MATHEMATISCHE ABHANDLUNGEN VERMISCHTEN INHALTS.

I.

Wie kann man wiſſen, daſs ein Thiergen in einer Secunde den Fuſs tauſendmal bewegt hat?

II.

Es wird ein gewiſſes Stück eines Ganzen genommen; nachdem dieſes vom Ganzen iſt abgezogen worden, ein anderes Stück des Reſtes; wie viel betragen beyde Stücke zuſammen?

III.

Wenn Kupfer gegen Silbergeld verkauft wird, wie verhalten ſich die Werthe gleicher Gewichte von Kupfer und Silber?

IV.

Wenn man einen Stein in einen Brunnen fallen läſſet, kann man aus der Zeit, zwiſchen dem Augenblicke, da man den Stein fallen läſſet, und dem, da man den Schall hört, die Tiefe des Brunnens berechnen?

V.

Raum eines Sackes, der aus zween von gleicher Länge gemacht wird.

VON

ABRAHAM GOTTHELF KÄSTNER,

K. U. K. HOFRATH U. PROF. IN GÖTTINGEN.

ERFURT, 1794

bey GEORG ADAM KEYSER.

I.

Wie kann man wissen, dass ein Thiergen in einer Secunde den Fuss tausendmal bewegt hat?

Es wird, als eine Erfahrung des Herrn *de l'Isle*, angeführt von *Wolf*, *Specimen Physicae ad Theolog. nat. applicatae*, §. 37. in *Thümmig*, *Meletemata varii et rarioris argumenti* (1727) p. 366.

Wolf erklärt die Sache nicht weiter, und weil 1000 sich in einer Secunde nicht *zählen* läſst, so schlug ich die Stelle in der *Hist. de l'Ac. des Sc. VIII.* nach, auf welche *W.* verweiſst.

Es ist in der *Histoire* der 6. Art. der *Physique Générale* 23. S. der holländischen Ausgabe. Die Erzählung heiſst so:

"Hr. *de l'Isle* beobachtete eine Fliege *(moucheron)*, die so klein war, daſs man sie fast nicht sah; sie durchlief auf dem Papiere fast 3 Zoll in einer halben Secunde. Sie war so klein, daſs man annehmen durfte, ihre Fuſssohlen *(pattes)* setzten sich nach und nach auf alle den Raum, welchen sie durchlief, und wie es dem Hrn. *de l'Isle* schien, als betrüge die Gröſse dieser Fuſssohlen $\frac{1}{15}$ einer Linie, so machte das Thierchen, in der Länge einer Linie 15 Schritte, oder 15 Bewegungen, also 540 in der Länge von 3 Zollen. Wie viel Biegsamkeit gehört nicht dazu, einen Fuſs, mehr als 500mal in einer halben Secunde zu bewegen, mehr als 1000mal in einem unsrer

Pulsschläge! Es ist wahr, dass, vermöge eines sehr schwachen Vergrösserungsglasses, das Insekt zween Flügel zu haben schien; aber man bemerkte nicht, dass es sich derselben bediente."

Also wurden die 1000 Bewegungen in einer Secunde nicht *gezählt*, sondern *geschlossen*. Und, *wir* können die Secunde nicht in so viel Theile theilen; nur wissen wir, dass ein Geschöpf *so viel* Bewegungen in einer Secunde macht.

Ich sage nicht, dass es die Secunde in so viel Theile *theilt*. Wie tief stünde da nicht unter ihm der Astronome!

Es mag sich seiner Bewegungen bewusst seyn; aber, dass es weiss, wie viel es Bewegungen gemacht habe, wenn es von einer Gränze seiner Laufbahn bis zur andern gekommen ist; dass es auf einem Wege von 6 Zollen 1000 Schritte zählte, lässt sich nicht denken, denn auch ein Ingenieur traut sich nicht, wenn er eine Linie abschreitet, 1000 seiner Schritte blos in Gedanken fortzuzählen, bedient sich sinnlicher Zeichen, gewisse Mengen dieser Schritte anzumerken, dergleichen das Thier nicht hat.

Bey einer Uhr, welche die Zeit bis auf Tertien eintheilt, rückt der Tertienweiser innerhalb einer Secunde, um 60 Winkel fort, jeder 6 Grad. Man kann aber diese 60 Fortrükungen nicht einzeln zählen; selbst, wenn man ihn bey einem Versuche hemmt, so verstreichen zwischen dem Gedanken ihn zu hemmen, und der Bewerkstelligung, immer 3 bis 5 Tertien.

Ich glaube also, wir können in einer Secunde nicht wohl mehr, als zwölf Handlungen vornehmen, deren jeder wir uns einzeln bewusst sind, das ist: die Secunde in nicht mehr, als zwölf Theile theilen.

Den

Den Musikern überlasse ich, wie viel Töne sie in einer gegebenen Zeit hervorzubringen wissen; wie viel Schwingungen eine Saite in einer Secunde macht, wird, bekanntermaſsen, auch nicht *gezählt*, sondern *berechnet*.

Wolfs Folgerung aus *de l'Isles* Beobachtung ist: Von der kleinen Zeit eines Pulsschlages, läſst sich der tausendste Theil angeben; also ist auſser allem Streite, daſs wir die Stunde in 3600000 Theile, die sich angeben lassen, theilen können, *horam in 3600000 partes adsignabiles a nobis dividi posse.* Das *wir; a nobis*, gebe ich *Wolfen* nicht zu. *Wir* können nur einsehen, daſs sich so viel Theile angeben lassen; aber *abtheilen* können wir sie nicht.

Ohne Zweifel war das selbst *Wolfs* Meinung, nur anders ausgedruckt.

Wenigstens ist, was ich sage, seiner Absicht am dienlichsten; trägt etwas bey, Begriffe, so gut als menschliche seyn können, von dem Geiste zu geben, der Alles gemacht hat und erhält, also auf einmal erkennt, was wir nach einer langen Reihe von Schlüssen entdecken.

II.

Es wird ein gewisses Stück eines Ganzen genommen: Nachdem dieses vom Ganzen ist abgezogen worden, ein anderes Stück des Restes. Wie viel betragen beyde Stücke zusammen?

1.

Das Ganze heiſse a; man lasse m, n ein Paar eigentliche Brüche bedeuten. Das erste der genannten Stücke sey $= m.a$; so ist der Rest $= a.(1-m)$ und das zweyte Stück $= a.(1-m)n$.

2. Alſo beyde zuſammen $= a. (m + n - m. n)$.

3. Weil m und n auf einerley Art in dem Ausdrucke ſind, ſo iſt es gleichviel, ob man wie in (1) verfährt, oder zuerſt n. a nimmt, dann a. (1 — n): m.

4. Nach den Bergrechten gehört dem Stöllner das Neuntheil und dem Bergherrn das Zehntheil. Kömmt alſo beydes zuſammen, ſo iſt $m = \frac{1}{9}$; $n = \frac{1}{10}$ und $m + n - m. n = \frac{18}{90} = 0, 2$.

