DER ABLAUF DES LEBENS

GRUNDLEGUNG ZUR EXAKTEN BIOLOGIE

VON

WILHELM FLIESS

LEIPZIG UND WIEN
FRANZ DEUTICKE
1906

Verlags-Nr. 1154.

K. und K. Hofbuchdruckerei Karl Prochaska in Teschen.

Inhaltsübersicht.

Einführung.

Die Frage, nach welcher inneren Ordnung der Ablauf des Lebens überhaupt sich vollziehe, ist erwachsen aus der spezielleren, nach welcher zeitlichen Ordnung die Menstruation und der ihr wesensgleiche Entbindungsvorgang eintrete.

Die scheinbare Unregelmäßigkeit beider läßt sich entwirren, wenn wir ihren Eintritt auffassen als das Resultat zweier periodischer Vorgänge mit konstanten Intervallen von 28 bezw. 23 ganzen Tagen, die wir als weibliche bezw. männliche Verbände vorerst nur benennen.

Auf die so gegebenen periodischen Tage fallen auch die erste Kindsbewegung und die Entwicklungsschübe des Kindes, nachdem es den Mutterleib verlassen hat (z. B. der erste Zahndurchbruch). Und durch eben diese periodischen Tage hängen auch die Generationen zeitlich miteinander zusammen.

Auf- und Abbau, Wachstum, Krankheit und Tod werden durch die periodischen Vorgänge bestimmt, denen auch geistige Neuschöpfungen — Schuberts Lieder — untertan sind.

Tier und Pflanze unterliegt ihnen in gleicher Weise wie der Mensch. In den folgenden Abschnitten werden diese Sätze durch strenge mathematische Analyse begründet.

Seite 1—12

I.

Analyse von Menstruationsdaten.

Da zum Wesen der Menstruation eine gewisse Unregelmäßigkeit ihres zeitlichen Ablaufs gehört, so muß für diese Unregelmäßigkeit eine Bestimmung existieren. Zur Auffindung derselben werden einzelne Menstruationsreihen untersucht. Dabei wird eine typische Struktur der Mensesintervalle entdeckt, die aus 28 und 23 Tagen selbst, oder aus determinierten Teilen dieser Werte zusammengesetzt sind.

Durch die *einzige* Annahme, *daß 28 und 23 Tage in den einzelnen Spatien sich ersetzen können*, daß sie also äquivalent, „biologisch gleich" [|=|] sind, ergeben sich einfache Maßbestimmungen für die Mensesspatien.

Es werden auch ihre natürlichen Summen analysiert: die Schwangerschaftsdauer (Sch) und die Zwischenzeit (Zw) von einer Entbindung bis zum Beginn der nächsten Schwangerschaft.

Da sich im ersten Beispiel die Beziehung $Sch + 28^2 = Zw$ herausstellt und da ferner Sch und Zw selbst einfache Funktionen der zweiten Dimension von 28 und 23 sind, so wird vermutet, daß allgemein die Geburtsabstände — denn Sch + Zw ist ein Geburtsabstand — als zweite Dimensionen der periodischen Zahlen sich werden bestimmen lassen, was im folgenden Kapitel erwiesen wird. Seite 12—34

II.

Analyse von Geburtsabständen.

Mit Hilfe der Äquivalenz von 28 und 23 Lebenstagen lassen sich einfache Größenbeziehungen zwischen den so regellos erscheinenden Geburtsabständen aufzeigen. Im ersten Beispiel sind Abstand I und III gleichwertig und Abstand II ist die biologische Hälfte davon. (1 |=| III |=| 2 . II.)

Ähnliches zeigt sich auch in den anderen Beispielen.

Außerdem sind die Abstände selbst einfache Werte der zweiten Dimension: 28^2, 23^2, $28 \cdot 23$ u. s. w. Nur ist ihnen noch ein Summandus angehängt, in welchem stets die gleiche und determinierte Anzahl männlicher und weiblicher Einheiten als Differenz enthalten sind.

Diesen Summandus nennen wir die „Bindung". Wir sind genötigt, ihr eine tiefere Bedeutung unterzulegen. Sie kommt konstant vor und muß also große Wichtigkeit haben. Ihre Existenz bezeugt, daß bei den Lebensvorgängen äquivalente Mengen männlichen, 23 Tage lebenden und weiblichen, 28 Tage lebenden Stoffes auf einander reagieren.

Seite 34—76

III.

Analyse von Schwangerschaftsdauern.

Andere Beispiele von Schwangerschaftsdauern und Zwischenzeiten bestätigen die einfachen Beziehungen dieser beiden natürlichen Abschnitte und erweisen ihren Bau aus zweiten Potenzen der Grundzahlen 28 und 23. Seite 76—80

IV.

Analyse von Zahn-, Lauf-, Krankheitsaltern. Alterssummen. Konzeption und Infektion.

Auch das Alter, in dem Kinder den ersten Zahn bekommen, in dem sie zu laufen anfangen, aber auch in dem sie krank werden oder sterben, läßt sich in einfacher Weise als zweite Potenz von 28 und 23 begreifen.

Diese Alter fügen sich sowohl im selben Individuum als auch bei Geschwistern, ja sogar Vetterkindern von gleicher mütterlicher Wurzel zu einfachen und analog gebauten Summen. Das beweist einen zeitlichen Zusammenhang der Generationen, wie man ihn bisher niemals geahnt hat.

Weil ferner die Zeiten, welche von der letzten Regel bis zur Entbindung, und diejenigen, welche von demselben Ausgangspunkt bis zur Entfieberung nach einer Infektionskrankheit verlaufen, sich als biologisch äquivalent erweisen, so wird auf S. 96 eine Parallele zwischen Konzeption und Infektion gezogen. Beide sind Keimprozesse.

Die auffallenden Resultate, welche die Untersuchung der Lebensalter beim Beginn von Infektionskrankheiten geliefert hat, bestimmen uns, die Anfallsalter auch bei plötzlichen Veränderungen aus inneren Ursachen — z. B. bei Schlaganfällen — zu untersuchen.

Seite 80—101

V.

Analyse von Schlaganfallsaltern.

Im ersten Beispiel sind von sechs Altern die Summen je zweier Alter biologisch gleich und sie betragen außerdem ihrem absoluten Werte nach glatt drei Einheiten dritter Dimension ($3\ E^3$). Und das Baugefüge der einzelnen sich entsprechenden Alter ist völlig homolog.

Im zweiten Beispiel sind von 16 Altern 14 paarweise so geordnet, daß jedes Paar ebenfalls die Summe $3\ E^3$ hat. Auch hier lassen sich die Homologien des Gefüges erkennen.

Auch andere homolog gebaute Alterssummen weisen auf ein Summengesetz hin. Das zeigt sich besonders an den Beispielen auf Seite 138—150. Seite 101—150

VI.

Analyse von einzelnen Lebensaltern.

Die Schlaganfälle setzen schließlich dem Leben ein Ziel. Die letzten Anfallsalter waren also Lebensalter. Ihr Bau muß daher für denjenigen der Lebensalter überhaupt charakteristisch sein. Daß dem so ist, wird an den Beispielen dieses Kapitels erwiesen.

Um aber das Gemeinsame im Bau der Alter zu erkennen, muß man die Koeffizienten ihrer Bruttoformeln richtig zerlegen. Seite 151—159

VII.

Über die Mehrdeutigkeit der Koeffizienten.

Die Koeffizienten von 28^2, 23^2, $28 . 23$ sind oft mehrdeutig. Es werden die Grundsätze ausfindig gemacht, nach denen im Einzelfall die Zerlegung vorzunehmen ist.

Seite 159—172

VIII.

Lebensalter im Zusammenhang der Familie.

An der Hand der erörterten Grundsätze werden die Lebensalter ganzer Familien untersucht. Dabei ergibt es sich, daß die Alter von Mutter und Kindern zusammen einfache Summen bilden.

Im Beispiel 44, das Wilhelm v. Humboldts Familie beschreibt, leben Mutter und acht Kinder zusammen $\Sigma^3 + \Delta^3 + 23^3$ Tage $[\Sigma = 28 + 23;\ \Delta = 28 - 23]$.

Im Beispiel 45, das die Familie Friedrich Wilhelms III. von Preußen behandelt, verleben Mutter und Kinder $(\Sigma + \Delta)^3 + \Sigma(23^2 - \Delta^2)$ Tage.

Aber auch kleinere Summengruppen einfachen Wertes lassen sich herausschälen. Außerdem wird die homologe Konstruktion der einzelnen Lebensalter aufgezeigt.

Seite 173—225

IX.

Vom Zusammenhang der Generationen.

Was die Summenzugehörigkeit bei den Lebensaltern von Geschwistern schon erwiesen hatte: daß die Generation gleichen mütterlichen Blutes zeitlich zusammenhängt, wird hier weiter bis zum Urenkel hin verfolgt. Aber nicht nur rechnerisch, sondern es wird auch aufgedeckt, wie der Zusammenhang sich durch gleichzeitige physische Betonung dokumentiert.

Bei Tieren und Pflanzen wird jener Zusammenhang ebenfalls sichtbar gemacht.

Seite 225—248

X.

Psyche.

Dem periodischen Geschehen unterliegen auch die psychischen Erscheinungen. Selbst für die schöpferischen Vorgänge im Geiste genialer Naturen läßt sich das aufweisen. Franz Schuberts Lieder. Helmholtz' Erfahrungen. Gauß' Entdeckung des Induktionsgesetzes. Fechners Formel.

Seite 248—251

XI.

Tiere und Pflanzen.

An zahlreichen Einzelbeispielen aus dem Tier- und Pflanzenleben zeigt sich, daß die 28 und 23 Tage dort ebenso die Lebensvorgänge beherrschen wie beim Menschen.

Mit Hilfe dieser periodischen Werte lassen sich auch durchsichtige Beziehungen zwischen den jährlichen Zeiten des Erscheinens und Vergehens der Blüten herstellen.

Seite 252—267

XII.

Vom Jahr.

Aber die genaue Analyse der jährlichen Knospen-, Blüte-, Blütenabfallszeiten einer Clivia bringt die tiefere Aufklärung, daß neben den periodischen Tageswerten auch das J a h r in den Spatien steckt. Und nachdem das bei der Pflanze aufgefunden ist, wird der Jahreswert auch bei Tieren und Menschen erkennbar.

Es läßt sich außerdem die Äquivalenzregel ableiten, daß e i n J a h r b i o l o g i s c h g l e i c h e i n e r h a l b e n E i n h e i t z w e i t e r D i m e n s i o n ist: 1 Jahr $\models\!\!\dashv \frac{28^2}{2} \models\!\!\dashv \frac{28 . 23}{2}$

Mittels dieser Erkenntnis wird auch das Rätsel des P a l o l o gelöst, dessen Erscheinen die Südseeinsulaner annähernd nach den Mondphasen berechnen.

Seite 267—313

XVII.

Hermaphroditismus.

Auch bei den Hermaphroditen ist erkennbar, daß die rechte Seite dem vorwiegenden Geschlechtscharakter entspricht. Bei hermaphroditischen Männern sind die männlichen Geschlechtsorgane auf der rechten Seite besser ausgebildet, bei hermaphroditischen Weibern die weiblichen Organe ebenfalls auf der rechten Seite.

Beispiele von Säugetieren und Menschen. Gegengeschlechtige Phänomene bei Kindern. Hexenmilch und Genitalblutungen bei neugeborenen Knaben und Mädchen. Seite 472—487

XVIII.

Die Verteilung von Krankheiten auf beide Geschlechter.

Es gibt keine ausschließlich männlichen und keine ausschließlich weiblichen Leiden.

Statistische Bewertung der Geschlechter bei den einzelnen Krankheiten. Es zeigen sich dabei einfache biologische Verhältnisse.

Krankheit und Zwischenreich. Welche Krankheiten treffen linksbetonte Menschen?

Stellung von Blinddarmentzündung und Tuberkulose. Seite 487—502

XIX.

Organtypen.

Die speziellere Anlage zur Tuberkulose hängt mit dem akromegalischen Organtypus zusammen. Hirnanhang als Pubertätsorgan. Seine Beziehungen zur Schilddrüse und zur Sexualität. Akromegalischer und Myxödemtypus in der Familiensubstanz. Beziehungen des Diabetes zu diesem Typus.' Seite 502—507

XX.

Schwangerschaft. Andere periodische Schübe. Verteilung der Substanzen in der Familie. Sexualgefühl und Angst.

Schilddrüse und Schwangerschaft. Erbrechen der Schwangeren ein Mangel an Schilddrüsenstoffen. Schilddrüse und Phthisisheilung.

Schwangerschaft als periodischer Schub. Andere Schübe. Periodische Betonung bald der rechten, bald der linken Körperseite. Doppelgeschlechtigkeit der Familiensubstanz. Ergänzung des sekundären Geschlechtscharakters bei den zeugenden Eltern. Sexuelle Anziehung von Weibmännern und Mannweibern.

Sexualgefühl: Lust und Angst. Angst ist das gegengeschlechtige Stück der sexuellen Libido. Angstbedingungen. Erweiterung der linken Pupille beim Angstanfall. Herkunft der Euphorie vor der periodischen Angst. Euphorie vor dem Tode. Seite 507—511

XXI.

Bisexualität und Fortpflanzung.

Bei der Fortpflanzung muß immer Männlich und Weiblich zusammenwirken.

Über die scheinbare Ausnahme bei den Einzelligen.

Bisexualität der Ei- und der Samenzelle: daher auf beiden Körperseiten beiderlei Geschlechtsorgane vorhanden.

Parthenogenesis als Binnenzeugung. Rolle des Männlichen dabei. Ausbreitung der Parthenogenesis bis zum Menschen. Teratome. Foetus in foetu. Regeneration und ungeschlechtliche Fortpflanzung. Beziehung derselben mit dem individuellen Wachstum: wie dieses in der Dauer beschränkt. Stecklingsvermehrung ist keine Fortpflanzung, nur Wachstum. Pappeln, Rosen, Reben, Kartoffeln.

* * *

Anhang.

Einführung.

Uralt ist die Frage, nach welchen Gesetzen der Ablauf des Lebens sich vollziehe. Mannigfaltig ist die Antwort gewesen. Glauben und wissenschaftliche Ahnung haben abwechselnd die Lösung versucht. Aber sei es eine Gottheit, seien es die Gestirne, seien es kosmische Einflüsse, die unserer Witterung zu Grunde liegen, seien es endlich die Wunder der Keime — wir sprechen vom Lebens-, Krankheits- und Todeskeim — immer waren es äußere Ursachen, die in das lebendige Wesen gleichsam störend eingriffen. Nach welcher inneren Ordnung das Leben abrollt, nicht nur beim Menschen, sondern in der gesamten irdischen Welt des Lebendigen, wie durch diese innere Ordnung die Generationen miteinander verbunden sind und wie die Stunde des Todes durch sie nicht minder sicher bestimmt wird als die der Geburt, das soll in diesen Blättern zum erstenmal und auf eine ganz neue Weise gezeigt werden. Durch keine Hypothesen: nur mit den Mitteln der exaktesten mathematischen Analyse.

Bei einem so überraschenden Unternehmen geziemt es sich, die Wurzeln aufzudecken, aus denen das Problem und seine Lösung erwachsen ist. Sie waren zart genug und kamen von einer medizinischen Fragestellung her, die scheinbar recht fern lag.

Schon früher hatte ich bemerkt und auch beschrieben, *) daß bei der Menstruation des Weibes typische Veränderungen an scharf umgrenzten Stellen der Nase eintreten, den „Genitalstellen der Nase“, die an den unteren Muscheln und an der Scheidewand sich befinden. Der inzwischen von vielen Forschern bestätigte Versuch hatte mich ferner gelehrt, daß von einer „neuralgischen Veränderung“ dieser Nasenstellen gewisse Menstruationsschmerzen im Bauch und Kreuz der Frauen ausgehen und deshalb auch von der Nase aus geheilt werden können. Mit diesen monatlichen Schmerzen haben aber im Charakter und in ihrer örtlichen Ausbreitung eine ganz auffallende Ähnlichkeit bestimmte Entbindungsschmerzen, „die echten Wehenschmerzen“, und so drängte die Frage, ob nicht diese Wehenschmerzen ebenfalls von den Genitalstellen der Nase beeinflußbar wären. Und siehe da: sie waren es. Aber noch etwas anderes war. Man vermochte nämlich zu

*) Die Beziehungen zwischen Nase und weibl. Geschlechtsorganen. Leipzig u. Wien 1897.

beobachten, wie zur Zeit der Entbindung die typischen menstruellen Veränderungen an den Genitalstellen der Nase erschienen. Das konnte nur geschehen, wenn auch der Entbindungsvorgang seiner Natur nach ein menstrueller war. Überlegt man sich's recht, so findet man leicht die Fäden, die beide Analoga miteinander verknüpfen.

Durch die Menstruation wird ein unbefruchtetes Ei unter Blutung und Ablösung der obersten Schleimhautschicht aus der Gebärmutter ausgestoßen. Durch die Entbindung wird gleichfalls ein Ei unter Blutung entfernt, nur ein befruchtetes und entwickeltes Ei, und die Abstoßung der mächtig gewucherten Schleimhaut ist eine tiefere. Im Wesen sind beide Vorgänge ähnlich, und was sie für unser Gefühl doch so verschieden macht, ist die Energie ihres Ablaufes und die Quantitäten, die beiden eignen. Woher nimmt der Entbindungsvorgang seine großen Kräfte?

Die auch in der Tragzeit regelmäßig und periodisch wiederkehrenden menstruellen Nasenveränderungen beweisen, daß der Menstruationsprozeß während der Schwangerschaft mit nichten ruht. Aber er entbehrt seiner normalen Auslösung, der Uterusblutung. Seine Antriebe werden deshalb aufgespeichert und erst die Summe entfesselt an einem menstruellen Tage die gewaltigen Kräfte der Entbindung. Zwischen der letzten Regel vor der Schwangerschaft und dem Entbindungstermin sind also die periodischen Glieder der menstruellen Kette an keiner Stelle unterbrochen.

Die übliche Schwangerschaftsrechnung geht daher auch richtig von der letzten Regel aus und schreitet zehn Menses-Intervalle vorwärts. Dabei kommt man zumeist in die Nähe des Entbindungstages. Aber nicht immer. Auch diese Regel hat ihre Ausnahmen und es fragt sich, woher sie stammen.

Sind nicht die Menses-Intervalle selbst vielfach „unregelmäßig“, und sollte nicht ein innerer Zusammenhang zwischen ihren Unregelmäßigkeiten und dem „ungenauen“ Eintritt der Entbindung bestehen? Sollten nicht beide Erscheinungen sich unter die höhere Einheit desselben übergreifenden Gesetzes fassen lassen und dadurch notwendig und widerspruchsfrei werden?

Mit dieser Frage betreten wir den Boden der gegenwärtigen Arbeit, die uns lehren soll, daß der zeitliche Ablauf von Menstruation und Entbindung im letzten Grunde mit dem zeitlichen Ablauf der Lebensvorgänge überhaupt identisch ist. Daß durch alles Leben *ein* Puls geht und *ein* Rhythmus. Und um seinen Zweitakt so zu erlauschen, daß wir ihn später immer wieder hören können, wollen wir zuerst die zeitlichen Intervalle des einzigen Vorganges untersuchen, dessen Regelmäßigkeit den Menschen seit früher Zeit aufgefallen ist: des periodischen Eintritts der Menstruation.

Gleich ein Beispiel: *)

---

*) Entnommen aus dem Vortrage des Verfassers: „Über Dysmenorrhöe und Wehenschmerz“. Zeitschrift für Geburtshilfe und Gynäkologie, Bd. XXXVI, Heft 2.

Frl. H. menstruierte

	Intervall
am 22. März 1896	
14. April	23 Tage
5. Mai	21 „
31. Mai	26 „
24. Juni	24 „
15. Juli	21 „
9. August	25 „
25. August	16 „
10. September . . .	16 „
23. September . . .	13 „
15. Oktober	22 „

Das kleinste Intervall beträgt 13, das größte 26 Tage; dazwischen liegen 16, 21, 22, 23, 24 und 25 Tage. Das Normalintervall von 28 Tagen kommt gar nicht vor.

Nun kann man bald sehen, daß 7 von den 11 Terminen offenbar näher zusammengehören:

	Intervall
22. März	
14. April	$23 = 1.23$
31. Mai	$47 = 2.23 + 1$
24. Juni	$24 = 1.23 + 1$
9. August	$46 = 2.23$
23. September . . .	$45 = 2.23 - 1$
15. Oktober	$22 = 1.23 - 1$
	Summe 9.23

In diesen 7 Terminen beträgt das Intervall 23 oder ein Vielfaches von 23 Tagen und die Abweichungen von ± 1 Kalendertag verschwinden bei der Summe von 9.23 Tagen. Es wird sich später herausstellen, daß die Erreichung des Gleichgewichts gerade bei 9.23 kein Zufall ist.

Die übrigbleibenden 4 Termine lassen sich paarweise zusammenordnen:

a) 5. Mai / 25. August } $112 = 4.28$

b) 15. Juli / 10. September } $57 = 2.28 + 1$.

Wir sehen, daß das scheinbar fehlende Normalintervall von 28 Tagen doch, wenn auch verdeckt, vorhanden ist. Es ließ sich dadurch Ordnung in die Unordnung bringen, daß wir die Menstruationsdaten in Reihen mit den konstanten Intervallen von 28 und 23 Tagen zerlegten.

An dieser Stelle wollen wir nur den Weg aufzeigen, den wir selbst zuerst gegangen sind. Wir verzichten darauf, die Berechtigung unseres

Verfahrens schon hier durch Häufung von Beispielen zu belegen. Dazu wird später überreiche Gelegenheit sein. Wohl aber wollen wir prüfen, ob die beiden Intervalle auch in Geburtsterminen erscheinen.

Hier die Geburtsdaten von fünf Geschwistern:*)

1. Juli 1869 10. Mai 1870	$\Big\}$ $322 = 14 . 23$
4. Dezember 1872 7. Oktober 1876	$\Big\}$ $1403 = 61 . 23$
11. März 1882	

Und:	11. März 1882 2. September 1845	$\Big\}$ $580 . 23 - 1$
	(Geburtstag der Mutter)	

Wir bemerken, daß in den beiden Produkten 14.23 und 61.23 die Koeffizienten 14 und 61 ebenfalls auf die Zahlen 28 und 23 hinweisen. Denn

$$14 = \frac{28}{2} \text{ und } 61 = 84 - 23 = 3 . 28 - 23,$$

$$\text{also } 14.23 = \frac{28.23}{2}$$

$$\text{und } 61.23 = 3 . 28 . 23 - 23^2.$$

Der Bau der Koeffizienten befestigt uns in dem Gefühl, daß hier Gesetzmäßigkeit über dem bloßem Zufall steht.

Scheinen also schon nach diesem ersten Streifzuge Menstruations- und Entbindungsintervalle analog gebaut, so tritt das noch deutlicher in dem nächsten Beispiele hervor.

Frau Prof. S. hat ihre letzte Regel und alle Tage der Schwangerschaft notiert, in denen sie sich „unwohl" gefühlt hat und die durch leise Molimina menstrualia betont waren: „kritische Tage".

Intervall			
	17. August	1899	letzte Regel
33 Tage	19. September	„	krit. Tag
35 „	24. Oktober	„	„ „
11 „	4. November	„	„ „
23 „	27. November	„	„ „
23 „	20. Dezember	„	„ „
22 „	11. Januar	1900	erste Kindsbewegung
1 „	12. Januar	„	
22 „	3. Februar	„	krit. Tag
23 „	26. Februar	„	„ „
23 „	21. März	„	„ „
23 „	13. April	„	„ „
23 „	6. Mai	„	„ „
23 „	29. Mai	„	Entbindungstag

*) Ebenfalls aus meinem oben zitierten Vortrage.

Es ist ohne weiteres ersichtlich, daß die Termine

	19. September	1899
2 . 23 = 46	4. November	„
23	27. November	„
23	20. Dezember	„
23	12. Januar	1900
22	3. Februar	„
23	26. Februar	„
23	21. März	„
23	13. April	„
23	6. Mai	„
23	29. Mai	„

zusammengehören, denn sie haben das gleiche Intervall von 23 Tagen bezw. 2.23 Tagen. Nur einmal — vom 12. Januar bis 3. Februar — beträgt es 22 Tage.

Die ersten beiden Daten, die nicht in die 23tägige Reihe hineinpassen :

17. August 1899
und 19. September 1899

haben aber ein Intervall von 33 = 2 . 28 — 23 Tagen. Und der dritte, außerhalb der 23tägigen Reihe stehende Termin — 24. Oktober — ist vom Tag der ersten Kindsbewegungen, dem 11. Januar, um 79 = 2.28 + 23 Tage entfernt.

Es tritt uns hier die Tatsache entgegen, daß periodische Intervalle auch aus einer Summe oder Differenz von 28 und 23 Tagen bestehen können.*) Und eine fernere weittragende Beobachtung zeigt, daß der Tag der ersten Kindsbewegung auch ein periodischer in unserem Sinne ist und daß er geradenwegs in den Geburtstermin mündet.

Auch dafür, daß die Übertragung von periodischen Vorgängen der Mutter auf das Kind — wie das in den ersten Kindsbewegungen hervortritt — nicht erlischt, auch wenn das Kind längst den Mutterleib verlassen hat, werden wir sofort einen Beleg beibringen.

Dieselbe Mutter hat am 10. Februar 1902 ein zweites Töchterchen geboren.

$$\left.\begin{array}{ll}\text{29. Mai} & 1900\\ \text{10. Februar} & 1902\end{array}\right\} 622 = 14.28 + 10.23.$$

*) Der mathematisch gebildete Leser wolle den wohlfeilen Einwand, daß man jede Zahl als Summe oder Differenz von 28 und 23 darstellen könne, sich ersparen, bis ihn der Verlauf der Darstellung über den Bau der Koeffizienten unterrichtet hat.

Vom Geburtstag dieses zweiten Kindes ergibt sich folgende Reihe:

	10. Februar 1902 Geburt
115	5. Juni 1902 erster Zahn*)
46	21. Juli 1902 erste Menses der Mutter, zugleich letzte Regel vor einer neuen Schwangerschaft
138	6. Dezember 1902 erste Kindsbewegung.

$$115 = 5.23$$
$$46 = 2.23$$
$$138 = 6.23.$$

Der Entwicklungsschub, mit dem der erste Zahn beim Kind erscheint, liegt im periodischen Zug der Mutter, die in derselben Reihe ihrem dritten Kinde den Anstoß zu den ersten Bewegungen gibt. Wir ahnen, daß die Generationen mittels der Periodizität zusammenhängen. Und diese Ahnung wollen wir zu einem deutlicheren Bilde verdichten, in welchem nicht nur der Lebensbeginn, sondern auch der Tod seine ordnende Rolle spielt.

Ich zitiere dafür das Beispiel aus meiner Familie, an dem ich selbst meine ersten Studien gemacht habe.

Am 16. August 1868 stirbt Frau Barbara Hellmann in Prag, die Großmutter (mütterlicherseits) meiner Gattin.

Am 18. September 1864 wurde ihre Enkelin Malvine v. Goldberger in Wien geboren.

Am 15. Juli 1872 ist der Geburtstag anderer Enkelinnen, der Zwillinge Marie und Melanie Bondy in Wien. Und vorher, am 29. April 1869, wird deren Schwester Ida Bondy, meine spätere Gattin, geboren.

Am 29. Dezember 1895 endlich kam mein ältester Sohn Wilhelm Robert Fließ in Berlin als Urenkel von Barbara Hellmann zur Welt.

---

*) In der Dtsch. Med. Wochenschrift 1896, Nr. 44, S. 705 (Fall von Cor bovinum bei einem 11monatl. Kinde, von Dr. Hauser) finde ich zufällig folgende Daten:

Kind geboren 10. Juli 1895
Erster Zahn 19. Februar 1896 } 224 = 8.28 Tage

Und für die Krankheitstage mag folgendes Beispiel zeugen, das ich aus: Körner, Otitische Hirnerkrankungen, II. Auflage, Seite 134/36, entnehme:

2.28	2.23	8. Dezember 1889 erkrankt mit Kopfschmerz
		23. Januar 1890 wieder heftige Kopfschmerzen
	10	2. Februar 1890 Facialislähmung
	28	2. März 1890 Sprachverlust.

Auch der letzte Krankheits- und Lebenstag wird beschrieben (vgl. Dtsch. Medizin. Wochenschr. 1897, Nr. 37: Beitrag zur Kenntnis der Zuckerharnruhr bei Kindern, von Dr. Dreyer):

Knabe geboren 28. Januar 1892
gestorben im Coma diab. 22. März 1894 } $784 = 28^2$ Tage.

Das läßt sich so veranschaulichen:

Malvine v. G.
geb. 18. Sept. 64

$1428 = 51 . 28 = \mathbf{28^2 + 23 . 28}$

Barbara H.
† 16. Aug. 68

$1429 = 51 . 28 + 1 = \mathbf{28^2 + 23 . 28} + 1$

Zwillinge B.
geb. 15. 7. 72

$9996 =$
$\mathbf{7 \, (28^2 + 23 . 28)}$

Robert Fließ
geb. 29. 12. 95

Um den Todestag der Großmutter gruppieren sich also harmonisch die Geburten zweier Enkel mit $28^2 + 23 . 28$ Tagen, und der Urenkel steht

$$7 \, (28^2 + 23 . 28) \text{ Tage ab, oder } \frac{28}{4} \left(28^2 + 23 . 28\right).$$

Dieser Urenkel ist aber der Sohn von Ida Bondy. Deren Geburtstag 29. April 1869 ist von dem Todestag ihrer Großmutter $256 = 28^2 - 23^2 + 1$ und von dem Geburtstage ihrer Schwestern (Zwillinge 15. Juli 1872) $1173 = 51 . 23 = 23^2 + 28 . 23$ Tage entfernt.

Also oben: $28^2 + 23 . 28 = \mathbf{28} \, (28 + 23)$,
hier: $23^2 + 28 . 23 = \mathbf{23} \, (28 + 23)$.

Wenn wir also vorläufig die Ungenauigkeit eines Tages vernachlässigen dürfen, dann sieht das ganze Bild so aus:

Malvine v. G.
geb. 18. 9. 64

$28^2 + 23.28$

Barbara H.
† 16. 8. 68

$28^2 - 23^2$

Ida Bondy
geb. 29. 4. 69

$23^2 + 28.23$

Zwillinge B.
geb. 15. 7. 72

$7\,(28^2 + 23.28)$

$6\,(28^2 + 23.28)$

Robert Fließ
geb. 29. 12. 95

Dieses beredte Beispiel zeigt, wie in dem zusammenhängenden Strom lebendiger Substanz der Tod dem Leben Platz macht und wie der Sterbetag ebenfalls den periodischen Beziehungen der 28 und 23 Tage untertan ist.

Wenn Bismarck

$$\left.\begin{array}{l}\text{geb. } 1.\ \text{April } 1815\\ \text{gest. } 30.\ \text{Juli } 1898\end{array}\right\}\ 30436 = 1087\,.\,28$$

und Goethe

$$\left.\begin{array}{l}\text{geb. 28. August 1749}\\ \text{gest. 22. März}\quad\text{1832}\end{array}\right\}\ 30156 = 1077\,.\,28$$

genau um 10 . 28 Tage in ihrem Lebensalter unterschieden sind, wird man auch in dieser ersten Andeutung jetzt nicht mehr den bloßen Zufall sehen, und das um so weniger, als nach entsprechender Zerlegung*) der Koeffizienten 1087 bezw. 1077 die Lebenszeiten sich darstellen lassen durch die Ausdrücke

$$\begin{array}{ll}\text{Bismarck:} & 38.28^2 + 1.23.28\\ \text{Goethe:} & 36.28^2 + 3.23.28.\end{array}$$

Hier merkt man, daß auch die Zahl 23 in beiden Lebenszeiten enthalten ist. Aber noch mehr. Dürfte man diese Zahl 23 durch die andere periodische Zahl 28 ersetzen, so erhielte man für Bismarcks und Goethes Lebenszeit denselben Wert $39\,.\,28^2$.

Diese periodischen Zeitverhältnisse gelten nicht nur für die physischen Vorgänge. Wie weittragend ihre Bedeutung für alle Äußerungen des Lebens ist, mag man daran erkennen, daß auch die höchsten Hervorbringungen des Geistes, die unsere Seele bewegen und noch unserer Urenkel Herz erschüttern werden, ihrer bestimmenden Macht in gleichem Ausmaß untertan sind.

Zum hundertjährigen Geburtstag Franz Schuberts teilte der Musikschriftsteller Karl Krebs (im Sonntagsblatt der „Vossischen Zeitung" vom 31. Januar 1897) mit, daß an vier Tagen des Jahres 1815 Schubert von erstaunlichster Produktivität gewesen sei. Er habe komponiert am:

19. August 1815 . . . 7 Lieder,
25. August 1815 . . . 9 Lieder,
15. Oktober 1815 . . . 8 Lieder,
19. Oktober 1815 . . . 7 Lieder

und darunter die größten Meisterwerke.

$$\left.\begin{array}{l}\text{19. August}\\ \text{19. Oktober}\end{array}\right\}\ 61 = 3\,.\,28 - 23 = J_1$$
$$\left.\begin{array}{l}\text{25. August}\\ \text{15. Oktober}\end{array}\right\}\ 51 = \quad 28 + 23 = J_2$$

wobei ich schon hier aufmerksam machen möchte, daß die Werte:

$$J_1 = 2\,.\,28 + (28 - 23)$$
$$J_2 = 2\,.\,28 - (28 - 23)$$

durch ihren Bau etwas Typisches verraten.

*) Siehe später S. 154 und 155.

Es liegt mir daran, den Eindruck zu verstärken, daß wir es in den periodischen Vorgängen der 28 und 23 Tage mit einer fundamentalen Eigenschaft der lebendigen Substanz zu tun haben. Und darum will ich noch ein paar Beispiele aus dem Tier- und Pflanzenreich bringen, wie sie mir gerade in die Hände fallen.

Nansens Buch: In Nacht und Eis enthält I., S. 260/61 und S. 383 die Angabe, daß die Hündin Kvick am:

$$\left.\begin{array}{l}\text{13. Dezember 1893}\\ \text{31. Juli}\quad\quad\ \ \text{1894}\end{array}\right\} 230 = 10 \,.\, 23$$

geworfen habe.

Ich schlage Brehms Tierleben „Vögel“, Bd. III, auf und finde S. 700 Ein Straußenweibchen legt (Beobachtung von Hardy):

$$\left.\begin{array}{l}\text{15. Januar 1857}\\ \text{18. Januar 1858}\end{array}\right\} 368 = 16 \,.\, 23 = i_1.$$

Dasselbe Weibchen beginnt je eine Brut:

$$\left.\begin{array}{l}\text{2. Juli}\quad\ \text{1857}\\ \text{12. März 1858}\end{array}\right\} 253 = 11 \,.\, 23 = i_2.$$

Es ist $i_1 - i_2 = 5 \,.\, 23 = (28 - 23)\ 23$.

Dürfte man statt 28 die andere periodische Zahl 23 setzen, so wäre $i_1 = i_2$.

Eine zweite Straußin (nach Desmeure l. c. ibid.) beginnt am 21. Juni 1859 die Bebrütung und am 16. August, also nach $56 = 2 \,.\, 28$ Tagen, schlüpfen zwei junge Strauße aus.

Die junge Biene wird 23 Tage nach der Befruchtung der Königin geboren (Brehm: Insekten, S. 222); der japanische Eichenseidenspinner spinnt sich nach $51 = 28 + 23$ Tagen ein (am 52. Tage) und liefert am $92. = 4 \,.\, 23$ den Falter (ibid. S. 410.)

Und nun noch eine zusammenhängende Beobachtung aus dem Pflanzenleben.

In einer befreundeten Familie werden Clivien gepflegt und beobachtet. Es sind zwei Exemplare: Clivia I und ihr Ableger, Clivia II. Hier ist der Bericht über die Daten eines Jahres in genauem Wortlaut:

Clivia I:

1. Knospe	26. November	1901,
Blüte	12. Januar	1902,
Blüte abgefallen	4. Februar	1902.

Clivia I:

2. Knospe	16. Januar	1902,
Blüte	13. Februar	1902,
Blüte abgefallen	8. März	1902.

Clivia II:

Keine Winterblüte, dagegen vier neue Triebe aus der Wurzel:

der erste	10.	November	1901,
zweite	8.	Dezember	1901,
dritte	5.	Januar	1902,
vierte	2.	Februar	1902.

Doch noch eine Blüte!

Knospe	25.	Februar	1902,
Blüte	20.	März	1902,
abgefallen	12.	April	1902.

Die Intervalle betragen für die

$$\begin{array}{ll}
\text{1. Knospe} & \left.\begin{array}{l}\text{26. November 1901}\\ \text{12. Januar 1902}\end{array}\right\}\ 47 = 2\,.\,23 + 1\\
& \left.\text{4. Februar 1902}\right\}\ 23 = 1\,.\,23.
\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
\text{2. Knospe} & \left.\begin{array}{l}\text{16. Januar 1902}\\ \text{13. Februar 1902}\end{array}\right\}\ 28\\
& \left.\text{8. März 1902}\right\}\ 23.
\end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{Vom 26. November 1901 erste Knospe}\\ \text{bis 16. Januar 1902 zweite „}\end{array}\right\}\ 51 = 28 + 23 \text{ Tage.}$$

Da die erste und zweite Knospe genau $28 + 23$ Tage voneinander abstehen, so eröffnet sich uns die weitere Ahnung, daß das Intervall

$$\left.\begin{array}{l}\text{26. November 1901}\\ \text{12. Januar 1902}\end{array}\right\}\ 47 = 2\,.\,23 + 1$$

nur scheinbar ungenau ist, daß auch für das $+ 1$ sich eine Determination finden werde.

Clivia II:

$$\begin{array}{ll}
\text{10. November 1901} & \\
 & \} \ 28\\
\text{8. Dezember 1901} & \\
 & \} \ 28\\
\text{5. Januar 1902} & \\
 & \} \ 28\\
\text{2. Februar 1902} & \\
 & \} \ 23\\
\text{25. Februar 1902} & \\
 & \} \ 23\\
\text{20. März 1902} & \\
 & \} \ 23\\
\text{12. April 1902} &
\end{array}$$

Ich denke, das Beispiel spricht Bände. Wir werden es später noch ausführlich behandeln. Es sollte nur dem Leser denselben Glauben erwecken wie dem Autor, daß in diesen Perioden von 28 und 23 Tagen ein für die lebendige Substanz wichtiger, ja fundamentaler Vorgang gelegen sei, dem es lohnt, weiter nachzugehen. Wir werden am Ende sehen, woher es kommt, daß er die gesamten Lebensvorgänge beherrscht, deren Ablauf mit seiner Kenntnis meßbar wird, wie der Gang der Gestirne. Den ganzen langen Weg aber, der vom Glauben zum Wissen führt, haben wir jetzt gemeinsam zurückzulegen.

Wir werden dabei das empirische Material ohne Vorurteil und auf die exakteste Weise prüfen und uns völlig auf den Boden der voraussetzungslosen Induktion stellen. Erst später, wenn wir eine feste Richtschnur gewonnen haben, werden wir versuchen, den Ablauf der lebendigen Vorgänge nicht bloß zu verstehen, sondern auch seine einzelnen Phasen aus einander herzuleiten.

I.

Den Ausgangspunkt unserer Forschung soll die Regel des Weibes bilden. Es ist dies ein natürlicher Ausgangspunkt. Schon der Name deutet die typische Wiederkehr an und die weitere Bezeichnung der monatlichen Reinigung, der Menstruation, verknüpft ihren Zyklus mit einem astronomischen Zeitabschnitt, dem Mondumlauf.

Man nimmt denn auch an, daß normalerweise die Menses in vierwöchentlichem, also 28tägigem Intervall erfolgen. Prüft man diese Angabe an der Hand guter Notizen über die Tage des Menstruationseintritts, so bemerkt man bald, daß dieser 28tägige Typus niemals dauernd innegehalten wird, sondern daß der Eintritt der Regel sich bald „verfrüht“, bald „verspätet“, so daß aus der Regelmäßigkeit bei schärferem Zusehen eine mehr oder weniger große Unregelmäßigkeit entsteht.

Immerhin tritt das 28tägige Intervall häufig genug und so oft mit der Pünktlichkeit der Stunde auf, daß man in ihm den normalen Typus des Menstruationsvorganges hat sehen können. Allein die andere Tatsache, daß diese „Norm“ niemals andauert, läßt unseren Verstand nicht zur Ruhe kommen. Wenn die Unregelmäßigkeiten so zahlreich sind, daß sie zum Wesen der „Regel“ zu gehören scheinen, so muß auch diesen Unregelmäßigkeiten eine Ursache zu Grunde liegen. So kommen wir zur Vermutung, daß in den 28 Tagen nur eine Seite des inneren Vorganges, der zur Wiederkehr der Regel führt, uns sichtbar wird und daß es noch eine andere Seite geben werde, die uns die „Störungen“ erklärt.

Der Leser hat aus den in der Einführung gegebenen Tatsachen mit uns den Eindruck gewonnen, es existiere noch ein zweites Intervall von 23 Tagen, das im Ablauf der Lebensvorgänge und also auch bei der Menstruation eine ebenso große Rolle spiele wie das uns bekannte 28tägige. Und wir wollen sofort an dem Beispiel von Menstruationsreihen untersuchen, ob wirklich mittels zweier Grundintervalle von je 28 und 23 Tagen sich ein befriedigendes Verständnis gerade der Unregelmäßigkeit gewinnen läßt, die allen Mensesreihen anhaftet; mit anderen Worten, ob hinter diesen scheinbar regellosen Terminen doch eine verschleierte Gesetzmäßigkeit verborgen ist.

Für unsere Analyse wählen wir zuerst Mensesdaten, die Ißmer, damals Assistent an der Münchner Universitäts-Frauenklinik im Archiv für Gynäkologie (Bd. 35, 1889) publiziert hat.*) Er hat von 12 Frauen diejenigen 11 Menstruationstermine notiert, welche einer Schwangerschaft vorangehen.

Aus pädagogischen Gründen betrachten wir zunächst von Ißmers Fällen die Nummern 1, 8, 12. Über die verbleibenden neun anderen Fälle werden wir an einer späteren Stelle (vgl. Anhang) Rechenschaft ablegen.

Erstes Beispiel. **1.**

(Fall 1 von Ißmer.)

Menses:	Intervalle:
13. Dezember	
	$26 = J_1$
8. Januar	
	$29 = J_2$
6. Februar	
	$25 = J_3$
3. März	
	$30 = J_4$
2. April	
	$29 = J_5$
1. Mai	
	$28 = J_6$
29. Mai	
	$31 = J_7$
29. Juni	
	$27 = J_8$
26. Juli	
	$25 = J_9$
20. August	
	$30 = J_{10}$
19. September	

Die Intervalle schwanken zwischen 25 und 31 Tagen. Das Intervall 28 kommt nur einmal: in J_6, die Intervalle 25, 29, 30 kommen je zweimal:

25 in J_3 und J_9;
29 in J_2 und J_5;
30 in J_4 und J_{10} vor;

die anderen Intervalle sind auf die Werte

26 in J_1,
27 in J_8,
31 in J_7

verteilt. In welcher Weise diese Zahlen Funktionen von 28 und 23 Tagen sein sollen, bleibt zunächst völlig unklar.

*) Auch hier komme ich auf ein bereits von mir zitiertes Beispiel zurück (vgl. Die Beziehungen zwischen Nase und weiblichen Geschlechtsorganen, S. 146 ff.), weil dadurch am besten der Weg klar werden wird, den ich selbst verfolgt habe.

Was uns aber bald auffällt, ist, daß die Summe dieser 10 Intervalle $280 = 10 . 28$ Tage beträgt, daß ferner die Summen:

$$J_1 + J_2 + J_3 + J_4 + J_{10} = 5 . 28 \text{ und}$$

$$\text{ebenso } J_5 + J_6 + J_7 + J_8 + J_9 = 5 . 28 \text{ Tage ausmachen.}$$

Aber wir sehen mehr. Es ist die Summe der Intervalle:

$$J_1 + J_3 = 26 + 25 = 51 = 28 + 23$$
$$J_5 + J_8 = 29 + 27 = 56 = 2 . 28$$
$$J_7 + J_9 = 31 + 25 = 56 = 2 . 28$$
$$J_6 \quad = \quad + 28$$
$$J_2 + J_4 + J_{10} = 29 + 30 + 30 = 89 = 4 . 28 - 23.$$

Dürfen wir die Gruppe von 23 und diejenige von 28 Tagen als biologische Einheiten bezeichnen, so sind hier Summen von zwei Spatien gleich zweien, von drei Spatien gleich dreien biologischen Einheiten, jedenfalls gleich einer *ganzen* Zahl von biologischen Einheiten. Und umgekehrt werden wir diejenigen Spatien, deren Summe eine ganze Zahl von biologischen Einheiten ergibt, als in irgend einer Weise zusammengehörig betrachten müssen. Also z. B.

$$J_1 + J_3 = 26 + 25 = 51 = 28 + 23$$

sind in unserem Sinne zusammengehörig.

Aber warum ist die Summe (51 Tage) dieser beiden Spatien gerade aus $26 + 25$ Tagen zusammengesetzt, was bedeuten diese Summanden selbst? Wie hängen sie von 28 und 23 ab? Sind sie etwa Teile davon?

Da, wie wir später darlegen werden, die Beobachtung der Vorgänge des Lebens uns dazu drängt, in den 23 und 28 Tagen *ganze* Tage zu sehen, so erhellt von vornherein, daß der Verband von 23 Tagen nur als ungeteiltes Ganzes vorkommen kann (23 ist Primzahl!); 28 Tage können halbiert und geviertelt werden (14 und 7 Tage). Die Summe von

$$28 + 23 = 51 \text{ Tagen}$$

kann geteilt nur als Drittel

$$\frac{1}{3}(28 + 23) = 17 \text{ und}$$
$$\frac{2}{3}(28 + 23) = 34$$

in die Erscheinung treten, wenn sie der Bedingung der ganzen Tage sich fügen soll. Die Differenz

$$28 - 23 = 5$$

kann als Einfaches oder als Multiplum, nicht aber als Teil vorkommen. Diese Differenz von 5 Tagen hat, wie direkte Beobachtung und theoretische Betrachtung uns noch vielfach lehren werden, große und entscheidende Bedeutung.

Im folgenden unternehmen wir es, mit Hilfe der Zahlen 23 und 28, im besonderen:

ihrer Summe $28 + 23$
ihrer Differenz $28 - 23$
und der ganztägigen Teile
$\frac{28}{2}$, $\frac{28}{4}$, $\frac{1}{3}(28 + 23)$, $\frac{2}{3}(28 + 23)$

die einzelnen Menstruationsintervalle unseres ersten Beispiels — und aller anderen — zu erklären und wollen zusehen, ob wir bei diesem Versuch eine Gesetzmäßigkeit oder wenigstens eine Analogie im Bau dieser Intervalle entdecken. Hierbei ordnen wir die Intervalle so an, wie sie durch ihre Summen zusammengehören:

$$\begin{aligned} J_1 &= 23 + \left(17 - \frac{28}{2}\right) = 26 \\ J_3 &= 28 - \left(17 - \frac{28}{2}\right) = 25 \\ \hline J_1 + J_3 &= 26 + 25 = 51 = 28 + 23 \end{aligned}$$

ferner:

$$\begin{aligned} J_7 &= 28 + \left(17 - \frac{28}{2}\right) = 31 \\ J_9 &= 28 - \left(17 - \frac{28}{2}\right) = 25 \\ \hline J_7 + J_9 &= 31 + 25 = 56 = 2.28 \end{aligned}$$

ferner:

$$\begin{aligned} J_5 &= 2.23 - 17 = 29 \\ J_8 &= -(2.23 - 17) + 2.28 = 27 \\ \hline J_5 + J_8 &= 27 + 29 = 56 = 2.28 \end{aligned}$$

ferner:

$$J_6 = 28$$

endlich:

$$\begin{aligned} J_2 &= 2.23 - 17 = 29 \\ J_4 &= \frac{3}{2}28 - 17 + (28 - 23) = 30 \\ J_{10} &= \frac{3}{2}28 - 17 + (28 - 23) = 30 \\ \hline J_2 + J_4 + J_{10} &= 29 + 30 + 30 = 89 = 3.28 + (28 - 23) \end{aligned}$$

Was lehren uns die Konstitutionsformeln der 10 Spatien?

In der ersten Gruppe:

$$J_1 = 23 + \left(17 - \frac{28}{2}\right) = 26$$

$$J_3 = 28 - \left(17 - \frac{28}{2}\right) = 25$$

hängt das eine Mal an 23, das andere Mal an 28 der Ausdruck $\pm\left(17 - \frac{28}{2}\right)$

Wir wollen zunächst ohne jedes Präjudiz 23 die männliche, 28 die weibliche, $28 + 23 = 51$ folgerecht die doppelgeschlechtige Zahl nennen dürfen; möchten aber schon an dieser Stelle nicht verschweigen, daß wir später hinter dieser Bezeichnung eine Wesenheit entdecken werden; daß wir gezwungen sein werden, in 23 Tagen die Lebenszeit einer Einheit männlicher Substanz, in 28 Tagen die Lebenszeit einer Einheit weiblicher Substanz zu sehen, so daß sich hinter den Zeitgruppen Substanzmengen verbergen.

Also zu einer männlichen Einheit ist in J_1 $17 - \frac{28}{2}$ hinzugefügt, und in J_3 ist dieselbe Größe von einer weiblichen Einheit fortgenommen. Daher ist die Summe

$$J_1 + J_3 = 23 + 28.$$

Vergleichen wir hiermit die zweite Gruppe $J_7 + J_9 = 31 + 25 = 56 = 2.28$

$$J_7 = 28 + \left(17 - \frac{28}{2}\right) = 31$$

$$J_9 = 28 - \left(17 - \frac{28}{2}\right) = 25.$$

Wenn wir

$$J_1 = 23 + \left(17 - \frac{28}{2}\right) = 26$$

$$J_3 = 28 - \left(17 - \frac{28}{2}\right) = 25$$

der zweiten Gruppe J_7 und J_9 gegenüberstellen, so sehen wir, daß $J_9 = J_3$ ist und daß der einzige Unterschied in J_1 und J_7 liegt. Und worin besteht der Unterschied? Es ist die männliche Einheit 23 in J_1 durch die weibliche Einheit 28 in J_7 ersetzt.

$$J_1 + (28 - 23) = J_7.$$

Dieser Ersatz der männlichen Einheit 23 durch die weibliche 28 (und umgekehrt) ist das einzige Prinzip, das die Lebenszeiten beherrscht. Mit seiner alleinigen Hilfe werden wir im stande sein, die „Unregelmäßigkeiten“ beim zeitlichen Ablauf der Lebenserscheinungen in Regelmäßigkeiten zu verwandeln. Wenn aber das, was einander ersetzen kann, als gleichwertig oder äquivalent bezeichnet werden darf, so müssen wir sagen, daß eine männliche und eine weibliche Einheit, daß 23 und 28 Lebenstage den gleichen biologischen Wert besitzen, biologisch äquivalent sind.

Weil sich aber J_1 und J_7 nur in dem Ersatz von 23 durch 28 unterscheiden, weil $J_1 + 28 - 23 = J_7$ ist, so enthalten J_1 und J_7 den gleichen biologischen Wert.

Wir haben also ein Maß für die biologischen Zeiten gewonnen und können ihren Wert nunmehr nach biologischen Einheiten (E) bestimmen. Es gelten

$$28 \text{ Tage} = 1\,E$$
$$23 \text{ Tage} = 1\,E. \text{ Daher}$$
$$28 + 23 \text{ Tage} = 2\,E \text{ und}$$
$$17 = \frac{28+23}{3} = \frac{2}{3}\,E. \text{ Ferner}$$
$$28 - 23 = 0\,E.$$

Wir wollen, wo es uns übersichtlicher erscheint,

die Summe $28 + 23 = \Sigma$

die Differenz $28 - 23 = \Delta$

setzen dürfen.

Die Größe $17 - \frac{28}{2} = \frac{28+23}{3} - \frac{28}{2}$ hat den Wert $\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) E = \frac{1}{6} E$.

Es wertet also $J_1 = \left(1 + \frac{1}{6}\right) E$,

$$J_3 = \left(1 - \frac{1}{6}\right) E.$$

Ihre Summe $J_1 + J_3 = 2\,E$.

Ebenso

$$J_7 = \left(1 + \frac{1}{6}\right) E$$
$$J_9 = \left(1 - \frac{1}{6}\right) E.$$

Und die Summe $J_7 + J_9 = 2\,E$.

Auch die dritte Gruppe $J_5 + J_8 = 29 + 27 = 56 = 2.28$ hat eine Summe von $2\,E$. In den einzelnen Spatien aber sind die Werte anders verteilt.

$$J_5 = \quad 2.23 - 17$$
$$J_8 = -(2.23 - 17) + 2.28.$$

Wenn wir J_5 mit dem uns bekannten J_3 vergleichen

$$J_5 = 2.23 - 17$$
$$J_3 = \frac{3}{2}\,28 - 17\,^{*)}$$

*) $J_3 = 28 - \left(17 - \frac{28}{2}\right) = \frac{3}{2}\,28 - 17.$

so finden wir, daß J_5 erstens eine halbe Einheit mehr besitzt als J_3 und daß ferner die Einheiten von J_5 dmännliche sin, wärend die von J_3 weibliche waren.

$$\text{War also} \qquad J_3 = \frac{5}{6} E$$

$$\text{so ist} \qquad J_5 = \frac{8}{6} E$$

Und J_8 ergänzt J_5 zu zwei weiblichen Einheiten, zu 2.28. Es enthält also $J_8 \frac{4}{6} E$, d. h. sein biologischer Wert ist genau die Hälfte von J_5!

$J_5 = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} E$	$J_1 = \frac{7}{6} E$
$J_8 = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} E$	$J_3 = \frac{5}{6} E.$

Angenommen, die Summe von $J_5 + J_8$ hätte zwei männliche Einheiten, also 2.23 (statt 2.28) betragen sollen, so brauchte, da $J_5 = 2.23 - 17$, J_8 nur $+ 17$ zu heißen. Die Summe aber wird von zwei weiblichen Einheiten gebildet. Daher muß J_8 außerdem noch die zwei männlichen Einheiten von J_5 durch zwei weibliche ersetzen. Es müssen also die zwei männlichen Einheiten fortgenommen und zwei weibliche dafür hinzugefügt werden. Mit anderen Worten, es muß an $+ 17$ noch die Gruppe $2.28 - 2.23 = 2\,\Delta$ sich schließen.

$$J_8 = 17 + 2\,(28 - 23) = 17 + 2\,\Delta.$$

Nun verstehen wir völlig die Ausdrücke

$$J_5 = 2.23 - 17 = 29$$
$$J_8 = 2\,(28 - 23) + 17 = 27.$$

Über $J_6 = 28$ ist nichts Besonderes zu sagen. Es ist einer weiblichen Einheit gleich.

Die übrigbleibenden drei Spatien $J_2 + J_4 + J_{10} = 29 + 30 + 30 = 89 = 3.28 + (28 - 23)$ gliedern sich so:

$$J_2 = 2.23 - 17 \qquad = 29$$
$$J_4 = \frac{3}{2}\,28 - 17 + \Delta = 30$$
$$J_{10} = \frac{3}{2}\,28 - 17 + \Delta = 30.$$

Hiervon ist $J_2 = J_5$ uns bekannt. J_2 aber enthält zwei männliche Einheiten, welche durch die Summe von $J_4 + J_{10}$ in zwei weibliche Einheiten deshalb verwandelt werden müssen, weil die Gesamtsumme $J_2 + J_4 + J_{10}$ nur weibliche Einheiten führt. Es ist nämlich:

$$\begin{aligned} J_2 + J_4 + J_{10} &= 5.28 - 3.17 \\ &= 5.28 - (28 + 23) \\ &= 4.28 - 23 = 3.28 + \Delta. \end{aligned}$$

Hieraus geht hervor, daß die Summe wirklich keine positiven männlichen Einheiten enthält und daß die in J_2 ursprünglich sichtbaren 2.23 erst durch Addition von $2\,\Delta$ in 2.28 umgestaltet werden mußten.

Sehen wir von dieser angefügten Ersatzgruppe $(28 - 23 = \Delta)$ ab, so ist der Rest von J_4 und J_{10} $\frac{3}{2}28 - 17$ der uns bekannte Inhalt der Spatien J_3 und J_9. Auch die Frage des biologischen Wertes ist dort schon gelöst.

$$J_{10} = J_4 = J_3 + \Delta = \frac{5}{6}E$$
$$J_2 = J_5 \qquad = \frac{8}{6}E.$$

Es mußten hier 3 Spatien addiert werden (im Gegensatz zu den früheren zwei), weil jedes Spatium -17 führt (dem kein $+17$ gegenübersteht) und $3.17 = 51 = 28 + 23$ erst ganze biologische Einheiten ergeben.

Die Summe dieser 3 Spatien $J_2 + J_4 + J_{10}$ lautet $3.28 + (28 - 23) = 3.28 + \Delta$, enthält also in Δ noch eine freie Ersatzgruppe. Diese ist dazu bestimmt, die eine männliche Einheit in $J_1 + J_3 = 28 + 23$ zu kompensieren.

$$J_1 + J_3 = 2.28 - (28 - 23) = 2.28 - \Delta$$
$$J_2 + J_4 + J_{10} = 3.28 + (28 - 23) = 3.28 + \Delta.$$

Also betragen die fünf Spatien

$$J_1 + J_2 + J_3 + J_4 + J_{10} = 5.28$$

ebenso wie die anderen fünf Spatien:

$$J_5 + J_6 + J_7 + J_8 + J_9 = 5.28.$$

Nach dieser Analyse besitzen die Spatien nichts Willkürliches mehr. Wir haben ihren Bau bis ins kleinste erkannt.

Die Neuheit des Gegenstandes gebietet uns zu wiederholen:

In allen Spatien sind (mit Ausnahme von $J_6 = 28$) zwei Formen zu unterscheiden.

Die erste Form lautet:

$$\alpha_1)\ \frac{3}{2}28 - 17 = \frac{3}{2}28 - \frac{\Sigma}{3} \text{ in } J_3, J_9, J_4, J_{10} \text{ für } \frac{5}{6}E$$

$$\text{und } \beta_1)\ 2.23 - 17 = 2.23 - \frac{\Sigma}{3} \text{ in } J_2, J_5 \text{ für } \frac{8}{6}E.$$

Und die zweite Form bildet die Ergänzung dieser ersten zu zwei biologischen Einheiten, ist also durch die erste bedingt und lautet:

$$\alpha_2) = 28 - \frac{28}{2} + 17 = \frac{28}{2} + \frac{\Sigma}{3}$$

für die Ergänzung von α_1) zu 2.28

$$\text{bezw. } \alpha'_2) = 23 - \frac{28}{2} + 17 = \frac{28}{2} + \frac{\Sigma}{3} - \Delta \text{ in } J_1$$

für die Ergänzung von α_1) zu $23 + 28$.

Und ferner:

$$\beta_2)\ - 2.23 + 2.28 + 17 = \frac{\Sigma}{3} + 2\Delta \text{ in } J_8$$

zur Ergänzung von β_1) zu 2.28.

Oder noch übersichtlicher:

$$\text{1. Form:}\quad \alpha_1 = \left(2.28 - \frac{\Sigma}{3}\right) - \frac{28}{2}$$

$$\beta_1 = \left(2.23 - \frac{\Sigma}{3}\right)$$

$$\text{2. Form:}\quad \alpha_2 = \frac{28}{2} + \frac{\Sigma}{3} \text{ bezw. } \frac{28}{2} + \frac{\Sigma}{3} - \Delta$$

$$\beta_2 = 2\Delta + \frac{\Sigma}{3}.$$

Es ist:

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 2\,E$$

$$\beta_1 + \beta_2 = 2\,E.$$

Das Wesentliche ist also, daß die Spatien eine Differenz von $\frac{3}{2}$ weiblichen oder 2 ganzen männlichen Einheiten und $\frac{1}{3}$ der doppelgeschlechtigen (zweiwertigen) Einheit darstellen.

Zu dieser Differenz läßt sich die Ergänzung zu zwei ganzen biologischen Einheiten zuordnen [erste drei Gruppen: $J_1 + J_3$; $J_7 + J_9$; $J_5 + J_8$], oder es lassen sich drei solche Differenzen zu insgesamt drei Einheiten addieren [letzte Gruppe: $J_2 + J_4 + J_{10}$].

Das sind die Lehren, die wir aus unserem ersten Beispiel gewonnen haben. Wir wollen sie sogleich an einigen weiteren Mensesdaten prüfen.

2. Zweites Beispiel.

(Fall 8 von Ißmer.)

Menses:	20. April	
		$31 = J_1$
	21. Mai	
		$24 = J_2$
	14. Juni	
		$26 = J_3$
	10. Juli	
		$29 = J_4$
	8. August	
		$25 = J_5$
	2. September	
		$32 = J_6$
	4. Oktober	
		$28 = J_7$
	1. November	
		$30 = J_8$
	1. Dezember	
		$28 = J_9$
	29. Dezember	
		$27 = J_{10}$
	25. Januar	

Es sind:

$$\begin{aligned} J_1 + J_5 &= 31 + 25 = 56 = 2.28 \\ J_3 + J_8 &= 26 + 30 = 56 = 2.28 \\ J_4 + J_{10} &= 29 + 27 = 56 = 2.28 \\ J_2 + J_6 &= 24 + 32 = 56 = 2.28 \\ J_7 + J_9 &= 28 + 28 = 56 = 2.28. \end{aligned}$$

In diesem zweiten Beispiel liegt die Ordnung noch viel augenfälliger zu Tage als in dem ersten. Die Spatien sind uns bis auf 24 und 32 Tage sämtlich bekannt. Und wir sehen auch bald, daß

$$24 = 29 - 5$$
$$\text{und } 32 = 27 + 5$$

beträgt, daß also diese beiden unbekannten Intervalle 24 und 32*) sich von bekannten nur um $\pm 5 = \pm (28 - 23) = \pm \Delta$, d. h. nur durch den biologischen Ersatz Δ unterscheiden.

