	36	50	6	26,2	11	21,9	9	9,4	0	22,0	23	50	30
	200	9	9	28	57	2	10	26	0	11	10,3	6	15,0	3	27,8	10	29,1	23	49	10
	300	9	10	14	52	2	12	15	10	3	24,5	1	8,2	10	16,2	9	6,1	23	47	48
	400	9	11	0	48	2	14	4	20	8	8,7	8	1,4	5	4,6	7	13,2	23	46	27
	500	9	11	46	43	2	15	53	30	0	22,9	2	24,6	11	23,1	5	20,2	23	45	5
	600	9	12	32	39	2	17	42	40	5	7,1	9	17,8	6	11,5	3	27,3	23	43	43
	700	9	13	18	35	2	19	31	50	9	21,3	4	11,0	0	29,9	2	4,4	23	42	20
	800	9	14	4	30	2	21	21	0	2	5,5	11	4,2	7	18,4	0	11,4	23	40	56
	900	9	14	50	26	2	23	10	10	6	19,7	5	27,4	2	6,8	10	18,4	23	39	32
	1000	9	15	36	22	2	24	59	20	11	3,9	0	20,6	8	25,2	8	25,5	23	38	8
	1100	9	16	22	18	2	26	48	30	3	18,0	7	13,8	3	13,6	7	2,6	23	36	42
	1200	9	17	8	13	2	28	37	40	8	2,2	2	6,9	10	2,1	5	9,6	23	35	17
	1300	9	17	54	9	3	0	26	50	0	16,4	9	0,1	4	20,5	3	16,7	23	33	51
	1400	9	18	40	4	3	2	16	0	5	0,6	3	23,3	11	8,9	1	23,7	23	32	25
	1500	9	19	26	0	3	4	5	10	9	14,8	10	16,5	5	27,4	0	0,8	23	30	58

Suite des Epoques du Soleil pour les Années Grégoriennes.

Années Grégor.	Longitude moyenne du Soleil.				Longitude de l'Apogée du Soleil.				Arg. I. pour la Nutat.		Arg. II. pour Jupiter.		Arg. III. pour Vénus.		Arg. IV. pour la Lune.		Obliquité de l'Ecliptique.					
																	I. Janvier.			I. Av.	I. Juil.	I. Oct.
	S.	D.	'	"	S.	D.	'	"	S.	D.	S.	D.	S.	D.	S.	D.	D.	'	"	"	"	"
Biſſ. 1600	9	10	20	32,3	3	5	54	19	1	28,5	5	0,7	0	9,6	6	5,9	23	29	30			
Biſſ. 1620	9	10	29	43,4	3	6	16	9	2	25,3	8	23,6	6	13,3	10	19,3	23	29	17			
Biſſ. 1640	9	10	38	54,6	3	6	37	59	3	22,2	0	16,5	0	17,0	3	2,7	23	29	4			
Biſſ. 1660	9	10	48	5,7	3	6	59	49	4	19,0	4	9,4	6	20,7	7	16,1	23	28	52			
Biſſ. 1680	9	10	57	16,8	3	7	21	39	5	15,8	8	2,3	0	24,3	11	29,6	23	28	41			
Com. 1700	9	10	7	19,6	3	7	43	29	6	12,6	11	24,2	6	27,5	4	0,8	23	28	32,2	32,3	32,4	32,6
1701	9	9	52	58,4	3	7	44	35	7	2,0	10	23,7	2	12,5	8	10,4			32,9	33,2	33,6	34,0
1702	9	9	38	38,9	3	7	45	40	7	21,3	9	23,0	9	27,5	0	20,0			34,5	35,0	35,6	36,1
1703	9	9	24	21,1	3	7	46	46	8	10,6	8	22,5	5	12,6	4	29,7			36,7	37,3	37,9	38,5
Biſſ. 1704	9	10	9	9,9	3	7	47	51	9	0,0	7	22,9	0	28,1	9	21,5			39,2	39,9	40,5	41,1
1705	9	9	54	50,3	3	7	48	57	9	19,3	6	22,2	8	13,1	2	1,1			41,7	42,3	42,9	43,5
1706	9	9	40	30,8	3	7	50	2	10	8,7	5	21,7	3	28,1	6	10,7			44,0	44,5	44,9	45,3
1707	9	9	26	11,3	3	7	51	8	10	28,0	4	21,0	11	13,2	10	20,4			45,6	45,8	46,0	46,2
Biſſ. 1708	9	10	11	0,1	3	7	52	13	11	17,4	3	21,4	6	28,8	3	12,2			46,3	46,3	46,2	46,1
1709	9	9	56	40,6	3	7	53	19	0	6,7	2	20,8	2	13,9	7	21,8			46,0	45,8	45,5	45,1
1710	9	9	42	21,0	3	7	54	24	0	26,0	1	20,2	9	28,8	0	1,4			44,7	44,2	43,7	43,1
1711	9	9	28	1,5	3	7	55	30	1	15,4	0	19,7	5	13,9	4	11,0			42,5	41,8	41,1	40,3
Biſſ. 1712	9	10	12	50,3	3	7	56	35	2	4,7	11	20,0	0	29,5	9	2,9			39,6	38,8	38,0	37,1
1713	9	9	58	30,8	3	7	57	41	2	24,1	10	19,3	8	14,6	1	12,5			36,2	35,3	34,4	33,5
1714	9	9	44	11,1	3	7	58	46	3	13,4	9	18,8	3	29,7	5	22,1			32,7	31,9	31,1	30,3
1715	9	9	29	51,7	3	7	59	52	4	2,7	8	18,2	11	14,7	10	1,7			29,5	28,8	28,1	27,5
Biſſ. 1716	9	10	14	40,5	3	8	0	57	4	22,1	7	18,5	7	0,3	2	23,5			26,9	26,3	25,8	25,4
1717	9	10	0	21,0	3	8	2	3	5	11,4	6	18,0	2	15,3	7	3,2			25,0	24,7	24,4	24,2
1718	9	9	46	1,5	3	8	3	8	6	0,8	5	17,3	10	0,4	11	12,8			24,1	24,0	24,0	24,1
1719	9	9	31	42,0	3	8	4	14	6	20,1	4	16,8	5	15,4	3	22,4			24,2	24,4	24,6	24,9
Biſſ. 1720	9	10	16	30,8	3	8	5	19	7	9,5	3	17,2	1	1,1	8	14,2			25,3	25,7	26,1	26,6
1721	9	10	2	11,2	3	8	6	25	7	28,8	2	16,5	8	16,1	0	23,8			27,1	27,7	28,3	28,9
1722	9	9	47	51,7	3	8	7	30	8	18,1	1	16,0	4	1,1	5	3,5			29,5	30,1	30,8	31,4
1723	9	9	33	32,2	3	8	8	36	9	7,5	0	15,4	11	16,2	9	13,1			32,1	32,7	33,3	33,9
Biſſ. 1724	9	10	18	21,0	3	8	9	41	9	26,8	11	15,7	7	1,8	2	4,9			34,5	35,1	35,6	36,1
1725	9	10	4	1,5	3	8	10	47	10	16,2	10	15,2	2	16,8	6	14,5			36,5	36,9	37,2	37,5
1726	9	9	49	42,0	3	8	11	52	11	5,5	9	14,5	10	1,8	10	24,1			37,8	37,9	38,0	38,1
1727	9	9	35	22,4	3	8	12	58	11	24,8	8	14,0	5	16,8	3	3,8			38,1	38,0	37,9	37,7
Biſſ. 1728	9	10	20	11,2	3	8	14	3	0	14,2	7	14,2	1	2,6	7	25,6			37,4	37,1	36,7	36,2
1729	9	10	5	51,7	3	8	15	9	1	3,5	6	13,7	8	17,6	0	5,2			35,7	35,1	34,5	33,9
1730	9	9	51	32,2	3	8	16	14	1	22,9	5	13,1	4	2,6	4	14,8			33,2	32,5	31,7	30,9
1731	9	9	37	12,6	3	8	17	20	2	12,2	4	12,5	11	17,7	8	24,5			30,1	29,3	28,5	27,6
Biſſ. 1732	9	10	22	1,4	3	8	18	25	3	1,6	3	12,9	7	3,3	1	16,3			26,7	25,8	24,9	24,1
1733	9	10	7	41,9	3	8	19	31	3	20,9	2	12,2	2	18,3	5	25,9			23,3	22,5	21,7	20,9
1734	9	9	53	22,4	3	8	20	36	4	10,3	1	11,7	10	3,3	10	5,5			20,2	19,5	18,9	18,3
1735	9	9	39	2,9	3	8	21	41	4	29,6	0	11,1	5	18,3	2	15,2			17,8	17,3	16,9	16,6
Biſſ. 1736	9	10	23	51,7	3	8	22	47	5	18,9	11	11,5	1	4,0	7	7,0			16,3	16,1	15,9	15,8
1737	9	10	9	32,1	3	8	23	52	6	8,3	10	10,8	8	19,1	11	16,6			15,8	15,8	15,9	16,1
1738	9	9	55	12,6	3	8	24	58	6	27,6	9	10,3	4	4,1	3	26,2			16,3	16,6	16,9	17,3
1739	9	9	40	53,1	3	8	26	3	7	16,9	8	9,7	11	19,1	8	5,8			17,7	18,2	18,7	19,2
Biſſ. 1740	9	10	25	41,9	3	8	27	9	8	6,3	7	10,0	7	4,8	0	27,7			19,8	20,4	21,0	21,6
1741	9	10	11	22,4	3	8	28	14	8	25,6	6	9,4	2	19,8	5	7,3			22,3	23,0	23,7	24,3
1742	9	9	57	2,8	3	8	29	20	9	15,0	5	8,9	10	4,8	9	16,4			24,9	25,5	26,1	26,7
1743	9	9	42	43,3	3	8	30	25	10	4,3	4	8,2	5	19,8	1	26,5			27,2	27,7	28,1	28,5
Biſſ. 1744	9	10	27	32,1	3	8	31	31	10	23,7	3	8,6	1	5,5	6	18,3			28,9	29,2	29,5	29,7
1745	9	10	13	12,6	3	8	32	36	11	13,0	2	8,0	8	20,6	10	28,0			29,8	29,9	29,9	29,9
1746	9	9	58	53,1	3	8	33	42	0	2,3	1	7,4	4	5,6	3	7,6			29,8	29,6	29,3	29,0
1747	9	9	44	33,5	3	8	34	47	0	21,6	0	6,8	11	20,6	7	17,2			28,7	28,3	27,8	27,3
Biſſ. 1748	9	10	29	22,3	3	8	35	53	1	11,0	11	7,2	7	6,3	0	9,0			26,7	26,1	25,4	24,7
1749	9	10	15	2,8	3	8	36	58	2	0,4	10	6,6	2	21,3	4	18,6			23,9	23,1	22,3	21,5
1750	9	10	0	43,4	3	8	38	4	2	19,7	9	6,0	10	6,3	8	28,3			20,7	19,8	18,9	18,0
1751	9	9	46	23,8	3	8	39	9	3	9,0	8	5,4	5	21,3	1	7,9			17,2	16,3	15,5	14,7

Suite des Epoques du Soleil pour les Années Grégoriennes.

Années Grégor.	Longitude moyenne du Soleil.	Longitude de l'Apogée du Soleil.	Arg. I pour la Nutat.	Arg. II pour Jupiter.	Arg. III pour Vénus.	Arg. IV. pour la Lune.	Obliquité de l'Ecliptique. 1. Janvier.	1. Av.	1. Juil.	1. Oct.
	S. D. ′ ″	S. D. ′ ″	S. D.	S. D.	S. D.	S. D.	D. ′ ″	″	″	″
Biſſ. 1752	9 10 31 12,6	3 8 40 15	3 28,3	7 5,7	1 7,0	5 29,7	23 28 13,9	13,1	12,4	11,7
1753	9 10 16 53,0	3 8 41 20	4 17,7	6 5,2	8 22,0	10 9,3	11,0	10,4	9,8	9,3
1754	9 10 2 33,5	3 8 42 26	5 7,1	5 4,5	4 7,1	2 18,9	8,9	8,5	8,2	7,9
1755	9 9 48 14,1	3 8 43 31	5 26,4	4 4,0	11 22,1	6 28,6	7,8	7,7	7,6	7,6
Biſſ. 1756	9 10 33 2,8	3 8 44 37	6 15,8	3 4,4	7 7,7	11 20,4	7,7	7,8	8,0	8,3
1757	9 10 18 43,3	3 8 45 42	7 5,1	2 3,7	2 22,8	4 0,0	8,7	9,0	9,4	9,8
1758	9 10 4 23,8	3 8 46 48	7 24,4	1 3,1	10 7,8	8 9,6	10,2	10,7	11,3	11,9
1759	9 9 50 4,2	3 8 47 53	8 13,8	0 2,5	5 22,8	0 19,3	12,5	13,1	13,7	14,4
Biſſ. 1760	9 10 34 53,0	3 8 48 59	9 3,2	11 2,9	1 8,5	5 11,1	15,1	15,8	16,4	17,0
1761	9 10 20 33,5	3 8 50 4	9 22,5	10 2,3	8 23,5	9 20,7	17,6	18,2	18,7	19,2
1762	9 10 6 14,0	3 8 51 10	10 11,8	9 1,7	4 8,5	2 0,3	19,7	20,1	20,5	20,8
1763	9 9 51 54,5	3 8 52 15	11 1,1	8 1,2	11 23,6	6 9,9	21,1	21,4	21,6	21,7
Biſſ. 1764	9 10 36 43,3	3 8 53 21	11 20,5	7 1,5	7 9,2	11 1,8	21,7	21,7	21,6	21,5
1765	9 10 22 23,7	3 8 54 26	0 9,8	6 0,9	2 24,2	3 11,4	21,3	21,0	20,6	20,3
1766	9 10 8 4,2	3 8 55 32	0 29,2	5 0,3	10 9,3	7 21,0	19,8	19,3	18,7	18,1
1767	9 9 53 44,7	3 8 56 37	1 18,5	3 29,7	5 24,3	0 0,6	17,5	16,8	16,1	15,3
Biſſ. 1768	9 10 38 33,5	3 8 57 43	2 7,9	3 0,0	1 9,9	4 22,4	14,5	13,7	12,9	12,0
1769	9 10 24 14,0	3 8 58 48	2 27,2	1 29,6	8 25,0	9 2,1	11,1	10,2	9,3	8,5
1770	9 10 9 54,4	3 8 59 54	3 16,5	0 28,9	4 10,0	1 11,7	7,7	6,8	6,0	5,2
1771	9 9 55 34,9	3 9 0 59	4 5,8	11 28,3	11 25,0	5 21,3	4,4	3,7	3,1	2,5
Biſſ. 1772	9 10 40 23,7	3 9 2 5	4 25,3	10 28,7	7 10,7	10 13,1	1,9	1,4	0,9	0,5
1773	9 10 26 4,2	3 9 3 10	5 14,6	9 28,0	2 25,7	2 22,7	23 28 0,2	59,9	59,7	59,6
1774	9 10 11 44,7	3 9 4 16	6 3,9	8 27,5	10 10,7	7 2,3	23 27 59,5	59,4	59,5	59,6
1775	9 9 57 25,1	3 9 5 21	6 23,2	7 26,8	5 25,8	11 11,9	23 27 59,7	59,9	0,2	0,5
Biſſ. 1776	9 10 42 13,9	3 9 6 27	7 12,6	6 27,2	1 11,4	4 3,8	23 28 0,9	1,3	1,8	2,3
1777	9 10 27 54,4	3 9 7 32	8 1,9	5 26,6	8 26,4	8 13,4	2,9	3,5	4,1	4,7
1778	9 10 13 34,9	3 9 8 38	8 21,3	4 26,0	4 11,5	0 23,0	5,3	5,9	6,5	7,2
1779	9 9 59 15,5	3 9 9 43	9 10,6	3 25,4	11 26,6	5 2,7	7,9	8,5	9,1	9,7
Biſſ. 1780	9 10 44 4,2	3 9 10 49	10 0,0	2 25,7	7 12,2	9 24,5	10,3	10,8	11,3	11,8
1781	9 10 29 44,7	3 9 11 54	10 19,3	1 25,2	2 27,2	2 4,1	12,2	12,6	12,9	13,1
1782	9 10 15 25,2	3 9 13 0	11 8,6	0 24,5	10 12,2	6 13,7	13,3	13,4	13,5	13,5
1783	9 10 1 5,6	3 9 14 5	11 28,0	11 24,0	5 27,2	10 23,4	13,5	13,4	13,2	12,9
Biſſ. 1784	9 10 45 54,4	3 9 15 11	0 17,4	10 24,4	1 13,0	3 15,2	12,6	12,2	11,8	11,3
1785	9 10 31 34,9	3 9 16 16	1 6,7	9 23,7	8 28,0	7 24,8	10,8	10,2	9,6	8,9
1786	9 10 17 15,4	3 9 17 22	1 26,0	8 23,1	4 13,0	0 4,4	8,2	7,4	6,6	5,8
1787	9 10 2 55,9	3 9 18 27	2 15,3	7 22,5	11 28,1	4 14,0	5,0	4,2	3,3	2,4
Biſſ. 1788	9 10 47 44,7	3 9 19 33	3 4,7	6 22,9	7 13,7	9 6,0	1,5	0,6	59,8	59,0
1789	9 10 33 25,1	3 9 20 38	3 24,1	5 22,3	2 28,7	1 15,5	23 27 58,2	57,4	56,6	55,9
1790	9 10 19 5,6	3 9 21 44	4 13,4	4 21,7	10 13,7	5 25,1	55,2	54,6	54,0	53,5
1791	9 10 4 46,1	3 9 22 49	5 2,7	3 21,2	5 28,7	10 4,7	53,0	52,5	52,2	51,9
Biſſ. 1792	9 10 49 34,9	3 9 23 55	5 22,1	2 21,5	1 14,4	2 26,5	51,6	51,4	51,3	51,2
1793	9 10 35 15,4	3 9 25 0	6 11,4	1 20,9	8 29,5	7 6,2	51,3	51,4	51,5	51,7
1794	9 10 20 55,9	3 9 26 6	7 0,8	0 20,3	4 14,5	11 15,8	51,9	52,2	52,5	52,9
1795	9 10 6 36,3	3 9 27 11	7 20,1	11 19,7	11 29,5	3 25,4	53,4	53,9	54,4	55,0
Biſſ. 1796	9 10 51 25,1	3 9 28 17	8 9,5	10 20,0	7 15,2	8 17,2	55,6	56,2	56,8	57,4
1797	9 10 37 5,6	3 9 29 22	8 28,8	9 19,6	3 0,2	0 26,8	58,1	58,8	59,5	0,1
1798	9 10 22 46,1	3 9 30 28	9 18,1	8 18,9	10 15,2	5 6,4	23 28 0,7	1,3	1,9	2,4
1799	9 10 8 26,5	3 9 31 33	10 7,5	7 18,3	6 0,2	9 16,0	2,9	3,4	3,8	4,2
Com. 1800	9 9 54 7,0	3 9 32 39	10 26,8	6 17,7	1 15,2	1 25,6	4,5	4,8	5,0	5,2

EXPLICATION. La conſtruction de la Table des Epoques a été expliquée en détail (*996* & ſuiv.). L'argument I eſt le ſupplément de la longitude du nœud qui regle l'inégalité de la préceſſion des Equinoxes (2292) renfermée dans la VIe Table. L'argument II eſt la longitude du Soleil, moins celle de Jupiter, qui regle l'inégalité des Tables VII & IX. L'argument III eſt la longitude de Vénus, moins celle de la Terre (qui eſt plus grande de ſix ſignes que la longitude du Soleil) de laquelle dépend l'attraction de Vénus (Table VIII). L'argument IV eſt la longitude de la Lune, moins celle du Soleil.

TABLE II.

Mouvement moyen du Soleil pour les Années completes.

Années completes.		Mouvement moyen du Soleil. S.	D.	′	″	Mouvement de l'Apogée. D.	′	″	Argum. I. Præceſſ. S.	D.	Arg. II. pour Jupiter. S.	D.	Arg. III. pour Vénus. S.	D.	Arg. IV. pour la Lune. S.	D.
	1	11	29	45	40,5	0	1	5	0	19,3	10	29,4	7	15,0	4	9,6
	2	11	29	31	20,9	0	2	11	1	8,7	9	28,8	3	0,1	8	19,2
	3	11	29	17	1,4	0	3	16	1	28,0	8	28,3	10	15,1	0	28,9
Biſſ.	4	0	0	1	50,2	0	4	22	2	17,4	7	28,6	6	0,7	5	20,7
	5	11	29	47	30,7	0	5	27	3	6,7	6	28,0	1	15,8	10	0,3
	6	11	29	33	11,2	0	6	33	3	26,0	5	27,4	9	0,8	2	9,9
	7	11	29	18	51,6	0	7	38	4	15,4	4	26,8	4	15,8	6	19,6
Biſſ.	8	0	0	3	40,5	0	8	44	5	4,7	3	27,1	0	1,5	11	11,4
	9	11	29	49	20,9	0	9	49	5	24,1	2	26,6	7	16,5	3	21,0
	10	11	29	35	1,4	0	10	55	6	13,4	1	26,0	3	1,5	8	0,6
	11	11	29	20	41,9	0	12	0	7	2,7	0	25,4	10	16,6	0	10,2
Biſſ.	12	0	0	5	30,7	0	13	6	7	22,1	11	25,7	6	2,2	5	2,1
	13	11	29	51	11,2	0	14	11	8	11,4	10	25,1	1	17,2	9	11,7
	14	11	29	36	51,6	0	15	17	9	0,8	9	24,5	9	2,3	1	21,3
	15	11	29	22	32,1	0	16	22	9	20,1	8	24,0	4	17,3	6	0,9
Biſſ.	16	0	0	7	20,9	0	17	28	10	9,5	7	24,3	0	3,0	10	22,7
	17	11	29	53	1,4	0	18	33	10	28,8	6	23,7	7	18,0	3	2,4
	18	11	29	38	41,9	0	19	39	11	18,1	5	23,1	3	3,0	7	12,0
	19	11	29	24	22,3	0	20	44	0	7,5	4	22,5	10	18,0	11	21,6
Biſſ.	20	0	0	9	11,1	0	21	50	0	26,8	3	22,9	6	3,7	4	13,4
Biſſ.	40	0	0	18	22,3	0	43	40	1	23,7	7	14,7	0	7,4	8	26,8
Biſſ.	60	0	0	27	33,4	1	5	30	2	20,5	11	7,6	6	11,1	1	10,2
Biſſ.	80	0	0	36	44,5	1	27	20	3	17,3	3	0,4	0	14,8	5	23,6
Biſſ.	100	0	0	45	55,6	1	49	10	4	14,2	6	23,3	6	18.4	10	7,0
Com.	100	11	29	46	47,3	1	49	10	4	14,1	6	22,4	6	17,8	9	25,9
Biſſ.	200	0	1	31	51,3	3	38	20	8	28,4	1	16,6	1	6,9	8	14,1
Biſſ.	300	0	2	17	46,9	5	27	30	1	12,6	8	9,9	7	25,3	6	21,1
Biſſ.	400	0	3	3	42,6	7	16	40	5	26,7	3	3,2	2	13,7	4	28,2
Biſſ.	500	0	3	49	38,2	9	5	50	10	10,9	9	26,5	9	2,2	3	5,2
Biſſ.	600	0	4	35	33,9	10	55	0	2	25,1	4	19,8	3	20,6	1	12,3
Biſſ.	1000	0	7	39	16,5	18	11	40	8	21,9	7	21,9	6	4,3	6	10,5
Biſſ.	2000	0	15	18	33,0	36	23	20	5	13,7	3	13,9	0	8,7	0	21,0
Biſſ.	3000	0	22	57	49,5	54	35	0	2	5,6	11	5,8	6	13,0	7	1,5

La Table I renferme auſſi l'obliquité de l'Ecliptique : depuis l'année 800 avant J. C. juſqu'à l'année 1500, je me ſuis contenté de calculer l'obliquité moyenne pour le commencement de chaque ſiecle, avec le changement inégal qu'elle éprouve (2200 & 2201) ; mais depuis l'année 1600 incluſivement juſqu'à l'année 1800, j'ai conſervé celle qui a été calculée par M. de la Caille de trois en trois mois, en ſuppoſant qu'elle ne diminue que de 44″ par ſiecle, & en tenant compte de l'inégalité périodique (2290).

La conſtruction de la colonne du moyen mouvement du Soleil (Table II) ſuppoſe la révolution tropique du Soleil de 365j 5h 48′ 49″, ce qui ne differe pas ſenſiblement de celle que j'ai établie (590).

Le changement de l'argument premier eſt le mouvement même du nœud de la Lune. Le changement des arguments II, III & IV eſt la différence entre le mouvement moyen du Soleil, & celui de Jupiter, de Vénus, ou de la Lune.

Je n'ai point fait uſage de la colonne que M. de la Caille avoit calculée pour le changement de l'obliquité de l'Ecliptique, parce que ce mouvement eſt inégal (2201) ; ainſi cette colonne étoit défectueuſe.

Si l'on vouloit calculer le lieu du Soleil pour l'année 1585, on ajouteroit avec la longitude qui répond à l'an 1500, le mouvement pour 80 ans, & le mouvement pour 5 ans ; & ſi l'on vouloit calculer pour l'an 522 avant J. C. on prendroit l'Epoque pour l'an 600 avant J. C. & l'on y ajouteroit le mouvement pour 60 & pour 18 ans, c'eſt-à-dire, pour 78 ans.

La longitude moyenne du Soleil & ſon mouvement ſont exprimés en ſignes, degrés, minutes, ſecondes & dixiemes de ſecondes ; les quatre arguments ſont en ſignes, degrés & dixiemes parties de degrés ; mais on peut négliger ces dixiemes dans preſque tous les calculs.

TABLE III.

Mouvement moyen du Soleil pour chaque jour de l'Année.

JANVIER

Dans les Années communes.

Jours.	Mouvement moyen du Soleil.				Ap. ☉	Ar. I.	Arg. II.		Arg. III.		Arg. IV.	
	S.	D.	′	″	″	D.	S.	D.	S.	D.	S.	D.
1	0	0	59	8,3	0,2	0,1	0	0,9	0	0,6	0	12,2
2	0	1	58	16,7	0,4	0,1	0	1,8	0	1,2	0	24,4
3	0	2	57	25,0	0,5	0,2	0	2,7	0	1,8	1	6,6
4	0	3	56	33,3	0,7	0,2	0	3,6	0	2,5	1	18,8
5	0	4	55	41,6	0,9	0,3	0	4,5	0	3,1	2	1,0
6	0	5	54	50,0	1,1	0,3	0	5,4	0	3,7	2	13,1
7	0	6	53	58,3	1,3	0,4	0	6,3	0	4,3	2	25,3
8	0	7	53	6,6	1,4	0,4	0	7,2	0	4,9	3	7,5
9	0	8	52	15,0	1,6	0,5	0	8,1	0	5,5	3	19,7
10	0	9	51	23,3	1,8	0,5	0	9,0	0	6,2	4	1,9
11	0	10	50	31,6	2,0	0,6	0	9,9	0	6,8	4	14,1
12	0	11	49	40,0	2,2	0,6	0	10,8	0	7,4	4	26,3
13	0	12	48	48,3	2,3	0,7	0	11,7	0	8,0	5	8,5
14	0	13	47	56,6	2,5	0,7	0	12,6	0	8,6	5	20,7
15	0	14	47	5,0	2,7	0,8	0	13,5	0	9,2	6	2,9
16	0	15	46	13,3	2,9	0,8	0	14,4	0	9,9	6	15,1
17	0	16	45	21,6	3,0	0,9	0	15,3	0	10,5	6	27,2
18	0	17	44	29,9	3,2	0,9	0	16,2	0	11,1	7	9,4
19	0	18	43	38,3	3,4	1,0	0	17,1	0	11,7	7	21,6
20	0	19	42	46,6	3,6	1,1	0	18,0	0	12,3	8	3,8
21	0	20	41	54,9	3,8	1,1	0	18,9	0	12,9	8	16,0
22	0	21	41	3,3	3,9	1,2	0	19,8	0	13,6	8	28,2
23	0	22	40	11,6	4,1	1,2	0	20,7	0	14,2	9	10,4
24	0	23	39	19,9	4,3	1,3	0	21,6	0	14,8	9	22,6
25	0	24	38	28,2	4,5	1,3	0	22,6	0	15,4	10	4,8
26	0	25	37	36,6	4,7	1,4	0	23,5	0	16,0	10	17,0
27	0	26	36	44,9	4,8	1,4	0	24,4	0	16,6	10	29,1
28	0	27	35	53,2	5,0	1,5	0	25,3	0	17,2	11	11,3
29	0	28	35	1,6	5,2	1,5	0	26,2	0	17,9	11	23,5
30	0	29	34	9,9	5,4	1,6	0	27,1	0	18,5	0	5,7
31	1	0	33	18,2	5,6	1,6	0	28,0	0	19,1	0	17,9

FÉVRIER

Dans les Années communes.

Jours.	Mouvement moyen du Soleil.				Ap. ☉	Ar. I.	Arg. II.		Arg. III.		Arg. IV.	
	S.	D.	′	″	″	D.	S.	D.	S.	D.	S.	D.
1	1	1	32	26,6	5,7	1,7	0	28,9	0	19,7	1	0,1
2	1	2	31	34,9	5,9	1,7	0	29,8	0	20,3	1	12,3
3	1	3	30	43,2	6,1	1,8	1	0,7	0	21,0	1	24,5
4	1	4	29	51,6	6,3	1,8	1	1,6	0	21,6	2	6,7
5	1	5	28	59,9	6,5	1,9	1	2,5	0	22,2	2	18,9
6	1	6	28	8,2	6,6	1,9	1	3,4	0	22,8	3	1,1
7	1	7	27	16,6	6,8	2,0	1	4,3	0	23,4	3	13,2
8	1	8	26	24,9	7,0	2,1	1	5,2	0	24,0	3	25,4
9	1	9	25	33,2	7,2	2,1	1	6,1	0	24,7	4	7,6
10	1	10	24	41,5	7,4	2,2	1	7,0	0	25,3	4	19,8
11	1	11	23	49,9	7,5	2,2	1	7,9	0	25,9	5	2,0
12	1	12	22	58,2	7,7	2,3	1	8,8	0	26,5	5	14,2
13	1	13	22	6,5	7,9	2,3	1	9,7	0	27,1	5	26,4
14	1	14	21	14,9	8,1	2,4	1	10,6	0	27,7	6	8,6
15	1	15	20	23,2	8,3	2,4	1	11,5	0	28,4	6	20,8
16	1	16	19	31,5	8,4	2,5	1	12,4	0	29,0	7	3,0
17	1	17	18	39,9	8,6	2,5	1	13,3	0	29,6	7	15,2
18	1	18	17	48,2	8,8	2,6	1	14,2	1	0,2	7	27,3
19	1	19	16	56,5	9,0	2,6	1	15,1	1	0,8	8	9,5
20	1	20	16	4,8	9,2	2,7	1	16,0	1	1,4	8	21,7
21	1	21	15	13,2	9,3	2,7	1	16,9	1	2,1	9	3,9
22	1	22	14	21,5	9,5	2,8	1	17,8	1	2,7	9	16,1
23	1	23	13	29,8	9,7	2,8	1	18,7	1	3,3	9	28,3
24	1	24	12	38,2	9,9	2,9	1	19,6	1	3,9	10	10,5
25	1	25	11	46,5	10,0	3,0	1	20,5	1	4,5	10	22,7
26	1	26	10	54,8	10,2	3,0	1	21,4	1	5,1	11	4,9
27	1	27	10	3,2	10,4	3,1	1	22,3	1	5,7	11	17,1
28	1	28	9	11,5	10,6	3,1	1	23,2	1	6,4	11	29,3

Dans les Années biſſextiles, il faut ôter un jour de la date propoſée; ſi c'eſt dans les mois de Janvier & de Février, par exemple, quand vous voulez calculer pour le 3, il faut prendre le mouvement pour le 2.

REGLES POUR CALCULER LE LIEU DU SOLEIL.

I. Je ſuppoſe qu'on cherche le lieu du Soleil pour le 5 Mars 1749 à $0^h\ 11'\ 42''$ de temps moyen. Si l'on ne connoiſſoit que le temps vrai, on ſuppoſeroit néanmoins que c'eſt un temps moyen, & l'on corrigeroit l'erreur de cette ſuppoſition à la fin du calcul, comme je le dirai plus bas.

II. On prendra dans la Table I la longitude du Soleil pour 1749 avec celle de l'apogée, & les quatre

TABLE III.

Mouvement moyen du Soleil pour chaque jour de l'Année.

MARS.

Jours.	Mouvement moyen du Soleil.				Ap. ⊙	Ar. I.	Arg. II.		Arg. III.		Arg. IV.	
	S.	D.	′	″	″	D.	S.	D.	S.	D.	S.	D.
1	1	29	8	19,8	10,8	3,2	1	24,1	1	7,0	0	11,4
2	2	0	7	28,1	10,9	3,2	1	25,0	1	7,6	0	23,6
3	2	1	6	36,5	11,1	3,3	1	25,9	1	8,3	1	5,8
4	2	2	5	44,8	11,3	3,3	1	26,8	1	8,9	1	18,0
5	2	3	4	53,1	11,5	3,4	1	27,7	1	9,5	2	0,2
6	2	4	4	1,5	11,7	3,4	1	28,6	1	10,1	2	12,4
7	2	5	3	9,8	11,8	3,5	1	29,6	1	10,7	2	24,6
8	2	6	2	18,1	12,0	3,5	2	0,5	1	11,3	3	6,8
9	2	7	1	26,5	12,2	3,6	2	1,4	1	11,9	3	19,0
10	2	8	0	34,8	12,4	3,6	2	2,3	1	12,5	4	1,2
11	2	8	59	43,1	12,6	3,7	2	3,2	1	13,2	4	13,3
12	2	9	58	51,4	12,7	3,7	2	4,1	1	13,8	4	25,5
13	2	10	57	59,8	12,9	3,8	2	5,0	1	14,4	5	7,7
14	2	11	57	8,1	13,1	3,8	2	5,9	1	15,0	5	19,9
15	2	12	56	16,4	13,3	3,9	2	6,8	1	15,6	6	2,1
16	2	13	55	24,8	13,5	3,9	2	7,7	1	16,2	6	14,3
17	2	14	54	33,1	13,6	4,0	2	8,6	1	16,9	6	26,5
18	2	15	53	41,4	13,8	4,1	2	9,5	1	17,5	7	8,7
19	2	16	52	49,8	14,0	4,1	2	10,4	1	18,1	7	20,9
20	2	17	51	58,1	14,2	4,2	2	11,3	1	18,7	8	3,1
21	2	18	51	6,4	14,4	4,2	2	12,2	1	19,3	8	15,3
22	2	19	50	14,8	14,5	4,3	2	13,1	1	19,9	8	27,5
23	2	20	49	23,1	14,7	4,3	2	14,0	1	20,6	9	9,6
24	2	21	48	31,4	14,9	4,4	2	14,9	1	21,2	9	21,8
25	2	22	47	39,7	15,1	4,4	2	15,8	1	21,8	10	4,0
26	2	23	46	48,1	15,3	4,5	2	16,7	1	22,4	10	16,2
27	2	24	45	56,4	15,4	4,5	2	17,6	1	23,0	10	28,4
28	2	25	45	4,7	15,6	4,6	2	18,5	1	23,6	11	10,6
29	2	26	44	13,1	15,8	4,6	2	19,4	1	24,3	11	22,8
30	2	27	43	21,4	16,0	4,7	2	20,3	1	24,9	0	5,0
31	2	28	42	29,7	16,2	4,7	2	21,2	1	25,5	0	17,2

AVRIL.

Jours.	Mouvement moyen du Soleil.				Ap. ⊙	Ar. I.	Arg. II.		Arg. III.		Arg. IV.	
	S.	D.	′	″	″	D.	S.	D.	S.	D.	S.	D.
1	2	29	41	38,0	16,3	4,8	2	22,1	1	26,1	0	29,4
2	3	0	40	46,4	16,5	4,8	2	23,0	1	26,7	1	11,5
3	3	1	39	54,7	16,7	4,9	2	23,9	1	27,3	1	23,7
4	3	2	39	3,0	16,9	4,9	2	24,8	1	28,0	2	5,9
5	3	3	38	11,4	17,0	5,0	2	25,7	1	28,6	2	18,1
6	3	4	37	19,7	17,2	5,1	2	26,6	1	29,2	3	0,3
7	3	5	36	28,0	17,4	5,1	2	27,6	1	29,8	3	12,5
8	3	6	35	36,4	17,6	5,2	2	28,5	2	0,4	3	24,7
9	3	7	34	44,7	17,8	5,2	2	29,4	2	1,0	4	6,9
10	3	8	33	53,0	17,9	5,3	3	0,3	2	1,7	4	19,1
11	3	9	33	1,4	18,1	5,3	3	1,2	2	2,3	5	1,3
12	3	10	32	9,7	18,3	5,4	3	2,1	2	2,9	5	13,5
13	3	11	31	18,0	18,5	5,4	3	3,0	2	3,5	5	25,6
14	3	12	30	26,3	18,7	5,5	3	3,9	2	4,1	6	7,8
15	3	13	29	34,7	18,8	5,5	3	4,8	2	4,7	6	20,0
16	3	14	28	43,0	19,0	5,6	3	5,7	2	5,4	7	2,2
17	3	15	27	51,3	19,2	5,6	3	6,6	2	6,0	7	14,4
18	3	16	26	59,7	19,4	5,7	3	7,5	2	6,6	7	26,6
19	3	17	26	8,0	19,6	5,7	3	8,4	2	7,2	8	8,8
20	3	18	25	16,3	19,7	5,8	3	9,3	2	7,8	8	21,0
21	3	19	24	24,7	19,9	5,8	3	10,2	2	8,4	9	3,2
22	3	20	23	33,0	20,1	5,9	3	11,1	2	9,1	9	15,4
23	3	21	22	41,3	20,3	6,0	3	12,0	2	9,7	9	27,6
24	3	22	21	49,6	20,5	6,0	3	12,9	2	10,3	10	9,7
25	3	23	20	58,0	20,6	6,1	3	13,8	2	10,9	10	21,9
26	3	24	20	6,3	20,8	6,1	3	14,7	2	11,5	11	4,1
27	3	25	19	14,6	21,0	6,2	3	15,6	2	12,1	11	16,3
28	3	26	18	23,0	21,2	6,2	3	16,5	2	12,8	11	28,5
29	3	27	17	31,3	21,4	6,3	3	17,4	2	13,4	0	10,7
30	3	28	16	39,6	21,5	6,3	3	18,3	2	14,0	0	22,9

REGLES POUR CALCULER LE LIEU DU SOLEIL.

arguments; dans la Table III, le mouvement qui répond au 5 Mars, ſoit pour le Soleil, ſoit pour l'apogée & pour les quatre arguments; dans la Table IV, le mouvement pour 11′ & le mouvement pour 42″; on ajoutera les mouvements avec l'Epoque, & l'on aura la longitude moyenne du Soleil, la longitude de ſon apogée pour le 5 Mars 1749 à 0^h 11′ 42″ de temps moyen, & les arguments de ſes inégalités pour le même temps, comme dans l'exemple figuré qui ſe trouvera ci-après.

III. Le lieu de l'apogée 3^f 8° 37′ 9″ 5 étant retranché de la longitude moyenne du Soleil 11^f 13° 20′ 24″ 7, il reſte l'anomalie moyenne du Soleil 8^f 4° 43′ 15″ 2, avec laquelle il faut chercher l'équation du centre.

IV. Dans la Table V, on trouvera (pag. 14) au deſſus de 8 ſignes & vis-à-vis de 4° 40′ l'équation 1° 45′ 20″ 7 avec un changement de 8″ 3 pour dix minutes d'anomalie; ainſi à proportion l'on aura pour 3′ 15″ une augmentation de 2″ 7; donc l'équation entiere ſera 1° 45′ 23″ 4, qu'il

TABLE III.

Mouvement moyen du Soleil pour chaque jour de l'Année.

MAI.

Jours.	Mouvement moyen du Soleil.				Ap. ☉	Ar. I.	Arg. II.		Arg. III.		Arg. IV.	
	S.	D.	′	″	″	D.	S.	D.	S.	D.	S.	D.
1	3	29	15	48,0	21,7	6,4	3	19,2	2	14,6	1	5,1
2	4	0	14	56,3	21,9	6,4	3	20,1	2	15,2	1	17,3
3	4	1	14	4,6	22,1	6,5	3	21,0	2	15,8	1	29,5
4	4	2	13	12,9	22,3	6,5	3	21,9	2	16,5	2	11,7
5	4	3	12	21,3	22,4	6,6	3	22,8	2	17,1	2	23,8
6	4	4	11	29,6	22,6	6,7	3	23,7	2	17,7	3	6,0
7	4	5	10	37,9	22,8	6,7	3	24,6	2	18,3	3	18,2
8	4	6	9	46,3	23,0	6,8	3	25,5	2	18,9	4	0,4
9	4	7	8	54,6	23,2	6,8	3	26,4	2	19,5	4	12,6
10	4	8	8	2,9	23,3	6,9	3	27,3	2	20,2	4	24,8
11	4	9	7	11,3	23,5	6,9	3	28,2	2	20,8	5	7,0
12	4	10	6	19,6	23,7	7,0	3	29,1	2	21,4	5	19,2
13	4	11	5	27,9	23,9	7,0	4	0,0	2	22,0	6	1,4
14	4	12	4	36,3	24,0	7,1	4	0,9	2	22,6	6	13,6
15	4	13	3	44,6	24,2	7,1	4	1,8	2	23,2	6	25,8
16	4	14	2	52,9	24,4	7,2	4	2,7	2	23,9	7	7,9
17	4	15	2	1,2	24,6	7,2	4	3,6	2	24,5	7	20,1
18	4	16	1	9,6	24,8	7,3	4	4,5	2	25,1	8	2,3
19	4	17	0	17,9	24,9	7,3	4	5,4	2	25,7	8	14,5
20	4	17	59	26,2	25,1	7,4	4	6,3	2	26,3	8	26,7
21	4	18	58	34,6	25,3	7,5	4	7,2	2	26,9	9	8,9
22	4	19	57	42,9	25,5	7,5	4	8,1	2	27,6	9	21,1
23	4	20	56	51,2	25,7	7,6	4	9,0	2	28,2	10	3,3
24	4	21	55	59,6	25,8	7,6	4	9,9	2	28,8	10	15,5
25	4	22	55	7,9	26,0	7,7	4	10,8	2	29,4	10	27,7
26	4	23	54	16,2	26,2	7,7	4	11,7	3	0,0	11	9,8
27	4	24	53	24,5	26,4	7,8	4	12,6	3	0,6	11	22,0
28	4	25	52	32,9	26,6	7,8	4	13,6	3	1,3	0	4,2
29	4	26	51	41,2	26,7	7,9	4	14,5	3	1,9	0	16,4
30	4	27	50	49,5	26,9	7,9	4	15,4	3	2,5	0	28,6
31	4	28	49	57,9	27,1	8,0	4	16,3	3	3,1	1	10,8

JUIN.