5. Dieſe Bemerkung bey Rechnungen, die ich in Bergbüchern fand, veranlaſste mich zu der Formel.

6. Z. E. in *Löhneyſs* Bericht vom Bergwerk ſteht in einer Rechnung 288 Seite, von $606\frac{1}{4}$ Centner Bley zum 9 und 10, $121\frac{1}{4}$.

Nämlich 606, 25. 0, 2 = 121, 250, genau wie angegeben wird.

7. Weil in den Rechnungen beym *Löhneyſs* immer das 9 und 10. zuſammen angegeben worden; ſo iſt vermuthlich beydes zuſammen durch die Multiplication mit $\frac{2}{10}$ gefunden worden. Nur haben ſich vielleicht nicht allemal die Rechner die Mühe genommen, ſcharf zu rechnen. So ſteht 287 S. von $252\frac{3}{4}$ Centn. Glöt, zum 9 und 10, 50; aber 252, 75. 0, 2 = 50, 550

8. Damals waren leichtere Ausdrückungen und Bearbeitung der Zahlen nicht ſehr bekannt; man ſcheute alſo die Mühe ſcharfer Rechnungen, und verrechnete ſich auch leicht. Das letzte ſcheint mir auf erwähnten Buches 304. Seite geſchehen zu ſeyn.

Unter Silber ſteht	537 Mk.	2 Qu.
Davon zum 9.	59 —	2 —
und zum 10.	53 —	1 —
Summa zum 9 und zum 10.	112 —	3 —

Die

Die Summa des 9 und 10. ist richtig; wie aber die 9 und 10. selbst sind, wird jeder leicht berechnen.

9. Die Prüfung einer solchen alten Rechnung wäre sehr unnütz. Aber nützlich ist es doch wohl, bey solchen Gelegenheiten die Vortheile zu zeigen, welche die bessere Rechenkunst gewähret.

III.

Wenn Kupfer gegen Silbergeld verkauft wird, wie verhalten sich die Werthe gleicher Gewichte von Kupfer und Silber?

1.

Im Silbergelde ist auch Kupfer; wer also für ein Pfund Kupfer ein gewisses Gewicht Silbergeld giebt, — natürlich weniger, als ein Pfund — der giebt darunter auch Kupfer mit. Das Gewicht des Kupfers, das er mit giebt, ziehe ich von dem Pfunde, das er kauft, ab, so bleibt ein gewisses Gewicht feines Silbers übrig, das giebt er für 1 Pfund, weniger etwas, Kupfer.

2. Nun hat das Silbergeld einen gewissen Werth im gemeinen Leben, gilt eine gewisse Menge von Theilen des Thalers. Für diesen Werth bekömmt man 1 Pfund, weniger etwas, Kupfer.

3. Das *feine* Silber, in diesem Silbergelde, hat ein gewisses Gewicht. So viel Gewicht Silber giebt man für 1 Pfund, weniger etwas, Kupfer.

4. Dieses Gewicht Silber, und das Pfund, weniger etwas, Kupfer, werden gegen einander vertauscht, folglich am *innern* Werthe — nicht dem, den Prägung, Handel u. s. w. geben — gleich gesetzt.

5. Dar-

5. Daraus alſo iſt zu berechnen, wie ſich die innern Werthe gleicher Gewichte, Pfunde z. E., von Kupfer und feinem Silber verhalten.

6. Ich dachte an dieſe Frage ſchon bey den Rechnungen zum Münzweſen, die ich im XII. Kap. meiner Fortſetzung der Rechenkunſt vortrage. Da man den Werth des Silbergeldes nach dem Gehalte an feinem Silber rechnet, und das Kupfer doch nicht ganz umſonſt hat; ſo wünſchte ich zu entdecken, wie jene Rechnung mit dem Werthe des Zuſatzes an Kupfer zuſammen hängt. Einiges dahin Gehöriges findet ſich in erwähntem XII. Kap. 95 — 100. §. Ich konnte damals nichts erfahren, das mich wegen meiner Hauptabſicht befriedigte.

7. In einer Kirchenrechnung fand ich, daſs die Klingelbeutelpfennige nach dem Pfunde verkauft wurden. Das erinnerte mich wiederum an dieſe Frage: da bey dieſem Verkaufe natürlich auf die Prägekoſten nicht geſehen wird.

8. Die Rechnung ſtellte ich folgendergeſtalt an:

9. Man kauft die Mark Kupfer um m Thaler Silbergeld, oder $\frac{3}{2}$ m Gulden. Der Buchſtabe wird begreiflich einen Bruch bedeuten.

10. Das Silbergeld iſt aus f löthigem Silber geprägt, die Mark fein zu h Thalern = $\frac{3}{2}$ h Gulden.

11. So giebt die rauhe Mark dieſes Silbers $\frac{f.\,h}{16}$ Thaler, und 1 Thaler wiegt $\frac{16}{f.\,h}$ Mark.

Dieſes, wie in meiner Fortſetzung der Rechenkunſt XII. Kap. 18. §. 463. Seite.

12. In

12. In jedem Gewichte rauhes Silbers — Silbers mit Zusatze — ist von diesem Gewichte $\frac{f}{16}$ Silber, $1 - \frac{f}{16}$ Kupfer.

13. Also (11) in einem Thaler Silbergelde $\frac{1}{h}$ Mark Silber, und $\frac{16}{f.\,h} - \frac{1}{h} = \frac{16-f}{f.\,h}$ Mark Kupfer.

14. Und in m Thalern $\frac{m}{h}$ Mark Silber $+ \frac{m\,(16-f)}{f.\,h}$ Mark Kupfer.

15. Der Preiss dieser beyden Gewichte zusammen ist so viel, als der Preiss einer Mark Kupfer; also hat man die Gleichung zwischen den Preissen $\frac{m}{h}$ Silber $+ \frac{m.\,(16-f)}{f.\,h}$ Kupfer $= 1$ Kupfer.

16. Folglich $\frac{m}{h}$ Silber $= \left(1 - \frac{m.\,(16-f)}{f.\,h}\right)$ Kupfer, und 1 Mark Silber $= \left(\frac{h}{m} - \frac{(16-f)}{f}\right)$ Mark Kupfer.

17. Wenn also gegeben ist, was die Mark Kupfer *in Thalern* gilt (m), so ändert sich die Verhältniss der Werthe beyder Metalle noch nach zweyen Umständen, *wie hoch* die Mark fein Silber ausgebracht wird (h), und *wie viel löthig* das Silber ist (f).

18. Die Verhältniss kann also bey einerley *numerischen* Werthe des Kupfers (m) und bey einerley Münzfusse (h) unterschieden seyn, wenn das Silbergeld aus mehr oder aus weniger löthigem Silber ist geprägt worden.

Ich will hiervon in der Folge reden (30), jetzo erst die Formeln mit Exempeln erläutern.

19. Das Pfund Kupferpfennige ward für 20 Mariengroschen hannöverisches Cassengeld verkauft. Ich nehme an, es sey das cölnische Pfund, wie beym Münzwesen gebraucht wird, ohne mich für die Richtigkeit dieser Annahme zu verbürgen. Man s. unten (49).