Den ersten beiden Gruppen $J_1 + J_5$ und $J_3 + J_8$ ist ihre biologische Äquivalenz ebenso deutlich auf die Stirn geschrieben wie den folgenden beiden $J_2 + J_6$ und $J_4 + J_{10}$.

Denn

$$J_1 - J_3 = 31 - 26 = 5$$

und infolgedessen

$$J_5 - J_8 = 25 - 30 = -5.$$

Und ebenso

$$J_4 - J_2 = 29 - 24 = 5$$

und infolgedessen

$$J_{10} - J_6 = 27 - 32 = -5.$$

Oder, was dasselbe ist:

$$\begin{aligned} J_3 + (28 - 23) &= J_3 + \Delta = J_1 \\ J_5 + (28 - 23) &= J_5 + \Delta = J_8 \\ J_2 + (28 - 23) &= J_2 + \Delta = J_4 \\ J_{10} + (28 - 23) &= J_{10} + \Delta = J_6. \end{aligned}$$

Im einzelnen ist:

$$\begin{aligned} J_1 &= 28 \qquad + \left(17 - \frac{28}{2}\right) = 28 \qquad + \left(\frac{\Sigma}{3} - \frac{28}{2}\right) = 31 \\ J_5 &= 28 \qquad - \left(17 - \frac{28}{2}\right) = 28 \qquad - \left(\frac{\Sigma}{3} - \frac{28}{2}\right) = 25 \\ J_3 &= 23 \qquad + \left(17 - \frac{28}{2}\right) = 23 \qquad + \left(\frac{\Sigma}{3} - \frac{28}{2}\right) = 26 \\ J_8 &= 28 + \Delta - \left(17 - \frac{28}{2}\right) = 28 + \Delta - \left(\frac{\Sigma}{3} - \frac{28}{2}\right) = 30. \end{aligned}$$

*) 29 war J_2, 27 war J_8 des ersten Beispiels.

Ferner:

$$J_4 = \quad 2.23 - 17 \qquad\qquad = 2.23 - \frac{\Sigma}{3} \qquad = 29$$

$$J_{10} = -(2.23 - 17) + 2.28 \qquad\qquad = \qquad + \frac{\Sigma}{3} + 2\Delta = 27$$

$$J_2 = \quad 2.23 - 17 - (28 - 23) \qquad\qquad = 2.23 - \frac{\Sigma}{3} - \Delta = 24$$

$$J_6 = -(2.23 - 17) + (28 - 23) + 2.28 = \qquad + \frac{\Sigma}{3} + 3\Delta = 32$$

$$I_7 = 28$$
$$I_9 = 28.$$

Wir haben hier die ganz analogen Verhältnisse wie im ersten Beispiel, aus dem ich zum Vergleich die Gruppen wiederhole:

Erstes Beispiel.

$$J_7 = 28 + \left(\frac{\Sigma}{3} - \frac{28}{2}\right) = 31$$

$$J_9 = 28 - \left(\frac{\Sigma}{3} - \frac{28}{2}\right) = 25$$

$$J_1 = 23 + \left(\frac{\Sigma}{3} - \frac{28}{2}\right) = 26$$

$$J_3 = 28 - \left(\frac{\Sigma}{3} - \frac{28}{2}\right) = 25.$$

Ferner:

$$J_5 = 2.23 - \frac{\Sigma}{3} = 29$$

$$J_8 = 2\Delta + \frac{\Sigma}{3} = 27.$$

Das zweite Beispiel bestätigt also völlig, was das erste gelehrt hat.

3. Drittes Beispiel.

(Fall 12 von Ißmer.)

Menses:	4. Juli	
		$25 = J_1$
	29. Juli	
		$26 = J_2$
	24. August	
		$29 = J_3$
	22. September	
		$30 = J_4$
	22. Oktober	
		$27 = J_5$
	18. November	
		$28 = J_6$
	16. Dezember	
		$29 = J_7$
	14. Januar	
		$28 = J_8$
	11. Februar	
		$26 = J_9$
	9. März	
		$27 = J_{10}$
	5. April	

Es sind:

$$\begin{aligned}
J_1 + J_2 &= 25 + 26 = 51 = 23 + 28 \\
J_4 + J_9 &= 30 + 26 = 56 = \ 2\ .\ 28 \\
J_3 + J_5 &= 29 + 27 = 56 = \ 2\ .\ 28 \\
J_7 + J_{10} &= 29 + 27 = 56 = \ 2\ .\ 28 \\
J_6 + J_8 &= 28 + 28 = 56 = \ 2\ .\ 28.
\end{aligned}$$

Die Spatien sind uns alle bekannt. Die Gruppen sind mit denen des vorigen bezw. des ersten Beispiels identisch. Sie sollen noch einmal aufgeschrieben werden:

$$\begin{aligned}
J_2 &= 23 \qquad + \left(\frac{\Sigma}{3} - \frac{28}{2}\right) = 26 \\
J_1 &= 28 \qquad - \left(\frac{\Sigma}{3} - \frac{28}{2}\right) = 25 \\
J_9 &= 23 \qquad + \left(\frac{\Sigma}{3} - \frac{28}{2}\right) = 26 \\
J_4 &= 28 + \Delta - \left(\frac{\Sigma}{3} - \frac{28}{2}\right) = 30.
\end{aligned}$$

Ferner:

$$\begin{aligned}
J_7 &= J_3 = 2.23 - \frac{\Sigma}{3} = 29 \\
J_{10} &= J_5 = 2\,\Delta + \frac{\Sigma}{3} = 27 \\
J_6 &= 28 \\
J_8 &= 28.
\end{aligned}$$

Wir halten in unserer bisherigen Untersuchung der Mensesintervalle einen Augenblick inne, um eine Frage zu beantworten, die sich uns schon längst auf die Lippen gedrängt hat.

Bei der Zerlegung der Mensesintervalle sind wir auf Ausdrücke gestoßen, die nicht nur Summen, sondern auch Differenzen von 28, 23, $\frac{28 + 23}{3}$ und $\frac{28}{2}$ enthielten. Damit ist uns ein weiter Spielraum für die Erklärung der Intervalle gegeben. Bürgschaft dafür, daß wir trotzdem nicht willkürlich verfahren sind, leistet uns schon die Analogie im Bau der Spatien, die wir durch die Art unserer Zerlegung erkannt haben. Aber wir können und müssen weiter fragen, ob die einzelnen Teile, aus denen die Konstruktion der Ausdrücke besteht, auch durch direkte Beobachtung der Lebenszeiten in ihrer Existenz erwiesen werden.

Also, um gleich das erste Spatium des ersten Beispiels zu wählen: ob in

$$26 = 17 + \left(23 - \frac{28}{2}\right)$$

die Teile 17 und $23 - \frac{28}{2} = 9$ Tage auch einzeln beobachtbar sind.

Für Menstruationsintervalle sind natürlich diese Teile zu kurz, wohl aber kann man sie bei anderen Anfällen, z. B. Migräneanfällen beobachten, deren Verknüpfung mit menstruellen Vorgängen ja vielen Frauen nur zu bekannt ist.

Ich reproduziere hier Migränebeobachtungen, die Herr cand. math. Albrecht **Patzig** für mich notiert hat und die Fräulein H. G. aus Göttingen betreffen. Die Daten stammen aus dem Jahre 1903 und sind:

4. Viertes Beispiel.

9. Juni	
	$37 = J_1$
16. Juli	
	$5 = J_2$
21. Juli	
	$5 = J_3$
26. Juli	
	$9 = J_4$
4. August	
	$5 = J_5$
9. August	
	$37 = J_6$
15. September	
	$9 = J_7$
24. September	
	$5 = J_8$
29. September	
	$17 = J_9$
16. Oktober	
	$9 = J_{10}$
25. Oktober	
	$6 = J_{11}$
31. Oktober	
	$17 = J_{12}$
17. November	
	$9 = J_{13}$
26. November	
	$5 = J_{14}$.
1. Dezember	

Auch hier sind wieder:

$$\begin{array}{l}
J_1 + J_4 = 37 + 9 = 46 = 2\,.\,23 \\
J_2 + J_3 = \;\,5 + 5 = 10 = 2\,.\,28 - 2\,.\,23 \\
\hline
J_1 + J_2 + J_3 + J_4 \quad = 56 = 2\,.\,28
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
J_6 + J_7 = 37 + 9 = 46 = 2\,.\,23 \\
J_5 + J_8 = \;\,5 + 5 = 10 = 2\,.\,28 - 2\,.\,23 \\
\hline
J_5 + J_6 + J_7 + J_8 \quad = 56 = 2\,.\,28
\end{array}$$

Ferner:

$$J_9 + J_{11} = 23$$

$$J_{10} + J_{13} + J_{14} = 23$$

$$J_{12} = \frac{28 + 23}{3}.$$

Was sind die einzelnen Teile 37 und 9 der ersten beiden Gruppen?

$$37 = 23 + \frac{28}{2}$$

$$9 = 23 - \frac{28}{2}.$$

Hier ist im Verlauf von 10 Intervallen der Teil $9 = 23 - \frac{28}{2}$ dreimal direkt als Spatium zu beobachten. Und die Spatien J_9 und J_{10} zeigen, daß auch die Aufeinanderfolge von 17 und 9 Tagen, die wir im ersten Spatium des ersten Beispiels nur zu konstruieren gezwungen waren, durch die Beobachtung unzweifelhaft erwiesen wird. Ferner beweist $J_{11} = 6$ Tage die selbständige Existenz von $23 - 17$.

Es zeigen auch die Summen

$$J_1 + J_2 = 42$$
$$\text{und } J_5 + J_6 = 42 = \frac{3}{2}\,28,$$

daß der Wert

$$28 + \frac{28}{2}$$

ebenso als Spatium zu beobachten ist, wie der entsprechende

$$23 + \frac{28}{2}.$$

Endlich sieht man aus

$$J_2 = J_3 = J_5 = J_8 = J_{14} = 5 = \Delta,$$

daß auch $28 - 23 = \Delta$ tatsächlich und häufig als Spatium existiert.

Unsere Konstruktionen verlassen also auch in ihren einzelnen Teilen niemals den Boden der Wirklichkeit.

Sie zeigen, wie die größeren Intervalle nicht nur in der Auffassung, sondern auch in der Natur aus einer Summe der kleineren zusammengesetzt sind. Gerade dieses Faktum wird sich schlagend im weiteren Verlauf unserer Untersuchung bewahrheiten, die nun zur Analyse gerade solcher Menstruationsreihen übergeht, die sehr unregelmäßig sind und den gewöhnlichen Typus nicht mehr erkennen lassen.

Zuerst eine kurze Reihe von elf Daten, welche Fräulein C. Sch aus Wien betreffen und die mir die Dame in den Jahren 1895 und 1896 notiert hat. Damals stand sie gerade in meiner Behandlung und es war die Zeit, wo ich mich zuerst mit diesen Analysen beschäftigte.

Fünftes Beispiel. 5.

1895:	29. März	
		$57 = J_1$
	25. Mai	
		$55 = J_2$
	19. Juli	
		$49 = J_3$
	6. September	
		$52 = J_4$
	28. Oktober	
		$31 = J_5$
	28. November	
		$51 = J_6$
1896:	18. Januar	
		$35 = J_7$
	22. Februar	
		$37 = J_8$
	30. März	
		$24 = J_9$
	23. April	
		$41 = J_{10}$
	3. Juni	

Auch hier lehrt die direkte Naturbeobachtung, daß die großen Intervalle aus den uns längst bekannten kleineren zusammengesetzt sind:

$$J_5 + J_9 = J_2, \text{ denn } 31 + 24 = 55.$$

Oder es sind die großen Intervalle so entstanden, daß die uns geläufigen kleineren um eine Einheit gewachsen sind:

$$\begin{aligned} 55 &= 27 + 28 \\ 57 &= 29 + 28 \\ 52 &= 24 + 28 \\ 49 &= 21 + 28 \\ 37 &= 14 + 23. \end{aligned}$$

Es verhält sich also wirklich im Grunde mit den großen Intervallen genau so wie mit den kleineren; nur daß ihre Summen eine größere Zahl von Einheiten repräsentieren: in unserem Beispiel vier und drei Einheiten, statt der früheren 2 *E*.

Also:

$$\begin{array}{rll} \boxed{J_5 + J_9} + J_4 = & \boxed{31 + 24} + 52 = & \\ = & 55 + 52 & = 107 = 3.28 + 23 \\ J_2 + J_1 = & 55 + 57 & = 112 = 4.28 \\ J_6 + J_{10} = & 51 + 41 & = 92 = 4.23 \\ J_3 + J_7 = & 49 + 35 & = 84 = 3.28 \\ J_8 = & & = 37 = 23 + \frac{28}{2} \end{array}$$

$$\text{Da } J_5 + J_9 = J_2 \text{ und}$$
$$J_4 = J_1 - \Delta,$$

so gibt $J_5 + J_9 + J_4$ denselben biologischen Wert wie $J_2 + J_1$.

Im einzelnen ist:

$$\begin{aligned} 31 &= \frac{28}{2} + 17 \\ 24 &= \frac{28}{2} + 2\,\Delta \end{aligned}$$
$$\overline{S = 55 = 31 + 24 = 28 + 17 + 2\,\Delta.}$$

Ferner:

$$57 = 29 + 28 = 34 + 23.$$

Also:

$$\begin{aligned} 55 &= 17 + 28 + 2\,\Delta \\ 57 &= 34 + 23 \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} \overline{S = 112 = 55 + 57} &= 51 + 28 + 23 + 2\,\Delta \\ &= 2.28 + 2.23 + 2\,\Delta = 4.28 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_4 = 52 = 57 - 5 &= 34 + 23 - \Delta \\ J_5 + J_9 = 55 \qquad &= 17 + 28 + 2\,\Delta \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} \overline{S = J_4 + J_5 + J_9 = 52 + 55} &= 51 + 28 + 23 + \Delta \\ &= 2.28 + 2.23 + \Delta = 3.28 + 23 \end{aligned}$$

$$
\begin{array}{lll}
J_6 = 51 = 28 + 23 & = 2 \,.\, 28 - \Delta \\
J_{10} = 41 & = 2 \,.\, 23 - \Delta \\
\hline
S = J_6 + J_{10} = 92 & = 2\,(28 + 23 - \Delta) = 4 \,.\, 23
\end{array}
$$

Endlich:

$$
\begin{array}{l}
J_3 = 49 = 2 \,.\, 28 - \dfrac{28}{4} \\
J_7 = 35 = \quad 28 + \dfrac{28}{4} \\
\hline
S = J_3 + J_7 = 84 = 3 \,.\, 28
\end{array}
$$

Wir schreiten jetzt zu einem nächsten Beispiel von unregelmäßiger Menstruation mit großen Intervallen, dessen Analyse unseren Gesichtskreis bedeutend erweitern wird. Die Daten hat mir Herr Sanitätsrat Dr. R. Paasch (Berlin) gütigst zur Verfügung gestellt:

Sechstes Beispiel. **6.**

Letzte Regel: 1890. 18. März	
	302 = Schwangerschaftsdauer
Knabe geboren 1891, 14. Januar	
	$49 = J_1$
Menses: 4. März	
	$82 = J_2$
25. Mai	
	$31 = J_3$
25. Juni	
	$63 = J_4$
27. August	
	$65 = J_5$
31. Oktober	
	$21 = J_6$
21. November	
	$19 = J_7$
10. Dezember	
	$63 = J_8$
1892: 11 Februar	
	$58 = J_9$
9. April	
	$53 = J_{10}$
1. Juni	
	$46 = J_{11}$
17. Juli	
	$21 = J_{12}$
7. August	
	$88 = J_{13}$
3. November	
	$59 = J_{14}$
1893: 1. Januar	
	$60 = J_{15}$
2. März	
	$48 = J_{16}$
19. April	
	$43 = J_{17}$
1. Juni	
	$46 = J_{18}$
17. Juli	
	$35 = J_{19}$
21. August	
	$44 = J_{20}$
4. Oktober	
	$35 = J_{21}$
8. November	
	$57 = J_{22}$
Letzte Regel, 1894: 4. Januar	
	302 = Schwangerschaftsdauer
Mädchen geboren 2. November	

Der Bau der Spatien ist einfach:

$$J_1 = 2 \,.\, 28 - \frac{28}{4} = 49$$

$$J_8 = 2 \,.\, 28 + \frac{28}{4} = 63$$

$$\overline{J_1 + J_8 = 4 \,.\, 28}$$

$$J_2 = 3 \,.\, 28 - \frac{28}{4} + \Delta = 82$$

$$J_9 = 2 \,.\, 28 + \frac{28}{4} - \Delta = 58$$

$$\overline{J_2 + J_9 = 5 \,.\, 28}$$

$$J_3 = \quad 28 - \frac{28}{4} + 2\,\Delta = 31$$

$$J_{10} = 2 \,.\, 28 + \frac{28}{4} - 2\,\Delta = 53$$

$$\overline{J_3 + J_{10} = 3 \,.\, 28}$$

$$J_6 = \quad 28 - \frac{28}{4} = 21$$

$$J_4 = 2 \,.\, 28 + \frac{28}{4} = 63$$

$$\overline{J_6 + J_4 = 3 \,.\, 28}$$

$$J_5 = \quad 28 - \frac{28}{2} + \Delta = 65$$

$$J_7 = 2 \,.\, 28 + \frac{28}{2} - \Delta = 19$$

$$\overline{J_5 + J_7 = 3 \,.\, 28}$$

$$J_{11} = 2 \,.\, 23 = 46$$

$$J_{18} = 2 \,.\, 23 = 46$$

$$\overline{J_{11} + J_{18} = 4 \,.\, 23}$$

$$J_{12} = \quad 23 - \frac{28}{4} + \Delta = 21$$

$$J_{16} = 2 \,.\, 23 + \frac{28}{4} - \Delta = 48$$

$$\overline{J_{12} + J_{16} = 3 \,.\, 23}$$

$$J_{13} = 2\,(28 + 23) - \frac{28}{2} = 88$$

$$J_{15} = 2\,.\,23 \qquad + \frac{28}{2} = 60$$

$$\overline{J_{13} + J_{15} = 4\,.\,23 + 2\,.\,28}$$

$$J_{14} = 2\,.\,28 - \frac{28}{4} + 2\,\Delta = 59$$

$$J_{17} = 2\,.\,23 + \frac{28}{4} - 2\,\Delta = 43$$

$$\overline{J_{14} + J_{17} = 2\,.\,28 + 2\,.\,23}$$

$$J_{20} = 28 + 23 - \frac{28}{4} = 44$$

$$J_{19} = 28 \qquad + \frac{28}{4} = 35$$

$$\overline{J_{20} + J_{19} = 2\,.\,28 + 23}$$

$$J_{22} = 3\,.\,23 - \frac{28}{4} - \Delta = 57$$

$$J_{21} = \quad 23 + \frac{28}{4} + \Delta = 35$$

$$\overline{J_{22} + J_{21} = 4\,.\,23}$$

Das größte dieser Spatienpaare J_{13} und J_{15} ist deutlich eine Verdopplung von J_{20} und J_{19}; nur daß 2.23 für 2.28 gesetzt ist. Es handelt sich also hier nicht um eine arithmetische, sondern um eine biologische Verdopplung.

Wir haben in diesem Beispiel zum erstenmal einen natürlichen Ausschnitt aus den periodischen Menstruationsvorgängen wählen können: diejenigen Menstruationen, welche zwischen zwei Schwangerschaften liegen, vom Ende der ersten bis zum Beginn der zweiten.

Es sind vom 14. Januar 1891 bis 4. Januar 1894, also in fast drei Jahren nur 22 menstruelle Blutungen aufgetreten, die sich zu 11 Paaren ordnen lassen. Jedes dieser Paare umfaßt eine ganze Anzahl von biologischen Einheiten. (3.23; 2.28 + 23; 3.28; 4.23; 2.28 + 2.23; 4.28; 5.28; 2.28 + 4.23.)

Es ist von vornherein höchst unwahrscheinlich, daß die Koeffizienten 1, 2, 3, 4, 5 in den Summanden willkürliche seien. Vielmehr ist zu vermuten, daß auch in ihnen eine Ordnung steckt, die uns die weitere Untersuchung aufdecken soll.

Wir fragen zuerst: wie groß ist der ganze untersuchte Ausschnitt, d. h. wieviel beträgt die Summe dieser 22 Mensesspatien (S_1^{22}) vom Ende der einen bis zum Beginn der nächsten Schwangerschaft?

Es waren:

$$
\left.\begin{array}{l}
{}^{*)}\ J_1 + J_8 = 4.28 \\
J_2 + J_9 = 5.28 \\
J_3 + J_{10} = 3.28 \\
J_4 + J_6 = 3.28 \\
J_5 + J_7 = 3.28
\end{array}\right\} \quad 18.28
$$

$$
\left.\begin{array}{l}
J_{11} + J_{18} = 4.23 \\
J_{12} + J_{16} = 3.23 \\
J_{13} + J_{15} = 4.23 + 2.28 \\
J_{14} + J_{17} = 2.23 + 2.28 \\
J_{19} + J_{20} = 1.23 + 2.28 \\
J_{21} + J_{22} = 4.23
\end{array}\right\} \quad \begin{array}{r} 18.23 \\ +\ 6.28 \end{array}
$$

*) Nicht immer müssen auseinander liegende Mensesspatien als zusammengehörig betrachtet werden. Dies lehrt die dreijährige Fortsetzung unseres Falles, wo unmittelbar aufeinanderfolgende Spatien die Summe ganzer Einheiten geben.

1894	Entbindung	2. November	
	Menses	16. Dezember	$44 = J_{23}$
1895		? März	$182 = J_{24}$
		16. Juni	
		24. September	$100 = J_{25}$
		21. November	$58 = J_{26}$
1896		4. Januar	$44 = J_{27}$
		6. Februar	$33 = J_{28}$
		18. März	$41 = J_{29}$
		17. Juni	$91 = J_{30}$
		31. Juli	$44 = J_{31}$
		5. September	$36 = J_{32}$
		30. Oktober	$55 = J_{33}$
		8. Dezember	$39 = J_{34}$
1897		? Februar	$138 = J_{35}$
		25. April	
		10. Juni	$46 = J_{36}$
		10. Juli	$30 = J_{37}$
		? August	$81 = J_{38}$
		29. September	
		17. Dezember	$79 = J_{39}$
1898.		5. Februar	$50 = J_{40}$

Die Summe der 22 Spatien $= S_1^{22} = 18 \,.\, 23 + 24 \,.\, 28$ Tage.

Es betrug aber die Schwangerschaftsdauer in beiden Schwangerschaften $302 = 18 \,.\, 23 - 4 \,.\, 28$ Tage, also genau um $28 \,.\, 28 = 28^2$ Tage weniger als S_1^{22}, d. h. als die zwischen ihnen liegende Menstruationszeit.

Diese Bemerkung gibt uns die Richtung für das Fortschreiten der Analyse. Ordneten sich die einzelnen Menstruationsintervalle nach den ersten Potenzen von 23 und 28, so ordnen sich vielleicht ihre Summen — denn die Schwangerschaftsdauer ist eine solche Summe — nach zweiten Potenzen unserer beiden Zahlen?

Versuchen wir deshalb in strenger Konsequenz unseres bisherigen Verfahrens auch die Koeffizienten 18 und 24 in der Summe $S_1^{22} = 18 \,.\, 23 + 24 \,.\, 28$ als Funktionen von 23 und 28 auszudrücken.

Es ist:

$$\begin{array}{l}
J_{23} = 28 + 23 - 7 \\
J_{24} = 7 \,.\, 28 - 14 \\
J_{25} = 3 \,.\, 28 + 23 - 7 \\
\hline
326 = 2 \,.\, 23 + 10 \,.\, 28
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
J_{26} = 28 + 23 + 7 \\
J_{27} = 28 + 23 - 7 \\
\hline
102 = 2 \,.\, 28 + 2 \,.\, 23
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
J_{28} = 28 + \Delta \\
J_{29} = 2 \,.\, 23 - \Delta \\
\hline
74 = 2 \,.\, 23 + 28
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
J_{30} = 3 \,.\, 28 + 7 \\
J_{31} = 28 + 23 - 7 \\
\hline
135 = 4 \,.\, 28 + 23
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
J_{32} = 2 \,.\, 23 - 2\,\Delta \\
J_{33} = 28 + 2\,\Delta + 17 \\
J_{34} = 2 \,.\, 28 - 17 \\
\hline
130 = 3 \,.\, 28 + 2 \,.\, 23
\end{array}$$

$$J_{35} = 138 = 6 \,.\, 23$$

$$J_{36} = 46 = 2 \,.\, 23$$

$$\left\{\begin{array}{l}
J_{37} = 23 + 7 \\
J_{38} = 3 \,.\, 23 + \Delta + 7 \\
J_{40} = 3 \,.\, 23 - \Delta - 14 \\
\hline
161 = 7 \,.\, 23 \\
\\
J_{39} = 79 = 23 + 2 \,.\, 28
\end{array}\right.$$

Hier sind *aufeinanderfolgende* Termine zusammengehörig.

$$18 = 46 - 28 = 2 \,.\, 23 - 28$$
$$24 = 14 + 10 = \frac{28}{2} + 2\,(28 - 23).$$

Also:

$$18 \,.\, 23 + 24 \,.\, 28 = (2 \,.\, 23 - 28)\, 23 + \frac{28}{2} \,.\, 28 + 2\,(28 - 23)\, 28$$
$$= 2 \,.\, 23^2 - 28 \,.\, 23 + \frac{28^2}{2} + 2 \,.\, 28^2 - 2 \,.\, 23 \,.\, 28$$

oder etwas anders geordnet:

$$18 \,.\, 23 + 24 \,.\, 28 = \frac{28^2}{2} + 2 \,.\, 23^2 + 2 \,.\, 28^2 - 3 \,.\, 28 \,.\, 23$$

oder, da

$-3 \,.\, 28 \,.\, 23 = 28 \,.\, 23 - 4 \,.\, 28 \,.\, 23$, so ist

$$S_1^{22} = \frac{28^2}{2} + 28 \,.\, 23 + 2 \,.\, 23^2 + 2 \,.\, 28^2 - 4 \,.\, 28 \,.\, 23$$
$$= \frac{28^2}{2} + 28 \,.\, 23 + 2\,(28 - 23)^2, \text{ d. h.}$$
$$\boldsymbol{S_1^{22} = \frac{28^2}{2} + 28 . 23 + 2\,\Delta^2.}$$

Wir haben also für die Summe der 22 Spatien ganz dieselbe Form erhalten wie für ein einzelnes Spatium, nur sind die Summanden die zweiten Potenzen*) unserer beiden Grundzahlen 23 und 28.

$$S_1^{22} = \mathbf{28\left(23 + \frac{28}{2}\right) + 2\,\Delta^2}.$$

Es war aber $S_1^{22} - 28^2 = 302$ Tage, gleich der Schwangerschaftsdauer (Sch). Also

$$\mathbf{Sch = 28 \,.\, 23 - \frac{28^2}{2} + 2\,\Delta^2 = 28\left(23 - \frac{28}{2}\right) + 2\,\Delta^2}.$$

Und der Abstand der beiden Geburten selbst, also

$$\begin{array}{rl} S_1^{22} + \text{Sch} = & 18 \,.\, 23 + 24 \,.\, 28 \\ & + 18 \,.\, 23 - 4 \,.\, 28 \\ \hline = & 36 \,.\, 23 + 20 \,.\, 28 \\ = & 56 \,.\, 23 + 20\,(28 - 23) \\ = & 2 \,.\, 28 \,.\, 23 + 4\,\Delta^2 \\ = & 4\left(\frac{28 \,.\, 23}{2} + \Delta^2\right).^{**)} \end{array}$$

Der Geburtsabstand lautet demnach:

$$\mathbf{4\left(\frac{28 \,.\, 23}{2} + \Delta^2\right) = 2\,(28 \,.\, 23 + 2\,\Delta^2)}.$$

---

*) Auch das Rechteck 23 . 28 hat die Form der zweiten Potenz.

**) Vgl. wegen der Form: $J_5 = \frac{28}{2} + \Delta$.

Auch dieser Ausdruck ist — bis auf die zweiten Potenzen — von genau derselben Form wie die einzelnen Mensesabstände.

Entledige ich mich der quadratischen Bestimmungen, so wird der Klammerausdruck $23 + 2\,\Delta = 33 = 2 \,.\, 28 - 23$, also gleich einer biologischen Einheit.

Um zu wiederholen:

a) der Geburtsabstand $= \quad \mathbf{2\,(28 \,.\, 23 + 2\,\Delta^2)}$;

b) der Abstand vom Ende der ersten Schwangerschaft bis zum Beginn der zweiten

$$S_1^{22} = \frac{28^2}{2} + 28 \,.\, 23 + 2\,\Delta^2;$$

c) die Schwangerschaftsdauer

$$\text{Sch} = -\frac{28^2}{2} + 28 \,.\, 23 + 2\,\Delta^2.$$

Es muß $b + c = a$ sein.

Ganz selbstverständlich ist es, daß zweite Potenzen oder Produkte von 28 und 23 entstehen, wenn man die Koeffizienten dieser beiden Zahlen als Funktionen von 28 und 23 ausdrückt. Was sich aber nicht von selbst versteht, ist die einfache Form, die b und c durch dieses Verfahren angenommen haben. Auch nicht, daß $b - c = 28^2$ ist: eine Wahrnehmung, die uns erst zu dem Versuch führte, auch die Summe des natürlichen Menstruationsausschnittes zwischen zwei Schwangerschaften als Funktion zweiter Potenzen von 28 und 23 aufzufassen. Gerade diese einfache Form des Resultates gibt dem Verfahren einen sachlichen biologischen Sinn. Ja, wir werden im Verlauf unserer Untersuchung erkennen, daß noch höhere biologische Summationen, wie sie in dem Abstand von der Geburt bis zum Tode, also in der Lebenszeit gegeben sind, sich in analogen einfachen Formen der dritten Potenz ausdrücken lassen.

Wir schalten, ehe wir einen Schritt weiter gehen, die Antwort auf eine Frage ein, die der Leser gewiß auf dem Herzen hat.

Wie erkennt man, daß $\text{Sch} = 302 = 18 \,.\, 23 - 4 \,.\, 28$, und daß $S_1^{22} = 1086 = 18 \,.\, 23 + 24 \,.\, 28$? Mit Hilfe unserer Tabelle,*) welche die natürlichen Zahlen 1 bis 28 als Summenfunktionen von 28 und 23 darstellt, ist das sehr leicht und auf folgende Art zu machen:

1.
$$\begin{aligned} 302 &= 13 \,.\, 23 + 3 \\ 3 &= 5 \,.\, 23 - 4 \,.\, 28 \\ \text{Also } 302 &= 18 \,.\, 23 - 4 \,.\, 28 \end{aligned}$$

2.
$$\begin{aligned} 1086 &= 38 \,.\, 28 + 22 \\ 22 &= 18 \,.\, 23 - 14 \,.\, 28 \\ \text{Also } 1086 &= 18 \,.\, 23 + 24 \,.\, 28. \end{aligned}$$

*) Siehe Anhang.

Unser Beispiel hat uns gelehrt, daß die Summe der Mensesspatien S_1^{22}, welche von dem Ende einer Schwangerschaft bis zum Beginn der nächsten liegen, keine willkürliche, sondern eine geordnete Anzahl von biologischen Einheiten umfaßt

$$S_1^{22} = \frac{28^2}{2} + 28 \cdot 23 + 2\,\Delta^2;$$

daß die Schwangerschaftsdauer

$$\mathrm{Sch} = -\frac{28^2}{2} + 28 \cdot 23 + 2\,\Delta^2,$$

genau 28^2 Tage weniger beträgt als S_1^{22}, d. h. als die Zeit von dem Ende der einen bis zum Beginn der nächsten Gravidität, und daß der Geburtsabstand sich demnach

$$S_1^{22} + \mathrm{Sch} = 2\,[28 \cdot 23 + 2\,\Delta^2]$$

herausstellt.

Wir sahen also, daß nicht die einzelnen Mensesspatien allein, sondern auch ihre natürlichen Summen, wie Schwangerschaftsdauer und Geburtsabstände, sich durch dieselbe Form biologischer Einheiten darstellen lassen, freilich mit dem einzigen Unterschied, daß in diesen Summen die Einheiten der 23 und 28 nicht in der ersten, sondern in der zweiten Potenz, oder allgemeiner gesagt, in der zweiten Dimension auftreten. Wir werden von dem Begriff der Dimension, speziell der biologischen Dimension, sehr bald weiter zu reden haben.

II.

Zunächst wollen wir prüfen, ob unser Fund über die Geburtsabstände sich auch in anderen Beispielen bewährt.

Ich wähle die Abstände meiner eigenen Kinder. Mein ältester Sohn Robert war schon in der Einführung erwähnt. Sein Geburtstag 29. Dezember 1895 stand $7\,(28^2 + 28 \cdot 23) = \frac{28}{4}\,(28^2 + 28 \cdot 23)$ Tage ab vom Tode seiner Urgroßmutter mütterlicherseits, Frau Barbara Hellmann († 16. August 1868).

7. Siebentes Beispiel.

Es wurden geboren:

Robert	29. Dezember 1895	984 = I
Pauline	8. September 1898	477 = II
Conrad	29. Dezember 1899	1064 = III.
totes Mädchen	28. November 1902	

Daraus ergeben sich die drei Abstände

$$I = 984; \quad II = 477; \quad III = 1064 \text{ Tage.}$$

Als Vielfache von 23 oder 28 ausgedrückt, sind

$$\begin{aligned} I &= 984 = 42 . 23 + 18 = 35 . 28 + 4 \\ II &= 477 = 20 . 23 + 17 = 17 . 28 + 1 \\ III &= 1064 = 46 . 23 + 6 = 38 . 28. \end{aligned}$$

Nur der dritte Abstand ist ein glattes Vielfaches von 28. Die anderen Abstände I und II geben Reste bei der Division durch 23 und auch bei der durch 28. Aber wenn wir auf Grund unserer Tabelle diese Reste als Differenzen von 28 und 23 darstellen, so ist

$$\begin{aligned} 18^{*}) &= 22 . 28 - 26 . 23 \\ 17 &= 8 . 28 - 9 . 23. \end{aligned}$$

Demnach ist:

$$I = 42 . 23 + 18 = 42 . 23 - 26 . 23 + 22 . 28 = 16 . 23 + 22 . 28$$
und $II = 20 . 23 + 17 = 20 . 23 - 9 . 23 + 8 . 28 = 11 . 23 + 8 . 28.$

Es lauten also die drei Abstände:

$$\begin{aligned} I &= 984 = 16 . 23 + 22 . 28 \\ II &= 477 = 11 . 23 + 8 . 28 \\ III &= 1064 = 16 . 28 + 22 . 28.^{**}) \end{aligned}$$

Zunächst fällt uns eine überraschende Tatsache in die Augen.

Es sind $I = 16 . \mathbf{23} + 22 . 28$
und $III = 16 . \mathbf{28} + 22 . 28$

biologisch äquivalent. Denn wo in I $16 . \mathbf{23}$ steht, ist in III gesetzt $16 . \mathbf{28}$. Im übrigen sind die Abstände I und III gleich. Und $II = 11 . 23 + 8 . 28$ ist die biologische Hälfte von I. Es braucht nur 28 und 23 in I vertauscht zu werden, und aus der biologischen würde die arithmetische Hälfte. Denn während

$$I = 22 . 28 + 16 . 23$$
$$\text{ist } II = 11 . 23 + 8 . 28.$$

Wir wollen in Zukunft die biologische Gleichheit durch das Zeichen $\models\!\dashv$ ausdrücken dürfen. Demnach wäre:

$$\mathbf{I \models\!\dashv III \models\!\dashv 2.II}$$

d. i. gelesen: I biologisch gleich III und biologisch gleich 2.II

---

*) Einfacher ist $18 = 2 . 23 - 28$. Hieraus ist durch Addition von: $-28 . 23 + 23 . 28 = 0$ der obige Wert hervorgegangen, den wir deshalb bevorzugen, weil er den Abstand I als Summe von zwei positiven Gliedern ausdrücken läßt.

**) Denn $16 . 28 + 22 . 28 = 38 . 28$.

So willkürlich uns bei der gewöhnlichen Betrachtung die Abstandstage

$$\text{I} = 984, \quad \text{II} = 477, \quad \text{III} = 1064$$

scheinen: es wird Ordnung in ihnen, sobald wir sie als Summen von $m \,.\, 23 + n \,.\, 28$ Tagen ausdrücken. Aber auch hier fragen wir uns wieder nach der Bedeutung der Koeffizienten 22 und 16, 11 und 8. Versuchen wir sie — wie wir das bei der Analyse der Mensesspatien getan haben — selbst als Funktionen von 23 und 28 aufzufassen, so lassen sie sich in folgender Weise zweckmäßig lösen:

$$\begin{aligned} 22 &= 17 + 28 - 23 \\ 16 &= 34 + 28 - 46 \\ 11 &= 34 - 23 \\ 8 &= 17 + 14 - 23 \\ 38 &= 3 \,.\, 28 - 2 \,.\, 23. \end{aligned}$$

Dann lautet:

$$\begin{aligned} \text{I} &= 22 \,.\, 28 + 16 \,.\, 23 \\ &= 17 \,.\, 28 + 28^2 - 23 \,.\, 28 + 34 \,.\, 23 - 2 \,.\, 23^2 + 28 \,.\, 23 \\ &= 17 \,.\, 28 + 34 \,.\, 23 - 2 \,.\, 23^2 + 28^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{II} &= 8 \,.\, 28 + 11 \,.\, 23 \\ &= 17 \,.\, 28 + \frac{28^2}{2} - 23 \,.\, 28 + 34 \,.\, 23 - 23^2 \\ &= 17 \,.\, 28 + 34 \,.\, 23 - (23^2 + 28 \,.\, 23) + \frac{28^2}{2} \end{aligned}$$

$$\text{III} = 38 \,.\, 28 = 3 \,.\, 28^2 - 2 \,.\, 23 \,.\, 28 = 2\,(28^2 - 23 \,.\, 28) + 28^2.$$

Die neue und bedeutungsvolle Form, welche unsere drei Werte nunmehr haben, ist diese:

$$\mathbf{I} = 28^2 + \boxed{\begin{matrix} \mathbf{17 \,.\, 28 + 34 \,.\, 23} \\ \mathbf{-\,2 \,.\, 23^2} \end{matrix}}$$

$$\mathbf{II} = \frac{28^2}{2} + \boxed{\begin{matrix} \mathbf{17 \,.\, 28 + 34 \,.\, 23} \\ \mathbf{-(23^2 + 28 \,.\, 23)} \end{matrix}}$$

$$\mathbf{III} = 28^2 + \boxed{\begin{matrix} \mathbf{2 \,.\, 28^2} \\ \mathbf{-\,2 \,.\, 23 \,.\, 28} \end{matrix}}$$

Ohne den umrandeten Wert würden die „freien Einheiten“ 28^2, $\frac{28^2}{2}$, 28^2 von selbst verständlich sein. Was sagt aber der durch den Rand umschlossene Inhalt?

Setzen wir in III, wo der Klammerwert $\boxed{2 \,.\, 28^2 - 2 \,.\, 23 \,.\, 28}$ lautet, statt 23 die Zahl 28, dann würde der Inhalt der Klammer oder des Randes gleich Null.

Dürften wir in II statt 17.28 setzen 17.23, so wäre der Klammerinhalt ebenfalls Null. Denn es ist $51.23 - 23^2 - 28.23 = 0$.

Und in I würde durch den gleichen Ersatz von 17.28 durch 17.23 zunächst der Klammerinhalt $51.23 - 2.23^2 = 28.23 - 23^2$. Bei weiterem Ersatz von 28 durch 23 entsteht ebenfalls der Wert 0 in der Klammer. Wir können also die Klammerwerte durch äquivalenten Austausch von m.28 durch m.23 und umgekehrt, stets auf Null bringen. Das ist ihr erstes, wichtiges Charakteristikum.

Ihr zweites, nicht minder wichtiges Merkmal ist, daß sie zwei positive und zwei negative biologische Einheiten zweiter Dimension enthalten. In III sieht man dies auf den ersten Blick:

$\boxed{2.28^2 - 2.23.28}$ umfassen zwei positive Einheiten (2.28^2) und zwei negative Einheiten $(-2.23.28)$ zweiter Dimension.

In II und I werden die zwei positiven Einheiten durch den Ausdruck $17.28 + 34.23$ dargestellt. Man kann im genauen Wortsinn erst dann von zwei Einheiten reden, wenn man 17.28 durch 17.23 ersetzt hat. Dadurch bekommt man $51.23 = 23^2 + 28.23$.

Aber das ist eben die Eigentümlichkeit der lebendigen Vorgänge und also auch ihrer Maße, daß männlich und weiblich äquivalent sind, daß m Einheiten des einen m Einheiten des anderen ersetzen können. Diese Tatsache des äquivalenten Ersatzes ist der Generalschlüssel, der uns alle Tore öffnet. Mit seiner alleinigen Hilfe können wir Ordnung in den zeitlichen Ablauf des Lebens bringen, er allein genügt, um uns verborgene Gleichheiten dort zu erschließen, wo vorher wirre Ungleichheit zu bestehen schien.

Die Herrschaft des äquivalenten Ersatzes erlaubt uns nicht nur, sondern gebietet, den Ausdruck (in I und II) $17.28 + 34.23$ als zwei positive Einheiten anzusehen.

Die beiden negativen Einheiten lauten

$$\begin{aligned} &\text{in I } - 2.23^2 \text{ und} \\ &\text{in II } - (23^2 + 28.23). \end{aligned}$$

Es ist also -28.23 in II durch -23.23 in I ersetzt. Im übrigen ist der Klammerausdruck bei I und II der gleiche.

Was aber besagt diese Differenz von zwei gegen zwei Einheiten zweiter Dimension ihrem innersten Wesen nach?

Wir haben schon früher bei Betrachtung der Geburtsabstände im Beispiel 6 eine solche Differenz kennen gelernt.

Der Abstand hieß dort:

$$2\,[28.23 + 2\,(28 - 23)^2].$$

Sehen wir von dem Faktor 2 ab, dem, wie uns andere Beispiele bald lehren werden, eine wesentliche Bedeutung nicht zukommt,*) so haben wir in den

$$(28 - 23)^2 = 28^2 + 23^2 - 2.28.23$$

die analoge Differenz zweier Einheiten gegen zwei andere. Auch diese Differenz könnte durch den Austausch von 28 und 23 in 0 verwandelt werden.

Wir haben hier bereits erkannt, daß in $(28 - 23)^2$ nur die zweite Dimension des gewöhnlichen Ersatzes der männlichen durch die weibliche Einheit vorliegt. Wenn ich für 23 setzen will 28, so heißt das arithmetisch:

$$28 = 23 + (28 - 23),$$

oder wenn ich 28 — 23, die offenbar biologisch eine besondere Zusammengehörigkeit haben, wieder mit Δ bezeichne, so lautet die Ersatzformel der männlichen durch die weibliche Einheit

$$28 = 23 + \Delta,$$

wovon wir 23 das freie Glied und Δ die Bindung nennen wollen.

Und wenn ich beide Glieder der rechten Seite gesondert in die zweite Potenz erhebe, erhalte ich den Ausdruck

$$23^2 + \Delta^2.$$

Das ist der Typus für solche Summen, wie sie uns in den Geburtsabständen entgegentreten.

Da bei den Lebensvorgängen 23 durch 28 ersetzt werden kann, so existiert auch noch die weitere Form

$$23.28 + \Delta^2$$

und ferner $28^2 + \Delta^2$.

Kämen nur die Größen 28^2, 23^2 und Δ^2 vor, so würden wir von zweiten Potenzen der Einheiten im gewöhnlichen arithmetischen Sinne sprechen. Da aber infolge der biologischen Vertauschung die Produkte 28.23 und 23.28 dieselbe Stellung wie die zweiten Potenzen 28^2 und 23^2 einnehmen, so sprechen wir in Zukunft von biologischen Dimensionen erster, zweiter, dritter Ordnung.

Unser obiger Ausdruck für den Geburtsabstand (des Beispiels 6) der mit Hinweglassung des Faktors 2 lautet:

$$28.23 + \Delta^2$$

enthält also die Glieder der Formel für den Ersatz der männlichen durch die weibliche Einheit, nur jedes Glied in die zweite Dimension erhoben.

Erste Dimension: $23 + \Delta$
Zweite „ $28.23 + \Delta^2$.

*) Vgl. Fall Humboldt S. 68. (Abstand VI.)

In unserem Beispiele (Fall 7) war:

$$\mathrm{III} = 28^2 + \boxed{2.28^2 - 2.28.23}$$

Der Klammerausdruck unterscheidet sich also von

$$\Delta^2 = 28^2 + 23^2 - 2.28.23$$

dadurch, daß 1.23^2 ersetzt ist durch 1.28^2. Das ist biologisch ohne weiteres zulässig, da es unter die Regel des äquivalenten Ersatzes fällt.

Es waren aber

$$\mathrm{II} = \frac{28^2}{2} + \boxed{\begin{array}{c} 17.28 + 34.23 \\ -23^2 - 28.23 \end{array}}$$

$$\text{und } \mathrm{I} = 28^2 + \boxed{\begin{array}{c} 17.28 + 34.23 \\ -2.23^2 \end{array}}$$

Hier muß erst (in II) $\mathbf{17}.28$ ersetzt werden durch $\mathbf{17}.23$, um $51.23 = 23^2 + 28.23$ zu erhalten; und weiter muß $28.\mathbf{23}$ ersetzt werden durch $28.\mathbf{28}$ und $-23.\mathbf{23}$ durch $-23.\mathbf{28}$; erst dann ergibt sich:

$$23^2 + 28^2 - 2.28.23 = \Delta^2.$$

Unsere Form

$$\boxed{\begin{array}{c} 17.28 + 34.23 \\ -23^2 - 28.23 \end{array}}$$

ist also wiederum durch äquivalenten Ersatz aus Δ^2 hervorgegangen. Das gleiche läßt sich bei I zeigen:

$$\mathrm{I} = 28^2 + \boxed{\begin{array}{c} 17.28 + 34.23 \\ -2.23^2 \end{array}}$$

Hier braucht man nur einmal -23^2 durch -23.28 zu ersetzen, um auf den Klammerausdruck von II zu kommen, den wir oben erklärt haben.

Also auch Ausdrücke wie die eben erläuterten

$$\boxed{\begin{array}{c} 17.28 + 34.23 \\ -23^2 - 28.23 \end{array}}$$

und

$$\boxed{\begin{array}{c} 17.28 + 34.23 \\ -2.23^2 \end{array}}$$

sind zweite biologische Dimensionen des Ersatzes, denn sie sind aus Δ^2 durch äquivalenten Austausch von 23 und 28 entstanden.

Was ist hier äquivalent? 28 und 23 Tage! Ein Austausch von Zeiten entzieht sich aber unserer Vorstellung. Schon früher ist darauf hingedeutet, daß hinter diesen Tagen sich Substanzeinheiten verbergen, deren Lebenszeit 28 oder 23 Tage beträgt. Ist das richtig, so lassen sich die gleiche Anzahl männlicher und weiblicher Substanzeinheiten von je 23 bezw. 28 Tagen

Lebenszeit durch einander ersetzen. Und wenn sich ferner

$$28^2,\ 23^2,\ 28 \,.\, 23,\ 23 \,.\, 28 \text{ Tage}$$

äquivalent erweisen, so muß in Konsequenz unserer Substanzvorstellung der lebendige Stoff so aufgebaut sein, daß 28 Einheiten weiblichen oder männlichen Stoffes (von 28^2 oder $28 \,.\, 23$ Tagen Lebenszeit) zu einem neuen Verbande zweiter Dimension vereinigt werden; und analog 23 Einheiten männlichen oder weiblichen Stoffes (von 23^2 oder $23 \,.\, 28$ Tagen Lebenszeit).

Die biologischen Tatsachen aber zwingen uns zu der weiteren Folgerung, daß auch $23 + 28$ Einheiten männlichen oder weiblichen Stoffes zu einem festen Verbande (von je $51 \,.\, 23$ oder $51 \,.\, 28$ Lebenstagen) verknüpft sein können, den wir im Gegensatz zu dem männlichen oder weiblichen den doppelgeschlechtigen Verband benennen wollen. Während 23 als Primzahl unteilbar, 28 zu halbieren und zu vierteilen ist, kann 51 nur gedrittelt werden. Es ist

$$51 = 3 \,.\, 17$$

Dieser Verband vermag also lediglich in

$$1 \,.\, 17 \text{ oder } 2 \,.\, 17 = 34$$

Einheiten erster Ordnung zu zerfallen.

Wir hätten hiernach folgende Lebenszeiten von Substanzeinheiten zweiter Dimension:

$$23^2,\ 28 \,.\, 23;\ 28^2,\ 23 \,.\, 28;\ 23^2 + 28 \,.\, 23;\ 28^2 + 23 \,.\, 28 \text{ Tage.}$$

Die beiden letzteren Gruppen spalten sich zu einem und zwei Dritteln, und zwar:

$$23^2 + 28.23 \text{ in } 17.23 + 34.23$$
$$\text{und } 28^2 + 23.28 \text{ in } 17.28 + 34.28 \text{ Tage.}$$

Die ersten Gruppen, sofern sie überhaupt teilbar sind — was für 23^2 ausgeschlossen ist — können in

$$\tfrac{1}{2}\text{- oder } \tfrac{1}{4}\text{mal } (28^2 \text{ oder } 28 \,.\, 23)$$

sich lösen.

Zu dieser einfachen Deutung haben wir noch eine Anmerkung zu machen, wenn wir den Erscheinungen der Lebenszeiten gerecht werden wollen.

Der Abstand III war:

$$28^2 + \boxed{\begin{array}{c} 2 \,.\, 28^2 \\ -\, 2 \,.\, 28 \,.\, 23 \end{array}}.$$

Er enthielt also eine „freie“ und zwei „gebundene“ Einheiten (zweiter Dimension). In diesen gebundenen Einheiten, der *Bindung* $2 \,.\, 28\,(28 - 23)$ erscheint nur die Differenz der Lebenstage von weiblichen und männlichen Substanzeinheiten wirkend. Ebenso wie eine OH-Gruppe nur mit der

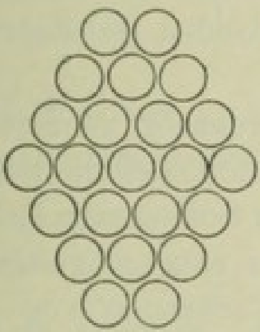
Differenz der Bindekräfte des zweiwertigen O und des einwertigen H in den chemischen Vorgang tritt.

Das Auftreten der Differenz bedingt aber den weiteren Schluß, daß unsere beiden Grundeinheiten erster Dimension aus 28 bezw. 23 elementarsten Teilen von je e i n e m Tage Lebenszeit bestehen. Nur müssen die weiblichen und männlichen T a g e s elemente entgegengesetzt gleich sein, so daß e i n weibliches T a g e s element stets e i n männliches bindet. Hier ist die Wurzel der Äquivalenz. E i n e Tageseinheit ist e i n e r anderen Tageseinheit bis auf die Richtung wirklich gleich. E i n Tag gleicht eben e i n e m Tage, nur läßt er sich vom Morgen oder vom Abend an messen und das ergibt den Richtungsunterschied (Tag—Nacht; Nacht—Tag). Es ist diese Annahme um deswillen so befriedigend, weil sie die einfachste und natürlichste von allen ist.

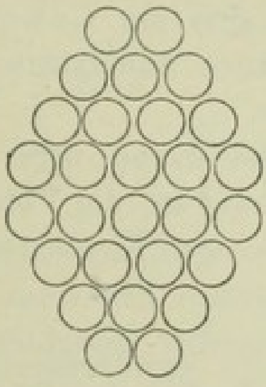
Wollen wir das eben Erörterte noch einmal durch ein Schema verdeutlichen, so hätten wir in der ersten Dimension uns eine männliche Einheit (*a*) vorzustellen als ein Aggregat von 23 elementarsten Teilen und eine weibliche Einheit (*b*) als eine Vereinigung von 28 solchen Teilen, von denen jeder einen Tag Lebenszeit besitzt.

a

23



b

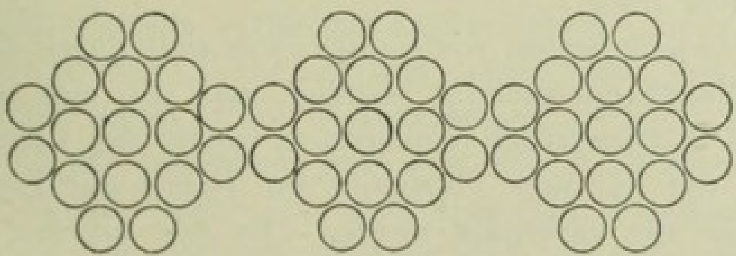


28

Und die doppelgeschlechtige Form *c* besäße $28 + 23 = 51 = 3 . 17$ solcher Teile.

c

17 17 17



$23 + 28 = 3 \times 17 = \Sigma$

Betrachtet man ferner jeden der gezeichneten Tageskreise als ein Fach, das mit einer männlichen oder weiblichen Einheit erster Dimension (von 23 bezw. 28 Tagen Lebenszeit) gefüllt ist, so hat man ein Bild der Substanzeinheiten zweiter Dimension.

Die männliche Form (a) gefüllt mit

α) männlichem Inhalt lebt 23^2 Tage

β) weiblichem Inhalt lebt $23 . 28$ Tage.

Die weibliche Form (b) gefüllt mit

α) männlichem Inhalt lebt $28 . 23$ Tage

β) weiblichem Inhalt lebt 28^2 Tage.

Die doppelgeschlechtige Form (c) gefüllt mit

α) männlichem Inhalt lebt $51 . 23 = 23^2 + 28 . 23$ Tage

β) weiblichem Inhalt lebt $51 . 28 = 28^2 + 23 . 28$ Tage.

Da die Einheiten erster Dimension in der weiblichen Substanz 28, in der männlichen Substanz 23 Tage repräsentieren, so treten sie — wenn sie aneinander gebunden sind — mit der Differenz von $28 - 23$, d. h. mit fünf freien Lebenstagen in die Erscheinung.

Wir müssen also freie und gebundene Einheiten in den verschiedenen Dimensionen unterscheiden.

Nun verstehen wir erst, was es heißt, daß (Fall 7) in

$$\text{Abstand III} = 28^2 + 2\ (28^2 - 28 . 23)$$

ein 28^2 frei ist und die weiteren $2 . 28^2$ durch $2 . 28 . 23$ gebunden sind.

Und weil alles Leben stets und ausnahmslos aus dem Zusammenwirken von männlichem und weiblichem seinen Ursprung nimmt, so ahnen wir, daß da, wo es sich um Lebenszeiten handelt, auch Bindungen erscheinen müssen, in denen äquivalente Mengen der beiden Substanzen auf einander reagiert haben.

Doch auch davon wird später noch genauer zu handeln sein. Hier kam es uns darauf an, die Vorstellung abzuleiten, daß die lebendige Substanz aus letzten, kleinsten Elementen von je einem Sonnentage Lebenszeit besteht. Diese elementarsten Einheiten sind mit zwei entgegengesetzten Richtungen begabt. Die positiv gerichteten sind in Verbänden von je 28 kleinsten Teilen geordnet, die negativ gerichteten in Verbänden von je 23 solchen Tageselementen. Vereinigen sich die letzteren mit den ersteren, so binden die negativen 23 Tageseinheiten ebenso viele — also 23 — positive Tageseinheiten aus dem Verbande der 28 und es bleiben somit $28 - 23$, d. h. 5 Tageseinheiten frei, die mit ihrer ganzen Lebenszeit für den Lebensvorgang disponibel sind.

Selbstverständlich setzen wir voraus, was sich durch die Tagesperiode bei Tier und Pflanze offenkundig bestätigt, daß die eine Tageseinheit erst anfängt, in den Lebensprozeß einzutreten, wenn das Leben der früheren abgelaufen ist: wie der neue Öltropfen im Docht der Lampe nicht eher aufsteigt, bis der alte verbrannt worden. Es geht bei den Elementarteilen der lebendigen Substanz genau so wie bei den grob sichtbaren Lebensvorgängen. Der Tod der früheren Generation ist die schließliche Bedingung für das Leben der späteren.

* * *

Wir haben für diesen letzten Satz bereits in der Einführung ein beredtes Beispiel kennen gelernt. (Vgl. auch Seite 7.) Um den Tod der Großmutter gruppierten sich die Geburten von Enkel und Urenkel.

$28^2 + 28.23$ Tage vorher Enkel geboren.

Barbara Hellmann 16. 8. 68 †.

Nach $28^2 + 28.23 + 1$ Tagen Enkel geboren.

Nach $7\,(28^2 + 28.23 - 23^2)$ Tagen Urenkel geboren.
(Hugo Singer 8. November 1885)

Weitere 7.23^2 Tage später anderer Urenkel geboren.

Die lebendige Substanz, aus der die Generationen entstehen, bleibt zeitlich miteinander verbunden, auch wenn die Individuen sich von ihr längst getrennt haben und ein scheinbar selbständiges Dasein führen.

Nach dem Gesetze der 28 und 23 ist jene Substanz in immer höheren Dimensionen aufgebaut und an den natürlichen Bruchstellen, welche die Einheiten gleicher Ordnung oder ihre determinierten Teile gewähren, ist Raum für den Tod oder für verjüngtes Leben. Es ist nicht nur symbolisch richtig, wenn man beim Menschen und beim Tiere vom Stamm**baum** gesprochen hat. Beim Baum ist der Zusammenhang der Generationen lediglich augenfälliger, weil die Individuen mit dem Stamme körperlich verbunden bleiben, bis ihr Winter naht. Der aber kommt von innen heraus und ist zu dem bestimmten Tage da, wo — nach dem schönen und naturwahren Gleichnis der Sappho — die letzte Frucht aus dem höchsten Wipfel des Baumes, dem Gärtner unerreichbar, von selbst zu Boden fällt.

Wie fest auch der Tod des Kindes mit dem generativen Leben der Mutter verknüpft ist, soll uns gleich ein Beispiel lehren, das zur weiteren Untersuchung der Geburtsabstände überleiten wird.

8. Achtes Beispiel.

$$\left.\begin{array}{r}\text{Eva Goldschmied geboren 25. September 1897}\\ \text{gestorben 20. April 1898}\\ \text{Susanne G. geboren 21 Februar 1899}\end{array}\right\}\begin{array}{l}207 = a\\ 307 = b\end{array}$$

Die Lebenszeit von Eva beträgt $207 = 9.23$ Tage. Von ihrem Tode bis zur Geburt der Schwester Susanne verfließen noch $307 = 20.28 - 11.23$ Tage. Dürfte man hier statt 20.28 setzen 20.23, so blieben ebenfalls 9.23 Tage übrig und der Tod von Eva hätte den ganzen Geburtsabstand der beiden Schwestern in zwei genau gleiche Teile geteilt.

In Wirklichkeit ist

$$307 = 20.28 - 11.23^{*)} = 17.23 + 34.28 - 28.23 - 14.28$$

$$= \frac{28^2}{2} + \boxed{\begin{matrix}17.23 + 34.28\\ - 28.23 - 28^2\end{matrix}} = \frac{28^2}{2} + \boxed{\begin{matrix}17.23\\ - 17.28\end{matrix}}$$

Und $207 = 9.23 = 23^2 - 14.23$.

Um die biologische Homologie der beiden Werte 207 und 307 zu erweisen, kann ich entweder 17.23 (in 307) ersetzen durch 17.28, dann wird die „Bindung" Null, und $23^2 - 14.23$ ist biologisch gleich $28^2 - 14.28$; oder ich kann schreiben für

$$9.23 = 23^2 - 14.23 = \frac{28.23}{2} + \boxed{\begin{matrix}23^2 + 28.23\\ - 2.23.28\end{matrix}}$$

Dann lauten die beiden biologisch gleichen Hälften, in welche der Geburtsabstand durch den Tod von Eva zerlegt worden, also:

$$a)^{**)}\ 207 = \frac{28.23}{2} + \boxed{\begin{matrix}23^2 + 28\ 23\\ - 2.23.28\end{matrix}}$$

$$b)^{***)}\ 307 = \frac{28^2}{2} + \boxed{\begin{matrix}17.23 + 34.28\\ - 28.23 - 28^2\end{matrix}}$$

---

*) $20 = 34 - 14$

$-11 = 17 - 28.$

**) Die kürzesten Ausdrücke für a) und b) sind:

$$a = \frac{23.28}{2} + \boxed{\begin{matrix}23^2\\ - 28.23\end{matrix}} = \frac{23.28}{2} - 23\,\Delta$$

$$b = \frac{28^2}{2} + \boxed{\begin{matrix}17.23\\ - 17.28\end{matrix}} = \frac{28^2}{2} - \frac{\Sigma}{3}\,\Delta$$

***) 307 ist nur als Differenz darstellbar. Denn die Gleichung

$$23\,x + 28\,y = 307$$

ergibt, durch 23 dividiert:

$$x + y + \frac{5\,y}{23} = 13 + \frac{8}{23}$$

Der Restausdruck

$\frac{5\,y - 8}{23}$ kann eine ganze Zahl nur werden für $y = 20$ als kleinsten Wert.

Woraus folgt $x = -11$.

