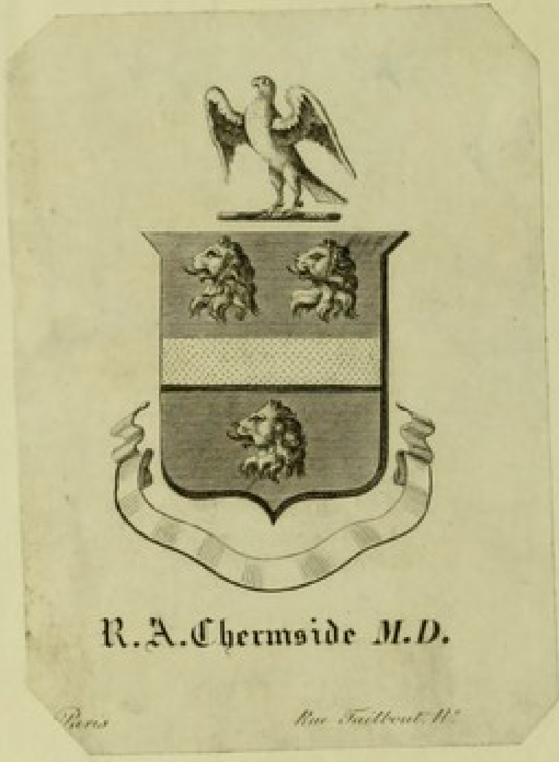
R. A. Chermside M.D.


COLL. REG. MED. LOND.
MDXVIII
Ο ΒΙΟϹ
ΤΕΧΝΗ
ΒΡΑΧΥϹ Η
ΔΕ
ΜΑΚΡΗ

ANALYSE ET TABLEAUX

DE L'INFLUENCE

DE LA PETITE VÉROLE

SUR LA MORTALITÉ.

A PARIS,

Chez { L'AUTEUR, rue Guénégaud, n.° 17.
GALLAND, libraire, rue Saint-Thomas-du-Louvre, n.° 32.

ANALYSE ET TABLEAUX

DE L'INFLUENCE

DE LA PETITE VÉROLE

SUR LA MORTALITÉ À CHAQUE AGE,

ET DE CELLE QU'UN PRÉSERVATIF

TEL QUE LA VACCINE

PEUT AVOIR

SUR LA POPULATION ET LA LONGÉVITÉ;

Par E. E. DUVILLARD (du Léman),

Ancien Directeur-jury de la liquidation de la dette publique viagère, pour la partie scientifique, ex-Membre du Corps législatif, Correspondant de l'Institut.

A PARIS,

DE L'IMPRIMERIE IMPÉRIALE.

M. DCCC. VI.

INTRODUCTION.

Pour bien connoître l'influence de la petite vérole sur la mortalité à chaque âge, et sentir tout le prix d'un moyen qui mettroit les hommes à l'abri d'une si funeste maladie, il ne suffit pas de savoir quel est, sur le nombre total des morts de tout âge, celui des morts par la petite vérole ; car le danger de mourir de cette maladie varie selon les âges : on ne sera vraiment éclairé sur cet important objet, qu'après avoir résolu ces questions principales : Quels sont dans tel pays la loi de mortalité et le nombre des personnes vivantes à chaque âge dans l'état naturel ? Quel est le nombre de celles qui n'ont pas eu la petite vérole ? Parmi celles-ci combien y en a-t-il de chaque âge qui la prendront dans l'année ? De celles-ci combien en mourra-t-il à chaque âge ? Parmi les morts de maladies autres que la petite vérole, combien y en a-t-il de chaque âge qui n'ont pas eu cette maladie ? Quelle est la loi de mortalité pour ceux qui ont eu la petite vérole, ou qui en ont été mis à l'abri ? Supposant, comme cela paroît constaté, que la *vaccine* préserve absolument de la petite vérole, sans introduire aucun autre germe de maladies mortelles, quel seroit le nombre des survivans à chaque âge, si l'on vaccinoit dorénavant tous les enfans qui naîtront ? Si actuellement toutes les personnes qui n'ont point encore eu la petite vérole étoient vaccinées, quel seroit dans l'année le nombre des morts de chaque âge? Parmi le nombre des individus de chaque âge, qui seroient préservés de la petite vérole par la vaccine, combien y en auroit-il qui, dans le courant de la même année, ne seroient point emportés par d'autres maladies? Quelle est la vie moyenne dans l'état naturel? dans l'état *variolique*, ou de ceux qui restent exposés à prendre la petite vérole? dans l'état *non variolique*, ou de ceux qui en sont à l'abri? Quelle est la probabilité que celui qui a eu la petite vérole, ou qui a été vacciné, survivra à celui qui reste exposé à prendre cette maladie? Si l'on vaccine dorénavant tous les enfans au berceau, quel sera, dans la population, le nombre des *sauvés*, et de combien d'années la vie de ceux qui étoient destinés à mourir de la petite vérole sera-t-elle augmentée? Enfin, sous un bon gouvernement, paisible, stable, et dans un pays où toutes les terres, n'étant pas encore mises dans leur plus grande valeur, laisseroient de la place à une population plus nombreuse, où les hommes seroient encouragés au mariage par les facilités qu'ils trouveroient pour soutenir leurs familles, quels seroient, au bout d'un laps de temps déterminé, la population et le nombre des personnes existantes à chaque âge, si l'on parvient à rendre nulle cette cause de destruction?

Des questions de cette importance intéressent également les gouvernemens et les individus. La statistique devroit présenter le tableau exact des faits demandés par ces questions, ou au moyen desquels on les résoudroit par des calculs faciles; mais jusqu'à présent elle en fournit un si petit nombre sur lesquels on puisse compter, qu'il faut quelquefois beaucoup d'art pour démêler ce qui est vrai et conclure les faits qui manquent. On peut souvent, par le raisonnement et quelques calculs simples, déduire des effets produits par le concours de deux, de trois ou de plusieurs causes, celui qui résulteroit de chacune d'elles, si elle agissoit dans l'absence des autres; et ainsi, de la connoissance de quelques faits donnés, parvenir à celle de plusieurs qui sont inconnus; mais ici, outre que l'intensité des causes varie à chaque instant, et que l'on n'a que les effets produits dans un temps fini, ce qui est connu se trouve tellement combiné avec ce qui ne l'est pas, que l'on ne pourroit point parvenir à démêler toutes ces quantités sans le secours de l'analyse mathématique. Il seroit bien à desirer que cet instrument fût entre les mains de quelques-uns de ceux qui sont chargés de recueillir les faits et d'en déduire les résultats utiles; ils sauroient quels sont les plus nécessaires et les plus féconds pour l'analyse; en les décomposant et en les combinant de certaine manière, ils s'assureroient de leur exactitude et de leur accord avant de les publier *(a)*. On auroit des bases sûres, et de ces connoissances élémentaires on arriveroit infailliblement par le calcul

---

(a) Pour me faire mieux entendre, je suppose, par exemple, qu'on veuille savoir si des dénombremens d'hommes mariés ou veufs sont exacts, et que l'on ait pour cette vérification, 1.° la vie moyenne des hommes à chaque âge; 2.° le nombre annuel moyen des décès d'hommes mariés ou veufs, ou celui des mariages entre garçons et filles et garçons et veuves; 3.° l'âge où se font communément ces premiers mariages des hommes. Si l'on divise le nombre total des hommes mariés ou veufs existans aux divers âges, par le nombre moyen des décès annuels d'hommes mariés ou veufs, ou par celui des susdits premiers mariages, le quotient sera la vie moyenne des hommes mariés ou veufs; et si le dénombrement est exact, cette vie moyenne correspondra à l'âge où les garçons se marient communément. Si au contraire cette vie moyenne résultante correspond tantôt à des âges avancés, tantôt à l'enfance, ou qu'elle excède même la plus grande vie moyenne que les enfans puissent avoir; non-seulement il est évident

à d'autres connoissances très-importantes qu'on ne peut pas espérer d'avoir exactement par l'observation.

Il faut aussi convenir que cet art d'analyser les quantités et de découvrir sûrement ce qui est inconnu par ce qui est connu, n'a pas été dirigé jusqu'ici, aussi souvent qu'il auroit pu l'être, vers les objets qui intéressent le plus directement la société : de là l'ignorance ou l'erreur dans laquelle on est encore sur un grand nombre de ces objets, et particulièrement sur celui-ci.

Avec la seule connoissance positive du nombre des morts de petite vérole à chaque âge, des morts d'autres maladies, et des naissances qui ont fourni ces décès (données qui sont dans les registres de l'état civil), on peut, à l'aide de l'analyse mathématique, parvenir à la connoissance de la loi de mortalité dans *l'état naturel* (a) *et dans l'état non variolique ;* et l'on verra ci-après que, si l'on connoît de plus le rapport du nombre des enfans qui meurent de la petite vérole au nombre

---

que l'on ne peut rien conclure de telles observations, mais plus leur nombre sera considérable, plus on est assuré que les faits ont été gratuitement supposés ou très-mal observés. Or tous les faits peuvent se vérifier d'une semblable manière et s'apprécier par cette pierre de touche ; on voit bientôt s'ils méritent confiance et s'ils ont été recueillis et rédigés par des personnes propres à ces recherches et suffisamment éclairées sur cet objet.

(a) J'ai fait voir dans un ouvrage approuvé par l'Institut, et qui n'est pas encore publié, comment l'on peut obtenir une équation qui renferme tous les faits observés sur la mortalité, et bien interpoler les suites mortuaires. Le dixième chapitre de la deuxième partie de cet ouvrage renferme la substance de celui-ci ; le rapport que MM. Lagrange, Laplace et Legendre en ont fait le 11 vendémiaire an 5 (octobre 1796), est imprimé dans le n.° 7 du Journal d'économie publique de M. Rœderer, et dans le Magasin encyclopédique pour l'an 5.

de ceux qui en sont attaqués depuis la naissance jusqu'à l'âge d'un an ou de la première à la seconde année, on pourra, de ces seules données, déduire par l'analyse le nombre des personnes vivantes à chaque âge, qui ont eu, qui n'ont pas eu, qui prendront la petite vérole, et généralement obtenir toutes les lumières qu'on peut desirer sur ce sujet. En appliquant les mathématiques aux objets susceptibles d'être mesurés et appréciés, combien de connoissances précises, certaines, sur une multitude de choses relatives aux intérêts individuels et publics, ne substitueroit-on pas à des idées vagues, fausses ou incomplètes, et quels progrès ne pourroit-on pas faire dans plusieurs parties des sciences morales et politiques!

C'est au célèbre Daniel Bernoulli que l'on doit le premier essai d'analyse mathématique de la mortalité causée par la petite vérole, et des avantages de l'inoculation; il ébaucha ce sujet dans un mémoire qui fut imprimé parmi ceux de l'Académie des sciences de Paris, pour l'année 1760. On ne connoissoit alors que le rapport du nombre total des morts de petite vérole au nombre des morts de tout âge. Il avoit bien vu que des faits plus circonstanciés auroient été extrêmement utiles pour décider la question; il étoit plus malaisé de suppléer à ces données que d'établir une théorie purement mathématique; et il surmonta ces difficultés au moyen de deux hypothèses qui, si elles ne sont pas toujours également conformes aux faits observés depuis, donnent dans plusieurs cas cependant des résultats assez rapprochés de la vérité. Cet écrit, le meilleur sans doute qui ait été publié en faveur de l'inoculation, est remarquable par la finesse, la justesse des idées, les vues et les choses qu'il renferme.

Bien que le mémoire de Bernoulli, envoyé à l'Académie en 1760, n'ait été imprimé qu'en 1765, il ne resta pas pour cela tout ce temps absolument ignoré du public. Piqué d'émulation, regrettant peut-être de n'avoir pas le premier pensé à faire une si utile et si heureuse application des mathématiques, l'illustre d'Alembert se précipita dans la lice; et dans un mémoire lu à l'assemblée publique du 2 novembre 1760 et publié dans ses opuscules en 1761 *(a)*, il réfuta les hypothèses de Bernoulli, représenta par la géométrie et par des équations les raisonnemens de ce grand géomètre, et introduisit des considérations morales qui lui fournissoient des argumens spécieux contre l'inoculation; il fit enfin de l'analyse même de Bernoulli une critique sévère, propre à faire sentir combien l'application de la doctrine des hasards aux événemens de la vie peut être difficile, mais où l'on voit avec peine, cependant, plus d'esprit de chicane que de justice, et, ce qui étonne sur-tout d'un si grand géomètre, quelques erreurs dans la métaphysique du calcul, qu'il n'auroit certainement pas commises s'il se fût donné la peine d'approfondir entièrement ce sujet *(b)*.

Plus l'objet qu'on veut soumettre à l'analyse est compliqué et abstrait, plus on est exposé à commettre des fautes dans les équations qui doivent avoir lieu pour un état de choses. Il arrive aussi qu'en passant d'un état de choses à un autre, non-seulement toutes les quantités, mais les fonctions de

---

(a) Opuscules mathématiques, *tomes II et IV.* Voyez aussi ses Mélanges de littérature, d'histoire et de philosophie, *tome V.*

(b) Voyez ci-après, aux §§. 17, 21, 58, 109 de cette analyse.

ces quantités, les équations qui les renferment, varient; et alors, si l'on opère mécaniquement sans avoir égard à ces variations, on est conduit, par les règles infaillibles de l'analyse, à des résultats très-erronés. J'aurai occasion de faire, à ce sujet, quelques remarques essentielles. Quant aux objections qui ont été faites contre l'inoculation, et qui étoient fondées sur le danger d'en mourir et sur ce qu'augmentant la masse de la contagion elle augmentoit d'autant le risque de mourir de la petite vérole naturelle, je suis dispensé de les discuter, puisque, d'après les rapports des médecins *(a)*, la vaccine ne fait mourir personne, et qu'elle tend à faire disparoître l'infection; ce qui concilie parfaitement l'intérêt de l'État et celui des citoyens.

M. Tremblay, de l'académie de Berlin, a aperçu que les suppositions que l'on pouvoit faire sur le danger de prendre la petite vérole à tout âge, et sur celui d'en mourir, devoient être renfermées dans de certaines limites; et il a estimé à-peu-près ces dangers par une méthode de tâtonnement très-ingénieuse *(b)*.

En présentant cet objet sous un nouveau jour, je démontre que la probabilité de prendre la petite vérole ou celle d'en mourir à un âge quelconque, étant donnée, les probabilités de l'un ou l'autre événement à chaque âge sont subordonnées à cette première; qu'elles peuvent être déterminées par le seul rapport donné du nombre des morts de petite vérole au

---

(a) *Voyez* le Moniteur du 9 nivôse an 13.

(b) Mémoires de l'Académie royale des sciences de Berlin, pour l'année 1796.

nombre des morts d'autres maladies, d'un âge à l'autre; et je donne une méthode directe pour les apprécier exactement.

Plus je me suis occupé de cet important objet, plus il m'a paru qu'il n'avoit pas été assez considéré sous ses différentes faces. Le desir de le bien connoître et l'explication ou la réfutation de quelques paradoxes, m'ont obligé de résoudre un grand nombre de nouvelles questions. Mon but étant sur-tout de faciliter la connoissance et la comparaison de l'influence de la petite vérole sur la mortalité à chaque âge, pour l'un et l'autre sexe, sous les divers climats, ainsi que l'influence de la vaccine sur la durée de la vie, je donne, à l'exemple de Lambert *(a)*, lorsque les calculs exigés par les formules exactes seroient trop longs ou trop pénibles, une méthode simple, praticable et suffisamment approchée. Enfin, desirant avoir une connoissance générale et assez précise des rapports de toutes les quantités dont il est ici question, et pour offrir en même temps un exemple de l'application de toute cette théorie, j'ai, au moyen des faits que j'ai pu rassembler, dressé les tables qui terminent cet ouvrage.

Lorsqu'on aura des faits homogènes pris dans le même lieu et relatifs à des individus de la même classe, il sera aussi facile qu'agréable de les mettre en œuvre et d'en déduire par la théorie une foule de connoissances utiles. Il n'en est pas de même lorsqu'il s'agit de combiner et de concilier d'une manière satisfaisante des faits pris çà et là; cependant on peut y parvenir. On ne peut pas compter sur une exactitude absolue dans les données; mais les erreurs de l'observation sont

(a) Mélanges de mathématiques imprimés en allemand.

renfermées

renfermées dans des limites d'autant plus étroites, que le nombre de ces observations est grand; et l'analyse des hasards assigne ces limites. Entre les données, il en est qui influent beaucoup plus que d'autres sur les résultats définitifs, qui par une modification presque insensible deviennent propres à mettre de l'accord entre les faits, et que par cette raison il faut d'abord choisir. Il n'est pas douteux que la mortalité absolue causée par la petite vérole ainsi que par les autres maladies, ne varie un peu selon les temps, les lieux, le sexe, les circonstances : cependant, au milieu de ces variations, on découvre des règles assez uniformes et générales, telles par exemple que celle-ci : le rapport de la mortalité par la petite vérole à celle causée par toutes les maladies, est le plus grand entre les âges de 3 et de 4 ans (d'où il ne faut cependant pas conclure, ainsi qu'on le verra, que cet âge est aussi celui où les enfans courent le plus grand danger de mourir de la petite vérole). On a des données sur le nombre des morts de petite vérole à chaque âge, ainsi que des morts d'autres maladies qui peuvent fournir les valeurs moyennes de ces rapports. Les faits que je citerai dans cet ouvrage imposent d'autres conditions à remplir : la première est que, dans l'état naturel, sur cent individus âgés de 30 ans, pris indistinctement, il ne doit pas y en avoir plus de quatre qui n'aient pas encore eu la petite vérole; la seconde est que les deux tiers des enfans qui naissent, soient tôt ou tard attaqués de cette maladie; la troisième est que le plus grand effet que puisse produire la petite vérole aux premiers âges, soit d'emporter un malade sur trois; enfin, que sur sept ou huit malades de petite vérole, de tout âge, il en meure un.

Ce n'est qu'après avoir rempli toutes ces conditions que j'ai pu me flatter d'être venu a bout de mon entreprise. Du reste, les calculs se vérifient tous les uns par les autres, et sont tellement enchaînés par la théorie, que l'on peut compter sur leur exactitude.

Entre les divers résultats que j'ai obtenus, il en est deux sur-tout qui sont remarquables : l'un, qui paroît général, est que le danger de prendre la petite vérole naturelle croît et décroît, mais très-peu, avec le danger d'en mourir lorsqu'on en est attaqué; l'autre, que je crois contraire a l'opinion commune, est qu'a moins de révoquer en doute les nombreuses observations faites a Genève, a la Haye et à Berlin, sur la mortalité, ou de supposer qu'on ait omis dans les registres un nombre très-considérable de morts de petite vérole au-dessus de l'âge de 30 ans, passé cet âge la petite vérole est d'autant moins dangereuse pour ceux qui ne l'ont pas encore eue, qu'ils sont dans un âge plus avancé.

L'exactitude des calculs est démontrée; et si, en ajoutant foi aux dépouillemens des registres mortuaires, on persiste à croire que la petite vérole est plus dangereuse après l'âge de 30 ans qu'avant cet âge, ce jugement ne pourra tout au plus être vrai que relativement à une classe particulière d'individus, qui, bien qu'elle soit la plus remarquée, n'est qu'une très-petite partie de la population. *(Voyez le §. 33 des Applications.)*

On peut aussi accorder cette opinion avec les calculs et les faits, en supposant que cette maladie n'a pas toujours, chez les individus qu'elle attaque après cet âge, des symptômes assez marqués pour qu'on la reconnoisse : car on sait que l'inoculation de la petite vérole ne produit assez souvent qu'un effet imparfait, et même n'en produit aucun. La table du docteur Jurin, que je rapporte ci-après dans le recueil des faits, et qui présente un nombre de quatre cent quatre-vingt-dix personnes inoculées, distribuées par âges, fait voir que l'on peut d'autant moins compter sur l'effet attendu de l'inoculation, que les personnes qui la subissent sont plus âgées. Comme on ne se fait point inoculer lorsqu'on sait avoir eu la petite vérole, il est vraisemblable que, si cet effet a manqué sur ces personnes, parce qu'elles avoient déjà eu cette maladie, plusieurs d'entre elles l'avoient eue sans le savoir. On sait aussi que le corps humain s'accoutume peu à peu à l'action des miasmes contagieux : or, si l'introduction du virus même dans le sang ne produit souvent aucun effet, ne peut-on pas inférer que l'action des miasmes ne produit encore plus souvent qu'une fermentation intérieure, une fièvre sans éruption, une indisposition enfin causée par quelque levain de petite vérole, qui ne se montre point, et qui est si légère qu'on n'a pas même recours au médecin ! Dans ce cas, le nombre des personnes attaquées de cette maladie à un certain âge est réellement plus grand, et par conséquent le danger d'en mourir plus petit qu'il ne paroît.

Au surplus, mon objet est de faire connoître le résultat des faits, et non de les concilier avec les opinions, ni de les expliquer, et je ne donne même ces tables que comme un aperçu général; car les faits qui ont servi de base à ces calculs d'ailleurs très-exacts, prouvent, comme je l'ai déjà dit, que les temps, les lieux, ainsi que le sexe, apporteront toujours quelques variations dans les résultats.

Il seroit très-intéressant de connoître ces variations; mais malheureusement, à quelque petit nombre que soit maintenant réduit celui des données nécessaires, il est encore difficile à un particulier de se les procurer sans le concours de l'autorité publique. Je serois heureux si cet ouvrage pouvoit engager les gouvernemens à faciliter ces recherches et d'autres semblables, ainsi que les personnes éclairées à s'occuper de cet objet. Animé du desir de m'instruire et d'être utile, je recevrois avec beaucoup d'intérêt et de reconnoissance les observations qu'on voudroit bien me communiquer.

POUR faciliter la lecture de cet écrit, je commence par rassembler les diverses quantités que je considère, avec les signes par lesquels je les représente.

DÉNOMINATIONS.

§. I.er

x Les âges.

y_x Le nombre de vivans à l'âge x dans l'état naturel.

Δy_x Le nombre de morts de l'âge x à l'âge $x + 1$ dans l'intervalle Δx, que je fais $= 1$.

$\Delta \mu_x$ Le nombre des personnes de l'âge x qui prennent la petite vérole dans l'espace de temps $\Delta x = 1$.

$\mu_x =$ Le nombre des personnes vivantes à l'âge x qui auront tôt ou tard la petite vérole.

$\Delta \nu_x$ Le nombre des morts de la petite vérole, de l'âge x à l'âge $x + 1$.

ν_x Le nombre des personnes vivantes à l'âge x qui mourront tôt ou tard de cette maladie.

$\Delta \varepsilon_x = \Delta y_x - \Delta \nu_x$ Le nombre des morts de maladies autres que la petite vérole, de l'âge x à l'âge $x+1$, qui ont eu ou n'ont pas eu cette maladie dans les années précédentes.

$\varepsilon_x = y_x - \nu_x$ Le nombre des personnes de l'âge x qui mourront tôt ou tard de maladies autres que la petite vérole.

$\Delta\sigma_x = \Delta\mu_x - \Delta\nu_x$ Le nombre des personnes de l'âge x qui auront la petite vérole dans l'espace du temps $\Delta x = 1$, et qui en réchapperont.

$\sigma_x = \mu_x - \nu_x$ Le nombre des personnes vivantes à l'âge x, qui auront tôt ou tard la petite vérole et qui en réchapperont.

n_x Le nombre des personnes vivantes à l'âge x qui n'ont pas encore eu la petite vérole.

Δn_x Le nombre des personnes de l'âge x qui prendront la petite vérole dans l'espace de temps $\Delta x = 1$, et de celles qui seront emportées par d'autres maladies dans ce même espace de temps sans avoir eu la petite vérole.

$w_x = y_x - n_x$ Le nombre des personnes de l'âge x qui ont eu la petite vérole.

$\Delta w_x = -(\Delta y_x - \Delta n_x)$ Le nombre des personnes de l'âge x qui prendront la petite vérole dans l'intervalle du temps $\Delta x = 1$, et qui en réchapperont, moins le nombre de celles qui, ayant déjà eu la petite vérole, seront emportées dans le même espace de temps par d'autres maladies.

h_x Le nombre des personnes qui, sur le nombre n_a qui n'ont point encore eu la petite vérole à l'âge a, seront vivantes à l'âge $x > a$.

z_x Le nombre des personnes vivantes à l'âge x, si la petite vérole n'existoit pas ou n'étoit pas une maladie mortelle.

Δz_x Le nombre des morts de l'âge x dans l'intervalle $\Delta x = 1$ et dans l'état non variolique.

§. II.

De la manière que je forme les suites dont les termes généraux sont représentés par les variables $y, \mu, \nu, \varepsilon, \sigma, n, h$ et z; x croissant, toutes ces quantités vont continuellement en décroissant. Ainsi les différences et les différentielles du premier ordre

$$\Delta y \;.\; \Delta\mu \;.\; \Delta\nu \;.\; \Delta\varepsilon \;.\; \Delta\sigma \;.\; \Delta n \;.\; \Delta h \text{ et } \Delta z$$
$$\partial y \;.\; \partial\mu \;.\; \partial\nu \;.\; \partial\varepsilon \;.\; \partial\sigma \;.\; \partial n \;.\; \partial h \text{ et } \partial z$$

sont naturellement toutes négatives.

Il n'y a que Δw ou ∂w qui changent de signes; de positives elles deviennent négatives, parce que w va d'abord en croissant et ensuite en décroissant.

Si donc on avoit égard au signe naturel de ces premières différences, il faudroit, dans les dénotations ci-dessus, les écrire avec le signe —, pour les rendre positives; mais les considérant toutes comme positives, lorsque je les emploierai dans le calcul, elles doivent être telles dans les expressions. Je n'aurai égard au signe naturel des différentielles, que lorsque je traiterai ces questions par le calcul différentiel et intégral.

§. III.

CELA posé, il s'ensuit que :

$\Delta n_x - \Delta\sigma_x$ Est le nombre des morts de maladies ou de petite vérole, de l'âge x à l'âge $x + 1$, qui n'auront pas eu cette dernière maladie dans les années précédentes.

$n_a - \sigma_a = \zeta_a + \nu_a$ Le nombre des individus qui, n'ayant pas eu la petite vérole à l'âge a, mourront tôt ou tard de la petite vérole, ou de maladies sans avoir eu la petite vérole.

$\Delta n_x - \Delta\nu_x = \Delta\varepsilon_x + \Delta w_x$ Le nombre des personnes de l'âge x qui prennent la petite vérole dans l'espace du temps $\Delta x = 1$ et en réchappent, et de celles qui, dans le même intervalle, meurent de maladies sans avoir eu la petite vérole.

$n_a - \nu_a = \varepsilon_a - w_a = \zeta_a + \sigma_a$ Le nombre des individus qui n'ont pas eu la petite vérole à l'âge a, et qui ne doivent point mourir de cette maladie.

$\Delta n_x - \Delta\mu_x = \Delta\zeta_x$ Le nombre des *morts de maladies* dans l'espace de temps Δx *qui n'ont pas encore eu la petite vérole.*

$n_a - \mu_a = \zeta_a$ Le nombre des individus existans à l'âge a, qui mourront tôt ou tard de maladies sans avoir jamais eu la petite vérole.

$\Delta\varepsilon_x - \Delta\zeta_x = \Delta\sigma_x - \Delta w_x$ Le nombre des *morts de maladies* dans l'espace de temps Δx, *qui ont eu la petite vérole* soit dans cet intervalle $\Delta x = 1$, soit auparavant.

$\varepsilon_a - \zeta_a = \sigma_a + w_a = y_a - \zeta_a - \nu_a$ Le nombre des individus existans à l'âge a, qui mourront de maladies après avoir eu la petite vérole.

$$\Delta\sigma_x - \Delta w_x - w \cdot \frac{\Delta z}{z} = \Delta h_x - (\Delta n_x - \Delta\sigma_x) = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\Delta z}{z} \cdot \Delta\sigma$$

Le nombre des morts de maladies dans l'année x parmi les individus $\Delta\sigma_x$ qui ont eu la petite vérole cette année et en sont réchappés.

$S \frac{1}{\alpha} \frac{\Delta z}{z} \cdot \Delta\sigma = \sigma_a + w_a - S \cdot w \cdot \frac{\Delta z}{z}$ Le nombre des individus existans à l'age a qui doivent mourir de maladies la même année qu'ils auront la petite vérole.

§. IV.

On aura, entre autres, ces premières égalités :

$$y = \nu + \varepsilon$$
$$y = w + \eta$$
$$y = \zeta + \nu + (\sigma + w)$$
$$y = \zeta + \nu + S\frac{1}{\alpha}\frac{\Delta z}{z} . \Delta\sigma + S\, w . \frac{\Delta z}{z}$$
$$\varepsilon = y - \nu = w + \sigma + \zeta$$
$$\varepsilon = w + \eta - \nu$$
$$\zeta = \eta - \mu = \eta - \sigma - \nu$$
$$w = \varepsilon - \zeta - \sigma = y - \eta$$
$$\eta = y - w = \zeta + \mu = \zeta + \sigma + \nu$$
$$\varepsilon - \zeta = w + \sigma = y - \zeta - \nu = y - \eta + \sigma = w + \mu - \nu$$
$$w + \zeta = y - \mu = y - \sigma - \nu$$
$$\sigma + w = S\frac{1}{\alpha}\frac{\Delta z}{z} . \Delta\sigma + S . w . \frac{\Delta z}{z} \ldots \text{\&c.}$$

§. V.

Lois de Mortalité.

y La loi de mortalité de tous les individus pris indistinctement dans l'état naturel.

ε Celle des individus $(y - \nu)$ qui, dans l'état naturel, doivent mourir de maladies autres que la petite vérole.

z Celle des individus w qui, dans l'état naturel, ont eu la petite vérole, et celle qui auroit lieu pour la totalité des individus, si la petite vérole ne faisoit plus mourir personne.

ν Celle des individus ν qui, dans l'état naturel, doivent mourir de la petite vérole.

ν' Celle de ces mêmes individus ν, s'ils ont tous été mis à l'abri de la petite vérole.

u La loi de mortalité des individus μ qui ne doivent pas mourir avant d'être attaqués de la petite vérole.

u' Celle des individus σ qui doivent exister jusqu'au temps du moins qu'ils aient pris la petite vérole, dont ils doivent réchapper.

u'' Celle des individus $\sigma + w$ qui ne doivent mourir de maladies qu'après avoir eu la petite vérole.

h La loi de mortalité des individus η qui n'ont pas eu la petite vérole et qui s'abandonnent à la nature.

h' Celle des individus $\eta - \mu$ ou ζ qui doivent mourir de maladies sans avoir eu la petite vérole.

h'' Celle des $\eta - \sigma$ ou des $\zeta + \nu$ qui, n'ayant pas encore eu la petite vérole, doivent en mourir, ou mourir de maladies avant de l'avoir prise.

h''' Celle des individus $\eta - \nu$ qui n'ont pas encore eu la petite vérole et qui ne doivent pas mourir de cette maladie.

§. VI.

ENFIN, soient $\frac{1}{n}$ et $\frac{1}{mn}$ des fonctions de x et de constantes, ou plutôt

$$\frac{1}{n} = \frac{\partial(F.x)}{\partial x} \text{ et } \frac{1}{mn} = \frac{\partial(F'.x)}{\partial x}$$

$\frac{\partial x}{n_x}$ L'intensité du danger de prendre la petite vérole dans l'instant ∂x, lorsqu'on ne l'a pas eue.

$\frac{\partial x}{m_x n_x}$ L'intensité du danger de prendre cette maladie et d'en mourir.

$\frac{\eta_x . \partial x}{n_x}$ Sera le nombre des personnes qui, n'ayant pas encore eu la petite vérole à l'âge x, en seront attaquées dans l'instant ∂x.

$\frac{\eta_x . \partial x}{m_x n_x}$ Le nombre de celles qui seront attaquées et emportées par cette maladie dans le même instant ∂x; en considérant comme le véritable moment de l'attaque celui où l'on peut succomber,

Et l'on aura

$$\mu = \int \frac{\eta}{n} . \partial x$$

$$\nu = \int \frac{\eta}{mn} . \partial x$$

$$\sigma = \int \frac{(m-1)}{mn} . \eta \partial x$$

$$\frac{\eta}{n} = \frac{-\partial \mu}{\partial x} = \frac{-\partial \nu}{\partial x} . m \quad ; \quad \frac{\partial x}{n} = \frac{-\partial \mu}{\eta}$$

$$\frac{1}{m} = \frac{-\partial \nu}{-\partial \mu} = \frac{-\partial \nu}{\partial x} . \frac{n}{\eta}$$

$$\frac{\eta}{mn} = \frac{-\partial \nu}{\partial x} = \frac{-\partial \mu}{\partial x} . \frac{1}{m} \quad ; \quad \frac{\partial x}{mn} = \frac{-\partial \nu}{\eta}$$

§. VII.

Remarque.

La suite v, ainsi que celle y, étant données par les registres mortuaires, on aura aussi les différences finies de tous les ordres : or, si dans la suite v, la différence $\Delta^q.v$ est $= o$, ou si l'on a continuellement $\frac{\Delta^q.v_x}{\Delta^{q-1}.v_x} < 1$, on aura

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} = \frac{1}{\Delta x} \left\{ \Delta v_x - \frac{1}{2}\Delta^2 v_x + \frac{1}{3}\Delta^3 v_x - \frac{1}{4}\Delta^4 v^x + \frac{1}{5}\Delta^5 v_x - \&c. \right.$$

$$\frac{\partial^2 v_x}{2\partial x^2} = \frac{1}{(\Delta x)^2} \left\{ \frac{1}{2}\Delta^2 v^x - \frac{1}{2}\Delta^3 v_x + \frac{11}{24}\Delta^4 v_x - \frac{5}{12}\Delta^5 v_x + \&c. \right.$$

ou bien

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} = \frac{1}{\Delta x} \left\{ \frac{\Delta v_x + \Delta v_{x-\Delta x}}{2} - \frac{\Delta^3 v_{x-\Delta x} + \Delta^3 v_{x-2\Delta x}}{12} + \frac{\Delta^5 v_{x-2\Delta x} + \Delta^5 v_{x-3\Delta x}}{60} - \&c. \right.$$

$$\frac{\partial^2 v_x}{2\partial x^2} = \frac{1}{(\Delta x)^2} \left\{ \frac{\Delta^2 v_{x-\Delta x}}{2} - \frac{\Delta^4 v_{x-2\Delta x}}{24} + \frac{\Delta^6 v_{x-3\Delta x}}{180} - \&c. \right.$$

Réciproquement on aura

$$\Delta v_x = \frac{\partial v_x}{\partial x}(\Delta x) + \frac{\partial^2 v_x}{2\partial x^2}(\Delta x)^2 + \frac{\partial^3 v_x}{2.3\partial x^3}(\Delta x)^3 + \&c.$$

On a de même

$$\Delta \mu_x = \frac{\partial \mu_x}{\partial x}(\Delta x) + \frac{\partial^2 \mu_x}{2\partial x^2}(\Delta x)^2 + \frac{\partial^3 \mu_x}{2.3\partial x^3}(\Delta x)^3 + \&c.$$

et puisque $-\partial \mu_x = \frac{n_x.\partial x}{n_x}$, on aura

$$-\Delta \mu_x = \frac{\frac{n_x}{n_x}.\partial x}{\partial x}.(\Delta x) + \frac{\partial\left(\frac{n_x}{n_x}\right)\partial x}{2\partial x^2}.(\Delta x)^2 + \frac{\partial^2\left(\frac{n_x}{n_x}\right)\partial x}{2.3\partial x^3}.(\Delta x)^3 + \&c.$$

D'où l'on voit que si l'on prenoit les intervalles Δx très-petits, on auroit sensiblement

$$-\Delta \mu_x = \frac{n_x}{n_x}.\Delta x = \frac{-\partial \mu_x}{\partial x}.\Delta x$$

ainsi que

$$-\Delta v_x = \frac{n_x}{m_x n_x}.\Delta x = \frac{-\partial v_x}{\partial x}.\Delta x.$$

§. VIII.

Si la différence constante d'un âge à l'autre, représentée par Δx, est d'une année, toutes ces suites décroissent trop rapidement dans les premiers âges pour que ces dernières équations soient suffisamment exactes; mais puisque

$$\mu_x = \int \frac{n_x}{n_x} \,.\, \partial x \text{ prise depuis } x,$$

$$\mu_{x+1} = \int \frac{n_{x+1}}{n_{x+1}} \,.\, \partial x \text{ prise depuis } x+1,$$

on aura *positivement*

$$\Delta \mu_x = \mu_x - \mu_{x+1} = \int \frac{n_x}{n_x} \,.\, \partial x - \int \frac{n_{x+1}}{n_{x+1}} \,.\, \partial x = \int \Delta \left(\frac{n_x}{n_x}\right) .\, \partial x$$

et comme on a en général

$$\int u \partial x = C + S.u - \frac{1}{2} u - \frac{1}{12} \,.\, \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{720} \,.\, \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} - \text{\&c.}$$

et de là

$$\int u_x \partial x - \int u_{x+1} \partial x = \frac{1}{2} (u_x + u_{x+1}) + \frac{\partial u_x - \partial u_{x+1}}{12 \,.\, \partial x} - \frac{\partial^3 u - \partial^3 u_{x+1}}{720 \,.\, \partial x^3} + \text{\&c.}$$

on aura

$$\Delta \mu_x = \frac{1}{2} \left(\frac{n_x}{n_x} + \frac{n_{x+1}}{n_{x+1}}\right) + \frac{\partial \left(\frac{n_x}{n_x}\right) - \partial \left(\frac{n_{x+1}}{n_{x+1}}\right)}{12 \,.\, \partial x} - \text{\&c.}$$

et pareillement

$$\Delta \nu_x = \frac{1}{2} \left(\frac{n_x}{m_x n_x} + \frac{n_{x+1}}{m_{x+1} \cdot n_{x+1}}\right) + \frac{\partial \left(\frac{n_x}{m_x n_x}\right) - \partial \left(\frac{n_{x+1}}{m_{x+1} \cdot n_{x+1}}\right)}{12 \,.\, \partial x} - \text{\&c.}$$

ANALYSE ET TABLEAUX

DE L'INFLUENCE

DE LA PETITE VÉROLE

SUR LA MORTALITÉ.

DÉVELOPPEMENT ET ANALYSE.

1. DANS l'état naturel de l'humanité, chaque individu de la génération y_0 est exposé à prendre la petite vérole ; sur y_0 individus, μ_0 doivent tôt ou tard être attaqués de cette maladie ; ν_0 doivent en mourir; $(y_0 - \nu_0)$ ou ε_0 doivent mourir d'autres maladies, savoir, $\varepsilon_0 - \zeta_0$ ou $\sigma_0 + w_0$ ayant eu la petite vérole, et $n_0 - \mu_0$ ou ζ_0 n'en ayant pas été attaqués.

2. Si, après avoir eu la petite vérole, on couroit également le risque de la reprendre, et si l'on ne pouvoit, en aucun cas, acquérir la certitude de ne jamais mourir de cette maladie, la petite vérole seroit au nombre des autres maladies mortelles, et une des causes nécessaires de la mortalité, qui, dans l'instant ∂x, est pour l'âge x de $\frac{\partial y}{y}$.

3. Mais le caractère essentiel de cette maladie étant de n'attaquer jamais, ou du moins presque jamais, deux fois la même

personne, on peut déjà considérer l'humanité dans deux états naturels, l'un *variolique*, l'autre *non variolique;* car le nombre total y_a des personnes existantes à l'âge a se divise naturellemeut en deux classes, v_a, et $y_a - v_a$ ou w_a, la première comprenant tous les individus qui, n'ayant pas encore eu la petite vérole, sont exposés à la prendre; l'autre comprenant ceux qui l'ayant eue en sont désormais à l'abri.

4. En outre, comme l'on s'est assuré par un très-grand nombre d'expériences, qu'en inoculant la petite vérole à des individus d'ailleurs sains et convenablement préparés, elle devenoit beaucoup moins dangereuse, et même qu'en prévenant la petite vérole par la vaccine, on pouvoit absolument s'en affranchir; chaque individu ayant à sa portée le moyen de détourner cette source de destruction, on est fondé à ne considérer généralement la petite vérole que comme une cause accidentelle de la mortalité, à la mettre en quelque sorte au nombre des fléaux destructeurs, tels que la peste &c., qui peuvent survenir, mais que la prudence humaine sait écarter; et faisant abstraction de cette maladie comme de toute autre contagion, on peut contempler le tableau de l'humanité dans l'état non variolique, où l'art peut la placer presque entièrement.

5. Lors même que la petite vérole n'auroit point le caractère qui la distingue de la plupart des autres maladies, rien n'empêcheroit qu'on ne distribuât par la pensée les y individus vivans de chaque âge en deux classes, l'une composée des v destinés à mourir de petite vérole, l'autre des $(y - v)$ destinés à mourir d'autres maladies.

6. Sous ce point de vue, la mortalité des individus de la classe v seroit, dans l'instant ∂x, de $\frac{\partial v}{v}$; celle des individus de la classe $(y - v)$ seroit de $\frac{\partial y - \partial v}{y - v}$ et l'on auroit

$$\frac{v}{y} \cdot \frac{\partial v}{v} + \frac{y-v}{y} \cdot \frac{\partial y - \partial v}{y-v} = \frac{\partial y}{y} .$$

La loi de mortalité des v seroit la suite $\frac{1}{v_o} \cdot v$, en faisant $= 1$ le premier terme correspondant à $x = 0$.

Quant à celle des $(y - v)$, si on la représente par z', on aura
$$\frac{\partial z'}{z'} = \frac{\partial y - \partial v}{y - v}$$
$$L \cdot z' = L (y - v) + L \cdot c$$
$$z' = c (y - v)$$
$$c = \frac{z'_a}{y_a - v_a} = \frac{y_o}{y_o - v_o}, \text{ si } a = 0;$$
par conséquent
$$z' = \frac{y_o}{y_o - v_o} \cdot (y - v).$$

7. Le rapport $\frac{\partial y - \partial v}{y - v}$, d'où est résultée la loi z', est l'expression de la mortalité par maladies dans l'instant ∂x, lorsqu'on ne fait aucune distinction de ceux $y - n$ ou w qui ont eu la petite vérole et de ceux $n - v$ qui ne l'ont pas eue; et l'on verra ci-après que, si l'on subdivise les $(y - v)$ en trois classes, $y - n$ ou w, $\mu - v$ ou σ, et $n - \mu$ ou ζ, les lois de mortalité des individus compris dans chacune de ces classes sont très-différentes.

8. La loi de mortalité des w qui ne sont plus dans l'état variolique, est celle qui auroit lieu si la petite verole n'existoit point ou n'étoit aucunement dangereuse. Dans cette supposition, les v se réuniroient aux $y - v$; il n'y auroit qu'une seule classe générale d'individus qui mourroient d'autres maladies; et le rapport de cette mortalité, au lieu d'être $\frac{\partial y - \partial v}{(y - v)}$, ne seroit plus que $\frac{\partial y - \partial v}{(y - v) + v} = \frac{\partial y - \partial v}{y}$. Il est d'ailleurs évident que si $\frac{\partial y}{y}$ exprime le rapport de la mortalité par toutes les maladies, y compris la petite vérole, $\frac{\partial y - \partial v}{y}$ seroit l'expression de la mortalité, si

la petite vérole n'avoit point causé de décès, et par conséquent sera celle de la mortalité des individus lorsqu'ils ne peuvent point mourir de la petite vérole.

Et de même que la suite y, résultant du rapport $\frac{\partial y}{y}$, est la loi de mortalité générale sous l'influence de la petite vérole, mais dans les temps ordinaires et non dans les temps de calamité, une autre suite z, résultant du rapport $\frac{\partial y - \partial v}{y}$ ou $\frac{\partial z}{z}$, sera la loi de mortalité lorsque l'humanité sera en outre délivrée du fléau de la petite vérole.

9. Pour procéder du simple au composé, cherchons maintenant l'expression de z en y et en v.

L'équation différentielle

$$\frac{\partial z}{z} = \frac{\partial y - \partial v}{y}$$

a pour intégrale

$$Lz = Lc + Ly + \int \frac{-\partial v}{y};$$

on a $z_o = y_o = 1$, et à cette origine l'intégrale $\int \frac{-\partial v}{y}$ est nulle : ainsi la constante $Lc = 0$; et, en passant des logarithmes aux nombres, l'on a

$$z = y e^{\int \frac{-\partial v}{y}}, \ldots\ldots\ldots (A)$$

(e étant le nombre dont le logarithme hyperbolique est l'unité); équation qui ne diffère de celle de d'Alembert que par le signe — de l'exposant, attendu que la suite v est considérée différemment.

10. La suite y ainsi que la suite v étant données, on aura les différentes valeurs de l'exposant $\int \frac{-\partial v}{y}$, qui est une quantité positive et croissante, et par conséquent toutes les valeurs de z, si l'on a les fonctions de x représentées par y et par v, ou si l'on peut avoir v en fonction de y, telle que

$$v = \alpha + \beta y + \gamma y^2 + \delta y^3 \ldots,$$

$$v = P\int y^p\,(1-y)^q.\,\partial y\ldots.$$
$$v = ap^y + bq^y + cr^y\ \ldots.\ \&c.$$

D'ailleurs, l'intégrale $\int \frac{-\partial v}{y}$ est la quadrature de la courbe dont l'ordonnée est $\upsilon = \frac{1}{y}\left(\frac{-\partial v}{\partial x}\right)$; les suites y et v étant données par les registres mortuaires, et ayant $\frac{\partial v}{\partial x}$ par les différences finies, on pourroit calculer les valeurs de υ distantes de l'unité; en les additionnant on auroit $S.\,\upsilon$; par les différences finies on auroit en général

$$\frac{\partial^q \upsilon_x}{\partial x^q} = \frac{1}{(\Delta x)^q}\left\{\Delta^q\upsilon_x + M\Delta^{q+1}\upsilon_x + N\Delta^{q+2}\upsilon_x + P\Delta^{q+3}\upsilon_x + \&c.\right.$$

en faisant $M = -\frac{q}{2}$

$$2N = -\frac{(q+1)M}{2} + \frac{q}{2.3}$$

$$3P = -\frac{(q+2)N}{2} + \frac{(q+1)M}{2.3} - \frac{q}{3.4}\ \&c.$$

et enfin

$$\int \frac{-\partial v}{y} = \int \upsilon\partial x = C + S.\,\upsilon - \frac{1}{2}\upsilon - \frac{1}{12}.\frac{\partial\upsilon}{\partial x} + \frac{1}{720}.\frac{\partial^3\upsilon}{\partial x^3} - \&c.$$

11. Mais de quelque manière que l'on s'y prenne, v et y donnés par l'observation sont tels, que l'expression exacte de z conduira toujours à des calculs très-compliqués : or il est important d'avoir une méthode plus simple, plus généralement praticable, et qui donne cependant des résultats très-approchés; et l'on va voir que l'on peut atteindre ce but en n'employant que les premières différences finies de y et de v, et en prenant le milieu entre deux extrêmes.

12. Pour cet effet, il faut considérer,

1.° Que, si les Δv_x étoient tous morts de la petite vérole *à la fin* de la x.^{me} année, on auroit exactement

$$\frac{\Delta z_x}{z_x} = \frac{\Delta y_x - \Delta v_x}{y_x}, \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Ces différences étant considérées comme positives, on auroit

$$z_{x+1} = z_x - \Delta z_x = z_x - \frac{\Delta y_x - \Delta v_x}{y_x} \cdot z_x$$

et de là

$$z_{x+1} = \frac{y_{x+1} + \Delta v_x}{y_x} \cdot z_x, \ldots\ldots (1')$$

2.° Que, si au contraire les Δv_x sont tous morts au commencement de la $x.^{me}$ année, un nombre $\frac{\Delta z_x}{z_x} \cdot \Delta v_x$ de ces Δv_x seroient morts d'autres maladies dans le courant de l'année, s'ils n'avoient pas été emportés par la petite vérole ; et l'on auroit exactement

$$\frac{\Delta z_x}{z_x} = \frac{\Delta y_x - \left(\Delta v_x - \frac{\Delta z_x}{z_x} \cdot \Delta v_x\right)}{y_x},$$

c'est-à-dire,

$$\frac{\Delta z_x}{z_x} = \frac{\Delta y_x - \Delta v_x}{y_x - \Delta v_x} \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

ou

$$z_{x+1} = \frac{y_{x+1}}{y_x - \Delta v_x} \cdot z_x, \ldots\ldots\ldots (2')$$

Or les Δv_x mourant successivement dans tout le courant de l'année ou de l'intervalle Δx, il faut prendre le milieu entre ces deux résultats ; on aura donc assez exactement

$$\frac{\Delta z_x}{z_x} = \frac{1}{2}\left\{\frac{\Delta y_x - \Delta v_x}{y_x} + \frac{\Delta y_x - \Delta v_x}{y_x - \Delta v_x}\right\} = \frac{(\Delta y_x - \Delta v_x)(2y_x - \Delta v_x)}{2y_x(y_x - \Delta v_x)}, (3)$$

ou

$$z_{x+1} = \left(1 - \frac{(\Delta y_x - \Delta v_x)(2y_x - \Delta v_x)}{2y_x(y_x - \Delta v_x)}\right) \cdot z_x, \ldots\ldots\ldots (3')$$

De plus, si l'on donne à l'expression de $\frac{\Delta z}{z}$ la forme suivante

$$\frac{\Delta z_x}{z_x} = \frac{\Delta y_x - \Delta v_x}{y_x - \frac{1}{2}\Delta v_x - \frac{\frac{1}{2}(\Delta v_x)^2}{2y_x - \Delta v_x}}, \ldots\ldots\ldots (3)$$

on voit qu'elle se réduit sensiblement à

$$\frac{\Delta z_x}{z_x} = \frac{\Delta y_x - \Delta v_x}{y_x - \frac{1}{2}\Delta v_x},$$

équation

équation très-simple, à laquelle Lambert est arrivé par d'autres considérations, et que l'on retrouvera si l'on suppose que la moitié des Δv_x meurt au commencement de l'année et l'autre moitié à la fin. En effet, dans cette supposition, la moitié des Δv_x qui est morte à la fin de l'année, ne pouvant donner lieu à aucune augmentation de mortalité par maladies, et cette augmentation devant être portée toute entière sur les $\frac{1}{2}\Delta v_x$ qui meurent au commencement, l'on a

$$\frac{\Delta z_x}{z_x} = \frac{\Delta y_x - \Delta v_x + \frac{1}{2}\Delta v_x \cdot \frac{\Delta z_x}{z_x}}{y_x},$$

ce qui se réduit à

$$\frac{\Delta z_x}{z_x} = \frac{\Delta y_x - \Delta v_x}{y_x - \frac{1}{2}\Delta v_x}, \dots\dots\dots (4)$$

et donne cette équation aux différences finies:

$$z_{x+1} = \frac{y_{x+1} + \frac{1}{2}\Delta v_x}{y_x - \frac{1}{2}\Delta v_x} \cdot z_x, \dots (4').$$

On peut donc se borner à prendre la moyenne arithmétique des numérateurs et des dénominateurs des seconds membres des équations que nous ont données les deux premières suppositions, et regarder ces dernières valeurs comme suffisamment exactes.

Ainsi la mortalité, par maladies, de *ceux qui sont à l'abri* de la petite vérole, est seulement de $\Delta y - \Delta v$ sur $y - \frac{1}{2}\Delta v$, ou de $\Delta y - \Delta v - \frac{(\Delta y - \Delta v)(v - \frac{1}{2}\Delta v)}{y - \frac{1}{2}\Delta v}$ sur $y - v$ et non pas de $\Delta y - \Delta v$ sur $y - v$.

13. Il est bon cependant de remarquer que les deux premières suppositions que nous avons faites pourroient donner des valeurs de z encore plus approchées. Pour le faire voir, reprenons les équations aux différences finies qui en sont résultées; savoir:

$$(1') \dots\dots z_{x+1} = \frac{y_{x+1} + \Delta v_x}{y_x} \cdot z_x$$

$$\text{et } (2') \dots\dots z_{x+1} = \frac{y_{x+1}}{y_x - \Delta v_x} \cdot z_x.$$

Ayant $z_o = y_o = 1$, l'intégrale de l'équation

$$z_{x+1} = \frac{y_{x+1}}{y_x - \Delta v_x} \cdot z_x$$

est

$$z_{x+1} = \frac{y_{x+1}}{\left(1 - \frac{\Delta v_o}{y_o}\right)\left(1 - \frac{\Delta v_1}{y_1}\right)\left(1 - \frac{\Delta v_2}{y_2}\right) \ldots \ldots \left(1 - \frac{\Delta v_x}{y_x}\right)}, (2'').$$

On a donc entre autres

$$z_1 = \frac{y_1}{1 - \frac{\Delta v_o}{y_o}}.$$

Or la forme de l'équation ($2''$) fait voir que si l'on eût procédé par intervalles infiniment petits, chacun des facteurs $\left(1 - \frac{\Delta v_o}{y_o}\right)$, $\left(1 - \frac{\Delta v_1}{y_1}\right)$ &c. eût été composé d'une infinité de facteurs $\left(1 - \frac{\partial v}{y}\right)$. De sorte que si l'on répartit également la quantité Δv_o sur chacun de ces instans, on aura, en passant par toutes les valeurs de z depuis $x = 0$ jusqu'à $x = 1$

$$z_1 = \frac{y_1}{\left(1 - \frac{1}{\infty} \cdot \frac{\Delta v_o}{y_o}\right)^{\infty}} = y_1 \, e^{\frac{\Delta v_o}{y_o}}$$

et en général

$$(2''') \ldots . \, z_{x+1} = y_{x+1} \cdot e^{\frac{\Delta v_o}{y_o} + \frac{\Delta v_1}{y_1} + \frac{\Delta v^2}{y^2} + \ldots . \frac{\Delta v_x}{y_x}} = y_{x+1} \cdot e^{S . \frac{\Delta v_x}{y_x}}.$$

Or il est évident que Δv ainsi que y variant à chaque instant, $S \frac{\Delta v}{y}$ doit être changée en $\int \frac{\partial v}{y}$ ou plutôt en $\int \frac{-\partial v}{y}$, puisque Δv a été pris positif; et qu'au lieu de $\frac{\Delta v_o}{y_o}$, il faut écrire $\int \frac{-\partial v}{y}$, en prenant l'intégrale depuis $x = 0$ jusqu'à $x = 1$, et ainsi de suite; ce qui rameneroit à l'expression exacte déjà trouvée,

$$(A) \ldots \ldots z = y e^{\int \frac{-\partial v}{y}}$$

D'une autre part, en prenant l'intégrale de l'autre équation

$$(1') \ldots\ldots z_{x+1} = \frac{y_{x+1} + \Delta v_x}{y_x} \cdot z_x$$

on a

$$z_{x+1} = \left(1 + \frac{\Delta v_0}{y_1}\right)\left(1 + \frac{\Delta v_1}{y_2}\right)\left(1 + \frac{\Delta v_2}{y_3}\right) \ldots\ldots \left(1 + \frac{\Delta v_x}{y_{x+1}}\right) \cdot y_{x+1}, \; (1'')$$

et par les mêmes considérations l'on aura

$$z_{x+1} = y_{x+1} \cdot e^{\frac{\Delta v_0}{y_1} + \frac{\Delta v_1}{y_2} + \frac{\Delta v_2}{y_3} \ldots\ldots \frac{\Delta v_x}{y_{x+1}}} \ldots\ldots (1''').$$

Maintenant, pour savoir comment il faut combiner les équations $(1''')$ et $(2''')$, j'observe qu'on a

$$\frac{-\partial v_x}{\partial x} = \frac{\Delta v_x + \Delta v_{x-1}}{2} - \frac{\Delta^3 v_{x-1} + \Delta^3 v_{x-2}}{12} + \frac{\Delta^5 v_{x-2} + \Delta^5 v_{x-3}}{60} - \&c.$$

et qu'en se bornant au premier terme, on a à-peu-près

$$\frac{-\partial v_x}{\partial x} = \frac{\Delta v_x + \Delta v_{x-1}}{2}.$$

Or si $\frac{\Delta v_x + \Delta v_{x-1}}{2 y_x} = \frac{-\partial v_x}{y_x \partial x}$,

il s'ensuit que $\frac{\Delta v_x}{y_{x+\frac{1}{2}}}$ ou $\frac{2 \Delta v_x}{y_x + y_{x+1}} = \frac{-\partial v_{x+\frac{1}{2}}}{y_{x+\frac{1}{2}} \partial x}$,

et qu'en employant ces valeurs moyennes, on auroit, par une plus grande approximation,

$$z_{x+1} = y_{x+1} \cdot e^{2 \cdot \left\{\frac{\Delta v_0}{y_0 + y_1} + \frac{\Delta v_1}{y_1 + y_2} + \frac{\Delta v_2}{y_2 + y_3} + \ldots \frac{\Delta v_x}{y_x + y_{x+1}}\right\}}, \; (A').$$

Mais comme la facilité de l'exécution doit entrer pour quelque chose dans le choix des méthodes, on pourra de préférence employer l'équation (4), à laquelle celle-ci se rapporte.

14. La suite z étant la loi de mortalité dans l'état non variolique, si la vaccine préserve réellement de la petite vérole, sans entraîner d'ailleurs aucun dérangement dans l'économie animale, la mortalité des vaccinés sera conforme à la suite z, et en comparant à cette suite la mortalité réelle des vaccinés, on saura du moins ce qu'il en est.

En général, quelque moyen que l'art emploie, il sera d'autant plus avantageux, que la vie moyenne de ceux qui en auront profité sera plus grande que la vie moyenne de ceux qui se seront abandonnés à la nature.

15. La même méthode par laquelle nous avons trouvé la suite z, peut être employée pour découvrir la loi de mortalité dans d'autres circonstances. Supposons que par une cause extraordinaire de destruction, telle que la fièvre jaune, la peste &c., sur le nombre total y'_o des morts de tout âge, il y ait eu un nombre φ_o de décès produits par cette cause, et qu'au moyen du nombre des morts de chaque âge $\Delta y'$ et $\Delta\varphi$, donné par les registres mortuaires, on ait formé les deux suites y' et φ ; je dis que sans cette calamité la loi de mortalité (celle qui auroit lieu dans l'état ordinaire) eût été

$$y = y' e^{-\int \frac{\partial\varphi}{y'}}$$

et que si l'on trouvoit le moyen de mettre les hommes à l'abri de plusieurs maladies qui emportent $\frac{\psi_o}{y_o}$ de chaque génération, la loi de mortalité seroit alors

$$Z = y e^{-\int \frac{\partial\psi}{y}}.$$

16. Je suppose aussi que la vaccine ne fait mourir personne; cependant, comme il est possible qu'elle hâte la mort de quelques individus mal disposés pour cette épreuve, supposons qu'ayant vacciné tous les individus n_a, qui n'ont pas encore eu la petite vérole à l'âge a, cette opération ait fait mourir $\frac{1}{i_a}$ de n_a, et soit J la loi de mortalité des vaccinés. On aura d'abord

$$J_a = n_a - \frac{1}{i_a} \cdot n_a = \left(1 - \frac{1}{i_a}\right) \cdot n_a$$

et ensuite

$$J = \frac{J_a}{z_a} \cdot z = \left(1 - \frac{1}{i_a}\right) \cdot \frac{n_a}{z_a} \cdot z$$

$$\int J\partial x = \frac{J_a}{z_a}\int z\partial x = \left(1 - \frac{1}{i_a}\right)\cdot\frac{n_a}{z_a}\int z\partial x$$

et la vie moyenne des vaccinés sera

$$\frac{\int J\partial x}{n_a} = \left(1 - \frac{1}{i_a}\right)\frac{\int z\partial x}{z_a}$$

$\frac{\int z\partial x}{z_a}$ est la vie moyenne des individus qui sont à l'abri de la petite vérole. On verra ci-après, § 47, que si tous les n_a s'abandonnoient à la nature, leur loi de mortalité seroit $h = y - \frac{w_a}{z_a}z$, et leur vie moyenne $\frac{\int h\partial x}{n_a}$. Si donc $\int J\partial x$ est > que $\int h\partial x$, bien que la vaccine fît mourir $\frac{1}{i_a}$ de ceux qui la reçoivent, elle procurera une augmentation de vie à la totalité des individus qui se seront soumis à cette opération. Et pour qu'elle ne leur fût aucunement avantageuse, il faudroit qu'on eût

$$\left(1 - \frac{1}{i_a}\right)\frac{\int z\partial x}{z_a} = \frac{\int h\partial x}{n_a},$$

c'est-à-dire, qu'elle causât la mort à

$$\frac{1}{i_a} = \frac{n_a\int z\partial x - z_a\int h\partial x}{n_a\int z dx} = \frac{y_a\int z\partial x - z_a\int y\partial x}{n_a\int z\partial x}$$

des vaccinés à l'âge a.

La quantité $\frac{1}{i}$ peut même varier selon les âges ; mais il paroît que le nombre des individus qui meurent de la vaccine est si petit, qu'on peut en faire abstraction; et c'est un des principaux avantages de cette belle découverte.

17. Je passe à la détermination de n. Cette variable représentant le nombre des personnes vivantes *qui n'ont pas encore eu la petite vérole* et le petit nombre de celles qui l'ont actuellement, le nombre de celles qui vivent ou qui sont mortes de maladies, après avoir eu la petite vérole, n'entre pour rien dans ses élémens. Cette suite n diminue par le nombre des personnes qui prennent la petite vérole, soit qu'elles en réchappent, soit qu'elles en meurent, et par

le nombre des personnes qui meurent d'autres maladies *sans avoir pris la petite vérole* *.

Or, $\Delta \mu_x$ sont attaquées de la petite vérole dans l'espace de temps $\Delta x = 1$

$\Delta \varepsilon_x = \Delta y_x - \Delta \nu_x$ meurent d'autres maladies dans ce même espace de temps.

Mais, pour faire entrer cette dernière quantité dans l'élément ou le décrément Δn, il faut qu'elle soit diminuée dans le rapport du nombre total des personnes vivantes, qui ont eu ou n'ont pas eu la petite vérole, au nombre de celles qui n'ont pas eu cette maladie. Soit ω ce rapport; on aura

$$\Delta n_x = \Delta \mu_x + (\Delta y_x - \Delta \nu_x) . \omega$$

au commencement de la x.me année $\omega = \frac{n_x}{y_1}$ et à la fin de la x.me année $\omega = \frac{n_x - \Delta n_x}{y_x - \Delta y_x} = \frac{n_{x+1}}{y_{x+1}}$; mais le rapport moyen est $\omega = \frac{\int n_x \partial_x}{\int y_x \partial_x}$ en prenant les intégrales dans les limites de $\Delta x = 1$.

Ainsi

$$\omega = \frac{\frac{1}{2}(n_x + n_{x+1}) + \frac{1}{12}\left(\frac{\partial n_x - \partial n_{x+1}}{\partial x}\right) - \&c.}{\frac{1}{2}(y_x + y_{x+1}) + \frac{1}{12}\left(\frac{\partial y_x - \partial y_{x+1}}{\partial x}\right) - \&c.}.$$

En se bornant au premier terme tant du numérateur que du dénominateur, et faisant $n_{x+1} = n_x - \Delta n_x$ et $y_{x+1} = y_x - \Delta y_x$, on aura

$$\omega = \frac{n_x - \frac{1}{2}\Delta n_x}{y_x - \frac{1}{2}\Delta y_x}.$$

Cela posé,

1.° si l'on faisoit $\omega = \frac{n_x}{y_x}$, on auroit

* Ou, ce qui revient au même, cette suite diminue par le nombre $\Delta \nu$ des personnes qui meurent de la petite vérole, par le nombre $\Delta \sigma$ de celles qui en réchappent, et par le nombre $\Delta . \zeta$ de celles qui n'ayant pas pris la petite vérole meurent d'autres maladies.

$$\Delta n_x = \Delta \mu_x + (\Delta y_x - \Delta \nu_x) \cdot \frac{n_x}{y_x}, \ldots\ldots (1)$$

ou

$$\Delta n_x = \Delta \mu_x + n_x \cdot \frac{\Delta z_x}{z_x}, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1').$$

2.° Si l'on faisoit $\omega = \frac{n_x - \Delta n_x}{y_x - \Delta y_x}$, on auroit d'abord

$$\Delta n_x = \Delta \mu_x + (\Delta y_x - \Delta \nu_x) \cdot \frac{n_x - \Delta n_x}{y_x - \Delta y_x}$$

ensuite

$$\Delta n_x = \Delta \mu_x + (\Delta y_x - \Delta \nu_x) \cdot \frac{n_x - \Delta \mu_x}{y_x - \Delta \nu_x}, \ldots (2) *$$

par conséquent $\frac{n_x - \Delta n_x}{y_x - \Delta y_x} = \frac{n_x - \Delta \mu_x}{y_x - \Delta \nu_x}$

ou parce que, dans cette supposition, $\frac{\Delta y_x - \Delta \nu_x}{y_x - \Delta \nu_x} = \frac{\Delta z_x}{z_x}$

on auroit

$$\Delta n_x = \Delta \mu_x + (n_x - \Delta \mu_x) \cdot \frac{\Delta z_x}{z_x}, \ldots\ldots\ldots (2')$$

et

$$n_{x+1} = (n_x - \Delta \mu_x) \cdot \frac{y_{x+1}}{y_x - \Delta \nu_x}, \ldots\ldots\ldots\ldots (2'').$$

3.° En prenant le milieu entre les valeurs de Δn_x résultantes de ces deux suppositions, on auroit

$$\Delta n_x = \Delta \mu_x + (\Delta y_x - \Delta \nu_x) \cdot \frac{(2y_x - \Delta \nu_x) n_x - y_x \Delta \mu_x}{2y_x (y_x - \Delta \nu_x)}, \ldots (3).$$

---

* D'Alembert, pour critiquer la formule de Bernoulli, qui est ci-après §. 21, pose, au tome IV de ses Opuscules *(page 313, lignes 14 et 15)*, une équation qui revient à celle-ci :

$$\Delta n = \Delta \mu + \frac{(\Delta y - \Delta \nu)}{y - \Delta \nu} \cdot (n - \Delta \nu).$$

Il compare ensuite μ et $\Delta \mu$ tirés de l'équation de Bernoulli, avec la valeur de Δn qu'il vient d'établir, en faisant $\Delta x = 1$. Ces équations n'étant pas identiques, il en conclut que l'analyse de Bernoulli est en défaut, et il fait voir comment il auroit dû s'y prendre : mais l'équation de d'Alembert ne paroît pas exacte ; il faut $n - \Delta \mu$ au lieu de $n - \Delta \nu$, parce que les individus qui meurent de maladies dans l'année qu'ils ont eu la petite vérole, sont dans les Δw et non dans les Δn.

4.° Mais en faisant $\omega = \frac{n_x - \frac{1}{2}\Delta n_x}{y_x - \frac{1}{2}\Delta y_x}$, on auroit cette équation plus simple

$$\Delta n_x = \Delta \mu_x + (\Delta y_x - \Delta v_x) \cdot \frac{n_x - \frac{1}{2}\Delta n_x}{y_x - \frac{1}{2}\Delta y_x}$$

qui donne

$$\Delta n_x = \frac{(y_x - \frac{1}{2}\Delta y_x)\,\Delta \mu_x + (\Delta y_x - \Delta v_x) \cdot n_x}{y_x - \frac{1}{2}\Delta v_x}, \ldots\ldots\ldots (4).$$

Et comme, par l'équation (4) de z, on a

$$\frac{\Delta y_x - \Delta v_x}{y_x - \frac{1}{2}\Delta v_x} = \frac{\Delta z_x}{z_x}, \text{ et de là } \frac{y_x - \frac{1}{2}\Delta y_x}{y_x - \frac{1}{2}\Delta v_x} = 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta z_x}{z_x}$$

on auroit

$$\Delta n_x = \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta z_x}{z_x}\right) \cdot \Delta \mu_x + n_x \cdot \frac{\Delta z_x}{z_x}, \ldots . (4')$$

ou

$$\Delta n_x = \Delta \mu_x + \left(n_x - \frac{1}{2}\Delta \mu_x\right) \cdot \frac{\Delta z_x}{z_x}$$

ou, parce que $\Delta n_x = n_x - n_{x+1}$ puisque toutes les différences sont regardées comme positives,

$$n_{x+1} = \left(1 - \frac{\Delta z_x}{z_x}\right) n_x - \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta z_x}{z_x}\right) \cdot \Delta \mu_x \ldots (4'').$$

18. Si l'on fait, dans cette dernière équation,

$$\Delta \mu_x = \frac{1}{2}\left(\frac{n_x}{n_x} + \frac{n_{x+1}}{n_{x+1}}\right)$$

on aura

$$n_{x+1} = \frac{(4 n_x - 1)\, z_{x+1} - z_x}{(4 n_{x+1} + 1)\, z_x + z_{x+1}} \cdot \frac{n_{x+1}}{n_x}\, n_x \ldots\ldots (4''').$$

19. Mais l'équation différentielle qui, d'après ce qui précède, est évidemment

$$-\partial n = -\partial \mu - (\partial y - \partial v) \cdot \frac{n}{y}$$

donne par l'intégration une expression exacte et très-simple de la valeur de n.

On a $\qquad \frac{\partial y - \partial v}{y} = \frac{\partial z}{z}$

et $\qquad -\partial \mu = \frac{n \partial x}{n}$

par

par conséquent

$$\frac{u\partial z}{z} - \partial u = \frac{u\partial x}{n}.$$

Multipliant tous les termes de cette équation par $\frac{z}{uu}$ pour la rendre intégrable, on aura

$$\frac{u\partial z - z\partial u}{uu} = \frac{z}{u} \cdot \frac{\partial x}{n}.$$

Faisant ensuite $\frac{z}{u} = r$, cette équation se réduira à celle-ci,

$$\partial r - \frac{1}{n} r\partial x = 0$$

dont l'intégrale est

$$r = \frac{z}{u} = c e^{\int \frac{\partial x}{n}}$$

$\frac{1}{n}$ étant une fonction quelconque de x et des constantes.