Jours.	Mouvement moyen du Soleil.				Ap. ☉	Ar. I.	Arg. II.		Arg. III.		Arg. IV.	
	S.	D.	′	″	″	D.	S.	D.	S.	D.	S.	D.
1	4	29	49	6,2	27,3	8,0	4	17,2	3	3,7	1	23,0
2	5	0	48	14,5	27,5	8,1	4	18,1	3	4,3	2	5,2
3	5	1	47	22,8	27,6	8,2	4	19,0	3	5,0	2	17,4
4	5	2	46	31,2	27,7	8,2	4	19,9	3	5,6	2	29,6
5	5	3	45	39,5	28,0	8,3	4	20,8	3	6,2	3	11,8
6	5	4	44	47,8	28,2	8,3	4	21,7	3	6,8	3	23,9
7	5	5	43	56,2	28,4	8,4	4	22,6	3	7,4	4	6,1
8	5	6	43	4,5	28,5	8,4	4	23,5	3	8,0	4	18,3
9	5	7	42	12,8	28,7	8,5	4	24,4	3	8,7	5	0,5
10	5	8	41	21,2	28,9	8,5	4	25,3	3	9,3	5	12,7
11	5	9	40	29,5	29,1	8,6	4	26,2	3	9,9	5	24,9
12	5	10	39	37,8	29,3	8,6	4	27,1	3	10,5	6	7,1
13	5	11	38	46,1	29,4	8,7	4	28,0	3	11,1	6	19,3
14	5	12	37	54,5	29,6	8,7	4	28,9	3	11,7	7	1,5
15	5	13	37	2,8	29,8	8,8	4	29,8	3	12,4	7	13,7
16	5	14	36	11,1	30,0	8,8	5	0,7	3	13,0	7	25,9
17	5	15	35	19,5	30,2	8,9	5	1,6	3	13,6	8	8,0
18	5	16	34	27,8	30,3	8,9	5	2,5	3	14,2	8	20,2
19	5	17	33	36,1	30,5	9,0	5	3,4	3	14,8	9	2,4
20	5	18	32	44,5	30,7	9,1	5	4,3	3	15,4	9	14,6
21	5	19	31	52,8	30,9	9,1	5	5,2	3	16,1	9	26,8
22	5	20	31	1,1	31,0	9,2	5	6,1	3	16,7	10	9,0
23	5	21	30	9,4	31,2	9,2	5	7,0	3	17,3	10	21,2
24	5	22	29	17,8	31,4	9,3	5	7,9	3	17,9	11	3,4
25	5	23	28	26,1	31,6	9,3	5	8,8	3	18,5	11	15,6
26	5	24	27	34,4	31,8	9,4	5	9,7	3	19,1	11	27,8
27	5	25	26	42,8	31,9	9,4	5	10,6	3	19,8	0	10,0
28	5	26	25	51,1	32,1	9,5	5	11,5	3	20,4	0	22,1
29	5	27	24	59,4	32,3	9,5	5	12,4	3	21,0	1	4,3
30	5	28	24	7,8	32,5	9,6	5	13,3	3	21,6	1	16,5

REGLES POUR CALCULER LE LIEU DU SOLEIL.

faudra ajouter avec la longitude moyenne, ainſi qu'il eſt marqué dans la Table à VIII^{f} d'anomalie.

V. Avec l'argument I qui eſt de 2^{f} 3°, 8, on cherchera dans la Table VI (pag. 15) l'inégalité de la préceſſion, ou la NUTATION en longitude; au deſſous de 11^{f} & vis-à-vis de 4, on trouvera 15″ 1; & comme il y a *Add.* vis-à-vis de II^{f}, cela prouve qu'on doit ajouter cette équation de 15″ 1 à la longitude moyenne du Soleil. Cette équation ſert également pour la lune & pour toutes les Planetes.

VI. Avec l'argument II qui eſt 0^{f} 4°, 3, on trouvera dans la Table VII (pag. 15) la premiere des deux équations qui dépendent de l'attraction de Jupiter; elle eſt 0′ 9 pour 0^{f} 4°, il faut ajouter 0, 1 ou un dixieme pour les trois dixiemes de degrés qu'il y a dans l'argument, & l'on aura 1″ 0 qu'il faut encore ajouter à la longitude moyenne du Soleil.

TABLE III.

Mouvement moyen du Soleil pour chaque jour de l'Année.

JUILLET.

Jours.	Mouvement moyen du Soleil.				Ap. ⊙	Ar. I.	Arg. II.		Arg. III.		Arg. IV.	
	S.	D.	′	″	″	D.	S.	D.	S.	D.	S.	D.
1	5	29	23	16,1	32,7	9,6	5	14,2	3	22,2	1	28,7
2	6	0	22	24,4	32,8	9,7	5	15,1	3	22,8	2	10,9
3	6	1	21	32,8	33,0	9,7	5	16,0	3	23,5	2	23,1
4	6	2	20	41,1	33,2	9,8	5	16,9	3	24,1	3	5,3
5	6	3	19	49,4	33,4	9,8	5	17,8	3	24,7	3	17,5
6	6	4	18	57,8	33,6	9,9	5	18,7	3	25,3	3	29,7
7	6	5	18	6,1	33,7	9,9	5	19,6	3	25,9	4	11,9
8	6	6	17	14,4	33,9	10,0	5	20,6	3	26,5	4	24,0
9	6	7	16	22,7	34,1	10,0	5	21,5	3	27,2	5	6,2
10	6	8	15	31,1	34,3	10,1	5	22,4	3	27,8	5	18,4
11	6	9	14	39,4	34,5	10,2	5	23,3	3	28,4	6	0,6
12	6	10	13	47,7	34,6	10,2	5	24,2	3	29,0	6	12,8
13	6	11	12	56,1	34,8	10,3	5	25,1	3	29,6	6	25,0
14	6	12	12	4,4	35,0	10,3	5	26,0	4	0,2	7	7,2
15	6	13	11	12,7	35,2	10,4	5	26,9	4	0,9	7	19,4
16	6	14	10	21,1	35,4	10,4	5	27,8	4	1,5	8	1,6
17	6	15	9	29,4	35,5	10,5	5	28,7	4	2,1	8	13,8
18	6	16	8	37,7	35,7	10,5	5	29,6	4	2,7	8	26,0
19	6	17	7	46,0	35,9	10,6	6	0,5	4	3,3	9	8,1
20	6	18	6	54,4	36,1	10,6	6	1,4	4	3,9	9	20,3
21	6	19	6	2,7	36,3	10,7	6	2,3	4	4,6	10	2,5
22	6	20	5	11,0	36,4	10,7	6	3,2	4	5,2	10	14,7
23	6	21	4	19,4	36,6	10,8	6	4,1	4	5,8	10	26,9
24	6	22	3	27,7	36,8	10,8	6	5,0	4	6,4	11	9,1
25	6	23	2	36,0	37,0	10,9	6	5,9	4	7,0	11	21,3
26	6	24	1	44,4	37,2	10,9	6	6,8	4	7,6	0	3,5
27	6	25	0	52,7	37,3	11,0	6	7,7	4	8,3	0	15,7
28	6	26	0	1,0	37,5	11,0	6	8,6	4	8,9	0	27,9
29	6	26	59	9,3	37,7	11,1	6	9,5	4	9,5	1	10,1
30	6	27	58	17,7	37,9	11,2	6	10,4	4	10,1	1	22,2
31	6	28	57	26,0	38,0	11,2	6	11,3	4	10,7	2	4,4

AOUST.

Jours.	Mouvement moyen du Soleil.				Ap. ⊙	Ar. I.	Arg. II.		Arg. III.		Arg. IV.	
	S.	D.	′	″	″	D.	S.	D.	S.	D.	S.	D.
1	6	29	56	34,3	38,2	11,3	6	12,2	4	11,3	2	16,6
2	7	0	55	42,7	38,4	11,3	6	13,1	4	12,0	2	28,8
3	7	1	54	51,0	38,6	11,4	6	14,0	4	12,6	3	11,0
4	7	2	53	59,3	38,8	11,4	6	14,9	4	13,2	3	23,2
5	7	3	53	7,7	38,9	11,5	6	15,8	4	13,8	4	5,4
6	7	4	52	16,0	39,1	11,5	6	16,7	4	14,4	4	17,6
7	7	5	51	24,3	39,3	11,6	6	17,6	4	15,0	4	29,8
8	7	6	50	32,6	39,5	11,6	6	18,5	4	15,7	5	12,0
9	7	7	49	41,0	39,7	11,7	6	19,4	4	16,3	5	24,2
10	7	8	48	49,3	39,8	11,7	6	20,3	4	16,9	6	6,3
11	7	9	47	57,6	40,0	11,8	6	21,2	4	17,5	6	18,5
12	7	10	47	6,0	40,2	11,8	6	22,1	4	18,1	7	0,7
13	7	11	46	14,3	40,4	11,9	6	23,0	4	18,7	7	12,9
14	7	12	45	22,6	40,6	11,9	6	23,9	4	19,3	7	25,1
15	7	13	44	31,0	40,7	12,0	6	24,8	4	20,0	8	7,3
16	7	14	43	39,3	40,9	12,0	6	25,7	4	20,6	8	19,5
17	7	15	42	47,6	41,1	12,1	6	26,6	4	21,2	9	1,7
18	7	16	41	56,0	41,3	12,2	6	27,6	4	21,8	9	13,9
19	7	17	41	4,3	41,5	12,2	6	28,5	4	22,4	9	26,1
20	7	18	40	12,6	41,6	12,3	6	29,4	4	23,1	10	8,3
21	7	19	39	20,9	41,8	12,3	7	0,3	4	23,7	10	20,4
22	7	20	38	29,3	42,0	12,4	7	1,2	4	24,2	11	2,6
23	7	21	37	37,6	42,2	12,4	7	2,1	4	24,9	11	14,8
24	7	22	36	45,9	42,4	12,5	7	3,0	4	25,5	11	27,0
25	7	23	35	54,3	42,5	12,5	7	3,9	4	26,1	0	9,2
26	7	24	35	2,6	42,7	12,6	7	4,8	4	26,7	0	21,4
27	7	25	34	10,9	42,9	12,6	7	5,7	4	27,4	1	3,6
28	7	26	33	19,3	43,1	12,7	7	6,6	4	28,0	1	15,8
29	7	27	32	27,6	43,3	12,7	7	7,5	4	28,6	1	28,0
30	7	28	31	35,9	43,4	12,8	7	8,4	4	29,2	2	10,2
31	7	29	30	44,2	43,6	12,9	7	9,3	4	29,8	2	22,4

REGLES POUR CALCULER LE LIEU DU SOLEIL.

VII. La seconde partie de la perturbation que cause Jupiter, & qui forme la Table IX (pag. 15) est assez petite pour pouvoir être négligée ; si cependant on veut y avoir égard, on trouvera avec la longitude moyenne du Soleil 11ˢ 13° dans la colonne de 0ˢ d'argument d'équation − 2″ 1, & dans la colonne de 1ˢ l'équation − 0″ 6 ; donc pour 0ˢ 4 elle sera − 1″ 9, c'est-à-dire qu'il faut ôter 1″ 9 de la longitude moyenne du Soleil.

VIII. L'équation qui dépend de Vénus ou de l'argument III, est contenue dans la Table VIII (pag. 15) avec l'argument III qui est 4ˢ 0°, 8 on la trouvera de 15″ 1 additive.

IX. L'équation lunaire contenue dans la Table X (pag. 16) a deux arguments ; l'anomalie moyenne du Soleil que nous avons trouvée de 8ˢ 4° 43′, & l'argument IV qui est de 6ˢ 18°, 8.

TABLE III.

Mouvement moyen du Soleil pour chaque jour de l'Année.

SEPTEMBRE.

Jours.	Mouvement moyen du Soleil. S.	D.	′	″	Ap. ☉ ″	Ar. I. D.	Arg. II. S.	D.	Arg. III. S.	D.	Arg. IV. S.	D.
1	8	0	29	52,6	43,8	12,9	7	10,2	5	0,5	3	4,5
2	8	1	29	0,9	44,0	13,0	7	11,1	5	1,1	3	16,7
3	8	2	28	9,2	44,2	13,0	7	12,0	5	1,7	3	28,9
4	8	3	27	17,6	44,3	13,1	7	12,9	5	2,3	4	11,1
5	8	4	26	25,9	44,5	13,1	7	13,8	5	2,9	4	23,3
6	8	5	25	34,2	44,7	13,2	7	14,7	5	3,5	5	5,5
7	8	6	24	42,6	44,9	13,3	7	15,6	5	4,2	5	17,7
8	8	7	23	50,9	45,0	13,4	7	16,5	5	4,8	5	29,9
9	8	8	22	59,2	45,2	13,4	7	17,4	5	5,4	6	12,1
10	8	9	22	7,5	45,4	13,5	7	18,3	5	6,0	6	24,3
11	8	10	21	15,9	45,6	13,5	7	19,2	5	6,6	7	6,5
12	8	11	20	24,2	45,8	13,6	7	20,1	5	7,2	7	18,6
13	8	12	19	32,5	45,9	13,6	7	21,0	5	7,9	8	0,8
14	8	13	18	40,9	46,1	13,7	7	21,9	5	8,5	8	13,0
15	8	14	17	49,2	46,3	13,8	7	22,8	5	9,1	8	25,2
16	8	15	16	57,5	46,5	13,8	7	23,7	5	9,7	9	7,4
17	8	16	16	5,8	46,7	13,9	7	24,6	5	10,3	9	19,6
18	8	17	15	14,2	46,8	13,9	7	25,5	5	10,9	10	1,8
19	8	18	14	22,5	47,0	14,0	7	26,4	5	11,6	10	14,0
20	8	19	13	30,8	47,2	14,0	7	27,3	5	12,2	10	26,2
21	8	20	12	39,2	47,4	14,1	7	28,2	5	12,8	11	8,4
22	8	21	11	47,5	47,6	14,1	7	29,1	5	13,4	11	20,5
23	8	22	10	55,8	47,7	14,2	8	0,0	5	14,0	0	2,7
24	8	23	10	4,2	47,9	14,2	8	0,9	5	14,6	0	14,9
25	8	24	9	12,5	48,1	14,3	8	1,8	5	15,3	0	27,1
26	8	25	8	20,8	48,3	14,3	8	2,7	5	15,9	1	9,3
27	8	26	7	29,1	48,5	14,4	8	3,6	5	16,5	1	21,5
28	8	27	6	37,5	48,6	14,4	8	4,6	5	17,1	2	3,7
29	8	28	5	45,8	48,8	14,5	8	5,5	5	17,7	2	15,9
30	8	29	4	54,1	49,0	14,5	8	6,4	5	18,3	2	28,1

OCTOBRE.

Jours.	Mouvement moyen du Soleil. S.	D.	′	″	Ap. ☉ ″	Ar. I. D.	Arg. II. S.	D.	Arg. III. S.	D.	Arg. IV. S.	D.
1	9	0	4	2,5	49,2	14,5	8	7,3	5	19,0	3	10,3
2	9	1	3	10,8	49,4	14,6	8	8,2	5	19,6	3	22,5
3	9	2	2	19,1	49,5	14,6	8	9,1	5	20,2	4	4,6
4	9	3	1	27,5	49,7	14,7	8	10,0	5	20,8	4	16,8
5	9	4	0	35,8	49,9	14,7	8	10,9	5	21,4	4	29,0
6	9	4	59	44,1	50,1	14,8	8	11,8	5	22,0	5	11,2
7	9	5	58	52,5	50,3	14,8	8	12,7	5	22,7	5	23,4
8	9	6	58	0,8	50,4	14,9	8	13,6	5	23,3	6	5,6
9	9	7	57	9,1	50,6	14,9	8	14,5	5	23,9	6	17,8
10	9	8	56	17,4	50,8	15,0	8	15,4	5	24,5	7	0,0
11	9	9	55	25,8	51,0	15,0	8	16,3	5	25,1	7	12,2
12	9	10	54	34,1	51,2	15,1	8	17,2	5	25,7	7	24,4
13	9	11	53	42,4	51,3	15,1	8	18,1	5	26,3	8	6,6
14	9	12	52	50,8	51,5	15,2	8	19,0	5	27,0	8	18,7
15	9	13	51	59,1	51,7	15,2	8	19,9	5	27,6	9	0,9
16	9	14	51	7,4	51,9	15,3	8	20,8	5	28,2	9	13,1
17	9	15	50	15,8	52,0	15,4	8	21,7	5	28,8	9	25,3
18	9	16	49	24,1	52,2	15,4	8	22,6	5	29,4	10	7,5
19	9	17	48	32,4	52,4	15,5	8	23,5	6	0,1	10	19,7
20	9	18	47	40,8	52,6	15,5	8	24,4	6	0,7	11	1,9
21	9	19	46	49,1	52,8	15,6	8	25,3	6	1,3	11	14,1
22	9	20	45	57,4	52,9	15,6	8	26,2	6	1,9	11	26,3
23	9	21	45	5,7	53,1	15,7	8	27,1	6	2,5	0	8,5
24	9	22	44	14,1	53,3	15,7	8	28,0	6	3,1	0	20,6
25	9	23	43	22,4	53,5	15,8	8	28,9	6	3,8	1	2,8
26	9	24	42	30,7	53,7	15,8	8	29,8	6	4,4	1	15,0
27	9	25	41	39,1	53,8	15,9	9	0,7	6	5,0	1	27,2
28	9	26	40	47,4	54,0	15,9	9	1,6	6	5,6	2	9,4
29	9	27	39	55,7	54,2	16,0	9	2,5	6	6,2	2	21,6
30	9	28	39	4,1	54,4	16,0	9	3,4	6	6 8	3	3,8
31	9	29	38	12,4	54,6	16,1	9	4,3	6	7,5	3	16,0

REGLES POUR CALCULER LE LIEU DU SOLEIL.

X. Quand l'anomalie moyenne du Soleil eſt dans les ſix premiers ſignes qui ſont marqués au haut de la Table, on doit prendre l'argument à gauche dans les colonnes deſcendantes ; mais ſi l'anomalie du Soleil qui eſt donnée, ſe trouve dans les ſix derniers ſignes qui ſont marqués au bas de la Table : on ſe ſervira pour l'argument IV des colonnes montantes, qui ſont ſur la droite. Dans l'exemple propoſé, l'on cherchera dans la colonne qui eſt au deſſus de 8ſ 5° d'anomalie, vis-à-vis de VIſ 15° d'argument, & l'équation ſe trouvera 1″2 ; mais à cauſe qu'elle va en diminuant, elle ſe réduira à 0″7 pour VIſ 18°, 8. Quoique l'on voie au deſſous VIſ que cette équation eſt ſouſtractive, cependant il faut l'ajouter, parce qu'au deſſous des traits gras qui forment une eſpece d'échelle dans la Table, les équations changent de ſignes, comme on l'a marqué au bas de la Table.

XI. Des ſix équations que nous venons de trouver, il y en a cinq additives qui font 1° 45′ 55′ 3, & une de 1″ 9 ſouſtractive ; il ne reſte donc que 1° 45′ 53″ 4 qu'on ajoutera de la longitude moyenne,

TABLE III.

Mouvement moyen du Soleil pour chaque jour de l'Année.

NOVEMBRE.

Jours.	Mouvement moyen du Soleil. S.	D.	′	″	Ap. ⊙ ″	Ar. I. D.	Arg. II. S.	D.	Arg. III. S.	D.	Arg. IV. S.	D.
1	10	0	37	20,7	54,7	16,2	9	5,2	6	8,0	3	28,2
2	10	1	36	29,0	54,9	16,2	9	6,1	6	8,6	4	10,4
3	10	2	35	37,4	55,1	16,3	9	7,0	6	9,3	4	22,6
4	10	3	34	45,7	55,3	16,3	9	7,9	6	9,9	5	4,8
5	10	4	33	54,0	55,5	16,4	9	8,8	6	10,5	5	16,9
6	10	5	33	2,4	55,6	16,4	9	9,7	6	11,1	5	29,1
7	10	6	32	10,7	55,8	16,5	9	10,6	6	11,7	6	11,3
8	10	7	31	19,0	56,0	16,5	9	11,6	6	12,3	6	23,5
9	10	8	30	27,3	56,2	16,6	9	12,5	6	13,0	7	5,7
10	10	9	29	35,7	56,4	16,6	9	13,4	6	13,6	7	17,9
11	10	10	28	44,0	56,5	16,7	9	14,3	6	14,2	8	0,1
12	10	11	27	52,3	56,7	16,7	9	15,2	6	14,8	8	12,3
13	10	12	27	0,7	56,9	16,8	9	16,1	6	15,4	8	24,5
14	10	13	26	9,0	57,1	16,8	9	17,0	6	16,0	9	6,7
15	10	14	25	17,3	57,3	16,9	9	17,9	6	16,6	9	18,8
16	10	15	24	25,7	57,4	16,9	9	18,8	6	17,3	10	1,0
17	10	16	23	34,0	57,6	17,0	9	19,7	6	17,9	10	13,2
18	10	17	22	42,3	57,8	17,0	9	20,6	6	18,5	10	25,4
19	10	18	21	50,6	58,0	17,1	9	21,5	6	19,1	11	7,6
20	10	19	20	59,0	58,2	17,2	9	22,4	6	19,7	11	19,8
21	10	20	20	7,3	58,3	17,2	9	23,3	6	20,4	0	2,0
22	10	21	19	15,6	58,5	17,3	9	24,2	6	21,0	0	14,2
23	10	22	18	24,0	58,7	17,3	9	25,1	6	21,6	0	26,4
24	10	23	17	32,3	58,9	17,4	9	26,0	6	22,2	1	8,6
25	10	24	16	40,6	59,0	17,4	9	26,9	6	22,8	1	20,8
26	10	25	15	49,0	59,2	17,5	9	27,8	6	23,4	2	2,9
27	10	26	14	57,3	59,4	17,5	9	28,7	6	24,1	2	15,1
28	10	27	14	5,6	59,6	17,6	9	29,6	6	24,7	2	27,3
29	10	28	13	14,0	59,8	17,6	10	0,5	6	25,3	3	9,5
30	10	29	12	22,3	59,9	17,7	10	1,4	6	25,9	3	21,7

DÉCEMBRE.

Jours.	Mouvement moyen du Soleil. S.	D.	′	″	Ap. ⊙ ″	Ar. I. D.	Arg. II. S.	D.	Arg. III. S.	D.	Arg. IV. S.	D.
1	11	0	11	30,6	60,1	17,8	10	2,3	6	26,5	4	3,9
2	11	1	10	38,9	60,3	17,8	10	3,2	6	27,1	4	16,1
3	11	2	9	47,3	60,5	17,9	10	4,1	6	27,8	4	28,3
4	11	3	8	55,6	60,7	17,9	10	5,0	6	28,4	5	10,5
5	11	4	8	3,9	60,8	18,0	10	5,9	6	29,0	5	22,7
6	11	5	7	12,3	61,0	18,0	10	6,8	6	29,6	6	4,9
7	11	6	6	20,6	61,2	18,1	10	7,7	7	0,2	6	17,0
8	11	7	5	28,9	61,4	18,1	10	8,6	7	0,8	6	29,2
9	11	8	4	37,3	61,6	18,2	10	9,5	7	1,5	7	11,4
10	11	9	3	45,6	61,7	18,2	10	10,4	7	2,1	7	23,6
11	11	10	2	53,9	61,9	18,3	10	11,3	7	2,7	8	5,8
12	11	11	2	2,3	62,1	18,3	10	12,2	7	3,3	8	18,0
13	11	12	1	10,6	62,3	18,4	10	13,1	7	3,9	9	0,2
14	11	13	0	18,9	62,5	18,4	10	14,0	7	4,5	9	12,4
15	11	13	59	27,2	62,6	18,5	10	14,9	7	5,2	9	24,6
16	11	14	58	35,6	62,8	18,5	10	15,8	7	5,8	10	6,8
17	11	15	57	43,9	63,0	18,6	10	16,7	7	6,4	10	19,0
18	11	16	56	52,2	63,2	18,6	10	17,6	7	7,0	11	1,1
19	11	17	56	0,6	63,4	18,7	10	18,6	7	7,6	11	13,3
20	11	18	55	8,9	63,5	18,7	10	19,5	7	8,2	11	25,5
21	11	19	54	17,2	63,7	18,8	10	20,4	7	8,9	0	7,7
22	11	20	53	25,5	63,9	18,9	10	21,3	7	9,5	0	19,9
23	11	21	52	33,9	64,1	18,9	10	22,2	7	10,1	1	2,1
24	11	22	51	42,2	64,3	19,0	10	23,1	7	10,7	1	14,3
25	11	23	50	50,5	64,4	19,0	10	24,0	7	11,3	1	26,5
26	11	24	49	58,9	64,6	19,1	10	24,9	7	11,9	2	8,7
27	11	25	49	7,2	64,8	19,1	10	25,8	7	12,6	2	20,9
28	11	26	48	15,5	65,0	19,2	10	26,7	7	13,2	3	3,1
29	11	27	47	23,8	65,2	19,2	10	27,6	7	13,8	3	15,2
30	11	28	46	32,2	65,3	19,3	10	28,5	7	14,4	3	27,4
31	11	29	45	40,5	65,5	19,3	10	29,4	7	15,0	4	9,6

REGLES POUR CALCULER LE LIEU DU SOLEIL.

11ˢ 13° 20′ 24″ 7, ou bien on ajoutera d'abord toutes les équations additives pour ſouſtraire enſuite celle qui eſt négative, & l'on aura la longitude vraie du Soleil 11ˢ 15° 6′ 18″, 1 pour le temps moyen propoſé.

XII. Suppoſons que le temps propoſé, pour lequel on a entrepris le calcul du lieu du Soleil, ſoit un temps vrai, c'eſt-à-dire, qu'on demande le lieu du Soleil pour le 5 Mars 0^h 11′ 42″ de temps vrai : on ſuppoſera d'abord que c'eſt un temps moyen, & l'on fera tous les calculs précédents ; mais on trouvera en ſuivant l'explication des Tables XIII & XIV, qu'il faut ajouter 11′ 47″ 4 au temps vrai, pour avoir le temps moyen correſpondant dont on auroit dû ſe ſervir ; ajoutant donc cette équation, l'on aura le temps moyen 0^h 23′ 29″ 4 ; l'on recommencera le calcul du lieu du Soleil pour ce temps moyen, ou ce qui revient au même, on ajoutera au lieu du Soleil déja trouvé le mouvement du Soleil pour 11′ 47″ 4, qui eſt de 29″, & l'on aura le lieu du Soleil pour 0^h 11′ 42″ de temps vrai, qui eſt la même choſe que 0^h 23′ 29″ de temps moyen.

TABLE IV.

Mouvement du Soleil pour les Heures, Minutes & Secondes.

HEURES.

Heures.	Mouv. du Soleil. ′ ″	Arg. IV. D.
1	2 27,8	0,5
2	4 55,7	1,0
3	7 23,5	1,5
4	9 51,4	2,0
5	12 19,2	2,5
6	14 47,1	3,0
7	17 14,9	3,6
8	19 42,8	4,1
9	22 10,6	4,6
10	24 38,5	5,1
11	27 6,3	5,6
12	29 34,2	6,1
13	32 2,0	6,6
14	34 29,9	7,1
15	36 57,7	7,6
16	39 25,5	8,1
17	41 53,4	8,6
18	44 21,2	9,1
19	46 49,1	9,7
20	49 16,9	10,2
21	51 44,8	10,7
22	54 12,6	11,2
23	56 40,5	11,7
24	59 8,3	12,2

MINUTES.

Minutes.	Mouv. du Soleil. ′ ″	Minutes.	Mouv. du Soleil. ′ ″
1	0 2,5	31	1 16,4
2	0 4,9	32	1 18,8
3	0 7,4	33	1 21,3
4	0 9,9	34	1 23,8
5	0 12,3	35	1 26,2
6	0 14,8	36	1 28,7
7	0 17,2	37	1 31,2
8	0 19,7	38	1 33,6
9	0 22,2	39	1 36,1
10	0 24,6	40	1 38,6
11	0 27,1	41	1 41,0
12	0 29,6	42	1 43,5
13	0 32,0	43	1 46,0
14	0 34,5	44	1 48,4
15	0 37,0	45	1 50,9
16	0 39,4	46	1 53,3
17	0 41,9	47	1 55,8
18	0 44,4	48	1 58,3
19	0 46,8	49	2 0,7
20	0 49,3	50	2 3,2
21	0 51,7	51	2 5,7
22	0 54,2	52	2 8,1
23	0 56,7	53	2 10,6
24	0 59,1	54	2 13,1
25	1 1,6	55	2 15,5
26	1 4,1	56	2 18,0
27	1 6,5	57	2 20,4
28	1 9,0	58	2 22,9
29	1 11,5	59	2 25,4
30	1 13,9	60	2 27,8

SECONDES.

Secondes.	Mouv. du Soleil. ′ ″	Secondes.	Mouv. du Soleil. ″
1	0,0	31	1,3
2	0,1	32	1,3
3	0,1	33	1,4
4	0,2	34	1,4
5	0,2	35	1,4
6	0,2	36	1,5
7	0,3	37	1,5
8	0,3	38	1,6
9	0,4	39	1,6
10	0,4	40	1,6
11	0,4	41	1,7
12	0,5	42	1,7
13	0,5	43	1,8
14	0,6	44	1,8
15	0,6	45	1,8
16	0,7	46	1,9
17	0,7	47	1,9
18	0,7	48	2,0
19	0,8	49	2,0
20	0,8	50	2,1
21	0,9	51	2,1
22	0,9	52	2,1
23	0,9	53	2,2
24	1,0	54	2,2
25	1,0	55	2,3
26	1,1	56	2,3
27	1,1	57	2,3
28	1,1	58	2,4
29	1,2	59	2,4
30	1,2	60	2,5

EXEMPLE FIGURÉ DE CES CALCULS,

Pour connoître quelle étoit la longitude du Soleil le 5 Mars 1749 à 0h 11′ 42″ de temps moyen.

		Longit. du Soleil.	Apogée.	Arg. I.	Arg. II.	Arg. III.	Arg. IV.
Année 1749	(page 2)..	9s 10° 15′ 2″	8...3s 8° 36′ 58″	...2s 0°,4	...10s 6°,6	...2s 21°,3	...4s 18°,6
Pour le 5 Mars	(pag. 6)..2	3 4 53,1		11,5	3,4	1 27,7	1 9,5	2 0,2
Mouvement pour 11′	(pag. 11)..	27,1						
Mouvement pour 42″	(pag. 11)..	1,7						

Sommes pour l'instant donné ..	11	13 20 24,7	..3 8 37 9,5	...2 3,8.....	0 4,3.....4 0,8.....6 18,8
Equ. du centre (p. 14)	+	1 45 23,4	11 13 20 24,7	Longitude du Soleil.	
Nutation (p. 15)	+	15,1			
Equat. de ♃ (p. 15)	+	1,0	8 4 43 15,2	Anomalie moyenne du Soleil.	
Seconde partie (p. 15)	−1,9				
Equation de ♀ (p. 15)	+	15,1			
Equat. lunaire (p. 16)	+	0,7			
Sommes	−1,9	..11 15 6 20,0			
		1,9			
Longitude vraie du Soleil...		11 15 6 18,1			

On parlera ci-après de la distance du Soleil, & de l'équation du temps.

Otez	O.		I.		II.		III.		IV.		V.		
D. ′	′ ″	Diff.	D. ′ ″	Diff.	D. ′ ′	Diff.	D. ′ ″	Diff.	D. ′ ″	Diff.	′ ″	Diff.	D. ′
0 0	0 0,0	19,8	0 56 43,5	17,2	1 38 59,5	10,2	1 55 30,1	0,4	1 41 5,6	9,9	58 49,7	17,7	60
10	0 19,8	19,8	0 57 0,7	17,2	1 39 9,7	10,2	1 55 30,5	0,4	1 40 55,7	9,9	58 32,0	17,7	50
20	0 39,6	19,7	0 57 17,9	17,2	1 39 19,9	10,2	1 55 30,9	0,3	1 40 45,8	10,0	58 14,3	17,8	40
30	0 59,3	19,8	0 57 35,1	17,2	1 39 30,1	10,1	1 55 31,2	0,2	1 40 35,8	10,0	57 56,5	17,8	30
40	1 19,1	19,7	0 57 52,3	17,2	1 39 40,2	10,1	1 55 31,4	0,1	1 40 25,8	10,1	57 38,7	17,8	20
50	1 38,8	19,8	0 58 9,5	17,1	1 39 50,3	10,0	1 55 31,5	0,1	1 40 15,7	10,2	57 20,9	17,8	10
1 0	1 58,6	19,7	0 58 26,6	17,1	1 40 0,3	10,0	1 55 31,6	0,0	1 40 5,5	10,2	57 3,1	17,9	29 0
10	2 18,3	19,8	0 58 43,7	17,0	1 40 10,3	9,9	1 55 31,6	0,0	1 39 55,3	10,3	56 45,2	17,9	50
20	2 38,1	19,7	0 59 1,7	17,0	1 40 20,2	9,8	1 55 31,6	0,1	1 39 45,0	10,3	56 27,3	17,9	40
30	2 57,8	19,8	0 59 17,7	17,0	1 40 30,0	9,8	1 55 31,5	0,1	1 39 34,7	10,4	56 9,4	18,0	30
40	3 17,6	19,7	0 59 34,7	17,0	1 40 39,8	9,8	1 55 31,4	0,2	1 39 24,3	10,4	55 51,4	18,0	20
50	3 37,3	19,7	0 59 51,7	16,9	1 40 49,6	9,7	1 55 31,2	0,2	1 39 13,9	10,4	55 33,4	18,0	10
2 0	3 57,0	19,8	1 0 8,6	16,9	1 40 59,3	9,7	1 55 31,0	0,3	1 39 3,5	10,5	55 15,4	18,1	28 0
10	4 16,8	19,7	1 0 25,5	16,9	1 41 9,0	9,6	1 55 30,7	0,4	1 38 53,0	10,6	54 57,3	18,1	50
20	4 36,5	19,7	1 0 42,4	16,8	1 41 18,6	9,6	1 55 30,3	0,4	1 38 42,4	10,6	54 39,2	18,1	40
30	4 56,2	19,8	1 0 59,2	16,8	1 41 28,2	9,5	1 55 29,9	0,5	1 38 31,8	10,7	54 21,1	18,1	30
40	5 16,0	19,7	1 1 16,0	16,8	1 41 37,7	9,5	1 55 29,4	0,5	1 38 21,1	10,7	54 3,0	18,2	20
50	5 35,7	19,7	1 1 32,8	16,7	1 41 47,2	9,4	1 55 28,9	0,6	1 38 10,4	10,8	53 44,8	18,2	10
3 0	5 55,4	19,7	1 1 49,5	16,7	1 41 56,6	9,4	1 55 28,3	0,7	1 37 59,6	10,8	53 26,6	18,2	27 0
10	6 15,1	19,7	1 2 6,2	16,7	1 42 6,0	9,3	1 55 27,6	0,8	1 37 48,8	10,9	53 8,4	18,3	50
20	6 34,8	19,7	1 2 22,9	16,7	1 42 15,3	9,3	1 55 26,8	0,8	1 37 37,9	10,9	52 50,1	18,3	40
30	6 54,5	19,7	1 2 39,6	16,6	1 42 24,6	9,2	1 55 26,0	0,8	1 37 27,0	11,0	52 31,8	18,3	30
40	7 14,2	19,7	1 2 56,2	16,6	1 42 33,8	9,2	1 55 25,2	0,9	1 37 16,0	11,1	52 13,5	18,3	20
50	7 33,9	19,7	1 3 12,8	16,6	1 42 43,0	9,1	1 55 24,3	0,9	1 37 4,9	11,1	51 55,2	18,4	10
4 0	7 53,6	19,7	1 3 29,4	16,5	1 42 52,1	9,1	1 55 23,4	1,0	1 36 53,8	11,2	51 36,8	18,4	26 0
10	8 13,3	19,7	1 3 45,9	16,5	1 43 1,2	9,0	1 55 22,4	1,1	1 36 42,6	11,2	51 18,4	18,4	50
20	8 33,0	19,7	1 4 2,4	16,5	1 43 10,2	8,9	1 55 21,3	1,1	1 36 31,4	11,2	51 0,0	18,5	40
30	8 52,7	19,7	1 4 19,9	16,4	1 43 19,1	8,9	1 55 20,2	1,2	1 36 20,2	11,3	50 41,5	18,5	30
40	9 12,4	19,7	1 4 35,3	16,4	1 43 28,0	8,9	1 55 19,0	1,2	1 36 8,9	11,3	50 23,0	18,5	20
50	9 32,1	19,7	1 4 51,7	16,4	1 43 36,9	8,8	1 55 17,8	1,3	1 35 57,6	11,3	50 4,5	18,5	10
5 0	9 51,8	19,7	1 5 8,1	16,4	1 43 45,7	8,8	1 55 16,5	1,4	1 35 46,3	11,4	49 46,0	18,5	25 0
10	10 11,5	19,7	1 5 24,5	16,3	1 43 54,5	8,7	1 55 15,1	1,4	1 35 34,9	11,5	49 27,5	18,6	50
20	10 31,2	19,6	1 5 40,8	16,2	1 44 3,2	8,6	1 55 13,7	1,5	1 35 23,4	11,5	49 8,9	18,6	40
30	10 50,8	19,7	1 5 57,0	16,3	1 44 11,8	8,6	1 55 12,2	1,5	1 35 11,9	11,6	48 50,3	18,6	30
40	11 10,5	19,7	1 6 13,3	16,2	1 44 20,4	8,5	1 55 10,7	1,6	1 35 0,3	11,6	48 31,7	18,7	20
50	11 30,2	19,6	1 6 19,5	16,2	1 44 28,9	8,5	1 55 9,1	1,7	1 34 49,7	11,7	48 13,0	18,7	10
6 0	11 49,8	19,6	1 6 45,7	16,2	1 44 37,4	8,5	1 55 8,4	1,7	1 34 37,0	11,8	47 54,3	18,7	24 0
10	12 9,4	19,6	1 7 1,9	16,1	1 44 45,9	8,4	1 55 5,7	1,8	1 34 25,2	11,8	47 35,6	18,8	50
20	12 29,0	19,7	1 7 18,0	16,1	1 44 54,3	8,3	1 55 3,9	1,8	1 34 13,4	11,8	47 16,8	18,8	40
30	12 48,7	19,6	1 7 34,1	16,1	1 45 2,6	8,3	1 55 2,1	1,9	1 34 1,6	11,9	46 58,0	18,8	30
40	13 8,3	19,6	1 7 50,2	16,0	1 45 10,9	8,3	1 55 0,2	2,0	1 33 49,7	11,9	46 39,2	18,8	20
50	13 27,9	19,6	1 8 6,2	16,0	1 45 19,2	8,2	1 54 58,2	2,0	1 33 37,8	12,0	46 20,4	18,8	10
7 0	13 47,5	19,6	1 8 22,2	15,9	1 45 27,4	8,1	1 54 56,2	2,1	1 33 25,8	12,0	46 1,6	18,9	23 0
10	14 7,1	19,6	1 8 38,1	15,9	1 45 35,5	8,1	1 54 54,1	2,1	1 33 13,8	12,1	45 42,7	18,9	50
20	14 26,7	19,6	1 8 54,0	15,9	1 45 43,6	8,0	1 54 52,0	2,2	1 33 1,7	12,1	45 23,8	18,9	40
30	14 46,3	19,6	1 9 9,9	15,9	1 45 51,6	8,0	1 54 49,8	2,2	1 32 49,6	12,2	45 4,9	18,9	30
40	15 5,9	19,6	1 9 25,8	15,8	1 45 59,6	7,9	1 54 47,6	2,3	1 32 37,4	12,2	44 46,0	19,0	20
50	15 25,5	19,5	1 9 41,6	15,8	1 46 7,5	7,9	1 54 45,3	2,4	1 32 25,2	12,3	44 27,0	19,0	10
8 0	15 45,0	19,6	1 9 57,4	15,8	1 46 15,4	7,8	1 54 42,9	2,4	1 32 12,9	12,3	44 8,0	19,0	22 0
10	16 4,6	19,6	1 10 13,2	15,7	1 46 23,2	7,8	1 54 40,5	2,5	1 32 0,6	12,4	43 49,0	19,1	50
20	16 24,2	19,5	1 10 28,9	15,7	1 46 31,0	7,7	1 54 38,0	2,6	1 31 48,2	12,4	43 29,9	19,1	40
30	16 43,7	19,6	1 10 44,6	15,7	1 46 38,7	7,7	1 54 35,4	2,6	1 31 35,8	12,5	43 10,8	19,1	30
40	17 3,3	19,5	1 11 0,3	15,7	1 46 46,4	7,6	1 54 32,8	2,7	1 31 23,3	12,5	42 51,7	19,1	20
50	17 22,8	19,5	1 11 16,0	15,6	1 46 54,0	7,6	1 54 30,1	2,7	1 31 10,8	12,6	42 32,6	19,1	10
9 0	17 42,3	19,5	1 11 31,6	15,6	1 47 1,6	7,5	1 54 27,4	2,8	1 30 58,2	12,6	42 13,5	19,1	21 0
10	18 1,8	19,5	1 11 47,2	15,5	1 47 9,1	7,4	1 54 24,6	2,8	1 30 45,6	12,7	41 54,4	19,2	50
20	18 21,3	19,5	1 12 2,7	15,5	1 47 16,5	7,4	1 54 21,8	2,9	1 30 32,9	12,7	41 35,2	19,2	40
30	18 40,8	19,5	1 12 18,2	15,5	1 47 23,9	7,3	1 54 18,9	3,0	1 30 20,2	12,8	41 16,0	19,2	30
40	19 0,3	19,5	1 12 33,7	15,5	1 47 31,2	7,3	1 54 15,9	3,1	1 30 7,4	12,8	40 56,8	19,2	20
50	19 19,8	19,5	1 12 49,1	15,4	1 47 38,5	7,3	1 54 12,8	3,1	1 29 54,6	12,8	40 37,6	19,3	10
60	19 39,3	19,5	1 13 4,4	15,3	1 47 45,8	7,3	1 54 9,7	3,1	1 29 41,8	12,8	40 18,3		20 0
	XI.		X.		IX.		VIII.		VII.		VI.		Ajou.