Auch in der Bindung sehen wir die völlige Homologie. Um sie aufzuzeigen haben wir eine Rekonstruktion vorgenommen, wobei wir **28.23** als biologisch verschieden von **23.28** betrachteten. Das müssen wir auch. Denn 28.23 sind Lebenstage. Und zwar können es die Lebenstage von **28** männlichen Substanzeinheiten mit je 23 Tagen Lebenszeit sein. Oder es können die Lebenstage von **23** weiblichen Substanzeinheiten mit je 28 Tagen Lebenszeit sein. In beiden Fällen ergibt das:

$$28.23 = 23.28 = 644 \text{ Tage.}$$

Aber biologisch sind diese Lebenstage das eine Mal die von 28 männlichen Einheiten, das andere Mal diejenigen von 23 weiblichen Einheiten. Trotz der numerisch gleichen Zahl sind sie von sehr verschiedener Herkunft. Sie sind daher biologisch keineswegs identisch. Und wegen ihrer polaren Verschiedenheit (männlich und weiblich) können sie mit verschiedenem Vorzeichen in der Bindung auf einander reagieren. Dabei bleibt nur ihre Differenz, d. h. 0 Tage für den Lebensablauf disponibel. Es verschwindet also ihre zeitliche Spur und in der Rechnung tritt die Bindung nicht hervor. Erst das Bedürfnis nach lückenloser Homologie hat uns den wahren Sachverhalt erschauen lassen: daß die Bindung in unserem Falle die Gruppe

$$\boxed{\begin{array}{r} n.28.23 \\ -n.23.28 \end{array}}$$

enthält.

Das Beispiel Nr. 8, das die Stellung des Sterbens und Geborenwerdens beleuchtet, steht nicht vereinzelt da. Wir werden bald weitere Bestätigungen kennen lernen.

Allein wir wollen aus methodischen Rücksichten erst etwas mehr in das Studium der Geburtsabstände einzudringen versuchen, damit uns dann die Erkenntnis um so leichter wird. Wir betrachten also die Geburtsabstände in folgenden Fällen:

Neuntes Beispiel. **9.**

Gertrud Singer	30. November 1892	$522 = \mathrm{I}$
Rudolf Singer	6. Mai 1894	
Robert Singer	7. Mai 1899	$1827 = \mathrm{II}$

Es ist $\mathrm{I} = 522 = 18.28 + 18 = 17.28 + 2.23$

$$\mathrm{II} = 1827 = 79.23 + 10 = 77.23 + 2.28.$$

Man sieht, daß

$$\mathrm{II} = 60.23 + 17.23 + 2.28,$$

und da $60.23 = (46 + 14)\,23 = 2.23^2 + \frac{28.23}{2}$, so ist

$$\mathrm{II} = 2.23^2 + \frac{28.23}{2} + 17.23 + 2.28$$

und $\mathrm{I} = \qquad 17.28 + 2.23.$

Also von den bei II hinzugefügten

$$2.23^2 + \frac{28.23}{2}$$

abgesehen, unterscheiden sich I und II nur durch die biologische Vertauschung von 23 und 28.

Es ist ferner, da

$$2 = 34 - 46 + 14;$$ der Ausdruck für

$$I = 17.28 + 2.23 = \boxed{\begin{matrix} 17.28 + 34.23 \\ -2.23^2 \end{matrix}} + \frac{28.23}{2}$$

und der

$$\text{Teil von II} = 17.23 + 2.28 = \boxed{\begin{matrix} 17.23 + 34.28 \\ -2.23.28 \end{matrix}} + \frac{28^2}{2}$$

Also

$$I = \frac{28.23}{2} + \boxed{\begin{matrix} 17.28 + 34.23 \\ -2.23^2 \end{matrix}}$$

und

$$II = 2.23^2 + \frac{28^2 + 28.23}{2} + \boxed{\begin{matrix} 17.23 + 34.28 \\ -2.23.28 \end{matrix}}$$

Hieraus folgt, daß II um $\frac{5}{2}$ freie Einheiten, um $2.23^2 + \frac{28^2}{2}$ größer ist als I.

Noch kürzer werden die Ausdrücke dadurch, daß wir zu I addieren die Gleichung

$$23^2 + 28.23 - 51.23 = 0$$

und entsprechend zu II: $28^2 + 23.28 - 51.28 = 0$.

Dann erhalten wir:

$$I = \frac{28.23}{2} + \boxed{\begin{matrix} 17.28 + 28.23 \\ -17.23 - 23^2 \end{matrix}}$$

$$II = \frac{28.23}{2} + \boxed{\begin{matrix} 17.23 + 28^2 \\ -17.28 - 23.28 \end{matrix}} + 2.23^2 + \frac{28^2}{2}.$$

Oder, wenn wir

$$28 + 23 = \Sigma,$$

also
$$17 = \frac{28 + 23}{3} = \frac{1}{3}\Sigma$$

und ferner
$$28 - 23 = \Delta$$

setzen, so lautet:

$$I = \frac{28.23}{2} + \frac{1}{3}\Sigma\Delta + 23\,\Delta$$

$$II = \frac{28.23}{2} - \frac{1}{3}\Sigma\Delta + 28\,\Delta + 2.23^2 + \frac{28^2}{2}.$$

Und es wäre

$$\mathrm{I} + \mathrm{II} = 28.23 + 2.23^2 + \frac{28^2}{2} + \Sigma\Delta = 28.23 + 23^2 + \frac{3}{2}\,28^2.$$

Man vergleiche diese beiden Geburtsabstände I und II mit den Werten a und b aus dem achten Beispiel:

$$a = \frac{23.28}{2} - 23\,\Delta$$

$$\mathrm{I} = \frac{23.28}{2} + 23\,\Delta + \boxed{\begin{array}{r} 17.28 \\ -17.23 \end{array}}$$

und

$$b = \frac{28^2}{2} + \boxed{\begin{array}{r} 17.23 + 28.23 \\ -17.28 - 23.28 \end{array}}$$

$$\mathrm{II} = \frac{28.23}{2} + \boxed{\begin{array}{r} 17.28 + 28.23 \\ -17.23 - 23^2 \end{array}}$$

Dürfte man in I statt 17.23 setzen 17.28, dann wären a und I bis auf das Vorzeichen der Bindung gleich. Demnach ist $\boldsymbol{a} \mathrel{|\!=\!|} \mathbf{I}$.

Und das zweite Paar: $\boldsymbol{b} \mathrel{|\!=\!|} \mathbf{II}$ bedarf keines erläuternden Wortes.

Die Analogie im Bau ist sonnenklar. Im achten Beispiel waren die beiden Abschnitte a und b durch den Tod gebildet. $a + b$ war ein Geburtsabstand, der durch den Tod des Säuglings in zwei biologisch gleiche Teile geteilt wurde.

Im neunten Beispiel handelt es sich um zwei Geburtsabstände selbst. Aus der Analogie im Bau sieht man wieder, daß der Tod sich ebenso an den natürlichen Bruchstellen im Aufbau der lebendigen Substanz findet wie das neue Leben. Ich kann aber nicht unterlassen, auf eine weitere Analogie hinzuweisen.

Frau Singer, deren Entbindungstermine wir eben untersuchten, ist mütterlicherseits die Cousine meiner Gattin; beider Mütter waren Schwestern.

Ich stelle noch einmal die Abstände I und II unserer eigenen Kinder (vgl. S. 36) und die entsprechenden bei Frau Singer zusammen.

A. Fließ:

$$\mathrm{I} = 28^2 + \boxed{\begin{array}{r} 17.28 \\ -17.23 \end{array}} + 23\,\Delta$$

$$\mathrm{II} = \frac{28^2}{2} + \boxed{\begin{array}{r} 17.28 \\ -17.23 \end{array}}$$

B. Singer:

$$\mathrm{I} = \frac{28.23}{2} + \boxed{\begin{array}{r}17.28\\-17.23\end{array}} + 23\,\Delta$$

$$\mathrm{II} = 2.23^2 + \frac{28.23}{2} + \frac{28^2}{2} + \boxed{\begin{array}{r}17.23\\-17.28\end{array}} + 28\,\Delta.$$

In noch kürzerer Schreibweise, wo

$$28 + 23 = \Sigma, \text{ also } 17 = \frac{\Sigma}{3}.$$

A. Fließ:

$$\mathbf{I} = \mathbf{28^2 + \frac{1}{3}\Sigma\Delta + 23\,\Delta}$$

$$\mathbf{II} = \mathbf{\frac{28^2}{2} + \frac{1}{3}\Sigma\Delta + \boxed{\begin{array}{r}28.23\\-23.28\end{array}}}$$

B. Singer:

$$\mathbf{I} = \mathbf{\frac{28.23}{2} + \frac{1}{}\Sigma\Delta + 23\,\Delta}$$

$$\mathbf{II} = \mathbf{\frac{28.23}{2} - \frac{1}{3}\Sigma\Delta + 28\,\Delta + 2.23^2 + \frac{28^2}{2}}.$$

10. Zehntes Beispiel.

Abort	5. Juni	1899	358 = I
Franz Seitz geboren	29. Mai	1900	622 = II
Anneliese Seitz geboren	10. Febr.	1902	456 = III
Mariette Seitz geboren	12. Mai	1903	

$$\mathrm{I} = -\ 10.23 + 21.28$$
$$\mathrm{II} = +\ 10.23 + 14.28$$
$$\mathrm{III} = -\ 10\,(23 + 28) + 14.23 + 23.28.\text{*)}$$

Es ist $\mathrm{I} = \frac{3}{4}\,28^2 + 2.23^2 - 2.23.28$

$$\mathrm{II} = (2.28 - 2.23)\,23 + \frac{28^2}{2} = \frac{28^2}{2} + 2.28.23 - 2.23^2$$

Und $\mathrm{III} = \left(2.23 - \frac{3}{2}\,28\right)23 + (3.23 - 2.28)\,28 =$

$$= 2.23^2 - \frac{3}{2}\,28.23 + 3.23.28 - 2.28^2.$$

*) d. i. III = 4.23 + 13.28.

Also:

$$\mathrm{I} = \frac{3}{4}\,28^2 + \boxed{\begin{array}{r} 2.23^2 \\ -\,2.28.23 \end{array}} = \frac{3}{4}\,28^2 - 2.23\,\Delta$$

$$\mathrm{II} = \frac{28^2}{2} - \boxed{\begin{array}{r} 2.23^2 \\ -\,2.28.23 \end{array}} = \frac{28^2}{2} + 2.23\,\Delta$$

$$\mathrm{III}^{*)} = \frac{3}{2}\,28.23 + \boxed{\begin{array}{r} 2.23^2 \\ -\,2.28^2 \end{array}} = \frac{3}{2}\,28.23 - 2\,\Sigma\,\Delta.$$

Also ist $\mathrm{I} + \mathrm{II} = \frac{5}{4}\,28^2$.

Und III ist biologisch doppelt so groß wie I; denn $\frac{3}{2}\,28.23$ ist biologisch gleichwertig $\frac{3}{2}\,28^2$. Oder mit Einführung unseres Zeichens:

$$\frac{3}{2}\,28.23 \;\vert\!\!=\!\!\vert\; \frac{3}{2}\,28^2.$$

Und auch die Bindung $2\,(23^2 - 28^2)$ ist in Wirklichkeit gegenüber $2\,(23^2 - 28.23)$ verdoppelt.

Denn $2\,(23^2 - 28^2) = -\,2\,(28 + 23)\,(28 - 23) = -\,2\,\Sigma\,\Delta$.

Und $2\,(23^2 - 28.23) = -\,2.23\,(28 - 23) = -\,2.23\,\Delta$.

Es ist aber 23 die biologische Hälfte von $28 + 23 = \Sigma$.

$$2.23 \;\vert\!\!=\!\!\vert\; 28 + 23.$$

In $\boxed{\begin{array}{r} 2.23^2 \\ -\,2.28^2 \end{array}}$ sind nur die Glieder

$\boxed{\begin{array}{r} 2.28.23 \\ -\,2.23.28 \end{array}}$ numerisch ausgefallen.

Bereits an dieser Stelle, wo in den beiden Spatien

$$\mathrm{I} = \frac{3}{4}\,28^2 - 2.23\,\Delta$$

$$\mathrm{II} = \frac{28^2}{2} + 2.23\,\Delta$$

die Bindung $2.23\,\Delta$ das eine Mal ein positives, das andere Mal ein negatives Vorzeichen trägt, weisen wir auf die biologische Bedeutung des Vorzeichenwechsels hin.

---

*) Wir machen hier die Bemerkung, daß das numerisch kürzere Intervall III $\frac{3}{2}\,E^2$ wertet, während das längere II nur $\frac{1}{2}\,E^2$ zählt. Daran müssen wir zuvörderst Anstoß nehmen. Im Kapitel XIII werden wir aber sehen, daß dieser scheinbare Widerspruch seine befriedigende Lösung findet.

Vertausche ich in

$$\boxed{\begin{matrix} 2 \,.\, 23 \,.\, 23 \\ -\, 2 \,.\, 28 \,.\, 23 \end{matrix}} = -\, 2 \,.\, 23\, \Delta$$

die Werte 23 und 28 miteinander, so habe ich

$$\boxed{\begin{matrix} 2 \,.\, 23 \,.\, 23 \\ -\, 2 \,.\, 28 \,.\, 23 \end{matrix}} \text{ verwandelt in } \boxed{\begin{matrix} 2 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ -\, 2 \,.\, 23 \,.\, 23 \end{matrix}}$$

d. h. in $+\, 2 \,.\, 23\, \Delta$.

Hinter dem Vorzeichenwechsel verbirgt sich also lediglich eine biologische Vertauschung.

11. 11. Beispiel.

Erich Nathorf geboren	13. Juli 1889	}	2304 = I
Abort	3. November 1895	}	
Hans Nathorf geboren	19. Mai 1897	}	563 = II

$$\begin{aligned} \mathrm{I} &= 2304 = 100 \,.\, 23 + 4 = 88 \,.\, 23 + 10 \,.\, 28 = (46 + 42)\, 23 + 10 \,.\, 28 \\ &= \left(2 \,.\, 23 + \frac{3}{2}\, 28\right) 23 + (2 \,.\, 28 - 2 \,.\, 23)\, 28 \\ &= 2 \,.\, 23^2 + \frac{3}{2}\, 28 \,.\, 23 + 2 \,.\, 28^2 - 2 \,.\, 23 \,.\, 28 \\ &= 2 \,.\, 23^2 + 2 \,.\, 28^2 - \frac{28 \,.\, 23}{2} \\ &= \frac{7}{2}\, 28 \,.\, 23 + 2 \begin{pmatrix} 23^2 + 28^2 \\ -\, 2 \,.\, 28 \,.\, 23 \end{pmatrix} = \frac{7}{2}\, 28 \,.\, 23 + 2\, (28 - 23^2). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathrm{II} &= 563 = 16 \,.\, 28 + 5 \,.\, 23 = \left(23 - \frac{28}{4}\right) 28 + (28 - 23)\, 23 \\ &= 23 \,.\, 28 - \frac{28^2}{4} + 28 \,.\, 23 - 23^2 = 2 \,.\, 28 \,.\, 23 - 28^2 - 23^2 + \frac{3}{4}\, 28^2 \\ &= \frac{3}{4}\, 28^2 - (28 - 23^2). \end{aligned}$$

$$\text{Also } \mathbf{I} = \frac{7}{2}\, \mathbf{28 \,.\, 23 + 2\, (28 - 23^2)}$$

$$\mathbf{II} = \frac{3}{4}\, \mathbf{28^2 \qquad - (28 - 23^2).}$$

Einsicht in den Zusammenhang von I und II bekommt man wohl am anschaulichsten durch folgende Betrachtung:

$$\begin{aligned} \mathrm{I} &= 88 \,.\, 23 + 10 \,.\, 28 \\ \mathrm{II} &= 16 \,.\, 28 + 5 \,.\, 23. \end{aligned}$$

Wenn man I halbiert, so erhält man:

$$44 \,.\, 23 + 5 \,.\, 28 = 16 \,.\, 23 + 5 \,.\, 28 + 28 \,.\, 23,$$

d. h. um 28 . 23 mehr als das biologisch vertauschte II.

Es ist also II, von der biologischen Vertauschung abgesehen,

$$= \frac{1}{2}\,\mathrm{I} - 28\,.\,23.$$

Oder mit unserem Zeichen geschrieben:

$$\mathrm{II} \models\!\dashv \frac{1}{2}\,\mathrm{I} - 28\,.\,23.$$

Das geht natürlich auch aus den entwickelten Werten hervor:

$$\mathrm{I} = \frac{7}{2}\,28\,.\,23 + 2\,(28 - 23)^2 = \frac{7}{2}\,\mathbf{28\,.\,23} + \mathbf{2\Delta^2}$$

$$\mathrm{II} = \frac{3}{4}\,28^2 \quad - \quad (28 - 23)^2 = \frac{3}{4}\,\mathbf{28^2} \quad - \quad \Delta^2$$

oder

$$\frac{1}{2}\,\mathbf{I} - \mathbf{28\,.\,23} = \frac{3}{4}\,\mathbf{28\,.\,23} + \Delta^2.$$

Vertauscht man in dieser letzten Form $\frac{3}{4}\,28\,.\,23$ durch $\frac{3}{4}\,28^2$

und ferner $\quad + \Delta^2 = \quad 28^2 + 23^2 - 2\,.\,28\,.\,23$

mit $\quad - \Delta^2 = - 28^2 - 23^2 + 2\,.\,28\,.\,23,$

so hat man den wirklichen Wert von II.

Die Bindung zeigt uns auch hier wieder einen Wechsel des Vorzeichens. Es wird $+\Delta^2$ verwandelt in $-\Delta^2$ durch Vertauschung der biologischen Werte im Sinne der Pfeile:

$$\Delta^2 = 28\,.\,28 + 23\,.\,23 - 23\,.\,28 - 28\,.\,23.$$

Zwölftes Beispiel. **12.**

Frau Marie Freuds Kinder

Grete	4. August 1887		476 = I
Lili	22. November 1888		1456 = II.
Martha	17. November 1892		

$$\mathrm{I} = 476 = 17\,.\,28$$
$$\mathrm{II} = 1456 = 52\,.\,28$$
$$\overline{\mathrm{I} + \mathrm{II} = 1932 = 69\,.\,28 = 3\,.\,23\,.\,28.}$$

Der Abstand vom ersten bis zum dritten Kinde beträgt $3\,.\,23\,.\,28$, also drei Einheiten. Im einzelnen ist $\mathrm{I} = 17\,.\,28$; es muß also sein $\mathrm{II} = 52\,.\,28 = 3\,.\,23\,.\,28 - 17\,.\,28$; oder nach Addition von

$$51\,.\,28 - 28^2 - 23\,.\,28 = 0$$

wird

$$\begin{aligned} \mathrm{II} &= 34 \,.\, 28 + 2 \,.\, 23 \,.\, 28 - 28^2 \\ &= 34 \,.\, 28 + 23^2 + \boxed{\begin{matrix} 2 \,.\, 23 \,.\, 28 \\ -\, 23^2 - 28^2 \end{matrix}} \\ &= 34 \,.\, 28 + 23^2 - \Delta^2. \end{aligned}$$

Demnach

$$\mathbf{I} = \frac{1}{3}\, \Sigma\, \mathbf{28}$$

$$\mathbf{II} = \frac{2}{3}\, \Sigma\, \mathbf{28} + \mathbf{23}^2 - \Delta^2.$$

Während im vorigen Beispiel das zweite Spatium die um 28^2 verminderte (biologische) Hälfte des ersten war, ist hier II die um 23^2 vermehrte biologische Verdopplung von I.

13. 13. Beispiel.

Kinder von Amalie Hallwachs geb. Stahl:

Wilhelm	28. Juli	1872
Marie	31. Oktober	1873
Bertha	25. Mai	1877
Karl	8. Mai	1879

$$\begin{aligned} 460 &= 20 \,.\, 23 & &= \mathrm{I} \\ 1302 &= 42 \,.\, 23 + 12 \,.\, 28 & &= \mathrm{II} \\ 713 &= 31 \,.\, 23 & &= \mathrm{III}. \end{aligned}$$

Man bemerkt, daß

$$\mathrm{I} + \mathrm{III} = 51 \,.\, 23 = 23^2 + 28 \,.\, 23$$

ergeben. Im einzelnen ist

$$\begin{aligned} \mathrm{I} &= 20 \,.\, 23 = 34 \,.\, 23 - 14 \,.\, 23 \\ \mathrm{III} &= 31 \,.\, 23 = 17 \,.\, 23 + 14 \,.\, 23 \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} \mathrm{II} &= 42 \,.\, 23 + 12 \,.\, 28 = (56 - 14)\, 23 + (17 - 5)\, 28 \\ &= 28 \,.\, 23 + 14 \,.\, 23 + 17 \,.\, 28 + 23 \,.\, 28 - 28^2 \\ &= 17 \,.\, 28 + \frac{28 \,.\, 23}{2} + 2 \,.\, 28 \,.\, 23 - 28^2 \\ &= 17 \,.\, 28 + \frac{28 \,.\, 23}{2} + 23^2 + \boxed{\begin{matrix} 2 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ -\, 28^2 - 23^2 \end{matrix}} \\ &= 17 \,.\, 28 + \frac{28 \,.\, 23}{2} + 23^2 - \Delta^2. \end{aligned}$$

Oder:

$$\mathrm{I} = 23^2 + \frac{28 \,.\, 23}{2} - 17 \,.\, 23$$

$$\mathrm{III} = \frac{28 \,.\, 23}{2} + 17 \,.\, 23$$

Also:

$$\mathbf{I} = \mathbf{23^2 + \frac{28.23}{2} - \frac{1}{3}\Sigma 23}$$

$$\mathbf{II} = \mathbf{23^2 + \frac{28.23}{2} + \frac{1}{3}\Sigma 28 - \Delta^2}$$

$$\mathbf{III} = \qquad \mathbf{\frac{28.23}{2} + \frac{1}{3}\Sigma 23.}$$

Es wird bei I und III die Bindung

$\boxed{\begin{array}{r} 28 \,.\, 23 \\ -23 \,.\, 28 \end{array}}$ und vielleicht $\boxed{\begin{array}{r} 23 \,.\, 28 \\ -28 \,.\, 23 \end{array}}$

zu ergänzen sein.

Da in der Summe I + III die Glieder $-\frac{1}{3}\Sigma 23 + \frac{1}{3}\Sigma 23 = 0$ sind, so wird:

$$\mathbf{I + III = \quad 23^2 + 28 \,.\, 23}$$

Marie Hallwachs ist am 24. Juli 1879 gestorben. Nach ihrem Tode ist kein Kind mehr geboren worden. Sie hat gelebt

$$\left.\begin{array}{l} \text{vom 31. Oktober 1873} \\ \text{bis \quad 24. Juli \qquad 1879} \end{array}\right\} \text{2092 Tage}$$

$$\begin{aligned} 2092 &= 90 \,.\, 23 + \quad 22 \\ &= 80 \,.\, 23 + 9 \,.\, 28 \\ &= 46 \,.\, 23 + 34 \,.\, 23 + 23 \,.\, 28 - \frac{28^2}{2} \\ &= 2 \,.\, 23^2 + 28 \,.\, 23 + 34 \,.\, 23 - \frac{28^2}{2}. \end{aligned}$$

Die Lebenszeit von Marie übertrifft also um 3 Einheiten die biologische Größe des Geburtsabstandes I (Wilhelm bis Marie).

$$\text{Geburtsabstand I} = \qquad 34 \,.\, 23 - 14 \,.\, 23$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{Lebenszeit} \\ \text{von Marie} \end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{r} 34 \,.\, 23 - 14 \,.\, 28 \\ +\ 2 \,.\, 23^2 + 28 \,.\, 23 \end{array}\right\}$$

Beispiele wie das eben behandelte, wo die Summe zweier Abstände ganze Einheiten darstellt, also

$$\text{I} + \text{III} = 51 \,.\, 23 = 23^2 + 28 \,.\, 23,$$

oder im zwölften Beispiel

$$\text{I} + \text{II} = 3 \,.\, 28 \,.\, 23$$

findet man überaus häufig. Dieses Verhalten allein könnte uns davon überzeugen, daß die Abstände einfache Funktionen von 28 und 23 sind.

14. 14. Beispiel.

Bernhard Stahl	21. Februar	1841		
Luise Dernburg geb. Stahl	14. März	1842	386 = I	
Hermann Stahl	14. Mai	1843	426 = II	
Amalie Hallwachs*) geb. Stahl	14. September	1844	489 = III	
Wilhelm Stahl	8. September	1846	724 = IV	
Karl Stahl	25. März	1848	564 = V.	

$$\begin{aligned} \mathrm{I} &= 386 = 18 \,.\, 23 - 1 \,.\, 28 \\ \mathrm{II} &= 426 = 10 \,.\, 23 + 7 \,.\, 28 \\ \mathrm{III} &= 489 = 3 \,.\, 23 + 15 \,.\, 28 \\ \mathrm{IV} &= 724 = 12 \,.\, 23 + 16 \,.\, 28 \\ \mathrm{V} &= 564 = 16 \,.\, 23 + 7 \,.\, 28. \end{aligned}$$

Es fällt auf, daß

$$\mathrm{IV} + \mathrm{V} = 28 \,.\, 23 + 23 \,.\, 28$$

und daß außerdem

$$\begin{aligned} \mathrm{I} + \mathrm{II} &= 28 \,.\, 23 + 6 \,.\, 28; \\ &= 34 \,.\, 28 + \boxed{\begin{matrix} 28 \,.\, 23 \\ -\, 28^2 \end{matrix}} \end{aligned}$$

Diese Summe setzt sich zusammen aus:

$$\begin{aligned} \mathrm{I} &= 17 \,.\, 28 + 18 \,.\, 23 - 18 \,.\, 28 \\ \mathrm{II} &= 17 \,.\, 28 + 10 \,.\, 23 - 10 \,.\, 28. \end{aligned}$$

Man sieht an solchen Zerlegungen bald, was sich hinter den Koeffizienten verbirgt. Im einzelnen ist

$$\begin{aligned} \mathrm{I} &= 18 \,.\, 23 - 28 \\ &= (2 \,.\, 23 - 28)\, 23 + (17 + 28 - 46)\, 28 \\ &= 2 \,.\, 23^2 - 28 \,.\, 23 + 17 \,.\, 28 + 28^2 - 2 \,.\, 23 \,.\, 28 \\ &= 17 \,.\, 28 \boxed{\begin{matrix} +\, 2 \,.\, 23^2 + 28^2 \\ -\, 3 \,.\, 28 \,.\, 23 \end{matrix}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Also } \mathrm{I} &= 17 \,.\, 28 + \boxed{\begin{matrix} 2 \,.\, 23^2 + 2 \,.\, 28^2 \\ -\, 4 \,.\, 28 \,.\, 23 \end{matrix}} + \boxed{\begin{matrix} 28 \,.\, 23 \\ -\, 28^2 \end{matrix}} \\ &= \mathbf{17 \,.\, 28 + 2\, \Delta^2 - 28\, \Delta} \\ \mathrm{II} &= 10 \,.\, 23 + 7 \,.\, 28 \\ &= 2\,(28 - 23)\, 23 + (17 - 10)\, 28 \\ &= 2 \,.\, 28 \,.\, 23 - 2 \,.\, 23^2 + 17 \,.\, 28 + 2 \,.\, 23 \,.\, 28 - 2 \,.\, 28^2 \\ &= 17 \,.\, 28 + \boxed{\begin{matrix} 4 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ -\, 2\,(23^2 + 28^2) \end{matrix}} \\ \mathrm{II} &= \mathbf{17 \,.\, 28 - 2\, \Delta^2} \end{aligned}$$

---

*) Dieselbe Frau, deren Kinder Gegenstand des vorigen Beispiels waren.

$$\begin{aligned}
\mathrm{III} &= 3 \,.\, 23 + 15 \,.\, 28 \\
&\ (17 - 14)\, 23 + (46 - 14 - 17)\, 28 \\
&= 17\,(23 - 28) + 2 \,.\, 23 \,.\, 28 - \frac{28^2 + 28 \,.\, 23}{2} \\
&= 23 \,.\, 28 + \boxed{\begin{matrix} \dfrac{28 \,.\, 23}{2} + 17 \,.\, 23 \\ - \dfrac{28^2}{2} - 17 \,.\, 28 \end{matrix}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathrm{IV} &= 12 \,.\, 23 + 16 \,.\, 28 = \\
&= (17 - 5)\, 23 + (33 - 17)\, 28 \\
&= 17\,(23 - 28) + 28^2 + 5\,(28 - 23) \\
&= 28^2 + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 23 \\ - 17 \,.\, 28 \end{matrix}} + \Delta^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathrm{V} &= 16 \,.\, 23 + 7 \,.\, 28 = (33 - 17)\, 23 + (17 - 10)\, 28 \\
&= 17\,(28 - 23) + 23^2 + 10\,(23 - 28) \\
&= 23^2 + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 28 \\ - 17 \,.\, 23 \end{matrix}} - 2\,\Delta^2.
\end{aligned}$$

Zusammengestellt:

$$\begin{aligned}
\mathrm{I} &= 17 \,.\, 28 + 2\,\Delta^2 - 28\,\Delta \\
\mathrm{II} &= 17 \,.\, 28 - 2\,\Delta^2 \\
\mathrm{III} &= 23 \,.\, 28 + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 23 \\ - 17 \,.\, 28 \end{matrix}} - \frac{28}{2}\,\Delta \\
\mathrm{IV} &= 28^2 + \Delta^2 + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 23 \\ - 17 \,.\, 28 \end{matrix}} \\
\mathrm{V} &= 23^2 - 2\,\Delta^2 + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 28 \\ - 17 \,.\, 23 \end{matrix}}
\end{aligned}$$

Bedenkt man aber, daß

$$\begin{aligned}
17 \,.\, 28 = 17 \,.\, 23 &+ 17 \,.\, 28 \\
&- 17 \,.\, 23,
\end{aligned}$$

so lauten auch

$$\mathrm{I} = 17 \,.\, 23 + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 28 \\ - 17 \,.\, 23 \end{matrix}} + 2\,\Delta^2 - 28\,\Delta$$

$$\text{und } \mathrm{II} = 17 \,.\, 23 + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 28 \\ - 17 \,.\, 23 \end{matrix}} - 2\,\Delta^2.$$

Das sieht zwar komplizierter aus als die ersten Werte, die 17Δ nicht enthielten. Aber durch die Einführung von 17Δ wird eine Gleichmäßigkeit des Baues aller Spatien erzielt. Wir vermuten deshalb, daß in den Spatien I und II die Bindung 17Δ nur numerisch ausgefallen sei, weil

$$17 \,.\, 23 + 17\Delta = 17 \,.\, 28 \quad \text{ist.}$$

Es heißen demnach die Spatien:

$$\begin{aligned}
\mathrm{I} &= 17 \,.\, 23 + 17\Delta + 2\Delta^2 - 28\Delta \\
\mathrm{II} &= 17 \,.\, 23 + 17\Delta - 2\Delta^2 \\
\mathrm{III} &= 23 \,.\, 28 - 17\Delta \qquad - \frac{28}{2}\Delta \\
\mathrm{IV} &= 28^2 - 17\Delta + \Delta^2 \\
\mathrm{V} &= 23^2 + 17\Delta - 2\Delta^2.
\end{aligned}$$

Die Summe von I und II ist:

$$\begin{aligned}
\mathrm{I} &= 17 \,.\, 23 + 17\Delta + 2\Delta^2 - 28\Delta \\
\mathrm{II} &= 17 \,.\, 23 + 17\Delta - 2\Delta^2 \\
\hline
\mathbf{I + II} &= 34\,(23 + \Delta) \qquad - 28\Delta \\
&= 34 \,.\, 28 - 28\Delta \\
&= \mathbf{2 \,.\, 23 \,.\, 28 - 17 \,.\, 28}.
\end{aligned}$$

Ferner gehören IV und V enger zusammen. Ihre Summe ist:

$$\begin{aligned}
\mathrm{IV} &= 28^2 + \Delta^2 - \frac{1}{3}\Sigma\Delta \\
\mathrm{V} &= 23^2 - 2\Delta^2 + \frac{1}{3}\Sigma\Delta \\
\hline
\mathbf{IV + V} &= 28^2 + 23^2 - \Delta^2 \\
&= \mathbf{2 \,.\, 28 \,.\, 23}.
\end{aligned}$$

Wohin aber gehört III?

$$\mathrm{III} = 23 \,.\, 28 - \frac{1}{3}\Sigma\Delta - \frac{28}{2}\Delta.$$

Die Bindung $\frac{28}{2}\Delta$ weist darauf hin, daß in $2 \,.\, \mathrm{III}$ erst sich die vollständige Form des Spatiums finden werde.

Es ist $2 \,.\, \mathrm{III} =$

$$= 2 \,.\, 23 \,.\, 28 - \frac{2}{3}\Sigma\Delta - 28\Delta,$$

oder durch Addition von $\Sigma\Delta - \Sigma\Delta = 0$ wird $2 \,.\, \mathrm{III} =$

$$= 2 \,.\, 23 \,.\, 28 + \frac{1}{3}\Sigma\Delta - (\Sigma + 28)\Delta$$

$$= 2 \,.\, 23 \,.\, 28 + \frac{1}{3}\Sigma\Delta + \boxed{\begin{array}{r} 23^2 + 28 \,.\, 23 \\ - 2 \,.\, 28^2 \end{array}}$$

Diese Form ist völlig analog IV, nur von doppeltem Wert.

Sie gibt auch eine einfache Summe mit IV. Man kann umformen:

$$2 . \text{III} = 2 . 23^2 - 28^2 + 28 . 23 + \frac{1}{3} \Sigma\Delta + \boxed{\begin{matrix} 2 . 23 . 28 \\ - 28^2 - 23^2 \end{matrix}}$$

d. h. $$2 . \text{III} = 2 . 23^2 - 28^2 + 28 . 23 - \Delta^2 + \frac{1}{3} \Sigma\Delta$$

Dazu $$\text{IV} = \quad + 28^2 \quad + \Delta^2 - \frac{1}{3} \Sigma\Delta$$

$$\mathbf{2 . III + IV = 2 . 23^2 + 28 . 23.}$$

Es ist also:

$$\begin{aligned} &a)\ \mathbf{IV + 2 . III = 2 . 23^2 + 28 . 23} \\ &b)\ \mathbf{IV + V \quad = \quad 2 . 28 . 23} \\ &c)\ \mathbf{I + II} \quad = 34 . 28 - 28\,\Delta \\ &\qquad\qquad\quad = \mathbf{2 . 23 . 28 - 17 . 28.} \end{aligned}$$

Aus a—b folgt $2 . \text{III} - \text{V} = 23^2 - 23\,\Delta$.

Und da $c = 2 . 23 . 28 - 17 . 28$, so ist

$$\mathbf{I + II + 17 . 28 = IV + V.}$$

Wir erkennen aus diesen Beziehungen, was uns schon öfters entgegengetreten ist, daß die Summen zweier Spatien einfache Werte geben. Gerade in dem einfachen Bau der Summe liegt die Gewähr, daß die Spatien nicht willkürliche, sondern gesetzmäßige Werte aufweisen, die zueinander in einem ergänzenden Verhältnis stehen.

15. Beispiel. **15.**

Familie Bernstein.

Friederike Bernstein	5. Juni	1854	831 = I
Wilhelm Bernstein	13. September	1856	
Anna Bernstein	24. Juni	1861	1745 = II.

$$\begin{aligned} \text{I} &= 831 = 36 . 23 + 3 = 13 . 23 + 19 . 28 \\ \text{II} &= 1745 = 75 . 23 + 20 = 71 . 23 + 4 . 28 \\ \hline \text{I} + \text{II} &= \quad 84 . 23 + 23 . 28 \quad = \mathbf{4 . 28 . 23!} \end{aligned}$$

Auch hier ergibt die Summe zweier Abstände 4 ganze Einheiten.

Im einzelnen ist:

$$\text{I} = 13 . 23 + 19 . 28 = (3 . 23 - 2 . 28)\,23 + \left(\frac{3}{2}\,28 - 23\right) 28$$

$$= 3 . 23^2 - 2 . 28 . 23 + \frac{3}{2}\,28^2 - 23 . 28$$

$$= 23^2 + \frac{28^2}{2} + \boxed{\begin{matrix} 23^2 \\ - 28 . 23 \end{matrix}} + (28 - 23)^2$$

$$\mathrm{II} = (140 - 69)\,23 + (46 - 42)\,28$$
$$= 5 \,.\, 28 \,.\, 23 - 3 \,.\, 23^2 + 2 \,.\, 23 \,.\, 28 - \frac{3}{2}\, 28^2$$
$$= 2 \,.\, 28 \,.\, 23 + \frac{28^2}{2} + \boxed{\begin{matrix} 28 \,.\, 23 \\ - 23^2 \end{matrix}} - 2\,(28 - 23)^2.$$

$$\text{Also: } \mathbf{I} = \qquad \mathbf{23^2 + \frac{28^2}{2} - 23\,\Delta + \Delta^2}$$
$$\mathbf{II = 2 \,.\, 28 \,.\, 23 + \frac{28^2}{2} + 23\,\Delta - 2\,\Delta^2}$$
$$\boldsymbol{S = 2 \,.\, 28 \,.\, 23 + 23^2 + 28^2 - \Delta^2}$$

Es ist aber:
$$23^2 + 28^2 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23 = (28 + 23)^2 = \Sigma^2.$$

Also:
$$\mathbf{I + II} = \Sigma^2 - \Delta^2 = (\Sigma + \Delta)\,(\Sigma - \Delta) = 2 \,.\, 28 \,.\, 2 \,.\, 23 = \mathbf{4 \,.\, 28 \,.\, 23}$$

$$\text{I hat } \frac{3}{2} \text{ freie } E^2$$
$$\text{II hat } \frac{5}{2} \text{ freie } E^2.$$

Die jüngste Schwester Anna B. starb am 7. Dezember 1862. Ihre Lebenszeit ist also 531 Tage.

$$531 = 23 \,.\, 23 + 2 = 17 \,.\, 23 + 5 \,.\, 28 = 17 \,.\, 23 + \boxed{\begin{matrix} 28^2 \\ - 28 \,.\, 23 \end{matrix}} =$$
$$= \frac{\Sigma}{3}\, 23 + 28\,\Delta.$$

16. 16. Beispiel.

Geschwister Bondy.

Ida Bondy	29. April 1869	$\Big\}$ 538 = I	
Oskar Bondy	19. Oktober 1870		
Zwillinge Marie und Melanie Bondy	15. Juli 1872	$\Big\}$ 635 = II.	

$$\mathrm{I} = 10 \,.\, 23 + 11 \,.\, 28$$
$$\mathrm{II} = 13 \,.\, 23 + 12 \,.\, 28$$
$$\mathbf{I + II} = \quad \mathbf{23^2 + 23 \,.\, 28} = 2\,E^2.$$

Es ist:
$$\mathrm{I} = (28 - 17)\,28 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23 - 2 \,.\, 23^2$$
$$= 28^2 - 17 \,.\, 28 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23 - 2 \,.\, 23^2$$
$$\mathrm{II} = (17 - 5)\,28 + (3 \,.\, 23 - 2 \,.\, 28)\,23$$
$$= 17 \,.\, 28 + 23 \,.\, 28 - 28^2 + 3 \,.\, 23^2 - 2 \,.\, 28 \,.\, 23$$
$$= 17 \,.\, 28 + 3 \,.\, 23^2 - 28^2 - 28 \,.\, 23$$

oder anders geordnet:

$$\mathrm{I} = 23.28 - 17.28 + \boxed{\begin{matrix} 28^2 + 28.23 \\ - 2.23^2 \end{matrix}}$$

$$\mathrm{II} = \quad 23^2 + 17.28 + \boxed{\begin{matrix} 2.23^2 \\ - 28^2 - 28.23 \end{matrix}}$$

$$\text{d. h. } \mathbf{I = 23.28 - \frac{\Sigma}{3} 28 + (\Sigma + 23) \Delta}$$

$$\mathbf{II = 23^2 \quad + \frac{\Sigma}{3} 28 - (\Sigma + 23) \Delta}$$

Deshalb

$$\mathbf{I + II = 23^2 + 28.23.}$$

Von derselben Familie ist noch das Datum eines Aborts und einer Totgeburt bekannt. Das Datum eines zweiten Aborts — zwischen dem ersten und der Totgeburt liegend — hat sich nicht mehr feststellen lassen. Mit Hinzufügung auch dieser Daten lauten die Geburtsabstände:

Abort	25. Mai 1865	
		$785 = 11.23 + 19.28 = \alpha$
Totgeburt	19. Juli 1867	
		$650 = 10.23 + 15.28 = \beta$
Ida	29. April 1869	
		$538 = 10.23 + 11.28 = \mathrm{I}$
Oskar	18. Oktober 1870	
		$635 = 13.23 + 12.28 = \mathrm{II}.$
Zwillinge	15. Juli 1872	

Es ist

$$\alpha = 11.23 + 10.28 + 9.28,$$

also gleich dem biologisch vertauschten Spatium I vermehrt um 9.28.

$$\beta = \mathrm{I} + 4.28.$$

Es sind aber sowohl 9.28 als $4.28 = \frac{1}{2} E^2$,

$$\text{denn } 9 = 14 - \Delta = 23 - \frac{28}{2}$$

$$4 = 14 - 2\Delta = 2.23 - \frac{3}{2} 28.$$

Somit sind α wie β von I bezw. seinem biologischen Äquivalent nur um $\frac{1}{2} E^2$ unterschieden.

Das lehren auch die direkten Ausdrücke:

$$\alpha = 11.23 + 19.28 = 28.23 - 17.23 + \frac{3}{2} 28^2 - 23.28$$

$$= \frac{3}{2} 28^2 - 17.23 + \boxed{\begin{matrix} - 28.23 \\ 23.28 \end{matrix}}$$

$$\beta = 10.23 + 15.28 = (2.28 - 2.23)\, 23 + (2.23 - 14 - 17)\, 28$$

$$= 2.28.23 - 2.23^2 + 2.23.28 - \frac{28^2}{2} - 17.28$$

$$= \boxed{\begin{matrix} 4.28.23 \\ -2.23^2 - 2.28^2 \end{matrix}} + \frac{3}{2}\,28^2 - 17.28$$

$$= -2\,(28 - 23)^2 + \frac{3}{2}\,28^2 - 17.28.$$

Einfacher:

$$\alpha = \frac{3}{2}\,28^2 - \frac{\Sigma}{3}\,23$$

$$\beta = \frac{3}{2}\,28^2 - \frac{\Sigma}{3}\,28 - 2\,\Delta^2$$

$$\mathrm{I} = 23.28 - \frac{\Sigma}{3}\,28 + (\Sigma + 23)\,\Delta.$$

Das folgende Beispiel fordert in mehrfacher Hinsicht zum Vergleich mit dem eben behandelten auf.

17. 17. Beispiel.

Professor Sigmund Freuds Kinder:

Mathilde	16. Oktober 1887	
		783 = I
Martin	7. Dezember 1889	
		439 = II
Oliver	19. Februar 1891	
		412 = III
Ernst	6. April 1892	
		371 = IV
Sophie	12. April 1893	
		965 = V.
Anna	3. Dezember 1895	

$$\begin{aligned} \mathrm{I} &= 783 = 14\,.\,28 + 17\,.\,23 \\ \mathrm{II} &= 439 = 5\,.\,28 + 13\,.\,23 \\ \mathrm{III} &= 412 = 18\,.\,28 - 4\,.\,23 \\ \mathrm{IV} &= 371 = 19\,.\,28 - 7\,.\,23 \\ \mathrm{V} &= 965 = 9\,.\,28 + 31\,.\,23. \end{aligned}$$

Hier erkennen wir zuerst, daß

$$\mathrm{III} + \mathrm{IV} = \mathrm{I}.$$

Ferner daß

$$\mathrm{V} = \boxed{14\,.\,23 + 17\,.\,23} + 9\,.\,28$$

also in seinem umrandeten Teile biologisch = I und nur um 9 . 28 vermehrt ist.

Ebenso wie im v o r i g e n (16.) Beispiel

$$\alpha \mathrel{|{=}|} \mathrm{I} + 9\,.\,28 \text{ war.}$$

$$\text{Und da } 9 = 23 - \frac{28}{2} = \frac{1}{2}\,E^2,$$

$$\text{so ist } \mathrm{V} \mathrel{|{=}|} \mathrm{I} + \frac{1}{2}\,E^2.$$

Endlich sind

$$\mathrm{II} + \mathrm{III} = 23 \,.\, 28 + 9 \,.\, 23 = 23^2 + \frac{28 \,.\, 23}{2}.$$

Im einzelnen entwickeln sich:

$$\mathrm{I} = 17 \,.\, 23 + \frac{28^2}{2}$$

$$\mathrm{II} = 5 \,.\, 28 + 13 \,.\, 23 = 28^2 - 23 \,.\, 28 + (3 \,.\, 23 - 2 \,.\, 28)\, 23$$

$$= 28^2 + 3 \,.\, 23^2 - 3 \,.\, 28 \,.\, 23 = 23^2 + \boxed{\begin{matrix} 23^2 \\ - 23 \,.\, 28 \end{matrix}} + \Delta^2$$

$$\mathrm{III} = 18 \,.\, 28 - 4 \,.\, 23 = (2 \,.\, 23 - 28)\, 28 + (42 - 46)\, 23$$

$$= \frac{3}{2}\, 28 \,.\, 23 - 28^2 + 2 \,.\, 23 \,.\, 28 - 2 \,.\, 23^2$$

$$= \frac{28 \,.\, 23}{2} + \boxed{\begin{matrix} 28 \,.\, 23 \\ - 23^2 \end{matrix}} - \Delta^2$$

$$\mathrm{IV} = 19 \,.\, 28 - 7 \,.\, 23 = (42 - 23)\, 28 + (17 - 14 - 10)\, 23$$

$$= \frac{3}{2}\, 28^2 - 3 \,.\, 23 \,.\, 28 + 17 \,.\, 23 - \frac{28 \,.\, 23}{2} + 2 \,.\, 23^2$$

$$= 17 \,.\, 23 + \Delta^2 + \boxed{\begin{matrix} 23^2 + \dfrac{28^2}{2} \\ - 28 \,.\, 23 - \dfrac{23 \,.\, 28}{2} \end{matrix}}$$

$$\mathrm{V} = 9 \,.\, 28 + 31 \,.\, 23 = (23 - 14)\, 28 + (17 + 14)\, 23$$

$$= 17 \,.\, 23 + 23 \,.\, 28 + \boxed{\begin{matrix} \dfrac{28 \,.\, 23}{2} \\ - \dfrac{28^2}{2} \end{matrix}}$$

Zusammengestellt lauten:

$$\mathrm{I} = 17 \,.\, 23 + \frac{28^2}{2}$$

$$\mathrm{V} = 17 \,.\, 23 + 23 \,.\, 28 + \boxed{\begin{matrix} \dfrac{23 \,.\, 28}{2} \\ - \dfrac{28^2}{2} \end{matrix}}$$

$$\mathrm{II} = \quad 23^2 + \Delta^2 + \boxed{\begin{matrix} 23^2 \\ - 28 \,.\, 23 \end{matrix}}$$

$$\mathrm{III} = \frac{28 \,.\, 23}{2} - \Delta^2 + \boxed{\begin{matrix} 28 \,.\, 23 \\ - 23^2 \end{matrix}}$$

$$IV = 17 \cdot 23 + \Delta^2 + \boxed{\begin{array}{c} 23^2 + \frac{28^2}{2} \\ - 28 \cdot 23 - \frac{23 \cdot 28}{2} \end{array}}$$

Man kann in III setzen:

$$\frac{28 \cdot 23}{2} = \frac{28^2}{2} + \frac{28 \cdot 23}{2} - \frac{28^2}{2} = \frac{28^2}{2} - \frac{28}{2}\Delta.$$

Dann lauten:

$$III = \frac{28^2}{2} \quad - \Delta^2 + 23\,\Delta - \frac{28}{2}\Delta$$

$$IV = \frac{\Sigma}{3}\, 23 + \Delta^2 - 23\,\Delta + \frac{28}{2}\Delta$$

$$\text{Also } III + IV = \frac{28^2}{2} + \frac{\Sigma}{3}\, 23 = I.$$

Ferner:

$$II = 23^2 \quad + \Delta^2 - 23\,\Delta$$

$$III = \frac{28 \cdot 23}{2} - \Delta^2 + 23\,\Delta$$

$$\text{Also } II + III = 23^2 + \frac{28 \cdot 23}{2}.$$

Ferner:

$$V^{*)} = 17 \cdot 23 + 23^2 + 23\,\Delta - \frac{28}{2}\Delta$$

$$IV \quad = 17 \cdot 23 \qquad - 23\,\Delta + \frac{28}{2}\Delta + \Delta^2$$

$$IV + V \quad = 34 \cdot 23 + 23^2 \qquad + \Delta^2.$$

Bildet man $IV + V + I$, also

$$IV + V = \frac{2}{3}\,\Sigma\, 23 + 23^2 + \Delta^2$$

$$\text{dazu } I = \frac{1}{3}\,\Sigma\, 23 + \frac{28^2}{2}$$

$$I + IV + V = \Sigma\, 23 + 23^2 + \frac{28^2}{2} + \Delta^2.$$

Demnach ist:

$I + IV + V$ biologisch gleich $II + III$, vermehrt um $23\,\Sigma$, d. h. um $2\,E^2$.

$$I + IV + V \coloneqq II + III + 23\,\Sigma.$$

*) $V = 17 \cdot 23 + 28 \cdot 23 - \frac{28}{2}\Delta = 17 \cdot 23 + 23^2 + 23\,\Delta - \frac{28}{2}\Delta.$

Man erkennt auch hier wieder, wie einfach die Summen dadurch werden, daß sich in ihnen die algebraisch gleichen Bindungen aufheben.

Aber über diesen Fall ist mehr zu sagen:

Setzt man, wie wir eben getan haben,

$$V = \frac{\Sigma}{3}\,23 + 23^2 + 23\,\Delta - \frac{28}{2}\,\Delta$$

und fügt ferner in

$$II = 23^2 + \Delta^2 - 23\,\Delta$$

noch als Bindung hinzu

$$\boxed{\begin{array}{r} \dfrac{28\,.\,23}{2} \\ -\dfrac{23\,.\,28}{2} \end{array}} = 0$$

und berücksichtigt man endlich, daß $I = III + IV$ wahrscheinlich aus zwei Spatien (I a und I b) zusammengesetzt ist, von denen

$$\begin{array}{r} Ia = III \\ \text{und } Ib = IV, \end{array}$$

so lauten die Spatien:

$$\begin{array}{llllll}
\mathbf{I} & \left|\begin{array}{l} \mathbf{Ia} = \\ \mathbf{Ib} = \end{array}\right. & \begin{array}{l} \dfrac{28^2}{2} \\ \end{array} & \begin{array}{l} \\ \dfrac{\Sigma}{3}\,23 \end{array} & \begin{array}{l} +\left(23 - \dfrac{28}{2}\right)\Delta \\ -\left(23 - \dfrac{28}{2}\right)\Delta \end{array} & \begin{array}{l} -\Delta^2 \\ +\Delta^2 \end{array} \\[2em]
\mathbf{III} & = & \dfrac{28^2}{2} & & +\left(23 - \dfrac{28}{2}\right)\Delta & -\Delta^2 \\[1.5em]
\mathbf{IV} & = & & \dfrac{\Sigma}{3}\,23 & -\left(23 - \dfrac{28}{2}\right)\Delta & +\Delta^2 \\[1.5em]
\mathbf{V} & = 23^2 + & & \dfrac{\Sigma}{3}\,23 & +\left(23 - \dfrac{28}{2}\right)\Delta\ {}^{*)} & \\[1.5em]
\mathbf{II} & = 23^2 & & & -23\,\Delta + \boxed{\begin{array}{r} \dfrac{28.23}{2} \\ -\dfrac{23.28}{2} \end{array}} & +\Delta^2.
\end{array}$$

Es sind also alle Bindungen biologisch gleich und nur die freien Einheiten sind verschieden.

---

*) Die Bindung muß offenbar in Analogie mit Δ^2 hier angenommen werden:

$$\begin{array}{r} 2\,.\,28\,.\,23 \\ -\,2\,.\,23\,.\,28. \end{array}$$

$$\text{In: Ia und III} = \frac{1}{2} E^2$$

$$\text{,, Ib und IV} = \frac{2}{3} E^2$$

$$\text{Also in I} = \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) E^2$$

$$\text{,, II} = 1 E^2$$

$$\text{,, V} = \left(1 + \frac{2}{3}\right) E^2.$$

Bisher haben wir eine Anzahl von Beispielen betrachtet, die dem Familienkreis des Verfassers oder dem Kreise seiner Bekannten und Klienten zugehören. Es waren das diejenigen Fälle, an denen er selbst zuerst die Gesetzmäßigkeit des biologischen Geschehens zu erforschen unternommen hatte. Wir wollen aber diesen Abschnitt nicht schließen, ohne einige Beispiele zu untersuchen, deren Persönlichkeiten historisch sind.

Wir wählen zuerst die Familie Wilhelm v. Humboldts. Die Daten sind dem Stammbaum entnommen, welcher dem schönen Buch über Gabriele v. Bülow (W. v. Humboldts Tochter) angehängt ist.

18. 18. Beispiel.

Wilhelm v. Humboldts Kinder:

Karoline	16.	Mai	1792	
				719 = I
Wilhelm	5.	Mai	1794	
				990 = II
Theodor	19.	Januar	1797	
				1213 = III
Adelheid	17.	Mai	1800	
				741 = IV
Gabriele	28.	Mai	1802	
				766 = V
Luise	2.	Juli	1804	
				544 = VI
Gustav	7.	Januar	1806	
				1202 = VII.
Hermann	23.	April	1809	

$$\begin{aligned}
\text{I} &= 719 = 31 . 23 + 6 = 13 . 23 + 15 . 28 \\
\text{II} &= 990 = 43 . 23 + 1 = 26 . 23 + 14 . 28 \\
\text{III} &= 1213 = 52 . 23 + 17 = 43 . 23 + 8 . 28 \\
\text{IV} &= 741 = 32 . 23 + 5 = 31 . 23 + 1 . 28 \\
\text{V} &= 766 = 33 . 23 + 7 = 26 . 23 + 6 . 28 \\
\text{VI} &= 554 = 24 . 23 + 2 = 18 . 23 + 5 . 28 \\
\text{VII} &= 1202 = 52 . 23 + 6 = 34 . 23 + 15 . 28.
\end{aligned}$$

Die Summe aller dieser Spatien ist:

$$\begin{aligned} 191\,.\,23 + 64\,.\,28 &= (6\,.\,28 + 23)\,23 + (4\,.\,23 - 28)\,28 \\ &= 10\,.\,28\,.\,23 - 23^2 - 28^2, \end{aligned}$$

d. h.

$$\mathbf{10\,.\,28\,.\,23 - \Sigma\Delta.}$$

Also eine einfache Funktion von 28 und 23.

Wenn wir uns die einzelnen Spatien selbst ansehen, so erkennen wir auch hier wieder, daß sie sich zu gewissen Verbänden ordnen.

$$\text{Gruppe „A“} \left| \begin{array}{r} \mathrm{I} = 13\,.\,23 + 15\,.\,28 \\ \mathrm{III} = 43\,.\,23 + 8\,.\,28 \\ \mathrm{VI} = 18\,.\,23 + 5\,.\,23. \end{array} \right.$$

Die Summe der Koeffizienten ist bei $\mathrm{I} = 28$

bei $\mathrm{III} = 28 + 23 = 51$

bei $\mathrm{VI} = 23.$ *)

An I schließt sich VII scheinbar nahe an, denn es unterscheidet sich von ihm nur durch ein Mehr von

$$21.23 = \frac{3}{4}\,28\,.\,23.$$

$$\begin{aligned} \mathrm{I} &= 13\,.\,23 + 15\,.\,28 \\ \mathrm{VII} &= 34\,.\,23 + 15\,.\,28. \end{aligned}$$

Trotzdem rechnen wir VII zur zweiten Gruppe „B“, welche die noch übrigen Spatien II, IV, V, VII zusammenfaßt.

$$\text{Gruppe „B“} \left| \begin{array}{r} \mathrm{II} = 26\,.\,23 + 14\,.\,28 \\ \mathrm{IV} = 31\,.\,23 + 1\,.\,28 \\ \mathrm{V} = 26\,.\,23 + 6\,.\,28 \\ \mathrm{VII} = 34\,.\,23 + 15\,.\,28. \end{array} \right.$$

Es fällt nämlich auf, daß $\mathrm{II} + \mathrm{IV} = \mathrm{VII} + 23^2$.

$$\begin{aligned} \mathrm{II} &= 26\,.\,23 + 14\,.\,28 \\ \mathrm{IV} &= 31\,.\,23 + 1\,.\,28 \\ \hline \mathrm{II} + \mathrm{IV} &= 57\,.\,23 + 15\,.\,28 \\ &= 34\,.\,23 + 15\,.\,28 + 23^2.\text{**)} \end{aligned}$$

Ferner ist

$$\mathrm{V} = \mathrm{IV} \begin{array}{l} + 5\,.\,28 \\ - 5\,.\,23 \end{array} = \mathrm{IV} + \Delta^2,$$

d. h. $\mathrm{V} \mid\!=\!\mid \mathrm{IV}$.

*) Außerdem ist $\mathrm{I} + \mathrm{III} = 3\,.\,28\,.\,23$.

**) Vgl. Beispiel 17, wo $\mathrm{III} + \mathrm{IV} = \mathrm{I}$ war.

Außerdem ist II (Humboldt) $= 26\,.\,23 + 14\,.\,28 = \mathrm{V}$ (Beisp. 17) $+ \Delta^2$.

Betrachten wir jetzt die beiden Gruppen von Geburtsabständen näher:

$$\begin{array}{lrl} \text{A:} & \mathrm{I} = & 13 \cdot 23 + 15 \cdot 28 \\ & \mathrm{III} = & 43 \cdot 23 + 8 \cdot 28 \\ & \mathrm{VI} = & 18 \cdot 23 + 5 \cdot 28 \end{array}$$

$$\begin{array}{lrl} \text{B:} & \mathrm{II} = & 26 \cdot 23 + 14 \cdot 28 \\ & \mathrm{IV} = & 31 \cdot 23 + 1 \cdot 28 \\ & \mathrm{V} = & 26 \cdot 23 + 6 \cdot 28 \\ & \mathrm{VII} = & 34 \cdot 23 + 15 \cdot 28. \end{array}$$

Wir bemerkten schon, daß

$$\mathbf{I + III} = 56 \cdot 23 + 23 \cdot 28 = \mathbf{3 \cdot 28 \cdot 23.}$$

Ferner ist

$$\begin{aligned} \mathbf{I + III + VI} &= 74 \cdot 23 + 28^2 = (46 + 28)\, 23 + 28^2 \\ &= 2 \cdot 23^2 + 28^2 + 28 \cdot 23 = \mathbf{2 \cdot 23^2 + 28\, \Sigma}. \end{aligned}$$

Also wiederum: Die Summe zweier Spatien gibt glatt 3 Einheiten. (3 . 28 . 23) und die weitere Addition eines Spatiums vermehrt die Summe um 1 Einheit.