Or, $\frac{z_0}{u_0} = 1$ et $e^{\int \frac{\partial x}{n_0}} = e^0 = 1$, ainsi $c = 1$.
et la valeur exacte de u_x est généralement

$$u_x = z_x e^{-\int \frac{\partial x}{n_x}}$$

en prenant $\int \frac{\partial x}{n_x}$ depuis $x = 0$ jusqu'à $x = x$.

On peut même obtenir cette équation d'une manière plus simple, car on a d'une part

$$-\partial u = \frac{u\partial x}{n} - \frac{(\partial y - \partial v)u}{y}$$

ou
$$\frac{\partial v}{y} = \frac{\partial y}{y} - \frac{\partial u}{u} - \frac{\partial x}{n}$$

d'une autre part on a

$$\frac{\partial z}{z} = \frac{\partial y - \partial v}{y}$$

ou
$$\frac{\partial v}{y} = \frac{\partial y}{y} - \frac{\partial z}{z}$$

Égalant ces deux valeurs de $\frac{\partial v}{y}$, on a

$$\frac{\partial x}{n} = \frac{\partial z}{z} - \frac{\partial n}{n}$$

$$\int \frac{\partial x}{n} = Lz - Ln \quad \text{sans constante;}$$

et de là $\quad n = z e^{-\int \frac{\partial x}{n}}$, ...(B).

20. On peut de même déduire cette valeur des équations approchées de n en différences finies. Prenons, par exemple, l'équation (2)

$$\Delta n_x = \Delta \mu_x + \frac{(\Delta y_x - \Delta v_x)(n_x - \Delta \mu_x)}{y_x - \Delta v_x}.$$

Faisant $n_x - \Delta n_x = n_{x+\Delta x}$ et $y_x - \Delta y_x = y_{x+\Delta x}$ on aura

$$n_{x+\Delta x} = (n_x - \Delta \mu_x) \cdot \frac{y_{x+\Delta x}}{y_x - \Delta v_x}, \ldots\ldots (2')$$

ou, comme par l'équation $(2')$ de z, qui lui correspond, on a

$$\frac{y_{x+\Delta x}}{y_x - \Delta v_x} = \frac{z_{x+\Delta x}}{z_x}, \text{ on aura}$$

$$n_{x+\Delta x} = (n_x - \Delta \mu_x) \cdot \frac{z_{x+\Delta x}}{z_x}, \ldots\ldots\ldots (2'').$$

Si en outre on fait $\Delta \mu_x = \frac{n_x}{n_x} \cdot \Delta x$, on aura

$$n_{x+\Delta x} = \left(1 - \frac{\Delta x}{n_x}\right) \cdot n_x \cdot \frac{z_{x+\Delta x}}{z_x}, \ldots (2''')$$

et de là $n_0 = 1$

$$n_{\Delta x} = \left(1 - \frac{\Delta x}{n_0}\right) \cdot z_{\Delta x}$$

$$n_{2\Delta x} = \left(1 - \frac{\Delta x}{n_0}\right)\left(1 - \frac{\Delta x}{n_{\Delta x}}\right) \cdot z_{2\Delta x}$$

$$n_{3\Delta x} = \left(1 - \frac{\Delta x}{n_0}\right)\left(1 - \frac{\Delta x}{n_{\Delta x}}\right)\left(1 - \frac{\Delta x}{n_{2\Delta x}}\right) \cdot z_{3\Delta x}$$

$$(2^{IV}) \ldots\; n_x = \left(1 - \frac{\Delta x}{n_0}\right)\left(1 - \frac{\Delta x}{n_{\Delta x}}\right)\left(1 - \frac{\Delta x}{n_{2\Delta x}}\right) \ldots$$

$$\ldots \left(1 - \frac{\Delta x}{n_{x-\Delta x}}\right) \cdot z_x.$$

De cette manière, n, qui peut varier d'un intervalle Δx à l'autre, est supposée constante dans chacun de ces intervalles; mais dans cette supposition même, l'équation (2^{IV}) fait voir qu'il faudroit faire

$$\nu_{\Delta x} = \left(1-\frac{1}{\infty}\cdot\frac{\Delta x}{n_0}\right)\left(1-\frac{1}{\infty}\cdot\frac{\Delta x}{n_0}\right)\left(1-\frac{1}{\infty}\cdot\frac{\Delta x}{n_0}\right)\cdots$$
$$\cdots\left(1-\frac{1}{\infty}\cdot\frac{\Delta x}{n_0}\right)\cdot z_{\Delta x}$$

ou

$$\nu_{\Delta x} = z_{\Delta x}\cdot\left(1-\frac{1}{\infty}\cdot\frac{\Delta x}{n_0}\right)^{\infty} = z_{\Delta x}\cdot e^{-\frac{\Delta x}{n_0}}$$

et ainsi des autres : de sorte qu'on a plus exactement

$$\nu_x = z_x\cdot e^{-\left(\frac{1}{n_0}+\frac{1}{n_{\Delta x}}+\frac{1}{n_{2\Delta x}}+\cdots\cdots\frac{1}{n_{x-\Delta x}}\right)\cdot\Delta x}$$

ou $$\nu_x = z_x\cdot e^{-S.\frac{\Delta x}{n_{x-\Delta x}}},\ \ldots\ldots(B').$$

Et il est évident que si l'on fait continuellement varier n, $\Delta x = \partial x$,

$$\frac{\Delta x}{n_{x-\Delta x}} = \frac{\partial x}{n_x} = \frac{1}{\infty\,.\,n_x},\ \left(1-\frac{\partial x}{n_x}\right)^{\infty} = e^{-\frac{1}{n_x}}$$; et que l'on a

$$\nu_x = z_x\cdot e^{-\int\frac{\partial x}{n_x}}.$$

21. Si, dans l'équation (2) de ν, on fait $\Delta\mu = \frac{\nu\Delta x}{n}$ et $\Delta\nu = \frac{\nu\Delta x}{nm}$

on a $$\Delta\nu = \frac{\nu\Delta x}{n} + \frac{\Delta y - \frac{\nu\Delta x}{nm}}{y - \frac{\nu\Delta x}{nm}}\cdot\left(\nu - \frac{\nu\Delta x}{n}\right).$$

Et si l'on y fait $\Delta x = 1$, $\Delta\nu = \nu_x - \nu_{x+1}$, et $\Delta y = y_x - y_{x+1}$, il en résultera

$$\nu_{x+1} = \frac{m_x(n_x-1)\,.\,\nu_x\,.\,y_{x+1}}{n_x m_x y_x - \nu_x},\ \ldots\ldots.(2^{V})$$

ou $$\nu_{x+1} = \frac{m_x y_x}{1+\left(\frac{m_x y_x}{\nu_x}-1\right)\cdot\frac{n_x}{n_x-1}}.$$

Si en outre on supposoit n et m constantes, on trouveroit, en

E 2

calculant successivement les valeurs de ν_1, ν_2, ν_3 &c., que la dernière formule se réduiroit à celle-ci :

$$\nu_x = \frac{m\, y_x}{1 + (m-1)\cdot\left(\frac{n}{n-1}\right)^x} \;\ldots\ldots\ldots (2^{VI}).$$

Et si enfin, conformément à l'observation déjà faite, au lieu de $\left(\frac{n}{n-1}\right)^x = \left(1-\frac{1}{n}\right)^{-x}$, on écrit $\left(1-\frac{1}{\infty}\cdot\frac{1}{n}\right)^{-\infty x} = e^{\frac{x}{n}}$ on aura exactement, dans l'hypothèse de n et m constantes

$$\nu_x = \frac{m y_x}{1+(m-1)e^{\frac{x}{n}}}$$ qui est l'équation de Bernoulli *.

De plus, comme $e^{\frac{x}{n}} = \frac{z_x}{\nu_x}$, ainsi que $\left(1-\frac{1}{n}\right)^{-x}$, on aura, dans l'hypothèse de n et m constantes, $\nu = my - (m-1)z$.

22. Maintenant, écartant toute hypothèse, considérant n et m comme des variables, et après avoir vu quelles sont les relations qui existent entre ν, z et n, cherchons celles qui existent entre ν, y, n et m, ou la valeur exacte de ν indépendante de z.

Ayant généralement $\nu = z e^{-\int\frac{\partial x}{n}}$ et $z = y e^{\int\frac{-\partial \nu}{y}} = y e^{\int\frac{\nu\partial x}{mny}}$

on a $\nu e^{\int\frac{\partial x}{n}} = y e^{\int\frac{\nu\partial x}{mny}}$

$$L\nu + \int\frac{\partial x}{n} = Ly + \int\frac{\nu\partial x}{mny}$$

et $\frac{\partial\nu}{\nu} + \frac{\partial x}{n} = \frac{\partial y}{y} + \frac{\nu\partial x}{mny}$.

On a d'ailleurs directement l'équation différentielle

$$-\partial\nu = \frac{\nu\partial x}{n} - \left(\partial y + \frac{\nu\partial x}{mn}\right)\frac{\nu}{y}.$$

---

* L'analyse de Bernoulli est donc très-exacte d'après son hypothèse, et à l'abri des atteintes que d'Alembert a voulu lui porter. La définition seulement de la quantité $\frac{1}{n}$ n'étoit pas tout-à-fait d'accord avec son emploi dans le calcul, et, selon toute apparence, parce qu'il vouloit se faire mieux comprendre par tous ses lecteurs.

En lui donnant cette forme

$$\frac{\nu\partial y}{y} - \partial\nu = \frac{\nu\partial x}{n} - \frac{\nu\nu\partial x}{mny}$$

et multipliant celle-là par $\frac{y}{\nu\nu}$, on aura celle-ci

$$\frac{\nu\partial y - y\partial\nu}{\nu\nu} = \frac{y\partial x}{n\nu} - \frac{\partial x}{mn}$$

dont le premier membre est $= \partial\left(\frac{y}{\nu}\right)$.

Si donc l'on fait $\frac{y}{\nu} = r$,

on aura $\quad \partial r = \frac{r\partial x}{n} - \frac{\partial x}{mn}$

ou $\quad \partial r - \frac{1}{n} \cdot r\partial x = -\frac{\partial x}{mn}$

équation différentielle du premier degré et du premier ordre, $\frac{1}{n}$ et $\frac{1}{mn}$ étant des fonctions de x. Or on sait que l'intégrale d'une équation telle que

$$\partial r + Pr\partial x = Q\,\partial x$$

dans laquelle P et Q désignent des fonctions quelconques de x, est

$$r = e^{-\int P\partial x} \cdot \left\{\int e^{\int P\partial x} \cdot Q\partial x + C\right\};$$

ainsi, P étant $= -\frac{1}{n}$, $Q = -\frac{1}{mn}$, on a

$$r = \frac{y}{\nu} = e^{\int\frac{\partial x}{n}}\left\{c - \int e^{-\int\frac{\partial x}{n}} \cdot \frac{\partial x}{mn}\right\}$$

et enfin

$$\nu = \frac{y}{e^{\int\frac{\partial x}{n}}\left\{c - \int e^{-\int\frac{\partial x}{n}} \cdot \frac{\partial x}{mn}\right\}}, \ldots\ldots\ldots (B'').$$

23. Par cette équation, l'on a

$$-\frac{\partial v}{y} = \frac{\nu\partial x}{mny} = \frac{\partial x}{mne^{\int\frac{\partial x}{n}}\left\{c - \int e^{-\int\frac{\partial x}{n}} \cdot \frac{\partial x}{mn}\right\}}$$

par celle de z

$$-\frac{\partial v}{y} = \frac{\partial z}{z} - \frac{\partial y}{y}.$$

On a donc $\frac{\partial z}{z} - \frac{\partial y}{y} = \dfrac{e^{-\int\frac{\partial x}{n}} \cdot \frac{\partial x}{mn}}{c - \int e^{-\int\frac{\partial x}{n}} \cdot \frac{\partial x}{mn}}$

et intégrant, $Lz - Ly = -L\left\{c - \int e^{-\int\frac{\partial x}{n}} \cdot \frac{\partial x}{mn}\right\}$

ce qui donne

$$z = \frac{y}{c - \int e^{-\int\frac{\partial x}{n}} \cdot \frac{\partial x}{mn}} = \frac{y e^{\int\frac{\partial x}{n}}}{e^{\int\frac{\partial x}{n}}\left\{c - \int e^{-\int\frac{\partial x}{n}} \cdot \frac{\partial x}{mn}\right\}} = n e^{\int\frac{\partial x}{n}}$$

comme cela doit être.

24. Quelle que soit m, si n est constante, on aura donc

$$z = n e^{\frac{x}{n}} \text{ ou } n = z e^{-\frac{x}{n}}.$$

Si, en outre, m est constante, on aura

$$\frac{y}{n} = e^{\frac{x}{n}}\left\{c - \frac{1}{mn}\int e^{-\frac{x}{n}}\partial x\right\} = e^{\frac{x}{n}}\left\{c + \frac{1}{m} \cdot e^{-\frac{x}{n}}\right\}.$$

$$c + \frac{1}{m} = 1 \qquad c = 1 - \frac{1}{m}$$

et de là $n = \dfrac{my}{(m-1)e^{\frac{x}{n}} + 1}$, comme au §. 21.

Si n est constante, et si

$$\frac{1}{m} = Ae^{ax} + A_1 e^{a_1 x} + A_2 e^{a_2 x}$$

l'équation (B″), qui devient

$$\frac{y}{n} = e^{\frac{x}{n}}\left\{c - \frac{1}{n}\int \frac{e^{-\frac{x}{n}} . \partial x}{m}\right\} \text{ donnera}$$

$$\varkappa = \frac{y}{e^{\frac{x}{n}}\left\{1 - \frac{A\left(e^{\left(a-\frac{1}{n}\right)x} - 1\right)}{(an)-1} - \frac{A_1\left(e^{\left(a_1-\frac{1}{n}\right)x} - 1\right)}{(a_1n)-1} - \frac{A_2\left(e^{\left(a_2-\frac{1}{n}\right)x} - 1\right)}{(a_2n)-1}\right\}}.$$

25. On voit par l'équation $z = \varkappa e^{\int\frac{\partial x}{n}}$ que les suites y et $\varkappa$ étant données par les registres mortuaires, la détermination de $\varkappa$ ne dépend plus que de celle de n.

On voit aussi, par les formules générales, que si n est une quantité finie, $\varkappa$ est d'autant plus grande que m est plus petite; car si $m = 1$, $\varkappa = y$; et si $m = \infty$, $\varkappa = ye^{-\int\frac{\partial x}{n}}$; et que $\varkappa$ est aussi d'autant plus grande que n est plus grande, puisque si $n = 1$, à commencer de $\varkappa_1$, $\varkappa_x = 0$; et si $n = \infty$, $\varkappa = y = z$.

26. La première condition pour que n et $\varkappa$ soient bien déterminées, est qu'elles satisfassent à cette équation générale mais encore indéterminée

$$\int\frac{\partial x}{n} = Lz - L\varkappa$$

d'où il suit que

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{z}\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right) - \frac{1}{\varkappa}\left(\frac{\partial \varkappa}{\partial x}\right)$$

ou que

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{\text{soutang. } z} - \frac{1}{\text{soutang. } \varkappa}$$

et que

$$\frac{\varkappa}{n} = \frac{\varkappa}{z}\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right) - \frac{\partial \varkappa}{\partial x} = \frac{-\partial \mu}{\partial x} = \frac{-\partial \nu}{\partial x}.m.$$

Des observations sur le rapport du nombre des personnes de chaque âge qui ont été attaquées de la petite vérole, au nombre de celles qui en sont mortes, seroient utiles pour cette détermination. Mais les observations qui ont été publiées, ou qui sont à ma connoissance, sont en bien petit nombre.

27. J'observerai, que si l'on sait sur combien de personnes M de tout âge attaquées de cette maladie, il en meurt une, on aura la valeur totale de $\int \frac{n\,dx}{n}$; car on aura

$$-\frac{1}{M}\int \partial\mu = \frac{1}{M}\int -m\,\partial v = \int -\partial v = v_0$$

ou

$$\frac{1}{M}\int \frac{n\,\partial x}{n} = \int \frac{n\,\partial x}{mn} = \int -\partial v = v_0$$

et par conséquent

$$\int \frac{n\,\partial x}{n} = M\int \frac{n\,\partial x}{mn} = M\int -\partial v = Mv_0 = \mu_0.$$

Et que si, par des informations plus faciles, on sait combien, sur un nombre quelconque de personnes du même âge, il y en a qui n'ont pas eu la petite vérole, on connoîtra immédiatement les valeurs de n; car s'il résulte de ces informations que sur H_x personnes vivantes à l'âge x, il en est une qui n'ait pas eu cette maladie, on aura

$$H_x = \frac{y_x}{n_x} = \frac{y_x e^{\int \frac{\partial x}{n}}}{z_x}.$$

par conséquent $n_x = \frac{y_x}{H_x}$

$$n_{x+1} = \frac{y_{x+1}}{H_{x+1}}$$

de là et en log. hyperboliques

$$\int \frac{\partial x}{n_{x+1}} - \int \frac{\partial x}{n_x} = L.\frac{z_{x+1}}{n_{x+1}} - L.\frac{z_x}{n_x} = \Delta L\left(\frac{z_x}{n_x}\right)$$

qui est la valeur moyenne de $\frac{1}{n}$ depuis l'âge x à l'âge $x+1$.

28. Mais je vais faire voir qu'au défaut de ces données, en comparant les équations de n qui ont lieu dans les différentes suppositions de n et de m, et en y faisant entrer les variables y et Δv, on peut découvrir d'abord si n ainsi que m sont des quantités constantes

constantes, croissantes ou décroissantes, et même parvenir à les déterminer assez exactement.

En effet, prenons l'équation (2″) du §. 17

$$\nu_{x+1} = (\nu_x - \Delta\mu_x) \cdot \frac{y_{x+1}}{y_x - \Delta\nu_x}$$

et faisons simplement $\Delta\mu_x = \frac{\nu_x}{n_x}$;

nous aurons, quelles que soient n_x et les autres variables,

$$\nu_{x+1} = \frac{(n_x - 1)\,\nu_x \cdot y_{x+1}}{n_x\,(y_x - \Delta\nu_x)} \dots\dots\dots (a)$$

tandis que, si n et m étoient constantes, on auroit par l'équation (2^{VI})

$$\nu_{x+1} = \frac{m_x \cdot y_{x+1}}{1 + (m_x - 1)\left(\frac{n_x}{n_x - 1}\right)^{x+1}} \dots (a').$$

Or, si dans celle-ci nous faisons $m_x = \frac{\nu_x}{n_x\,\Delta\nu_x}$; ν_x étant déjà déterminée; n_x, qui seroit la valeur constante de n relative à cette valeur particulière de m aussi constante, qui (conjointement) auroit donné la valeur déterminée de ν_x, sera essentiellement la valeur de n relative à celle de m qui a lieu dans l'intervalle de x à $x + 1$, et qui donnera celle de ν_{x+1}

Nous aurons donc, en supposant, comme dans l'équation (a), que n, qui peut varier d'une année à l'autre, est constante pour une année,

$$\nu_{x+1} = \frac{\nu_x \cdot y_{x+1}}{n_x\,\Delta\nu_x + (\nu_x - n_x\,\Delta\nu_x)\left(\frac{n_x}{n_x - 1}\right)^{x+1}} \dots (a'').$$

Comparant les deux équations (a) et (a''), et éliminant ainsi la quantité ν_{x+1}, nous aurons cette nouvelle équation réduite :

$$(n_x - 1)^x\,(y_x - n_x\,\Delta\nu_x) - n_x^x\,(\nu_x - n_x\,\Delta\nu_x) = 0 \dots\dots\dots (b)$$

ou, en développant $(n_x - 1)^x$, et ordonnant relativement aux puissances de n_x, cette série :

$$(y_x + x\,\Delta v_x - \nu_x) = x\left(y_x + \frac{x-1}{2}.\,\Delta v_x\right) n_x^{-1}$$
$$- \frac{x.x-1}{1.2}\left(y_x + \frac{x-2}{3}.\,\Delta v_x\right).\,n_x^{-2}$$
$$+ \frac{x.x-1.x-2}{1.2.3.}\left(y_x + \frac{x-3}{4}.\,\Delta v_x\right).\,n_x^{-3} - \&c.$$

que je représenterai par celle-ci

$$A = B n_x^{-1} - C n_x^{-2} + D n_x^{-3} - \&c.$$

en faisant

$$A = y_x + x\,\Delta v_x - \nu_x$$
$$B = x\left(y_x + \frac{x-1}{2}.\,\Delta v_x\right)$$
$$C = \frac{x.x-1}{1.2}\left(y_x + \frac{x-2}{3}\right) \quad \&c.$$

Multipliant tous les termes par n_x, on aura
$A n_x = B - C n_x^{-1} + D n_x^{-2} - \&c.$; et de là n_0 *indéterminée*

$$n_1 = \frac{y_1}{y_1 + \Delta v_1 - \nu_1}$$
$$n_2 = \frac{1}{2}\,\frac{2y_2 + \Delta v_2}{y_2 + 2\Delta v_2 - \nu_2} + \sqrt{\left\{\left(\frac{1}{2}\,\frac{2y_2 + \Delta v_2}{y_2 + 2\Delta v_2 - \nu_2}\right)^2 - \frac{y_2}{y_2 + 2\Delta v_2 - \nu_2}\right\}}.$$

Ensuite, soit $n' = \frac{B}{A} - \frac{C}{B}$

on aura fort exactement $n_x = n'$

$$- \frac{(n'-1)^x (y_x - n'\Delta v_x) - n'^x(\nu_x - n'\Delta v_x)}{(n'-1)^{x-1}\{x y_x - [(x+1)n' - 1]\Delta v_x\} - n'^{x-1}\{x\nu_x - (x+1)n'\Delta v_x\}} \ldots (b').$$

En formant successivement une table des $n' - n_x$ et de leurs différences, on connoîtra ce qu'il faut retrancher de $\frac{B}{A} - \frac{C}{B}$, de manière qu'on aura une valeur approchée n' qui ne différera de n_x tout au plus que dans la troisième décimale ; mais après avoir ainsi calculé les valeurs de n'_x jusqu'à n'_8 ou n'_{10}, il sera plus simple de se servir des différences de n_x. La formule (b') donnera toujours la correction de ces valeurs approchées.

La première valeur n_0 correspondante à $x = 0$, reste encore indéterminée et dépend de la détermination d'une seule valeur de

n_x ou de m_x ; et l'on voit que lorsque l'on aura déterminé la valeur de n_0, ayant dans ce système

$$\nu_x = \left(1 - \frac{1}{n_{x-1}}\right) \nu_{x-1} \cdot \frac{z_x}{z_{x-1}} \ldots (a)$$

ou

$$\nu_x = \left(1 - \frac{1}{n_0}\right)\left(1 - \frac{1}{n_1}\right)\left(1 - \frac{1}{n_2}\right)\ldots$$
$$\ldots\left(1 - \frac{1}{n_{x-1}}\right) \cdot z_x \ldots (a_{\prime})$$

$$\nu_0 = z_0 = y_0 = 1, \text{ et } m_x = \frac{\nu_x}{n_x \Delta \nu_x},$$

on aura $\nu_1 = \left(1 - \frac{1}{n_0}\right) z_1$; $m_0 = \frac{1}{n_0 \Delta \nu_0}$

de là $n_1 = \frac{y_1}{y_1 + \Delta \nu_1 - \nu_1}$; $m_1 = \frac{\nu_1}{n_1 \Delta \nu_1}$

puis $\nu_2 = \left(1 - \frac{1}{n_0}\right)\left(1 - \frac{1}{n_1}\right) \cdot z_2$

de là n_2 ; et ainsi de suite.

L'équation (b) donnant

$$\nu_x = n_x \Delta \nu_x + (y_x - n_x \Delta \nu_x)\left(1 - \frac{1}{n_x}\right)^x \ldots (b_{\prime})$$

on pourra déterminer la valeur de n_0 ou de n_1 ou de n_2 &c., lorsqu'une d'elles sera connue; car, ayant

par l'équation $(a_{\prime})$ $\qquad \nu_1 = \left(1 - \frac{1}{n_0}\right) \cdot z_1$

par l'équation $(b_{\prime})$ $\qquad \nu_1 = y_1 + \Delta \nu_1 - \frac{y_1}{n_1}$,

on aura $\qquad \frac{1}{n_1} = 1 - \frac{\left(1 - \frac{1}{n_0}\right) z_1 - \Delta \nu_1}{y_1}$

$$\frac{1}{n_0} = 1 + \frac{y_1}{z_1} \cdot \frac{1}{n_1} - \frac{(y_1 + \Delta \nu_1)}{z_1}$$

ayant par l'équation $(a_{\prime})$

$$\nu_2 = \left(1 - \frac{1}{n_0}\right)\left(1 - \frac{1}{n_1}\right) z_2$$

$$\text{ou } \nu_2 = \left(1 - \frac{1}{n_0}\right) \cdot \frac{\left(1 - \frac{1}{n_0}\right) z_1 - \Delta \nu_1}{y_1} \cdot z_2$$

et par l'équation $(b_{,})$

$$\nu_2 = y_2 + 2\Delta\nu_2 - (2y_2 + \Delta\nu_2) . \frac{1}{n_2} + \frac{y_2}{(n_2)^2}$$

on aura en égalant ces deux valeurs de ν_2, celle de n_0 par celle de n_2 ; ainsi de suite ; par où l'on voit que toutes les différentes valeurs de n_x dépendent d'*une* de ces valeurs particulières, et de celles de $\Delta\nu_x$ et de y_x données par l'observation.

En outre, comme, en faisant $\Delta\nu_x = \frac{\nu_x}{m_x\, n_x}$, on a $n_x = \frac{\nu_x}{m_x\, \Delta\nu_x}$, il suffit de connoître une des valeurs de m_x pour avoir la valeur de n_x, qui donnera toutes les autres.

Ainsi, si m_0 est donnée, on aura $n_0 = \frac{1}{m_0\, \Delta\nu_0}$;

si m_1 est donnée, on aura

$$n_1 = \left(\frac{\nu_1}{m_1\Delta\nu_1} = \frac{1}{m_1\Delta\nu_1}\left(1 - \frac{1}{n_0}\right)z_1\right) = \frac{1}{m_1\Delta\nu_1}\left(y_1 + \Delta\nu_1 - \frac{y_1}{n_1}\right);$$

et de là

$$n_1 = \frac{1}{2} . \frac{y_1 + \Delta\nu_1}{m_1\Delta\nu_1} + \sqrt{\left\{\left(\frac{1}{2} . \frac{y_1 + \Delta\nu_1}{m_1\Delta\nu_1}\right)^2 - \frac{y_1}{m_1\Delta\nu_1}\right\}}$$

puis $\frac{1}{n_0} = \frac{y_1}{z_1} . \frac{1}{n_1} + \left(1 - \frac{y_1 + \Delta\nu_1}{z_1}\right)$ &c.

29. Si, pour plus d'exactitude, on mettoit $e^{-\frac{1}{n_x}}$ à la place de $\left(1 - \frac{1}{n_x}\right)$, faisant encore $\Delta\mu_x = \frac{\nu_x}{n_x}$ et $\Delta\nu_x = \frac{\nu_x}{m_x n_x}$, on auroit, au lieu des équations (a) et (a'')

$$\nu_{x+1} = \frac{\nu_x . y_{x+1}}{y_x - \Delta\nu_x} . e^{-\frac{1}{n_x}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (,a)$$

$$\nu_{x+1} = \frac{\nu_x . y_{x+1}}{n_x\Delta\nu_x + (\nu_x - n_x\Delta\nu_x)\, e^{\frac{x+1}{n_x}}} \quad \ldots\ldots (,a'')$$

et par l'élimination de ν_{x+1}

$$\nu_x = n_x\Delta\nu_x + \left(y_x - \Delta\nu_x - \Delta\nu_x . n_x e^{-\frac{1}{n_x}}\right) e^{-\frac{x}{n_x}}, \ldots (,b').$$

Cette dernière équation mise sous cette forme

$$\frac{n}{\Delta v} = n + \left(\frac{y}{\Delta v} - 1 - ne^{-\frac{1}{n}}\right) \cdot e^{-\frac{x}{n}}$$

et représentée par celle-ci, $\alpha = n + \phi \cdot n$

on auroit, en mettant α à la place de n, et en faisant seulement varier α, et $\phi\alpha$,

$$n = \alpha - \phi\alpha + \frac{\partial(\phi\alpha)^2}{2\partial\alpha} - \frac{\partial^2(\phi\alpha)^3}{2.3\,\partial\alpha^2} + \text{\&c.}$$

ou bien, en développant $e^{-\frac{x}{n}}$ et $e^{-\frac{x+1}{n}}$, faisant ensuite

$$y_x - v_x + (x+1)\,\Delta v_x = a$$

$$x \cdot (y_x - \Delta v_x) + \frac{(x+1)^2}{2} \cdot \Delta v_x = b$$

$$-\frac{x^2}{2}(y_x - \Delta v_x) - \frac{(x+1)^3}{2.3.} \cdot \Delta v_x = c$$

$$\frac{x^3}{2.3}(y_x - \Delta v_x) + \frac{(x+1)^4}{2.3.4} \cdot \Delta v_x = d$$

$$-\frac{x^4}{2.3.4}(y_x - \Delta v_x) - \frac{(x+1)^5}{2.3.4.5} \cdot \Delta v_x = e \quad \text{\&c.}$$

l'équation $({}_{,}b')$ se transformant en celle-ci

$$a = bn_x^{-1} + cn_x^{-2} + dn_x^{-3} + en_x^{-4} + \text{\&c.}$$

donneroit par le retour des suites

$$\frac{1}{n_x} = \frac{1}{b} \cdot a - \frac{c}{b^3} \cdot a^2 + \frac{2c^2 - bd}{b^5} \cdot a^3 + \text{\&c.}$$

Ayant ainsi une valeur $\frac{1}{n}$ approchée de $\frac{1}{n_x}$, on auroit ensuite, aussi exactement qu'on peut le desirer, sa valeur, en faisant

$$\frac{1}{n_x} = \frac{1}{n} - \frac{-a + bn^{-1} + cn^{-2} + dn^{-3} + \text{\&c.}}{b + 2cn^{-1} + 3dn^{-2} + 4en^{-3} + \text{\&c.}}$$

et généralement de quelque manière qu'on obtînt cette première valeur approchée, en faisant $\frac{1}{n_x} = t$, t' la valeur approchée de t, et

$$r = \Delta v - vt' + \left[(y - \Delta v)\,t' - \Delta v\,e^{-t'}\right] e^{-t'x}$$

on auroit $t = t' - \frac{\partial t'}{\partial r}.r$, et de là

$$t = \frac{1}{n_x} = t' + \frac{\Delta\nu - n t' + [(y - \Delta\nu)t' - \Delta\nu e^{-t'}]e^{-t'x}}{n - \{(y - \Delta\nu)(1 - t'x) + (x+1)\Delta\nu . e^{-t'}\}e^{-t'x}}.$$

On peut s'assurer, en combinant les équations (B) et $(a_,)$ ou B′, que l'équation $(_,b')$ est plus exacte que l'équation $(b_,)$. Car on doit avoir par l'équation (B)

$$\int \frac{\partial x}{n_x} = L z_x - L n_x$$

et par l'équation $(a_,)$ on a

$$\text{pour } \int \frac{\partial x}{n_x},\ L z_x - L n_x = L\left\{\frac{n_0 . \quad n_1 . \quad n_2 \ldots\ldots n_{x-1}}{n_0 - 1 . n_1 - 1 . n_2 - 1 \ldots n_{x-1} - 1}\right\}$$

$$\text{et pour} \int \frac{\partial x}{n_{x-1}},\ L z_{x-1} - L n_{x-1} = L\left\{\frac{n_0 . \quad n_1 . \quad n_2 \ldots\ldots n_{x-2}}{n_0 - 1 . n_1 - 1 . n_2 - 1 \ldots n_{x-2} - 1}\right\}$$

$$\text{donc} \int \frac{\partial x}{n_x} - \int \frac{\partial x}{n_{x-1}} = -L.\ \text{hyp.}\left(1 - \frac{1}{n_{x-1}}\right)$$

au lieu de $\frac{1}{n_{x-1}}$.

Mais si au lieu de l'équation $(a_,)$ on emploie l'équation (B'), ou, ce qui revient au même, si dans l'équation $(a_,)$, l'on écrit $\left(1 - \frac{1}{\infty} . \frac{1}{n_{x-1}}\right)^{\infty}$ à la place de $\left(1 - \frac{1}{n_{x-1}}\right)$, on a

$$\int \frac{\partial x}{n_x} - \int \frac{\partial x}{n_{x-1}} = -L.\text{hyp.}\ e^{-\frac{1}{n_{x-1}}} = \frac{1}{n_{x-1}},$$

équation très-exacte, lorsqu'on suppose que n est constante dans le cours d'une année.

30. Enfin, si, pour une plus grande précision, l'on faisoit

$$\Delta\mu_x = \frac{1}{2}\left(\frac{n_x + n_{x+1}}{n_{x+\frac{1}{2}}}\right), \text{ ainsi que}$$

$$\Delta\nu_x = \frac{1}{2}\left(\frac{n_x + n_{x+1}}{(nm)_{x+\frac{1}{2}}}\right)$$

$n_{x+\frac{1}{2}}$ et $(nm)_{x+\frac{1}{2}}$ étant les valeurs moyennes et constantes qui ont lieu dans l'intervalle de x à $x+1$, et que je désignerai simplement par n et nm en faisant $\Delta\mu = \frac{1}{2}\left(\frac{\mathfrak{n}+\mathfrak{n}'}{n}\right)$

et $\Delta\nu = \frac{1}{2}\left(\frac{\mathfrak{n}+\mathfrak{n}'}{nm}\right)$

il faudroit comparer les deux équations

$$(4'') \ldots\ldots\ \mathfrak{n}' = \frac{z'}{z} \cdot \mathfrak{n} - \frac{z+z'}{2z} \cdot \Delta\mu$$

$$\mathfrak{n}' = \frac{my'}{1+(m-1)e^{\frac{x}{n}}}.$$

La première, en y substituant $\Delta\mu = \frac{1}{2}\left(\frac{\mathfrak{n}+\mathfrak{n}'}{n}\right)$, se réduit à celle-ci $\mathfrak{n}' = \frac{(4n-1)z'-z}{(4n+1)z+z'} \cdot \mathfrak{n}$.

La seconde, par la substitution de $m = \frac{\mathfrak{n}+\mathfrak{n}'}{2n\Delta\nu}$, donne

$$\mathfrak{n}' = \frac{1}{2}\left\{(y'-2n\Delta\nu)e^{-\frac{x+1}{n}} - (\mathfrak{n}-2n\Delta\nu)\right\}$$

$$\pm\sqrt{\left\{\frac{1}{4}\left\{(y'-2n\Delta\nu)e^{-\frac{x+1}{n}} - (\mathfrak{n}-2n\Delta\nu)\right\}^2 + \mathfrak{n}y'e^{-\frac{x+1}{n}}\right\}}.$$

Et en égalant ces deux valeurs de $\mathfrak{n}'$, on auroit cette autre équation

$$0 = \frac{(z+z')(2\mathfrak{n}-\Delta\nu)}{4\{2z'\mathfrak{n}+\Delta z \cdot \Delta\nu\}} - n + \frac{4zz' \cdot \Delta\nu}{(z+z')(2z'\mathfrak{n}+\Delta z \cdot \Delta\nu)} \cdot n^2 +$$

$$+ \frac{(z+z')^2 \cdot (2y'+\Delta\nu) + 4n(z+z')(2zy'+\Delta z \cdot \Delta\nu) - 16n^2 zz'\Delta\nu}{4(z+z')(2z'\mathfrak{n}+\Delta z \cdot \Delta\nu) \cdot e^{\frac{x+1}{n}}}$$

que l'on peut représenter par celle-ci,

$$0 = \alpha - n + \beta n^2 + (\gamma + \delta n + \varepsilon n^2) \cdot e^{-\frac{x+1}{n}}$$

et d'où l'on pourroit tirer la valeur de n: mais la première méthode, qui est beaucoup plus simple, est suffisante, d'abord parce que l'on ne peut pas espérer que les données Δy, $\Delta\nu$, soient assez exactes pour qu'on en puisse conclure les valeurs de n avec une si grande précision ; ensuite, parce que si l'on peut avoir ces données de trois en trois mois pour les six ou huit premiers âges, et de six en six mois pour les âges suivans, les résultats de ces différentes méthodes coïncideront très-sensiblement. Cet artifice conduit ici d'autant mieux au but qu'on se propose, que la quantité n varie peu, ainsi qu'on le verra ci-après.

31. On voit en général, par cette analyse, comment toutes les variables entrent mutuellement dans la composition de la quantité que l'on considère ; comment les premières valeurs de ces variables influent sur les valeurs suivantes ; et particulièrement, que y ou Δy et Δv étant données ainsi qu'une des valeurs de n ou de m, les autres valeurs de ces deux variables ne sont plus hypothétiques ; que loin d'être arbitraires, elles sont nécessairement déterminées, et que l'on pourra toujours les assigner. *

32. On voit aussi par les équations qui donnent ces valeurs, que n ainsi que m varient d'année en année d'âge, et que leurs variations dépendent de Δv, de Δy et de x. Or, puisqu'elles varient d'une année à l'autre, il faut aussi qu'elles varient d'un instant à l'autre.

33. Les rapports $\frac{\Delta v}{\Delta y}$ variant, non-seulement d'un âge à l'autre, mais encore selon le sexe, les climats, les temps, les circonstances, la loi des quantités n et m ne peut être dans tous les cas la même : mais on voit par les équations *exponencielles* que m éprouvera toujours beaucoup plus que n l'influence de ces variations, et cela à mesure que x augmentera. Cela deviendra encore plus intelligible, si, dans l'équation $(b_{\prime})$, on restitue $\frac{n_x}{n_x m_x}$ à la

* Il n'est pas inutile de faire remarquer que, par ce moyen, l'on acquiert des connoissances que jusqu'ici aucune observation des faits n'a donnée, et que l'on ne peut pas même espérer qu'elle donne jamais avec autant d'exactitude.

place

place de $\Delta \nu_x$. On aura

$$(b'') \ldots\ldots\ldots o = m - 1 - \left(\frac{y.m}{\nu} - 1\right)\left(1 - \frac{1}{n}\right)^x,$$

$$\left(1 - \frac{1}{n}\right)^x = \left(\frac{my - \nu}{m\nu - \nu}\right)^{-1} = \left\{\frac{y}{\nu} + \frac{y - \nu}{\nu} \cdot \frac{1}{m - 1}\right\}^{-1}$$

ou

$$\left(1 - \frac{1}{n}\right)^x = \frac{\nu}{y} - \left(\frac{\nu}{y}\right)^2 \cdot \frac{y - \nu}{\nu}\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{m^2} + \frac{1}{m^3} + \ldots\right) +$$
$$+ \left(\frac{\nu}{y}\right)^3 \cdot \left(\frac{y - \nu}{\nu}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{m^2} + \frac{1}{m^3} \ldots\right)^2 - \&c.$$

Et l'on voit bien que plus x sera grand, moins il faudra changer la quantité $1 - \frac{1}{n}$ pour que son élévation à la puissance x corresponde à un assez grand changement dans la quantité $\frac{1}{m}$ du second membre de cette équation.

34. Outre cela, on peut s'assurer qu'*en général* le danger $\frac{1}{n}$ de prendre la petite vérole croît et décroît *simultanément* avec le danger $\frac{1}{m}$ d'en mourir lorsqu'on en est attaqué ; de manière que les *maxima* et les *minima* des quantités qui les expriment se correspondent.

En effet soit, $\frac{1}{n} = t$, on a

$$(1) \ldots\ldots\ldots o = m - 1 - \left(\frac{y.m}{\nu} - 1\right)(1 - t)^x$$

Si l'on fait varier toutes ces quantités, et si ensuite on fait ∂m et $\partial t = o$, on a

$$(2) \ldots\ldots o = \left\{m . \frac{\partial\left(\frac{y}{\nu}\right)}{\partial x} + \left(\frac{y.m}{\nu} - 1\right) . L(1 - t)\right\}(1 - t)^x$$

Si l'on fait seulement $\partial m = o$, on a

$$(3) \ldots\ldots\ldots o = m . \partial\left(\frac{y}{\nu}\right)(1 - t)^x +$$
$$+ \left(\frac{y.m}{\nu} - 1\right)\left[(1 - t)^x \partial x L(1 - t) - x(1 - t)^{x-1} . \partial t\right]$$

et si seulement $\partial t = 0$,

$$(4) \ldots\ldots 0 = \left(\frac{y}{n}(1-t)^x - 1\right)\partial m + m.\partial\left(\frac{y}{n}\right)(1-t)^x + \\ + \left(\frac{y.m}{n} - 1\right)(1-t)^x \partial x L(1-t)$$

Or ces deux équations sont identiques, et se réduisent à l'équation (2); car si l'on fait seulement varier m et t, on aura toujours, quels que soient ∂m et ∂t,

$$(5) \ldots \left(\frac{y}{n}(1-t)^x - 1\right)\partial m = \left(\frac{y.m}{n} - 1\right) x (1-t)^{x-1}.\partial t$$

ou

$$(5') \ldots \left(1 - \frac{y}{n}(1-t)^x\right)\partial m = -\left(\frac{y.m}{n} - 1\right).x(1-t)^{x-1}.\partial t$$

En substituant le premier membre de l'équation (5') à la place de $-\left(\frac{y.m}{n} - 1\right) x (1-t)^{x-1}.\partial t$ dans l'équation (3), en faisant $\partial m = 0$; et le second membre de l'équation (5) à la place de $\left(\frac{y}{n}(1-t)^x - 1\right)\partial m$ dans l'équation (4), en faisant $\partial t = 0$; ces deux équations se réduisent à l'équation (2). Donc toutes les fois que $\partial m = 0$; ∂t est aussi $= 0$, et il est évident, par l'équation (5'), que lorsque m croît, $\frac{1}{n}$ décroît, puisque les quantités $\left(1 - \frac{y}{n}(1-t)^x\right)$ et $\left(\frac{ym}{n} - 1\right)$ étant toujours *positives*, il faut, pour que l'équation ait lieu, que ∂t ait un signe contraire à celui de ∂m et *vice versâ;* qu'ainsi m et n croissent simultanément, et que les *maxima* ainsi que les *minima* de ces deux variables ont lieu en même temps.

35. Par l'équation (1) on a en général $m = \dfrac{1-(1-t)^x}{1-\frac{y}{n}(1-t)^x}$

L'équation (2) donne pour les valeurs de m aux *maxima* ou *minima*,

$$\bar{m} = \frac{-L(1-t)}{-\frac{y}{n}L(1-t) - \frac{\partial\left(\frac{y}{n}\right)}{\partial x}}$$

En égalant ces deux valeurs de m, ou en substituant cette dernière dans l'équation (1), on a

$$\frac{n}{y-n} \cdot \frac{\partial\left(\frac{y}{n}\right)}{\partial x} = -L(1-t) + \frac{n}{y-n} \cdot \frac{\partial\left(\frac{y}{n}\right)}{\partial x} \cdot (1-t)^x \,*$$

36. Mais prenons maintenant l'équation exacte

$$m = \frac{t \cdot n}{\frac{-\partial v}{\partial x}}$$

elle donne en général

$$\partial m = \frac{\frac{-\partial v}{\partial x}\,(t\partial n + n\partial t) + tn \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial x}}{\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2}$$

et lorsque ∂m et $\partial t = 0$

$$0 = n \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \frac{\partial v}{\partial x} \cdot \frac{\partial n}{\partial x}.$$

Ainsi aux *maxima* ou *minima* de m et de n, on aura

$$\frac{\partial n}{n} = \frac{\partial^2 v}{\partial v}, \text{ ou } \frac{\partial n}{n\partial x} = \frac{\partial x}{\partial v} \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}.$$

Et puisque $n = z e^{-\int t\partial x}$,

$$\partial n = (\partial z - zt\partial x)\, e^{-\int t\partial x}$$

on aura dans ces mêmes cas

$$t = \frac{1}{\bar{n}} = \frac{\partial z}{z\partial x} - \frac{\partial x}{\partial v} \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}.$$

De là, par la substitution de cette valeur de t dans l'équation générale

$$m = \frac{tn}{\frac{-\partial v}{\partial x}} \text{ ou } m = \frac{tze^{-\int t\partial x}}{\frac{-\partial v}{\partial x}}$$

---

* *Voyez* les applications §. 4 et 5.

ou directement dans ces *maxima* ou *minima*,

$$\bar{m} = \left(z \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial v^2} - \frac{\partial z}{\partial v} \right) e^{-\int t \partial x}$$

$$= \left(\frac{\partial^2 v}{\partial v^2} - \frac{\partial z}{z \partial v} \right) \cdot n$$

de là encore par l'équation générale

$$mn = \frac{m}{t} = \frac{n}{\frac{-\partial v}{\partial x}} = \frac{z e^{-\int t \partial x}}{\frac{-\partial v}{\partial x}}$$

ou directement dans ces *maxima* ou *minima*

$$\frac{1}{\overline{m\, n}} = \frac{\partial^2 v : \partial x^2}{-\partial n : \partial x}$$

Il ne faut plus, pour distinguer les cas où t est un *maximum* ou un *minimum*, qu'avoir les fonctions v et n en x, ou bien les faits n et Δv donnés par l'observation.

37. De l'examen des résultats de l'application de cette théorie à des cas particuliers, mais assez variés et en assez grand nombre, on pourra même, à cet égard, tirer par induction quelques règles générales. Il m'a paru, en employant des observations assez nombreuses faites à Genève, à la Haye et à Berlin,

1.° Que les quantités n et m sont en général des espèces de *maxima* à l'origine $x = 0$; qu'elles deviennent bientôt après de vrais *minima* vers $x = 2$;

2.° Que m peut varier assez considérablement d'un âge à l'autre, et singulièrement d'un climat à un autre, sans pour cela que n éprouve de grandes variations; et que celles-ci sont même telles, que, jusqu'à ce que l'on ait des observations faites avec plus de soin, on peut très-bien, en faveur de la simplicité du calcul, regarder la quantité n comme constante *.

---

* *Voyez* ci-après §. 3 et 4 des applications.

38. Si, comme je le présume, ceci se trouve confirmé par d'autres expériences, il sera facile de bien déterminer cette quantité.

Car, 1.° si l'on sait que sur H_x personnes vivantes à l'âge x, une n'a pas encore eu la petite vérole, ayant

$$H_x = \frac{y_x}{\nu_x} = \frac{y_x e^{\frac{x}{n}}}{z_x}$$

$$H_x z_x = y_x e^{\frac{x}{n}}$$

on aura
$$n = \frac{x\,Le}{LH_x z_x - Ly_x}$$

2.° Si l'on connoît une valeur de ν_x, ayant $\nu_x = z_x e^{-\frac{x}{n}}$,

on aura
$$n = \frac{x\,Le}{Lz_x - L\nu_x}$$

3.° Si l'on sait que sur M personnes *de tout âge* qui sont attaquées de cette maladie, il en meurt une; ayant en général, quelle que soit n,

$$\int \frac{\nu\,\partial x}{n} = M\mathrm{v}_0$$

et lorsque n est constante

$$\frac{1}{n}\int \nu\,\partial x = M\mathrm{v}_0$$

$$\frac{1}{n}\int z e^{-\frac{x}{n}}.\,\partial x = M\mathrm{v}_0$$

on aura entre autres cette équation :

$$0 = (1 - M\mathrm{v}_0) + \frac{\partial z_0}{\partial x} n + \frac{\partial^2 z_0}{\partial x^2}.n^2 + \frac{\partial^3 z_0}{\partial x^3}.n^3 + \frac{\partial^4 z_0}{\partial x^4} n^4 + \text{\&c.}$$

qui sera terminée si l'on peut arriver à un ordre de différentielles $\frac{\partial^q z_0}{\partial x^q}$, qui soit $= 0$, et d'où l'on pourra tirer la valeur de n.

4.° Ayant $n = \dfrac{\nu_x}{m_x\left(\dfrac{-\partial y_x}{\partial x}\right)}$

ou $$n = \frac{z_x \cdot e^{-\frac{x}{n}}}{m_x \left(\frac{-\partial v_x}{\partial x}\right)}$$

si m_0 est donnée, on aura immédiatement

$$n = \frac{1}{m_0 \left(\frac{-\partial v_0}{\partial x}\right)}$$

si m_1 est donnée, ayant alors

$$n = \frac{z_1 e^{-\frac{1}{n}}}{m_1 \left(\frac{-\partial v_1}{\partial x}\right)}$$

$$\frac{z_1}{m_1 \left(\frac{-\partial v_1}{\partial x}\right)} - 1 = n + \frac{1}{2} n^{-1} + \frac{1}{2.3} . n^{-2} + \frac{1}{2.3.4} . n^{-3} \ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots + \frac{1}{2.3.4.5} . n^{-4} + \&c.$$

on aura, en faisant $\frac{z_1}{m_1 \left(\frac{-\partial v_1}{\partial x}\right)} - 1 = \alpha$

$$n = \alpha - \frac{1}{2} \alpha^{-1} - \frac{1}{6} . \alpha^{-2} - \frac{7}{24} \alpha^{-3} - \frac{31}{120} \cdot \alpha^{-4} - \&c.$$

39. Lorsque n est constante on a exactement,

$$n = \frac{n_x}{m_x \left(\frac{-\partial v_x}{\partial x}\right)} = \frac{n_{x+i}}{m_{x+i} \left(\frac{-\partial v_{x+i}}{\partial x}\right)}$$

$$m_x = \frac{n_x}{n_{x+i}} \cdot \frac{m_{x+i} \cdot \left(\frac{-\partial v_{x+i}}{\partial x}\right)}{\frac{-\partial v_x}{\partial x}}$$

$$m_{x+i} = \frac{n_{x+i}}{n_x} \cdot \frac{m_x \cdot \left(\frac{-\partial v_x}{\partial x}\right)}{\frac{-\partial v_{x+i}}{\partial x}}$$

$$\text{ou } m_x = \frac{z_x}{z_{x+i}} \cdot \frac{m_{x+i} \cdot \left(\frac{-\partial v_{x+i}}{\partial x}\right)}{\frac{-\partial v_x}{\partial x}} \cdot e^{\frac{1}{\cdot}} \text{ \&c.}$$

40. Mais si l'on veut n'employer que la première différence finie Δv, en faisant

$$\Delta v_x = \frac{1}{2n}\left(\frac{n_x}{m_x} + \frac{n_{x+1}}{m_{x+1}}\right)$$

ainsi que $\Delta \mu_x = \frac{1}{2n}(n_x + n_{x+1})$

ayant par la première équation

$$m_{x+1} = \frac{n_{x+1}}{2n\Delta v_x - \frac{n_x}{m_x}} = \frac{m_x\, n_{x+1}}{2n m_x \Delta v_x - n_x}$$

$$m_x = \frac{m_{x+1} \cdot n_x}{2n m_{x+1} \cdot \Delta v_x - n_{x+1}}$$

on aura

$$m_{x+i} = \frac{m_x \cdot n_{x+i}}{2n m_x (\Delta v_{x+i-1} - \Delta v_{x+i-2} + \Delta v_{x+i-3} - \ldots\ldots \pm \Delta v_x) \mp n_x};$$

$$m_{x-i} = \frac{m_x \cdot n_{x-i}}{2n m_x (\Delta v_{x-i} - \Delta v_{x-i+1} + \Delta v_{x-i+2} - \ldots\ldots \pm \Delta v_{x-1}) \mp n_x}.$$

Soit fait

$$\varphi \cdot v_x = \Delta v_x - \Delta v_{x+1} + \Delta v_{x+2} - \Delta v_{x+3} + \text{\&c.}$$

φv_x, φv_{x+2}, φv_{x+4} .... φv_{x+2t} positives,

φv_{x+1}, φv_{x+3}, φv_{x+5} .... φv_{x+2t-1} négatives;

lorsque i sera impair, tel que 1, 3, 5, 7....$2t - 1$, on aura $m_{x+i} = \frac{m_x \cdot n_{x+i}}{2n m_x (\varphi v_x - \varphi v_{x+i}) - n_x}$

et lorsque i sera pair, tel que 2, 4, 6, ...$2t$, on aura

$$m_{x+i} = \frac{m_x \cdot n_{x+i}}{-2n m_x (\varphi v_x - \varphi v_{x+i}) + n_x}$$

Faisant de même

ϕv_x , ϕv_{x-2} , ϕv_{x-4} &c. positives,

ϕv_{x-1} , ϕv_{x-3} , ϕv_{x-5} &c. négatives,

on aura, lorsque i sera impair,

$$m_{x-i} = \frac{m_x \cdot n_{x-i}}{-2nm_x(\phi v_{x-i} - \phi v_x) - n_x}$$

et lorsque i sera pair,

$$m_{x-i} = \frac{m_x \cdot n_{x-i}}{2nm_x(\phi v_{x-i} - \phi v_x) + n_x}$$

Les deux équations de m_{x+i} donnent

$$n = \frac{m_x \cdot n_{x+i} \pm n_x \cdot m_{x+i}}{\pm 2m_x \cdot m_{x+i}(\phi v_x - \phi v_{x+i})}$$

Or si l'on y fait $n_{x+i} = 0$, $\phi v_{x+i} = 0$, on aura

$$n = \frac{n_x}{2m_x \phi v_x} \text{ et } m_x = \frac{n_x}{2n\phi v_x}$$

Donc, si l'on fait n constante, et si l'on veut employer seulement la différence finie Δv de la manière ci-dessus indiquée, il faudra, au lieu de $\frac{-\partial v_x}{\partial x}$, substituer $2\phi v_x$, quantité qui est une valeur approchée de la première.

41. Ainsi, ayant préalablement, et dans tous les cas, formé une table des valeurs de z en calculant les différences par la formule

$$\Delta z = \frac{\Delta y - \Delta v}{y - \frac{1}{2}\Delta v} \cdot z$$

au moyen des données Δy et Δv; faisant ensuite

$$n = \frac{n_x}{2m_x \phi v_x} = \frac{z_x \cdot e^{-\frac{x}{n}}}{2m_x \phi v_x} \text{ constante,}$$

et ayant dressé une table des valeurs ϕv_x, on aura, si m_0 est donné, $n = \frac{1}{2m_0 \phi v_0}$

Si m_1 est donnée, $ne^{\frac{1}{n}} = \frac{z_1}{2m_1 \phi v_1}$; d'où, en faisant

$\alpha =$

$\alpha = \frac{z^1}{2m_1\varphi v_1} - 1$, on tirera

$$n = \alpha - \frac{1}{2}\alpha^{-1} - \frac{1}{6}\alpha^{-2} - \frac{7}{24}\alpha^{-3} - \frac{31}{120}\alpha^{-4} - \&c.$$

Si aucune valeur de n ni de m n'est donnée, on pourra du moins établir des états comparatifs de l'influence de la petite vérole sur la mortalité à chaque âge, en supposant par-tout $n = m_o$; ce qui donnera $n = \sqrt{\left(\frac{1}{2\varphi v_o}\right)}$.

La valeur de n constante étant déterminée d'une manière quelconque, on calculera la suite $n_x = z_x \cdot e^{-\frac{x}{n}}$

Cette suite n étant trouvée, on aura toutes les valeurs de m_x en faisant

$$m_x = \frac{n_x}{2n\varphi v_x}$$

On calculera la série $\Delta\mu$ en faisant

$\Delta\mu_x = \frac{1}{2n}(n_x + n_{x+1})$ ou $\mu = \frac{1}{n}\int n\partial x = \frac{S.n - \frac{1}{2}n}{n}$

qui redonnera $n = \frac{n_x + n_{x+1}}{2\Delta\mu_x}$ *constante.*

On aura $\Delta v_x = \frac{1}{2n}\left(\frac{n_x}{m_x} + \frac{n_{x+1}}{m_{x+1}}\right)$

qui redonnera $m_x = \frac{m_{x+1} \cdot n_x}{2nm_{x+1} \cdot \Delta v_x - n_{x+1}}$

$$m_x = \frac{n_x}{2n\varphi v_x}$$

ou, si l'on fait (m_x) la valeur moyenne de m dans l'intervalle de x à $x + 1$, on aura

$$(m_x) = \frac{\Delta\mu_x}{\Delta v_x} = \frac{n_x + n_{x+1}}{2n\Delta v_x}$$

$$\text{ou } \Delta v_x = \frac{\Delta\mu_x}{(m_x)} = \frac{n_x + n_{x+1}}{2n\,(m_x)}$$

Enfin, ayant calculé la série n en faisant n constante, et ayant, d'après les valeurs ci-dessus, $n = \frac{n_x + n_{x+1}}{2\Delta\mu_x} = \frac{n_{x+\frac{1}{2}}}{\Delta\mu_x}$, si l'on fait $\frac{1}{(n)} = \frac{\Delta\mu_x}{n_x}$, la quantité $\frac{1}{(n)}$ devenant $= \frac{1}{n} \cdot \frac{n_{x+\frac{1}{2}}}{n_x}$ variera de nouveau, et sera toujours plus petite que $\frac{1}{n}$.

42. Le danger de mourir à l'instant ∂x étant exactement $\frac{-\partial y}{y}$ ou proportionnel à $\frac{-\partial y}{y\partial x}$, et ayant

$$\frac{-\partial y}{\partial x} = \frac{\Delta y_x + \Delta y_{x-1}}{2} - \frac{\Delta^3 y_{x-1} + \Delta^3 y_{x-2}}{12} + \&c.$$

en se bornant au premier terme, on a à-peu-près

$$\frac{-\partial y}{y_x\, dx} = \frac{\Delta y_x + \Delta y_{x-1}}{2y_x}$$

Il suit de là que $\frac{\Delta y_x}{y_{x+\frac{1}{2}}}$ ou $\frac{2\Delta y_x}{y_x + y_{x+1}}$ exprime assez exactement le danger *relatif* de mourir à l'époque indiquée par $x + \frac{1}{2}$, et même le danger *réel* de mourir dans l'intervalle de x à $x + 1$, si la mortalité est uniforme dans cet intervalle. En rapportant ainsi les différences finies des autres variables z, n, à la valeur qu'elles ont au milieu de cet intervalle, ou par des proportions telles que celle-ci:

$$n_x : \frac{-\partial\mu_x}{\partial x} :: n_{x+\frac{1}{2}} : \Delta\mu_x$$

qui donne $\Delta\mu_x = \frac{n_{x+\frac{1}{2}}}{n_x} \cdot \frac{-\partial\mu_x}{\partial x} = \frac{1}{2n}\,(n_x + n_{x+1})$, on obtiendra des rapports assez approchés.

43. Sous ce point de vue, posons qu'il meure en général, et dans l'état naturel, *un* individu sur $\frac{y_x + y_{x+1}}{2\Delta y_x}$ dans l'année, à l'âge x.

Si la petite vérole n'existoit pas ou n'étoit pas mortelle, il en mourroit *un* sur $\frac{z_x + z_{x-1}}{2\Delta z_x}$.

Mais *de ceux n_x qui n'ont pas encore eu la petite vérole*,

Il en meurt de la petite vérole, ou d'autres maladies sans avoir eu la petite vérole, *un* sur $\frac{n_x + n_{x+1}}{2(\Delta n_x - \Delta\sigma_x)}$;

Il en meurt de maladies autres que la petite vérole, *un* sur $\frac{n_x + n_{x+1}}{2(\Delta n_x - \Delta \mu_x)}$;

Un sur $\frac{n_x + n_{x+1}}{2\Delta \mu_x} = n$ prend la petite vérole dans l'année;

Un sur $\frac{n_x + n_{x+1}}{2\Delta \nu_x} = (m).n$ meurt de la petite vérole dans l'année:

Et *de ceux qui ont pris la petite vérole dans l'année,*

Un sur $\frac{n_x + n_{x+1}}{2n\Delta \nu_x} = (m)$ meurt de cette maladie;

Enfin de ceux qui en réchappent, *un* sur $\frac{z_x + z_{x+1}}{\Delta z_x}$ meurt dans la même année d'autres maladies.

44. La valeur moyenne (M_x), résultante de toutes les valeurs successives de (m), à partir du temps x, sera $(M_x) = \frac{\int \partial \mu}{\int \partial \nu} = \frac{\mu_x}{\nu_x}$

L'activité de la petite vérole en général, tous les âges compris, peut être représentée par $\frac{\mu}{n}$, et sa malignité par $\frac{\nu}{\mu}$.

Mais à l'âge x, son activité dans l'instant ∂x est $\frac{\partial x}{n} = \frac{-\partial \mu}{n}$, et sa malignité $\frac{1}{m} = \frac{\partial \nu}{\partial \mu} = \frac{-n}{n} \cdot \frac{\partial \nu}{\partial x}$.

Le nombre d'années pendant lequel une personne qui n'a pas encore eu la petite vérole à l'âge a existera sans l'avoir prise, est $\frac{\int n \partial x}{n_a}$.

45. Le nombre de ceux qui ont eu la petite vérole est $w = y - n$; ainsi, ayant y et n, on a w.

Au reste, ce nombre s'accroît instantanément de ceux $-\partial \sigma = -(\partial \mu - \partial \nu)$ qui prennent la petite vérole et en réchappent, et il diminue par la mort de ceux $-w . \frac{\partial z}{z}$ qui ont eu la petite vérole et qui meurent d'autres maladies. Ainsi l'on a cette équation:

$$\partial w = -\partial \mu + \partial \nu + w . \frac{\partial z}{z}$$

Or, par l'équation de z, on a

$$\partial v = \partial y - \frac{y.\partial z}{z}$$

donc $\partial w = - \partial\mu + \partial y + (w - y).\frac{\partial z}{z}$

Mais $w - y = - n = - z e^{-\int \frac{\partial x}{n}}$

et $- \partial\mu = \frac{n\partial x}{n} = z.e^{-\int \frac{\partial x}{n}}.\frac{\partial x}{n}$

donc $\partial w = \partial y + z e^{-\int \frac{\partial x}{n}}.\frac{\partial x}{n} - e^{-\int \frac{\partial x}{n}}.\partial z$

et en intégrant, on a $w = y - z e^{-\int \frac{\partial x}{n}}$

ce qui redonne $w = y - n$

Ou bien si dans l'équation $\partial w = - \partial\mu + \partial v + w.\frac{\partial z}{z}$

on met à la place de $\frac{\partial z}{z}$ sa valeur $\frac{\partial y - \partial v}{y}$

on a $\partial w = \partial y - \partial n = - \partial\mu + \partial v + \frac{y - n}{y}.(\partial y - \partial v)$

ce qui se réduit à $- \partial n = - \partial\mu - (\partial y - \partial v).\frac{n}{y}$

qui est l'équation de n que nous avons intégrée.

46. Si, avant de connoître les valeurs de n, on vouloit procéder directement et par différence finie à la formation de la suite w, on trouveroit par approximation cette suite, en considérant,

1.° Que le nombre w_x des individus subsistant au commencement de la x.^{me} année, qui ont eu la petite vérole, est diminué à la fin de l'année dans le rapport de z_x à z_{x+1}, et devient ainsi $w_x.\frac{z_{x+1}}{z_x}$ ou $w_x\left(1 - \frac{\Delta z_x}{z_x}\right)$;

2.° Que le nombre w_x augmente aussi successivement par le nombre de ceux qui, dans le courant de l'année, ont pris la petite vérole, en ont réchappé et ne sont pas ensuite morts d'autres maladies dans cette même année.

Cette dernière quantité (qui est exactement $= - \partial \sigma$ pour l'élément ∂x du temps, et sensiblement $= \frac{z_{x+\Delta x}}{z_x} . \Delta \sigma_x$, pour un intervalle Δx de temps assez court) seroit $= \frac{z_{x+1}}{z_x} . \Delta \sigma_x$, si tous ceux qui doivent prendre la petite vérole dans le courant de l'année, la prenoient au commencement de l'année. On auroit alors

$$w_{x+1} = (w_x + \Delta \sigma_x) . \frac{z_{x+1}}{z_x}$$

ou parce que $w_{x+1} = w_x + \Delta w_x$ et $z_{x+1} = z_x - \Delta z_x$

$$\Delta w_x = \Delta \sigma_x - (w_x + \Delta \sigma_x) . \frac{\Delta z_x}{z_x}$$

Et mettant dans cette équation, à la place de w, de Δw et de $\Delta \sigma$, leurs valeurs $w = y - n$, $\Delta w = - \Delta y + \Delta n$ (puisque les différences sont regardées comme positives), et $\Delta \sigma = \Delta \mu - \Delta \nu$, on retrouveroit, par la substitution, l'équation (2') de n

$$\Delta n = \Delta \mu + (n - \Delta \mu) . \frac{\Delta z}{z}$$

qui est résultée des mêmes suppositions.

Mais, comme ceux qui doivent prendre la petite vérole dans l'année n'en seront attaqués que successivement, si l'on suppose qu'ils la prennent tous au milieu de l'année, les $\Delta \sigma_x$ diminueront dans le rapport de z_x à $z_x - \frac{1}{2} \Delta z_x$, et l'on aura

$$w_{x+1} = \frac{z_{x+1}}{z_x} . w_x + \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\Delta z_x}{z_x}\right) . \Delta \sigma_x$$

$$\text{ou } \Delta w_x = \Delta \sigma_x - \left(w_x + \frac{\Delta \sigma_x}{2}\right) . \frac{\Delta z_x}{z_x}$$

équation assez approchée, et qui redonnera, par les substitutions indiquées ci-dessus,

$$\Delta n = \Delta \mu + (n - \tfrac{1}{2} \Delta \mu) . \frac{\Delta z}{z}$$

conformément à l'équation (4') de n.

On aura $\Delta y = \Delta n - \Delta w$ et $y = n + w$

$$\Delta \mu = \Delta n - (n - \tfrac{1}{2}\Delta \mu)\frac{\Delta z}{z}$$

$$\Delta v = \Delta \mu - \Delta w - (w + \tfrac{1}{2}\Delta \sigma)\frac{\Delta z}{z} = \frac{\Delta \mu - \Delta w - (w + \frac{1}{2}\Delta \mu)\frac{\Delta z}{z}}{1 - \frac{1}{2}.\frac{\Delta z}{z}}$$

$$\frac{\Delta z}{z} = \frac{\Delta \sigma - \Delta w}{w + \frac{1}{2}\Delta \sigma} = \frac{\Delta n - \Delta \mu}{n - \frac{1}{2}\Delta \mu}$$

$$\Delta y - \Delta v = (w + \tfrac{1}{2}\Delta \sigma).\frac{\Delta z}{z} + (n - \tfrac{1}{2}\Delta \mu).\frac{\Delta z}{z} = (\Delta \sigma - \Delta w) + (\Delta n - \Delta \mu).$$

47. La loi de mortalité des individus w_a qui ont passé par l'épreuve de la petite vérole, est $\frac{w_a}{z_a}.z$: voyons présentement quelle est celle h_x de ceux qui attendent la petite vérole. Cette variable h_x exprimant le nombre des individus qui, sur le nombre n_a de ceux qui n'ont point encore eu la petite vérole à l'âge a, seront subsistans à l'âge $x > a$, la première valeur de h est $h_a = n_a$.

Cette suite diminue par le nombre ∂v de ceux qui meurent de la petite vérole, et par le nombre $h.\frac{\partial z}{z}$ de ceux qui meurent d'autres maladies.

On a donc cette équation, $\partial h = \partial v + h.\frac{\partial z}{z}$

ou, parce que $\partial v = \partial y - \frac{y\partial z}{z}$,

$$\partial h = \partial y - \frac{y\partial z}{z} + \frac{h\partial z}{z}.$$

En la mettant sous cette forme $\frac{\partial h - \partial y}{h - y} = \frac{\partial z}{z}$, il est évident que son intégrale est $L(h - y) = Lc + Lz$;
on a donc $h - y = Cz$,

$$C = \frac{h_a - y_a}{z_a} = -\frac{w_a}{z_a},$$

et définitivement $h = y - \frac{w_a}{z_a}.z$.

De là $\Delta h = \Delta y - \frac{w_a}{z_a} \cdot \Delta z$.

48. La quantité de vie ou la vie moyenne des personnes qui n'ont pas encore eu la petite vérole, est exactement, depuis l'âge a,

$$\frac{\int h \partial x}{h_a} = \frac{\int y \partial x}{h_a} - \frac{w_a}{z_a} \cdot \frac{\int z \partial x}{h_a}$$

ou par approximation,

$$\frac{S(h) - \frac{1}{2} h_a}{h_a} = \frac{S(y) - \frac{w_a}{z_a} S(z)}{h_a} - \frac{1}{2}$$

Si a étoit l'âge depuis lequel les tables ne donnent plus de morts de petite vérole, on auroit $z_{a+1} = \frac{z_a}{y_a} \cdot y_{a+1}$

$$h_{a+1} = y_{a+1} - \frac{w_a}{z_a} \cdot \frac{z_a}{y_a} \cdot y_{a+1} = \left(1 - \frac{w_a}{y_a}\right) \cdot y_{a+1}$$

ou simplement, à cause de $y_a - w_a = n_a = h_a$, $h = \frac{h_a}{y_a} \cdot y$; et dans ce cas, l'expression de la vie moyenne seroit

$$\frac{\int h \partial x}{h_a} = \frac{\int y \partial x}{y_a}$$

comme cela doit être.