Otez	O.		I.		II.		III.		IV.		V.		
D. ′	′ ″	Diff.	D. ′ ″	Diff.	D. ′ ″	Diff.	D. ′ ″	Diff.	D. ′ ″	Diff.	′ ″	Diff.	D. ′
10 0	19 39,3	19,5	1 13 4,4	15,4	1 47 45,8	7,2	1 54 9,7	3,1	1 29 41,8	12,9	40 18,3	19,3	60
10	19 58,8	19,5	1 13 19,8	15,3	1 47 53,0	7,1	1 54 6,6	3,2	1 29 28,9	13,0	39 59,0	19,3	50
20	20 18,3	19,5	1 13 35,1	15,3	1 48 0,1	7,1	1 54 3,4	3,3	1 29 15,9	13,0	39 39,7	19,3	40
30	20 37,8	19,4	1 13 50,4	15,2	1 48 7,2	7,0	1 54 0,1	3,3	1 29 2,9	13,0	39 20,4	19,3	30
40	20 57,2	19,4	1 14 5,6	15,2	1 48 14,2	7,0	1 53 56,8	3,3	1 28 49,9	13,0	39 1,1	19,4	20
50	21 16,6	19,4	1 14 20,8	15,2	1 48 21,2	6,9	1 53 53,5	3,4	1 28 36,8	13,1	38 41,7	19,4	10
11 0	21 36,0	19,4	1 14 36,0	15,1	1 48 28,1	6,9	1 53 50,1	3,5	1 28 23,7	13,2	38 22,3	19,4	19 0
10	21 55,4	19,4	1 14 51,1	15,1	1 48 35,0	6,8	1 53 46,6	3,6	1 28 10,5	13,2	38 2,9	19,5	50
20	22 14,8	19,4	1 15 6,2	15,1	1 48 41,8	6,7	1 53 43,0	3,6	1 27 57,3	13,3	37 43,4	19,5	40
30	22 34,2	19,4	1 15 21,3	15,0	1 48 48,5	6,7	1 53 39,4	3,6	1 27 44,0	13,3	37 23,9	19,5	30
40	22 53,6	19,4	1 15 36,3	15,0	1 48 55,2	6,6	1 53 35,8	3,7	1 27 30,7	13,4	37 4,4	19,5	20
50	23 13,0	19,3	1 15 51,3	14,9	1 49 1,8	6,6	1 53 32,1	3,7	1 27 17,3	13,4	36 44,9	19,5	10
12 0	23 32,3	19,3	1 16 6,2	14,9	1 49 8,4	6,5	1 53 28,4	3,8	1 27 3,9	13,5	36 25,4	19,5	18 0
10	23 51,6	19,3	1 16 21,1	14,9	1 49 14,9	6,5	1 53 24,6	3,9	1 26 50,4	13,5	36 5,9	19,6	50
20	24 10,9	19,3	1 16 36,0	14,9	1 49 21,4	6,4	1 53 20,7	4,0	1 26 36,9	13,6	35 46,3	19,6	40
30	24 30,2	19,3	1 16 50,8	14,8	1 49 27,8	6,4	1 53 16,7	4,0	1 26 23,3	13,6	35 26,7	19,6	30
40	24 49,5	19,3	1 17 5,6	14,8	1 49 34,2	6,4	1 53 12,7	4,1	1 26 9,7	13,6	35 7,1	19,6	20
50	25 8,8	19,2	1 17 20,4	14,8	1 49 40,6	6,3	1 53 8,6	4,1	1 25 56,1	13,6	34 47,5	19,6	10
13 0	25 28,0	19,2	1 17 35,2	14,7	1 49 46,9	6,3	1 53 4,5	4,2	1 25 42,5	13,7	34 27,9	19,7	17 0
10	25 47,2	19,3	1 17 49,9	14,7	1 49 53,2	6,2	1 53 0,3	4,3	1 25 28,8	13,8	34 8,2	19,7	50
20	26 6,5	19,2	1 18 4,6	14,6	1 49 59,4	6,1	1 52 56,0	4,3	1 25 15,0	13,8	33 48,5	19,7	40
30	26 25,7	19,2	1 18 19,2	14,6	1 50 5,5	6,1	1 52 51,7	4,3	1 25 1,2	13,8	33 28,8	19,7	30
40	26 44,9	19,2	1 18 33,8	14,5	1 50 11,6	6,0	1 52 46,4	4,4	1 24 47,3	13,9	33 9,1	19,7	20
50	27 4,1	19,2	1 18 48,3	14,5	1 50 17,6	5,9	1 52 43,0	4,4	1 24 33,4	13,9	32 49,4	19,7	10
14 0	27 23,3	19,2	1 19 2,8	14,5	1 50 23,5	5,8	1 52 38,6	4,5	1 24 19,4	14,0	32 29,7	19,7	16 0
10	27 42,5	19,2	1 19 17,3	14,4	1 50 29,3	5,8	1 52 34,1	4,6	1 24 5,4	14,0	32 10,0	19,8	50
20	28 1,7	19,2	1 19 31,7	14,4	1 50 35,1	5,8	1 52 29,5	4,7	1 23 51,3	14,1	31 50,2	19,8	40
30	28 20,9	19,1	1 19 46,1	14,3	1 50 40,9	5,7	1 52 24,8	4,7	1 23 37,2	14,1	31 30,4	19,8	30
40	28 40,0	19,1	1 20 0,4	14,3	1 50 46,6	5,7	1 52 20,1	4,7	1 23 23,0	14,2	31 10,6	19,8	20
50	28 59,1	19 1	1 20 14,7	14,3	1 50 52,3	5,6	1 52 15,4	4,8	1 23 8,8	14,2	30 50,8	19,8	10
15 0	29 18,2	19,1	1 20 29,0	14,2	1 50 57,9	5,5	1 52 10,6	4,9	1 22 54,6	14,3	30 31,0	19,9	15 0
10	29 37,3	19,1	1 20 43,2	14,2	1 51 3,4	5,5	1 52 5,7	4,9	1 22 40,3	14,3	30 11,1	19,9	50
20	29 56,4	19,1	1 20 57,4	14,1	1 51 8,9	5,4	1 52 0,8	5,0	1 22 26,0	14,4	29 51,2	19,9	40
30	30 15,5	19,1	1 21 11,5	14,1	1 51 14,3	5,4	1 51 55,8	5,1	1 22 11,6	14,4	29 31,3	19,9	30
40	30 34,6	19,0	1 21 25,6	14,1	1 51 19,7	5,3	1 51 50,7	5,1	1 21 57,2	14,4	29 11,4	19,9	20
50	30 53,6	19,0	1 21 39,7	14,1	1 51 25,0	5,3	1 51 45,6	5,1	1 21 42,8	14,4	28 51,5	19,9	10
16 0	31 12,6	19,0	1 21 53,8	14,0	1 51 30,3	5,2	1 51 40,5	5,2	1 21 28,3	14,5	28 31,6	19,9	14 0
10	31 31,6	19,0	1 22 7,8	14,0	1 51 35,5	5,2	1 51 35,3	5,3	1 21 13,8	14,5	28 11,7	20,0	50
20	31 50,6	19,0	1 22 21,8	13,9	1 51 40,7	5,1	1 51 30,0	5,3	1 20 59,2	14,6	27 51,7	20,0	40
30	32 9,6	19,0	1 22 35,7	13,9	1 51 45,8	5,1	1 51 24,7	5,4	1 20 44,6	14,6	27 31,7	20,0	30
40	32 28,6	19,0	1 22 49,6	13,8	1 51 50,9	5,0	1 51 19,3	5,5	1 20 29,9	14,7	27 11,7	20,0	20
50	32 47,6	19,0	1 23 3,4	13,8	1 51 55,9	4,9	1 51 13,8	5,5	1 20 15,2	14,7	26 51,7	20,0	10
17 0	33 6,6	18,9	1 23 17,2	13,7	1 52 0,8	4,9	1 51 8,3	5,6	1 20 0,5	14,8	26 31,7	20,1	13 0
10	33 25,5	18,9	1 23 30,9	13,7	1 52 5,7	4,8	1 51 2,7	5,6	1 19 45,7	14,8	26 11,6	20,0	50
20	33 44,4	18,9	1 23 44,6	13,7	1 52 10,5	4,8	1 50 57,1	5,7	1 19 30,9	14,9	25 51,6	20,1	40
30	34 3,3	18,9	1 23 58,3	13,6	1 52 15,3	4,7	1 50 51,4	5,7	1 19 16,0	14,9	25 31,5	20,1	30
40	34 22,2	18,9	1 24 11,9	13,6	1 52 20,0	4,7	1 50 45,7	5,8	1 19 1,1	15,0	25 11,4	20,1	20
50	34 41,1	18,9	1 24 24,5	13,5	1 52 24,7	4,6	1 50 39,9	5,9	1 18 46,1	15,0	24 51,3	20,1	10
18 0	35 0,0	18,8	1 24 39,0	13,5	1 52 29,3	4,5	1 50 34,0	5,9	1 18 31,1	15,0	24 31,2	20,1	12 0
10	35 18,8	18,8	1 24 51,5	13,5	1 52 33,8	4,5	1 50 28,1	6,0	1 18 16,1	15,0	24 11,1	20,1	50
20	35 37,6	18,8	1 25 7,0	13,4	1 52 38,3	4,4	1 50 22,1	6,0	1 18 1,0	15,1	23 51,0	20,1	40
30	35 56,4	18,8	1 25 20,4	13,4	1 52 42,7	4,4	1 50 16,1	6,1	1 17 45,9	15,2	23 30,9	20,2	30
40	36 15,2	18,7	1 25 33,8	13,4	1 52 47,1	4,3	1 50 10,0	6,2	1 17 30,7	15,2	23 10,7	20,2	20
50	36 33,9	18,8	1 25 47,2	13,3	1 52 51,4	4,3	1 50 3,8	6,2	1 17 15,5	15,3	22 50,5	20,2	10
19 0	36 52,7	18,7	1 25 59,5	13,3	1 52 55,7	4,2	1 49 57,6	6,2	1 17 0,2	15,3	22 30,3	20,2	11 0
10	37 11,4	18,7	1 26 12,8	13,2	1 52 59,9	4,1	1 49 51,4	6,3	1 16 44,9	15,3	22 10,1	20,2	50
20	37 30,1	18,7	1 26 26,0	13,2	1 53 4,0	4,1	1 49 45,1	6,4	1 16 29,6	15,4	21 49,9	20,2	40
30	37 48,8	18,7	1 26 39,2	13,1	1 53 8,1	4,0	1 49 38,7	6,4	1 16 14,2	15,4	21 29,7	20,2	30
40	38 7,5	18,7	1 26 52,3	13,1	1 53 12,1	4,0	1 49 32,3	6,5	1 15 58,8	15,5	21 9,5	20,2	20
50	38 26,2	18,7	1 27 5,4	13,0	1 53 16,1	4,0	1 49 25,8	6,5	1 15 43,3	15,5	20 49,3	20,3	10
60	38 44,8	18,6	1 27 18,4		1 53 20,1		1 49 19,3		1 15 27,8		20 29,0		10 0
	XI.		X.		IX.		VIII.		VII.		VI.		Ajout.

Otez	O.		I.		II.		III.		IV.		V.		
D. ′	′ ″	Diff.	D. ′ ″	Diff.	D. ′ ′	Diff.	D. ′ ″	Diff.	D. ′ ″	Diff.	′ ″	Diff.	D. ′
20 0	38 44,8	18,6	1 27 18,4	13,0	1 53 20,1	3,9	1 49 19,3	6,6	1 15 27,8	15,6	20 29,0	20,3	60
10	39 3,4	18,6	1 27 31,4	13,0	1 53 24,0	3,8	1 49 12,7	6,6	1 15 12,2	15,6	20 8,7	20,3	50
20	39 22,0	18,6	1 27 44,4	12,9	1 53 27,8	3,8	1 49 6,1	6,7	1 14 56,6	15,6	19 48,4	20,3	40
30	39 40,6	18,6	1 27 57,3	12,9	1 53 31,6	3,7	1 48 59,4	6,8	1 14 41,0	15,7	19 28,1	20,3	30
40	39 59,2	18,6	1 28 10,2	12,8	1 53 35,3	3,6	1 48 52,6	6,8	1 14 25,3	15,7	19 7,8	20,3	20
50	40 17,8	18,5	1 28 23,0	12,8	1 53 38,9	3,6	1 48 45,8	6,9	1 14 9,6	15,7	18 47,5	20,3	10
21 0	40 36,3	18,5	1 28 35,8	12,7	1 53 42,5	3,5	1 48 38,9	6,9	1 13 53,9	15,8	18 27,2	20,3	9 0
10	40 54,8	18,5	1 28 48,5	12,7	1 53 46,0	3,5	1 48 32,0	7,0	1 13 38,1	15,8	18 6,9	20,3	50
20	41 13,3	18,4	1 29 1,2	12,7	1 53 49,5	3,4	1 48 25,0	7,1	1 13 22,3	15,8	17 46,6	20,4	40
30	41 31,7	18,4	1 29 13,9	12,6	1 53 52,9	3,4	1 48 17,9	7,1	1 13 6,5	15,8	17 26,2	20,4	30
40	41 50,1	18,4	1 29 26,5	12,6	1 53 56,3	3,3	1 48 10,8	7,2	1 12 50,7	15,9	17 5,8	20,4	20
50	42 8,5	18,4	1 29 39,1	12,5	1 53 59,6	3,2	1 48 3,6	7,2	1 12 34,8	16,0	16 47,4	20,4	10
22 0	42 26,9	18,4	1 29 51,6	12,5	1 54 2,8	3,2	1 47 56,4	7,3	1 12 18,8	16,0	16 25,0	20,4	8 0
10	42 45,3	18,3	1 30 4,1	12,4	1 54 6,0	3,1	1 47 49,1	7,3	1 12 2,8	16,0	16 4,6	20,4	50
20	43 3,6	18,3	1 30 16,5	12,4	1 54 9,1	3,1	1 47 41,8	7,4	1 11 46,8	16,1	15 44,2	20,4	40
30	43 21,9	18,3	1 30 28,9	12,4	1 54 12,2	3,0	1 47 34,4	7,4	1 11 30,7	16,1	15 23,8	20,4	30
40	43 40,2	18,3	1 30 41,3	12,3	1 54 15,2	3,0	1 47 27,0	7,5	1 11 14,6	16,2	15 3,4	20,4	20
50	43 58,5	18,3	1 30 53,6	12,3	1 54 18,2	2,9	1 47 19,5	7,5	1 10 58,4	16,2	14 43,0	20,4	10
23 0	44 16,8	18,3	1 31 5,9	12,2	1 54 21,1	2,8	1 47 12,0	7,6	1 10 42,2	16,3	14 22,6	20,4	7 0
10	44 35,1	18,2	1 31 18,1	12,2	1 54 23,9	2,8	1 47 4,4	7,7	1 10 25,9	16,3	14 2,2	20,4	50
20	44 53,3	18,2	1 31 30,3	12,1	1 54 26,7	2,7	1 46 56,7	7,7	1 10 9,6	16,3	13 41,8	20,4	40
30	45 11,5	18,2	1 31 42,4	12,1	1 54 29,4	2,7	1 46 49,0	7,8	1 9 53,3	16,3	13 21,4	20,4	30
40	45 29,7	18,2	1 31 54,5	12,0	1 54 32,1	2,6	1 46 41,2	7,9	1 9 37,0	16,3	13 1,0	20,5	20
50	45 47,9	18,1	1 32 6,5	12,0	1 54 34,7	2,6	1 46 33,4	7,9	1 9 20,6	16,4	12 40,5	20,5	10
24 0	46 6,0	18,1	1 32 18,5	11,9	1 54 37,3	2,5	1 46 25,5	7,0	1 9 4,2	16,4	12 20,0	20,5	6 0
10	46 24,1	18,1	1 32 30,4	11,9	1 54 39,8	2,4	1 46 17,6	8,0	1 8 47,7	16,5	11 59,5	20,5	50
20	46 42,2	18,1	1 32 42,3	11,9	1 54 42,2	2,3	1 46 9,6	8,0	1 8 31,2	16,5	11 39,0	20,5	40
30	47 0,3	18,1	1 32 54,2	11,8	1 54 44,5	2,3	1 46 1,6	8,1	1 8 14,7	16,6	11 18,5	20,5	30
40	47 18,4	18,1	1 33 6,0	11,8	1 54 46,8	2,3	1 45 53,5	8,1	1 7 58,1	16,6	10 58,0	20,5	20
50	47 36,5	18,0	1 33 17,8	11,7	1 54 49,1	2,2	1 45 45,4	8,2	1 7 41,5	16,6	10 37,5	20,5	10
25 0	47 54,5	18,0	1 33 29,5	11,7	1 54 51,3	2,1	1 45 37,2	8,2	1 7 24,9	16,7	10 17,0	20,5	5 0
10	48 12,5	18,0	1 33 41,2	11,6	1 54 53,4	2,1	1 45 29,0	8,3	1 7 8,2	16,7	9 56,5	20,5	50
20	48 30,5	17,9	1 33 52,8	11,6	1 54 55,5	2,0	1 45 20,7	8,4	1 6 51,5	16,7	9 36,0	20,6	40
30	48 48,4	17,9	1 34 4,4	11,5	1 54 57,5	2,0	1 45 12,3	8,5	1 6 34,8	16,8	9 15,4	20,5	30
40	49 6,3	17,9	1 34 15,9	11,5	1 54 59,5	1,9	1 45 3,8	8,5	1 6 18,0	16,8	8 54,9	20,5	20
50	49 24,2	17,9	1 34 27,4	11,5	1 55 1,4	1,9	1 44 55,3	8,6	1 6 1,2	16,9	8 34,4	20,5	10
26 0	49 42,1	17,8	1 34 38,9	11,4	1 55 3,3	1,8	1 44 46,7	8,6	1 5 44,3	16,9	8 13,9	20,6	4 0
10	49 59,9	17,8	1 34 50,3	11,3	1 55 5,1	1,7	1 44 38,1	8,7	1 5 27,4	16,9	7 53,3	20,5	50
20	50 17,7	17,8	1 35 1,6	11,3	1 55 6,8	1,7	1 44 29,4	8,7	1 5 10,5	16,9	7 32,8	20,6	40
30	50 35,5	17,8	1 35 12,9	11,3	1 55 8,5	1,6	1 44 20,7	8,7	1 4 53,6	17,0	7 12,2	20,5	30
40	50 53,3	17,8	1 35 24,2	11,2	1 55 10,1	1,6	1 44 12,0	8,8	1 4 36,6	17,0	6 51,7	20,6	20
50	51 11,1	17,8	1 35 35,4	11,2	1 55 11,7	1,5	1 44 3,2	8,8	1 4 19,6	17,1	6 31,1	20,5	10
27 0	51 28,9	17,7	1 35 46,6	11,1	1 55 13,2	1,4	1 43 54,4	8,9	1 4 2,5	17,1	6 10,6	20,6	3 0
10	51 46,6	17,7	1 35 57,7	11,1	1 55 14,6	1,4	1 43 45,5	9,0	1 3 45,4	17,1	5 50,0	20,5	50
20	52 4,3	17,6	1 36 8,8	11,0	1 55 16,0	1,3	1 43 36,5	9,0	1 3 28,3	17,2	5 29,5	20,6	40
30	52 21,9	17,6	1 36 19,8	11,0	1 55 17,3	1,2	1 43 27,5	9,1	1 3 11,1	17,2	5 8,9	20,5	30
40	52 39,5	17,6	1 36 30,8	11,0	1 55 18,5	1,2	1 43 18,4	9,2	1 2 53,9	17,2	4 48,4	20,6	20
50	52 58,1	17,6	1 36 41,8	10,9	1 55 19,7	1,2	1 43 9,2	9,2	1 2 36,7	17,3	4 27,8	20,6	10
28 0	53 14,7	17,5	1 36 52,7	10,8	1 55 20,9	1,1	1 43 0,0	9,3	1 2 19,4	17,3	4 7,2	20,6	2 0
10	53 32,2	17,5	1 37 3,5	10,8	1 55 22,0	1,0	1 42 50,7	9,3	1 2 2,1	17,3	3 46,6	20,6	50
20	53 49,7	17,5	1 37 14,3	10,7	1 55 23,0	1,0	1 42 41,4	9,4	1 1 44,8	17,3	3 26,0	23,6	40
30	54 7,2	17,5	1 37 25,0	10,7	1 55 24,0	0,9	1 42 32,0	9,4	1 1 27,4	17,4	3 5,4	20,6	30
40	54 24,7	17,4	1 37 35,7	10,7	1 55 24,9	0,8	1 42 22,6	9,4	1 1 10,0	17,4	2 44,8	20,6	20
50	54 42,1	17,4	1 37 46,4	10,6	1 55 25,7	0,8	1 42 13,2	9,5	1 0 52,6	17,4	2 24,2	20,6	10
29 0	54 59,5	17,4	1 37 57,0	10,5	1 55 26,5	0,7	1 42 3,7	9,6	1 0 35,1	17,5	2 3,6	20,6	1 0
10	55 16,9	17,4	1 38 7,5	10,5	1 55 27,2	0,7	1 41 54,1	9,6	1 0 17,6	17,5	1 43,0	20,6	50
20	55 34,3	17,3	1 38 18,0	10,5	1 55 27,9	0,6	1 41 44,5	9,7	1 0 0,1	17,5	1 22,4	20,6	40
30	55 51,6	17,3	1 38 28,5	10,4	1 55 28,5	0,6	1 41 34,8	9,7	0 59 42,5	17,6	1 1,8	20,6	30
40	56 8,9	17,3	1 38 38,9	10,3	1 55 29,1	0,5	1 41 25,1	9,7	0 59 24,9	17,6	0 41,2	20,6	20
50	56 26,2	17,3	1 38 49,2	10,3	1 55 29,6	0,5	1 41 15,4	9,8	0 59 7,3	17,6	0 20,6	20,6	10
60	56 43,5	17,3	1 38 59,5		1 55 30,1		1 41 5,6		0 58 49,7		0 0,0		0 0
	XI.		X.		IX.		VIII.		VII.		VI.		Ajou.

TABLE VI.

Nutation, ou inégalité de la précéſſion en longitude.

ARGUMENT I.

Aj. Ot. D.	O. VI. "	I. VII. "	II. VIII. "	Aj. Ot.
0	0,0	8,4	14,6	30
1	0,3	8,7	14,7	29
2	0,6	8,9	14,8	28
3	0,9	9,1	15,0	27
4	1,2	9,4	15,1	26
5	1,5	9,6	15,2	25
6	1,8	9,9	15,4	24
7	2,0	10,1	15,5	23
8	2,3	10,4	15,6	22
9	2,6	10,6	15,7	21
10	2,9	10,8	15,8	20
11	3,2	11,0	15,9	19
12	3,5	11,3	16,0	18
13	3,8	11,5	16,0	17
14	4,0	11,7	16,1	16
15	4,3	11,9	16,2	15
16	4,6	12,1	16,3	14
17	4,9	12,3	16,4	13
18	5,2	12,5	16,4	12
19	5,5	12,7	16,5	11
20	5,7	12,9	16,5	10
21	6,0	13,1	16,6	9
22	6,3	13,3	16,6	8
23	6,6	13,5	16,6	7
24	6,8	13,6	16,7	6
25	7,1	13,8	16,7	5
26	7,4	13,9	16,7	4
27	7,6	14,1	16,8	3
28	7,9	14,3	16,8	2
29	8,2	14,4	16,8	1
30	8,4	14,6	16,8	0
Aj. Ot.	V. XI.	IV. X.	III. IX.	Aj. Ot.

TABLE VII.

Equation produite par Jupiter. Premiere partie.

ARGUMENT II.

Aj.	O. "	I. "	II. "	III. "	IV. "	V. "	Aj.
0	0,0	5,9	8,5	7,1	3,8	1,2	30
1	0,2	6,0	8,5	7,0	3,7	1,1	29
2	0,4	6,2	8,5	6,9	3,6	1,1	28
3	0,6	6,3	8,5	6,8	3,5	1,0	27
4	0,9	6,5	8,5	6,7	3,4	1,0	26
5	1,1	6,6	8,5	6,6	3,3	0,9	25
6	1,4	6,7	8,5	6,5	3,2	0,9	24
7	1,6	6,8	8,5	6,4	3,1	0,8	23
8	1,8	7,0	8,5	6,3	3,0	0,8	22
9	2,0	7,1	8,4	6,2	2,9	0,7	21
10	2,2	7,2	8,4	6,1	2,8	0,7	20
11	2,4	7,3	8,4	6,0	2,7	0,6	19
12	2,6	7,4	8,3	5,8	2,6	0,6	18
13	2,8	7,5	8,3	5,7	2,5	0,6	17
14	3,0	7,6	8,2	5,6	2,4	0,5	16
15	3,2	7,7	8,2	5,5	2,3	0,5	15
16	3,4	7,8	8,1	5,4	2,2	0,5	14
17	3,6	7,9	8,1	5,3	2,1	0,4	13
18	3,8	8,0	8,0	5,2	2,0	0,4	12
19	4,0	8,1	8,0	5,1	1,9	0,3	11
20	4,2	8,1	7,9	4,9	1,9	0,3	10
21	4,4	8,2	7,8	4,8	1,8	0,3	9
22	4,6	8,2	7,8	4,7	1,7	0,2	8
23	4,7	8,3	7,7	4,6	1,7	0,2	7
24	4,9	8,3	7,6	4,5	1,6	0,2	6
25	5,1	8,4	7,5	4,4	1,5	0,1	5
26	5,2	8,4	7,4	4,3	1,5	0,1	4
27	5,4	8,4	7,3	4,2	1,4	0,1	3
28	5,6	8,4	7,3	4,0	1,3	0,0	2
29	5,7	8,5	7,2	3,9	1,3	0,0	1
30	5,9	8,5	7,1	3,8	1,2	0,0	0
Aj.	XI.	X.	IX.	VIII	VII.	VI.	Ot.

TABLE VIII.

Equation qui dépend de l'attraction de Vénus.

ARGUMENT III.

	O Ot. "	I. Ot. "	II. Ot. "	III. Aj. "	IV. Aj. "	V. Aj. "	
0	0,0	5,6	0,9	9,4	15,1	11,4	30
1	0,3	5,6	0,6	9,7	15,1	11,1	29
2	0,6	5,6	0,3	10,0	15,2	10,8	28
3	0,9	5,6	Aj.	10,3	15,2	10,5	27
4	1,2	5,5	0,5	10,6	15,2	10,3	26
5	1,4	5,5	0,8	10,8	15,2	10,0	25
6	1,7	5,4	1,1	11,1	15,1	9,7	24
7	1,9	5,4	1,4	11,4	15,1	9,3	23
8	2,2	5,3	1,8	11,7	15,1	8,9	22
9	2,4	5,2	2,2	11,9	15,0	8,6	21
10	2,7	5,1	2,6	12,2	15,0	8,3	20
11	2,9	5,0	2,9	12,4	14,9	7,9	19
12	3,1	4,9	3,2	12,7	14,9	7,5	18
13	3,3	4,8	3,6	12,9	14,8	7,1	17
14	3,5	4,6	3,9	13,2	14,7	6,7	16
15	3,7	4,5	4,3	13,4	14,5	6,4	15
16	3,9	4,3	4,6	13,6	14,4	6,0	14
17	4,1	4,1	4,9	13,8	14,3	5,6	13
18	4,3	3,9	5,3	13,9	14,2	5,2	12
19	4,5	3,6	5,7	14,1	14,1	4,8	11
20	4,7	3,4	6,1	14,2	13,9	4,4	10
21	4,8	3,2	6,5	14,3	13,7	3,9	9
22	4,9	2,9	6,8	14,4	13,5	3,5	8
23	5,0	2,7	7,2	14,5	13,3	3,1	7
24	5,1	2,5	7,5	14,6	13,0	2,7	6
25	5,2	2,2	7,9	14,7	12,8	2,3	5
26	5,3	1,9	8,2	14,8	12,5	1,8	4
27	5,4	1,7	8,5	14,9	12,3	1,4	3
28	5,5	1,4	8,8	15,0	12,0	1,0	2
29	5,5	1,1	9,1	15,1	11,7	0,5	1
30	5,6	0,9	9,4	15,1	11,4	0,0	0
	XI. Aj.	X. Aj.	IX. Aj.	VIII. Ot.	VII. Ot.	VI. Ot.	

TABLE IX. *Equation produite par Jupiter.* Seconde partie.

ARGUMENT II. en Signes, de 30 degrés chacun.

Longitude moyenne du Soleil.	o.	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII.
O	− 2,4	− 1,3	+0,5	+1,5	+1,1	+0,0	− 0,4	+0,3	+1,3	+1,3	− 0,1	− 1,8	− 2,4
I.	− 2,2	− 2,1	− 0,6	+0,9	+1,2	+0,4	− 0,4	− 0,1	+1,0	+1,7	+1,0	− 0,8	− 2,2
II.	− 1,6	− 2,4	− 1,4	+0,1	+1,0	+0,6	− 0,3	− 0,5	+0,5	+1,7	+1,8	+0,4	− 1,6
III.	− 0,4	− 1,9	− 2,0	− 0,8	+0,5	+0,7	− 0,1	− 0,7	− 0,2	+1,2	+2,0	+1,5	− 0,4
IV.	+0,9	− 1,0	− 2,0	− 1,4	− 0,1	+0,6	+0,1	− 0,8	− 0,8	+0,4	+1,9	+2,2	+0,9
V.	+1,9	+0,2	− 1,4	− 1,7	− 0,7	+0,3	+0,3	− 0,6	− 1,2	− 0,5	+1,1	+2,3	+1,9
VI.	+2,4	+1,3	− 0,5	− 1,5	− 1,1	− 0,0	+0,4	− 0,3	− 1,3	− 1,3	+0,1	+1,8	+2,4
VII.	+2,2	+2,1	+0,6	− 0,9	− 1,2	− 0,4	+0,4	+0,1	− 1,0	− 1,7	− 1,0	+0,8	+2,2
VIII.	+1,6	+2,4	+1,4	− 0,1	− 1,0	− 0,6	+0,3	+0,5	− 0,5	− 1,7	− 1,8	− 0,4	+1,6
IX.	+0,4	+1,9	+2,0	+0,8	− 0,5	− 0,7	+0,1	+0,7	+0,2	− 1,2	− 2,0	− 1,5	+0,4
X.	− 0,9	+1,0	+2,0	+1,4	+0,1	− 0,6	− 0,1	+0,8	+0,8	− 0,4	− 1,9	− 2,2	− 0,9
XI.	− 1,9	− 0,2	+1,4	+1,7	+0,7	− 0,3	− 0,3	+0,6	+1,2	+0,5	− 1,1	− 2,3	− 1,9
XII.	− 2,4	− 1,3	+0,5	+1,5	+1,1	+0,0	− 0,4	+0,3	+1,3	+1,3	− 0,1	− 1,8	− 2,4

TABLE X.

Equation Lunaire.

Anomalie moyenne du Soleil de cinq en cinq degrés.

Argument IV. de 5 en 5 degrés. Ajoutez / Otez	O.	5.	10	15	20	25	I.	5	10	15	20	25	II.	5	10	15	20	25	30	Argument IV de 5 en 5 degrés. Ajoutez / Otez
	30	25	20	15	10	5	V.	25	20	15	10	5	IV.	25	20	15	10	5	III.	
	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	
O. O VI.	0,0	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5	1,7	2,0	2,3	2,5	2,7	2,9	3,0	3,2	3,3	3,4	3,5	3,5	3,5	30
5	0,6	0,9	1,3	1,6	1,9	2,2	2,4	2,7	3,0	3,2	3,4	3,6	3,7	3,9	4,0	4,1	4,2	4,2	4,3	25
10	1,4	1,6	2,0	2,3	2,6	2,9	3,2	3,4	3,7	3,9	4,1	4,3	4,4	4,5	4,6	4,6	4,7	4,7	4,8	20
15	2,0	2,3	2,6	2,9	3,2	3,4	3,7	4,0	4,3	4,5	4,6	4,8	5,0	5,1	5,2	5,3	5,4	5,4	5,4	15
20	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8	4,1	4,4	4,6	4,8	5,0	5,2	5,4	5,5	5,6	5,7	5,8	5,9	5,9	5,9	10
25	3,3	3,5	3,8	4,1	4,4	4,6	4,9	5,2	5,4	5,6	5,8	6,0	6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,5	6,5	5
I. O VII.	3,9	4,2	4,4	4,7	5,0	5,2	5,4	5,7	5,9	6,1	6,3	6,4	6,6	6,7	6,8	6,8	6,9	6,9	6,9	V. O XI.
5	4,4	4,7	5,0	5,2	5,4	5,7	5,9	6,1	6,3	6,5	6,7	6,9	6,9	7,0	7,1	7,2	7,3	7,3	7,3	25
10	5,0	5,2	5,4	5,7	6,0	6,2	6,4	6,6	6,8	7,0	7,1	7,2	7,3	7,4	7,5	7,5	7,6	7,6	7,6	20
15	5,4	5,6	5,9	6,1	6,3	6,5	6,7	6,9	7,1	7,3	7,4	7,5	7,6	7,7	7,7	7,8	7,9	7,9	7,9	15
20	5,9	6,1	6,3	6,5	6,7	6,9	7,1	7,3	7,4	7,5	7,6	7,7	7,8	7,9	8,0	8,1	8,2	8,2	8,2	10
25	6,3	6,5	6,7	6,9	7,1	7,3	7,4	7,5	7,7	7,8	7,9	8,0	8,1	8,2	8,3	8,3	8,4	8,4	8,4	5
II. O VIII.	6,7	6,8	7,0	7,2	7,3	7,4	7,6	7,7	7,9	8,0	8,1	8,2	8,3	8,3	8,3	8,4	8,4	8,4	8,5	IV. O X.
5	7,0	7,1	7,2	7,3	7,5	7,6	7,7	7,8	8,0	8,1	8,2	8,2	8,3	8,3	8,4	8,4	8,5	8,5	8,5	25
10	7,2	7,3	7,4	7,5	7,6	7,7	7,8	7,9	8,0	8,1	8,2	8,2	8,3	8,3	8,3	8,3	8,4	8,4	8,4	20
15	7,4	7,5	7,6	7,7	7,8	7 8	7,9	8,0	8,1	8,1	8,2	8,2	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,4	15
20	7,6	7,6	7,7	7,7	7,8	7,8	7,9	7,9	8,0	8,1	8,1	8,2	8,2	8,2	8,2	8,2	8,3	8,3	8,3	10
25	7,7	7,7	7,8	7,8	7,8	7,8	7,9	7,9	7,9	7,9	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	5
III. O IX.	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	III. O IX.
5	7,7	7,7	7,6	7,6	7,6	7,6	7,5	7,5	7,5	7,5	7,4	7,4	7,4	7,4	7,4	7,4	7,4	7,4	7,4	25
10	7,6	7,5	7,4	7,4	7,3	7,3	7,2	7,2	7,2	7,2	7,2	7,1	7,1	7,1	7,1	7,0	7,0	7,0	7,0	20
15	7,4	7,4	7,3	7,2	7,1	7,1	7,0	6,9	6,8	6,8	6,7	6,7	6,6	6,6	6,6	6,5	6,5	6,5	6,5	15
20	7,2	7,1	7,0	6,9	6,8	6,7	6,6	6,5	6,4	6,3	6,3	6,2	6,2	6,1	6,1	6,1	6,1	6,0	6,0	10
25	7,0	6,8	6,7	6,6	6,5	6,4	6,3	6,1	6,0	5,9	5,8	5,7	5,7	5,6	5,6	5,5	5,5	5,5	5,5	5
IV. O X.	6,7	6,6	6,4	6,3	6,1	6,0	5,8	5,7	5,6	5,5	5,4	5,3	5,2	5,1	5,1	5,0	5,0	4,9	4,9	II. O VIII.
5	6,3	6,1	6,0	5,8	5,6	5,4	5,3	5,2	5,0	4,9	4,8	4,6	4,5	4,4	4,4	4,4	4,3	4,3	4,3	25
10	5,9	5,7	5,5	5,3	5,1	4,9	4,7	4,6	4,4	4,3	4,1	4,0	3,9	3,8	3,7	3,7	3,6	3,6	3,6	20
15	5,4	5,2	5,0	4,8	4,6	4,4	4,2	4,0	3,8	3,6	3,5	3,4	3,3	3,2	3,1	3,0	3,0	2,9	2,9	15
20	5,0	4,8	4,5	4,3	4,0	3,8	3,6	3,4	3,2	3,0	2,9	2,7	2,6	2,5	2,5	2,4	2,3	2,3	2,3	10
25	4,4	4,2	3,9	3,7	3,4	3,2	3,0	2,7	2,5	2,3	2,2	2,0	1,9	1,8	1,7	1,6	1,5	1,5	1,5	5
V. O XI.	3,9	3,6	3,4	3,1	2,8	2,5	2,3	2,1	1,9	1,7	1,6	1,4	1,3	1,1	1,0	0,9	0,8	0,8	0,8	I. O VII.
5	3,3	3,0	2,7	2,5	2,2	1,9	1,6	1,4	1,2	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0	0,0	25
10	2,6	2,4	2,1	1,8	1,5	1,2	0,9	0,7	0,5	0,3	0,1									20
15	2,0	1,6	1,4	1,1	0,8	0,5	0,3	0,0	0,2	0,4	0,6		0,1	0,3	0,5	0,5	0,6	0,6	0,7	0,7	
20	1,4	1,0	0,7	0,5	0,1		0,2	0,5	0,7	1,0	1,2	1,4	0,8	1,0	1,2	1,3	1,4	1,4	1,4	1,4	15
25	0,6	0,4											1,5	1,7	1,9	2,0	2,1	2,1	2,2	2,2	10
30	0,0	0,3	0,0	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5	1,7	1,9	2,1	2,3	2,5	2,6	2,7	2,8	2,8	2,9	2,9	5
			0,6	0,9	1,2	1,5	1,7	2,0	2,3	2,5	2,7	2,9	3,0	3,2	3,3	3,4	3,5	3,5	3,5	O. O VI.
	VI.	5	10	15	20	25	VII	5	10	15	20	22	VIII	5	10	15	20	25	30	
	30	25	20	15	10	5	XI.	25	20	15	10	5	X.	25	20	15	10	5	IX.	

Anomalie moyenne du Soleil.

Explication. Cette équation eſt additive dans les ſix premiers ſignes de l'argument IV, c'eſt-à-dire, dans les ſignes 0, 1, 2, 3, 4, 5; elle eſt ſouſtractive dans les ſix autres : il en faut excepter toutes celles qui ſont au-deſſous du filet gras diſpoſé en forme d'échelle, dans la partie inférieure de la Table; elles changent de ſignes, & il faut les ajouter, quand les titres de la Table indiquent qu'il faut les ſouſtraire.

Les Tables VI, VII, VIII, IX, X & XII ont été calculées d'après le mémoire de M. Clairaut ſur les inégalités de la terre : on trouvera le détail de cette théorie dans les Mémoires de l'Académie (année 1754), & j'en ai expliqué tous les principes dans le XXIIe Livre (2796 & ſuiv.)

TABLE XI.

Logarithmes des distances de la Terre au Soleil, en supposant la distance moyenne de 100000.

ARGUMENT. *Anomalie moyenne du Soleil.*

D.	O. Log. dist.	Diff	I. Log. dist.	Diff	II. Log. dist.	Diff	III. Log. dist.	Diff	IV. Log. dist.	Diff	V. Log. dist.	Diff	D.
0	5,007236	1	5,006303	62	5,003724	108	5,000123	127	4,996430	112	4,993664	66	30
1	5,007235	3	5,006241	64	5,003616	109	4,999996	128	4,996318	111	4,993598	63	29
2	5,007232	5	5,006177	65	5,003507	110	4,999868	127	4,996207	110	4,993535	61	28
3	5,007227	7	5,006112	67	5,003397	112	4,999741	127	4,996097	110	4,993474	59	27
4	5,007220	10	5,006045	69	5,003285	112	4,999614	127	4,995987	108	4,993415	58	26
5	5,007210	12	5,005976	71	5,003173	113	4,999487	127	4,995879	107	4,993357	55	25
6	5,007198	14	5,005905	73	5,003060	114	4,999360	127	4,995772	105	4,993302	53	24
7	5,007184	16	5,005832	74	5,002946	115	4,999233	127	4,995667	104	4,993249	51	23
8	5,007168	17	5,005758	76	5,002831	116	4,999106	127	4,995563	103	4,993198	49	22
9	5,007151	20	5,005682	78	5,002715	118	4,998979	127	4,995460	102	4,993149	47	21
10	5,007131	22	5,005604	80	5,002597	119	4,998852	126	4,995358	100	4,993102	45	20
11	5,007109	24	5,005524	81	5,002478	119	4,998726	126	4,995258	98	4,993057	43	19
12	5,007085	26	5,005443	83	5,002359	119	4,998600	126	4,995160	97	4,993014	40	18
13	5,007059	29	5,005360	84	5,002240	120	4,998474	126	4,995063	96	4,992974	37	17
14	5,007030	31	5,005276	86	5,002120	121	4,998348	125	4,994967	94	4,992937	35	16
15	5,006999	33	5,005190	88	5,001999	122	4,998223	125	4,994873	93	4,992902	34	15
16	5,006966	35	5,005102	89	5,001877	122	4,998098	124	4,994780	91	4,992868	32	14
17	5,006931	36	5,005013	91	5,001755	123	4,997974	123	4,994689	90	4,992836	29	13
18	5,006895	38	5,004922	92	5,001632	124	4,997851	122	4,994599	88	4,992807	26	12
19	5,006857	40	5,004830	94	5,001508	124	4,997729	121	4,994511	86	4,992781	24	11
20	5,006817	42	5,004726	95	5,001384	125	4,997608	121	4,994425	83	4,992757	22	10
21	5,006775	44	5,004641	97	5,001259	125	4,997487	120	4,994342	82	4,992735	20	9
22	5,006731	47	5,004544	98	5,001134	125	4,997367	120	4,994260	81	4,992715	18	8
23	5,006684	49	5,004446	99	5,001009	125	4,997247	119	4,994179	80	4,992697	15	7
24	5,006635	51	5,004347	100	5,000884	126	4,997128	119	4,994099	78	4,992682	13	6
25	5,006584	53	5,004247	102	5,000758	126	4,997009	118	4,994021	75	4,992669	11	5
26	5,006531	54	5,004145	103	5,000632	127	4,996891	117	4,993946	73	4,992658	8	4
27	5,006477	56	5,004042	105	5,000505	127	4,996774	116	4,993873	71	4,992650	5	3
28	5,006421	58	5,003937	106	5,000378	127	4,996658	115	4,993802	70	4,992645	3	2
29	5,006363	60	5,003831	107	5,000251	127	4,996543	113	4,993732	68	4,992642	1	1
30	5,006303		5,003724		5,000123	128	4,996430		4,993664		4,992641		0
	XI.		X.		IX.		VIII.		VII.		VI.		