Es waren: $\mathrm{I} + \mathrm{III} + \mathrm{VI} = 2 \cdot 23^2 + 28^2 + 28 \cdot 23 = 2 \cdot 23^2 + \Sigma\, 28$

Was sind I, III, VI selber?

$$\mathrm{I} = 13 \cdot 23 + 15 \cdot 28 = (3 \cdot 23 - 2 \cdot 28)\, 23 + (3 \cdot 28 - 3 \cdot 23)\, 28$$

$$= 28 \cdot 23 + 3 \boxed{\begin{array}{c} 28^2 + 23^2 \\ - 2 \cdot 28 \cdot 23 \end{array}} = 28 \cdot 23 + 3\, \Delta^2.$$

Da $\qquad \mathrm{I} + \mathrm{III} = 3 \cdot 28 \cdot 23$

so ist $\qquad \mathrm{III} = 3 \cdot 28 \cdot 23 - \mathrm{I} = 2 \cdot 28 \cdot 23 - 3\, \Delta^2.$

Und $\mathrm{VI} = 18 \cdot 23 + 5 \cdot 28 = (2 \cdot 23 - 28)\, 23 + (28 - 23)\, 28$

$$= 23^2 + \boxed{\begin{array}{c} 28^2 + 23^2 \\ - 2 \cdot 28 \cdot 23 \end{array}} = 23^2 + \Delta^2.$$

Es sind also:

$$\begin{array}{rl} \mathrm{I} = & \phantom{2 \cdot {}} 28 \cdot 23 \phantom{{}\cdot 23} + 3\, \Delta^2 \\ \mathrm{III} = & 2 \cdot 28 \cdot 23 - 3\, \Delta^2 \\ \mathrm{VI} = & \phantom{2 \cdot {}} 23^2 + \Delta^2. \end{array}$$

Die zweite Gruppe zählte:

$$\begin{array}{rl} \mathrm{II} = & 26 \cdot 23 + 14 \cdot 28 \\ \mathrm{IV} = & 31 \cdot 23 + 1 \cdot 28 \\ \mathrm{V} = & 26 \cdot 23 + 6 \cdot 28 \\ \mathrm{VII} = & 34 \cdot 23 + 15 \cdot 28. \end{array}$$

Bei der Auflösung ergibt sich:

$$\mathrm{II} = 26\,.\,23 + 14\,.\,28 = 17\,.\,23 + (23 - 14)\,23 + 14\,.\,28$$

$$= 17\,.\,23 + 23^2 + \boxed{\begin{matrix}\frac{28^2}{2}\\ -\frac{28\,.\,23}{2}\end{matrix}} = 17\,.\,23 + 23^2 + \frac{28}{2}\,\Delta$$

$$\mathrm{IV} = 31\,.\,23 + 1\,.\,28 = (17 + 14)\,23 + (2\,.\,23 - 28 - 17)\,28$$

$$= \boxed{\begin{matrix}17\,.\,23\\ -17\,.\,28\end{matrix}} + \frac{28\,.\,23}{2} + 2\,.\,23\,.\,28 - 28^2$$

$$= \boxed{\begin{matrix}17\,.\,23\\ -17\,.\,28\end{matrix}} + 23^2 + \frac{28\,.\,23}{2} - \Delta^2.$$

Da $\mathrm{V} = \mathrm{IV} + 5\,(28 - 23) = \mathrm{IV} + \Delta^2$, so ist

$$\mathrm{V} = \boxed{\begin{matrix}17\,.\,23\\ -17\,.\,28\end{matrix}} + 23^2 + \frac{28\,.\,23}{2}$$

$$\mathrm{VII} = \mathrm{II} + \mathrm{IV} - 23^2 = \boxed{\begin{matrix}17\,.\,23\\ -17\,.\,28\end{matrix}} + 17\,.\,23 + 23^2 + \frac{28^2}{2} - \Delta^2.$$

Gruppe B lautet demnach:

$$\mathrm{II} = 17\,.\,23 + 23^2 \qquad + \boxed{\begin{matrix}\frac{28^2}{2}\\ -\frac{28\,.\,23}{2}\end{matrix}}$$

$$\mathrm{VII}^{*)} = 17\,.\,23 + 23^2 + \frac{28^2}{2} \qquad + \boxed{\begin{matrix}17\,.\,23\\ -17\,.\,28\end{matrix}} - \Delta^2$$

$$\mathrm{IV} = \qquad 23^2 + \frac{28\,.\,23}{2} + \boxed{\begin{matrix}17\,.\,23\\ -17\,.\,28\end{matrix}} - \Delta^2$$

$$\mathrm{V}^{**)} = \qquad 23^2 + \frac{28\,.\,23}{2} + \boxed{\begin{matrix}17\,.\,23\\ -17\,.\,28\end{matrix}}$$

Da
$$\frac{28\,.\,23}{2} = \frac{28^2}{2} - \frac{28}{2}\,\Delta,$$
so ist

$$\mathrm{IV} = 23^2 + \frac{28^2}{2} - \frac{28}{2}\Delta + \boxed{\begin{matrix}17\,.\,23\\ -17\,.\,28\end{matrix}} - \Delta^2$$

und

$$\mathrm{V} = 23^2 + \frac{28^2}{2} - \frac{28}{2}\Delta + \boxed{\begin{matrix}17\,.\,23\\ -17\,.\,28\end{matrix}}$$

---

*) $\mathrm{II} + \mathrm{IV} - 23^2 = \mathrm{VII}.$

**) $\mathrm{IV} + \Delta^2 \qquad = \mathrm{V}.$

Nun ist $$\mathrm{II} = \frac{\Sigma}{3}\,23 + 23^2 + \frac{28}{2}\Delta$$

$$\mathrm{IV} = \frac{28^2}{2} + 23^2 - \frac{28}{2}\Delta - \frac{\Sigma}{3}\Delta - \Delta^2$$

$$\mathrm{II} + \mathrm{IV} = \frac{\Sigma}{3}\,23 + \frac{28^2}{2} + 2.23^2 - \frac{\Sigma}{3}\Delta - \Delta^2$$
$$= \mathrm{VII} + 23^2.$$

Und da $$17\,.\,23 = 17\,.\,28 + \boxed{\begin{matrix}17\,.\,23\\ -17\,.\,28\end{matrix}}$$

so bekommt II die Form:

$$\mathrm{II} = 17\,.\,28 + 23^2 + \frac{28}{2}\Delta + \boxed{\begin{matrix}17\,.\,23\\ -17\,.\,28\end{matrix}}$$

Zusammenfassung:

Gruppe A:

$$\mathbf{I} = \quad 28\,.\,23 + 3\Delta^2$$
$$\mathbf{III} = 2\,.\,28\,.\,23 - 3\Delta^2$$
$$\mathbf{VI} = \quad 23^2 \quad + \Delta^2.$$

Gruppe B:

$$\mathbf{II} = \frac{\Sigma}{3}\,28 + 23^2 + \frac{28}{2}\Delta - \frac{\Sigma}{3}\Delta$$
$$\mathbf{IV} = \frac{28^2}{2} + 23^2 - \frac{28}{2}\Delta - \frac{\Sigma}{3}\Delta - \Delta^2$$
$$\mathbf{VII} = \mathbf{II} + \mathbf{IV} - 23^2$$
$$\mathbf{V} = \mathbf{IV} + \Delta^2.$$

Die Bindung $\frac{28}{2}\Delta$ in II läßt — wie wir Ähnliches schon früher sahen — die Vermutung zu, daß II die Hälfte eines größeren Spatiums wäre.

$$2 \times \mathrm{II} = \frac{5}{3}\,\Sigma\,23 + \Delta^2.$$

Die Bindung $\frac{\Sigma}{3}\Delta$ in V könnte auf das größere Spatium hinweisen:

$$3 \times \mathrm{V} = 5\,.\,23^2 - \frac{28\,.\,23}{2} - \Delta^2.$$

Aus $2 \times \mathrm{II} = 34\,.\,23 + 28\,.\,23 + 23^2 + \Delta^2$ ergibt sich die Ähnlichkeit der beiden Gruppen A und B.

$$2 \times \mathrm{II} = \mathrm{VI} + 34\,.\,23 + 28\,.\,23.$$

$2 \times \mathrm{II}$ (aus der Gruppe B) übertrifft einfach um $\left(1 + \frac{4}{3}\right) = \frac{7}{3}\,E^2$ an freien Einheiten $1 \times \mathrm{VI}$ (aus der Gruppe A).

Die Homologie im Bau von II und IV aus der Gruppe B (wo sich nur die freien Einheiten teilweise unterscheiden) ist ebenso leicht sichtbar wie diejenige der Spatien I, III und VI aus der Gruppe A.

19. Beispiel. **19.**

Die Kinder des Königs Friedrich Wilhelm III. von Preußen und der Königin Luise sind:

Prinzessin geb. u. gest.	7. Oktober	1794		
Friedrich Wilhelm IV.	15. Oktober	1795	373 =	I
Wilhelm I.	22. März	1797	524 =	II
Charlotte	13. Juli	1798	478 =	III
Friederike	14. Oktober	1799	458 =	IV
Karl	29. Juni	1801	623 =	V
Alexandrine	23. Februar	1803	604 =	VI
Friedrich Ferdinand	13. Dezember	1804	659 =	VII
Luise	1. Februar	1808	1145 =	VIII
Albrecht	4. Oktober	1809	611 =	IX

$$
\begin{aligned}
\mathrm{I} &= 373 = 16 \,.\, 23 + 5 = 15 \,.\, 23 + 1 \,.\, 28 \\
\mathrm{II} &= 524 = 22 \,.\, 23 + 18 = -4 \,.\, 23 + 22 \,.\, 28 \\
\mathrm{III} &= 478 = 20 \,.\, 23 + 18 = -6 \,.\, 23 + 22 \,.\, 28 \\
\mathrm{IV} &= 458 = 19 \,.\, 23 + 21 = -2 \,.\, 23 + 18 \,.\, 28 \\
\mathrm{V} &= 623 = 27 \,.\, 23 + 2 = 21 \,.\, 23 + 5 \,.\, 28 \\
\mathrm{VI} &= 604 = 26 \,.\, 23 + 6 = 8 \,.\, 23 + 15 \,.\, 28 \\
\mathrm{VII} &= 659 = 28 \,.\, 23 + 15 = 25 \,.\, 23 + 3 \,.\, 28 \\
\mathrm{VIII} &= 1145 = 49 \,.\, 23 + 18 = 23 \,.\, 23 + 22 \,.\, 28 \\
\mathrm{IX} &= 611 = 26 \,.\, 23 + 13 = 1 \,.\, 23 + 21 \,.\, 28.
\end{aligned}
$$

Sieht man sich die Koeffizienten der Spatien etwas genauer an, so bemerkt man, daß:

$$\mathrm{I} \left.\begin{matrix} +17 \,.\, 28 \\ -17 \,.\, 23 \end{matrix}\right\} = \mathrm{IV}$$

$$\mathrm{IV} \left.\begin{matrix} +\ 4 \,.\, 28 \\ -\ 4 \,.\, 23 \end{matrix}\right\} = \mathrm{III}$$

$$\mathrm{III} \left.\begin{matrix} +17 \,.\, 23 \\ -17 \,.\, 28 \end{matrix}\right\} + 10 \,.\, 23 = \mathrm{V}$$

$$\mathrm{VI} \left.\begin{matrix} +17 \,.\, 23 \\ -17 \,.\, 28 \end{matrix}\right\} + 5 \,.\, 28 = \mathrm{VII}.$$

Im einzelnen entwickeln sich:

$$\mathrm{I} = 15 \,.\, 23 + 1 \,.\, 28 = (34 + 23 - 42)\, 23 + (46 - 28 - 17)\, 28$$

$$= \mathbf{17 \,.\, 23} + \frac{\mathbf{28 \,.\, 23}}{\mathbf{2}} + \boxed{\begin{matrix} \mathbf{23^2 + 17 \,.\, 23} \\ \mathbf{-28^2 - 17 \,.\, 28} \end{matrix}}$$

$$\mathrm{II} = -4 \,.\, 23 + 22 \,.\, 28 = (3 \,.\, 23 - 2 \,.\, 28 - 17)\, 23 + (17 + 5)\, 28$$

$$= \mathbf{23^2} + \boxed{\begin{matrix} \mathbf{23^2 + 17 \,.\, 28} \\ \mathbf{-\,28 \,.\, 23 - 17 \,.\, 23} \end{matrix}} + \Delta^2.$$

Aus $\mathrm{I} + 17\,(28 - 23) = \mathrm{IV}$ folgt:

$$\mathrm{IV} = \mathbf{17 \,.\, 23} + \frac{\mathbf{23 \,.\, 28}}{\mathbf{2}} + \boxed{\begin{matrix} \mathbf{23^2} \\ \mathbf{-\,28^2} \end{matrix}}$$

Und aus $\mathrm{IV} + 4\,(28 - 23) = \mathrm{III}$ folgt:

$$\mathrm{III} = \mathbf{17 \,.\, 23} + \frac{\mathbf{28^2}}{\mathbf{2}} + \boxed{\begin{matrix} \mathbf{23^2} \\ \mathbf{-\,28^2} \end{matrix}} - 2\,\Delta^2$$

$$\mathrm{V} = 21 \,.\, 23 + 5 \,.\, 28 = (17 + 14 - 10)\, 23 + 5 \,.\, 28$$

$$= \mathbf{17 \,.\, 23} + \frac{\mathbf{28 \,.\, 23}}{\mathbf{2}} + \boxed{\begin{matrix} \mathbf{23^2} \\ \mathbf{-\,28 \,.\, 23} \end{matrix}} + \Delta^2$$

$$\mathrm{VI} = 8 \,.\, 23 + 15 \,.\, 28 = (17 + 14 - 23)\, 23 + (46 - 14 - 17)\, 28$$

$$= 17\,(23 - 28) + \frac{28 \,.\, 23}{2} + 2 \,.\, 23 \,.\, 28 - 23^2 - \frac{28^2}{2}$$

$$= \frac{\mathbf{28 \,.\, 23}}{\mathbf{2}} + \frac{\mathbf{28^2}}{\mathbf{2}} + \boxed{\begin{matrix} \mathbf{17 \,.\, 23} \\ \mathbf{-\,17 \,.\, 28} \end{matrix}} - \Delta^2 \text{*)}$$

$$\mathrm{VII} = 25 \,.\, 23 + 3 \,.\, 28 = (51 - 17 - 9)\, 23 + (17 - 14)\, 28$$

$$= \mathbf{28 \,.\, 23} + \boxed{\begin{matrix} \mathbf{17 \,.\, 28 + 14 \,.\, 23} \\ \mathbf{-\,17 \,.\, 23 - 14 \,.\, 28} \end{matrix}}$$

$$\mathrm{VIII} = 23^2 + (17 + 5)\, 28 = 23^2 + 17 \,.\, 28 + 28^2 - 23 \,.\, 28$$

$$= \mathbf{17 \,.\, 28 + 23 \,.\, 28} + \Delta^2$$

$$\mathrm{IX} = 1 \,.\, 23 + 21 \,.\, 28 = (18 - 17)\, 23 + (34 - 13)\, 28$$

$$= 17 \,.\, 28 + 17\,(28 - 23) + 2\,(23^2 + 28^2) - 4 \,.\, 28 \,.\, 23$$

$$= \mathbf{17 \,.\, 28} + \boxed{\begin{matrix} \mathbf{17 \,.\, 28} \\ \mathbf{-\,17 \,.\, 23} \end{matrix}} + 2\,\Delta^2.$$

*) Da $\frac{28^2}{2} + \frac{28 \,.\, 23}{2} = 28 \,.\, 23 + \frac{28^2}{2} - \frac{23 \,.\, 28}{2}$,

so ist auch

$$\mathrm{VI} = 28 \,.\, 23 + \frac{28}{2}\,\Delta + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 23 \\ -\,17 \,.\, 28 \end{matrix}} - \Delta^2.$$

Erste Zusammenstellung:

$$\mathrm{I} = 17 . 23 + \frac{28 . 23}{2} + \boxed{\begin{array}{r} 23^2 + 17 . 23 \\ - 28^2 - 17 . 28 \end{array}}$$

$$\mathrm{II} = 23^2 + \boxed{\begin{array}{r} 23^2 + 17 . 28 \\ - 28 . 23 - 17 . 23 \end{array}} + \Delta^2$$

$$\mathrm{III} = 17 . 23 + \frac{28^2}{2} + \boxed{\begin{array}{r} 23^2 \\ - 28^2 \end{array}} - 2\Delta^2$$

$$\mathrm{IV} = 17 . 23 + \frac{28 . 23}{2} + \boxed{\begin{array}{r} 23^2 \\ - 28^2 \end{array}}$$

$$\mathrm{V} = 17 . 23 + \frac{28 . 23}{2} + \boxed{\begin{array}{r} 23^2 \\ - 28 . 23 \end{array}} + \Delta^2$$

$$\mathrm{VI} = 28 . 23 + \boxed{\begin{array}{r} \frac{28^2}{2} + 17 . 23 \\ - \frac{23 . 28}{2} - 17 . 28 \end{array}} - \Delta^2$$

$$\mathrm{VII} = 28 . 23 + \boxed{\begin{array}{r} \frac{28 . 23}{2} + 17 . 28 \\ - \frac{28^2}{2} - 17 . 23 \end{array}}$$

$$\mathrm{VIII} = 17 . 28 + 23 . 28 + \Delta^2$$

$$\mathrm{IX} = 17 . 28 + \boxed{\begin{array}{r} 17 . 28 \\ - 17 . 23 \end{array}} + 2\Delta^2.$$

Die Spatien VI und VII enthalten in der Bindung:

$$\pm \left(\begin{array}{r} \frac{28^2}{2} \\ - \frac{23 . 28}{2} \end{array} = \frac{28}{2}\Delta \right)$$

Beide Spatien gehören aber zusammen, wie ihre Summe zeigt. Es sind

$$\mathrm{VI} = 28 . 23 + \frac{28}{2}\Delta - \frac{\Sigma}{3}\Delta - \Delta^2$$

$$\mathrm{VII} = 28 . 23 - \frac{28}{2}\Delta + \frac{\Sigma}{3}\Delta$$

$$\mathrm{VI} + \mathrm{VII} = 2 . 28 . 23 - \Delta^2.$$

Überblickt man alle Spatien, so scheinen sie sich in zwei Gruppen zu sondern.

A.

$$\mathrm{III} = \frac{\Sigma}{3} \cdot 23 + \frac{28^2}{2} \qquad - \Sigma\Delta - 2\Delta^2$$

$$\mathrm{IV} = \frac{\Sigma}{3}\ 23 + \frac{28 \cdot 23}{2} - \Sigma\Delta$$

$$\mathrm{V} = \frac{\Sigma}{3}\ 23 + \frac{28 \cdot 23}{2} - 23\Delta + \Delta^2$$

$$\mathrm{VIII} = \frac{\Sigma}{3}\ 28 + 28 \cdot 23 \qquad + \Delta^2$$

B.

$$\mathrm{I} = \frac{\Sigma}{3}\ 23 + \frac{28 \cdot 23}{2} - \Sigma\Delta - \frac{\Sigma}{3}\Delta$$

$$\mathrm{II} = 23^2 \qquad - 23\Delta + \frac{\Sigma}{3}\Delta + \Delta^2$$

$$\mathrm{VI} = \qquad 28 \cdot 23 + \frac{28}{2}\Delta - \frac{\Sigma}{3}\Delta - \Delta^2$$

$$\mathrm{VII} = \qquad 28 \cdot 23 - \frac{28}{2}\Delta + \frac{\Sigma}{3}\Delta$$

$$\mathrm{IX} = \frac{\Sigma}{3}\ 28 \qquad + \frac{\Sigma}{3}\Delta + 2\Delta^2.$$

Die zweite Gruppe unterscheidet sich von der ersten lediglich dadurch daß in der Bindung noch $\pm\left(\frac{\Sigma}{3}\Delta\right) = \pm\begin{pmatrix} 17 \cdot 28 \\ -17 \cdot 23 \end{pmatrix}$ erscheint. Diese Form der Bindung ist uns wohlbekannt; und daß sie nicht willkürlich eingeführt ist, beweist die Gleichung

$$\mathrm{IV} - \frac{\Sigma}{3}\Delta = \mathrm{I}.$$

Hier beträgt der Unterschied zweier Spatien gerade $\frac{\Sigma}{3}\Delta$.

Sieht man sich die erste Gruppe genauer an, so bemerkt man, daß in allen ihren vier Spatien unter den freien Einheiten ein Wert

$$\frac{\Sigma}{3}\ 23 \text{ oder } \frac{\Sigma}{3}\ 28$$

vorkommt. Setzt man aber

$$\frac{\Sigma}{3}\ 23 = \frac{\Sigma}{3}\ 28 - \frac{\Sigma}{3}\Delta \text{ (dem } 28 - \Delta = 23)$$

$$\text{und } \frac{\Sigma}{3}\ 28 = \frac{\Sigma}{3}\ 23 + \frac{\Sigma}{3}\Delta,$$

so vermag man dadurch in die Darstellung der Spatien aus der A Gruppe auch die Bindung $\frac{\Sigma}{3}\Delta$ einzuführen. Auf diese Weise erhalten alle Spatien dieselbe Bindungsart.

Sie ordnen sich dann so:

$$\left|\begin{aligned} \mathrm{I} &= \frac{\Sigma}{3}23 + \frac{28.23}{2} - \Sigma\Delta - \frac{\Sigma}{3}\Delta \\ \mathrm{IV} &= \frac{\Sigma}{3}28 + \frac{28.23}{2} - \Sigma\Delta - \frac{\Sigma}{3}\Delta \end{aligned}\right.$$

$$\left|\begin{aligned} \mathrm{II} &= 23^2 - 23\Delta + \frac{\Sigma}{3}\Delta + \Delta^2 \\ \mathrm{V} &= \frac{\Sigma}{3}28 + \frac{28.23}{2} - 23\Delta - \frac{\Sigma}{3}\Delta + \Delta^2 \end{aligned}\right.$$

$$\left\{\begin{aligned} \mathrm{III} &= \frac{\Sigma}{3}28 + \frac{28^2}{2} - \Sigma\Delta - \frac{\Sigma}{3}\Delta - 2\Delta^2 \\ \mathrm{IX} &= \frac{\Sigma}{3}28 + \frac{\Sigma}{3}\Delta + 2\Delta^2 \\ \mathrm{VIII} &= \frac{\Sigma}{3}23 + 23.28 + \frac{\Sigma}{3}\Delta + \Delta^2 \end{aligned}\right.$$

$$\left|\begin{aligned} \mathrm{VI} &= 28.23 + \frac{28}{2}\Delta - \frac{\Sigma}{3}\Delta - \Delta^2 \\ \mathrm{VII} &= 28.23 - \frac{28}{2}\Delta + \frac{\Sigma}{3}\Delta \end{aligned}\right.$$

In dem ersten Paar

$$\mathrm{I} = \frac{\Sigma}{3}23 + \frac{28\,.\,23}{2} - \Sigma\Delta - \frac{\Sigma}{3}\Delta$$

$$\mathrm{IV} = \frac{\Sigma}{3}28 + \frac{28\,.\,23}{2} - \Sigma\Delta - \frac{\Sigma}{3}\Delta$$

liegt der ganze Unterschied in den freien Gliedern

$$\mathrm{I}:\ \frac{\Sigma}{3}23$$

$$\mathrm{IV}:\ \frac{\Sigma}{3}28.$$

Die Bindungen sind gleich.

Bei dem zweiten Paar

$$\mathrm{II} = 23^2 - 23\Delta + \frac{\Sigma}{3}\Delta + \Delta^2$$

$$\mathrm{V} = \frac{\Sigma}{3}28 + \frac{28\,.\,23}{2} - 23\Delta - \frac{\Sigma}{3}\Delta + \Delta^2$$

liegt der Unterschied außer in den freien Einheiten:

$$\mathrm{II}:\ 23^2$$

$$\mathrm{V}:\ \frac{\Sigma}{3}28 + \frac{28\,.\,23}{2}$$

noch insofern in der Bindung, als

$$\text{II}: + \frac{\Sigma}{3}\Delta$$

$$\text{V}: - \frac{\Sigma}{3}\Delta$$

enthält. Wir wissen aber, daß der Vorzeichenwechsel nur eine Vertauschung von 28 und 23 bedeutet.

Die Bindungen

$$-23\Delta \text{ in II und V}$$
$$\text{und } -\Sigma\Delta \text{ in I und IV}$$

sind völlig homolog. Denn

$$-23\Delta = \boxed{\begin{array}{r} 23^2 \\ -28.23 \end{array}}$$

$$-\Sigma\Delta = \boxed{\begin{array}{r} 23^2 \\ -28^2 \end{array}}$$

oder in ihren vollständigen Formen:

$$-23\Delta = \boxed{\begin{array}{r} 23^2 + 23.28 \\ -2.28.23 \end{array}}$$

$$-\Sigma\Delta = \boxed{\begin{array}{l} 23^2 + 28.23 \\ 28^2 - 23.28 \end{array}}$$

Die dritte Zuordnung:

$$\begin{aligned} \text{III} &= \frac{\Sigma}{3}28 + \frac{28^2}{2} - \Sigma\Delta - \frac{\Sigma}{3}\Delta - 2\Delta^2 \\ \text{IX} &= \frac{\Sigma}{3}28 \qquad\qquad\qquad\quad + \frac{\Sigma}{3}\Delta + 2\Delta^2 \\ \text{VIII} &= \frac{\Sigma}{3}23 + 23.28 \qquad + \frac{\Sigma}{3}\Delta + \Delta^2 \end{aligned}$$

enthält in III und IX [abgesehen von der Bindung $-\Sigma\Delta$ in III,

$$\text{der } \left.\begin{array}{r} 28.23 \\ -23.28 \end{array}\right\} \text{ in IX}$$

gegenüber stehen wird] den gleichen freien Wert $\frac{\Sigma}{3}28$, nur daß in III noch eine halbe Einheit $\left(\frac{1}{2}E^2\right)$ hinzugefügt ist. Die Bindungen

$$\text{in III}: -\frac{\Sigma}{3}\Delta - 2\Delta^2$$

$$\text{und in IX}: +\frac{\Sigma}{3}\Delta + 2\Delta^2$$

haben entgegengesetzte Vorzeichen, d. h. Vertauschung von 28 und 23.

Und VIII enthält

$$23 \,.\, 28 = 1\,E^2$$

mehr als IX. Sonst steht in den freien Einheiten bei

$$\text{IX}: \frac{\Sigma}{3}\,28$$

$$\text{VIII}: \frac{\Sigma}{3}\,23$$

und in den Bindungen bei

$$\text{IX}: 2\,\Delta^2$$
$$\text{VIII}: 1\,\Delta^2.$$

Schließlich haben

$$\text{VI} = 28 \,.\, 23 + \frac{28}{2}\,\Delta - \frac{\Sigma}{3}\,\Delta - \Delta^2 \text{ und}$$

$$\text{VII} = 28 \,.\, 23 - \frac{28}{2}\,\Delta + \frac{\Sigma}{3}\,\Delta$$

(von $-\Delta^2$ in VI abgesehen) nur Vorzeichenvertauschung in der Bindung.

Ich denke, auch aus der Analyse von Geburtsabständen historischer Beispiele geht mit größter Klarheit dasselbe hervor, was wir früher bei anderen Beispielen gesehen haben: daß die einzelnen Spatien entweder völlig **äquivalent** sind oder sich nur durch Hinzufügung von Einheiten oder deren determinierten Teilen $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)$ unterscheiden.

* * *

Die biologische Äquivalenz beruht in letzter Linie immer in der Bindung. Und deshalb möchte ich schon hier eine kurze Bemerkung anfügen, die uns das Verständnis der verschiedenen Bindungen erleichtern soll.

Wir haben bereits mehrfach den Sinn des Vorzeichenwechsels bei den Bindungen erkannt.

Z. B. unterschied sich $+23\,\Delta = \boxed{\begin{array}{r} 28 \,.\, 23 \\ -23^2 \end{array}}$

von $-23\,\Delta = \boxed{\begin{array}{r} 23^2 \\ -28 \,.\, 23 \end{array}}$

nur durch **Vertauschung** von 28 und 23.

Biologisch hatten wir uns unter $28 \,.\, 23$ eine Substanzmenge vorzustellen, in welcher 28 männliche Einheiten zu einem Verband zweiter Dimension geordnet waren; wir können auch sagen: zu einem Verband von weiblicher Form (28mal) mit männlichem Inhalt (je 23). [vgl. S. 41]

In 23^2 hätten wir einen Verband von männlicher Form mit männlichem Inhalt. Setze ich also statt $28 . 23$ den Verband 23^2, so habe ich die weibliche Form durch die männliche Form ersetzt. Der Inhalt ist derselbe geblieben.

In der Bindung $\boxed{\begin{array}{r} 28 . 23 \\ -23^2 \end{array}}$ ist also zur Verwandlung in ihren algebraischen Wert die weibliche Form durch die männliche, und umgekehrt die männliche Form durch die weibliche ersetzt; die Formen sind vertauscht worden und dadurch wurde $+23\Delta$ in -23Δ übergeführt.

Wir haben aber in unseren Bindungen auch $+23\Delta$ gegenübergestellt $+28\Delta$.

$$\text{d. h.} \begin{array}{r} 28 . 23 \\ -23 . 23 \end{array} \text{ und } \begin{array}{r} 28 . 28 \\ -23 . 28. \end{array}$$

Hier sind die Formen unverändert geblieben. Nur der männliche Inhalt der einen ist durch den weiblichen Inhalt in der anderen Bindung ersetzt worden.

Wenn ich außerdem noch das Vorzeichen wechsle, also

$$+28\Delta \text{ gegenüberstelle } -23\Delta,$$

so habe ich Form und Inhalt vertauscht:

$$\begin{array}{r} 28 . 28 \\ -23 . 28 \end{array} \text{ und } \begin{array}{r} 23 . 23 \\ -28 . 23. \end{array}$$

Füge ich zwei solcher Verbände aneinander, also

$$28\Delta - 23\Delta$$

so erhalte ich

$$(28 - 23)\Delta = \Delta^2.$$

Das ist der biologische Sinn dieses Ausdrucks.

Wir wollen jetzt die Untersuchung der Geburtsabstände schließen, um die Betrachtungsweise, deren wir uns bei ihrer Analyse bedient haben, auf andere biologische Veränderungen anzuwenden, die mit ihnen in naher Beziehung stehen.

III.

Die Geburtsabstände sind jedesmal aus zwei biologisch scharf markierten Teilen zusammengesetzt: Erstens aus derjenigen Zeit, die vom Ende der Entbindung bis zum Beginn der nächsten Schwangerschaft verläuft; und ferner aus der sich daran schließenden Schwangerschaftsdauer. Den Beginn der Schwangerschaftsdauer rechnet man gewöhnlich von dem Eintritt der letzten Regel an. Das ist im wörtlichen Sinne sicher vielfach unrichtig. Denn es sind der zweifellosen Fälle genug bekannt, wo der einzige befruchtende Beischlaf erst nach der letzten Regel stattgefunden hat. Wie dem aber auch sei: ganz gewiß ist von der letzten Regel an bis zum

Wiedereintritt der Uterusblutung bei der Entbindung ein scharf charakterisierter biologischer Abschnitt. Und man hat dem auch von jeher dadurch Rechnung getragen, daß man die Geburtszeit von der letzten Regel an zu bestimmen suchte und die zwischen letzter Regel und Entbindung verlaufende Zeit in demselben Sinne Schwangerschaftsdauer nannte, in dem auch wir das Wort jetzt gebrauchen wollen. Wie groß ist die so definierte Schwangerschaftsdauer [Sch]? Und in welchem Verhältnis steht zu ihr die Zwischenzeit [Zw], die von dem Ende einer Entbindung bis zum Beginn der nächsten Schwangerschaft, d. h. bis zur nächsten „letzten Regel" verläuft?

Wir haben in einem früheren Falle (s. Beispiel 6) bereits eine Antwort auf diese Frage zu finden versucht. Dort betrug der Zwischenraum zwischen der Geburt des ersten Kindes und der letzten Regel:*)

$\mathrm{Zw} = 18 . 23 + 24 . 28$ Tage; und die Schwangerschaftsdauer war
$\mathrm{Sch} = 18 . 23 - 4 . 28$ Tage, also genau 28^2 Tage weniger als Zw.
Es war also

$$\mathrm{Sch} + 28^2 = \mathrm{Zw}$$

Im einzelnen war:

$$\mathrm{Zw} = \quad \frac{28^2}{2} + 28 . 23 + 2\,\Delta^2$$

$$\mathrm{Sch} = -\frac{28^2}{2} + 28 . 23 + 2\,\Delta^2.$$

Gewiß sehr einfache Beziehungen. Wie verhält sich das in anderen Fällen?

20. Beispiel. 20.

Ich wähle ein Beispiel, dessen Geburtsabstände wir schon kennen (vgl. Beispiel 11 S. 50) und dessen Mitteilung ich der Güte des Herrn Dr. Sebastian Levy, Arzt in Berlin, verdanke.

1888:	15. Oktober Letzte Regel	
1889:	13. Juli Geburt eines Knaben	271 = Sch I
1895:	19. August Letzte Regel	2228 = Zw I
	3. November spontan. Abortus	76 = Sch II
1896:	16. August Letzte Regel	287 = Zw II
1897:	19. Mai Geburt eines Knaben	276 = Sch III

Die drei Schwangerschaftsdauern sind:

$$\begin{aligned}\mathrm{Sch\ I} &= 271 = 13 . 23 - 1 . 28\\ \mathrm{Sch\ II} &= 76 = -4 . 23 + 6 . 28\\ \mathrm{Sch\ III} &= 276 = 12 . 23.\end{aligned}$$

*) Wegen der 22 Menstruations-Intervalle, die der Zeitraum dort umfaßte, mit S_1^{22} bezeichnet, was mit dem jetzigen „Zw" also identisch ist.

Sch II ist eine Abortschwangerschaft, daher kleiner als eine normale. Die Beziehungen der drei Schwangerschaften aber sind:

$$\text{Sch I} + \boxed{\begin{array}{r} 17 . 28 \\ -17 . 23 \end{array}} = \text{Sch II} + 10 . 28$$

$$\text{Sch II} + \boxed{\begin{array}{r} 17 . 28 \\ -17 . 23 \end{array}} = \text{Sch III} - 5 . 23.$$

Im einzelnen leiten sich ab:

$$\begin{aligned} \text{Sch I} &= 13 . 23 - 1 . 28 = 17 . 28 - 18 . 28 + 13 . 23 \\ &= 17 . 28 + 28^2 - 2 . 23 . 28 + 3 . 23^2 - 2 . 28 . 23 \\ &= 17 . 28 + \boxed{\begin{array}{r} 23^2 \\ -28^2 \end{array}} + 2\,\Delta^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Sch II} &= -4 . 23 + 6 . 28 \\ &= 34 . 23 - 28 . 23 - 10 . 23 + (23 - 17)\,28 \\ &= 17 . 23 + \boxed{\begin{array}{r} 17 . 23 + 2 . 23^2 \\ -17 . 28 - 2 . 28 . 23 \end{array}} \\ &= 17 . 23 + \boxed{\begin{array}{r} 17 . 23 + 23^2 \\ -17 . 28 - 28^2 \end{array}} + \Delta^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Sch III} &= 12 . 23 = (17 - 5)\,23 = 17 . 23 - 23\,\Delta \\ &= 17 . 23 + \boxed{\begin{array}{r} 23^2 \\ -28 . 23 \end{array}} \end{aligned}$$

Es betragen also:

$$\textbf{Sch I} = \mathbf{17 . 28} + \boxed{\begin{array}{r} 23^2 \\ -28^2 \end{array}} + 2\,\Delta^2$$

$$\textbf{Sch III} = \mathbf{17 . 23} + \boxed{\begin{array}{r} 23^2 \\ -28 . 23 \end{array}}$$

$$\underset{\text{(Abort)}}{\textbf{Sch II}} = \mathbf{17 . 23} + \boxed{\begin{array}{r} 23^2 \\ -28^2 \end{array}} + \Delta^2 + \boxed{\begin{array}{r} 17 . 23 \\ -17 . 28 \end{array}}$$

Die Homologie wird aber erst vollkommen, wenn wir auch in Sch I und Sch II die Bindung $17\,\Delta = \frac{\Sigma}{3}\,\Delta$ einführen.

$$\text{Es ist } 17 . 28 = 17\,(23 + \Delta) = \frac{\Sigma}{3}\,23 + \frac{\Sigma}{3}\,\Delta$$

$$17 . 23 = 17\,(28 - \Delta) = \frac{\Sigma}{3}\,28 - \frac{\Sigma}{3}\,\Delta.$$

Demnach ist

$$\mathbf{Sch\ \ I} = \frac{\Sigma}{3} 23 - \Sigma\Delta + \frac{\Sigma}{3}\Delta + 2\Delta^2$$

$$\mathbf{Sch\ \ II^{*})} = \frac{\Sigma}{3} 28 - \Sigma\Delta - \frac{\Sigma}{3}\Delta + \Delta^2$$

$$\mathbf{Sch\ III} = \frac{\Sigma}{3} 28 - 23\Delta - \frac{\Sigma}{3}\Delta.$$

Untersuchen wir jetzt die Zeiten von einer Entbindung bis zum Beginn der nächsten Schwangerschaft, also Zw I und Zw II, so ergibt sich:

$$\text{Zw I} = 2228 = 92 . 23 + 4 . 28$$
$$\text{Zw II} = 287 = -7 . 23 + 16 . 28$$

$$\begin{aligned}\text{Zw I} &= 92 . 23 + 4 . 28 = 4 . 23^2 + (17 - 13) 28 \\ &= 4 . 23^2 + 17 . 28 + 2 . 28^2 - 3 . 28 . 23 \\ &= 17 . 28 + 2 . 23^2 + 28 . 23 + 2\Delta^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Zw II} &= -7 . 23 + 16 . 28 \\ &= (-17 + 10) 23 + (34 - 18) 28 \\ &= 17 . 28 + \boxed{\begin{array}{r} 17 . 28 \\ -17 . 23 \end{array}} + 28^2 - 2 . 23^2.\end{aligned}$$

Also

$$\text{Zw I} = 2 . 23^2 + 28 . 23 + 17 . 28 + 2\Delta^2$$

$$\text{Zw II} = -2 . 23^2 + 28^2 + 17 . 28 + \boxed{\begin{array}{r} 17 . 28 \\ -17 . 23 \end{array}}$$

oder

$$\text{Zw I} = 2 . 23^2 + 28 . 23 + \frac{\Sigma}{3} 23 + \frac{\Sigma}{3}\Delta + 2\Delta^2$$

$$\text{Zw II} = -2\ 23^2 + 28^2 + \frac{\Sigma}{3} 28 + \frac{\Sigma}{3}\Delta.$$

Es ist also der kurze Raum Zw II um $4 E^2$ kürzer als der lange Zw I. Stellen wir zusammen:

$$\mathbf{Sch\,I = 17\ \ 28} + \boxed{\begin{array}{r} 23^2 \\ -28^2 \end{array}} + 2\Delta^2$$

$$\mathbf{Zw\,I = 17 . 28} + \boxed{\begin{array}{r} 23^2 \\ -28^2 \end{array}} + 2\Delta^2 + 23^2 + 28^2 + 28 . 23.$$

Es ist also **Zw I – Sch I** $= 23^2 + 28^2 + 28 . 23.$

*) Abortus.

Ferner:

$$\textbf{Sch II} = 17 \,.\, 23 + \boxed{\begin{array}{c} 23^2 + 17 \,.\, 23 \\ -28^2 - 17 \,.\, 28 \end{array}} + \Delta^2$$

$$\textbf{Zw II} = 17 \,.\, 28 + \boxed{\begin{array}{c} 28^2 + 17 \,.\, 28 \\ -23^2 - 17 \,.\, 23 \end{array}} - 23^2.$$

Wenn wir in Sch II — von Δ^2 abgesehen — überall 23 und 28 vertauschen, so erhalten wir Zw II $+ 23^2$, d. h.

$$\textbf{Zw II} + 23^2 \;|\!=\!|\; \textbf{Sch II}$$

Also Zw I übertrifft Sch I um

$$23^2 + 28^2 + 28 \,.\, 23$$

in unserem Falle.

Zw II ist um 23^2 kürzer als der biologisch vertauschte Wert von Sch II.

Im Beispiel 6 war Zw 1 um 28^2 größer als Sch I. Das Verhältnis ist aber in beiden Fällen genau analog.

$$\begin{array}{llll} \text{Fall } 20: & \text{Sch I} + 28^2 + 23^2 + 28 \,.\, 23 & = \text{Zw I} \\ \text{Fall } \;\;6: & \text{Sch} \;\;\; + 28^2 & = \text{Zw} \end{array}$$

Im Fall 20 beträgt die Differenz

$$23^2 + 28 \,.\, 23 = 23\,\Sigma$$

m e h r. Das ist alles.

Und bei dem Vergleich (Fall 20) von Zw II und Sch II mußte der biologisch vertauschte Wert genommen werden, um das einfache Ergebnis zu erhalten:

$$\text{Zw II} + 23^2 \;|\!=\!|\; \text{Sch II}.$$

Wir sehen aus den untersuchten Fällen, daß die Schwangerschaftsdauer in einer einfachen Beziehung zu der „Zwischenzeit" steht.

Sie war im Falle 20 einmal um $3\,E^2$, das andere Mal um $1\,E^2$ kleiner als „Zw". — Im Fall 6 war die Schwangerschaftsdauer beidemal gleich und um $1\,E^2$ kürzer als die Zwischenzeit.

Der Unterschied ist also zweiter Dimension, weil sowohl die Schwanger schaftsdauer als die Zwischenzeit dieser selben Dimension angehören. Sie sind eben, wie wir wissen, Summen von Spatien erster Dimension.

IV.

Am Ende der Schwangerschaft kommt normalerweise ein Kind zur Welt. Auch dessen Entwicklung vollzieht sich in Schüben. Das Durchbrechen des ersten Zahnes, das die Mütter von jeher als einen entscheidenden Entwicklungsfortschritt aufzufassen gewohnt sind — belohnen sie doch an diesem Tage die Amme oder Pflegerin durch ein Geschenk — kommt plötzlich, ich möchte sagen anfallsweise. Man sieht längst den weißlichen „Zahnpunkt" durchs Zahnfleisch schimmern, viele Tage lang; man meint, jeden Augenblick müßte die erste Zahnspitze fühlbar erscheinen. Gefehlt.

Erst am bestimmten periodischen Tage hebt sich plötzlich der Zahn, durchtrennt seine bedeckende Hülle und wird geboren.

Die gleiche schubweise Entwicklung zeigt sich in den Fortschritten der selbständigen Bewegung des Kindes: intrauterin im Auftreten der ersten Kindsbewegung, extrauterin in den „Lauffortschritten". Das kriechende Kind kann plötzlich „eines schönen Tages" ein paar Augenblicke stehen; diese Fähigkeit vermindert oder verliert sich in der nächsten Zeit, macht jedenfalls keine merklichen Fortschritte und eines weiteren schönen Tages fängt das Kind, das des Morgens noch völlig unbeholfen war, plötzlich — wenn seine Stunde gekommen — an, nicht einige Schritte zu wagen, sondern durch mehrere Zimmer zu laufen. Wie durch ein Wunder, sagen aufmerksame Mütter, die diesen Tatbestand viel länger kennen als die gelehrten Ärzte.

Sind diese bestimmten Entwicklungstage auch Funktionen der biologischen Zahlen?

Ich leite die Erörterung ein mit der Wiedergabe von Daten eines kurzen Lebens, die in ihrer Einfachheit eine ergreifende Sprache reden.

Der mir befreundete Arzt, Herr Dr. Sebastian Levy, hat die Etappen selbst beobachtet und mir die folgende Niederschrift gegeben:

21. Beispiel. **21.**

Wolfgang K.

geboren	21. August 1900	
erster Zahn	13. Dezember 1900	114
läuft	12. November 1901	334
Pneumonie	19. Dezember 1901	37
Pseudokrise	1. Januar 1902	13
Tod	11. Januar 1902	10

Demnach ist Wolfgang alt:

beim ersten Laufen: $448 = 16 \,.\, 28$ Tage, *)

beim Tod: $508 = 16 \,.\, 23 + 5 \,.\, 28$ Tage.

Läuft also im Alter von: $34 \,.\, 28 + 28^2 - 2 \,.\, 23 \,.\, 28$

stirbt im Alter von: $34 \,.\, 23 + 28^2 - 2 \,.\, 23^2$

oder läuft: $28^2 + \widehat{\mathbf{28}}\,(28 - 23 - 17)$

stirbt: $28^2 + \widehat{\mathbf{23}}\,(28 - 23 - 17)$.

*) $16 = 56 - 23 - 17 = 34 + 28 - 46$.

$$\text{Läuft:}\quad 28^2 - \frac{\Sigma}{3}28 + 28\,\Delta$$

$$\text{stirbt:}\quad 28^2 - \frac{\Sigma}{3}23 + 23\,\Delta$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{Die Summe}\\ \text{beider Alter}\end{array}\right\} S_1 = 2\,.\,28^2 - \frac{\Sigma^2}{3} + \Sigma\,\Delta.$$

Das Lauf- und das Sterbealter sind also biologisch gleich.

Hier betrachten wir zum erstenmal nicht nur die Spatien, sondern wir untersuchen, wie diese Spatien sich zum Lebensalter verhalten. Es scheint nach der ersten Probe, daß wir von diesem Fortschritt in unserer Untersuchung weitere Aufschlüsse zu erwarten haben. Sehen wir also zu. Wie alt ist Wolfgang beim ersten Zahn?

$$\text{Beim ersten Zahn:}\ 114 = 22\,.\,23 - 14\,.\,28$$
$$= 17\,.\,23 + 28\,.\,23 - 23^2 - \frac{28^2}{2}$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{Bei der Pseudokrise}\\ \text{(1. Januar 1902)}\end{array}\right\} = 498 = 18\,.\,23 + 3\,.\,28$$
$$= 2\,.\,23^2 - 28\,.\,23 + 17\,.\,28 - 14\,.\,28$$
$$= 17\,.\,28 + 2\,.\,23^2 - 28\,.\,23 - \frac{28^2}{2}.$$

Die Pseudokrise fällt biologisch um eine Einheit zweiter Dimension (um 23^2) später als der Termin des ersten Zahnes.

$$\text{Erster Zahn:}\quad 17\,.\,23 + \boxed{\begin{array}{r}28\,.\,23\\ -23^2\end{array}} - \frac{28^2}{2}$$

$$\text{Pseudokrise:}\quad 17\,.\,28 + \boxed{\begin{array}{r}23^2\\ -28\,.\,23\end{array}} - \frac{28^2}{2} + 23^2$$

$$\text{Oder erster Zahn:}\quad \frac{\Sigma}{3}23 - \frac{28^2}{2} + 23\,\Delta$$

$$\text{Pseudokrise:}\quad \frac{\Sigma}{3}28 - \frac{28^2}{2} - 23\,\Delta + 23^2$$

$$\left.\begin{array}{c}\text{Summe beider}\\ \text{Alter}\end{array}\right\} S_2 = \frac{\Sigma}{3}(28 + 23) + \boxed{\begin{array}{r}23^2\\ -28^2\end{array}}$$
$$= \frac{\Sigma^2}{3} - \Sigma\,\Delta.$$

Also Lauf- und Lebensalter, Zahn- und Pseudokrisenalter sind paarweise biologisch gleich bezw. um e i n e quadratische Einheit verschieden.

Bei aufmerksamer Betrachtung ergibt sich aber noch ein weiteres: Summiert man Lauf- und Pseudokrisenalter einerseits (S_1) und Zahn- und Lebensalter andererseits (S_2), so erhält man:

$$S_1 = 2 \cdot 28^2 - \frac{\Sigma^2}{3} + \Sigma\Delta$$
$$S_2 = \qquad + \frac{\Sigma^2}{3} - \Sigma\Delta$$
$$S_1 + S_2 = 2 \cdot 28^2.$$

Die Summe aller vier Lebensalter:

1. beim ersten Zahn
2. beim Laufen
3. bei der Pseudokrise
4. beim Tod

ergänzt sich zu $2 \cdot 28^2$! Freilich wird hier jedesmal von der Geburt aus gerechnet und es werden Zeiten addiert, die zum Teil nebeneinander verlaufen. Aber wir erinnern uns dabei, daß unsere Zeiten nur die Lebenszeiten von solchen Substanzeinheiten sind, die wirklich nebeneinander im Raume existieren und deren Quantitäten nicht nur von einander abhängig sein können, sondern — wie die Rechnung uns zeigt — tatsächlich ein zusammengehöriges Ganzes bilden.

Hier schimmert zuerst ein Summengesetz durch, für das wir noch zahlreiche andere Bausteine herbeizubringen uns bemühen werden.

Wir haben von den fünf Werten unseres Falles je zwei und zwei paarweise verglichen. Der fünfte unpaare Wert — das Alter beim Beginn der Pneumonie (19. Dezember 1901) — ist

$$485 = 15 \cdot 23 + 5 \cdot 28$$
$$= (32 - 17)\,23 + 5 \cdot 28 = 2 \cdot 23^2 - \frac{28 \cdot 23}{2} - 17 \cdot 23 + 28^2 - 23 \cdot 28$$
$$= 23^2 + \frac{28 \cdot 23}{2} - 17 \cdot 23 + \Delta^2,$$

d. h. das Pneumoniealter ist um $\frac{1}{2} E^2$ größer als das Lauf- und das Sterbealter.

$$\textbf{Laufalter} = 28^2 - 17 \cdot 28 + 28\,\Delta$$
$$\textbf{Sterbealter} = 28^2 - 17 \cdot 23 + 23\,\Delta.$$

22. Beispiel. 22.

Ich verzeichne die Tage, an denen meine eigenen Kinder die ersten Schritte machten und die ferneren, an denen sie zu laufen begannen.

	Erste Schritte:	alt:	Laufen:	alt:
Robert geb. 29. Dezbr. 1895	19. Mai 1897	507	14. Juni 1897	533
Pauline „ 8. Septbr. 1898	5. August 1901	1061	8. August 1901	1064
Conrad „ 29. Dezbr. 1899	9. August 1901	588	18. August 1901	597

Und da ich eine vergleichende Darstellung mütterlich verwandten Blutes erstrebe, so setze ich auch die entsprechenden Tage hierher, an denen die Kinder meiner Schwägerin Frau Dr. Rie in Wien, der Schwester meiner Gattin, die analogen Entwicklungsstufen durchmachten.

23. 23. Beispiel.

	Erste Schritte:	alt:	Laufen:	alt:
Norbert Rie geb. 30. Okt. 1897	17. Dezbr. 1898	413	30. Dez. 1898	426
Margarete Rie „ 25. März 1899	?	?	14. Juli 1900	476
Marianne Rie „ 27. Mai 1900	6. Oktbr. 1901	497	8. Okt. 1901	499

Familie F.

Laufalter:

bei Robert F.:*)

$$\begin{aligned} a &= 533 = 11.23 + 10.28 \\ &= 21.23 + 10\,(28 - 23) \\ &= \frac{3}{4}\,28.23 + 2\,\Delta^2 \end{aligned}$$

oder:

$$\begin{aligned} &(17 + 4)\,23 + 2\,\Delta^2 \\ &= 17.23 + \frac{28.23}{2} - 2.23\,\Delta + 2\,\Delta^2, \end{aligned}$$

bei Pauline F.:

$$\begin{aligned} b &= 1064 = 38.28\,^{**)} \\ &= 3.28^2 - 2.28.23 \\ &= \quad 28^2 + 2.28\,\Delta, \end{aligned}$$

bei Conrad F.:

$$\begin{aligned} c &= 597 = 15.23 + 9.28 \\ &= 3.28.23 - 3.23^2 + 23.28 - 14.28 \\ &= \frac{28^2}{2} + 4.28.23 - 3.23^2 - 28^2 \\ &= \frac{28^2}{2} + 2.23\,\Delta - \Delta^2. \end{aligned}$$

---

*) Oder: $28.23 + 10.28 - 17.23 = 33.28 - 17.23 = 2.28^2 - 28.2 - 17.23$. Siehe später das Kapitel über Mehrdeutigkeit. (Kap. VII.)

**) Also genau so viel, wie der Geburtsabstand III beträgt, der selbst dem Abstand I biologisch gleich war und das Doppelte (biologisch) vom Abstand II betrug (vgl. S. 35).

Die Laufalter sind also:

$$a = 17.23 + \frac{28.23}{2} - 2.23\Delta + 2\Delta^{2}\text{*)}$$
$$b = 28^2 + 2.28\Delta$$
$$c = \frac{28^2}{2} + 2.23\Delta - \Delta^2.$$

Es braucht bis zum freien Laufen:

$$a: \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right) E^2$$
$$b: \quad 1 \; E^2$$
$$c: \quad \frac{1}{2} \; E^2.$$

Und

$$a + b + c = S_1 = 17.23 + \frac{28.23}{2} + \frac{3}{2}28^2 + 2.28\Delta + \Delta^2.$$

Bis zu den ersten Schritten stellt sich das Verhältnis der Alter so:

Robert F.: $a_1 = 507 = 5.23 + 14.28$
$$= \frac{28^2}{2} + 23\Delta$$

Pauline F.: $b_1 = 1061 = 23^2 + 19.28$
$$= \frac{3}{2}28^2 + 23^2 - 28.23$$
$$= \frac{3}{2}28^2 - 23\Delta$$

Conrad F.: $c_1 = 588 = 21.28 = \frac{3}{4}28^2.$

Und

$$a_1 + b_1 + c_1 = S_2 = 2.28^2 + \frac{3}{4}28^2.$$

Zusammengestellt:

Lebensalter:

beim Laufen:	bei den ersten Schritten:
$a = 17.23 + \frac{28.23}{2} - 2.23\Delta + 2\Delta^2$	$a_1 = \frac{28^2}{2} + 23\Delta$
$b = 28^2 + 2.28\Delta$	$b_1 = \frac{3}{2}28^2 - 23\Delta$
$c = \frac{28^2}{2} + 2.23\Delta - \Delta^2$	$c_1 = \frac{3}{4}28^2.$

*) Der andere Wert: $\frac{3}{4}28.23 + 2\Delta^2$ sieht einfacher aus. In der Folge wird sich aber der gegebene: $\frac{\Sigma}{3}23 + \frac{28.23}{2} - 2.23\Delta + 2\Delta^2$ als richtiger erweisen.

Sowohl bis zum Laufen als bis zu den ersten Schritten braucht b (mit Rhachitis) biologisch die doppelte Zeit wie c.

Die drei V e t t e r n (mütterlicherseits) meiner Kinder: Norbert, Margarete und Marianne Rie in Wien haben folgende Alter beim f r e i e n L a u f e n:

$$\begin{array}{ll} \text{Norbert:} & a^r = 426 = 10 \,.\, 23 + 7 \,.\, 28 \\ \text{Margarete:} & b^r = 476 = 10 \,.\, 28 + 7 \,.\, 28 \\ \text{Marianne:} & c^r = 499 = 10 \,.\, 28 + 7 \,.\, 28 + 23. \end{array}$$

Also:

$$a^r = 17 \,.\, 28 + 10\,(23 - 28) = 17 \,.\, 28 - 2\,\Delta^2$$

$$b^r = 17 \,.\, 28 \qquad\qquad = 17 \,.\, 28$$

$$c^r = 17 \,.\, 28 + (18 - 17)\,23 = \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 28 \\ -\,17 \,.\, 23 \end{matrix}} + 2 \,.\, 23^2 - 28 \,.\, 23$$

$$= 23^2 + \frac{\Sigma}{3}\Delta - 23\,\Delta.$$

Und da

$$17 \,.\, 28 = 17 \,.\, 23 + 17\,\Delta = \frac{\Sigma}{3}\,23 + \frac{\Sigma}{3}\,\Delta,$$

so ist

$$a^r = \frac{\Sigma}{3}\,23 + \frac{\Sigma}{3}\,\Delta - 2\,\Delta^2$$

$$b^r = \frac{\Sigma}{3}\,23 + \frac{\Sigma}{3}\,\Delta$$

$$c^r = \quad 23^2 + \frac{\Sigma}{\;}\,\Delta - 23\,\Delta$$

$$a^r = b^r = \frac{2}{3}\,E^2$$

$$c^r \qquad = 1\;\,E^2.$$

Es ist: $$a^r + b^r + c^r = S_3 = \frac{2}{3}\,\Sigma\,23 + \underbrace{23^2 + \Sigma\Delta}\underbrace{- 23\Delta} - 2\,\Delta^2.$$

Da aber: $$\underbrace{23^2 + \Sigma\Delta}\underbrace{- 23\Delta} = 23^2 + (\Sigma - 23)\,\Delta = 23^2 + 28\,\Delta$$
$$= 28 \,.\, 23 + \Delta^2.$$

so wird $$\boldsymbol{S_3} = \frac{2}{3}\,\Sigma\,23 + 28 \,.\, 23 - \Delta^2.$$

Ferner waren bei den e r s t e n S c h r i t t e n alt:

$$\begin{array}{ll} \text{Norbert:} & a_1^r = 413 = 7 \,.\, 23 + 9 \,.\, 28 \\ \text{Margarete:} & b_1^r = ? \\ \text{Marianne:} & c_1^r = 497 = 7 \,.\, 23 + 12 \,.\, 28. \end{array}$$

Oder anders geschrieben:

$$\begin{aligned} a_1^r &= 7\,.\,23 + 14\,.\,28 - 5\,.\,28 \\ &= \frac{28\,.\,23}{4} + \frac{28^2}{2} - 28\,\Delta \\ c_1^{r\,*)} &= 7\,.\,23 + 7\,.\,28 + 5\,.\,28 \\ &= \frac{28\,.\,23}{4} + \frac{28^2}{4} + 28\,\Delta. \end{aligned}$$

Und die Summe:

$$S_4 = a_1^r + c_1^r = \frac{3}{4}\,28^2 + \frac{28\,.\,23}{2}$$

Zusammengestellt:

Lebensalter

beim Laufen:	bei den ersten Schritten:
$a^r: \frac{\Sigma}{3}\,23 + \frac{\Sigma}{3}\,\Delta - 2\,\Delta^2$	$a_1^r: \frac{28\,.\,23}{4} + \frac{28^2}{2} - 28\,\Delta$
$b^r: \frac{\Sigma}{3}\,23 + \frac{\Sigma}{3}\,\Delta$	$b_1^r: ?$
$c^r: 23^2 + \frac{\Sigma}{3}\,\Delta - 23\,\Delta$	$c_1^r: \frac{28\,.\,23}{4} + \frac{28^2}{4} + 28\,\Delta.$ **)

Lehrreich ist der Vergleich der Lauf- und „Erste Schritte"-Alter bei den vervetterten Kindern:

Laufalter von:

$$\begin{cases} \text{Robert Fl.: } a = 11\,.\,23 + 10\,.\,28 = \frac{3}{4}\,28\,.\,23 + 2\,\Delta^2 \; ^{***)} \\ \text{Norbert R.: } a_r = 10\,.\,23 + 7\,.\,28 = 17\,.\,28 - 2\,\Delta^2 \end{cases}$$

---

*) Die Zahl 7 ist doppeldeutig. Sie ist entweder $= \frac{28}{4}$, eine Deutung, die der obigen Darstellung zu Grunde liegt. Oder $7 = 17 - 10 = \frac{\Sigma}{3} - 2\,\Delta$.

Dann wäre:

$$\begin{aligned} c_1^r &= 7\,.\,23 + 17\,.\,28 - 5\,.\,28 \\ &= \frac{28\,.\,23}{4} + 17\,.\,28 - 28\,\Delta. \end{aligned}$$

Daraus ergäbe sich:

$$\begin{aligned} c^r &= \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{3}\right) E^2 \\ a_1^r &= \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right) E^2. \end{aligned}$$

Vgl. darüber den Abschnitt über die Mehrdeutigkeit Kap. VII.

**) Oder: $\frac{28\,.\,23}{4} + 17\,.\,28 - 28\,\Delta$. Es wäre dann

für $14\,.\,28$ bei a_1^r

eingetreten: $17\,.\,28$ bei c_1^r.

***) Oder: $17\,.\,23 + \underbrace{\frac{28\,.\,23}{2}}\underbrace{- 2\,.\,23\,\Delta} + 2\,\Delta^2.$

$$\begin{cases} \text{Pauline F.: } b = 38 . 28 = 17 . 28 + \frac{3}{4} 28^2 \text{ *)} \\ \text{Margarete R.: } b^r = 17 . 28 = 17 . 28 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{Conrad F.: } c = 15 . 23 + 9 . 28 = \frac{28^2}{2} + 2 . 23 \Delta - \Delta^2 \\ \text{Marianne R.: } c^r = 1 . 23 + 17 . 28 = 23^2 - 23 \Delta + \frac{\Sigma}{3} \Delta . \end{cases}$$

Noch auffallender fast wirkt der Vergleich der vervetterten Kinder beim Alter der ersten Schritte:

$$\text{Robert F.: } a^1 = 14 . 28 + 5 . 23 = \frac{28^2}{4} + \frac{28^2}{4} + 23 \Delta$$

$$\text{Marianne R.: } c_r^1 = 7 (28 + 23) + 5 . 28 = \frac{28^2}{4} + \frac{28 . 23}{4} + 28 \Delta .$$

Also:

$$a^1 \models\!\dashv c_r^1 .$$

Und

$$\text{Conrad F.: } c^1 = 14 . 28 + 7 . 28 = \frac{28^2}{2} + \frac{28^2}{4}$$

$$\text{Norbert R.: } a_r^1 = 9 . 28 + 7 . 23 = \frac{28^2}{2} + \frac{28 . 23}{4} - 28 \Delta$$

$$c^1 \models\!\dashv a_r^1 .$$

In beiden Fällen ist das erste und dritte Kind miteinander verglichen. Die ersten Schritte machten Robert F. und Marianne R. nach $\frac{1}{2} E^2$, Conrad F. und Norbert R. nach $\frac{3}{4} E^2$.

Die ersten plötzlich auftretenden selbständigen Laufbewegungen des extrauterinen Lebens haben im intrauterinen ihr Widerspiel bei den ersten Kindsbewegungen. Sehen wir zu, wie sich die Abstände der ersten Kindsbewegungen zu den Laufbewegungen verhalten.

Bei Robert F.:	erste Kindsbewegung	16. August 1895	$668 = D_1$
	läuft	14. Juni 1897	
bei Pauline F.:	erste Kindsbewegung	17. April 1898	$1208 = D_2$
	läuft	8. August 1901	
bei Conrad F.:	erste Kindsbewegung	30. Juli 1899	$749 = D_3$.
	läuft	18. August 1901	

Differenzen:

$$D_1 = 12 . 23 + 14 . 28$$
$$D_2 = 44 . 23 + 7 . 28$$
$$D_3 = 7 . 23 + 21 . 28 .$$

*) Auch: $38 . 28 = (84 - 46) 28 = 28^2 + 2 . 28 \Delta$.

Also:

$$\begin{aligned}
D_1 &= \qquad\quad 14.28 + 7.23 + \boxed{\begin{matrix}28.23\\-23^2\end{matrix}}\\
D_2 &= 23^2 + 21.23 + 7.28\\
D_3 &= \qquad\quad 21.28 + 7.23.
\end{aligned}$$

Oder:

$$\begin{aligned}
D_1 &= \frac{28^2}{2} + \frac{28.23}{4} + 23\,\Delta\\
D_2 &= 23^2 + \frac{3}{4}\,28.23 + \frac{28^2}{4}\\
D_3 &= \qquad \frac{3}{4}\,28^2 \quad + \frac{28.23}{4}.
\end{aligned}$$

Bei Robert ist D um $\frac{1}{4}E^2$ kürzer als bei Conrad; bei Pauline (Rhachitis) um $1\,E^2$ länger als bei Conrad. So einfach ist es. Die Differenz beträgt bei

Conrad $1\,E^2$
Pauline $2\,E^2$
Robert $\frac{3}{4}E^2$.

Von den Kindern meiner Schwägerin Fr. Dr. R. ist mir nur beim ältesten — Norbert — das Datum der ersten Kindsbewegung bekannt (4. Juli 1897). Norbert läuft frei am 30. Dezember 1898, d. i. 544 Tage später.

$544 = 20.23 + 3.28 = 23.28 + 20\,(23 - 28) = 23.28 - 4\,\Delta^2$,*) also nach $1\,E^2$.

Bei Norbert R. beträgt die Differenz zwischen erster Kindsbewegung und selbständigem Laufen ebenfalls $1\,E^2$ wie bei Conrad F. Ich erinnere noch einmal daran, daß diese beiden Knaben auch in dem gleichen biologischen Alter die ersten Schritte machten.