49. Le nombre d'années, pendant lequel une personne qui n'a pas encore eu la petite vérole à l'âge a, existera après qu'elle aura eu cette maladie, est

$$\frac{\int (h - n) \partial x}{h_a} = \frac{\int w \partial x - \frac{w_a}{z_a} \int z \partial x}{n_a}$$

50. Si la vaccine n'introduit aucun nouveau germe de maladie qui change la durée de la vie, le gain sur la vie moyenne, en faveur de ceux qui se feront vacciner au lieu d'attendre la petite vérole naturelle, sera

$$\frac{\int z \partial x}{z_a} - \frac{\int h \partial x}{h_a} = \frac{1}{h_a} \left\{ \frac{y_a}{z_a} \int z \partial x - \int y \partial x \right\}$$

51. La probabilité que celui qui est à l'abri de la petite vérole survivra à celui qui l'attend, est $-\frac{1}{z_a h_a} . \int z \partial h$

Or $h = y - \frac{w_a}{z_a} . z$

$$\partial h = \partial y - \frac{w_a}{z_a} . \partial z$$

ainsi $-\frac{1}{z_a . h_a} \int z \partial h = \frac{1}{z_a h_a} \left\{ -\int z \partial y + \frac{w_a}{z_a} \int z \partial z \right\}$

$= \frac{1}{z_a h_a} \left\{ -\int z \partial y + \frac{w_a}{z_a} . \frac{z^2}{2} + c \right\} = -\frac{w_a}{2 h_a} - \frac{1}{z_a h_a} \int z \partial y$

Si l'on suppose la mortalité uniforme dans le courant d'une année, à chaque âge, on aura exactement

$$-\int z_x \partial y_x = S\,(z_{x+1} . \Delta y_x + \tfrac{1}{2} \Delta z_x . \Delta y_x)$$

et ainsi à partir de $x = a$

$$-\frac{1}{h_a z_a} \int z \partial h = \frac{S(z_{x+1} . \Delta y_x + \frac{1}{2} \Delta z_x . \Delta y_x) - \frac{1}{2} w_a z_a}{h_a . z_a}$$

Pour abréger le calcul indiqué par cette formule, on observera que s'il n'y a plus de morts de la petite vérole depuis l'âge $x = b$, on a, dès cette époque, $-\frac{1}{h_b z_b} \int z \partial h = \frac{1}{2}$.

Et que $z_{b+t} = \frac{z_b}{y_b} . y_{b+t}$

$$y_{b+t} = \frac{y_b}{z_b} . z_{b+t}$$

$$\partial y = \frac{y_b}{z_b} \partial z$$

$$-\int z \partial y = -\frac{y_b}{z_b} \int z \partial z = \frac{y_b z_b}{2}$$

D'où il suit que pour avoir l'intégrale complète $-\int z \partial h$, il faudra seulement calculer toutes les valeurs de $z_{x+1} . \Delta y_x + \frac{1}{2} \Delta z_x . \Delta y_x$ distantes de l'unité, à commencer par $z_{a+1} . \Delta y_a + \frac{1}{2} \Delta z_a . \Delta y_a$, jusques et compris $z_b \Delta y_{b-1} + \frac{1}{2} \Delta z_{b-1} . \Delta y_{b-1}$ correspondantes à $x = b$; ajouter à cette suite la quantité $\frac{y_b z_b}{2}$; prendre la somme de toutes ces quantités, &c.

La

La probabilité de l'événement contraire sera

$$-\frac{1}{h_a z_a}\int h\partial z = 1 + \frac{1}{h_a z_a}\int z\partial h,$$

$$\text{ou} = 1 + \frac{w_a}{2h_a} + \frac{1}{z_a h_a}\int z\partial y.$$

52. Si le vacciné survit à celui qui attend la petite vérole, et que je nommerai *variolable*, le nombre d'années de survie sera

$$\frac{\int z\partial x}{z_a} - \frac{\int hz\partial x}{h_a z_a},$$

tandis que si le variolable survit au vacciné, le nombre d'années de survie sera $\frac{\int h\partial x}{h_a} - \frac{\int hz\partial x}{h_a z_a}$,

on aura exactement

$$\frac{\int hz\partial x}{h_a z_a} = \frac{\int yz\partial x}{h_a z_a} - \frac{w_a}{z_a}\frac{\int z^2\partial x}{h_a z_a},$$

et par approximation

$$\frac{\int hz dx}{h_a z_a} = \frac{S(yz) - \frac{w_a}{z_a}S(zz)}{h_a z_a} - \tfrac{1}{2}.$$

On observera, comme ci-dessus, que depuis $x = b$ on a

$$S(yz) = \frac{z_b}{y_b}S(yy)$$

$$S(zz) = \frac{z^2_b}{y^2_b}S(yy)$$

$$S(yz) - \frac{w_b}{z_b}S(zz) = \frac{z_b h_b}{y^2_b}S(yy)$$

$$\text{et } \frac{S(hz)}{h_b z_b} = \frac{S(yy)}{y^2_b},$$

et que si l'on a déjà les $S(yy)$, il suffira de calculer les valeurs de yz et de zz depuis $x = 0$ jusqu'à $x = b$, pour avoir les sommes requises.

53. Dans l'état naturel, sur 100 individus vivans à l'âge x, il en meurt dans l'année $100.\frac{\Delta y_x}{y_x}$.

Dans l'état non variolique, lorsque chaque individu aura été mis à l'abri de la petite vérole, sur 100 individus vivans à l'âge x, il n'en mourra dans l'année que $100 \cdot \frac{\Delta z_x}{z_x}$.

La mortalité à chaque âge sera donc $\frac{\Delta z_x}{z_x} : \frac{\Delta y_x}{y_x}$ ou $\frac{y_x \cdot \Delta z_x}{z_x \cdot \Delta y_x}$ de ce qu'elle est à présent.

$100 \left(1 - \frac{y_x \cdot \Delta z_x}{z_x \cdot \Delta y_x}\right)$ individus de l'âge x qui mourroient par la petite vérole dans l'année, seront sauvés par la vaccine et mourront plus tard.

54. Supposons que toutes les personnes de chaque âge qui, dans l'état naturel, n'ont pas encore eu la petite vérole, soient vaccinées, on aura exactement

$$\frac{\partial v}{\partial y} = 1 - \frac{y \partial z}{z \partial y},$$

et par approximation

$$\frac{\Delta v - \frac{1}{2} \Delta v \cdot \frac{\Delta z}{z}}{\Delta y} = 1 - \frac{y \Delta z}{z \Delta y};$$

car, par l'équation (4) de z,

$$\frac{y \Delta z}{z \Delta y} = \frac{\Delta y - \Delta v \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\Delta z}{z}\right)}{\Delta y}.$$

On a ensuite *

$$\frac{\Delta v}{\Delta y} - \left(1 - \frac{y \Delta z}{z \Delta y}\right) = \frac{\Delta v}{\Delta y} - \frac{\Delta v}{\Delta y}\left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta z}{z}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta v}{\Delta y} \cdot \frac{\Delta z}{z}.$$

Ainsi, en retranchant de $\frac{\Delta v}{\Delta y}$ la quantité $1 - \frac{y \Delta z}{z \Delta y}$, on aura l'augmentation proportionnelle de la mortalité à chaque âge par les maladies qui emportent une partie de ceux qui, sans la

---

* On suppose que la suite z est calculée par la formule (4') d'approximation; car, si l'on emploie les formules exactes (A) ou (A'), il faudra, au lieu de $\frac{1}{2} \frac{\Delta z}{z} \cdot \Delta v$,

$$\frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\Delta z}{z} \Delta v = \frac{y \Delta z}{z} - (\Delta y - \Delta v).$$

vaccine, seroient morts de la petite vérole dans cette année de l'âge x.

Pour avoir ces valeurs avec exactitude, il faudra calculer d'abord celles de $\frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta z}{z} \frac{\Delta v}{\Delta y} \cdot = \frac{\Delta v}{\Delta y} - \left(1 - \frac{y \Delta z}{z \Delta y}\right)$; ce qui donnera ensuite $1 - \frac{y \Delta z}{z \Delta y} = \frac{\Delta v}{\Delta y} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta v}{\Delta y} \cdot \frac{\Delta z}{z}$, puis $\frac{y \Delta z}{z \Delta y} = 1 - \left\{ \frac{\Delta v}{\Delta y} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta v}{\Delta y} \cdot \frac{\Delta z}{z} \right\}$.

Multipliant ensuite par Δy, il en résultera que $\Delta \mu$ seront à l'abri de la petite vérole par la vaccine; que sur Δv qui auroient péri par cette maladie, $\Delta v - \frac{1}{2} \Delta v \cdot \frac{\Delta z}{z} = \Delta y - \frac{y \Delta z}{z}$ seront sauvés de la petite vérole et des autres maladies dans l'année, mais que $\frac{1}{2} \Delta v \cdot \frac{\Delta z}{z} = \Delta v - \left(\Delta y - \frac{y \Delta z}{z}\right)$, qui seroient morts de la petite vérole sans la vaccine, mourront d'autres maladies dans l'année.

Enfin, le nombre total des morts de tout âge, qui dans l'état naturel est $S . \Delta y = y_0$ dans une année, seroit cette année $S . \frac{y \Delta z}{z}$, et la différence seroit $S \left(\Delta y - \frac{y \Delta z}{z}\right) = S \left(1 - \frac{1}{2} . \frac{\Delta z}{z}\right) \Delta v$.

Autres Lois de Mortalité.

55. Parmi les individus y_a vivans à l'âge a, on peut distinguer réellement ceux w_a qui ont eu la petite vérole, et ceux n_a qui ne l'ont pas encore eue ou qui n'en sont pas quittes. Supposons qu'on pût également distinguer parmi ces derniers ceux μ_a qui seront attaqués de la petite vérole, ceux v_a qui en mourront, ceux σ_a qui la prendront et en réchapperont, ceux $n_a - v_a$ qui ne doivent pas mourir de cette maladie, ceux $n_a - \mu_a$ ou ζ_a qui doivent mourir de maladies sans avoir eu la petite vérole, enfin ceux $n_a - \sigma_a$ ou $\zeta_a + v_a$ qui mourront de la petite vérole, ou de maladies avant d'avoir pris

la petite vérole; et cherchons quelle seroit la loi de mortalité des individus dans ces diverses positions?

56. Nous avons vu que, dans l'état non variolique, la loi de mortalité est z: or, dans l'état naturel, il n'y a que les individus désignés par w qui, étant désormais à l'abri du danger de mourir de la petite vérole, meurent suivant la loi z. Ainsi un nombre w_a de ces individus existans à l'âge a sera réduit à $\frac{w_a}{z_a} \cdot z_x$ au bout de $x - a$ années, et leur mortalité dans l'instant ∂x sera $\frac{w_a \cdot \partial z}{z_a}$.

Mais les n_a mourant suivant la loi $h = y - \frac{w_a}{z_a} \cdot z$ (§. 47), d'un nombre n_a de ces individus il n'en subsistera, au bout du temps $x - a$, que $\frac{n_a}{h_a} \cdot h_x = y_x - \frac{w_a}{z_a} \cdot z_x$.

On aura, en réunissant ces deux classes d'individus,

$$\frac{w_a}{z_a} \cdot z_x + \frac{n_a}{h_a} \cdot h_x = y_x;$$

la variable y étant la loi de mortalité de tous les individus pris indistinctement.

Et la mortalité de n_a dans l'instant ∂x sera

$$\frac{n_a \cdot \partial h}{h_a} = \partial y - \frac{w_a \cdot \partial z}{z_a}.$$

57. La loi de mortalité des v_a destinés à mourir tôt ou tard de la petite vérole est la suite même v, et leur mortalité dans l'instant ∂x est $\frac{v_a \cdot \partial v}{v_a} = \partial v$ (§. 6).

La loi de mortalité des $y_a - v_a$ qui ne doivent pas mourir de la petite vérole, mais d'autres maladies, est de même la suite $\varepsilon = y - v$, et leur mortalité dans l'instant ∂x est

$$(y_a - v_a) \frac{(\partial y - \partial v)}{y_a - v_a} = \partial y - \partial v.$$

Le nombre des individus de chacune de ces deux dernières classes, qui subsisteront au bout du temps $x - a$, sera sur le nombre $v_a \ldots\ldots\ldots v_a \cdot \frac{v_x}{v_a} = v_x$,

sur le nombre $(y_a - v_a) \ldots\ldots (y_a - v_a) \cdot \frac{y_x - v_x}{y_a - v_a} = y_x - v_x$,

et au total y_x.

58. D'Alembert, dans ses Opuscules, *tome IV, page 329*, dit que, « si l'on ne meurt point de la petite vérole, il mourra sur le » nombre $y - v$, pendant le temps ∂x, par d'autres maladies que » la petite vérole, la quantité $\frac{\partial y - \partial v}{y} \cdot (y - v)$, et non pas $\partial y - \partial v$, » et que sur le nombre v qui seroit mort de la petite vérole dans » le premier cas, il en mourra la quantité $\frac{\partial y - \partial v}{y} \cdot v$; c'est-à- » dire que la quantité $\partial y - \partial v$ des personnes mortes par d'autres » maladies que la petite vérole, quantité qui, dans le premier cas, » seroit tombée toute entière sur le nombre $y - v$ (le reste ∂v mou- » rant, par l'hypothèse, de la petite vérole), doit se répartir entre » $(y - v)$ et v proportionnellement, dans le cas où personne ne » mourroit plus de la petite vérole. » C'est une grande erreur. Sur les $y - v$ il mourra, *dans tous les cas*, $\partial y - \partial v$; et je démontrerai que, si la petite vérole ne fait plus mourir personne, la fonction v deviendra $v' = v + z - y = z - \varepsilon$, et que sur ce nombre il mourra de maladies la quantité $\partial v + \partial z - \partial y$ ou $\partial z - \partial \varepsilon$.

Il faut d'abord observer de nouveau que, quoique les $(y_a - v_a)$ ne doivent point mourir de la petite vérole *dans l'état naturel*, et qu'ils meurent de maladies sans que la petite vérole soit pour eux une cause de mort, ils ne meurent pas pour cela suivant la loi z.

Soit υ_a un nombre d'individus qui, au bout du temps $x - a$, se trouvent réduits au nombre υ_x; on peut bien faire mourir tous les υ_a par une loi quelconque z de mortalité en procédant de la manière suivante :

Morts. *Vivans.*

Au bout de 1 an $v_a \cdot \frac{\Delta z_a}{z_a}$ $v_a \cdot \frac{z_{a+1}}{z_a}$;

de 2 ans $v_a \cdot \frac{z_{a+1}}{z_a} \cdot \frac{\Delta z_{a+1}}{z_{a+1}} = v_a \cdot \frac{\Delta z_{a+1}}{z_a}$ $v_a \cdot \frac{z_{a+2}}{z_a}$;

de 3 ans $v_a \cdot \frac{z_{a+2}}{z_a} \cdot \frac{\Delta z_{a+2}}{z_{a+2}} = v_a \cdot \frac{\Delta z_{a+2}}{z_a}$ $v_a \cdot \frac{z_{a+3}}{z_a}$;

&c.

La somme de tous les morts sera bien $\frac{v_a}{z_a} \int . \Delta z = v_a$.

Mais, si cette classe v_a d'individus meurt réellement suivant la loi z, il faut qu'on ait dans tous les cas, $v_a \cdot \frac{z_{a+x}}{z_a} = v_{a+x}$; ce qui ne sauroit être, à moins que, pour toutes les valeurs de x, on n'ait $v_{a+x} \cdot \frac{\Delta z_{a+x}}{z_{a+x}} = v_a \cdot \frac{\Delta z_{a+x}}{z_a} = v_{a+x} - v_{a+x+1}$

$$= \Delta v_{a+x} = v_{a+x} \cdot \frac{\Delta v_{a+x}}{v_{a+x}}:$$

sans cela ils ne meurent point suivant la loi z, et l'on n'a pas

$$\int . v . \frac{\Delta z}{z} = \int . \Delta v,$$

$$\text{ni } \frac{v_a}{z_a} \int z \partial x = \int v \partial x \text{ \&c.}$$

Or nous avons $\frac{\Delta z}{z} = \frac{\Delta y - \Delta v}{y - \frac{1}{2}\Delta v}$: si donc les $(y_a - v_a)$ mouroient suivant la loi z, on auroit $(y - v) \cdot \frac{\Delta z}{z} = \Delta y - \Delta v$; mais

$$(y-v) \cdot \frac{\Delta z}{z} = (y-v) \cdot \frac{\Delta y - \Delta v}{y - \frac{1}{2}\Delta v} = (\Delta y - \Delta v)\left(1 - \frac{v - \frac{1}{2}\Delta v}{y - \frac{1}{2}\Delta v}\right),$$

donc les $y - v$ qui dans l'état naturel meurent de maladies et non de la petite vérole, ne meurent pas *tous* suivant la loi z. Il seroit d'ailleurs contradictoire de supposer qu'il y eût d'autres morts que des morts de maladie dans $y - v$; ce qui arriveroit dans cette supposition, puisque $(y - v) \frac{\Delta z}{z}$ est plus petit que $\Delta y - \Delta v$. Mais c'est sur le nombre total y qu'il meurt $\frac{\partial z}{z}$ de maladies, et l'on a $\frac{y \cdot \partial z}{z} = \partial y - \partial v$, par l'équation de z.

J'irai plus loin : la vie moyenne des v_a est $\frac{\int v \partial x}{v_a}$, et celle des $(y_a - v_a)$ est $\frac{\int (y-v)\partial x}{y_a - v_a}$; de sorte que l'on a pour les deux classes réunies,

$$\frac{y_a - v_a}{y_a} \; \frac{\int (y-v)\partial x}{y_a - v_a} + \frac{v_a}{y_a} \; \frac{\int v \partial x}{v_a} = \frac{\int y \partial x}{y_a}.$$

Or si l'on supposoit que tous les $y_a - v_a$ meurent suivant la loi z, la vie moyenne de chacun de ces individus seroit $\frac{\int z \partial x}{z_a}$; on auroit

$$\frac{y_a - v_a}{y_a} \cdot \frac{\int z \partial x}{z_a} + \frac{v_a}{y_a} \cdot \frac{\int v \partial x}{v_a} = \frac{\int y \partial x}{y_a}.$$

mais comme $\frac{\int z \partial x}{z_a}$ est > que $\frac{\int (y-v)\partial x}{y_a - v_a}$, et que la vie moyenne des v_a ne peut pas être négative, la supposition ne peut pas avoir lieu.

Pour approfondir ce résultat, voyons comment meurent les individus de chaque classe.

59. Soit u' la loi de mortalité des individus σ_a qui doivent vivre jusqu'à ce qui qu'ils aient pris la petite vérole, dont ils doivent réchapper : en procédant par différences finies, et en supposant que ceux qui doivent prendre la petite vérole dans l'année la prennent au milieu de l'année, ou plutôt que la moitié la prenne au commencement de l'année et l'autre moitié à la fin, on aura

$$u'_a = \sigma_a,$$

$$u'_{a+1} = \sigma_{a+1} + \Delta \sigma_a \left(1 - \tfrac{1}{2} \cdot \frac{\Delta z_a}{z_a}\right),$$

$$u'_{a+2} = \sigma_{a+2} + \Delta \sigma_a \left(1 - \tfrac{1}{2} \cdot \frac{\Delta z_a}{z_a}\right) \cdot \frac{z_{a+2}}{z_{a+1}} + \Delta \sigma_{a+1} \left(1 - \tfrac{1}{2} \frac{\Delta z_{a+1}}{z_{a+1}}\right),$$

$$u'_x = \sigma_x + \Delta \sigma_a \left(1 - \tfrac{1}{2} \cdot \frac{\Delta z_a}{z_a}\right) \cdot \frac{z_x}{z_{a+1}} + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$+\Delta\sigma_{a+1}\left(1-\tfrac{1}{2}\cdot\frac{\Delta z_{a+1}}{z_{a+1}}\right)\frac{z_x}{z_{a+2}}$$

$$+\Delta\sigma_{a+2}\left(1-\tfrac{1}{2}\cdot\frac{\Delta z_{a+2}}{z_{a+2}}\right)\cdot\frac{z_x}{z_{a+3}}+\ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots+\Delta\sigma_{x-1}\left(1-\tfrac{1}{2}\,\frac{\Delta z_{x-1}}{z_{x-1}}\right)\cdot\frac{z_x}{z_x}:$$

ainsi l'on a exactement $u'_x = \sigma_x + z_x\int\frac{-\partial\sigma}{z}$,

l'intégrale étant prise depuis a jusqu'à x.

Or par l'équation de w on a

$$-\partial\sigma = \partial w - \frac{w\partial z}{z},$$

et successivement,

$$\frac{-\partial\sigma}{z} = \frac{z\partial w - w\partial z}{zz} = \partial\left(\frac{w}{z}\right),$$

$$\int\frac{-\partial\sigma}{z} = \frac{w}{z} + c,$$

$$0 = \frac{w_a}{z_a} + c,$$

$$c = -\frac{w_a}{z_a},$$

$$z\int\frac{-\partial\sigma}{z} = w - \frac{w_a}{z_a}\cdot z.$$

La loi de mortalité de σ_a est donc

$$u' = \sigma + w - \frac{w_a}{z_a}\cdot z;$$

et le rapport de la mortalité

$$\frac{\partial u'}{u'} = \frac{\partial\sigma + \partial w - \frac{w_a}{z_a}\cdot\partial z}{\sigma + w - \frac{w_a}{z_a}\cdot z} = \frac{z_a\cdot w - z\cdot w_a}{z_a\left(\sigma + w - \frac{w_a}{z_a}\cdot z\right)}\cdot\frac{\partial z}{z},$$

puisque par l'équation de w l'on a $0 = \partial\sigma + \partial w - \frac{w\cdot\partial z}{z}$:
ainsi à l'origine a, où $w = w_a$ et $z = z_a$, le rapport des différentielles $\frac{\partial u'}{\partial x}$ est $= 0$.

60.

60. Maintenant si nous désignons par u la loi de mortalité des individus μ_a qui ne doivent pas mourir avant d'être attaqués de la petite vérole, ayant $\mu = \sigma + \nu$, cette loi de mortalité sera

$$u = u' + \nu = \mu + w - \frac{w_a}{z_a} . z.$$

61. Nous avons trouvé la loi de mortalité des n_a

$$h = y - \frac{w_a}{z_a} . z.$$

Si donc nous désignons par h' la loi de mortalité des $n_a - \mu_a$ ou des ζ_a qui doivent mourir de maladies sans avoir eu la petite vérole, nous aurons

$$h' = h - u = y - \frac{w_a}{z_a} . z - \mu - w + \frac{w_a}{z_a} . z$$
$$= (y - \mu) - w;$$

c'est-à-dire $h' = n - \mu$,
ou la suite des $n - \mu$.

62. Si nous désignons par u'' la loi de mortalité des $\sigma + w$ qui ne doivent mourir de maladies qu'après avoir eu la petite vérole, nous aurons $u'' = \sigma + w$.

63. De même si nous désignons par h'' la loi de mortalité des individus $n_a - \sigma_a$ ou $\zeta_a + \nu_a$ qui, n'ayant pas encore eu la petite vérole à l'âge a, doivent mourir de maladies sans avoir eu la petite vérole, ou de la petite vérole, nous aurons

$$h'' = h - u' = h' + \nu,$$

ou $h'' = n - \sigma$.

64. Enfin, désignant par h''' la loi de mortalité des individus $n_a - \nu_a$ qui n'ont pas eu la petite vérole à l'âge a, et qui ne doivent point mourir de cette maladie, nous aurons

$$h''' = h - \nu = y - \nu - \frac{w_a}{z_a} . z;$$

et comme la classe des $n_a - \nu_a$ renferme celle des $n_a - \mu_a$ qui mourront de maladies avant d'avoir pris la petite vérole, et celle des σ_a qui mourront de maladies après avoir eu la petite vérole, on a

$$h''' = u' + h',$$

et du reste $h' = h - u$,

$$h'' = h - u' = h' + \nu,$$

$$h''' = h - \nu = h' + u' = h'' + u' - \nu \text{ \&c.}$$

65. Il est maintenant aisé de voir

1.° Que la mortalité des individus $n_a - \mu_a$ qui doivent mourir de maladies avant d'être attaqués de la petite vérole, est plus rapide que la suite z; car le rapport de cette mortalité à un âge quelconque dans l'instant ∂x, est

$$\frac{\partial h'}{h'} = \frac{\partial n - \partial \mu}{n - \mu} = \frac{\partial y - \partial w - \partial \mu}{n - \mu}$$

ou parce qu'en vertu de l'équation de w et de celle de z, on a

$$\partial w = -\partial \sigma + \frac{w . \partial z}{z} \text{ et } \partial y - \partial \nu = \frac{y \partial z}{z},$$

$$\frac{\partial h'}{h'} = \frac{\frac{y \partial z}{z} - \frac{w . \partial z}{z}}{n - \mu} = \frac{n}{n - \mu} \cdot \frac{\partial z}{z} > \text{que } \frac{\partial z}{z};$$

2.° Que la mortalité des individus σ_a qui ne doivent mourir de maladies qu'après être réchappés de la petite vérole, est au contraire moins rapide que la suite z; car le rapport de cette mortalité est en général

$$\frac{\partial u'}{u'} = \frac{\partial \sigma + \partial w - \frac{w_a}{z_a} \cdot \partial z}{\sigma + w - \frac{w_a}{z_a} \cdot z},$$

ou parce que $\partial w + \partial \sigma = \frac{w \partial z}{z}$,

$$\frac{\partial u'}{u'} = \frac{z_a . w - z . w_a}{z_a \left(\sigma + w - \frac{w_a}{z_a} . z\right)} \cdot \frac{\partial z}{z}$$

$$= \frac{z_a w - z . w_a}{z_a \sigma + z_a w - z w_a} \cdot \frac{\partial z}{z} < \text{que } \frac{\partial z}{z}.$$

Nous avons de plus remarqué que ce rapport étoit nul à l'origine a.

3.° Enfin, il est aisé de voir que la mortalité des deux classes réunies $n_a - \mu_a$ et σ_a, ou de la classe $n_a - \nu_a$ des individus qui parmi le nombre total n_a ne doivent point mourir de la petite vérole dans l'état naturel et variolique, est cependant plus rapide que celle z des individus qui sont absolument à l'abri du danger de cette maladie ; car le rapport de la mortalité des $n_a - \nu_a$ dans l'instant ∂x, est d'une part

$$\frac{\partial h'''}{h'''} = \frac{\partial y - \partial \nu - \frac{w_a}{z_a} \cdot \partial z}{y - \nu - \frac{w_a}{z_a} \cdot z}$$

$$= \frac{z_a \cdot y - z\, w_a}{z_a \cdot y - z\, w_a - z_a \cdot \nu} \cdot \frac{\partial z}{z} > \text{que } \frac{\partial z}{z};$$

ou par l'alliage des classes,

$$\frac{\partial h'''}{h'''} = \frac{h'}{h'''} \cdot \frac{\partial h'}{h'} + \frac{u'}{h'''} \cdot \frac{\partial u'}{u'}$$

$$= \frac{1}{h'''} (\partial h' + \partial u')$$

$$= \frac{z_a y - z\, w_a}{z_a y - z\, w_a - z_a \nu} \cdot \frac{\partial z}{z}, \text{ comme ci-dessus.}$$

La lenteur de la mortalité des σ_a qui ne meurent qu'après avoir eu la petite vérole, ne compense donc pas la rapidité de la mortalité des ζ_a qui meurent avant d'être attaqués de la petite vérole; et cette distinction de classe change nécessairement l'expression de la mortalité.

66. Lors donc que, parmi le nombre total y des individus, il en est un nombre ν qui meurent de la petite vérole, et que l'on distingue deux classes ν et $(y - \nu)$ de ces individus, le rapport de la mortalité par maladies n'est pas le même que lorsque personne ne

meurt de la petite vérole; et la vie moyenne de ceux $(y - v)$ qui doivent mourir de maladies autres que la petite vérole, est

$$\frac{\int (y-v)\,\partial x}{y-v},$$

ou bien

$$\frac{\int (y-v)\,\partial x}{y_a - v_a} = \frac{w_a}{y_a - v_a}\cdot\frac{\int z\,\partial x}{z_a} + \frac{(n_a - v_a)}{y_a - v_a}\cdot\frac{\int h'''\,\partial x}{h'''_a},$$

et leur population,

$$\int (y-v)\,\partial x = w_a\cdot\frac{\int z\,\partial x}{z_a} + (n_a - v_a)\,\frac{\int h'''\,\partial x}{h'''_a}.$$

De même la vie moyenne des $(n_a - v_a)$ et des v_a réunis, ou des n_a, est

$$\frac{\int h\,\partial x}{h_a} = \frac{(n_a - v_a)}{h_a}\cdot\frac{\int h'''\,\partial x}{h'''_a} + \frac{v_a}{h_a}\cdot\frac{\int v\,\partial x}{v_a}$$

et leur population, $\int h\,\partial x = \int h'''\,\partial x + \int v\,\partial x$.

Pareillement la vie moyenne des ζ_a et des σ_a réunis, ou des $(n_a - v_a)$, est

$$\frac{\int h'''\,\partial x}{h'''_a} = \frac{\zeta_a}{h'_a}\cdot\frac{\int h'\,\partial x}{h'_a} + \frac{\sigma_a}{h'_a}\cdot\frac{\int u'\,\partial x}{u'_a},$$

et leur population, $\int h'''\,\partial x = \int h'\,\partial x + \int u'\,\partial x$;

de sorte que la population des n_a est également

$$\int h\,\partial x = \int h'\,\partial x + \int u'\,\partial x + \int v\,\partial x,$$

et ainsi de suite.

67. Posons $y = w + n, \quad n = \zeta + v + \sigma$,

nous aurons $y = w + \zeta + v + \sigma$,

$$\partial y = \partial w + \partial\zeta + \partial v + \partial\sigma,$$

$$y = \frac{w_a}{z_a}\cdot z + \zeta + v + \frac{\sigma_a}{u'_a}\cdot u' = \frac{w_a}{z_a}\cdot z + h,$$

$$\partial y = \frac{w_a}{z_a}\cdot\partial z + \partial\zeta + \partial v + \partial u' = \frac{w_a}{z_a}\cdot\partial z + \partial h,$$

$$\epsilon = (y - v) = w + \zeta + \sigma,$$

$$\epsilon = \frac{w_a}{z_a}\cdot z + \zeta + u',$$

$$\partial\epsilon = \frac{w_a}{z_a}.\partial z + \partial\zeta + \partial u' \quad = \frac{y\partial z}{z} = \partial y - \partial\nu,$$

$$\frac{\partial z}{z} = \frac{\partial\epsilon}{y} = \frac{w_a}{z_a}\cdot\frac{\partial z}{y} + \frac{\partial\zeta}{y} + \frac{\partial\mu'}{y} \quad = \frac{\partial y - \partial\nu}{y},$$

$$\frac{\partial\epsilon}{\epsilon} = \frac{w_a}{z_a}\cdot\frac{\partial z}{\epsilon} + \frac{\partial\zeta}{\epsilon} + \frac{\partial u'}{\epsilon} \quad = \frac{\partial y - \partial\nu}{y - \nu}.$$

On aura de même

$$n = \zeta + \nu + \sigma,$$

$$\partial n = \partial\zeta + \partial\nu + \partial\sigma,$$

$$h = \zeta + \nu + \frac{\sigma_a}{u'_a}.u',$$

$$\partial h = \partial\zeta + \partial\nu + \partial u' = \partial y - \frac{w_a}{z_a}.\partial z,$$

$$\partial h - \partial\nu = \frac{y\partial z}{z} - \frac{w_a}{z_a}.\partial z = \frac{h\partial z}{z},$$

$$\frac{h\partial z}{z} = \partial\zeta + \partial u'.$$

68. Par l'équation de n trouvée à *priori*, nous avons

$$o = \partial n - \partial\mu - \frac{n\partial z}{z},$$

$$\text{et } \frac{n\partial z}{z} = \partial n - \partial\mu.$$

Par les lois de mortalité on auroit

$$\frac{n\partial z}{z} = \partial\zeta + \partial u' = (\partial n - \partial\mu) + \partial u';$$

mais la valeur de u' correspondante à n est égale à σ; et nous avons vu que, lorsque $u' = \sigma$, on a $\frac{\partial u'}{\partial x} = o$; on a donc

$$\partial u' = o = \partial\sigma + (\partial y - \partial n) - (y - n)\frac{\partial z}{z},$$

ce qui se réduit à $o = \partial n - \partial\mu - \frac{n\partial z}{z}$.

n diminuant par le nombre $\partial\nu + \frac{n\partial z}{z}$ des morts de petite vérole et de maladies avant de l'avoir prise, et par le nombre $\partial\sigma$

des individus qui survivent après avoir eu la petite vérole, on a ainsi $\partial n = \partial \sigma + \partial v + \frac{n \partial z}{z}$,
ou $\partial n = \partial \sigma + \partial v + \partial \zeta$.

Mais cette dernière équation n'apprendroit rien, si l'on n'y introduisoit pas la quantité $\partial u' = 0$: cependant, en comparant ces deux équations, l'on a $\frac{n \partial z}{z} = \partial \zeta = \partial n - \partial \mu$.

69. Ainsi, de même que $\frac{y \partial z}{z}$ et $\frac{h \partial z}{z}$ représentent les morts de maladies dans l'instant ∂x, ayant eu ou n'ayant pas eu la petite vérole, $\frac{n \partial z}{z} = \partial \zeta$ représente le nombre des morts de maladies qui n'ont pas eu la petite vérole, et l'on a

$$\frac{y \partial z}{z} = \partial y - \partial v,$$
$$\frac{w \partial z}{z} = \partial w + \partial \sigma,$$
$$\frac{h \partial z}{z} = \partial h - \partial v,$$
$$\frac{n \partial z}{z} = \partial n - \partial \mu.$$

70. Mais si, procédant par différences finies, on emploie les équations approchées ($4'$) de n, de z, et celle de w qui leur correspond, on aura, pour la première année de chaque âge,

$$\Delta y - \Delta v = \frac{(y - \frac{1}{2} \Delta v) . \Delta z}{z},$$
$$\Delta \sigma - \Delta w = \frac{(w + \frac{1}{2} \Delta \sigma) . \Delta z}{z},$$
$$\Delta n - \Delta \mu = \frac{(n - \frac{1}{2} \Delta \mu) . \Delta z}{z},$$
$$\Delta h - \Delta v = \frac{(h - \frac{1}{2} \Delta v) . \Delta z}{z} = (\Delta n - \Delta \mu) + \frac{1}{2} . \frac{\Delta z}{z} . \Delta \sigma.$$

$w . \frac{\Delta z}{z}$ est le nombre des morts de maladies dans l'année parmi les w qui ont eu précédemment la petite vérole ;

$(\Delta n - \Delta \mu)$ le nombre des morts de maladies dans l'année, sans avoir eu la petite vérole ;

$\frac{1}{2} \frac{\Delta z}{z} . \Delta \sigma$ le nombre des morts de maladies dans l'année parmi les individus $\Delta \sigma$ qui ont eu la petite vérole cette année et en ont réchappé. Si n a été calculé par la formule exacte $n = ze^{-\int \frac{\partial x}{n}}$, on aura, au lieu de $\frac{1}{2} \frac{\Delta z}{z} \Delta \sigma$,

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\Delta z}{z} \Delta \sigma = \Delta h - (\Delta n - \Delta \mu) - \Delta v = \Delta h - (\Delta n - \Delta \sigma)$$
$$= \Delta \sigma - \Delta w - w . \frac{\Delta z}{z}.$$

71. La répartition des morts dans l'année sera donc, pour chaque âge, $(\Delta n - \Delta \mu) + (\Delta v) + \left(\frac{1}{\alpha} \frac{\Delta z}{z} . \Delta \sigma\right) + \left(w . \frac{\Delta z}{z}\right) = \Delta y$, le nombre des vivans au commencement étant

$$(n - \mu) + (v) + (\sigma) + (w) = (y),$$

ou, si l'on prend dans y le nombre total $Sw . \frac{\Delta z}{z}$ des individus qui ne doivent mourir de maladies qu'après avoir eu la petite vérole, et celui $S \frac{1}{\alpha} \frac{\Delta z}{z} \Delta \sigma = w + \sigma - Sw . \frac{\Delta z}{z}$ de ceux qui mourront de maladies la même année qu'ils auront eu la petite vérole,

$$(n - \mu) + (v) + \left(w + \sigma - Sw . \frac{\Delta z}{z}\right) + \left(S . w . \frac{\Delta z}{z}\right) = y;$$

et l'on aura

$$S \frac{1}{\alpha} . \frac{\Delta z}{z} . \Delta \sigma + S . w . \frac{\Delta z}{z} = \sigma + w = \varepsilon - \zeta,$$

$$S . S \frac{1}{\alpha} . \frac{\Delta z}{z} \Delta \sigma + S . S w . \frac{\Delta z}{z} = S(\sigma + w).$$

Dans l'état naturel y, on a donc ces équations :

$$(\Delta \zeta) + (\Delta v) + (\Delta \sigma - \Delta w) = \Delta y,$$

ou $\partial\zeta + \partial v + (\partial\sigma + \partial w) = \partial y$,

et $\zeta + v + (\sigma + w) = y$.

72. Maintenant, en passant de cet état à l'état non variolique z, les nombres des morts de maladies autres que la petite vérole, $\Delta\zeta$ et $(\Delta\sigma - \Delta w)$ des classes z et $\sigma + w$, restent les mêmes ; mais la mortalité par la petite vérole étant supprimée, les fonctions Δv et v changent de nature.

Pour savoir ce que deviennent ces quantités, il faut remarquer que si les v qui, dans l'état naturel, étoient destinés à mourir de la petite vérole, en sont affranchis par l'art, ils ne peuvent mourir de maladies qu'après l'époque où ils seroient morts de la petite vérole s'ils n'en eussent pas été préservés.

72. Supposons donc que tous les enfans naissans soient vaccinés. En procédant par différences finies d'une manière analogue à celle qui a donné l'équation $(4')$ de z, on pourroit obtenir, par approximation, ces valeurs successives comme il suit :

1.° Meurent $\frac{1}{2}\Delta v_0 \frac{\Delta z_0}{z_0}$,

Restent $\Delta v_0\left(1 - \frac{1}{2}\frac{\Delta z_0}{z_0}\right) = \frac{\Delta v_0}{2}\left(1 + \frac{z_1}{z_0}\right)$;

2.° Meurent $\left[\frac{\Delta v_0}{2}\left(1 + \frac{z_1}{z_0}\right) + \frac{1}{2}\Delta v_1\right]\frac{\Delta z_1}{z_1} =$

$$= \left[\frac{\Delta v_0}{2}\left(\frac{1}{z_0} + \frac{1}{z_1}\right) + \frac{\Delta v_1}{2 z_1}\right]\Delta z_1,$$

Restent $\frac{\Delta v_0}{2}\left(\frac{1}{z_0} + \frac{1}{z_1}\right) z_2 + \frac{\Delta v_1}{2}\left(1 + \frac{z_2}{z_1}\right)$;

3.° Meurent $\left\{\frac{\Delta v_0}{2}\left(\frac{1}{z_0} + \frac{1}{z_1}\right) . z_2 + \frac{\Delta v_1}{2}\left(1 + \frac{z_2}{z_1}\right) + \frac{\Delta v_2}{2}\right\} . \frac{\Delta z_2}{z_2}$;

ainsi de suite ; de sorte qu'au lieu de Δv_x, il mourra

$$\left\{\frac{\Delta v_0}{2}\left(\frac{1}{z_0} + \frac{1}{z_1}\right) + \frac{\Delta v_1}{2}\left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}\right) + \frac{\Delta v_2}{2}\left(\frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3}\right) + \ldots \right.$$
$$\left. \ldots + \frac{\Delta v_x}{2 z_x}\right\} . \Delta z_x = \Delta v_x - (\Delta y_x - \Delta z_x).$$

Et

Et en effet, mettant cette dernière quantité à la place de Δv dans l'équation $\Delta\zeta + \Delta v + (\Delta\sigma - \Delta w) = \Delta y$,
on aura $\Delta\zeta + [\Delta v - (\Delta y - \Delta z)] + (\Delta\sigma - \Delta w) = \Delta z$.

74. Cette dernière équation est généralement exacte; car la fonction cherchée est rigoureusement $-\partial z \int \frac{-\partial v}{z}$,
et l'on a

$$-\partial z \int \frac{-\partial v}{z} = -\partial v + (\partial y - \partial z) = \partial z \int \frac{\partial v}{z}$$
$$= -\partial z + \frac{y \partial z}{z}$$
$$= -\partial z + \partial\zeta + (\partial\sigma + \partial w),$$
$$\int \frac{-\partial v}{z} = 1 - \frac{y}{z},$$
$$\int \partial z \int \frac{\partial v}{z} = (v_0 - v) + (z_0 - z) - (y_0 - y),$$

en prenant cette intégrale depuis o jusqu'à x.

En la prenant depuis o jusqu'au dernier terme de la vie, elle est $= v_0$; et en la prenant depuis x jusqu'au dernier terme, de la même manière qu'on a pris $\int -\partial z$ et $\int -\partial y$ pour représenter le nombre des vivans, elle est

$$\int \partial z \int \frac{\partial v}{z} = v + z - y;$$

ce qui donnera l'équation ci-dessus aux différences finies, et le rapport exact

$$\frac{\partial\zeta + \partial z \int \frac{-\partial v}{z} + (\partial\sigma + \partial w)}{y - v + \int \partial z \int \frac{\partial v}{z}} = \frac{\partial z}{z},$$

ou $\dfrac{\partial y - \partial v - \partial z \int \frac{\partial v}{z}}{y - v + \int \partial z \int \frac{\partial v}{z}} = \dfrac{\partial z}{z} = \dfrac{\partial y - \partial v}{y}$.

75. On voit donc par cette analyse, que sur les $y - v$ il mourra, *dans tous les cas*, $\partial y - \partial v$; et que si la petite vérole ne fait plus mourir personne, v deviendra $v + z - y$ ou $z - \varepsilon$, et

que sur ce nombre il mourra, dans l'instant ∂x, la quantité $\partial v + \partial z - \partial y$, ou $\partial z - \partial \varepsilon$.

76. Si donc on suppose une succession uniforme et constante de générations qui aient été mises à l'abri de la petite vérole par la vaccine ou par tout autre moyen, alors, au lieu de v individus qui devoient mourir tôt ou tard de la petite vérole, il existera à chaque âge $(v + z - y)$ individus qui mourront tôt ou tard d'autres maladies; et tandis que sur le nombre v il seroit mort, dans l'année, Δv de la petite vérole, sur le nombre $v + z - y$ il mourra $\Delta v + \Delta z - \Delta y$ d'autres maladies.

La loi de mortalité des individus v_0 qui devoient mourir de petite vérole, et qui dans l'état naturel est v, sera, dans l'état non variolique, $v' = v + z - y = z - \varepsilon$.

La population de cette classe, qui, sans ce préservatif, auroit été $\int v \partial x$, sera $\int (v + z - y) \partial x$; et la vie moyenne de chacun de ces individus, au lieu d'être $\frac{\int v \partial x}{v}$ sera $\frac{\int (v + z - y) \partial x}{v + z - y}$. L'art aura donc augmenté la durée de la vie de ces individus de

$$\frac{\int (v + z - y) \partial x}{v + z - y} - \frac{\int v \partial x}{v} \text{ années;}$$

et leur mortalité sera dans le rapport

$$\frac{\partial v + \partial z - \partial y}{v + z - y} = \frac{\partial z - \partial \varepsilon}{z - \varepsilon} = \frac{\partial z - \frac{y \partial z}{z}}{z - \varepsilon} = \frac{z - y}{z - \varepsilon} \cdot \frac{\partial z}{z}$$

ou $\frac{z - y}{z - y + v} \cdot \frac{\partial z}{z} < \text{que } \frac{\partial z}{z}$.

Probabilités.

De ce qui précède il suit entre autres,

77. Que la probabilité qu'une personne de l'âge a, prise au hasard, a eu la petite vérole, est $\frac{w_a}{y_a}$;

Et que la probabilité qu'elle ne l'a pas eue est $\frac{n_a}{y_a}$;

78. Que la probabilité qu'une personne de l'âge *a, qui a eu la petite vérole,* sera existante à l'âge x, est $\frac{z_x}{z_a}$;

Et que la probabilité qu'elle sera morte

dans l'intervalle $x - a$, est $1 - \frac{z_x}{z_a}$;

dans l'année, $\frac{\Delta z}{z} = \frac{\Delta y - \Delta v}{y - \frac{1}{2}\Delta v}$;

79. Que la probabilité qu'une personne de l'âge *a, qui n'a pas encore eu la petite vérole,* ne mourra pas avant de l'avoir prise et la prendra,

dans l'espace de temps $x - a$, est $\frac{1}{n_a}\int\frac{n\,\partial x}{n} = \frac{\int -\partial\mu}{n_a} = \frac{\mu_a - \mu_x}{n_a}$;

dans l'instant ∂x, est.......... $\frac{\partial x}{n} = \frac{-\partial\mu}{n_a}$;

dans la 1.re année, est........ $\frac{\Delta\mu_a}{n_a} = \frac{1}{(n)}$;

tôt ou tard,.................... $\frac{\mu_a}{n_a} = \frac{1}{(N)}$;

après l'âge x,................ $\frac{\mu_x}{n_a}$.

Si l'on fait $\frac{\mu_a - \mu_x}{n_a} = \frac{1}{2}$, il y aura 1 contre 1 à parier qu'elle en sera attaquée avant le temps x correspondant à $\mu_x = \mu_a - \frac{1}{2} n_a$.

80. La probabilité qu'elle n'aura jamais la petite vérole, et par conséquent qu'elle mourra tôt ou tard d'autres maladies sans l'avoir prise, est $\frac{n_a - \mu_a}{n_a}$.

81. La probabilité qu'elle mourra avant l'âge x sans avoir eu la petite vérole, ou que, si elle est existante, elle ne la prendra qu'après l'âge x, est $\frac{n_a - \mu_a + \mu_x}{n_a}$.

82. La probabilité qu'elle mourra *de la petite vérole et non d'autres maladies,*

dans l'espace de temps $x - a$, est $\frac{1}{n_a}\int\frac{\nu\partial x}{mn} = \frac{\int -\partial\nu}{n_a} = \frac{\nu_a - \nu_x}{n_a}$;

dans l'instant ∂x, ... $\frac{\partial x}{mn} = \frac{-\partial\nu}{n_a}$;

dans la 1.re année, ... $\frac{\Delta\nu_a}{n_a} = \frac{1}{(n)} \cdot \frac{1}{(m)}$;

tôt ou tard, ... $\frac{\nu_a}{n_a}$.

83. La probabilité qu'elle ne mourra point de la petite vérole, soit parce qu'elle mourra de maladies sans l'avoir prise, soit parce qu'elle en réchappera et mourra ensuite d'autres maladies, est $\frac{n_a - \nu_a}{n_a}$.

84. La probabilité qu'elle ne mourra pas de petite vérole, et qu'elle en sera attaquée,

dans l'espace de temps $x - a$, est $\frac{1}{n_a}\int\frac{(m-1)\nu\partial x}{mn} = \frac{\int -\partial\sigma}{n_a} = \frac{\sigma_a - \sigma_x}{n_a}$;

dans l'instant ∂x, est. . . . . $\frac{(m-1).\partial x}{mn} = \frac{-\partial\sigma}{n_a}$;

dans la 1.re année, ... $\frac{\Delta\sigma_a}{n_a}$.

85. La probabilité qu'elle aura tôt ou tard la petite vérole, qu'elle en réchappera, et par conséquent qu'elle mourra tôt ou tard de maladies après avoir eu la petite vérole, est $\frac{\sigma_a}{n_a}$.

86. Et la probabilité qu'elle mourra tôt ou tard, ou de la petite vérole, ou d'autres maladies sans avoir eu la petite vérole, est $\frac{n_a - \sigma_a}{n_a}$.

87. La probabilité qu'elle sera existante à l'âge x est

$$\frac{h_x}{n_a} = \frac{1}{n_a}\left\{y_x - \frac{w_a}{z_a} \cdot z_x\right\}.$$

88. La probabilité qu'elle sera morte, avant l'âge x, de la petite vérole ou d'autres maladies, est $\frac{n_a - h_x}{n_a}$;

dans l'année,

$$\frac{\Delta h_a}{h_a} = \frac{1}{n_a}\left\{\Delta y_a - w_a.\frac{\Delta z_a}{z_a}\right\} = \frac{\Delta v_a + (n_a - \frac{1}{2}\Delta v_a).\frac{\Delta z_a}{z_a}}{n_a}.$$

89. La probabilité qu'elle sera existante à l'âge x et qu'elle n'aura point la petite vérole, est $\frac{n_x}{n_a}$.

90. La probabilité qu'elle prendra la petite vérole avant l'âge x, ou qu'elle mourra, est $\frac{n_a - n_x}{n_a}$. C'est la probabilité qu'elle ne sera plus dans la classe n.

Si l'on fait $n_x = \frac{1}{2}.n_a$, la probabilité qu'elle sera existante à l'âge x sans avoir eu la petite vérole, sera égale à la probabilité qu'elle aura pris la petite vérole ou qu'elle sera morte dans l'intervalle $x - a$.

91. La probabilité qu'elle sera existante et qu'elle aura eu la petite vérole est $\frac{h_x - n_x}{n_a} = \frac{1}{n_a}\left\{w_x - \frac{w_a}{z_a}.z_x\right\}$.

Au *maximum* de cette probabilité $\frac{\partial w}{\partial z} = \frac{w_a}{z_a}$.

Si l'on fait $w_x - \frac{w_a}{z_a}.z_x = n_x$, ou $\frac{w_x - n_x}{z_x} = \frac{w_a}{z_a}$, la probabilité qu'elle sera existante à l'âge x après avoir eu la petite vérole dans cet intervalle $x - a$, sera égale à la probabilité qu'elle existera et qu'elle n'aura point été attaquée de cette maladie dans ce même espace de temps.

Et il y a à parier $w_x - \frac{w_a}{z_a}.z_x$ contre n_x, que si elle est existante à l'âge x, elle aura eu la petite vérole dans l'espace de temps $x - a$.

92. La probabilité qu'elle mourra, avant l'âge x, de maladies et non de petite vérole, *bien qu'elle puisse la prendre*, est

$$-\frac{1}{n_a}\int\frac{h.\partial z}{z} = -\frac{\int\partial h - \int\partial v}{n_a} = \frac{(h_a - h_x) - (v_a - v_x)}{n_a};$$

dans l'année,

$$\frac{\Delta h_a - \Delta \nu_a}{n_a} = \frac{(n_a - \frac{1}{2}\Delta \nu_a).\frac{\Delta \zeta_a}{\zeta_a}}{n_a} = \frac{(\Delta n_a - \Delta \mu_a) + \frac{1}{2}\Delta \sigma_a.\frac{\Delta \zeta_a}{\zeta_a}}{n_a}.$$

93. Et la probabilité que, dans l'année, elle prendra la petite vérole, qu'elle en réchappera, ou qu'elle mourra de maladies sans avoir pris la petite vérole, est $\frac{\Delta n_a - \Delta \nu_a}{n_a}$.

94. La probabilité qu'elle mourra, dans l'espace de temps $x - a$, *de maladies, sans avoir eu la petite vérole*, est $\frac{\int - \partial \zeta}{n_a} = \frac{\zeta_a - \zeta_x}{n_a}$;

dans l'année, $\frac{\Delta n_a - \Delta \mu_a}{n_a} = \frac{n_a - \frac{1}{2}\Delta \mu_a}{n_a} . \frac{\Delta \zeta_a}{\zeta_a}$.

95. La probabilité qu'elle mourra dans ce même espace de temps, de la petite vérole, ou d'autres maladies sans avoir eu la petite vérole, est

$$-\frac{1}{n_a}\int\left(\partial \nu + \frac{n\,\partial \zeta}{\zeta}\right) = \frac{\int - (\partial n - \partial \sigma)}{n_a} = \frac{(n_a - \sigma_a) - (n_x - \sigma_x)}{n_a};$$

dans l'année, $\frac{\Delta n_a - \Delta \sigma_a}{n_a} = \frac{\Delta \nu_a + (n_a - \frac{1}{2}\Delta \mu_a).\frac{\Delta \zeta_a}{\zeta_a}}{n_a}$.

96. La probabilité que, dans l'intervalle $x - a$, elle mourra *de maladies, après avoir eu la petite vérole*, est

$$\frac{(h_a - h_x) - (\nu_a - \nu_x)}{n_a} = \frac{\zeta_a - \zeta_x}{n_a} = \frac{(\sigma_a - \sigma_x) - (h_x - n_x)}{n_a} = \frac{u'_a - u'_x}{n_a};$$

dans la première année,

$$\frac{1}{n_a}.\left(\frac{1}{2}\Delta \sigma_a . \frac{\Delta \zeta_a}{\zeta_a}\right) = \frac{1}{n_a}\left\{(\Delta h_a - \Delta \nu_a) - (\Delta n_a - \Delta \mu_a)\right\} =$$
$$= \frac{\Delta h_a + \Delta \sigma_a - \Delta n_a}{n_a}.$$

97. La probabilité qu'elle ne mourra pas de maladies après avoir eu la petite vérole, cette année, est $\frac{\Delta \sigma_a \left(1 - \frac{1}{2}\frac{\Delta \zeta_a}{\zeta_a}\right)}{n_a}$.

98. La probabilité qu'elle mourra tôt ou tard de maladies, la même année qu'elle aura la petite vérole, est $\frac{1}{2n_a} . S . \frac{\Delta\sigma . \Delta z}{z}$.

99. *Si elle est actuellement attaquée de la petite vérole,* la probabilité qu'elle en mourra est $\frac{\partial v}{\partial \mu} = \frac{1}{m}$;

ou, par approximation, $\frac{\Delta v}{\Delta \mu} = (n) . \frac{\Delta v}{n} = \frac{1}{(m)}$.

Et la probabilité qu'elle en réchappera est $\frac{\partial \sigma}{\partial \mu} = \frac{m - 1}{m}$,

ou, par approximation,

$$1 - \frac{\Delta v}{\Delta \mu} = 1 - (n) . \frac{\Delta v}{n} = \frac{(m) - 1}{(m)} = \frac{\Delta \sigma}{\Delta \mu}.$$

100. La probabilité que, si elle en réchappe, elle mourra de maladies dans la même année, est $\frac{1}{2} . \frac{\Delta \sigma}{\Delta \mu} . \frac{\Delta z}{z}$.

101. *Si elle doit tôt ou tard être attaquée de la petite vérole,* la probabilité qu'elle la prendra avant l'âge x, est $\frac{\int - \partial \mu}{\mu_a} = \frac{\mu_a - \mu_x}{\mu_a}$; dans l'année, $\frac{\Delta \mu_a}{\mu_a}$.

Et la probabilité qu'elle la prendra après l'âge x, est

$$\frac{\mu_a - \int - \partial \mu}{\mu_a} = \frac{\mu_x}{\mu_a}.$$

Si l'on fait $\int - \partial \mu : \mu_a - \int - \partial \mu :: p : q$, il y aura p contre q à parier que, si elle doit prendre cette maladie, elle l'aura avant l'âge x, correspondant à

$$\int - \partial \mu = \frac{p}{p + q} . \mu_a = \mu_a - \mu_x,$$

ou à $\mu_x = \frac{q}{p + q} . \mu_a$;

et l'on aura $\frac{\mu_x}{\mu_a} = \frac{q}{p + q}$, $\frac{\mu_a - \mu_x}{\mu_a} = \frac{p}{p + q}$.

102. *Si elle doit prendre tôt ou tard la petite vérole,* la probabilité qu'elle la prendra et qu'elle en mourra avant l'âge x, est

$$\frac{\int - \partial v}{\mu_a} = \frac{v_a - v_x}{\mu_a},$$

après l'âge x, est $\frac{\nu_a - \int - \partial \nu}{\mu_a} = \frac{\nu_x}{\mu_a}$,

tôt ou tard..... $\frac{\nu_a}{\mu_a}$.

103. La probabilité qu'elle en sera attaquée avant l'âge x, et qu'elle en réchappera, est $\frac{\int - \partial \sigma}{\mu_a} = \frac{\sigma_a - \sigma_x}{\mu_a}$.

La probabilité qu'elle n'en sera attaquée qu'après l'âge x, et qu'elle en réchappera, est $\frac{\sigma_a - \int - \partial \sigma}{\mu_a} = \frac{\sigma_x}{\mu_a}$;

Et la probabilité qu'elle l'aura dans un temps quelconque sans en mourir, est $\frac{\sigma_a}{\mu_a}$.

104. Enfin, *si elle doit mourir de la petite vérole,* la probabilité que cet événement aura lieu avant qu'elle ait atteint l'âge x, est

$$\frac{\int - \partial \nu}{\nu_a} = \frac{\nu_a - \nu_x}{\nu_a};$$

après l'âge x.................... $\frac{\nu_x}{\nu_a}$;

Et il y aura p contre q à parier qu'elle en mourra avant le temps x, correspondant à $\nu_x = \frac{q}{p+q} \cdot \nu_a$, &c.

On a vu, §. 51, la probabilité qu'une personne qui est à l'abri de la petite vérole survivra à celle qui l'attend.

Population et Vie moyenne.

105. Les vivans de chaque âge et la population pouvant être divisés et subdivisés en différentes classes réelles ou imaginaires, celle-ci peut être représentée de différentes manières ; savoir, par la somme des diverses parties de la population, ou par la somme des individus qui subsistent en vertu d'une loi de mortalité, ou enfin par des sommes partielles de l'une et de l'autre espèce.

Ainsi, par exemple, on a

$$\int y \partial x = \int \nu \partial x + \int (y - \nu) \partial x,$$

$\int y \partial x$

$$\int y\partial x = \int \nu\partial x + \int(\mu - \nu)\partial x + \int(y - \mu)\partial x,$$

$$\int y\partial x = \int \nu\partial x + \int w\partial x + \int \zeta\partial x + \int \sigma\partial x,$$

$$\int y\partial x = \int \mu\partial x + \int w\partial x + \int \zeta\partial x,$$

$$\int y\partial x = \int(w + \sigma)\partial x + \int(\zeta + \nu)\partial x,$$

$$\int y\partial x = \int w\partial x + \int n\partial x,$$

$$\int y\partial x = \int w\partial x + \int(\zeta + \sigma)\partial x + \int \nu\partial x,$$

$$\int y\partial x = \frac{w_a}{z_a}\int z\partial x + \frac{n_a}{h_a}\int h\partial x,$$

$$\int y\partial x = \frac{w_a}{z_a}\int z\partial x + \int(\zeta + \nu)\partial x + \frac{\sigma_a}{u'_a}\int u'\partial x,$$

$$\int y\partial x = \int(n - \mu)\partial x + \int \nu\partial x + \frac{\sigma_a}{u'_a}\int u'\partial x + \frac{w_a}{z_a}\int z\partial x,$$

$$\int y\partial x = \int(n - \mu)\partial x + \int \nu\partial x + \int\partial x \,.\, S\frac{1}{\alpha}\frac{\Delta z}{z}\Delta\sigma$$
$$+ \int\partial x \,.\, Sw \,.\, \frac{\Delta z}{z},$$

$$\int y\partial x = \int \zeta\partial x + \int \nu\partial x + \left(\int w\partial x + \int \sigma\partial x - \int\partial x . Sw . \frac{\Delta z}{z}\right)$$
$$+ \int\partial x . Sw\frac{\Delta z}{z}.$$

106. Mais chaque terme du second membre de ces équations ne peut donner de vie moyenne, que lorsque toutes les variables renfermées sous le signe intégral décroissent par la mortalité seulement.

Ainsi, dans l'équation $\int y\partial x = \int \nu\partial x + \int(y - \nu)\partial x$, qui représente à-la-fois des parties de population et des suites de mortalité, les variables y et ν ne décroissant que par la mortalité;

$\frac{\int \nu\partial x}{\nu_a}$ est la vie moyenne de ceux ν_a qui doivent mourir de la petite vérole;

$\frac{\int(y - \nu)\partial x}{y_a - \nu_a}$ est la vie moyenne de ceux qui, dans l'état naturel, doivent mourir de maladies autres que la petite vérole; c'est-à-dire, la vie moyenne des $y - n$ et des $n - \nu$ réunis;

Et $\frac{\int y \partial x}{y_a} = \frac{\int (y - v) \partial x}{y_a} + \frac{\int v \partial x}{y_a}$ est la vie moyenne des deux classes v et $y - v$ réunies.

Il n'en est pas de même des équations en μ, w ou n, à moins qu'elles n'entrent aussi dans l'expression de la loi de mortalité; ces quantités variant autrement que par la mortalité.

Ainsi, par exemple, l'équation $\int y \partial x = \int w \partial x + \int n \partial x$, qui ne représente que des parties de population, ne peut point servir à trouver la vie moyenne des individus de la classe w ou de la classe n; et pour que la vie moyenne de tous les individus y_a de l'âge a, pris indistinctement, soit le résultat moyen des vies moyennes des individus w_a et de ceux n_a pris séparément, il faut employer l'équation

$$\int y \partial x = \frac{w_a}{z_a} \int z \partial x + \frac{n_a}{h_a} \int h \partial x,$$

dans laquelle la vie moyenne des w_a est $\frac{\int z \partial x}{z_a}$, puisqu'ils meurent suivant la loi z; celle des n_a est $\frac{\int h \partial x}{h_a}$, puisque, pris séparément, ils meurent suivant la loi h; et la vie moyenne des deux classes réunies sera

$$\frac{\int y \partial x}{y_a} = \frac{w_a}{y_a} \cdot \frac{\int z \partial x}{z_a} + \frac{n_a}{y_a} \cdot \frac{\int h \partial x}{h_a}.$$

107. Outre cela, supposons que, dans l'état naturel, les vivans de chaque âge puissent réellement se diviser en deux classes v et $y - v$;

Dans l'état naturel, la population totale sera

$$\int y \partial x = \int v \partial x + \int (y - v) \partial x.$$

Dans l'état non variolique et exempt de tout tribut, la population, lorsque le nombre des individus existans à l'âge a est y_a, sera bien au total

$$\frac{y_a}{z_a} \cdot \int z \partial x = \frac{v_a}{z_a} \cdot \int z \partial x + \frac{(y_a - v_a)}{z_a} \int z \partial x,$$

et l'augmentation de la population $\frac{y_a}{z_a} \int z \partial x - \int y \partial x$.

Mais il ne faut pas conclure de là que les v ne mourant plus de la petite vérole, ils contribueront à cette augmentation

pour $\frac{v_a}{z_a} \int z \partial x - \int v \partial x$,

ni pour la quantité $\frac{v_a}{y_a} \left\{ \frac{y_a}{z_a} \int z \partial x - \int y \partial x \right\}$;

et les $(y - v)$ pour $\frac{(y_a - v_a)}{z_a} \int z \partial x - \int (y - v) \partial x$,

ni pour $\frac{(y_a - v_a)}{y_a} \left\{ \frac{y_a}{z_a} \int z \partial x - \int y \partial x \right\}$.

Si cela étoit vrai relativement aux v, on auroit l'équation

$$\frac{v_a}{y_a} \left\{ \frac{y_a}{z_a} \int z \partial x - \int y \partial x \right\} = \frac{v_a}{z_a} \int z \partial x - \int v \partial x,$$

et par conséquent, $v_a \int y \partial x = y_a \int v \partial x$.

De même, relativement aux $y - v$, si l'on suppose que l'augmentation de leur vie moyenne soit $\frac{\int z \partial x}{z_a} - \frac{\int (y - v) \partial x}{y_a - v_a}$, elle ne seroit pas la même que celle qui résulteroit de l'augmentation de la population qu'on leur attribue, et qui seroit

$$\frac{\frac{y_a - v_a}{y_a} \left\{ \frac{y_a}{z_a} \int z \partial x - \int y \partial x \right\}}{y_a - v_a} = \frac{\int z \partial x}{z_a} - \frac{\int y \partial x}{y_a}.$$

108. Mais j'ai fait voir que cette augmentation de vie moyenne et de population est entièrement due aux v qui ne mourront plus de la petite vérole : ainsi la population, qui, dans l'état naturel, est

$$\int y \partial x = \int v \partial x + \int (y - v) \partial x,$$

devient, dans l'état non variolique, par la suppression de la petite vérole, $\int z \partial x = \int \left(\int - \partial z \int \frac{-\partial v}{z} \right) \partial x + \int (y - v) \partial x$.

La différence de ces deux états est exactement, dans toutes ses parties, $\int z \partial x - \int y \partial x = \int \left(\int - \partial z \int \frac{-\partial v}{z} \right) \partial x - \int v \partial x$.

Et tandis que la vie moyenne des $(y - v)$ reste la même

$\frac{\int (y - v)\partial x}{y_a - v_a}$, celle des v, qui dans l'état variolique est $\frac{\int v \partial x}{v_a}$, devient dans l'état non variolique

$$\frac{\int \left(\int - \partial z \int \frac{-\partial v}{z} \right) \partial x}{v + z - y} = \frac{\int (v + z - y) \partial x}{v + z - y}.$$

109. Il faut faire bien attention au changement que les variables éprouvent lorsqu'on passe d'un état à l'autre ; sans quoi l'on arriveroit à des résultats faux et absurdes, ou bien l'on trouveroit des absurdités et des paradoxes où il n'y en a point. La critique que d'Alembert fit du Mémoire de Bernoulli en offre plusieurs exemples. Celui-ci ayant assigné la vie moyenne $\frac{\int v \partial x}{v_0}$ de ceux qui, dans l'état naturel, doivent tôt au tard mourir de la petite vérole, et celle $\frac{\int z \partial x}{z_0}$ des individus qui sont à l'abri de ce danger, d'Alembert, pour vérifier ses calculs, pose (en nombres) cette équation :

$$\frac{y_0 - v_0}{y_0} \cdot \frac{\int z \partial x}{z_0} + \frac{v_0}{y_0} \cdot \frac{\int v \partial x}{v_0} = \frac{\int y \partial x}{y_0};$$

(*Voyez* Opuscules, *tom. IV, pag. 101, art. 4*); et comme il trouve $\frac{\int v \partial x}{v_0}$ négatif en employant les nombres de Bernoulli, il conclut que les résultats trouvés par ce grand géomètre méritent assez peu de confiance, puisqu'ils s'accordent si mal entre eux : il demande si, d'après cela, on peut compter sur ses hypothèses et ses formules. Mais quoique Bernoulli n'ait pas répondu à cette difficulté, on ne voit cependant rien dans son Mémoire qui pût autoriser d'Alembert à vérifier ses calculs par une telle équation ; et il paroît que l'observation essentielle que je viens de faire lui avoit échappé.

110. Puisque les v individus qui auroient été victimes de la petite vérole, contribuent seuls à l'augmentation de la population lorsqu'ils sont affranchis de ce tribut, il n'y a positivement

d'augmentation de vie que pour ces individus; et c'est la véritable manière de représenter tout l'avantage qui résulteroit de l'exemption de la petite vérole.

On a vu que cette augmentation de vie pour les ν est

$$\frac{\int(\nu+z-y)\partial x}{\nu+z-y}-\frac{\int \nu\partial x}{\nu};$$

Mais comme on ne sauroit distinguer réellement parmi les vivans de chaque âge, que ceux w qui ont eu la petite vérole, et ceux n qui ne l'ont pas encore eue, on peut répartir cette augmentation sur ces derniers, ou sur tous les individus $y = w + n$ qui ont eu ou qui n'ont pas eu cette maladie.

111. On a vu que le nombre total y_a des individus existans à l'âge a, étant partagé en deux classes w_a et n_a, la vie moyenne résultant de celle de chacune de ces classes est, dans l'état naturel,

$$\frac{\int y\partial x}{y_a}=\frac{w_a}{y_a}\cdot\frac{\int z\partial x}{z_a}+\frac{n_a}{y_a}\cdot\frac{\int h\partial x}{h_a};$$

or si tous les n_a sont mis à l'abri de la petite vérole, leur mortalité, dans l'instant ∂x, sera $\partial' h = \frac{'h.\partial z}{z}$, et leur loi de mortalité, $'h = \frac{n_a}{z_a}.z$.

112. La vie moyenne de tous les individus y_a sera donc, dans l'état non variolique,

$$\frac{\int z\partial x}{z_a}=\frac{w_a}{y_a}\cdot\frac{\int z\partial x}{z_a}+\frac{n_a}{y_a}\cdot\frac{\int z\partial x}{z_a};$$

l'augmentation de la vie moyenne pour les n_a est $\frac{\int z\partial x}{z_a}-\frac{\int h\partial x}{h_a}$;

l'accroissement de leur population, $\frac{n_a}{z_a}\int z\partial x-\int h\partial x$,

lequel doit être égal à l'accroissement $\frac{y_a}{z_a}\int z\partial x-\int y\partial x$, relatif au nombre total y_a des individus existans à l'âge a; et l'on a en effet

$$\frac{y_a}{z_a}\int z\partial x-\int y\partial x=\frac{\nu_a}{z_a}\int z\partial x-\int h\partial x.$$

Si donc, par un moyen quelconque, l'art peut arrêter le cours destructeur de la petite vérole, l'augmentation de la vie moyenne des personnes n_a existantes à l'âge a qui n'ont pas eu la petite vérole, sera par ce moyen

$$\frac{\frac{y_a}{z_a}\int z\partial x - \int y\partial x}{n_a} = \frac{\frac{n_a}{z_a}\int z\partial x - \int h\partial x}{n_a} = \frac{y_a}{n_a}\left\{\frac{\int z\partial x}{z_a} - \frac{\int y\partial x}{y_a}\right\}.$$

Cette augmentation, relativement au nombre total y_a des individus existans à l'âge a, seroit

$$\frac{\frac{y_a}{z_a}\int z\partial x - \int y\partial x}{y_a} = \frac{\int z\partial x}{z_a} - \frac{\int y\partial x}{y_a}.$$

113. Mais il faut observer qu'excepté l'âge $a = 0$, auquel $n = y$, ce dernier résultat sur-tout ne donnera qu'une idée très-incomplète de l'avantage que l'humanité retirera de l'exemption de la petite vérole, puisque cet avantage sera distribué également à ceux v_a, qui en jouiront exclusivement, à ceux n_a, qui y participeront, et à ceux $y_a - n_a$, ou w_a qu'il ne concerne pas ou auxquels il devient inutile.

114. Si l'on suppose $z = \frac{z_a}{y_a}(y + \omega)$, on aura

$$\frac{y_a}{z_a}\int z\partial x = \int y\partial x + \int \omega\partial x$$

$$\frac{\int z\partial x}{z_a} - \frac{\int y\partial x}{y_a} = \frac{\int \omega\partial x}{y_a};$$

d'où il suit que, si toutes les personnes y_a vivantes à l'âge a étoient exemptes de la petite vérole, la vie moyenne $\frac{\int y\partial x}{y_a}$ qu'elles ont dans l'état naturel seroit augmentée de $\frac{\int \omega\partial x}{y_a}$.