USAGE DES TABLES XI & XII. Ces deux Tables servent à trouver en tout temps la vraie distance de la terre au Soleil, affectée par les attractions de Vénus, de Jupiter & de la Lune. Dans l'exemple proposé, l'on a 8ᶜ 4° 43′ 15″ pour l'anomalie moyenne du Soleil ; au dessus de VIIIᶜ & vis-à-vis de 4°, on trouvera dans la Table XI le logarithme 4,996891, & la différence pour un degré d'anomalie 118 ; on fera donc cette proportion 60′ 0″ : 118 : : 43′ 15″ : 85, cette partie proportionnelle 85 ajoutée avec le logar. 4,996891, (parce que ces logarithmes vont en croissant entre 4° & 5°,) donnera 9,996976 pour le logar. de la distance qui auroit lieu, si la terre décrivoit son ellipse sans aucune perturbation (918).

Dans la Table XII (pag. 18) on trouve d'abord avec l'argument II, qui est 0ᶜ 4°, qu'il y a 3 à ajouter au logarithme de la distance, à cause de l'attraction de Jupiter. Avec l'argument III qui est IVᶜ 0°, on trouve 2 à ôter pour l'attraction de Vénus. Avec l'argument IV qui est VIᶜ 19°, & vis-à-vis de VIIIᶜ 5° qui est l'anomalie moyenne du Soleil, on trouve 17 pour l'effet de l'attraction lunaire, qu'il faut ôter, parce qu'au haut de la Table & vis-à-vis de VIᶜ il est marqué *ôtez*.

Il résulte de ces trois corrections qu'il y a 16 à ôter du logarithme de la distance ; il se réduira donc à 4,996960.

4,996976	
+	3
−	2
−	17
4,996960	

Ces corrections peuvent se déduire aisément de la valeur de Z (2791) v. M. Clairaut, Mém. Ac. 1754. Ces Tables du Soleil sont les premieres où l'on ait tenu compte de toutes ces corrections.

TABLE XII.

Equations qu'il faut appliquer au Logarithme de la distance du Soleil à la Terre, à cause des attractions des Planetes.

Attract. de Jupiter.

ARGUMENT II.

S. D.	Equ. Aj.	S. D.	Equ. Ot.
O. 0	3	VI. 0	11
5	3	5	11
10	3	10	10
15	3	15	10
20	3	20	9
25	4	25	8
I. 0	4	VII. 0	8
5	4	5	7
10	5	10	6
15	5	15	5
20	5	20	4
25	5	25	2
II. 0	5	VIII. 0	1
5	5	5	Aj.
10	5	10	1
15	5	15	1
20	5	20	2
25	4	25	3
III. 0	4	IX. 0	4
5	3	5	4
10	2	10	5
15	1	15	5
20	1	20	5
25	Ot.	25	5
IV. 0	1	X. 0	5
5	2	5	5
10	4	10	5
15	5	15	5
20	6	20	5
25	7	25	4
V. 0	8	XI. 0	4
5	8	5	4
10	9	10	3
15	10	15	3
20	10	20	3
25	11	25	3
30	11	30	3

Attract. de Vénus

ARGUMENT III.

S. D.	Equ. Aj.	S. D.	Equ. Aj.
O. 0	10	VI. 0	14
5	10	5	14
10	9	10	14
15	8	15	13
20	6	20	12
25	4	25	10
I. 0	2	VII. 0	9
5	Ot.	5	7
10	3	10	5
15	5	15	3
20	7	20	2
25	8	25	Ot.
II. 0	10	VIII. 0	2
5	11	5	4
10	12	10	6
15	12	15	7
20	12	20	9
25	12	25	10
III. 0	11	IX. 0	11
5	10	5	12
10	9	10	12
15	7	15	12
20	6	20	12
25	4	25	11
IV. 0	2	X. 0	10
5	Aj.	5	8
10	2	10	7
15	3	15	5
20	5	20	3
25	7	25	Aj.
V. 0	9	XI. 0	2
5	10	5	4
10	12	10	6
15	13	15	8
20	14	20	9
25	14	25	10
30	14	30	10

Attraction de la Lune.

ARG. IV. ou dist. de la ☾ au ☉.

Otez. / Ajoutez.	VI. O.			VII. I.			VIII. II.			
S. D.	0	10	20	0	10	20	0	10	20	30
O. 0	15	15	14	13	12	10	8	5	3	0
10	15	15	14	13	11	9	7	4	2	1
20	15	15	13	12	10	8	6	3	0	2
I. 0	15	15	13	12	9	7	5	2	1	3
10	15	14	13	11	9	6	4	1	2	4
20	15	14	13	11	8	6	3	0	2	5
II. 0	16	14	12	11	8	5	3	0	3	6
10	16	14	12	11	8	5	2	1	4	6
20	16	14	12	11	8	5	2	1	4	7
III. 0	16	14	12	10	8	5	2	1	4	7
10	16	15	13	10	8	5	2	1	4	7
20	16	15	13	11	8	5	3	1	4	6
IV. 0	16	15	13	11	8	6	3	0	3	6
10	16	15	13	11	9	6	3	0	2	5
20	16	15	14	12	10	7	4	1	2	4
V. 0	16	16	14	12	10	8	5	2	1	3
10	16	16	15	13	11	9	6	3	0	2
20	16	16	15	14	12	10	7	4	2	1
VI. 0	16	16	15	14	13	11	8	6	3	0
10	16	16	16	15	13	11	9	7	4	1
20	16	17	16	15	14	12	10	8	5	2
VII. 0	16	17	17	16	15	13	11	9	6	3
10	16	17	17	16	15	14	12	10	7	4
20	16	17	17	17	16	15	13	11	8	5
VIII. 0	16	17	17	17	16	15	13	11	9	6
10	16	17	17	17	17	15	14	12	9	6
20	16	17	17	17	17	15	14	12	10	7
IX. 0	16	17	17	17	17	16	14	12	10	7
10	16	17	17	17	17	15	14	12	10	7
20	16	17	17	17	16	15	13	11	9	6
X. 0	16	16	17	17	16	15	13	11	9	6
10	16	16	16	16	15	14	12	10	8	5
20	15	16	16	16	15	13	12	9	7	4
XI. 0	15	16	16	15	14	12	11	8	6	3
10	15	16	15	15	13	12	10	7	5	2
20	15	15	15	14	12	11	9	6	4	1
30	15	15	14	13	12	10	8	5	3	0
	30	20	10	0	20	1 co	20	10	0	
Otez. / Ajoutez.	V. XI.			IV. X.			III. IX.			

ARG. IV. ou dist. de la ☾ au ☉.

ANOMALIE MOYENNE DU SOLEIL.

Otez. / Ajoutez.	ANOMALIE MOYENNE DU SOLEIL.
D. S.	
O. 0	30
I. 0	20
	10
II. 0	XI. 0
	20
III. 0	10
IV. 0	X. 0
	20
V. 0	10
VI. 0	IX. 0
	20
VII. 0	10
VIII. 0	VIII. 0
	20
IX. 0	10
X. 0	VII. 0
	20
XI. 0	10
	VI. 0
	20
	V. 0
	20
	IV. 0
	20
	III. 0
	20
	II. 0
	20
	I. 0
	20
	10
	O. 0
Otez. / Ajoutez.	Otez. / Ajoutez.

Les équations de ces deux premieres Tables sont fort petites, & par conséquent peuvent se négliger dans presque tous les cas. Par exemple, dans les calculs ordinaires des Planetes, le cas où l'effet de cette correction seroit le plus considérable, est celui des conjonctions inférieures de Vénus; lorsque sa latitude est la plus grande, il faut alors 13 unités d'erreur dans le logarithme de la distance du Soleil, pour produire une seconde d'erreur sur la latitude géocentrique de Vénus, calculée par les Tables; ainsi en négligeant les équations de ces deux Tables, on ne commettroit pas même, dans les cas les plus défavorables, une erreur de deux Secondes.

L'équation lunaire est additive dans les 3 premiers & les trois derniers signes de l'argument IV, comme il est marqué dans la Table, mais il en faut excepter les 37 nombres renfermés dans les filets gras qui forment une espece d'échelle; ces nombres doivent être ajoutés, quand les titres de la Table indiquent la soustraction *& vicissim.* Lorsqu'on trouve l'argument IV au haut de la Table, on cherche l'anomalie moyenne du Soleil, dans la colonne qui est à gauche de la Table.

TABLE XIII.

Premiere Partie de l'Equation du Temps, pour convertir le temps vrai en temps moyen.

ARGUMENT. *Anomalie moyenne du Soleil.*

Otez du temps vrai.	O.		I.		II.		III.		IV.		V.		
	′ ″	Diff	′ ″	Diff	′ ″	Diff	′ ″	Diff	′ ″	Diff	′ ″	Diff	ôtez.
0	0 0,0	7,9	3 46,9	6,8	6 35,9	4,0	7 42,0	0,1	6 44,4	4,1	3 55,2	7,1	30
1	0 7,9	7,9	3 53,7	6,8	6 39,9	4,0	7 42,1	0,1	6 40,3	4,2	3 48,1	7,2	29
2	0 15,8	7,9	4 0,5	6,7	6 43,9	3,8	7 42,0	0,2	6 36,1	4,3	3 40,9	7,2	28
3	0 23,7	7,9	4 7,2	6,6	6 47,7	3,7	7 41,8	0,3	6 31,8	4,4	3 33,7	7,3	27
4	0 31,6	7,8	4 13,8	6,6	6 51,4	3,6	7 41,5	0,5	6 27,4	4,5	3 26,4	7,4	26
5	0 39,4	7,8	4 20,4	6,5	6 55,0	3,4	7 41,0	0,6	6 22,9	4,6	3 19,0	7,5	25
6	0 47,2	7,9	4 26,9	6,5	6 58,4	3,3	7 40,4	0,7	6 18,3	4,7	3 11,5	7,5	24
7	0 55,1	7,8	4 33,4	6,4	7 1,7	3,2	7 39,7	0,9	6 13,6	4,9	3 4,0	7,6	23
8	1 2,9	7,8	4 39,8	6,2	7 4,9	3,1	7 38,8	1,0	6 8,7	4,9	2 56,4	7,6	22
9	1 10,7	7,8	4 46,0	6,2	7 8,0	3,0	7 37,8	1,2	6 3,8	5,1	2 48,8	7,6	21
10	1 18,5	7,8	4 52,2	6,1	7 11,0	2,8	7 36,6	1,3	5 58,7	5,2	2 41,2	7,7	20
11	1 26,3	7,8	4 58,3	6,0	7 13,8	2,7	7 35,3	1,5	5 53,5	5,3	2 33,5	7,9	19
12	1 34,1	7,7	5 4,3	5,9	7 16,5	2,5	7 33,8	1,6	5 48,2	5,4	2 25,6	7,8	18
13	1 41,8	7,7	5 10,2	5,8	7 19,0	2,4	7 32,2	1,7	5 42,8	5,6	2 17,8	7,9	17
14	1 49,5	7,6	5 16,0	5,7	7 21,4	2,3	7 30,5	1,8	5 37,2	5,7	2 9,9	7,9	16
15	1 57,1	7,6	5 21,7	5,6	7 23,7	2,2	7 28,7	2,0	5 31,5	5,8	2 2,0	7,9	15
16	2 4,7	7,6	5 27,3	5,6	7 25,9	2,0	7 26,7	2,1	5 25,7	5,8	1 54,1	8,0	14
17	2 12,3	7,6	5 32,9	5,6	7 27,9	2,0	7 24,6	2,3	5 19,9	5,9	1 46,1	8,0	13
18	2 19,9	7,5	5 38,5	5,4	7 29,9	1,8	7 22,3	2,5	5 14,0	6,0	1 38,1	8,0	12
19	2 27,4	7,6	5 43,9	5,3	7 31,7	1,6	7 19,8	2,6	5 8,0	6,3	1 30,1	8,1	11
20	2 35,0	7,4	5 49,2	5,1	7 33,3	1,4	7 17,2	2,8	5 1,7	6,2	1 22,0	8,2	10
21	2 42,4	7,3	5 54,3	5,0	7 34,7	1,3	7 14,4	2,8	4 55,5	6,3	1 13,8	8,1	9
22	2 49,7	7,3	5 59,3	5,0	7 36,0	1,2	7 11,6	2,8	4 49,2	6,4	1 5,7	8,2	8
23	2 57,0	7,3	6 4,3	4,8	7 37,2	1,1	7 8,7	2,9	4 42,8	6,6	0 57,5	8,2	7
24	3 4,3	7,2	6 9,1	4,7	7 38,3	1,0	7 5,6	3,1	4 36,2	6,7	0 49,3	8,2	6
25	3 11,5	7,2	6 13,8	4,6	7 39,3	0,9	7 2,4	3,2	4 29,5	6,7	0 41,1	8,3	5
26	3 18,7	7,1	6 18,4	4,5	7 40,2	0,7	6 59,1	3,3	4 22,8	6,8	0 32,8	8,2	4
27	3 25,8	7,1	6 22,9	4,4	7 40,9	0,5	6 55,6	3,5	4 16,0	6,9	0 14,6	8,2	3
28	3 32,9	7,0	6 27,3	4,4	7 41,4	0,4	6 52,0	3,6	4 9,1	6,9	0 16,4	8,2	2
29	3 39,9	7,0	6 31,7	4,2	7 41,8	0,2	6 48,3	3,7	4 2,2	7,0	0 8,2	8,2	1
30	3 46,9		6 35,9		7 42,0		6 44,4	3,9	3 55,2		0 0,0	8,2	0
ajoutez.	XI.		X.		IX.		VIII.		VII.		VI.		aj.

EXPLICATION. La Table XIII n'eſt autre choſe que l'équation du centre du Soleil, convertie en temps, à raiſon de 15° par heure (660).

Il faut changer les titres, & mettre *ajoutez* au lieu de *ôtez*, lorſqu'on connoit le temps moyen, & qu'on veut trouver le temps vrai, c'eſt-à-dire, celui que les Auteurs Anglois appellent temps apparent.

La Table XIV, pag. 20, eſt la différence entre la longitude vraie du Soleil & ſon aſcenſion droite vrai, ou la réduction de l'écliptique à l'équateur (Table XVII, page 22) convertie en temps, à raiſon de 15° par heure (661). Ces deux Tables different de celles de M. de la Caille; j'en ai dit la raiſon (672).

CONNOISSANT le lieu du Soleil tel qu'il eſt dans l'exemple précédent (page 11), on trouvera l'équation du temps de la maniere ſuivante. Avec l'anomalie moyenne du Soleil 8ſ 4° 43′ 15″, on trouvera dans la Table XIII la premiere partie de l'équation du temps + 7′ 1″ 5; car à VIII 4° répondent 6′ 59″ 1, & la partie proportionnelle eſt 2″ 4.

Avec la longitude vraie du Soleil 11ſ 15° 6′ 18″, on trouvera 4′ 44″ 7 pour la ſeconde partie de l'équation du temps (Table XIV, page 20); car à XIſ 15° répondent 4′ 45′ 9, la partie proportionnelle eſt 1″ 9 à ôter, il reſte + 4′ 44″ 0 pour la ſeconde partie de l'équation du temps; cette ſeconde partie peut exiger dans certains cas une correction qui ſera expliquée ci-après, à l'occaſion de la Table XVII.

La troiſieme partie de l'équation du temps ſe trouvera, ſi l'on convertit en temps la ſomme des cinq

TABLE XIV.

Seconde Partie de l'Equation du Temps.

ARGUMENT. *Long. vraie du Soleil.*

D.	O. VI. Otez du temps vrai. M. S.	Diff. S.	I. VII. Otez du temps vrai. M. S.	Diff. S.	II. VIII. Otez du temps vrai. M. S.	Diff. S.	
0	0 0,0	19,8	8 22,8	10,5	8 45,0	10,2	30
1	0 19,8	19,9	8 33,3	10,0	8 34,8	10,9	29
2	0 39,7	19,8	8 43,3	9,2	8 23,9	11,5	28
3	0 59,5	19,7	8 52,5	8,7	8 12,4	12,1	27
4	1 19,2	19,6	8 1,2	8,0	8 0,3	12,8	26
5	1 38,8	19,5	9 9,2	7,4	7 47,5	13,5	25
6	1 58,3	19,4	9 16,6	6,7	7 34,0	14,2	24
7	2 17,7	19,3	9 23,3	6,1	7 19,8	14,5	23
8	2 37,0	19,1	9 29,4	5,4	7 5,3	15,3	22
9	2 56,1	18,9	9 34,8	4,9	6 50,0	15,7	21
10	3 15,0	18,7	9 39,7	4,1	6 34,3	16,2	20
11	3 33,7	18,5	9 43,8	3,3	6 18,1	16,9	19
12	3 52,2	18,2	9 47,1	2,7	6 1,2	17,1	18
13	4 10,4	17,8	9 49,8	2,0	5 44,1	17,8	17
14	4 28,2	17,7	9 51,8	1,3	5 26,3	18,2	16
15	4 45,9	17,3	9 53,1	0,6	5 8,1	18,6	15
16	5 3,2	17,0	9 53,7	0,2	4 49,5	19,0	14
17	5 20,2	16,8	9 53,5	1,0	4 30,5	19,3	13
18	5 37,0	16,1	9 52,5	1,7	4 11,2	19,7	12
19	5 53,1	16,0	9 50,8	2,4	3 51,5	20,0	11
20	6 9,1	15,5	9 48,4	3,1	3 31,5	20,3	10
21	6 24,6	15,1	9 45,3	3,8	3 11,2	20,6	9
22	6 39,7	14,6	9 41,5	4,5	2 50,6	20,8	8
23	6 54,3	14,2	9 37,0	5,3	2 29,8	21,1	7
24	7 8,5	13,7	9 31,7	6,1	2 8,7	21,2	6
25	7 22,2	13,3	9 25,6	6,7	1 47,5	21,3	5
26	7 35,5	12,6	9 18,9	7,4	1 26,2	21,5	4
27	7 48,1	12,1	9 11,5	8,1	1 4,7	21,5	3
28	8 0,2	11,6	9 3,4	8,9	0 43,2	21,6	2
29	8 11,8	11,0	8 54,5	9,5	0 21,6	21,6	1
30	8 22,8		8 45,0		0 0,0		0
	XI. V.		X. IV.		IX. III.		

Ajoutez au temps vrai en montant.

TABLE XV.

Diametre & Mouvement horaire du Soleil.

ARGUMENT. *Anomalie moyenne du Soleil.*

Jours du Mois.	Anom. moy. S. D.	Diametre du Soleil. ′ ″	Mouvem. horaire. ′ ″	Anomalie moyenne.	Jour du Mois.
30 Juin.	O. 0	31 31,0	2 23,0	30	30 Juin.
6 Juillet.	5	31 31,1	2 23,0	25	25
11	10	31 31,5	2 23,1	20	20
16	15	31 32,0	2 23,1	15	15
21	20	31 32,8	2 23,3	10	11
26	25	31 33,8	2 23,4	5	6 Juin.
31 Juillet.	I. 0	31 35,1	2 23,6	XI. 0	3 Mai.
5 Août.	5	31 36,5	2 23,8	25	26
10	10	31 38,1	2 24,1	20	21
15	15	31 40,1	2 24,4	15	16
20	20	31 42,0	2 24,7	10	11
25	25	31 44,1	2 25,0	5	6 Mai.
30 Août.	II. 0	31 46,4	2 25,4	X. 0	30 Avril.
4	5	31 48,8	2 25,7	25	15
9 Sept.	10	31 51,4	2 26,1	20	20
14	15	31 54,0	2 26,5	15	15
20	20	31 56,7	2 26,9	10	10
25	25	31 59,5	2 27,4	5	5 Avril.
30 Sept.	III. 0	32 2,3	2 27,8	IX. 0	31 Mars.
5 Octob.	5	32 5,1	2 28,2	25	26
10	10	32 8,0	2 28,6	20	21
15	15	32 10,8	2 29,0	15	16
20	20	32 13,5	2 29,4	10	11
25	25	32 16,2	2 29,8	5	6 Mars.
30 Octob.	IV. 0	32 18,8	2 30,2	VIII. 0	28 Février
5 Nov.	5	32 21,2	2 30,6	25	23
16	10	32 23,6	2 31,0	20	18
15	15	32 25,7	2 31,4	15	12
20	20	32 27,8	2 31,7	10	7
25	25	32 29,5	2 32,0	5	2 Février
30 Nov.	V. 0	32 31,2	2 32,3	VII. 0	29 Janv.
5 Déc.	5	32 32,6	2 32,5	25	24
10	10	32 33,7	2 32,7	20	19
15	15	32 35,6	2 32,8	15	14
20	20	32 35,3	2 32,9	10	9
25	25	32 35,7	2 32,9	5	4 Janv.
31 Déc.	30	32 35,8	2 33,0	VI. 0	31 Déc.

petites équations trouvées pour le lieu du Soleil, + 15″,1 + 1″,0 − 1″,9 + 15″,1 + 0″,7, c'eſt-à-dire + 30″ 0, l'on aura + 2″ 0. Si l'on veut encore plus d'exactitude, on diviſera la ſomme des équations ou 30″ 0 par 16 fois le quarré du Coſinus de la déclinaiſon du Soleil, ce qui revient au même que la regle donnée ci-devant (art. 663). La déclinaiſon du Soleil à peu près connue, étoit le 5 Mars 1749 de 5° 53′, ce qui donnera + 1″9.

Ces trois parties de l'équation du temps + 7′ 1″ 5 + 4′ 44″,0 & + 1″9 donnent pour l'équation totale + 11′ 47″ 4, qu'il faut ajouter au temps vrai pour avoir le temps moyen; mais comme dans l'exemple précédent, le temps moyen étoit donné, ſavoir le 5 Mars 0ʰ 11′ 42″, il faut retrancher 11′ 47″ 4, & il reſtera le 4 Mars 23ʰ 59′ 54″ 6 pour le temps vrai cherché.

Les diametres du Soleil contenus dans la Table XV, ſont plus petits d'environ 3″½ que ceux dont M. de la Caille avoit fait uſage dans ſes Tables : j'en ai dit la raiſon (1069).

Les jours du mois marqués dans la premiere & dans la derniere colonne, pourront ſervir quand on n'aura beſoin du diametre du Soleil qu'à une demi-ſeconde près.

Le temps que le demi-diametre du Soleil employe à traverſer le Méridien, a été donné ci-deſſus (595).

Ot.	O. VI.	Diff.	I. VII.	Diff.	II. VIII.	Diff.	
	′ ″	″	D. ′ ″	′	D. ′ ″	″	
0 0	0 0,0	49,6	2 5 43,2	26,8	2 11 15,8	24,8	60
10	0 49,6	49,7	2 6 10,0	26,6	2 10 51,0	25,1	50
20	1 39,3	49,6	2 6 36,6	26,3	2 10 25,9	25,4	40
30	2 28,9	49,7	2 7 2,9	26,1	2 10 0,5	25,7	30
40	3 18,6	49,6	2 7 29,0	25,8	2 9 34,8	26,0	20
50	4 8,2	49,6	2 7 54,8	25,6	2 9 8,8	26,3	10
1 0	4 57,8	49,7	2 8 20,4	25,4	2 8 42,5	26,5	29 0
10	5 47,5	49,6	2 8 45,8	25,1	2 8 16,0	26,7	50
20	6 37,1	49,6	2 9 10,9	24,8	2 7 49,3	27,0	40
30	7 26,7	49,6	2 9 35,7	24,6	2 7 22,3	27,3	30
40	8 16,3	49,5	2 10 0,3	24,4	2 6 55,0	27,6	20
50	9 5,8	49,5	2 10 24,7	24,1	2 6 27,4	27,9	10
2 0	9 55,3	49,5	2 10 48,8	23,8	2 5 59,5	28,2	28 0
10	10 44,8	49,5	2 11 12,6	23,6	2 5 31,3	28,4	50
20	11 34,3	49,5	2 11 36,2	23,4	2 5 2,9	28,7	40
30	12 23,8	49,5	2 11 59,6	23,1	2 4 34,2	29,0	30
40	13 13,3	49,5	2 12 22,7	22,9	2 4 5,2	29,3	20
50	14 2,8	49,4	2 12 45,6	22,7	2 3 35,9	29,5	10
3 0	14 52,2	49,4	2 13 8,3	22,4	2 3 6,4	29,8	27 0
10	15 41,6	49,3	2 13 30,7	22,1	2 2 36,6	30,0	50
20	16 30,9	49,3	2 13 52,8	21,8	2 2 6,6	30,3	40
30	17 20,2	49,3	2 14 14,6	21,5	2 1 36,3	30,6	30
40	18 9,5	49,3	2 14 36,1	21,3	2 1 5,7	30,9	20
50	18 58,8	49,3	2 14 57,4	21,0	2 0 34,8	31,1	10
4 0	19 48,1	49,2	2 15 18,4	20,8	2 0 3,7	31,4	26 0
10	20 37,3	49,2	2 15 39,2	20,6	1 59 32,3	31,7	50
20	21 26,5	49,1	2 15 59,8	20,4	1 59 0,6	32,0	40
30	22 15,6	49,1	2 16 20,2	20,0	1 58 28,6	32,2	30
40	23 4,7	49,0	2 16 40,2	19,7	1 57 56,4	32,4	20
50	23 53,7	49,0	2 16 59,9	19,3	1 57 24,0	32,6	10
5 0	24 42,7	49,0	2 17 19,2	19,1	1 56 51,4	32,9	25 0
10	25 31,7	48,9	2 17 38,3	18,9	1 56 18,5	33,2	50
20	26 20,6	48,9	2 17 57,2	18,7	1 55 45,3	33,5	40
30	27 9,5	48,8	2 18 15,9	18,4	1 55 11,8	33,7	30
40	27 58,3	48,8	2 18 34,3	18,2	1 54 38,1	34,0	20
50	28 47,1	48,8	2 18 52,5	18,0	1 54 4,1	34,3	10
6 0	29 35,9	48,7	2 19 10,5	17,7	1 53 29,8	34,5	24 0
10	30 24,6	48,6	2 19 28,2	17,4	1 52 55,3	34,7	50
20	31 13,2	48,5	2 19 45,6	17,1	1 52 20,6	35,1	40
30	32 1,7	48,5	2 20 2,7	16,8	1 51 45,5	35,4	30
40	32 50,2	48,4	2 20 19,5	16,4	1 51 10,1	35,5	20
50	33 38,6	48,4	2 20 35,9	16,1	1 50 34,6	35,7	10
7 0	34 27,0	48,3	2 20 52,0	15,9	1 49 58,9	35,9	23 0
10	35 15,3	48,2	2 21 7,9	15,6	1 49 23,0	36,1	50
20	36 3,5	48,2	2 21 23,5	15,4	1 48 46,9	36,3	40
30	36 51,7	48,1	2 21 38,9	15,2	1 48 10,6	36,6	30
40	37 39,8	48,1	2 21 54,1	14,9	1 47 34,0	36,8	20
50	38 27,9	48,0	2 22 9,0	14,6	1 46 57,2	37,1	10
8 0	39 15,9	48,0	2 22 23,6	14,2	1 46 20,1	37,3	22 0
10	40 3,9	47,9	2 22 37,8	14,0	1 45 42,8	37,6	50
20	40 51,8	47,7	2 22 51,8	13,7	1 45 5,2	37,9	40
30	41 39,5	47,7	2 23 5,5	13,5	1 44 27,3	38,1	30
40	42 27,2	47,6	2 23 19,0	13,2	1 43 49,2	38,4	20
50	43 14,8	47,5	2 23 32,2	12,9	1 43 10,8	38,6	10
9 0	44 2,3	47,4	2 23 45,1	12,6	1 42 32,2	38,8	21 0
10	44 49,7	47,3	2 23 57,7	12,3	1 41 53,4	39,0	50
20	45 37,0	47,3	2 24 10,0	12,0	1 41 14,4	39,2	40
30	46 24,3	47,2	2 24 22,0	11,8	1 40 35,2	39,4	30
40	47 11,5	47,2	2 24 33,8	11,5	1 39 55,8	39,6	20
50	47 58,7	47,2	2 24 45,3	11,3	1 39 16,2	39,9	10
60	48 45,8	47,1	2 24 56,6		1 38 36,3		20 0
	V. XI.		IV. X.		III. IX.		Ajout.

Otez.	O. VI.	Diff.	I. VII.	Diff.	II. VIII.	Diff.	
	D. ′ ″	′	D. ′ ″	″	D. ′ ″	″	
10 0	48 45,8	47,0	2 24 56,6	11,0	1 38 36,3		60
10	49 32,8	46,9	2 25 7,6	10,7	1 37 56,2	40,1	50
20	50 19,7	46,8	2 25 18,3	10,3	1 37 15,9	40,3	40
30	51 6,5	46,7	2 25 28,6	10,0	1 36 35 3	40,6	30
40	51 53,2	46,5	2 25 38,6	9,7	1 35 54,5	40,8	20
50	52 39,7	46,5	2 25 48,3	9,4	1 35 13,5	41,0	10
11 0	53 26,2	46,4	2 25 57,7	9,1	1 34 32,3	41,2	19 0
10	54 12,6	46,3	2 26 6,8	8,9	1 33 50,9	41,4	50
20	54 58,9	46,2	2 26 15,7	8,6	1 33 9,3	41,6	40
30	55 45,1	46,1	2 26 24,3	8,3	1 32 27,5	41,8	30
40	56 31,2	46,0	2 26 32,6	8,0	1 31 45,5	42,0	20
50	57 17,2	45,9	2 26 40,6	7,7	1 31 3,2	42,3	10
12 0	58 3,1	45,8	2 26 48,3	7,4	1 30 20,7	42,5	18 0
10	58 48,9	45,7	2 26 55,7	7,1	1 29 38,0	42,7	50
20	59 34,6	45,6	2 27 2,8	6,8	1 28 55,1	42,9	40
30	1 0 20,2	45,5	2 27 9,6	6,6	1 28 12,0	43,1	30
40	1 1 5,7	45,4	2 27 16,2	6,3	1 27 28,7	43,3	20
50	1 1 51,1	45,2	2 27 22,5	5,9	1 26 45,3	43,4	10
13 0	1 2 36,3	45,1	2 27 28,4	5,7	1 26 1,7	43,6	17 0
10	1 3 21,4	45,0	2 27 34,1	5,4	1 25 17,9	43,8	50
20	1 4 6,4	44,9	2 27 39,5	5,1	1 24 34,0	43,9	40
30	1 4 51,3	44,8	2 27 44,6	4,7	1 23 49,8	44,2	30
40	1 5 36,1	44,7	2 27 49,3	4,4	1 23 5,4	44,4	20
50	1 6 20,8	44,5	2 27 53,7	4,1	1 22 20,7	44,7	10
14 0	1 7 5,3	44,4	2 27 57,8	3,9	1 21 35,8	44,9	16 0
10	1 7 49,7	44,3	2 28 1,7	3,6	1 20 50,7	45,1	50
20	1 8 34,0	44,2	2 28 5,3	3,3	1 20 5,5	45,2	40
30	1 9 18,2	44,1	2 28 8,6	3,0	1 19 20,2	45,3	30
40	1 10 2,3	44,0	2 28 11,6	2,7	1 18 34,7	45,5	20
50	1 10 46,3	43,8	2 28 14,3	2,4	1 17 49,0	45,7	10
15 0	1 11 30,1	43,7	2 28 16,7	2,0	1 17 3,2	45,8	15 0
10	1 12 13,8	43,6	2 28 18,7	1,7	1 16 17,2	46,0	50
20	1 12 57,4	43,4	2 28 20,4	1,5	1 15 31,0	46,2	40
30	1 13 40,8	43,2	2 28 21,9	1,2	1 14 44,6	46,4	30
40	1 14 24,0	43,1	2 28 23,1	0,9	1 13 58,0	46,6	20
50	1 15 7,1	43,0	2 28 24,0	0,6	1 13 11,2	46,8	10
16 0	1 15 50,1	42,8	2 28 24,6	0,2	1 12 24,3	46,9	14 0
10	1 16 32,9	42,7	2 28 24,8	0,0	1 11 37,2	47,1	50
20	1 17 15,6	42,6	2 28 24,8	0,3	1 10 50,0	47,2	40
30	1 17 58,2	42,5	2 28 24,5	0,6	1 10 2,6	47,4	30
40	1 18 40,7	42,3	2 28 23,9	0,9	1 9 15,0	47,6	20
50	1 19 23,0	42,1	2 28 23,0	1,2	1 8 27,3	47,7	10
17 0	1 20 5,1	42,0	2 28 21,8	1,5	1 7 39,5	47,8	13 0
10	1 20 47,1	41,9	2 28 20,3	1,8	1 6 51,5	48,0	50
20	1 21 29,0	41,7	2 28 18,5	2,1	1 6 3,3	48,2	40
30	1 22 10,7	41,6	2 28 16,4	2,5	1 5 15,0	48,3	30
40	1 22 52,3	41,4	2 28 13,9	2,8	1 4 26,5	48,5	20
50	1 23 33,7	41,3	2 28 11,1	3,1	1 3 37,9	48,6	10
18 0	1 24 15,0	41,1	2 28 8,0	3,4	1 2 49,1	48,8	12 0
10	1 24 56,1	41,0	2 28 4,6	3,7	1 2 0,2	48,9	50
20	1 25 37,1	40,8	2 28 0,9	4,0	1 1 11,1	49,1	40
30	1 26 17,9	40,6	2 27 56,9	4,3	1 0 21,9	49,2	30
40	1 26 58,5	40,5	2 27 52,6	4,5	0 59 32,6	49,3	20
50	1 27 39,0	40,3	2 27 48,1	4,8	0 58 43,1	49,5	10
19 0	1 28 19,3	40,1	2 27 43,3	5,1	0 57 53,5	49,6	11 0
10	1 28 59,4	40,0	2 27 38,2	5,5	0 57 3,8	49,7	50
20	1 29 39,4	39,9	2 27 32,7	5,8	0 56 14,0	49,8	40
30	1 30 19,3	39,7	2 27 26,9	6,1	0 55 24,0	50,0	30
40	1 30 59,0	39,5	2 27 20,8	6,4	0 54 33,9	50,1	20
50	1 31 38,5	39,3	2 27 14,4	6,7	0 53 43,6	50,3	10
60	1 32 17,8		2 27 7,7		0 52 53,2	50,4	10 0
	V. XI.		IV X.		III. IX.		Aj.

Suite de la Table XVI.

Otez.	O. VI. D.	′	″	Diff. ″	I. VII. D.	″	′	Diff. ″	II. VIII.	′	″	Diff. ″	
20	0	1	32	17,8	39,1	2	27	7,7	7,0	52	53,2	50,5	60
	10	1	32	56,9	38,9	2	27	0,7	7,3	52	2,2	50,6	50
	20	1	33	35,8	38,8	2	26	53,4	7,6	51	12,1	50,7	40
	30	1	34	14,6	38,7	2	26	45,8	7,9	50	21,4	50,8	30
	40	1	34	53,3	38,5	2	26	37,9	8,1	49	30,6	51,0	20
	50	1	35	31,8	38,3	2	26	29,8	8,5	48	39,6	51,1	10
21	0	1	36	10,1	38,1	2	26	21,3	8,8	47	48,5	51,2	9 0
	10	1	36	48,2	37,9	2	26	12,5	9,1	46	57,3	51,3	50
	20	1	37	26,1	37,8	2	26	3,4	9,4	46	6,0	51,4	40
	30	1	38	3,9	37,6	2	25	54,0	9,7	45	14,6	51,4	30
	40	1	38	41,5	37,4	2	25	44,3	10,1	44	23,2	51,6	20
	50	1	39	18,9	37,2	2	25	34,2	10,4	43	31,6	51,7	10
22	0	1	39	56,1	36,9	2	25	23,8	10,7	42	39,9	51,8	8 0
	10	1	40	33,0	36,8	2	25	13,1	11,0	41	48,1	51,9	50
	20	1	41	9,8	36,7	2	25	2,1	11,3	40	56,2	52,0	40
	30	1	41	46,5	36,5	2	24	50,8	11,6	40	4,2	52,1	30
	40	1	42	23,0	36,3	2	24	39,2	11,9	39	12,1	52,1	20
	50	1	42	59,3	36,1	2	24	27,3	12,1	38	20,0	52,3	10
23	0	1	43	35,4	35,9	2	24	15,2	12,4	37	27,7	52,4	7 0
	10	1	44	11,3	35,7	2	24	2,8	12,6	36	35,3	52,5	50
	20	1	44	47,0	35,5	2	23	50,2	13,0	35	42,8	52,5	40
	30	1	45	22,5	35,3	2	23	37,2	13,5	34	50,3	52,6	30
	40	1	45	57,8	35,1	2	23	23,7	13,7	33	57,7	52,6	20
	50	1	46	32,9	35,0	2	23	10,0	14,0	33	5,1	52,7	10
24	0	1	47	7,9	34,8	2	22	56,0	14,3	32	12,4	52,8	6 0
	10	1	47	42,7	34,6	2	22	41,7	14,6	31	19,6	52,9	50
	20	1	48	16,3	34,3	2	22	27,1	14,9	30	26,7	53,0	40
	30	1	48	51,6	34,1	2	22	12,2	15,2	29	33,7	53,0	30
	40	1	49	25,7	33,8	2	21	57,0	15,4	28	40,7	53,1	20
	50	1	49	59,5	33,6	2	21	41,6	15,7	27	47,6	53,2	10
25	0	1	50	33,1	33,5	2	21	25,9	16,0	26	54,4	53,2	5 0
	10	1	51	6,6	33,3	2	21	9,9	16,4	26	1,2	53,2	50
	20	1	51	39,9	33,1	2	20	53,5	16,7	25	8,0	53,3	40
	30	1	52	13,0	32,9	2	20	36,8	16,9	24	14,7	53,4	30
	40	1	52	45,9	32,7	2	20	19,9	17,3	23	21,3	53,5	20
	50	1	53	18,6	32,4	2	20	2,6	17,6	22	27,8	53,5	10
26	0	1	53	51,0	32,2	2	19	45,0	17,9	21	34,3	53,6	4 0
	10	1	54	23,2	31,9	2	19	27,1	18,2	20	40,7	53,6	50
	20	1	54	55,1	31,8	2	19	8,9	18,4	19	47,1	53,6	40
	30	1	55	26,9	31,6	2	18	50,5	18,7	18	53,5	53,7	30
	40	1	55	58,5	31,4	2	18	31,8	19,0	17	59,8	53,7	20
	50	1	56	29,9	31,2	2	18	12,8	19,3	17	6,1	53,7	10
27	0	1	57	1,1	31,0	2	17	53,5	19,6	16	12,3	53,8	3 0
	10	1	57	32,1	30,7	2	17	33,9	19,9	15	18,5	53,8	50
	20	1	58	2,8	30,5	2	17	14,0	20,2	14	24,6	539	40
	30	1	58	33,3	30,3	2	16	53,8	20,5	13	30,7	53,9	30
	40	1	59	3,6	30,0	2	16	33,3	20,8	12	36,8	53,9	20
	50	1	59	33,6	29,8	2	16	12,5	21,2	11	42,9	53,9	10
28	0	2	0	3,4	29,6	2	15	51,3	21,4	10	49,0	53,9	2 0
	10	2	0	33,0	29,4	2	15	29,9	21,6	9	55,0	54,0	50
	20	2	1	2,4	29,1	2	15	8,3	22,0	9	1,0	54,0	40
	30	2	1	31,5	28,9	2	14	46,3	22,2	8	7,0	54,0	30
	40	2	2	0,4	28,7	2	14	24,1	22,5	7	13,0	54,0	20
	50	2	2	29,1	28,4	2	14	1,6	22,8	6	18,9	54,1	10
29	0	2	2	57,5	28,2	2	13	38,8	23,1	5	24,8	54,1	1 0
	10	2	3	25,7	28,0	2	13	15,7	23,4	4	30,7	54,1	50
	20	2	3	53,7	27,7	2	12	52,3	23,7	3	36,6	54,1	40
	30	2	4	21,4	27,5	2	12	28,6	24,0	2	42,5	54,1	30
	40	2	4	48,9	27,3	2	12	4,6	24,2	1	48,4	54,1	20
	50	2	5	16,2	27,0	2	11	40,4	24,6	0	54,2	54,2	10
	60	2	5	43,2		2	11	15,8		0	0,0	4,2	0 0
		V.		XI.		IV.		X.		III.		IX.	Aj.

TABLE XVII. *Correction des Tables* XIV & XVI *pour une seconde de variation dans l'obliquité de l'écliptique.*

ARGUMENT. Longitude vraie du Soleil.