Norbert Rie: $\frac{28^2}{2} + \frac{23.28}{4} - 28\,\Delta$

Conrad Fließ: $\frac{28^2}{2} + \frac{28^2}{4}$.

---

*) **Auch:**

$$20.23 + 3.28 = \begin{matrix}34.23 + 23.28 + 14.28\\ -34.28 \qquad\qquad -14.23\end{matrix} = \frac{28.23}{2} + \frac{28^2 + 34.23}{2 \quad -34.28} = \frac{\Sigma}{2}\,28 - \frac{2}{3}\Sigma\,\Delta,$$

ebenfalls $1\,E^2$.

Nochmalige Zusammenstellung:

Kinder Rie:

Laufalter:	Erste Schritte:
$a^r = \frac{\Sigma}{3}\,23 + \frac{\Sigma}{3}\,\Delta - 2\,\Delta^2$	$a_1^r = \frac{28\,.\,23}{4} + \frac{28^2}{2} - 28\,\Delta$
$b^r = \frac{\Sigma}{3}\,23 + \frac{\Sigma}{3}\,\Delta$	$b_1^r = ?$
$c^r = 23^2 + \frac{\Sigma}{3}\,\Delta - 23\,\Delta$	$c_1^r = \frac{28\,.\,23}{4} + \frac{28^2}{4} + 28\,\Delta.$

Von den ersten Kindsbewegungen bis zum Laufen:

$$\text{Norbert R.:}\ 23\,.\,28 - 4\,\Delta^2 = \frac{28\,.\,23 + 28^2}{2} - \frac{2}{3}\,\Sigma\,\Delta.$$

Kinder Fließ:

Laufalter:	Erste Schritte:
$a = \frac{\Sigma}{3}\,23 + \frac{28\,.\,23}{2} + 2\,\Delta^2$	$a_1 = \frac{28^2}{2} + 23\,\Delta$
$b = 28^2 + 2\,.\,28\,\Delta$	$b_1 = \frac{3}{2}\,28^2 - 23\,\Delta$
$c = \frac{28^2}{2} + 2\,.\,23\,\Delta - \Delta^2.$	$c_1 = \frac{3}{4}\,28^2.$

Von den ersten Kindsbewegungen bis zum Laufen:

$$\begin{aligned}
\text{bei I} &= \frac{28^2}{2} + \frac{28\,.\,23}{4} + 23\,\Delta \\
\text{„ II} &= \frac{28^2}{4} + \frac{3}{4}\,28.23 + 23^2 \\
\text{„ III} &= \frac{3}{4}\,28^2 + \frac{28\,.\,23}{4} \\
\hline
\text{I} + \text{II} + \text{III} &= \frac{3}{2}\,28^2 + \frac{5}{4}\,28\,.\,23 + 28\,.\,23 \\
&= \frac{3}{2}\,28^2 + \frac{9}{4}\,28.23.
\end{aligned}$$

Aus dieser Zusammenstellung sieht man den Segen der Äquivalenzbetrachtung. Wo sonst ein Chaos von Tagen erscheint, wird hier alles verständlich in einfachen Maßen ausgedrückt.

Um nur auf die letzte Angabe — die Laufalter von den Kindsbewegungen aus — hinzuweisen, so sei bemerkt:

I	braucht	$\frac{3}{4}\,E^2$
II	„	$2\,E^2$
III	„	$1\,E^2.$

Das ist einfach und verständlich. Nun sehe man sich die Summen an: Die Summe der Laufzeiten meiner Kinder:

$$S_1 = \frac{\Sigma}{3}\, 23 + \frac{28 \,.\, 23}{2} + \frac{3}{2}\, 28^2 + 2 \,.\, 28\,\Delta + \Delta^2.$$

Die Summe der Laufzeiten der Kinder meiner Schwägerin R. in Wien:

$$S_3 = \frac{2}{3}\, \Sigma 23 + 28 \,.\, 23 - \Delta^2.$$

$$\text{Also: } S_1 + S_3 = \Sigma 23 + \frac{3}{2}\, 28 \,.\, 23 + \frac{3}{2}\, 28^2 + 2 \,.\, 28\,\Delta$$

$$= 3 \,.\, 28^2 + 23^2 + \frac{28^2 + 28 \,.\, 23}{2}.$$

Und die Summe der „Erste Schritte“-Alter meiner Kinder

$$S_2 = 2 \,.\, 28^2 + \frac{3}{4}\, 28^2$$

Die Summe der analogen Alter der beiden Kinder von Dr. Rie (von einem Kinde ist dieses Alter unbekannt)

$$S_4 = \frac{28 \,.\, 23}{2} + \frac{3}{4}\, 28^2.$$

$$\text{Also: } S_2 + S_4 = 3 \,.\, 28^2 + \frac{28^2 + 28 \,.\, 23}{2}.$$

Es sind:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{S_1 + S_3} &= \mathbf{3 \,.\, 28^2 + 23^2} + \frac{\mathbf{28^2 + 28 \,.\, 23}}{\mathbf{2}} \\ \boldsymbol{S_2 + S_4} &= \mathbf{3 \,.\, 28^2} \qquad\quad + \frac{\mathbf{28^2 + 28 \,.\, 23}}{\mathbf{2}}. \end{aligned}$$

Die Summen aller Laufzeiten der Vettern (6 Kinder) enthalten 23^2 Tage mehr als die Summen aller „Erste Schritte“-Zeiten (5 Kinder).

Wir bekommen mit diesen Summenverhältnissen eine große Perspektive. Im Falle 21 gaben die Anfallsalter eines und desselben Kindes eine einfache Summe ($2 \,.\, 28^2$).

In unserem Falle geben die Entwicklungs- (Lauf- und „Erste Schritte“-) Alter von Geschwistern einfache Summen, z. B. die „Erste Schritte“-Alter

$$S_2 = 2 \,.\, 28^2 + \frac{3}{4}\, 28^2$$

$$S_4 = \frac{28 \,.\, 23}{2} + \frac{3}{4}\, 28^2.$$

Wenn die Summen der gleichartigen Entwicklungsfortschritte von Geschwistern einfach werden, so kann die Ursache nur in dem Gemeinsamen liegen, was die Geschwister zusammenschließt, in ihren Eltern. Im Falle 21 stammten die Gruppen lebendiger Substanz, welche durch die einfache Summe ($2 \,.\, 28^2$) ihre Zusammengehörigkeit bekundeten, aus einem und demselben Individuum, in dem sie nebeneinander lebten. Im Falle der Geschwister sind die analogen Substanzgruppen, welche die Summen-Zusammengehörigkeit aneinanderschließt, auf verschiedene Individuen verteilt. Aber diese Individuen waren einmal im mütterlichen Organismus vereinigt. Da hingen sie noch substantiell aneinander wie die Äste eines Baumes.

Der Zusammenhang beschränkt sich aber nicht auf die Geschwister. Denn die einfachen Summen von Geschwisteraltern vereinigen sich zu noch einfacheren Werten, wenn wir die Alter von Geschwisterkindern mütterlicherseits miteinander summieren:

$$S_2 + S_4 = 3 \cdot 28^2 \qquad\qquad + \frac{28^2 + 28 \cdot 23}{2}$$
$$S_1 + S_3 = 3 \cdot 28^2 + 23^2 + \frac{28^2 + 28 \cdot 23}{2}.$$

Und daß diese Werte nicht der Zufall geschaffen hat, zeigt ihr völlig gleichartiger Bau. Diese erstaunlichen Summen $S_2 + S_4$ und $S_1 + S_3$ weisen auf die Großmutter mütterlicherseits als das weitere Gemeinsame hin. Der Vater ist eliminiert und es kommt hier nur die mütterliche Linie aufwärts bis zur dritten Generation in Betracht!

Was also körperlich im Leibe der Ahnin verbunden war, bleibt verbunden, auch wenn die Sprossen längst voneinander getrennt sind. Das ist es, was uns unsere Zahlen eindringlich lehren.

Eine andere Aufzeichnung, in deren Besitz ich bin, sagt dieses:

24. 24. Beispiel.

Albert Siber	geboren	1.	August	1896
	erste Kindsbewegung	24.	März	1896
	läuft	22.	Oktober	1897
Sein Bruder Otto Siber	geboren	1.	Oktober	1898
	erste Kindsbewegung	2.	Mai	1898
	läuft	19.	November	1899.

Albert alt beim Laufen: $447 = 17 \cdot 23 + 2 \cdot 28$*)
Otto alt beim Laufen: $414 = 18 \cdot 23$.

$$\text{Albert} = \frac{28^2}{2} + \frac{2}{3}\,\Sigma\Delta - 23\,\Delta = \frac{1}{2}\,E^2$$
$$\text{Otto} \quad = 23^2 \qquad\qquad - 23\,\Delta = 1\,E^2.$$

*) Albert: $17 \cdot 23 + 2 \cdot 28 = (51 - 34)\,23 + (34 + 14 - 46)\,28$
Otto: $18 \cdot 23 = (2 \cdot 23 - 28)\,23$.

Und von der ersten Kindsbewegung aus:

$$\begin{array}{ll} \text{Albert:} & 577 = 19 . 23 + 5 . 28^{*)} \\ \text{Otto:} & 566 = 10 . 23 + 12 . 28. \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{Albert} = \dfrac{28 . 23}{2} + \Sigma\Delta & & = \dfrac{1}{2} E^2 \\ \text{Otto} \quad = 17 . 28 + 23\,\Delta - \Delta^2 & & = \dfrac{2}{3} E^2. \end{array}$$

* * *

Nicht nur die motorischen Fortschritte, sondern auch die der Sprache erfolgen ruckweise. Das Kind ist plötzlich im Besitz einer neuen Artikulation. Es dauert dann tagelang, ehe ein weiterer Fortschritt sich einstellt. Wenn das Kind erst Wörter sprechen lernt, so fällt es auf, daß es „eines schönen Tages“ eine ganze Zahl, vielleicht ein halbes oder ein ganzes Dutzend Wörter beherrscht, von denen tags zuvor noch keine Spur hörbar war. Wir werden später sehen, daß auch im Geiste des Erwachsenen die neuen schöpferischen Vorstellungen ruckweise aufsteigen.

Hier wollen wir für eine andere Betrachtung die Stelle schaffen.

Wie die Entwicklung anfallsweise erscheint, so kommen auch krankhafte Störungen vielfach — wenn man sehr genau beobachtet, immer — plötzlich, anfallsweise. Und daß diese Anfälle sich den Bedingungen der 28 und 23 Tage fügen, hat uns schon ein Beispiel aus der Einführung gelehrt: Nach Körner (Otitische Hirnerkrankungen, II. Aufl., S. 134—136) erkrankte der Patient am:

8. Dezember 1889 Kopfschmerzen **25.**
23. Januar 1890 wieder heftige Kopfschmerzen
2. Februar 1890 Facialislähmung
2. März 1890 Sprachverlust.

$$56 = 2 . 28 \left\{ \begin{array}{l} \left. \begin{array}{ll} \text{8. Dezember} & 1889 \\ \text{23. Januar} & 1890 \end{array} \right\} 46 = 2 . 23 \\ \left. \begin{array}{ll} \text{2. Februar} & 1890 \\ \text{2. März} & 1890 \end{array} \right\} 28. \end{array} \right.$$

Oder ein Beispiel von Flimmermigräne. Der Patient, Herr G. E., hat mir die sämtlichen (vier) Anfälle eines Jahres aufgeschrieben.

Die Daten waren: **26.**

$$\begin{array}{ll|l} \text{24. Juni} & 1903 & J_1 = 74 = 2 . 23 + 28 \\ \text{6. September} & 1903 & J_2 = 115 = 5 . 23 \\ \text{30. Dezember} & 1903 & \\ \text{5. Juni} & 1904 & J_3 = 158 = 4 . 28 + 2 . 23 \end{array}$$

Es ist $J_3 \,|\!=\!|\, 2 . J_1$.

---

*) Albert: $19 . 23 + 5 . 28 = \left(\frac{3}{2} 28 - 23\right) 23 + 5 . 28$

Otto: $10 . 23 + 12 . 28 = 10 . 23 + (17 - 5) 28.$

Der unbehagliche Zustand nach der Flimmermigräne vom 5. Juni dauerte beim Patienten bis zum 8. Juni, wo nach anfänglichem Herzdruck eine Pollution und damit die Erleichterung eintrat.

Es sind aber vom

$$\left.\begin{array}{ll} \text{30. Dezember} & 1903 \\ \text{8. Juni} & 1904 \end{array}\right\} 161 = 7 \,.\, 23 \text{ Tage!}$$

Ich setze noch ein anderes Beispiel aus eigener Beobachtung hierher.

27.

27. Beispiel.

Frau H. erkrankt am 30. August 1896 plötzlich und anfallsweise an Labyrinthtaubheit, die sich am selben Tage wieder verliert und in Anfällen am 30. November und 23. Dezember 1896 wiederkehrt.

$$\begin{array}{ll|l} \text{30. August} & 1896 & 92 = 4 \,.\, 23 \\ \text{30. November} & 1896 & \\ \text{23. Dezember} & 1896 & 23 = 1 \,.\, 23. \end{array}$$

Oder ein weiteres Beispiel, das etwas komplizierter aussieht.

28.

28. Beispiel.

Herr F. K. leidet an Epilepsie:

$$\begin{array}{rlll|l} & \text{geboren} & \text{23. April} & 1853 & 15988 = 571 \,.\, 28 \\ 2 & \text{Anfälle:} & \text{30. Januar} & 1897 & 76 = J_1 \\ & \text{Anfall:} & \text{16. April} & 1897 & 114 = J_2\,^{*)} \\ & \text{Anfall:} & \text{8. August} & 1897 & 46 = J_3 \\ 2 & \text{Anfälle:} & \text{23. September} & 1897 & 92 = J_4 \\ 2 & \text{Anfälle:} & \text{24. Dezember} & 1897 & 77 = J_5 \\ 3 & \text{Anfälle:} & \text{11. März} & 1898 & 80 = J_6 \\ & \text{Anfall:} & \text{30. Mai} & 1898 & \end{array}$$

Hier gehören die Spatien — ganz wie bei den Menses — paarweise zusammen.

$$\begin{aligned} J_1 + J_5 &= \ 76 + 77 = [69 + 7] + [84 - 7] \\ &= 3 \,.\, 23 + 3 \,.\, 28 \\ J_2 + J_6 &= 114 + 80 = [69 + 28 + 17] + [69 + 28 - 17] \\ &= 6 \,.\, 23 + 2 \,.\, 28 \\ J_3 + J_4 &= \ 46 + 92 = 2 \,.\, 23 + 4 \,.\, 23 = 6 \,.\, 23. \end{aligned}$$

Es sind also:

$$J_1 + J_5 = 3\,(28 + 23) \vdash\!\dashv J_3 + J_4 = 6 \,.\, 23.$$

Und $\quad J_2 + J_6 = 6 \,.\, 23 + 2 \,.\, 28$

sind um 2 E mehr.

---

*) J_2 = dem Zahnalter des kleinen K. (Beispiel 21).

Und der erste mir bekannte Anfall ist von der Geburt glatt um

$$
\begin{aligned}
571 \,.\, 28 &= 24 \,.\, 23 \,.\, 28 + 19 \,.\, 28 \\
&= 23 \,.\, 23 \,.\, 28 + \frac{3}{2} \,.\, 28^2 \text{ entfernt.}
\end{aligned}
$$

Ich habe in diesen letzten Beispielen, zu denen eigentlich auch noch die Migränedaten (Fall 4) gehören,*) nur von den Spatien gesprochen und nicht von den Anfallsaltern; teils, weil mir der Geburtstag unbekannt war, andernteils (im Beispiel 28) weil ich nur einen kurzen Ausschnitt mit zufälligem Anfang und Ende geben konnte. Zusammengehörige Anfallsalter werden noch durch ausführliche Analyse untersucht werden. Hier möchte ich die Aufmerksamkeit auf eine alte und viel erörterte Tatsache lenken.

Frühe Beobachtung lehrte, daß mannigfache akute Krankheiten — besonders fiel das bei Fiebern auf — plötzlich ins Rekonvaleszenzstadium treten, „durch kritische Entfieberung". Uralte ärztliche Weisheit fühlte auch, daß eine gewisse Regelmäßigkeit in der Zeit der Entfieberung herrscht, und der Altmeister der Krankenbeobachtung, Hippokrates, hat deshalb die Lehre von den kritischen Tagen aufzustellen versucht. Sie hat sich, häufig entthront, immer wieder die Herrschaft errungen und lebt heute noch, weil die Ärzte dunkel empfinden, daß sie ein Stück Wahrheit birgt. Freilich, mit der hippokratischen These, daß die Entfieberung z. B. bei der Lungenentzündung an den ungeraden Krankheitstagen eintrete, ist die zeitliche Bestimmung weder erschöpft noch völlig richtig gegeben. Wir vermuten und, wie wir bald sehen werden, mit Recht, daß die Krisen, wie der anfallsweise Krankheitsbeginn durch dieselben biologischen Faktoren der 28 und 23 Tage bedingt werden, die alle Lebensvorgänge beherrschen.

Um wenigstens ein Beispiel für Krisen schon hier anzuführen, sei im folgenden eine kurze Leidensgeschichte gegeben, die ich Herrn Dr. Sebastian Levy verdanke.

29. Beispiel. 29.

Frau P. v. St.:

$$
322 = 14 \,.\, 23 \left\{
\begin{array}{lll}
\text{letzte Regel} & \text{3. Jan. } 1899 & \Big\} \; 287 = 23 \,.\, 28 - 7\,(28 + 23) \\
\text{Entbindung} & \text{17. Okt. } 1899 & \Big\} \; 23 \\
\text{Angina und} & \text{9. Nov. } 1899 & \\
\text{akut. Gelenkrheum.} & & \\
\text{Entfieberung} & \text{21. Nov. } 1899 &
\end{array}
\right.
$$

*) In der verdienstvollen Arbeit von Dr. Max Jerusalem: Über die Beziehungen zwischen Menstruation und Erysipel (Wiener Klin. Rundschau 1902, Nr. 46) sind leider die Daten selbst nicht angeführt. Der Autor bestätigt aber die Spatiengröße bei Erysipelrezidiven als Funktionen von 23 und 28 Tagen. Allgemein auf das Periodische bei Krankheitserscheinungen und bei der Entwicklung haben auch andere kluge Ärzte hingewiesen. So neuerdings Dr. Theodor Benda auf S. 55—57 seiner Schrift: Intermittierende Gelenkwassersucht. Berlin 1900.

Hier hat die Erkrankung 23 Tage nach der Entbindung eingesetzt und $14 . 23 = \frac{28 . 23}{2}$ Tage nach der letzten Regel ist die Entfieberung erfolgt. Die Entbindung selbst datiert $23 . 28 - 7 (28 + 23)$ Tage nach der letzten Regel. Zum erstenmal sehen wir hier eine wichtige Parallele zwischen Infektion und Konzeption.

Eine halbe Einheit zweiter Ordnung nach der letzten Regel:

$$23 . 28 - 7 (28 + 23)$$

entbindet der Körper der Mutter den befruchteten und entwickelten Menschenkeim und zu der biologisch gleichen Zeit, ebenfalls nach einer halben Einheit zweiter Ordnung, nach $14 . 23 = 28 . 23 - 7 (23 + 23)$ Tagen, entbindet sie den Krankheitskeim durch die kritische Entfieberung.

Infektion und Konzeption werden durch einen Keim bedingt, der nur zu einer periodischen Zeit die Entwicklungsmöglichkeit vorfindet.

Beide haben dann ein Stadium der Inkubation (Schwangerschaft), bei beiden kommt ein plötzlicher Auslösungsvorgang (Krankheitsbeginn zum Teil mit Schüttelfrost bezw. Wehenanfang), ihm folgt ein Prozeß, der eine gewisse Dauer besitzt (Krankheitsdauer — Entbindung), dann ein plötzliches Ende (Krise, Geburt), an das sich ein Stadium der Rekonvaleszenz (Wochenbett) schließt.

Und beiden ist noch eines gemeinsam. Wenn einmal ein Keim sich entwickelt, so kann mindestens während der Dauer der Entwicklung kein Keim gleicher Art in demselben Organismus wachsen. Es existiert ebensowenig eine Superfötation wie eine Superinfektion. Darauf beruht ja auch die merkwürdige Tatsache der Immunität nach überstandener Infektion. Und wie verschieden auch der Zeitbereich für die Dauer der Immunität ausfallen mag — bei manchen Krankheiten, z. B. Pocken, Cholera, Scharlach, Masern, Syphilis, rechnet man sie gewöhnlich lebenslang, obwohl vereinzelte Ausnahmen existieren, bei anderen, wie: Angina, Diphtherie, Gelenkrheumatismus, Pneumonie, Typhus, ist sie nur kurz, bei letzterem leider manchmal sehr kurz, wie die „Rezidive“ zeigen; vorhanden aber ist sie, das haben Erfahrung und Experiment bewiesen und alle neueren Heilversuche mit Impfung und Serumeinspritzung gehen davon aus, die Bedingungen der natürlichen Immunität zu verstärken und zu verlängern. Andererseits schützt die richtig überstandene Schwangerschaft eine — durch die biologischen Bedingungen sehr verschiedene — Zeitlang gegen neue Konzeption. Man rechnet auch beim Menschen (wo sich die Verhältnisse ja schon sehr verschoben haben) die Zeit der Laktation als konzeptionsimmun, und wenn auch die Ausnahmen davon zahlreich sind, so vermögen sie doch die Regel keineswegs zu überdecken. Bei Tieren ist gewöhnlich die ganze Zeit außer der Brunst konzeptions-immun. — Schließlich ist die Infektionsbreite eingeschränkt, wie es die Konzeptionsbreite ist. Neger und

Weiße können dem Mulatten, Pferd und Esel dem Maulesel, Kanarienvogel und Stieglitz einem Bastard das Leben geben, aber weiter entfernte Arten sind miteinander unfruchtbar. Auch die Infektionsorganismen wachsen nur auf einer beschränkten Zahl von Wirten. Die Syphilis ist eine Krankheit nur des Menschen und Affen, Hühnercholera und Schweinerotlauf sind von den gleichnamigen Erkrankungen des Menschen verschieden und werden nicht auf denselben übertragen; Scharlach und Masern sind wiederum dem Menschen eigentümlich; und wo dieselben Organismen auch aufs Tier unter natürlichen Bedingungen verpflanzt werden, wie z. B. bei den Pocken, da nimmt die Krankheit einen von dem menschlichen Leiden recht verschiedenen Verlauf. Das zeigt ebenfalls, daß die Infektionsbreite dieses Krankheitskeimes mindestens in ihrer Intensität sehr begrenzt ist. Fortschreitende Erfahrung engt die Infektionsbreite der Keime ein. Wird doch neuerdings von Robert Koch die Identität des Rinder- und des Menschentuberkelbazillus entschieden bestritten. Wie dem auch sei: sicher ist, daß es eine Infektionsbreite gibt ebenso wie eine Konzeptionsbreite.

Die Analogie zwischen Konzeption und Infektion (Lebenskeim und Todeskeim, Krankheitskeim) erstreckt sich auf alle wesentlichen Eigenschaften dieser Vorgänge und findet auch in den biologischen Zeiten ihr Widerspiel.

Wir haben schon früher des Zusammenhanges von Mutter und Kind gegedacht. Zu der Zeit, wo ich diese Zeilen niederschreibe, habe ich beobachtet, wie ein Kind die ersten Zeichen des Mumps (Parotitis epidemica) an demselben Abend und wohl zu derselben Stunde bekam, wo bei der Mutter die menstruelle Blutung einsetzte. Beides Vorgänge, die von einem Keim erregt werden.

Und um diese Analogie auch in der umgekehrten Folge zu erweisen, **30.**
führe ich an, daß eine Verwandte von mir, Frau U. M., in der Nacht vom 17./18. Dezember 1896 an Pneumonie erkrankte und daß genau 280 Tage später, am 24. September 1897, die Kindswehen bei ihrer Tochter, Frau E. G., einsetzten. Der Beginn der Infektionskrankheit und der Beginn des Entbindungsvorganges sind hier in klarer periodischer Verbindung durch zwei Generationen hin.

Der eben erwähnte Fall des Ziegenpeters (Parotitis epidemica) soll **31.**
uns noch einen Augenblick weiter beschäftigen. Außer demjenigen Kinde — Conrad Fließ — das am späten Abend des 9. April 1904 befallen wurde, erkrankte sein Bruder Robert Fließ am Abend des 22. März, also $18 = 2 \cdot 23 - 28$ Tage früher an demselben Leiden, das er in einer Schulepidemie erworben hatte.

Es waren alt am Tage der Erkrankung:

$$\left.\begin{array}{r} \text{Robert Fließ geboren 29. Dezember 1895} \\ \text{Mumps 22. März} \quad 1904 \end{array}\right\} 3005$$

$$\left.\begin{array}{r} \text{Conrad Fließ geboren 29. Dezember 1899} \\ \text{Mumps 9. April} \quad 1904 \end{array}\right\} 1562$$

$$\begin{aligned}\text{Robert: } 3005 &= 130 \cdot 23 + 15\\ &= 127 \cdot 23 + 3 \cdot 28\\ &= (7 \cdot 28 - 3 \cdot 23)\,23 + (5 \cdot 23 - 4 \cdot 28)\,28\\ &= 12 \cdot 28 \cdot 23 - 3 \cdot 23^2 - 4 \cdot 28^2\\ &= 23^2 + 4 \cdot 28 \cdot 23 + 8 \cdot 28 \cdot 23 - 4 \cdot 23^2 - 4 \cdot 28^2\\ &= 23^2 + 4 \cdot 28 \cdot 23 - 4\,\Delta^2.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Conrad: } 1562 &= 67 \cdot 23 + 21\\ &= 46 \cdot 23 + 18 \cdot 28\\ &= 2 \cdot 23^2 + 2 \cdot 23 \cdot 28 - 28^2\\ &= 3 \cdot 23^2 + \boxed{\begin{array}{r}2 \cdot 23 \cdot 28\\ -28^2 - 23^2\end{array}}\\ &= 3 \cdot 23^2 - \Delta^2.\end{aligned}$$

Also Robert alt:

$$\mathbf{23^2 + 4 \cdot 28 \cdot 23 - 4\,\Delta^2}.$$

Conrad:

$$\mathbf{3 \cdot 23^2} \qquad\qquad - \Delta^2.$$

Robert 5 E^2.
Conrad 3 E^2.

Und ein weiteres Beispiel von zwei Geschwistern wird uns das analoge lehren:

32. 32. Beispiel.

Albert Siber geboren 1. August 1896, Masernbeginn 8. März 1901 (mit Erbrechen) — $1679 = 73 \cdot 23$

Otto Siber geboren 1. Oktober 1898, Masernbeginn 18. März 1901*) — $898 = 39 \cdot 23 + 1.$

Es waren alt beim Masernbeginn

$$\begin{aligned}\text{Albert: } 73 \cdot 23 &= (56 + 17)\,23\\ &= 17 \cdot 23 + 2 \cdot 28 \cdot 23\\ \text{Otto: } 39 \cdot 23 + 1 &= 22 \cdot 23 + 14 \cdot 28\\ &= 17 \cdot 23 + \frac{28^2}{2} + \boxed{\begin{array}{r}28 \cdot 23\\ -23^2\end{array}}\end{aligned}$$

Noch einmal:

$$\text{Albert: } 17 \cdot 23 + 2 \cdot 28 \cdot 23 + \boxed{\begin{array}{r}28 \cdot 23\\ -23 \cdot 28\end{array}}$$

$$\text{Otto: } 17 \cdot 23 + \frac{28^2}{2} + \boxed{\begin{array}{r}28 \cdot 23\\ -23^2\end{array}}$$

*) Zur selben Stunde, wo das Kind unruhig wurde, bekam die Mutter ihre Menses.

Oder anders geschrieben:

$$\text{Albert: } \frac{\Sigma}{3}\,\mathbf{23 + 23^2 + 28 \,.\, 23 + 23\,\Delta}$$

$$\text{Otto: } \frac{\Sigma}{3}\,\mathbf{23} \qquad + \frac{\mathbf{28^2}}{\mathbf{2}} \quad \mathbf{+ 23\,\Delta.}$$

Otto ist also $\frac{3}{2}\,E^2$ jünger beim Masernbeginn als Albert.

Beide Knaben haben aber noch je eine Pneumonie und einen Scharlach durchmachen müssen.

$$\left.\begin{array}{ll}\text{Albert geboren} & \text{1. August 1896}\\ \text{Pneumoniebeginn} & \text{22. Juni \quad 1899}\end{array}\right\}\ 1055 = 45 \,.\, 23 + 20$$

$$\left.\begin{array}{ll}\text{Otto geboren} & \text{1. Oktober 1898}\\ \text{Pneumonie nach Masern} & \text{26. März \quad 1901}\end{array}\right\}\ 906 = 39 \cdot 23 + 9.$$

$$\begin{aligned}\text{Albert: } 1055 &= 45 \,.\, 23 + 20 = 41 \,.\, 23 + 4 \,.\, 28\\ &= (69 - 28)\, 23 + (46 - 42)\, 28\\ &= 3 \,.\, 23^2 + 2 \,.\, 23 \,.\, 28 - 28 \,.\, 23 - \frac{3}{2}\, 28^2\\ &= \frac{28^2}{2} + 23^2 + 28 \,.\, 23 + \boxed{\begin{array}{r} 2 \,.\, 23^2\\ -\,2 \,.\, 28^2\end{array}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Otto: } \quad 906 &= 39 \,.\, 23 + 9 = 26 \,.\, 23 + 11 \,.\, 28\\ &= (23 + 17 - 14)\, 23 + (34 - 23)\, 28\\ &= 23^2 + 17 \,.\, 23 + 34 \,.\, 28 - 14 \,.\, 23 - 23 \,.\, 28\\ &= \frac{28 \,.\, 23}{2} + 23^2 + \boxed{\begin{array}{c} 17 \,.\, 23 + 34 \,.\, 28\\ -\,2 \,.\, 23 \,.\, 28\end{array}}\end{aligned}$$

Noch einmal:

$$\text{Albert: } \qquad \frac{28^2}{2} + 23^2 + 28 \,.\, 23 + \boxed{\begin{array}{r} 2 \,.\, 23^2\\ -\,2 \,.\, 28^2\end{array}}$$

$$\text{Otto: } \quad \frac{28 \,.\, 23}{2} + 23^2 \qquad\qquad + \boxed{\begin{array}{c} 17 \,.\, 23 + 34 \,.\, 28\\ -\,2 \,.\, 23 \,.\, 28\end{array}}$$

Albert ist demnach beim Pneumoniebeginn 1 E^2 älter als Otto.

Und beim Scharlach:

$$\left.\begin{array}{lll}\text{Albert} & \text{geboren} & \text{1. August \quad 1896}\\ & \text{Scharlachbeginn} & \text{13. Oktober 1903}\end{array}\right\}\ 2628 = 114 \,.\, 23 + \ 6$$

$$\left.\begin{array}{lll}\text{Otto} & \text{geboren} & \text{1. Oktober 1898}\\ & \text{Scharlachbeginn} & \text{14. Oktober 1903}\end{array}\right\}\ 1838 = \ \ 79 \,.\, 23 + 21$$

$$\begin{aligned}\text{Albert: } 2628 &= 114 \,.\, 23 + 6 = 96 \,.\, 23 + 15 \,.\, 28\\ &= (56 + 23 + 17)\, 23 + (3 \,.\, 28 - 3 \,.\, 23)\, 28\\ &= 2 \,.\, 28 \,.\, 23 + 23^2 + 17 \,.\, 23 + 3 \,.\, 28^2 - 3 \,.\, 23 \,.\, 28\\ &= 17 \cdot 23 + 3 \,.\, 28^2 + \boxed{\begin{array}{r} 23^2\\ -\,28 \,.\, 23\end{array}}\end{aligned}$$

$$\text{Otto:}\quad 1838 = 79 \,.\, 23 + 21 = 58 \,.\, 23 + 18 \,.\, 28$$
$$= (69 - 28 + 17)\, 23 + (46 - 28)\, 28$$
$$= 69 \,.\, 23 - 28 \,.\, 23 + 17 \,.\, 23 + 2 \,.\, 23 \,.\, 28 - 28^2$$
$$= 17 \,.\, 23 + 3 \,.\, 23^2 + \boxed{\begin{matrix} 23 \,.\, 28 \\ -\,28^2 \end{matrix}}$$

Noch einmal: Beim Scharlachbeginn waren alt:

$$\text{Albert:}\ 17 \,.\, 23 + 3 \,.\, 28^2 + \boxed{\begin{matrix} 23^2 \\ -\,28 \,.\, 23 \end{matrix}}$$

$$\text{Otto:}\quad 17 \,.\, 23 + 3 \,.\, 23^2 + \boxed{\begin{matrix} 23 \,.\, 28 \\ -\,28^2 \end{matrix}}$$

oder

$$\textbf{Albert:}\ \mathbf{17 \,.\, 23 + 3 \,.\, 28^2 - 23\,\Delta}$$
$$\textbf{Otto:}\quad \mathbf{17 \,.\, 23 + 3 \,.\, 23^2 - 28\,\Delta.}$$

Der eine Tag Unterschied im Scharlachbeginn (Albert am 13., Otto am 14. Oktober 1903) war also deshalb notwendig, weil das biologische Alter der beiden Brüder das gleiche sein mußte!

Mit der Betrachtung der Anfälle sind wir in ein neues Stadium der Untersuchung getreten. Hatten wir früher nur nach dem Bau der Spatien gefragt (bei den Menses, bei den Geburtsabständen), so fragen wir jetzt auch nach dem Lebensalter zur Zeit des Anfalls.

Veranlaßt dazu wurden wir durch die merkwürdige Wahrnehmung im Falle K. (Fall 21):

Kind Wolfgang	geboren	21. August	1900	
				$448 = 16 \,.\, 28$
	läuft	12. November	1901	
				$23 + 14$
	Pneumonie	19. Dezember	1901	
				23
	Tod	11. Januar	1902	

Hier gab das A l t e r d e r K i n d e s eine Erklärung dafür ab, warum das erste Spatium **16** . 28 und die Summe der beiden folgenden $2 \,.\, 23 + \frac{28}{2}$ beträgt.

Wolfgang war alt

$$\text{beim Laufen:}\ 34 \,.\, 28 + \boxed{\begin{matrix} 28^2 \\ -\,2 \,.\, 23 \,.\, 28 \end{matrix}}$$

$$\text{beim Tod:}\quad 34 \,.\, 23 + \boxed{\begin{matrix} 28^2 \\ -\,2 \,.\, 23^2 \end{matrix}}$$

Oder:

durch Addition von $28^2 + 23 \,.\, 28 - 51 \,.\, 28 = 0$

beim Laufen:

$$28^2 - 17 \,.\, 28 + 28\,\Delta$$

und beim Tod:

durch Addition von $23^2 + 28 \,.\, 23 - 51 \,.\, 23 = 0$:

$$28^2 - 17 \,.\, 23 + 23\,\Delta$$

Das biologische Alter war eben bei den beiden Stadien: Laufen und Tod das gleiche.

Und wenn wir die Laufzeiten von Geschwistern verglichen, so gab uns auch erst das Alter den vollen Aufschluß. Z. B. lief im Falle Rie (Beispiel 23)

	Norbert:	$10 \cdot \mathbf{23} + 7 \cdot 28$ Tage alt,
Schwester	Margarete:	$10 \cdot \mathbf{28} + 7 \cdot 28$ Tage alt.
d. h.	Norbert:	$17 \cdot 28 - 2\,\Delta^2$
	Margarete:	$17 \cdot 28$.

Auch hier begannen die beiden Geschwister im biologisch gleichen Alter zu laufen.

Und um auf ein Beispiel von Infektionskrankheiten zweier Geschwister noch einmal hinzuweisen, so waren im Falle Siber (Beispiel 32), wo der jüngere Bruder um einen Tag später am Scharlach erkrankte als der ältere, beide Brüder beim Krankheitsbeginn biologisch gleich alt.

$$\text{Albert: } 17 \cdot 23 + 3 \cdot \mathbf{28}^2 - \mathbf{23}\,\Delta$$
$$\text{Otto: } 17 \cdot 23 + 3 \cdot \mathbf{23}^2 - \mathbf{28}\,\Delta.$$

Es scheint also im Anfallsalter ein fester Punkt gewonnen zu sein, von dem aus man die biologischen Zeiten besser messen kann.

Wir wollen daher weitere Anfallsalter untersuchen, und zwar wählen wir hierzu solche Beispiele, in denen die Anfälle durch innere Veränderungen hervorgebracht sind, also durch Faktoren, die von der Organisation selbst und nicht von äußeren Ursachen (Keimen) abhängen. Das trifft für Schlaganfälle und ihre Vorläufer zu.

V.

Wir betrachten zunächst ein Beispiel, das aus meiner eigenen Beobachtung stammt und in welchem fünf Schlaganfälle dem Ende des Lebens vorhergegangen sind.

33. Beispiel. **33.**

Herr Egli	geboren	7.	November	1832
Erster	Schlaganfall	30.	Juni	1894
Zweiter	„	29.	Oktober	1896
Dritter	„	11.	April	1897
Vierter	„	3.	Februar	1898
Fünfter	„	25.	März	1898
Tod		28.	März	1898

Ehe wir auf die Lebensalter bei den einzelnen Anfällen direkt eingehen, wollen wir in gewohnter Weise die Spatien bestimmen.

Die Spatien betragen:

$$\begin{array}{rlr|l}
30. & \text{Juni} & 1894 & \\
 & & & 852 = J_1 \\
29. & \text{Oktober} & 1896 & \\
 & & & 164 = J_2 \\
11. & \text{April} & 1897 & \\
 & & & 298 = J_3 \\
3. & \text{Februar} & 1898 & \\
 & & & 50 = J_4 \\
25. & \text{März} & 1898 & \\
 & & & 3 = J_5 \\
28. & \text{März} & 1898 &
\end{array}$$

$$\begin{aligned}
J_1 = 852 &= 37 \,.\, 23 + 1 = 20 \,.\, 23 + 14 \,.\, 28 \\
&= 34 \,.\, 23 + 14 \,.\, 28 - 14 \,.\, 23 \\
&= 34 \,.\, 23 + \boxed{\begin{array}{c} 14 \,.\, 28 + 14 \,.\, 23 \\ - 23 \,.\, 28 \end{array}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
J_2 = 164 &= 7 \,.\, 23 + 3 = 19 \,.\, 28 - 16 \,.\, 23 \\
&= 19 \,.\, 28 + 17 \,.\, 23 - 33 \,.\, 23 \\
&= 17 \,.\, 23 + 14 \,.\, 28 - 28 \,.\, 23 + \left.\begin{array}{r} 5 \,.\, 28 \\ - 5 \,.\, 23 \end{array}\right\} \\
&= 17 \,.\, 23 + 14 \,.\, 28 - 28 \,.\, 23 + \boxed{\begin{array}{c} 28^2 + 23^2 \\ - 2 \,.\, 28 \,.\, 23 \end{array}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
J_3 = 298 &= 2 \,.\, 23 + 9 \,.\, 28 \\
&= 34 \,.\, 23 - 32 \,.\, 23 + 23 \,.\, 28 - 14 \,.\, 28 \\
&= 34 \,.\, 23 + 14 \,.\, 23 + 23 \,.\, 28 - 14 \,.\, 28 - 2 \,.\, 23^2 \\
&= 34 \,.\, 23 + 14 \,.\, 23 + 14 \,.\, 28 + 23 \,.\, 28 - 2 \,.\, 23^2 - 28^2 \\
&= 34 \,.\, 23 + 14 \,.\, 23 + 14 \,.\, 28 - 23 \,.\, 28 - 23^2 + \boxed{\begin{array}{c} 2 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ - 23^2 - 28^2 \end{array}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
J_4 = 50 &= 2 \,.\, 5^2 = 2\,\Delta^2 \\
J_5 = 3 &= 19 \,.\, 28 - 23^2 = 34 \,.\, 28 - 15 \,.\, 28 - 23^2 \\
&= 34 \,.\, 28 - 23^2 + \boxed{\begin{array}{c} 3 \,.\, 23 \,.\, 28 \\ - 3 \,.\, 28^2 \end{array}} \\
&= 34 \,.\, 28 + 28 \,.\, 23 - 2 \,.\, 28^2 + \boxed{\begin{array}{c} 2 \,.\, 23 \,.\, 28 \\ - 28^2 - 23^2 \end{array}}
\end{aligned}$$

Oder zusammengestellt und geordnet:

$$\begin{aligned}
J_1 &= \left.\begin{array}{l} \,17 \,.\, 23 + 14 \,.\, 23 - 28 \,.\, 23 \\ + 17 \,.\, 23 + 14 \,.\, 28 \end{array}\right\} \\
J_2 &= \,17 \,.\, 23 + 14 \,.\, 28 - 28 \,.\, 23 + \Delta^2 \\
J_3 &= \left.\begin{array}{l} \,17 \,.\, 23 + 14 \,.\, 28 - 28 \,.\, 23 - \Delta^2 \\ + 17 \,.\, 23 + 14 \,.\, 23 - 23^2 \end{array}\right\} \\
J_4 &= \,2\,\Delta^2 \\
J_5 &= \left.\begin{array}{l} \,17 \,.\, 28 + 14 \,.\, 23 - 28^2 - \Delta^2 \\ + 17 \,.\, 28 + 14 \,.\, 23 - 28^2. \end{array}\right\}
\end{aligned}$$

Wenn wir von $\pm\Delta^2$, das ja nur die typische äquivalente Bindung ist, absehen, so stellen sich die Spatien J_3 und J_5, die trotz ihrer ziffermäßig sehr verschiedenen Werte ($J_3 = 298$, $J_5 = 3$ Tage) biologisch gleich sind, als die — biologischen — Verdoppelungen von J_2 dar.

$$J_2 = \quad 17 \,.\, 23 + 14 \,.\, 28 - 28 \,.\, 23 + \Delta^2$$

$$J_3 = \left.\begin{array}{l} 17 \,.\, 23 + 14 \,.\, 28 - 23^2 - \Delta^2 \\ +17 \,.\, 23 + 14 \,.\, 23 - 28 \,.\, 23 \end{array}\right\}$$

$$J_5 = \left.\begin{array}{l} 17 \,.\, 28 + 14 \,.\, 23 - 28^2 - \Delta^2 \\ +17 \,.\, 28 + 14 \,.\, 23 - 28^2 \end{array}\right\}$$

Und J_1 ist einfach $= J_3 + 23^2 + \Delta^2$.

Gewiß durchsichtige Verhältnisse. Der Abstand hat die typische Form:

$$17 \,.\, 23 + 14 \,.\, 28 - 28 \,.\, 23,$$

die einfach oder biologisch verdoppelt oder auch um 23^2 vermehrt auftreten kann.

Ein Abstand aber, nämlich J_4, ist seinem biologischen Werte nach Null. Denn er beträgt $2\,\Delta^2$. Das weist darauf hin, daß, als der fünfte Schlaganfall eintrat, zu dem Lebensalter des vierten nichts hinzugefügt war, sondern daß in ihm nur eine äquivalente biologische Vertauschung platzgegriffen hat.

$$J_4 = \boxed{\begin{array}{c} 2 \,.\, 23^2 + 2 \,.\, 28^2 \\ - 4 \,.\, 28 \,.\, 23 \end{array}}$$

Es sind für

$$4 \,.\, 28 \,.\, 23 = 2 \,.\, 28 \,.\, 23 + 2 \,.\, 23 \,.\, 28$$

im Lebensalter des vierten Anfalls eingetreten:

$$2 \,.\, 23^2 + 2 \,.\, 28^2.$$

Und bei diesem neuen Lebensalter, das dem vierten biologisch gleich ist, kam der fünfte Schlaganfall.

Es weist also das Spatium J_4 direkt auf die Betrachtung der Anfallsalter selbst hin, zu der wir jetzt übergehen wollen. Bald werden wir erkennen, auf ein wie fruchtbares Gebiet uns dieser neue Weg führt.

Herr Egli war alt bei

$$\begin{array}{rl} \text{I}: & 22515 = 27 \,.\, 23^2 + 22 \,.\, 28^2 - 14 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ \text{II}: & 23367 = 23 \,.\, 23^2 + 11 \,.\, 28^2 + 4 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ \text{III}: & 23531 = 15 \,.\, 23^2 + 1 \,.\, 28^2 + 23 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ \text{IV}: & 23829 = 9 \,.\, 23^2 + 12 \,.\, 28^2 + 15 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ \text{V}: & 23879 = 11 \,.\, 23^2 + 14 \,.\, 28^2 + 11 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ \dagger: & 23882 = 10 \,.\, 23^2 + 4 \,.\, 28^2 + 24 \,.\, 28 \,.\, 23. \end{array}$$

Wenn wir die Summe $\mathrm{I} + \mathrm{II} + \mathrm{III} + \mathrm{IV} = S_{\mathrm{I}}^{\mathrm{IV}}$ bilden, so lautet sie:

$$74 \,.\, 23^2 + 46 \,.\, 28^2 + 28 \,.\, 28 \,.\, 23.$$

Und da $74 = 46 + 28$, so heißt

$$\boldsymbol{S_{\mathrm{I}}^{\mathrm{IV}} = 2 \,.\, 23^3 + 28 \,.\, 23^2 + 3 \,.\, 23 \,.\, 28^2};$$

wie wir sehen, sind sechs Einheiten dritter Dimension auf vier Anfallsalter verteilt. Es kämen auf zwei Anfallsalter im Durchschnitt $3\,E^3$. Im Durchschnitt nur? Nein, auch in der Wirklichkeit. Denn es ist

$$\begin{aligned} \mathrm{I} + \mathrm{III} &= 42 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2 + 9 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ \text{und } \mathrm{II} + \mathrm{IV} &= 32 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2 + 19 \,.\, 28 \,.\, 23, \end{aligned}$$

$$\text{d. h. } \mathrm{I} + \mathrm{III} + \boxed{\begin{matrix} 10 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ -\,10 \,.\, 23^2 \end{matrix}} = \mathrm{II} + \mathrm{IV}.$$

Oder, weil:

$$10\,(28 \,.\, 23 - 23^2) = 10 \,.\, 23\,\Delta = 2\,\Delta \,.\, 23\,\Delta = 2 \,.\, 23\,\Delta^2,$$

$$\text{so ist } \boldsymbol{\mathrm{I} + \mathrm{III} + 2 \,.\, 23\,\Delta^2 = \mathrm{II} + \mathrm{IV}},$$

$$\text{d. h. } \mathrm{I} + \mathrm{III} \mid\!=\!\mid \mathrm{II} + \mathrm{IV}.$$

$$\begin{aligned} \text{Und da } \mathrm{I} + \mathrm{II} + \mathrm{III} + \mathrm{IV} &= 6\,E^3, \\ \text{so muß } \mathrm{I} + \mathrm{III} &= 3\,E^3 \\ \text{und } \mathrm{II} + \mathrm{IV} &= 3\,E^3 \text{ sein.} \end{aligned}$$

Es entfallen also auf jedes der beiden Summenpaare die Hälfte von $6\,E^3$, d. h. $3\,E^3$.

Wie steht es aber mit der Summe der letzten beiden Anfallsalter $\mathrm{V} + \mathrm{Tod}$? Sie lautet:

$$21 \,.\, 23^2 + 18 \,.\, 28^2 + 35 \,.\, 28 \,.\, 23.$$

Schon die Summe der Koeffizienten

$$21 + 35 + 18 = 56 + 18 = 74 = 2 \,.\, 23 + 28$$

zeigt, daß in der Summe $\mathrm{V} + \mathrm{Tod}$ ebenfalls drei Einheiten dritter Dimension enthalten sein müssen. Wir haben auf den ersten Blick die wichtige Bemerkung machen können, daß die Summe von je zwei Anfallsaltern hier drei Einheiten dritter Dimension ($3\,E^3$) enthält.

Im einzelnen ist:

$$\begin{aligned} \mathrm{I} + \mathrm{III} &= 42 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2 + 9 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ &= (56 - 14)\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2 + (23 - 14)\, 28 \,.\, 23 \\ &= \frac{3}{2}\, 28 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2 + 28 \,.\, 23^2 - \frac{23 \,.\, 28^2}{2} \\ &= \frac{5}{2}\, 28 \,.\, 23^2 + \frac{23 \,.\, 28^2}{2} \\ &= \boldsymbol{2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + \frac{\Sigma}{2}\, 28 \,.\, 23}. \end{aligned}$$

Und $\mathrm{II} + \mathrm{IV} = 32 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2 + 19 \,.\, 28 \,.\, 23$

$$= (46 - 14)\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2 + (42 - 23)\, 28 \,.\, 23$$

$$= 2 \,.\, 23^3 + \frac{28 \,.\, 23^2}{2} + 23 \,.\, 28^2 + \frac{3}{2}\, 23 \,.\, 28^2 - 28 \,.\, 23^2$$

$$= 2 \,.\, 23^3 + 23 \,.\, 28^2 + \frac{3}{2}\, 23 \,.\, 28^2 - \frac{3}{2}\, 28 \,.\, 23^2$$

$$= 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + \frac{23 \,.\, 28^2 + 28 \,.\, 23^2}{2} + \boxed{\begin{matrix} 2 \,.\, 23^3 + 2 \,.\, 23 \,.\, 28^2 \\ - 4 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \end{matrix}}$$

$$= 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + \frac{23 \,.\, 28^2 + 28 \,.\, 23^2}{2} + 2 \,.\, 23\, \Delta^2.$$

Also $\mathbf{I} + \mathbf{III} = \dfrac{\Sigma}{2}\, \mathbf{28 \,.\, 23} + \mathbf{2 \,.\, 28 \,.\, 23^2}$

$$\mathbf{II} + \mathbf{IV} = \frac{\Sigma}{2}\, \mathbf{28 \,.\, 23} + \mathbf{2 \,.\, 28 \,.\, 23^2} + \mathbf{2 \,.\, 23\, \Delta^2}.$$

Demnach $(\mathrm{II} + \mathrm{IV}) - (\mathrm{I} + \mathrm{III}) = 2 \,.\, 23\, \Delta^2$.

Die beiden Summenpaare unterscheiden sich in der Tat um $2 \,.\, 23\, \Delta^2$.

Das dritte und letzte Summenpaar V und Tod lautete:

$$21 \,.\, 23^2 + 18 \,.\, 28^2 + 35 \,.\, 28 \,.\, 23.$$

Entwickelt:

$$(28 + 10 - 17)\, 23^2 + (28 - 10)\, 28^2 + (28 - 10 + 17)\, 28 \,.\, 23$$

$$= 3 \,.\, 28 \,.\, 23^2 - 2 \,.\, 23^3 + 2 \,.\, 23 \,.\, 28^2 - 28^3 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 - 23 \,.\, 28^2 + \\ + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ - 17 \,.\, 23^2 \end{matrix}}$$

$$= \boxed{\begin{matrix} 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \\ - 23 \,.\, 28^2 - 23^3 \end{matrix}} + \boxed{\begin{matrix} 28 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2 \\ - 23^3 \quad - 28^3 \end{matrix}} + 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2 + \\ + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ - 17 \,.\, 23^2 \end{matrix}}$$

$$= - 23\, \Delta^2 - \Sigma\, \Delta^2 + \Sigma\, 28 \,.\, 23 + 23 \,.\, 28 \,.\, 23 + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ - 17 \,.\, 23^2 \end{matrix}}$$

$$= \Sigma\, (28 \,.\, 23 - \Delta^2) + 23\, (28 \,.\, 23 - \Delta^2) + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ - 17 \,.\, 23^2 \end{matrix}}$$

$$= (\Sigma + 23)\, (28 \,.\, 23 - \Delta^2) + \frac{\Sigma}{3}\, 23\, \Delta$$

$$= 3\, E^3.$$

Alle drei Anfallspaare haben den Wert von je $3\, E^3$.

Es war $\mathrm{I} + \mathrm{III} = 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + \dfrac{\Sigma}{2}\, 28 \,.\, 23$

$$= \left(\frac{\Sigma}{2} + 2 \,.\, 23\right) 28 \,.\, 23$$

$$\mathrm{II} + \mathrm{IV} = 23 \,.\, 28^2 + \frac{\Sigma\, 28 \,.\, 23}{2} + 23^3 + 23\, \Delta^2$$

$$= \left(\frac{\Sigma}{2} + 28\right) 28 \,.\, 23 + 23\, (23^2 + \Delta^2)$$

$$\text{V und Tod} = \Sigma\,(28.23 - \Delta^2) + 23\,(28.23 - \Delta^2) + \boxed{\begin{array}{r}17.28.23\\ -17.23^2\end{array}}$$

$$= (\Sigma + 23)\,(28.23 - \Delta^2) + \frac{\Sigma}{3}\,23\,\Delta.$$

Oder noch einmal übersichtlich und nach den Analogien zusammengestellt:

$$S_1 \quad \mathrm{I} + \mathrm{III} = \quad \Sigma\,.\,\frac{28.23}{2} + 2.28.23^2$$

$$S_2 \quad \mathrm{II} + \mathrm{IV} = \quad \Sigma\,.\,\frac{28.23}{2} + 2.28.23^2 + 2.23\,\Delta^2$$

$$S_3 \quad \mathrm{V} + \mathrm{VI} = 2.23\,.\,\frac{28.23}{2} + \Sigma.28.23 - \Sigma\Delta^2 - 23\,\Delta^2 + \boxed{\begin{array}{r}17.28.23\\ -17.23^2\end{array}}$$

oder etwas anders ausgedrückt:

$$S_1 = \mathrm{I} + \mathrm{III} = 2.23\,(28.23) \qquad + \Sigma\,\frac{28.23}{2}$$

$$S_2 = \mathrm{II} + \mathrm{IV} = 2.23\,(28.23 + \Delta^2) + \Sigma\,\frac{28.23}{2}$$

$$S_3 = \mathrm{V} + \mathrm{VI} = 2.23\,(28.23 - \Delta^2) + 28\,(28.23 - \Delta^2) + \frac{\Sigma}{3}\,23\,\Delta.$$

Nach diesen Darlegungen kann kein Zweifel darüber bestehen, daß die Summe je zweier Anfallsalter gleich dreien Einheiten dritter Dimension ist. Wie aber sind die einzelnen Anfallsalter selbst gebaut?

Es hieß in dem ersten Summenpaar:

$$\mathrm{I} = 27\,.\,23^2 + 22\,.\,28^2 - 14\,.\,28\,.\,23$$
$$\mathrm{III} = 15\,.\,23^2 + \ 1\,.\,28^2 + 23\,.\,28\,.\,23.$$

Man kann auch schreiben:

$$\mathrm{I} = 28\,.\,23^2 + 23\,.\,28^2 + 14\,.\,28\,.\,23 - 28\,.\,28\,.\,23 - (23^2 + 28^2)$$

oder $\mathrm{I} = 28\,.\,23^2 + \dfrac{23\,.\,28^2}{2} - (23^2 + 28^2)$

und $\mathrm{III} = 14\,.\,23^2 + 28\,.\,23^2 + (23^2 + 28^2)$

oder $\mathrm{III} = 28\,.\,23^2 + \dfrac{28\,.\,23^2}{2} + (23^2 + 28^2).$

Zusammengestellt:

$$\mathrm{I} = 28\,.\,23^2 + \frac{23\,.\,28^2}{2} - (23^2 + 28^2)$$

$$\mathrm{III} = 28\,.\,23^2 + \frac{28\,.\,23^2}{2} + (23^2 + 28^2).$$

Man sieht hier unmittelbar und auf eine sehr faßliche Weise, wie die Summe $3\,E^3$ zu stande kommt. Aber um tiefer in die Struktur der einzelnen Anfallsalter einzudringen, werden wir noch eine andere Zerlegung versuchen müssen. Denn hier sind s c h e i n b a r Größen verschiedener Dimension miteinander in eine Summe gebracht, was nicht angeht. Freilich nur scheinbar. Denn der Faktor ± 1, mit dem $(23^2 + 28^2)$ zu multiplizieren ist, kann selber in eine Funktion von 23^1 und 28^1 aufgelöst werden, z. B. $1 = 34 + 23 - 56$. Unser bereits geübter Blick läßt uns aber direkter vorgehen und

$$\mathrm{I} = 27 \,.\, 23^2 + 22 \,.\, 28^2 - 14 \,.\, 28 \,.\, 23$$

zerlegen in:

$$\begin{aligned} \mathrm{I} &= (42 - 15)\, 23^2 + (17 + 5)\, 28^2 - 14 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ &= \frac{3}{2} 28 \,.\, 23^2 + 3 \,.\, 23^3 - 3 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + 17 \,.\, 28^2 + 28^3 - 23 \,.\, 28^2 - \frac{23 \,.\, 28^2}{2} \\ &= 3 \,.\, 23^3 - \frac{3}{2} (28 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2) + 28^3 + 17 \,.\, 28^2 \end{aligned}$$

oder: $$3 \,.\, 23^3 - \frac{3}{2} \Sigma 28 \,.\, 23 + 28^3 + 17 \,.\, 28^2$$

d. h. auch: $$\boxed{\begin{array}{c} 23^3 + 28^3 \\ - 28 \,.\, 23^2 - 23 \,.\, 28^2 \end{array}} + 2 \,.\, 23^3 - \frac{\Sigma}{2} 28 \,.\, 23 + 17 \,.\, 28^2$$

$$= \Sigma \Delta^2 + 2 \,.\, 23^3 - \frac{\Sigma}{2} 28 \,.\, 23 + 17 \,.\, 28^2 \text{ *)}$$

$$\begin{aligned} \mathrm{III} &= 15 \,.\, 23^2 + 1 \,.\, 28^2 + 23 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ &= 3\,(28 - 23)\, 23^2 + (2 \,.\, 23 - 28 - 17)\, 28^2 + 28 \,.\, 23^2 \\ &= 3 \,.\, 28 \,.\, 23^2 - 3 \,.\, 23^3 + 2 \,.\, 23 \,.\, 28^2 - 28^3 - 17 \,.\, 28^2 + 28 \,.\, 23^2 \\ &= 28 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2 + \boxed{\begin{array}{c} 23 \,.\, 28^2 + 28 \,.\, 23^2 \\ - 23^3 - 28^3 \end{array}} - 17 \,.\, 28^2 + \\ &\qquad + \boxed{\begin{array}{l} 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \\ - 2 \,.\, 23^3 \end{array}} \\ &= \Sigma \,.\, 28 \,.\, 23 - \Sigma \Delta^2 - 17 \,.\, 28^2 + 2 \Delta 23^2. \end{aligned}$$

Also $$\mathrm{I} = 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 - \frac{\Sigma}{2} 28 \,.\, 23 + \frac{\Sigma}{3} 28^2 + \Sigma \Delta^2 - 2 \,.\, 23^2 \Delta$$

$$\mathrm{III} = \qquad + \Sigma 28 \,.\, 23 - \frac{\Sigma}{3} 28^2 - \Sigma \Delta^2 + 2 \,.\, 23^2 \Delta$$

$$\mathrm{I} + \mathrm{III} = 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + \frac{\Sigma}{2} 28 \,.\, 23.$$

---

*) Setzt man $2 \,.\, 23^3 = \left. \begin{array}{l} 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + 2 \,.\, 23^3 \\ \qquad - 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \end{array} \right\} = 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 - 2 \Delta 23^2$,

so lautet $\mathrm{I} = 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 - \frac{\Sigma}{2} 28 \,.\, 23 + \frac{\Sigma}{3} 28^2 - 2 \,.\, 23 \Delta^2 + \Sigma \Delta^2$.

Solche Umsetzungen sind nicht bloß ein arithmetischer Kunstgriff, sondern sie haben einen bestimmten biologischen Sinn. Denn $28 \,.\, 23^2$ kann sein 28×23^2 oder auch $23 \times 28 \,.\, 23$. Im ersteren Falle ist die zweite Dimension der männlichen Einheit 28mal gesetzt. Im anderen ist die zweite Dimension doppelgeschlechtigen Charakters 23mal in der neuen Form dritter Ordnung aufgebaut.

Man kann in I für

$$2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 - \frac{28 \,.\, 23^2}{2} - \frac{23 \,.\, 28^2}{2} = 28 \,.\, 23^2 + \boxed{\begin{array}{c} \dfrac{28 \,.\, 23^2}{2} \\ -\dfrac{23 \,.\, 28^2}{2} \end{array}}$$

$$= 28 \,.\, 23^2 - \Delta \frac{28 \,.\, 23}{2}$$

setzen.

Und in III für

$$\Sigma 28 \,.\, 23 = \frac{3}{2} 28 \,.\, 23^2 + \frac{23 \,.\, 28^2}{2} + \boxed{\begin{array}{c} \dfrac{23 \,.\, 28^2}{2} \\ -\dfrac{28 \,.\, 23^2}{2} \end{array}}$$

$$= \frac{3}{2} 28 \,.\, 23^2 + \frac{23 \,.\, 28^2}{2} + \Delta \frac{28 \,.\, 23}{2}.$$

Dann lautet das Summenpaar

$$\begin{array}{rl} \mathrm{I} = & \dfrac{\Sigma}{3} 28^2 + 28 \,.\, 23^2 \qquad\qquad - \Delta \dfrac{28 \,.\, 23}{2} + \Sigma \Delta^2 - 2 \,.\, 23^2 \Delta \\ \mathrm{III} = & -\dfrac{\Sigma}{3} 28^2 + \dfrac{3}{2} 28 \,.\, 23^2 + \dfrac{23 \,.\, 28^2}{2} + \Delta \dfrac{28 \,.\, 23}{2} - \Sigma \Delta^2 + 2 \,.\, 23^2 \Delta \\ \hline \mathrm{I} + \mathrm{III} = & 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + \dfrac{28 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2}{2}. \end{array}$$

Wollen wir wissen, woher die Bindungen

$$\pm \Sigma \Delta^2, \mp 2 \,.\, 23^2 \Delta$$

kommen, so erkennen wir das am leichtesten aus folgender Darstellung (der früheren Form)

$$\mathrm{I} = 2 \,.\, 23^2 (28 - \Delta) - \frac{\Sigma}{2} 28 \,.\, 23 \qquad + \frac{\Sigma}{3} 28^2 + \Sigma \Delta^2$$

$$\mathrm{III} = \qquad\qquad + \Sigma (28 \,.\, 23 - \Delta^2) - \frac{\Sigma}{3} 28^2 + 2 \,.\, 23 \Delta^2.$$

Es gehören in I: $-2 \,.\, 23^2 \Delta$ zum Faktor $(28 - \Delta)$, der das Argument $2 \,.\, 23^2$ in die dritte Dimension erhebt.