On aura de même $\frac{n_a}{z_a} \cdot \int z\partial x - \int h\partial x = \int \omega\partial x$

$$\frac{\int z\partial x}{z_a} - \frac{\int h\partial x}{n_a} = \frac{\int \omega\partial x}{n_a};$$

d'où il suit que, si tous les individus n_a qui dans l'état naturel n'ont pas encore eu la petite vérole en étoient affranchis, leur vie moyenne, qui est $\frac{\int h \partial x}{n_a}$ lorsqu'ils s'abandonnent à la nature, seroit augmentée de $\frac{\int \omega \partial x}{n_a}$.

Mais, s'ils ne préviennent pas la petite vérole, leur vie moyenne sera plus courte que celle de toutes les personnes y_a du même âge prises indistinctement, et cela de

$$\frac{\int y \partial x}{y_a} \cdot - \frac{\int h \partial x}{h_a} = \frac{w_a}{y_a} \cdot \frac{\int \omega \partial x}{n_a}.$$

115. Enfin on voit par cette analyse,

1.° Que, si personne n'est exempt de la petite vérole et ne s'en met à l'abri, la répartition des morts de chaque âge, dans une année, sera $(\Delta\zeta) + (\Delta\sigma - \Delta w) + (\Delta v) = \Delta y$;
celle des vivans, $\zeta + (\sigma + w) + v = y$;
la vie moyenne des individus de chacune de ces classes sera

$$\frac{\int \zeta \partial x}{\zeta} + \frac{\int (\sigma + w) \partial x}{\sigma + w} + \frac{\int v \partial x}{v}.$$

La contribution de chacune de ces classes à la quantité de vie de tous les individus y pris indistinctement, sera

$$\zeta \cdot \frac{\int \zeta \partial x}{\zeta} + (\sigma + w) \cdot \frac{\int (\sigma + w) \partial x}{\sigma + w} + v \cdot \frac{\int v \partial x}{v} = \int y \partial x;$$

et la vie moyenne résultant de l'alliance de ces classes,

$$\frac{\zeta \cdot \frac{\int \zeta \partial x}{\zeta} + (\sigma + w) \cdot \frac{\int (\sigma + w) \partial x}{\sigma + w} + v \cdot \frac{\int v \partial x}{v}}{y} = \frac{\int y \partial x}{y}$$

$$\text{ou } \frac{\int \zeta \partial x}{y} + \frac{\int (\sigma + w) \partial x}{y} + \frac{\int v \partial x}{y} = \frac{\int y \partial x}{y};$$

2.° Que, si tous les enfans sont vaccinés au berceau, la répartition des morts de chaque âge dans l'année sera

$$\Delta\zeta + (\Delta\sigma - \Delta w) + (\Delta z - \Delta \varepsilon) = \Delta z;$$

celle des vivans, $\zeta + (\sigma + w) + (z - \varepsilon) = z$.

La vie moyenne des individus de chacune de ces classes sera

$$\frac{\int\zeta\partial x}{\zeta} + \frac{\int(\sigma + w)\partial x}{\sigma + w} + \frac{\int(z-\varepsilon)\partial x}{z-\varepsilon} \ ;$$

la contribution de chacune de ces classes à la quantité de vie de tous les individus z pris indistinctement,

$$\zeta \cdot \frac{\int\zeta\partial x}{\zeta} + (\sigma + w) \cdot \frac{\int(\sigma + w)\partial x}{\sigma+w} + (z-\varepsilon) \cdot \frac{\int(z-\varepsilon)\partial x}{z-\varepsilon} = \int z\partial x\,;$$

et la vie moyenne résultant de l'alliance de ces trois classes d'individus,

$$\frac{\zeta \cdot \frac{\int\zeta\partial x}{\zeta} + (\sigma + w) \cdot \frac{\int(\sigma + w)\partial x}{\sigma + w} + (z-\varepsilon) \cdot \frac{\int(z-\varepsilon)\partial x}{z-\varepsilon}}{z} = \frac{\int z\partial x}{z}\,;$$

$$\text{ou } \frac{\int\zeta\partial x}{z} + \frac{\int(\sigma + w)\partial x}{z} + \frac{\int(z-\varepsilon)\partial x}{z} = \frac{\int z\partial x}{z}.$$

Multiplication des Individus.

116. MAINTENANT, pour savoir quelle influence la vaccine pourra avoir sur la multiplication des hommes,

Soient a l'âge où les garçons se marient;

- M_x le nombre de leurs mariages en premières noces, dans l'année x;
- G_x le nombre des naissances de garçons dans le cours de la même année.

Supposons d'abord qu'aucun individu n'ait encore été vacciné, mais que dorénavant on vaccine tous les enfans qui naîtront, et que la population soit d'ailleurs actuellement dans un état de permanence.

Dans ce cas, il s'est fait l'année passée M_{-1} mariages en premières noces, cette année $M_0 = M_{-1}$ mariages: jusqu'à ce que les G_0 enfans mâles qui naîtront cette année, ou plutôt leurs survivans, aient atteint l'âge a, il se fera constamment le même nombre

nombre de mariages et l'on aura

$$M_{-1} = M_0 = M_1 = M_2 = \ldots\ldots = M_{a-1},$$

de même que $G_0 = G_1 = G_2 = \ldots\ldots = G_{a-1} = G_a$.

Le nombre de ces enfans mâles qui atteindront l'âge a sera

$$G_0 \cdot z_a \text{ ou } G_a \cdot z_a.$$

Le nombre des mariages contractés dans a ans par ces garçons survivans sera $\frac{z_a}{y_a} \cdot M_0$ ou $\frac{z_a}{y_a} M_{a-1} = M_a$ et se maintiendra tel chaque année pendant $a + 1$ ans, temps auquel les survivans parmi les enfans mâles qui résulteront de ces M_a mariages auront a ans. On aura

$$M_a = M_{a+1} = M_{a+2} = \ldots\ldots = M_{a+a} \text{ ou } = M_{2a}.$$

Pour évaluer le nombre des enfans qui naîtront dès la $(a+1)^{me}$ année, il faut observer,

1.° Qu'une partie des mariages qui précèdent M_a concourent aux naissances qui auront lieu depuis l'année a jusque vers $\frac{a + 2a}{2}$; influence qui va toujours en diminuant, tandis que celle des nouveaux mariages va en croissant;

2.° Que dès l'année $\frac{a + 2a}{2}$, les nouveaux mariages concourent seuls à la procréation des enfans; tellement que les naissances de garçons qui auront lieu un an après les M_{2a} mariages, seront $G_{2a+1} = \frac{M_{2a}}{M_{a-1}} \cdot G_a = \frac{z_a}{y_a} \cdot G_a = \frac{z_a}{y_a} \cdot G_0$;

3.° Que l'on a exactement

$$M_{a-1} = \left(\frac{z_a}{y_a}\right)^0 \cdot M_0 \qquad G_a = \left(\frac{z_a}{y_a}\right)^0 \cdot G_0,$$

$$M_{2a} = \left(\frac{z_a}{y_a}\right)^1 \cdot M_0 \qquad G_{2a+1} = \left(\frac{z_a}{y_a}\right)^1 \cdot G_0,$$

$$M_{3a+1} = \left(\frac{z_a}{y_a}\right)^2 \cdot M_0 \text{ \&c.} \qquad G_{3a+2} = \left(\frac{z_a}{y_a}\right)^2 \cdot G_0 \text{ \&c.};$$

et que la nature de cet accroissement, à chaque période de $a + 1$

ans, est telle, que, pour que la loi de continuité ait lieu, il faut que celle de l'influence des nouveaux mariages soit une progression géométrique depuis l'année a *.

Ainsi les naissances de garçons, depuis l'année a, relatives aux mariages,

$$\begin{array}{c|ccccc} M_{a-1}, & M_a, & M_{a+1}, & M_{a+2} & \ldots & M_{2a} \\ \text{seront } G_0.\left(\frac{z_a}{y_a}\right)^{\frac{0}{a+1}}, & G_0\left(\frac{z_a}{y_a}\right)^{\frac{1}{a+1}}, & G_0\left(\frac{z_a}{y_a}\right)^{\frac{2}{a+1}}, & G_0\left(\frac{z_a}{y_a}\right)^{\frac{3}{a+1}} & \ldots & G_0\left(\frac{z_a}{y_a}\right)^{\frac{a+1}{a+1}} \\ G_a, & G_{a+1}, & G_{a+2}, & G_{a+3} & \ldots & G_{2a} \end{array}$$

---

* Je dis dans une note, *article 9* des applications, que l'on ne connoît point le nombre des mariages faits en France dans le cours de la onzième et de la douzième année; je crois devoir le démontrer ici.

Soient M le nombre total et inconnu des mariages;
M_1 celui des mariages en premières noces des garçons;
M_2 celui des mariages des veufs;
M'_1 celui des mariages en premières noces des filles;
M'_2 celui des mariages des veuves;
(gf) le nombre des mariages entre garçons et filles;
(gw) ceux entre garçons et veuves;
(vf) ceux entre veufs et filles;
(vw) ceux entre veufs et veuves:

on aura
$$\left.\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} M_1 = (gf) + (gw) \\ M_2 = (vf) + (vw) \end{array}\right\} = M \\ \left.\begin{array}{l} M'_1 = (gf) + (vf) \\ M'_2 = (gw) + (vw) \end{array}\right\} = M \end{array}\right\} = 2\,M$$
$$M = (gf) + (gw) + (vf) + (vw).$$

Les états des mariages envoyés par les préfets, et que l'on peut voir dans les derniers numéros des Annales de statistique, sont dans la forme suivante:

$$\text{Mariages}\left\{\begin{array}{l} \text{en premières noces} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots A \\ \text{en secondes notes}\left\{\begin{array}{l} \text{d'hommes}\ldots M_2 \\ \text{de femmes}\ldots M'_2 \end{array}\right. \end{array}\right.$$

$$\text{TOTAL}\ldots\ldots\ldots\ldots A + M_2 + M'_2 = B.$$

Or il est impossible que la quantité A soit le nombre des mariages en premières noces, et que l'on ait en même temps $B = M$.

Le nombre des garçons qui atteindront l'âge a sera respectivement

$$G_{a+1} \cdot z_a, \quad G_{a+2} \cdot z_a, \quad G_{a+3} \cdot z_a \ldots\ldots\ldots G_{2a+1} \cdot z_a,$$

ou

$$G_0 \cdot z_a \left(\frac{z_a}{y_a}\right)^{\frac{1}{a+1}}, G_0 \cdot z_a \left(\frac{z_a}{y_a}\right)^{\frac{2}{a+1}} \ldots\ldots\ldots G_0 \cdot z_a \left(\frac{z_a}{y_a}\right)^{\frac{a+1}{a+1}}.$$

Les mariages contractés par ces garçons seront

$$M_{2a+1}, \quad M_{2a+2}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad M_{3a+1}$$

$$M_0 \left(\frac{z_a}{y_a}\right)^{\frac{a+2}{a+1}}, M_0 \left(\frac{z_a}{y_a}\right)^{\frac{a+3}{a+1}} \ldots\ldots M_0 \left(\frac{z_a}{y_a}\right)^{\frac{2a+2}{a+1}} \text{ \&c. \&c.}$$

Soit c la plus grande étendue possible de la vie. Dans $c + a$ ans il ne subsistera plus aucun des enfans qui naîtront dans le cours des a premières années ; alors la suite de mortalité sera régulière, quoique différente de *la loi de mortalité.*

Pour que cette dernière quantité fût la somme totale des mariages, il faudroit que A fût $= (gf) - (vw)$, ce qui n'est pas.

On ne connoît donc point immédiatement par ces états le nombre total des mariages; et pour remplir le double objet qu'on avoit en vue, il auroit fallu demander le nombre des mariages

entre *garçons et filles ;*
entre *garçons et veuves ;*
entre *veufs et filles ;*
et entre *veufs et veuves.*

On est aussi embarrassé pour savoir ce qu'est cette quantité A dans ces états, que les préfets ont dû l'être pour donner sous cette forme la somme des mariages. Deux ou trois d'entre eux ont distingué, dans les mariages en premières noces pour l'an 12, ceux des garçons et ceux des filles : dans ce cas, la quantité $A = M_1 + M'_1$; mais la somme totale est celle des individus mariés; celle des mariages n'est que la moitié de celle qui est portée dans ces états. Un des préfets, qui a ainsi opéré pour l'an 12, a fait pour l'an 11 la quantité $A = M_1$: dans ce cas, le nombre total des mariages qui ont eu lieu en l'an 11 n'est pas B, mais $M = B - M'_2$; et si tous les préfets avoient opéré de la même manière, le nombre total des mariages se réduiroit à la somme des deux premières quantités qui sont portées dans ces états.

Soit $\left(\frac{z_a}{y_a}\right)^{\frac{1}{a+1}} = p.$

Le nombre des hommes vivans à chaque âge au lieu d'être

à 0 an. . . . $G_0 . z_0$ . . . . . . sera $G_{c+a} . z_0 \quad = G_0 p^c . z_0$

à 1 an. . . . $G_0 . z_1$ . . . . . . sera $G_{c+a-1} . z_1 \quad = G_0 p^{c-1} . z_1$

à 2 ans. . . . $G_0 . z_2$ . . . . . . sera $G_{c+a-2} . z_2 \quad = G_0 p^{c-2} . z_2$

à 3 ans. . . . $G_0 . z_3$ . . . . . . sera $G_{c+a-3} . z_3 \quad = G_0 p^{c-3} . z_3$

à $c-1$ ans. . . $G_0 . z_{c-1}$ . . . . sera $G_{c+a-(c-1)} . z_{c-1} = G_0 . p^1 . z_{c-1}$

117. Plus généralement, dans un nombre $A+a$ d'années, égal ou plus grand que $c+a$, si le nombre actuel des naissances annuelles est N, celui des personnes vivantes

à 0 an sera. . $N_{A+a} . z_0 . = Np^A . z_0$,

à 1 an . . . . . $N_{A+a-1} . z_1 = Np^{A-1} . z_1$,

à 2 ans. . . . . $N_{A+a-2} . z_2 . = Np^{A-2} . z_2$,

. . . .

à x ans. . . . . $N_{A+a-x} . z_x = Np^{A-x} . z_x$;

et si l'on désigne par P la population totale, on aura

$$P = Np^A \left\{ z_0 + \frac{z_1}{p} + \frac{z_2}{p^2} + \frac{z_3}{p^3} + \ldots \frac{z_{c-1}}{p^{c-1}} \right\} = Np^A S z p^{-x},$$

ou plus exactement $P = Np^A \int z p^{-x} . \partial x$.

Le gain absolu sur les vivans de chaque âge sera

$$Np^A . z_x p^{-x} - N . y_x,$$

et le gain relatif, $\frac{Np^A \; z_x p^{-x} - N y_x}{N y_x}$.

Le gain absolu sur la population, depuis l'âge x et au-dessus, sera. . . . . $Np^A \int z p^{-x} \partial x - N \int y \partial x$,

et le gain relatif, $\frac{Np^A \int z p^{-x} \partial x - N \int y \partial x}{N \int y \partial x}$.

118. Transportons-nous au temps où le nombre annuel des

naissances sera Np^A, et soit fait $Np^A = N_0$. Désignons de même par P_0 la population à cette époque; par D_0, le nombre des décès pendant la même année qu'il y a eu N_0 naissances; et enfin, par N_1, P_1, D_1, les naissances, la population et les décès qui auront lieu un an après; on aura ces équations :

$$N_0 = Np^A,$$
$$N_1 = pN_0,$$
$$P_1 = pP_0,$$
$$D_1 = P_0 - (P_1 - N_1),$$
$$D_1 = pN_0 - (p-1)P_0; \quad \frac{D_1}{N_0} = p - (p-1).\frac{P_0}{N_0},$$
$$P_0 = \frac{pN_0 - D_1}{p-1},$$
$$p = \frac{P_0 - D_1}{P_0 - N_0} \text{ \&c.}$$

119. On a en rigueur $\frac{P_0}{N_0} = \int zp^{-x}\partial x$

$$\int zp^{-x}\partial x = Szp^{-x} - \tfrac{1}{2}z_0 + \tfrac{1}{12}\left\{\frac{\partial z_0}{\partial x} - z_0 L.hyp.p\right\} + \text{\&c.},$$

ou en supposant la mortalité uniforme dans le courant d'une année d'un âge à l'autre,

$$\int zp^{-x}\partial x = (S.zp^{-x}).\int\partial xp^{-x} - (S.\Delta z_x p^{-x}).\int x\partial xp^{-x};$$

les intégrales $\int\partial xp^{-x}$ et $\int x\partial xp^{-x}$ étant prises depuis $x = 0$ jusqu'à $x = 1$; ce qui donneroit

$$\int zp^{-x}\partial x = \frac{p-1}{pL.hyp.p}.(Szp^{-x}) - \frac{p-1-L.hyp.p}{p(L.hyp.p)^2}.(S\Delta zp^{-x}).$$

Ensuite chaque valeur de zp^{-x} étant multipliée par celle de $\frac{-\partial z}{z}$ qui lui correspond, on auroit exactement

$$\frac{D_1}{N_0} = -\int\partial zp^{-x} = z_0 - (L.hyp.p)(\int zp^{-x}\partial x).$$

Mais, pour plus de simplicité, soit $P_0 = N_0 Szp^{-x}$, et ainsi $P_0 = N_0 \left\{ z_0 + \frac{z_1}{p^1} + \frac{z_2}{p^2} + \frac{z_3}{p^3} + \ldots\ldots \right\}$.

120. Si l'on multiplie chaque terme du second membre de cette équation par la valeur de $\frac{\Delta z_x}{z_x}$ qui lui correspond, on aura

$$D_1 = N_0 \left\{ \Delta z_0 + \frac{\Delta z_1}{p} + \frac{\Delta z_2}{p^2} + \frac{\Delta z_3}{p^3} + \ldots \right\} = N_0 \, S . \Delta z p^{-x}.$$

Les morts de 0 à 1 an seront $N_0 . z_0 . \frac{\Delta z_0}{z_0} = N_0 . \Delta z_0 = N_0 (z_0 - z_1)$,

de 1 à 2 .. $N_0 . \frac{z_1}{p^1} . \frac{\Delta z_1}{z_1} = N_0 . \frac{\Delta z_1}{p^1} = \frac{N_0}{p} (z_1 - z_2)$,

de 2 à 3 .. $N_0 . \frac{z_2}{p^2} . \frac{\Delta z_2}{z_2} = N_0 . \frac{\Delta z_2}{p^2} = \frac{N_0}{p^2} (z_2 - z_3)$, &c.

On aura de nouveau

$$D_1 = N_0 \left\{ \begin{array}{l} z_0 + z_1 p^{-1} + z_2 p^{-2} + z_3 p^{-3} + \ldots = P_0 \\ \quad - z_1 \quad - z_2 p^{-1} - z_3 p^{-2} - \ldots = -(p P_0 - p N_0) \end{array} \right\} = p N_0 - (p-1) P_0.$$

121. Soient désignés par d_0, d_1, d_2, d_3, &c. les décès qui auront lieu à cette époque de 0 à 1 an, de 1 à 2, de 2 à 3, de 3 à 4; et l'on aura

$$\begin{array}{ll} N_0 \Delta z_0 = d_0 & \Delta z_0 = \frac{d_0}{N_0} = z_0 - z_1, \\ N_0 \Delta z_1 p^{-1} = d_1 & \Delta z_1 = \frac{d_1 p}{N_0} = z_1 - z_2, \\ N_0 \Delta z_2 p^{-2} = d_2 & \Delta z_2 = \frac{d_2 p^2}{N_0} = z_2 - z_3, \\ N_0 \Delta z_3 p^{-3} = d_3 \text{ \&c.} & \Delta z_3 = \frac{d_3 p^3}{N_0} = z_3 - z_4, \text{ \&c.} \end{array}$$

D'où il suit qu'on pourra retrouver la loi de la mortalité en faisant

$$\begin{array}{l} z_0 = \frac{1}{N_0} \left\{ d_0 + p d_1 + p^2 d_2 + p^3 d_3 \text{ \&c.} \right\}, \\ z_1 = z_0 - \frac{d_0}{N_0}, \\ z_2 = z_1 - \frac{p d_1}{N_0} = z_0 - \frac{1}{N_0} \left\{ d_0 + p d_1 \right\}, \\ z_3 = z_2 - \frac{p^2 d_2}{N_0} = z_0 - \frac{1}{N_0} \left\{ d_0 + p d + p^2 d_2 \right\}, \text{ \&c.} \end{array}$$

pourvu que la valeur moyenne de p soit aussi donnée. Or on a

$$p = \frac{N_1}{N_0} = \frac{D_1}{D_0} = \frac{P_1}{P_0} = \frac{P_0 - D_1}{P_0 - N_0} = \frac{P_1 - N_1}{P_0 - N_0} = \ldots$$
$$= \frac{N_1 - D_1}{N_0 - D_0} = \&c.$$

122. Si l'on n'avoit que N_0, D_1 et la loi de la mortalité, il faudroit, pour connoître P_0 et toutes les autres quantités, tirer la valeur de p de l'équation

$$\frac{D_1 - N_0 \Delta z_0}{N_0} = \Delta z_1 p^{-1} + \Delta z_2 p^{-2} + \Delta z_3 p^{-3} + \Delta z_4 p^{-4} + \&c.$$

ou $\quad a \quad = bp^{-1} + cp^{-2} + dp^{-3} + ep^{-4} + \&c.$

Si $\frac{a}{b}$ étoit une fraction, on auroit par le retour des suites,

$$\frac{1}{p} = \frac{a}{b} - \left(\frac{a}{b}\right)^2 \cdot \frac{c}{b} + \left(\frac{a}{b}\right)^3 \cdot \frac{2c^2 - bd}{b^2} + \&c.;$$

ou bien, en multipliant l'équation par p et lui donnant cette forme,

$$0 = \frac{N_0 \Delta z_1}{D_1 - N_0 \Delta z_0} - p + \frac{N_0}{D_0 - N_0 \Delta z_0} \left\{ \Delta z_2 p^{-1} + \Delta z_3 p^{-2} + \ldots \right.$$
$$\left. \ldots + \Delta z_4 p^{-3} + \&c. \right.$$

$$0 = \alpha - p + \gamma p^{-1} + \delta p^{-2} + \varepsilon p^{-3} + \zeta p^{-4} + \&c.,$$

on auroit, si α étoit > 1, ce qui exige que p soit > 2,

$$p = \alpha + \gamma \alpha^{-1} + \delta \alpha^{-2} + (\varepsilon - \gamma^2) \alpha^{-3} + (\zeta - 3\gamma\delta) \alpha^{-4} + \&c.$$

Mais p étant l'unité plus ou moins une très-petite fraction, ces séries ne peuvent point être utiles. Pour obtenir cependant cette valeur, soit p_1 une valeur approchée de p; on aura à la place de zéro

$$u = \frac{D_1 - N_0 \Delta z_0}{N_0} - \Delta z_1 p_1^{-1} - \Delta z_2 p_1^{-2} - \Delta z_3 p_1^{-3} - \ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots - \Delta z_4 p_1^{-4} - \&c.$$

ou $u = a - bp_1^{-1} - cp_1^{-2} - dp_1^{-3} - ep_1^{-4} - \&c.$

et $p = p_1 - \frac{u \partial p_1}{\partial u} + \frac{u^2 \partial\partial p_1}{2 \partial u^2} - \frac{u^3 \partial^3 p_1}{2.3 \partial u^3} + \&c.$

Si l'on fait $p_1 = 1$ après les différenciations, on aura, en vertu

de $b + c + d + e + \&c. = z_1$,

de $b + 2c + 3d + 4e + \&c. = S \,.\, z_1$,

de $b + 3c + 6d + 10e + \&c. = S \,.\, S z_1$,

de $b + 4c + 10d + 20e + \&c. = S \,.\, S \,.\, S z_1$,

$$u = a - z_1,$$

$$\frac{\partial p}{\partial u} = \frac{1}{bp^{-2} + 2cp^{-3} + 3dp^{-4} + \ldots} = \frac{1}{S.z_1},$$

$$\frac{\partial\partial p}{\partial u^2} = \frac{2bp^{-3} + 2.3cp^{-4} + 3.4dp^{-5} + \ldots.}{(bp^{-2} + 2cp^{-3} + 3dp^{-4} + \ldots.)^3} = \frac{2S^2.z_1}{(Sz_1)^3},$$

$$\frac{\partial^3 p}{\partial u^3} = \frac{24(S^2 z_1)^2 - 6(Sz_1)^3(b + 4c + 10d + \ldots)}{(Sz_1)^7} = \ldots\ldots.$$

$$\ldots\ldots. = \frac{24(S^2 z_1)^2 - 6(Sz_1)^3.S^3.z_1}{(Sz_1)^7}.$$

En s'arrêtant à ce terme, et en n'en prenant que la moitié, on aura, par une série d'autant plus convergente que $(z_1 - a)$ est une petite fraction,

$$p = 1 + \frac{(z_1 - a)}{Sz_1} + \frac{(z_1 - a)^2.S^2.z_1}{(Sz_1)^3} + \frac{(z_1 - a)^3\{2(S^2 z_1)^2 - \frac{1}{2}(Sz_1)^3.S^3.z_1\}}{(Sz_1)^7}$$

$$\text{ou } p = 1 + A(z_1 - a) + B(z_1 - a)^2 + C(z_1 - a)^3.$$

FAITS

FAITS OBSERVÉS. *

I.

	PÉRIODES.	MORTS de PETITE VÉROLE.	NOMBRE total DES MORTS.	PROPORTION DES UNS AUX AUTRES.
à Genève.......	de 1580 à 1700....	4572,....	64239....	1:14,051 = 0,071172.
	1700 à 1710....	416.....	6990....	1:16,803 = 0,059514.
	1710 à 1720....	486.....	6047....	1:12,442 = 0,080370.
	1720 à 1730....	249.....	6665....	1:26,767 = 0,037359.
	1730 à 1740....	296.....	6053....	1:20,449 = 0,048901.
	1740 à 1750....	382.....	6930....	1:18,141 = 0,055123.
	1750 à 1760....	391.....	6739....	1:17,235 = 0,058021.
	1760 à 1775....	530.....	11824....	1:22,309 = 0,044824.
	1580 à 1760....	6792.....	103663....	1:15,2625= 0,065520.
	1700 à 1760....	2220.....	39424....	1:17,759 = 0,056311.
à Londres......	de 1650 à 1660....	7993.....	128860....	1:16,122 = 0,062029.
	1660 à 1670....	9950.....	182079....	1:18,299 = 0,054647.
	1670 à 1680....	12660.....	191138....	1:15,098 = 0,066235.
	1680 à 1690....	16116.....	223626....	1:13,876 = 0,072067.
	1690 à 1700....	9718.....	207700....	1:21,373 = 0,046789.
	1700 à 1710....	12548.....	214611....	1:17,103 = 0,058469.
	1710 à 1720....	19530.....	239095....	1:12,242 = 0,081684.
	1720 à 1730....	23044.....	274922....	1:11,930 = 0,083820.
	1730 à 1740....	20592.....	264925....	1:12,865 = 0,077728.
	1740 à 1750....	18533.....	253517....	1:13.679 = 0,073103.
	1750 à 1760....	20617.....	204597....	1:9,9239 = 0,100766.
	1760 à 1770....	24234.....	234407....	1:9,6727 = 0,103384.
	1770 à 1780....	17923.....	214605....	1:11,974 = 0,083516.
à Édimbourg et Leith........	de 1743 à 1753....	1256.....	11884....	1:9,4618 = 0,105688.
	1753 à 1763....	1185.....	11613....	1:9,8000 = 0,102041.
à Berlin.........	de 1757 à 1763....	2276.....	27863....	1:12,242 = 0,081685.
	1763 à 1769....	1868.....	23990....	1:12,843 = 0,077867.
	1769 à 1774....	2561....	29280....	1:11,433 = 0,087466.
à Leipsic........	de 1758 à 1763....	304.....	9255....	1:30,444 = 0,032847.
	1763 à 1768....	202.....	5675....	1:28,094 = 0,035595.
	1768 à 1774....	432.....	7545....	1:17,465 = 0,057256.
à Vienne........	....	1083.....	13521....	1:12,485 = 0,080097.
à Breslau........	de 1721 à 1724....	431.....	4578....	1:10,622 = 0,094146.
à Lebus.........	de 1765 à 1775....	78.....	593....	1: 7,603 = 0,11315.

* Excepté les faits sur la mortalité à Genève, qui ont été extraits des registres mortuaires de cette ville par feu le D. Cramer, et qui m'ont été communiqués par M. le D. Butini, on trouvera tous ceux que je vais citer, dans les tables de Corbyn-Morris, dans l'ouvrage de Susmilch, les Mémoires de la Condamine, le Journal de médecine, les Transactions philosophiques, les Mémoires de l'Académie de Stockholm, un recueil de pièces concernant l'inoculation, imprimé à Paris chez Desaint, celui de Moehsen à Berlin, &c. M. le D. Odier et M. le D. de la Roche ont aussi publié des observations très-intéressantes sur la mortalité, dont j'ai fait usage.

	PÉRIODES.	MORTS de PETITE VÉROLE.	NOMBRE total DES MORTS.	PROPORTION DES UNS AUX AUTRES.
à Salzwedel.....	de 1765 à 1774....	300.....	1680.....	1: 5,600 = 0,17857.
en 140 villages d'Allemagne..	1765 à 1774....	714.....	4718.....	1:6,6078 = 0,15134.
		MORTS de PETITE VÉROLE ET ROUGEOLE.		
à Genève.......	de 1700 à 1783....	3328.....	55793.....	1:16,765 = 0,059649.
à Londres......	....	....	....	1:11,862 = 0,0843.
à Berlin........	....	....	....	1: 9,606 = 0,1041.
à Stockholm....	....	....	....	1:12,240 = 0,0817.
en Suède.......	....	....	....	1: 7,364 = 0,1358.

II.

	PÉRIODES.	MORTS de la PETITE VÉROLE. Mâles, femelles.	NOMBRE total DES MORTS. Mâles, femelles.	PROPORTIONS.
à Berlin........	de 1757 à 1763....	1180 mâles..	14283.....	1:12,104 = 0,082616.
		1096 femelles.	13580.....	1:12,391 = 0,080707.
	1763 à 1769....	972 mâles...	12183.....	1:12,534 = 0,079783.
		896 femelles.	11807.....	1:13,177 = 0,075887.
	1769 à 1774....	1341 mâles...	15173.....	1:11,315 = 0,088381.
		1220 femelles.	14107.....	1:11,563 = 0,086482.
à Salzwedel.....	1765 à 1774....	163 mâles...	801.....	1: 4,914 = 0,2035.
		137 femelles.	879.....	1: 6,416 = 0,1559.
en 140 villages..	1765 à 1774....	361 mâles...	2349.....	1:6,5069 = 0,15368.
		353 femelles.	2369.....	1:6,7110 = 0,14901.
		y compris la Rougeole.		
à Genève.......	1700 à 1783....	1685 mâles...	26476.....	1:15,713 = 0,063642.
		1643 femelles.	29317.....	1:17,844 = 0,056042.

L'inoculation de la petite vérole, pratiquée depuis un temps immémorial en Asie et même dans le comté de Pembrock, pays de Galles, fut introduite à Londres principalement par le D. Jurin en 1721; mais elle n'y a été bien accréditée que depuis 1743. En 1746, on y érigea un hôpital pour l'inoculation des pauvres. On commença à inoculer à Genève en 1750; depuis cette époque, les progrès et les succès de l'inoculation y ont été continuels. On n'a commencé à inoculer à Édimbourg et à Leith qu'en 1754.

III.

Morts v de la petite vérole, depuis chaque âge, et Δv d'un âge à l'autre, d'après les registres mortuaires.

AGES.	À BERLIN, de 1757 à 1774.		À GENÈVE, de 1580 à 1760.		À GENÈVE, de 1700 à 1783.		À LA HAYE, en 15 années.	
	v	Δv	v	Δv	$v+r$	$\Delta(v+r')$	v	Δv
0	6705	1790	6792	1376	3328	555	1455	172.
1	4915	1416	5416	1300	2773	608	1283	170.
2	3499	1113	4116	1290	2165	588	1113	179.
3	2386	1001	2826	898	1577	426	934	224.
4	1385	556	1928	603	1151	346	710	160.
5	829		1325	381	805	232	550	148.
6			944	301	573	185	402	114.
7			643	189	388	99	288	78.
8			454	109	289	67	210	58.
9			345	78	222	44	152	23.
10			267	126	178	84	129	47.
15	45		141	54	94	36	82	17.
20			87	39	58	26	65	24.
25			48	31	32	21	41	14.
30			17		11		27	10.
35					(y compris les morts r' de rougeole.)		17	8.
40							9	3.
45							6	
&c.								

Mêmes nombres proportionnés à $v_0 = 100000$ depuis la naissance.

AGES.	v	v	$v+r'$	v
0	100000	100000	100000	100000.
1	73304	79741	83324	88179.
2	52185	60601	65054	76495.
3	35585	41608	47386	64193.
4	20656	28386	34585	48797.
5	12364	19508	24289	37801.
6		13899	17218	27629.
7		9467	11659	19794.
8		6684	8684	14433.
9		5080	6671	10447.
10		3931	5349	8866.
15	671	2076	2825	5636.
20		1281	1743	4467.
25		707	962	2818.
30		250	331	1856.
35				1168.
40				619.
45				412.

IV.

Nombre total y des morts depuis chaque âge, des morts Δy d'un âge à l'autre, des morts Δv de petite vérole d'un âge à l'autre, et rapport $\frac{\Delta v}{\Delta y}$.

	AGES.	y	Δy	Δv	$\frac{\Delta v}{\Delta y}$
à Berlin, en 1746...	0.......	3292.......	742......	41.......	0,05526.
	1.......	2550.......	317......	48.......	0,15142.
	2.......	2233.......	188......	34.......	0,18085.
	3.......	2045.......	144......	33.......	0,22917.
	4.......	1901.......	80......	14.......	0,17500.
	5.......	1821.......	176......	15.......	0,08523.
	10.......	1645.......	60......	1.......	0,01667.
	15.......	1585.......	66......		
	20.......	1519.......	133......		
	25.......	1386.......	144......		
	30.......	1242.......	118......		
	35.......	1124.......	134......		
	40.......	990.......	119......		
	45.......	871.......			

V.

	AGES.	y	Δy	Δv	$\frac{\Delta v}{\Delta y}$
à Genève, de 1580 à 1760, mâles et femelles.	0.......	103663.....	14514....	140.....	0,00965.
	3 mois..	89149.....	3405....	390.....	0,11454.
	6.......	85744.....	2402....	430.....	0,17902.
	9.......	83342.....	2597....	416.....	0,16018.
	1 an.....	80745.....			
	0.......	103663.....	22918....	1376.....	0,06004.
	1 an....	80745.....	6717....	1300.....	0,19354.
	2.......	74028.....	4787....	1290.....	0,26948.
	3.......	69241.....	3044....	898.....	0,29501.
	4.......	66197.....	2336....	603.....	0,25813.
	5.......	63861.....	1787....	381.....	0,21321.
	6.......	62074.....	1615....	301.....	0,18638.
	7.......	60459.....	1254....	189.....	0,15072.
	8.......	59205.....	1049....	109.....	0,10391.
	9.......	58156.....	1114....	78.....	0,07002.
	10.......	57042.....	3471....	126.....	0,03630.
	15.......	53571.....	3648....	54.....	0,01480.
	20.......	49923.....	3689....	39.....	0,01057.
	25.......	46234.....	3992....	31.....	0,00777.
	30.......	42242.....	7807....	17.....	0,00218.
	40.......	34435.....	7563....		
	50.......	26872.....			
	&c.				

VI.

	AGES.	y	Δy	$\Delta(r+r)$	$\frac{\Delta(r+r')}{\Delta y}$
	0.......	55793.....	7454....	60.....	0,00805.
	3 mois...	48339.....	1178....	116.....	0,09847.
	6.......	47161.....	962....	156.....	0,16216.
	9.......	46199.....	1290....	223.....	0,17287.
	1 an....	44909.....			
à Genève, de 1700 à 1783 (y compris les morts de rougeole)..	0.......	55793.....	10884....	555.....	0,05099.
	1 an....	44909.....	2907....	608.....	0,20915.
	2.......	42002.....	2111....	588.....	0,27854.
	3.......	39891.....	1478....	426.....	0,28823.
	4.......	38413.....	1210....	346.....	0,28595.
	5.......	37203.....	931....	232.....	0,24919.
	6.......	36272.....	880....	185.....	0,21023.
	7.......	35392.....	601....	99.....	0,16473.
	8.......	34791.....	492....	67.....	0,13618.
	9.......	34299.....	449....	44.....	0,09800.
	10.......	33850.....	1414....	84.....	0,05941.
	15.......	32436.....	1526....	36.....	0,02359.
	20.......	30910.....	1838....	26.....	0,01415.
	25.......	29072.....	1863....	21.....	0,01127.
	30.......	27209.....	3709....	11.....	0,00297.
	40.......	23500.....	4162....		
	50.......	19338.....			

VII.

Depuis l'âge de 2 ans la petite vérole est plus funeste aux hommes qu'aux femmes, et de plus en plus passé l'âge de 15 ans.

Sur 41639 individus mâles décédés à Berlin dans l'espace de 17 ans,

3464 depuis la naissance jusqu'à l'âge de 15 ans et

29 de l'âge de 15 ans et au-dessus, sont morts de petite vérole.

Sur 39494 individus femelles,

3196 depuis la naissance jusqu'à l'âge de 15 ans, et seulement

16 au-dessus de cet âge, sont morts de petite vérole.

VIII.

À GENÈVE, de 1700 à 1783.

MALES.					FEMELLES.				
ÂGES.	y	Δy	$\Delta(r+r')$	$\frac{\Delta(r+r')}{\Delta y}$	ÂGES.	y	Δy	$\Delta(r+r')$	$\frac{\Delta(r+r')}{\Delta y}$
0....	26476.	3187..	0....	0,00000.	0....	29317.	2643..	0....	0,00000.
1 mois	23289.	897..	35....	0,03902.	1 mois	26674.	727..	25....	0,03439.
3....	22392.	619..	52....	0,08401.	3....	25947.	559..	64....	0,06308.
6....	21773.	539..	81....	0,15028.	6....	25388.	423..	75....	0,17730.
9....	21234.	669..	113....	0,16891.	9....	24965.	621..	110....	0,11743.
12....	20565.				12....	24344.			

ÂGES.	y	Δy	$\Delta(r+r')$	$\frac{\Delta(r+r')}{\Delta y}$	ÂGES.	y	Δy	$\Delta(r+r')$	$\frac{\Delta(r+r')}{\Delta y}$
0....	26476.	5911..	281....	0,04754.	0....	29317.	4973..	274....	0,05510.
1 an..	20565.	1436..	278....	0,19359.	1 an..	24344.	1471..	330....	0,22434.
2....	19129.	1072..	306....	0,28545.	2....	22873.	1039..	282....	0,27141.
3....	18057.	721..	215....	0,29820.	3....	21834.	757..	211....	0,27873.
4....	17336.	626..	183....	0,29233.	4....	21077.	584..	163....	0,27911.
5....	16710.	485..	124....	0,25567.	5....	20493.	446..	108....	0,24215.
6....	16225.	414..	93....	0,22464.	6....	20047.	466..	92....	0,19742.
7....	15811.	305..	50....	0,16393.	7....	19581.	296..	49....	0,16554
8....	15506.	272..	38....	0,13971.	8....	19285.	220..	29....	0,13182.
9....	15234.	251..	28....	0,11155.	9....	19065.	198..	16....	0,08081.
10....	14983.	692..	36....	0,05202.	10....	18867.	722..	48....	0,06648.
15....	14291.	762..	18....	0,02362.	15....	18145.	764..	18....	0,02356.
20....	13529.	974..	15....	0,01540.	20....	17381.	864..	11....	0.01273.
25....	12555.	894..	12....	0,01342.	25....	16517.	969..	9....	0,00929.
30....	11661.	1688..	8....	0,00474.	30....	15548.	2021..	3....	0,00148.
40....	9973.	2057..			40....	13527.	2105..		
50....	7916.				50....	11422.			
&c..					&c..				

IX.

En comparant de même le nombre des morts de la petite vérole à ceux des morts de chaque âge dans les villes de Berlin et de la Haye ; réunissant ensuite tous ces résultats et les interpolant, j'ai trouvé la suite ci-après des rapports $\frac{\Delta r_x}{\Delta y_x} = r_x$.

AGES. x	RAPPORTS $r_x = \frac{\Delta r_x}{\Delta y_x}$	LOGARITHMES Log. r_x	AGES x	RAPPORTS $r_x = \frac{\Delta r_x}{\Delta y_x}$	LOGARITHMES Log. r_x
0.....	0,0805400.....	$\bar{2}$,9060116.	31.....	0,0156556.....	$\bar{2}$,1946698.
1.....	0,2468900.....	$\bar{1}$,3925035.	32.....	0,0133096.....	$\bar{2}$,1241650.
2.....	0,3150702.....	$\bar{1}$,4984074.	33.....	0,0112382.....	$\underline{2}$,0506967.
3.....	0,3243685.....	$\bar{1}$,5110387.	34.....	0,0094236.....	$\underline{3}$,9742168.
4.....	0,3071208.....	$\bar{1}$,4873092.	35.....	0,0078464.....	$\underline{3}$,8946704.
5.....	0,2773427.....	$\bar{1}$,4430167.	36.....	0,0064860.....	$\underline{3}$,8119769.
6.....	0,2446240.....	$\bar{1}$.3885026.	37.....	0,0053214.....	$\underline{3}$,7260259.
7.....	0,2133859.....	$\bar{1}$,3291657.	38.....	0,0043319.....	$\underline{3}$,6366835.
8.....	0,1859083.....	$\bar{1}$,2692988.	39.....	0,0034979.....	$\underline{3}$,5438024.
9.....	0,1628952.....	$\bar{1}$,2119083.	40.....	0,0028002.....	$\underline{3}$,4471875.
10.....	0,1441416.....	$\bar{1}$,1587893.	41.....	0,0022213.....	$\underline{3}$,3466131.
11.....	0,1290280.....	$\bar{1}$,1106840.	42.....	0,0017451.....	$\underline{3}$,2418203.
12.....	0,1167947.....	$\bar{1}$,0674232.	43.....	0,0013568.....	$\underline{3}$,1325062.
13.....	0,1067171.....	$\bar{1}$,0282340.	44.....	0,0010431.....	$\underline{3}$,0183342.
14.....	0,0981899.....	$\bar{2}$,9920668.	45.....	0,0007923.....	$\underline{4}$,8989036.
15.....	0,0907321.....	$\bar{2}$,9577610.	46.....	0,0005934.....	$\underline{4}$,7737645.
16.....	0,0839934.....	$\bar{2}$,9242452.	47.....	0,0004390.....	$\underline{4}$,6424457.
17.....	0,0777325.....	$\bar{2}$,8906026.	48.....	0,0003194.....	$\underline{4}$,5043893.
18.....	0,0717953.....	$\bar{2}$,8560960.	49.....	0,0002286.....	$\underline{4}$,3589869.
19.....	0,0660926.....	$\bar{2}$,8201529.	50.....	0,0001605.....	$\underline{4}$,2055698.
20.....	0,0605815.....	$\bar{2}$,7823400.	51.....	0,0001105.....	$\underline{4}$,0433898.
21.....	0,0552514.....	$\bar{2}$.7423433.	52.....	0,0000744.....	$\underline{5}$,8716430.
22.....	0,0501113.....	$\bar{2}$,6999357.	53.....	0,0000489.....	$\underline{5}$,6894421.
23.....	0,0451815.....	$\bar{2}$,6549606.	54.....	0,0000313.....	$\underline{5}$,4958079.
24.....	0,0404859.....	$\bar{2}$,6073038.	55.....	0,0000195.....	$\underline{5}$,2896781.
25.....	0,0360490.....	$\bar{2}$,5568932.	56.....	0,0000117.....	$\underline{5}$,0698900.
26.....	0,0318915.....	$\bar{2}$,5036749.	57.....	0,0000068.....	$\underline{6}$,8351831.
27.....	0,0280299.....	$\bar{2}$,4476216.	58.....	0,0000038.....	$\underline{6}$,5842181.
28.....	0,0244743.....	$\bar{2}$,3887103.	59.....	0,0000021.....	6,3153405.
29.....	0,0212288.....	$\bar{2}$,3269255.	&c.	&c.	&c.
30.....	0,0182916.....	$\bar{2}$,2622517.			

Et il paroît que, si l'on multiplie chaque terme de cette suite par une constante telle que $a = \frac{r_0}{y_0 . S r \Delta y}$, on aura pour chaque pays des résultats assez approchés.

X.

Énumération des personnes de tout âge qui ont été attaquées de la petite vérole naturelle et de celles qui en sont mortes, publiée par le D. Jurin.

	MALADES de PETITE VÉROLE naturelle.	MORTES.
dans le duché d'Yorck	3405....	636 :: 1 : 0,18678 = $\frac{1}{5.35}$
à Halifax	276....	43.
district d'Halifax près de Bradford	297....	59.
autre partie du même district	268....	28.
à Barsland, Ripponden, Sorby	230....	38.
à Bradford	129....	36.
à Leeds	792....	189 :: 1 : 0,23864 = $\frac{1}{4.19}$
à Wakefield	418....	57.
à Rochdale	177....	38.
à Askton-sous-Line, comté de Lancastre	279....	56.
à Bolton, même comté	506....	89.
à Macclesfield	302....	37.
à Stockport	287....	73.
à Haterfied	180....	20.
à Ware	612....	72.
à Salisbury	1244....	165 :: 1 : 0,13263 = $\frac{1}{7.54}$
à Rumsy, comté de Hamp	913....	143 :: 1 : 0,15663 = $\frac{1}{6.38}$
à Boston et la Nouvelle Angleterre	5742....	841 :: 1 : 0,14646 = $\frac{1}{6.83}$
à Chichester	994....	167 :: 1 : 0,16801 = $\frac{1}{5.95}$
à Haversford West	229....	52.
à Bedford	786....	147 :: 1 : 0,18702 = $\frac{1}{5.35}$
	18066....	2986 :: 1 : 0,16528 = $\frac{1}{6.05}$
Dans un hôpital à Londres, du 26 septembre 1746 jusqu'en décembre 1753	1415....	421 :: 1 : 0,29753 = $\frac{1}{3.36}$
Idem, du 26 septembre 1746 au 24 mars 1763.	6456....	1634 :: 1 : 0,25310 = $\frac{1}{3.95}$

M. Bernoulli dit qu'à Bâle, dans des épidémies assez malignes de la petite vérole, il meurt à peine un malade sur vingt. Le rapport de 1 sur 7 ou 8 est celui qui est le plus généralement adopté.

XI.

XI.

Observations du D. Sulzer, médecin à Winterthur, faites en 1763, rapportées par Lambert, et tirées du Journal de la Société d'histoire naturelle de Zurich.

AGES.	MALADES de PETITE VÉROLE.	MORTS.	
de 0 à 1 an...	3......	1	$:: 1 : 0{,}32222\ ;\ \overline{m} = 3{,}10345.$
1 à 2 ans...	10......	3	
2 à 3......	9......	3	
3 à 4......	14......	3	
4 à 5......	12......	0	
5 à 6......	12......	1	
6 à 7......	8......	1	
7 à 8......	1......	0	
8 à 9......	1......	1	
9 à 10.....	0......	0	
10 à 11.....	2......	2	
	72 :	15	$:: 1 : 0{,}20833 = \frac{1}{4{,}8}$

XII.

D'après des listes rapportées par le D. Kirkpatrik, sur 5826 personnes de tout âge auxquelles on a inoculé la petite vérole en Angleterre, il en est mort 14 des suites de l'inoculation.

La table suivante a été dressée par le D. Jurin :

AGES.	INOCULÉS.	ONT EU LA PETITE VÉROLE.	N'ONT EU qu'une PETITE VÉROLE imparfaite.	NE L'ONT POINT EUE.	EN SONT MORTS.
de 0 à 1 an..	11.......	11.......	″..........	″.......	″.
de 1 à 2 ans..	17.......	14.......	″..........	1.......	2.
de 2 à 3.....	32.......	31.......	″..........	″.......	1.
de 3 à 4.....	42.......	38.......	″..........	3.......	1.
de 4 à 5.....	34.......	31.......	″..........	2.......	1.
de 5 à 10....	147.......	142.......	1..........	2.......	2.
de 10 à 15...	82.......	76.......	″..........	6.......	″.
de 15 à 20...	58.......	50.......	1..........	5.......	2.
de 20 à 52...	62.......	50.......	3..........	9.......	″.
âge inconnu..	5.......	4.......	″..........	1.......	″.
TOTAL....	490.......	447.......	5..........	29.......	9.

Sur 3434 personnes inoculées à l'hôpital de Londres depuis le 26 septembre 1746 jusqu'au 24 mars 1763, il en mourut 10 des suites de l'inoculation.

Sur 5554 personnes inoculées à Édimbourg et aux environs par le D. Monro, il en mourut 72, dont la moitié, dit-on, périt par des causes étrangères à l'inoculation, ou par imprudence.

XIII.

M. le D. de la Roche dit, dans la préface de sa traduction d'un ouvrage du D. Haygarth *, que les deux tiers des enfans qui naissent dans les villes ont la petite vérole dans les premières années de leur vie; que le plus grand nombre de ceux qui composent l'autre tiers, victimes, pour la plupart, des maladies nombreuses qui affligent l'enfance, périssent avant d'avoir été exposés à la contagion de celle-ci; qu'un petit nombre, plus heureux, avancent en âge sans en être atteints; et que, d'après les calculs ordinaires, sur cent personnes parvenues à l'âge de trente ans, il y en a quatre ou cinq tout au plus qui n'ont pas eu la petite vérole.

D'après cela, on doit avoir à-peu-près $\mu_0 = \frac{2}{3} = 0,6667$

$$n_0 - \mu_0 = \frac{1}{3} = 0,3333,$$

et le rapport $\frac{y_{30}}{n_{30}}$ doit être renfermé dans les limites 20 et 35, ou plutôt 25 et 35 d'après mes recherches.

Suivant le calcul du D. Jurin, de 1000 enfans qui viennent de naître, on peut en compter 386 qui meurent sans avoir eu la petite vérole. Des 614 restans, 90 avant l'inoculation mouroient de cette maladie.

* Recherches sur les moyens de prévenir la petite vérole naturelle &c.

APPLICATIONS

DE LA THÉORIE AUX FAITS OBSERVÉS.

Je commencerai par l'examen de l'influence de la petite vérole sur la mortalité dans la ville de Genève.

I.

En interpolant les différens faits sur la mortalité qui ont eu lieu dans cette ville, et faisant ensuite simplement $z_{x+1} = \frac{y_{x+1}}{y_x - \Delta v_x} z_x$, j'ai obtenu les séries ci-après.

x	y	Δy	Δv	v	$r = \frac{\Delta v}{\Delta y}$	z	Δz
0...	1,0000000.	0,0856728.	0,0008264.	0,0655200.	0,009646.	1,0000000.	0,0849166.
0,25.	0,9143272.	0,0590600.	0,0034544.	0,0646936.	0,058489.	0,9150834.	0,0558626.
0,5..	0,8552672.	0,0432478.	0,0045997.	0,0612392.	0,10636..	0,8592208.	0,0390366.
0,75.	0,8120194.	0,0331013.	0,0043933.	0,0566395.	0,13272..	0,8201842.	0,0291545.
0..	1,0000000.	0,2210819.	0,0132738.	0,0655200.	0,06004..	1,0000000.	0,2089703.
1..	0,7789181.	0,0802540.	0,0134001.	0,0522462.	0,16676..	0,7910297.	0,0690817.
2..	0,6986641.	0,0428446.	0,0120795.	0,0388461.	0,28194..	0,7219480.	0,0323497.
3..	0,6558195.	0,0275900.	0,0084693.	0,0267666.	0,30697..	0,6895983.	0,0203687.
4..	0,6282295.	0,0199141.	0,0056758.	0,0182973.	0,28508..	0,6692296.	0,0153056.
5..	0,6083154.	0,0155313.	0,0036066.	0,0126215.	0,23205..	0,6539240.	0,0128953.
6..	0,5927841.	0,0128099.	0,0027390.	0,0090149.	0,21382..	0,6410287.	0,0109411.
7..	0,5799742.	0,0110169.	0,0019130.	0,0062759.	0,17364..	0,6300876.	0,0099235.
8..	0,5689573.	0,0097843.	0,0011345.	0,0043629.	0,11595..	0,6201641.	0,0094462.
9..	0,5591730.	0,0089092.	0,0006528.	0,0032284.	0,07327..	0,6107179.	0,0090282.
10..	0,5502638.	0,0082737.	0,0003607.	0,0025756.	0,04360..	0,6016897.	0,0086582.
11..	0,5419901.	0,0078044.	0,0002638.	0,0022149.	0,03380..	0,5930315.	0,0082548.
12..	0,5341857.	0,0074545.	0,0002311.	0,0019511.	0,03400..	0,5847767.	0,0079109.
13..	0,5267312.	0,0071924.	0,0001983.	0,0017200.	0,02757..	0,5768658.	0,0076625.
14..	0,5195388.	0,0069965.	0,0001615.	0,0015217.	0,02308..	0,5692033.	0,0074909.
15..	0,5125423.	0,0068512.	0,0001353.	0,0013602.	0,01975..	0,5617124.	0,0073620.
16..	0,5056911.	0,0067456.	0,0001149.	0,0012249.	0,01703..	0,5543504.	0,0072704.
17..	0,4989455.	0,0066715.	0,0000998.	0,0011100.	0,01496..	0,5470800.	0,0072073.
18..	0,4922740.	0,0066229.	0,0000890.	0,0010102.	0,01344..	0,5398727.	0,0071671.

x	y	Δy	Δv	v	$r = \frac{\Delta v}{\Delta y}$	z	Δz
19..	0,4856511.	0,0065946.	0,0000819.	0,0009212.	0,01242..	0,5327056.	0,0071448.
20..	0,4790565.	0,0065835.	0,0000776.	0,0008393.	0,01179..	0,5255608.	0,0071385.
21..	0,4724730.	0,0065862.	0,0000755.	0,0007617.	0,01146..	0,5184223.	0,0071451.
22..	0,4658868.	0,0066007.	0,0000747.	0,0006862.	0,01132..	0,5112772.	0,0071628.
23..	0,4592861.	0,0066252.	0,0000744.	0,0006115.	0,01123..	0,5041144.	0,0071916.
24..	0,4526609.	0,0066580.	0.0000740.	0,0005370.	0,01111..	0,4969228.	0,0072289.
25..	0,4460029.	0,0066980.	0,0000726.	0,0004630.	0,01084..	0,4896939.	0,0072756.
26..	0,4393049.	0,0067441.	0,0000696.	0,0003904.	0,01032..	0,4824183.	0,0073306.
27..	0,4325608.	0,0067953.	0,0000640.	0,0003208.	0,00942..	0.4750877.	0,0073943.
28..	0,4257655.	0,0068509.	0,0000552.	0,0002568.	0,00806..	0,4676934.	0,0074660.
29..	0,4189146.	0,0069106.	0,0000424.	0,0002016.	0,00614..	0,4602274.	0,0075464.
30..	0,4120040.					0,4526810.	

II.

On voit, tant par le rapport de v_0 à y_0 que par ceux de Δv_x à Δy_x, que la petite vérole est en général moins dangereuse à Genève que dans les autres villes où l'on a recueilli des faits sur la mortalité causée par cette maladie.

Maintenant, pour connoître l'intensité du danger de prendre la petite vérole et d'en mourir à chaque âge, ou toutes les valeurs absolues de n et de m, il faudroit avoir une de ces valeurs pour un âge déterminé. Il est fâcheux que cette donnée manque; mais, à son défaut, on peut du moins s'assurer que le premier *minimum* de m est plus grand que 4, et en outre on peut connoître assez exactement les relations et la marche de ces deux variables.

En effet, pour savoir si les suppositions qu'on fera pour n_0 ou m_0 sont convenables, il faut observer que le rapport $\frac{y_{30}}{v_{30}}$ devant être renfermé dans les limites 25 et 35, la valeur de n_0 ou de m_0 ne peut être considérée comme suffisamment approchée, qu'autant que l'on parviendra à une valeur de v_{30} qui donne un tel rapport.

III.

Or, supposons d'abord $m_0 = 4{,}13642$: en opérant successivement selon la méthode indiquée *(Analyse*, §. 28*)*, nous aurons ces suites de valeurs, qu'on peut d'ailleurs vérifier par les équations identiques (a), (a'), (a''), (b), (b'), $(a_{,})$, $(b_{,})$ du même paragraphe :

x	u	Δu	n	m
0	1,0000000	0,2567783	18,21285	4,136442
1	0,7432217	0,1076620	15,86505	3,495981
2	0,6355597	0,0672966	15,63925	3,364275
3	0,5682631	0,0499873	16,60947	4,039673
4	0,5182758	0,0405630	17,63929	5,176697
5	0,4777128	0,0345853	18,60904	7,117783
6	0,4431275	0,0304636	19,02000	8,506018
7	0,4126639	0,0273337	19,49477	11,06530
8	0,3853302	0,0248146	20,02955	16,95732
9	0,3605156	0,0227441	20,39575	27,07724
10	0,3377715	0,0209921	20,63732	45,37573
11	0,3167794	0,0194902	20,71324	57,97410
12	0,2972892	0,0181682	20,73080	62,05306
13	0,2791210	0,0169795	20,75161	67,82942
14	0,2621415	0,0158986	20,78040	78,11050
15	0,2462429	0,0149106	20,80032	87,49756
16	0,2313323	0,0140015	20,81582	96,72147
17	0,2173308	0,0131609	20,82659	104,5617
18	0,2041699	0,0123805	20,83316	110,1150
19	0,1917894	0,0116539	20,83562	112,3917
20	0,1801355	0,0109753	20,83458	111,4174
21	0,1691602	0,0103398	20,83047	107,5604
22	0,1588204	0,0097453	20,82432	102,0972
23	0,1490751	0,0091856	20,81706	96,25269
24	0,1398895	0,0086597	20,80950	90,84302
25	0,1312298	0,0081640	20,80358	86.88760
26	0,1230658	0,0076966	20,80063	85,00640
27	0,1153692	0,0072551	20,80317	86,65230
28	0,1081141	0,0068374	20,81339	94,10234
29	0,1012767	0,0064420	20,83417	114,6485
30	0,0948347			

Pour que ces valeurs de n_0 ou de m_0 fussent bonnes, il faudroit que, sur quarante-trois personnes âgées de 30 ans, il y en eût dix qui n'eussent pas encore eu la petite vérole; car on a ici $\frac{y_{30}}{u_{30}} = \frac{0,4120040}{0,0948347} = 4,3444$. Or ce dernier résultat n'étant point conforme aux observations, il s'ensuit que la valeur de $m_0 = 4,136442$ est beaucoup trop petite, ou celle de $n_0 = 18,21285$ beaucoup trop grande.

IV.

Mais supposons à présent $n_0 = m_0$; l'équation $n_0 m_0 = \frac{n_0}{\Delta r_0}$ nous donnera $n_0 = m_0 = \left(\frac{1}{\Delta r_0}\right)^{\frac{1}{2}} = 8,67965$; et par une nouvelle application de la même méthode, nous aurons les résultats suivans :

x	u	Δu	n	m	$\frac{y}{u}$	$\partial\left(\frac{y}{u}\right):\partial x$
0...	1,0000000...	0,3001062...	8,67965..	8,67965....	1,00000.	0,10621.
1...	0,6998938...	0,1369177...	8,42763..	6,19754....	1,11293.	0,11963.
2...	0,5629761...	0,0900936...	8,28999..	5,62195....	1,24102.	0,13665.
3...	0,4728825...	0,0680074...	8,49216..	6,57487....	1,38685.	0,15509.
4...	0,4048751...	0,0546625...	8,71346..	8,18659....	1,55166.	0,17480.
5...	0,3502126...	0,0453736...	8,92459..	10,88041....	1,73699.	0, 9605.
6...	0,3048390...	0,0385041...	8,99778..	12,36924....	1,94458.	0,21984.
7...	0,2663349...	0,0330161...	9,09529..	15,30722....	2,17761.	0,24657.
8...	0,2333188...	0,0284810...	9,21748..	22,31172....	2,43854.	0,27561.
9...	0,2048378...	0,0247196...	9,30357..	33,72721....	2,72983.	0,30761.
10...	0,1801182...	0,0215334...	9,36245..	53,33617....	3,05502.	0,34338.
11...	0,1585648...	0,0188787...	9,37868..	64,09000....	3,41810.	0,38371.
12...	0,1396861...	0,0165816...	9,37911..	64,44534....	3,82419.	0,42939.
13...	0,1231045...	0,0145836...	9,38098..	66,17638....	4,27873.	0,48064.
14...	0,1085209...	0,0128377...	9,38625..	71,58936....	4,78746.	0,53784.
15...	0,0956832...	0,0113113...	9,38920..	75,31982....	5,35666.	0,60179.
16...	0,0843719...	0,0099729...	9,39123..	78,19075....	5,99360.	0,67341.
17...	0,0743990...	0,0087973...	9,39201..	79,37400....	6,70634.	0,75358.
18...	0,0656017...	0,0077634...	9,39144..	78,48617....	7,50398.	0,84338.
19...	0,0578383...	0,0068531...	9,38939..	75,21325....	8,39670.	0,94397.
20...	0,0509852...	0,0060508...	9,38588..	70,00153....	9,39598.	1,05673.
21...	0,0449344...	0,0053433...	9,38077..	63,44440....	10,51473.	1,18318.
22...	0,0395911...	0,0047189...	9,37441..	56,53697....	11,76748.	1,32501.
23...	0,0348722...	0,0041672...	9,36699..	50,03880....	13,17053.	1,48415.
24...	0,0307050...	0,0036797...	9,35898..	44,33522....	14,74225.	1,66272.
25...	0,0270253...	0,0032487...	9,35125..	39,80736....	16,50320.	1,86300.
26...	0,0237766...	0,0028670...	9,34478..	36,55714....	18,47632.	2,08751.
27...	0,0209096...	0,0025290...	9,34128..	34,97517....	20,68716.	2,33886.
28...	0,0183806...	0,0022294...	9,34271..	35,64086....	23,16383.	2,61964.
29...	0,0161512...	0,0019634...	9,35249..	40,72982....	25,93700.	2,93228.
30...	0,0141878...				29,03937.	3,27838.

Ces valeurs de n_0 et de m_0 conduisant au rapport $\frac{y_{30}}{u_{30}} = 29,039$, qui est dans les limites ci-dessus prescrites, il paroît que toutes les valeurs de n, m, ν, &c. qui résultent de cette première supposition, ne doivent pas s'éloigner beaucoup de la vérité.

V.

On voit que, conformément à la théorie, les *maxima* et les *minima* de m et de n se correspondent *.

Si l'on calcule les valeurs de $\bar{m}$ résultantes de la formule des *maxima* ou *minima*,

$$\bar{m}_x = \frac{-L.hyp.\left(1-\frac{1}{n_x}\right)}{-\frac{y_x}{\nu_x}\cdot L.hyp.\left(1-\frac{1}{n_x}\right)-\frac{\partial\left(\frac{y_x}{\nu_x}\right)}{\partial_x}},$$

on trouvera entre autres pour

$x = 0$	$\bar{m}_0 = 7{,}55599$	$m_0 = 8{,}67965$	$\bar{m}_0 - m_0 = -1{,}12366$
$x = 1$	$\bar{m}_1 = 6{,}03194$	$m_1 = 6{,}19754$	$\bar{m}_1 - m_1 = -0{,}16560$
$x = 2$	$\bar{m}_2 = 5{,}61830$	$m_2 = 5{,}62195$	$\bar{m}_2 - m_2 = -0{,}00365$
$x = 3$	$\bar{m}_3 = 6{,}71416$	$m_3 = 6{,}57487$	$\bar{m}_3 - m_3 = +0{,}13929$
$x = 4$	$\bar{m}_4 = 8{,}49592$	$m_4 = 8{,}18659$	$\bar{m}_4 - m_4 = +0{,}39933$
$x = 16$	$\bar{m}_{16} = 80{,}421$	$m_{16} = 78{,}191$	$\bar{m}_{16} - m_{16} = +2{,}230$
$x = 17$	$\bar{m}_{17} = 79{,}843$	$m_{17} = 79{,}374$	$\bar{m}_{17} - m_{17} = +0{,}469$
$x = 18$	$\bar{m}_{18} = 76{,}589$	$m_{18} = 78{,}486$	$\bar{m}_{18} - m_{18} = -1{,}897$
$x = 19$	$\bar{m}_{19} = 69{,}514$	$m_{19} = 75{,}213$	$\bar{m}_{19} - m_{19} = -5{,}699$
$x = 27$	$\bar{m}_{27} = 32{,}536$	$m_{27} = 34{,}975$	$\bar{m}_{27} - m_{27} = -2{,}439$
$x = 28$	$\bar{m}_{28} = 42{,}085$	$m_{28} = 35{,}641$	$\bar{m}_{28} - m_{28} = +6{,}444$

Il suit de là, 1.° que la première valeur de m, qui est plus grande que les cinq suivantes, n'est pas cependant un vrai *maximum*, puisqu'on n'a pas $\bar{m}_0 = m_0$;

* L'équation $(,b^{\prime})$ donneroit, pour ces *maxima* et *minima*, des résultats analogues à ceux de l'équation $(b_{,})$. La méthode employée permet de les généraliser, et ils sont remarquables. On sait que, lorsque la petite vérole est épidémique, non-seulement le danger de la prendre, mais celui d'en mourir, est en général plus grand qu'il ne l'est ordinairement. Cette théorie apprend qu'il en est de même pour les âges où les individus sont le plus exposés à en être atteints : ils courent aussi le plus grand danger d'en mourir.

2.° Que le premier *minimum* de m a lieu à

$$x = 2 + \frac{365}{14294} = 2^{\text{ans}},025\,;$$

3.° Que le premier *maximum* correspond à

$$x = 17 + \frac{469}{2366} = 17^{\text{ans}},198\,;$$

4.° Que le deuxième *minimum* est à

$$x = 27 + \frac{2439}{8883} = 27^{\text{ans}},275.$$

VI.

En réunissant toutes les observations que j'ai rapportées, et en continuant le calcul jusqu'à $x = 60$, je n'ai point trouvé d'autres *maxima* et *minima*. Après le deuxième *minimum*, m ainsi que n sont des quantités toujours croissantes ; seulement après un certain temps, l'accroissement de n, qui est toujours très-petit relativement à celui de m, devient de plus en plus petit. On voit, en comparant cette table avec la précédente, que les époques de ces *maxima* et de ces *minima* dépendent non-seulement de y et de v, mais aussi de n_0 ou de m_0 ; car, lorsqu'on fait $n_0 = 18{,}21285$, le premier *minimum* et le premier *maximum* ont lieu un peu plus tard et le deuxième *minimum* un peu plutôt que lorsque l'on fait $n_0 = 8{,}67965$.

Lors donc que l'on aura des faits exacts et en assez grand nombre sur la mortalité causée par la petite vérole, on pourra de cette manière connoître exactement l'influence de cette maladie, et mesurer l'intensité du danger d'en être attaqué et de celui d'en mourir : mais il paroît que le danger de prendre cette maladie variera toujours très-peu selon l'âge des personnes qui ne l'ont pas encore eue, et que l'on arrivera à des résultats assez approchés, en supposant, comme Bernoulli, que la quantité $\frac{1}{n}$ qui le représente est constante.

VII.

VII.

Supposons, par exemple, qu'ayant les suites précédentes y et v, on doive arriver au résultat $\frac{y_{30}}{v_{30}} = 29{,}03937$, en faisant n constante. Soit $H = 29{,}03937$, on aura

$$H z_x = y_x e^{\frac{x}{n}}$$

$$n = \frac{x\,Le}{LHz_x - Ly_x} = 8{,}663488$$

$$\begin{array}{lll} x = 30 & \quad & Ln = 0{,}9376929 \\ Le = 0{,}4342944{,}8 & & Le^{\frac{1}{n}} = 0{,}0501292{,}7 \\ LH = 1{,}4629872 & & \\ Lz_{30} = \bar{1}{,}6557923 & & Le^{-\frac{1}{n}} = \bar{1}{,}9498707{,}3. \\ Ly_{30} = \bar{1}{,}6149014 & & \end{array}$$

$$v = z e^{-\frac{x}{n}}$$

Si ensuite, pour plus d'exactitude, au lieu de $m = \frac{v}{n \Delta v}$, on fait $(m_x) = \frac{v_x + v_{x+1}}{n \Delta v_x}$, on aura les valeurs suivantes :

x	v	Δv	(m)	x	v	Δv	(m)
0...	1,00000...	0,29520...	7,412.	16...	0,08744...	0,01055...	82,541.
1...	0,70480...	0,13168...	5,504.	17...	0,07689...	0,00929...	83,557.
2...	0,57312...	0,08536...	5,069.	18...	0,06760...	0,00817...	82,379.
3...	0,48776...	0,06601...	6,198.	19...	0,05943...	0,00719...	78,697.
4...	0,42175...	0,05457...	8,022.	20...	0,05224...	0,00632...	73,005.
5...	0,36718...	0,04648...	11,008.	21...	0,04592...	0,00557...	65,941.
6...	0,32070...	0,03984...	12,676.	22...	0,04035...	0,00490...	58,557.
7...	0,28086...	0,03456...	15,904.	23...	0,03545...	0,00432...	51,644.
8...	0,24630...	0,03019...	23,524.	24...	0,03113...	0,00380...	45,597.
9...	0,21611...	0,02640...	35,878.	25...	0,02733...	0,00334...	40,801.
10...	0,18971...	0,02312...	57,009.	26...	0,02399...	0,00294...	37,351.
11...	0,16659...	0,02022...	68,468.	27...	0,02105...	0,00259...	35,635.
12...	0,14637...	0,01772...	68,679.	28...	0,01846...	0,00227...	36,232.
13...	0,12865...	0,01555...	70,354.	29...	0,01619...	0,00200...	41,348.
14...	0,11310...	0,01366...	75,954.	30...	0,01419...		
15...	0,09944...	0,01200...	79,717.				