20. Also gilt die Mark Kupfer $\frac{10}{36}$ Thl. $= \frac{5}{18}$ Thl. und $m = \frac{5}{18}$.

21. Gesetzt, das Silbergeld bestand in Mariengroschen, wie in *Schlüters* Probierbuche, 23 Kap. 2 §. Die Mark fein zu 14 Thl. $= h$, und in der rauhen Mark $5 = f$ Loth Silber.

22 So ist $\frac{h}{m} = \frac{14.\ 18}{5}$; $\frac{16-f}{f} = \frac{11}{5}$; also $\frac{252-11}{5} = \frac{241}{5} = 48 + \frac{1}{5}$.
So viel Mark Kupfer werden für 1 Mark Silber gegeben.

23. Bestand das Silbergeld in 2 Ggr. Stücken, wie *Schlüter* a. a. O. berechnet, die Mark fein zu 12 Thl. 9 Ggr., und in der rauhen Mark 7 Loth Silber, so ist $\frac{288+9}{24} = \frac{99}{8} = h$ und $f = 7$; also $\frac{h}{m}$ $\frac{99}{8} \cdot \frac{18}{5} = \frac{99 \cdot 9}{20}$;
$\frac{16-f}{f} = \frac{9}{7}$; $\frac{h}{m} - \frac{(16-f)}{f} = (\frac{99}{20} - \frac{1}{7}) \cdot 9 = \frac{693-20}{20.\ 7} \cdot 9 = \frac{6057}{140} =$
$43 + \frac{37}{140}$.

24. War

24. War das Silbergeld Zweydrittheilstücke, nach dem Reichsfuſse, wo (Fortſetzung der Rechenkunſt a. a. O. 36 und 45 §.); h = 12; f = 14 + $\frac{2}{9} = \frac{128}{9}$, ſo war $\frac{h}{m} = \frac{12.\ 18}{5} = \frac{24.\ 18}{10} = 43,\ 2$; $\frac{16 - f}{f} = \frac{16.\ 9 - 128}{9}$. $\frac{9}{128} = \frac{16}{128} = \frac{1}{8} = 0,\ 125$

Alſo 43, 2 — 0, 125 = 43,075 Mark Kupfer für 1 Mark Silber.

25. Die drey Bezahlungen (21; 23; 24) geſchahen im ſtrengſten Verſtande nicht nach einerley Münzfuſse, weil das kleine Geld etwas ſchlechter iſt, als Zweydrittelſtücke.

26. Ich will ſetzen, die Zahlung geſchähe im Gelde ſo gut als Zweydrittheilſtücke (24) aber aus ſchlechten Silber, aus ſolchem wie (21); begreiflich hielte ein Gulden ſolches Geldes ſo viel fein Silber, als ein Zweydrittheilſtück, aber er wöge mehr, weil in ihm mehr Zuſatz wäre.

27. Da käme h = 12; f = 5; $\frac{h}{m} - \left(\frac{16 - f}{f}\right) = \frac{12.\ 18}{5} - \frac{11}{5} = \frac{205}{5} = 41$.

28) Das Geld (26; 24) wäre nach einerley Münzfuſse, nur das (24) aus beſſern Silber. Und ſo wird, bey beſſern Silber, mehr Kupfer für eine Mark Silber gegeben, als bey ſchlechtern.

29. Allgemein läſst ſich das ſo überſehen: Nach (16) iſt die Menge von Mark Kupfer, die man für eine Mark Silber giebt = $\frac{h}{m} + 1 - \frac{16}{f}$

 30. Blei-

30. Bleiben nun einerley, die Zahl des Geldes, und der Münzfuſs, alſo m, und h; ſo wird die Menge (29) deſto gröſser, je gröſser f iſt.

31. Am gröſsten wird ſie, wenn $f = 16$; da iſt ſie $= \frac{h}{m}$; ſo viel Mark Kupfer bekäme man, für Geld das aus ganz feinem Silber beſtünde, dergleichen Geld freylich nicht geprägt wird.

32. Bey $h = 12$; und dem bisher gebrauchten m; wäre die gröſste Zahl von Mark Kupfer, die für eine Mark Silber gegeben wurde 43, 2, noch um etwas gröſser, als die in (24) gefundene.

33. Wer alſo Kupfer für eine gegebene Zahl Silbergeld, nach einem gegebenen Münzfuſse kauft, bekömmt für feiner Geld, mehr Kupfer.

34. Man nenne k die Menge von Marken Kupfer, die man für eine Mark Silber bekömmt, oder giebt, ſo hat man (29) die Gleichung

$$k = \frac{h}{m} + 1 - \frac{16}{f}$$

Von den vier unbeſtimmten Gröſsen in ihr, können drey nach Gefallen angenommen werden, daraus ſich allemahl die vierte finden läſt.

35. Als $m = \frac{f.\ h.}{(k-1).\ f + 16}$

So viel muſs man für die Mark Kupfer zahlen, wenn man bey gegebenen Münzfuſse und gegebener Feine des Silbers für eine Mark Silber, eine gegebene Menge von Mark Kupfer bekommen will.

36. Wollte man 41 Mark Kupfer für eine Mark Silber haben, und das gegen Geld, wo die Mark fein zu 12 Thlr. ausgebracht wird, das Silber fünf-

fünflöthig ist, so wäre $h = 12$; $f = 5$; $k - 1 = 40$ und $m = \frac{5}{12}$; wie in (26), wo m angenommen war

37. Weil man kein Geld aus ganz feinem Silber braucht, so ist (31; 34) allemahl k kleiner als $\frac{h}{m}$ folglich auch m kleiner als $\frac{h}{k}$

38. Nach (35) wächst m, wenn k abnimmt. Sollte eine Mark Silber für eine Mark Kupfer gegeben werden, so käme $m = \frac{f.\ h}{16}$

Für $h = 12$; $f = 5$ (36) gäbe das $m = \frac{15}{4}$

39. Wenn ein Zweyguldenstück, nach dem Zwanzigguldenfuße, 2 Loth wiegt, und $\frac{1}{10}$ Mark fein Silber hält, so giebt die Proportion $2 : 16 = \frac{16}{10} : f$; daſs $f = 12,8$, oder: daſs dieses Geld aus Silber geprägt ist, das 12, 8 löthig war; dem Fuſse gemäſs ist $h = \frac{20.\ 2}{3} = \frac{40}{3}$

40. Wollte man für solches Geld (39) Kupfer dergestalt kaufen, daſs man 41 Mark Kupfer für eine Mark Silber bekäme, also $k = 41$, so wäre

$$m = \frac{12,8.\ \frac{40}{3}}{40.\ 12,8 + 16} = \frac{32}{99}.$$

41. Das betrüge $11 + \frac{7}{11}$ Mariengroschen, der Zahl nach mehr als in (20). Aber auch an Werthe mehr, wenn man 14 Cassengeld = 15 Conventionsgeld, da betrügen die 10 Mariengroschen Cassengeld, nur $10\frac{5}{7}$ Conventionsgeld.

42. Eine einzelne Mark Kupfer könnte man nicht in Zweyguldenstücken, wie (39) bezahlen, aber doch mehrere. Für ein Zweyguldenstück bekäme man $\frac{33}{8}$ Mark.