Und $-\Sigma \Delta^2$ in III zum Argument $28 \,.\, 23 - \Delta^2$, das durch Multiplikation mit Σ in die dritte Dimension verwandelt wird.

Da aber die Summe $\mathrm{I} + \mathrm{III} = 2 \,.\, 23 \,(28 \,.\, 23) + \Sigma \frac{28 \,.\, 23}{2}$ keine Bindung, also kein Δ enthält, so muß dem Gliede $2 \,.\, 23^2 (28 - \Delta)$ in I ein $+ 2 \,.\, 23^2 \Delta$ in III gegenüberstehen; und dem Gliede $\Sigma (28 \,.\, 23 - \Delta^2)$ in III ein $+ \Sigma \Delta^2$ in I.

Das ist der Sinn der Bindungen.

Ferner entwickeln sich die das zweite Summenpaar bildenden Anfallsalter II und IV folgendermaßen:

$$
\begin{aligned}
\mathrm{II} &= 23^3 + 11 \,.\, 28^2 + 4 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
&= 23^3 + (28 - 17)\, 28^2 + (46 - 42)\, 28 \,.\, 23 \\
&= 23^3 + 28^3 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 - \frac{3}{2}\, 23 \,.\, 28^2 - 17 \,.\, 28^2 \\
&= \boxed{\begin{matrix} 23^3 + 28^3 \\ - 23 \,.\, 28^2 - 28 \,.\, 23^2 \end{matrix}} + 3 \,.\, 28 \,.\, 23^2 - \frac{23 \,.\, 28^2}{2} - 17 \,.\, 28^2 \\
&= 3 \,.\, 28 \,.\, 23^2 - \frac{23 \,.\, 28^2}{2} - 17 \,.\, 28^2 + \Sigma \Delta^2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\mathrm{IV} &= 9 \,.\, 23^2 + 12 \,.\, 28^2 + 15 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
&= (23 - 14)\, 23^2 + (17 - 5)\, 28^2 + 3\,(28 - 23)\, 28 \,.\, 23 \\
&= 23^3 - \frac{28 \,.\, 23^2}{2} + 17 \,.\, 28^2 + \left.\begin{matrix} 23 \,.\, 28^2 + 3 \,.\, 23 \,.\, 28^2 \\ - 28^3 - 3 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \end{matrix}\right\} \\
&= 17 \,.\, 28^2 + 23 \,.\, 28^2 - \frac{28 \,.\, 23^2}{2} + \boxed{\begin{matrix} 23^3 + 3 \,.\, 23 \,.\, 28^2 \\ - 28^3 - 3 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \end{matrix}} \\
&= 17 \,.\, 28^2 + 23 \,.\, 28^2 - \frac{28 \,.\, 23^2}{2} - \Delta^3.
\end{aligned}
$$

Folglich:

$$
\begin{aligned}
\mathbf{II} &= \mathbf{3 \,.\, 28 \,.\, 23^2 - \frac{23 \,.\, 28^2}{2} - 17 \,.\, 28^2 + \Sigma \Delta^2} \\
\mathbf{IV} &= \mathbf{- \frac{28 \,.\, 23^2}{2} + 23 \,.\, 28^2 + 17 \,.\, 28^2 - \Delta^3} \\
\hline
\mathbf{II + IV} &= \mathbf{2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + \frac{23 \,.\, 28^2 + 28 \,.\, 23^2}{2} + 2 \,.\, 23\, \Delta^2.}
\end{aligned}
$$

Oder, wenn wir in II:

$$
3 \,.\, 28 \,.\, 23^2 - \frac{23 \,.\, 28^2}{2} = 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + \frac{28 \,.\, 23^2}{2} + \boxed{\begin{matrix} \dfrac{28 \,.\, 23^2}{2} \\ - \dfrac{23 \,.\, 28^2}{2} \end{matrix}}
$$

$$
= 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + \frac{28 \,.\, 23^2}{2} - \Delta \frac{28 \,.\, 23}{2}
$$

und in IV:

$$
23 \,.\, 28^2 - \frac{28 \,.\, 23^2}{2} = \frac{23 \,.\, 28^2}{2} + \Delta \frac{28 \,.\, 23}{2} \text{ setzen,}
$$

so lautet unser Summenpaar:

$$
\begin{aligned}
\mathrm{II} &= \frac{28 \,.\, 23^2}{2} + 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 - 17 \,.\, 28^2 - \Delta \frac{28 \,.\, 23}{2} + 28\, \Delta^2 + 23\, \Delta^2 \\
\mathrm{IV} &= \frac{23 \,.\, 28^2}{2} \qquad\qquad\qquad + 17 \,.\, 28^2 + \Delta \frac{28 \,.\, 23}{2} - 28\, \Delta^2 + 23\, \Delta^2 \\
\hline
\mathrm{II + IV} &= \frac{28 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2}{2} + 2 \,.\, 28 \,.\, 23 + 2 \,.\, 23\, \Delta^2.
\end{aligned}
$$

Die Form der Bindungen wird verständlich durch folgende Darstellung:

$$\mathrm{IV} = \frac{\Sigma}{3} 28^2 \qquad\qquad + (28 + \Delta) \frac{28 . 23}{2} - \Delta^3$$

$$\mathrm{II} = -\frac{\Sigma}{3} 28^2 + \left\{ \begin{matrix} 28 (23^2 \quad + \Delta^2) \\ + 23 (28 . 23 + \Delta^2) \end{matrix} \right\} + (23 - \Delta) \frac{28 . 23}{2}.$$

Die halben Bindungen gehören zu:

$$(28 + \Delta) \frac{28 . 23}{2} \quad \text{und} \quad (23 - \Delta) \frac{28 . 23}{2}.$$

Die Bindungen $\qquad 28 \Delta^2 + 23 \Delta^2 = \Sigma \Delta^2$

gehören zu $\qquad 2 . 28 . 23^2 = 28 . 23^2 + 23 . 28 . 23.$

Es ist $\qquad 28 . 23^2 + 28 \Delta^2 = 28 (23^2 + \Delta^2)$

und $\qquad 23 . 28 . 23 + 23 \Delta^2 = 23 (28 . 23 + \Delta^2).$

Da aber die Summe $\mathrm{IV} + \mathrm{II} = S_2$ als Bindung nicht $28 \Delta^2 + 23 \Delta^2$, sondern $2 . 23 \Delta^2$ enthält, so mußte in IV noch $-\Delta^3$ hinzugefügt sein. Denn

$$28 \Delta^2 + 23 \Delta^2 - \Delta^3 = \Delta^2 (23 + 28 - \Delta) = 2 . 23 \Delta^2.$$

Und endlich das letzte Summenpaar V und Tod:

$$\begin{aligned} \mathrm{V} &= 11 . 23^2 + 14 . 28^2 + 11 . 28 . 23 \\ &= (28 - 17) 23^2 + \frac{28^3}{2} + (34 - 23) 28 . 23 \\ &= 17 . 23 . 28 + \boxed{\begin{matrix} 17 . 28 . 23 \\ - 17 . 23^2 \end{matrix}} + \frac{28^3}{2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathrm{Tod} &= 10 . 23^2 + 4 . 28^2 + 24 . 28 . 23 \\ &= 2 (28 - 23) 23^2 + (46 - 42) 28^2 + (69 - 28 - 17) 28 . 23 \\ &= 5 . 28 . 23^2 - 2 . 23^3 + 23 . 28^2 - \frac{3}{2} 28^3 - 17 . 28 . 23 \\ &= \boxed{\begin{matrix} 28 . 23^2 + 23 . 28^2 \\ - 23^3 - 28^3 \end{matrix}} + \boxed{\begin{matrix} 2 . 28 . 23^2 \\ - 23^3 - 23 . 28^2 \end{matrix}} + 23 . 28^2 + \\ &\qquad + 2 . 28 . 23^2 - \frac{28^3}{2} - 17 . 28 . 23 \\ &= - \Sigma \Delta^2 - 23 \Delta^2 + 23 . 28^2 + 2 . 28 . 23^2 - \frac{28^3}{2} - 17 . 28 . 23. \end{aligned}$$

Also:

$$\begin{aligned} \mathbf{V} &= \quad \mathbf{17 . 28 . 23} + \frac{\mathbf{28^3}}{\mathbf{2}} + \boxed{\begin{matrix} \mathbf{17 . 28 . 23} \\ \mathbf{- 17 . 23^2} \end{matrix}} \\ \mathbf{Tod} &= \mathbf{- 17 . 28 . 23} - \frac{\mathbf{28^3}}{\mathbf{2}} + \mathbf{2 . 28 . 23^2 + 23 . 28^2 - \Sigma \Delta^2 - 23 \Delta^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{V + Tod} &= \qquad \mathbf{2 . 28 . 23^2 + 23 . 28^2 - 2 . 23 \Delta^2 -} \\ &\qquad \mathbf{- 28 \Delta^2} + \boxed{\begin{matrix} \mathbf{17 . 28 . 23} \\ \mathbf{- 17 . 23^2} \end{matrix}} \end{aligned}$$

Oder:

$$\mathrm{V} + \mathrm{VI} = 2 \,.\, 23\,(28 \,.\, 23 - \Delta^2) + 28\,(28 \,.\, 23 - \Delta^2) + \frac{\Sigma}{3}\, 23\, \Delta.$$

Da in Tod (VI)

$$28 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2 - 17 \,.\, 28 \,.\, 23 = 34 \,.\, 28 \,.\, 23,$$

so kann man auch schreiben:

$$\mathrm{Tod} = 34 \,.\, 28 \,.\, 23 - \frac{28^3}{2} + 28 \,.\, 23^2 - (\Sigma + 23)\, \Delta^2.$$

Es ist:

$$\mathrm{V} = \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right) E^3$$

$$\mathrm{Tod} = \left(\frac{4}{3} + \frac{1}{2}\right) E^3.$$

Setzt man endlich

$$\frac{28^3}{2} = \left.\begin{matrix} \dfrac{23 \,.\, 28^2}{2} + \dfrac{28^3}{2} \\ \qquad - \dfrac{23 \,.\, 28^2}{2} \end{matrix}\right| = \frac{23 \,.\, 28^2}{2} + \Delta\, \frac{28^2}{2},$$

so lauten

$$\mathrm{V} = \quad 17 \,.\, 28 \,.\, 23 \qquad\qquad + \frac{23 \,.\, 28^2}{2} + \Delta\, \frac{28^2}{2} + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ - 17 \,.\, 23^2 \end{matrix}}$$

$$\mathrm{Tod} = - 17 \,.\, 28 \,.\, 23 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + \frac{23 \,.\, 28^2}{2} - \Delta\, \frac{28^2}{2} -$$

$$- 2 \,.\, 23\, \Delta^2 - 28\, \Delta^2.$$

Die Bindungsform begreift man durch diese Analyse:

$$\mathrm{V} = \quad \frac{\Sigma}{3}\, 23\,(28 + \Delta) \qquad\qquad + (23 + \Delta)\, \frac{28^2}{2}$$

$$\mathrm{VI} = - \frac{\Sigma}{3}\, 23 \,.\, 28 + 2 \,.\, 23\,(28 \,.\, 23 - \Delta^2) + (23 - \Delta)\, \frac{28^2}{2} - 28\, \Delta^2.$$

Die übrigbleibende Bindung $-28\,\Delta^2$ in VI gehört zur Summe:

$$(23 + \Delta)\, \frac{28^2}{2} + (23 - \Delta)\, \frac{28^2}{2} - 28\, \Delta^2 = 28\,(28 \,.\, 23 - \Delta^2).$$

Der Bindung in $\frac{\Sigma}{3}\, 23\,(28 + \Delta)$ in V steht in VI nur $- \frac{\Sigma}{3}\, 23 \,.\, 28$ gegenüber, also keine Bindung. Daher der Bindungsrest von $\frac{\Sigma}{3}\, 23\, \Delta$ in der Summe V + VI.

Jetzt sind wir in den Stand gesetzt, die Analogien und die Verschiedenheiten im Bau der Anfallsalter zu übersehen.

In dem ersten Paar I und III ist die Verteilung so, daß

$$\mathrm{I} = \left(\frac{2}{3} + 1\right) E^3$$

$$\mathrm{III} = \quad \frac{4}{3} \quad E^3 \qquad \text{gilt.}$$

Denn

$$\mathrm{I} \quad = 17 \,.\, 28^2 + 2 \,.\, 23^3 - \frac{\Sigma}{2} 28 \,.\, 23 + \Sigma\, \Delta^2$$

$$\mathrm{III}^{*)} = 34 \,.\, 28^2 \qquad\qquad\qquad\qquad - 23\, \Delta^2 - 2\, \Sigma\, \Delta^2,$$

wobei zu erinnern ist, daß

$$17 = \frac{\Sigma}{3} \quad = \frac{2}{3} E$$

$$34 = \frac{2}{3} \Sigma = \frac{4}{3} E$$

$$\mathrm{I} + \mathrm{III} \text{ war } 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + \frac{\Sigma}{2} 28 \,.\, 23 = 3\, E^3$$

oder in anderer Schreibweise:

$$\mathrm{I} + \mathrm{III} = \left(\frac{\Sigma}{2} + 23\right) 28 \,.\, 23 + 23 \,.\, 28 \,.\, 23.$$

In dem zweiten Paar II und IV waren die Werte so verteilt, daß

$$\mathrm{IV} = \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right) E^3$$

$$\mathrm{II} = \left(\frac{4}{3} + \frac{1}{2}\right) E^3.$$

Denn:

$$\mathrm{IV} \quad = 17 \,.\, 28^2 + 23 \,.\, 28^2 - \frac{28 \,.\, 23^2}{2} - \Delta^3$$

$$\mathrm{II}^{**)} = 34 \,.\, 28^2 + 28 \,.\, 23^2 - \frac{23 \,.\, 28^2}{2} + 28\, \Delta^2 + \boxed{\begin{array}{r} 23^3 \\ -\, 28^3 \end{array}}$$

---

*) Aus der entwickelten Form:

$$\mathrm{III} = \Sigma \,.\, 28 \,.\, 23 - 17 \,.\, 28^2 - \Sigma\, \Delta^2 + 2 \,.\, 23^2\, \Delta$$

durch Addition von

$$51 \,.\, 28^2 - 28^3 - 23 \,.\, 28^2 = 0$$

entstanden.

**) Es war:

$$\mathrm{II} = 3 \,.\, 28 \,.\, 23^2 - \frac{23 \,.\, 28^2}{2} - 17 \,.\, 28^2 + \Sigma\, \Delta^2 =$$

$$= 28 \,.\, 23^2 - \frac{23 \,.\, 28^2}{2} + \boxed{\begin{array}{r} 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \\ -\, 28^3 - 23 \,.\, 28^2 \end{array}} + 34 \,.\, 28^2 + 28\, \Delta^2 + 23\, \Delta^2$$

$$= 28 \,.\, 23^2 - \frac{23 \,.\, 28^2}{2} + \boxed{\begin{array}{r} 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \\ -\, 23^3 - 23 \,.\, 28^2 \end{array}} + \boxed{\begin{array}{r} 23^3 \\ -\, 28^3 \end{array}} + 34 \,.\, 28^2 + 28\Delta^2 + 23\Delta^2$$

$$= 28 \,.\, 23^2 - \frac{23 \,.\, 28^2}{2} + \boxed{\begin{array}{r} 23^3 \\ -\, 28^3 \end{array}} + 34 \,.\, 28^2 + 28\, \Delta^2.$$

Die Summe war:

$$2 \,.\, 28\,23^2 + \frac{28 \,.\, 23^2}{2} + \frac{23 \,.\, 28^2}{2} + 2 \,.\, 23\, \Delta^2.$$

In dem dritten Paar V und Tod war die Verteilung wie im zweiten: V biologisch gleich IV (V ⊨ IV).

Also:

$$\mathrm{V} = \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right) E^3$$

$$\mathrm{Tod} = \left(\frac{4}{3} + \frac{1}{2}\right) E^3.$$

Denn

$$\mathrm{V} = 17 \,.\, 28 \,.\, 23 \qquad + \frac{28^3}{2} \qquad + \boxed{\begin{array}{c} 17 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ -\, 17 \,.\, 23^2 \end{array}}$$

$$\mathrm{Tod} = 34 \,.\, 28 \,.\, 23 + 28 \,.\, 23^2 - \frac{28^3}{2} - 23\, \Delta^2 - \Sigma\, \Delta^2.$$

Und die Summe:

$$\Sigma\,(28 \,.\, 23 - \Delta^2) + 23\,(28 \,.\, 23 - \Delta^2) + \boxed{\begin{array}{c} 17 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ -\, 17 \,.\, 23^2 \end{array}}$$

wie früher gezeigt.

Nach Summenpaaren geordnet sind die Anfallsalter:

$$\mathbf{I} = \quad \frac{\Sigma}{3}\, 28^2 + 28 \,.\, 23^2 \qquad - \Delta\, \frac{28 \,.\, 23}{2} + \Sigma\, \Delta^2 - 2 \,.\, 23^2\, \Delta$$

$$\mathbf{III} = \boxed{-\frac{\Sigma}{3} 28^2 + \frac{3}{2}\, 28 \,.\, 23^2 + \frac{23 \,.\, 28^2}{2}} + \Delta\, \frac{28 \,.\, 23}{2} - \Sigma\, \Delta^2 + 2 \,.\, 23^2\, \Delta$$

$$\mathrm{I} + \mathrm{III} = 2 \,.\, 28 \,.\, 23^3 + \frac{28 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2}{2}$$

$$\mathbf{IV} = + \frac{\Sigma}{3}\, 28^2 \qquad + \frac{23 \,.\, 28^2}{2} + \Delta\, \frac{28 \,.\, 23}{2} - 28\, \Delta^2 + 23\, \Delta^2$$

$$\mathbf{II} = \boxed{-\frac{\Sigma}{3}\, 28^2 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2} + \frac{28 \,.\, 23^2}{2} - \Delta\, \frac{28 \,.\, 23}{2} + 28\, \Delta^2 + 23\, \Delta^2$$

$$\mathrm{IV} + \mathrm{II} = 2 \,.\, 23\,(28 \,.\, 23 + \Delta^2) + \frac{28 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2}{2}$$

$$\mathbf{V} = \quad \frac{\Sigma}{3}\, 28 \,.\, 23 \qquad + \frac{23 \,.\, 28^2}{2} + \Delta\, \frac{28^2}{2} + \frac{\Sigma}{3}\, 23\, \Delta$$

$$\mathbf{VI} = \boxed{-\frac{\Sigma}{3}\, 28 \,.\, 23 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2} + \frac{23 \,.\, 28^2}{2} - \Delta\, \frac{28^2}{2} \quad - 2 \,.\, 23\, \Delta^2 - 28\, \Delta^2$$

$$\mathrm{V} + \mathrm{VI} = 2 \,.\, 23\,(28 \,.\, 23 - \Delta^2) + 28\,(28 \,.\, 23 - \Delta^2) + \frac{\Sigma}{3}\, 23\, \Delta.$$

Der umfriedete Ausdruck in III, II, VI hat jedesmal den Wert $2\,E^3 - \frac{2}{3}\,E^3 = \frac{4}{3}\,E^3$, und gibt jedesmal mit den entsprechenden Ausdrücken in I, IV, V von je $\frac{2}{3}\,E^3$ die Summe $2\,E^3$.

Durch unsere Auffassung werden die auf den ersten Blick willkürlich erscheinenden Koeffizienten der sechs Anfallsalter erklärt und wir erkennen, warum je zwei Anfallsalter eine gleiche biologische Summe ($3\,E^3$) ergeben. Auch wird es klar, daß die zusammengehörigen Anfälle einen analogen Bau besitzen.

* * *

Ich verdanke der Güte meines schon öfters zitierten Kollegen Dr. Sebastian Levy die Mitteilung der folgenden, mit großer Genauigkeit festgestellten Daten über die Anfälle des durch Apoplexie verstorbenen Herrn Ecke. Vor den wahren Lähmungen hatte der Patient eine Reihe von „Mahnern“ unter dem wohlbekannten Bilde der Migraine accompagnée: Anfälle von Kopfschmerzen mit Lähmungserscheinungen an den Extremitäten und der Sprache, welche jedoch stets am gleichen Tage wieder zurückgingen.

34. 34. Beispiel.

Herr Ecke:

geboren	26. November 1834	20516
Einziger Gichtanfall	27. Januar 1891	1553
I Migraine accompagnée	29. April 1895	$153 = J_1$
II „ „	29. September 1895	$78 = J_2$
III „ „	16. Dezember 1895	$85 = J_3$
IV „ „	10. März 1896	$107 = J_4$
V „ „	25. Juni 1896	$12 = J_5$
VI „ „	7. Juli 1896	$4 = J_6$
VII „ „	11. Juli 1896	$14 = J_7$
VIII „ „	25. Juli 1896	$50 = J_8$
IX „ „	13. September 1896	$19 = J_9$
IX a Epileptischer Anfall*)	2. Oktober 1896	$12 = J_{10}$
X Migraine accompagnée	14. Oktober 1896	$32 = J_{11}$
Hemiplegie mit Aphasie	15. November 1896	$53 = J_{12}$
Diabetischer Anfall**)	7. Januar 1897	$55 = J_{13}$
Embolie	3. März 1897	$8 = J_{14}$
Tod***)	11. März 1897	

*) Der Anfall IXa unterschied sich klinisch von den Anfällen I bis X dadurch, daß er mit allgemeinen Krämpfen wie bei der wahren Epilepsie vergesellschaftet war.

**) Am 7. Januar 1897 trat ganz plötzlich großer Durst und enorme Vermehrung des Harnzuckers ein, den der Patient in geringerem Grade seit langem besaß.

***) Der Tod erfolgte am 11. März 1897 zur selben Stunde — $3\frac{1}{2}$ Uhr nachmittags — wie Anfall I am 29. April 1895.

Der Anfall II (29. September 1895) ist vom Tod (11. März 1897) gerade um $529 = 23^2$ Tage entfernt. Die Summe aller Spatien beträgt daher $J_1 + 23^2 = 153 + 23^2 = 3\,(28 + 23) + 23^2$

$$= 17\,(28 + 23) + \boxed{\begin{matrix} 23^2 \\ -\dfrac{28^2 + 28.23}{2} \end{matrix}} \text{ Tage.}$$

Außerdem lassen sich — genau wie die früher behandelten Menses-spatien — auch diese 14 Anfallsintervalle paarweise in Gruppen ordnen, die eine Beziehung untereinander haben.

Es ist

$$J_1 + J_{11} = 153 + 32 = 3\,.\,28 + 3\,.\,23 + 2\,.\,23 - \frac{28}{2}$$
$$= 5\,.\,23 + \frac{5}{2}\,28 = \frac{28^2 + 28\,.\,23}{2} - 23^2$$
$$= \left(23 + \frac{28}{2}\right)\Delta.$$

Ich erinnere daran, daß die Summe aller 14 Spatien war:

$$23^2 - \frac{28^2 + 28\,.\,23}{2} + 17\,(28 + 23),$$

d. h.

$$17\,(28 + 23) - (J_1 + J_{11}).$$

Ferner ist

$$J_2 + J_5 = 78 + 12 = 90 = 115 - 25$$
$$= \boxed{\begin{matrix} 28\,.\,23 \\ -\,23^2 \end{matrix}} - (28 - 23)^2$$
$$= \mathbf{23\,\Delta - \Delta^2}$$

$$J_3 + J_{13} = 85 + 55 = 140 = 5\,.\,28$$
$$= \boxed{\begin{matrix} 28^2 \\ -\,23\,.\,28 \end{matrix}} = \boxed{\begin{matrix} 28\,.\,23 \\ -\,23^2 \end{matrix}} + (28 - 23)^2$$
$$= \mathbf{23\,\Delta + \Delta^2}$$

$$J_4 + J_{14} = 107 + 8 = 115 = 5\,.\,23$$
$$= \boxed{\begin{matrix} 28\,.\,23 \\ -\,23^2 \end{matrix}} = \mathbf{23\,\Delta}$$

$$J_{10} + \mathrm{J}_{12} = 12 + 53 = 65 = 115 - 50$$
$$= \boxed{\begin{matrix} 28\,.\,23 \\ -\,23^2 \end{matrix}} - 2\,(28 - 23^2)$$
$$= \mathbf{23\,\Delta - 2\,\Delta^2}.$$

Diese ersten fünf Gruppen zeigen einen völlig analogen Bau:

$$\begin{aligned}
J_1 + J_{11} &= \left(23 + \frac{28}{2}\right)\Delta \\
J_2 + J_5 &= 23\,\Delta - \Delta^2 \\
J_3 + J_{13} &= 23\,\Delta + \Delta^2 \\
J_4 + J_{14} &= 23\,\Delta \\
J_{10} + J_{12} &= 23\,\Delta - 2\,\Delta^2.
\end{aligned}$$

Die übrigen zwei Gruppen sind:

$$\begin{aligned}
J_7 + J_8 &= 14 + 50 = 64 = 4 \,.\, 23 - 28 \\
&= 5 \,.\, 23 - (28 + 23) \\
&= \boxed{\begin{matrix} 28 \,.\, 23 \\ - 23^2 \end{matrix}} - (28 + 23) \\
&= 23\,\Delta - \Sigma
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
J_6 + J_9 &= 4 + 19 = 23 = \boxed{\begin{matrix} 28 \cdot 23 \\ - 23^2 \end{matrix}} - 2(23 + 23) \\
&= 23\,\Delta - 2\,(\Sigma - \Delta).
\end{aligned}$$

Die erste dieser beiden Gruppen ($J_7 + J_8$) ist also genau um

$$(28 + 23) = \Sigma$$

Tage geringer, als $J_4 + J_{14}$, oder ihre Äquivalente vom selben Typus. Und die zweite dieser Gruppen ($J_6 + J_9$) ist biologisch um das Doppelte davon geringer. Denn sie ist $5 \,.\, 23 - 4 \,.\, 23 = 1 \,.\, 23$ oder

$$\boxed{\begin{matrix} 28 \,.\, 23 \\ - 23^2 \end{matrix}} - 2\,(23 + 23) = 23\,\Delta - 2\,(\Sigma - \Delta).$$

Diese Summenanalogie der Spatien überzeugt uns von einem gesetzmäßigen Verhalten. In den ersten fünf Summengruppen völlige biologische Gleichheit; in den letzten zwei Gruppen jene Analogie, die in den Werten

$$J_7 + J_8 = \boxed{\begin{matrix} 23^2 \\ - 28 \,.\, 23 \end{matrix}} - (28 + 23) = 23\,\Delta - \Sigma$$

$$J_6 + J_9 = \boxed{\begin{matrix} 23^2 \\ - 28 \,.\, 23 \end{matrix}} - 2\,(23 + 23) = 23\,\Delta - 2\,(\Sigma - \Delta)$$

offenkundig ist.

Auch das noch nicht behandelte Spatium zwischen dem etwa vier Jahre zurückliegenden Gichtanfall und Anfall I von

$$\begin{aligned}
1553 &= 59 \,.\, 23 + 7 \,.\, 28 \\
&= 42 \,.\, 23 + 17\,(23 + 28) + \boxed{\begin{matrix} 2 \,.\, 23 \,.\, 28 \\ - 2 \,.\, 28^2 \end{matrix}}
\end{aligned}$$

zeigt unverkennbare Analogie mit der Summe der gesamten Spatien J_1 bis J_{14}.

$$\left.\begin{array}{l}\textbf{Gicht bis}\\ \textbf{Anfall I}\end{array}\right\}\frac{3}{2}\,28 \,.\, 23 + 17\,(23+28) + \boxed{\begin{array}{c}2 \,.\, 23 \,.\, 28\\ -\,2 \,.\, 28^2\end{array}}$$

$$S^1_{14} = \qquad 17\,(23+28) + \boxed{\begin{array}{c}23^2\\ -\dfrac{28^2+28 \,.\, 23}{2}\end{array}}$$

Also Gichtanfall bis I um $\frac{3}{2}E^2$ mehr als S^1_{14}.*)

Wir wollen uns aber mit dem Nachweis nicht begnügen, daß die Spatien sich in die biologische Ordnung fügen, sondern tiefer in den Kern der Gesetzmäßigkeit einzudringen versuchen. Und zu diesem Zwecke entwickeln wir die Anfallsalter.

Herr Ecke, geb. 26. November 1834, war alt beim Gichtanfall am 27. Januar 1891:

$$\begin{aligned}20516 \text{ Tage} &= 892 \,.\, 23 = 12 \,.\, 23^2 + 22 \,.\, 28 \,.\, 23\\ &= (17-5)\,23^2 + (17+5)\,28 \,.\, 23\\ &= 17\,(23^2 + 28 \,.\, 23) + \boxed{\begin{array}{c}23 \,.\, 28^2 + 23^3\\ -\,2 \,.\, 28 \,.\, 23^2\end{array}}\\ &= 17\,(23^2 + 28 \,.\, 23) + 23\,\Delta^2.\end{aligned}$$

Man erkennt bereits an dieser ersten Zerlegung die geordnete Struktur.

Später werden wir systematisch den Bau der folgenden Anfallsalter untersuchen. Hier gilt es erst, dieselben in eine Summe von 23^2, 28^2 und $28 \,.\, 23$ zu zerlegen. Das Gichtanfallsalter war

$$\begin{aligned}892 \,.\, 23 &= 31 \,.\, 28 \,.\, 23 + 24 \,.\, 23\\ &= 31 \,.\, 28 \,.\, 23 + (12 \,.\, 23 - 9 \,.\, 28)\,23\\ &= 22 \,.\, 28 \,.\, 23 + 12 \,.\, 23^2.\end{aligned}$$

(Der für 24 eingesetzte Wert: $12 \,.\, 23 - 9 \,.\, 28$ ist aus der Tabelle im Anhang entnommen worden.)

Bei Anfall I (29. April 1895) war Hr. E. alt (geb. 26. November 1834)

$$\begin{aligned}22069 \text{ Tage} &= 959 \,.\, 23 + 12\\ &= 951 \,.\, 23 + 7 \,.\, 28 = 33 \,.\, 28 \,.\, 23 + 27 \,.\, 23 + 7 \,.\, 28\\ &= 33 \,.\, 28 \,.\, 23 + (17 \,.\, 23 - 13 \,.\, 28)\,23 + (6 \,.\, 28 - 7 \,.\, 23)\,28\\ &= 17 \,.\, 23^2 + 6 \,.\, 28^2 + 13 \,.\, 28 \,.\, 23.\end{aligned}$$

Bei Anfall II (29. September 1895)

$$\begin{aligned}22222 \text{ Tage} &= 966 \,.\, 23 + 4 = 954 \,.\, 23 + 10 \,.\, 28\\ &= 34 \,.\, 28 \,.\, 23 + 2 \,.\, 23 + 10 \,.\, 28\\ &= 34 \,.\, 28 \,.\, 23 + (22 \,.\, 23 - 18 \,.\, 28)\,23 + (2 \,.\, 28 - 2 \,.\, 23)\,28\\ &= 22 \,.\, 23^2 + 2 \,.\, 28^2 + 14 \,.\, 28 \,.\, 23.\end{aligned}$$

---

*) Auch wenn wir die Spatien einzeln entwickeln, zeigen sich ihre verwandtschaftlichen Beziehungen. (Vgl. Anhang.)

Bei Anfall III (16. Dezember 1895)

$$
\begin{aligned}
22300 \text{ Tage} &= 969 \,.\, 23 + 13 = 944 \,.\, 23 + 21 \,.\, 28 \\
&= 33 \,.\, 28 \,.\, 23 + 20 \,.\, 23 + 21 \,.\, 28 \\
&= 33 \,.\, 28 \,.\, 23 + (24 \,.\, 23 - 19 \,.\, 28)\, 23 + (18 \,.\, 28 - 21 \,.\, 23)\, 28 \\
&= 24 \,.\, 23^2 + 18 \,.\, 28^2 - 7 \,.\, 28 \,.\, 23.
\end{aligned}
$$

Bei Anfall IV (10. März 1896)

$$
\begin{aligned}
22385 \text{ Tage} &= 973 \,.\, 23 + 6 = 955 \,.\, 23 + 15 \,.\, 28 \\
&= 34 \,.\, 28 \,.\, 23 + 3 \,.\, 23 + 15 \,.\, 28 \\
&= 34 \,.\, 28 \,.\, 23 + (5 \,.\, 23 - 4 \,.\, 28)\, 23 + (3 \,.\, 28 - 3 \,.\, 23)\, 28 \\
&= 5 \,.\, 23^2 + 3 \,.\, 28^2 + 27 \,.\, 28 \,.\, 23.
\end{aligned}
$$

Bei Anfall V (25. Juni 1896)

$$
\begin{aligned}
22492 \text{ Tage} &= 977 \,.\, 23 + 21 = 956 \,.\, 23 + 18 \,.\, 28 \\
&= 34 \,.\, 28 \,.\, 23 + 4 \,.\, 23 + 18 \,.\, 28 \\
&= 34 \,.\, 28 \,.\, 23 + (16 \,.\, 23 - 13 \,.\, 28)\, 23 + (22 \,.\, 28 - 26 \,.\, 23)\, 28 \\
&= 16 \,.\, 23^2 + 22 \,.\, 28^2 - 5 \,.\, 28 \,.\, 23.
\end{aligned}
$$

Bei Anfall VI (7. Juli 1896)

$$
\begin{aligned}
22504 \text{ Tage} &= 978.23 + 10 = 976.23 + 2.28 = 34.28.23 + 24.23 + 2.28 \\
&= 34 \,.\, 28 \,.\, 23 + (12 \,.\, 23 - 9 \,.\, 28)\, 23 + (5 \,.\, 28 - 6 \,.\, 23)\, 28 \\
&= 12 \,.\, 23^2 + 5.28^2 + 19 \,.\, 28 \,.\, 23.
\end{aligned}
$$

Bei Anfall VII (11. Juli 1896)

$$
\begin{aligned}
22508 \text{ Tage} &= 978 \,.\, 23 + 14 = 964 \,.\, 23 + 12 \,.\, 28 \\
&= 34 \,.\, 28 \,.\, 23 + 12 \,.\, 23 + 12 \,.\, 28 \\
&= 34 \,.\, 28 \,.\, 23 + (20 \,.\, 23 - 16 \,.\, 28)\, 23 + (7 \,.\, 28 - 8 \,.\, 23)\, 28 \\
&= 20 \,.\, 23^2 + 7 \,.\, 28^2 + 10 \,.\, 28 \,.\, 23.
\end{aligned}
$$

Bei Anfall VIII (25. Juli 1896)

$$
\begin{aligned}
22522 \text{ Tage} &= 979 \,.\, 23 + 5 = 978 \,.\, 23 + 28 \\
&= 34 \,.\, 28 \,.\, 23 + 26 \,.\, 23 + 28 \\
&= 34 \,.\, 28 \,.\, 23 + (6 \,.\, 23 - 4 \,.\, 28)\, 23 + (14 \,.\, 28 - 17 \,.\, 23)\, 28 \\
&= 6 \,.\, 23^2 + 14 \,.\, 28^2 + 13 \,.\, 28 \,.\, 23.
\end{aligned}
$$

Bei Anfall IX (13. September 1896)

$$
\begin{aligned}
22572 \text{ Tage} &= 981 \,.\, 23 + 9 = 968 \,.\, 23 + 11 \,.\, 28 \\
&= 34 \,.\, 28 \,.\, 23 + 16 \,.\, 23 + 11 \,.\, 28 \\
&= 34 \,.\, 28 \,.\, 23 + (8 \,.\, 23 - 6 \,.\, 28)\, 23 + (16 \,.\, 28 - 19 \,.\, 23)\, 28 \\
&= 8 \,.\, 23^2 + 16 \,.\, 28^2 + 9 \,.\, 28 \,.\, 23.
\end{aligned}
$$

Bei Anfall IX a, epileptischer Anfall (2. Oktober 1896)

$$
\begin{aligned}
22591 \text{ Tage} &= 982 \,.\, 23 + 5 = 981 \,.\, 23 + 28 = 35 \,.\, 28 \,.\, 23 + 23 + 28 \\
&= 35 \,.\, 28 \,.\, 23 + (11 \,.\, 23 - 9 \,.\, 28)\, 23 + (14 \,.\, 28 - 17 \,.\, 23)\, 28 \\
&= 11 \,.\, 23^2 + 14 \,.\, 28^2 + 9 \,.\, 28 \,.\, 23.
\end{aligned}
$$

Bei Anfall X (14. Oktober 1896)

$$
\begin{aligned}
22603 \text{ Tage} &= 982.23 + 17 = 973.23 + 8.28 = 34.28.23 + 21.23 + 8.28 \\
&= 34 \,.\, 28 \,.\, 23 + (7 \,.\, 23 - 5 \,.\, 28)\, 23 + (20 \,.\, 28 - 24 \,.\, 23)\, 28 \\
&= 7 \,.\, 23^2 + 20 \,.\, 28^2 + 5 \,.\, 28 \,.\, 23.
\end{aligned}
$$

Bei Hemiplegie (15. November 1896)

$$\begin{aligned}
22635 \text{ Tage} &= 984\ 23 + 3 = 961 \cdot 23 + 19 \cdot 28 \\
&= 34 \cdot 28 \cdot 23 + 9 \cdot 23 + 19 \cdot 28 \\
&= 34 \cdot 28 \cdot 23 + (15 \cdot 23 - 12 \cdot 28)\, 23 + (13 \cdot 28 - 15 \cdot 23)\, 28 \\
&= 15 \cdot 23^2 + 13 \cdot 28^2 + 7 \cdot 28 \cdot 23.
\end{aligned}$$

Beim diabetischen Anfall (7. Januar 1897)

$$\begin{aligned}
22688 \text{ Tage} &= 986 \cdot 23 + 10 = 984 \cdot 23 + 2 \cdot 28 \\
&= 35 \cdot 28 \cdot 23 + 4 \cdot 23 + 2 \cdot 28 \\
&= 35 \cdot 28 \cdot 23 + (16 \cdot 23 - 13 \cdot 28)\, 23 + (5 \cdot 28 - 6 \cdot 23)\, 28 \\
&= 16 \cdot 23^2 + 5 \cdot 28^2 + 16 \cdot 28 \cdot 23.
\end{aligned}$$

Bei der Embolie (3. März 1897)

$$\begin{aligned}
22743 \text{ Tage} &= 988 \cdot 23 + 19 = 973 \cdot 23 + 13 \cdot 28 \\
&= 34 \cdot 28 \cdot 23 + 21 \cdot 23 + 13 \cdot 28 \\
&= 34 \cdot 28 \cdot 23 + (7 \cdot 23 - 5 \cdot 28)\, 23 + (21 \cdot 28 - 25 \cdot 23)\, 28 \\
&= 7 \cdot 23^2 + 21 \cdot 28^2 + 4 \cdot 28 \cdot 23.
\end{aligned}$$

Beim Tode (11. März 1897)

$$\begin{aligned}
22751 \text{ Tage} &= 989 \cdot 23 + 4 = 977 \cdot 23 + 10 \cdot 28 \\
&= 34 \cdot 28 \cdot 23 + 25 \cdot 23 + 10 \cdot 28 \\
&= 34 \cdot 28 \cdot 23 + (23^2 - 18 \cdot 28)\, 23 + (2 \cdot 28 - 2 \cdot 23)\, 28 \\
&= 23^3 + 2 \cdot 28^2 + 14 \cdot 28 \cdot 23.
\end{aligned}$$

Wenn wir nunmehr das Alter aller uns bekannten Anfälle, den Podagra-Anfall und die Anfälle vom ersten „Mahner“ an bis zum Tode zusammenstellen, so ergibt sich folgende Reihe:

Podagra	$12 \cdot 23^2 \qquad\qquad + 22 \cdot 28 \cdot 23$
I	$17 \cdot 23^2 + 6 \cdot 28^2 + 13 \cdot 28 \cdot 23$
II	$22 \cdot 23^2 + 2 \cdot 28^2 + 14 \cdot 28 \cdot 23$
III	$24 \cdot 23^2 + 18 \cdot 28^2 - 7 \cdot 28 \cdot 23$
IV	$5 \cdot 23^2 + 3 \cdot 28^2 + 27 \cdot 28 \cdot 23$
V	$16 \cdot 23^2 + 22 \cdot 28^2 - 5 \cdot 28 \cdot 23$
VI	$12 \cdot 23^2 + 5 \cdot 28^2 + 19 \cdot 28 \cdot 23$
VII	$20 \cdot 23^2 + 7 \cdot 28^2 + 10 \cdot 28 \cdot 23$
VIII	$6 \cdot 23^2 + 14 \cdot 28^2 + 13 \cdot 28 \cdot 23$
IX	$8 \cdot 23^2 + 16 \cdot 28^2 + 9 \cdot 28 \cdot 23$
IXa Epileptischer Anfall	$11 \cdot 23^2 + 14 \cdot 28^2 + 9 \cdot 28 \cdot 23$
X	$7 \cdot 23^2 + 20 \cdot 28^2 + 5 \cdot 28 \cdot 23$
Hemiplegie	$15 \cdot 23^2 + 13 \cdot 28^2 + 7 \cdot 28 \cdot 23$
Diabetes	$16 \cdot 23^2 + 5 \cdot 28^2 + 16 \cdot 28 \cdot 23$
Embolie	$7 \cdot 23^2 + 21 \cdot 28^2 + 4 \cdot 28 \cdot 23$
Tod	$23 \cdot 23^2 + 2 \cdot 28^2 + 14 \cdot 28 \cdot 23$

Es sind dies die Lebensalter bei sechzehn Anfällen. Zwischen dem einzigen Gichtanfall am 27. Januar 1891 und dem ersten „Mahner" am 29. April 1895 klafft offenbar eine Lücke, die ich aber durch bestimmte Angaben nicht ausfüllen kann. Die weiteren Anfälle von I bis zum Tode sind dann von Herrn Dr. Levy selbst genau beobachtet worden.

Wenn wir die Anfallsalter nach der Summe der Koeffizienten von 23^2, 28^2, $28 . 23$ ordnen, so haben die Alter:

X und Embolie	je die	Summe		32
V, VIII, IX	„	„	„	33
Podagra, IX a	„	„	„	34
III, IV, Hemiplegie	„	„	„	35
I, VI	„	„	„	36
VII, Diabetes	„	„	„	37
II	„	„	„	38
Tod	„	„	„	39

Wir wissen bereits, daß die Koeffizientensumme die Wertigkeit bestimmt und daß ein Unterschied von fünf Einheiten (ΔE) die Wertigkeit nicht verändert. Es gehören demnach die Summen

32 und 37
33 und 38
34 und 39

in dieselbe Ordnung. Nun ergibt

$$32 + 37 = 69 = 3 . 23 \qquad = 3\,E$$
$$33 + 36 = 69 = 3 . 23 \qquad = 3\,E$$
$$34 + 35 = 69 = 3 . 23 \qquad = 3\,E.$$

Ferner ist
$$38 + 36 = 74 = 2 . 23 + 28 = 3\,E$$
$$39 + 35 = 74 = 2 . 23 + 28 = 3\,E.$$

Es lassen sich demnach die Anfallsalter unseres Beispieles nach der Summe ihrer Koeffizienten in Gruppen ordnen, von denen die eine Gruppe stets eine andere zugehörige zu je drei Einheiten dritter Dimension ($3\,E^3$) ergänzt.

Es gehören zusammen:

Gruppe A:

X = 32 und VII = 37
Embolie = 32 und Diabetes = 37.

Gruppe B:

Podagra = 34 und III = 35
Tod = 39 und IV = 35
IX a = 34 und Hemiplegie = 35.

Gruppe C:

V = 33 und I = 36
VIII = 33 und VI = 36.

Wir haben also von 16 Anfallsaltern 14 paarweise so ordnen können, daß jedes Paar die Summe von $3\,E^3$ repräsentiert.

Die übrigbleibenden II und IX — mit den Koeffizientensummen 38 und 33 — gehören nur deswegen nicht zu einem Paar, weil

$$\mathrm{II} + \mathrm{IX} = 71 = 2\,.\,28 + 3\,\Delta,$$

d. h. zwei Einheiten ergeben würden, was gegenüber den anderen Paaren um $1\,E$ zu wenig wäre. Es ist zu vermuten, daß diese beiden, biologisch gleichen, je eine Einheit dritter Dimension wertigen Anfallsalter II und IX zu anderen Anfallsaltern gehören, die nicht notiert sind und die möglicherweise in der großen Lücke liegen, welche die Podagra-Attacke vom Anfall I trennt (über 4 Jahre).

Betrachten wir die zusammengehörigen Anfallspaare einzeln:

Gruppe A:

$$\mathrm{X} = 32, \qquad \mathrm{VII} = 37 \text{ und}$$
$$\text{Embolie} = 32, \text{ Diabetes} = 37.$$

$$\begin{aligned} \mathrm{X} &= 7\,.\,23^2 + 20\,.\,28^2 + 5\,.\,28\,.\,23 \\ \mathrm{VII} &= 20\,.\,23^2 + 7\,.\,28^2 + 10\,.\,28\,.\,23 \\ \hline \mathrm{VII} + \mathrm{X} &= 27\,.\,23^2 + 27\,.\,28^2 + 15\,.\,28\,.\,23 \end{aligned}$$

Es fällt auf, daß (abgesehen von dem Plus von $5\,.\,28\,.\,23$ bei VII) die beiden Alter dieselben Koeffizienten besitzen und sich nur durch die biologische Vertauschung von 28^2 und 23^2 unterscheiden. Sie sind also biologisch gleich und haben jedes den Wert von $\frac{3}{2}\,E^3$, wie aus der Koeffizientensumme

$$32 = 46 - 14 \text{ und}$$
$$37 = 51 - 14$$

bereits hervorgeht.

Die Summe $\mathrm{X} + \mathrm{VII}$ muß $3\,E^3$ sein, denn die Koeffizientensumme beträgt

$$69 = 3\,.\,23.$$

Dasselbe gilt für die Summe der Alter bei Embolie und Diabetes.

$$\begin{aligned} \text{Embolie} &= 7\,.\,23^2 + 21\,.\,28^2 + 4\,.\,28\,.\,23 \\ \text{Diabetes} &= 16\,.\,23^2 + 5\,.\,28^2 + 16\,.\,28\,.\,23 \\ \hline \text{Embolie} + \text{Diabetes} &= 23\,.\,23^2 + 26\,.\,28^2 + 20\,.\,28\,.\,23 \end{aligned}$$

Koeffizientensumme $69 = 3\,.\,23$.

Im einzelnen lösen sich die Anfallsalter:

$$\begin{aligned} \mathrm{VII} &= 20\,.\,23^2 + 7\,.\,28^2 + 10\,.\,28\,.\,23 \\ &= (23 + 14 - 17)\,23^2 + (17 - 10)\,28^2 + 10\,.\,28\,.\,23 \\ &= 23^3 + \frac{28\,.\,23^2}{2} + \boxed{\begin{matrix} 17\,.\,28^2 + 10\,.\,28\,.\,23 \\ -\,17\,.\,23^2 - 10\,.\,28^2 \end{matrix}}\;{}^{*)} \\ &= 23^3 + \frac{28\,.\,23^2}{2} + \frac{\Sigma^2\,\Delta}{3} - 2\,.\,28\,.\,\Delta^2. \end{aligned}$$

---

*) $\begin{matrix} 17\,.\,28^2 \\ -\,17\,.\,23^2 \end{matrix} = \frac{\Sigma}{3}\,(28 + 23)\,(28 - 23) = \frac{\Sigma^2}{3}\,\Delta$

$\begin{matrix} 10\,.\,28\,.\,23 \\ -\,10\,.\,28^2 \end{matrix} = -\,2\,\Delta\,.\,28\,\Delta = -\,2\,.\,28\,\Delta^2$

$$X = 7 \,.\, 23^2 + 20 \,.\, 28^2 + 5 \,.\, 28 \,.\, 23$$
$$= (17 - 10)\, 23^2 + (23 + 14 - 17)\, 28^2 + 5 \,.\, 28 \,.\, 23$$
$$= 23 \,.\, 28^2 + \frac{28^3}{2} + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2 + 2 \,.\, 23^3 \\ - 17 \,.\, 28^2 - 28 \,.\, 23^2 - 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \end{matrix}}$$
$$= 28 \,.\, 23^2 + \frac{28^3}{2} + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 23^2 \\ - 17 \,.\, 28^2 \end{matrix}} + \boxed{\begin{matrix} 2 \,.\, 23 \,.\, 28^2 + 2 \,.\, 23^3 \\ - 4 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \end{matrix}}$$
$$= 28 \,.\, 23^2 + \frac{28^3}{2} - \frac{\Sigma^2 \Delta}{3} + 2 \,.\, 23\, \Delta^2.$$

Also VII + X:

$$VII = 23^3 + \frac{28 \,.\, 23^2}{2} + \frac{\Sigma^2 \Delta}{3} - 2 \,.\, 28\, \Delta^2$$
$$X = 28 \,.\, 23^2 + \frac{28^3}{2} - \frac{\Sigma^2 \Delta}{3} + 2 \,.\, 23\, \Delta^2$$

$$VII + X = 23^3 + 28 \,.\, 23^2 + \frac{28^3 + 28 \,.\, 23^2}{2} - 2\, \Delta^3.$$

Embolie: $7 \,.\, 23^2 + 21 \,.\, 28^2 + 4 \,.\, 28 \,.\, 23$

$$= (17 - 10)\, 23^2 + (17 + 14 - 10)\, 28^2 + (17 + 56 - 69)\, 28 \,.\, 23$$
$$= 17\, (23^2 + 28^2 + 28 \,.\, 23) + \frac{28^3}{2} \left.\begin{matrix} + 2.23^3 \quad + 2.23.28^2 + 2.23.28^2 \\ - 2.28.23^2 - 2.28^3 \quad - 3.28.23^2 \end{matrix}\right\}$$
$$= \left.\begin{matrix} 17\, (23^2 + 28^2 + 28 \,.\, 23) \\ - \dfrac{28^3}{2} \end{matrix}\right\} + \boxed{\begin{matrix} 23^3 + 3 \,.\, 23 \,.\, 28^2 \\ - 28^3 - 3 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \end{matrix}} + \boxed{\begin{matrix} 23^3 + 23 \,.\, 28^2 \\ - 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \end{matrix}}$$
$$= \left.\begin{matrix} 17\, (23^2 + 28^2 + 28 \,.\, 23) \\ - \dfrac{28^3}{2} \end{matrix}\right\} - \Delta^3 + 23\, \Delta^2.$$

*) Auch $= \boxed{\begin{matrix} 17\, (23^3 + 28 \,.\, 23) \\ - 34 \,.\, 28^2 \end{matrix}} + \frac{28^3}{2} + 23 \,.\, 28^2 - \Delta^3 + 23\, \Delta^2.$

Diabetes: $16 \,.\, 23^2 + 5 \,.\, 28^2 + 16 \,.\, 28 \,.\, 23$

$$= (23 + 10 - 17)\, 23^2 + 5 \,.\, 28^2 + (17 + 14 - 15)\, 28 \,.\, 23$$
$$= 23^3 + \frac{23 \,.\, 28^2}{2} \left.\begin{matrix} + 17 \,.\, 28 \,.\, 23 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + 28^3 \quad + 3 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \\ - 17 \,.\, 23^2 \quad - 2 \,.\, 23^3 \quad - 23 \,.\, 28^2 - 3 \,.\, 23 \,.\, 28^2 \end{matrix}\right\}$$
$$= 23^3 + \frac{23 \,.\, 28^2}{2} + \boxed{\begin{matrix} 28^3 + 3.28.23^2 \\ - 23^3 - 3.23.28^2 \end{matrix}} + \boxed{\begin{matrix} 2.28.23^2 \\ - 23^3 - 23.28^2 \end{matrix}} + \boxed{\begin{matrix} 17.28.23 \\ - 17.23^2 \end{matrix}}$$
$$= 23^3 + \frac{23 \,.\, 28^2}{2} + \Delta^3 - 23\, \Delta^2 + \frac{\Sigma}{3}\, 23\, \Delta.$$

*) Durch Addition von $- 51 \,.\, 28^2 + 28^3 + 23 \,.\, 28^2 = 0.$

Also:

$$\text{Embolie: } 23 \,.\, 28^2 + \frac{28^3}{2} + 23\,\Delta^2 - \Delta^3 \quad + \begin{matrix} 17\,(23^2 + 28 \,.\, 23) \\ -\, 34 \,.\, 28^2 \end{matrix}$$

$$\text{Diabetes: } 23^3 + \frac{23 \,.\, 28^2}{2} - 23\,\Delta^2 + \Delta^3 \quad + \begin{matrix} 17 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ -\, 17 \,.\, 23^2 \end{matrix}$$

$$\text{Summe: } 23^3 + 23 \,.\, 28^2 + \frac{28^3 + 23 \,.\, 28^2}{2} + \underbrace{\begin{matrix} 34 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ -\, 34 \,.\, 28^2 \end{matrix}}_{-\frac{2}{3}\, 28\, \Sigma\, \Delta}$$

Die erste Gruppe A stellt sich also so dar:

$$\mathbf{VII} = 23^3 + \frac{28 \,.\, 23^2}{2} - 2 \,.\, 28\,\Delta^2 \quad \begin{matrix} +\, 17 \,.\, 28^2 \\ -\, 17 \,.\, 23^2 \end{matrix}$$

$$\mathbf{X} = 28 \,.\, 23^2 + \frac{28^3}{2} + 2 \,.\, 23\,\Delta^2 \quad \begin{matrix} +\, 17 \,.\, 23^2 \\ -\, 17 \,.\, 28^2 \end{matrix}$$

$$\textbf{Diabetes: } 23^3 + \frac{23 \,.\, 28^2}{2} - 23\,\Delta^2 + \Delta^3 + \begin{matrix} 17 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ -\, 17 \,.\, 23^2 \end{matrix}$$

$$\textbf{Embolie: } 23 \,.\, 28^2 + \frac{28^3}{2} + 23\,\Delta^2 - \Delta^3 + \begin{matrix} 17\,(23^2 + 28 \,.\, 23) \\ -\, 34 \,.\, 28^2 \end{matrix}$$

Die zweite Gruppe B umfaßt die Anfälle:

a) Tod	$= 39 = 34 + 5$	und IV	$= 35 = 28 + 17 - 10$
b) IX a	$= 34$	und Hemiplegie	$= 35$
c) Podagra	$= 34$	und III	$= 35.$

Das Paar *a* hat die Koeffizientensumme $74 = 28 + 2 \,.\, 23$, die Paare *b* und *c* je $69 = 3 \,.\, 23$.

Es umfaßt also jedes Paar $3\, E^3$.

Im einzelnen lauten:

$$\begin{aligned} \text{Tod} &= 23^3 + 2 \,.\, 28^2 + 14 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ \text{IV} &= 5 \,.\, 23^2 + 3 \,.\, 28^2 + 27 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ \hline \text{Tod} + \text{IV} &= 28 \,.\, 23^2 + 5 \,.\, 28^2 + 41 \,.\, 28 \,.\, 23^{*)} \\ &= 28 \,.\, 23^2 + 28^3 - 23 \,.\, 28^2 + 3 \,.\, 28 \,.\, 23^2 - 23 \,.\, 28^2 \\ &= 28^3 + 4 \,.\, 28 \,.\, 23^2 - 2 \,.\, 23 \,.\, 28^2 \\ &= 28^3 + 2 \,.\, 23^3 + \boxed{\begin{matrix} 4 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \\ -\, 2 \,.\, 23 \,.\, 28^2 - 2 \,.\, 23^3 \end{matrix}} \\ &= 28^3 + 2 \,.\, 23^3 - 2 \,.\, 23\,\Delta^2 \\ &= \mathbf{28^3 + 2 \,.\, 23\,(23^2 - \Delta^2)}. \end{aligned}$$

*) $41 = 69 - 28$.

Wollen wir sehen, wie dies Resultat zu stande kommt, so zerlegen wir:

$$\begin{aligned}\text{Tod} &= 23^3 + \qquad\qquad 2 \,.\, 28^2 + 14 \,.\, 28 \,.\, 23\\ &= 23^3 + (34 + 14 - 46)\, 28^2 + 14 \,.\, 28 \,.\, 23\\ &= 34 \,.\, 28^2 + \boxed{\begin{matrix}\frac{28^3}{2} + 23^3\\ -\frac{3}{2}\, 23 \,.\, 28^2\end{matrix}} = \frac{4}{3} E^3.\end{aligned}$$

Oder durch Addition von

$$28^3 + 23 \,.\, 28^2 - 51 \,.\, 28^2 = 0$$

ergibt sich:

$$\begin{aligned}\text{Tod} &= 23^3 + 23 \,.\, 28^2 - 17 \,.\, 28^2 + \boxed{\begin{matrix}\frac{3}{2}\, 28^3\\ -\frac{3}{2}\, 23 \,.\, 28^2\end{matrix}}\\ &= 23^3 + 28^3 - 17 \,.\, 28^2 + \frac{\Delta}{2}\, 28^2.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Und}\quad \text{IV} &= 5 \,.\, 23^2 \quad + 3 \,.\, 28^2 \quad + 27 \,.\, 28 \,.\, 23\\ &= 5 \,.\, 23^2 + (17 - 14)\, 28^2 + (69 - 42)\, 28 \,.\, 23\\ &= \boxed{\begin{matrix}28 \,.\, 23^2\\ - 23^3\end{matrix}} + 17 \,.\, 28^2 - \frac{28^3}{2} + 3 \,.\, 28 \,.\, 23^2 - \frac{3}{2}\, 23 \,.\, 28^2\\ &= 17 \,.\, 28^2 + 23^3 + \boxed{\begin{matrix}4 \,.\, 28 \,.\, 23^2\\ - 2 \,.\, 23^3 - 2 \,.\, 23 \,.\, 28^2\end{matrix}} + \boxed{\begin{matrix}\frac{23 \,.\, 28^2}{2}\\ -\frac{28^3}{2}\end{matrix}}\\ &= 17 \,.\, 28^2 + 23^3 - 2 \,.\, 23\, \Delta^2 - \frac{28^2}{2}\, \Delta\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Tod} &= 23^3 + 28^3 \qquad - 17 \,.\, 28^2 + \frac{\Delta}{2}\, 28^2\\ \text{IV} &= 23\,(23^2 - 2\,\Delta^2) + 17 \,.\, 28^2 - \frac{\Delta}{2}\, 28^2\\ \hline \textbf{Tod} + \textbf{IV} &= \mathbf{2 \,.\, 23\, (23^2 - \Delta^2) + 28^3}.\end{aligned}$$

Bei dem zweiten Paar der Gruppe B:

$$\begin{aligned}\text{IX a} &= 11 \,.\, 23^2 + 14 \,.\, 28^2 + 9 \,.\, 28 \,.\, 23\\ \text{Hemiplegie} &= 15 \,.\, 23^2 + 13 \,.\, 28^2 + 7 \,.\, 28 \,.\, 23\end{aligned}$$

fällt zunächst auf, daß Hemiplegie mit dem eben behandelten IV, und IXa mit dem zu IV als Paarling gehörigen „Tod“ in naher Verbindung steht. Es ist nämlich:

$$\begin{aligned}\text{Hemiplegie} &= 15 \,.\, 23^2 + 13 \,.\, 28^2 + \ \ 7 \,.\, 28 \,.\, 23\\ \text{IV} &= \ \ 5 \,.\, 23^2 + \ \ 3 \,.\, 28^2 + 27 \,.\, 28 \,.\, 23\\ \hline \text{Differenz} &= 10 \,.\, 23^2 + 10 \,.\, 28^2 - 20 \,.\, 28 \,.\, 23\\ &= 10\begin{pmatrix}23^2 + 28^2\\ - 2 \,.\, 28 \,.\, 23\end{pmatrix} = 2 \,.\, \Delta \,.\, \Delta^2 = 2\,\Delta^3.\end{aligned}$$

Also $IV + 2\Delta^3 =$ Hemiplegie.

$$\text{Es war } IV = 23^3 - 2 \,.\, 23\,\Delta^2 + 17 \,.\, 28^2 - \frac{\Delta}{2}\, 28^2.$$

$$\text{Also Hemiplegie} = 23^3 - 2 \,.\, 23\,\Delta^2 + 17 \,.\, 28^2 - \frac{\Delta}{2}\, 28^2 + 2\,\Delta^3.$$

Ferner war

$$\begin{array}{rl} \text{Tod} = & 23^3 + \;\, 2 \,.\, 28^2 + 14 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ \text{IX a} = & 11 \,.\, 23^2 + 14 \,.\, 28^2 + \;\, 9 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ \hline \text{Differenz} = & 12 \,.\, 23^2 - 12 \,.\, 28^2 + \;\, 5 \,.\, 28 \,.\, 23 \end{array}$$

d. h.

$$= \left.\begin{array}{l} 17 \,.\, 23^2 + 5 \,.\, 28^2 + 5 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ - 17 \,.\, 28^2 - 5 \,.\, 23^2 \end{array}\right\}$$

$$= \left.\begin{array}{l} 17 \,.\, 23^2 + 28^3 + 23^3 \\ - 17 \,.\, 28^2 - 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \end{array}\right\}$$

Also:

$$\text{Tod} + \left[\begin{array}{l} 17 \,.\, 28^2 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \\ - 17 \,.\, 23^2 - 28^3 - 23^3 \end{array}\right] = \text{IX a}.$$

Es war aber

$$\text{Tod} = \left.\begin{array}{l} 23^3 + 28^3 \\ - 17 \,.\, 28^2 \end{array}\right\} + \frac{\Delta}{2}\, 28^2$$

also ist

$$\text{IX a} = \left.\begin{array}{l} 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \\ - 17 \,.\, 23^2 \end{array}\right\} + \frac{\Delta}{2}\, 28^2$$

Daher:

$$\begin{array}{rl} \text{Hemiplegie} = & 23\,(23^2 - 2\,\Delta^2) + 17 \,.\, 28^2 - \frac{\Delta}{2}\, 28^2 + 2\,\Delta^3 \\ \text{IX a} = & 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \qquad - 17 \,.\, 23^2 + \frac{\Delta}{2}\, 28^2 \\ \hline \end{array}$$

$$\textbf{IX a + Hemiplegie} = \mathbf{2 \,.\, 23\,(28 \,.\, 23 - \Delta^2) + 23^3 \begin{array}{l} + 17 \,.\, 28^2 \\ - 17 \,.\, 23^2 \end{array}} + 2\,\Delta^3.$$

Das Argument heißt hier nicht $28 \,.\, 23$, sondern $28 \,.\, 23 - \Delta^2$.