Ces valeurs intermédiaires de m ne sont et ne peuvent pas être absolument les mêmes que les précédentes ; mais elles diffèrent peu : elles conservent les mêmes caractères ; et, bien que l'on fasse n constante, les époques où les *maxima* et les *minima* ont lieu ne changent point. Ainsi, du moins jusqu'à ce qu'on ait des observations qui méritent le travail que les formules exactes demandent, on peut supposer n constante.

VIII.

C'est aussi ce que j'ai supposé en dressant les tables statistiques ci-jointes de la population et de la mortalité en France, dans l'état naturel et dans l'état non variolique.

EXPLICATION DES TABLES.

Dans toutes ces tables, la première colonne indique les âges par années accomplies ; elle commence par o, qui répond au jour de la naissance.

IX.

La première table * présente tous les résultats de la mortalité générale, d'après un assez grand nombre de faits recueillis, avant la révolution, en divers lieux de la France.

La troisième colonne indique le nombre des personnes qui restent vivantes à chaque âge, sur dix millions si on les considère comme nées le même jour : tous ces nombres sont représentés par la variable y.

---

* Cette table, que j'ai présentée à l'Institut en l'an 5, est le résultat d'un assez grand nombre d'observations faites, en divers lieux de la France, avant la révolution. Elle est fondée sur un nombre de 101,542 décès aux différens âges, et provient d'une population de 2,920,672 individus. A l'époque où les faits ont été recueillis, les rapports entre les mariages annuels, les naissances, les décès, la mortalité d'un âge à l'autre, le nombre des vivans de chaque âge, enfin le mouvement de la population, avoient toute l'uniformité qu'on peut attendre du concours de tant de causes physiques et morales qui influent sur ces événemens. En rectifiant ces faits les uns par les autres, et en prenant le résultat moyen de plusieurs années, on pouvoit parvenir à connoître leur loi. Cette table doit donc représenter assez exactement la loi de mortalité en France ; et si, avant la révolution,

La quatrième colonne marque le nombre Δy des morts dans une année, d'un âge à l'autre ; le plus petit nombre de ces morts a lieu entre 10 et 11 ans, et le plus grand entre 67 et 68 ans.

La deuxième colonne, qui est la somme des nombres de la troisième, indique la population ou le nombre des individus qui existent depuis l'âge corrélatif jusqu'à l'extrême vieillesse, pourvu

---

on eût fait des dénombremens *exacts*, on auroit vraisemblablement trouvé les *rapports* suivans dans la population pour 1,000,000 de naissances annuelles :

AGES.	POPULATION TOTALE depuis chaque âge	VIVANS à chaque âge.	MORTS d'un âge à l'autre.	VIE moyenne.	POPULATION PARTIELLE.	AGES.
0 ans.	28,763,192..	1,000,000..	416,849..	28,763.	3,454,315...	de 0 à 5 ans.
5....	25,308,877..	583,151..	32,029..	43,400.	2,821,731...	de 5 à 10.
10....	22,487,146..	551,122..	22,153..	40,803.	2,701,530...	de 10 à 15.
15....	19,785,616..	528,969..	26,753..	37,404.	2,579,926...	de 15 à 20.
20....	17,205,690..	502,216..	64,033..	34,260.	4,709,722...	de 20 à 30.
30....	12,495,968..	438,183..	68,779..	28,518.	4,039,420...	de 30 à 40.
40....	8,456,548..	369,404..	72,334..	22,892.	3,337,897...	de 40 à 50.
50....	5,118,651..	297,070..	83,503..	17,230.	2,565,498...	de 50 à 60.
60....	2,553,153..	213,567..	95,911..	11,955.	1,661,042...	de 60 à 70.
70....	892,111..	117,656..	82,951..	7,582.	732,557...	de 70 à 80.
80....	159,554..	34,705..	30,875..	4,597.	144,747...	de 80 à 90.
90....	14,807..	3,830..	3,623..	3,866.	14,376...	de 90 à 100.
100....	431..	207..		2,084.	431...	de 100 à 110.
			207..			

Il seroit très-intéressant de connoître les changemens que la révolution a apportés dans les divers élémens de la population. En supposant une égale exactitude dans les registres des naissances, des décès et des mariages, tenus autrefois par les curés de village, et dans ceux qui le sont actuellement par les maires des petites communes, on peut comparer les naissances ainsi que les décès : mais relativement aux mariages, il faudra en avoir l'état sous une forme différente de celle qui a été adoptée ; car il est aisé de voir que la *somme* des mariages en premières noces, de ceux en secondes noces d'hommes, et de ceux en secondes noces de femmes, renferme *nécessairement* des doubles emplois de mariages entre garçons et veuves, entre veufs et filles ou entre veufs et veuves *(Voyez p. 98)*. Quant au nombre des personnes existantes à chaque âge, à moins qu'on ne forme un tableau nominatif des habitans de chaque commune, comme celui que M. Duplantier, préfet du département des Landes, vient de publier, il ne paroît pas qu'on puisse compter sur l'exactitude des recensemens : c'est du moins le jugement qu'on est obligé de porter, lorsqu'on examine et que l'on compare les dénombremens en 1789 et en l'an 9 que l'on trouve dans quelques-unes des statistiques de départemens qui ont été imprimées in-folio ;

qu'on retranche de ce nombre la moitié de celui qui lui correspond dans la troisième colonne. Ainsi, par exemple, en retranchant le dernier chiffre des nombres de cette table, et de 29,263,192 la moitié de 1,000,000, la population de la France, en supposant un million de naissances annuelles, sera de 28,763,192 habitans, à compter depuis la naissance ; et à partir de l'âge de vingt ans, il y a 17,456,798 moins $\frac{502,216}{2}$, ou 17,205,690 individus.

---

car quelle confiance peut-on avoir dans des dénombremens qui, en 1789, où il n'y a eu ni conscription ni émigration de jeunes gens, produisent un plus grand nombre de personnes vivantes entre 30 et 40 ans qu'entre 20 et 30 ans, et qui, en l'an 9 ou en 1800, reproduisent un plus grand nombre de personnes existantes entre 30 et 40 ans qu'il n'y en avoit en 1789 entre 20 et 30 ans! On connoîtroit beaucoup plus exactement la population de la France à cette dernière époque par la table de mortalité générale en l'an 10, qui est imprimée dans le n.° 109 du *Moniteur* de l'an 11 et dans le n.° 22 des *Annales de statistique*, si cette table de mortalité, d'ailleurs fort inutilement distribuée par demi-années d'âges, étoit correcte : mais une différence de 12,165 qu'on trouve entre le nombre total des morts pris dans un sens et celui des morts pris dans un autre, et qui n'est produite que par des fautes d'addition (car le nombre des morts dont l'âge est inconnu n'entre point dans cette table), empêche qu'on n'en fasse usage; et pour la bien rectifier, il faudroit revoir tous les états envoyés par les préfets. Toutefois, en concluant le nombre des vivans de celui des morts, cette table, telle qu'elle est, donne à-peu-près

4,230,450 individus existans de 20 à 30 ans,
et 3,765,322 individus existans de 30 à 40 ans.

En effet, il est facile de s'assurer qu'il faudroit que la conscription eût enlevé environ 43 sur 100 individus mâles âgés de 20 à 30 ans, pour que les rapports naturels de la population dans ces deux périodes d'âges fussent altérés autant qu'ils le sont, en l'an 9, dans les statistiques dont je parle. On voit, au contraire, dans le tableau nominatif des habitans du département des Landes pour l'an douze, 36,530 individus existans entre 20 et 30 ans et seulement 30,453 individus de 30 à 40 ans, non compris les militaires sous les armes. Les autres états de population sont peut-être fictifs : je ne sais de quelle espèce de règle on s'est servi pour les faire. Celle qu'on emploie communément pour déterminer combien, sur un nombre total d'individus, il y en a du sexe masculin et du sexe féminin, en partageant ce nombre proportionnellement aux naissances des garçons et à celles des filles, n'est point sûre ; parce que, bien qu'il naisse en général plus de garçons que de filles, si la mortalité des hommes est plus rapide que celle des femmes, il peut y avoir plus de femmes que d'hommes existans de tout âge; et il faut bien se garder de mettre au rang des faits les résultats de tels calculs.

La cinquième colonne montre sur combien de personnes vivantes au commencement de l'année, il en mourra une dans le courant de l'année.

La sixième colonne, intitulée *vie moyenne,* est la quantité de vie totale de tous les individus dont le nombre est marqué dans la troisième colonne, divisée par ce même nombre d'individus, c'est-à-dire $\frac{Sy - \frac{1}{2}y}{y}$ *.

La septième colonne indique le temps au bout duquel le nombre des individus d'un âge désigné sera réduit à la moitié. Ce temps est la vie probable, parce qu'il y a 1 contre 1 à parier qu'un individu de cet âge sera mort à cette époque **.

X.

Comme on n'a aucune observation sur la mortalité à chaque âge causée par la petite vérole en France, j'ai formé la quatrième colonne de la VI.ᵉ table, ou la suite Δv, des morts de la petite vérole dans une année d'un âge à l'autre, en multipliant chaque nombre Δy des morts de chaque âge dans une année par chaque terme correspondant $r = \frac{\Delta v}{\Delta y}$ de la suite des rapports *(faits art. 9)* que m'ont fournis les observations faites à Genève, à la Haye et à Berlin, et qui sont dans la cinquième colonne de cette VI.ᵉ table.

La somme de tous les termes de la quatrième colonne, ou $S.\Delta v = v_0 = 0{,}0856845$, est le nombre des morts de tout âge

---

* D'après cette table, le rapport de la naissance annuelle à la population est de 1 à 28,763. *(Voyez l'Annuaire de l'an 6 et de l'an 12, publié par le Bureau des longitudes.)*
Plus exactement, on a pour cette suite $\partial y_0 : \partial x = -0{,}3776734$; $\partial\partial y_0 : \partial x^2 = +0{,}4483402$; $\partial^3 y_0 : \partial x^3 = -0{,}7222900$ et $\frac{\int y \partial x}{y_0} = Sy - \frac{1}{2} + \frac{\partial y_0}{12 \partial x} - \frac{\partial^3 y_0}{720 \partial x^3} = 28{,}73270$, pour le rapport de la population aux naissances.

** Relativement à la vie moyenne et à la vie probable, *voyez* mes *Recherches sur les rentes, les emprunts, les remboursemens.*

par la petite vérole : ainsi, sur 1,000,000 de morts de tout âge, 85,685 sont morts de petite vérole; ou sur 11,671 décès, 1,000 seront occasionnés par la petite vérole.

On pourroit augmenter ou diminuer à volonté ce rapport, en multipliant chaque terme de la suite Δv par un facteur a constant. Si, par exemple, au lieu de $\frac{v_0}{y_0} = 0{,}0856845 = \frac{1}{11{,}671}$, on devoit avoir $\frac{v_0}{y_0} = 0{,}072 = \frac{1}{13\frac{8}{9}}$, il suffiroit de multiplier chaque terme Δv par la quantité constante $a = \frac{0{,}072}{0{,}085685} = 0{,}8403\ldots$ Mais outre qu'aucun fait n'autorise à changer ce rapport, il nous conduira à d'autres résultats qui se trouvent confirmés par l'observation; ainsi, on peut le regarder comme étant assez exact.

Tout étant considéré dans l'état de permanence, et le nombre des naissances annuelles étant par conséquent égal à celui des décès, il s'ensuit aussi que sur 1,000,000 d'enfans nés dans une année, 85,685 doivent mourir tôt ou tard de la petite vérole, à moins qu'on ne les vaccine. Ce nombre est aussi le premier de ceux de la troisième colonne, qui montre combien, dans l'état naturel, parmi le nombre des individus y existans à chaque âge, il y en a qui doivent tôt ou tard être emportés par cette maladie.

Si, au lieu de $v_0 = 0{,}085685$, on pose $v_0 = 1{,}00000$, on aura cette suite, que l'on pourra comparer à celles de l'art. III.

AGES.	v	AGES.	v
0...	1,00000.	9...	0,10074.
1...	0,78148.	10...	0,09244.
2...	0,50576.	15...	0,06185.
3...	0,33233.	20...	0,03762.
4...	0,23407.	25...	0,01958.
5...	0,17829.	30...	0,00863.
6...	0,14551.	35...	0,00322.
7...	0,12500.	40...	0,00100.
8...	0,11107.	45...	0,00025.

Une telle suite variera selon les lois de mortalité que l'on combinera avec la suite r.

On voit dans la deuxième colonne de la table VI, quel est, parmi les individus de l'âge x et au-dessus, le nombre de ceux qui doivent mourir de la petite vérole; et enfin, dans la sixième colonne, la vie moyenne des individus de chaque âge qui, dans l'état naturel, seront tôt ou tard victimes de cette maladie.

Les individus destinés à mourir de la petite vérole n'ont jamais plus de $9^a,722$ de vie moyenne, et ils ne peuvent raisonnablement compter sur ce nombre d'années de vie, que lorsqu'ils sont parvenus à l'âge de 8 ans; car à l'âge d'un an ils n'ont que $3^a,899$ de vie l'un portant l'autre.

Bien que le rapport r du nombre des morts de petite vérole à la totalité des morts de chaque âge soit le plus grand entre l'âge de 3 et de 4 ans, le plus grand nombre des individus emportés par la petite vérole est entre l'âge de 1 et 2 ans; et la moitié des enfans qui doivent mourir de cette maladie, a péri avant l'âge de 2 ans: ce qui s'accorde avec l'observation de Berlin, art. III.

XI.

En soustrayant les nombres contenus dans cette sixième table de ceux qui leur correspondent dans la première table, on a immédiatement ceux de la table XIII, qui présente le nombre, la loi de mortalité, la mortalité réelle et la vie moyenne des individus de chaque âge qui mourront d'autres maladies que la petite vérole.

XII.

Après avoir obtenu la suite Δv, j'ai calculé celle Δz, table XIV; et pour avoir assez exactement, sans un trop grand travail, les termes de cette suite, j'ai employé la formule $\Delta z = \frac{\Delta y - \Delta v}{y - \frac{1}{2}\Delta v} \cdot z$ jusqu'à z_{56}, en faisant ensuite $z_{56+i} = \frac{z_{56}}{y_{56}} y_{56+i}$; vu que, dès l'âge de 56 ans, la petite vérole n'a aucune influence sensible sur la mortalité.

La troisième colonne z de cette table est la loi de mortalité dans l'état non variolique : c'est celle qui auroit lieu pour tous les individus pris indistinctement, si la petite vérole n'existoit pas, ou si elle ne faisoit mourir personne; c'est aussi celle des individus qui ont eu la petite vérole et de ceux qui ont été mis à l'abri de cette maladie. Si donc l'unique effet de la vaccine est de préserver absolument de la petite vérole, sans altérer d'ailleurs ni même fortifier le tempérament, la suite z sera la loi de mortalité des vaccinés; et pour apprécier les avantages de la vaccine (ou de tout autre préservatif), il n'y aura qu'à comparer la mortalité réelle des vaccinés dès la naissance à celle Δy des individus qui n'ont pas été vaccinés, et à celle Δz qui auroit lieu dans l'état non variolique : mais il faut ne comparer que des mortalités d'individus de la même classe ou de la même espèce, dans le même temps et dans le même lieu.

Nos suites y et z sont des lois de mortalité générales, relatives à tous les individus de l'un et de l'autre sexe qui habitoient en France avant la révolution ; mais bien que la dernière suite soit moins rapide que la première, elle n'est cependant pas aussi lente que celle des gens d'élite, des tontiniers, &c.

La somme totale $S.\Delta z = z_0$ des nombres de la quatrième colonne de cette table, est la même que celle $S.\Delta y = y_0$ de la quatrième colonne de la 1.re table, puisqu'il faut enfin payer le tribut à la nature. Cependant, non-seulement la mortalité absolue est moins grande dans les treize premières années ; mais en outre la mortalité relative est plus petite tant que la petite vérole agit comme cause destructive. Elle n'est la même, dans les deux états, que depuis l'âge de 56 ans, ainsi qu'on peut le voir en comparant la cinquième colonne de cette table avec la cinquième de la table 1.re,

ou

ou par la quatrième colonne de la XXII.^{me} table. La vie des enfans vaccinés étant ainsi prolongée, les nombres z et $S.z$ des individus subsistans dans l'état non variolique sont plus grands que ceux y et $S.y$ qui subsistent dans l'état naturel. Le nombre des naissances annuelles étant supposé continuellement le même, c'est-à-dire, de 1,000,000; si pendant 110 ans on vaccine tous les enfans qui viennent de naître, il y aura, chaque année, dès cette époque, un pareil nombre de décès : mais ce sera sur une population de 32,255,775, tandis que dans l'état naturel, c'est sur une population de 28,763,192 individus, ainsi qu'on peut le voir dans la deuxième colonne de cette table XIV, qui, de même que la deuxième de la table I.^{re}, présente l'état de la population, à partir de chaque âge, pourvu qu'on retranche de chaque nombre qu'elle renferme la moitié de celui qui lui correspond dans la colonne 3.

XIII.

Les colones 5, 6 et 7 de la table XXIII font voir la différence de ces deux états, dans le nombre des morts, des vivans et de la population pour chaque âge. La cause unique de cette différence est la prolongation de l'existence des 85,685 enfans qui étoient destinés par la nature à mourir de la petite vérole et que la vaccine affranchit de ce tribut. On a vu dans la table VI comment ils disparoissent dans l'état variolique, et l'on voit par les colonnes 2, 3 et 4 de la table XXIII, combien il en subsisteroit dans l'état d'exemption. Tandis que, dans l'état naturel, chacun de ces 85,685 enfans n'a dès la naissance que $3^a,938$ de vie moyenne, on voit colonne 8 qu'il en aura $44^a,699$ si l'on peut le soustraire à cette cause de destruction; et si, comme il le paroît, la vaccine remplit cet objet, elle donnera à chacun de ces enfans $40^a,761$ années de vie.

XIV.

La table XXII fait voir quelle auroit été la mortalité à chaque âge, dans l'année, si toutes les personnes dans l'état naturel qui n'avoient pas encore eu la petite vérole, avoient été vaccinées en même temps; on voit entre autres qu'au lieu de 1,000,000 de décès qui devoient avoir lieu cette année, il n'y en auroit eu que 918,062, ou 81,938 de moins.

XV.

Il s'agit maintenant de former la suite ν, table III, du nombre des personnes existantes à chaque âge, qui n'ont pas encore eu la petite vérole.

En faisant n constante par les raisons alléguées au §. 37 de l'Analyse, et à l'article 6 des Applications, on a $\nu = z e^{\frac{x}{n}}$.

Les valeurs de z correspondantes à toutes celles de x en nombres entiers, étant trouvées, il faut, pour obtenir celles de ν, déterminer la constante n; et pour que celle-ci soit bien déterminée, il faut,

1.° Qu'elle donne une suite ν telle que le rapport $\frac{y_{30}}{\nu_{30}}$ soit entre les limites 25 et 35;

2.° Que $\mu_0 = \frac{\int \nu \partial x}{n}$ soit à-peu-près $= \frac{2}{3} \cdot \nu_0$, ce qui donnera $M_0 = \frac{\mu_0}{\nu_0} = 7{,}78$.

XVI.

Cette valeur de n qui n'est pas connue, peut être déterminée par une des valeurs de m: or, d'après les observations du D. Sulzer, le premier *minimum* de m est $m = 3$; et la suite ν, qui est donnée, est telle que ce premier *minimum* doit avoir lieu entre 1 et 2 ans. On a donc $m_1 = 3$; et en effet, en employant cette valeur, toutes les conditions prescrites seront remplies.

XVII.

On a $m_x = \frac{n_x}{2n\varphi v_x}$, $n = \frac{n_x}{2m_x\varphi v_x}$.

Ainsi, je commence par former la table des valeurs des quantités désignées par φv_x. Je dispose d'abord sur deux colonnes les termes de la suite Δv et les sommes S et S' de ces termes, comme il suit :

	S		S'
Δv_0 = 0,01872357...	0,04512887.	Δv_1 = 0,02362505...	0,04055547.
Δv_2 = 0,01486051...	0,02640530.	Δv_3 = 0,00841898...	0,01693042.
Δv_4 = 0,00477957...	0,01154479.	Δv_5 = 0,00280834...	0,00851144.
Δv_6 = 0,00175815...	0,00676522.	Δv_7 = 0,00119353...	0,00570310.
Δv_8 = 0,00088459...	0,00500707.	Δv_9 = 0,00071099...	0,00450957.
Δv_{10} = 0,00061021...	0,00412248.	Δv_{11} = 0,00054941...	0,00379858.
Δv_{12} = 0,00051099...	0,00351227.	Δv_{13} = 0,00048498...	0,00324917.
Δv_{14} = 0,00046554...	0,00300128.	Δv_{15} = 0,00044903...	0,00276419.
Δv_{16} = 0,00043320...	0,00253574.	Δv_{17} = 0,00041668...	0,00231516.
Δv_{18} = 0,00039869...	0,00210254.	Δv_{19} = 0,00037892...	0,00189848.
Δv_{20} = 0,00035736...	0,00170385.	Δv_{21} = 0,00033425...	0,00151956.
Δv_{22} = 0,00030993...	0,00134649.	Δv_{23} = 0,00028489...	0,00118531.
Δv_{24} = 0,00025957...	0,00103656.	Δv_{25} = 0,00023441...	0,00090042.
Δv_{26} = 0,00020988...	0,00077699.	Δv_{27} = 0,00018633...	0,00066601.
Δv_{28} = 0,00016405...	0,00056711.	Δv_{29} = 0,00014326...	0,00047968.
Δv_{30} = 0,00012412...	0,00040306.	Δv_{31} = 0,00010669...	0,00033642.
Δv_{32} = 0,00009102...	0,00027894.	Δv_{33} = 0,00007707...	0,00022973.
Δv_{34} = 0,00006478...	0,00018792.	Δv_{35} = 0,00005405...	0,00015266.
Δv_{36} = 0,00004478...	0,00012314.	Δv_{37} = 0,00003682...	0,00009861.
Δv_{38} = 0,00003005...	0,00007836.	Δv_{39} = 0,00002434...	0,00006179.
Δv_{40} = 0,00001956...	0,00004831.	Δv_{41} = 0,00001559...	0,00003745.
Δv_{42} = 0,00001232...	0,00002875.	Δv_{43} = 0,00000964...	0,00002186.
Δv_{44} = 0,00000747...	0,00001643.	Δv_{45} = 0,00000573...	0,00001222.
Δv_{46} = 0,00000434...	0,00000896.	Δv_{47} = 0,00000324...	0,00000649.
Δv_{48} = 0,00000239...	0,00000462.	Δv_{49} = 0,00000174...	0,00000325.
Δv_{50} = 0,00000124...	0,00000223.	Δv_{51} = 0,00000087...	0,00000151.
Δv_{52} = 0,00000059...	0,00000099.	Δv_{53} = 0,00000040...	0,00000064.
Δv_{54} = 0,00000026...	0,00000040.	Δv_{55} = 0,00000016...	0,00000024.
Δv_{56} = 0,00000010...	0,00000014.	Δv_{57} = 0,00000006...	0,00000008.
Δv_{58} = 0,00000003...	0,00000004.	Δv_{59} = 0,00000002...	0,00000002.
Δv_{60} = 0,00000001...	0,00000001.	Δv_{61} = 0,00000000...	0,00000000.
0,04512887...		0,04055547.	

XVIII.

De-là, en faisant alternativement $\varphi\nu_x = S - S'$ et $\varphi\nu_x = S' - S$, résulte la table suivante.

$\varphi\nu_0 = 0{,}00457340.$	$\varphi\nu_{21} = 0{,}00017307.$	$\varphi\nu_{42} = 0{,}00000689.$
$\varphi\nu_1 = 0{,}01415017.$	$\varphi\nu_{22} = 0{,}00016118.$	$\varphi\nu_{43} = 0{,}00000543.$
$\varphi\nu_2 = 0{,}00947488.$	$\varphi\nu_{23} = 0{,}00014875.$	$\varphi\nu_{44} = 0{,}00000421.$
$\varphi\nu_3 = 0{,}00538563.$	$\varphi\nu_{24} = 0{,}00013614.$	$\varphi\nu_{45} = 0{,}00000326.$
$\varphi\nu_4 = 0{,}00303335.$	$\varphi\nu_{25} = 0{,}00012343.$	$\varphi\nu_{46} = 0{,}00000247.$
$\varphi\nu_5 = 0{,}00174622.$	$\varphi\nu_{26} = 0{,}00011098.$	$\varphi\nu_{47} = 0{,}00000187.$
$\varphi\nu_6 = 0{,}00106212.$	$\varphi\nu_{27} = 0{,}00009890.$	$\varphi\nu_{48} = 0{,}00000137.$
$\varphi\nu_7 = 0{,}00069603.$	$\varphi\nu_{28} = 0{,}00008743.$	$\varphi\nu_{49} = 0{,}00000102.$
$\varphi\nu_8 = 0{,}00049750.$	$\varphi\nu_{29} = 0{,}00007662.$	$\varphi\nu_{50} = 0{,}00000072.$
$\varphi\nu_9 = 0{,}00038709.$	$\varphi\nu_{30} = 0{,}00006664.$	$\varphi\nu_{51} = 0{,}00000052.$
$\varphi\nu_{10} = 0{,}00032390.$	$\varphi\nu_{31} = 0{,}00005748.$	$\varphi\nu_{52} = 0{,}00000035.$
$\varphi\nu_{11} = 0{,}00028631.$	$\varphi\nu_{32} = 0{,}00004921.$	$\varphi\nu_{53} = 0{,}00000024.$
$\varphi\nu_{12} = 0{,}00026310.$	$\varphi\nu_{33} = 0{,}00004181.$	$\varphi\nu_{54} = 0{,}00000016.$
$\varphi\nu_{13} = 0{,}00024789.$	$\varphi\nu_{34} = 0{,}00003526.$	$\varphi\nu_{55} = 0{,}00000010.$
$\varphi\nu_{14} = 0{,}00023709.$	$\varphi\nu_{35} = 0{,}00002952.$	$\varphi\nu_{56} = 0{,}00000006.$
$\varphi\nu_{15} = 0{,}00022845.$	$\varphi\nu_{36} = 0{,}00002453.$	$\varphi\nu_{57} = 0{,}00000004.$
$\varphi\nu_{16} = 0{,}00022058.$	$\varphi\nu_{37} = 0{,}00002025.$	$\varphi\nu_{58} = 0{,}00000002.$
$\varphi\nu_{17} = 0{,}00021262.$	$\varphi\nu_{38} = 0{,}00001657.$	$\varphi\nu_{59} = 0{,}00000001.$
$\varphi\nu_{18} = 0{,}00020406.$	$\varphi\nu_{39} = 8{,}00001348.$	$\varphi\nu_{60} = 0{,}00000001.$
$\varphi\nu_{19} = 0{,}00019463.$	$\varphi\nu_{40} = 0{,}00001086.$	
$\varphi\nu_{20} = 0{,}00018429.$	$\varphi\nu_{41} = 0{,}00000870.$	

XIX.

Maintenant on a $n = \dfrac{n_1}{2m_1\,\varphi\nu_1} = \dfrac{z_1\,e^{-\frac{1}{n}}}{2m_1\,\varphi\nu_1}$,

et très-prochainement par la formule §. 41 de l'Analyse

$$n' = \alpha - \tfrac{1}{2}\,\alpha^{-1} - \tfrac{1}{6}\,\alpha^{-2} - \tfrac{7}{24}\,.\,\alpha^{-3} - \tfrac{31}{120}\,.\,\alpha^{-4} - \&c.$$

en faisant $\alpha = \dfrac{z_1}{2m_1\,\varphi\nu_1} - 1.$

Or $z_1 = 0{,}7842279$,

$\varphi\nu_1 = 0{,}01415017$,

$m_1 = 3.$

De là $\frac{z_1}{2m_1\varphi r_1} = 9,236966$

$$\begin{array}{r} 9,236966 \\ -\ 1 \\ \hline 8,236966 = \alpha \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \frac{1}{2}\alpha^{-1} = 0,060702 \\ \frac{1}{6}\alpha^{-2} = 0,002456 \\ \frac{7}{24}\alpha^{-3} = 0,000522 \\ \frac{31}{120}\alpha^{-4} = 0,000056 \\ \ldots\ldots = 0,000007 \\ \hline -\ 0,063743 \\ \hline n' = 8,173223. \end{array}$$

Ainsi la valeur approchée de n est $n' = 8,17322$. En mettant cette valeur dans l'équation $\frac{z^1}{2m_1\varphi r_1} - n'e^{\frac{1}{n'}} = r$,

on a $r = -\ 0,000002$; et substituant ces valeurs de n' et de r dans cette autre équation $n = n' + \frac{r}{\left(1 - \frac{1}{n'}\right)e^{\frac{1}{n'}}}$,

on aura fort exactement

$$n = 8,173218 \qquad L \,.\, n = 0,9123930$$

$$\frac{1}{n} = 0,1223509 \qquad L\frac{1}{n} = \bar{1},0876070$$

$$L \,.\, e^{\frac{1}{n}} = 0,0531363,0$$

$$L.e^{-\frac{1}{n}} = \bar{1},9468637.$$

XX.

Au moyen de ces valeurs, j'ai donc calculé la suite n renfermée dans la troisième colonne de la table III. Cette colonne indique combien, dans l'état naturel et variolique de 1,000,000 d'enfans nés dans la même année, il en subsiste à chaque âge qui n'ont pas encore eu la petite vérole ; et si l'on retranche la moitié de ces nombres de ceux qui leur correspondent dans la deuxième colonne, on connoîtra le nombre des individus au-dessus d'un âge déterminé qui n'ont pas eu cette maladie. La cinquième colonne montre sur combien d'individus existans à chaque âge il y en a *un* qui n'a pas encore eu la petite vérole, et entre autres qu'à l'âge de 30 ans il y en a 1 sur 34 ou 35.

XXI.

Il suffit ensuite de retrancher les nombres n et $S.n$ de ceux y et $S.y$, qui leur correspondent dans la table I, pour avoir ceux w et $S.w$ de la table II qui représentent le nombre des individus qui ont eu la petite vérole et qui existent. On y voit, dans la troisième colonne, le plus grand nombre w des individus du même âge entre 20 et 21 ans *.

XXII.

Mais auparavant j'ai construit la quatrième colonne de la table IV en faisant $\Delta\mu_x = \frac{1}{2n}(n_x + n_{x+1})$, nombre des individus de chaque âge qui doivent prendre la petite vérole dans l'année. La troisième colonne $\mu = S.\Delta\mu$ montre en conséquence le nombre des vivans de chaque âge qui auront tôt ou tard cette maladie et qui ne mourront pas avant d'en être attaqués ; et la deuxième colonne, le nombre de tous les individus dans la population au-dessus d'un âge fixé qui se trouvent dans la même position.

On voit entre autres que, sur 1,000,000 d'enfans nés dans le

---

* En prenant les différences $w - n$, on verra que, dès l'âge de 7 ans moins quelques mois, le nombre w des individus qui ont eu la petite vérole commence à surpasser celui n des individus qui ne l'ont pas encore eue : c'est à l'âge de 25 ans que cette différence est la plus grande.

même temps, 666,836 ou à-peu-près les $\frac{2}{3}$ doivent être attaqués tôt ou tard de la petite vérole; ce qui s'accorde très-bien avec l'observation.

Le nombre 666,836 est celui de tous les individus dans la population totale, qui ont ou qui auront la petite vérole dans le courant de l'année et parmi lesquels il en mourra dans le même temps 85,685; il mourra donc en général un malade sur

$$\frac{666,836}{85,685} = 7,782.$$

XXIII.

Si de chaque nombre renfermé dans cette table et exprimé par $\Delta\mu$, μ et $S.\mu$, on retranche ceux $\Delta\nu$, ν et $S\nu$ qui leur correspondent dans la table VI, on aura tous ceux $\Delta\sigma$, σ et $S.\sigma$ de la table V, où l'on voit le nombre des individus de chaque âge qui auront la petite vérole et en réchapperont.

XXIV.

Si, au contraire, on soustrait les nombres $S\mu$, μ et $\Delta\mu$ de ceux Sn, n et Δn qui leur correspondent dans la table III, on aura ceux $S.\zeta$, ζ et $\Delta\zeta$ de la table II, où l'on voit combien d'individus de chaque âge doivent mourir de maladies ou d'accidens, sans avoir eu la petite vérole.

XXV.

En ajoutant aux nombres σ des personnes de chaque âge qui auront la petite vérole et qui en réchapperont, ceux w des personnes existantes à chaque âge et qui ont eu la petite vérole, on connoîtra le nombre des personnes de chaque âge, table XII, qui ne doivent mourir de maladie qu'après avoir eu la petite vérole.

XXVI.

En combinant les suites w et $\Delta\sigma$ avec le rapport $\frac{\Delta z}{z}$ de la mortalité dans l'état non variolique, on aura les tables VII et VIII, qui apprennent combien il meurt d'individus de chaque âge dans l'année, tant parmi ceux $\Delta\varpi$ qui ont eu la petite vérole cette année, que parmi ceux ϖ qui l'ont eue dans les années précédentes.

XXVII.

En prenant les différences terme à terme des suites $S\nu$, ν et $\Delta\nu$ et de celles $S\eta$, η et $\Delta\eta$, on aura la table IX; et connoissant par la table XIII le nombre total des individus de chaque âge qui ne meurent point de la petite vérole, on voit de plus dans celle-ci quel est ce nombre parmi les individus qui n'ont point encore eu cette maladie; ainsi de suite.

XXVIII.

En considérant les individus sous ces divers points de vue, divisés et subdivisés en différentes classes, il étoit également intéressant de connoître la vie moyenne de ces individus et la durée de l'état où on les considère actuellement; au moyen des formules démontrées dans la théorie, j'en ai fait le calcul. On en voit les résultats dans ces différentes tables que je viens d'expliquer, et il est aisé de les comparer.

Mais avant de faire cette comparaison, il faut que nous considérions les conséquences qui résultent plus immédiatement des suites $\Delta\nu$, η et $\Delta\mu$ que nous avons obtenues.

XXIX.

L'application de la théorie aux faits apprend que le danger d'être attaqué de la petite vérole à chaque âge, pour les individus qui n'ont pas eu cette maladie, varie si peu, que l'on n'a point à craindre d'erreurs sensibles en le regardant comme constant : nous avons profité de cette observation, qui simplifie beaucoup le calcul de la suite η; et comme nous avons ensuite considéré le nombre $\Delta\mu_x$ des individus qui prennent la petite vérole dans l'année, relativement au nombre total

total $\int(n_x - n_{x+1})\partial x$, ou relativement au nombre moyen $\frac{n_x + n_{x+1}}{2}$ de ceux qui au milieu de l'année restent exposés à prendre cette maladie, il s'ensuit que, d'après nos calculs, on aura constamment

$$\frac{1}{n} = \frac{2\Delta\mu_x}{n_x + n_{x+1}} = 0,1223509.$$

XXX.

Mais, si l'on compare le nombre $\Delta\mu$ de ceux qui auront cette année la petite vérole, au nombre n de ceux qui dès le commencement de l'année courent ce risque, ce dernier nombre renfermant un nombre plus grand et variable d'individus qui meurent d'autres maladies, sans avoir pris la petite vérole, la quantité $\frac{1}{(n)} = \frac{\Delta\mu}{n}$, qui est la probabilité d'être attaqué de petite vérole dans l'année, sera aussi un peu variable. On trouvera les résultats de cette expression dans la troisième colonne de la table XVIII.

XXXI.

Il en sera de même de l'expression $\frac{\mu}{n}$, dont les résultats sont inscrits dans la première colonne de la table XIX, et qui est la probabilité qu'une personne qui n'a pas encore eu la petite vérole, en sera tôt ou tard attaquée. Cette probabilité est la plus grande pour l'âge de 7 ans, parce qu'à cet âge la vie des enfans est plus assurée que dans les années précédentes, et elle diminue un peu à mesure qu'ils avancent en âge.

XXXII.

Les variations du danger d'être attaqué de petite vérole sont toujours très-petites en comparaison de celles du danger d'en mourir, soit tôt ou tard, soit dans l'année, tant pour ceux qui restent exposés à la prendre, que pour ceux qui en sont actuellement attaqués. Cela est évident par les nombres renfermés dans les colonnes

S

3, 4 et 12 de la table XVIII, et dans celles 2, 4 et 10 de la table XIX.

La mobilité, l'irritabilité du système nerveux, la disposition des enfans aux affections convulsives, et la dentition, rendent cette maladie très-dangereuse pour ceux qui en sont attaqués entre l'âge de 1 à 2 ans. On voit dans la cinquième colonne de la table XVII, que, sur trente-deux enfans attaqués de cette maladie à cet âge, dix périssent.

Depuis cet âge jusqu'à celui de 10 à 11 ans, la petite vérole devient de plus en plus bénigne; à cet âge, sur 34 malades il n'en meurt qu'un.

Dès cette époque de la vie, les individus que la petite vérole surprend se trouvent dans un danger d'autant plus grand, qu'ils approchent de leur vingt-neuvième année; car, sur 11 ou 12 malades âgés de 29 ans, un est emporté par la maladie. A ce quatrième septenaire de la vie, le tempérament est altéré : les passions, l'intempérance, la luxure, les veilles, les soucis, les excès, l'exercice même de la vie, prédisposent l'homme à des maladies plus impétueuses, plus graves, et impriment à la petite vérole ce caractère de malignité qui dépend bien moins, comme l'on sait, de la nature du virus que de l'état des personnes, et des circonstances qui concourent avec son action. En outre, cette maladie, comme toutes les autres contagions, est d'autant plus dangereuse, qu'on la redoute; la crainte et le chagrin concourent encore à l'aggraver.

XXXIII.

Par cette même raison, elle doit toujours être fort redoutable aux gens riches et vivant dans le monde; mais ceci, qui est une vérité de fait, a cependant donné lieu à un faux jugement. On a cru jusqu'ici que la petite vérole étoit d'autant plus meurtrière, que l'on en étoit atteint dans un âge plus avancé. Cependant il est certain que, depuis l'âge de 29 ans, le danger de mourir de cette maladie diminue continuellement pour la totalité des individus qui courent ce danger, ainsi qu'on le voit dans cette cinquième colonne. Comment donc cette opinion a-t-elle pu s'établir? C'est que l'on remarque seulement les personnes riches ou vivant dans le monde qui sont attaquées de la petite vérole, et non celles qui mènent une vie simple, frugale et retirée : on suppose que cette maladie est aussi fatale à ceux-ci qu'elle l'est aux autres; et de l'estimation du danger toujours assez grand où se trouve une très-petite partie de la population, on en fait mal-à-propos une mesure commune. Le fait est que, depuis l'âge de 29 ans, le danger de mourir de la petite vérole, lorsqu'on en est attaqué, devient de plus en plus petit pour le nombre total des malades. Mais il paroît, par les observations de Genève et de Berlin, que, dès l'âge de 2 ans, et sur-tout depuis l'âge de 25 ans, ce danger est toujours plus grand pour les hommes que pour les femmes; ce qui confirme cette explication.

XXXIV.

C'est de toutes ces variations continuelles du danger de mourir de la petite vérole aux diverses époques de la vie où l'on est frappé de cette maladie, que se compose le danger moyen $\frac{1}{7,782}$, où se trouvent, l'un portant l'autre, les variolés de tout âge depuis la naissance jusqu'à 110 ans : mais puisque le danger où se trouve particulièrement un variolé varie selon son âge, le danger commun à tous les malades pris indistinctement au-dessus de l'âge de 1, de 2, de 3 ans, variera pareillement; et l'on a le tableau de ces variations dans la colonne 8 de cette XVII.^{e} table.

XXXV.

Ce tableau pourroit servir à rectifier quelques calculs qui furent faits en faveur de l'inoculation. Je me bornerai à un exemple : les inoculateurs disoient que, depuis l'âge de 4 ans jusqu'au terme de la vie, la petite vérole naturelle détruisoit entre la septième et la huitième partie des individus qui en étoient attaqués; que l'inoculation enlevoit à peine une victime sur 300; de là ils concluoient que le risque de mourir de la petite vérole naturelle étoit à celui de mourir de la petite vérole inoculée comme 300 à 7 $\frac{1}{2}$, c'est-à-dire, 40 fois plus grand. Mais de ce qu'il meurt 1 sur 7 ou 8 individus depuis la naissance jusqu'au terme de la vie, il ne falloit pas conclure qu'il en mourût également 1 sur 7 ou 8 depuis l'âge de 4 ans. Cette table fait voir que sur 185 individus de l'âge de 4 ans et au-dessus qui seront attaqués de cette maladie, il n'en mourra que dix. Sous ce point de vue, l'inoculation étoit donc avantageuse dans le rapport de 300 à 18 $\frac{1}{2}$ seulement.

En outre, ce calcul étoit insuffisant: il étoit nécessaire de comparer le danger présent de mourir de la petite vérole inoculée au danger éloigné de mourir de la petite vérole naturelle, ainsi que d'Alembert le demandoit. Au moyen de bonnes observations, on auroit pu satisfaire à cette demande; car le risque de mourir de la petite vérole dans l'année $x + 1$, si l'on en est attaqué, étant $\frac{\Delta\nu_x}{\Delta\mu_x}$, et la probabilité d'exister et de prendre la petite vérole à cette époque étant $\frac{\Delta\mu_x}{n_a}$, la probabilité de mourir de cette maladie dans l'année $x + 1$ est $\frac{\Delta\nu_x}{n_a}$: on voit dans les tables XVII, XVIII et XIX, les valeurs numériques de ces expressions.

D'Alembert exigeoit encore plus: considérant que les années de la vie ne sont pas toutes du même prix pour l'individu, il vouloit aussi que l'on fît entrer ces considérations dans les élémens du calcul. Cependant celui qui veut savoir s'il lui convient de faire telle ou telle entreprise, n'a recours au calcul que pour connoître le matériel, le résultat physique de cette entreprise; et bien qu'il ne se décide ensuite qu'en ayant égard aux circonstances et par des considérations morales, ces résultats numériques et nécessaires lui suffisent pour asseoir son jugement. Or, n'étoit-ce pas le cas où se trouvoit celui qui, courant le risque de mourir de la petite vérole, vouloit savoir s'il lui convenoit de se faire inoculer? Il pouvoit demander quels étoient les avantages de l'inoculation exprimés en nombres, en supposant que l'homme est toujours également attaché à la vie. C'étoit ensuite à chaque individu, selon son caractère, sa position et mille circonstances éventuelles et indépendantes de tout calcul, à voir le parti qu'il lui convenoit de prendre.

XXXVI.

La découverte de la vertu préservative de la vaccine * a heureusement fait évanouir ces difficultés : les rapports du comité établi à Paris pour la propagation de cette nouvelle inoculation, constatant que ce préservatif ne fait mourir personne, on voit, d'après nos calculs, qu'on ne sauroit trop tôt l'administrer aux enfans. La pratique de l'inoculation de la petite vérole, généralement recommandable, étoit cependant fatale à un certain nombre d'individus ; elle avoit d'ailleurs l'inconvénient de multiplier les foyers de la contagion : celle de la vaccine, au contraire, tend à faire disparoître le germe de la petite vérole pour les générations à venir; et, ne faisant mourir personne, elle est également avantageuse aux particuliers et à l'État.

Ces avantages peuvent être considérés sous divers points de vue : pour les faire connoître et donner en même temps quelques

* D'après les Traités sur la vaccine publiés par le D. Osiander, très-savant professeur en médecine à Gottingue, par le D. Waterhouse, de Cambridge en Massachuset, par M. Adams et autres, il paroît que le D. Jenner n'est pas le premier qui ait rendu publique l'observation faite par les habitans des campagnes, *que la vaccine préserve de la petite vérole ;* mais il a la gloire d'avoir fixé sur cet objet l'attention et d'avoir répandu l'usage salutaire de vacciner.

exemples de l'usage de nos tables, nous allons maintenant rapprocher les résultats du calcul.

XXXVII.

Dans l'état naturel et permanent,
sur y_0 ou $n_0 = 1,000,000$ d'enfans naissans,
$n_0 - \mu_0 =$ 333,164 mourront tôt ou tard de maladies sans avoir pris la petite vérole,
$\mu_0 =$ 666,836 auront tôt ou tard la petite vérole,
$\sigma_0 =$ 581,151 l'auront et en réchapperont,
$\nu_0 =$ 85,685 mourront tôt ou tard de la petite vérole,
$y_0 - \nu_0 =$ 914,315 ne mourront pas de la petite vérole.

XXXVIII.

Il y a 1 contre 1 à parier qu'un enfant naissant prendra la petite vérole dans l'espace de 10^a;

Un contre 1 à parier que s'il est existant à l'âge de 6 ans $\frac{1}{2}$, il aura eu la petite vérole.

S'il doit prendre la petite vérole, il y a 1 contre 1 à parier qu'il l'aura dans l'espace de $4^a,8$;

Et s'il doit en mourir, il y a 1 contre 1 à parier qu'il en mourra avant l'âge de 2 ans;

Mais s'il doit mourir de maladies sans avoir eu la petite vérole, il y a 1 contre 1 à parier qu'il mourra avant l'âge d'un an.

(Voyez la table XX.)

XXXIX.

La population totale résultant de la loi de mortalité dans l'état naturel est de 28,763,192 individus;
et sur ces $\int y \partial x = 28,763,192$ individus existans des deux sexes et de tout âge,
$\int w \partial x = 23,212,998$ ont eu la petite vérole,

$\int n\partial x =$ 5,450,194 ne l'ont pas encore eue;

$\int (n-\mu)\partial x =$ 667,749 mourront sans la prendre,
savoir, 333,164 cette année;

$\int \mu\partial x =$ 4,782,445 l'auront tôt ou tard,
savoir, 666,836 cette année *;

$\int \sigma\partial x =$ 4,445,041 la prendront et en réchapperont,
savoir, 581,151 cette année;

$\int \nu\partial x =$ 337,404 mourront de la petite vérole,
savoir, 85,685 cette année;

$\int (y-\nu)\partial x =$ 28,425,789 mourront d'autres maladies,
savoir, 914,315 cette année.

XL.

Si la petite vérole ne faisoit mourir personne, la population totale seroit.................. $\int z\partial x =$ 32,255,775

Elle est.................. $\int y\partial x =$ 28,763,192

Il y auroit donc.................... 3,492,583 individus de plus qu'il n'en existe dans l'état naturel.

XLI.

Si l'on prend les individus en masse, la vie moyenne de chacun d'eux indistinctement est de $28^a,763$ dans l'état naturel, et il y a 1 contre 1 à parier qu'un enfant naissant sera mort dans l'espace de $20^a,375$.

* On voit, par ces résultats, que dans une succession uniforme et continuelle de générations, le nombre de tous les individus qui sont attaqués de petite vérole dans une année est $\frac{0{,}666836}{28{,}763192}$ de la population, ou $\frac{0{,}666836}{1{,}000000}$ de la naissance annuelle. Si l'on suppose la naissance annuelle à Paris, de 18 mille, il devoit y avoir chaque année, avant l'établissement de la vaccine, environ 12 mille malades de petite vérole, et $\frac{0{,}085685}{1{,}000000} \times 18$, ou 1542 morts de cette maladie.

Dans l'état non variolique, la vie moyenne des enfans naissans seroit de $32^a,256$, et il y auroit 1 contre 1 à parier que celui qui vient de naître existera à l'âge de $29^a,623$.

XLII.

Tel seroit l'effet général de la vaccine : mais pour avoir une connoissance plus particulière et plus précise de ses avantages, il faut les considérer relativement à chacune des classes d'individus qui restent plus ou moins soumises à l'influence de la petite vérole.

Premièrement, la vaccine ne peut aucunement augmenter la durée de la vie des 333,164 enfans naissans qui doivent mourir sans avoir eu la petite vérole. Dans l'un et l'autre état, ils n'ont que $2^a,004$ de vie moyenne, et même la vie probable de chacun d'eux ne sera pas d'un an.

Secondement, la condition des 18,817 (table VII) qui doivent mourir de maladie la même année qu'ils auront la petite vérole, et dont la vie moyenne est de $2^a,362$; celle des 562,334 (table VIII) qui mourront au plutôt une année après qu'ils auront eu la petite vérole, et dont la vie moyenne est de $49^a,283$, ou celle des 581,151 (table XII) enfans qui doivent mourir de maladies après avoir eu la petite vérole, et dont la vie moyenne est de $47^a,764$, ne changent point.

Il est vrai que la classe des 666,836 enfans qui auront tôt ou tard la petite vérole, et dont la vie moyenne dans l'état naturel est de $42^a,134$, participera à l'augmentation de vie produite par la vaccine, parce que cette classe renferme aussi les individus qui, sans ce préservatif, seroient emportés par la petite vérole.

Mais, dans le fait, ce sont les 85,685 enfans destinés par la nature à mourir de la petite vérole, et dont la vie moyenne est de $3^a,938$, qui jouiront exclusivement des bienfaits de la vaccine; et le sort des 914,315 qui dans l'état naturel doivent mourir d'autres maladies,

maladies, et dont la vie moyenne est de $31^a,090$, ne changera point.

XLIII.

Dans l'état naturel, ces 85,685 enfans ne fournissent à la population totale de . . . . $\int y\partial x = 28{,}763{,}192$
qu'un nombre . . . . $\int v\partial x = \quad 337{,}404$ d'individus.

Par l'exemption de la petite vérole, ils en fourniront de plus . . . . $\int(z-y)\partial x = \quad 3{,}492{,}583$;
et réunis au nombre $\int(y-v)\partial x = 28{,}425{,}789$ des individus qui n'étoient pas emportés par cette maladie, ils feront monter la population à . . . . 32,255,776 individus.

Chacun de ces 85,685 enfans, qui n'avoit que $3^a,938$ de vie moyenne, en aura $44^a,699$; et la vaccine aura procuré à chacun d'eux $40^a,761$ de plus qu'il n'avoit.

XLIV.

De 1,000,000 d'enfans nés dans l'état naturel,

$y_4 = 598{,}713$ subsisteront à l'âge de 4 ans;
$w_4 = 196{,}669$ auront eu la petite vérole;
$n_4 = 402{,}044$ ne l'auront pas eue;
$n_4 - \mu_4 = \quad 31{,}049$ mourront sans l'avoir prise;
$\mu_4 = 370{,}995$ en seront tôt ou tard attaqués;
$\varpi_4 = 350{,}938$ en réchapperont;
$v_4 = \quad 20{,}056$ en mourront;
$y_4 - v_4 = 578{,}657$ mourront d'autres maladies.

XLV.

Il y a 1 contre 1 à parier qu'un enfant âgé de 4 ans, qui n'a pas encore eu la petite vérole, la prendra dans l'espace de 6 ans;

1 contre 1 à parier qu'il l'aura prise ou qu'il sera mort dans l'espace de 5 ans et quelques mois.

S'il doit avoir cette maladie, il y a 1 contre 1 à parier qu'il en sera atteint dans l'espace de 5 ans 3 mois;

S'il doit en mourir, 1 contre 1 qu'il en mourra d'ici à 3 ans $\frac{1}{2}$;

Et s'il doit mourir sans avoir pris la petite vérole, 1 contre 1 qu'il n'existera pas dans 4 ans.

XLVI.

Le nombre des individus de tout âge au-dessus de 4 ans, est, dans l'état naturel, $\int y\partial x = 25{,}899{,}808$;

et parmi ces 25,899,808 individus

$\int w\partial x = 22{,}867{,}586$ ont eu la petite vérole;

$\int n\partial x = 3{,}032{,}222$ ne l'ont pas encore eue;

$\int(n - \mu)\partial x = 242{,}875$ mourront sans la prendre, savoir, 31,049 cette année;

$\int\mu\partial x = 2{,}789{,}347$ en seront tôt ou tard attaqués, savoir, 370,995 cette année;

$\int\sigma\partial x = 2{,}643{,}585$ en réchapperont, savoir, 350,938 cette année;

$\int\nu\partial x = 145{,}767$ en mourront, savoir, 20,056 cette année.

$\int(y - \nu)\partial x = 25{,}754{,}046$ mourront d'autres maladies, savoir, 578,657 cette année.

XLVII.

Si tous les 1,000,000 enfans avoient été vaccinés au berceau, il en subisteroit à l'âge de 4 ans $z_4 = 655{,}872$,

au lieu de.................. $y_4 = 598{,}713$,

ou.............................. 57,159 de plus.

En effet, si les 85,685 enfans nés il y a 4 ans et destinés par la nature à mourir de petite vérole, ont été vaccinés, il en sera mort de maladie 8,470, et il en subsistera 77,215; mais, s'ils n'ont pas été vaccinés, il en sera déjà mort de petite vérole 65,629, et il n'en subsistera que 20,056; ce qui fait une différence de 57,159 dans le nombre des enfans existans à l'âge de 4 ans.

XLVIII.

Dans l'état naturel, chacun des 20,056 enfans âgés de 4 ans dont le sort est d'être emportés tôt ou tard par la petite vérole, a $7^a,268$ de vie moyenne; mais chacun des 77,215 enfans du même âge qui seront affranchis de ce tribut, aura $45^a,395$ de vie moyenne. Ils devront donc à la vaccine $38^a,127$ années de vie.

XLIX.

Il est évident que, si l'on répartit cette quantité de vie produite par la vaccine entre les individus des autres classes qui n'y participent point réellement, la quote-part de chacun sera d'autant diminuée, et que l'on n'aura pas la véritable mesure de l'effet.

On n'auroit donc qu'une idée très-imparfaite du bien que l'humanité retirera de cette heureuse découverte, si l'on se bornoit à comparer le sort de tous les individus dans l'état naturel à celui de tous les individus dans l'état d'exemption : car, dans ce dernier état, la vie moyenne d'un enfant âgé de 4 ans seroit de $44^a,611$: en réunissant tous les individus qui dans l'état naturel ont eu ou n'ont pas eu la petite vérole, la vie moyenne des enfans âgés de 4 ans pris indistinctement, est de $43^a,259$, et la vie moyenne des enfans âgés de 4 ans, qui n'ont pas encore eu la petite vérole et qui n'en seront point mis à l'abri par un moyen artificiel, est de $42^a,598$. Enfin la probabilité qu'un vacciné âgé de 4 ans survivra à un enfant du même âge qui ne l'est pas, et que, pour abréger, j'appelle *variolable,* n'est que 0,5232; et l'on voit que, par l'effet de sa répartition, l'avantage *réel* des vaccinés est si atténué, qu'il devient peu sensible.

L.

Si pendant plus d'un siècle il y a eu 1,000,000 de naissances annuelles, et si l'on vaccine tous les enfans peu de temps après leur naissance, le nombre des individus de l'âge de 4 ans et au-dessus sera.............................. $\int z \partial x = 29,259,220$,
tandis que, dans l'état naturel, il seroit. . $\int y \partial x = 25,899,808$.

La pratique de la vaccine, généralement employée, produira donc une augmentation de.............................. 3,359,412.

On voit dans la table XXIII quelle seroit cette augmentation pour chaque âge, en retranchant $\frac{1}{2}(z-y)$ de $S(z-y)$.

LI.

Si de tous les vivans on ne prend que l'enfance et la jeunesse, le nombre des individus au-dessous de 16 ans qui dans l'état naturel ont eu la petite vérole, est................4,673,193;
le nombre de ceux qui ne l'ont pas eue est. . . 4,830,877.

La différence est — 0,157,684.

Le nombre de ceux qui, au-dessous de 17 ans, ont eu la petite vérole, est..... 5,116,512,
et de ceux qui ne l'ont pas eue......... 4,908,999.

La différence est + 0,207,513.

Ainsi, en ne prenant que la somme des vivans au-dessous de 16ans,432, le nombre de ceux qui ont eu la petite vérole est à très-peu près égal au nombre de ceux qui ne l'ont pas eue.

LII.

C'est à cet âge que l'on commence à devenir utile à la société, tant pour les services qu'on peut lui rendre que pour la propagation de l'espèce humaine; c'est à cet âge qu'on naît pour l'État, et cette époque de la vie peut être considérée comme le moment de la *naissance civile.*

Si l'on place cette époque à l'âge de 16 ans, pendant qu'il naîtra *physiquement* . . . . 1,000,000 d'enfans,

il n'aîtra *civilement*, dans l'état naturel . . . . 524,020 individus;
et sans la destruction causée par la petite vérole, il en naîtroit . . . . 589,596.

La vaccine donnera donc une augmentation de . . . . 65,576 individus utiles à la société; ce qui seroit un gain de 12 $\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$, et dans ce dernier état il y auroit autant de vivans à l'âge de 16 ans que dans l'autre à l'âge de 4 ans $\frac{1}{2}$.

En ne plaçant la naissance civile qu'à l'âge de 20 ans, le nombre de ces naissances, dans l'état naturel, seroit chaque année de. . . . . 502,216 individus;
sans la mortalité causée par la petite vérole, il seroit de. . . . . 566,857.

Il y auroit donc une augmentation de 64,641 naissances civiles, ou un gain relatif de 12 $\frac{87}{100}$ pour $\frac{0}{0}$; et dans ce dernier état, il y auroit autant d'individus existans à l'âge de 20 ans, que dans l'autre à l'âge de 7 ans à-peu-près.

LIII.

La plus grande augmentation a lieu pour l'âge de 13 ans; mais le gain relatif croît depuis la naissance jusqu'à l'âge de 56 ans, depuis lequel il est constamment de $\frac{z_{56}}{y_{56}} - 1 = 13\,\frac{67}{100}$ pour cent.

Les tables ci-jointes, d'où je tire ces exemples, font voir combien la vaccine sauvera et conservera d'individus de chaque âge, et de combien d'années elle prolongera leur existence. Il me reste à expliquer la dernière table, qui montre l'influence que la vaccine pourroit avoir sur la multiplication des hommes, si aucun obstacle ne s'y opposoit.

LIV.

Dans un pays où la population est déjà si nombreuse, qu'un très-grand nombre d'individus ont de la peine à subsister, ce nombre ne peut guère s'accroître; car l'expatriation, le refuge dans les colonies, qui sont toujours des ressources extrêmes, ne sont pas également faciles et certains pour tous les individus; dans un tel pays la population est stationnaire, et il est à présumer que si la vie des enfans étoit plus assurée, on en procréeroit moins. Cependant, comme il est quelques pays, tels que les colonies et les États-Unis d'Amérique, où les hommes manqueront encore long-temps à la terre; où l'agriculture, le commerce, l'industrie, offriroient à un plus grand nombre des moyens de vivre dans l'aisance; où le climat, les lois et les mœurs favorisent les progrès naturels de la population, et où, par conséquent, la vaccine aura toute l'influence qu'elle peut avoir dans leur multiplication; il est intéressant de connoître cette influence, et d'en mesurer les effets. Cet effet sera prodigieux dans les États-Unis, s'il est vrai que parmi le même nombre d'individus des deux sexes, il se fasse deux fois plus de mariages, et qu'il naisse deux fois plus d'enfans de ces mariages que dans ceux de l'Europe.

LV.

Bornons-nous, pour le présent, à chercher quel seroit, 134 ans après l'établissement général de la vaccine, l'accroissement de la population de la France, uniquement dû à cette cause, et en supposant que de nouvelles sources de prospérité permissent un tel accroissement: je choisis cette époque, parce que, d'après quelques observations, sous l'ancien régime, où tout étoit dans un certain état d'uniformité et de permanence, les premiers mariages des cultivateurs et des artisans avoient lieu moyennement à l'âge de 24 ans, et que la table de mortalité fixant à l'âge de 110 ans le dernier terme de la vie; ce n'est que depuis la 134.ᵉ année que la suite des vivans et des morts de chaque âge sera régulière.

LVI.

Conformément à la théorie *(§. 116 et suivans)*, la population, les mariages, les naissances, les décès, que je suppose constans dans l'état naturel, varieroient chaque année suivant une progression géométrique dans le rapport de $1 : p$.

Or on a $a + 1 = 25$,

$$p = \left(\frac{z_{24}}{y_{24}}\right)^{\frac{1}{25}} = 1{,}0049602\,,$$

$$p^c = p^{110} = 1{,}723356 = N.p^A.$$

Si donc, avant la pratique de la vaccine, la naissance annuelle est de $N = 1{,}000{,}000$, elle sera de 1,723,356 dans la 135.ᵉ année, pourvu que l'on ait vacciné, pendant ces 134 ans, tous les enfans au berceau.

LVII.

$$\text{On a } \Delta z_0 = 0{,}2157721\,,$$
$$\Delta z_1 p^{-1} = 0{,}0744158\,,$$
$$\Delta z_2 p^{-2} = 0{,}0341555\,,$$
$$\Delta z_3 p^{-3} = 0{,}0187950\,, \text{ \&c.}$$

Ainsi, en multipliant ces valeurs par $N_0 = Np^A = 1{,}723356$, le nombre des morts

de 0 à 1 an sera 0,371852,
de 1 à 2 0,128245,
de 2 à 3 0,058862,
de 3 à 4 .... 0,032390, &c.

comme on le voit dans la cinquième colonne de cette dernière table.

LVIII.

On a $S.\Delta z_x p^{-x} = 0{,}8633172 = \frac{D_1}{N_0}$

Ainsi, en supposant qu'il y ait actuellement rapport d'égalité entre les naissances et les décès, de sorte que $\frac{D}{N} = 1$; dans 134 ans il sera seulement $\frac{D_1}{N_0} = 0{,}8633172$.

Et le nombre des morts de tout âge, de la 134.^{e} à la 135.^{e} année sera $D_1 = N_0 . S\Delta z p^{-x} = 1{,}487803$, comme on le voit dans la sixième colonne de cette table XXIV.

LIX.

La mortalité par âge, qui est actuellement $\frac{N\Delta y}{N.y} = \frac{\Delta y}{y}$, sera alors $\frac{N_0 \Delta z p^{-x}}{N_0 z p^{-x}} = \frac{\Delta z}{z}$; elle sera $\frac{\Delta z}{z} : \frac{\Delta y}{y} = \frac{y\Delta z}{z\Delta y}$ de ce qu'elle est à présent,

c'est-à-dire, de 0 à 1 an. . de 0,92815,
de 1 à 2 0,76488,
de 2 à 3 0,69259,
de 3 à 4 0,68021,
de 4 à 5 0,69565,
de 5 à 6 0,72441,
de 6 à 7 0,75653,
de 7 à 8 0,78745,
de 8 à 9 0,81473,
de 9 à 10 0,83766,
de 10 à 11 . . . . . . 0,85633, &c.,

comme dans la table XXII.

LX.

LX.

On a entre autres,

			prox.
à $x = 0$	$z_0 \quad = 1{,}000{,}000{,}0$	$Sz_0\ p^{-x} = 28{,}555{,}838{,}5$	$\int zp^{-x}\partial x = 28{,}055{,}838{,}5$;
$x = 10$	$z_{10}\ p^{-10} = 0{,}586{,}800{,}3$	$Sz_{10}\ p^{-x} = 21{,}716{,}644{,}9$	$\int zp^{-x}\partial x = 21{,}323{,}244{,}8$;
$x = 20$	$z_{20}\ p^{-20} = 0{,}513{,}447{,}6$	$Sz_{20}\ p^{-x} = 16{,}165{,}894{,}0$	$\int zp^{-x}\partial x = 15{,}909{,}170{,}2$;
$x = 30$	$z_{30}\ p^{-30} = 0{,}428{,}589{,}7$	$Sz_{30}\ p^{-x} = 11{,}409{,}260{,}9$	$\int zp^{-x}\partial x = 11{,}194{,}966{,}1$;
$x = 40$	$z_{40}\ p^{-40} = 0{,}344{,}419{,}2$	$Sz_{40}\ p^{-x} = 7{,}505{,}854{,}9$	$\int zp^{-x}\partial x = 7{,}333{,}645{,}3$;
$x = 50$	$z_{50}\ p^{-50} = 0{,}263{,}668{,}1$	$Sz_{50}\ p^{-x} = 4{,}425{,}841{,}8$	$\int zp^{-x}\partial x = 4{,}294{,}007{,}8$;
$x = 60$	$z_{60}\ p^{-60} = 0{,}180{,}405{,}7$	$Sz_{60}\ p^{-x} = 2{,}159{,}516{,}9$	$\int zp^{-x}\partial x = 2{,}069{,}314{,}1$;
$x = 70$	$z_{70}\ p^{-70} = 0{,}094{,}589{,}0$	$Sz_{70}\ p^{-x} = 0{,}744{,}288{,}5$	$\int zp^{-x}\partial x = 0{,}696{,}994{,}0$;
$x = 80$	$z_{80}\ p^{-80} = 0{,}026{,}553{,}9$	$Sz_{80}\ p^{-x} = 0{,}132{,}900{,}8$	$\int zp^{-x}\partial x = 0{,}119{,}623{,}9$;
$x = 90$	$z_{90}\ p^{-90} = 0{,}002{,}789{,}0$	$Sz_{90}\ p^{-x} = 0{,}012{,}008{,}7$	$\int zp^{-x}\partial x = 0{,}010{,}614{,}2$;
$x = 100$	$z_{100}p^{-100} = 0{,}000{,}143{,}3$	$Sz_{100}p^{-x} = 0{,}000{,}367{,}6$	$\int zp^{-x}\partial x = 0{,}000{,}296{,}0$.

Ainsi, en multipliant les valeurs de zp^{-x} et de $\int zp^{-x}\partial x$ par $N_0 = Np^A = 1{,}000{,}000.p^{110}$, on aura le nombre des vivans de chaque âge et celui des vivans de tout âge dans 134 ans; savoir :

	$Np^A zp^{-x}$ vivans,	$Np^A \int zp^{-x}\partial x$	
à l'âge $x = 0$..	1,723,356..	48,350,200	depuis la naissance;
$x = 10$..	1,011,266..	36,747,543	dès l'âge de 10 ans,
$x = 20$..	0,884,853..	27,417,163	......de 20 ans,
$x = 30$..	0,738,613..	19,292,913	......de 30 ans,
$x = 40$..	0,593,557..	12,638,481	......de 40 ans,
$x = 50$..	0,454,394..	7,400,103	......de 50 ans,
$x = 60$..	0,310,903..	3,566,165	......de 60 ans,
$x = 70$..	0,163,010..	1,201,169	......de 70 ans,
$x = 80$..	0,045,762..	0,206,155	......de 80 ans,
$x = 90$..	0,004,806..	0,018,292	......de 90 ans,
$x = 100$..	0,000,247..	0,000,510	......de 100 ans.

LXI.

On voit dans la deuxième et dans la troisième colonne de cette table, quel seroit, dans 134 ans, le nombre des personnes subsistantes à chaque âge. La différence de ces nombres à ceux qui leur correspondent dans la table I.^re sera l'augmentation que la vaccine peut produire. On voit entre autres, que

	le gain absolu sur les vivans de chaque âge,	et le gain relatif
seroit à $x =$ 0	0,723356	de 72,34 pour 100,
$x =$ 10	0,460144	83,49,
$x =$ 20	0,382637	76,19,
$x =$ 30	0,300430	68,56,
$x =$ 40	0,224153	60,68,
$x =$ 50	0,157325	52,96,
$x =$ 60	0,097336	45,58,
$x =$ 70	0,045354	38,55,
$x =$ 80	0,011057	31,86,
$x =$ 90	0,000976	25,48,
$x =$ 100	0,000040	19,34.

Le *maximum* de gain relatif est de 85,67 pour 100, et correspond à l'âge de 5 ans et quelques mois.

LXII.

On trouvera de même que

	le gain absolu sur la population depuis l'âge	et le gain relatif
$x =$ 0 seroit de	19,587,008	de 68,01 pour 100,
$x =$ 10	14,260,397	63,42,
$x =$ 20	10,211,473	59,35,
$x =$ 30	6,796,945	54,39,
$x =$ 40	4,181,933	49,45,
$x =$ 50	2,281,452	44,57,
$x =$ 60	1,013,012	39,68,
$x =$ 70	0,309,058	34,64,
$x =$ 80	0,046,601	29,21,
$x =$ 90	0,003,485	23,54,
$x =$ 100	0,000,079	18,33.

En se bornant au résultat définitif et total, on voit donc que la population totale qui est naturellement $\int y \partial x = 28{,}763{,}192$, s'éleveroit dans 134 ans à. . . . . $p^{110}\int z p^{-x} \partial x = 48{,}350{,}200$; qu'il y auroit une augmentation de. . . . . 19,587,008, ou qu'en vertu de la vaccine, la population à cette époque pourroit s'accroître dans le rapport de 1,000,000 à 1,680,975.

LXIII.

Tous ces résultats peuvent se vérifier les uns par les autres, au moyen des diverses équations qui doivent avoir lieu (§. 118). Ainsi, par exemple, on aura $\frac{D_1}{N_0} = p - (p - 1) \cdot \frac{P_0}{N_0} = 0{,}8633172$, en faisant $p = 1{,}0049602$, et $\frac{P_0}{N_0} = 28{,}5558385$ *(art. 59)*.

LXIV.

Comme le nombre des vivans de chaque âge augmente d'une année à l'autre, la suite inscrite dans la colonne 3 n'est pas la loi de mortalité. La différence entre les nombres des vivans d'un âge au suivant surpasse le nombre des morts dans cette même année d'âge. Les nombres de la colonne 4 sont les différences premières de la suite $N_0 z_x p^{-x}$. En considérant ces différences comme positives, on a pour la différence des vivans,

$$N_0 \cdot \Delta (z_x p^{-x}) = N_0 \left(\frac{z_x}{p^x} - \frac{z_{x+1}}{p^{x+1}}\right) = \frac{N_0}{p^x}\left(z_x - \frac{z_{x+1}}{p}\right),$$

tandis que les morts de x à $x + 1$ sont $\frac{N_0}{p^x}(z_x - z_{x+1})$.

En retranchant cette dernière quantité de la première, on a

$$\frac{N_0\left(1 - \frac{1}{p}\right) z_{x+1}}{p^x}$$

et celle-ci ajoutée au terme $N_0 \cdot \frac{z_{x+1}}{p^{x+1}}$ donne $p\ N_0 \cdot \frac{z_{x+1}}{p^{x+1}}$, qui est le nombre des vivans à l'âge $x + 1$ pendant qu'il y aura $p\ N_0$ naissances.

LXV.