 43. Da

43. Da läſst ſich folgende Probe der Rechnung anſtellen: Für 4, 125 Mark Kupfer, giebt man ein Stück Geld in dem 0, 1 Mark Silber iſt, und 2 Loth — 0, 1 Mark = 0,025 Mark Kupfer. Alſo, für 4, 1 Mark Kupfer giebt man 0, 1 Mark Silber, das iſt 1 Mark Silber für 41 Mark Kupfer.

44 Begreiflich ändert ſich die Verhältniſs des Preiſes dieſer Metalle, wie ſich andre ſolche Verhältniſſe im Handel ändern. Ein andres Jahr iſt in der Kirchenrechnung (7) das Pfund Kupfer, gutes und ſchlechtes unter einander zu 19 Mgl. angeſezt.

45. In der Fortſetzung der Rechenkunſt a. a. O. 97. §. habe ich aus Calvör vom Maſchinenweſen auf dem Harze II. Th. 294 S. angeführt: Kupferne Pfennigſtücke werden das Pfund zu 18 Mariengroſchen ausgemünzt. So würden ſie (19) und (44) für Kupfer höher verkauft, als ſie ausgemünzt waren.

46. Hiegegen lieſse ſich eine Errinnerung machen, die vom Unterſchiede der Pfunde hergenommen wäre. Angenommen, daſs bey Ausmünzung der Pfennigſtücke auch cölniſches Gewicht gebraucht wird, könnte wohl das, nach dem ſie als Kupfer verkauft worden, ein anderes ſeyn. In der That war es hannöveriſches, und nach Cruſens Contoriſten I. Th. V. Tafel, hält das cölniſche Pfund 9728 Aſe; das hannöveriſche 10129 alſo iſt: hannöv. Pfund = cöln. $(1 + \frac{401}{9728})$ und wenn das cölniſche 18 Mariengroſchen gilt, ſo gilt das hannöveriſche etwas mehr.

47. Das läſst ſich mit den Logarithmen leicht ſo berechnen:

Log.	401	=	2, 6031444
Log.	9728	=	3, 9880236
Log.	$\frac{401}{9728}$	=	0, 6151208 — 2
Log.	18	=	1, 25 2725
			0, 8703933 — 1

Das

Das hannöverische Pfund beträgt 1,04122 des cölnischen, und wenn das cölnische 18 Mgl. gilt, so gilt das hannöverische 18,7419 Mgl.

48. Dieser Unterschied der Gewichte hebt also die Bemerkung (45) nicht auf.

49. Zugleich wird (47) mich rechtfertigen, dass ich in (19) und der darauf gegründeten Rechnung cölnisches Pfund angenommen habe. Da ich blos das Verfahren in Exempeln darstellen wollte, kam auf die Wahrheit der Exempel nichts an, und meine Annahme weicht von der Wahrheit so wenig ab, dass es Zeitverschwendung wäre, über diesen Gegenstand nach den Pfunden, die dabey mögen seyn gebraucht worden, von neuem zu rechnen.

IV.

Wenn man einen Stein in einen Brunnen fallen läßt, kann man aus der Zeit zwischen dem Augenblicke, da man den Stein fallen läßt, und dem, da man den Schall hört, die Tiefe des Brunnens berechnen?

1.

Man findet hier und da dergleichen Angaben von tiefen Brunnen. Weil nicht allemahl verstattet ist, Steine hineinzuwerfen, so wird Wasser hineingeschüttet.

In Nürnberg auf der Festung soll ein tiefer Brunnen seyn, wo man 24 zählen kann, ehe man das hinuntergeschmisne fallen hört. Ioh. Gottlieb Deichsel, Reisen, 1. Abschnitt in Ioh. Bernoulli Archiv zur neuern Geschichte III. Th. (Leipzig 1785.) 158 Seite.

Herr

Herren von Murr, in seiner Beschreib der Merkwürdigkeiten in Nürnberg (Nürnb. 1778.) 370 S. giebt des Brunnens Tiefe $56\frac{1}{2}$ Klaftern an, und sagt: man könne bis 30 zählen, ehe man hinabgeschüttetes Wasser fallen hörte.

In Fabris geograph. Magazin II. Band 7. Heft (1784) n. 36; von der sächsischen Bergvestung Königstein, steht 302 S. der Brunnen sey 900 Ellen tief, giesst man oben Wasser hinein, so hört man es erst nach 36 Secunden fallen.

2. Es ist also wohl wenigstens für die Neugier nicht unwichtig, Berechnungen über diese Frage anzustellen. Auch haben Mathematiker schon dergleichen unternommen. Ich will die litterarische Nachricht davon mittheilen, nachdem ich mein Verfahren vorgetragen habe.

3. Der Körper, den man fallen läst, braucht eine gewisse Zeit, den Boden des Brunnens zu erreichen, oder das Wasser in ihm. In dem Augenblicke, da dieses geschieht, entsteht der Schall, und dieser braucht eine gewisse Zeit, bis an die Ohren oben am Brunnen zu kommen. Die Summe dieser beyden Zeiten ist, was man beobachten kann.

4. Ein Körper, fällt im leeren Raume, ohngefähr durch 15,095 pariser Fuss, in einer Secunde, in 2; 3; 4 Secunden 4 mal, 9 mal, 16 mal so tief, u. s. w., weil sich die Höhen des Falles wie die Quadrate der Zeiten verhalten, in zehn Secunden etwa 1509,5 Fuss. Es gehört also eine sehr grosse Tiefe dazu, wenn der Fall eine nur etwas merkliche Zeit dauern soll. In Luft, welche der Bewegung widersteht, fallen die Körper freylich langsamer, ein Klumpen Wasser, langsamer als ein Stein, der des Klumpens Grösse und Gestalt hätte, weil das Wasser weniger specifische Schwere hat, als der Stein. Man müste also eigentlich untersuchen, wie die Materie fällt, die man fallen läst. Aber Berechnung des Falles in einer widerstehenden Materie, ist viel zu mühsam, als dass verantwortlich sie hier anzustellen, und

man

man kann das nicht einmal allgemein leisten, weil dazu die jedesmalige besondere Beschaffenheit des Körpers bekannt seyn müste.

5. Der Schall geht in einer Secunde ohngefähr durch 1038 pariser Fuss. Also wird der Summe (3) zweyter Theil, immer in Vergleichung des ersten (4) sehr klein seyn.

6. Allgemein läſst sich die Sache so vorstellen: Ein Körper falle in einer Secunde durch g Fuss; der Schall gehe in einer Secunde durch c Fuss; man hört den Schall des hinuntergefallenen Körpers m Secunden nach dem Augenblicke, da man ihn fallen liess. Des Brunnens Tiefe ist $= x$ Fuss. Die Füsse mögen seyn, was für welche sie wollen, nur einerley.

7. Weil sich die Höhen des Falles, wie die Quadrate der Zeiten verhalten, also die Zeiten, wie die Quadratwurzeln der Höhen, so ist $\sqrt{\frac{x}{g}}$ die Menge von Secunden, welche der Körper braucht, durch die Höhe des Brunnens hinab zu fallen; und auch so $\frac{x}{c}$ die Menge von Secunden, welche der Schall braucht, durch die Höhe des Brunnens hinauf zu kommen. Also hat man die Gleichung $\sqrt{\frac{x}{g}} + \frac{x}{c} = m$

8. Aus dieser wird $\sqrt{\frac{x}{g}} = m - \frac{x}{c}$ auf beyden Seiten quadrirt, kömmt eine quadratische Gleichung, aus welcher man das Unbekannte findet.