	O. VI. ″ arc.	″ tem.	I. VII. ″ arc.	″ tem.	II. VIII. ″ arc.	″ tem.	
0	0,000	0,000	0,180	0,012	0,196	0,013	30
1	0,008	0,001	0,184	0,012	0,192	0,013	29
2	0,015	0,001	0,188	0,013	0,188	0,013	28
3	0,021	0,002	0,191	0,013	0,184	0,012	27
4	0,028	0,002	0,194	0,013	0,180	0,012	26
5	0,034	0,002	0,197	0,013	0,175	0,012	25
6	0,041	0,003	0,200	0,013	0,171	0,011	24
7	0,048	0,003	0,202	0,013	0,166	0,011	23
8	0,055	0,004	0,204	0,014	0,160	0,011	22
9	0,061	0,004	0,207	0,014	0,155	0,010	21
10	0,069	0,005	0,209	0,014	0,149	0,010	20
11	0,075	0,005	0,211	0,014	0,142	0,009	19
12	0,081	0,005	0,213	0,014	0,136	0,009	18
13	0,088	0,006	0,214	0,014	0,130	0,009	17
14	0,094	0,006	0,215	0,014	0,123	0,008	16
15	0,100	0,007	0,216	0,014	0,117	0,008	15
16	0,106	0,007	0,216	0,014	0,110	0,007	14
17	0,112	0,007	0,217	0,014	0,102	0,007	13
18	0,118	0,008	0,217	0,014	0,095	0,006	12
19	0,124	0,008	0,216	0,014	0,088	0,006	11
20	0,130	0,009	0,216	0,014	0,080	0,005	10
21	0,135	0,009	0,215	0,014	0,073	0,005	9
22	0,141	0,009	0,213	0,014	0,065	0,004	8
23	0,147	0,010	0,212	0,014	0,057	0,004	7
24	0,152	0,010	0,211	0,014	0,049	0,003	6
25	0,157	0,010	0,209	0,014	0,041	0,003	5
26	0,161	0,011	0,207	0,014	0,033	0,002	4
27	0,166	0,011	0,204	0,014	0,025	0,002	3
28	0,171	0,011	0,202	0,013	0,017	0,001	2
29	0,175	0,012	0,199	0,013	0,009	0,001	1
30	0,180	0,012	0,196	0,013	0,000	0,000	0
	V.	XI.	IV.	X.	III.	IX.	

La réduction (Table XII) ſert à trouver l'aſcenſion droite du Soleil, par exemple, avec XI^{f}. 15° de longit. on trouve + 1° 11′ 25″ 5, ce qui donne 11^{f} 15° 17′ 43″ 6 pour l'aſcenſion droite du Soleil, en ſuppoſant l'obliquité de l'écliptique de 23° 28′ 20″; mais comme elle étoit plus grande de 3″ dans l'exemple propoſé, il faut employer la correction ſuivante.

Dans la Table XVII, avec XI^{f} 15° de longitude, on trouvera 0″ 100 à ajouter pour chaque ſeconde d'augmentation dans l'obliquité de l'écliptique; donc pour 3″ on aura 0′ 3, dont il faut augmenter la réduction. La ſeconde colonne de la Table XVII eſt la converſion de la premiere colonne en temps, ou la quantité dont il faut augmenter la ſeconde partie de l'équation du temps (p. 20), pour chaque ſeconde d'augmentation dans l'obliquité de l'écliptique. Si l'on faiſoit ce calcul pour les ſiecles futurs, dans leſquels l'angle de l'écliptique & de l'équateur ſera plus petit que 23° 28′ 20″, il faudroit retrancher les corrections précédentes, ſoit de la réduction, ſoit de la ſeconde partie de l'équation du temps (Table XIV), mais la correction de la Table XIV eſt inſenſible dans notre exemple, n'étant que de $\frac{1}{30}$ de ſeconde.

FIN DES TABLES DU SOLEIL.

TABLES DE LA LUNE.

TABLE DES ÉPOQUES

Ou des Longitudes moyennes de la Lune, de ſon Apogée, & de ſon Nœud.

	Année.	Longit. moy. de la Lune.				Longit. moy. de l'Apogée.				Supplément du Nœud.			
		s.	°	′	″	s.	°	′	″	s.	°	′	″
Années avant J. C.	800 B.	1	19	4	17	2	27	56	47	2	18	30	30
	700 B.	11	26	56	37	6	17	8	2	7	2	41	45
	600 B.	10	4	48	57	10	6	19	17	11	16	53	0
	500 B.	8	12	41	17	1	25	30	32	4	1	4	15
	400 B.	6	20	33	37	5	14	41	47	8	15	15	30
	300 B.	4	28	25	57	9	3	53	2	0	29	26	45
	200 B.	3	6	18	17	0	23	4	17	5	13	38	0
	100 B.	1	14	10	37	4	12	15	32	9	27	49	15
	0 B.	11	22	2	57	8	1	26	47	2	12	0	30
Années Juliennes après J. C. ou V. St.	100 B.	9	29	55	17	11	20	38	2	6	26	11	45
	200 B.	18	7	47	37	3	9	49	17	11	10	23	0
	300 B.	6	15	39	57	6	29	0	32	3	24	34	15
	400 B.	4	23	32	17	10	18	11	47	8	8	45	30
	500 B.	3	1	24	37	2	7	23	2	0	22	56	45
	600 B.	1	9	16	57	5	26	34	17	5	7	8	0
	700 B.	11	17	9	17	9	15	45	32	9	21	19	15
	800 B.	9	25	1	37	1	4	56	47	2	5	30	30
	900 B.	8	2	53	57	4	24	8	2	6	19	41	45
	1000 B.	6	10	46	17	8	13	19	17	11	3	53	0
	1100 B.	4	18	38	37	0	2	30	32	3	18	4	15
	1200 B.	2	26	30	57	3	21	41	47	8	2	15	30
	1300 B.	1	4	23	17	7	10	53	2	0	16	26	45
	1400 B.	11	12	15	37	11	0	4	17	3	0	38	0
	1460 B.	0	22	59	1	8	11	35	2	7	21	8	45
	1480 B.	5	6	33	29	11	15	25	17	8	17	59	0
	1500 B.	9	20	7	57	2	19	15	32	9	14	49	15
	1520 B.	2	3	42	25	5	23	5	47	10	11	39	30
	1540 B.	6	17	16	53	8	26	56	2	11	8	29	45
	1560 B.	11	0	51	21	0	0	46	17	0	5	20	0
	1580 B.	3	14	25	49	3	4	36	32	1	2	10	15
	1600 B.	3	16	14	27	6	7	19	56	1	28	28	44
	1620 B.	7	29	48	55	9	11	10	11	2	25	18	59
	1640 B.	0	13	23	23	0	15	0	26	3	22	9	14
	1660 B.	4	29	57	51	3	18	50	41	2	18	59	29
	1680 B.	9	10	32	19	6	22	40	56	5	15	49	44
	1700 C.	1	10	56	12	9	26	24	30	6	12	36	49
Années Grégoriennes, ou N. St.	1701	5	20	19	17	11	7	4	20	7	1	56	32
	1702	9	29	42	21	0	17	44	11	7	21	16	15
	1703	2	9	5	26	1	28	25	1	8	10	35	58
	1704 B.	7	1	39	6	3	9	10	33	8	29	58	52
	1705	11	11	2	10	4	19	50	23	9	19	18	35
	1706	3	20	25	15	6	0	30	14	10	8	38	18
	1707	7	29	48	20	7	11	10	4	10	27	58	1
	1708 B.	0	22	21	59	8	21	56	36	11	17	20	55
	1709	5	1	45	4	10	2	36	26	0	6	40	38

Années Grégor.	Longit. moy. de la Lune.				Longit. moy. de l'Apogée.				Supplément du Nœud.			
	s.	°	′	″	s.	°	′	″	s.	°	′	″
1710	9	11	8	8	11	13	16	17	0	26	0	21
1711	1	20	31	13	0	23	56	7	1	15	20	4
1712 B.	6	13	4	53	2	4	42	39	2	4	42	58
1713	10	22	27	57	3	15	22	29	2	24	2	41
1714	3	1	51	2	4	26	2	20	3	13	22	24
1715	7	11	14	7	6	6	42	10	4	2	42	7
1716 B.	0	3	47	46	7	17	28	42	4	22	5	1
1717	4	13	10	51	8	28	8	32	5	11	24	44
1718	8	22	33	56	10	8	48	23	6	0	44	27
1719	1	1	57	0	11	19	28	13	6	20	4	10
1720 B.	5	24	30	40	1	0	14	45	7	9	27	4
1721	10	3	53	45	2	10	54	35	7	28	46	47
1722	2	13	16	49	3	21	34	26	8	18	6	30
1723	6	22	39	54	5	2	14	16	9	07	26	13
1724 B.	11	15	13	34	6	13	0	48	9	26	49	7
1725	3	24	36	38	7	23	40	38	10	16	8	50
1726	8	3	59	43	9	4	20	29	11	5	28	33
1727	0	13	22	48	10	15	0	19	11	24	48	16
1728 B.	5	5	56	27	11	25	46	51	0	14	11	10
1729	9	15	19	32	1	6	26	41	1	3	30	53
1730	1	24	42	36	2	17	6	32	1	22	50	36
1731	6	4	5	41	3	27	46	22	2	12	10	19
1732	10	26	39	21	5	8	32	54	3	1	33	13
1733	3	6	2	25	6	19	12	44	3	20	52	56
1734	7	15	25	30	7	29	52	35	4	10	12	39
1735	11	24	48	45	9	10	32	25	4	29	32	22
1736 B.	4	17	22	14	10	21	18	57	5	18	55	16
1737	8	26	45	19	0	1	58	47	6	8	14	59
1738	1	6	8	24	1	12	58	38	6	27	34	42
1739	5	15	31	28	2	23	18	28	7	16	54	25
1740 B.	10	8	5	8	4	4	5	0	8	6	17	19
1741	2	17	28	13	5	14	44	50	8	25	37	2
1742	6	26	51	17	6	25	24	41	9	14	56	45
1743	11	6	14	22	8	6	4	31	10	4	16	28
1744 B.	3	28	48	2	9	16	51	3	10	23	39	22
1745	8	8	11	6	10	27	30	53	11	12	59	5
1746	0	17	34	11	0	8	10	44	0	2	18	48
1747	4	26	57	16	1	18	50	34	0	21	38	31
1748 B.	9	19	30	55	2	29	37	6	1	11	1	25
1749	1	28	54	0	4	10	16	56	2	0	21	8
1750	6	8	17	4	5	20	56	47	2	19	40	51
1751	10	17	40	9	7	1	36	37	3	9	0	34
1752 B.	3	10	13	49	8	12	23	9	3	28	23	28
1753	7	19	36	53	9	23	2	59	4	17	43	11
1754	11	28	59	58	11	3	42	50	5	7	2	54

Suite de la TABLE *des longitudes moyennes.*

1755		4	8	23	3	0	14	22	40	5	26	22	37
1756	B.	8	0	56	42	1	25	9	12	6	15	45	31
1757		1	10	19	47	3	5	49	2	7	5	5	14
1758		5	19	42	52	4	16	28	53	7	24	24	57
1759		9	29	5	56	5	27	8	43	8	13	44	40
1760	B.	2	21	39	36	7	7	55	15	9	3	7	34
1761		7	1	2	41	8	18	35	5	9	22	27	17
1762		11	10	25	45	9	29	14	56	10	11	46	0
1763		3	19	48	50	11	9	54	46	11	1	6	43
1764	B.	8	12	22	30	0	20	41	18	11	20	29	37
1765		0	21	45	34	2	1	21	8	0	9	49	20
1766		5	1	8	39	3	12	0	59	0	29	9	3
1767		9	10	31	44	4	22	40	49	1	18	28	46
1768	B.	2	3	5	23	6	3	27	21	2	7	51	40
1769		6	12	28	28	7	14	7	11	2	27	11	23
1770		10	21	51	32	8	24	47	2	3	16	31	6
1771		3	1	14	37	10	5	26	52	4	5	50	49
1772	B.	7	23	48	17	11	16	13	24	4	25	13	43
1773		0	3	11	21	0	26	53	14	5	14	33	26
1774		4	12	34	26	2	7	33	5	6	3	53	9
1775		8	21	57	31	3	18	12	55	6	23	12	52
1776	B.	1	14	31	10	4	28	59	27	7	12	35	46
1777		5	23	54	15	6	9	39	17	8	1	55	29
1778		10	3	17	20	7	20	19	8	8	21	15	12
1779		2	12	40	24	9	0	58	58	9	10	34	55
1780	B.	7	5	14	4	10	11	45	30	9	29	57	49
1781		11	14	37	9	11	22	25	20	10	19	17	32
1782		3	24	0	13	1	3	5	11	11	8	37	15
1783		8	3	23	18	2	13	45	1	11	27	56	58
1784	B.	0	25	56	58	3	24	31	33	0	17	19	52
1785		5	5	20	2	5	5	11	23	1	6	39	35
1786		9	14	43	7	6	15	51	14	1	25	59	18
1787		1	24	6	12	7	26	31	4	2	15	19	1
1788	B.	6	16	39	51	9	7	17	36	3	4	41	55
1789		10	26	2	56	10	17	57	26	3	24	1	38
1790		3	5	26	0	11	28	37	17	4	13	21	21
1791		7	14	49	5	1	9	17	7	5	2	41	4
1792	B.	0	7	22	45	2	20	3	39	5	22	3	58
1793		4	16	45	49	4	0	43	29	6	11	23	41
1794		8	26	8	54	5	11	23	20	7	0	43	24
1795		1	5	31	59	6	22	3	10	7	20	3	7
1796	B.	5	28	5	38	8	2	49	42	8	9	26	1
1797		10	7	28	43	9	13	29	32	8	28	45	44
1798		2	16	51	48	10	24	9	23	9	18	5	27
1799		6	26	14	52	0	4	49	13	10	7	25	10
1800	C.	11	5	37	57	1	15	29	3	10	26	44	53
1801		3	15	1	2	2	26	8	53	11	16	4	36
1802		7	24	24	6	4	6	48	44	0	5	24	19
1803		0	3	47	11	5	17	28	34	0	24	44	2
1804	B.	4	26	20	51	6	28	15	6	1	14	6	56
1808	B.	10	17	3	44	0	11	1	9	4	1	28	59
1812	B	4	7	46	38	5	23	47	12	6	18	51	2
1816	B.	9	28	29	31	11	6	33	15	9	6	13	5
1820	B.	3	19	12	25	4	19	19	18	11	23	35	9
1824	B.	9	9	55	18	10	2	5	21	2	10	57	12
1828	B.	3	0	38	12	3	14	51	24	4	28	19	15
1832	B.	8	21	21	5	8	27	37	27	7	15	41	18
1836	B.	2	12	3	59	2	10	23	30	10	3	33	21
1840	B.	8	2	46	52	7	23	9	33	0	20	25	26
1844	B.	1	23	29	46	1	5	55	36	2	7	47	27
1848	B.	7	14	12	39	6	18	41	39	5	25	9	30
1852	B.	1	4	55	33	0	1	27	42	8	12	31	33

TABLE *des mouvements moyens de la Lune, de ſon Apogée & de ſon Nœud, pour les Années completes.*

Années.	Mouvement de la Lune.				Mouvement de l'Apogée.				Mouvement du Nœud.			
	S.	D.	M.	S.	S.	D.	M.	S.	S.	D.	M.	S.
1	4	9	23	5	1	10	39	50	0	19	19	43
2	8	18	46	9	2	21	19	41	1	8	39	26
3	0	28	9	14	4	1	59	31	1	27	59	9
4	B.	5	20	42	54	5	12	46	3	2	17	22	3
5		10	0	5	58	6	23	25	53	3	6	41	46
6		2	9	29	3	8	4	5	44	3	26	1	29
7		6	18	52	8	9	14	45	34	4	15	21	12
8	B.	11	11	25	47	10	25	32	6	5	4	44	6
9		3	20	48	52	0	6	11	56	5	24	3	49
10		8	0	11	56	1	16	51	47	6	13	23	32
11		0	9	35	1	2	27	31	37	7	2	43	15
12	B.	5	2	8	41	4	8	18	9	7	22	6	9
13		9	11	31	45	5	18	57	59	8	11	25	52
14		1	20	54	50	6	29	37	50	9	0	45	35
15		6	0	17	55	8	10	17	40	9	20	5	18
16	B.	10	22	51	34	9	21	4	12	10	9	28	12
17		3	2	14	39	11	1	44	2	10	28	47	55
18		7	11	37	44	0	12	23	53	11	18	7	38
19		11	21	0	48	1	23	3	43	0	7	27	21
20	B.	4	13	34	28	3	3	50	15	0	26	50	15
40	B.	8	27	8	56	6	7	40	30	1	23	40	30
60	B.	1	10	43	24	9	11	30	45	2	20	30	45
80	B.	5	24	17	52	0	15	21	0	3	17	21	0
100	B.	10	7	52	20	3	19	11	15	4	14	11	15
200	B.	8	15	44	40	7	8	22	30	8	28	22	30
300	B.	6	23	37	0	10	27	33	45	1	12	33	45
400	B.	5	1	29	20	2	16	45	0	5	26	45	0
500	B.	3	9	21	40	6	5	56	15	10	10	56	15
600	B.	1	17	14	0	9	25	7	30	2	25	7	30
700	B.	11	25	6	20	1	14	18	45	7	9	18	45
800	B.	10	2	58	40	5	3	30	0	11	23	30	0
900	B.	8	10	51	0	8	22	41	15	4	7	41	15
1000	B.	6	18	43	20	0	11	52	30	8	21	52	30
2000	B.	1	7	26	40	0	23	45	0	5	13	45	0
3000	B.	7	26	10	0	1	5	37	30	2	5	37	30
4000	B.	2	14	53	20	1	17	30	0	10	27	30	0
5000	B.	9	3	36	40	1	29	22	30	7	19	22	30
6000	B.	3	22	20	0	2	11	15	0	4	11	15	0

TABLE *des mouvements moyens de la Lune, de ſon Apogée & de ſon Nœud, pour chaque jour du Mois.*

An. Biſſextiles	An. Communes	JANVIER. Mouvement de la Lune. S.	D.	M.	S.	Mouvem. de l'Ap. D.	M.	S.	Mouvem. du Nœud. D.	M.	S.	FÉVRIER. Mouvement de la Lune. S.	D.	M.	S.	Mouvem. de l'Ap. D.	M.	S.	Mouvem. du Nœud. D.	M.	S.	Jours.	MARS. Mouvement de la Lune. S.	D.	M.	S.	Mouvem. de l'Ap. D.	M.	S.	Mouvem. du Nœud. D.	M.	S.
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	18	28	6	3	27	13	1	38	30										
2	1	0	13	10	35	0	6	41	0	3	11	2	1	38	41	3	33	54	1	41	41	1	2	10	35	2	6	41	4	3	10	38
3	2	0	26	21	10	0	13	22	0	6	21	2	14	49	16	3	40	35	1	44	52	2	2	23	45	37	6	47	45	3	13	49
4	3	1	9	31	45	0	20	3	0	9	32	2	27	59	51	3	47	16	1	48	2	3	3	6	56	12	6	54	26	3	16	59
5	4	1	22	42	20	0	26	44	0	12	43	3	11	10	26	3	53	57	1	51	13	4	3	20	6	47	7	1	7	3	20	10
6	5	2	5	52	55	0	33	25	0	15	53	3	24	21	1	4	0	39	1	54	24	5	4	3	17	22	7	7	48	3	23	20
7	6	2	19	3	30	0	40	6	0	19	4	4	7	31	36	4	7	20	1	57	34	6	4	16	27	57	7	14	30	3	26	31
8	7	3	2	14	5	0	46	47	0	22	14	4	20	42	11	4	14	1	2	0	44	7	4	29	38	32	7	21	11	3	29	42
9	8	3	15	24	40	0	53	29	0	25	25	5	3	52	46	4	20	42	2	3	55	8	5	12	49	7	7	27	52	3	32	52
10	9	3	28	35	15	1	0	10	0	28	36	5	17	3	21	4	27	23	2	7	6	9	5	25	59	42	7	34	33	3	36	3
11	10	4	11	45	50	1	6	51	0	31	46	6	0	13	56	4	34	4	2	10	16	10	6	9	10	17	7	41	14	3	39	14
12	11	4	24	56	25	1	13	32	0	34	57	6	13	24	31	4	40	45	2	13	27	11	6	22	20	52	7	47	55	3	42	24
13	12	5	8	7	0	1	20	13	0	38	8	6	26	35	6	4	47	26	2	16	38	12	7	5	31	27	7	54	36	3	45	35
14	13	5	21	17	35	1	26	54	0	41	18	7	9	45	41	4	54	7	2	19	49	13	7	18	42	2	8	1	17	3	48	46
15	14	6	4	28	10	1	33	35	0	44	29	7	22	56	16	5	0	48	2	22	59	14	8	1	52	37	8	7	58	3	51	56
16	15	6	17	38	45	1	40	16	0	47	40	8	6	6	51	5	7	29	2	26	10	15	8	15	3	12	8	14	39	3	55	7
17	16	7	0	49	20	1	46	57	0	50	50	8	19	17	26	5	14	10	2	29	20	16	8	28	13	47	8	21	20	3	58	17
18	17	7	13	59	55	1	53	38	0	54	1	9	2	28	1	5	20	51	2	32	31	17	9	11	24	22	8	28	1	4	1	28
19	18	7	27	10	30	2	0	19	0	57	11	9	15	38	36	5	27	32	2	35	41	18	9	24	34	57	8	34	42	4	4	39
20	19	8	10	21	6	2	7	0	1	0	22	9	28	49	11	5	34	13	2	38	52	19	10	7	45	32	8	41	23	4	7	49
21	20	8	23	31	41	2	13	41	1	3	33	10	11	59	46	5	40	55	2	42	2	20	10	20	56	7	8	48	4	4	11	0
22	21	9	6	42	16	2	20	22	1	6	43	10	25	10	21	5	47	36	2	45	13	21	11	4	6	42	8	54	46	4	14	10
23	22	9	19	52	51	2	27	4	1	9	54	11	8	20	56	5	54	17	2	48	24	22	11	17	17	17	9	1	27	4	17	21
24	23	10	3	3	26	2	33	45	1	13	5	11	21	31	31	6	0	58	2	51	35	23	0	0	27	52	9	8	8	4	20	32
25	24	10	16	14	1	2	40	26	1	16	15	0	4	42	6	6	7	39	2	54	45	24	0	13	38	27	9	14	49	4	23	42
26	25	10	29	24	36	2	47	7	1	19	25	0	17	52	41	6	14	20	2	57	56	25	0	26	49	2	9	21	30	4	26	53
27	26	11	12	35	11	2	53	48	1	22	37	1	1	3	17	6	21	1	3	1	7	26	1	9	59	37	9	28	11	4	30	4
28	27	11	25	45	46	3	0	29	1	25	47	1	14	13	52	6	27	42	3	4	17	27	1	23	10	12	9	34	52	4	33	14
29	28	0	8	56	21	3	7	10	1	28	58	1	27	24	27	6	34	23	3	7	28	28	2	6	20	47	9	41	33	4	36	25
30	29	0	22	6	56	3	13	51	1	32	9											29	2	19	31	22	9	48	14	4	39	36
31	30	1	5	17	31	3	20	32	1	35	19											30	3	2	41	57	9	54	55	4	42	46
	31	1	18	28	6	3	27	13	1	38	30											31	3	15	52	32	10	1	36	4	45	57

ÉQUATION SÉCULAIRE

Du moyen mouvement de la Lune qu'il faut ajouter à la longitude moyenne calculée par les Tables précédentes pour des ſiecles éloignés.

An. av. J.C.	Equation ſéculaire. °	′	″	An. av. J.C.	Equat. ſécul. ′	″	An. après J. C.	Equat. ſécul. ′	″	An. après J. C.	Equa. ſécul. ′	″	Ann. après J. C.	Equ. ſéc. ′	″	Ann. après J. C.	Equ. ſécul. ′	″	Ann. après J. C.	Equ. ſécul. ′	″	Ann. après J. C.	Equ. ſécul. ′	″
800	1	9	48	400	49	15	0	32	16	400	18	52	800	9	3	1200	2	48	1500	0	27	1700	0	0
700	1	4	19	300	44	40	100	38	35	500	16	5	900	7	9	1300	1	47	1550	0	15	1750	0	2
600	0	59	4	200	40	19	200	25	7	600	13	31	1000	5	28	1400	1	0	1600	0	7	1800	0	7
500	0	54	3	100	36	11	300	21	53	700	11	10	1100	4	1	1450	0	42	1650	0	2	1850	0	15
400	0	49	15	0	32	16	400	18	52	800	9	3	1200	2	48	1500	0	27	1700	0	0	1900	0	27

TABLE *des mouvements moyens de la Lune, de ſon Apogée & de ſon Nœud, pour chaque jour du Mois.*

Jours.	AVRIL. Mouvement de la Lune. S.	D.	M.	S.	Mouvem. de l'Ap. D.	M.	S.	Mouvem. du Nœud. D.	M.	S.	MAI. Mouvement de la Lune. S.	D.	M.	S.	Mouvem. de l'Ap. D.	M.	S.	Mouvem. du Nœud. D.	M.	S.	JUIN. Mouvement de la Lune. S.	D.	M.	S.	Mouvem. de l'Ap. D.	M.	S.	Mouvem. du Nœud. D.	M.	S.
1	3	29	3	7	10	8	17	4	49	8	5	4	20	38	13	28	49	6	24	27	6	22	48	44	16	56	3	8	2	57
2	4	12	13	42	10	14	58	4	52	18	5	17	31	13	13	35	30	6	27	38	7	5	59	19	17	2	44	8	6	8
3	4	25	24	17	10	21	39	4	55	29	6	0	41	48	13	42	12	6	30	48	7	19	9	54	17	9	25	8	9	18
4	5	8	34	52	10	28	21	4	58	40	6	13	52	23	13	48	53	6	33	59	8	2	20	29	17	16	6	8	12	29
5	5	21	45	28	10	35	2	5	1	50	6	27	2	58	13	55	34	6	37	10	8	15	31	4	17	22	47	8	15	40
6	6	4	56	3	10	41	43	5	5	1	7	10	13	33	14	2	15	6	40	20	8	28	41	39	17	29	28	8	18	50
7	6	18	6	38	10	48	24	5	8	12	7	23	24	8	14	8	56	6	43	31	9	11	52	14	17	36	9	8	22	1
8	7	1	17	13	10	55	5	5	11	22	8	6	34	43	14	15	37	6	46	42	9	25	2	49	17	42	50	8	25	11
9	7	14	27	48	11	1	46	5	14	33	8	19	45	18	14	22	18	6	49	52	10	8	13	24	17	49	31	8	28	22
10	7	27	38	23	11	8	27	5	17	44	9	2	55	53	14	28	59	6	53	3	10	21	23	59	17	56	12	8	31	33
11	8	10	48	58	11	15	8	5	20	54	9	16	6	28	14	35	40	6	56	14	11	4	34	34	18	2	53	8	34	43
12	8	23	59	33	11	21	49	5	24	5	9	29	17	3	14	42	21	6	59	24	11	17	45	9	18	9	34	8	37	54
13	9	7	10	8	11	28	30	5	27	16	10	12	27	39	14	49	12	7	2	35	0	0	55	44	18	16	15	8	41	5
14	9	20	20	43	11	35	11	5	30	27	10	25	38	14	14	55	43	7	5	46	0	14	6	19	18	22	56	8	44	15
15	10	3	31	18	11	41	52	5	33	37	11	8	48	49	15	2	24	7	8	56	0	27	16	54	18	29	38	8	47	26
16	10	16	41	53	11	48	33	5	36	48	11	21	59	24	15	9	5	7	12	7	1	10	27	29	18	36	19	8	50	37
17	10	29	52	28	11	55	14	5	39	59	0	5	9	59	15	15	47	7	15	18	1	23	38	4	18	43	0	8	53	47
18	11	13	3	3	12	1	56	5	43	9	0	18	20	34	15	22	28	7	18	28	2	6	48	39	18	49	41	8	56	58
19	11	26	13	38	12	8	37	5	46	20	1	1	31	9	15	29	9	7	21	39	2	19	59	14	18	56	22	9	0	9
20	0	9	24	13	12	15	18	5	49	31	1	14	41	44	15	35	50	7	24	50	3	3	9	50	19	3	3	9	3	19
21	0	22	34	48	12	21	59	5	52	42	1	27	52	19	15	42	31	7	28	0	3	16	20	25	19	9	44	9	6	30
22	1	5	45	23	12	28	40	5	55	53	2	11	2	54	15	49	12	7	31	11	3	29	31	0	19	16	25	9	9	41
23	1	18	55	58	12	35	21	5	59	3	2	24	13	29	15	55	53	7	34	22	4	12	41	35	19	23	6	9	12	51
24	2	2	6	33	12	42	2	6	2	14	3	7	24	4	16	2	34	7	37	32	4	25	52	10	19	29	47	9	16	2
25	2	15	17	8	12	48	43	6	5	24	3	20	34	39	16	9	15	7	40	43	5	9	2	45	19	36	28	9	19	13
26	2	28	27	43	12	55	24	6	8	35	4	3	45	14	16	15	56	7	43	54	5	22	13	20	19	43	9	9	22	23
27	3	11	38	18	13	2	5	6	11	45	4	16	55	49	16	22	37	7	47	4	6	5	23	55	19	49	50	9	25	34
28	3	24	48	53	13	8	46	6	14	56	5	0	6	24	16	29	18	7	50	15	6	18	34	30	19	56	31	9	28	45
29	4	7	59	28	13	15	27	6	18	6	5	13	16	59	16	35	59	7	53	25	7	1	45	5	20	3	13	9	31	55
30	4	21	10	3	13	22	8	6	21	17	5	26	27	34	16	42	40	7	56	36	7	14	55	40	20	9	54	9	35	6
											6	9	38	9	16	49	21	7	59	47										

EXPLICATION DES TABLES DE LA LUNE.

Ces Tables de la Lune ſont celles que M. Mayer publia en 1753 (Commentarii Societ. Reg. Gottinſenſis. T. II.) auxquelles je n'ai fait que de légers changements, dont j'aurai ſoin d'avertir *.

La Table des Epoques, ou des Longitudes moyennes pour le commencement de chaque année a été expliquée en détail (996 & ſuiv.) il me ſuffira de rappeller que ces longitudes moyennes ſont pour le premier Janvier à midi moyen, quand il s'agit des années biſſextiles, & pour le midi de la veille ou du 31 Décembre précédent quand il s'agit des années communes; cette méthode employée par M. Caſſini, eſt la plus commode pour l'uſage des Tables.

Au lieu de la longitude du nœud aſcendant de la Lune, employée par M. Mayer, j'ai pris ſon Supplément à 360 degrés; par ce moyen, le mouvement devient additif, ce qui rend les calculs plus uniformes.

Les longitudes moyennes de la Lune pour les ſiecles éloignés, auſſi bien que les mouvements de la Lune qui ſont au bas de la page 24, ſuppoſent que le mouvement de la Lune eſt uniforme, & de 10ˢ 7° 52′ 20″ par ſiecle; mais cette ſuppoſition ſe corrige enſuite par l'équation ſéculaire que nous venons de rapporter (page 25), & qu'on ajoute à la longitude moyenne, quand on l'a trouvée pour un

* *J'ai déja parlé de ces Tables à l'occaſion de la théorie de la Lune* (1154).

TABLE *des mouvements moyens de la Lune, de ſon Apogée & de ſon Nœud, pour chaque jour du Mois.*

Jours.	JUILLET. Mouvement de la Lune.				Mouvem. de l'Ap.			Mouvem. du Nœud.			AOUST. Mouvement de la Lune.				Mouvem. de l'Ap.			Mouvem. du Nœud.			SEPTEMBRE. Mouvement de la Lune.				Mouvement de l'Apogée.			Mouvem. du Nœud.		
	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.	S.	D.	M.	S.		D.	M.	S.	D.	M.	S.
1	7	28	6	15	20	16	35	9	38	16	9	16	34	21	23	43	48	11	16	45	11	5	2	26	0	27	11	1	12	55	15
2	8	11	16	50	20	23	16	9	41	27	9	29	44	56	23	50	29	11	19	56	11	18	13	1	0	27	17	42	12	58	26
3	8	24	27	25	20	29	57	9	44	37	10	12	55	31	23	57	10	11	23	6	0	1	23	36	0	27	24	23	13	1	36
4	9	7	38	0	20	36	38	9	47	48	10	26	6	6	24	3	51	11	26	17	0	14	34	12	0	27	31	4	13	4	47
5	9	20	48	35	20	43	19	9	50	59	11	9	16	41	24	10	32	11	29	28	0	27	44	47	0	27	37	45	13	7	58
6	10	3	59	10	20	50	0	9	54	9	11	22	27	16	24	17	13	11	32	38	1	10	55	22	0	27	44	26	13	11	8
7	10	17	9	45	20	56	41	9	57	20	0	5	37	51	24	23	54	11	35	49	1	24	5	57	0	27	51	7	13	14	19
8	11	0	20	20	21	3	22	10	0	31	0	18	48	26	24	30	35	11	39	0	2	7	16	32	0	27	57	48	13	17	30
9	11	13	30	55	21	10	3	10	3	41	1	1	59	1	24	37	16	11	42	10	2	20	27	7	0	28	4	30	13	20	40
10	11	26	41	30	21	16	44	10	6	52	1	15	9	36	24	43	57	11	45	21	3	3	37	42	0	28	11	11	13	23	51
11	0	9	52	5	21	23	25	10	10	3	1	28	20	11	24	50	38	11	48	31	3	16	48	17	0	28	17	52	13	27	1
12	0	23	2	40	21	30	6	10	13	13	2	11	30	46	24	57	20	11	51	42	3	29	58	52	0	28	24	33	13	30	12
13	1	6	13	15	21	36	47	10	16	24	2	24	41	21	25	4	1	11	54	53	4	13	9	27	0	28	31	14	13	33	23
14	1	19	23	50	21	43	29	10	19	35	3	7	51	56	25	10	42	11	58	3	4	26	20	2	0	28	37	55	13	36	33
15	2	2	34	25	21	50	10	10	22	45	3	21	2	31	25	17	23	12	1	14	5	9	30	37	0	28	44	36	13	39	44
16	2	15	45	0	21	56	51	10	25	56	4	4	13	6	25	24	4	12	4	25	5	22	41	12	0	28	51	17	13	42	55
17	2	28	55	35	22	3	32	10	29	7	4	17	23	41	25	30	45	12	7	35	6	5	51	47	0	28	57	58	13	46	5
18	3	12	6	10	22	10	13	10	32	17	5	0	34	16	25	37	26	12	10	46	6	19	2	22	0	29	4	39	13	49	16
19	3	25	16	45	22	16	54	10	35	28	5	13	44	51	25	44	7	12	13	57	7	2	12	57	0	29	11	20	13	52	27
20	4	8	27	20	22	23	35	10	38	39	5	26	55	26	25	50	48	12	17	7	7	15	23	32	0	29	18	1	13	55	37
21	4	21	37	55	22	30	16	10	41	49	6	10	6	1	25	57	29	12	20	18	7	28	34	7	0	29	24	42	13	58	48
22	5	4	48	30	22	36	57	10	45	0	6	23	16	36	26	4	10	12	23	29	8	11	44	42	0	29	31	23	14	1	59
23	5	17	59	5	22	43	38	10	48	10	7	6	27	11	26	10	51	12	26	39	8	24	55	17	0	29	38	4	14	5	9
24	6	1	9	40	22	50	19	10	51	21	7	19	37	46	26	17	32	12	29	50	9	8	5	52	0	29	44	46	14	8	20
25	6	14	20	15	22	57	0	10	54	31	8	2	48	21	26	24	13	12	33	1	9	21	16	27	0	29	51	27	14	11	30
26	6	27	30	50	23	3	41	10	57	42	8	15	58	56	26	30	55	12	36	11	10	4	27	2	0	29	58	8	14	14	41
27	7	10	41	25	23	10	22	11	0	52	8	29	9	31	26	37	36	12	39	22	10	17	37	37	1	0	4	49	14	17	52
28	7	23	52	1	23	17	4	11	4	3	9	12	20	6	26	44	17	12	42	33	11	0	48	12	1	0	11	30	14	21	2
29	8	7	2	36	23	23	45	11	7	14	9	25	30	41	26	50	58	12	45	43	11	13	58	47	1	0	18	11	14	24	13
30	8	20	13	11	23	30	26	11	10	24	10	8	41	16	26	57	39	12	48	54	11	27	9	22	1	0	24	52	14	27	24
31	9	3	23	46	23	37	7	11	13	35	10	21	51	51	27	4	20	12	52	5											

temps éloigné, par le moyen des deux premieres Tables, j'ai expliqué la cauſe de cette équation ſéculaire (1162).

Exemple. Trouver la longitude de la Lune le 18 Mai 1761 à $10^h\ 22'\ 7''$ de temps moyen, au méridien de Paris ; la longitude du Soleil étant ſuppoſée de $1^f\ 28°\ 3'\ 28''$, & ſon anomalie moyenne de $10^f\ 17°\ 56'\ 38''$. Si le temps donné étoit un temps vrai, on commenceroit par le convertir en temps moyen, par les regles expliquées ci-deſſus (page 19).

Longitude moyenne. On écrira les trois époques pour 1761 priſes dans la page 24 : on placera au-deſſous des époques les mouvements pour le 18 Mai, pris dans la page 26 ; les mouvements pour 10^h pris dans la page 29, enfin le mouvement pour $22'$ & pour $7''$, on ajoutera tout enſemble, & l'on aura la longitude moyenne de la Lune $7^f\ 25°\ 4'\ 49''$, celle de l'apogée $9^f\ 4°\ 0'\ 26$ & le ſupplément de la longitude du nœud $9^f\ 29°\ 47'\ 7''$.

Temps du Calcul.	Long. de la Lune.				de l'Apog.				Suppl. du ☊			
Epoques de 1761 (p. 24)	7	1	2	41	8	18	35	5	9	22	27	17
18 Mai (p. 26)	0	18	20	34		15	22	28		7	18	28
Mouv. pour 10^h (p. 29)		5	29	25			2	47			1	19
Mouv. pour $22'$ (p. 29)			12	5				6				3
Mouv. pour $7''$				4								
Longitude moyenne pour le 18 Mai $10^h\ 22'\ 12''$	7	25	4	49	9	4	0	26	9	29	47	7

TABLE *des mouvements moyens de la Lune, de ſon Apogée & de ſon Nœud, pour chaque jour du Mois.*

Jours.	OCTOBRE. Mouvement de la Lune.				Mouvem. de l'Ap.				Mouvem. du Nœud.			NOVEMBRE. Mouvement de la Lune.				Mouvement de l'Ap.				Mouvem. du Nœud.			DÉCEMBRE. Mouvement de la Lune.				Mouvement de l'Apogée.				Mouvem. du Nœud.		
	S.	D.	M.	S	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.	S.	D.	M.	S.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.	s.	D.	M.	S.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.
1	0	10	19	57	1	0	31	33	14	30	34	1	28	48	3	1	3	58	46	16	9	4	3	4	5	34	1	7	19	18	17	44	23
2	0	23	30	32	1	0	38	14	14	33	45	2	11	58	38	1	4	5	27	16	12	15	3	17	16	9	1	7	25	59	17	47	34
3	1	6	41	7	1	0	44	55	14	36	56	2	25	9	13	1	4	12	8	16	15	25	4	0	26	44	1	7	32	40	17	50	44
4	1	19	51	42	1	0	51	36	14	40	6	3	8	19	48	1	4	18	49	16	18	36	4	13	37	19	1	7	39	21	17	53	55
5	2	3	2	17	1	0	58	17	14	43	17	3	21	30	23	1	4	25	30	16	21	47	4	26	47	54	1	7	46	3	17	57	6
6	2	16	12	52	1	1	4	58	14	46	27	4	4	40	58	1	4	32	12	16	24	57	5	9	58	29	1	7	52	44	18	0	16
7	2	29	23	27	1	1	11	39	14	49	38	4	17	51	33	1	4	38	53	16	28	8	5	23	9	4	1	7	59	25	18	3	27
8	3	12	34	2	1	1	18	21	14	52	49	5	1	2	8	1	4	45	34	16	31	19	6	6	19	39	1	8	6	6	18	6	38
9	3	25	44	37	1	1	25	2	14	55	59	5	14	12	43	1	4	52	15	16	34	29	6	19	30	14	1	8	12	47	18	9	48
10	4	8	55	12	1	1	31	43	14	59	10	5	27	23	18	1	4	58	56	16	37	40	7	2	40	49	1	8	19	28	18	12	59
11	4	22	5	48	1	1	38	24	15	2	21	6	10	33	53	1	5	5	37	16	40	50	7	15	51	24	1	8	26	9	18	16	10
12	5	5	16	23	1	1	45	5	15	5	32	6	23	44	28	1	5	12	18	16	44	1	7	29	1	59	1	8	32	50	18	19	20
13	5	18	26	58	1	1	51	46	15	8	42	7	6	55	3	1	5	18	59	16	47	12	8	12	12	34	1	8	39	31	18	22	31
14	6	1	37	33	1	1	58	27	15	11	53	7	20	5	38	1	5	25	40	16	50	22	8	25	23	9	1	8	46	12	18	25	42
15	6	14	48	8	1	2	5	8	15	15	3	8	3	16	13	1	5	32	21	16	53	33	9	8	33	44	1	8	52	53	18	28	52
16	6	27	58	43	1	2	11	49	15	18	14	8	16	26	48	1	5	39	2	16	56	44	9	21	44	19	1	8	59	34	18	32	3
17	7	11	9	18	1	2	18	30	15	21	25	8	29	37	23	1	5	45	43	16	59	54	10	4	54	54	1	9	6	15	18	35	14
18	7	24	19	53	1	2	25	11	15	24	35	9	12	47	59	1	5	52	24	17	3	5	10	18	5	29	1	9	12	56	18	38	24
19	8	7	30	28	1	2	31	52	15	27	46	9	25	58	34	1	5	59	5	17	6	16	11	1	16	4	1	9	19	38	18	41	35
20	8	20	41	3	1	2	38	33	15	30	56	10	9	9	9	1	6	5	47	17	9	26	11	14	26	39	1	9	26	19	18	44	46
21	9	3	51	38	1	2	45	14	15	34	7	10	22	19	44	1	6	12	28	17	12	37	11	27	37	14	1	9	33	0	18	47	56
22	9	17	2	13	1	2	51	55	15	37	18	11	5	30	19	1	6	19	9	17	15	48	0	10	47	49	1	9	39	41	18	51	7
23	10	0	12	48	1	2	58	37	15	40	28	11	18	40	54	1	6	25	50	17	18	58	0	23	58	24	1	9	46	22	18	54	18
24	10	13	23	23	1	3	5	18	15	43	39	0	1	51	29	1	6	32	31	17	22	9	1	7	8	59	1	9	53	3	18	57	28
25	10	26	33	58	1	3	11	59	15	46	50	0	15	2	4	1	6	39	12	17	25	20	1	20	19	34	1	9	59	44	19	0	39
26	11	9	44	33	1	3	18	40	15	50	0	0	28	12	39	1	6	45	53	17	28	30	2	3	30	10	1	10	6	25	19	3	50
27	11	22	55	8	1	3	25	21	15	53	11	1	11	23	14	1	6	52	34	17	31	41	2	16	40	45	1	10	13	6	19	7	0
28	0	6	5	43	1	3	32	2	15	56	21	1	24	33	49	1	6	59	15	17	34	51	2	29	51	20	1	10	19	47	19	10	11
29	0	19	16	18	1	3	38	43	15	59	32	2	7	44	24	1	7	5	56	17	38	2	3	13	1	55	1	10	26	28	19	13	21
30	1	2	26	53	1	3	45	24	16	2	43	2	20	54	59	1	7	12	37	17	41	12	3	26	12	30	1	10	33	9	19	16	32
31	1	15	37	28	1	3	52	5	16	5	53												4	9	23	5	1	10	39	50	19	19	43

On voit à la page précédente l'exemple figuré de ces additions des époques avec les moyens mouvements, on trouvera le reſte du calcul, c'eſt-à-dire, les équations avec leurs arguments, après les regles ſuivantes qui ſont néceſſaires pour les former.