On voit dans la théorie, §. 121, comment on peut retrouver la loi de mortalité z dans l'hypothèse où l'on auroit une telle suite. Comme ce cas particulier et hypothétique ne peut pas avoir lieu complètement, et que d'ailleurs ces calculs sont très-faciles, je ne m'occuperai pas à en donner un exemple ; mais ces différences sont propres à faire sentir combien il est nécessaire de corriger le nombre des décès d'un âge à l'autre tirés des registres mortuaires, en les proportionnant aux nombres des naissances d'où ces décès sont provenus, si l'on veut avoir de bonnes tables de mortalité.

LXVI.

Si, dans l'hypothèse précédente, où l'on connoît la loi de mortalité z, le rapport seulement $\frac{D_1}{N_0}$ eût été donné, on auroit trouvé p par la formule du §. 122, et ensuite toutes les autres quantités.

Supposons, par exemple, qu'on eût donné $\frac{D_1}{N_0} = 0{,}8633172$,

on a $\Delta z_0 = 0{,}2157721 \ldots\ldots Log. = \bar{1}{,}3339954$,

$\Delta z_1 = 0{,}0747849 \ldots\ldots Log. = \bar{2}{,}8738139$,

$z_1 = 0{,}7842279 \ldots\ldots Log. = \bar{1}{,}8944423$,

$S.z_1 = 31{,}7557748 \ldots\ldots Log. = 1{,}5018227$,

$SS.z_1 = 941{,}5030835 \ldots Log. = 2{,}9738217$,

$SSSz_1 = 20812{,}6429216 . Log. = 4{,}3183272$;

de là........................ $LA = \bar{2}{,}4981773$,

$LB = \bar{2}{,}4683536$,

$LC = \bar{2}{,}6130159$.

Si l'on fait $N_0 = 1$, on a....... $D_1 = 0{,}8633172$,

$\Delta z_0 = \underline{0{,}2157721}$,

$D_1 - \Delta z_0 = 0{,}6475451 = a; \frac{a}{b} > 1$,

$z_1 = \underline{0{,}7842279}$.

$(z_1 - a) = 0{,}1366828$.

$$
\begin{aligned}
1 &= 1{,}000{,}000, \\
A\,(z_1 - a) &= 0{,}004{,}304, \\
B\,(z_1 - a)^2 &= 0{,}000{,}549, \\
C\,(z_1 - a)^3 &= 0{,}000{,}105, \\
\hline
p &= 1{,}004{,}958;
\end{aligned}
$$

quantité très-approchée de la véritable valeur de $p = 1{,}004{,}960$ (*).

Ce petit nombre d'observations et d'exemples me paroissent expliquer suffisamment la formation et l'usage des tables suivantes, qui présentent les combinaisons des faits les plus nécessaires pour bien connoître l'influence de la petite vérole sur la mortalité à chaque âge, et celle que la vaccine, ou tout autre préservatif, pourroit avoir sur la population et sur la longévité : mais l'examen et la comparaison des divers résultats pourront fournir aux lecteurs un ample sujet de réflexions. J'ai dû, pour remplir le plus simplement possible le but que je me suis proposé dans cet ouvrage, écarter tout ce qui auroit inutilement compliqué les calculs : c'est pour cela que j'ai supposé une population arrivée à l'état stationnaire, et fait abstraction des émigrations, des immigrations, &c. Il n'en seroit pas de même s'il s'agissoit de former un tableau réel et statistique de la population d'un pays ; il ne seroit plus alors permis

(*) Je dois cependant avertir que le quatrième terme de la série qui donne la valeur de p *(page 104)* n'est pas le résultat d'une différenciation exacte, car

$$\frac{\partial^3 p}{\partial u^3} = \frac{12\,(S^2 z_1)^2 - 6\,(S z_1)\,(S^3 z_1)}{(S z_1)^5},$$

la véritable valeur de C est

$$C = \frac{2\,(S^2 z_1)^2 - (S z_1)\,(S^3 z_1)}{(S z_1)^5};$$

et l'on a

$$p = 1 + \frac{(z_1 - a)}{S z_1} + \frac{(z_1 - a)^2 \cdot S^2 z_1}{(S z_1)^3} + \frac{(z_1 - a)^3\,\{2\,(S^2 z_1)^2 - (S z_1)\,(S^3 z_1)\}}{(S z_1)^5}$$
$$+ \text{\&c.}$$

de faire de telles abstractions dans les raisonnemens, les comparaisons et les conséquences qu'on en tire. Si, par exemple, dans un pays tel que la France, on concluoit de ce que le nombre annuel des naissances surpasse celui des décès, que la population est croissante, ce jugement ne seroit point fondé. On peut juger de l'accroissement ou du décroissement de la population par la progression croissante ou décroissante des naissances, et de son état futur par la progression des premiers mariages. En général, lorsque depuis long-temps le nombre des naissances est chaque année à-peu-près le même, et s'il n'est pas survenu d'épidémie, ou quelque cause extraordinaire de mortalité, l'excédant des naissances sur les décès indique le nombre des *natifs* morts pendant l'année dans les pays étrangers, déduction faite des étrangers qui sont venus mourir dans le pays. De même, si le nombre annuel des mariages en premières noces des garçons n'a point varié depuis un certain temps, l'excédant de ces premiers mariages sur les décès des hommes mariés ou veufs indique le nombre des hommes mariés ou veufs, non remplacés, qui ont été mourir hors du pays où ils se sont mariés, *et vice versâ*. Je me bornerai, pour le présent, à cette courte remarque, qui m'a paru nécessaire, me proposant de démontrer mathématiquement dans un autre ouvrage les relations qu'ont entre eux les divers faits de la statistique, et d'exposer les principes et les méthodes de calcul par lesquels on peut les vérifier et les compléter.

TABLEAUX

De la loi de Mortalité en France, de l'influence de la Petite Vérole sur la Mortalité à chaque âge, et de celle qu'un préservatif (tel que la Vaccine) peut avoir sur la Population et la Longévité.

TABLE I.re

TABLE I.re

Loi de Mortalité (en France), dans l'état naturel.

AGES.	SOMME DES VIVANS.	VIVANS de chaque âge.	MORTS de chaque âge dans l'année.	SUR COMBIEN il en meurt un par année.	VIE moyenne.	VIE probable.
x	$S.y$	y	Δy	$\frac{y}{\Delta y}$	$\frac{S.y}{y} - \frac{1}{2}$	$t \parallel \frac{y_x}{2} = y_{x+t}$
ans.					ans.	ans.
0.	29,2631921.	1,0000000.	0,2324753.	1 sur 4,301.	28,7632.	20,3755.
1.	28,2631921.	0,7675247.	0,0956906.	8,021.	36,3499.	36,9332.
2.	27,4956674.	0,6718341.	0,0471657.	14,244.	40,4253.	42,7424.
3.	26,8228333.	0,6246684.	0,0259550.	24,067.	42,4409.	44,4749.
4.	26,1991649.	0,5987134.	0,0155625.	38,472.	43,2591.	45,6988 *max.*
5.	25,6004515.	0,5831509.	0,0101259.	57,590.	43,4002 *max.*	45,5127.
6.	25,0173006.	0,5730250.	0,0071871.	79,726.	43,1583.	45,3636.
7.	24,4442756.	0,5658379.	0,0055933.	101,164.	42,7001.	44,8224.
8.	23,8784377.	0,5602446.	0,0047582.	117,743.	42,1215.	44,1764.
9.	23,3181931.	0,5554864.	0,0043648.	127,268.	41,4780.	43,4749.
10.	22,7627067.	0,5511216.	0,0042334 *min.*	130,184 *max.*	40,8025.	42,7489.
11.	22,2115851.	0,5468882.	0,0042581.	128,435.	40,1155.	42,0143.
12.	21,6646969.	0,5426301.	0,0043751.	124,027.	39,4254.	41,2768.
13.	21,1220668.	0,5382550.	0,0045445.	118,441.	38,7419.	40,5466.
14.	20,5838118.	0,5337105.	0,0047412.	112,569.	38,0674.	39,8268.
15.	20,0501013.	0,5289693.	0,0049490.	106,884.	37,4041.	39,1170.
16.	19,5211320.	0,5240203.	0,0051576.	101,616.	36,7507.	38,4166.
17.	18,9971117.	0,5188627.	0,0053605.	96,794.	36,1130.	37,7289.
18.	18,4782490.	0,5135022.	0,0055532.	92,470.	35,4839.	37,0525.
19.	17,9647468.	0,5079490.	0,0057331.	88,599.	34,8672.	36,3827.
20.	17,4567978.	0,5022159.	0,0058989.	85,137.	34,2596.	35,7235.
21.	16,9545819.	0,4963170.	0,0060496.	82,041.	33,6562.	35,0728.
22.	16,4582649.	0,4902674.	0,0061849.	79,268.	33,0700.	34,4258.
23.	15,9679975.	0,4840825.	0,0063055.	76,771.	32,4861.	33,7868.
24.	15,4839150.	0,4777770.	0,0064110.	74,519.	31,9082.	33,1520.
25.	15,0061380.	0,4713660.	0,0065026.	72,489.	31,3354.	32,5193.
26.	14,5347720.	0,4648634.	0,0065812.	70,635.	30,7668.	31,8919.
27.	14,0699086.	0,4582822.	0,0066476.	68,939.	30,2014.	31,2642.
28.	13,6116264.	0,4516346.	0,0067030.	67,378.	29,6386.	30,6384.
29.	13,1599918.	0,4449316.	0,0067484.	65,933.	29,0776.	30,0154.
30.	12,7150602.	0,4381832.	0,0067854.	64,577.	28,5177.	29,3887.
31.	12,2768770.	0,4313978.	0,0068150.	63,301.	27,9584.	28,7641.
32.	11,8454792.	0,4245828.	0,0068388.	62,084.	27,3991.	28,1388.
33.	11,4208964.	0,4177440.	0,0068581.	60,913.	26,8395.	27,5111.
34.	11,0031524.	0,4108859.	0,0068743.	59,771.	26,2791.	26,8843.
35.	10,5922665.	0,4040116.	0,0068890.	58,632.	25,7177.	26,2546.
36.	10,1882549.	0,3971226.	0,0069035.	57,526.	25,1552.	25,6239.
37.	9,7911323.	0,3902191.	0,0069190.	56,398.	24,5914.	24,9940.
38.	9,4009132.	0,3833001.	0,0069370.	55,254.	24,0263.	24,3601.
39.	9,0176131.	0,3763631.	0,0069589.	54,084.	23,4599.	23,7270.
40.	8,6412500.	0,3694042.	0,0069857.	52,880.	22,8924.	23,0939.
41.	8,2718458.	0,3624185.	0,0070186.	51,637.	22,3240.	22,4591.
42.	7,9094273.	0,3553999.	0,0070584.	50,351.	21,7550.	21,8260.
43.	7,5540274.	0,3483415.	0,0071064.	49,018.	21,1857.	21,1931.
44.	7,2056859.	0,3412351.	0,0071629.	47,639.	20,6165.	20,5610.
45.	6,8644508.	0,3340722.	0,0072289.	46,213.	20,0478.	19,9318.
46.	6,5303786.	0,3268433.	0,0073046.	44,745.	19,4802.	19,3039.
47.	6,2035353.	0,3195387.	0,0073904.	43,237.	18,9140.	18,6794.
48.	5,8839966.	0,3121483.	0,0074864.	41,695.	18,3500.	18,0590.
49.	5,5718483.	0,3046619.	0,0075924.	40,127.	17,7886.	17,4422.
50.	5,2671864.	0,2970695.	0,0077084.	38,538.	17,2305.	16,8308.
51.	4,9701169.	0,2893611.	0,0078337.	36,938.	16,6762.	16,2256.
52.	4,6807558.	0,2815274.	0,0079677.	35,334.	16,1263.	15,6256.
53.	4,3992284.	0,2735597.	0,0081093.	33,734.	15,5814.	15,0331.
54.	4,1256687.	0,2654504.	0,0082575.	32,147.	15,0421.	14,4487.
55.	3,8602183.	0,2571929.	0,0084108.	30,579.	14,5090.	13,8720.

Suite de la TABLE I.re

Suite de la *Loi de Mortalité (en France)*, *dans l'état naturel.*

AGES.	SOMME DES VIVANS.	VIVANS de chaque âge.	MORTS de chaque âge dans l'année.	SUR COMBIEN il en meurt un par année.	VIE moyenne.	VIE probable.
x	$S.y$	y	Δy	$\frac{y}{\Delta y}$	$\frac{S.y}{y} - \frac{1}{2}$	$t \parallel \frac{y_x}{2} = y_{x+t}$
ans.					ans.	ans.
56.	3,6030254.	0,2487821.	0,0085677.	1 sur 29,037.	13,9827.	13,3050.
57.	3,3542433.	0,2402144.	0,0087260.	27,529.	13,4635.	12,7470.
58.	3,1140289.	0,2314884.	0,0088836.	26,058.	12,9522.	12,1994.
59.	2,8825405.	0,2226048.	0,0090380.	24,630.	12,4491.	11,6628.
60.	2,6599357.	0,2135668.	0,0091866.	23,248.	11,9548.	11,1364.
61.	2,4463689.	0,2043802.	0,0093262.	21,915.	11,4697.	10,6233.
62.	2,2419887.	0,1950540.	0,0094535.	20,633.	10,9942.	10,1202.
63.	2,0469347.	0,1856005.	0,0095653.	19,404.	10,5287.	9,6321.
64.	1,8613342.	0,1760352.	0,0096577.	18,227.	10,0737.	9,1544.
65.	1,6852990.	0,1663775.	0,0097268.	17,105.	9,6294.	8,6920.
66.	1,5189215.	0,1566507.	0,0097688.	16,036.	9,1962.	8,2417.
67.	1,3622708.	0,1468819.	0,0097795 *max.*	15,019.	8,7746.	7,8046.
68.	1,2153879.	0,1371024.	0,0097551.	14,054.	8,3648.	7,3839.
69.	1,0782865.	0,1273473.	0,0096917.	13,140.	7,9673.	6,9699.
70.	0,9509392.	0,1176556.	0,0095855.	12,274.	7,5824.	6,5809.
71.	0,8332836.	0,1080701.	0,0094334.	11,456.	7,2106.	6,1985.
72.	0,7252135.	0,0986367.	0,0092328.	10,683.	6,8524.	5,8307.
73.	0,6265768.	0,0894039.	0,0089811.	9,955.	6,5084.	5,4827.
74.	0,5371729.	0,0804228.	0,0086775.	9,268.	6,1794.	5,1399.
75.	0,4567501.	0,0717453.	0,0083211.	8,622.	5,8663.	4,8176.
76.	0,3850048.	0,0634242.	0,0079129.	8,015.	5,5703.	4,4972.
77.	0,3215806.	0,0555113.	0,0074547.	7,446.	5,2931.	4,2172.
78.	0,2660693.	0,0480566.	0,0069496.	6,915.	5,0366.	3,9431.
79.	0,2180127.	0,0411070.	0,0064022.	6,421.	4,8035.	3,6936.
80.	0,1769057.	0,0347048.	0,0058186.	5,964.	4,5974.	3,4562.
81.	0,1422009.	0,0288862.	0,0052062.	5,548.	4,4228.	3,2226.
82.	0,1133147.	0,0236800.	0,0045736.	5,178.	4,2853.	3,0172.
83.	0,0896347.	0,0191064.	0,0039311.	4,860.	4,1914.	2,8766.
84.	0,0705285.	0,0151753.	0,0032897.	4,613.	4,1476.	2,7949.
85.	0,0553530.	0,0118856.	0,0026613.	4,466.	4,1572.	2,8176.
86.	0,0434674.	0,0092243.	0,0020590.	4,480.	4,2123.	3,0859.
87.	0,0342431.	0,0071653.	0,0014953.	4,792.	4,2790.	3,3358.
88.	0,0270778.	0,0056700.	0,0009843.	5,760.	4,2756.	3,4121.
89.	0,0214078.	0,0046857.	0,0008557.	5,476.	4,0688.	3,2332.
90.	0,0167221.	0,0038300.	0,0007365.	5,200.	3,8661.	3,0529.
91.	0,0128921.	0,0030935.	0,0006272.	4,932.	3,6675.	2,8921.
92.	0,0097986.	0,0024663.	0,0005281.	4,670.	3,4053.	2,7408.
93.	0,0073323.	0,0019382.	0,0004388.	4,417.	3,2831.	2,5897.
94.	0,0053941.	0,0014994.	0,0003594.	4,172.	3,0975.	2,4379.
95.	0,0038947.	0,0011400.	0,0002898.	3,934.	2,9164.	2,2843.
96.	0,0027547.	0,0008502.	0,0002295.	3,705.	2,7401.	2,1279.
97.	0,0019045.	0,0006207.	0,0001783.	3,481.	2,5683.	1,9760.
98.	0,0012838.	0,0004424.	0,0001353.	3,270.	2,4024.	1,8564.
99.	0,0008416.	0,0003071.	0,0001003.	3,062.	2,2398.	1,7375.
100.	0,0005343.	0,0002068.	0,0000722.	2,864.	2,0837.	1,6203.
101.	0,0003275.	0,0001346.	0,0000503.	2,676.	1,9331.	1,5030.
102.	0,0001929.	0,0000843.	0,0000338.	2,494.	1,7883.	1,3387.
103.	0,0001086.	0,0000505.	0,0000217.	2,327.	1,6505.	1,2669.
104.	0,0000581.	0,0000288.	0,0000133.	2,165.	1,5174.	1,1428.
105.	0,0000293.	0,0000155.	0,0000077.	2,006.	1,3902.	1,0119.
106.	0,0000138.	0,0000078.	0,0000042.	1,861.	1,2692.	0,9286.
107.	0,0000060.	0,0000036.	0,0000021.	1,725.	1,1667.	0,8571.
108.	0,0000024.	0,0000015.	0,0000009.	1,599.	1,1000.	0,8333.
109.	0,0000009.	0,0000006.	0,0000004.	1,483.	1,0000.	0,7500.
110.	0,0000003.	0,0000002.	0,0000002.	1,378.	1,0000.	
111.						

TABLE II.

AGES.	SOMME DES VIVANS	VIVANS	DIFFÉRENCES.	VIE MOYENNE des individus qui ont eu la petite vérole.	Nombre d'années pendant lequel un individu qui n'a pas eu la petite vérole à l'âge a existera	
	Qui ont eu la petite vérole.				sans avoir la petite vérole.	après avoir eu la petite vérole.
x	$Sw = Sy - Sn$	$w = y - n$	Δw	$\frac{\frac{w_a}{z_a} \int z \partial x}{w_a}$	$\frac{\int n \partial x}{n_a}$	$\frac{\int (h-n) \partial x}{n_a} = \frac{\int w \partial x - \frac{w_a}{z_a} z \partial x}{n_a}$
0.	23,3129978.	0,0000000.	+ 0,0736101.	32,2558.	5,4502.	23,3130.
1.	23,3129978.	0,0736101.	0,0427740.	39,9930.	6,6337.	29,3009.
2.	23,2393877.	0,1163841.	0,0406983.	43,1561.	7,1628.	32,6915.
3.	23,1230036.	0,1570824.	0,0395867.	44,3362.	7,4148.	34,3873.
4.	22,9659212.	0,1966691.	0,0371705.	44,6112 *m.*	7,5420.	35,0557.
5.	22,7692521.	0,2338396.	0,0339893.	44,4235.	7,6051.	35,1101 *max.*
6.	22,5354125.	0,2678289.	0,0305225.	43,9830.	7,6321.	34,8044.
7.	22,2675836.	0,2983514.	0.0270533.	43,3996.	7,6376 *m.*	34,2824.
8.	21,9692322.	0,3254047.	0,0237243.	42,7361.	7,6298.	33,6399.
9.	21,6438275.	0,3491290.	0,0206015.	42,0304.	7,6139.	32,9294.
10.	21,2946985.	0,3697305.	0.0177118.	41,3056.	7,5931.	32,1840.
11.	20,9249680.	0,3874423.	0,0150612.	40,5758.	7,5693.	31,4243.
12.	20,5375257.	0,4025035.	0,0126456.	39,8495.	7,5439.	30,6631.
13.	20,1350222.	0,4151491.	0,0104545.	39,1319.	7,5178.	29,9082.
14.	19,7198731.	0,4256036.	0,0084753.	38,4256.	7,4915.	29,1656.
15.	19,2942695.	0,4340789.	0,0066934.	37,7320.	7,4653.	28,4388.
16.	18,8601906.	0,4407723.	0,0050938.	37,0516.	7,4394.	27,7302.
17.	18,4194183.	0,4458661.	0,0036616.	36,3843.	7,4140.	27,0418.
18.	17,9735522.	0,4495277.	0,0023827.	35,7296.	7,3890.	26,3752.
19.	17,5240245.	0,4519104.	0,0012432.	35,0870.	7,3646.	25,7302.
20.	17,0721141.	0,4531536.	0,0002305.	34,4556.	7,3407.	25,1083.
21.	16,6189605.	0,4533841 *max.*	— 0,0006678.	33,8346.	7,3173.	24,5084.
22.	16,1655764.	0,4527163.	0,0014622.	33,2230.	7,2944.	23,9303.
23.	15,7128601.	0,4512541.	0,0021635.	32,6200.	7,2719.	23,3733.
24.	15,2616060.	0,4490906.	0,0027805.	32,0247.	7,2496.	22,8361.
25.	14,8125154.	0,4463101.	0,0033222.	31,4360.	7,2276.	22,3171.
26.	14,3662053.	0,4429879.	0,0037966.	30,8530.	7,2057.	21,8145.
27.	13,9232174.	0,4391913.	0,0042109.	30,2749.	7,1838.	21,3268.
28.	13,4840261.	0,4349804.	0,0045716.	29,7008.	7,1618.	20,8530.
29.	13,0490457.	0,4304088.	0,0048852.	29,1298.	7,1394.	20,3889.
30.	12,6186369.	0,4255236.	0,0051572.	28,5613.	7,1166.	19,9333.
31.	12,1931133.	0,4203664.	0,0053928.			
32.	11,7727469.	0,4149736.	0,0055970.			
33.	11,3577733.	0,4093766.	0,0057743.			
34.	10,9483967.	0,4036023.	0,0059287.			
35.	10,5447944.	0,3976736.	0,0060642.	25,7337.	6,9901.	17,7252.
36.	10,1471208.	0,3916094.	0,0061843.			
37.	9,7555114.	0,3854251.	0,0062921.			
38.	9,3700863.	0,3791330.	0,0063907.			
39.	8,9909533.	0,3727423.	0,0064829.			
40.	8,6182110.	0,3662594.	0,0065710.	22,8973.	6,8261.	15,5011.
41.	8,2519516.	0,3596884.	0,0066576.			
42.	7,8922632.	0,3530308.	0,0067440.			
43.	7,5392324.	0,3462868.	0,0068327.			
44.	7,1929456.	0,3394541.	0,0069248.			
45.	6,8534915.	0,3325293.	0,0070217.	20,0490.	6,6032.	13,1958.
46.	6,5209622.	0,3255076.	0,0071243.			
47.	6,1954546.	0,3183833.	0,0072337.			
48.	5,8770713.	0,3111496.	0,0073502.			
49.	5,5659217.	0,3037994.	0,0074741.			
50.	5,2621223.	0,2963253.	0,0076056.	17,2307.	6,3048.	10,8453.
51.	4,9657970.	0,2887197.	0,0077445.			
52.	4,6770773.	0,2809752.	0,0078903.			
53.	4,3961021.	0,2730849.	0,0080421.			
54.	4,1230172.	0,2650428.	0,0081994.			
55.	3,8579744.	0,2568434.	0,0083604.	14,5091.	5,9209.	8,5882.

Suite de la TABLE II.

AGES.	SOMME DES VIVANS	VIVANS	DIFFÉRENCES.
	Qui ont eu la petite vérole.		
x	$Sw = Sy - Sn$	$w = y - n$	Δw
56.	3,6011310.	0,2484830.	— 0,0085242.
57.	3,3526480.	0,2399588.	0,0086883.
58.	3,1126892.	0,2312705.	0,0088511.
59.	2,8814187.	0,2224194.	0,0090100.
60.	2,6589993.	0,2134094.	0,0091625.
61.	2,4455899.	0,2042469.	0,0093055.
62.	2,2413430.	0,1949414.	0,0094357.
63.	2,0464016.	0,1855057.	0,0095500.
64.	1,8608959.	0,1759557.	0,0096447.
65.	1,6849402.	0,1663110.	0,0097157.
66.	1,5186292.	0,1565953.	0,0097594.
67.	1,3620339.	0,1468359.	0,0097715 *max.*
68.	1,2151980.	0,1370644.	0,0097483.
69.	1,0781336.	0,1273161.	0,0096860.
70.	0,9508175.	0,1176301.	0,0095807.
71.	0,8331874.	0,1080494.	0,0094294.
72.	0,7251380.	0,0986200.	0,0092295.
73.	0,6265180.	0,0893905.	0,0089784.
74.	0,5371275.	0,0804121.	0,0086752.
75.	0,4567154.	0,0717369.	0,0083193.
76.	0,3849785.	0,0634176.	0,0079114.
77.	0,3215609.	0,0555062.	0,0074535.
78.	0,2660547.	0,0480527.	0,0069487.
79.	0,2180020.	0,0411040.	0,0064014.
80.	0,1768980.	0,0347026.	0,0058180.
81.	0,1421954.	0,0288846.	0,0052058.
82.	0,1133108.	0,0236788.	0,0045732.
83.	0,0896320.	0,0191056.	0,0039309.
84.	0,0705264.	0,0151767.	0,0032895.
85.	0,0553517.	0,0118852.	0,0026612.
86.	0,0434665.	0,0092240.	0,0020589.
87.	0,0342425.	0,0071651.	0,0014952.
88.	0,0270774.	0,0056699.	0,0009843.
89.	0,0214075.	0,0046856.	0,0008557.
90.	0,0167219.	0,0038299.	0,0007365.
91.	0,0128920.	0,0030934.	0,0006271.
92.	0,0097986.	0,0024663.	0,0005281.
93.	0,0073323.	0,0019382.	0,0004388.
94.	0,0053941.	0,0014994.	0,0003594.
95.	0,0038947.	0,0011400.	0,0002898.
96.	0,0027547.	0,0008502.	0,0002295.
97.	0,0019045.	0,0006207.	0,0001783.
98.	0,0012838.	0,0004424.	0,0001353.
99.	0,0008416.	0,0003071.	0,0001003.
100.	0,0005343.	0,0002068.	0,0000722.
101.	0,0003275.	0,0001346.	0,0000503.
102.	0,0001929.	0,0000843.	0,0000338.
103.	0,0001086.	0,0000505.	0,0000217.
104.	0,0000581.	0,0000288.	0,0000133.
105.	0,0000293.	0,0000155.	0,0000077.
106.	0,0000138.	0,0000078.	0,0000042.
107.	0,0000060.	0,0000036.	0,0000021.
108.	0,0000024.	0,0000015.	0,0000009.
109.	0,0000009.	0,0000006.	0,0000004.
110.	0,0000003.	0,0000002.	0,0000002.

TABLE III.

AGES.	SOMME DES VIVANS	VIVANS	DIFFÉRENCES.	N'ONT PAS EU la petite vérole, un sur	VIE MOYENNE de ceux qui attendent la petite vérole.
	Qui n'ont pas eu la petite vérole.				
x	Sn	$n = z \cdot e^{-\frac{x}{n}}$	Δn	$\frac{y}{n}$	$\frac{Sy - \frac{w_a}{z_a} . Sz}{h_a} - \frac{1}{2}$
0.	5,9501943.	1,0000000.	— 0,3060854.	1,000.	28,7632.
1.	4,9501943.	0,6939146.	0,1384646.	1,106.	35,9346.
2.	4,2562797.	0,5554500.	0,0878640.	1,210.	39,8543.
3.	3,7008297.	0,4675860.	0,0655417.	1,336.	41,8021.
4.	3,2332437.	0,4020443.	0,0527330.	1,489.	42,5977.
5.	2,8311994.	0,3493113.	0,0441152.	1,669.	42,7152 *max.*
6.	2,4818881.	0,3051961.	0,0377096.	1,878.	42,4345.
7.	2,1766920.	0,2674865.	0,0326466.	2,115.	41,9200.
8.	1,9092055.	0,2348399.	0,0284825.	2,385.	41,2697.
9.	1,6743656.	0,2063574.	0,0249663.	2,692.	40,5433.
10.	1,4680082.	0,1813911.	0,0219452.	3,038.	39,7771.
11.	1,2866171.	0,1594459.	0,0193193.	3,430.	38,9936.
12.	1,1271712.	0,1401266.	0,0170207.	3,872.	38,2070.
13.	0,9870446.	0,1231059.	0,0149990.	4,372.	37,4260.
14.	0,8639387.	0,1081069.	0,0132165.	4,937.	36,6571.
15.	0,7558318.	0,0948904.	0,0116424.	5,575.	35,9041.
16.	0,6609414.	0,0832480.	0,0102514.	6,295.	35,1696.
17.	0,5776934.	0,0729966.	0,0090221.	7,108.	34,4558.
18.	0,5046968.	0,0639745.	0,0079359.	8,027.	33,7642.
19.	0,4407223.	0,0560386.	0,0069763.	9,064.	33,0948.
20.	0,3846837.	0,0490623.	0,0061294.	10,236.	32,4490.
21.	0,3356214.	0,0429329.	0,0053818.	11,560.	31,8257.
22.	0,2926885.	0,0375511.	0,0047227.	13,056.	31,2247.
23.	0,2551374.	0,0328284.	0,0041420.	14,746.	30,6452.
24.	0,2223090.	0,0286864.	0,0036305.	16,655.	30,0857.
25.	0,1936226.	0,0250559.	0,0031804.	18,813.	29,5447.
26.	0,1685667.	0,0218755.	0,0027846.	21,250.	29,0202.
27.	0,1466912.	0,0190909.	0,0024367.	24,005.	28,5106.
28.	0,1276003.	0,0166542.	0,0021314.	27,118.	28,0148.
29.	0,1109461.	0,0145228.	0,0018632.	30,637.	27,5283.
30.	0,0964233.	0,0126596.	0,0016282.	34,613.	27,0499.
31.	0,0837637.	0,0110314.	0,0014222.	39,107.	
32.	0,0727323.	0,0096092.	0,0012418.	44,185.	
33.	0,0631231.	0,0083674.	0,0010838.	49,925.	
34.	0,0547557.	0,0072836.	0,0009456.	56,412.	
35.	0,0474721.	0,0063380.	0,0008248.	63,744.	24,7153.
36.	0,0411341.	0,0055132.	0,0007192.	72,031.	
37.	0,0356209.	0,0047940.	0,0006269.	81,397.	
38.	0,0308269.	0,0041671.	0,0005463.	91,982.	
39.	0,0266598.	0,0036208.	0,0004760.	103,945.	
40.	0,0230390.	0,0031448.	0,0004147.	117,466.	22,3272.
41.	0,0198942.	0,0027301.	0,0003610.	132,747.	
42.	0,0171641.	0,0023691.	0,0003144.	150,018.	
43.	0,0147950.	0,0020547.	0,0002737.	169,536.	
44.	0,0127403.	0,0017810.	0,0002381.	191,596.	
45.	0,0109593.	0,0015429.	0,0002072.	216,528.	19,7990.
46.	0,0094164.	0,0013357.	0,0001803.	244,705.	
47.	0,0080807.	0,0011554.	0,0001567.	276,550.	
48.	0,0069253.	0,0009987.	0,0001362.	312,540.	
49.	0,0059266.	0,0008625.	0,0001183.	353,214.	
50.	0,0050641.	0,0007442.	0,0001028.	399,183.	17,1501.
51.	0,0043199.	0,0006414.	0,0000892.	451,135.	
52.	0,0036785.	0,0005522.	0,0000774.	509,849.	
53.	0,0031263.	0,0004748.	0,0000672.	576,205.	
54.	0,0026515.	0,0004076.	0,0000581.	651,197.	
55.	0,0022439.	0,0003495.	0,0000504.	735,950.	14,5091.

Suite de la TABLE III.

AGES.	SOMME DES VIVANS — Qui n'ont pas eu la petite vérole.	VIVANS — Qui n'ont pas eu la petite vérole.	DIFFÉRENCES.
x	Sn	n	Δn
56.	0,0018944.	0,0002991.	— 0,0000435.
57.	0,0015953.	0,0002556.	0,0000377.
58.	0,0013397.	0,0002179.	0,0000325.
59.	0,0011218.	0,0001854.	0,0000280.
60.	0,0009364.	0,0001574.	0,0000241.
61.	0,0007790.	0,0001333.	0,0000207.
62.	0,0006457.	0,0001126.	0,0000178.
63.	0,0005331.	0,0000948.	0,0000153.
64.	0,0004383.	0,0000795.	0,0000130.
65.	0,0003588.	0,0000665.	0,0000111.
66.	0,0002923.	0,0000554.	0,0000094.
67.	0,0002369.	0,0000460.	0,0000080.
68.	0,0001909.	0,0000380.	0,0000068.
69.	0,0001529.	0,0000312.	0,0000057.
70.	0,0001217.	0,0000255.	0,0000048.
71.	0,0000962.	0,0000207.	0,0000040.
72.	0,0000755.	0,0000167.	0,0000033.
73.	0,0000588.	0,0000134.	0,0000027.
74.	0,0000454.	0,0000107.	0,0000023.
75.	0,0000347.	0,0000084.	0,0000018.
76.	0,0000263.	0,0000066.	0,0000015.
77.	0,0000197.	0,0000051.	0,0000012.
78.	0,0000146.	0,0000039.	0,0000009.
79.	0,0000107.	0,0000030.	0,0000008.
80.	0,0000077.	0,0000022.	0,0000006.
81.	0,0000055.	0,0000016.	0,0000005.
82.	0,0000039.	0,0000012.	0,0000004.
83.	0,0000027.	0,0000008.	0,0000002.
84.	0,0000019.	0,0000006.	0,0000002.
85.	0,0000013.	0,0000004.	0,0000001.
86.	0,0000009.	0,0000003.	0,0000001.
87.	0,0000006.	0,0000002.	0,0000001.
88.	0,0000004.	0,0000001.	0,0000000.
89.	0,0000003.	0,0000001.	0,0000000.
90.	0,0000002.	0,0000001.	0,0000000.
91.	0,0000001.	0,0000001.	0,.......
92.	0,0000000.	0,0000000.	
93.			
94.			
95.			
96.			
97.			
98.			
99.			
100.			
101.			
102.			
103.			
104.			
105.			
106.			
107.			
108.			
109.			
110.			

TABLE IV.

AGES.	SOMME DES VIVANS	VIVANS	PRENDRONT LA PETITE VÉROLE dans l'année.	VIE MOYENNE Des individus qui doivent être attaqués de la petite vérole.
	Qui auront la petite vérole.			
x	$S\mu$	μ	$\Delta\mu = \frac{1}{2n}(n_x + n_{x+1})$	$\frac{S(\mu+w) - \frac{w_a}{z_a} S z}{\mu} - \frac{1}{2}$
0.	5,1158636.	0,6668358.	— 0,1036260.	42,1340.
1.	4,4490278.	0,5632098.	0,0764303.	43,5000.
2.	3,8858180.	0,4867795.	0,0625847.	44,7861.
3.	3,3990385.	0,4241948.	0,0532000.	45,4201.
4.	2,9748437.	0.3709948.	0,0459645.	45,5008 *max.*
5.	2,6038489.	0,3250303.	0,0400398.	45,2441.
6.	2,2788186.	0,2849905.	0,0350341.	44,7660.
7.	1,9938281.	0,2499564.	0,0307300.	44,1634.
8.	1,7438717.	0,2192264.	0,0269904.	43,4904.
9.	1,5246453.	0,1922360.	0,0237207.	42,7795.
10.	1,3324093.	0,1685153.	0,0208508.	42,0499.
11.	1,1638940.	0,1476645.	0,0183265.	41,3135.
12.	1,0162295.	0,1293380.	0,0161034.	40,5779.
13.	0,8868915.	0,1132346.	0,0141445.	39,8477.
14.	0,7736569.	0,0990901.	0,0124184.	39,1272.
15.	0,6745668.	0,0866717.	0,0108977.	38,4184.
16.	0,5878951.	0,0757740.	0,0095583.	37,7239.
17.	0,5121211.	0,0662157.	0,0083793.	37,0462.
18.	0,4459054.	0,0578364.	0,0073418.	36,3841.
19.	0,3880690.	0,0504946.	0,0064296.	35,7407.
20.	0,3375744.	0,0440650.	0,0056279.	35,1167.
21.	0,2935094.	0,0384371.	0,0049236.	34,5112.
22.	0,2550723.	0,0335135.	0,0043055.	33,9246.
23.	0,2215588.	0,0292080.	0,0037632.	33,3561.
24.	0,1923508.	0,0254448.	0,0032877.	32,804.
25.	0,1669060.	0,0221571.	0,0028711.	32,270.
26.	0,1447489.	0,0192860.	0,0025061.	31,749.
27.	0,1254629.	0,0167799.	0,0021867.	31,242.
28.	0,1086830.	0,0145932.	0,0019073.	30,745.
29.	0,0940898.	0,0126859.	0,0016629.	30,259.
30.	0,0814039.	0,0110230.	0,0014493.	29,778.
31.	0,0703809.	0,0095737.	0,0012627.	
32.	0,0608072.	0,0083110.	0,0010997.	
33.	0,0524962.	0,0072113.	0,0009575.	
34.	0,0452849.	0,0062538.	0,0008333.	
35.	0,0390311.	0,0054205.	0,0007250.	27,425.
36.	0,0336106.	0,0046955.	0,0006306.	
37.	0,0289151.	0,0040649.	0,0005482.	
38.	0,0248502.	0,0035167.	0,0004764.	
39.	0,0213335.	0,0030403.	0,0004139.	
40.	0,0182932.	0,0026264.	0,0003594.	25,025.
41.	0,0156668.	0,0022670.	0,0003119.	
42.	0,0133998.	0,0019551.	0,0002706.	
43.	0,0114447.	0,0016845.	0,0002347.	
44.	0,0097602.	0,0014498.	0,0002033.	
45.	0,0083104.	0,0012465.	0,0001761.	22,500.
46.	0,0070639.	0,0010704.	0,0001524.	
47.	0,0059935.	0,0009180.	0,0001318.	
48.	0,0050755.	0,0007862.	0,0001139.	
49.	0,0042893.	0,0006723.	0,0000983.	
50.	0,0036170.	0,0005740.	0,0000848.	19,866.
51.	0,0030430.	0,0004892.	0,0000730.	
52.	0,0025538.	0,0004162.	0,0000628.	
53.	0,0021376.	0,0003534.	0,0000540.	
54.	0,0017842.	0,0002994.	0,0000463.	
55.	0,0014848.	0,0002531.	0,0000397.	

Suite de la TABLE IV.

AGES.	SOMME DES VIVANS	VIVANS	PRENDRONT LA PETITE VÉROLE dans l'année.
	Qui auront la petite vérole.		
x	$S\mu$	μ	$\Delta\mu$
56.	0,0012317.	0,0002134.	— 0,0000339.
57.	0,0010183.	0,0001795.	0,0000290.
58.	0,0008388.	0,0001505.	0,0000247.
59.	0,0006883.	0,0001258.	0,0000210.
60.	0,0005625.	0,0001048.	0,0000178.
61.	0,0004577.	0,0000870.	0,0000150.
62.	0,0003707.	0,0000720.	0,0000127.
63.	0,0002987.	0,0000593.	0,0000107.
64.	0,0002394.	0,0000486.	0,0000089.
65.	0,0001908.	0,0000397.	0,0000075.
66.	0,0001511.	0,0000322.	0,0000062.
67.	0,0001189.	0,0000260.	0,0000051.
68.	0,0000929.	0,0000209.	0,0000042.
69.	0,0000720.	0,0000167.	0,0000035.
70.	0,0000553.	0,0000132.	0,0000028.
71.	0,0000421.	0,0000104.	0,0000023.
72.	0,0000317.	0,0000081.	0,0000018.
73.	0,0000236.	0,0000063.	0,0000015.
74.	0,0000173.	0,0000048.	0,0000012.
75.	0,0000125.	0,0000036.	0,0000009.
76.	0,0000089.	0,0000027.	0,0000007.
77.	0,0000062.	0,0000020.	0,0000006.
78.	0,0000042.	0,0000014.	0,0000004.
79.	0,0000028.	0,0000010.	0,0000003.
80.	0,0000018.	0,0000007.	0,0000002.
81.	0,0000011.	0,0000005.	0,0000002.
82.	0,0000006.	0,0000003.	0,0000001.
83.	0,0000003.	0,0000002.	0,0000001.
84.	0,0000001.	0,0000001.	0,0000001.
85.	0,0000000.	0,0000000.	
86.			
87.			
88.			
89.			
90.			
91.			
92.			
93.			
94.			
95.			
96.			
97.			
98.			
99.			
100.			
101.			
102.			
103.			
104.			
105.			
106.			
107.			
108.			
109.			
110.			

TABLE V.

TABLE V.

AGES.	SOMME DES VIVANS	VIVANS	AURONT la petite vérole dans l'année et en réchapperont.	Intensité du danger de mourir de la petite vérole lorsqu'on en est attaqué.	VIE MOYENNE des individus qui doivent prendre la petite vérole et en réchapper.
	Qui auront la petite vérole et en réchapperont.				
x	$S\mu - S\nu = S\sigma$	$\mu - \nu = \sigma$	$\Delta\mu - \Delta\nu = \Delta\sigma$	$1 : \left(m_x = \dfrac{n_x}{\dfrac{-\partial\nu_x}{\partial x} \cdot n} \right)$	$\dfrac{S(\sigma + w) - \dfrac{w_a}{z_a} Sz}{\sigma} - \frac{1}{2}$
0.	4,7356173.	0,5811513.	— 0,0849024.	1 sur 13,376350.	47,7639.
1.	4,1544660.	0,4962489.	0,0528052.	3,000000 *max.*	48,8437 *max.*
2.	3,6582171.	0,4434437.	0,0477242.	3,586313.	48,6984.
3.	3,2147734.	0,3957195.	0,0447810.	5,311315.	48,2588.
4.	2,8190539.	0,3509385.	0,0411849.	8,108270.	47,6937.
5.	2,4681154.	0,3097536.	0,0372315.	12,23744.	47,0619.
6.	2,1583618.	0,2725221.	0,0332759.	17,57852.	46,3950.
7.	1,8858397.	0,2392462.	0,0295365.	23,50990.	45,7115.
8.	1,6465935.	0,2097097.	0,0261058.	28,87725.	45,0229.
9.	1,4368838.	0,1836039.	0,0230097.	32,61258.	44,3362.
10.	1,2532799.	0,1605942.	0,0202406.	34,25957 *min.*	43,6559.
11.	1,0926857.	0,1403536.	0,0177771.	34,06857.	42,9842.
12.	0,9523321.	0,1225765.	0,0155924.	32,58192.	42,3225.
13.	0,8297556.	0,1069841.	0,0136595.	30,38063.	41,6710.
14.	0,7227715.	0,0933246.	0,0119529.	27,89441.	41,0300.
15.	0,6294469.	0,0813717.	0,0104487.	25,41018.	40,3987.
16.	0,5480752.	0,0709230.	0,0091251.	23,08793.	39,7769.
17.	0,4771522.	0,0617979.	0,0079626.	21,00273.	39,1634.
18.	0,4153543.	0,0538353.	0,0069431.	19,17901.	38,5577.
19.	0,3615190.	0,0468922.	0,0060507.	17,61387.	37,9586.
20.	0,3146268.	0,0408415.	0,0052705.	16,28631.	37,3659.
21.	0,2737853.	0,0355710.	0,0045893.	15,17560.	36,7778.
22.	0,2382143.	0,0309817.	0,0039956.	14,25241.	36,1936.
23.	0,2072326.	0,0269861.	0,0034783.	13,50110.	35,6127.
24.	0,1802465.	0,0235078.	0,0030281.	12,89042.	35,034.
25.	0,1567387.	0,0204797.	0,0026367.	12,41842.	34,457.
26.	0,1362590.	0,0178430.	0,0022962.	12,05843.	33,881.
27.	0,1184160.	0,0155468.	0,0020004.	11,80886.	33,306.
28.	0,1028692.	0,0135464.	0,0017432.	11,65305.	32,730.
29.	0,0893228.	0,0118032.	0,0015196.	11,59542 *max.*	32,155.
30.	0,0775196.	0,0102836.	0,0013252.	11,62146.	31,577.
31.	0,0672360.	0,0089584.	0,0011560.	11,74056.	
32.	0,0582776.	0,0078024.	0,0010087.	11,94562.	
33.	0,0504752.	0,0067937.	0,0008804.	12,24298.	
34.	0,0436815.	0,0059133.	0,0007685.	12,63690.	
35.	0,0377682.	0,0051448.	0,0006709.	13,13445.	28,677.
36.	0,0326234.	0,0044739.	0,0005858.	13,74941.	
37.	0,0281495.	0,0038881.	0,0005114.	14,48263.	
38.	0,0242614.	0,0033767.	0,0004463.	15,38475.	
39.	0,0208847.	0,0029304.	0,0003896.	16,43200.	
40.	0,0179543.	0,0025408.	0,0003398.	17,71484.	25,752.
41.	0,0154135.	0,0022010.	0,0002963.	19,19743.	
42.	0,0132125.	0,0019047.	0,0002583.	21,03452.	
43.	0,0113078.	0,0016464.	0,0002251.	23,14830.	
44.	0,0096614.	0,0014213.	0,0001958.	25,87980.	
45.	0,0082401.	0,0012255.	0,0001704.	28,95246.	22,837.
46.	0,0070146.	0,0010551.	0,0001481.	33,08084.	
47.	0,0059595.	0,0009070.	0,0001286.	37,79943.	
48.	0,0050525.	0,0007784.	0,0001115.	44,59764.	
49.	0,0042741.	0,0006669.	0,0000966.	51,73168.	
50.	0,0036072.	0,0005703.	0,0000836.	63,23103.	19,980.
51.	0,0030369.	0,0004867.	0,0000721.	75,45833.	
52.	0,0025502.	0,0004146.	0,0000622.	96,51349.	
53.	0,0021356.	0,0003524.	0,0000536.	121,0154.	
54.	0,0017832.	0,0002988.	0,0000460.	155,8575.	
55.	0,0014844.	0,0002528.	0,0000395.	213,7901.	

Suite de la TABLE V.

AGES.	SOMME DES VIVANS — Qui auront la petite vérole et en réchapperont.	VIVANS — Qui auront la petite vérole et en réchapperont.	AURONT la petite vérole dans l'année et en réchapperont.
x	$S\mu - S\nu = S\sigma$	$\mu - \nu = \sigma$	$\Delta\mu - \Delta\nu = \Delta\sigma$
56.	0,0012316.	0,0002133.	— 0,0000338.
57.	0,0010183.	0,0001795.	0,0000290.
58.	0,0008388.	0,0001505.	0,0000247.
59.	0,0006883.	0,0001258.	0,0000210.
60.	0,0005625.	0,0001048.	0,0000178.
61.	0,0004577.	0,0000870.	0,0000150.
62.	0,0003707.	0,0000720.	0,0000127.
63.	0,0002987.	0,0000593.	0,0000107.
64.	0,0002394.	0,0000486.	0,0000089.
65.	0,0001908.	0,0000397.	0,0000075.
66.	0,0001511.	0,0000322.	0,0000062.
67.	0,0001189.	0,0000260.	0,0000051.
68.	0,0000929.	0,0000209.	0,0000042.
69.	0,0000720.	0,0000167.	0,0000035.
70.	0,0000553.	0,0000132.	0.0000028.
71.	0,0000421.	0,0000104.	0,0000023.
72.	0,0000317.	0,0000081.	0,0000018.
73.	0,0000236.	0,0000063.	0,0000015.
74.	0,0000173.	0,0000048.	0,0000012.
75.	0,0000125.	0,0000036.	0,0000009.
76.	0,0000089.	0,0000027.	0,0000007.
77.	0,0000062.	0,0000020.	0,0000006.
78.	0,0000042.	0,0000014.	0,0000004.
79.	0,0000028.	0,0000010.	0,0000003.
80.	0,0000018.	0,0000007.	0,0000002.
81.	0,0000011.	0,0000005.	0,0000002.
82.	0,0000006.	0,0000003.	0,0000001.
83.	0,0000003.	0,0000002.	0,0000001.
84.	0,0000001.	0,0000001.	0,0000001.
85.	0,0000000.	0, ...	
86.			
87.			
88.			
89.			
90.			
91.			
92.			
93.			
94.			
95.			
96.			
97.			
98.			
99.			
100.			
101.			
102.			
103.			
104.			
105.			
106.			
107.			
108.			
109.			
110.			

TABLE VI.

AGES.	SOMME DES VIVANS	VIVANS	MORTS DE LA PETITE VÉROLE dans l'année.	RAPPORT du nombre des morts de la petite verole, au nombre total des morts dans l'année.	VIE MOYENNE des individus destinés à mourir de la petite vérole.
	Qui mourront de le petite vérole.				
x	$S.v$	v	$\Delta v = \frac{\Delta \mu}{(m)}$ $\Delta v = \frac{1}{2n}\left(\frac{n_x}{m_x} + \frac{n_{x+1}}{m_{x+1}}\right)$	$r = \frac{\Delta v}{\Delta y}$	$\frac{Sv}{v} - \frac{1}{2}$
0.	0,3802463.	0,0856845.	— 0,0187236.	0,0805400.	3,9378.
1.	0,2945618.	0,0669609.	0,0236251 *max.*	0,2468900.	3,8990 *min.*
2.	0,2276009.	0,0433358.	0,0148605.	0,3150702.	4,7520.
3.	0,1842651.	0,0284753.	0,0084190.	0,3243685 *max.*	5,9711.
4.	0,1557898.	0,0200563.	0,0047796.	0,3071208.	7,2677.
5.	0,1357335.	0,0152767.	0,0028083.	0,2773427.	8,3850.
6.	0,1204568.	0,0124684.	0,0017582.	0,2446260.	9,1610.
7.	0,1079884.	0.0107102.	0,0011935.	0,2133859.	9,5828.
8.	0,0972782.	0,0095167.	0,0008846.	0,1859083.	9,7219 *max.*
9.	0,0877615.	0,0086321.	0,0007110.	0,1628952.	9,6669.
10.	0,0791294.	0,0079211.	0,0006102.	0,1441416.	9,4897.
11.	0,0712083.	0,0073109.	0,0005494.	0,1290280.	9,2401.
12.	0,0638974.	0,0067615.	0,0005110.	0,1167947.	8,9503.
13.	0,0571359.	0,0062505.	0,0004850.	0,1067171.	8,6411.
14.	0,0508854.	0,0057655.	0,0004655.	0,0981899.	8,3259.
15.	0,0451199.	0,0053000.	0,0004490.	0,0907321.	8,0133.
16.	0,0398199.	0,0048510.	0,0004332.	0,0839934.	7,7088.
17.	0,0349689.	0,0044178.	0,0004167.	0,0777325.	7,4156.
18.	0,0305511.	0,0040011.	0,0003987.	0,0717953.	7,1358.
19.	0,0265500.	0,0036024.	0,0003789.	0,0660926.	6,8702.
20.	0,0229476.	0,0032235.	0,0003574.	0,0605815.	6,6190.
21.	0,0197241.	0,0028661.	0,0003343.	0,0552514.	6,3820.
22.	0,0168580.	0,0025318.	0,0003099.	0,0501113.	6,1585.
23.	0,0143262.	0,0022219.	0,0002849.	0,0451815.	5,9478.
24.	0,0121043.	0,0019370.	0,0002596.	0,0404859.	5,7491.
25.	0,0101673.	0,0016774.	0,0002344.	0,0360490.	5,5613.
26.	0,0084899.	0,0014430.	0,0002099.	0,0318915.	5,3835.
27.	0,0070469.	0,0012331.	0,0001863.	0,0280299.	5,2147.
28.	0,0058138.	0,0010468.	0,0001641.	0,0244743.	5,0539.
29.	0,0047670.	0,0008827.	0,0001433.	0,0212288.	4,9002.
30.	0,0038843.	0,0007394.	0,0001241.	0,0182916.	4,7527.
31.	0,0031449.	0,0006153.	0,0001067.	0,0156556.	
32.	0,0025296.	0,0005086.	0,0000910.	0,0133096.	
33.	0,0020210.	0,0004176.	0,0000771.	0,0112382.	
34.	0,0016034.	0,0003405.	0,0000648.	0,0094236.	
35.	0,0012629.	0,0002757.	0,0000541.	0,0078464.	4,0790.
36.	0,0009872.	0,0002216.	0,0000448.	0,0064860.	
37.	0,0007656.	0,0001768.	0,0000368.	0,0053214.	
38.	0,0005888.	0,0001400.	0,0000301.	0,0043320.	
39.	0,0004488.	0,0001099.	0,0000243.	0,0034979.	
40.	0,0003389.	0,0000856.	0,0000196.	0,0028002.	3,4517.
41.	0,0002533.	0,0000660.	0,0000156.	0,0022213.	
42.	0,0001873.	0,0000504.	0,0000123.	0,0017451.	
43.	0,0001369.	0,0000381.	0,0000096.	0,0013568.	
44.	0,0000988.	0,0000285.	0,0000075.	0,0010431.	
45.	0,0000703.	0,0000210.	0,0000057.	0,0007923.	2,8192.
46.	0,0000493.	0,0000153.	0,0000043.	0,0005940.	
47.	0,0000340.	0,0000110.	0,0000032.	0,0004390.	
48.	0,0000230.	0,0000078.	0,0000024.	0,0003194.	
49.	0,0000152.	0,0000054.	0,0000017.	0,0002286.	
50.	0,0000098.	0,0000037.	0,0000012.	0,0001605.	2,1203.
51.	0,0000061.	0,0000025.	0,0000009.	0,0001105.	
52.	0,0000036.	0,0000016.	0,0000006.	0,0000744.	
53.	0,0000020.	0,0000010.	0,0000004.	0,0000489.	
54.	0,0000010.	0,0000006.	0,0000003.	0,0000313.	
55.	0,0000004.	0,0000003.	0,0000002.	0,0000195.	0,8333.
56.	0,0000001.	0,0000001.	0,0000001.	0,0000117.	

TABLE VII.

AGES.	SOMME DES VIVANS	VIVANS.	MORTS.	VIE MOYENNE de ceux qui meurent de maladies la même année qu'ils ont eu la petite vérole.
	Qui mourront de maladies la même année qu'ils auront la petite vérole.			
x	$S.S.\frac{1}{\alpha}\frac{\Delta z}{z}\Delta\sigma$	$S.\frac{1}{\alpha}\frac{\Delta z}{z}\Delta\sigma$	$\frac{1}{\alpha}\frac{\Delta z}{z}.\Delta\sigma = \Delta h - (\Delta n - \Delta\sigma)$	$\frac{S.S\frac{1}{\alpha}\frac{\Delta z}{z}\Delta\sigma}{S\frac{1}{\alpha}\frac{\Delta z}{z}\Delta\sigma} - \frac{1}{2}$
0.	0,0538606.	0,0188170.	0,0112923.	2,3623.
1.	0,0350436.	0,0075247.	0,0030117.	4,1571.
2.	0,0275189.	0,0045130.	0,0013670.	5,5977.
3.	0,0230059.	0,0031460.	0,0007547.	6,8127.
4.	0,0198599.	0,0023913.	0,0004582.	7,8051.
5.	0,0174686.	0,0019331.	0,0003008.	8,5366.
6.	0,0155355.	0,0016323.	0,0002121.	9,0176.
7.	0,0139032.	0,0014202.	0,0001609.	9,2896.
8.	0,0124830.	0,0012593.	0,0001299.	9,4126.
9.	0,0112237.	0,0011294.	0,0001103.	9,4378 *max.*
10.	0,0100943.	0,0010191.	0,0000968.	9,4053.
11.	0,0090752.	0,0009223.	0,0000872.	9,3397.
12.	0,0081529.	0,0008351.	0,0000782.	9,2628.
13.	0,0073178.	0,0007569.	0,0000725.	9,1681.
14.	0,0065609.	0,0006844.	0,0000665.	9,0864.
15.	0,0058765.	0,0006179.	0,0000610.	9,0104.
16.	0,0052586.	0,0005569.	0,0000558.	8,9422.
17.	0,0047017.	0,0005011.	0,0000510.	8,8828.
18.	0,0042006.	0,0004501.	0,0000463.	8,8326.
19.	0,0037505.	0,0004038.	0,0000422.	8,7880.
20.	0,0033467.	0,0003616.	0,0000381.	8,7553.
21.	0,0029851.	0,0003235.	0,0000343.	8,7275.
22.	0,0026616.	0,0002892.	0,0000311.	8,7033.
23.	0,0023724.	0,0002581.	0,0000278.	8,6918.
24.	0,0021143.	0,0002303.	0,0000250.	8,6806.
25.	0,0018840.	0,0002053.	0,0000224.	8,6800.
26.	0,0016787.	0,0001829.	0,0000200.	8,6782 *min.*
27.	0,0014958.	0,0001629.	0,0000179.	8,6823.
28.	0,0013329.	0,0001450.	0,0000156.	8,6924.
29.	0,0011879.	0,0001294.	0,0000143.	8,6801.
30.	0,0010585.	0,0001151.	0,0000126.	8,6964.
31.	0,0009434.	0,0001025.	0,0000112.	
32.	0,0008409.	0,0000913.	0,0000099.	
33.	0,0007496.	0,0000814.	0,0000089.	
34.	0,0006682.	0,0000725.	0,0000079.	
35.	0,0005957.	0,0000646.	0,0000070.	8,7214.
36.	0,0005311.	0,0000576.	0,0000062.	
37.	0,0004735.	0,0000514.	0,0000055.	
38.	0,0004221.	0,0000459.	0,0000048.	
39.	0,0003762.	0,0000411.	0,0000044.	
40.	0,0003351.	0,0000367.	0,0000038.	8,6308.
41.	0,0002984.	0,0000329.	0,0000035.	
42.	0,0002655.	0,0000294.	0,0000031.	
43.	0,0002361.	0,0000263.	0,0000028.	
44.	0,0002098.	0,0000235.	0,0000025.	
45.	0,0001863.	0,0000210.	0,0000022.	8,3714.
46.	0,0001653.	0,0000188.	0,0000019.	
47.	0,0001465.	0,0000169.	0,0000018.	
48.	0,0001296.	0,0000151.	0,0000016.	
49.	0,0001145.	0,0000135.	0,0000015.	
50.	0,0001010.	0,0000120.	0,0000013.	7,9167.
51.	0,0000890.	0,0000107.	0,0000012.	
52.	0,0000783.	0,0000095.	0,0000010.	
53.	0,0000688.	0,0000085.	0,0000009.	
54.	0,0000603.	0,0000076.	0,0000009.	
55.	0,0000527.	0,0000067.		

TABLE VIII.

AGES.	SOMME DES VIVANS	VIVANS	MORTS.	VIE MOYENNE de ceux qui meurent au plus tôt un an après qu'ils ont eu la petite vérole.
	Qui mourront de maladies ayant eu la petite vérole dans les années précédentes.			
x	$S.S.w.\dfrac{\Delta z}{z}$	$Sw.\dfrac{\Delta z}{z}$ $=\sigma+w-S.\dfrac{1}{\alpha}\dfrac{\Delta z}{z}\Delta\sigma$	$w.\dfrac{\Delta z}{z}$	$\dfrac{S.Sw.\dfrac{\Delta z}{z}}{Sw\dfrac{\Delta z}{z}}-\dfrac{1}{2}$
0.	27,9947545.	0,5623343.	0,0000000.	49,2831 *max.*
1.	27,4324202.	0,5623343.	0,0070195.	48,2831.
2.	26,8700859.	0,5553148.	0,0056589.	47,8871.
3.	26,3147711.	0,5496559.	0,0044396.	47,3750.
4.	25,7651152.	0,5452163.	0,0035562.	46,7567.
5.	25,2198989.	0,5416601.	0,0029414.	46,0604.
6.	24,6782388.	0,5387187.	0,0025413.	45,3091.
7.	24,1395201.	0,5361774.	0,0023223.	44,5215.
8.	23,6033427.	0,5338551.	0,0022516 *min.*	43,7130.
9.	23,0694876.	0,5316035.	0,0022979.	42,8960.
10.	22,5378841.	0,5293056.	0,0024320.	42,0801.
11.	22,0085785.	0,5268736.	0,0026287.	41,2720.
12.	21,4817049.	0,5242449.	0,0028686.	40,4765.
13.	20,9574600.	0,5213763.	0,0031325.	39,6964.
14.	20,4360837.	0,5182438.	0,0034111.	38,9333.
15.	19,9178399.	0,5148327.	0,0036943.	38,1880.
16.	19,4030072.	0,5111384.	0,0039755.	37,4604.
17.	18,8918688.	0,5071629.	0,0042500.	36,7501.
18.	18,3847059.	0,5029129.	0,0045141.	36,0564.
19.	17,8817930.	0,4983988.	0,0047653.	35,3785.
20.	17,3833942.	0,4936335.	0,0050019.	34,7152.
21.	16,8897607.	0,4886316.	0,0052228.	34,0654.
22.	16,4011291.	0,4834088.	0,0054267.	33,4281.
23.	15,9177203.	0,4779821.	0,0056140.	32,8019.
24.	15,4397382.	0,4723681.	0,0057836.	32,1858.
25.	14,9673701.	0,4665845.	0,0059365.	31,5786.
26.	14,5007856.	0,4606480.	0,0060728.	30,9791.
27.	14,0401376.	0,4545752.	0,0061934.	30,3863.
28.	13,5855624.	0,4483818.	0,0062992.	29,7991.
29.	13,1371806.	0,4420826.	0,0063905.	29,2166.
30.	12,6950980.	0,4356921.	0,0064698.	28,6371.
31.	12,2594059.	0,4292223.	0,0065376.	
32.	11,8301836.	0,4226847.	0,0065978.	
33.	11,4074989.	0,4160889.	0,0066458.	
34.	10,9914100.	0,4094431.	0,0066893.	
35.	10,5819669.	0,4027538.	0,0067281.	25,7740.
36.	10,1792131.	0,3960257.	0,0067639.	
37.	9,7831874.	0,3892618.	0,0067980.	
38.	9,3939256.	0,3824638.	0,0068322.	
39.	9,0114618.	0,3756316.	0,0068681.	
40.	8,6358302.	0,3687635.	0,0069070.	22,9183.
41.	8,2670667.	0,3618565.	0,0069504.	
42.	7,9052102.	0,3549061.	0,0069992.	
43.	7,5503041.	0,3479069.	0,0070550.	
44.	7,2023972.	0,3408519.	0,0071181.	
45.	6,8615453.	0,3337338.	0,0071899.	20,0599.
46.	6,5278115.	0,3265439.	0,0072705.	
47.	6,2012676.	0,3192734.	0,0073605.	
48.	5,8819942.	0,3119129.	0,0074601.	
49.	5,5700813.	0,3044528.	0,0075692.	
50.	5,2656285.	0,2968836.	0,0076879.	17,7363.
51.	4,9687449.	0,2891957.	0,0078154.	
52.	4,6795492.	0,2813803.	0,0079515.	
53.	4,3981689.	0,2734288.	0,0080948.	
54.	4,1247401.	0,2653340.	0,0082445.	
55.	3,8594061.	0,2570895.	0,0083992.	

TABLE IX.

AGES.	SOMME DES VIVANS	VIVANS	MORTS.	VIE MOYENNE.
	Qui n'ayant pas encore eu la petite vérole, ne doivent pas en mourir.			
x	$S.\eta - S.\nu$	$\eta - \nu = \varepsilon - w = \zeta + \sigma$	$\Delta\eta - \Delta\nu$	$\dfrac{S(y-\nu) - \dfrac{w_a}{\zeta_a} . S\zeta}{\eta - \nu} - \frac{1}{2}$
0.	5,5699480.	0,9143155.	0,2873618.	31,0897.
1.	4,6556325.	0,6269537.	0,1148395.	39,3561.
2.	4,0286788.	0,5121142.	0,0730035.	42,8247.
3.	3,5165646.	0,4391107.	0,0571227.	44,1279.
4.	3,0774539.	0,3819880.	0,0479534.	44,4527 *max.*
5.	2,6954659.	0,3340346.	0,0413069.	44,2853.
6.	2,3614313.	0,2927277.	0,0359514.	43,8518.
7.	2,0687036.	0,2567763.	0,0314531.	43,2688.
8.	1,8119273.	0,2253232.	0,0275979.	42,6022.
9.	1,5866041.	0,1977253.	0,0242553.	41,8913.
10.	1,3888788.	0,1734700.	0,0213350.	41,1601.
11.	1,2154088.	0,1521350.	0,0187699.	40,4235.
12.	1,0632738.	0,1333651.	0,0165097.	39,6902.
13.	0,9299087.	0,1168554.	0,0145140.	38,9656.
14.	0,8130533.	0,1023414.	0,0127510.	38,2532.
15.	0,7107119.	0,0895904.	0,0111934.	37,5539.
16.	0,6211215.	0,0783970.	0,0098182.	36,8688.
17.	0,5427245.	0,0685788.	0,0086054.	36,1978.
18.	0,4741457.	0,0599734.	0,0075372.	35,5406.
19.	0,4141723.	0,0524362.	0,0065974.	34,8967.
20.	0,3617361.	0,0458388.	0,0057720.	34,2655.
21.	0,3158973.	0,0400668.	0,0050475.	33,6460.
22.	0,2758305.	0,0350193.	0,0044128.	33,0372.
23.	0,2408112.	0,0306065.	0,0038571.	32,4381.
24.	0,2102047.	0,0267494.	0,0033709.	33,1039.
25.	0,1834553.	0,0233785.	0,0029460.	31,266.
26.	0,1600768.	0,0204325.	0,0025747.	30,690.
27.	0,1396443.	0,0178578.	0,0022504.	30,120.
28.	0,1217865.	0,0156074.	0,0019673.	29,554.
29.	0,1061791.	0,0136401.	0,0017199.	28,992.
30.	0,0925390.	0,0119202.	0,0015041.	28,433.
31.	0,0806188.	0,0104161.	0,0013155.	
32.	0,0702027.	0,0091006.	0,0011508.	
33.	0,0611021.	0,0079498.	0,0010067.	
34.	0,0531523.	0,0069431.	0,0008808.	
35.	0,0462092.	0,0060623.	0,0007707.	25,653.
36.	0,0401469.	0,0052916.	0,0006744.	
37.	0,0348553.	0,0046172.	0,0005901.	
38.	0,0302381.	0,0040271.	0,0005162.	
39.	0,0262110.	0,0035109.	0,0004517.	
40.	0,0227001.	0,0030592.	0,0003951.	22,853.
41.	0,0196409.	0,0026641.	0,0003454.	
42.	0,0169768.	0,0023187.	0,0003021.	
43.	0,0146581.	0,0020166.	0,0002641.	
44.	0,0126415.	0,0017525.	0,0002306.	
45.	0,0108890.	0,0015219.	0,0002015.	20,034.
46.	0,0093671.	0,0013204.	0,0001760.	
47.	0,0080467.	0,0011444.	0,0001535.	
48.	0,0069023.	0,0009909.	0,0001338.	
49.	0,0059114.	0,0008571.	0,0001166.	
50.	0,0050543.	0,0007405.	0,0001016.	17,231.
51.	0,0043138.	0,0006389.	0,0000883.	
52.	0,0036749.	0,0005506.	0,0000768.	
53.	0,0031243.	0,0004738.	0,0000668.	
54.	0,0026505.	0,0004070.	0,0000578.	
55.	0,0022435.	0,0003492.	0,0000502.	
56.	0,0018943.	0,0002990.	0,0000434.	
57.	0,0015953.	0,0002556.	0,0000376.	
	$S\eta$	η	$\Delta\eta$	

TABLE X.

AGES.	SOMME DES VIVANS	VIVANS	MORTS.	VIE MOYENNE.
	Qui n'ayant pas encore eu la petite vérole, doivent mourir de la petite vérole, ou de maladies sans avoir pris la petite vérole.			
x	$S.n - S.\sigma$	$n - \sigma = \zeta + \nu$	$\Delta n - \Delta \sigma$	$\frac{S(n-\sigma)}{n-\sigma} - \frac{1}{2}$
0.	1,2145770.	0,4188487.	0,2211830.	2,3998.
1.	0,7957283.	0,1976657.	0,0856594.	3,5256.
2.	0,5980626.	0,1120063.	0,0401398.	4,8396.
3.	0,4860563.	0,0718665.	0,0207607.	6,2633.
4.	0,4141898.	0,0511058.	0,0115481.	7,6045.
5.	0,3630840.	0,0395577.	0,0068837.	8,6786.
6.	0,3235263.	0,0326740.	0,0044337.	9,4016.
7.	0,2908523.	0,0282403.	0,0031101.	9,7992.
8.	0,2626120.	0,0251302.	0,0023767.	9,9501 *max.*
9.	0,2374818.	0,0227535.	0,0019566.	9,9372.
10.	0,2147283.	0,0207969.	0,0017046.	9,8250.
11.	0,1939314.	0,0190923.	0,0015422.	9,6576.
12.	0,1748391.	0,0175501.	0,0014283.	9,4623.
13.	0,1572890.	0,0161218.	0,0013395.	9,2563.
14.	0,1411672.	0,0147823.	0,0012636.	9,0497.
15.	0,1263849.	0,0135187.	0,0011937.	8,8489.
16.	0,1128662.	0,0123250.	0,0011263.	8,6575.
17.	0,1005412.	0,0111987.	0,0010595.	8,4779.
18.	0,0893425.	0,0101392.	0,0009928.	8,3116.
19.	0,0792033.	0,0091464.	0,0009256.	8,1595.
20.	0,0700569.	0,0082208.	0,0008589.	8,0219.
21.	0,0618361.	0,0073619.	0,0007925.	7,8995.
22.	0,0544742.	0,0065694.	0,0007271.	7,7921.
23.	0,0479048.	0,0058423.	0,0006637.	7,6996.
24.	0,0420625.	0,0051786.	0,0006024.	7,6224.
25.	0,0368839.	0,0045762.	0,0005437.	7,5599.
26.	0,0323077.	0,0040325.	0,0004884.	7,5121.
27.	0,0282752.	0,0035441.	0,0004363.	7,4782.
28.	0,0247311.	0,0031078.	0,0003882.	7,4578.
29.	0,0216233.	0,0027196.	0,0003436.	7,4509 *min.*
30.	0,0189037.	0,0023760.	0,0003030.	7,4561.
31.	0,0165277.	0,0020730.	0,0002662.	
32.	0,0144547.	0,0018068.	0,0002331.	
33.	0,0126479.	0,0015737.	0,0002034.	
34.	0,0110742.	0,0013703.	0,0001771.	
35.	0,0097039.	0,0011932.	0,0001539.	7,6327.
36.	0,0085107.	0,0010393.	0,0001334.	
37.	0,0074714.	0,0009059.	0,0001155.	
38.	0,0065655.	0,0007904.	0,0001000.	
39.	0,0057751.	0,0006904.	0,0000864.	
40.	0,0050847.	0,0006040.	0,0000749.	7,9184.
41.	0,0044807.	0,0005291.	0,0000647.	
42.	0,0039516.	0,0004644.	0,0000561.	
43.	0,0034872.	0,0004083.	0,0000486.	
44.	0,0030789.	0,0003597.	0,0000423.	
45.	0,0027192.	0,0003174.	0,0000368.	8,0671.
46.	0,0024018.	0,0002806.	0,0000322.	
47.	0,0021212.	0,0002484.	0,0000281.	
48.	0,0018728.	0,0002203.	0,0000247.	
49.	0,0016525.	0,0001956.	0,0000217.	
50.	0,0014569.	0,0001739.	0,0000192.	7,8778.
51.	0,0012830.	0,0001547.	0,0000171.	
52.	0,0011283.	0,0001376.	0,0000152.	
53.	0,0009907.	0,0001224.	0,0000136.	
54.	0,0008683.	0,0001088.	0,0000121.	
55.	0,0007595.	0,0000967.	0,0000109.	6,4807.
56.	0,0006628.	0,0000858.	0,0000097.	
57.	0,0005770.	0,0000761.	0,0000088.	
	$S\zeta$	ζ	$\Delta\zeta$	

TABLE XI.