9. Was in (8) in der ersten Zeile rechter Hand steht, hat einerley Quadrat mit $\frac{x}{c} - m$. Welches von beyden man quadrirt hat, ist in der quadratischen Gleichung nicht zu unterscheiden. Von den beyden Werthen des

 Unbe-

Unbekannten, die ſie giebt, gehört alſo einer zu dem einem Quadrate, der andre zum andern. Für die gegenwärtige Frage gehört nur der, den das Quadrat deſſen gäbe, was in (8) rechter Hand ſteht; Dieſes nun, was in (8) rechter Hand, iſt eine bejahte Gröſſe, oder mit Worten: $\frac{x}{c}$, die Zeit, welche der Schall braucht, aus der Tiefe herauf zu kommen, iſt kleiner als m, die ganze beobachtete Zeit.

Von den beyden Werthen, welche die quadratiſche Gleichung giebt, muſs man folglich den nehmen, der die nur angezeigte Bedingung erfüllt. Der andre, kömmt blos durch das Quadriren in die Gleichung, gehört gar nicht zur Frage.

10. Das iſt ein Beyſpiel von unzähligen, welche die Analyſis darbietet, wie in einer Gleichung, für die geſuchte Gröſse, Werthe kommen, die man gar nicht ſucht; auch wie man ſolche Werthe, von denen, die man zu wiſſen verlangt, abſondern muſs.

11. Das Quadriren giebt $\frac{x}{g} = m^2 - \frac{2.\,m.\,x}{c} + \left(\frac{x}{c}\right)^2$ oder $\left(\frac{x}{c}\right)^2 = \left(2.\,m + \frac{c}{g}\right).\,\frac{x}{c} - m^2$ Daraus $\frac{x}{c} = \left(m + \frac{c}{2g}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{m.\,c}{g} + \frac{c^2}{4g^2}\right)}$

12. Braucht man vor der Wurzelgröſse das Zeichen $+$; ſo iſt $\frac{x}{c}$ gröſser als m. Es ſoll aber kleiner ſeyn (9), alſo muſs man das Zeichen $-$ brauchen.

13. So

13. So kömmt $\frac{x}{c} = m + \frac{c}{2.g} - \sqrt{\left(\frac{c^2}{4.g^2} + \frac{m.c}{g}\right)}$

14. Was unter dem Wurzelzeichen steht, ist $= \frac{c^2}{4.g^2} \cdot \left(1 + \frac{4.m.g}{c}\right)$

15. Also $\frac{x}{c} = m - \frac{c}{2.g} \cdot \left(\sqrt{\left(1 + \frac{4.m.g}{c}\right)} - 1\right)$

16. Es sey $2. \sqrt{\frac{m.g}{c}} = \text{tang}\ \phi$ So ist was in $-\frac{c}{2.g}$ multiplicirt wird $= \sec\phi - 1 = \frac{2.(\sin\frac{1}{2}\phi)^2}{\cos.\phi} = \frac{2.(\sin\frac{1}{2}\phi).^2\ \text{tang}\ \phi}{\sin\phi.}$

17. Also $\frac{x}{c} = m - \frac{c}{g} \cdot \frac{(\sin\frac{1}{2}\phi).^2\ \text{tang}\ \phi}{\sin\phi}$

18. Wenn man (nach meiner Analys. endl. Grösen 625) die Quadratwurzel in (15) durch eine Reihe ausdruckt, und 1 abzieht, so kömmt

was in $\frac{-c}{2.g}$ multiplicirt ist

$$= \frac{2.m.g}{c} - \frac{2.m.m.gg}{cc} + \frac{4.m^3.g^3}{c^3} - \frac{10.m^4.g^4}{c^4}\ldots,$$

Und das giebt nach gehöriger Rechnung

$$\frac{x}{c} = \frac{m^2.g}{c}\left(1 - \frac{2.\,m.\,g}{c} + 5.\left(\frac{m.\,g}{c}\right)^2 \ldots\ldots\right.$$

19. Wenn man dieſe Rechnung anſtellen will, kann man zuerſt die beſtändigen Gröſsen berechnen, welche nur auf der Höhe des Falles in einer Secunde, und der Geſchwindigkeit des Schalles beruhen. Ich will die Zahlen (4; 5) beybehalten, denn was auch etwa, zumal die lezte, für Berichtigungen geſtatten möchte, iſt hier unbeträchtlich.

20. Alſo

$$\begin{array}{lcl}
\text{Log. } c & = & 3,0161974 \\
\text{Log. } g & = & 1,1788331 \\
\hline
\text{Log. } (c:g) & = & 1,8373643 \\
-\ \text{Log. } 2 & = & -\ 0,3010300 \\
\hline
\text{Log.}(c:2.g) & = & 1,5363343 \\
\text{Log.}(g:c) & = & 0,1626357 - 2
\end{array}$$

Dieſe Logarithmen geben

$$\frac{c}{g} = 68,764, \text{ davon die Hälfte} = 34,382; \quad \frac{g}{c} = 0,014542.$$

21. Wenn der Stein zum Falle zehn Secunden brauchte, müſte der Brunnen ſchon eine ungeheure Tiefe haben, (4) und der Schall brauchte noch nicht 2 Secunden. Alſo iſt m immer viel kleiner als 12.

23. Ich will indeſſen die Angabe vom Brunnen auf dem Königſteine berechnen, (1) alſo m = 36 ſetzen.

24, Für (16) iſt aus (20)

$$\begin{array}{lcl}
\frac{1}{2}.\ \text{Log. } (g:c) & = & 0,0813178 - 1 \\
10 + \text{Log. } 2 & = & 10,3010300 \\
\hline
\text{Beſt. Logar.} & = & 9,3823478 \\
\frac{1}{2}\ \text{Logar. } m & = & 0,7781513 \\
\hline
\text{Log. tab. tang } \varphi & = & 10,1604991
\end{array}$$

giebt

giebt Φ	=	55° 21′ 14″, 8		
die Hälfte	=	27 40 37, 4		
Log. sin $\frac{1}{2}\Phi$	=	9, 6669745	—	10
verdoppelt	=	19, 3339490	—	20
Log. tang φ	=	10, 1604991	—	10
		29, 4944481	—	30
Log. sin Φ	=	9, 9152316	—	10
		19, 5792165	—	20
Log. (c:g)	=	1, 8373643		
		1, 4165808		
gehört zu		26, 096		
abgezogen von m	=	36,		
läfst $\frac{x}{c}$	=	9, 904		
Log. 9, 904	=	0, 9958106		
Log. c	=	3, 0161974		
Log. x	=	4, 0120080		
giebt x	=	10280 parifer Fufs.		