Das dritte Paar der Gruppe B war:

$$\begin{array}{rl} \text{Podagra} = & 12 \,.\, 23^2 \qquad\qquad\qquad + 22 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ \text{III} = & 24 \,.\, 23^2 + 18 \,.\, 28^2 - \;\, 7 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ \hline \text{Podagra} + \text{III} = & 36 \,.\, 23^2 + 18 \,.\, 28^2 + 15 \,.\, 28 \,.\, 23 \end{array}$$

$$= 46 \,.\, 23^2 + 28^3 + \boxed{\begin{array}{l} 20 \;\, 28 \,.\, 23 \\ - 10 \,.\, 28^2 - 10 \,.\, 23^2 \end{array}} - 5 \,.\, 28 \,.\, 23$$

$$= 2 \,.\, 23^3 + 28^3 + 2\,\Delta\,(-\Delta^2) - \Delta\, 28 \,.\, 23$$

$$= 2 \,.\, 23^3 + 28^3 - \;\Delta\, 28 \,.\, 23 - 2\,\Delta^3.$$

Oder, wenn man setzt:

$$2 \,.\, 23^3 + 28^3 + \boxed{\begin{array}{r} 28 \,.\, 23^2 \\ -\,23 \,.\, 28^2 \end{array}}$$

$$= 23^3 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + \boxed{\begin{array}{c} 23^3 + 28^3 \\ -\,23 \,.\, 28^2 - 28 \,.\, 23^2 \end{array}}$$

$$= 23^3 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + \Sigma \Delta^2$$

dann ist

$$\begin{aligned} \text{Podagra} + \text{III} &= 23^3 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + \Sigma \Delta^2 - 2 \Delta^3 \\ &= \Sigma\, 23^2 + 28 \,.\, 23^2 + \Sigma \Delta^2 - 2 \Delta^3 \\ &= \boldsymbol{\Sigma (23^2 + \Delta^2) + 28 \,.\, 23^2 - 2 \Delta^3}. \end{aligned}$$

Man vergleiche hiermit:

$$\textbf{Hemiplegie} + \textbf{IX a} = \boldsymbol{2 \,.\, 23\, (28 \,.\, 23 - \Delta^2) + 23^3 + 2\, \Delta^3} + \boxed{\begin{array}{r} \boldsymbol{17 \,.\, 28^2} \\ \boldsymbol{-\,17 \,.\, 23^2} \end{array}}$$

Diese beiden Summen haben den völlig analogen Bau. Nur die Bindungen sind entgegengesetzt.

$$\begin{array}{lll} S_1 = \text{Hemiplegie} + \text{IX a} & = 23^3 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 - 2 \,.\, 23\, \Delta^2 + 2\, \Delta^3 + \boxed{\begin{array}{r} 17 \,.\, 28^2 \\ -\,17 \,.\, 23^2 \end{array}} \\ \underline{S_2 = \text{Podagra} \quad + \text{III}} & \underline{= 23^3 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + (28 + 23)\, \Delta^2 - 2\, \Delta^3} \\ \qquad S_1 + S_2 & = 2\, (23^3 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2) + \Delta^3 + 17 \,.\, 28^2 - 17 \,.\, 23^2 \\ & = 17 \,.\, 28^2 + 34 \,.\, 23^2 + 23^3 + 3 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + \Delta^3 \\ & = \left. \begin{array}{l} 17 \,.\, 28^2 + 34 \,.\, 23^2 + 23\, (23^2 - \Delta^2) \\ \quad + 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \qquad + 28\, (23^2 + \Delta^2). \end{array} \right\} \end{array}$$

Im besonderen berechnen sich:

$$\begin{aligned} \text{Podagra} &= 12 \,.\, 23^2 + 22 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ &= 17 \,.\, 23^2 + 17 \,.\, 28 \,.\, 23 + \boxed{\begin{array}{ll} 23^3 & + 23 \,.\, 28^2 \\ -\,28 \,.\, 23^2 & - 28 \,.\, 23^2 \end{array}} \\ &= 17\, (23^2 + 28 \,.\, 23) + 23 \left[\begin{array}{c} 23^2 + 28^2 \\ -\,2 \,.\, 28 \,.\, 23 \end{array} \right] \\ &= 17\, (23^2 + 28 \,.\, 23) + 23\, \Delta^2. \end{aligned}$$

Durch Addition von

$$28 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2 - 51 \,.\, 28 \,.\, 23 = 0$$

wird Podagra:

$$\boxed{\begin{array}{r} 17 \,.\, 23^2 \\ -\,17 \,.\, 28 \,.\, 23 \end{array}} - 17 \,.\, 28 \,.\, 23 + 28 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2 + 23\, \Delta^2$$

$$= -\frac{\Sigma}{3}\, 23\, \Delta - \frac{\Sigma}{3}\, 28 \,.\, 23 + 23\, (28^2 + \Delta^2) + 28 \,.\, 23^2$$

$$= 23\, (28^2 + \Delta^2) + 28 \,.\, 23^2 - \frac{\Sigma}{3}\, 23\, (28 + \Delta)$$

$$= \left(2 - \frac{2}{3}\right) E^3 = \frac{4}{3}\, E^3,$$

wie aus der früheren Form:

$$\text{Podagra} = 17\,(23^2 + 28\,.\,23) + 23\,\Delta^2$$

unmittelbar ersichtlich. Aber die jetzige Form zeigt uns, warum die Bindung $23\,\Delta^2$ betrug. Das Argument des ersten Gliedes lautet nicht 28^2, sondern $28^2 + \Delta^2$, und der Abzug der $\frac{2}{3} E^3$ von den $2\,E^3$ wird nicht durch $-\frac{\Sigma}{3}\,23\,.\,28$, sondern durch $-\frac{\Sigma}{3}\,23\,(28 + \Delta)$ hergestellt.

Ferner ist:

$$\begin{aligned}
\text{III} &= \quad 24\,.\,23^2 \qquad\qquad + 18\,.\,28^2 \qquad\qquad - 7\,.\,28\,.\,23 \\
&= (-17 + 69 - 28)\,23^2 + (2\,.\,23 - 28)\,28^2 + (34 + 28 - 69)\,28\,.\,23 \\
&= \boxed{\begin{matrix}17\,.\,28\,.\,23 \\ -17\,.\,23^2\end{matrix}} + 17\,.\,28\,.\,23 + 3\,.\,23^3 - 28^3 + 3\,.\,23\,.\,28^2 - 4\,.\,28\,.\,23^2 \\
&= \boxed{\begin{matrix}17\,.\,28\,.\,23 \\ -17\,.\,23^2\end{matrix}} + 17\,.\,28\,.\,23 + 23^3 + \boxed{\begin{matrix}23^3 \\ -28\,.\,23^2\end{matrix}} + \boxed{\begin{matrix}23^3 + 3\,.\,23\,.\,28^2 \\ -28^3 - 3\,.\,28\,.\,23^2\end{matrix}} \\
&= \boxed{\begin{matrix}17\,.\,28\,.\,23 \\ -17\,.\,23^2\end{matrix}} + 17\,.\,28\,.\,23 + 23^3 - \Delta\,23^2 - \Delta^3 \\
&= \frac{\Sigma}{3}\,23\,\Delta + \frac{\Sigma}{3}\,28\,.\,23 + 23^2\,(23 - \Delta) - \Delta^3 \\
&= \frac{\Sigma}{3}\,23\,(28 + \Delta) \qquad + 23^2\,(23 - \Delta) - \Delta^3.
\end{aligned}$$

Also ist:

$$\begin{aligned}
\text{Podagra*)} &= 23\,(28^2 + \Delta^2) + 23^2\,(23 + \Delta) - \frac{\Sigma}{3}\,23\,(28 + \Delta) \\
\text{III} &= \qquad\qquad 23^2\,(23 - \Delta) + \frac{\Sigma}{3}\,23\,(28 + \Delta) - \Delta^3
\end{aligned}$$

$$\mathbf{Podagra + III = 23\,(28^2 + \Delta^2) + 2\,.\,23^3 - \Delta^3}\ \text{**)}$$

Wir haben also drei Summenpaare:

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{S_1} &= \textbf{Tod + IV} &&= \mathbf{2\,.\,23\,(23^2 - \Delta^2) \qquad + 28^3} \\
\boldsymbol{S_2} &= \textbf{IXa + Hemiplegie} &&= \mathbf{2\,.\,23\,\,(28\,.\,23 - \Delta^2) + 23^3 + \frac{\Sigma^2}{3}\Delta + 2\,\Delta^3} \\
\boldsymbol{S_3} &= \textbf{Podagra + III} &&= \mathbf{2\,.\,23^3 + 23\,(28^2 + \Delta^2) \qquad\qquad - \Delta^3}
\end{aligned}$$

---

*) Es ist in der früheren Form:

$$23\,(28^2 + \Delta^2) + 28\,.\,23^2 - \frac{\Sigma}{3}\,23\,(28 + \Delta)$$

gesetzt worden:

$$28\,.\,23^2 = 23^3 + 23^2\,\Delta = 23^2\,(23 + \Delta).$$

**) Identisch mit der früher abgeleiteten Form:

$$\begin{aligned}
\text{Podagra} + \text{III} &= 2\,.\,28\,.\,23^2 + 23^3 + \Sigma\,\Delta^2 - 2\,\Delta^3 \\
&= 2\,.\,28\,.\,23^2 + 23^3 + 23\,\Delta^2 + 23\,\Delta^2 - \Delta^3 \\
&= 23\,.\,28^2 + 2\,.\,23^3 + 23\,\Delta^2 - \Delta^3.
\end{aligned}$$

Die Hinzufügung von $2\,\Delta^3$ in S_2 gegenüber S_1 rührt daher, daß

$$\text{Hemiplegie} = \text{IV} + 2\,\Delta^3$$

war. Das

$$\frac{\Sigma^2}{3}\Delta = \left.\begin{matrix} 17 \,.\, 28^2 \\ -\,17 \,.\, 23^2 \end{matrix}\right\} \text{ in } S_2$$

wird dadurch verursacht, daß dem

$$\text{Hemiplegiealter} = 23\,(23^2 - 2\,\Delta^2) + 17 \,.\, 28^2 - \frac{\Delta}{2}\,28^2 + 2\,\Delta^3$$

$$\text{gegenüberstand IX a} = 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \qquad - 17 \,.\, 23^2 + \frac{\Delta}{2}\,28^2.$$

Es sind 28^2 und 23^2 zwar biologisch, aber nicht arithmetisch gleich. Im übrigen ist der Summenbau (von S_1, S_2, S_3) ganz derselbe.

Und nicht nur die Summen, auch die einzelnen Summanden sind homolog.

Es entsprechen einander die Alter von Tod, IX a, Podagra einerseits und von IV, Hemiplegie und III andererseits.

Denn es waren: *)

$$\text{Tod} = 34 \,.\, 28^2 + \boxed{\begin{matrix} \dfrac{28^3 + 23 \,.\, 28^2}{2} + 23^3 \\ -\,2 \,.\, 23 \,.\, 28^2 \end{matrix}}$$

$$\text{IX a} = 34 \,.\, 23^2 + \boxed{\begin{matrix} \dfrac{28^3 + 23 \,.\, 28^2}{2} + 28 \,.\, 23^2 \\ -\,23 \,.\, 28^2 - 23^3 \end{matrix}}$$

$$\text{Podagra} = 17\,(23^2 + 28 \,.\, 23) + \boxed{\begin{matrix} 23 \,.\, 28^2 + 23^3 \\ -\,2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \end{matrix}}$$

oder in kürzerer Form:

$$\text{Tod} = \left.\begin{matrix} 28^3 + 23^3 \\ -\,17 \,.\, 28^2 \end{matrix}\right\} + \frac{\Delta}{2}\,28^2$$

$$\text{IX a**)} = \left.\begin{matrix} 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \\ -\,17 \,.\, 23^2 \end{matrix}\right\} + \frac{\Delta}{2}\,28^2$$

$$\text{Podagra} = \left.\begin{matrix} 23\,(28^2 + \Delta^2) + 28 \,.\, 23^2 \\ -\,17 \,.\, 23\,(28 + \Delta) \end{matrix}\right\}$$

---

*) Aus den kürzeren Formen durch Addition von

$51 \,.\, 28^2 - 28^3 - 23 \,.\, 28^2 = 0$ bei Tod, bezw. von

$51 \,.\, 23^2 - 23^3 - 28 \,.\, 23^2 = 0$ bei IX a erhalten.

Podagra war S. 117 direkt mit

$17\,(23^2 + 28 \,.\, 23) + 23\,\Delta^2$ abgeleitet.

**) Diese besonders nahe Verwandtschaft von IX a und Tod dürfte kein Zufall sein Denn nachdem neun klinisch völlig gleichartige Anfälle von Migraine ophthalmique vorangegangen waren, erschien in IX a ein vereinzelt gebliebener epileptiformer Anfall von ganz besonderer Schwere; so schwer, daß er auch dem Arzte der Vorbote des Todes zu sein schien. Sein biologisches Äquivalent hat denn auch wirklich das Leben des Kranken beschlossen.

Der Zusatz $\frac{\Delta}{2} 28^2$ rührt von der gebrochenen Form der einen positiven Einheit in der Bindung her:

$$\frac{28^3 + 23 . 28^2}{2} = \frac{\Sigma . 28^2}{2}.$$

In Podagra heißt die eine positive Einheit nicht $23 . 28^2$, sondern $23 (28^2 + \Delta^2)$, und die negative $\frac{2}{3} E^3$ nicht $-17 . 23 . 28$, sondern $-17 . 23 (28 + \Delta)$.

Wollte man die $-17 . 23^2$ in IX a in die analoge Form bringen, so schriebe man $-17 . 23 (28 - \Delta)$ und bei Tod statt $-17 . 28^2$ $-17 . 28 (23 + \Delta)$.

Die drei biologisch gleichen Anfallsalter Tod, IX a, Podagra hatten den Wert von je $\frac{4}{3} E^3$.

Da die Summenpaare S_1, S_2, S_3 je gleich $3 E^3$ sind, so müssen die ebenfalls untereinander biologisch gleichen Paarlinge IV, Hemiplegie und III je $\frac{5}{3} E^3$ betragen.

$$\text{Dem Alter beim Tod} = \quad 23^3 + 28^3 \quad - 17 . 28^2 + \frac{\Delta}{2} 28^2$$

$$\text{entspricht IV} = 23 (23^2 - 2 \Delta^2) + 17 . 28^2 - \frac{\Delta}{2} 28^2$$

Sie ergeben die Summe

$$\text{Tod} + \text{IV} = S_1 = 2 . 23 (23^2 - \Delta^2) + 28^3$$

Es war Hemiplegie $=$ IV $+ 2 \Delta^3$.

Die Summenpaare sind demnach:

$$\text{IX a} = 2 . 28 . 23^2 \qquad - 17 . 23^2 + \frac{\Delta}{2} 28^2$$

$$\text{Hemiplegie} = 23 (23^2 - 2 \Delta^2) + 17 . 28^2 - \frac{\Delta}{2} 28^2 + 2 \Delta^3$$

$$\overline{2 . 23 (28 . 23 - \Delta^2) + 23^3 + 17 . 28^2 + 2 \Delta^3}$$
$$- 17 . 23^2$$

Heißen in IV und in Hemiplegie die ersten Glieder:

$$(28 - \Delta) (23^2 - 2 \Delta^2) + 17 . 28 (23 + \Delta),$$

so lauten sie in III

$$(23 - \Delta) (23^2) \qquad + 17 . 23 (28 + \Delta).$$

Es ist also in III gegenüber IV und Hemiplegie 28 und 23 vertauscht. Das Argument des ersten Gliedes in IV und Hemiplegie

$$23^2 - 2\,\Delta^2$$

lautet allerdings in III:

$$23^2$$

wobei $-2\,\Delta^2$ fortgefallen sind.

Aber auch das bedeutet nur eine Vertauschung von 28 und 23.

Ergänzt man in diesem Sinne

$$23^2 = 23^2 + \boxed{\begin{array}{c} 2 \,.\, 28 \,.\, 23 + 2 \,.\, 23 \,.\, 28 \\ -\,2 \,.\, 23 \,.\, 28 - 2 \,.\, 28 \,.\, 23 \end{array}}$$

so stellt sich dem gegenüber

$$23^2 - 2\,\Delta^2 = 23^2 + \boxed{\begin{array}{c} 2 \,.\, 28 \,.\, 23 + 2 \,.\, 23 \,.\, 28 \\ -\,2 \,.\, 23^2 \quad -\,2 \,.\, 28^2. \end{array}}$$

Somit ist in den negativen Gliedern 28 und 23 vertauscht.

$$\begin{array}{rl} \text{Es gab III} = & (23 - \Delta)\, 23^2 + \frac{\Sigma}{3}\, 23\,(28 + \Delta) - \Delta^3 \\ \text{Podagra} = & 23\,(28^2 + \Delta^2) + (23 + \Delta)\, 23^2 - \frac{\Sigma}{3}\, 23\,(28 + \Delta) \\ \hline \text{III} + \text{Podagra} = & 23\,(28^2 + \Delta^2) + 2 \,.\, 23^3 \qquad\qquad - \Delta^3. \end{array}$$

Die Homologie der Summen S_1, S_2, S_3 und die ihrer einzelnen Summanden ist hierdurch erwiesen.

Die letzte Gruppe C endlich umfaßt zwei Paare, I u. V, VI u. VIII. Es ist

$$\begin{array}{rl} \text{I} = & 17 \,.\, 23^2 + 6 \,.\, 28^2 + 13 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ \text{V} = & 16 \,.\, 23^2 + 22 \,.\, 28^2 - 5 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ \hline \text{I} + \text{V} = & 33 \,.\, 23^2 + \quad 28^3 \quad + 8 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ = & (56 - 23)\, 23^2 + 28^3 + (92 - 84)\, 28 \,.\, 23 \\ = & 6 \,.\, 28 \,.\, 23^2 - 23^3 + 28^3 - 3 \,.\, 23 \,.\, 28^2 \\ = & 3 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + \boxed{\begin{array}{c} 28^3 + 3 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \\ -\,23^3 - 3 \,.\, 23 \,.\, 28^2 \end{array}} \\ = & \mathbf{3 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + \Delta^3.} \end{array}$$

Mit $\text{I} + \text{V} = 3 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \qquad + \Delta^3$

vergleiche man $\text{Tod} + \text{IV} = 28 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2 + 23^3 + \Delta^3$.*)

Also:

$$\text{I} + \text{V} + \boxed{\begin{array}{c} 23^3 + 23 \,.\, 28^2 \\ -\,2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \end{array}} = \text{Tod} + \text{IV}$$

oder

$$\mathbf{I + V + 23\,\Delta^2 = Tod + IV.}$$

---

*) Der frühere Wert: $\text{Tod} + \text{IV} = 2 \,.\, 23\,(23^2 - \Delta^2) + 28^3$

$$= 2 \,.\, 23^3 + 28^3 + \boxed{\begin{array}{c} 4 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \\ -\,2 \,.\, 23^3 - 2 \,.\, 23 \,.\, 28^2 \end{array}}$$

$$= 23^3 + 28 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2 + \Delta^3.$$

Demnach ist die Summe des V. und ersten und diejenige des IV. und letzten Anfalls um $23\Delta^2$ unterschieden.

Im einzelnen ist

$$\begin{aligned}
\mathrm{I} &= 17 \,.\, 23^2 + 6 \,.\, 28^2 + 13 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
&= 17 \,.\, 23^2 + (23 - 17)\, 28^2 + (69 - 56)\, 28 \,.\, 23 \\
&= 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + \boxed{\begin{array}{r} 28 \,.\, 23^2 \\ -\, 23 \,.\, 28^2 \end{array}} + \boxed{\begin{array}{r} 17 \,.\, 23^2 \\ -\, 17 \,.\, 28^2 \end{array}} \\
&= 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 - 28 \,.\, 23\Delta + \boxed{\begin{array}{r} 17 \,.\, 23^2 \\ -\, 17 \,.\, 28^2 \end{array}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathrm{V} &= 16 \,.\, 23^2 + 22 \,.\, 28^2 - 5 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
&= (56 - 23 - 17)\, 23^2 + (17 + 5)\, 28^2 - 5 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
&= 28 \,.\, 23^2 + \boxed{\begin{array}{r} 28^3 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \\ -\, 23^3 - 2 \,.\, 23 \,.\, 28^2 \end{array}} + \boxed{\begin{array}{r} 17 \,.\, 28^2 \\ -\, 17 \,.\, 23^2 \end{array}} \\
&= 28 \,.\, 23^2 + \Delta^3 + 28 \,.\, 23\Delta + \boxed{\begin{array}{r} 17 \,.\, 28^2 \\ -\, 17 \,.\, 23^2 \end{array}} \; ^{*)}
\end{aligned}$$

Also:

$$\begin{array}{rl}
\mathrm{I} = & 28 \,.\, 23^2 + (23 - \Delta)\,(28 \,.\, 23) + 17 \,.\, 23^2 \\
 & \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad -\, 17 \,.\, 28^2 \\
\mathrm{V} = & \qquad\qquad\quad (23 + \Delta)\,(28 \,.\, 23) + 17 \,.\, 28^2 + \Delta^3 \\
 & \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad -\, 17 \,.\, 23^2 \\
\hline
\mathrm{I} + \mathrm{V} = & 3 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad + \Delta^3
\end{array}$$

Das zweite Paar ist:

$$\begin{array}{rl}
\mathrm{VI} = & 12 \,.\, 23^2 + 5 \,.\, 28^2 + 19 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
\mathrm{VIII} = & 6 \,.\, 23^2 + 14 \,.\, 28^2 + 13 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
\hline
\mathrm{VI} + \mathrm{VIII} = & 18 \,.\, 23^2 + 19 \,.\, 28^2 + 32 \,.\, 28 \,.\, 23
\end{array}$$

$$\begin{aligned}
&= (2 \,.\, 23 - 28)\, 23^2 + (42 - 23)\, 28^2 + (46 - 14)\, 28 \,.\, 23 \\
&= 2 \,.\, 23^3 - 28 \,.\, 23^2 + \frac{3}{2}\, 28^3 - 23 \,.\, 28^2 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 - \frac{23 \,.\, 28^2}{2} \\
&= 2 \,.\, 23^3 + \frac{28^3}{2} + \frac{23 \,.\, 28^2}{2} + \boxed{\begin{array}{r} 28^3 + 28 \,.\, 23^2 \\ -\, 2 \,.\, 23 \,.\, 28^2 \end{array}} \\
&= 2 \,.\, 23^3 + \frac{\Sigma}{2}\, 28^2 + 28\,\Delta^2 \; ^{**)} \\
&= 2 \,.\, 23^3 + 28\left(\frac{28}{2}\,\Sigma + \Delta^2\right) = 3\,E^3.
\end{aligned}$$

---

*) Aufgelöst ist $\mathrm{V} = 23 \,.\, 28^2 + \boxed{\begin{array}{r} 17 \,.\, 28^2 \\ -\, 17 \,.\, 23^2 \end{array}} + \Delta^3$

**) $\dfrac{\Sigma \,.\, 28^2}{2} = \left(\dfrac{28 + 23}{2}\right) 28^2 = 1\,E^3.$

Im einzelnen ist:

$$\begin{aligned}
\mathrm{VI} &= 12 . 23^2 + 5 . 28^2 + 19 . 28 . 23 \\
&= (17 - 5)\, 23^2 + 5 . 28^2 + (92 - 56 - 17)\, 28 . 23 \\
&= \boxed{\begin{array}{c} 17 . 23^2 \\ - 17 . 28 . 23 \end{array}} + \boxed{\begin{array}{c} 23^3 + 28^3 \\ - 28 . 23^2 - 23 . 28^2 \end{array}} \left.\begin{array}{l} + 4 . 28 . 23^2 \\ - 2 . 23 . 28^2 \end{array}\right\} \\
&= \boxed{\begin{array}{c} 17 . 23^2 \\ - 17 . 28 . 23 \end{array}} + 2 . 23^3 + \boxed{\begin{array}{c} 28^3 + 3 . 28 . 23^2 \\ - 23^3 - 3 . 23 . 28^2 \end{array}} \\
&= 2 . 23^3 + \boxed{\begin{array}{c} 17 . 23^2 \\ - 17 . 28 . 23 \end{array}} + \Delta^3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathrm{VIII} &= 6 . 23^2 + 14 . 28^2 + 13 . 28 . 23 \\
&= (23 - 17)\, 23^2 + 14 . 28^2 + (17 - 14 + 10)\, 28 . 23 \\
&= \left.\begin{array}{l} 23^3 + \frac{28^3}{2} + \frac{3}{2}\, 23 . 28^2 + 17 . 28 . 23 \\ \qquad - 2 . 28 . 23^2 - 17 . 23^2 \end{array}\right\} \\
&= \frac{28^3}{2} + \frac{23 . 28^2}{2} + \boxed{\begin{array}{c} 17 . 28 . 23 \\ - 17 . 23^2 \end{array}} + \\
&\quad + \boxed{\begin{array}{c} 23^3 + 3 . 23 . 28^2 \\ - 28^3 - 3 . 28 . 23^2 \end{array}} + \boxed{\begin{array}{c} 28^3 + 28 . 23^2 \\ - 2 . 23 . 28^2 \end{array}} \\
&= \frac{28^3}{2} + \frac{23 . 28^2}{2} - \Delta^3 + 28\, \Delta^2 + \boxed{\begin{array}{c} 17 . 28 . 23 \\ - 17 . 23^2 \end{array}} \\
&= \frac{\Sigma}{2}\, 28^2 + 28\, \Delta^2 - \Delta^3 + \boxed{\begin{array}{c} 17 . 28 . 23 \\ - 17 . 23^2 \end{array}} \\
&= 28 \left(\frac{\Sigma}{2}\, 28 + \Delta^2 \right) - \Delta^3 + \boxed{\begin{array}{c} 17 . 28 . 23 \\ - 17 . 23^2 \end{array}}
\end{aligned}$$

Also:

$$\begin{aligned}
\mathrm{VI} &= 2 . 23^3 + \boxed{\begin{array}{c} 17 . 23^2 \\ - 17 . 28 . 23 \end{array}} + \Delta^3 \\
\mathrm{VIII} &= \frac{28^3 + 23 . 28^2}{2} + 28\, \Delta^2 + \boxed{\begin{array}{c} 17 . 28 . 23 \\ - 17 . 23^2 \end{array}} - \Delta^3 \\
\hline
\mathrm{VI} + \mathrm{VIII} &= 2 . 23^3 + \frac{28^3 + 28 . 23^2}{2} + 28\, \Delta^2 = \\
&= \mathbf{2 . 23^3 + 28 \left(\frac{28}{2}\, \Sigma + \Delta^2 \right) = 3\, \mathit{E}^3.}
\end{aligned}$$

Daß diese beiden Alter zusammengehören, ergibt sich aus den algebraisch gleichen Bindungen, die in der Summe verschwinden.*)

*) Die Koeffizienten von VI und VIII sind doppeldeutig. Infolgedessen

Die übrigbleibenden Alter IX und II sind mit VIII biologisch gleich. Es ist

$$
\begin{aligned}
\mathrm{IX} &= 8 \cdot 23^2 + 16 \cdot 28^2 + 9 \cdot 28 \cdot 23 \\
&= (14 + 17 - 23)\, 23^2 + (56 - 23 - 17)\, 28^2 + \\
&\quad + (23 - 14)\, 28 \cdot 23 \\
&= \boxed{\begin{array}{r} 17 \cdot 23^2 \\ -17 \cdot 28^2 \end{array}} + 2 \cdot 28^3 - 23^3 + \frac{3}{2}\, 28 \cdot 23^2 - \frac{3}{2}\, 23 \cdot 28^2 \\
&= \frac{28 \cdot 23^2}{2} + \frac{23 \cdot 28^2}{2} + \boxed{\begin{array}{r} 28^3 + 28 \cdot 23^2 \\ -2 \cdot 23 \cdot 28^2 \end{array}} + \boxed{\begin{array}{r} 28^3 \\ -23^3 \end{array}} + \\
&\quad + \boxed{\begin{array}{r} 17 \cdot 23^2 \\ -17 \cdot 28^2 \end{array}} \\
&= \frac{28 \cdot 23^2}{2} + \frac{23 \cdot 28^2}{2} + \boxed{\begin{array}{r} 28\,(28^2 + \Delta^2) \\ -23^3 \end{array}} + \boxed{\begin{array}{r} 17 \cdot 23^2 \\ -17 \cdot 28^2 \end{array}}
\end{aligned}
$$

---

kann auch entwickelt werden:

$$
\begin{aligned}
\mathrm{VI} &= 12 \cdot 23^2 + 5 \cdot 28^2 + 19 \cdot 28 \cdot 23 \\
&= (17 - 5)\, 23^2 + 5 \cdot 28^2 + (14 + 5)\, 28 \cdot 23 \\
&= 17 \cdot 23^2 + 28^3 - \frac{23 \cdot 28^2}{2} \quad \boxed{\begin{array}{r} 23^3 + 23 \cdot 28^2 \\ -2 \cdot 28 \cdot 23^2 \end{array}} \\
&= 17 \cdot 23^2 + \frac{28^3}{2} + \frac{\Delta}{2}\, 28^2 + 23\, \Delta^2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\text{und } \mathrm{VIII} &= 6 \cdot 23^2 + 14 \cdot 28^2 + 13 \cdot 28 \cdot 23 \\
&= (23 - 17)\, 23^2 + \frac{28^3}{2} + (69 - 56)\, 28 \cdot 23 = \\
&= 23^3 - 17 \cdot 23^2 + \frac{28^3}{2} + 3 \cdot 28 \cdot 23^2 - 2 \cdot 23 \cdot 28^2 \\
&= 2 \cdot 23^3 - 17 \cdot 23^2 + \frac{23 \cdot 28^2}{2} + \boxed{\begin{array}{r} \frac{23 \cdot 28^2}{2} \\ -\frac{28^3}{2} \end{array}} + \\
&\quad + \boxed{\begin{array}{r} 28^3 + 3 \cdot 28 \cdot 23^2 \\ -23^3 - 3 \cdot 23 \cdot 28^2 \end{array}} \\
&= 2 \cdot 23^5 - 17 \cdot 23^2 + \frac{23 \cdot 28^2}{2} - \frac{\Delta}{2}\, 28^2 + \Delta^3.
\end{aligned}
$$

Die Summe VI + VIII

$$
\begin{aligned}
\mathrm{VI} &= \frac{28^3}{2} + 17 \cdot 23^2 + \frac{\Delta}{2}\, 28^2 + 23\, \Delta^2 \\
\mathrm{VIII} &= 2 \cdot 23^3 + \frac{23 \cdot 28^2}{2} - 17 \cdot 23^2 - \frac{\Delta}{2}\, 28^2 + \Delta^3 \\
\hline
\mathrm{VI} + \mathrm{VIII} &= 2 \cdot 23^3 + \frac{28^3 + 23 \cdot 28^2}{2} + 28\, \Delta^2
\end{aligned}
$$

Die Summe ergibt denselben Wert wie früher. Nur sind die Werte in VI und VIII anders verteilt.

$$
\begin{aligned}
\mathrm{VI} &= \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) E^3 \\
\mathrm{VIII} &= \left(\frac{1}{2} + \frac{4}{3}\right) E^3 \\
\mathrm{VI} + \mathrm{VIII} &= 3\, E^3.
\end{aligned}
$$

$$\text{oder auch } 28\left(\frac{\Sigma . 23}{2}+\Delta^2\right)+\boxed{\begin{array}{r}28^3+17 . 23^2\\ -23^3-17 . 28^2\end{array}}$$

Ferner ist:

$$\begin{array}{rl} \mathrm{IX} = & 8 . 23^2+16 . 28^2+\ \ 9 . 28 . 23\\ \mathrm{II} = & 22 . 23^2+\ \ 2 . 28^2+14 . 28 . 23\\ \hline \mathrm{IX}-\mathrm{II} = & -14 . 23^2-14 . 28^2-5 . 28 . 23 \end{array}$$

$$\mathrm{IX}-\mathrm{II}=\boxed{\begin{array}{r}\frac{28^3}{2}+28 . 23^2\\ -\frac{28 . 23^2}{2}-23 . 28^2\end{array}}$$

$$=\boxed{\begin{array}{c}\frac{28^3+28 . 23^2}{2}\\ -23 . 28^2\end{array}}=\frac{28}{2}\Delta^2,$$

d. h. $\mathrm{II}=\mathrm{IX}-\frac{28}{2}\Delta^2$.*)

Heißt also:

$$\mathrm{IX}:\ 28\left(\frac{23^2+\Delta^2}{2}+\frac{28 . 23+\Delta^2}{2}\right)+\boxed{\begin{array}{r}17 . 23^2+28^3\\ -17 . 28^2-23^3\end{array}}$$

so heißt

$$\mathrm{II}:\ 28\left(\frac{23^2+\Delta^2}{2}+\frac{28 . 23}{2}\right)\qquad+\boxed{\begin{array}{r}17 . 23^2+28^3\\ -17 . 28^2-23^3\end{array}}$$

Demnach sind biologisch gleich

α) vom Werte 1 E^3 die Alter:

$$\mathbf{V}=(23+\Delta)28 . 23\ +\boxed{\begin{array}{r}17 . 28^2\\ -17 . 23^2\end{array}}+\Delta^3$$

$$\mathbf{VIII}=28\left(\frac{\Sigma . 28}{2}+\Delta^2\right)+\boxed{\begin{array}{r}17 . 28 . 23\\ -17 . 23^2\end{array}}-\Delta^3$$

$$\mathbf{IX}=28\left(\frac{\Sigma . 23}{2}+\Delta^2\right)+\boxed{\begin{array}{r}17 . 23^2\\ -17 . 28^2\end{array}}\begin{array}{r}+28^3\\ -23^3\end{array}$$

$$\mathbf{II}=28\left(\frac{\Sigma . 23+\Delta^2}{2}\right)+\boxed{\begin{array}{r}17 . 23^2\\ -17 . 28^2\end{array}}\begin{array}{r}+28^3\\ -23^3\end{array}$$

β) vom Werte 2 E^3:

$$\mathbf{I}=28 . 23^2+(23-\Delta)\,28 . 23+\boxed{\begin{array}{r}17 . 23^2\\ -17 . 28^2\end{array}}$$

$$\mathbf{VI}=2 . 23^3\qquad\qquad+\boxed{\begin{array}{r}17 . 23^2\\ -17 . 28 . 23\end{array}}+\Delta^3$$

*) $\mathrm{IX}-\mathrm{VIII}=2\left(\begin{array}{c}23^2+28^2\\ -2 . 28 . 23\end{array}\right)=2\,\Delta^2.$

Wollte man zu VI nicht, wie wir getan haben, VIII, sondern eines der anderen noch disponiblen einwertigen Alter, z. B. II zuordnen, so hätte man:

$$\begin{aligned}
\mathrm{VI} &= 12 \cdot 23^2 + 5 \cdot 28^2 + 19 \cdot 28 \cdot 23 \\
\mathrm{II} &= 22 \cdot 23^2 + 2 \cdot 28^2 + 14 \cdot 28 \cdot 23 \\
\hline
\mathrm{VI} + \mathrm{II} &= 34 \cdot 23^2 + 7 \cdot 28^2 + 33 \cdot 28 \cdot 23 \\
&= (51 - 17)\, 23^2 + (17 - 10)\, 28^2 + (56 - 23)\, 28 \cdot 23 \\
&= \left.\begin{array}{l} 28 \cdot 23^2 + 23^3 + 2 \cdot 23 \cdot 28^2 + 2 \cdot 23 \cdot 28^2 + 17 \cdot 28^2 \\ \qquad - 2 \cdot 28^3 \qquad - 28 \cdot 23^2 - 17 \cdot 23^2 \end{array}\right\} \\
&= 2 \cdot 28 \cdot 23^2 + 23^3 - 2 \cdot 28\, \Delta^2 + \boxed{\begin{matrix} 17 \cdot 28^2 \\ - 17 \cdot 23^2 \end{matrix}} \\
&= 2 \cdot 28\, (23^2 - \Delta^2) + 23^3 \qquad + \boxed{\begin{matrix} 17 \cdot 28^2 \\ - 17 \cdot 23^2 \end{matrix}}
\end{aligned}$$

Setzt man: $-2 \cdot 28\, \Delta^2 = -2 \cdot 23\, \Delta^2 - 2\, \Delta^3$,

so lautet $\mathrm{VI} + \mathrm{II} = 23^3 + 2 \cdot 23\, (28 \cdot 23 - \Delta^2) + \dfrac{\Sigma^2 \Delta}{3} - 2\, \Delta^3.$

Es war aber

$\mathrm{IX\,a} + \text{Hemiplegie} = 23^3 + 2 \cdot 23\, (28 \cdot 23 - \Delta^2) + \dfrac{\Sigma^2 \Delta}{3} + 2\, \Delta^3.$

Somit ist

$$\mathrm{II} + \mathrm{VI} + \ 4\, \Delta^3 = \mathrm{IX\,a} + \text{Hemiplegie}.$$

Vorhin war

$$\mathrm{I} + \mathrm{V} \ + 23\, \Delta^2 = \text{Tod} + \mathrm{IV}.$$

Es sind also S u m m e n biologisch gleich, deren einzelne Summanden keineswegs biologisch gleich sind. Diese und analoge Tatsachen, die wir noch kennen lernen werden, weisen auf eine tiefere Summenbeziehung hin, der die lebendigen Vorgänge unterliegen. Hier wiederholen wir:

Gruppe A.

Werte der Paare: $\frac{3}{2}\, E^3 + \frac{3}{2}\, E^3 = 3\, E^3$.

$$\begin{aligned}
\mathrm{VII} &= 23^3 + \frac{28 \cdot 23^2}{2} - 2 \cdot 28\, \Delta^2 + \boxed{\begin{matrix} 17 \cdot 28^2 \\ - 17 \cdot 23^2 \end{matrix}} \\
\mathrm{X} &= 28 \cdot 23^2 + \frac{28^3}{2} + 2 \cdot 23\, \Delta^2 + \boxed{\begin{matrix} 17 \cdot 23^2 \\ - 17 \cdot 28^2 \end{matrix}} \\
\hline
\mathrm{VII} + \mathrm{X} &= 23^3 + 28 \cdot 23^2 + \frac{28^3}{2} + \frac{28 \cdot 23^2}{2} - 2\, \Delta^3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Diabetes} &= 23^3 + \frac{23 \cdot 28^2}{2} - 23\, \Delta^2 + \Delta^3 + \boxed{\begin{matrix} 17 \cdot 28 \cdot 23 \\ - 17 \cdot 23^2 \end{matrix}} \\
\text{Embolie} &= 23 \cdot 28^2 + \frac{28^3}{2} + 23\, \Delta^2 - \Delta^3 + \boxed{\begin{matrix} 17\, (28 \cdot 23 + 23^2) \\ - 34 \cdot 28^2 \end{matrix}} \\
\hline
\text{Diab.} + \text{Emb.} &= 23^3 + 23 \cdot 28^2 + \frac{28^3 + 23 \cdot 28^2}{2} + \boxed{\begin{matrix} 34 \cdot 28 \cdot 23 \\ - 34 \cdot 28^2 \end{matrix}}
\end{aligned}$$

Gruppe B.

Werte der Paare: $\frac{4}{3}E^3 + \frac{5}{3}E^3 = 3E^3$.

$$\text{Tod} = 23^3 + 28^3 \qquad - 17 \,.\, 28^2 + \frac{\Delta}{2} 28^2$$

$$\text{IV} = 23\,(23^2 - 2\,\Delta^2) + 17 \,.\, 28^2 - \frac{\Delta}{2} 28^2$$

$$\text{Tod} + \text{IV} = 2 \,.\, 23\,(23^2 - \Delta^2) + 28^3$$

$$\text{IX a} = \qquad 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 - 17 \,.\, 23^2 + \frac{\Delta}{2} 28^2$$

$$\text{Hemiplegie} = 23\,(23^2 - 2\,\Delta^2) + 17 \,.\, 28^2 - \frac{\Delta}{2} 28^2 + 2\,\Delta^3$$

$$\text{IX a} + \text{Hemiplegie} = 2 \,.\, 23\,(28 \,.\, 23 - \Delta^2) + 23^3 + \boxed{\begin{array}{r} 17 \,.\, 28^2 \\ -\,17 \,.\, 23^2 \end{array}} + 2\,\Delta^3$$

$$\begin{array}{ll} \text{Podagra} = 23\,(28^2 + \Delta^2) + (23 + \Delta)\, 23^2 - (28 + \Delta)\, 17 \,.\, 23 & \\ \text{III} \qquad = \qquad\qquad (23 - \Delta)\, 23^2 + (28 + \Delta)\, 17 \,.\, 23 - \Delta^3 & \end{array}$$

$$\text{Podagra} + \text{III} = 23\,(28^2 + \Delta^2) + 2 \,.\, 23^3 - \Delta^3.$$

Gruppe C.

Werte der Paare: $2E^3 + 1E^3 = 3E^3$.

$$\text{I} = 28 \,.\, 23^2 + (23 - \Delta)\, 28 \,.\, 23 + \boxed{\begin{array}{r} 17 \,.\, 23^2 \\ -\,17 \,.\, 28^2 \end{array}}$$

$$\text{V} = \qquad (23 + \Delta)\, 28 \,.\, 23 + \boxed{\begin{array}{r} 17 \,.\, 28^2 \\ -\,17 \,.\, 23^2 \end{array}} + \Delta^3$$

$$\text{I} + \text{V} = 3 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \qquad\qquad + \Delta^3$$

$$\text{VI} = 2 \,.\, 23^3 \qquad + \boxed{\begin{array}{r} 17 \,.\, 23^2 \\ -\,17 \,.\, 28 \,.\, 23 \end{array}} + \Delta^3$$

$$\text{VIII} = 28\left(\frac{28^2 + 23 \,.\, 28}{2} + \Delta^2\right) + \boxed{\begin{array}{r} 17 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ -\,17 \,.\, 23^2 \end{array}} - \Delta^3$$

$$\text{VI} + \text{VIII} = 2 \,.\, 23^3 + 28\left(\frac{28^2 + 28 \,.\, 23}{2} + \Delta^2\right).$$

Und die beiden (VIII äquivalenten) einzelnen:

$$\mathrm{IX} = 28\left(\frac{23^2 + 28 \,.\, 23}{2} + \Delta^2\right) \begin{matrix} + 17 \,.\, 23^2 + 28^3 \\ - 17 \,.\, 28^2 - 23^3 \end{matrix}$$

$$\mathrm{II} = 28\left(\frac{[23^2 + \Delta^2] + 28 \,.\, 23}{2}\right) \begin{matrix} + 17 \,.\, 23^2 + 28^3 \\ - 17 \,.\, 28^2 - 23^3. \end{matrix}$$

Die Gruppen A und C sind auf den ersten Blick nahe verwandt. Die Form der beiden Paarlinge in A lautet:

$$\left.\frac{3}{2} E^3 \pm E\Delta^2 \pm \Delta^3 \begin{matrix} - 17 E^2 \\ + 17 E^2. \end{matrix}\right\}$$

Ihre Summe ergibt:

$$\frac{3}{2} E^3 + \frac{3}{2} E^3 = 3 E^3.$$

In C:

$$\left.2 E^3 \pm \Delta E^2 + \Delta^3 \begin{matrix} + 17 E^2 \\ - 17 E^2 \end{matrix}\right\}$$

und:

$$\left.1 E^3 + E\Delta^2 \pm \Delta^3 \begin{matrix} - 17 E^2 \\ + 17 E^2. \end{matrix}\right\}$$

Ihre Summe ergibt:

$$2 E^3 + 1 E^3 = 3 E^3.$$

Die Paarlinge der Gruppen A und C unterscheiden sich also prinzipiell nur durch die verschiedene Wertigkeit von $1 E^3$, $\frac{3}{2} E^3$, $2 E^3$.

Die Gruppe B ist anders zusammengesetzt:
Der eine Paarling hat den Wert

$$34 E^2 = \frac{4}{3} E^3 \text{ und lautet } 34 E^2 + \Delta E^2.$$

Der komplementäre Paarling heißt

$$17 E^2 + E^3 - \Delta E^2.$$

Ihre Summe ergibt $51 E^2 + E^3 = (28 + 23) E^2 + E^3 = 3 E^3$.

Wenn wir an der Summe zweier Alter $= 3 E^3$ festhalten, so können wir sagen, die $3 E^3$ sind in verschiedener Weise geteilt:

Entweder geteilt im Verhältnis

$$1 : 1 \left(\frac{3}{2} E^3 + \frac{3}{2} E^3\right)\text{: Gruppe A,}$$

oder im Verhältnis $2 : 1 \, (2 E^3 + 1 E^3)$: Gruppe C,

oder im Verhältnis $4 : 5 \left(\frac{4}{3} E^3 + \frac{5}{3} E^3\right)$: Gruppe B.

Das lehrt uns diese Übersicht.

Aber sie lehrt uns noch mehr. Es passen nämlich in merkwürdiger Weise noch andere Anfallsalter zu analogen Summen zusammen. Es sind

$$\mathbf{V + X = 23^3 \quad + \frac{3}{2}\, 28^3}$$

$$\mathbf{VI + IX\,a = 23^3 \quad + \frac{3}{2}\, 28^3}$$

$$\mathbf{VII + IX = 23 \,.\, 28^2 + \frac{3}{2}\, 23 \,.\, 28^2.}$$

Man merke wohl: die drei aufeinanderfolgenden Alter V, VI, VII sind mit den aufeinanderfolgenden Altern X, IX a, IX paarweis kombiniert. Wie kommt das im einzelnen zu stande?

Wir formen zur Beantwortung dieser Frage unsere Anfallsalter zweckmäßig etwas um. Es war

$$V = 23 \,.\, 28^2 + \boxed{\begin{array}{r} 17 \,.\, 28^2 \\ -17 \,.\, 23^2 \end{array}} + \Delta^3$$

Setzt man $23 \,.\, 28^2 = 28^3 - \Delta \,.\, 28^2$,
so erhält man

$$V = 28^3 - \Delta\, 28^2 + \boxed{\begin{array}{r} 17 \,.\, 28^2 \\ -17 \,.\, 23^2 \end{array}} + \Delta^3$$

Ferner war

$$X = 28 \,.\, 23^2 + \frac{28^3}{2} + 2 \,.\, 23\, \Delta^2 + \boxed{\begin{array}{r} 17 \,.\, 23^2 \\ -17 \,.\, 28^2 \end{array}}$$

Da $28 \,.\, 23^2 + 2 \,.\, 23\, \Delta^2$

$= 28 \,.\, 23^2 + 23\, \Delta^2 - 28\, \Delta^2 + \Sigma\, \Delta^2$

$= 28^3 + 23^3 - 23 \,.\, 28^2 - \Delta^3$

$= \qquad 23^3 - \quad \Delta\, 28^2 - \Delta^3$, so ist

$$X = 23^3 + \frac{28^3}{2} - \Delta\, 28^2 - \Delta^3 + 17\,(23^2 - 28^2).$$

Demnach:

$$V = 28^3 \qquad - \Delta\, 28^2 + \Delta^3 + \boxed{\begin{array}{r} 17 \,.\, 28^2 \\ -17 \,.\, 23^2 \end{array}}$$

$$X = 23^3 + \frac{28^3}{2} + \Delta\, 28^2 - \Delta^3 + \boxed{\begin{array}{r} 17 \,.\, 23^2 \\ -17 \,.\, 28^2 \end{array}}$$

$$\mathbf{V + X = \frac{3}{2}\, 28^3 + 23^3.}$$

Das zweite Paar wäre VI + IX a.

$$\begin{array}{rl} \text{Da VI} & = 12 \,.\, 23^2 + 5 \,.\, 28^2 + 19 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ \text{und IX a} & = 11 \,.\, 23^2 + 14 \,.\, 28^2 + 9 \,.\, 28 \,.\, 23 \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} \text{so ist } \mathbf{VI + IX\,a} = & 23^3 + 19 \,.\, 28^2 + 28 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ = & 23^3 + (42 - 23)\, 28^2 + 23 \,.\, 28^2 \\ = & \mathbf{23^3 + \frac{3}{2}\, 28^3.} \end{array}$$

Nun ist

$$\mathrm{VI} = 2 \,.\, 23^3 \qquad + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 23^2 \\ -17 \,.\, 28 \,.\, 23 \end{matrix}} + \Delta^3$$

Es folgt $$\mathrm{IX\,a} = \frac{28^3}{2} + \boxed{\begin{matrix} 28^3 \\ -23^3 \end{matrix}} + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ -17 \,.\, 23^2 \end{matrix}} - \Delta^3$$

Bei dieser Form aber würde $\mathrm{IX\,a} = \frac{1}{2} E^3$, $\mathrm{VI} = 2\,E^3$ werten, was unwahrscheinlich ist. Wir halten deshalb an der früher (vgl. Gruppe B) gegebenen Lösung für IX a fest, die den Wert

$$\mathrm{IX\,a} = \frac{4}{3} E^3$$

ergab, und ordnen den auf S. 133 (Anmerkung) gegebenen Wert für VI hinzu. Es war

$$\mathrm{IX\,a} = 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 - 17 \,.\, 23^2 + \boxed{\begin{matrix} \frac{28^3}{2} \\ -\frac{23 \,.\, 28^2}{2} \end{matrix}}$$

$$= \boxed{\begin{matrix} \frac{23 \,.\, 28^2}{2} \\ -\frac{28^3}{2} \end{matrix}} + \boxed{\begin{matrix} 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \\ -23 \,.\, 28^2 - 23^3 \end{matrix}} + 23^3 + 28^3 - 17 \,.\, 23^2$$

$$= 23^3 + 28^3 - 17 \,.\, 23^2 - \frac{28^2}{2}\Delta - 23\,\Delta^2$$

Also $$\mathrm{VI} = \frac{28^3}{2} + \qquad 17 \,.\, 23^2 + \frac{28^2}{2}\Delta + 23\,\Delta^2$$

$$\mathrm{IX\,a} = 28^3 + 23^3 - 17 \,.\, 23^2 - \frac{28^2}{2}\Delta - 23\,\Delta^2$$

$$\mathbf{VI + IX\,a} = \frac{3}{2}\, 28^3 + 23^3.$$

Wegen der verschiedenen Zerlegungen vgl. den Abschnitt über die Mehrdeutigkeit. (Kapitel VII.)

Das dritte Paar ist VII und IX.

Es war

$$\mathrm{VII} = 23^3 + \frac{28 \,.\, 23^2}{2} - 2 \,.\, 28\,\Delta^2 + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 28^2 \\ -17 \,.\, 23^2 \end{matrix}}$$

$$= 23^3 + \frac{28 \,.\, 23^2}{2} + \boxed{\begin{matrix} 2 \,.\, 23 \,.\, 28^2 \\ -28^3 - 28 \,.\, 23^2 \end{matrix}} - 28\,\Delta^2 + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 28^2 \\ -17 \,.\, 23^2 \end{matrix}}$$

$$= \frac{3}{2}\, 23 \,.\, 28^2 + \frac{\Delta}{2}\, 28 \,.\, 23 + \boxed{\begin{matrix} 23^3 \\ -28^3 \end{matrix}} \qquad - 28\,\Delta^2 + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 28^2 \\ -17 \,.\, 23^2 \end{matrix}}$$

Also:

$$\mathrm{VII} = \frac{3}{2}\,23\,.\,28^2 + \frac{\Delta}{2}\,28\,.\,23 + \boxed{\begin{matrix} 23^3 \\ -28^3 \end{matrix}} - 28\,\Delta^2 + \boxed{\begin{matrix} 17\,.\,28^2 \\ -17\,.\,23^2 \end{matrix}}.$$

$$\mathrm{IX} = 23\,.\,28^2 - \frac{\Delta}{2}\,28\,.\,23 + \boxed{\begin{matrix} 28^3 \\ -23^3 \end{matrix}} + 28\,\Delta^2 + \boxed{\begin{matrix} 17\,.\,23^2 \\ -17\,.\,28^2 \end{matrix}}.$$

$$\mathrm{VII} + \mathrm{IX} = \frac{5}{2}\,23\,.\,28^2.$$

Noch einmal zusammengestellt, heißen die drei Summenpaare:

$$\mathbf{V} = \mathbf{28^3 \qquad - \Delta\, 28^2 + \Delta^3 + \frac{\Sigma^2\Delta}{3}}$$

$$\mathbf{X} = \mathbf{\frac{28^3}{2} + 23^3 + \Delta\, 28^2 - \Delta^3 - \frac{\Sigma^2\Delta}{3}}$$

$$\mathbf{V + X} = \mathbf{\frac{3}{2}\, 28^3 + 23^3}$$

$$\mathbf{VI} = \mathbf{\frac{28^3}{2} \qquad + 17\,.\,23^2 + \frac{28^2}{2}\Delta + 23\,\Delta^2}$$

$$\mathbf{IXa} = \mathbf{28^3 + 23^3 - 17\,.\,23^2 - \frac{28^2}{2}\Delta - 23\,\Delta^2}$$

$$\mathbf{VI + IXa} = \mathbf{\frac{3}{2}\, 28^3 + 23^3}$$

$$\mathbf{VII} = \mathbf{\frac{3}{2}\,23\,.\,28^2 + \frac{\Delta}{2}\,28\,.\,23 + \begin{matrix} 23^3 \\ -28^3 \end{matrix} - 28\,\Delta^2 + \frac{\Sigma^2\Delta}{3}}$$

$$\mathbf{IX} = \mathbf{23\,.\,28^2 - \frac{\Delta}{2}\,28\,.\,23 + \begin{matrix} 28^3 \\ -23^3 \end{matrix} + 28\,\Delta^2 - \frac{\Sigma^2\Delta}{3}}$$

$$\mathbf{VII + IX} = \mathbf{\frac{5}{2}\,23\,.\,28^2.}$$

In dem ersten und letzten Paare sind die Werte in den beiden Altern $1\,E^3$ und $\frac{3}{2}\,E^3$, in dem mittelsten Paare $\left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) E^3$ und $\frac{4}{3}\,E^3$. Die Summe beträgt in allen Paaren f ü n f h a l b e E^3.

Die Bindungen der zu einem Paare gehörigen Alter sind stets algebraisch gleich. Wir wissen schon, daß es sich in diesem Falle nur um eine äquivalente Vertauschung von männlich und weiblich in den Bindungen handelt und daß die eine das biologische Spiegelbild der anderen ist.

Solch ein merkwürdiges Summenergebnis zeigt, daß auch die Folge der Anfallsalter nach einem — freilich noch zu entdeckenden — Gesetz bestimmt sein müsse. Die Alter von V, VI, VII durchlaufen die Werte

$1, 2, \frac{3}{2} E^3$, und damit diejenigen von X, IX a, IX die Werte $\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, 1\ E^3$; oder wenn man die andere Lösung wählt, so sind die Werte von V, VI, VII : $1, \frac{7}{6}, \frac{3}{2}$, und die entsprechenden von X, IX a, IX : $\frac{3}{2}, \frac{8}{6}, 1$, was zweifellos eine harmonischere Abstufung gibt und mir deshalb auch wahrscheinlicher dünkt.

Aber es gibt noch andere frappante Summenverhältnisse. Es ist

$$\begin{aligned}
\mathrm{II} &= 22 \cdot 23^2 + 2 \cdot 28^2 + 14 \cdot 28 \cdot 23 \\
\mathrm{III} &= 24 \cdot 23^2 + 18 \cdot 28^2 - 7 \cdot 28 \cdot 23 \\
\mathrm{IV} &= 5 \cdot 23^2 + 3 \cdot 28^2 + 27 \cdot 28 \cdot 23 \\
\hline
S_a = \mathrm{II} + \mathrm{III} + \mathrm{IV} &= 51 \cdot 23^2 + 23 \cdot 28^2 + 34 \cdot 28 \cdot 23
\end{aligned}$$

$$\boldsymbol{S_a = 23^3 + 28 \cdot 23^2 + 23 \cdot 28^2 + 34 \cdot 28 \cdot 23.}$$

Ferner:

$$\begin{aligned}
\mathrm{VII} &= 20 \cdot 23^2 + 7 \cdot 28^2 + 10 \cdot 28 \cdot 23 \\
\mathrm{VIII} &= 6 \cdot 23^2 + 14 \cdot 28^2 + 13 \cdot 28 \cdot 23 \\
\mathrm{IX} &= 8 \cdot 23^2 + 16 \cdot 28^2 + 9 \cdot 28 \cdot 23 \\
\hline
\mathrm{VII} + \mathrm{VIII} + \mathrm{IX} = S_b &= 34 \cdot 23^2 + 37 \cdot 28^2 + 32 \cdot 28 \cdot 23\text{*)}
\end{aligned}$$

$$\boldsymbol{S_b = 2 \cdot 28 \cdot 23^2 + \frac{28^3}{2} + \frac{23 \cdot 28^2}{2} + 34 \cdot 23^2.}$$

Endlich:

$$\begin{aligned}
&\text{Diabetes} && 16 \cdot 23^2 + 5 \cdot 28^2 + 16 \cdot 28 \cdot 23 \\
&\text{Embolie} && 7 \cdot 23^2 + 21 \cdot 28^2 + 4 \cdot 28 \cdot 23 \\
&\text{Tod**)} && 23 \cdot 23^2 + 2 \cdot 28^2 + 14 \cdot 28 \cdot 23 \\
\hline
&S_c = && 46 \cdot 23^2 + 28 \cdot 28^2 + 34 \cdot 28 \cdot 23\text{***)} \\
\text{d. h. } &\boldsymbol{S_c =} && \boldsymbol{2 \cdot 23^3 + 28^3 \quad + 34 \cdot 28 \cdot 23.}
\end{aligned}$$

*) $37 = 23 + 14$
$32 = 46 - 14$.

**) Embolie + Tod betragen glatt $86 \cdot 23^2$.
Denn Embolie + Tod $= 30 \cdot 23^2 + 23 \cdot 28^2 + 18 \cdot 28 \cdot 23$
$= 30 \cdot 23^2 + 46 \cdot 28 \cdot 23 = 30 \cdot 23^2 + 56 \cdot 23^2$
$= 86 \cdot 23^2 = 3 \cdot 23^3 + 17 \cdot 23^2$.

***) Wie typisch auch diese Form der Summe sein muß, ersehe ich aus einem anderen Beispiele.

Frau Dr. Levysohn, geb. 8. Mai 1845, eine früher sehr gesunde Frau, bekommt am 2. April 1896 vormittags ganz plötzlich eine Augenmuskellähmung. Seit jener Zeit ist ihre Gesundheit untergraben. Doch hält sich die Patientin noch leidlich bis zum 22. Juni 1901, wo der erste Anfall von Herzbeklemmung (Angina pectoris) sie trifft.

Man muß diese beiden Daten als die großen Etappen des Niederganges jener Frau betrachten.

Fall 35. **35.**

$$20498 \left\{ \begin{array}{l} \left.\begin{array}{l}\text{Frau Dr. Levysohn, geb. 8. Mai 1845} \\ \text{Augenmuskellähmung 2. April 1896}\end{array}\right\} 18592 \\ \text{Angina pectoris 22. Juni 1901} \end{array} \right.$$

Hier haben wir drei Gruppen von je drei aufeinanderfolgenden Altern.

Die Summe $S_a = \text{II} + \text{III} + \text{IV}$ war:

$$\mathbf{23^3 + 28 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2 + 34 \,.\, 28 \,.\, 23.}$$

Die Summe S_c = Diabetes + Embolie + Tod war

$$\mathbf{23^3 + 23^3 + 28^3 + 34 \,.\, 28 \,.\, 23,}$$

$$\text{d. h. } S^a + \boxed{\begin{matrix} 23^3 + 28^3 \\ -28 \,.\, 23^2 - 23 \,.\, 28^2 \end{matrix}} = S_c$$

$$\text{oder } \boldsymbol{S_a + \Sigma\,\Delta^2 = S_c.}$$

Die beiden Summen S_a und S_c unterscheiden sich also nur um $\Sigma\Delta^2$; oder, was dasselbe ist: wenn man in den beiden Gliedern $28 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2$ von S_a die Koeffizienten 28 und 23 vertauscht, hat man S_a in S_c verwandelt.