Dans la Table des mouvements moyens pour chaque jour du mois, on obſervera qu'il y a deux colonnes de jours pour les mois de Janvier & de Février (page 25); l'une qu'il faut prendre, quand on calcule pour les années communes, la ſeconde qui a un jour de plus, eſt pour les années biſſextiles; cela revient au même que la méthode employée ci-deſſus pour le Soleil (page 5) qui conſiſtoit à retrancher un jour de la date propoſée; mais j'ai voulu faire connoître ainſi les deux méthodes.

Dans la Table des mouvements pour les minutes & ſecondes (page 29), on obſervera qu'il y a deux rangs de lettres en tête de chaque colonne : premiérement M. c'eſt-à-dire minutes, auxquelles répondent M. S. c'eſt-à-dire, minutes & ſecondes, enſorte que pour 2 minutes de temps, on a 1′ 6″ de mouvement; mais au-deſſous il y a S. c'eſt-à-dire, ſecondes, & vis-à-vis il y a S. T, c'eſt-à-dire, ſecondes & tierces, qui m'apprennent que pour des ſecondes de temps, je n'ai que des ſecondes & des tierces de mouvement, par exemple pour 3″ j'ai 1″ 39‴.

TABLE *du moyen mouvement de la Lune, de ſon Apogée & de ſon Nœud, pour les heures, minutes & ſecondes.*

Heures.	Lune. D	M.	S.	Apo. M.	S.	Nœud M.	S.
1	0	32	56	0	17	0	8
2	1	5	53	0	33	0	16
3	1	38	49	0	50	0	24
4	2	11	46	1	7	0	32
5	2	44	42	1	24	0	40
6	3	17	39	1	40	0	48
7	3	50	35	1	57	0	56
8	4	23	32	2	14	1	4
9	4	56	28	2	30	1	12
10	5	29	25	2	47	1	19
11	6	2	21	3	4	1	27
12	6	35	18	3	21	1	35
13	7	8	14	3	37	1	43
14	7	41	10	3	54	1	51
15	8	14	7	4	11	1	59
16	8	47	3	4	27	2	7
17	9	20	0	4	44	2	15
18	9	52	56	5	1	2	23
18	10	25	53	5	18	2	31
29	10	58	49	5	34	2	39
21	11	31	46	5	51	2	47
22	12	4	42	6	8	2	55
23	12	37	39	6	24	3	3
24	13	10	35	6	41	3	11

M. S.	Lune. S.	T.	Ap. S.	T.	N. S.	T.	M. S.	Lune. S.	T.	A. S.	T.	N. S.	T.
1	0	33	0		0		31	17	1	9		4	
2	1	6	1		0		32	17	34	9		4	
3	1	39	1		0		33	18	7	9		4	
4	2	12	1		1		34	18	40	9		4	
5	2	45	1		1		35	19	13	10		5	
6	3	18	2		1		36	19	46	10		5	
7	3	51	2		1		37	20	19	10		5	
8	4	24	3		1		38	20	52	11		5	
9	4	56	3		1		39	21	25	11		5	
10	5	29	3		1		40	21	58	11		5	
11	6	2	3		1		41	22	31	11		5	
12	6	35	3		2		42	23	4	12		6	
13	7	8	4		2		43	23	36	12		6	
14	7	41	4		2		44	24	9	12		6	
15	8	14	4		2		45	24	42	13		6	
16	8	47	4		2		46	25	15	13		6	
17	9	20	5		2		47	25	48	13		6	
18	9	53	5		2		48	26	21	13		6	
19	10	26	5		3		49	26	54	14		6	
20	10	59	6		3		50	27	27	14		7	
21	11	32	6		3		51	28	0	14		7	
22	12	5	6		3		52	28	33	14		7	
23	12	38	6		3		53	29	6	15		7	
24	13	11	7		3		54	29	39	15		7	
25	13	44	7		3		55	30	12	15		7	
26	14	16	7		3		56	30	45	16		7	
27	14	49	8		4		57	31	18	16		8	
28	15	22	8		4		58	31	51	16		8	
29	15	55	8		4		59	32	24	16		8	
30	16	28	8		4		60	32	56	17		8	

I. ÉQUATION ANNUELLE.

ARG. *Anomalie moyenne du Soleil.*

	Aj. O. M.	S.	Aj. I. M.	S.	Ajout. II. M.	S.	Ajout. III. M.	S.	Aj. IV. M.	S.	Aj. V. M.	S.	
0	0	0	5	31	9	40	11	20	9	58	5	49	30
1	0	12	5	41	9	46	11	20	9	52	5	39	29
2	0	24	5	51	9	52	11	20	9	46	5	28	28
3	0	35	6	1	9	58	11	20	9	39	5	17	27
4	0	47	6	11	10	3	11	19	9	33	5	6	26
5	0	58	6	21	10	9	11	19	9	26	4	55	25
6	1	10	6	30	10	14	11	18	9	19	4	44	24
7	1	21	6	40	10	19	11	17	9	12	4	33	23
8	1	33	6	49	10	24	11	16	9	5	4	22	22
9	1	44	6	58	10	29	11	15	8	58	4	11	21
10	1	55	7	7	10	33	11	13	8	51	3	59	20
11	2	7	7	16	10	37	11	11	8	43	3	48	19
12	2	18	7	25	10	41	11	9	8	35	3	36	18
13	2	29	7	34	10	45	11	7	8	27	3	25	17
14	2	40	7	42	10	49	11	5	8	19	3	13	16
15	2	51	7	51	10	52	11	2	8	11	3	1	15
16	3	2	7	59	10	55	10	59	8	3	2	50	14
17	3	13	8	7	10	58	10	56	7	54	2	38	13
18	3	24	8	15	11	1	10	52	7	45	2	26	12
19	3	35	8	23	11	3	10	49	7	36	2	14	11
20	3	46	8	31	11	6	10	45	7	27	2	2	10
21	3	57	8	39	11	8	10	41	7	18	1	50	9
22	4	8	8	46	11	10	10	37	7	9	1	38	8
23	4	18	8	54	11	12	10	33	7	0	1	26	7
24	4	29	9	1	11	14	10	29	6	50	1	14	6
25	4	40	9	8	11	16	10	24	6	40	1	1	5
26	4	50	9	15	11	17	10	19	6	30	0	49	4
27	5	0	9	21	11	18	10	14	6	20	0	37	3
28	5	11	9	28	11	19	10	9	6	9	0	25	2
29	5	21	9	34	11	20	10	4	5	59	0	13	1
30	5	31	9	40	11	20	9	58	5	49	0	0	0
	II. ôtez.		IO. ôtez.		IX. ôtez.		VIII. ôtez.		VII. ôtez.		VI. ôtez.		

ÉQUATION SÉCULAIRE. Si l'on vouloit calculer le lieu de la Lune pour un ſiecle fort éloigné, par exemple, pour l'an 250 de J. C. on ajouteroit l'époque de l'année 200 (page 23) avec le mouvement pour 50 ans (page 24) & le mouvement du jour propoſé; après avoir ainſi trouvé la longitude moyenne, comme dans l'exemple précédent, on y ajouteroit l'équation ſéculaire (page 25) qui, pour l'année 250, ſe trouve de 23′ 30″ par un milieu entre 21′ 53 & 25′ 7″. J'ai expliqué ailleurs les cauſes de cette équation ſéculaire (1162), j'ajouterai ſeulement ici que la néceſſité de cette équation ſéculaire paroit être prouvée, non ſeulement par deux obſervations arabes dont nous avons parlé, mais encore par les obſervations faites depuis 60 ans: M. Mayer a trouvé le mouvement moyen pour 60 ans de 1ᶜ 10° 43′ 24″ plus grand d'une ou deux minutes, que ne le donnent les anciennes obſervations, toutes les éclipſes du dernier ſiecle s'accordent à la minute avec cette accélération, tandis que les erreurs vont à 2 ou 3 minutes, quand on employe le mouvement moyen des autres Tables; enfin 42 obſervations de M. de la Hire, calculées enſuite par M. Bailly avec le plus grand ſoin, paroiſſent indiquer qu'il faudroit encore ajouter environ 38″ au mouvement pour 60 ans établi par M. Mayer.

ÉQUATION ANNUELLE. Avec l'anomalie moyenne du Soleil 10ᶜ 17° 57′, on trouvera (pag. 29) l'équation annuelle — 7′ 25″; j'ai donné ci-devant l'hiſtoire de cette équation annuelle (1136) & ſa cauſe (2795).

IIᵉ. *ÉQUATION.* De la longitude moyenne de la Lune, on retranche celle du Soleil 1ᶜ 28° 3′ 28″, on a 5ᶜ 27° 1′ 21″, diſtance moyenne de la Lune au Soleil; on double cette diſtance, ce qui donne

II. ÉQUATION DE LA LUNE.

ARG. II. *Double de la distance moyenne de la Lune au Soleil, plus l'anomalie moyenne du Soleil.*

ôt.	O −	I −	II −	ôt.
aj.	VI +	VII +	VIII +	aj.
	S.	S.	S.	
0	0	27	47	30
1	1	28	47	29
2	2	29	48	28
3	3	29	48	27
4	4	30	49	26
5	5	31	49	25
6	6	31	50	24
7	7	32	50	23
8	8	33	50	22
9	9	34	51	21
10	10	34	51	20
11	11	35	51	19
12	12	36	52	18
13	13	37	52	17
14	13	37	52	16
15	14	38	52	15
16	15	39	52	14
17	16	39	53	13
18	17	40	53	12
19	18	41	53	11
20	19	41	53	10
21	19	42	53	9
22	20	42	53	8
23	21	43	53	7
24	22	44	54	6
25	23	44	54	5
26	23	45	54	4
27	24	45	54	3
28	25	46	54	2
29	26	46	54	1
30	27	47	54	0
aj.	XI +	X +	IX +	aj.
ôt.	V −	IV −	III −	ôt.

III. ÉQUATION DE LA LUNE.

ARG. *double de la distance moyenne de la Lune au Soleil, moins l'anomalie moyenne du Soleil.*

ôt.	O −	I −	II −	ôt.
aj.	VI +	VII +	VIII +	aj.
	S.	S.	M. S.	
0	0	31	0 54	30
1	1	32	0 54	29
2	2	33	0 55	28
3	3	34	0 55	27
4	4	35	0 56	26
5	6	36	0 56	25
6	7	37	0 56	24
7	8	38	0 57	23
8	9	38	0 57	22
9	10	39	0 58	21
10	11	40	0 58	20
11	12	41	0 58	19
12	13	42	0 59	18
13	14	42	0 59	17
14	15	43	1 0	16
15	16	44	1 0	15
16	17	45	1 0	14
17	18	45	1 0	13
18	19	46	1 1	12
19	20	47	1 1	11
20	21	48	1 1	10
21	22	48	1 1	9
22	23	49	1 1	8
23	24	50	1 1	7
24	25	50	1 2	6
25	26	51	1 2	5
26	27	51	1 2	4
27	28	52	1 2	3
28	29	52	1 2	2
29	30	53	1 2	1
30	31	54	1 2	0
aj.	XI +	X +	IX +	aj.
ôt.	V −	IV −	III −	ôt.

IV. ÉQUATION DE LA LUNE.

ARG. *Second argument, moins l'anomalie moyenne de la Lune.*

aj.	O +	I +	II +	aj.
ôt.	VI −	VII −	VIII −	ôt.
	S.	M. S.	M. S.	
0	0	0 54	1 34	30
1	2	0 56	1 35	29
2	4	0 57	1 36	28
3	6	0 59	1 37	27
4	8	1 0	1 38	26
5	10	1 2	1 39	25
6	12	1 3	1 39	24
7	13	1 5	1 40	23
8	15	1 6	1 41	22
9	17	1 8	1 41	21
10	19	1 9	1 42	20
11	21	1 10	1 42	19
12	23	1 12	1 43	18
13	24	1 13	1 44	17
14	26	1 15	1 44	16
15	28	1 16	1 45	15
16	30	1 18	1 45	14
17	32	1 19	1 46	13
18	33	1 20	1 46	12
19	35	1 22	1 46	11
20	37	1 23	1 47	10
21	39	1 24	1 47	9
22	41	1 26	1 47	8
23	42	1 27	1 47	7
24	44	1 28	1 47	6
25	46	1 29	1 48	5
26	48	1 30	1 48	4
27	49	1 31	1 48	3
28	51	1 32	1 48	2
29	52	1 33	1 48	1
30	54	1 34	1 48	0
ôt.	XI −	X −	IX −	ôt.
aj.	V +	IV +	III +	aj.

V. ÉQUATION DE LA LUNE.

ARG. *Troisieme argument, moins l'anomalie moyenne de la Lune.*

aj.	O +	I +	II +	aj.
ôt.	VI −	VII −	VIII −	ôt.
	S.	M. S.	M. S.	
0	0	36	1 2	30
1	1	37	1 3	29
2	2	38	1 3	28
3	4	39	1 4	27
4	5	40	1 4	26
5	6	41	1 5	25
6	8	42	1 5	24
7	9	43	1 6	23
8	10	44	1 6	22
9	12	45	1 7	21
10	13	46	1 7	20
11	14	47	1 8	19
12	16	48	1 8	18
13	17	49	1 9	17
14	18	50	1 9	16
15	19	51	1 10	15
16	20	52	1 10	14
17	22	52	1 10	13
18	23	53	1 11	12
19	24	54	1 11	11
20	25	55	1 11	10
21	26	56	1 11	9
22	28	56	1 11	8
23	29	57	1 11	7
24	30	58	1 12	6
25	31	59	1 12	5
26	32	59	1 12	4
27	33	1 0	1 12	3
28	34	1 1	1 12	2
29	35	1 1	1 12	1
30	36	1 2	1 12	0
ôt.	XI −	X −	IX −	ôt.
aj.	V +	IV +	III +	aj.

11ˢ 24° 3′, & l'on y ajoute l'anomalie moyenne du Soleil : la somme eſt l'argument de la ſeconde équation 10ˢ 12° 0′, avec lequel on trouve (page 30) cette équation + 40″. Dans la formation de cet argument & de ceux des autres petites équations, on néglige les ſecondes, comme n'étant d'aucune conſéquence, on pourra même négliger les minutes ; car ces équations ne varient gueres que d'une ſeconde, ou deux pour chaque degré. L'on peut voir au ſujet de la cauſe de cette petite équation & des ſuivantes, ce que j'ai dit ci-deſſus (1142 & ſuiv.).

IIIe. *Équation.* Du double de la diſtance de la Lune au Soleil ôtant l'anomalie moyenne du Soleil, on a l'argument de la troiſieme équation 1ˢ 6° 6′, avec lequel on trouve (page 30) cette troiſieme équation − 37″.

IVe. *Équation.* De la longitude moyenne de la Lune 7ˢ 25° 4′ 49″, on ôte celle de l'apogée 9ˢ 4° 0′ 26″, le reſte 10ˢ 21° 4′ 23″ eſt l'anomalie moyenne de la Lune. Cette anomalie moyenne retranchée de l'argument IIe, 10ˢ 12° 0′, donne l'argument IV 11ˢ 20° 56′, avec lequel on a (p. 30) la quatrieme équation − 17″.

VI. ÉQUATION DE LA LUNE.

ARGUMENT. *Double distance de la Lune au Soleil, plus l'anomalie moyenne de la Lune.*

aj. ôt.	O+ VI−	I + −VII	+ II VIII−	aj. ôt.
D.	s.	M. s.	M. s.	
0	0	45	1 18	30
1	2	46	1 19	29
2	3	48	1 19	28
3	5	49	1 20	27
4	6	51	1 20	26
5	8	52	1 21	25
6	9	53	1 22	24
7	11	55	1 22	23
8	13	56	1 23	22
9	14	57	1 23	21
10	16	58	1 24	20
11	17	59	1 25	19
12	19	1 1	1 25	18
13	20	1 2	1 26	17
14	22	1 3	1 26	16
15	23	1 4	1 27	15
16	25	1 5	1 27	14
17	26	1 6	1 28	13
18	28	1 7	1 28	12
19	29	1 8	1 28	11
20	31	1 9	1 29	10
21	32	1 10	1 29	9
22	34	1 11	1 29	8
23	35	1 12	1 29	7
24	37	1 13	1 29	6
25	38	1 14	1 30	5
26	39	1 15	1 30	4
27	41	1 16	1 30	3
28	42	1 16	1 30	2
29	44	1 17	1 30	1
30	45	1 18	1 30	0
ôt.	XI−	X−	IX−	ôt.
aj.	V+	IV+	III +	aj.

VII. ÉQUATION DE LA LUNE.

ARGUMENT. *Double distance de la Lune au Nœud, moins l'anomalie moyenne de la Lune.*

aj. ôt.	O+ VI−	I + VII −	II + VIII−	aj. ôt.
D.	s.	s.	s.	s.
0	0	29	50	30
1	1	30	50	29
2	2	31	51	28
3	3	31	51	27
4	4	32	52	26
5	5	33	52	25
6	6	34	53	24
7	7	35	53	23
8	8	35	54	22
9	9	36	54	21
10	10	37	54	20
11	11	38	55	19
12	12	38	55	18
13	13	39	55	17
14	14	40	56	16
15	15	41	56	15
16	16	41	56	14
17	17	42	56	13
18	18	43	57	12
19	19	43	57	11
20	20	44	57	10
21	21	45	57	9
21	22	45	57	8
23	23	46	58	7
24	24	46	58	6
25	25	47	58	5
26	26	47	58	4
27	27	48	58	3
28	27	49	58	2
29	28	49	58	1
30	29	50	58	0
ôt.	XI−	X−	IX−	ôt.
aj.	V +	IV+	III+	aj.

VIII. ÉQUATION DE LA LUNE.

ARGUMENT. *Anomalie moyenne de la Lune, moins l'anomalie moyenne du Soleil.*

aj. ôt.	O + VI −	I+ VII−	II + VIII−	aj. ôt.
D.	s.	s.	s.	D.
0	0	20	35	30
1	1	20	35	29
2	2	21	36	28
3	2	21	36	27
4	3	22	36	26
5	4	23	37	25
6	4	23	37	24
7	5	24	37	23
8	6	24	37	22
9	6	25	38	21
10	7	26	38	20
11	7	26	38	19
12	8	27	38	18
13	9	27	38	17
14	9	28	38	16
15	10	28	39	15
16	11	29	39	14
17	11	29	39	13
18	12	30	39	12
19	13	30	39	11
20	13	31	39	10
21	14	31	39	9
22	15	32	40	8
23	15	32	40	7
24	16	33	40	6
25	17	33	40	5
26	17	34	40	4
27	18	34	40	3
28	19	34	40	2
29	19	35	40	1
30	20	35	40	0
ôt.	− XI	X−	IX−	ôt.
aj.	+ V	IV+	III +	aj.

IX. ÉQUATION DE LA LUNE.

ARGUMENT IX. *Longitude vraie du Soleil, plus le supplément du Nœud.*

ôt. ôt.	O − VI −	I− VII −	II − VIII −	ôt. ôt.
D.	s.	s.	s.	D.
0	0	41	41	30
1	2	41	40	29
2	3	42	39	28
3	5	43	38	27
4	6	43	37	26
5	8	44	36	25
6	10	44	35	24
7	11	45	34	23
8	13	45	32	22
9	14	46	31	21
10	16	46	30	20
11	17	46	29	19
12	19	47	27	18
13	20	47	26	17
14	22	47	25	16
15	23	47	23	15
16	25	47	22	14
17	26	47	20	13
18	27	47	19	12
19	29	46	17	11
20	30	46	16	10
21	31	46	14	9
22	32	45	13	8
23	34	45	11	7
24	35	44	10	6
25	36	44	8	5
26	37	43	6	4
27	38	43	5	3
28	39	42	3	2
29	40	41	2	1
30	41	41	0	0
aj.	XI +	X +	IX +	aj.
aj	V +	IV+	+ III	aj.

Ve. *Équation.* De l'argument III, 1ſ 6° 6′, retranchant l'anomalie moyenne de la Lune, il reſte 2ſ 15° 2′, argument de la cinquieme équation, elle ſe trouve (page 30) + 1′ 10″.

VIe. *Équation.* Le double de la diſtance de la Lune au Soleil 11ſ 24° 3′ étant ajoutée avec l'anomalie moyenne de la Lune, forme l'argument VI, 10ſ 15° 7′, auquel répond (page 31) − 1′ 4″.

VIIe. *Équation.* La longitude moyenne de la Lune 7ſ 25° 5′ étant ajoutée avec le ſupplément du nœud 9ſ 29° 47′, on a 5ſ 24° 52′; le double eſt 11ſ 19° 44′, d'où ôtant l'anomalie moyenne de la Lune 10ſ 21° 4′, on a l'argument VII, 0ſ 28° 40′, avec lequel on trouve la ſeptieme équation (page 31) + 28″.

VIIIe. *Équation.* L'anomalie moyenne du Soleil 10ſ 17° 56′ 38″ étant ôtée de l'anomalie moyenne de la Lune 10ſ 21° 4′ 23, on a l'argument VIII, 0ſ 3° 8′, qui donne la huitieme équation (page 31) + 2″.

IXe. *Équation.* A la longitude du Soleil 1ſ 28° 3′, on ajoute le ſupplément du nœud 9ſ 29° 47′; la ſomme eſt le neuvieme argument 11ſ 27° 50′, auquel répondent + 3″ (page 31).

X. ÉQUATION DE LA LUNE.

ARGUMENT X. *Distance moyenne de la Lune au Soleil, moins l'anomalie moyenne de la Lune.*

D.	O + ajout. M. s.	I + ajout. M. s.	II + ajout. M. s.	III + ajoutez M. s.	IV − ôtez. M. s.	V − ôtez. M. s.	D.
0	0 0	3 11	3 22	0 29	2 32	2 42	30
1	0 8	3 15	3 19	0 22	2 35	2 39	29
2	0 15	3 19	3 15	0 15	2 39	2 36	28
3	0 23	3 22	3 11	0 8	2 42	2 32	27
4	0 30	3 25	3 7	0 1	2 45	2 28	26
5	0 38	3 28	3 3	ôt. 6	2 48	2 24	25
6	0 45	3 31	2 58	0 13	2 51	2 20	24
7	0 53	3 33	2 53	0 20	2 53	2 15	23
8	1 0	3 36	2 48	0 27	2 55	2 11	22
9	1 8	3 38	2 43	0 34	2 57	2 6	21
10	1 15	3 40	2 38	0 41	2 59	2 1	20
11	1 22	3 42	2 32	0 48	3 0	1 56	19
12	1 29	3 43	2 27	0 54	3 1	1 51	18
13	1 36	3 44	2 21	1 1	3 2	1 46	17
14	1 43	3 44	2 16	1 8	3 3	1 40	16
15	1 50	3 45	2 10	1 14	3 4	1 35	15
16	1 56	3 45	2 4	1 20	3 4	1 29	14
17	2 3	3 44	1 58	1 26	3 3	1 23	13
18	2 9	3 44	1 51	1 32	3 3	1 17	12
19	2 15	3 43	1 45	1 38	3 2	1 11	11
20	2 21	3 43	1 38	1 44	3 2	1 5	10
21	2 26	3 42	1 32	1 49	3 1	0 59	9
22	2 32	3 41	1 25	1 55	3 0	0 53	8
23	2 37	3 39	1 18	2 0	2 59	0 46	7
24	2 43	3 37	1 11	2 5	2 57	0 40	6
25	2 48	3 35	1 4	2 10	2 55	0 33	5
26	2 53	3 33	0 57	2 15	2 53	0 27	4
27	2 58	3 30	0 50	2 19	2 50	0 20	3
28	3 2	3 28	0 43	2 24	2 48	0 14	2
29	3 7	3 25	0 36	2 28	2 45	0 7	1
30	3 11	3 22	0 29	2 32	2 42	0 0	0
	XI − ôtez.	X − ôtez.	IX − ôtez.	VIII + ajoutez	VII + ajout.	VI + ajout.	

ÉQUATION A. *pour corriger le Supplément du Nœud.*

LE DOUBLE de cette Equation, en changeant les signes, sert pour corriger l'anomalie moyenne de la Lune.

ARG. *Anomalie moyenne du Soleil.*

D.	O − ôtez M. s.	I − ôtez. M. s.	II − ôtez. M. s.	III − ôtez. M. s.	IV − ôtez. M. s.	V − ôtez. M. s.	D.
0	0 0	5 1	8 47	10 18	9 4	5 17	30
1	0 11	5 10	8 53	10 18	8 59	5 8	29
2	0 22	5 19	8 58	10 18	8 53	4 58	28
3	0 32	5 28	9 3	10 18	8 47	4 48	27
4	0 43	5 37	9 9	10 17	8 41	4 38	26
5	0 53	5 46	9 14	10 17	8 35	4 28	25
6	1 4	5 55	9 19	10 16	8 29	4 18	24
7	1 14	6 3	9 23	10 15	8 22	4 8	23
8	1 25	6 12	9 27	10 14	8 16	3 58	22
9	1 35	6 20	9 31	10 13	8 10	3 48	21
10	1 45	6 28	9 35	10 12	8 3	3 38	20
11	1 55	6 36	9 39	10 10	7 56	3 27	19
12	2 5	6 44	9 42	10 8	7 48	3 17	18
13	2 15	6 52	9 46	10 6	7 41	3 6	17
14	2 25	7 0	9 50	10 4	7 34	2 56	16
15	2 35	7 8	9 53	10 2	7 26	2 45	15
16	2 45	7 16	9 56	9 59	7 18	2 35	14
17	2 55	7 23	9 58	9 56	7 10	2 24	13
18	3 5	7 31	10 1	9 53	7 2	2 13	12
19	3 15	7 38	10 3	9 50	6 54	2 2	11
20	3 25	7 45	10 5	9 46	6 46	1 51	10
21	3 35	7 52	10 7	9 43	6 37	1 40	9
22	3 44	7 58	10 9	9 39	6 29	1 29	8
23	3 54	8 5	10 11	9 35	6 20	1 18	7
24	4 4	8 12	10 13	9 31	6 12	1 7	6
25	4 14	8 18	10 14	9 27	6 3	0 56	5
26	4 23	8 24	10 15	9 23	5 54	0 45	4
27	4 33	8 30	10 16	9 18	5 45	0 34	3
28	4 42	8 36	10 17	9 14	5 36	0 23	2
29	4 52	8 42	10 18	9 9	5 27	0 12	1
30	5 1	8 47	10 18	9 4	5 17	0 0	0
	XI + aj.	X + aj.	IX + ajout.	VIII + ajout.	VII + ajout.	VI + ajout.	

Xe. ÉQUATION. De la distance de la Lune au Soleil 5ˢ 27° 1′ ôtant l'anomalie moyenne de la Lune 10ˢ 21° 4′, on a 7ˢ 5° 57′, argument Xe qui donne + 2′ 57″ (p. 32) pour la dixieme équation.

Après avoir ajouté celles de ces équations qui sont additives, c'est-à-dire, 5′ 20″, & retranché 9′ 23″ pour celles qui sont négatives, on aura − 4′ 3″; ce qui donnera la longitude de la Lune corrigée 7ˢ 25° 0′ 46″.

ÉQUATION A. On corrigera de même l'anomalie moyenne de la Lune, en y appliquant aussi le résultat des dix premieres équations; mais on y ajoutera de plus le double de l'équation A (p. 32) qui se prend avec l'anomalie moyenne du Soleil, en changeant les signes de cette équation : ainsi avec l'anomalie moyenne du Soleil 10ˢ 17° 57′ on trouvera + 6′ 44″; (c'est ce qu'il faut ajouter au supplément du nœud) le double étant pris avec un signe contraire, donne 13′ 28″ à ôter de l'anomalie moyenne aussi bien que 4′ 3″, somme des dix petites équations, & l'on aura l'*ANOMALIE CORRIGÉE* 10ˢ 20° 46′ 52″. Cette équation A différe à peine d'une minute de l'équation annuelle (p. 29) en changeant les signes, on pourroit donc omettre cette Table de l'équation A, sans qu'il en resultât plus de 14″ d'er-

XI. ÉQUATION DE L'ORBITE
OU ÉQUATION DU CENTRE.

ARGUMENT. *Anomalie de la Lune corrigée par les dix équations, & par l'équation* A.

	− O ôtez.		− I ôtez.		− II ôtez.		− III. ôtez.		− IV ôtez.		− V ôtez.		
D.	D. M. S.	Diff.	D. M. S.	Diff.	D. M. S.	Diff.	D. M. S.	Diff.	D. M. S.	Diff.	D. M. S.	Diff.	
0	0 0 0	6,11	2 58 33	5,28	5 16 28	3,27	6 17 50	0,24	5 39 0	3, 7	3 21 4	6, 0	30
1	0 6 11	6,11	3 4 1	5,25	5 19 55	3,22	6 18 14	0,17	5 35 53	3,13	3 15 4	6, 3	29
2	0 12 22	6,10	3 9 26	5,22	5 23 17	3,17	6 18 31	0,10	5 32 40	3,20	3 9 1	6, 7	28
3	0 18 32	6,10	3 14 48	5,19	5 26 34	3,12	6 18 41	0, 3	5 29 20	3,27	3 2 54	6,11	27
4	0 24 42	6,10	3 20 7	5,17	5 29 46	3, 7	6 18 44	0, 4	5 25 53	3,32	2 56 43	6,15	26
5	0 30 52	6,10	3 25 24	5,14	5 32 53	3, 1	6 18 40	0,11	5 22 21	3,39	2 50 28	6,19	25
6	0 37 2	6, 9	3 30 38	5,10	5 35 54	2,55	6 18 29	0,18	5 18 42	3,46	2 44 9	6,22	24
7	0 43 11	6, 8	3 35 48	5, 7	5 38 49	2,49	6 18 11	0,25	5 14 56	3,52	2 37 47	6,26	23
8	0 49 19	6, 8	3 40 55	5, 3	5 41 38	2,43	6 17 46	0,32	5 11 4	3,59	2 31 21	6,30	22
9	0 55 27	6, 7	3 45 58	4,59	5 44 21	2,37	6 17 14	0,38	5 7 5	4, 6	2 24 51	6,33	21
10	1 1 34	6, 6	3 50 57	4,56	5 46 58	2,31	6 16 36	0,46	5 2 59	4,12	2 18 18	6,36	20
11	1 7 40	6, 5	3 55 53	4,52	5 49 29	2,26	6 15 50	0,53	4 58 47	4,18	2 11 42	6,38	19
12	1 13 45	6, 3	4 0 45	4,49	5 51 55	2,20	6 14 57	1, 0	4 54 29	4,24	2 5 4	6,41	18
13	1 19 48	6, 2	4 5 34	4,45	5 54 15	2,14	6 13 57	1, 7	4 50 5	4,29	1 58 23	6,44	17
14	1 25 50	6, 2	4 10 19	4,41	5 56 29	2, 8	6 12 50	1,14	4 45 36	4,35	1 51 39	6,47	16
15	1 31 52	6, 0	4 15 0	4,37	5 58 37	2, 2	6 11 36	1,21	4 41 1	4,41	1 44 52	6,49	15
16	1 37 52	5,58	4 19 37	4,33	6 0 39	1,55	6 10 15	1,28	4 36 20	4,47	1 38 3	6,51	14
17	1 43 50	5,57	4 24 10	4,28	6 2 34	1,49	6 8 47	1,35	4 31 33	4,54	1 31 12	6,54	13
18	1 49 47	5,55	4 28 38	4,24	6 4 23	1,43	6 7 12	1,43	4 26 39	4,59	1 24 18	6,55	12
19	1 55 42	5,53	4 33 2	4,20	6 6 6	1,37	6 5 29	1,50	4 21 40	5, 6	1 17 23	6,56	11
20	2 1 35	5,51	4 37 22	4,16	6 7 43	1,30	6 3 39	1,57	4 16 34	5,11	1 10 27	6,58	10
21	2 7 26	5,49	4 41 38	4,11	6 9 13	1,24	6 1 42	2, 4	4 11 23	5,16	1 3 29	6,59	9
22	2 13 15	5,47	4 45 49	4, 6	6 10 37	1,17	5 59 38	2,10	4 6 7	5,21	0 56 30	7, 1	8
23	2 19 2	5,46	4 49 55	4, 2	6 11 54	1,11	5 57 28	2,17	4 0 46	5,25	0 49 29	7, 2	7
24	2 24 48	5,44	4 53 57	3,58	6 13 5	1, 5	5 55 11	2,24	3 55 21	5,30	0 42 27	7, 4	6
25	2 30 32	5,42	4 57 55	3,53	6 14 10	0,58	5 52 47	2,31	3 49 51	5,35	0 35 23	7, 4	5
26	2 36 14	5,39	5 1 48	3,48	6 15 8	0,51	5 50 16	2,38	3 44 16	5,40	0 28 19	7, 4	4
27	2 41 53	5,36	5 5 36	3,43	6 15 59	0,44	5 47 38	2,45	3 38 36	5,46	0 21 15	7, 5	3
28	2 47 29	5,33	5 9 19	3,37	6 16 43	0,37	5 44 53	2,53	3 32 50	5,50	0 14 10	7, 5	2
29	2 53 2	5,31	5 12 56	3,32	6 17 20	0,30	5 42 0	3, 0	3 27 0	5,56	0 7 5	7, 5	1
30	2 58 33		5 16 28		6 17 50		5 39 0		3 21 4		0 0 0		0
	+ XI ajoutez.		+ X ajoutez.		+ IX ajoutez.		+ VIII ajoutez.		+ VII ajoutez.		+ VI ajoutez.		

reur sur le lieu de la Lune. M. Maskelyne observe même que dans les Tables manuscrites qu'il a vues de M. Mayer, l'équation A étoit augmentée de façon qu'elle approchoit beaucoup de l'équation annuelle.

XI. *ÉQUATION DU CENTRE.* Avec l'anomalie 10ˢ 20° on trouve (page 33) 3° 50′ 57″ pour l'équation du centre; la différence est 4′ 59″, ainsi pour 46′ 52″ la partie proportionnelle est 3′ 54″, & il restera 3° 47′ 3″, qu'il faudra ajouter à la longitude de la Lune; mais avant de faire cette addition, il est bon de chercher l'évection.

XII. *ÉVECTION.* De la longitude de la Lune corrigée seulement par les dix premieres équations, c'est-à-dire, de 7ˢ 25° 0′ 46″, on ôtera la longitude vraie du Soleil 1ˢ 28° 3′ 28″, le reste sera 5ˢ 26° 57′ 18″; on en prendra le double 11ˢ 23° 54′ 36″, d'où retranchant ensuite l'anomalie de la Lune corrigée par les dix premieres équations & par l'équation A, c'est-à-dire, 10ˢ 20° 46′ 52″, on aura l'argument de l'évection 1ˢ 3° 7′ 44″, avec lequel on trouvera dans la Table (page 34) 43′ 25″ & 9″ pour la partie proportionnelle, ainsi l'on aura 43′ 34″ à ôter de la longitude corrigée; mais on vient de trouver 3° 47′ 3″ à ajouter pour l'équation du centre, il reste 3° 3′ 29″, qui ajoutées à la longitude corrigée donnent la *LONGITUDE ÉGALÉE* 7ˢ 28° 4′ 15″.

XII. ÉQUATION DE LA LUNE
OU ÉVECTION.

ARGUMENT DE L'ÉVECTION. *Double distance de la Lune au Soleil corrigée, moins l'anomalie moyenne de la Lune corrigée.*

	O − ôtez.			I − ôtez.			II = ôtez.			III − ôtez.			IV − ôtez.			V − ôtez.			
D.	D. M. S.	Diff.		D. M. S.	Diff.		D. M. S.	Diff.		D. M. S.	Diff.		D. M. S.	Diff.		D. M. S.	Diff	D.
0	0 0 0	1,24		0 39 50	1,12		1 9 22	0,42		1 20 42	0, 1		1 10 24	0,42		0 40 52	1,14	30
1	0 1 24	1,23		0 41 2	1,12		1 10 4	0,41		1 20 43	0, 1		1 9 42	0,44		0 39 38	1,15	29
2	0 2 47	1,23		0 42 14	1,11		1 10 45	0,40		1 20 42	0, 3		1 8 58	0,45		0 38 23	1,16	28
3	0 4 10	1,23		0 43 25	1,10		1 11 25	0,39		1 20 39	0, 4		1 8 13	0,46		0 37 7	1,17	27
4	0 5 33	1,23		0 44 35	1, 9		1 12 4	0,37		1 20 35	0, 5		1 7 27	0,47		0 35 50	1,17	26
5	0 6 56	1,23		0 45 44	1, 8		1 12 41	0,36		1 20 30	0, 7		1 6 40	0,48		0 34 33	1,18	25
6	0 8 19	1,23		0 46 52	1, 7		1 13 17	0,34		1 20 23	0, 8		1 5 52	0,50		0 33 15	1,18	24
7	0 9 42	1,23		0 47 59	1, 7		1 13 51	0,33		1 20 15	0,10		1 5 2	0,51		0 31 57	1,19	23
8	0 11 5	1,23		0 49 6	1, 6		1 14 24	0,32		1 20 5	0,11		1 4 11	0,53		0 30 38	1,19	22
9	0 12 27	1,22		0 50 12	1, 5		1 14 56	0,31		1 19 54	0,13		1 3 18	0,54		0 29 19	1,19	21
10	0 13 49	1,22		0 51 17	1, 4		1 15 27	0,29		1 19 41	0,14		1 2 24	0,55		0 27 59	1,20	20
11	0 15 11	1,22		0 52 21	1, 3		1 15 56	0,28		1 19 27	0,16		1 1 29	0,56		0 26 38	1,21	19
12	0 16 33	1,22		0 53 24	1, 2		1 16 24	0,26		1 19 11	0,17		1 0 33	0,57		0 25 17	1,21	18
13	0 17 54	1,21		0 54 26	1, 1		1 16 50	0,25		1 18 54	0,19		0 59 36	0,58		0 23 55	1,22	17
14	0 19 15	1,21		0 55 27	1, 1		1 17 15	0,24		1 18 35	0,20		0 58 38	0,59		0 22 33	1,22	16
15	0 20 36	1,21		0 56 28	1, 0		1 17 39	0,22		1 18 15	0,22		0 57 39	1, 0		0 21 11	1,22	15
16	0 21 56	1,20		0 57 28	0,58		1 18 1	0,21		1 17 53	0,23		0 56 39	1, 1		0 19 48	1,23	14
17	0 23 16	1,20		0 58 26	0,57		1 18 22	0,19		1 17 30	0,24		0 55 38	1, 2		0 18 25	1,23	13
18	0 24 35	1,19		0 59 23	0,56		1 18 41	0,18		1 17 6	0,26		0 54 36	1, 4		0 17 1	1,24	12
19	0 25 54	1,19		1 0 19	0,55		1 18 59	0,17		1 16 40	0,27		0 53 32	1, 5		0 15 37	1,24	11
20	0 27 13	1,18		1 1 14	0,54		1 19 16	0,15		1 16 13	0,29		0 52 27	1, 6		0 14 13	1,24	10
21	0 28 31	1,18		1 2 8	0,53		1 19 31	0,14		1 15 44	0,30		0 51 21	1, 6		0 12 48	1,25	9
22	0 29 49	1,17		1 3 1	0,52		1 19 45	0,12		1 15 14	0,31		0 50 15	1, 7		0 11 23	1,25	8
23	0 31 6	1,17		1 3 53	0,51		1 19 57	0,11		1 14 43	0,33		0 49 8	1, 8		0 9 58	1,25	7
24	0 32 23	1,16		1 4 44	0,49		1 20 8	0, 9		1 14 10	0,34		0 48 0	1, 9		0 8 33	1,25	6
25	0 33 39	1,15		1 5 33	0,48		1 20 17	0, 8		1 13 36	0,36		0 46 51	1,10		0 7 8	1,25	5
26	0 34 54	1,15		1 6 21	0,47		1 20 25	0, 6		1 13 0	0,37		0 45 41	1,11		0 5 43	1,25	4
27	0 36 9	1,14		1 7 8	0,46		1 20 31	0, 5		1 12 23	0,38		0 44 30	1,12		0 4 18	1,25	3
28	0 37 23	1,14		1 7 54	0,45		1 20 36	0, 4		1 11 45	0,40		0 43 18	1,13		0 2 52	1,26	2
29	0 38 37	1,13		1 8 39	0,43		1 20 40	0, 2		1 11 5	0,41		0 42 5	1,13		0 1 26	1,26	1
30	0 39 50			1 9 22			1 20 42			1 10 24			0 40 52			0 0 0	1,26	0
	XI + ajoutez.			X + ajoutez.			IX + ajoutez.			VIII + ajoutez.			VII + ajoutez.			VI + ajoutez.		

XII. *VARIATION.* La longitude égalée de la Lune 7ˢ 28° 4′ 15″, dont on ôte la longitude vraie du Soleil 1ˢ 28° 3′ 28″, forme l'argument de la variation 6ˢ 0° 0′ 47″, avec lequel on trouvera environ 1″ à ajouter (page 35) & l'on aura la longitude vraie de la Lune dans son orbite 7ˢ 28° 4′ 16″.