24. Die 900 Ellen beym Fabri, find 1800 Fufs, ohne Zweifel Dresdner, viel kleiner als Parifer. Wenn alfo auch gleich Waffer langfamer fällt, als ein Stein, auch vermuthlich eine beträchtliche Menge hinabfallen mufs, ehe der Schall ftark genug wird, oben ficher gehört zu werden, fo deucht mich doch, die 36 Secunden find wohl nicht genau beobachtet, fie gäben den Brunnen mehr als fünfmahl tiefer, als ihn die Meffung giebt.

25. Aus den Logarithmen von g: c und m, findet man Log. (m. g: c) = 0, 7089382 — 1 die Gröfse felbft = 0, 5116. Die Reihe (18) nähert fich alfo für diefes Exempel zu langfam, als dafs ihr Gebrauch vortheilhaft wäre.

 26. Ue-

26 Ueberhaupt wird dieſe Reihe nie ſehr brauchbar ſeyn, $\frac{c}{g}$ beträgt über ein Hunderttheil, man müſste alſo viel Glieder von ihr berechnen, einige Schärfe zu haben. Begnügte man ſich mit ihrem erſten Gliede, ſo käme $x = m^2 . g$, das wäre die Tiefe, durch welche ein Körper in der ganzen beobachteten Zeit fiel, alſo viel zu groſs, weil in dieſer Zeit auch die enthalten iſt, die der Schall braucht. In dem Exempel käme 19563 Pariſer Fuſs.

27. Wenn man x hat, laſſen ſich aus (7) die beyden Theile der Zeit berechnen, die, welche der Körper brauchte hinunter zu kommen, und die, welche der Schall brauchte, herauf zu kommen. In der Formel (17) ſteht die lezte linker Hand, und die erſte wird rechter Hand von m abgezogen.

Im Exempel (23) dauerte des Körpers Fall 26, 096 Secunden, und der Schall brauchte 9, 904.

28. Genaue Abmeſſung der Zeit iſt hiebey nöthig, weil geringer Aenderung der Zeit, ſtarke in dem Wege des fallenden Körpers, und des Schalles zugehört. Da man jetzo Uhren hat, welche die Zeit bis auf Tertien angeben, ſo wären ſolche wohl hier am brauchbarſten. Verſuche über die Geſchwindigkeit des Schalles mit dergleichen, finden ſich in den Göttingiſchen gelehrten Anzeigen 1778; 1145 Seite, wie ſie von mir und dem jetzigen Lehrer zu Erlangen, Herrn Hofrath Mayer, ſind angeſtellt worden, und in eben dieſen Anzeigen 1791: 1593 S., wie der Herr Major Müller angeſtellt hat. Durch ſolche Genauigkeit läſst ſich allerdings beym Schalle, und bey fallenden Körpern etwas ſchärferes angeben. Den Gebrauch dergleichen Uhren, Weiten durch den Schall zu meſſen, hat der Herr von Stamford empfohlen, in der Berliner Monatsſchrift 1783; I. B. 605. S. Die Zeit, welche man beobachten muſs, wird ſelten lauter ganze Secunden enthalten, m wird gewöhnlich ein uneigentlicher Bruch ſeyn. Daher möchten ſelbſt Secunden-

uhren

uhren nicht vollkommen dienen, wenn man nicht durch Schätzung die Secunden einzutheilen wüßte, bloße Minutenuhren wären noch weniger brauchbar, und *Zählen* in Gedanken, lehrt gar nichts zuverläßiges, weil man geschwind oder langsam zählen kann. Freylich kann man sich auch hier zu einer gewissen Richtigkeit gewöhnen. Wenn ich die Secunde, die eine Pendeluhr weist, bemerke, in dem Augenblicke zu zählen anfange, weggehe, fortzähle, und wenn ich wiederum zur Uhr komme, eben die Secunde zähle, welche die Uhr weist, so habe ich wohl richtig Secunden gezählt. Aber so ist schwerlich bey dem Brunnen auf der Nürnberger Festung gezählt worden.

30. Aus dem Schalle eines Steins, welcher auf eines Brunnens Boden fällt, die Höhe zu erforschen, ist in Newtons Arithmetica universali die 50 geometrische Aufgabe. Er findet ebenfalls aus der gegebnen Summe beyder Zeiten, die quadratische Gleichung. Daſs er die Vortheile nicht hat, vermittelst deren ich die Wurzel bequem berechne, wird man leicht erachten, weil er bey seinen Auflösungen überhaupt Trigonometrie nicht anwendet, blos Geometrie braucht.

31. In den Leipziger Actis Eruditorum Supplement. Tom. V. (1713) p. 317; befindet sich eine Auflösung unter der Aufschrift: Problematis, a praestantissimo geometra Anglo, matheseos practicae studiosis propositi, Solutio duplex: Aut. F. D. C. Abb. Vall. Hier ist nur die erste Auflösung: Sie besteht in einer solchen Formel, wie bey mir (11). Der Verf. bringt Mariottes, Picards u. a. Erfahrungen, von der Geschwindigkeit des Schalles bey, und glaubt, man müsse drey Fälle unterscheiden, bey denen es darauf ankömmt, ob die beobachtete Zeit eine ganze Zahl von halben Secunden ist oder nicht, mit einer andern Zahl, eine Quadratzahl ausmacht oder nicht. Man sieht hieraus leicht, daſs der Verf. Unterschiede und Schwierigkeiten findet, wo keine sind, also seine Auflösung wohl nicht unter die bequemern gehört.

Seine zweyte Auflösung findet sich a a. O. p. 339. Der Widerstand der Luft soll da mit in Betrachtung gezogen werden, der Verf. hat aber die hierzu nöthigen Kenntnisse, aus höherer Mechanik und Rechnung des Unendlichen nicht besessen, und seine weitläuftigen Rechnungen sind ganz vergebens angestellt. Uebrigens gesteht er, die Aufgabe habe keinen grofsen praktischen Nutzen.

32. Durch Mittel, die Zeit genau einzutheilen, welche seitdem gemeiner geworden sind, läfst sich doch, glaube ich, etwas hierin leisten. Allemahl schienen mir die analytischen Bemerkungen und Kunstgriffe, zu denen sie Anlafs giebt, der Bekanntmachung werth, und auch das ist schon lehrreich: auszumachen, wie weit sich eine Frage beantworten läfst, die doch Jedem einfallen kann, der bey einem tiefen Brunnen etwas nachdenkt.

V.

Raum eines Sackes, der aus zween von gleicher Länge gemacht wird.

1.

Unter den Aufgaben, durch welche Rechenmeister, nachdem sie ihre Schüler ohngefähr alles, was sie selbst wissen, gelehrt haben, noch bewundernde Aufmerksamkeit zu erregen suchen, ist auch eine, die folgendergestalt ausgedruckt wird:

2. Ein Bäcker hat 2 Säcke von gleicher Länge aber ungleicher Weite, der kleinste hält 6 Himten der gröfste 24; Er läfst sie aufschneiden und aus beyden einen machen. Frage, wie viel Himten dieser hält.