AGES.	SOMME DES VIVANS	VIVANS	MORTS DE MALADIES dans l'année, qui n'ont point eu la petite vérole.	VIE MOYENNE de ceux qui meurent de maladies sans avoir eu la petite vérole.
	Qui n'auront point la petite vérole et mourront d'autres maladies.			
x	$S\eta - S\mu = S\zeta$	$\eta - \mu = \zeta$	$\Delta\eta - \Delta\mu = \Delta\zeta$	$\frac{S\zeta}{\zeta} - \frac{1}{2}$
0.	0,8343307.	0,3331642.	— 0,2024594.	2,0043.
1.	0,5011665.	0,1307048.	0,0620343.	3,3343.
2.	0,3704617.	0,0686705.	0,0252793.	4,8948.
3.	0,3017912.	0,0433912.	0,0123417.	6,4551.
4.	0,2584000.	0,0310495.	0,0067685.	7,8222.
5.	0,2273505.	0,0242810.	0,0040754.	8,8633.
6.	0,2030695.	0,0202056.	0,0026755.	9,5502.
7.	0,1828639.	0,0175301.	0,0019166.	9,9314.
8.	0,1653338.	0,0156135.	0,0014921.	10,0892.
9.	0,1497203.	0,0141214.	0,0012456.	10,1024 *max.*
10.	0,1355989.	0,0128758.	0,0010944.	10,0313.
11.	0,1227231.	0,0117814.	0,0009928.	9,9167.
12.	0,1109417.	0,0107886.	0,0009173.	9,7832.
13.	0,1001531.	0,0098713.	0,0008545.	9,6459.
14.	0,0902818.	0,0090168.	0,0007981.	9,5126.
15.	0,0812650.	0,0082187.	0,0007447.	9,3878.
16.	0,0730463.	0,0074740.	0,0006931.	9,2734.
17.	0,0655723.	0,0067809.	0,0006428.	9,1701.
18.	0,0587914.	0,0061381.	0,0005941.	9,0781.
19.	0,0526533.	0,0055440.	0,0005467.	8,9973.
20.	0,0471093.	0,0049973.	0,0005015.	8,9269.
21.	0,0421120.	0,0044958.	0,0004582.	8,8670.
22.	0,0376162.	0,0040376.	0,0004172.	8,8165.
23.	0,0335786.	0,0036204.	0,0003788.	8,7748.
24.	0,0299582.	0,0032416.	0,0003428.	8,7418.
25.	0,0267166.	0,0028988.	0,0003093.	8,7164.
26.	0,0238178.	0,0025895.	0,0002785.	8,6980.
27.	0,0212283.	0,0023110.	0,0002500.	8,6858.
28.	0,0189173.	0,0020610.	0,0002241.	8,6787.
29.	0,0168563.	0,0018369.	0,0002003.	8,6765 *min.*
30.	0,0150194.	0,0016366.	0,0001789.	8,6772.
31.	0,0133828.	0,0014577.	0,0001595.	
32.	0,0119251.	0,0012982.	0,0001421.	
33.	0,0106269.	0,0011561.	0,0001263.	
34.	0,0094708.	0,0010298.	0,0001123.	
35.	0,0084410.	0,0009175.	0,0000998.	8,7000.
36.	0,0075235.	0,0008177.	0,0000886.	
37.	0,0067058.	0,0007291.	0,0000787.	
38.	0,0059767.	0,0006504.	0,0000699.	
39.	0,0053263.	0,0005805.	0,0000621.	
40.	0,0047458.	0,0005184.	0,0000553.	8,6547.
41.	0,0042274.	0,0004631.	0,0000491.	
42.	0,0037643.	0,0004140.	0,0000438.	
43.	0,0033503.	0,0003702.	0,0000390.	
44.	0,0029801.	0,0003312.	0,0000348.	
45.	0,0026489.	0,0002964.	0,0000311.	8,4369.
46.	0,0023525.	0,0002653.	0,0000279.	
47.	0,0020872.	0,0002374.	0,0000249.	
48.	0,0018498.	0,0002125.	0,0000223.	
49.	0,0016373.	0,0001902.	0,0000200.	
50.	0,0014471.	0,0001702.	0,0000180.	8,0023.
51.	0,0012769.	0,0001522.	0,0000162.	
52.	0,0011247.	0,0001360.	0,0000146.	
53.	0,0009887.	0,0001214.	0,0000132.	
54.	0,0008673.	0,0001082.	0,0000118.	
55.	0,0007591.	0,0000964.	0,0000107.	7,3745.

Suite

Suite de la TABLE XI.

AGES.	SOMME DES VIVANS	VIVANS	MORTS DE MALADIES dans l'année, qui n'ont point eu la petite vérole.
	Qui n'auront point la petite vérole et mourront d'autres maladies.		
x	$S\eta - S\mu = S\zeta$	$\eta - \mu = \zeta$	$\Delta\eta - \Delta\mu = \Delta\zeta$
56.	0,0006627.	0,0000857.	— 0,0000096.
57.	0,0005770.	0,0000761.	0,0000087.
58.	0,0005009.	0,0000674.	0,0000078.
59.	0,0004335.	0,0000596.	0,0000070.
60.	0,0003739.	0,0000526.	0,0000063.
61.	0,0003213.	0,0000463.	0,0000057.
62.	0,0002750.	0,0000406.	0,0000051.
63.	0,0002344.	0,0000355.	0,0000046.
64.	0,0001989.	0,0000309.	0,0000041.
65.	0,0001680.	0,0000268.	0,0000036.
66.	0,0001412.	0,0000232.	0,0000032.
67.	0,0001180.	0,0000200.	0,0000029.
68.	0,0000980.	0,0000171.	0,0000026.
69.	0,0000809.	0,0000145.	0,0000022.
70.	0,0000664.	0,0000123.	0,0000020.
71.	0,0000541.	0,0000103.	0,0000017.
72.	0,0000438.	0,0000086.	0,0000015.
73.	0,0000352.	0,0000071.	0,0000012.
74.	0,0000281.	0,0000059.	0,0000011.
75.	0,0000222.	0,0000048.	0,0000009.
76.	0,0000174.	0,0000039.	0,0000008.
77.	0,0000135.	0,0000031.	0,0000006.
78.	0,0000104.	0,0000025.	0,0000005.
79.	0,0000079.	0,0000020.	0,0000005.
80.	0,0000059.	0,0000015.	0,0000004.
81.	0,0000044.	0,0000011.	0,0000003.
82.	0,0000033.	0,0000009.	0,0000003.
83.	0,0000024.	0,0000006.	0,0000002.
84.	0,0000018.	0,0000005.	0,0000001.
85.	0,0000013.	0,0000004.	0,0000001.
86.	0,0000009.	0,0000003.	0,0000001.
87.	0,0000006.	0,0000002.	0,0000001.
88.	0,0000004.	0,0000001.	
89.	0,0000003.	0,0000001.	
90.	0,0000002.	0,0000001.	
91.	0,0000001.	0,0000001.	
92.	0,0000000.		

TABLE XII.

AGES.	SOMME DES VIVANS	VIVANS	MORTS DE MALADIES dans l'année, qui ont eu la petite vérole.	VIE MOYENNE des individus qui auront et qui ont eu la petite vérole.
	Qui ont eu ou auront la petite vérole et mourront d'autres maladies.			
x	$S\varepsilon - S\zeta$	$\varepsilon - \zeta = \sigma + w$	$\Delta\varepsilon - \Delta\zeta = \Delta\sigma - \Delta w$	$\frac{S(\sigma + w)}{\sigma + w} - \frac{1}{2}$
0.	28,0486151.	0,5811513.	— 0,0112923.	47,7639 *max.*
1.	27,4674638.	0,5698590.	0,0100312.	47,7004.
2.	26,8976048.	0,5598278.	0,0070259.	47,5462.
3.	26,3377770.	0,5528019.	0,0051943.	47,1442.
4.	25,7849751.	0,5476076.	0,0040144.	46,5866.
5.	25,2373675.	0,5435932.	0,0032422.	45,9270.
6.	24,6937743.	0,5403510.	0,0027534.	45,1995.
7.	24,1534233.	0,5375976.	0,0024832.	44,4284.
8.	23,6158257.	0,5351144.	0,0023815 *min.*	43,6323.
9.	23,0807113.	0,5327329.	0,0024082.	42,8251.
10.	22,5479784.	0,5303247.	0,0025288.	42,0173.
11.	22,0176537.	0,5277959.	0,0027159.	41,2162.
12.	21,4898578.	0,5250800.	0,0029468.	40,4268.
13.	20,9647778.	0,5221332.	0,0032050.	39,6522.
14.	20,4426446.	0,5189282.	0,0034776.	38,8940.
15.	19,9237164.	0,5154506.	0,0037553.	38,1530.
16.	19,4082658.	0,5116953.	0,0040313.	37,4293.
17.	18,8965705.	0,5076640.	0,0043010.	36,7226.
18.	18,3889065.	0,5033630.	0,0045604.	36,0321.
19.	17,8855435.	0,4988026.	0,0048075.	35,3569.
20.	17,3867409.	0,4939951.	0,0050400.	34,6962.
21.	16,8927458.	0,4889551.	0,0052571.	34,0487.
22.	16,4037907.	0,4836980.	0,0054578.	33,4133.
23.	15,9200927.	0,4782402.	0,0056418.	32,7881.
24.	15,4418525.	0,4725984.	0,0058086.	32,1744.
25.	14,9692541.	0,4667898.	0,0059589.	31,5685.
26.	14,5024643.	0,4608309.	0,0060928.	30,9703.
27.	14,0416334.	0,4547381.	0,0062113.	30,3785.
28.	13,5868953.	0,4485268.	0,0063148.	29,7923.
29.	13,1383685.	0,4422120.	0,0064048.	29,2106.
30.	12,6961565.	0,4358072.	0,0064824.	28,6325.
31.	12,2603493.	0,4293248.	0,0065488.	
32.	11,8310245.	0,4227760.	0,0066057.	
33.	11,4082485.	0,4161703.	0,0066547.	
34.	10,9920782.	0,4095156.	0,0066972.	
35.	10,5825626.	0,4028184.	0,0067351.	25,7713.
36.	10,1797442.	0,3960833.	0,0067701.	
37.	9,7836609.	0,3893132.	0,0068035.	
38.	9,3943477.	0,3825097.	0,0068370.	
39.	9,0118380.	0,3756727.	0,0068725.	
40.	8,6361653.	0,3688002.	0,0069108.	22,9169.
41.	8,2673651.	0,3618894.	0,0069539.	
42.	7,9054757.	0,3549355.	0,0070023.	
43.	7,5505402.	0,3479332.	0,0070578.	
44.	7,2026070.	0,3408754.	0,0071206.	
45.	6,8617316.	0,3337548.	0,0071921.	20,0592.
46.	6,5279768.	0,3265627.	0,0072724.	
47.	6,2014141.	0,3192903.	0,0073623.	
48.	5,8821238.	0,3119280.	0,0074617.	
49.	5,5701958.	0,3044663.	0,0075707.	
50.	5,2657295.	0,2968956.	0,0076892.	17,2360.
51.	4,9688339.	0,2892064.	0,0078166.	
52.	4,6796275.	0,2813898.	0,0079525.	
53.	4,3982377.	0,2734373.	0,0080957.	
54.	4,1248004.	0,2653416.	0,0082454.	
55.	3,8594588.	0,2570962.	0,0083999.	

Suite de la TABLE XII.

AGES.	SOMME DES VIVANS	VIVANS	MORTS DE MALADIES dans l'année, qui ont eu la petite vérole.
	Qui ont eu ou auront la petite vérole et mourront d'autres maladies.		
x	$S\varepsilon - S\zeta$	$\varepsilon - \zeta$	$\Delta\varepsilon - \Delta\zeta = \Delta\sigma - \Delta w$
56.	3,6023626.	0,2486963.	— 0,0085580.
57.	3,3536663.	0,2401383.	0,0087172.
58.	3,1135280.	0,2314210.	0,0088758.
59.	2,8821070.	0,2225452.	0,0090310.
60.	2,6595618.	0,2135142.	0,0091803.
61.	2,4460476.	0,2043339.	0,0093205.
62.	2,2417137.	0,1950134.	0,0094484.
63.	2,0467003.	0,1855650.	0,0095607.
64.	1,8611353.	0,1760043.	0,0096536.
65.	1,6851310.	0,1663507.	0,0097232.
66.	1,5187803.	0,1566275.	0,0097656.
67.	1,3621528.	0,1468619.	0,0097766 *max.*
68.	1,2152909.	0,1370853.	0,0097525.
69.	1,0782056.	0,1273328.	0,0096895.
70.	0,9508728.	0,1176433.	0,0095835.
71.	0,8332295.	0,1080598.	0,0094317.
72.	0,7251697.	0,0986281.	0,0092313.
73.	0,6265416.	0,0893968.	0,0089799.
74.	0,5371448.	0,0804169.	0,0086764.
75.	0,4567279.	0,0717405.	0,0083202.
76.	0,3849874.	0,0634203.	0,0079121.
77.	0,3215671.	0,0555082.	0,0074541.
78.	0,2660589.	0,0480541.	0,0069491.
79.	0,2180048.	0,0411050.	0,0064017.
80.	0,1768998.	0,0347033.	0,0058182.
81.	0,1421965.	0,0288851.	0,0052059.
82.	0,1133114.	0,0236791.	0,0045733.
83.	0,0896323.	0,0191058.	0,0039310.
84.	0,0705265.	0,0151748.	0,0032896.
85.	0,0553517.	0,0118852.	0,0026612.
86.	0,0434665.	0,0092240.	0,0020589.
87.	0,0342425.	0,0071651.	0,0014952.
88.	0,0270774.	0,0056699.	0,0009843.
89.	0,0214075.	0,0046856.	0,0008557.
90.	0,0167219.	0,0038299.	0,0007365.
91.	0,0128920.	0,0030934.	0,0006271.
92.	0,0097986.	0,0024663.	0,0005281.
93.	0,0073323.	0,0019382.	0,0004388.
94.	0,0053941.	0,0014994.	0,0003594.
95.	0,0038947.	0,0011400.	0,0002898.
96.	0,0027547.	0,0008502.	0,0002295.
97.	0,0019045.	0,0006207.	0,0001783.
98.	0,0012838.	0,0004424.	0,0001353.
99.	0,0008416.	0,0003071.	0,0001003.
100.	0,0005343.	0,0002068.	0,0000722.
101.	0,0003275.	0,0001346.	0,0000503.
102.	0,0001929.	0,0000843.	0,0000338.
103.	0,0001086.	0,0000505.	0,0000217.
104.	0,0000581.	0,0000288.	0,0000133.
105.	0,0000293.	0,0000155.	0,0000077.
106.	0,0000138.	0,0000078.	0,0000042.
107.	0,0000060.	0,0000036.	0,0000021.
108.	0,0000024.	0,0000015.	0,0000009.
109.	0,0000009.	0,0000006.	0,0000004.
110.	0,0000003.	0,0000002.	

TABLE XIII.

AGES.	SOMME DES VIVANS	VIVANS	MORTS DE MALADIES autres que la petite vérole.	VIE MOYENNE.
	Qui ne mourront pas de la petite vérole.			
x	$Sy - Sr = S\varepsilon$	$y - r = \varepsilon$	$\Delta y - \Delta r = \Delta\varepsilon$	$\frac{S\varepsilon}{\varepsilon} - \frac{1}{2}$
0.	28,8829458.	0,9143155.		31,0897.
1.	27,9686303.	0,7005638.	— 0,2137517.	39,4230.
2.	27,2680665.	0,6284983.	0,0720655.	42,8861.
3.	26,6395682.	0,5961931.	0,0323052.	44,1828.
4.	26,0433751.	0,5786571.	0,0175360.	44,5066 *max.*
5.	25,4647180.	0,5678742.	0,0107829.	44,3422.
6.	24,8968438.	0,5605566.	0,0073176.	43,9145.
7.	24,3362872.	0,5551277.	0,0054289.	43,3391.
8.	23,7811595.	0,5507279.	0,0043998.	42,6813.
9.	23,2304316.	0,5468543.	0,0038736.	41,9801.
10.	22,6835773.	0,5432005.	0,0036558.	41,2591.
11.	22,1403768.	0,5395773.	0,0036232 *min.*	40,5330.
12.	21,6007995.	0,5358686.	0,0037087.	39,8099.
13.	21,0649309.	0,5320045.	0,0038641.	39,0954.
14.	20,5329264.	0,5279450.	0,0040595.	38,3922.
15.	20,0049814.	0,5236693.	0,0042757.	37,7015.
16.	19,4813121.	0,5191693.	0,0045000.	37,0240.
17.	18,9621428.	0,5144449.	0,0047244.	36,3594.
18.	18,4476979.	0,5095011.	0,0049438.	35,7074.
19.	17,9381968.	0,5043466.	0,0051545.	35,0672.
20.	17,4338502.	0,4989924.	0,0053542.	34,4381.
21.	16,9348578.	0,4934509.	0,0055415.	33,8192.
22.	16,4414069.	0,4877356.	0,0057153.	33,2097.
23.	15,9536713.	0,4818606.	0,0058750.	32,6085.
24.	15,4718107.	0,4758400.	0,0060206.	32,0147.
25.	14,9959707.	0,4696886.	0,0061514.	31,4275.
26.	14,5262821.	0,4634204.	0,0062682.	30,8458.
27.	14,0628617.	0,4570491.	0,0063713.	30,2681.
28.	13,6058126.	0,4505878.	0,0064613.	29,6957.
29.	13,1552248.	0,4440489.	0,0065389.	29,1256.
30.	12,7111759.	0,4374438.	0,0066051.	28,5578.
31.	12,2737321.	0,4307825.	0,0066613.	
32.	11,8429496.	0,4240742.	0,0067083.	
33.	11,4188754.	0,4173264.	0,0067478.	
34.	11,0015490.	0,4105454.	0,0067810.	
35.	10,5910036.	0,4037359.	0,0068095.	25,7325.
36.	10,1872677.	0,3969010.	0,0068349.	
37.	9,7903667.	0,3900423.	0,0068587.	
38.	9,4003244.	0,3831601.	0,0068822.	
39.	9,0171643.	0,3762532.	0,0069069.	
40.	8,6409111.	0,3693186.	0,0069346.	22,8969.
41.	8,2715925.	0,3623525.	0,0069661.	
42.	7,9092400.	0,3553495.	0,0070030.	
43.	7,5538905.	0,3483034.	0,0070461.	
44.	7,2055871.	0,3412066.	0,0070968.	
45.	6,8643805.	0,3340512.	0,0071554.	20,0490.
46.	6,5303293.	0,3268280.	0,0072232.	
47.	6,2035013.	0,3195277.	0,0073003.	
48.	5,8839736.	0,3121405.	0,0073872.	
49.	5,5718331.	0,3046565.	0,0074840.	
50.	5,2671766.	0,2970658.	0,0075907.	17,2307.
51.	4,9701108.	0,2893586.	0,0077072.	
52.	4,6807522.	0,28 5258.	0,0078328.	
53.	4,3992264.	0,2735587.	0,0079671.	
54.	4,1256677.	0,2654498.	0,0081089.	
55.	3,8602179.	0,2571926.	0,0082572.	
			0,0084106.	

Suite de la TABLE XIII.

AGES.	SOMME DES VIVANS	VIVANS	MORTS DE MALADIES autres que la petite vérole.
	Qui ne mourront pas de la petite vérole.		
x	$Sy - S\nu = S\epsilon$	$y - \nu = \epsilon$	$\Delta y - \Delta \nu = \Delta \epsilon$
56.	3,6030253.	0,2487820.	— 0,0085676.
57.	3,3542433.	0,2402144.	0,0087259.
58.	3,1140289.	0,2314884.	0,0088836.
59.	2,8825405.	0,2226048.	0,0090380.
60.	2,6599357.	0,2135668.	0,0091866.
61.	2,4463689.	0,2043802.	0,0093262.
62.	2,2419887.	0,1950540.	0,0094535.
63.	2,0469347.	0,1856005.	0,0095653.
64.	1,8613342.	0,1760352.	0,0096577.
65.	1,6852990.	0,1663775.	0,0097268.
66.	1,5189215.	0,1566507.	0,0097688.
67.	1,3622708.	0,1468819.	0,0097795 *max.*
68.	1,2153889.	0,1371024.	0,0097551.
69.	1,0782865.	0,1273473.	0,0096917.
70.	0,9509392.	0,1176556.	0,0095855.
71.	0,8332836.	0,1080701.	0,0094334.
72.	0,7252135.	0,0986367.	0,0092328.
73.	0,6265768.	0,0894039.	0,0089811.
74.	0,5371729.	0,0804228.	0,0086775.
75.	0,4567501.	0,0717453.	0,0083211.
76.	0,3850048.	0,0634242.	0,0079129.
77.	0,3215806.	0,0555113.	0,0074547.
78.	0,2660693.	0,0480566.	0,0069496.
79.	0,2180127.	0,0411070.	0,0064022.
80.	0,1769057.	0,0347048.	0,0058186.
81.	0,1422009.	0,0288862.	0,0052062.
82.	0,1133147.	0,0236800.	0,0045736.
83.	0,0896347.	0,0191064.	0,0039311.
84.	0,0705283.	0,0151753.	0,0032897.
85.	0,0553530.	0,0118856.	0,0026613.
86.	0,0434674.	0,0092243.	0,0020590.
87.	0,0342431.	0,0071653.	0,0014953.
88.	0,0270778.	0,0056700.	0,0009843.
89.	0,0214078.	0,0046857.	0,0008557.
90.	0,0167221.	0,0038300.	0,0007365.
91.	0,0128921.	0,0030935.	0,0006272.
92.	0,0097986.	0,0024663.	0,0005281.
93.	0,0073323.	0,0019382.	0,0004388.
94.	0,0053941.	0,0014994.	0,0003594.
95.	0,0038947.	0,0011400.	0,0002898.
96.	0,0027547.	0,0008502.	0,0002295.
97.	0,0019045.	0,0006207.	0,0001783.
98.	0,0012838.	0,0004424.	0,0001353.
99.	0,0008416.	0,0003071.	0,0001003.
100.	0,0005343.	0,0002068.	0,0000722.
101.	0,0003275.	0,0001346.	0,0000503.
102.	0,0001929.	0,0000843.	0,0000338.
103.	0,0001086.	0,0000505.	0,0000217.
104.	0,0000581.	0,0000288.	0,0000133.
105.	0,0000293.	0,0000155.	0,0000077.
106.	0,0000138.	0,0000078.	0,0000042.
107.	0,0000060.	0,0000036.	0,0000021.
108.	0,0000024.	0,0000015.	0,0000009.
109.	0,0000009.	0,0000006.	0,0000004.
110.	0,0000003.	0,0000002.	

TABLE XIV.

AGES.	SOMME DES VIVANS	VIVANS	MORTS par année d'âge, dans l'état non variolique.	SUR COMBIEN il en meurt un par année.	VIE MOYENNE	VIE PROBABLE	Augmentation du nombre des vivans de chaque âge, produite par la vaccine, sur 100.
	Si la petite vérole n'étoit pas mortelle, ou si tous les individus en étoient à l'abri.				De ceux qui ont eu la petite vérole, ou qui ont été vaccinés.		
x	$S . z$	z	$\Delta z = \dfrac{\Delta y - \Delta v}{y - \frac{1}{2}\Delta v} . z$	$\dfrac{z}{\Delta z}$	$\dfrac{S(z) - \frac{1}{2} z}{z}$	$t \Vert \dfrac{z^x}{2} = z_{x+t}$	$100 \left\{ \dfrac{z}{y} - 1 \right\}$
0.	32,7557748.	1,0000000.	— 0,2157721.	1 sur 4,635.	32,2558.	29,623.	0,0000.
1.	31,7557748.	0,7842279.	0,0747849.	10,486.	39,9930.	42,471.	2,1762.
2.	30,9715469.	0,7094430.	0,0344951.	20,566.	43,1561.	46,011.	5,5979.
3.	30,2621039.	0,6749479.	0,0190760.	35,282.	44,3362.	47,023.	8,0490.
4.	29,5871560.	0,6558719.	0,0118597.	55,303.	44,6112 *max.*	47,110 *max.*	9,5470.
5.	28,9312841.	0,6440122.	0,0081008.	79,500.	44,4235.	46,776.	10,4366.
6.	28,2872719.	0,6359114.	0,0060339.	105,389.	43,9830.	46,227.	10,9745.
7.	27,6513605.	0,6298775.	0,0049029.	128,470.	43,3996.	45,560.	11,3176.
8.	27,0214830.	0,6249746.	0,0043246.	144,517.	42,7361.	44,831.	11,5539.
9.	26,3965084.	0,6206500.	0,0040850.	151,933.	42,0304.	44,068.	11,7309.
10.	25,7758584.	0,6165650.	0,0040557 *min.*	*m.* 152,025.	41,3056.	43,290.	11,8746.
11.	25,1592934.	0,6125093.	0,0041558.	147,387.	40,5758.	42,510.	11,9990.
12.	24,5467841.	0,6083535.	0,0043342.	140,363.	39,8495.	41,736.	12,1120.
13.	23,9384306.	0,6040193.	0,0045575.	132,532.	39,1319.	40,971.	12,2181.
14.	23,3344113.	0,5994618.	0,0048045.	124,770.	38,4256.	40,214.	12,3197.
15.	22,7349495.	0,5946573.	0,0050609.	117,499.	37,7320.	39,470.	12,4181.
16.	22,1402922.	0,5895964.	0,0053178.	110,872.	37,0516.	38,739.	12,5140.
17.	21,5506958.	0,5842786.	0,0055693.	104,910.	36,3843.	38,022.	12,6075.
18.	20,9664172.	0,5787093.	0,0058113.	99,584.	35,7296.	37,314.	12,6985.
19.	20,3877079.	0,5728980.	0,0060411.	94,834.	35,0870.	36,618.	12,7865.
20.	19,8148099.	0,5668569.	0,0062570.	90,596.	34,4556.	35,933.	12,8712.
21.	19,2479530.	0,5605999.	0,0064578.	86,809.	33,8346.	35,256.	12,9520.
22.	18,6873531.	0,5541421.	0,0066425.	83,423.	33,2230.	34,587.	13,0285.
23.	18,1332110.	0,5474996.	0,0068113.	80,381.	32,6200.	33,928.	13,1005.
24.	17,5857114.	0,5406883.	0,0069633.	77,649.	32,0247.	33,273.	13,1675.
25.	17,0450231.	0,5337250.	0,0070992.	75,181.	31,4360.	32,624.	13,2294.
26.	16,5112981.	0,5266258.	0,0072194.	72,946.	30,8530.	31,982.	13,2861.
27.	15,9846723.	0,5194064.	0,0073246.	70,913.	30,2749.	31,340.	13,3377.
28.	15,4652659.	0,5120818.	0,0074155.	69,054.	29,7008.	30,702.	13,3841.
29.	14,9531841.	0,5046663.	0,0074931.	67,351.	29,1298.	30,068.	13,4256.
30.	14,4485178.	0,4971732.	0,0075591.	65,771.	28,5613.	29,433.	13,4624.
31.	13,9513446.	0,4896141.	0,0076145.	64,300.	27,[illegible]946.	28,801.	13,4948.
32.	13,4617305.	0,4819996.	0,0076611.	62,915.	27,4289.	28,169.	13,5231.
33.	12,9797309.	0,4743385.	0,0077004.	61,599.	26,8639.	27,536.	13,5477.
34.	12,5053924.	0,4666381.	0,0077341.	60,335.	26,2989.	26,904.	13,5688.
35.	12,0387543.	0,4589040.	0,0077641.	59,106.	25,7337.	26,271.	13,5869.
36.	11,5798503.	0,4511399.	0,0077921.	57,897.	25,1680.	25,637.	13,6022.
37.	11,1287104.	0,4433478.	0,0078196.	56,697.	24,6015.	25,004.	13,6151.
38.	10,6853626.	0,4355282.	0,0078483.	55,493.	24,0343.	24,368.	13,6259.
39.	10,2498344.	0,4276799.	0,0078804.	54,272.	23,4661.	23,733.	13,6350.
40.	9,8221545.	0,4197995.	0,0079166.	53,027.	22,8973.	23,099.	13,6423.
41.	9,4023550.	0,4118829.	0,0079590.	51,751.	22,3278.	22,463.	13,6484.
42.	8,9904721.	0,4039239.	0,0080083.	50,438.	21,7578.	21,829.	13,6534.
43.	8,5865482.	0,3959156.	0,0080661.	49,084.	21,1878.	21,195.	13,6574.
44.	8,1906326.	0,3878495.	0,0081329.	47,689.	20,6181.	20,563.	13,6605.
45.	7,8027831.	0,3797166.	0,0082102.	46,250.	20,0490.	19,933.	13,6630.
46.	7,4230665.	0,3715064.	0,0082979.	44,771.	19,4810.	19,305.	13,6650.
47.	7,0515601.	0,3632085.	0,0083968.	43,256.	18,9146.	18,680.	13,6665.
48.	6,6883516.	0,3548117.	0,0085069.	41,709.	18,3504.	18,059.	13,6677.
49.	6,3335399.	0,3463048.	0,0086283.	40,136.	17,7889.	17,442.	13,6685.
50.	5,9872351.	0,3376765.	0,0087607.	38,544.	17,2307.	16,831.	13,6692.
51.	5,6495586.	0,3289158.	0,0089035.	36,942.	16,6763.	16,225.	13,6697.
52.	5,3206428.	0,3200123.	0,0090562.	35,336.	16,1264.	15,626.	13,6700.
53.	5,0006305.	0,3109561.	0,0092174.	33,736.	15,5815.	15,033.	13,6703.
54.	4,6896744.	0,3017387.	0,0093860.	32,148.	15,0422.	14,449.	13,6704.
55.	4,3879357.	0,2923527.	0,0095604.	30,580.	14,5091.	13,872.	13,6706.
				$\dfrac{y}{\Delta y}$			13,6707.
							constante :

Suite de la TABLE XIV.

AGES	SOMME DES VIVANS	VIVANS	MORTS par année d'âge, dans l'état non variolique.	VIE MOYENNE	VIE PROBABLE
	Si la petite vérole n'étoit pas mortelle, ou si tous les individus en étoient à l'abri.			De ceux qui ont eu la petite vérole, ou qui ont été vaccinés.	
x	$S.z$	z	$\Delta z = \frac{\Delta y - \Delta v}{y - \frac{1}{2}\Delta v} . z$	$\frac{S(z) - \frac{1}{2} z}{z}$	$t \parallel \frac{z_x}{2} = z_{x+t}$
56.	4,0955830.	0,2827923.	— 0,0097390.	13,9827.	13,305.
57.	3,8127907.	0,2730533.	0,0099189.	13,4635.	12.747.
58.	3,5397374.	0,2631344.	0,0100980.	12,9522.	12,199.
59.	3,2766030.	0,2530364.	0,0102736.	12,4491.	11,623.
60.	3,0235666.	0,2427628.	0,0104425.	11,9548.	11,136.
61.	2,7808038.	0,2323203.	0,0106011.	11,4697.	10,623.
62.	2,5484835.	0,2217192.	0,0107459.	10,9942.	10,120.
63.	2,3267643.	0,2109733.	0,0108729.	10,5287.	9,632.
64.	2,1157910.	0,2001004.	0,0109780.	10,0737.	9,154.
65.	1,9156906.	0,1891224.	0,0110565.	9,6294.	8,692.
66.	1,7265682.	0,1780659.	0,0111042.	9,1962.	8,242.
67.	1,5485023.	0,1669617.	0,0111165 *max.*	8,7746.	7,805.
68.	1,3815406.	0,1558452.	0,0110887.	8,3648.	7,384.
69.	1,2256954.	0,1447565.	0,0110166.	7,9673.	6,970.
70.	1,0809389.	0,1337399.	0,0108959.	7,5824.	6,581.
71.	0,9471990.	0,1228440.	0,0107230.	7,2106.	6,199.
72.	0,8243550.	0,1121210.	0,0104950.	6,8524.	5,831.
73.	0,7122340.	0,1016260.	0,0102089.	6,5084.	5,483.
74.	0,6106080.	0,0914171.	0,0098637.	6,1794.	5,140.
75.	0,5191909.	0,0815534.	0,0094587.	5,8663.	4,818.
76,	0,4376375.	0,0720947.	0,0089946.	5,5703.	4,497.
77.	0,3655428.	0,0631001.	0,0084739.	5,2931.	4,217.
78.	0,3024427.	0,0546262.	0,0078996.	5,0366.	3,943.
79.	0,2478165.	0,0467266.	0,0072774.	4,8035.	3,694.
80.	0,2010899.	0,0394492.	0,0066141.	4,5974.	3,456.
81.	0,1616407.	0,0328351.	0,0059179.	4,4228.	3,223.
82.	9,1288056.	0,0269172.	0,0051988.	4,2853.	3,017.
83.	0,1018884.	0,0217184.	0,0044685.	4,1914.	2,877.
84.	0,0801700.	0,0172499.	0,0037395.	4,1476.	2,795.
85.	0,0629201.	0,0135104.	0,0030251.	4,1572.	2,818.
86.	0,0494097.	0,0104853.	0,0023405.	4,2123.	3,086.
87.	0,0389244.	0,0081448.	0,0016997.	4,2790.	3,336.
88.	0,0307796.	0,0064451.	0,0011188.	4,2756.	3,412.
89.	0,0243345.	0,0053263.	0,0009727.	4,0688.	3,233.
90.	0,0190082.	0,0043536.	0,0008372.	3,8661.	3,053.
91.	0,0146546.	0,0035164.	0,0007129.	3,6675.	2,892.
92.	0,0111382.	0,0028035.	0,0006003.	3,4053.	2,741.
93.	0,0083347.	0,0022032.	0,0004988.	3,2831.	2,590.
94.	0,0061315.	0,0017044.	0,0004086.	3,0975.	2,438.
95.	0,0044271.	0,0012958.	0,0003294.	2,9164.	2,284.
96.	0,0031313.	0,0009664.	0,0002608.	2,7401.	2,128.
97.	0,0021649.	0,0007056.	0,0002027.	2,5683.	1,976.
98.	0,0014593.	0,0005029.	0,0001538.	2,4024.	1,856.
99.	0,0009564.	0,0003491.	0,0001140.	2,2398.	1,737.
110.	0,0006073.	0,0002351.	0,0000821.	2,0837.	1,620.
101.	0,0003722.	0,0001530.	0 0000572.	1,9331.	1,503.
102.	0,0002192.	0,0000958.	0,0000384.	1,7883.	1,339.
103.	0,0001234.	0,0000574.	0,0000247.	1,6505.	1,267.
104.	0,0000660.	0,0000327.	0,0000151.	1,5174.	1,143.
105.	0,0000333.	0,0000176.	0,0000087.	1,3902.	1,012.
106.	0,0000157.	0,0000089.	0,0000048.	1,2692.	0,929.
107.	0,0000068.	0,0000041.	0,0000024.	1,1667.	0,857.
108.	0,0000027.	0,0000017.	0,0000010.	1,1000.	0,833.
109.	0,0000010.	0,0000007.	0,0000005.	1,0000.	0,750.
110.	0,0000003.	0,0000002.	0,0000001.	1,0000.	
111.	0,0000001.	0,0000001.			

TABLE XV.

AGES.	Si, dans l'état non varioliqué, il meurt dans l'année un sur	Dans l'état naturel, il meurt, dans l'année, un sur	De ceux qui n'ont pas encore eu la petite vérole, il meurt de la petite vérole ou d'autres maladies, un sur	il meurt de maladies autres que la petite vérole, un sur	Il meurt de la petite vérole, dans l'année, un sur	De ceux qui sont attaqués de la petite vérole, il en meurt un sur	De ceux qui en réchappent, il en meurt dans la même année, un sur
x	$\frac{z_x + z_{x+1}}{2\,\Delta z_x}$	$\frac{y_x + y_{x+1}}{2\,\Delta y_x}$	$\frac{n_x + n_{x+1}}{2(\Delta n_x - \Delta \sigma_x)}$	$\frac{n_x + n_{x+1}}{2(\Delta n_x - \Delta \mu_x)}$	$\frac{n_x + n_{x+1}}{2\,\Delta v_x}$	$(m_x) = \frac{\Delta \mu_x}{\Delta v_x}$	$\frac{z_x + z_{x+1}}{\Delta z_x}$
de 0 à 1.	4,1345.	3,8015.	3,801.	4,183.	45,235.	5,5345.	8,2690.
1 à 2.	9,9865.	7,5209.	7,293.	10,070.	26,441.	3,2351 *min.*	19,973.
2 à 3.	20,0665.	13,744.	12,743.	20,235.	34,421.	4,2115.	40,133.
3 à 4.	34,882.	23,567.	20,944.	35,231.	51,647.	6,3191.	69,764.
4 à 5.	54,803.	37,971.	32,532.	55,504.	78,601.	9,6169.	109,605.
5 à 6.	79,000.	57,090.	47,540.	80,300.	116,53.	14,257.	157,999.
6 à 7.	104,884.	79,230.	64,583.	107,02.	162,86.	19,9[illegible]7.	209,768.
7 à 8.	127,970.	100,66.	80,757.	131,05.	210,44.	25,747.	255,939.
8 à 9.	144,017.	117,24.	92,817.	147,84.	249,38.	30,512.	288,035.
9 à 10.	151,432.	126,77.	99,087.	155,65.	272,68.	33,363.	302,865.
10 à 11.	151,525 *m.*	129,68 *m.*	99,976 *max.*	155,72 *max.*	279,38 *max.*	34,170 *max.*	303,049 *max.*
11 à 12.	146,887.	127,93.	97,125.	150,87.	272,63.	33,356.	293,774.
12 à 13.	139,862.	123,53.	92,149.	143,48.	257,57.	31,514.	279,725.
13 à 14.	132,032.	117,94.	86,306.	135,29.	238,38.	29,165.	264,063.
14 à 15.	124,267.	112,07.	80,325.	127,18.	218,02.	26,675.	248,534.
15 à 16.	116,999.	106,38.	74,616.	119,60.	198,36.	24,269.	233,998.
16 à 17.	110,372.	101,10.	69,362.	112,71.	180,34.	22,064.	220,744.
17 à 18.	104,410.	96,294.	64,639.	106,54.	164,36.	20,109.	208,820.
18 à 19.	99,083.	91,970.	60,442.	101,00.	150,51.	18,415.	198,167.
19 à 20.	94,334.	88,099.	56,775.	96,123.	138,69.	16,968.	188,668.
20 à 21.	90,096.	84,637.	53,554.	91,720.	128,71.	15,748.	180,192.
21 à 22.	86,308.	81,541.	50,779.	87,826.	120,40.	14,730.	172,617.
22 à 23.	82,923.	78,769.	48,397.	84,347.	113,54.	13,892.	165,847.
23 à 24.	79,881.	76,272.	46,342.	81,196.	107,96.	13,209.	159,762.
24 à 25.	77,149.	74,019.	44,607.	78,387.	103,52.	12,666.	154,297.
25 à 26.	74,681.	71,989.	43,159.	75,867.	100,10.	12,248.	149,362.
26 à 27.	72,446.	70,135.	41,939.	73,548.	97,593.	11,941.	144,891.
27 à 28.	70,413.	68,439.	40,964.	71,490.	95,918.	11,736.	140,826.
28 à 29.	68,555.	66,878.	40,156.	69,561.	95,022.	11,626.	137,111.
29 à 30.	66,851.	65,431.	39,555.	67,854.	94,871 *min.*	11,607 *min.*	133,702.
30 à 31.	65,271.	64,077.	39,094.	66,213.	95,439.	11,677.	130,542.
31 à 32.	63,800.	62,801.	38,769.	64,704.	96,729.	11,835.	127,600.
32 à 33.	62,415.	61,584.	38,560.	63,254.	98,749.	12,082.	124,830.
33 à 34.	61,099.	60,412.	38,473.	61,959.	101,53.	12,423.	122,199.
34 à 35.	59,835.	59,271.	38,457 *min.*	60,648.	105,14.	12,864.	119,671.
35 à 36.	58,606.	58,146.	38,503.	59,375.	109,62.	13,413.	117,212.
36 à 37.	57,397.	57,025.	38,633.	58,167.	115,10.	14,082.	114,795.
37 à 38.	56,197.	55,898.	38,793.	56,932.	121,69.	14,889.	112,394.
38 à 39.	54,993.	54,754.	38,939.	55,708.	129,58.	15,854.	109,986.
39 à 40.	53,771.	53,584.	39,153.	54,473.	138,97.	17,004.	107,543.
40 à 41.	52,527.	52,380.	39,218.	53,118.	150,17.	18,373.	105,055.
41 à 42.	51,251.	51,137.	39,406.	51,927.	163,53.	20,009.	102,502.
42 à 43.	49,938.	49,851.	39,428.	50,500.	179,57.	21,971.	99,877.
43 à 44.	48,584.	48,518.	39,462 *max.*	49,176.	198,91.	24,337.	97,167.
44 à 45.	47,189.	47,139.	39,290.	47,757.	222,43.	27,215.	94,377.
45 à 46.	45,749.	45,713.	39,111.	46,280.	251,29.	30,746.	91,499.
46 à 47.	44,271.	44,245.	38,682.	44,643.	287,08.	35,124.	88,542.
47 à 48.	42,755.	42,737.	38,329.	43,255.	331,99.	40,619.	85,511.
48 à 49.	41,209.	41,195.	37,676.	41,731.	389,14.	47,611.	82,417.
49 à 50.	39,636.	39,627.	37,021.	40,168.	462,95.	56,643.	79,272.
50 à 51.	38,044.	38,038.	36,083.	38,489.	559,85.	68,499.	76,089.
51 à 52.	36,442.	36,438.	34,901.	36,840.	689,40.	84,349.	72,884.
52 à 53.	34,836.	34,834.	33,783.	35,171.	866,09.	105,97.	69,672.
53 à 54.	33,236.	33,234.	32,441.	33,424.	1112,3.	136,09.	66,471.
54 à 55.	31,648.	31,647.	31,285.	32,080.	1463,7.	179,09.	63,295.
55 à 56.	30,080.	30,079.	29,752.	30,308.	1978,9.	242,12.	60,159.

TABLE XVI.

TABLE XVI.

AGES.	RAPPORTS DU NOMBRE DES MORTS DE LA PETITE VÉROLE À CHAQUE ÂGE,						
	au nombre de ceux		au nombre total des morts		au nombre des morts de petite vérole et d'autres maladies qui n'ont pas eu la petite vérole.	au nombre des morts d'autres maladies,	
	qui la prennent.	qui en réchappent.	de petite vérole et d'autres maladies.	d'autres maladies.		qui n'ont pas eu la petite vérole.	qui ont eu la petite vérole.
x	$\frac{\Delta v}{\Delta \mu}$	$\frac{\Delta v}{\Delta \sigma}$	$\frac{\Delta v}{\Delta y}$	$\frac{\Delta v}{\Delta \epsilon}$	$\frac{\Delta v}{\Delta n - \Delta \sigma}$	$\frac{\Delta v}{\Delta \zeta}$	$\frac{\Delta v}{\Delta \epsilon - \Delta \zeta}$
0.	0,18068.	0,22053.	0,08054.	0,08759.	0,08465.	0,09248.	1,65808.
1.	0,30911 *max.*	0,44740 *max.*	0,24689.	0,32783.	0,27580.	0,38084.	2,35516 *max.*
2.	0,23745.	0,31138.	0,31507.	0,46000.	0,37022.	0,58785.	2,11510.
3.	0,15825.	0,18800.	0,32437 *max.*	0,48010 *max.*	0,40553.	0,68216.	1,62081.
4.	0,10398.	0,11605.	0,30712.	0,44325.	0,41388 *max.*	0,70615 *max.*	1,19061.
5.	0,07014.	0,07543.	0,27734.	0,38378.	0,40797.	0,68910.	0,86618.
6.	0,05018.	0,05284.	0,24462.	0,32385.	0,39654.	0,65713.	0,63854.
7.	0,03884.	0,04041.	0,21339.	0,27127.	0,38376.	0,62273.	0,48064.
8.	0,03277.	0,03388.	0,18591.	0,22836.	0,37219.	0,59285.	0,37144.
9.	0,02997.	0,03090.	0,16290.	0,19448.	5,36338.	0,57080.	0,29524.
10.	0,02927 *min.*	0,03015 *min.*	0,14414.	0,16842.	0,35798.	0,55757.	0,24130.
11.	0,02998.	0,03091.	0,12903.	0,14814.	0,35625 *min.*	0,55340 *min.*	0,20230.
12.	0,03173.	0,03277.	0,11679.	0,13225.	0,35776.	0,55706.	0,17340.
13.	0,03429.	0,03550.	0,10672.	0,11947.	0,36206.	0,56755.	0,15132.
14.	0,03749.	0,03895.	0,09819.	0,10888.	0,36842.	0,58331.	0,13387.
15.	0,04120.	0,04298.	0,09073.	0,09979.	0,37617.	0,60297.	0,11957.
16.	0,04532.	0,04747.	0,08399.	0,09170.	0,38463.	0,62502.	0,10746.
17.	0,04973.	0,05233.	0,07773.	0,08428.	0,39328.	0,64823.	0,09688.
18.	0,05430.	0,05742.	0,07180.	0,07735.	0,40158.	0,67109.	0,08743.
19.	0,05893.	0,06262.	0,06609.	0,07077.	0,40937.	0,69310.	0,07882.
20.	0,06350.	0,06780.	0,06058.	0,06449.	0,41607.	0,71259.	0,07091.
21.	0,06789.	0,07283.	0,05525.	0,05848.	0,42177.	0,72948.	0,06358.
22.	0,07199.	0,07757.	0,05011.	0,05275.	0,42626.	0,74289.	0,05679.
23.	0,07570.	0,08191.	0,04518.	0,04732.	0,42925.	0,75209.	0,05050.
24.	0,07895.	0,08572.	0,04049.	0,04220.	0,43090.	0,75721.	0,04469.
25.	0,08165.	0,08890.	0,03605.	0,03740.	0,43114 *max.*	0,75788 *max.*	0,03934.
26.	0,08375.	0,09141.	0,03189.	0,03294.	0,42974.	0,75362.	0,03445.
27.	0,08521.	0,09315.	0,02803.	0,02884.	0,42663.	0,74533.	0,03000.
28.	0,08601.	0,09411.	0,02447.	0,02509.	0,42260.	0,73204.	0,02598.
29.	0,08615 *max.*	0,09428 *max.*	0,02123.	0,02169.	0,41694.	0,71523.	0,02237.
30.	0,08564.	0,09366.	0,01829.	0,01863.	0,40962.	0,69377.	0,01915.
31.	0,08450.	0,09229.	0,01566.	0,01590.	0,40080.	0,66892.	0,01629.
32.	0,08277.	0,09024.	0,01331.	0,01349.	0,39048.	0,64055.	0,01378.
33.	0,08050.	0,08754.	0,01124.	0,01137.	0,37892.	0,61023.	0,01158.
34.	0,07774.	0,08429.	0,00942.	0,00951.	0,36579.	0,57685.	0,00967.
35.	0,07456.	0,08057.	0,00785.	0,00791.	0,35123.	0,54162.	0,00803.
36.	0,07101.	0,07644.	0,00649.	0,00653.	0,33565.	0,50537.	0,00661.
37.	0,06716.	0,07200.	0,00532.	0,00535.	0,31878.	0,46784.	0,00541.
38.	0,06308.	0,06733.	0,00433.	0,00435.	0,30051.	0,42991.	0,00440.
39.	0,05881.	0,06248.	0,00350.	0,00351.	0,28173.	0,39197.	0,00354.
40.	0,05443.	0,05757.	0,00280.	0,00281.	0,26117.	0,35373.	0,00283.
41.	0,04998.	0,05262.	0,00222.	0,00223.	0,24097.	0,31753.	0,00224.
42.	0,04551.	0,04769.	0,00175.	0,00175.	0,21957.	0,28122.	0,00176.
43.	0,04109.	0,04283.	0,00136.	0,00136.	0,19839.	0,24722.	0,00137.
44.	0,03674.	0,03816.	0,00104.	0,00104.	0,17664.	0,21471.	0,00105.
45.	0,03252.	0,03361.	0,00079.	0,00079.	0,15564.	0,18417.	0,00080.
46.	0,02847.	0,02930.	0,00059.	0,00059.	0,13474.	0,15551.	0,00060.
47.	0,02462.	0,02523.	0,00044.	0,00044.	0,11545.	0,13029.	0,00044.
48.	0,02100.	0,02145.	0,00032.	0,00032.	0,09682.	0,10724.	0,00032.
49.	0,01765.	0,01796.	0,00023.	0,00023.	0,07997.	0,08686.	0,00023.
50.	0,01460.	0,01480.	0,00016.	0,00016.	0,06445.	0,06875.	0,00016.
51.	0,01186.	0,01201.	0,00011.	0,00011.	0,05062.	0,05344.	0,00011.
52.	0,00944.	0,00953.	0,00007.	0,00007.	0,03901.	0,04061.	0,00007.
53.	0,00735.	0,00740.	0,00005.	0,00005.	0,02917.	0,03005.	0,00005.
54.	0,00558.	0,00562.	0,00003.	0,00003.	0,02137.	0,02192.	0,00003.
55.	0,00413.	0,00415.	0.00002.	0,00002.	0,01503.	0,01532.	0,00002.

Table XVII.

Intensité du danger d'être attaqué et de mourir de la petite vérole.

AGES.	Valeurs particulières (pour $n = 8,173218$ *const.*)		Valeurs moyennes			Valeurs générales et moyennes.		
	de m	de $m\,n$	de n	de m	de $m\,n$	de n	de m	de $m\,n$
	à l'instant x.		d'un âge à l'autre.			à partir de l'âge x.		
x	$m = \frac{\eta}{2n\varphi\nu}$	$mn = \frac{\eta}{2\varphi\nu}$	$(n) = \frac{\eta}{\Delta\mu}$	$(m) = \frac{\Delta\mu}{\Delta\nu}$	$(m)(n) = \frac{\eta}{\Delta\nu}$	$(N) = \frac{\eta}{\mu}$	$(M) = \frac{\mu}{\nu}$	$(M)(N) = \frac{\eta}{\nu}$
0.	13,376.	109,33.	9,6501.	5,535.	53,409.	1,4996.	7,782.	11,671.
1.	3,000 *m.*	24,520 *m.*	9,0791.	3,235 *m.*	29,372 *min.*	1,2321.	8,411.	10,363 *min.*
2.	3,586.	29,312.	8,8752.	4,212.	37,378.	1,1411.	11,233.	12,817.
3.	5,311.	43,411.	8,7892.	6,319.	55,539.	1,1023.	14,897.	16,421.
4.	8,108.	66,271.	8,7468.	9,617.	84,117.	1,0837.	18,498.	20,046.
5.	12,237.	100,02.	8,7241.	14,257.	124,38.	1,0747.	21,276.	22,866.
6.	17,579.	143,67.	8,7114.	19,927.	173,59.	1,0709.	22,857.	24,478.
7.	23,510.	192,15.	8,7044.	25,747.	224,11.	1,0701 *min.*	23,338 *m.*	24,975 *max.*
8.	28,877.	236,02.	8,7009.	30,512.	265,48.	1,0712.	23,036.	24,677.
9.	32,613.	266,55.	8,6995.	33,363.	290,24.	1,0735.	22,270.	23,906.
10.	34,260 *m.*	280,01 *m.*	8,6995 *m.*	34,170 *m.*	297,26 *max.*	1,0764.	21,274.	22,900.
11.	34,069.	278,45.	8,7003.	33,356.	290,21.	1,0798.	20,198.	21,809.
12.	32,582.	266,30.	8,7017.	31,514.	274,23.	1,0834.	19,128.	20,724.
13.	30,381.	248,31.	8,7034.	29,165.	253,66.	1,0872.	18,116.	19,696.
14.	27,894.	227,99.	8,7054.	26,675.	232,22.	1,0910.	17,187.	18,751.
15.	25,410.	207,68.	8,7074.	24,269.	211,32.	1,0948.	16,353.	17,904.
16.	23,088.	188,70.	8,7095.	22,064.	192,17.	1,0986.	15,621.	17,161.
17.	21,003.	171,66.	8,7116.	20,109.	175,18.	1,1024.	14,989.	16,524.
18.	19,179.	156,75.	8,7137.	18,415.	160,46.	1,1061.	14,455.	15,990.
19.	17,614.	143,96.	8,7157.	16,968.	147,89.	1,1098.	14,017.	15,556.
20.	16,286.	133,11.	8,7178.	15,748.	137,29.	1,1134.	13,670.	15,221.
21.	15,176.	124,03.	8,7198.	14,730.	128,45.	1,1170.	13,411.	14,980.
22.	14,252.	116,49.	8,7217.	13,892.	121,16.	1,1205.	13,237.	14,832.
23.	13,501.	110,35.	8,7236.	13,209.	115,23.	1,1239.	13,146.	14,775 *min.*
24.	12,890.	105,36.	8,7254.	12,666.	110,51.	1,1274.	13,136 *m.*	14,810.
25.	12,418.	101,50.	8,7271.	12,248.	106,89.	1,1308.	13,209.	14,937.
26.	12,058.	98,556.	8,7288.	11,941.	104,23.	1,1343.	13,365.	15,160.
27.	11,809.	96,516.	8,7304.	11,736.	102,46.	1,1377.	13,608.	15,482.
28.	11,653.	95,243.	8,7320.	11,626.	101,52.	1,1412.	13,941.	15,910.
29.	11,595 *m.*	94,772 *m.*	8,7335.	11,607 *m.*	101,37 *min.*	1,1448.	14,371.	16,452.
30.	11,621.	94,985.	8,7349.	11,677.	102,00.	1,1485.	14,906.	17,120.
31.	11,741.	95,958.	8,7363.	11,835.	103,39.	1,1523.	15,558.	17,927.
32.	11,946.	97,634.	8,7378.	12,082.	105,57.	1,1562.	16,339.	18,890.
33.	12,243.	100,06.	8,7392.	12,423.	108,57.	1,1603.	17,266.	20,034.
34.	12,637.	103,28.	8,7406.	12,864.	112,43.	1,1647.	18,362.	21,386.
35.	13,134.	107,35.	8,7420.	13,413.	117,25.	1,1693.	19,654.	22,980.
36.	13,749.	112,38.	8,7435.	14,082.	123,13.	1,1741.	21,175.	24,862.
37.	14,483.	118,37.	8,7451.	14,889.	130,21.	1,1794.	22,969.	27,089.
38.	15,385.	125,74.	8,7466.	15,854.	138,67.	1,1849.	25,085.	29,733.
39.	16,432.	134,30.	8,7482.	17,004.	148,75.	1,1905.	27,614.	32,886.
40.	17,715.	144,79.	8,7501.	18,373.	160,77.	1,1974.	30,625.	36,669.
41.	19,197.	156,90.	8,7520.	20,009.	175,11.	1,2043.	34,245.	41,241.
42.	21,035.	171,92.	8,7539.	21,971.	192,33.	1,2117.	38,631.	46,810.
43.	23,148.	189,20.	8,7563.	24,337.	213,10.	1,2198.	43,993.	53,661.
44.	25,880.	211,52.	8,7587.	27,215.	238,37.	1,2285.	50,604.	62,165.
45.	28,952.	236,63.	8,7613.	30,746.	269,37.	1,2378.	58,853.	72,845.
46.	33,081.	270,38.	8,7645.	35,124.	307,85.	1,2478.	69,282.	86,450.
47.	37,799.	308,94.	8,7681.	40,619.	355,77.	1,2587.	82,628.	104,00.
48.	44,598.	364,51.	8,7717.	47,611.	417,63.	1,2704.	99,898.	126,91.
49.	51,732.	422,81.	8,7754.	56,643.	497,07.	1,2830.	122,68.	157,40.
50.	63,231.	516,80.	8,7794.	68,499.	601,38.	1,2965.	153,48.	198,98.
51.	75,458.	616,74.	8,7841.	84,349.	740,93.	1,3111.	195,68.	256,56.
52.	96,513.	788,83.	8,7889.	105,97.	931,33.	1,3267.	255,34.	338,76.
53.	121,015.	989,09.	8,7950.	136,09.	1196,9.	1,3434.	339,81.	456,50.
54.	155,857.	1273,9.	8,8012.	179,09.	1576,2.	1,3615.	467,81.	636,93.
55.	213,790.	1747,4.	8,8076.	242,12.	2132,5.	1,3808.	666,05.	919,66.

TAB

PROBABILITÉS que, de l'année x à l'année $x+1$, une personne de l'âge x qui n'a pas en

AGES.	Mourra de maladies sans avoir pris la petite vérole.	Prendra la petite vérole dans l'année.	Mourra de la petite vérole.	Prendra la petite vérole et n'en mourra pas.	Mourra de la petite vérole ou de maladies sans avoir pris la petite vérole.	Mourra de maladies dans l'année après avoir eu la petite vérole.	Mourra de ma dies et non l petite vérol
x	$\frac{\Delta n - \Delta\mu}{n}$	$\frac{1}{(n)} = \frac{\Delta\mu}{n}$	$\frac{1}{(m)(n)} = \frac{\Delta\nu}{n}$	$\frac{(m)-1}{(m)(n)} = \frac{\Delta\sigma}{n}$	$\frac{\Delta n - \Delta\sigma}{n}$	$\frac{\Delta\sigma}{\alpha n} \cdot \frac{\Delta\zeta}{\zeta}$	$\frac{\Delta h -}{h}$
0.	0,20246.	0,10363.	0,01872.	0,08491.	0,22118.	0,01130.	0,21376.
1.	0,08940.	0,11014.	0,03405 *max.*	0,07609 *min.*	0,12345.	0,00433.	0,09373.
2.	0,04552.	0,11267.	0,02675.	0,08592.	0,07227.	0,00246.	0,04798.
3.	0,02639.	0,11378.	0,01801.	0,09577.	0,04440.	0,00161.	0,02800.
4.	0,01683.	0,11433.	0,01189.	0,10244.	0,02872.	0,00114.	0,01797.
5.	0,01167.	0,11462.	0,00804.	0,10658.	0,01971.	0,00086.	0,01253.
6.	0,00877.	0,11479.	0,00576.	0,10903.	0,01453.	0,00069.	0,00946.
7.	0,00717.	0,11488.	0,00446.	0,11042.	0,01163.	0,00060.	0,00777.
8.	0,00635.	0,11493.	0,00377.	0,11116.	0,01012.	0,00055.	0,00690.
9.	0,00604.	0,11495.	0,00345.	0,11150.	0,00949.	0,00053 *min.*	0,00657.
10.	0,00603 *min.*	0,11495 *max.*	0,00336 *min.*	0,11159 *max.*	0,00939 *min.*	0,00054.	0,00657 *m*
11.	0,00623.	0,11494.	0,00345.	0,11149.	0,00968.	0,00054.	0,00677.
12.	0,00655.	0,11492.	0,00365.	0,11127.	0,01020.	0,00055.	0,00710.
13.	0,00694.	0,11490.	0,00394.	0,11096.	0,01088.	0,00059.	0,00753.
14.	0,00738.	0,11487.	0,00431.	0,11056.	0,01169.	0,00061.	0,00799.
15.	0,00784.	0,11485.	0,00473.	0,11012.	0,01257.	0,00065.	0,00849.
16.	0,00832.	0,11482.	0,00520.	0,10962.	0,01352.	0,00068.	0,00900.
17.	0,00880.	0,11479.	0,00571.	0,10908.	0,01451.	0,00070.	0,00950.
18.	0,00929.	0,11476.	0,00623.	0,10853.	0,01552.	0,00072.	0,01001.
19.	0,00976.	0,11473.	0,00676.	0,10797.	0,01652.	0,00075.	0,01051.
20.	0,01022.	0,11471.	0,00728.	0,10743.	0,01750.	0,00078.	0,01100.
21.	0,01067.	0,11468.	0,00779.	0,10689.	0,01846.	0,00080.	0,01147.
22.	0,01111.	0,11466.	0,00825.	0,10641.	0,01936.	0,00083.	0,01194.
23.	0,01154.	0,11463.	0,00868.	0,10595.	0,02022.	0,00084.	0,01238.
24.	0,01195.	0,11461.	0,00905.	0,10556.	0,02100.	0,00087.	0,01282.
25.	0,01234.	0,11459.	0,00936.	0,10523.	0,02170.	0,00089.	0,01323.
26.	0,01273.	0,11456.	0,00959.	0,10497.	0,02232.	0,00092.	0,01365.
27.	0,01310.	0,11454.	0,00976.	0,10478.	0,02286.	0,00093.	0,01403.
28.	0,01346.	0,11452.	0,00985.	0,10467.	0,02331.	0,00094.	0,01440.
29.	0,01379.	0,11450.	0,00986 *max.*	0,10464 *min.*	0,02365.	0,00099.	0,01478.
30.	0,01413.	0,11448.	0,00980.	0,10468.	0,02393.	0,00100.	0,01513.
31.	0,01446.	0,11446.	0,00967.	0,10479.	0,02413.	0,00102.	0,01548.
32.	0,01478.	0,11445.	0,00947.	0,10498.	0,02425.	0,00104.	0,01582.
33.	0,01510.	0,11443.	0'00921.	0,10522.	0,02431.	0,00106.	0,01616.
34.	0,01542.	0,11441.	0,00889.	0,10552.	0,02431 *max.*	0,00109.	0,01651.
35.	0,01576.	0,11438.	0,00853.	0,10585.	0,02429.	0,00110.	0,01686.
36.	0,01608.	0,11437.	0,00812.	0,10625.	0,02420.	0,00112.	0,01720.
37.	0,01642.	0,11435.	0,00768.	0,10667.	0,02410.	0,00114.	0,01756.
38.	0,01677.	0,11433.	0,00721.	0,10712.	0,02398.	0,00117.	0,01794.
39.	0,01715.	0,11431.	0,00672.	0,10759.	0,02387.	0,00121.	0,01836.
40.	0,01759.	0,11428.	0,00622.	0,10806.	0,02381.	0,00122.	0,01881.
41.	0,01797.	0,11426.	0,00571.	0,10855.	0,02368.	0,00130.	0,01927.
42.	0,01848.	0,11423.	0,00520.	0,10903.	0,02368 *min.*	0,00131.	0,01979.
43.	0,01901.	0,11420.	0,00469.	0,10951.	0,02370.	0,00132.	0,02033.
44.	0,01952.	0,11417.	0,00420.	0,10997.	0,02372.	0,0014.	0,02095.
45.	0,02016.	0,11414.	0,00371.	0,11043.	0,02387.	0,0014.	0,02157.
46.	0,02089.	0,11410.	0,00325.	0,11085.	0,02414.	0,0014.	0,02228.
47.	0,02157.	0,11405.	0,00281.	0,11124.	0,02438.	0,0015.	0,02307.
48.	0,02237.	0,11400.	0,00239.	0,11161.	0,02476.	0,0016.	0,02394.
49.	0,02320.	0,11395.	0,00201.	0,11194.	0,02521.	0,0017.	0,02489.
50.	0,02424.	0,11390.	0,00166.	0,11224.	0,02590.	0,0017.	0,02589.
51.	0,02523.	0,11384.	0,00135.	0,11249.	0,02658.	0,0019.	0,02718.
52.	0,02639.	0,11378.	0,00107.	0,11271.	0,02746.	0,0019.	0,02827.
53.	0,02784.	0,11370.	0,00084.	0,11286.	0,02868.	0,0019.	0,02970.
54.	0,02891.	0,11362.	0,00063.	0,11299.	0,02954.	0,0020.	0,03126.
55.	0,03068.	0,11354.	0,00047.	0,11307.	0,03115.	0,0020.	0,03272.

VIII.

petite vérole,			PROBABILITÉ que si elle la prend,			PROBABILITÉ de mourir dans l'année pour un individu		AGES.
...ndra la petite ...role, en rechappera, ou mourra ...ns l'avoir prise.	Mourra de la petite vérole ou de maladies.	Mourra ou prendra la petite vérole.	Elle en mourra.	Elle en réchappera.	Elle mourra ensuite de maladies, dans la même année.	Pris indistinctement.	Qui a eu la petite vérole ou qui en a été préservé.	
$\frac{\Delta n - \Delta v}{n}$	$\frac{\Delta h}{h}$	$\frac{\Delta n}{n}$	$\frac{1}{(m)} = \frac{\Delta v}{\Delta \mu}$	$\frac{\Delta \sigma}{\Delta \mu}$	$\frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\Delta z}{z} \cdot \frac{\Delta \sigma}{\Delta \mu}$	$\frac{\Delta y}{y}$	$\frac{\Delta z}{z}$	x
,28737.	0,23248.	0,30609.	0,18068.	0,81932.	0,10897.	0,23248.	0,21577.	0.
,16549.	0,12778.	0,19954.	0,30911 *max*	0,69089 *min.*	0,03940.	0,12467.	0,09536.	1.
,13144.	0,07473.	0,15819.	0,23745.	0,76255.	0,02184.	0,07020.	0,04862.	2.
,12216.	0,04601.	0,14017.	0,15825.	0,84175.	0,01419.	0,04155.	0,02826.	3.
,11927.	0,02986.	0,13116.	0,10398.	0,89602.	0,00997.	0,02599.	0,01808.	4.
,11825.	0,02057.	0,12629.	0,07014.	0,92986.	0,00751.	0,01736.	0,01258.	5.
,11780.	0,01522.	0,12356.	0,05018.	0,94982.	0,00605.	0,01254.	0,00949.	6.
,11759.	0,01223.	0,12205.	0,03884.	0,96116.	0,00524.	0,00988.	0,00778.	7.
,11751 *min.*	0,01067.	0,12128.	0,03277.	0,96723.	0,00481.	0,00849.	0,00692.	8.
,11754.	0,01002.	0,12099.	0,02997.	0,97003.	0,00465.	0,00786.	0,00658.	9.
,11762.	0,00993 *min.*	0,12098 *min.*	0,02927 *min.*	0,97073 *max.*	0,00464 *min.*	0,00768 *min.*	0,00658 *min.*	10.
,11772.	0,01022.	0,12117.	0,02998.	0,97002.	0,00476.	0,00779.	0,00678.	11.
,11782.	0,01075.	0,12147.	0,03173.	0,96827.	0,00486.	0,00806.	0,00712.	12.
,11790.	0,01147.	0,12184.	0,03429.	0,96571.	0,00513.	0,00844.	0,00755.	13.
,11794.	0,01230,	0,12225.	0,03749.	0,96251.	0,00543.	0,00888.	0,00801.	14.
,11796 *max.*	0,01322.	0,12269.	0,04120.	0,95880.	0,00560.	0,00936.	0,00851.	15.
,11794.	0,01420.	0,12314.	0,04532.	0,95468.	0,00584.	0,00984.	0,00902.	16.
,11788.	0,01521.	0,12359.	0,04973.	0,95027.	0,00609.	0,01033.	0,00953.	17.
,11782.	0,01624.	0,12405.	0,05430.	0,94570.	0,00631.	0,01081.	0,01004.	18.
,11773.	0,01727.	0,12449.	0,05893.	0,94107.	0,00656.	0,01129.	0,01054.	19.
,11765.	0,01828.	0,12493.	0,06350.	0,93650.	0,00677.	0,01174.	0,01104.	20.
,11756.	0,01926.	0,12535.	0,06789.	0,93211.	0,00697.	0,01219.	0,01152.	21.
,11752.	0,02019.	0,12577.	0,07199.	0,92801.	0,00722.	0,01262.	0,01199.	22.
,11749 *min.*	0,02106.	0,12617.	0,07570.	0,92430.	0,00739.	0,01303.	0,01244.	23.
,11751.	0,02187.	0,12656.	0,07895.	0,92105.	0,00750.	0,01342.	0,01288.	24.
,11757.	0,02259.	0,12693.	0,08165.	0,91835.	0,0078.	0,01380.	0,01330.	25.
,11770.	0,02324.	0,12729.	0,08375.	0,91625.	0,0080.	0,01416.	0,01371.	26.
,11788.	0,02379.	0,12764.	0,08521.	0,91479.	0,0082.	0,01451.	0,01410.	27.
,11813.	0,02425.	0,12798.	0,08601.	0,91399.	0,0083.	0,01484.	0,01448.	28.
,11843.	0,02464.	0,12829.	0,08615 *max.*	0,91385 *min.*	0,0085.	0,01517.	0,01485.	29.
,11881.	0,02493.	0,12861.	0,08564.	0,91436.	0,0087.	0,01549.	0,01520.	30.
,11925.	0,02515.	0,12892.	0,08450.	0,91550.	0,0089.	0,01580.	0,01555.	31.
,11976.	0,02529.	0,12923.	0,08277.	0,91723.	0,0090.	0,01611.	0,01589.	32.
,12032.	0,02537.	0,12953.	0,08050.	0,91950.	0,0092.	0,01642.	0,01623.	33.
,12094.	0,02540 *max.*	0,12983.	0,07774.	0,92226.	0,0095.	0,01673.	0,01657.	34.
,12161.	0,02539.	0,13014.	0,07456.	0,92544.	0,0097.	0,01705.	0,01692.	35.
,12233.	0,02532.	0,13045.	0,07101.	0,92899.	0,0098.	0,01738.	0,01727.	36.
,12309.	0,02524.	0,13077.	0,06716.	0,93284.	0,0100.	0,01773.	0,01764.	37.
,12389.	0,02515.	0,13110.	0,06308.	0,93692.	0,010.	0,01810.	0,01802.	38.
,12474.	0,02508.	0,13146.	0,05881.	0,94119.	0,011.	0,01849.	0,01843.	39.
,12565.	0,02503.	0,13187.	0,05443.	0,94557.	0,011.	0,01891.	0,01886.	40.
,12652.	0,02498 *min.*	0,13223.	0,04998.	0,95002.	0,011.	0,01937.	0,01932.	41.
,12751.	0,02499.	0,13271.	0,04551.	0,95449.	0,011.	0,01986.	0,01983.	42.
,12852.	0,02502.	0,13321.	0,04109.	0,95891.	0,012.	0,02040.	0,02037.	43.
,12949.	0,02515.	0,13369.	0,03674.	0,96326.	0,012.	0,02099.	0,02097.	44.
,13059.	0,02528.	0,13430.	0,03252.	0,96748.	0,012.	0,02164.	0,02162.	45.
,13174.	0,02553.	0,13499.	0,02847.	0,97153.	0,013.	0,02235.	0,02234.	46.
,13281.	0,02588.	0,13562.	0,02462.	0,97538.	0,013.	0,02313.	0,02312.	47.
,13398.	0,02633.	0,13637.	0,02100.	0,97900.	0,014.	0,02398.	0,02398.	48.
,13514.	0,02690.	0,13715.	0,01765.	0,98235.	0,015.	0,02492.	0,02492.	49.
,13648.	0,02755.	0,13814.	0,01460.	0,98540.	0,015.	0,02595.	0,02595.	50.
,13772.	0,02853.	0,13907.	0,01186.	0,98814.	0,016.	0,02707.	0,02707.	51.
,13910.	0,02934.	0,14017.	0,00944.	0,99056.	0,016.	0,02830.	0,02830.	52.
,14070.	0,03054.	0,14154.	0,00735.	0,99265.	0,017.	0,02964.	0,02964.	53.
,14190.	0,03189.	0,14253.	0,00558.	0,99442.	0,018.	0,03111.	0,03111.	54.
,14375.	0,03319.	0,14422.	0,00413.	0,99587.	0,018.	0,03270.	0,03270.	55.