REDUCTION A L'ÉCLIPTIQUE. Le supplément du nœud doit être d'abord corrigé par l'équation A, (page 32) qui est 6′ 44″, ainsi l'on aura 9ˢ 29° 53′ 51″; on l'ajoutera avec la longitude vraie de la Lune dans son orbite, & l'on aura l'argument vrai de latitude 5ˢ 27° 58′ 7″, avec lequel on trouvera (page 36) la réduction à l'écliptique + 30″, & la longitude vraie de la Lune réduite à l'écliptique, sera 7ˢ 28° 4′ 46″ (voyez l'art. 1176)

LATITUDE. Avec l'argument vrai de latitude 5ˢ 27° 58′ 7″, on trouvera la latitude de la Lune (page 36) de 0° 10′ 56″, elle est boréale, parce que l'argument est moindre que VI signes.

IIe. *LATITUDE.* On retranchera la longitude du Soleil 1ˢ 28° 3′ 28″ de la longitude vraie de la Lune dans son orbite 7ˢ 28° 4′ 16″; le reste étant doublé, sera 0ˢ 0° 1′ 36″, d'où ôtant l'argument vrai de latitude 5ˢ 27ᵈ 58′ 7″, reste l'argument de la seconde latitude 6ˢ 2ᵈ 3′ 29″, avec lequel on a (p. 36) la seconde latitude 19″ australe. Elle doit se retrancher de la premiere latitude, parce qu'elles sont

XIII. ÉQUATION DE LA LUNE OU VARIATION.

ARGUMENT. *Longitude de la Lune égalée par l'équation de l'Orbite & par l'Evection, moins la longitude vraie du Soleil.*

	O + ajout.			I + ajout.			II + ajout.			III − ôtez.			IV − ôtez.			V − ôtez.			
	M. S.	Diff.		M. S.	Diff.		M. S.	Diff.		M. S.	Diff.		M. S.	Diff.		M. S.	Diff.		
0	0 0	1,24		34 17	0,39		33 2	0 45		1 57	1,24		36 21	40		36 8	0,45		30
1	1 24	1,24		34 56	0,36		32 17	0,47		3 21	1,23		37 1	38		35 23	0,47		29
2	2 48	1,23		35 32	0,33		31 30	0,50		4 44	1,23		37 39	35		34 36	0,50		28
3	4 11	1,23		36 5	0,30		30 40	0,53		6 7	1,22		38 14	33		33 46	0,52		27
4	5 34	1,23		36 35	0,27		29 47	0,55		7 29	1,22		38 47	30		32 54	0,55		26
5	6 57	1,23		37 2	0,24		28 52	0,57		8 51	1,21		39 17	27		31 59	0,57		25
6	8 19	1,22		37 26	0,22		27 55	0,59		10 12	1,21		39 44	24		31 2	0,59		24
7	9 40	1,21		37 48	0,19		26 56	1, 0		11 33	1,20		40 8	22		30 3	1, 2		23
8	11 1	1,21		38 7	0,17		25 56	1, 2		12 53	1,20		40 30	19		29 1	1, 4		22
9	12 21	1,20		38 24	0,14		24 54	1, 4		14 13	1,19		40 49	16		27 57	1, 6		21
10	13 40	1,19		38 38	0,11		23 50	1, 6		15 32	1,18		41 5	13		26 51	1, 8		20
11	14 58	1,18		38 49	0, 8		22 44	1, 8		16 50	1,16		41 18	10		25 43	1,10		19
12	16 15	1,17		38 57	0, 5		21 36	1, 9		18 6	1,15		41 28	7		24 33	1,11		18
13	17 31	1,16		39 2	0, 1		20 27	1,11		19 21	1,14		41 35	4		23 22	1,13		17
14	18 45	1,14		39 3	0, 2		19 16	1,13		20 35	1,13		41 39	2		22 9	1,15		16
15	19 58	1,13		39 1	0, 5		18 3	1,14		21 48	1,11		41 41	1		20 54	1,16		15
16	21 9	1,11		38 56	0, 7		16 49	1,15		22 59	1,10		41 40	5		19 38	1,18		14
17	22 18	1, 9		38 49	0,10		15 34	1,16		24 9	1, 8		41 35	8		18 20	1,19		13
18	23 25	1, 7		38 39	0,13		14 18	1,17		25 17	1, 6		41 27	11		17 1	1,21		12
19	24 31	1, 6		38 26	0,15		13 1	1,19		26 23	1, 5		41 16	14		15 40	1,22		11
20	25 35	1, 4		38 11	0,18		11 42	1,20		27 28	1, 3		41 2	18		14 18	1,23		10
21	26 37	1, 2		37 53	0,21		10 22	1,20		28 31	1, 1		40 44	19		12 55	1,24		9
22	27 37	1, 0		37 32	0,24		9 2	1,21		29 32	0,59		40 25	22		11 31	1,24		8
23	28 35	0,58		37 8	0,27		7 41	1,21		30 31	0,57		40 3	25		10 7	1,25		7
24	29 31	0,56		36 41	0,31		6 20	1,22		31 28	0,54		39 38	28		8 42	1,26		6
25	30 25	0,54		36 10	0,33		4 58	1,22		32 22	0,52		39 10	31		7 16	1,26		5
26	31 16	0,51		35 37	0,35		3 36	1,23		33 14	0,50		38 39	34		5 50	1,27		4
27	32 5	0,49		35 2	0,38		2 13	1,23		34 4	0,48		38 5	36		4 23	1,27		3
28	32 51	0,46		34 24	0,40		0 50	1,23		34 52	0,46		37 29	39		2 56	1,28		2
		0,44				ôtez.													
29	33 35			33 44			0 33			35 38			36 50	42		1 28			1
30	34 17	0,42		33 2	0,42		1 57	1,24		36 21	0,43		36 8			0 0	1,28		0
	XI − ôtez.			X − ôtez.			IX + ajout.			VIII + ajoutez.			VII + ajoutez.			VI + ajoutez.			

de dénomination différente, & il reſtera 0ᵈ 10′ 37″ pour la latitude vraie de la Lune. Si les latitudes étoient l'une & l'autre ou boréales ou auſtrales, il faudroit les ajouter enſemble. J'ai donné la démonſtration de cette équation (1175); on peut encore remarquer au ſujet de cette Table, qu'elle ſeroit peut-être un peu plus exacte, ſi l'on en faiſoit varier les nombres en raiſon inverſe du cube de la diſtance du Soleil; dans ce cas, il faudroit augmenter cette équation d'un vingtieme à la fin de Décembre, ce qui peut aller à 25″ tout au plus; mais comme M. Mayer ne répondoit pas de ces latitudes à une minute près, & qu'on y trouve même quelquefois des erreurs de 2 minutes, on peut négliger cette petite correction, juſqu'à ce qu'on employe dans le calcul de la latitude un plus grand nombre d'équations, comme a fait M. Clairaut dans ſes Tables de la Lune. Au reſte M. Mayer aſſure que pour les éclipſes, on ne ſe trompera jamais de 20″, en ſe contentant de l'équation que nous venons d'expliquer.

NUTATION. Avec le ſupplément du nœud 9ˢ 29ᵈ 47′, on trouvera (p. 15) la Nutation − 14″ 6; ôtant

XIV. ÉQUATION du lieu de la Lune, ou RÉDUCTION à l'Ecliptique.

ARGUMENT. *Longitude vraie de la Lune dans son Orbite, plus le supplément du Nœud corrigé, ou argument de Latitude.*

Oct.	O. VI	I. VII	II. VIII	Oct.
	VI.	VII.	VIII.	
D.	M. S.	M. S.	M. S.	D.
0	0 0	6 2	6 2	30
1	0 14	6 9	5 55	29
2	0 29	6 15	5 47	28
3	0 43	6 21	5 39	27
4	0 58	6 27	5 30	26
5	1 12	6 32	5 20	25
6	1 26	6 37	5 10	24
7	1 41	6 41	5 0	23
8	1 55	6 45	4 50	22
9	2 9	6 48	4 39	21
10	2 23	6 51	4 28	20
11	2 37	6 54	4 17	19
12	2 50	6 56	4 5	18
13	3 3	6 57	3 53	17
14	3 16	6 57	3 41	16
15	3 29	6 57	3 29	15
16	3 41	6 57	3 16	14
17	3 53	6 57	3 3	13
18	4 5	6 56	2 50	12
19	4 17	6 54	2 37	11
20	4 28	6 51	2 23	10
21	4 39	6 48	2 9	9
22	4 50	6 45	1 55	8
23	5 0	6 41	1 41	7
24	5 10	6 37	1 26	6
25	5 20	6 32	1 12	5
26	5 30	6 27	0 58	4
27	5 39	6 21	0 43	3
28	5 47	6 15	0 29	2
29	5 55	6 9	0 14	1
30	6 2	6 2	0 0	0
	XI. V	X. IV	IX. III	
	ajou.	ajou.	ajout.	

LATITUDE DE LA LUNE.

ARGUMENT *de Latitude, ou Longitude vraie de la Lune dans son Orbite, plus le supplément du Nœud corrigé.*

La Latitude est boréale ou septentrionale dans les six premiers signes de l'argument, elle est australe ou méridionale dans les six autres.

B.	O. Bor.		I. Bor.		II. Bor.		A.
A.	VI. Aust.		VII. Aust.		VIII. Au.		B.
D.	D. M. S.	Diff.	D. M. S.	Diff.	S. D. M.	Diff.	D.
0	0 0 0	5,23	2 34 35	4,39	4 27 38	2,40	30
1	0 5 23	5,23	2 39 4	4,35	4 30 18	2,35	29
2	0 10 46	5,23	2 43 39	4,33	4 32 53	2,29	28
3	0 16 9	5,23	2 48 12	4,30	4 35 22	2,25	27
4	0 21 32	5,22	2 52 42	4,27	4 37 47	2,20	26
5	0 26 54	5,22	2 57 9	4,24	4 40 7	2,14	25
6	0 32 16	5,21	3 1 33	4.20	4 42 21	2, 9	24
7	0 37 37	5,21	3 5 53	4,17	4 44 30	2, 4	23
8	0 42 58	5,20	3 10 10	4,13	4 46 34	1,59	22
9	0 48 18	5,19	3 14 23	4,10	4 48 33	1,54	21
10	0 53 37	5,18	3 18 33	4, 6	4 50 27	1,48	20
11	0 58 55	5,16	3 22 39	4, 3	4 52 15	1,43	19
12	1 4 11	5,16	3 26 42	3,59	4 53 58	1,38	18
13	1 9 27	5,15	3 30 41	3,55	4 55 36	1,32	17
14	1 14 42	5,13	3 34 36	3,51	4 57 8	1,27	16
15	1 19 55	5,11	3 38 27	3,47	4 58 35	1,21	15
16	1 25 6	5,10	3 42 14	3,43	4 59 56	1,16	14
17	1 30 16	5, 8	3 45 57	3,39	5 1 12	1,10	13
18	1 35 24	5, 7	3 49 36	3,35	5 2 22	1, 4	12
19	1 40 31	5, 5	3 53 11	3,30	5 3 26	0,59	11
20	1 45 36	5, 3	3 56 41	3,26	5 4 25	0,54	10
21	1 50 39	5, 1	4 0 7	3,22	5 5 19	0,48	9
22	1 55 40	4,59	4 3 29	3,18	5 6 7	0,43	8
23	2 0 39	4,57	4 6 47	3,12	5 6 50	0,36	7
24	2 5 36	4,54	4 9 59	3, 8	5 7 26	0,31	6
25	2 10 30	4,52	4 13 7	3, 4	5 7 57	0,26	5
26	2 15 22	4,50	4 16 11	2,59	5 8 23	0,20	4
27	2 20 12	4,47	4 19 10	2,54	5 8 43	0,14	3
28	2 24 59	4,44	4 22 4	2,49	5 8 57	0, 8	2
29	2 29 43	4,42	4 24 53	2,45	5 9 5	0, 3	1
30	2 34 25		4 27 38		5 9 8		0
A.	XI. Aust.		X. Aust.		IX. Aust.		A.
B.	V. Bor.		IV. Bor.		III. Bor.		B.

II. LATITUDE DE LA LUNE.

ARGUMENT. *Double de la distance vraie de la Lune au Soleil, moins l'argument de Latitude.*

B.	O. B.	I. B.	II. B.	B.
A.	VI.	VII.	VIII.	A.
D.	M. S.	M. S.	M. S.	D.
0	0 0	4 25	7 39	30
1	0 9	4 33	7 43	29
2	0 19	4 41	7 48	28
3	0 28	4 49	7 52	27
4	0 37	4 56	7 56	26
5	0 46	5 4	8 0	25
6	0 55	5 11	8 4	24
7	1 5	5 19	8 7	23
8	1 14	5 26	8 11	22
9	1 23	5 34	8 14	21
10	1 32	5 41	8 18	20
11	1 41	5 48	8 21	19
12	1 50	5 55	8 24	18
13	1 59	6 2	8 27	17
14	2 8	6 9	8 30	16
15	2 17	6 15	8 32	15
16	2 26	6 22	8 34	14
17	2 35	6 28	8 36	13
18	2 44	6 34	8 38	12
19	2 52	6 40	8 40	11
20	3 1	6 46	8 42	10
21	3 10	6 52	8 43	9
22	3 18	6 57	8 45	8
23	3 27	7 3	8 46	7
24	3 35	7 8	8 47	6
25	3 44	7 14	8 48	5
26	3 52	7 19	8 48	4
27	4 1	7 24	8 49	3
28	4 9	7 29	8 49	2
29	4 17	7 34	8 50	1
30	4 25	7 39	8 50	0
A.	XI. Aust.	X. Aust.	IX. Aust.	A.
B.	V.	IV.	III.	B.

donc encore 15″ de la longitude réduite, on aura la longitude apparent de la Lune réduite à l'Ecliptique, & comptée de l'équinoxe vrai, 7ˢ 28ᵈ 4′ 31″.

PARALLAXE. Avec l'anomalie 10ˢ 20ᵈ 47′, on trouve (p. 37) la parallaxe pour Paris 54′ 39″; avec l'argument de l'évection 1ˢ 3ᵈ on a l'équation − 32″ (page 37); & avec l'argument de la variation, qui est à peu près 6ˢ 0ᵈ, on a l'autre équation + 28″; ainsi la vraie parallaxe se trouve 54′ 35″. Quand à la parallaxe sous d'autres latitudes, j'en ai parlé assez au long (1307). Les parallaxes que M. Mayer avoit données dans ses Tables, étoient plus grandes de 5″ que celles-ci, & il les supposoit exactes pour l'équateur; mais il auroit fallu y ajouter 4″ pour les faire cadrer avec nos observations (1344); j'ai mieux aimé en ôter 5″ pour les faire servir à la latitude de Paris.

DIAMETRE. Il est toujours à la parallaxe pour Paris, comme 30′ sont à 54′ 56″ (1344); ainsi, pour une parallaxe de 54′ 35″, le diametre horisontal de la Lune sera 29′ 49″; car 54′ 56′ : 30′ 0″ :: 54′ 35″ : 29′ 49″. L'augmentation de ce diametre à différentes hauteurs a été expliquée (1190).

PARALLAXE horizontale de la Lune pour la latitude de Paris.

ARGUMENT. *Anomalie de la Lune corrigée par les dix Equations & par l'Equation A.*

D.	O. M.	O. S.	I. M.	I. S.	II. M.	II. S.	III. M.	III. S.	IV. M.	IV. S.	V. M.	V. S.	D.
0	54	5	54	25	55	24	56	53	58	32	59	51	30
1	54	5	54	26	55	27	56	56	58	35	59	53	29
2	54	5	54	28	55	29	57	0	58	38	59	55	28
3	54	5	54	30	55	32	57	3	58	41	59	57	27
4	54	6	54	31	55	34	57	7	58	44	59	59	26
5	54	6	54	33	55	37	57	10	58	47	60	0	25
6	54	6	54	34	55	40	57	14	58	50	60	2	24
7	54	6	54	36	55	42	57	17	58	53	60	3	23
8	54	6	54	37	55	45	57	20	58	56	60	5	22
9	54	7	54	39	55	48	57	24	58	59	60	6	21
10	54	7	54	41	55	51	57	27	59	2	60	8	20
11	54	7	54	43	55	54	57	30	59	5	60	9	19
12	54	8	54	44	55	57	57	33	59	8	60	10	18
13	54	8	54	46	56	0	57	37	59	11	60	11	17
14	54	9	54	48	56	3	57	40	59	13	60	12	16
15	54	10	54	50	56	6	57	43	59	16	60	13	15
16	54	10	54	52	56	9	57	46	59	18	60	13	14
17	54	11	54	54	56	12	57	50	59	21	60	14	13
18	54	12	54	56	56	15	57	53	59	24	60	15	12
19	54	13	54	58	56	18	57	56	59	26	60	16	11
20	54	14	55	0	56	21	57	59	59	29	60	17	10
21	54	15	55	2	56	24	58	3	59	31	60	17	9
22	54	16	55	4	56	27	58	6	59	34	60	18	8
23	54	17	55	7	56	31	58	9	59	36	60	19	7
24	54	18	55	9	56	34	58	13	59	39	60	20	6
25	54	19	55	12	56	37	58	16	59	41	60	20	5
26	54	20	55	14	56	40	58	19	59	43	60	21	4
27	54	21	55	17	56	44	58	23	59	45	60	21	3
28	54	23	55	19	56	47	58	26	59	47	60	21	2
29	54	24	55	22	56	50	58	29	59	49	60	21	1
30	54	25	55	24	56	53	58	32	59	51	60	21	0
	XI.		X.		IX.		VIII.		VII.		VI.		

I. ÉQUATION DE LA PARALLAXE.

ARG. *de l'Évection.*

aj. D.	O ôtez. VI aj. + s.	I ôtez. VII aj. + s.	II ôtez. VIII aj. + s.	aj. D.
0	38	33	19	30
1	38	32	18	29
2	38	32	18	28
3	38	32	17	27
4	38	31	17	26
5	38	31	16	25
6	38	31	16	24
7	37	30	15	23
8	37	30	14	22
9	37	30	14	21
10	37	29	13	20
11	37	29	13	19
12	37	28	12	18
13	37	28	11	17
14	36	28	11	16
15	36	27	10	15
16	36	27	9	14
17	36	26	9	13
18	36	26	8	12
19	35	25	7	11
20	35	25	6	10
21	35	24	6	9
22	35	24	5	8
23	34	23	4	7
24	34	23	4	6
25	34	22	3	5
26	34	21	3	4
27	33	21	2	3
28	33	20	1	2
29	33	20	1	1
30	33	19	0	0
ôt.	XI −	X −	IX −	ôt.
ôt.	V +	IV +	III +	aj.

II. ÉQUATION DE LA PARALLAXE.

ARGUMENT *de la Variation.*

D.	O + ajout. s.	I + ajout. s.	II − ôtez. s.	III − ôtez. s.	IV − ôtez s.	V + ôtez s.	D.
0	25	12	14	27	13	14	30
1	25	12	14	27	12	14	29
2	25	11	15	27	12	15	28
3	25	10	16	27	11	16	27
4	25	9	16	27	10	17	26
5	25	8	17	27	9	18	25
6	25	8	18	27	8	18	24
7	24	7	18	26	7	19	23
8	24	6	19	26	6	20	22
9	24	5	20	26	5	20	21
10	24	4	21	25	4	21	20
11	24	3	21	25	3	22	19
12	23	2	22	24	2	22	18
13	23	1	23	24	1	23	17
14	23	0	23	23	0	23	16
15	23	1	24	23	1	24	15
16	22	1	24	22	2	24	14
17	22	2	25	22	3	25	13
18	21	3	25	21	4	25	12
19	20	4	25	21	5	25	11
20	19	5	26	20	6	26	10
21	19	6	26	19	7	26	9
22	18	7	26	19	7	26	8
23	17	8	26	18	8	26	7
24	17	9	26	17	9	27	6
25	16	10	27	16	10	27	5
26	15	10	27	16	11	27	4
27	15	11	27	15	11	28	3
28	14	12	27	14	12	28	2
29	13	13	27	13	13	28	1
30	12	14	27	13	14	28	0
	XI +	X −	IX −	VIII −	VII +	VI +	

LE MOUVEMENT HORAIRE simple (page 38) qui répond à 10ˢ 20° 47′, eſt 30′ 12″. La premiere équation priſe avec l'argument de l'évection 1ˢ 3° 0′ eſt − 32″. La ſeconde équation priſe avec la diſtance moyenne de la Lune au Soleil 5ˢ 27° 1′ qui a ſervi à former l'argument II, eſt + 42″; ainſi le mouvement horaire vrai ſera 30′ 22″. Ces Tables du mouvement horaire ont été calculées par M. Maskelyne (3181).

MODELE des calculs précédents. La page ſuivante contient un exemple figuré pour la diſpoſition de tous les calculs précédents; je ſuppoſe qu'on peut faire l'addition ou la ſouſtraction de deux quantités qui ſont l'une ſous l'autre, quoiqu'il y en ait d'autres intermédiaires; ainſi j'ai ajouté la premiere ligne qui contient l'anomalie moyenne du Soleil avec la cinquieme 11ˢ 24° 3′ pour former l'argument II. Ceux qui ne ſeront pas aſſez familiers avec nos calculs, en ſeront quittes pour écrire pluſieurs fois les mêmes quantités, & faire leurs colonnes plus longues, mais la diſpoſition ſera la même.

Mouvement horaire de la Lune. ARG. XI.

D.	O. M.	O. S.	I. M.	I. S.	II. M.	II. S.	III. M.	III. S.	IV. M.	IV. S.	V. M.	V. S.	D.
0	29	36	29	57	31	2	32	41	34	36	36	9	30
1	29	36	29	59	31	4	32	45	34	40	36	12	29
2	29	36	30	0	31	7	32	49	34	44	36	14	28
3	29	36	30	2	31	9	32	52	34	47	36	17	27
4	29	37	30	3	31	13	32	56	34	51	38	18	26
5	29	37	30	5	31	15	33	0	34	54	36	20	25
6	29	37	30	7	31	19	33	4	34	57	36	22	24
7	29	37	30	8	31	22	33	8	35	1	36	24	23
8	29	37	30	11	31	24	33	12	35	4	36	26	22
9	29	38	30	12	31	28	33	16	35	8	36	28	21
10	29	38	30	14	31	31	33	19	35	11	36	30	20
11	29	39	30	16	31	34	33	23	35	15	31	31	19
12	29	40	30	17	31	38	33	27	35	19	31	32	18
13	29	40	30	20	31	41	33	31	35	22	36	34	17
14	29	40	30	21	31	45	33	35	35	25	36	35	16
15	29	41	30	24	31	47	33	39	35	28	36	37	15
16	29	42	30	27	31	51	33	43	35	31	36	38	14
17	29	42	30	28	31	55	33	47	35	34	36	39	13
18	29	44	30	31	31	57	33	50	35	37	36	40	12
19	29	45	30	33	32	1	33	54	35	40	36	41	11
20	29	45	30	35	32	5	33	58	35	44	36	42	10
21	29	46	30	38	32	8	34	2	35	46	36	43	9
22	29	48	30	40	32	12	34	6	35	49	36	43	8
23	29	49	30	43	32	16	34	9	35	52	36	44	7
24	29	50	30	45	32	19	34	13	35	55	36	45	6
25	29	51	30	48	32	22	34	17	35	57	36	45	5
26	29	52	30	51	32	26	34	21	35	59	36	45	4
27	29	53	30	53	32	30	34	25	36	2	36	46	3
28	29	54	30	56	32	34	24	29	36	4	36	46	2
29	29	56	30	58	32	37	34	32	36	7	36	46	1
30	29	57	31	2	32	41	34	36	36	9	36	46	0
	XI.		X.		IX.		VIII.		VII.		VI.		

I. Equat. *Arg.* XII.

ôt. aj.	O. VI	I. VII	II. VIII	ôt. aj.
D.	S.	S.	S.	D.
0	38	33	19	30
1	38	32	18	29
2	38	32	18	28
3	38	32	17	27
4	38	31	17	26
5	38	31	16	25
6	38	31	16	24
7	37	30	15	23
8	37	30	14	22
9	37	30	14	21
10	37	29	13	20
11	37	29	13	19
12	37	28	12	18
13	37	28	11	17
14	36	28	11	16
15	36	27	10	15
16	36	27	9	14
17	36	26	9	13
18	36	26	8	12
19	35	25	7	11
20	35	25	6	10
21	35	24	6	9
22	35	24	5	8
23	34	23	4	7
24	34	23	4	6
25	34	22	3	5
26	34	21	3	4
27	33	21	2	3
28	33	20	1	2
29	33	20	1	1
30	33	19	0	0
ôt. aj.	XI V	X IV	IX III	ôt. aj.

II. Distance moy. de la Lune au Soleil.

D.	O. VI aj. S.	I. VII aj. S.	II. VIII ôtez. S.	III. IX ôtez. S.	IV. X ôtez. S.	V. XI ajout. S.
0	42	21	21	42	21	21
1	42	20	22	42	20	22
2	42	18	24	42	18	24
3	42	17	24	42	17	24
4	42	15	26	42	15	26
5	42	14	27	42	14	27
6	42	13	28	42	13	28
7	41	11	29	41	11	29
8	41	10	30	41	10	30
9	40	8	31	40	8	31
10	40	7	32	40	7	32
11	39	5	33	39	5	33
12	39	4	34	39	4	34
13	38	2	35	38	2	35
14	37	1	36	37	1	36
15	36	ôtez.	36	36	ajout.	36
16	36	1	37	36	1	37
17	35	3	38	35	3	38
18	34	5	39	34	5	39
19	33	6	39	33	6	39
20	32	8	40	32	8	40
21	31	9	40	31	9	40
22	30	10	41	30	10	41
23	29	12	41	29	12	41
24	28	13	42	28	13	42
25	27	14	42	27	14	42
26	26	15	42	26	15	42
27	24	17	42	24	17	42
28	24	18	42	24	18	42
29	22	20	42	22	20	42
30	21	21	42	21	21	42

Au deſſous des filets gras, les titres des colonnes ſont différents.

Diſpoſition du calcul de tous les Arguments & de toutes les Equations.

Anom. moy. du Soleil.	10 17 57		
Long. moy. de la Lune.	7 25 4 49	7 25 4 49	Long. de la Lune.
Long. vraie du Soleil.	1 28 3 28	9 4 0 26	Apogée de la Lune.
Diſt. moy. de la L. au S.	5 27 1 21	10 21 4 23	Anom. moyenne.
Double diſtance.	11 24 3	10 12 0	Argument II.
Argument II.	10 12 0	11 20 56	Argument IV.
Argument III.	1 6 6	9 29 47	Supplém. du Nœud.
Anom. moy. de la L.	10 21 4	5 24 52	Argum. de Latitude.
Argument V.	2 15 2	11 19 44	Doub. de larg. de lat.
Argument VI.	10 15 7	0 28 40	Argument VII.
Argument VIII.	0 3 8	1 28 3 28	Long. du Soleil.
Argument X.	7 5 57	11 27 50	Argument IX.
Somme des pet. équations.	− 4′ 3″	− 4 3	
		− 13 28	Equat. A. (p. 32)
Longit. de la Lune corr.	7 25 0 46	10 20 46 52	Anom. corrigée.
Diſt. de la L. au S. corr.	5 26 57 18	7 28 4 15	Longitude égalée.
Double diſtance.	11 23 54 36	6 0 0 47	Argument de la Var.
Anomalie corrigée.	10 20 46 52	+ 6 44	Equat. A du Nœud.
Argument de l'évect.	1 3 7 44	9 29 53 51	Nœud corrigé.
Eq. du Centre (p. 33)	+ 3 47 3	7 28 4 16	Long. vr. de la Lune.
Evection (p. 34)	− 0 43 34	5 27 58 7	Argument lat.
Longitude égalée.	7 28 4 15	6 0 0 48	Diſt. de la L. au S.
Variation (p. 35)	+ 1	0 0 1 36	Double diſtance.
Long. vraie dans l'Orb.	7 28 4 16	6 2 3 29	Arg. de la II. latit.
Réduction (p. 36)	+ 30	0° 10′ 56″	Latit. boréale (p. 36)
Nutation (p. 15)	− 15	19	II. Lat. auſtrale.
Longit. appar. réduite.	7 28 4 31	0 10 37	Lat. vraie boréale.

Eq. annuelle (p. 29)	− 7′ 25″	
Equat. II. (p. 30)	. . . . .	+ 0′ 40″
Equat. III. (p. 30)	− 0 37	
Equat. IV. (p. 30)	− 0 17	
Equat. V. (p. 30)	. . . . .	+ 1 10
Equat. VI. (p. 31)	− 1 4	
Equat. VII. (p. 31)	. . . . .	+ 0 28
Equat. VIII. (p. 31)	. . . . .	+ 0 2
Equat. IX. (p. 31)	. . . . .	+ 0 3
Equat. X. (p. 32)	. . . . .	+ 2 57
Sommes.	− 9 23	+ 5 20
	+ 5 20	
TOTAL des dix p. Eq.	− 4 3	

Parallaxe horizontale (p. 37) 54′ 39

Equations (p. 37) { − 32 / + 28

Parallaxe vraie de la Lune pour Paris. 54 35

Logar. logiſtique de 54′ 35″ (3171) 411

Logar. conſtant. $\frac{30'0''}{54'56''}$ 2627

Logar. du diametre horiſontal. 3038

Diametre horiſontal de la Lune. 29′48″½

Mouv hor. ſimple (p. 38) 30′ 12″

Equ. I. 1ſ 3° 7′ . . . . . − 32

Equ. II. 5 27 1 . . . . . + 42

Mouvement horaire vrai. . . . 30′ 22″

CATALOGUE *des Aſcenſions droites & Déclinaiſons moyennes des quatre cent principales Etoiles, pour le commencement de* 1750.

(Aſtron. fondam. p. 233. Voyez l'art. 468).

Noms des Etoiles & Lettres qui les déſignent.	Grandeur.	*Aſcenſion dr. moy. en* 1750. D. M. S.	*Déclinaiſon moy. en* 1750. D. M. S.
γ de Pégaſe, *Algenib.* .	2	0 5 51,6	13 47 38,1B
ζ à l'aile du Toucan...	4	1 43 13,7	66 20 42,6A
β à la queue de l'Hydre.	3	3 3 0,3	78 39 48,2A
α à la tête du Phénix. ..	2.3	3 28 1,8	43 39 52,4A
λ à l'aile du Phénix....	5	4 49 26,9	50 11 18,9A
β dos du Toucan, *préc.*	4	4 59 44,7	64 20 18,7A
β dos du Toucan, *ſuiv.*	4	4 59 52,3	64 20 45,5A
δ à l'épaule d'Androm.	3	6 30 11,9	29 29 23,0B
α ſur la poit. de Caſſiop.	3	6 37 4,0	55 9 43,3B
β ou queue de la Baleine	2	7 45 29 8	19 21 47,0A
κ ſur le bûc. du P énix.	5.6	8 0 39,6	58 49 30 A
λ de l'Hydre ſur le nuage	5.6	9 57 50,5	76 17 17,2A
γ à la ceint. de Caſſiop	3	10 27 16,3	59 21 23,9B
α de la p. Ourſe. *Polaire*	2.3	10 40 56,0	87 58 2,4B
β à la cuiſſe du Phénix..	3	13 43 12,8	48 3 41,5A
β ſur la ceint. d'Andr.	2	13 57 0,4	34 17 17,8B
κ ſur la queue de la Bal.	3.4	14 0 14,1	11 30 46,7A
δ genou de Caſſiopée. .	3	17 25 13,0	58 55 32,4B
θ ſur la queue de la Bal.	3.4	17 53 11,2	9 28 47,9A
γ à l'aile du Phénix....	3.4	19 22 10,7	44 36 18,4A
δ ſur le bûc. du Phénix..	4	20 12 6,6	50 22 40,0A
α de l'Eridan, *Achernar.*	1	22 5 43,8	58 30 50,5A
ε jambe de Caſſiopée...	3	24 10 22,2	62 25 26,2B
α du triangle boréal...	3.4	24 43 25,4	28 21 1,4B
γ ♈. *Prima ſtella arietis.*	4	24 57 43,1	18 3 37,5B
β ♈. corne précédente..	3.4	25 13 2,1	19 34 34,1B
χ de l'Eridan.	4	26 33 26,3	52 51 42,9A
γ cuiſſe d'Andromade..	2	27 9 53,2	41 7 1,6B
α ☊. nœud du Lien. ..	3	27 17 5,4	1 32 49,0B
α de l'Hydre.	2.3	27 43 23,6	62 47 34,3A
α ♈. corne ſuivante...	3	28 17 3,2	22 16 7,2B
β du triangle boréal...	4	28 41 12,9	33 47 31,2B
γ du triangle boréal...	4	30 37 58,2	32 40 39,0B
ε *changeante* de la Baleine	*var.*	31 40 52,1	4 7 27,3A
δ nœud de l'Hydre. ...	4.5	34 20 56,0	69 48 6,0A
κ nœud de l'Hydre....	6	35 24 49,0	74 46 47,2A
δ joue de la Baleine...	3	36 40 33,0	0 45 45,2A
ε poitrine de la Baleine.	3	36 52 24,5	12 56 49,7A
γ joue de la Baleine...	3	37 35 35,4	2 10 7,6B
la boréale du Lys....	4	38 15 39,7	28 11 33,1B
l'auſtrale du Lys....	4	38 49 45,2	26 12 47,7B
μ de l'Hydre.....	6	39 26 58,0	80 11 42,0A
γ épaule de Perſée. ..	3	41 42 53,0	52 30 18,8B
θ de l'Eridan.	3	42 11 53,3	41 19 4,4A
α mâchoire de la Baleine	2	42 18 34,0	3 5 36,3B
β de Perſée, *Algol.* ..	2	43 0 0,7	39 58 20,0B
α du Fourneau.....	3.4	45 22 0,0	29 59 10,7A
ζ de l'Eridan.....	3	45 55 42,0	9 45 50,0A
α ceinture de Perſée...	2	46 39 25,4	48 56 52,0B
ε de l'Eridan.....	3	50 17 33,6	10 19 10,2A
δ à la cuiſſe de Perſée..	3	51 18 31,9	46 57 44,6B
b des Pléiades, *Electra.*	5.6	52 31 7,9	23 18 55,9B
δ de l'Eridan.....	3	52 49 31,5	10 37 30,1A
η claire des Plé. *Alcyone*	3	53 10 0,4	23 18 39,6B
f des Pléiades, *Atlas.* .	5.6	53 35 7,9	23 16 2,6B
ζ pied de Perſée.....	3	54 37 1,8	31 7 5,4B
f de l'Eridan.	4	54 50 46,7	38 23 54,2A
ε genou de Perſée. ..	3	55 17 21,3	39 15 43,6B
β du Réticule.....	4	55 17 44,9	65 35 58,0A
l de l'Eridan.....	4.5	55 46 11,8	25 22 8,0A
γ de l'Eridan.....	3	56 35 50,9	14 14 18,8A
γ ſur le cœur de l'Hydre	3.4	57 51 52,0	74 59 54,4A
ε de l'Eridan.....	4	59 55 23,9	7 30 24,3A
γ ♉. nez du Taureau..	3	61 23 53,7	15 0 8,3B
ξ de l'Eridan.....	3.4	62 6 51,7	34 25 24,4A
δ ♉. précédente.....	3.4	62 8 13,3	16 56 4,5B
δ ♉. ſuivante.....	4	62 25 43,0	16 50 34,4B
α du Réticule.....	3.4	62 49 13,3	63 6 13,0A
ι ♉. œil boréal du T. .	3	63 30 40,0	18 36 13,3B
α ♉. *Aldebaran*....	1	65 24 2,5	15 59 3,8B
δ du ciſeau du Sculpt. .	4.5	65 48 6,0	45 30 9,5A
ν de l'Eridan.....	3.4	66 27 43,8	31 5 22,9A
la 53ᵉ de l'Eridan....	3.4	66 41 20,4	14 48 40,7A
α de la Dorade.....	3	67 9 21,2	55 34 15,3A
la 54ᵉ de l'Eridan....	3	67 23 9,7	20 10 14,5A
δ ſur la mont. de la Tab.	6	68 56 4,0	80 46 14,9A
ι du Taureau.....	4.5	72 2 43,8	21 12 28,4B
β de l'Eridan.....	3	73 53 45,6	5 25 47,6A
α du Cocher. *La Chevre.*	1	74 33 53,1	45 42 41,2B
β d'Orion. *Rigel*.....	1	75 38 10,0	8 30 35,5A
β ♉. corne bor. du T..	2	77 37 26,5	28 22 7,9B
γ épaule d'Orion.....	2	77 56 1,1	6 5 57,1B
ε ſur l'épée d'Orion...	3	77 58 46,1	2 38 56,0A
β au ventre du Lievre..	3.4	79 23 10,0	20 58 39,8A
δ ſur le baudrier d'Orion	2	79 48 51,3	0 30 18,5A
α du Lievre, la plus belle	3	80 25 50,9	18 1 16,6A
ζ ♉. ſur la corne auſt.	3	80 40 40,5	20 57 53,6B
ι ſur l'épée d'Orion...	3.4	80 48 16,5	6 5 41,8A
ε ſur le baudrier d'Orion	2	80 53 10,4	1 23 0,6A
ζ ſur le baudrier d'Orion	2	82 2 34,3	2 5 47,8A
α de la Colombe.....	2	82 39 12,7	34 13 21,2A
β de la Dorade.....	3.4	82 52 23,9	62 39 28.0A
γ au pied du Liévre...	3.4	83 30 45,3	22 32 55,6A
κ au genou d'Orion...	2.3	83 58 50,0	9 46 39,5A
δ au pied du Liévre...	3.4	85 8 46,8	20 55 12,9A
β du Cocher.....	2.3	85 17 55,6	44 53 18,8B
α épaule orient. d'Orion	1	85 24 41,4	7 20 15,0B
β de la Colombe.....	3	85 32 31,5	35 52 39,3A
θ à la main du Cocher..	3	85 40 6,2	37 9 53,1B
ν ♓. pied de Caſtor...	3.4	89 56 40,0	22 33 14,2B
μ pied de Pollux.....	3.4	91 57 21,7	22 36 57,5B
γ de la Dorade.....	5.6	92 35 34,2	68 47 13,7A
ζ du grand Chien....	2.3	92 40 59,3	29 58 8,9A
β du grand Chien....	2.3	92 55 26,0	17 51 8,8A
δ rameau de la Colombe	4	93 14 56,6	33 19 34,6A
α du vaiſſeau, *Canobus.*	1	94 36 6,0	52 34 4,6A
γ . jambe de Pollux. .	2.3	95 48 50,5	16 35 19,5B
ν ♓. genou de Caſtor. .	3	97 8 6,0	25 21 2,5B
γ du vaiſſ. ſur le gouv.	3	97 31 44,7	42 59 25,2A
α du grand chien *Syrius*	1	98 32 2,0	16 23 35,1A
τ du vaiſſ. au bas de la p.	3.4	100 56 0,2	50 19 36,0A
α du chevalet des Peint.	3.4	101 24 25,0	61 40 38,6A

CATALOGUE *des Aſcenſions droites & Déclinaiſons moyennes des quatre cent principales Etoiles, pour le commencement de* 1750.

(Aſtron. fondam. p. 233. Voyez l'art. 468).