3. So

3. So trägt diese Aufgabe Herr Bode vor: Die gemeine Arithmetik zur Erleichterung des Unterrichtes. Celle 1793.

4. Er giebt zur Antwort 54 Himten, und sezt die Rechnung hin, wie sein Lehrer sie ihm vordem mitgetheilt hat, bekennt aber, er sehe den Grund davon nicht ein, und glaubt, sein Lehrer habe solche nur aus einem schriftlichen Rechenbuche dictirt, ohne was dabey zu denken, wie beym mechanischen Rechnen oft der Fall ist.

5. Herrn B. Erinnerung ist völlig gegründet. *Sack*, ist keine körperliche Figur, die in der Geometrie erklärt würde; Eben der Sack ändert seine Gestalt, nachdem er weniger oder mehr angefüllt ist, also kann man keine Regel haben, einen Sack auszurechnen, oder umgekehrt die Leinwand, die den Sack einschliesst, aus seinem körperlichen Raume zu berechnen, und die Frage ist von jemand, der entweder nichts bey ihr gedacht hat, oder, welches beynah eben soviel ist, nicht anzugeben gewusst, was er bey ihr dachte. In der Wolfischen Sprache sagte man: Ein solcher Fragender habe undeutliche Begriffe, wie es in der jetzigen philosophischen Sprache heisst, weiss ich nicht.

6. Ich nehme an ... das Verfahren derer, die solche Fragen vorlegen, gestattet es ... man könne einen Sack als einen hohlen, senkrechten Cylinder ansehen, der runde Seitenwand und Boden habe, oben offen sey. Die Fläche dieses Cylinders besteht also aus seiner krummen Fläche, und *einer* seiner Grundflächen.

7. Nennt man dieses Cylinders Seite oder Höhe $= h$; Durchmesser $= a$; Verhältniss des Durchmessers zum Umfange $= 1 : \pi$; so ist Summe seiner krummen Fläche, und einer Grundfläche, des Bodens $= (h.\, a + \frac{1}{4} a^2).\ \pi$.

8. Hat ein zweyter Cylinder eben die Höhe, und den Durchmeſſer $= b$; ſo iſt für ihn die genannte Summe $= (h.\ b + \frac{1}{4}\ b^2).\ \pi.$

9. Hat ein Dritter eben die Höhe, und den Durchmeſſer $= v$, ſo iſt für ihn die Summe $= (h.\ v + \frac{1}{4}\ v^2).\ \pi.$

10. Iſt alſo, was von jedem der erſten beyden Cylinder krumme Fläche und Boden ausmacht, Leinwand, und will man aus dieſer Leinwand krumme Fläche und Boden des dritten machen, ſo giebt ſich die Gleichung

$$h.\ a. + \tfrac{1}{4}\ a^2 + h.\ b + \tfrac{1}{4}\ b^2 = h.\ v + \tfrac{1}{4}\ v^2$$

11. Daraus wird $v^2 = -4.\ h.\ v + 4.\ h.\ (a. + b) + a^2 + b^2$

12. Das giebt $v = -2\ h \pm \surd\ (4\ h^2 + 4\ h.\ (a + b) + a^2 + b^2)$

13. Man verſteht unter dem geſuchten Durchmeſſer eine bejahete Gröſse, alſo braucht man vor der Quadratwurzel das Zeichen $+$

14. Die Quadratwurzel in (12) iſt $=$

$$2.\ h.\ \surd\ \left(1 + \frac{4.\ h\ (a + b) + a^2 + b^2)}{4.\ h^2}\right)$$

15. Man ſetze $\dfrac{\surd\ (4.\ h.\ (a + b) + a^2 + b^2)}{2.\ h} = \text{tang}\ \phi$; So iſt die Quadratwurzel $= 2.\ h.\ \text{Sec.}\ \phi.$

16. Alſo (12) $v = 2.\ h.\ (\text{Sec.}\ \phi - 1)$

17. Nun iſt was in 2. h (12) multiplicirt wird $= \dfrac{1 - \text{coſ.}\ \phi}{\text{coſ.}\ \phi}$ $= \dfrac{2\ (\text{ſin}\ \frac{1}{2}\ \phi)^2}{\text{ſin}\ \phi}.\ \text{tang}\ \phi$ (Trig. 19 S. 7. Zuſ. und 4. Erkl. 3 Zuſ.)

Drückt

Drückt man nun den Sinus im Nenner nach Trig. 19 S. 5. Zus. aus; und multiplicirt mit 2. h, so kömmt:

18. $v = 2.\ h.\ \mathrm{tang}\ \frac{1}{2}\ \varphi.\ \mathrm{tang}\ \varphi$ *)

19. Hat ein Cylinder die Länge h, und den Durchmesser a + b so sind, seine krumme Fläche $= h.\ (a + b).\ \pi$; seine Grundfläche $= (a + b)^2\ \frac{1}{4}\ \pi$. Ihre Summe übertrift die Summe der beyden ersten Cylinderflächen (7; 8) um $2.\ a.\ b.\ \frac{1}{4}.\ \pi$. Und um eben soviel die dritte Cylinderfläche (9), welche der Summe jener beyden gleich ist (10).

20. Folglich ist v kleiner als a + b.

21. Man breite die beyden krummen Flächen der ersten beyden Cylinder, in eine Ebene aus, lege sie mit der gemeinschaftlichen Länge an einander, und krümme nun ihre solchergestalt gefundene Summe über einen Kreis, der dieser Summe als krummer cylindrischer Fläche zur Grundfläche diene. Dieses Kreises Durchmesser ist $= a + b$; denn sein Umfang ist die Summe der Grundlinien der beyden krummen Flächen $= (a + b).\ \pi$

22. So entsteht ein Cylinder, dessen krumme Fläche die Summe der beyden krummen Flächen der Cylinder (7; 8;) ist; aber seine Grundfläche ist um $2.\ a.\ b.\ \frac{1}{4}.\ \pi$ grösser, als die Summe der Grundflächen jener beyden. Die Leinewand jener beyden (10) reicht also nicht zu, *diese* einzuschliessen.

 23. Diese

*) In dem Auffatze: Wie man die Tiefe eines Brunnens aus dem Schalle eines hinabgefallenen Steines findet, habe ich die quadratische Gleichung ebenfalls durch Ueberschuss der Secante über den Sinus totus aufgelöst, diesen Ueberschuss aber dorten nicht völlig so bequem als hier ausgedruckt. Wer die geringe Abkürzung der Mühe werth achtet, kann jenen Ausdruck leicht auf gegenwärtigen bringen.

23. Diefs zur Erläuterung von (20). Soll der dritte Cylinder (9) fo lang werden, als jeder der beyden erften, fo kömmt zu feiner Länge, mit in feine krumme Fläche, etwas von den Boden der beyden erften.

24. Nun ift (10) $v^2 + 4.\,h.\,v = 4.\,h.\,(a + b) + a^2 + b^2$ aber (20) $4.\,h.\,v$; kleiner als $4\,h.\,(a + b)$ folglich v^2 gröfser als $a^2 + b^2$ und das gröfsere wie das kleinere mit $h.\,\frac{1}{4}\,\pi$ multiplicirt, kommt des dritten Cylinders körperlicher Raum gröfser, als die Summe der körperlichen Räume der beyden erften.

Exempel.