TAB

AGES.	Probabilités que tôt ou tard une personne de l'âge x qui n'a pas encore eu la pe					
	Aura la petite vérole.	Mourra sans avoir été attaquée de la petite vérole.	Mourra de la petite vérole, et non d'autres maladies.	Mourra d'autres maladies que de la petite vérole.	Mourra de maladies après avoir eu la petite vérole.	Mourra de la petite vérole, ou d'autres maladies sans l'av prise.
x	$\frac{\mu}{n}$	$\frac{n-\mu}{n}$	$\frac{\nu}{n}$	$\frac{n-\nu}{n}$	$\frac{\sigma}{n}$	$\frac{n-\sigma}{n}$
0.	0,66684.	0,33316.	0,08568.	0,91432.	0,58116.	0,41884.
1.	0,81164.	0,18836.	0,09650 *max.*	0,90350 *min.*	0,71514.	0,28486.
2.	0,87637.	0,12363.	0,07802.	0,92198.	0,79835.	0,20165.
3.	0,90720.	0,09280.	0,06090.	0,93910.	0,84630.	0,15370.
4.	0,92277.	0,07723.	0,04989.	0,95011.	0,87288.	0,12712.
5.	0,93049.	0,06951.	0,04373.	0,95627.	0,88676.	0,11324.
6.	0,93380.	0,06620.	0,04085.	0,95915.	0,89295.	0,10705.
7.	0,93446 *max.*	0,06554 *min.*	0,04004 *min.*	0,95996 *max.*	0,89442 *max.*	0,10558 *mi*
8.	0,93351.	0,06649.	0,04052.	0,95948.	0,89299.	0,10701.
9.	0,93157.	0,06843.	0,04183.	0,95817.	0,88974.	0,11026.
10.	0,92902.	0,07098.	0,04367.	0,95633.	0,88535.	0,11465.
11.	0,92611.	0,07389.	0,04585.	0,95415.	0,88026.	0,11974.
12.	0,92301.	0,07699.	0,04825.	0,95175.	0,87476.	0,12524.
13.	0,91982.	0,08018.	0,05077.	0,94923.	0,86905.	0,13095.
14.	0,91659.	0,08341.	0,05333.	0,94667.	0,86326.	0,13674.
15.	0,91339.	0,08661.	0,05585.	0,94415.	0,85754.	0,14246.
16.	0,91022.	0,08978.	0,05827.	0,94173.	0,85195.	0,14805.
17.	0,90711.	0,09289.	0,06052.	0,93948.	0,84659.	0,15341.
18.	0,90405.	0,09595.	0,06254.	0,93746.	0,84151.	0,15849.
19.	0,90107.	0,09893.	0,06428.	0,93572.	0,83679.	0,16321.
20.	0,89814.	0,10186.	0,06570.	0,93430.	0,83244.	0,16756.
21.	0,89528.	0,10472.	0,06676.	0,93324.	0,82852.	0,17148.
22.	0,89248.	0,10752.	0,06742.	0,93258.	0,82506.	0,17494.
23.	0,88972.	0,11028.	0,06768 *max.*	0,93232 *min.*	0,82204.	0,17796.
24.	0,88700.	0,11300.	0,06752.	0,93248.	0,81948.	0,18052.
25.	0,88431.	0,11569.	0,06695.	0,93305.	0,81736.	0,18264.
26.	0,88163.	0,11837.	0,06596.	0,93404.	0,81567.	0,18433.
27.	0,87895.	0,12105.	0,06459.	0,93541.	0,81436.	0,18564.
28.	0,87625.	0,12375.	0,06285.	0,93715.	0,81340.	0,18660.
29.	0,87351.	0,12649.	0,06078.	0,93922.	0,81273.	0,18727.
30.	0,87073.	0,12927.	0,05841.	0,94159.	0,81232.	0,18768.
31.	0,86786.	0,13214.	0,05578.	0,94422.	0,81208.	0,18792.
32.	0,86490.	0,13510.	0,05293.	0,94707.	0,81197.	0,18803.
33.	0,86183.	0,13817.	0,04991.	0,95009.	0,81192.	0,18808.
34.	0,85861.	0,14139.	0,04676.	0,95324.	0,81185.	0,18815.
35.	0,85524.	0,14476.	0,04352.	0,95648.	0,81172.	0,18828.
36.	0,85168.	0,14832.	0,04022.	0,95978.	0,81146.	0,18854.
37.	0,84791.	0,15209.	0,03691.	0,96309.	0,81100.	0,18900.
38.	0,84367.	0,15633.	0,03363.	0,96637.	0,81004.	0,18996.
39.	0,83968.	0,16032.	0,03041.	0,96959.	0.80927.	0,19073.
40.	0,83516.	0,16484.	0,02727.	0,97273.	0,80789.	0,19211.
41.	0,83036.	0,16964.	0,02425.	0,97575.	0,80611.	0,19389.
42.	0,82527.	0,17473.	0,02136.	0,97864.	0,80391.	0,19609.
43.	0,81984.	0,18016.	0,01864.	0,98136.	0,80120.	0,19880.
44.	0,81403.	0,18597.	0,01609.	0,98391.	0,79794.	0,20206.
45.	0,80792.	0,19208.	0,01373.	0,98627.	0,79419.	0,20581.
46.	0,80140.	0,19860.	0,01157.	0,98843.	0,78983.	0,21017.
47.	0,79450.	0,20550.	0,00962.	0,99038.	0,78488.	0,21512.
48.	0,78719.	0,21281.	0,00788.	0,99212.	0,77931.	0,22069.
49.	0,77944.	0,22056.	0,00635.	0,99365.	0,77309.	0,22691.
50.	0,77130.	0,22870.	0,00503.	0,99497.	0,76627.	0,23373.
51.	0,76270.	0,23730.	0,00390.	0,99610.	0,75880.	0,24120.
52.	0,75374.	0,24626.	0,00295.	0,99705.	0,75079.	0,24921.
53.	0,74437.	0,25563.	0,00219.	0,99781.	0,74218.	0,25782.
54.	0,73448.	0,26552.	0,00157.	0,99843.	0,73291.	0,26709.
55.	0,72424.	0,27576.	0,00109.	0,99891.	0,72315.	0,27685.

IX.

...ole,		Probabilités que si elle prend la petite vérole tôt ou tard,				
...urra de maladies la même année qu'elle aura eu la petite vérole.	Ne mourra pas dans l'année où elle aura la petite vérole.	Elle en mourra.	Elle en réchappera,	Elle mourra de maladies la même année.	Elle ne mourra pas dans cette année, après avoir eu la petite vérole.	AGES.
$S.\frac{1}{\alpha}.\frac{\Delta z}{z}.\Delta\sigma$	$\frac{\sigma - S\frac{1}{\alpha}.\frac{\Delta z}{z}\Delta\sigma}{n}$	$\frac{\nu}{\mu}$	$\frac{\mu-\nu}{\mu}$	$\frac{1}{\mu}S\frac{1}{\alpha}.\frac{\Delta z}{z}.\Delta\sigma$	$\frac{\sigma - S\frac{1}{\alpha}\frac{\Delta z}{z}.\Delta\sigma}{\mu}$	x
0,01882.	0,56234.	0,12850.	0,87150.	0,02822.	0,84328.	0.
0,01084.	0,70430.	0,11889.	0,88111.	0,01336.	0,86775.	1.
0,00813.	0,79022.	0,08903.	0,91097.	0,00927.	0,90170.	2.
0,00673.	0,83957.	0,06713.	0,93287.	0,00742.	0,92545.	3.
0,00595.	0,86693.	0,05406.	0,94594.	0,00645.	0,93949.	4.
0,00553.	0,88123.	0,04700.	0,95300.	0,00595.	0,94705.	5.
0,00535.	0,88760.	0,04375.	0,95625.	0,00572.	0,95053.	6.
0,00531 *min.*	0,88911 *max.*	0,04285 *min.*	0,95715 *max.*	0,00568 *min.*	0,95147 *max.*	7.
0,00536.	0,88763.	0,04341.	0,95659.	0,00574.	0,95085.	8.
0,00547.	0,88427.	0,04490.	0,95510.	0,00588.	0,94922.	9.
0.00562.	0,87973.	0,04700.	0,95300.	0,00605.	0,94695.	10.
0,00578.	0,87448.	0,04951.	0,95049.	0,00625.	0,94424.	11.
0,00596.	0,86880.	0,05228.	0,94772.	0,00646.	0,94126.	12.
0,00615.	0,86290.	0,05520.	0,94480.	0,00668.	0,93812.	13.
0,00633.	0,85693.	0,05818.	0,94182.	0,00691.	0,93491.	14.
0,00651.	0,85103.	0,06115.	0,93885.	0,00713.	0,93172.	15.
0,00669.	0,84526.	0,06402.	0,93598.	0,00735.	0,92863.	16.
0,00686.	0,83973.	0,06672.	0,93328.	0,00757.	0,92571.	17.
0,00704.	0,83447.	0,06918.	0,93082.	0,00778.	0,92304.	18.
0,00721.	0,82958.	0,07134.	0,92866.	0,00800.	0,92066.	19.
0,00737.	0,82507.	0,07315.	0,92685.	0,00821.	0,91864.	20.
0,00754.	0,82098.	0,07456.	0,92544.	0,00842.	0,91702.	21.
0,00770.	0,81736.	0,07555.	0,92445.	0,00863.	0,91582.	22.
0,00786.	0,81518.	0,07607.	0,92393.	0,00884.	0,91509.	23.
0,00803.	0,81145.	0,07612 *max.*	0,92388 *min.*	0,00905.	0,91483 *min.*	24.
0,00819.	0,80917.	0,07571.	0,92429.	0,00927.	0,91502.	25.
0,00836.	0,80731.	0,07482.	0,92518.	0,00948.	0,91570.	26.
0,00853.	0,80583.	0,07349.	0,92651.	0,00971.	0,91680.	27.
0,00871.	0,80469.	0,07173.	0,92827.	0,00994.	0,91833.	28.
0,00891.	0,80382.	0,06958.	0,93042.	0,01020.	0,92022.	29.
0,00909.	0,80323.	0,06709.	0,93291.	0,01044.	0,92247.	30.
0,00929.	0,80279.	0,06428.	0,93572.	0,01071.	0,92501.	31.
0,00950.	0,80233.	0,06120.	0,93880.	0,01099.	0,92781.	32.
0,00973.	0,80219.	0,05792.	0,94208.	0,01129.	0,93079.	33.
0,00995.	0,80190.	0,05446.	0,94554.	0,01159.	0,93395.	34.
0,01019.	0,80153.	0,05088.	0,94912.	0,01192.	0,93720.	35.
0,01045.	0,80101.	0,04723.	0,95277.	0,01227.	0,94050.	36.
0,01072.	0,80028.	0,04354.	0,95646.	0,01264.	0,94382.	37.
0,01101.	0,79903.	0,04005.	0,95995.	0,01306.	0,94689.	38.
0,01135.	0,79792.	0,03621.	0,96379.	0,01352.	0,95027.	39.
0,01167.	0,79622.	0,03265.	0,96735.	0,01397.	0,95338.	40.
0,01205.	0,79406.	0,02920.	0,97080.	0,01451.	0,95629.	41.
0,01241.	0,79150.	0,02589.	0,97411.	0,01504.	0,95907.	42.
0,01280.	0,78840.	0,02273.	0,97727.	0,01561.	0,96166.	43.
0,01319.	0,78475.	0,01976.	0,98024.	0,01621.	0,96403.	44.
0,01361.	0,78058.	0,01699.	0,98301.	0,01685.	0,96616.	45.
0,01408.	0,77575.	0,01443.	0,98557.	0,01756.	0,96801.	46.
0,01463.	0,77025.	0,01210.	0,98790.	0,01841.	0,96949.	47.
0,01512.	0,76419.	0,01001.	0,98999.	0,01921.	0,97078.	48.
0,01565.	0,75744.	0,00815.	0,99185.	0,02008.	0,97177.	49.
0,01594.	0,75033.	0,00652.	0,99348.	0,02091.	0,97257.	50.
0,01668.	0,74212.	0,00511.	0,99489.	0,02187.	0,97302.	51.
0,01720.	0,73359.	0,00392.	0,99608.	0,02283.	0,97325 *max.*	52.
0,01790.	0,72428.	0,00294.	0,99706.	0,02405.	0,97301.	53.
0,01864.	0,71427.	0,00214.	0,99786.	0,02538.	0,97248.	54.
0,01917.	0,70398.	0,00150.	0,99850.	0,02647.	0,97203.	55.

TABLE XX.

PROBABILITÉS.

Il y a 1 contre 1 à parier qu'un individu qui n'a pas encore eu la petite vérole,

AGES.	Mourra ou prendra la petite vérole dans l'espace de	Prendra la petite vérole dans l'espace de	Que s'il doit mourir sans prendre la petite vérole, il mourra dans l'espace de	Que s'il doit être attaqué de petite vérole, il le sera dans l'espace de	Que s'il doit mourir de petite vérole, il en sera attaqué dans l'espace de	Que s'il doit réchapper de la petite vérole, il en sera attaqué dans l'espace de	Qu'il aura eu la petite vérole, s'il est existant au bout de
a	$t+\frac{n_x-\frac{1}{2}n_a}{\Delta n_x}$	$t+\frac{\mu_x-(\mu_x-\frac{1}{2}n_a)}{\Delta \mu_x}$	$t+\frac{\zeta_x-\frac{1}{2}\zeta_a}{\Delta \zeta_x}$	$t+\frac{\mu_x-\frac{1}{2}\mu_a}{\Delta \mu_x}$	$t+\frac{\nu_x-\frac{1}{2}\nu_a}{\Delta \nu_x}$	$t+\frac{\sigma_x-\frac{1}{2}\sigma_a}{\Delta \sigma_x}$	$t+\frac{\frac{W_a}{z_a}-\frac{W_x-n_x}{z_x}}{\Delta\left(\frac{W_x-n_x}{z_x}\right)}$
0.	2,631.	10,081.	0,823.	4,817.	2,033.	5,515.	6,545.
1.	4,053.	7,110.	1,131.	5,097.	1,663 *min.*	5,733 *max.*	6,468.
2.	4,728.	6,377.	1,734.	5,214.	1,809.	5,593.	6,225.
3.	5,037.	6,077.	2,634.	5,264.	2,370.	5,454.	6,036.
4.	5,214.	5,939.	4,059.	5,284.	3,571.	5,354.	5,926.
5.	5,307.	5,890.	5,672.	5,288 *max.*	5,463.	5,282.	5,863.
6.	5,354.	5,833.	6,748.	5,282.	7,033.	5,230.	5,829.
7.	5,375.	5,815.	7,315.	5,271.	7,882.	5,189.	5,812.
8.	5,379 *max.*	5,808.	7,553.	5,256.	8,214.	5,156.	5,806 *min.*
9.	5,373.	5,808 *min.*	7,596 *max.*	5,239.	8,244 *max.*	5,127.	5,807.
10.	5,360.	5,812.	7,534.	5,221.	8,102.	5,103.	5,813.
11.	5,344.	5,819.	7,416.	5,203.	7,867.	5,082.	5,823.
12.	5,325.	5,828.	7,274.	5,185.	7,585.	5,064.	5,836.
13.	5,305.	5,838.	7,123.	5,166.	7,275.	5,049.	5,851.
14.	5,285.	5,849.	6,975.	5,148.	6,953.	5,038.	5,868.
15.	5,264.	5,860.	6,843.	5,130.	6,646.	5,030.	5,886.
16.	5,243.	5,871.	6,721.	5,112.	6,343.	5,024.	5,905.
17.	5,223.	5,882.	6,607.	5,094.	6,046.	5,021.	5,924.
18.	5,203.	5,893.	6,503.	5,077.	5,777.	5,019 *min.*	5,943.
19.	5,184.	5,903.	6,410.	5,060.	5,523.	5,020.	5,961.
20.	5,165.	5,914.	6,326.	5,043.	5,280.	5,022.	5,978.
21.	5,147.	5,924.	6,252.	5,027.	5,048.	5,025.	5,993.
22.	5,129.	5,934.	6,188.	5,011.	4,844.	5,028.	6,008.
23.	5,113.	5,943.	6,133.	4,995.	4,656.	5,031.	6,020.
24.	5,096.	5,953.	6,088.	4,981.	4,477.	5,032.	6,030.
25.	5,081.	5,962.	6,052.	4,967.	4,307.	5,033 *max.*	6,036.
26.	5,066.	5,970.	6,024.	4,952.	4,145.	5,032.	6,040.
27.	5,051.	5,979.	6,005.	4,937.	3,990.	5,029.	6,040 *max.*
28.	5,037.	5,987.	5,994.	4,922.	3,862.	5,023.	6,037.
29.	5,023.	5,995.	5,991 *min.*	4,907.	3,739.	5,015.	6,032.
30.	5,010.	6,000.	5,994.	4,891.	3,623.	5,005.	6,023.
35.	4,949.	6,050.	6,088.	4,797.	3,073.	4,919.	5,953.
40.	4,876.	6,108.	6,222.	4,672.	2,625.	4,771.	5,865.
45.	4,770.	6,193.	6,247.	4,499.	2,154.	4,561.	5,779.
50.	4,611.	6,339.	6,063.	4,268.	1,693.	4,298.	5,721.
55.	4,382.	6,573.	5,698.	3,972.	1,000.	3,976.	5,685.

TABLE XXI.

TABLE XXI.

AGES.	PROBABILITÉ qu'un vacciné survivra à un variolable.	PROBABILITÉ qu'un variolable survivra à un vacciné.	Nombre moyen d'années de survivance	
			si le vacciné survit au variolable.	si le variolable survit au vacciné.
x	$\frac{1}{h_a z_a} \cdot \int z \,.\, -\partial h$	$\frac{1}{h_a z_a} \cdot \int h \,.\, -\partial z$	$\frac{\int z \partial x}{z_a} - \frac{\int h z \partial x}{h_a z_a}$	$\frac{\int h \partial x}{h_a} - \frac{\int h z \partial x}{h_a z_a}$
0.	0,5312341.	0,4687659.	17,9721.	14,4795.
1.	0,5420490 *max.*	0,4579510.	17,8233.	13,7649.
2.	0,5356804.	0,4643196.	16,3774.	13,0756.
3.	0,5282547.	0,4717453.	15,1236.	12,5895.
4.	0,5231936.	0,4768064.	14,2709.	12,2574.
5.	0,5202827.	0,4797173.	13,7167.	12,0084.
6.	0,5188800.	0,4811200.	13,3593.	11,8108.
7.	0,5184454 *min.*	0,4815546.	13,1239.	11,6443.
8.	0,5186231.	0,4813769.	12,9614.	11,4950.
9.	0,5191905.	0,4808095.	12,8415.	11,3544.
10.	0,5200100.	0,4799900.	12,7449.	11,2164.
11.	0,5210635.	0,4789365.	12,6600.	11,0778.
12.	0,5220870.	0,4779130.	12,5793.	10,9368.
13.	0,5232380.	0,4767620.	12,5062.	10,8003.
14.	0,5244119.	0,4755881.	12,4228.	10,6543.
15.	0,5255722.	0,4744278.	12,3337.	10,5058.
16.	0,5266901.	0,4733099.	12,2370.	10,3550.
17.	0,5277350.	0,4722650.	12,1317.	10,2032.
18.	0,5286763.	0,4713237.	12,0166.	10,0512.
19.	0,5294971.	0,4705029.	11,8912.	9,8990.
20.	0,5301734.	0,4698266.	11,7549.	9,7483.
21.	0,5306794.	0,4693206.	11,6077.	9,5988.
22.	0,5310101.	0,4689899.	11,4494.	9,4511.
23.	0,5311594 *max.*	0,4688406.	11,2806.	9,3058.
24.	0,5311086.	0,4688914.	11,1020.	9,1630.
25.	0,5308546.	0,4691454.	10,9158.	9,0225.
26.	0,5304156.	0,4695844.	10,7167.	8,8839.
27.	0,5298130.	0,4701870.	10,5114.	8,7471.
28.	0,5290270.	0,4709730.	10,3011.	8,6151.
29.	0,5280801.	0,4719199.	10,0845.	8,4830.
30.	0,5270897.	0,4729103.	9,8635.	8,3521.
31.	0,			
32.	0,			
33.	0,			
34.	0,			
35.	0,520366.	0,479634.	8,7343.	7,7159.
36.	0,			
37.	0,			
38.	0,			
39.	0,			
40.	0,513113.	0,486887.	7,6515.	7,0814.
41.	0,			
42.	0,			
43.	0,			
44.	0,			
45.	0,507127.	0,492873.	6,6139.	6,3639.
46.	0,			
47.	0,			
48.	0,			
49.	0,			
50.	0,504185.	0,495815.	5,8710.	5,7904.
51.	0,			
52.	0,			
53.	0,			
54.	0,			
55.	0,500000.	0,500000.	5,0604.	5,0604.

Table XXII.

AGES.	SOMME DES MORTS,	MORTS de chaque âge dans une année	GAIN p. 100 SUR LES MORTS de chaque âge.	SOMME DES INDIVIDUS	INDIVIDUS de chaque âge	SOMME DES INDIVIDUS	INDIVIDUS de chaque âge
	si tous ceux qui n'ont pas encore eu la petite verole se faisoient actuellement vacciner.			qui ayant été mis à l'abri de la petite vérole, dont ils seroient morts, mourront par d'autres maladies, dans l'année.		sauvés par la vaccine, et qui ne mourront point de maladies dans l'année.	
x	$S.\frac{y\Delta z}{z}$	$\frac{y\Delta z}{z}$	$100\left(1-\frac{y\Delta z}{z\Delta y}\right)$	$S.\frac{1}{2}\Delta y.\frac{\Delta z}{z}$	$\frac{1}{2}.\Delta y.\frac{\Delta z}{z}$	$S\Delta y\left(1-\frac{1}{2}\frac{\Delta z}{z}\right)$	$\Delta y\left(1-\frac{1}{2}\frac{\Delta z}{z}\right)$
0.	0,9180625.	0,2157717.	7,18509 p. ÷.	0,0037471.	0,0020200.	0,0819375.	0,0167036.
1.		0,0731919.	23,51181.		0,0011264.		0,0224987 *max.*
2.		0,0326665.	30,74104.		0,0003613.		0,0144992.
3.		0,0176550.	31,97847 *max.*		0,0001190.		0,0083000.
4.		0,0108261.	30,43441.		0,0000432.		0,0047364.
5.		0,0073353.	27,55984.		0,0000177.		0,0027906.
6.		0,0054372.	24,34654.		0,0000083.		0,0017499.
7.		0,0044044.	21,25554.		0,0000046.		0,0011889.
8.		0,0038767.	18,52651.		0,0000031.		0,0008815.
9.		0,0036561.	16,23591.		0,0000023.		0,0007087.
10.	0.5432416.	0,0036252 m	14,36675.	0,0000412.	0,0000020.	0,0078800.	0,0007082.
11.		0,0037106.	12,85903.		0,0000019.		0,0005475.
12.		0,0038659.	11,63787.		0,0000018.		0,0005092.
13.		0,0040613.	10,63145.		0,0000018 *min.*		0,0004832.
14.		0,0042776.	9,77964.		0,0000019.		0,0004636.
15.		0,0045019.	9,03460.		0,0000019.		0,0004471.
16.		0,0047264.	8,36146.		0,0009020.		0,0004312.
17.		0,0049458.	7,73620.		0,0000020.		0,0004147.
18.		0,0051565.	7,14348.		0,0000020.		0,0003967.
19.		0,0053562.	6,57441.		0,0000020.		0,0003769.
20.	0,4990142.	0,0055435.	6,02471.	0,0000219.	0,0000020.	0,0032017.	0,0003554.
21.		0,0057172.	5,49332.		0,9000019.		0,0003324.
22.		0,0058769.	4,98110.		0,0000019.		0,0003080.
23.		0,0060224.	4,49005.		0,0000018.		0,0002831.
24.		0,0061531.	4,02252.		0,0000017.		0,0002579.
25.		0,0062698.	3,58092.		0,0000016.		0,0002328.
26.		0,0063727.	3,16729.		0,0000014.		0,0002085.
27.		0,0064626.	2,78323.		0,0000013.		0,0001850.
28.		0,0065401.	2,42971.		0,0000012.		0,0001629.
29.		0,0066062.	2,10712.		0,0000011.		0,0001422.
30.	0,4374497.	0,0066622.	1,81525.	0,0000060.	0,0000009.	0,0007335.	0,0001232.
31.		0,0067091.	1,55339.		0,0000008.		0,0001059.
32.		0,0067485.	1,32039.		0,0000007.		0,0000903.
33.		0,0067816.	1,11470.		0,0000006.		0,0000765.
34.		0,0068100.	0,93455.		0,0000005.		0,0000643.
35.		0,0068354.	0,77800.		0,0000005.		0,0000536.
36.		0,0068591.	0,64300.		0,0000004.		0,0000444.
37.		0,0068825.	0,52745.		0,0000003.		0,0000365.
38.		0,0069072.	0,42929.		0,0000003.		0,0000298.
39.		0,0069348.	0,34657.		0,0000002.		0,0000241.
40.	0,3693193.	0,0069663.	0,27738.	0,0000008.	0,0000002.	0,0000849.	0,0000194.
41.		0,0070032.	0,21998.		0,0000002.		0,0000154.
42.		0,0070462.	0,17278.		0,0000001.		0,0000122.
43.		0,0070969.	0,13430.		0,0000001.		0,0000095.
44.		0,0071555.	0,10322.		0,0000001.		0,0000074.
45.		0,0072233.	0,07837.		0,0000001.		9,0000056.
46.		0,0073003.	0,05874.		0.		0,0000043.
47.		0,0073872.	0,04339.				0,0000032.
48.		0,0074840.	0,03156.				0,0000024.
49.		0,0075907.	0,02258.				0,0000017.
50.	0,2970657.	0,0077072.	0,01584.			0,0000038.	0,0000012.
51.		0,0078328.	0,01090.				0,0000009.
52.		0,0079671.	0,00733.				0,0000006.
53.		0,0081089.	0,00482.				0,0000004.
54.		0,0082572.	0,00308.				0,0000003.
55.		0,0084106.	0,00192.				0,0000002.
56.		0,0085676.	0,00116.				0,0090001.
57.	0,2314884.	0,0087259.	0,00068.				0,0000001.
		Δy					

TABLE XXIII.

TABLEAU des Vivans et des Morts parmi les individus naturellement destinés à mourir de la petite vérole, si, dans une succession uniforme et constante de générations annuelles, tous les enfans ont été vaccinés ou mis à l'abri de la petite vérole dès leur naissance.

AGES.	SOMME DES VIVANS.	VIVANS.	MORTS.	Différence de cet état avec l'état naturel. Diminution et ensuite augmentation dans le nombre des morts.	Augmentation dans le nombre des vivans.	Augmentation dans la somme des vivans.	VIE MOYENNE.	
x	$S(v+z-y)$	$v+z-y$	$\Delta v-(\Delta y-\Delta z)$	$\Delta y-\Delta z$	$z-y$	$S(z-y)$	$\frac{S(v+z-y)}{v+z-y}-\frac{1}{2}$	gain pour les vaccinés.
0.	3,8728290.	0,0856845.	0,0020204.	0,0167032.	0,0000000.	3,4925827.	44,6987.	40,7609.
1.	3,7871445.	0,0836641.	0,0027194 *m.*	0,0209057 *m.*	0,0167032.	3,4925827.	44,7661.	40,8671 *m.*
2.	3,7034804.	0,0809447.	0,0021899.	0,0126706.	0,0376089.	3,4758795.	45,2532.	40,5002.
3.	3,6235357.	0,0787548.	0,0015400.	0,0068790.	0,0502795.	3,4392706.	45,5104 *m.*	39,5393.
4.	3,5437803.	0,0772148.	0,0010768.	0,0037028.	0,0571585.	3,3879911.	45,3951.	38,1274.
5.	3,4665661.	0,0761380.	0,0007832.	0,0020251.	0,0608613.	3,3308326.	45,0300.	36,6450.
6.	3,3904281.	0,0753548.	0,0006050.	Diminution. 0,0011532.	0,0628864.	3,2699713.	44,4929.	35,3319
7.	3,3150733.	0,0747498.	0,0005031.	0,0006904.	0,0640396.	3,2070849.	43,8489.	34,2661.
8.	3,2403235.	0,0742467.	0,0004510.	0,0004336.	0,0647300.	3,1430453.	43,1427.	33,4208.
9.	3,1660768.	0,0737957.	0,0004312 *m.*	0,0002798.	0,0651636.	3,0783153.	42,4034.	32,7365.
10.	3,0922811.	0,0733645.	0,0004325.	0,0001777.	0,0654434.	3,0131517.	41,6495.	32,1598.
11.	3,0189166.	0,0729320.	0,0004471.	0 0001023.	0,0656211.	2,9477083.	40,8936.	31,6535.
12.	2,9459846.	0,0724849.	0,0604701.	0,0000409.	0,0657234.	2,8820872.	40,1427.	31,1924.
13.	2,8734997.	0,0720148.	0,0004980.	0,0000130.	0,0657643 *m.*	2,8163638.	39,4015.	30,7604.
14.	2,8014849.	0,0715168.	0,0005288.	0,0000633.	0,0657513.	2,7505995.	38,6724.	30,3465.
15.	2,7299681.	0,0709880.	0,0005609.	0,0001119.	0,0656880.	2,6848482.	37,9568.	29,9435.
16.	2,6589801.	0,0704271.	0,0005934.	0,0001602.	0,0655761.	2,6191602.	37,2551.	29,5463.
17.	2,5885530.	0,0698337.	0,0006255.	0,0002088.	0,0654159.	2,5535841.	36,5674.	29,1518.
18.	2,5187193.	0,0692082.	0,0006568.	0,0002581.	0,0652071.	2,4881682.	35,8934.	28,7576.
19.	2,4495111.	0,0685514.	0,0006869.	0,0003080.	0,0649490.	2,4229611.	35,2325.	28,3623.
20.	2,3809597.	0,0678645.	0,0007155.	0,0003581.	0,0646410.	2,3580121.	34,5840.	27,9650.
21.	2,3130952.	0,0671490.	0,0007425.	0,0004082.	0,0642829.	2,2933711.	33,9472.	27,5652.
22.	2,2459462.	0,0664065.	0,0007675.	0,0004576.	0,0638747.	2,2290882.	33,3212.	27,1627.
23.	2,1795397.	0,0656390.	0,0007907.	0,0005058.	0,0634171.	2,1652135.	32,7049.	26,7571.
24.	2,1139007.	0,0648483.	0,0008119.	0,0005523.	0,0629113.	2,1017964.	32,0976.	26,3485.
25.	2,0490524.	0,0640364.	0,0008310.	0,0005966.	0,0623590.	2,0388851.	31,4983.	25,9370.
26.	1,9850160.	0,0632054.	0,0008481.	0,0006382.	0,0617624.	1,9765261.	30,9058.	25,5223.
27.	1,9218106.	0,0623573.	0,0008633.	0,0006770.	0,0611242.	1,9147637.	30,3193.	25,1046.
28.	1,8594533.	0,0614940.	0,0008766.	0,0007125.	0,0604472.	1,8536395.	29,7380.	24,6841.
29.	1,7979593.	0,0606174.	0,0008880.	0'0007447.	0,0597347.	1,7931923.	29,1608.	24,2606.
30.	1,7373419.	0,0597294.	0,0008978.	0,0007737.	0,0589900.	1,7334576.	28,5869.	23,8342.
31.	1,6776125.	0,0588316.	0,0009062.	0,0007995.	0,0582163.	1,6744676.		
32.	1,6187809.	0,0579254.	0,0009133.	0,0008223.	0,0574168.	1,6162513.		
33.	1,5608555.	0,0570121.	0,0009194.	0,0008423.	0,0565945.	1,5588345.		
34.	1,5038434.	0,0560927.	0,0009246.	0,0008598.	0,0557522.	1,5022400.		
35.	1,4477507.	0,0551681.	0,0009292.	0,0008751.	0,0548924.	1,4464878.	25,7425.	21,6635.
36.	1,3925826.	0,0542389.	0,0009334.	Augmentation. 0,0008886.	0,0540173.	1,3915954.		
37.	1,3383437.	0,0533055.	0,0009374.	0,0009006.	0,0531287.	1,3375781.		
38.	1,2850382.	0,0523681.	0,0009414.	0,0009113.	0,0522281.	1,2844494.		
39.	1,2326701.	0,0514267.	0,0009458.	0,0009215.	0,0513168.	1,2322213.		
40.	1,1812434.	0,0504809.	0,0009505.	0,0009309.	0,0503953.	1,1809045.	22,8998.	19,4481.
41.	1,1307625.	0,0495304.	0,0009560.	0,0009404.	0,0494644.	1,1305092.		
42.	1,0812321.	0,0485744.	0,0009622.	0,0009499.	0,0485240.	1,0810448.		
43.	1,0326577.	0,0476122.	0,0009693.	0,0009597.	0,0475741.	1,0325208.		
44.	0,9850455.	0,0466129.	0,0009775.	0,0009700.	0,0466144.	0,9849467.		
45.	0,9384026.	0,0456654.	0,0009870.	0,0009813.	0,0456444.	0,9383323.	20,0495.	17,2303.
46.	0,8928362.	0,0446784.	0,0009976.	0,0009933.	0,0446631.	0,8927869.		
47.	0,8480588.	0,0436808.	0,0010096.	0,0010064.	0,0436698.	0,8480248.		
48.	0,8043780.	0,0426712.	0,0010229.	0,0010205.	0,0426634.	0,8043550.		
49.	0,7617068.	0,0416483.	0,0010376.	0,0010359.	0,0416429.	0,7616916.		
50.	0,7200585.	0,0406107.	0,0010535.	0,0010523.	0,0406070.	0,7200487.	17,2308.	15,1105.
51.	0,6794478.	0,0395572.	0,0010707.	0,0010698.	0,0395547.	0,6794417.		
52.	0,6398906.	0,0384865.	0,0010891.	0,0010885.	0,0384849.	0,6398870.		
53.	0,6014041.	0,0373974.	0,0011085.	0,0011081.	0,0373964.	0,6014021.		
54.	0,5640067.	0,0362889.	0,0011288.	0,0011285.	0,0362883.	0,5640057.		
55.	0,5277178.	0,0351601.	0,0011498.	0,0011496.	0,0351598.	0,5277174.	14,5090.	13,6757.

Suite de la TABLE XXIII.

AGES.	SOMME DES VIVANS.	VIVANS.	MORTS.	VIE MOYENNE et gain.
x	$S(v+z-y)$	$v+z-y$	$\Delta v-(\Delta y-\Delta z)$	$\frac{S(v+z-y)}{v+z-y}-\frac{1}{2}$
56.	0,4925577.	0,0340103.	0,0011714.	
57.	0,4585474.	0,0328389.	0,0011929.	
58.	0,4257085.	0,0316460.	0,0012144.	
59.	0,3940625.	0,0304316.	0,0012356.	
60.	0,3636309.	0,0291960.	0,0012559.	11,9548.
61.	0,3344349.	0,0279401.	0,0012749.	
62.	0,3064948.	0,0266652.	0,0012924.	
63.	0,2798296.	0,0253728.	0,0013076.	
64.	0,2544568.	0,0240652.	0,0013203.	
65.	0,2303916.	0,0227449.	0,0013297.	9,6294.
66.	0,2076467.	0,0214152.	0,0013354.	
67.	0,1862315.	0,0200798.	0,0013370*max.*	
68.	0,1661527.	0,0187428.	0,0013336.	
69.	0,1474089.	0,0174092.	0,0013249.	
70.	0,1299997.	0,0160843.	0,0013104.	7,5824.
71.	0,1139154.	0,0147739.	0,0013896.	
72.	0,0991415.	0,0134843.	0,0012622.	
73.	0,0856572.	0,0122221.	0,0012278.	
74.	0,0734351.	0,0109943.	0,0011862.	
75.	0,0624408.	0,0098081.	0,0011376.	5,8662.
76.	0,0526327.	0,0086705.	0,0010817.	
77.	0,0439622.	0,0075888.	0,0010192.	
78.	0,0363734.	0,0065696.	0,0009500.	
79.	0,0298038.	0,0056196.	0,0008752.	
80.	0,0241842.	0,0047444.	0,0007955.	4,597.
81.	0,0194398.	0,0039489.	0,0007117.	
82.	0,0154909.	0,0032372.	0,0006252.	
83.	0,0122537.	0,0026120.	0,0005374.	
84.	0,0096415.	0,0020746.	0,0004498.	
85.	0,0075671.	0,0016248.	0,0003638.	4,157.
86.	0,0059423.	0,0012610.	0,0002815.	
87.	0,0046813.	0,0009795.	0,0002044.	
88.	0,0037018.	0,0007751.	0,0001345.	
89.	0,0029267.	0,0006406.	0,0001170.	
90.	0,0022861.	0,0005236.	0,0001007.	3,866.
91.	0,0017625.	0,0004229.	0,0000857.	
92.	0,0013396.	0,0003372.	0,0000722.	
93.	0,0010024.	0,0002650.	0,0000600.	
94.	0,0007374.	0,0002050.	0,0000492.	
95.	0,0005324.	0,0001558.	0,0000396.	2,92.
96.	0,0003766.	0,0001162.	0,0000313.	
97.	0,0002604.	0,0000849.	0,0000244.	
98.	0,0001755.	0,0000605.	0,0000185.	
99.	0,0001148.	0,0000420.	0,0000137.	
100.	0,0000730.	0,0000283.	0,0000099.	2,08.
101.	0,0000447.	0,0000184.	0,0000069.	
102.	0,0000263.	0,0000115.	0,0000046.	
103.	0,0000148.	0,0000069.	0,0000030.	
104.	0,0000079.	0,0000039.	0,0000018.	
105.	0,0000040.	0,0000021.	0,0000010.	1,4.
106.	0,0000019.	0,0000011.	0,0000006.	
107.	0,0000008.	0,0000005.	0,0000003.	
108.	0,0000003.	0,0000002.	0,0000001.	
109.	0,0000001.	0,0000001.	0,0000001.	
110.	0,0000000.	0,0000000.		

TABLE XXIV.

POPULATION et Mortalité dans la 135.e année après l'établissement général de la vaccine, en supposant que les hommes se marient à 24 ans, &c. §. 54, Applications.

AGES.	SOMME DES VIVANS.	VIVANS de chaque âge, au commencement de la 135.e année.	DIFFÉRENCE sur le nombre des vivans d'un âge à l'autre.	MORTS de chaque âge dans l'année.	SOMME DES MORTS à la fin de la 135.e année, depuis l'âge x.
x	$p^{110}.S.z_x p^{-x}$	$p^{110}.z_x p^{-x}$	$p^{110}.\Delta(z_x p^{-x})$	$p^{110}.p^{-x}.\Delta z_x$	$p^{110}.S.p^{-x}.\Delta z_x$
0.	49,211869.	1,723356.	0,378523.	0,371852.	1,487783.
1.	47,488513.	1,344833.	0,134249.	0,128245.	1,115931.
2.	46,143680.	1,210584.	0,064546.	0,058862.	0,987686.
3.	44,933096.	1,146038.	0,037888.	0,032390.	0,928824.
4.	43,787058.	1,108150.	0,025408.	0,020038.	0,896434.
5.	42,678908.	1,082742.	0,018897.	0,013619.	0,876396.
6.	41,596166.	1,063845.	0,015295.	0,010094.	0,862777.
7.	40,532321.	1,048550.	0,013297.	0,008162.	0,852683.
8.	39,483771.	1,035253.	0,012238.	0,007164.	0,844521.
9.	38,448518.	1,023015.	0,011749.	0,006733.	0,837357.
10.	37,425503.	1,011266.	0,011611 *min.*	0,006652 *min.*	0,830624.
11.	36,414237.	0,999655.	0,011683.	0,006783.	0,823972.
12.	35,414582.	0,987972.	0,011881.	0,007039.	0,817189.
13.	34,426610.	0,976091.	0,012146.	0,007365.	0,810150.
14.	33,450519.	0,963945.	0,012445.	0,007726.	0,802785.
15.	32,486574.	0,951500.	0,012754.	0,008098.	0,795059.
16.	31,535074.	0,938746.	0,013059.	0,008467.	0,786961.
17.	30,596328.	0,925687.	0,013349.	0,008824.	0,778494.
18.	29,670641.	0,912338.	0,013619.	0,009162.	0,769670.
19.	28,758303.	0,898719.	0,013866.	0,009477.	0,760508.
20.	27,859584.	0,884853.	0,014086.	0,009767.	0,751031.
21.	26,974731.	0,870767.	0,014279.	0,010031.	0,741264.
22.	26,103964.	0,856488.	0,014444.	0,010267.	0,731233.
23.	25,247476.	0,842044.	0,014580.	0,010476.	0,720966.
24.	24,405432.	0,827464.	0,014688.	0,010657.	0,710490.
25.	23,577968.	0,812776.	0,014769.	0,010811.	0,699833.
26.	22,765192.	0,798007.	0,014825.	0,010940.	0,689022.
27.	21,967185.	0,783182.	0,014855.	0,011044.	0,678082.
28.	21,184003.	0,768327.	0,014863 *max.*	0,011126.	0,667038.
29.	20,415676.	0,753464.	0,014851.	0,011187.	0,655912.
30.	19,662212.	0,738613.	0,014820.	0,011230.	0,644725.
31.	18,923599.	0,723793.	0,014774.	0,011256.	0,633495.
32.	18,199806.	0,709019.	0,014713.	0,011269.	0,622239.
33.	17,490787.	0,694306.	0,014643.	0,011271 *max.*	0,610970.
34.	16,796481.	0,679663.	0,014563.	0,011265.	0,599699.
35.	16,116818.	0,665100.	0,014480.	0,011253.	0,588434.
36.	15,451718.	0,650620.	0,014394.	0,011237.	0,577181.
37.	14,801098.	0,636226.	0,014306.	0,011221.	0,565944.
38.	14,164872.	0,621920.	0,014222.	0,011207.	0,554723.
39.	13,542952.	0,607698.	0,014141.	0,011197.	0,543516.
40.	12,935254.	0,593557.	0,014068.	0,011193 *min.*	0,532319.
41.	12,341697.	0,579489.	0,014002.	0,011198.	0,521126.
42.	11,762208.	0,565487.	0,013948.	0,011211.	0,509928.
43.	11,196721.	0,551539.	0,013903.	0,011237.	0,498717.
44.	10,645182.	0,537636.	0,013872.	0,011274.	0,487480.
45.	10,107546.	0,523764.	0,013854.	0,011325.	0,476206.
46.	9,583782.	0,509910.	0,013850 *min.*	0,011389.	0,464881.
47.	9,073872.	0,496060.	0,013860.	0,011468.	0,453492.
48.	8,577812.	0,482200.	0,013884.	0,011561.	0,442024.
49.	8,095612.	0,468316.	0,013922.	0,011668.	0,430463.
50.	7,627296.	0,454394.	0,013973.	0,011789.	0,418795.
51.	7,172902.	0,440421.	0,014037.	0,011922.	0,407006.
52.	6,732481.	0,426384.	0,014112.	0,012066.	0,395084.
53.	6,306097.	0,412272.	0,014195.	0,012221.	0,383018.
54.	5,893825.	0,398077.	0,014286.	0,012383.	0,370797.
55.	5,495748.	0,383791.	0,014383.	0,012551.	0,358414.

Suite de la TABLE XXIV.

AGES.	SOMME DES VIVANS.	VIVANS de chaque âge, au commencement de la 135.e année.	DIFFÉRENCE sur le nombre des vivans d'un âge à l'autre.	MORTS de chaque âge dans l'année.	SOMME DES MORTS à la fin de la 135.e année, depuis l'âge x.
x	$p^{110} . S . z_x p^{-x}$	$p^{110} . z_x p^{-x}$	$p^{110} . \Delta(z_x p^{-x})$	$p^{110} . p^{-x} . \Delta z_x$	$p^{110} . S . p^{-x} . \Delta z_x$
56.	5,111957.	0,369408.	0,014483.	0,012722.	0,345863.
57.	4,742549.	0,354925.	0,014581.	0,012893.	0,333141.
58.	4,387624.	0,340344.	0,014676.	0,013061.	0,320248.
59.	4,047280.	0,325668.	0,014765.	0,013223.	0,307187.
60.	3,721612.	0,310903.	0,014842.	0,013374.	0,293964.
61.	3,410709.	0,296061.	0,014904.	0,013510.	0,280590.
62.	3,114648.	0,281157.	0,014947.	0,013627.	0,267080.
63.	2,833491.	0,266210.	0,014966 *max.*	0,013720.	0,253453.
64.	2,567281.	0,251244.	0,014961.	0,013784.	0,239733.
65.	2,316037.	0,236283.	0,014907.	0,013814 *max.*	0,225949.
66.	2,079754.	0,221376.	0,014829.	0,013805.	0,212135.
67.	1,858378.	0,206547.	0,014704.	0,013752.	0,198330.
68.	1,651831.	0,191843.	0,014530.	0,013650.	0,184578.
69.	1,459988.	0,177313.	0,014302.	0,013494.	0,170928.
70.	1,282675.	0,163011.	0,014020.	0,013281.	0,157434.
71.	1,119664.	0,148991.	0,013677.	0,013005.	0,144153.
72.	0,970673.	0,135314.	0,013271.	0,012666.	0,131148.
73.	0,835359.	0,122043.	0,012802.	0,012260.	0,118482.
74.	0,713316.	0,109241.	0,012268.	0,011787.	0,106222.
75.	0,604075.	0,096973.	0,011670.	0,011247.	0,094435.
76.	0,507102.	0,085303.	0,011011.	0,010642.	0,083188.
77.	0,421799.	0,074292.	0,010294.	0,009977.	0,072546.
78.	0,347507.	0,063998.	0,009525.	0,009255.	0,062569.
79.	0,283509.	0,054473.	0,008711.	0,008484.	0,053314.
80.	0,229036.	0,045762.	0,007861.	0,007672.	0,044830.
81.	0,183274.	0,037901.	0,006984.	0,006831.	0,037158.
82.	0,145373.	0,030917.	0,006094.	0,005971.	0,030327.
83.	0,114456.	0,024823.	0,005205.	0,005107.	0,024356.
84.	0,089633.	0,019618.	0,004329.	0,004253.	0,019249.
85.	0,070015.	0,015289.	0,003482.	0,003423.	0,014996.
86.	0,054726.	0,011807.	0,002680.	0,002636.	0,011573.
87.	0,042919.	0,099127.	0,001941.	0,001905.	0,008937.
88.	0,033792.	0,007186.	0,001277.	0,001225.	0,007032.
89.	0,026606.	0,005909.	0,001103.	0,001079.	0,005807.
90.	0,020697.	0,004806.	0,000943.	0,000924.	0,004728.
91.	0,015891.	0,003863.	0,000798.	0,000783.	0,003804.
92.	0,012028.	0,003065.	0,000668.	0,000656.	0,003021.
93.	0,008963.	0,002397.	0,000552.	0,000543.	0,002365.
94.	0,006566.	0,001845.	0,000449.	0,000442.	0,001822.
95.	0,004721.	0,001396.	0,000360.	0,000355.	0,001380.
96.	0,003325.	0,001036.	0,000284.	0,000280.	0,001025.
97.	0,002289.	0,000752.	0,000218.	0,000216.	0,000745.
98.	0,001537.	0,000534.	0,000165.	0,000163.	0,000529.
99.	0,001003.	0,000369.	0,000122.	0,000120.	0,000366.
100.	0,000634.	0,000247.	0,000087.	0,000086.	0,000246.
101.	0,000387.	0,000160.	0,000060.	0,000060.	0,000160.
102.	0.000227.	0,000100.	0,000041.	0,000041.	0,000100.
103.	0,000127.	0,000059.	0,000025.	0,000025.	0,000059.
104.	0,000068.	0,000034.	0,000016.	0,000016.	0,000034.
105.	0,000034.	0,000018.	0,000009.	0,000009.	0,000018.
106.	0,000016.	0,000009.	0,000005.	0,000005.	0,000009.
107.	0,000007.	0,000004.	0,000002.	0,000002.	0,000004.
108.	0,000003.	0,000002.	0,000001.	0,000001.	0,000002.
109.	0,000001.	0,000001.	0,000001.	0,000001.	0,000001.
110.	0,000000,3.				

FAUTES À CORRIGER.

Pages.	lign.		
14.	20	..... qui n'ont pas encore eu, *lisez*	qui n'ont pas eu.
18.	11	..... $\partial^3 u$	$\partial^3 u_x$.
25.	dern.	.... $v_x - \Delta v_x$	$y_x - \Delta v_x$.
26.	15	..... $\frac{\Delta v^2}{y^2}$	$\frac{\Delta v_2}{y_2}$.
30.	13	..... y_1	y_x.
Id.	15	..... ∂_x	∂x.
36.	5	...... $e^{\frac{}{n}}$	$e^{\frac{x}{n}}$
45.	dern	.... e^{-tx}	$e^{-t'x}$.
56.	av. d.	... donné	donnée.
57.	1	...... z'	z_1.
58.	7	...... ∂y	∂y_x.
Id.	20	..... z_{x-1}	z_{x+1}.
62.	3	...... $1 - \frac{1}{2} \frac{\Delta z}{}$	$1 - \frac{1}{2} \frac{\Delta z}{z}$.
94.	8	...... $\frac{\int z \partial x}{z_a} = \frac{\int y \partial x}{y_a}$ ...	$\frac{\int z \partial x}{z_a} - \frac{\int y \partial x}{y_a}$.
98.	8	...... G_{2a}	G_{2a+1}.
111.	à $x = 6$	... 0,2446240	0,2446260.
Id.	à $x = 46$	.. 0,0005934	0,0005940.
124.	not. l. 7	... an 11	an 12.
130.	11	..... $ze^{\frac{x}{n}}$	$ze^{-\frac{x}{n}}$.
135.	art. XXIV.	table II	table XI.
143.	note	.... Depuis un grand nombre d'années la naissance annuelle à Paris est de 20 mille.	
149.	lig. 5	.... n'aîtra	naîtra.
154.	art. LXII.	. 68,01	68,10.

RAPPORTS

FAITS

À L'ACADÉMIE DES SCIENCES

ET

À L'INSTITUT NATIONAL,

SUR DIFFÉRENS OUVRAGES

DU MÊME AUTEUR.

EXTRAITS DES REGISTRES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

Du 2 Septembre 1786.

NOUS, commissaires nommés par l'Académie, M. *Cousin* et moi, avons examiné un ouvrage intitulé *Recherches sur les rentes, les emprunts et les remboursemens*, par M. DUVILLARD.

Cet ouvrage renferme une théorie des emprunts remboursables par des annuités constantes ou variables, viagères ou à terme fixe.

L'auteur, en faisant usage des formules connues, y applique plusieurs méthodes qui en facilitent le calcul, et lui donnent, avec moins de travail que par les méthodes ordinaires, des solutions plus approchées.

Il a de plus, dans la solution des différentes questions qu'il traite, eu égard à une circonstance qu'on néglige ordinairement dans ces calculs : c'est que lorsqu'un emprunt n'est pas au taux commun des emprunts, il est très-possible que celui qui a prêté et qui reçoit chaque année des remboursemens successifs et partiels de son capital, ne trouve pas toujours à les replacer au même taux que celui de l'emprunt. Il résulte de cette observation que, le *denier* payé par l'emprunteur restant le même, la distribution de ces remboursemens successifs peut être plus ou moins avantageuse pour le prêteur : d'où l'on peut conclure qu'en choisissant la distribution la plus favorable, l'emprunteur peut réellement trouver à emprunter à un *denier* moindre.

L'auteur détermine, pour le cas des annuités constantes à terme fixe, le nombre d'années auquel correspond le *maximum* de cet avantage pour le prêteur.

La partie de l'ouvrage où il s'occupe de développer les conséquences qui résultent de cette hypothèse, est la plus étendue et celle qui lui appartient le plus entièrement.

Nous croyons que la publication de cet ouvrage peut être utile; qu'il contient des vues nouvelles sur la solution de plusieurs questions; que la partie analytique annonce des connoissances étendues et l'habitude de manier le calcul avec facilité et avec adresse, et qu'ainsi il mérite l'approbation de l'Académie, et d'être imprimé sous son privilége.

Ce 2 septembre 1786. *Signé* CONDORCET et COUSIN.

JE certifie le présent extrait conforme à son original et au jugement de l'Académie. A Paris, ce 2 septembre 1786. *Signé* CONDORCET, *Secrétaire perpétuel de l'Académie.*

Du 1.er Décembre 1790.

LE comité de l'Assemblée nationale, se proposant de répandre dans les départemens la connoissance des avantages que la classe indigente et laborieuse de la société peut retirer de ses épargnes utilement placées, a développé ces avantages dans un rapport dicté par une bienfaisance éclairée; et pour les rendre sensibles par des exemples, il a prié M. *Duvillard* de lui fournir des résultats de calculs sur les placemens des épargnes, avec ou sans les chances de mortalité. Mais avant de lire son rapport à l'Assemblée nationale, le comité a cru devoir consulter l'Académie des sciences sur l'exactitude de ces résultats; et l'Académie nous a chargés, MM. *Condorcet, Vandermonde* et moi, de les examiner.

Les résultats de M. *Duvillard* sont relatifs,

1.° Aux placemens qui conservent la propriété du fonds à celui qui place, ou à ses héritiers; 2.° aux placemens où les fonds se perdent par la mort de celui qui a placé, mais se bonifient par la chance des mortalités; 3.° aux placemens dans lesquels celui qui place, renonçant pour lui-même à l'intérêt de son placement, n'a en vue que l'avantage de ceux de sa famille qui restent après lui; 4.° aux placemens de ceux qui veulent s'assurer dans les villes des secours pour les maladies ou pour la vieillesse : ces résultats, fondés sur les tables de mortalité de Northampton, supposent l'intérêt à 4 pour $\frac{0}{0}$. Ils nous ont paru calculés d'après les vrais principes de la théorie des probabilités, et ils annoncent dans leur auteur une connoissance fort étendue de cette importante théorie.

Au Louvre, ce 1.er décembre 1790. *Signé* CONDORCET, VANDERMONDE et LAPLACE.

JE certifie le présent extrait conforme à l'original et au jugement de l'Académie. A Paris, le 2 décembre 1790. *Signé* CONDORCET, *Secrétaire perpétuel de l'Académie.*

EXTRAIT des Registres de la Classe des sciences physiques et mathématiques de l'INSTITUT NATIONAL, du 11 vendémiaire an 5.

LE C.en *Legendre* lit le rapport suivant :

Nous avons été chargés, les C.ens *Lagrange*, *Laplace* et moi, de rendre compte à la classe, d'un travail fort étendu sur l'établissement d'une Caisse nationale d'économies, présenté par le C.en *Duvillard*, membre associé de l'Institut national.

L'établissement proposé dans cet ouvrage a pour but d'offrir à chaque membre de la société les moyens de faire des placemens, des échanges et des emprunts avantageux à sa position, et propres à améliorer sa fortune ou celle de ses survivans : la conséquence de cet établissement seroit d'augmenter l'industrie nationale, d'encourager le peuple au travail et à l'économie, de diminuer la mendicité, et d'attacher par leur intérêt un plus grand nombre de citoyens à la prospérité de la République.

Cet ouvrage est divisé en deux parties.

PREMIÈRE PARTIE.

L'AUTEUR, dans un discours préliminaire, démontre l'importance d'un tel établissement, ses avantages moraux et politiques. Il expose, dans un second discours, les différentes manières de former ces établissemens, les objets que leur administration doit se proposer, les règles de prudence qu'elle doit suivre. Les avantages que ces établissemens peuvent produire ont leur source dans l'intérêt des sommes placées, et sur-tout dans la combinaison de cet intérêt avec les chances de la mortalité. La connoissance de la loi de mortalité est donc une des bases nécessaires à ces établissemens : cette connoissance ne peut être qu'un résultat de l'observation des faits ; elle acquiert un degré de certitude d'autant plus grand, que les faits recueillis sont en plus grand nombre. En conséquence l'auteur a rassemblé les faits les plus authentiques qui ont été observés sur la mortalité en France et à Genève, et il en a composé une table qui sert de base à tous ses calculs.

Comme le but de cet établissement est d'offrir à tout homme des secours et des moyens de remplir ses vues dans toutes les circonstances de la vie où il peut être placé, et qu'il est nécessaire, à cet effet, d'avoir des tables de la valeur des sommes éventuelles ou des rentes pour une très-grande variété de cas, l'auteur, pour remplir ce but, en a fait dresser un très-grand nombre.

On remarque entre autres dans ce recueil la table de mortalité dont nous venons de parler, avec les rapports des décrémens finis et infiniment petits nécessaires aux calculs exacts des expectatives, les sommes des vivans ou la population, les vies moyennes et les vies probables, l'expression numérique du danger de mourir dans une année ou dans un instant; — un tableau très-circonstancié de l'influence de la petite vérole sur la mortalité, la loi de mortalité de ceux qui ont essuyé cette maladie; — un tableau, également très-étendu, des effets de la mortalité sur les mariages; — des tableaux d'options ou d'égalités entre les jouissances actuelles et les expectatives, où chacun, selon son âge, voit ce qu'il doit donner actuellement ou chaque année, ou seulement s'engager de payer éventuellement pour s'assurer ou assurer à une femme, à des enfans, à une personne désignée, une somme ou une rente, si telles ou telles têtes sont survivantes, ce qui renferme les caisses proprement dites d'épargnes, les caisses des veuves, celles des orphelins, le taux des rentes viagères de toute espèce, celui des assurances sur la vie, et la valeur actuelle des expectatives que l'établissement pourra payer sur une, deux, trois et quatre têtes combinées d'une manière quelconque, lorsque le taux de l'intérêt ordinaire est stipulé à 4 et à 5 p. $\frac{0}{0}$.

Dans un discours particulier, l'auteur montre l'application et l'usage de ces tables, par un grand nombre d'exemples qui mettent en évidence les avantages que chaque membre de la société pourroit retirer de l'établissement proposé.

SECONDE PARTIE.

La deuxième partie, qui est toute mathématique, renferme la théorie des calculs contenus dans la première, et la discussion de plusieurs objets intéressans de l'analyse des probabilités; elle est divisée en dix chapitres.

Dans le premier chapitre, l'auteur, en donnant une notice sur le calcul de l'intérêt, fait remarquer les mécomptes que causeroit au bout d'un certain laps de temps, dans une caisse d'accumulation, la manière inexacte et usitée de calculer l'intérêt pour une portion d'année.

Le deuxième chapitre renferme une théorie générale du calcul des rentes constantes ou variables suivant une loi quelconque, en supposant le taux de l'intérêt constant.

L'auteur indique la méthode de trouver si une série de rentes ou de remboursemens partiels est du genre des séries récurrentes, et dans ce cas quelle est leur échelle de relation, puis leur terme général, soit par la décomposition de leurs fonctions génératrices, soit en employant le calcul intégral aux différences finies et partielles. Supposant ensuite connu le terme général d'une suite de paiemens, il indique les moyens généraux que l'analyse fournit pour trouver facilement les sommes ou les quadratures nécessaires à la solution des diverses questions qu'on peut proposer sur les matières d'intérêt.

Ces questions conduisent souvent à des équations très-élevées, qui contiennent en outre des quantités exponentielles. Dans ce cas, indépendamment des secours que donne la règle de double fausse position et le théorème de *Taylor*, quand on a déjà une racine approchée, l'auteur fait usage des méthodes nouvelles, et entre autres du théorème qui donne en séries non-seulement les racines des équations, mais une fonction quelconque de ces racines. Il fait ainsi participer cette partie des mathématiques mixtes aux progrès que les géomètres modernes ont fait faire à l'analyse.

Le troisième chapitre traite de la valeur des sommes et des rentes lorsque le taux de l'intérêt est variable. Ce chapitre est destiné à confirmer une assertion que l'auteur établit dans son discours préliminaire, où, par des considérations sur l'économie politique, il conclut qu'une caisse d'accumulation feroit baisser graduellement le taux de l'intérêt. En effet, la somme qui proviendroit de l'unité de capital, accumulée à un taux d'intérêt constant quelconque, pourroit devenir si considérable au bout d'un grand nombre d'années, qu'il seroit impossible de la payer, parce que le taux de l'intérêt auroit nécessairement diminué en vertu de l'existence même de cette somme circulante. L'auteur fait voir que l'hypothèse d'un décroissement de l'intérêt en progression arithmétique pouvant donner une somme infinie, seroit encore insuffisante; que celle d'un décroissement en progression géométrique donnant une somme finie au bout d'un temps infini, seroit plus admissible; et il donne une méthode générale pour calculer ces valeurs dans toutes les hypothèses, toutes les fois du moins que l'intégration sera possible.

Il traite, dans le chapitre quatrième, de la confection des tables mortuaires, de la validité des faits recueillis sur la mortalité. Il fait sentir la nécessité de les rectifier les uns par les autres, avant de les mettre en œuvre, et d'avoir sur-tout égard aux rapports des naissances, d'où sont résultés les morts de chaque âge, lorsqu'on veut parvenir à la connoissance de loi de mortalité. Par l'accord des différens tableaux de la mortalité observée à différentes époques en Suède, à Genève, à Londres, en France, en Allemagne, il rend palpables, et l'existence d'une telle loi, et les modifications que le sexe, le climat et le genre de vie peuvent apporter.

L'auteur s'occupe ensuite de l'expression analytique de cette loi. Il ne lui a pas paru que les suites mortuaires fussent du genre des suites récurrentes, à moins qu'on ne s'écartât sensiblement des observations, ou qu'on n'admît un grand nombre de termes; mais il observe qu'en comparant une courbe de mortalité quelconque à une logarithmique dont l'équation seroit $z = \left(\frac{1}{1+i}\right)^x$, i étant le rapport $\frac{-\Delta z_0}{z_1}$ de la différence finie de la première ordonnée de la courbe à la seconde ordonnée, la quantité variable y, par laquelle la quantité constante i doit être divisée pour que les résultats de cette équation ainsi corrigée s'accordent avec les observations, croît jusque vers le milieu de la vie, et ensuite décroît en suivant à très-peu-près la même loi; que cette fonction y peut être déterminée avec toute la précision desirable, en lui donnant la forme parabolique $y = \alpha + \beta x + \gamma x^2 + \delta x^3 +$ &c. De sorte que la loi de mortalité peut toujours être exprimée par l'équation exponentielle $z = \left(\frac{y}{y+i}\right)^x$, y étant une sorte de paramètre variable dont nous venons d'indiquer la valeur.

L'auteur a aussi trouvé que la simple équation $z = 1 - \frac{Kx}{y}$ renfermoit tous les faits que présente la mortalité observée en France; et c'est au moyen de cette équation, et en faisant entrer dix coëfficiens dans la valeur de y, qu'il a interpolé la table de mortalité sur laquelle sont fondés les calculs de tous ses tableaux.

Dans le chapitre cinquième, l'auteur expose les principes généraux du calcul des probabilités de vie, de survie, pour un nombre quelconque de têtes, et de la valeur des expectatives en supposant la loi de mortalité bien connue.

Le chapitre sixième contient des applications de ces principes : on y donne les formules d'après lesquelles ont été calculées les tables de la première partie, et la solution de diverses autres questions du même genre. Ces formules sont indépendantes de toute hypothèse, et ce sujet est traité par le calcul intégral dans la plus grande généralité.

Le chapitre septième renferme en particulier toutes les formules qui ont servi à la liquidation des rentes viagères, en exécution de la loi du 23 floréal an 2.

Dans le chapitre huitième, l'auteur approfondit son sujet, en y appliquant une

partie

partie délicate et récemment decouverte de l'analyse des hasards. Il détermine par cette analyse,

1.° En supposant la possibilité de vivre bien connue pour chaque âge, quelle est la probabilité que le rapport des vivans aux morts, au bout d'un espace de temps fixé, sera exactement conforme à cette possibilité, et quelle est la probabilité que ce rapport aura du moins lieu dans d'étroites limites;

2.° La possibilité qu'un homme vive pendant un certain temps n'étant donnée que par l'observation des événemens passés, quelle est, en remontant des événemens observés à leur possibilité respective, l'incertitude où l'on peut être sur la vraie possibilité de vivre pour un homme selon son âge, jusqu'où dans tous les cas peut s'étendre notre incertitude, et enfin quelle est cette possibilité la plus probable;

3.° De-là passant à la probabilité des événemens futurs, fondée sur leur possibilité la plus probable, quel sera probablement le rapport des vivans aux morts pour chaque âge, eu égard tant au nombre des observations d'où on a conclu la possibilité de ce rapport, qu'au nombre des individus pour lesquels il faudra le déterminer;

4.° Enfin, d'après toutes ces considérations, quelle est la détermination la plus exacte de la vie moyenne de ces individus et la valeur de toutes les sommes qui dépendent de leur mortalité.

L'auteur prouve par ces recherches qu'avec des observations exactes et suffisamment nombreuses sur la mortalité, un établissement général d'assurances sur la vie peut déterminer avec une telle précision la valeur des sommes éventuelles, que la simple réunion des prix lui suffise pour remplir avec ponctualité tous ses engagemens.

Le calcul exact des survivances et des assurances sur plusieurs têtes combinées est nécessairement compliqué, et il importe souvent d'avoir promptement des aperçus ou des valeurs approchées. En conséquence, l'auteur enseigne, dans le chapitre neuvième, la manière de résoudre par approximation toutes ces sortes de questions, à l'aide d'une table de vies moyennes et de rentes viagères sur une seule tête.

Le dixième et dernier chapitre contient l'analyse de l'influence de la petite vérole sur la mortalité; une méthode pour trouver *à posteriori*, au moyen des listes mortuaires, le nombre des célibataires, des gens mariés, des veufs et des veuves existans de chaque âge, ainsi que les mariages annuels; enfin la solution de plusieurs autres problèmes intéressans d'arithmétique politique.

Le grand nombre d'objets que renferme l'ouvrage dont nous venons de donner une esquisse rapide, l'importance et la difficulté de la matière, l'immensité des calculs qu'a entraînés la confection des tableaux, enfin les vues d'utilité publique que présente l'établissement proposé, s'il peut être mis à exécution, toutes ces considérations nous ont paru rendre très-recommandable le travail du C.en *Duvillard*. Cet associé de l'Institut est également versé dans l'analyse mathématique et dans la doctrine des probabilités. Nous pensons qu'on peut avoir la plus grande confiance dans ses calculs et ses résultats, et qu'il est à desirer, pour le progrès de l'arithmétique politique, que les recherches de cet auteur sur une science si peu cultivée parmi nous et si digne de l'être, soient publiées le plutôt possible.

Fait à l'Institut national, le 11 vendémiaire an 5. *Signé* LAGRANGE, LEGENDRE, LAPLACE.

LA Classe approuve le rapport et en adopte les conclusions. Certifié conforme à l'original. A Paris, le 12 vendémiaire an 5. *Signé* B. G. É. L. LACEPÈDE, *Secrétaire.*

N.ª Cet ouvrage est encore manuscrit.

IMPRIMÉ

Par les soins de J. J. MARCEL, Directeur général de l'Imprimerie impériale, Membre de la Légion d'honneur.