Noms des Etoiles & Lettres qui les déſignent.	Grandeur.	*Aſcenſion. dr. moy. en* 1750. D.	M.	S.	*Déclinaiſon moy. en* 1750. D.	M.	S.
ε du grand Chien. . . .	3	102	12	8,1	28	38	56,8A
ζ des ♊. genou de Caſtor	3	102	18	46,1	20	54	46,3B
b du grand Chien. . .	4	102	56	26,8	27	35	41,8A
γ du grand Chien. . . .	4	103	6	40,4	15	16	55,5A
δ du grand Chien. . . .	2	104	33	27,1	26	0	52,6A
δ ♊. cuiſſe de Pollux. .	3	106	17	23,1	22	25	7,6B
π du vaiſſ. à la poupe. .	3	107	4	45,6	36	39	43,6A
β du petit Chien. . . .	3	108	23	44,2	8	46	23,6B
ε du grand Chien. . .	2	108	33	4,3	28	49	56,5A
δ du Poiſſon volant. . .	5	109	13	19,7	67	29	56,2A
α ♊. tête de Caſtor. . .	1.2	109	39	0,8	32	24	36,0B
σ du Vaiſſeau.	3	110	19	41,9	42	48	25,5A
α du pet Chien. *Procyon*	1.2	111	32	57,2	5	50	42,2B
Ventre de la Licorne. . .	4	112	19	31,2	8	59	7,4A
β ♊. tête de Pollux. . .	2.3	112	29	38,2	28	36	22,7B
ξ du Vaiſſeau.	3.4	114	41	47,2	24	15	0,5A
a du Vaiſſeau.	4	115	54	27,4	39	56	35,0A
ζ du Vaiſſeau.	2	118	42	4,6	39	18	39,2A
ρ du Vaiſſeau.	3.4	119	13	26,4	23	36	3,7A
γ du Vaiſſeau.	2	120	27	38,1	46	36	34,5A
β ♋. Pied auſtral. . . .	3.4	120	44	3,9	9	56	9,0B
ι du Vaiſſeau.	2.3	124	20	22,1	58	42	50,9A
α du Caméléon.	5	126	8	38,2	76	7	12,1A
γ ♋. *Ane boréal*. . . .	4	127	11	38,8	22	20	59,0B
δ ♋. *Ane auſtral*. . . .	4	127	36	39,9	19	3	22,6B
ο ſur le mil. du Vaiſſeau.	4	128	17	0,0	52	2	30,1A
δ ſur le mil. du Vaiſſeau.	2.3	129	27	5,6	53	48	0,9A
ι de la grande Ourſe. . .	3	130	29	5,6	49	0	2,5B
ζ de l'Hydre.	4.5	130	32	15,1	6	53	14,0B
α ♋. ſur la Serre. . . .	5	131	11	40,0	12	48	37,0B
χ de la grande Ourſe. .	3.4	131	36	25,6	48	7	26,7B
α du Poiſſon volant. . .	5	134	36	46,8	65	24	8,8A
λ du Vaiſſeau.	2.3	134	42	17,3	42	26	4,1A
G du Vaiſſ. ſur les flots.	4.5	136	5	2,8	71	35	8,3A
β du Vaiſſ. ſur les rames	1	137	35	22,2	68	41	24,7A
ι du Vaiſſeau, ſur le mât	3	137	36	3,7	58	14	7,0A
χ du Vaiſſeau, ſur le mât	2.3	138	35	53,1	53	57	0,3A
α cœur de l'Hydre. . .	2	138	49	39,8	7	35	11,9A
θ de la grande Ourſe. .	3	138	59	36,8	52	47	55,0B
ε ſur le pied pr. du Lion	4	141	56	43,0	11	1	3,3B
ζ de l'Octant.	5.6	142	2	30,0	84	37	25,3A
ι à l'œil du Lion. . . .	3	142	54	3,0	24	54	39,6B
μ à la tête du Lion. . .	3	144	37	18,8	27	10	14,9B
υ du Vaiſſ. ſur les rames.	3	145	12	40,5	63	55	5,2A
φ du Vaiſſeau ſur le mât.	3.4	147	1	52,5	53	23	12,5A
π ſur le cou du Lion. . .	3	148	24	51,2	17	58	21,5B
α cœur du Lion, *Regulus*	1	148	45	22,7	13	10	51,8B
ζ au cou du Lion. . . .	3	150	40	52,4	24	39	8,4B
γ au cou du Lion. . . .	3	151	32	3,0	21	5	50,6B
ω ſur les rames du Vaiſſ.	3.4	151	56	47,8	68	48	4,7A
I ſur les rames du Vaiſſ.	4.5	154	50	39,6	72	45	47,1A
ρ ſur le ventre du Lion. .	4	154	54	17,1	10	35	13,6B
p du Vaiſſeau.	3.4	155	47	57,5	60	24	20,6A
θ du Vaiſſeau.	2.3	158	31	36,4	63	5	22,8A
ν du Vaiſſeau.	2	158	51	30,1	58	22	37,7A
μ du Vaiſſeau.	3	159	1	12,5	48	6	16,4A
δ du Caméléon.	5.6	160	48	1,0	79	13	21,9A
β de la grande Ourſe. .	2	161	38	24,6	57	42	57,0B
α de la Coupe.	4	161	54	14,4	16	58	26,3A
α de la grande Ourſe. .	2	162	0	43,4	63	5	40,6B
ν de l'Octant.	6	165	4	11,5	83	14	50,5A
δ cuiſſe du Lion. . . . ,	2.3	165	11	24,0	21	53	24,5B
θ ſur le dos du Lion. . .	3	165	16	14,1	16	47	36,2B
a de l'Hydre, double. .	4.5	169	58	57,6	27	53	42,4A
ξ ſur la queue de l'Hyd.	3.4	170	11	25,5	30	28	33,0A
λ au pied du Centaure. .	3.4	171	5	51,5	61	38	19,5A
π du Caméléon.	6	171	47	34,2	74	30	49,2A
β ♌. queue du Lion. . .	2	174	4	16,1	15	58	10,0B
β ♍. aile bo. de la Vierge	3	174	25	3,4	3	10	25,7B
γ de la grande Ourſe. . .	2	175	8	5,3	55	5	6,7B
ε du Caméléon.	5	176	54	25,2	76	49	43,0A
κ du Caméléon.	5.6	178	4	3,2	75	5	45,8A
λ du Caméléon.	6	178	45	38,2	73	58	34,8A
δ du Centaure.	2.3	178	52	51,1	49	19	39,0A
α bec du Corbeau. . . .	4	178	53	34,0	23	20	2,6A
ε à la tête du Corbeau. .	3.4	179	19	47,5	21	13	41,6A
ζ du Centaure.	4	179	40	47,6	70	58	33,1A
δ de la Croix.	3	180	30	37,4	57	21	28,2A
δ de la grande Ourſe. .	3	180	43	45,4	58	25	25,1B
γ à l'aile pr. du Corbeau	3	180	44	46,0	16	9	10,1A
β du Caméléon.	5	181	4	19,4	77	55	18,5A
ε ♍. aile auſtrale. . . .	3.4	181	46	49,3	0	43	36,0B
ι de la Croix.	4	182	0	48,8	59	1	10,0A
α au pied de la Croix. .	1	183	13	56,4	61	42	45,4A
δ du Corbeau, aile ſuiv.	3.4	184	14	32,0	15	7	15,6A
γ de la Croix, au ſommet	2	184	22	0,2	55	42	42,7A
γ de la Mouche pr. aile.	4	184	28	38,9	70	44	52,8A
β du Corbeau, au pied.	3	185	19	34,4	22	0	36,7A
α de la Mouche.	3.4	185	38	43,8	67	45	15,2A
γ du Centaure.	2.3	186	57	55,6	47	34	52,6A
γ ♍. à la ceint. de la V.	3	187	15	6,8	0	4	20,0A
β tête de la Mouche. . .	3.4	187	48	55,7	66	44	4,2A
β bras ſuiv. de la Croix.	2	188	19	42,4	58	19	6,3A
ε de la grande Ourſe. .	2	190	44	3,5	57	19	20,9B
δ à la ceint. de la Vierge	3	190	45	19,5	4	45	49,4B
Cœur de Charles II. . .	3	191	4	17,5	39	40	27,9B
δ aile ſuiv. de la Mouc.	4	191	22	27,4	70	11	35,7A
ε aile bor. de la Vierge..	3	192	25	51,3	12	18	37,0B
θ à l'aile auſt. de la V.	3.4	194	15	28,9	4	11	44,9A
γ à la queue de l'Hydre.	3	196	20	49,1	21	50	40,5A
ι à l'épaule du Centaure	3	196	39	30,1	35	23	5,2A
α de la Vierge, *l'Epi*. . .	1.2	198	0	54,4	9	50	50,4A
ζ de la grande Ourſe. . .	2	198	26	49,7	56	14	17,9B
ζ à la ceint. de la Vierge	3	200	29	33,2	0	41	29,5B
ε au vent. du Centaure.	2.3	201	3	37,4	52	10	54,1A
ν ſur le dos du Centaure	3.4	203	39	28,8	40	25	48,0A
μ ſur le dos du Centaure	3.4	203	40	9,9	41	12	58,0A
g à la tête du Centaure.	4	203	45	49,1	33	11	25,9A
k à la tête du Centaure.	4.5	204	22	27,0	31	44	31,5A
derni. de la gr. Ourſe	2	204	25	0,8	50	34	11,1B

CATALOGUE *des Aſcenſions droites & Déclinaiſons moyennes des quatre cent principales Etoiles, pour le commencement de* 1750.

(Aſtron. fundam. p. 233. Voyez l'art. 468.)

Noms des Etoiles & Lettres qui les déſignent.	Grandeur.	*Aſcenſion dr. moy. en* 1750. D.	M.	S.	*Déclinaiſon moy. en* 1750. D.	M.	S.
ζ ſur le cheval du Cent.	3	205	1	20,9	46	2	37,8A
ν à la cuiſſe du Bouvier.	3	205	41	32,3	19	39	46,6 B
β à la jambe du Centaure.	1.2	206	36	43,6	59	9	0,0A
δ de l'Octant.	5	207	30	28,0	82	29	9,7A
θ à l'épaule du Centaure	3	208	1	4,5	35	7	33,2A
α ſur la queue du Drag.	3	209	24	22,0	65	34	39,5 B
κ au pied de la Vierge. .	4	209	54	0,1	9	5	41,5A
ι à la queue du Loup. . .	4	210	52	59,1	44	53	12,7A
α du Bouvier, *Arctūrus*	1	211	3	59,0	20	29	39,3B
λ au pied de la Vierge. .	4	211	24	21,1	12	12	23,4A
ν ſur le boucl. du Cent.	2.3	214	56	12,1	41	2	29,1A
γ à l'épaule du Bouvier.	3	215	29	53,0	39	24	50,5 B
α du Compas.	3.4	215	39	50,9	63	51	45,9A
α du Centaure, précéd.	4	215	42	3,5	59	47	23,7A
α au pied du Centaure. .	1	215	42	28,6	59	47	7,5A
α au pied du Loup. . . .	3	216	21	48,9	46	17	39,7A
ζ au pied du Bouvier. .	3	217	18	12,2	14	48	57,3 B
ε à la cuiſſe du Bouvier. .	3	218	31	1,6	28	8	31,7 B
α ≙ Baſſin auſtral. . . .	2.3	219	16	23,1	14	59	8,3A
β au pied du Loup. . . .	3	220	34	12,3	42	6	13,8A
χ à la main du Centaure.	3	220	45	12,3	41	4	45,3A
π à la cuiſſe du Loup. . .	4	222	3	43,4	46	2	57,7A
γ à la Serre du ♏. . . .	3.4	222	22	31,1	24	16	50,0A
β de la petite Ourſe. . .	3	222	55	55,0	75	10	51,2B
β à la tête du Bouvier. .	3	223	7	55,9	41	23	18,7B
γ du Triangle auſtral. . .	3.4	224	0	9,9	67	43	30,1A
β ≙ Baſſin boréal. . . .	2.3	225	53	51,9	8	26	28,7A
δ épaule du Loup.	3.4	226	16	2,0	39	43	9,1A
δ épaule du Bouvier. . .	3	226	21	23,0	34	15	43,7B
ε ſur le ventre du Loup. .	3.4	226	27	25,6	43	45	55,3A
γ de la pet. Ourſe, préc.	4	229	22	24,0	72	43	56,9B
γ à l'épaule du Loup. . .	3	229	38	42,1	40	18	4,1A
ι à la queue du Dragon.	3.4	229	50	57,6	59	51	0,7B
γ de la pet. Ourſe, ſuiv.	3	230	19	55,0	72	43	27,9B
γ ≙ ſur le Baſſin boréal.	4	230	23	45,2	13	56	7,0A
δ au cou du Serpent. . .	3	230	43	8,6	11	23	32,3B
α de la Couronne bor. .	2.3	231	1	37,3	27	34	21,5B
α au cou du Serpent. . .	2.3	232	59	41,4	7	13	54,3B
β du Triangle auſtral. .	3	233	20	44,1	62	37	32,0A
β au cou du Serpent. . .	3	233	39	51,8	16	13	20,0B
μ du Serpent.	4	234	8	59,0	2	38	39,1A
ε au cou du Serpent. . .	3.4	234	35	30,6	5	15	0,6B
ζ au pied du ♏.	4	235	22	42,3	28	27	32,7A
π au front du ♏.	3.4	235	56	45,5	25	22	13,9A
γ au cou du Serpent. . .	3	236	13	53,4	16	29	43,5B
δ au front du ♏.	3	236	23	58,7	21	53	14,3A
β au front du ♏.	2	237	44	11,2	19	5	52,9A
ρ au front du ♏.	4	239	15	4,3	18	47	17,0A
θ à la queue du Dragon.	3.4	239	18	32,7	59	14	23,8B
δ à la main d'Ophiucus.	3	240	19	0,5	3	1	45,4A
ε à la main d'Ophiucus.	3	241	16	50,5	4	3	36,8A
σ ♏ près du Cœur. . . .	3.4	241	30	39,2	24	57	59,1A
γ au bras d'Hercule. . .	3	242	43	26,7	19	45	32,2B
α du Scorpion, *Antares*	1	243	31	55,1	25	51	6,5A
β à l'épaule d'Hercule. .	3	244	52	25,4	22	3	10,1B
ρ ♏. près du Cœur. . . .	3.4	245	5	31,4	27	40	11,2A
ν à la queue du Dragon.	3.4	245	9	42,3	62	5	6,5B
α du Triangle auſtral. . .	2.3	245	37	11,4	68	31	22,5A
ζ au genou d'Ophiucus.	2.3	245	51	18,7	10	2	14,1A
ζ ſur le côté d'Hercule. .	3.4	247	58	3,5	32	4	20,2B
ε ♏. ſur le prem. Nœud. .	3	248	30	19,2	33	48	39,2A
ν ſur les reins d'Hercules	3.4	248	34	56,7	39	24	49,1B
μ ♏. ſur le ſecond Nœud.	3	248	44	56,5	37	35	17,9A
ζ ♏. ſur le troiſ. Nœud.	3	249	15	49,4	41	54	0,8A
ζ de l'Autel ſur le foyer. .	4	249	30	43,4	55	33	31,0A
ε de l'Autel ſur le foyer.	4	249	56	18,0	52	44	23,1A
ε ſur le côté d'Hercule. .	3	252	40	49,5	31	18	45,4B
ν ♏. ſur le 4e. Nœud. . .	3.4	253	34	32,6	42	52	38,7A
ν au genou d'Ophiucus.	2.3	254	0	56,0	15	23	25,9A
α à la tête d'Hercule. . .	2.3	255	48	46,5	14	41	46,4B
γ de l'Autel ſur le foyer.	3.4	256	6	24,0	56	6	18,5A
β de l'Autel ſur le foyer.	3.4	256	8	48,3	55	15	16,7A
δ à l'épaule d'Hercule. .	3	256	26	32,5	25	9	8,2B
θ au pied d'Ophiucus. . .	3	256	40	13,8	24	43	17,2A
δ de l'Autel ſur le foyer.	3.4	257	9	15,3	60	26	2,3A
α de l'Autel ſur le milieu	3	258	8	25,4	49	38	31,1A
υ ♏. ſur le Dard.	3.4	258	27	2,0	37	3	55,4A
λ ♏. ſur le Dard.	2.3	259	9	59,3	36	53	28,0A
θ ♏. ſur le cinq. Nœud. .	2.3	259	50	51,6	42	48	23,2A
ν à la queue du Paon. . .	4	260	19	9,8	64	33	26,2A
α à la tête d'Ophiucus. .	2.3	260	50	3,1	12	45	49,2B
β œil du Dragon. . . .	3	261	12	2,2	52	29	49,8B
κ ♏. ſur le ſept. Nœud. .	2.3	261	18	18,1	38	52	14,4A
ι ♏. ſur le ſixieme Nœud	3	262	31	57,3	39	59	49,0A
β à l'épaule d'Ophiucus.	3	262	46	54,8	4	41	42,3B
γ à l'épaule d'Ophiucus	3	263	50	37,5	2	49	30,2B
μ ſur le bras d'Hercule. .	3.4	264	10	6,8	27	53	7,4B
ζ à la queue du Serpent.	4	266	49	22,4	3	38	53,7A
θ au genou d'Hercule. .	3	266	55	12,9	37	17	57,4B
γ ↦. précédente. . . .	4	267	15	55,6	29	33	42,7A
γ ↦. ſuivante.	3.4	267	26	22,2	30	23	50,8A
γ ↦. à la tête du Dragon	3	267	41	59,5	51	31	42,8B
μ ↦. ſur l'arc du S. . .	4	269	42	18,1	21	5	53,9A
κ ↦. ou β du Téleſcope. .	4	270	10	46,1	36	48	21,7A
δ ↦. à la main.	3	271	14	35,8	29	54	15,4A
ε ↦. ſur l'arc du S. . .	3	271	53	46,6	34	28	15,9A
ν à la queue du Serpent.	3.4	272	5	48,2	2	56	28,5A
α du Téleſcope.	3.4	272	6	25,5	46	4	16,7A
λ ↦. ſur l'arc du S. . .	3	273	8	11,5	25	31	54,9A
ζ au pied du Paon. . . .	4.5	273	25	49,7	71	35	18,8A
α *la Lyre.*	1	277	7	4,2	38	34	1,4B
ζ ↦. ſur la fleche du S. .	3.4	277	30	33,1	27	13	9,8A
σ ↦. ſur l'épaule du S. .	2.3	279	56	19,0	26	34	48,3A
β du loſange de la Lyre. .	2.3	280	12	44,6	33	5	26,6B
θ du Serpent, précéd. .	4	280	56	52,8	3	54	6,3B
δ de la Lyre.	3	281	26	33,8	36	35	51,5B
ζ ↦. ſur le bras du S. . .	3	281	40	15,3	30	12	33,0A
ε à la queue de l'Aigle. .	3.4	282	4	15,0	14	44	58,0B
γ de la Lyre.	3	282	23	51,5	32	21	52,5B
ε ↦. à la tête du S. . . .	4	282	25	21,6	22	4	57,6A

CATALOGUE *des Aſcenſions droites & Déclinaiſons moyennes des quatre cent principales Etoiles, pour le commencement de* 1750.

(Aſtron. fundam. p. 233. Voyez l'art. 468).

Noms des Etoiles & Lettres qui les déſignent.	Grandeur.	*Aſcenſion dr. moy. en* 1750. D.	M.	S.	*Declinaiſon moy. en* 1750. D.	M.	S.
γ ♑. à l'épaule du S. . .	4	282	49	38,9	28	0	31,5A
λ au pied d'Antinous. . .	3.4	283	14	40,0	5	14	4,6A
ξ à la queue de l'Aigle. .	3.4	283	28	48,1	13	30	45,8B
π à la tête du Sagittaire	3	283	43	15,8	21	23	45,6A
β ♑. au pied du S. préc.	3.4	286	9	9,3	44	53	42,4A
β ♑. la ſuivante.	4	286	16	29,7	45	14	13,3A
α ♑. à la jambe du S. . .	3.4	286	37	43,8	41	3	21,5A
δ du Dragon.	3	288	6	19,3	67	13	21,8B
δ ſur l'aile de l'Aigle. .	3	288	13	24,7	2	38	20,2B
β bec du Cygne.	3	290	9	32,6	27	27	6,8B
ι ſur le côté d'Antinous	3.4	290	56	45,0	1	49	8,8A
α de la fleche.	4	292	13	58,0	17	27	29,8B
ι du Paon.	4	292	47	54,6	73	31	24,7A
γ au cou de l'Aigle. . .	3	293	35	27,7	10	1	23,8B
δ à l'aile du Cygne. . .	3	294	17	26,1	44	32	1,4B
α bec de *l'Aigle*.	1.2	294	38	46,9	8	13	45,1B
κ à l'épaule d'Antinous.	3	294	55	58,8	0	23	8,2B
β ſur le bec de l'Aigle. .	3	295	45	30,3	5	48	10,3B
δ du Paon.	3.4	295	58	54,2	66	46	48,6A
θ à la main d'Antinous.	3 4	299	35	57,5	1	32	33,7A
α à la tête du ♑. ſuiv. .	3	301	2	24,3	13	18	0,5A
α œil du Paon.	1.2	301	25	19,9	57	30	25,8A
β ſur la tête du ♑. . . .	3	301	44	3,2	15	33	0,0A
γ ſur la poitr. du Cygne.	3	303	18	47,6	39	28	15,9B
α de l'Indien ſur le trait.	3	304	57	57,4	48	8	15,2A
ε à la queue du Dauphin.	3.4	305	18	53,8	10	28	20,7B
β à l'aile du Paon. . . .	3	305	31	7,5	67	4	5,5A
ξ du Dauphin.	4	305	54	15,1	13	49	53,5B
β du Dauphin.	3	306	27	31,3	13	44	33,2B
α du Dauphin.	3	307	0	20,1	15	2	51,5B
δ du Dauphin.	3.4	307	56	42,1	14	11	37,6B
α queue du Cygne. . . .	2	308	13	36,0	44	23	55,3B
β ſur la poit. de l'Indien	3.4	308	45	51,4	59	22	17,6A
γ du Dauphin.	3.4	308	46	0,0	15	14	23,4B

Noms des Etoiles & Lettres qui les déſignent.	Grandeur.	*Aſcenſion dr. moy. en* 1750. D.	M.	S.	*Déclinaiſon moy. en* 1750. D.	M.	S.
ε ſur l'aile du Cygne. . .	3	309	1	17,7	33	2	53,5B
ζ ſur l'aile du Cygne. .	3.4	315	34	24,0	29	12	53,5B
α du petit Cheval. . . .	4	315	49	32,7	4	13	49,2B
γ ſur le cou du Paon. . .	3.4	316	21	5,8	66	28	14,8A
ε de Pégaſe.	4	317	37	26,6	18	44	55,2B
α épaule de Céphée. . .	3	318	8	38,5	61	32	1,6B
β ſur l'épaule du Verſeau	3	319	35	50,0	6	39	21,8A
β ceinture de Céphée. . .	3.4	321	19	29,7	69	27	59,6B
γ ſur la queue du Capric.	3	321	32	58,0	17	46	40,1A
ε ſur la bouc. de Pégaſe.	3	322	58	17,2	8	44	31,3B
μ à l'aile du Cygne. . .	3.4	323	14	38,1	27	37	28,1B
δ ſur la queue du Capric.	3	323	18	8,2	17	14	53,7A
γ à la tête de la Grue. .	3	324	40	33,9	38	31	28,2A
α à l'aile de la Grue. . .	2	328	5	8,4	48	9	22,4A
α épaule du Verſeau. . .	3	328	14	1,8	1	31	22,3A
α bec du Toucan. . . .	3	330	16	46,4	61	29	32,5A
γ bras du Verſeau. . . .	3	332	11	5,1	2	38	11,1A
β de l'Octant.	5	334	38	59,0	82	40	26,4A
β cuiſſe de la Grue. . .	3	336	54	4,0	48	10	51,7A
ζ ſur le cou de Pégaſe. .	3	337	14	37,3	9	32	8,5B
κ au genou de Pégaſe. .	3	337	49	33,2	28	55	17,5B
λ dans l'eau du Verſeau..	4	339	53	29,1	8	54	6,4A
δ à la jambe du Verſeau.	3	340	20	15,5	17	8	35,2A
α du Poiſ. auſt. *Fomahant*	1	340	56	42,2	30	56	21,7A
ι ſur la chaine d'Andr.	3 4	342	36	49,5	40	59	15,6B
β à la cuiſſe de Pégaſe. .	2	342	55	11,7	26	43	55,7B
α aile de Pégaſe.	2	343	4	47,5	13	51	59,1A
φ dans l'eau du Verſeau.	4.5	345	20	29,9	7	23	29,5A
γ à la tête du Toucan. .	4	345	39	57,1	59	35	58,1A
γ au pied de Céphée. . .	3.4	352	19	20,0	76	14	11,0B
γ de l'Octant.	5	354	8	43,0	83	24	25,0A
α tête d'Andromede. . .	2	358	52	40,9	27	42	35,4B
β ſur la chai. de Caſſiopée	2,3	358	59	40,5	57	46	12,4B

CATALOGUE *des Longitudes & Latitudes des cent trente principales Etoiles pour le mois de Janvier 1750, observées par M. l'Abbé* DE LA CAILLE.

(Aſtron. fondam. p. 238. Voyez l'art. 468).

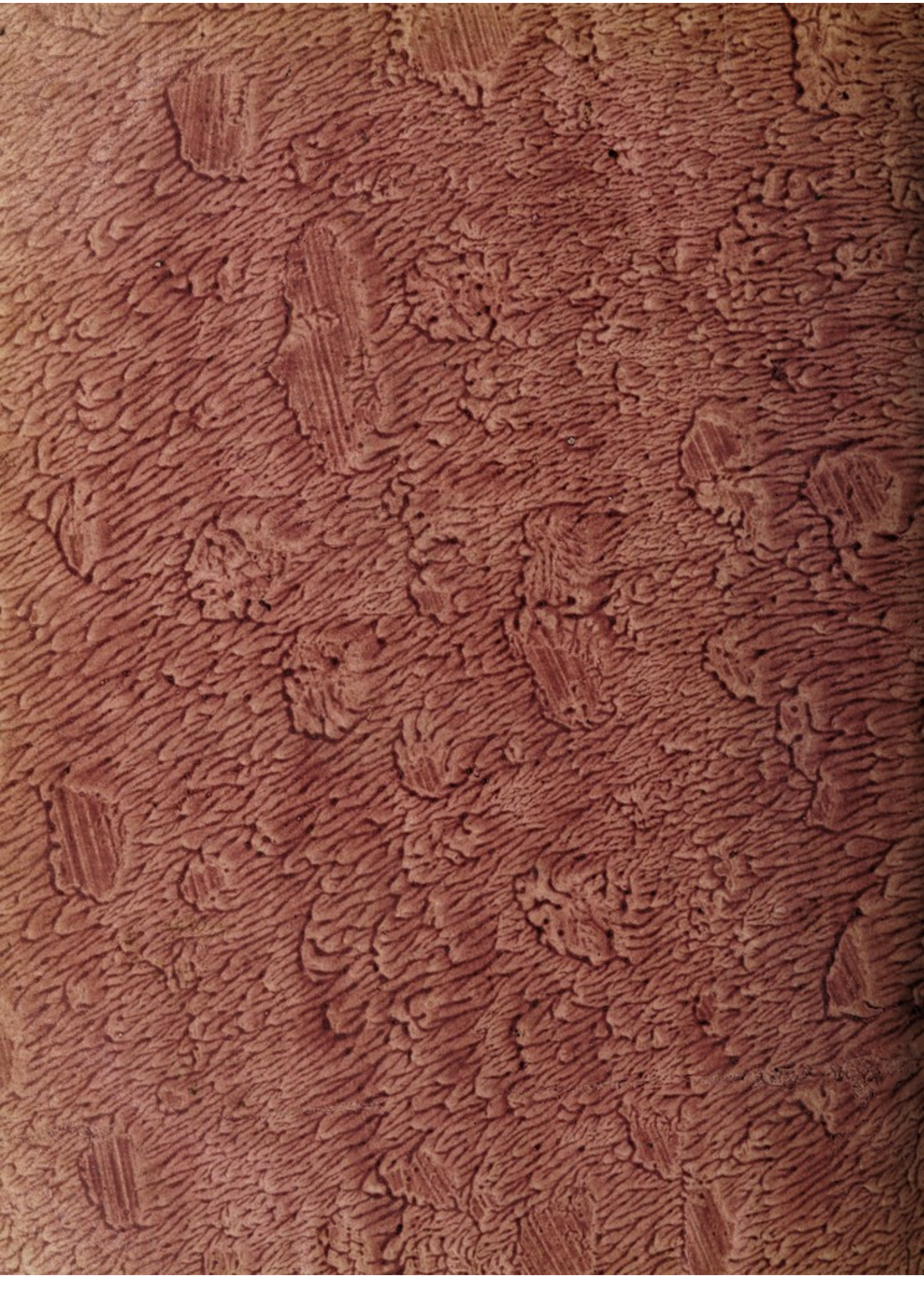
La Longitude augmente de 8′ 23″, 4 en dix ans.

Noms des Etoiles.	Grand.	*Longitudes.*				*Latitudes.*			*Noms des Etoiles.*	Grand.	*Longitudes.*				*Latitudes.*		
		S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.			S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.
γ de Pégaſe, *Algenib*. .	2	0	5	40	25,5	12	35	38,5B	γ de ♑. Ane boréal. .	4	4	4	3	12,2	3	10	21,5B
α tête d'Andromede. .	2	0	10	49	43,3	25	41	5,7B	δ de ♑. Ane auſtral. . .	4	4	5	13	46,2	0	4	17,7B
δ épaule d'Andromede. .	3	0	18	19	43,4	24	20	50,5B	α ſerre auſt. de l'Ecrev.	5	4	10	8	55,8	5	5	56,1A
α des poiſ. au N. du Lien	3	0	25	53	2,0	9	4	36,3A	α de la grande Ourſe. . .	2	4	11	40	58,0	49	40	4,6B
β ceinture d'Andromede	2	0	26	54	58,5	25	56	19,0B	β de la grande Ourſe. .	2	4	15	54	43,2	45	6	31,3B
γ la pr. étoile du Bélier.	4	0	29	41	36,8	7	9	19,2B	ε œil du Lion.	3	4	17	12	44,0	9	41	53,0B
β corne du Bélier. . . .	3	1	0	28	40,3	8	28	44,5B	ε ſur le pied pré. du Lion	4	4	20	46	1,8	3	46	0,3A
β à la chaiſe de Caſſiopée	2	1	1	37	22,5	51	13	42,0B	α cœur de l'Hydre. . . .	2	4	23	48	20,7	22	23	47,8A
α au front du Bélier. . .	3	1	4	10	4,3	9	57	31,2B	κ ſur le cou du Lion. . .	3	4	24	24	36,7	4	51	9,1B
α du Caſſiopée, *Schedir.*	3	1	4	18	52,5	46	36	18,0B	γ ſur le cou du Lion. . .	3	4	26	5	38,4	8	48	13,8B
γ à la ceint. de Caſſiopée	3	1	10	27	41,2	48	47	33,5B	α cœur du Lion, *Regulus*	1	4	26	21	12,3	0	27	32,9B
γ pied d'Andr. *Alamac.*	2	1	10	44	37,3	27	47	14,6B	γ de la grande Ourſe. . .	2	4	26	56	42,0	47	7	23,5B
α mâchoire de la Baleine	2	1	10	49	39,8	12	36	16,1A	δ de la grande Ourſe. . .	2	4	27	31	37,8	51	38	13,8B
δ au genou de Caſſiopée	3	1	14	26	10,9	46	23	32,6B	ζ ſur le ventre du Lion. .	4	5	2	53	50,2	0	8	30,5B
ε à la jambe de Caſſiopée	3	1	21	17	16,5	47	31	23,1B	ε de la grande Ourſe. .	2	5	5	23	31,3	54	18	15,8B
β de Perſée, *Algol*. . .	2	1	22	41	0,0	22	24	3,5B	δ Cuiſſe du Lion.	3	5	7	48	6,7	14	19	48,4B
b des Pléiades, *Electra*.	5	1	25	55	25,7	4	10	25,9B	θ ſur le dos du Lion. . .	3	5	9	55	34,7	9	40	30,6B
κ des Pléiades, *Alcyone*.	3	1	26	30	2,8	4	1	33,6B	ζ de la grande Ourſe. . .	2	5	12	8	12,3	56	22	4,0B
γ à l'épaule de Perſée .	3	1	26	32	26,8	34	30	6,7B	β queue du Lion. . . .	2	5	18	8	54,4	12	17	12,7B
f des Pléiades, *Atlas*. .	5	1	26	51	56,1	3	53	31,1B	κ de la grande Ourſe. . .	2	5	23	24	33,4	54	23	45,6B
α ceinture de Perſée. .	2	1	28	35	59,0	30	5	51,5B	β aile bor. de la Vierge.	3	5	23	37	6,2	0	41	35,4B
δ à la cuiſſe de Perſée. .	3	2	1	18	52,5	27	16	30,6B	κ aile auſt. de la Vierge.	3	6	1	20	36,4	1	22	31,2B
ε genou de Perſée. . . .	3	2	2	11	25,0	19	5	11,7B	ε ſur l'aile bor. de la ♍. .	3	6	6	27	27,2	16	13	12,8B
γ au nez du Taureau. . .	3	2	2	18	22,3	5	45	31,0A	γ ſur la ceint. de la ♍. .	3	6	6	41	9,7	2	48	56,1B
δ du Taureau, précéd.	3	2	3	22	22,4	3	59	43,8A	δ ſur la ceint. de la ♍. .	3	6	7	59	41,8	8	38	28,9B
δ du Taureau, ſuivant. .	4	2	3	37	50,5	4	8	14,8A	θ ſur l'aile auſt. de la ♍.	3	6	14	44	52,5	1	45	38,0B
ε œil boréal du Taureau.	3	2	4	57	58,5	2	35	33,8A	ζ ſur la ceint. de la ♍...	3	6	18	39	31,6	8	39	21,2B
Aldebaran.	1	2	6	17	44,8	5	29	0,4A	α *l'épic de la Vierge*. . .	1	6	20	21	18,0	2	2	5,2A
β d'Orion, *Rigel*. . . .	1	2	13	20	23,4	31	9	13,2A	α du Bouvier, *Arcturus*. .	1	6	20	44	46,0	30	54	30,7B
γ à l'épaule d'Orion. . .	2	2	17	27	22,8	16	50	53,3A	β du Navire. . . .	1	6	28	35	36,0	72	12	23,3A
α du cocher, *la Chevre*. .	1	2	18	21	51,5	22	51	42,8B	κ au pied de la Vierge. .	4	7	1	0	20,6	2	55	36,8B
δ ceinture d'Orion. . .	2	2	18	52	30,0	23	35	2,0A	λ au pied de la Vierge. .	4	7	3	27	49,6	0	30	39,8B
β corne bor. du Taureau	2	2	19	4	52,5	5	21	55,6B	α au pied de la Croix. . .	1	7	8	25	4,0	52	51	5,5A
ε ſur le baud. d'Orion. .	2	2	19	58	31,5	24	32	18,5A	α de la Couronne bor. .	2	7	8	46	7,0	44	21	4,4B
ζ ſur le baud. d'Orion. .	2	2	21	11	47,1	25	19	31,8A	α baſſin auſt. de la ♎. .	2	7	11	35	52,0	0	21	54,8B
ζ corne auſt. du Taureau	3	2	21	17	36,2	2	13	31,4A	β baſſin bor. de la ♎. .	3	7	15	53	7,5	8	31	35,9B
α *Etoile polaire*. . . .	2	2	25	4	12,0	66	4	21,0B	α ſur le cou du Serpent. .	3	7	18	34	8,5	25	31	54,2B
α épaule d'Orion. . . .	1	2	25	15	50,2	16	3	32,3A	γ ſur le baſſin b. de la ♎	4	7	21	38	35,6	4	24	47,1B
κ des gem. pied de Caſtor	3	2	29	56	55,4	0	55	4,8A	α au pied du Centaure.	1	7	26	20	18,0	42	30	18,6A
μ des gem. pied de Pollux	3	3	1	48	20,7	0	50	37,2A	δ la moy. au front du ♏.	3	7	29	4	56,4	1	57	14,7A
γ des gem. jambe de Pol.	3	3	5	36	37,7	6	46	12,7A	π l'auſt. au fr. du ♏. . .	3	7	29	27	7,1	5	26	33,4A
ε des gem. genou de Caſt.	3	3	6	26	56,3	2	2	18,6B	β la luiſan. au fr. du ♏.	2	7	29	42	2,5	1	2	24,4B
α du grand Chien, *Syrius*	1	3	10	38	22,0	39	32	58,5A	σ au cœur du Scorpion.	4	8	4	18	41,7	4	0	10,0A
ζ des gem. gen. de Pollux	3	3	11	29	52,3	2	4	6,1A	α du Scorpion, *Antares*	1	8	6	16	28,2	4	32	11,7A
α du Navire, *Canopus*. .	1	3	11	30	39,6	75	51	20,8A	τ au cœur du Scorpion. .	4	8	7	58	7,7	6	5	7,5A
α des gem. tête de Caſtor	2	3	16	45	31,6	10	4	32,8B	α tête d'Hercule.	2	8	12	39	25,4	37	19	0,3B
β du petit Chien. . . .	3	3	18	42	32,1	13	30	37,4A	κ au genou d'Ophiucus.	3	8	14	28	37,5	7	13	23,2B
β des gem. tête de Poll.	2	3	19	45	55,8	6	40	0,4B	θ au pied d'Ophiucus. .	3	8	17	54	19,6	1	48	29,3A
α du pet. Chien, *Procyon*	1	3	22	20	14,0	15	58	9,3A	α à la tête d'Ophiucus. .	2	8	18	56	41,7	35	53	2,1B
β pied auſt. de l'Ecreviſſe	4	4	0	46	26,6	10	18	32,0A	γ à la fleche du Sagit. pr.	4	8	27	36	29,0	6	6	45,4A

CATALOGUE *des Longitudes & Latitudes des cent trente principales Etoiles pour le 1 Janvier 1750, observées par M. l'Abbé* DE LA CAILLE. (Voyez l'art. 468).

Noms des Etoiles.	Grand.	Longitudes. S.	D.	M.	s.	Latitudes. S.	D.	M.
γ du Sagittaire, ſuivante	3	8	27	46	31,3	6	56	43,1A
μ ſur l'arc du Sagittaire	4	8	29	43	28,5	2	22	23,8B
δ ſur la main du Sagitt..	3	9	1	5	4,4	6	26	23,2A
λ ſur l'arc du Sagittaire.	3	9	2	49	54,9	2	5	26,9A
φ ſur la fleche du Sagit.	3	9	6	41	21,6	3	55	19,0A
σ à l'épaule du Sagittaire	3	9	8	53	42,5	3	24	53,8A
ζ au bras du Sagittaire..	3	9	10	8	52,0	7	8	52,7A
τ à l'épaule du Sagittaire	4	9	11	20	54,2	5	2	29,2A
ε à la tête du Sagittaire,	4	9	11	29	59,2	0	53	38,5B
α *de la Lyre.*	1	9	11	48	36,7	61	44	49,8B
π à la tête du Sagittaire	3	9	12	45	47,4	1	28	7,4B
α aile du Paon.	2	9	20	18	59,5	36	14	1,5A
α *de l'Aigle.*	1	9	28	15	1,7	29	18	46,0B
α tête du Capricorne. . .	3	10	0	21	59,0	6	57	19,3B
β à la tête du Capric. .	3	10	0	33	20,6	4	36	53,4B
γ à la queue du Capric..	3	10	18	17	10,4	2	32	2,1A
β à l'épaule du Verſeau..	3	10	19	54	38,6	8	37	58,3B
δ à la queue du Capric. .	3	10	20	2	28,5	2	33	34,7A
α à l'épaule du Verſeau.	3	10	29	52	4,5	10	40	29,5B
Bouc. du p. a. *Fomahant*	1	11	0	20	32,7	21	6	13,4A
α queue du Cygne. . . .	2	11	1	53	21,6	59	55	6,4B
γ bras du Verſeau. . . .	3	11	3	13	18,0	8	14	54,6B
δ jambe du Verſeau. . . .	3	11	5	22	55,7	8	10	52,6B
λ dans l'eau du Verſeau.	4	11	8	5	13,8	0	22	52,0A
α de l'Eridan, *Achernar*	1	11	11	45	47,0	59	22	4,2A
α tête du Phœnix. . . .	2	11	11	58	53,6	40	35	48,0A
φ dans l'eau du Verſeau.	5	11	13	39	6,5	1	2	3,2A
α aile du Pégaſe.	2	11	20	0	12,2	19	24	46,0B
β à la cuiſſe de Pégaſe. .	2	11	25	52	58,3	31	8	11,7B
β queue de la Baleine. .	2	11	29	3	58,2	20	47	2,4A

TABLE *des Réfractions ſuivant* M. BRADLEY. (Voyez l'art. 1739).

Haut. appar. D.	M.	Réfract. D.	M.	Haut. appar. D.	M.	Réfract. D.	M.	Haut. appar. D.	M.	Réfract. D.	M.	Haut. appar. D.	M.	Réfract. D.	M.	Haut. appar. D.	M.	Réfract. M.	S.	Haut. appar. D.	M.	Réfract. M.	S.
0	0	33	0,0	4	0	11	51,1	8	30	6	8,0	15	30	3	23,7	36	0	1	18,5	63	0	0	29,1
0	5	32	10,4	4	10	11	28,9	8	40	6	1,3	16	0	3	16,9	37	0	1	15,7	64	0	0	27,8
0	10	31	22,2	4	20	11	7,9	8	50	5	54,8	16	30	3	10,5	38	0	1	13,0	65	0	0	26,5
0	15	30	35,4	4	30	10	48,0	9	0	5	48,5	17	0	3	4,5	39	0	1	10,4	66	0	0	25,3
0	20	29	49,7	4	40	10	29,2	9	10	5	42,4	17	30	2	58,9	40	0	1	7,9	67	0	0	24,1
0	30	28	22,3	4	50	10	11,3	9	20	5	36,5	18	0	2	53,6	41	0	1	5,5	68	0	0	22,9
0	32	28	4,8	5	0	9	54,3	9	30	5	30,9	18	30	2	48,6	42	0	1	3,3	69	0	0	21,7
0	36	27	30,3	5	10	9	38,2	9	40	5	25,4	19	0	2	43,9	43	0	1	1,1	70	0	0	20,6
0	40	26	59,7	5	20	9	22,8	9	50	5	20,0	19	30	2	39,4	44	0	0	59,0	71	0	0	19,5
0	50	25	41,8	5	30	9	8,0	10	0	5	14,8	20	0	2	35,1	45	0	0	57,0	72	0	0	18,4
1	0	24	28,6	5	40	8	54,0	10	15	5	7,3	20	30	2	31,0	46	0	0	55,0	73	0	0	17,3
1	10	23	19,8	5	50	8	40,6	10	30	5	0,1	21	0	2	27,2	47	0	0	53,1	74	0	0	16,2
1	20	22	15,2	6	0	8	27,8	10	45	4	53,2	21	30	2	23,6	48	0	0	51,2	75	0	0	15,1
1	30	21	14,7	6	10	8	14,9	11	0	4	46,6	22	0	2	20,3	49	0	0	49,4	76	0	0	14,0
1	40	20	17,9	6	20	8	2,8	11	15	4	40,3	23	0	2	13,7	50	0	0	47,6	77	0	0	13,0
1	50	19	24,8	6	30	7	51,1	11	30	4	34,3	24	0	2	7,4	51	0	0	45,9	78	0	0	12,0
2	0	18	35,0	6	40	7	40,3	11	45	4	28,6	25	0	2	1,6	52	0	0	44,2	79	0	0	11,0
2	10	17	48,4	6	50	7	30,2	12	0	4	23,2	26	0	1	56,2	53	0	0	42,6	80	0	0	10,0
2	20	17	4,5	7	0	7	20,5	12	20	4	16,1	27	0	1	51,2	54	0	0	41,1	81	0	0	9,0
2	30	16	23,8	7	10	7	11,1	12	40	4	9,4	28	0	1	46,6	55	0	0	39,6	82	0	0	8,0
2	40	15	45,4	7	20	7	2,1	13	0	4	3,0	29	0	1	42,4	56	0	0	38,2	83	0	0	7,0
2	50	15	9,4	7	30	6	53,4	13	20	3	56,9	30	0	1	38,4	57	0	0	36,8	84	0	0	6,0
3	0	14	35,6	7	40	6	45,1	13	40	3	51,1	31	0	1	34,6	58	0	0	35,5	85	0	0	5,0
3	10	14	3,9	7	50	6	37,1	14	0	3	45,5	32	0	1	31,0	59	0	0	34,2	86	0	0	4,0
3	20	13	34,1	8	0	6	29,4	14	20	3	40,1	33	0	1	27,6	60	0	0	33,0	87	0	0	3,0
3	30	13	6,2	8	10	6	22,0	14	40	3	34,9	34	0	1	24,4	61	0	0	31,7	88	0	0	2,0
3	40	12	39,6	8	20	6	14,8	15	0	3	29,9	35	0	1	21,4	62	0	0	30,4	89	0	0	1,0
3	50	12	14,6	8	30	6	8,0	15	30	3	23,7	36	0	1	18,5	63	0	0	29,1	90	0	0	0,0

FIN DES TABLES.