25. Zur Einheit einen Zoll genommen, fey $a = 3$; $b = 4$; $h = 12$; fo ift,

Log. $\frac{1}{4}\,\pi$	=	0, 8950899 — 1
Log. 9	=	0, 9542425
		0, 8493324
Log. 12	=	1, 0791812
		1, 9285136
Auch L. $\frac{1}{4}\,\pi$	=	0, 8950899 — 1
Log. 16	=	1, 2041200
		1, 0992099
Log. 12	=	1, 0791812
		2, 1783911
Ferner L. h π	=	1, 5763311
Log. 3	=	0, 4771212
		2, 0534523
Log. h. π	=	1 5763311
Log. 4	=	0, 6020600
		2, 1783911

Diefe

Diese Logarithmen geben:

Cylinder	I.	II.	
Krumme Fläche	113, 10	150, 80	Qu. Z.
Grundfläche	7, 0686	12, 566	. . . . .
Beyder Summe	120, 1686	163, 366	. . . . .
Innhalt	84, 823	150, 79	Cubz.

Also die erste Summe und die andre zusammen, . . . die Leinwand zu beyden Cylindern . . . = 283, 5346 Qu. Z. Summe des körperlichen Inhalts beyder Cylinder 235, 613 Cubz.

26. Die niedrigsten Ziffern sind begreiflich ungewiss: Ich habe diese Rechnung nur dargestellt, um zu zeigen, wie bequem, und doch zulänglich genau die Logarithmen geben, was sich durch die gewöhnliche Kreisrechnung mühsamer und nicht so scharf fände.

27. Nun für v (18) 4. h. $(a + b) + a^2 + b^2 = 48.7 + 25 = 361$,

also $\tang \varphi = \frac{\sqrt{361}}{24}$

Log. 361	=	2, 5575072
10 + halb	=	11, 2787536
Log. 24	=	1, 3802112
Log. tang φ	=	9, 8985424
φ	=	38° 22′ 3″
Hälfte	=	19 11 1,5
Log. tang φ	=	0, 8985424 — 1
Log. tang $\frac{1}{2}$ φ	=	0, 5414749 — 1
		0, 4400173 — 1
Log. 2. h	=	1, 3802112
Log. v	=	0, 8202285

$$
\begin{array}{lcl}
\text{Log. } v & = & 0,8202285 \\
\text{Log. } \pi & = & 0,4971499 \\
\hline
\text{Log. } v.\ \pi & = & 1,3173784 \\
\text{Log. h} & = & 1,0791812 \\
\hline
\text{Log. h. } v.\ \pi & = & 2,3965596 \\
\hline
2.\ \text{Log. } v & = & 1,6404570 \\
\text{Log } \tfrac{1}{4}\ \pi & = & 0,8950899 - 1 \\
\hline
\text{Log. } v.^2\ \tfrac{1}{4}\ \pi & = & 1,5355469 \\
\text{Log. h} & = & 1,0791812 \\
\hline
\text{Log. h. } v^2.\ \tfrac{1}{4}\ \pi & = & 2,6147281
\end{array}
$$

Des Cylinders

Durchmeſſer v	=	6,6104	Zoll
krumme Fläche	=	249,20	Qu. Z.
Boden	=	34,320	. . .
krumme Fläche + Boden	=	283,52	. . .
körperlicher Raum	=	411,84	Cubikzoll.

Krumme Fläche und Boden zuſammen, ſtimmen mit der Leinewand (25) bis auf Hunderttheile des Quadratzolls überein. So giebt dieſer Gebrauch der Tangenten das Geſuchte ſo genau, als man verlangen kann, und erſpart die mühſamere Auflöſung der quadratiſchen Gleichnng.

28. Will man in (2) die Säcke als Cylinder anſehen, deren gemeinſchaftliche Höhe = h; des kleinen Durchmeſſer = a; ſo iſt des größern ſeiner = 2. a; weil die Räume bey Cylindern von gleichen Höhen, ſich wie die Quadrate ihrer Durchmeſſer verhalten; und der gröſsere Cylinder viermahl ſoviel, als der kleinere halten ſoll.

Alſo

Also $b = 4 \cdot 2\,a$ gesezt, bekäme die Gleichung (10) hier, zur linken Hand, $h \cdot 3 \cdot a + \frac{5}{4}\,a^2$; und es würde tang $\phi = \frac{\sqrt{(4 \cdot h \cdot 3 \cdot a + 5\,a^2)}}{2 \cdot h}$

29. Man wüste aber weder h noch a. Denn, ein Cylinder der 6 Himten hält, hat keine bestimmte Gestalt, er kann kurz und weit, oder lang und eng seyn. Also müste *gegeben* seyn erstlich: wie viel Cubikzoll ein Himten beträgt, zweytens, von dem Cylinder, der sechs Himten halten soll, entweder Länge oder Durchmesser.

Da von alle dem in der Frage nichts gesagt ist, so ist sie nicht die Frage eines Menschen, der bedenkt was er fragt.

30. Ein Rechenmeister in der Hauptstadt eines grossen Deutschen Landes, hat Herr Boden (3) sehr getadelt, dass er diese Frage nicht zu beantworten wisse, die doch noch keine der schwersten sey: Zugleich hat er ihm eine Antwort mitgetheilt, darinn sieht er die Säcke auch als Cylinder an, legt die Längen des ersten und zweyten an einander, und berechnet den Inhalt des dritten, der so entsteht. Er bedenkt aber nicht, dass dieser dritte eine grössere Grundfläche bekömmt, als die Summe der ersten beyden ist, und folglich (22) wenn man für ihn nur die Leinwand der ersten beyden anwendet, im Boden ein grosses Loch hat.

31. Man kann sich vorstellen, wie ein Mann die Rechenkunst lehret, der da, wo er seine vorzügliche Weisheit zeigen will, so gedankenlos rechnet. Dass es überhaupt mit dem Unterrichte im Rechnen auch auf angesehenen Schulen elend bestellt ist, wird allgemein geklagt, und bleibt, so lange man nicht auch für den ersten Anfang des Rechnens das eigentliche mathematische Verfahren einführt.

Da

Da müſsten aber die Rechenmeiſter von Mathematikern gebildet und geprüfet werden. Wie nothwendig dieſes ſey, davon haben freylich die gewöhnlichen Aufſeher über die Schulen keinen Begriff. An meinem Wohnorte wird in der Schule das Rechnen von Mathematikern gelehrt.

32. Die Frage, welche den Gegenſtand bisheriger Unterſuchung ausmacht, gehört zu den iſoperimetriſchen: In gleiche Gränzen mehr oder weniger Inhalt einzuſchlieſsen. Man findet durch die Rechnung des Unendlichen, auch einen Cylinder von gegebenen Inhalte, wo Boden und krumme Fläche zuſammen am kleinſten ſind, wie, wenn man ein cylindriſches Maas zu Waſſer, oder Getreide, aus dem wenigſten Bleche oder Holze machen wollte. In Schwenters mathematiſchen Erquickſtunden III. Th. 29 und f. Aufg. ſtehen auch Fragen von Säcken die mit gegenwärtiger Verwandſchaft haben, und, Cylinder ſtatt Säcke betrachtet, leicht zu beantworten ſind.