Ferner läßt sich

$$S_b = \text{VII} + \text{VIII} + \text{IX} = 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + \frac{28^3 + 23 \,.\, 28^2}{2} + 34 \,.\, 23^2$$

$$= 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + \frac{\Sigma}{2}\, 28^2 + \frac{2}{3}\Sigma\, 23^2$$

aus $S_c = 2 \,.\, 23^3 + 28^3 + 34 \,.\, 28 \,.\, 23$

ableiten durch Addition von

$$\boxed{\begin{matrix} 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + \dfrac{23 \,.\, 28^2}{2} + 34 \,.\, 23^2 \\[2ex] -2 \,.\, 23^3 \quad - \dfrac{28^3}{2} \quad - 34 \,.\, 28 \,.\, 23 \end{matrix}}$$

oder nach Umformung durch weitere Addition von

$$51\,(28 \,.\, 23 - 23^2) + 23^3 - 23 \,.\, 28^2 = 0:$$

$$S_c + \boxed{\begin{matrix} 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 & & + 17 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ -23^3 - \dfrac{23 \,.\, 28^2 + 28^3}{2} & & -17 \,.\, 23^2 \end{matrix}} = S_b$$

$$\text{d. h. } S_c - 23\,\Delta^2 - \frac{\Delta 28^2}{2} + \frac{\Sigma}{3} \,.\, 23\,\Delta = S_b.$$

Sie war alt bei der

Augenmuskellähmung	$4 \,.\, 28^2$	$+ 24 \,.\, 23 \,.\, 28$
Angina pectoris	$14 \,.\, 28^2 + 18 \,.\, 23^2$	
Summe	$18 \,.\, 28^2 + 18 \,.\, 23^2 + 24 \,.\, 23 \,.\, 28$	

$$= (2 \,.\, 23 - 28)\,(28^2 + 23^2) + (34 - 10)\, 28 \,.\, 23$$

$$= \mathbf{2 \,.\, 23^3} + \boxed{\begin{matrix} 28 \,.\, 23^2 \\ -28^3 \end{matrix}} + \mathbf{34 \,.\, 28 \,.\, 23}$$

Bei Ecke hieß die Summe der drei letzten Anfallsalter:

$$S_c = 2 \,.\, 23^3 + 28^3 + 34 \,.\, 28 \,.\, 23.$$

Setzt man also bei Frau Dr. L. statt $28 \,.\, 23^2$ . . . . . . $2 \,.\, 28^3$, so ergibt sich $2 \,.\, 23^3 + 28^3 + 34 \,.\, 28 \,.\, 23$, d. h. dieselbe Quantität wie bei Ecke.

Das Glied $-\frac{\Delta 28^2}{2}$ besagt nur, daß statt 28^3 in S_c, $\frac{28^3+23 \,.\, 28^2}{2}$ in S_b steht, und das Glied $\frac{\Sigma}{3} 23\,\Delta$ trägt der Substitution von $34 \,.\, 28 \,.\, 23$ durch $34 \,.\, 23^2$ Rechnung.

Es sind also

$$S_a + \Sigma\,\Delta^2 = S_c$$

$$S_b + 23\,\Delta^2 + \frac{28^2}{2}\,\Delta - \frac{\Sigma}{3}\,23\,\Delta = S_c$$

Woraus folgt

$$S_a + 28\,\Delta^2 - \frac{28^2}{2}\,\Delta + \frac{\Sigma}{3}\,23\,\Delta = S_b$$

Und die Übersicht der drei Summengruppen selbst ergibt:

$$\boldsymbol{S_a = 23^3 + \Sigma\,28 \,.\, 23 + \frac{2}{3}\,\Sigma\,28 \,.\, 23}$$

$$\boldsymbol{S_c = 23^3 + \Sigma\,(28 \,.\, 23 + \Delta^2) + \frac{2}{3}\,\Sigma\,28 \,.\, 23}$$

$$\boldsymbol{S_b = \frac{\Sigma}{2}\,28^2 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + \frac{2}{3}\,\Sigma\,23^2}$$

Auch damit ist die Reihe der bemerkenswerten Additionsresultate noch nicht erschöpft.

Es sind:

$$\begin{aligned}
\mathrm{I} &= 17 \,.\, 23^2 + 6 \,.\, 28^2 + 13 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
\mathrm{II} &= 22 \,.\, 23^2 + 2 \,.\, 28^2 + 14 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
\mathrm{III} &= 24 \,.\, 23^2 + 18 \,.\, 28^2 - 7 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
\mathrm{IV} &= 5 \,.\, 23^2 + 3 \,.\, 28^2 + 27 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
\mathrm{V} &= 16 \,.\, 23^2 + 22 \,.\, 28^2 - 5 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
\hline
\boldsymbol{S_{\mathrm{I}}^{\mathrm{V}}} &= \boldsymbol{84 \,.\, 23^2 + 51 \,.\, 28^2 + 42 \,.\, 28 \,.\, 23.}
\end{aligned}$$

Und ferner

$$\begin{aligned}
\mathrm{VI} &= 12 \,.\, 23^2 + 5 \,.\, 28^2 + 19 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
\mathrm{VII} &= 20 \,.\, 23^2 + 7 \,.\, 28^2 + 10 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
\mathrm{VIII} &= 6 \,.\, 23^2 + 14 \,.\, 28^2 + 13 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
\mathrm{IX} &= 8 \,.\, 23^2 + 16 \,.\, 28^2 + 9 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
\hline
\boldsymbol{S_{\mathrm{VI}}^{\mathrm{IX}}} &= \boldsymbol{46 \,.\, 23^2 + 42 \,.\, 28^2 + 51 \,.\, 28 \,.\, 23.}
\end{aligned}$$

Also:

$$S_{\mathrm{I}}^{\mathrm{V}} = 84 \,.\, 23^2 + 51 \,.\, 28^2 + 42 \,.\, 28 \,.\, 23$$

und $$S_{\mathrm{VI}}^{\mathrm{IX}} = 46 \,.\, 23^2 + 51 \,.\, 28 \,.\, 23 + 42 \,.\, 28^2$$

oder $$S_{\mathrm{I}}^{\mathrm{V}} = 3 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + 28^3 + \frac{5}{2}\,23 \,.\, 28^2$$

$$S_{\mathrm{VI}}^{\mathrm{IX}} = 2 \,.\, 23^3 + 23 \,.\, 28^2 + 28 \,.\, 23^2 + \frac{3}{2}\,28^3$$

oder
$$S_{\mathrm{I}}^{\mathrm{V}} = 28\,\Sigma^2 + 2\,.\,28\,.\,23^2 + \frac{23\,.\,28^2}{2}$$

$$S_{\mathrm{VI}}^{\mathrm{IX}} = 28\,\Sigma^2 + 2\,.\,23^3 \quad + \frac{28^3}{2} - 23\,.\,28^2$$

d. h. die Summe der ersten fünf Anfälle beträgt 1 E^3 mehr als die Summe der vier folgenden.

Aber nicht nur die Summe von fünf Anfallsaltern unterscheidet sich von der Summe von vier Anfallsaltern um 1 E^3; auch die Summe zweier Anfallsalter unterscheidet sich von einem Anfallsalter um 1 E^3.

Es ist

$$\begin{array}{lll} & \text{IX a} & = 11\,.\,23^2 + 14\,.\,23^2 + 9\,.\,28\,.\,23 \\ & \text{VIII} & = 6\,.\,23^2 + 14\,.\,28^2 + 13\,.\,28\,.\,23 \\ \hline \text{IX a} + \text{VIII} & & = 17\,.\,23^2 + \qquad 28^3 + 22\,.\,28\,.\,23 \\ \text{Podagra} & & = 12\,.\,23^3 \qquad\qquad + 22\,.\,28\,.\,23 \\ \hline \text{Differenz} & & = 5\,.\,23^2 + \qquad 28^3 \\ & & = \boxed{\begin{array}{l} 28\,.\,23^2 \\ -\,23^3 \end{array}} + 28^3 = 28^3 + \Delta\,23^2 \end{array}$$

Ferner:

$$\begin{array}{ll} \text{2mal Podagra} & = 24\,.\,23^2 \qquad\qquad\qquad + 44\,.\,28\,.\,23 \\ \text{III} & = 24\,.\,23^2 + 18\,.\,28^2 - 7\,.\,28\,.\,23 \\ \hline \text{Differenz} & = \qquad\qquad -18\,.\,28^2 + 51\,.\,28\,.\,23 \\ & = 28^3 + \boxed{\begin{array}{r} 28\,.\,23^2 \\ -\,23\,.\,28^2 \end{array}} = \mathbf{28^3 - \Delta\,28\,.\,23} \end{array}$$

Und

$$\begin{array}{ll} \text{2mal II} & = 44\,.\,23^2 + 4\,.\,28^2 + 28\,.\,28\,.\,23 \\ \text{V} & = 16\,.\,23^2 + 22\,.\,28^2 - 5\,.\,28\,.\,23 \\ \hline \text{Differenz} & = 28\,.\,23^2 - 18\,.\,28^2 + 33\,.\,28\,.\,23 \\ & = 28\,.\,23^2 + (28 - 46)\,28^2 + (56 - 23)\,28\,.\,23 \\ & = 28^3. \end{array}$$

Also:
$$\begin{array}{lll} \textbf{IX a + VIII} & = \textbf{Podagra} & + 28^3 + 23^2\,\Delta \\ \textbf{2mal Podagra} & = \textbf{III} & + 28^3 - 28\,.\,23\,\Delta \\ \textbf{2mal II} & = \textbf{V} & + 28^3 \end{array}$$

Die Summe zweier Anfallsalter (bezw. die Verdoppelung eines Alters) unterscheidet sich von einem dritten Alter um 1 E^3.

Außer diesen merkwürdigen Summenverhältnissen hatten wir oben gesehen, daß die Summe der ersten fünf Anfallsalter um 1 E^3 mehr betrug, als die Summe der folgenden vier Alter, die vor jenem Anfall (IX a) endigten, den wir als Todesvorboten kennen gelernt haben.

Es war:

$$S_{\mathrm{I}}^{\mathrm{V}} = 28\,\Sigma^2 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + \frac{23 \,.\, 28^2}{2}$$

$$S_{\mathrm{VI}}^{\mathrm{IX}} = 28\,\Sigma^2 + 2 \,.\, 23^3 \quad + \quad \frac{28^3}{2} - 23 \,.\, 28^2$$

Ferner waren drei Gruppen von je drei aufeinanderfolgenden Altern biologisch gleich:

$$S_a = 23^3 \quad + \Sigma\,28 \,.\, 23 \qquad + \frac{2}{3}\,\Sigma\,28 \,.\, 23$$

$$S_c = 23^3 \quad + \Sigma\,(28 \,.\, 23 + \Delta^2) + \frac{2}{3}\,\Sigma \,.\, 28 \,.\, 23$$

$$S_b = \frac{\Sigma}{2}\,28^2 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \qquad + \frac{2}{3}\,\Sigma\,23^2.$$

Dann waren die Summen je zweier s y m m e t r i s c h stehender Alter biologisch gleich.

$$\mathrm{V} + \mathrm{X} = 23^3 \quad + \frac{3}{2}\,28^3$$

$$\mathrm{VI} + \mathrm{IXa} = 23^3 \quad + \frac{3}{2}\,28^3$$

$$\mathrm{VII} + \mathrm{IX} = 23 \,.\, 28^2 + \frac{3}{2}\,23 \,.\, 28^2.$$

Endlich ließen sich von den 16 Altern 14 so in 7 Paaren ordnen, daß die Summe jeden Paares $= 3\,E^3$ war.

Das sind die Resultate, die sich aus der eingehenden Analyse unseres Falles ergeben haben. Sie weisen aufs eindringlichste darauf hin, daß ein Gesetz existieren muß, wonach die Summen von Anfallsaltern sich regeln: und zwar scheint es so, daß die Summe von a zusammengehörigen Altern biologisch gleich der Summe von a anderen zusammengehörigen Altern sein wird. Daß auch die Folge der Alter nicht willkürlich sein kann, lehrt die harmonische Stellung, welche die Alter mit biologisch gleicher Summe einnehmen. Es ist so, als wenn für eine solche Summe von a Altern immer die biologisch gleiche Menge lebendiger Substanz zur Verfügung steht, die nur auf verschiedene Weise in diejenigen Teile zerbrochen wird, welche die Anfallsalter darstellen.

In dieser Meinung werde ich durch die Analyse eines weiteren Falles bestärkt, den ich ebenfalls Herrn Dr. Sebastian Levy verdanke.

36. Beispiel. 36.

Mein Freund hat mir aus dem Notizbuche seines am 21. September 1828 geborenen und am 9. April 1891 verstorbenen Vaters die Daten von dessen drei ersten und drei letzten Gallensteinanfällen mitgeteilt.

Die ersten drei Anfälle waren am:

a) 20. August 1875
b) 12. Januar 1878
c) 19. November 1878 (mit akuter Beinthrombose).

Die letzten waren am:

d) 8. Mai 1884
e) 1. Juni 1884
f) 1. März 1887.

Das Alter war bei

$$\begin{array}{rl}
a)\ 17134 = & 10 \,.\, 23^2 + 11 \,.\, 28^2 + 5 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
b)\ 18010 = & 26 \,.\, 23^2 + 12 \,.\, 28^2 - 8 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
c)\ 18321 = & 25 \,.\, 23^2 + 18 \,.\, 28^2 - 14 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
\hline
\mathbf{a + b + c} = & \mathbf{61 \,.\, 23^2 + 41 \,.\, 28^2 - 17 \,.\, 28 \,.\, 23}
\end{array}$$

$$\begin{array}{rl}
d)\ 20318 = & 22 \,.\, 23^2 + 16 \,.\, 28^2 - 6 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
e)\ 20342 = & 14 \,.\, 23^2 + 5 \,.\, 28^2 + 14 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
f)\ 21345 = & 25 \,.\, 23^2 + 12 \,.\, 28^2 - 2 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
\hline
\mathbf{d + e + f} = & \mathbf{61 \,.\, 23^2 + 33 \,.\, 28^2 + 6 \,.\, 28 \,.\, 23}
\end{array}$$

Es ist aber

$$\begin{aligned}
a + b + c &= (84 - 23)\, 23^2 + (69 - 28)\, 28^2 + (34 - 51)\, 28 \,.\, 23 \\
&= 3 \,.\, 28 \,.\, 23^2 - 23^3 + 3 \,.\, 23 \,.\, 28^2 - 28^3 - 23 \,.\, 28^2 - 28 \,.\, 23^2 + \\
&\quad + 34 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
&= 28 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2 + 34 \,.\, 28 \,.\, 23 + \boxed{\begin{array}{l} 28 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2 \\ -23^3 \qquad -28^3 \end{array}} \\
&= \Sigma \,.\, 28 \,.\, 23 + 34 \,.\, 28 \,.\, 23 - \Sigma\Delta^2.
\end{aligned}$$

Und

$$\begin{aligned}
d + e + f &= (84 - 23)\, 23^2 + (56 - 23)\, 28^2 + (34 - 28)\, 28 \,.\, 23 \\
&= 3 \,.\, 28 \,.\, 23^2 - 23^3 + 2 \,.\, 28^3 - 2 \,.\, 23 \,.\, 28^2 + 34 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
&= \boxed{\begin{array}{l} 28^3 + 3 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \\ -23^3 - 3 \,.\, 23 \,.\, 28^2 \end{array}} + 23 \,.\, 28^2 + 28^3 + 34 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
&= 23 \,.\, 28^2 + 28^3 + 34 \,.\, 28 \,.\, 23 + \Delta^3 \\
&= \Sigma\, 28^2 + 34 \,.\, 28 \,.\, 23 + \Delta^3.
\end{aligned}$$

Also:

$$\begin{aligned}
\mathbf{a + b + c} &= \mathbf{\Sigma(28 \,.\, 23 - \Delta^2) + \frac{2}{3}\, \Sigma 28 \,.\, 23} \\
\mathbf{d + e + f} &= \qquad \mathbf{\Sigma\; 28^2 + \Delta^3 + \frac{2}{3}\, \Sigma 28 \,.\, 23.}
\end{aligned}$$

In beiden Fällen $\left(2 + \frac{4}{3}\right) E^3$, also biologisch dieselbe Quantität.

Wer würde hier nicht an das analoge Ergebnis beim Fall Ecke erinnert, in welchem die Summe des zweiten, dritten und vierten und diejenige der drei letzten Lebensalter biologisch gleich war und $\left(3+\frac{4}{3}\right)E^3$ betrug?

Bei Ecke war (vgl. S. 143)

$$\mathbf{S_a = \quad II + \quad III + \quad IV = 23^3 + \Sigma 28 . 23 \qquad + \frac{2}{3}\Sigma 28 . 23}$$

$$\mathbf{S_e = Diab. + Emb. + Tod = 23^3 + \Sigma(28 . 23 + \Delta^2) + \frac{2}{3}\Sigma 28 . 23.}$$

Als ich mit dem Studium der Anfälle begann, untersuchte ich einige Daten, die mir zufällig in die Hand fielen.

37. Beispiel. **37.**

So erzählte Theodor Fontane in einem Feuilleton im Sonntagsblatt der Vossischen Zeitung vom 28. November 1897 „Mein Leipzig lob' ich mir" von einem tiefen Ohnmachtsanfall, den er zum Beginn eines Typhus nach vorgängiger Euphorie am 3. Januar 1841 abends bekommen hätte.

Er war damals alt: (30. Dezember 1819 geboren) 7675 Tage.

Fontane starb plötzlich am 20. September 1898, ebenfalls abends (9 Uhr), nachdem er den Tag in fröhlicher Laune verbracht hatte. Er erreichte 28754 Lebenstage. Sein Todestag fiel übrigens einen Tag vor den 100jährigen Geburtstag seiner Mutter.

Fontane war alt:

bei Ohnmacht	$7675 = 27 . 23^2 + 8 . 28^2 - 20 . 28 . 23$
bei Tod	$28754 = 10 . 23^2 + 2 . 28^2 + 34 . 28 . 23$
Summe	$= 37 . 23^2 + 10 . 28^2 + 14 . 28 . 23$
	$= (23 + 14)\, 23^2 + 2\,(28 - 23)\, 28^2 + 14 . 28 . 23$
	$= 2 . 28^3 + 23^3 + \frac{28 . 23^2}{2} - \frac{3}{2}\, 23 . 28^2.$

Nun erhielt ich damals gleichzeitig die Daten der Schlaganfälle des Komponisten Carl Löwe.

38. Beispiel. **38.**

Carl Löwe

geboren	30.	November	1796
Erster Schlaganfall	23.	Februar	1864
Zweiter Schlaganfall	18.	April	1869
Tod	20.	April	1869

Löwe war alt bei

$$
\begin{aligned}
\text{I } 24555 &= 19 \cdot 23^2 + 7 \cdot 28^2 + 14 \cdot 28 \cdot 23 \\
\text{II } 26436 &= 8 \cdot 23^2 + 16 \cdot 28^2 + 15 \cdot 28 \cdot 23 \\
\dagger \text{ III } 26438 &= 26 \cdot 23^2 + 17 \cdot 28^2 - 1 \cdot 28 \cdot 23 \\
\hline
\text{Summe} &= 53 \cdot 23^2 + 40 \cdot 28^2 + 28 \cdot 28 \cdot 23 \\
&= 53 \cdot 23^2 + 63 \cdot 28^2 \\
&= 46 \cdot 23^2 + 56 \cdot 28^2 + 7\,(23^2 + 28^2).
\end{aligned}
$$

Also Summe bei Löwe: $2 \cdot 23^3 + 2 \cdot 28^3 + 7\,(23^2 + 28^2)$

„ „ bei Fontane: $23^3 + 2 \cdot 28^3 + 7\,(23^2 + 23^2) - \frac{3}{2}\,23 \cdot 28^2$

Das Typische im Summenbau erhellt auch aus diesen beiden Beispielen, deren Persönlichkeiten durch keinerlei verwandtschaftliche Bande miteinander verknüpft waren.

Nach allem, was hier aufgezeigt worden, scheint wirklich für eine gewisse zusammengehörige Zahl von Anfallsaltern eine bestimmte Menge lebendiger Substanz gegeben zu sein.

Wir werden das gleiche auch bei den Lebensaltern von Geschwistern sehen. Bei den Lebensaltern von Geschwistern?! Da müssen ja die Substanzeinheiten der Summe bereits im Leibe der Mutter in ihre Bruchteile zerlegt und auf die Kinder verteilt sein. Daß dem wirklich so ist, dafür haben wir schon den Beleg geliefert, als wir die Laufzeiten von Geschwistern mit denen ihrer Vettern verglichen (vgl. S. 91). Wir wollen aber den Beweis verstärken, indem wir ein weiteres Beispiel untersuchen.

Es erkrankten zwei Geschwister in hohem Alter an Gesichtsnervenlähmung (Facialisparalyse) zur selben Tageszeit (an verschiedenen Daten) plötzlich und ohne erkennbare äußere Ursache. Die Analyse dieses Vorkommnisses wird uns wieder enthüllen, was wir noch häufig beweisen werden, daß Geschwister mit ihren biologischen Zeiten deshalb in Beziehung stehen, weil sie von der Mutter mit komplementären Teilen derselben lebendigen Substanz begabt worden sind.

39.

39. Beispiel.

Herr Philipp Bondy, geboren 31. März 1830, bekommt am Nachmittag des 29. Oktober 1899 eine Facialislähmung.

Seine Schwester Frau Henriette Schütz, geboren 14. November 1822, bekommt am 26. Mai 1901 nachmittags, vielleicht 2 bis 3 Stunden früher, ebenfalls eine Facialislähmung.

Bei beiden Geschwistern ist eine äußere Ursache nicht auffindbar. Die Lähmung der Gesichtsnerven ist plötzlich „aus heiler Haut“ entstanden.

$$\left.\begin{array}{r} \text{Herr Bondy 31. März } 1830 \\ \text{29. Oktober } 1899 \end{array}\right\}\ 25414 \text{ Tage}$$

$$\left.\begin{array}{ll}\text{Frau Schütz 14. November} & 1822\\ \text{26. Mai} & 1901\end{array}\right\}\ 28682 \text{ Tage.}$$

Die Anfallsalter beider Geschwister sind:*)

$$\begin{array}{lll}\text{Bondy: } 25414 & = 22 \,.\, 23^2 + 11 \,.\, 28^2 + \ \ 8 \,.\, 28 \,.\, 23\\ \text{Schütz: } 28682 & = \ \ 6 \,.\, 23^2 + 12 \,.\, 28^2 + 25 \,.\, 28 \,.\, 23\\ \hline S_a & = 28 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2 + 33 \,.\, 28 \,.\, 23\\ & = \mathbf{3 \,.\, 23 \,.\, 28^2}.\end{array}$$

Die Summe dieser beiden Anfallsalter gibt glatt $\mathbf{3 \,.\, 23 \,.\, 28^2}$, also drei Einheiten dritter Dimension!

Und die Substanzmengen, in welche diese drei Einheiten zerteilt waren, müssen den Geschwistern doch im Mutterleibe verliehen sein zur Zeit, als die beiden Ovula aus einer gemeinsamen Matrix hervorgingen. Daß bei den Zellteilungen strenge quantitative Ordnung in der lebendigen Substanz waltet, haben ja die Studien über die Chromosomen längst gelehrt. Jede Tochterzelle bekommt die gleiche Zahl von Chromosomen, welche die Mutterzelle enthielt. Hier sehen wir weit mehr. Von einem Komplex dreier Einheiten erhält das eine der Geschwister:

$$\begin{aligned}\text{Bondy} &= 22 \,.\, 23^2 + 11 \,.\, 28^2 + 8 \,.\, 28 \,.\, 23\\ &= (17+5)\, 23^2 + (28-17)\, 28^2 + (17+14-23)\, 28 \,.\, 23\\ &= 17 \,.\, 28 \,.\, 23 + \frac{23 \,.\, 28^2}{2} + \boxed{\begin{array}{r}28^3 + 17 \,.\, 23^2\\ -23^3 - 17 \,.\, 28^2\end{array}}\end{aligned}$$

und die Schwester

$$\begin{aligned}\text{H. Schütz} &= 6 \,.\, 23^2 + 12 \,.\, 28^2 + 25 \,.\, 28 \,.\, 23\\ &= (23-17)\, 23^2 + (17-5)\, 28^2 + (42-17)\, 28 \,.\, 23\\ &= \frac{23 \,.\, 28^2}{2} + 2 \,.\, 23 \,.\, 28^2 - 17 \,.\, 28 \,.\, 23 + \boxed{\begin{array}{r}23^3 + 17 \,.\, 28^2\\ -28^3 - 17 \,.\, 23^2\end{array}}\end{aligned}$$

Oder

$$\begin{array}{ll}\text{B.} = \dfrac{23 \,.\, 28^2}{2} + 17 \,.\, 28 \,.\, 23 + \boxed{\begin{array}{r}17 \,.\, 23^2 + 28^3\\ -17 \,.\, 28^2 - 23^3\end{array}} & \\ \text{Sch.} = \dfrac{23 \,.\, 28^2}{2} - 17 \,.\, 28 \,.\, 23 + \boxed{\begin{array}{r}17 \,.\, 28^2 + 23^3\\ -17 \,.\, 23^2 - 28^3\end{array}} & + 2 \,.\, 23 \,.\, 28^2\\ \hline S_a = 23 \,.\, 28^2 & + 2 \,.\, 23 \,.\, 28^2.\end{array}$$

*)
$$\begin{aligned}25414 &= 1104 \,.\, 23 + 22 = 1094 \,.\, 23 + 9 \,.\, 28\\ &= 39 \,.\, 28 \,.\, 23 + 2 \,.\, 23 + 9 \,.\, 28\\ &= 39 \,.\, 28 \,.\, 23 + (22 \,.\, 23 - 18 \,.\, 28)\, 23 + (11 \,.\, 28 - 13 \,.\, 23)\, 28\\ &= 8 \,.\, 28 \,.\, 23 + 22 \,.\, 23^2 + 11 \,.\, 28^2\\ 28682 &= 1247 \,.\, 23 + 1 = 1230 \,.\, 23 + 14 \,.\, 28\\ &= 43 \,.\, 28 \,.\, 23 + 26 \,.\, 23 + 14 \,.\, 28\\ &= 43 \,.\, 28 \,.\, 23 + (6 \,.\, 23 - 4 \,.\, 28)\, 23 + (12 \,.\, 28 - 14 \,.\, 23)\, 28\\ &= 25 \,.\, 28 \,.\, 23 + 6 \,.\, 23^2 + 12 \,.\, 28^2\\ S_a &= 28 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2 + 2 \,.\, 23 \,.\, 28^2 - 28 \,.\, 23^2\\ &= \mathbf{3 \,.\, 23 \,.\, 28^2}.\end{aligned}$$

Also Frau Schütz hat $\left(\frac{1}{2}+\frac{4}{3}\right)E^3$, während ihr Bruder Bondy nur $\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\right)E^3$ erhält (auch bereits am 3. September 1901 verstorben ist, während die ältere Schwester bis 8. Januar 1905 gelebt hat). Die Bindungen sind algebraisch gleich.

Auch an diesem Beispiele, wo der Anteil beider Geschwister in die Substanz der Mutter zurückverlegt werden muß, sehen wir, wie die Geburt einen sicheren Abschnitt darstellt, von dem aus man rechnen darf. Ein noch viel bedeutenderer dürfte die Konzeption sein, über deren Zeitpunkt wir leider so ununterrichtet sind.

Bei Herrn Ph. Bondy (s. Beispiel 39) bildete der eben beschriebene Facialisanfall die erste Etappe im körperlichen Niedergang. Ein seit Jahren fast beschwerdelos bestehendes und langsam wachsendes Darmcarcinom fängt von nun an sich sehr fühlbar zu machen. Die Kräfte des Kranken sind aber noch gut, bis plötzlich am 25. April 1901 bei Gelegenheit eines Banketts ein Schlagmahner ihn niederwirft. Am selben Tage erscheinen Ödeme, der Verfall beginnt und der 23. August 1901 trifft den Kranken mit einer zweistündigen Ohnmacht. Von diesem Tage an kann er keine Nahrung mehr nehmen und muß beständig unter Morphium gehalten werden, bis er am 3. September 1901 erlischt. Die Nahrungslosigkeit und die großen Morphiumgaben machen es ungewiß, ob — im biologischen Sinne — der 3. September das natürliche Ende war.

Die Etappen des Niederganges sind aber durch die Daten des:

40. I. 29. Oktober 1900 Facialislähmung
II. 25. April 1901 Schlagmahner
III. 23. August 1901 zweistündige Ohnmacht

scharf markiert.

Alle drei Anfälle kamen in den ersten Nachmittagsstunden.

Herr Bondy*) war alt bei:

$$\begin{array}{rl}
\text{I.} & 22.23^2+11.28^2+\ \ 8.28.23 \\
\text{II.} & \ \ 9.23^2+18.28^2+11.28.23 \\
\text{III.} & 25.23^2+\ \ 9.28^2+\ \ 9.28.23 \\
\hline
\text{I}+\text{II}+\text{III} & =56.23^2+38.28^2+28.28.23 \\
 & =2.28.23^2+3.28^3-23.28^2 \\
 & =2.28^3+28.23^2+23.28^2+28\,\Delta^2 \\
 & =28^3+28\,(28^2+\Delta^2)+\Sigma\,28.23.
\end{array}$$

Also auch diese drei Anfälle bilden einen einfachen Summenkomplex.

---

*) Von diesem Kranken habe ich noch das Datum eines früheren plötzlichen Rotlaufbeginnes, 18. April 1887, aufgezeichnet.

Damals war er alt 20837 Tage

$$=17.23^2+11.28^2+5.28.23$$

$$=28^3+\boxed{\begin{array}{r}17.23^2\\-17.28^2\end{array}}+\Delta.28.23$$

VI.

Daß die Lebensalter, die wir jetzt systematisch untersuchen wollen, den analogen Bau aufweisen wie die Anfallsalter, ist uns schon aus den beiden zuletzt analysierten Fällen Egli und Ecke klar geworden.

Ich möchte aber die Ähnlichkeit in der Struktur von Lebenszeiten untereinander und ihre Verwandtschaft mit den Anfallszeiten noch etwas stärker illustrieren. Zu diesem Ende will ich der Lebenszeit von Ecke noch zwei weitere gegenüberstellen von Personen, die ebenfalls am Schlagfluß gestorben sind.

Eine Klientin von Herrn Dr. Sebastian Levy, die auch einige — leider nicht ganz genau datierte — Schlagmahner wie Herr Ecke erlitten,

$$\left.\begin{array}{l}\text{Frau Brünn geboren 14. August 1834}\\ \text{gestorben 21. Oktober 1899}\end{array}\right\} 23809 \qquad \textbf{42}\,a.$$

wurde alt:

$$25 \,.\, 23^2 + 2 \,.\, 28^2 + 14 \,.\, 28 \,.\, 23 \text{ Tage.}$$

Und der Pädiater Prof. Widerhofer in Wien, der gerade bei meiner Anwesenheit dort starb —

$$\left.\begin{array}{l}\text{geboren 24. März 1832}\\ \text{gestorben 28. Juli 1901}\end{array}\right\} 25327 \qquad \textbf{42}\,b.$$

erreichte das Alter von

$$23^3 + 2 \,.\, 28^2 + 18 \,.\, 28 \,.\, 23 \text{ Tagen.}$$

Zufällig steht in meinem Notizen der ebenfalls wenige Tage nach Herrn Bondy verstorbene Minister Miquel aufgezeichnet.

41. Beispiel. **41.**

Miquel geboren 21. Februar 1828
† 8. September 1901

$$\begin{aligned}\textbf{hat gelebt } 26862 &= 1167 \,.\, 23 + 21 = 1146 \,.\, 23 + 18 \,.\, 28\\ &= 40 \,.\, 28 \,.\, 23 + 26 \,.\, 23 + 18 \,.\, 28\\ &= 6 \,.\, 23^2 + 22 \,.\, 28^2 + 10 \,.\, 28 \,.\, 23\\ &= (23 - 17)\, 23^2 + (17 + 5)\, 28^2 + (2 \,.\, 28 - 2 \,.\, 23)\, 28 \,.\, 23\\ &= 28^3 + \boxed{\begin{array}{l}23^3 + 23 \,.\, 28^2\\ \quad - 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2\end{array}} + \boxed{\begin{array}{r}17 \,.\, 28^2\\ -17 \,.\, 23^2\end{array}}\\ &= 28^3 + \boxed{\begin{array}{r}17 \,.\, 28^2\\ -17 \,.\, 28^2\end{array}} + 23\,\Delta^2\end{aligned}$$

Man sieht wieder, wie typisch im Grunde die biologischen Zeiten gebaut sind.

42c. Und um noch ein **Anfallsalter** zuzuordnen, so war Frau Nathorf (Schwiegermutter von Dr. Levy) geboren 5. Februar 1848 am 3. Mai 1903, wo sie den entscheidenden ersten Schlaganfall erlitt, der ihr sechs Tage später das Leben raubte: 20175 Tage alt.

$$23^3 + 2 . 28^2 + 10 . 28 . 23$$

Ein paar Lebenszeiten, die der bare Zufall aus der ungeheuren Fülle zusammenstellt, lauten also

Brünn:	$25 . 23^2 + 2 . 28^2 + 14 . 28 . 23$
Ecke:	$23^3 + 2 . 28^2 + 14 . 28 . 23$
Widerhofer	$23^3 + 2 . 28^2 + 18 . 28 . 23$
Nathorf bei Apoplexie	$23^3 + 2 . 28^2 + 10 . 28 . 23$

Solche Übersicht lehrt, daß etwas Gemeinsames im Bau der Lebenszeiten zu erwarten ist.

Wenn wir uns eine genauere Vorstellung davon machen wollen, worin das Gemeinsame besteht, so werfen wir einen Blick auf die Konstitutionsformeln dieser Alter:

Der Ähnlichkeit der Bruttoformeln

Widerhofer:	$23^3 + 2 . 28^2 + 18 . 28 . 23$
Ecke:	$23^3 + 2 . 28^2 + 14 . 28 . 23$
Nathorf:	$23^3 + 2 . 28^2 + 10 . 28 . 23$

entspricht die Homologie in dem Bau von

Widerhofer:*) $23^3 + 28 . 23^2 + \frac{28^3}{2} - 17 . 28^2 + 28\,\Delta^2$

Ecke:**) $23^3 + 28^3 + \frac{28^3}{2} - 17 . 28^2 - \frac{23 . 28^2}{2}$

Nathorf: ***) $28^3 + \frac{28^3}{2} - 17 . 28^2 + 23\,\Delta^2$

---

*) Widerhofer: $23^3 + (42 - 23 - 17)\,28^2 + (46 - 28)\,28 . 23$

$$= 23^3 + \frac{3}{2}\,28^3 - 17 . 28^2 + 2 . 28 . 23^2 - 2 . 23 . 28^2$$

$$= 23^3 + 28 . 23^2 - 17 . 28^2 + \frac{28^3}{2} + \boxed{\begin{array}{l} 28^3 + 28 . 23^2 \\ - 2 . 23 . 28^2 \end{array}}$$

**) Vgl. S. 124.

***) Nathorf: $23^3 + 2 . 28^2 + 10 . 28 . 23$

$$= 23^3 + (42 - 23 - 17)\,28^2 + (2 . 28 - 2 . 23)\,28 . 23$$

$$= 23^3 + \frac{3}{2}\,28^3 - 17 . 28^2 + 23 . 28^2 - 2 . 28 . 23^2$$

$$= \frac{3}{2}\,28^3 - 17 . 28^2 + \boxed{\begin{array}{l} 23^3 + 23 . 28^2 \\ - 2 . 28 . 23^2 \end{array}}$$

Eckes Zeit enthält $\frac{1}{2}E^3$ weniger als Widerhofer, Nathorf $\frac{1}{2}E^3$ weniger als Ecke.

Und Brünns Ähnlichkeit mit Ecke zeigen die Bruttoformeln:

$$\begin{array}{ll} \text{Ecke} & 23^3 + 2 \,.\, 28^2 + 14 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ \text{Brünn} & 25 \,.\, 23^2 + 2 \,.\, 28^2 + 14 \,.\, 28 \,.\, 23 \end{array}$$

Der Unterschied liegt in dem Gliede mit 23^2:

$$\begin{array}{ll} \text{Ecke} & 23 \,.\, 23^2 \\ \text{Brünn} & 25 \,.\, 23^2 = \left(\frac{3}{2}\, 28 - 17\right) 23^2. \end{array}$$

Die Konstitutionsformel lautet:

$$\text{Brünn*}): = \frac{28^3 + 28 \,.\, 23^2}{2} + \frac{3}{2}\, 23 \,.\, 28^2 - 17\,(23^2 + 28^2) + 28\,\Delta^2$$

Brünn hat also $\frac{1}{2}E^3$ mehr als Ecke und $\frac{2}{3}E^3 = 17 \,.\, 23^2$ weniger, im ganzen also $\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{6}E^3$ weniger.

Oder mit Widerhofer verglichen:

$$\text{Widerhofer:} \quad 23^3 + 28 \,.\, 23^2 + \frac{28^3}{2} - 17 \,.\, 28^2 \qquad + 28\,\Delta^2$$

$$\text{Brünn:} \quad \frac{28 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2}{2} + 23 \,.\, 28^2 + \frac{28^3}{2} - 17\,(28^2 + 23^2) + 28\,\Delta^2$$

hat Brünn $\frac{2}{3}E^3\,(17 \,.\, 23^2)$ weniger.

Egli, dessen Schlaganfälle wir analysierten, lebte

$$\mathbf{23 \,.\, 28^2 + 28 \,.\, 23^2 + \frac{28^3}{2} - 17 \,.\, 28 \,.\, 23 + \Sigma\,\Delta^2 - 2 \,.\, 28 \,.\, 23\,\Delta}$$

was man mit Widerhofer vergleichen möge:

$$\text{Widerhofer:} \quad \mathbf{23^3 + 28 \,.\, 23^2 + \frac{28^3}{2} - 17 \,.\, 28^2 \quad + 28\,\Delta^2}$$

Man kann Egli auch schreiben (analog auch Ecke, Widerhofer, Nathorf)

$$34 \,.\, 28 \,.\, 23 + \frac{28^3}{2} + \Sigma\,\Delta^2 - 2 \,.\, 28 \,.\, 23\,\Delta.$$

---

*) $\text{Brünn} = 25 \,.\, 23^2 + 2 \,.\, 28^2 + 14 \,.\, 28 \,.\, 23$

$$= (42 - 17)\, 23^2 + (42 - 23 - 17)\, 28^2 + \frac{23 \,.\, 28^2}{2}$$

$$= \frac{3}{2}\, 28 \,.\, 23^2 + \frac{3}{2}\, 28^3 - \frac{23 \,.\, 28^2}{2} - 17\,(23^2 + 28^2)$$

$$= \frac{28 \,.\, 23^2 + 28^3}{2} + \frac{3}{2}\, 23 \,.\, 28^2 - 17\,(23^2 + 28^2) + \boxed{\begin{array}{c} 28^3 + 28 \,.\, 23^2 \\ - 2 \,.\, 23 \,.\, 28^2 \end{array}}$$

42 *d.* Setzen wir daneben das Lebensalter von Moltke:

Moltke*)

$$17\,(28^2 + 28\,.\,23) + \frac{28\,.\,23^2}{2} - \Sigma\Delta^2 + 23^2\,\Delta,$$

so springt die Ähnlichkeit der Konstruktion in die Augen.

42 *e.* Bismarck**) lebte, wie wir aus der Einführung wissen, 1087 . 28 Tage. Seine Formel:

$$34\,.\,28\,.\,23 + \Sigma\,\Delta^2 + \boxed{\begin{array}{c} 28^3 \\ -\,28\,.\,23^2 \end{array}} + \Delta^3$$

läßt die Homologie mit den früheren nicht vermissen.

Herr Prof. Sigmund Freud aus Wien hat mich ehemals darauf aufmerksam gemacht, daß sein Vater, der an demselben Tage wie Bismarck geboren wurde, um 28 . 23 Tage früher gestorben sei.

42 *f.*

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Herr Freud sen.} & \text{1. April} \quad 1815 \\ & \text{24. Oktober} \quad 1896\,\dagger \end{array}\right\}\,29792$$

$$= 38\,.\,28^2 = 3\,.\,28^3 - 2\,.\,23\,.\,28^2 = 28^3 + 2\,.\,28^2\,\Delta$$
$$= (28 + 2\,\Delta)\,28^2.$$

Hier hat die Konstruktion einen anderen, aber durchsichtigen Typus.

Und Herr Geheimrat Prof. F. Reuleaux***) gibt mir die Lebenszeiten von zweien seiner Brüder an, die ebenfalls um 28 . 23 Tage unterschieden sind.

42 *g.*

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Heinrich Reuleaux} & \text{11. September} \quad 1825 \\ & \text{16. Mai} \quad 1899 \end{array}\right\}\,26910 = 1170\,.\,23$$

42 *h.*

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Karl Reuleaux} & \text{8. Dezember} \quad 1826 \\ & \text{18. Mai} \quad 1902 \end{array}\right\}\,27554 = 1198\,.\,23$$

Unterschied 28 . 23.

---

*) Moltke: $\left.\begin{array}{l} \text{26. Oktober 1800 geboren} \\ \text{24. April} \quad \text{1891 gestorben} \end{array}\right\}\,33052 = 1437\,.\,23 + 1$

$$= 1420\,.\,23 + 14\,.\,28 = 50\,.\,28\,.\,23 + 20\,.\,23 + 14\,.\,28$$
$$= 17\,.\,28\,.\,23 + 24\,.\,23^2 + 12\,.\,28^2$$
$$= 17\,(28^2 + 28\,.\,23) + \frac{28\,.\,23^2}{2} + \boxed{\begin{array}{lr} 23\,.\,28^2 + 2\,.\,28\,.\,23^2 \\ -\,28^3 & -\,2\,.\,23^3 \end{array}}$$
$$= 17\,(28^2 + 28\,.\,23) + \frac{28\,.\,23^2}{2} + \Sigma\,\Delta^2 + \Delta\,23^2.$$

**) Bismarck: $1087\,.\,28 = 38\,.\,28^2 + 28\,.\,23 = (84 - 46)\,28^2 + (34 + 23 - 56)\,28\,.\,23$

$$= 34\,.\,28\,.\,23 + \boxed{\begin{array}{r} 3\,.\,28^3 + 28\,.\,23^2 \\ -\,4\,.\,23\,.\,28^2 \end{array}} = 34\,.\,28\,.\,23 + 2\,.\,28\,\Delta^2 + \boxed{\begin{array}{c} 28^3 \\ -\,28\,.\,23^2 \end{array}}$$

oder für $2\,.\,28\,\Delta^2 = (\Sigma + \Delta)\,\Delta^2$.

***) Während ich die Korrektur durchsehe, habe ich den Verlust dieses Freundes zu beklagen. Er ist am 20. August dieses Jahres heimgegangen.

Die Lebensformeln lauten:

$$\text{Heinrich} = 18 \,.\, 23^2 + 27 \,.\, 28 \,.\, 23 = 18 \,.\, 23^2 + (69 - 42)\, 28 \,.\, 23$$
$$= 2 \,.\, 23^3 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 - \frac{3}{2}\, 23 \,.\, 28^2 =$$
$$= 3 \,.\, 23^3 - \frac{23 \,.\, 28^2}{2} - 23\,\Delta^2$$

$$\text{Karl} = 23^3 + 28 \,.\, 23^2 + 23\,\Delta^2 = 2 \,.\, 23^3 + \boxed{\begin{matrix} 23 \,.\, 28^2 \\ - 28 \,.\, 23^2 \end{matrix}}$$

Heinrich — der kurzlebigere — besitzt doch biologisch um $\frac{1}{2} E^3$ mehr als Karl.

In der Einführung hatten wir Bismarcks Lebenszeit mit der Goethes verglichen.

Beider Leben war um 10 . 28 Tage verschieden.

$$\textbf{Goethe:}^{*)}\ 34 \,.\, 28 \,.\, 23 - \Sigma\,\Delta^2 + \boxed{\begin{matrix} 28^3 \\ - 23^3 \end{matrix}} - 2\,\Delta^3$$

$$\textbf{Bismarck:}\ 34 \,.\, 28 \,.\, 23 + \Sigma\,\Delta^2 + \boxed{\begin{matrix} 28^3 \\ - 28 \,.\, 23^2 \end{matrix}} + \Delta^3$$

Und wenn ich dem größten Dichter den größten Tonsetzer an die Seite stellen darf, so lautet Beethovens **) Formel

$$28^3 - \Sigma\,\Delta^2 - \Delta^3. \qquad 42\,i.$$

Bei Bismarck und Moltke müssen wohl Kaiser Wilhelm I. und Friedrich der Große stehen.

Wilhelm I.***) $$34 \,.\, 28^2 + 23^3 + \frac{28 \,.\, 23^2}{2} - \Sigma^2\,\Delta \qquad 42\,k.$$

---

*) Goethe: $1077 \,.\, 28 = 36 \,.\, 28^2 + 3 \,.\, 28 \,.\, 23 = (92 - 56)\, 28^2 + (34 + 28 - 115\; 28 \,.\, 23)$
$$= 34 \,.\, 28 \,.\, 23 + \boxed{\begin{matrix} 7 \,.\, 23 \,.\, 28^2 \\ - 2 \,.\, 28^3 - 5 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \end{matrix}}$$
$$= 34 \,.\, 28 \,.\, 23 + \boxed{\begin{matrix} 23 \,.\, 28^2 + 28 \,.\, 23^2 \\ - 2 \,.\, 23^3 \end{matrix}} - 2\,\Delta^3$$

**) Beethoven: $\left.\begin{matrix} \text{17. Dezember 1770} \\ \text{26. März 1827} \end{matrix}\right\}\ 20552 = 18 \,.\, 28^2 + 10 \,.\, 28 \,.\, 23$
$$= (2 \,.\, 23 - 28)\, 28^2 + (2 \,.\, 28 - 2 \,.\, 23)\, 28 \,.\, 23$$
$$= 4 \,.\, 23 \,.\, 28^2 - 28^3 - 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2$$
$$= 28^3 - 2 \,.\, 28\,\Delta^2 \text{ oder } 28^3 - (\Sigma + \Delta)\,\Delta^2$$
$$= 28\,(28^2 - 2\,\Delta^2).$$

***) Wilhelm I.: $\left.\begin{matrix} \text{22. März 1797} \\ \text{9. März 1888} \end{matrix}\right\}\ 33224 = 1444 \,.\, 23 + 12$
$$= 1436 \,.\, 23 + 7 \,.\, 28 = 41 \,.\, 28 \,.\, 23 + 4 \,.\, 23^2 + 6 \,.\, 28^2$$
$$= (69 - 28)\, 28 \,.\, 23 + (46 - 42)\, 23^2 + (34 - 28)\, 28^2$$
$$= 34 \,.\, 28^2 + \frac{28 \,.\, 23^2}{2} + 23^3 + \boxed{\begin{matrix} 23^3 + 28 \,.\, 23^2 \\ - 28^3 - 23 \,.\, 28^2 \end{matrix}}$$
$$= 34 \,.\, 28^2 + \frac{28 \,.\, 23^2}{2} + 23^3 + (23^2 - 28^2)\,(23 + 28)$$
$$= 34 \,.\, 28^2 + \frac{28 \,.\, 23^2}{2} + 23^3 - \Delta\,\Sigma^2$$

42 l. Friedrich der Große*) $34 \,.\, 28^2 + 17 \,.\, 23^2 \quad - \Sigma \Delta^2 + \boxed{\begin{array}{r} 28 \,.\, 23^2 \\ - 28^3 \end{array}}$

oder in anderer Form:

$$\textbf{Wilhelm I.:} \quad \Sigma \,.\, 23^2 \qquad - 17 \,.\, 28^2 + 23^3 + \frac{28 \,.\, 23^2}{2}$$

$$\textbf{Friedrich d. Große:} \quad \Sigma (28 \,.\, 23 - \Delta^2) - 17 \,.\, 28^2 + 17 \,.\, 23^2.$$

Wilhelm I. hat also dort $\frac{3}{2} E^3$, wo bei Friedrich dem Großen $\frac{2}{3} E^3$ stehen. Das ist der wesentliche Unterschied.

Wie typisch die Lebensalter gebaut sind, ergibt sich z. B. aus folgender Gegenüberstellung:

$$\textbf{Wilhelm I.:} \quad 28 \,.\, 23^2 \qquad + 2 \,.\, 23^3 - 17 \,.\, 28^2 + \frac{28 \,.\, 23^2}{2}$$

$$\textbf{Widerhofer:} \quad 28 (23^2 + \Delta^2) + 23^3 \qquad - 17 \,.\, 28^2 + \frac{28^3}{2}$$

oder:

$$\textbf{Beethoven:} \quad 28 (28^2 - 2 \Delta^2)$$
$$\textbf{Freud sen.:} \quad (28 + 2 \Delta) \, 28^2.$$

Bei Beethoven heißt das Argument $28^2 - 2 \Delta^2$
„ Freud sen. „ „ „ 28^2.
Der Koeffizient lautet bei Beethoven 28
„ „ „ „ Freud sen. $28 + 2 \Delta$.

Das ist der Unterschied der beiden Lebensalter.

Ich könnte die Analyse der Einzelalter noch beliebig und sehr wirkungsvoll vermehren. Aber ich denke, es wird sich der Eindruck längst befestigt haben, daß es sich nicht um willkürliche Zeiten bei den Lebensaltern handelt, sondern daß auch sie Funktionen von 23 und 28 Tagen sind und daß sie einheitliche Prinzipien ihres Baues aufweisen.

---

oder $= 2 \Sigma \, 23^2 - \frac{28 \,.\, 23^2}{2} - 17 \,.\, 28^2.$

*) Friedrich der Große: $\left.\begin{array}{l} \text{24. Januar 1712} \\ \text{17. August 1786} \end{array}\right\} \; 27234 = 1184 \,.\, 23 + 2$

$$= 1178 \,.\, 23 + 5 \,.\, 28 = 51 \,.\, 23^2 + 5 \,.\, 23 + 5 \,.\, 28$$
$$= 51 \,.\, 23^2 + 28^2 - 23^2 = 50 \,.\, 23^2 + 28^2 = 33 \,.\, 23^2 - 33 \,.\, 28^2 +$$
$$+ 17 \,.\, 23^2 + 34 \,.\, 28^2$$
$$= 17 \,.\, 23^2 + 34 \,.\, 28^2 + \boxed{\begin{array}{r} 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2 \\ - 23^3 - 2 \,.\, 28^3 \end{array}}$$
$$= 17 \,.\, 23^2 + 34 \,.\, 28^2 - \Sigma \Delta^2 + \boxed{\begin{array}{r} 28 \,.\, 23^2 \\ - 28^3 \end{array}}$$
$$= \boxed{\begin{array}{r} 17 \,.\, 23^2 \\ - 17 \,.\, 28^2 \end{array}} + 23 \,.\, 28^2 + 28 \,.\, 23^2 - \Sigma \Delta^2$$
$$= \boxed{\begin{array}{r} 17 \,.\, 23^2 \\ - 17 \,.\, 28^2 \end{array}} + \Sigma (28 \,.\, 23 - \Delta^2)$$

Fruchtbar wird das Studium der Lebensalter erst dann, wenn wir es so systematisch betreiben wie das der Anfallsalter. War bei diesen das Individuum die Einheit, so ist es bei jenen die Familie. Wir betrachten in diesem Sinne alle von derselben Mutter*) abstammenden Kinder als zusammengehörig. Im folgenden analysieren wir die Lebensalter der Eltern und die Alter ihrer Kinder und sehen zu, ob bei der Vergleichung der gewonnenen Formeln sich irgend welche konstanten Beziehungen herausstellen.

Mit Ausnahme der Familie Wilhelm von Humboldts, deren sehr authentischer Stammbaum dem schönen Buche über Gabriele von Bülow angehängt ist, ist das Datenmaterial ausschließlich der Genealogie von Fürstenhäusern entnommen, weil für sie die besten und vollständigsten Dokumente vorauszusetzen waren.

Es wurden zur Gewinnung der Daten nicht nur die ersten Quellenwerke, Dr. Stefan Kekule von Stradonitz' Ahnentafeln und Kamill von Behrs Genealogie der in Europa regierenden Fürstenhäuser benützt, sondern Herr Kekule von Stradonitz hat selbst die Güte gehabt, die Daten im einzelnen nachzuprüfen und, wo auch nur der geringste Zweifel obwalten konnte, die betreffenden Geburts- und Sterbeurkunden einzusehen oder einsehen zu lassen, wofür ich ihm zu großem Dank verpflichtet bin. Denn dadurch ist eine Genauigkeit der Angaben erzielt worden, wie sie bisher weder bei den Historikern noch im kaiserlichen Heroldsamt existierte.

Zur Einführung haben wir ein kurzes und einfaches Beispiel aus dem Herrscherhause der Niederlande gewählt.

43. Beispiel. 43.

Johann Friso von Nassau-Dietz, Prinz von Oranien (geboren 4./14. August 1687, gestorben 14. Juli 1711)

hatte mit Marie Luise von Hessen-Kassel (geboren 7./17. Februar 1688, gestorben 19. April 1765) zwei Kinder.

1. Tochter Charlotte Amalie

$$\left.\begin{array}{l}\text{geboren 13. Oktober 1710}\\ \text{gestorben 17. September 1777}\end{array}\right\}\ 24446$$

2. Wilhelm IV. von Oranien

$$\left.\begin{array}{l}\text{geboren 1. September 1711}\\ \text{gestorben 22. Oktober 1751}\end{array}\right\}\ 14661.$$

Die Lebenszeiten dieser beiden Kinder sind:

1. Charlotte $24446 = 18 \cdot 23^2 + 10 \cdot 28^2 + 11 \cdot 28 \cdot 23$
2. Wilhelm IV. $14661 = 13 \cdot 23^2 + 5 \cdot 28^2 + 6 \cdot 28 \cdot 23$.

---

*) Abgesehen von der Unsicherheit der Vaterschaft berechtigen uns die Resultate unserer Analyse vorläufig nur in der Mutter die familiäre Einheit zu sehen. Trotzdem ist der Vollständigkeit halber das Lebensalter des Vaters gleichfalls beschrieben.

Man sieht sofort, daß diese beiden Lebenszeiten um $5 . 23^2 + 5 . 28^2 + + 5 . 28 . 23$ verschieden sind, und wenn wir $5 = 28 - 23$ setzen, so ergibt das:

$$\begin{aligned}&(28 - 23)(28^2 + 23^2 + 28 . 23)\\ &= 28^3 - 23 . 28^2 + 28 . 23^2 - 23^3 + 23 . 28^2 - 28 . 23^2\\ &= 28^3 - 23^3.\end{aligned}$$

Die Alter unterscheiden sich also nur um $28^3 - 23^3$.

Die Lebensformeln selbst*) sind:

$$\text{Charlotte:}\quad 34 . 28 . 23 + \boxed{\begin{matrix} 2(28^3 + 23^3) \\ -2(23 . 28^2 + 28 . 23^2) \end{matrix}}$$

$$\text{Wilhelm IV:}\quad 34 . 28 . 23 + \boxed{\begin{matrix} 28^3 + 3 . 23^3 \\ -2(23 . 28^2 + 28 . 23^2) \end{matrix}}$$

oder **Charlotte:** $\mathbf{34 . 28 . 23 + 2 \Sigma \Delta^2}$

Wilhelm IV.: $\mathbf{34 . 28 . 23 + 2 \Sigma \Delta^2 + \boxed{\begin{matrix} 23^3 \\ -28^3 \end{matrix}}}$

Man vergleiche hiermit noch einmal

$$\textbf{Bismarck} = \mathbf{34 . 28 . 23 + \Sigma \Delta^2 + \boxed{\begin{matrix} 28^3 \\ -28 . 23^2 \end{matrix}} + \Delta^3}$$

$$\text{und } \textbf{Goethe} = \mathbf{34 . 28 . 23 - \Sigma \Delta^2 + \boxed{\begin{matrix} 28^3 \\ -23^3 \end{matrix}} - 2 \Delta^3}$$

und man wird wohl das Typische im Bau aller vier Lebensalter erkennen, aber es noch nicht wagen, die strenge Ähnlichkeit bei Charlotte und Wilhelm IV. auf die Blutsverwandtschaft zu setzen: es sei denn, daß die Ähnlichkeit auch der anderen beiden Alter (Bismarck und Goethe) im wörtlichen Sinne — ähnlich = ahn lîka**), d. h. vom Körper desselben Ahnes — daher käme, daß die Menschen in weit höherem Maße miteinander blutsverwandt sind, als wir heute wissen.***)

Wir werden also trachten, in den Lebensaltern von Geschwistern noch andere Merkmale zu finden, die auf eine größere Zusammengehörigkeit schließen lassen. Doch ist zu einer solchen Untersuchung diese Familie nicht geeignet. Denn dadurch, daß der Vater bereits vor der Geburt des zweiten Kindes starb, ist die Familie unvollständig geblieben.

Das Lebensalter der Mutter Marie Luise von Hessen-Kassel

$$\left.\begin{matrix} \text{7./17. Februar } 1688 \\ \text{9. April } 1765 \end{matrix}\right\} 28175 = 7 . 23^2 + 38 . 28 . 23$$

*) Charlotte: $18 . 23^2 + 10 . 28^2 + 11 . 28 . 23$

$$\begin{aligned}&= (2 . 23 - 28) 23^2 + 2(28 - 23) 28^2 + (34 - 23) 28 . 23\\ &= 34 . 28 . 23 + \boxed{\begin{matrix} 2 . 23^3 + 2 . 28^3 \\ -2 . 28 . 23^2 - 2 . 23 . 28^2 \end{matrix}}\end{aligned}$$

und **Wilhelm = Charlotte + $23^3 - 28^3$.**

**) lika = Körper, existiert noch in Leiche.

***) Worauf der sogenannte Ahnenverlust in den Genealogien hinweisen würde.

$$= 17 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2 + \boxed{\begin{array}{c} 10 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ -10 \,.\, 23^2 \end{array}}$$

$$= 17 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2 + \boxed{\begin{array}{c} 2 \,.\, 23 \,.\, 28^2 + 2 \,.\, 23^3 \\ -4 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \end{array}}$$

$$= 17 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2 + 2 \,.\, 23\, \Delta^2.$$

Das Alter der Mutter enthält also $\frac{5}{3} E^3$, das der Kinder $\frac{4}{3} E^3$.

In der Bindung ist es demjenigen der Kinder analog.

$$\text{Sohn Bindung:} \boxed{\begin{array}{c} 28^3 + 3 \,.\, 23^3 \\ -2\,(23 \,.\, 28^2 + 28 \,.\, 23^2) \end{array}}$$

$$\text{Mutter Bindung:} \boxed{\begin{array}{c} 23^3 + 3 \,.\, 23 \,.\, 28^2 \\ -4 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \end{array}}$$

Das Lebensalter des Vaters hat eine andere Bindung. Und wir haben schon darauf hingewiesen, daß die nähere Beziehung jedenfalls zwischen Mutter und Kind besteht. Die Rolle des Vaters muß eine entferntere sein.

Vater Johann Friso von Nassau-Dietz

$$\left.\begin{array}{l} \text{4./14. August 1687} \\ \text{14. Juli} \quad \text{1711} \end{array}\right\} 8734$$

$$= 10 \,.\, 23^2 + 20 \,.\, 28^2 - 19 \,.\, 28 \,.\, 23$$

$$= 2\,(28 - 23)\, 23^2 + (34 - 14)\, 28^2 + (23 - 42)\, 28 \,.\, 23$$

$$= 34 \,.\, 28^2 + 3 \,.\, 28 \,.\, 23^2 - 2 \,.\, 23^3 - \frac{28^3}{2} - \frac{3}{2}\, 23 \,.\, 28^2$$

$$= 34 \,.\, 28^2 - 23^3 + \boxed{\begin{array}{c} 28^3 + 3 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \\ -23^3 - 3 \,.\, 23 \,.\, 28^2 \end{array}} + \boxed{\begin{array}{c} \frac{3}{2}\, 23 \,.\, 28^2 \\ -\frac{3}{2}\, 28^3 \end{array}}$$

$$= 34 \,.\, 28^2 - 23^3 + \Delta^3 - \frac{3}{2}\, 28^2 \Delta$$

VII.

Ehe wir aber weitergehen, müssen wir noch eine wichtige Bemerkung machen. Es ist uns im Verlauf der Arbeit schon des öfteren aufgefallen, daß die Koeffizienten mehrdeutig sind. Der Koeffizient 1 kann beispielsweise sein $10 - 9 = 2 \,.\, 28 - 2 \,.\, 23 + 14 - 23 = \frac{5}{2}\, 28 - 3 \,.\, 23$. Dann hat er den Wert $-\frac{1}{2} E$. Oder er kann sein $18 - 17$ oder, was dasselbe ist, $34 - 33$ (durch Addition von $-51 + 51 = 0$ zu $18 - 17$). Dann ist $1 = 2 \,.\, 23 - 28 - 17 = 23 - \Delta - 17$ und hat den Wert $+\frac{1}{3} E$. Demnach kann der Koeffizient 1 (und ebenso die anderen Koeffizienten) verschiedene Werte haben. Der Bruttoformel selber sind die Strukturverhältnisse in der Biologie ebensowenig anzusehen wie in der Chemie. Wer will ohne weiteres sagen, ob das Ergebnis der Elementaranalyse, das die Formel C_2H_6O erfordert, dem Äthylalkohol $C_2H_5{-}OH$ oder dem Dimethyläther $CH_3{-}O{-}CH_3$ entspricht? Solche Fragen haben eben zum Begriff der Isomerie geführt. Und wenn es bei dem unbelebten Stoff isomere und sogar stereomere Modifikationen gibt, die alle zur selben Bruttoformel führen, sollte das in der Welt des Lebendigen anders sein?

Was für Mittel haben wir aber zu entscheiden, in welcher Weise ein Koeffizient in jedem besonderen Falle zu zerlegen sei?

Ich beginne diese Erörterung mit dem Bekenntnis, daß hier eine Schwierigkeit vorliegt, die zu beseitigen mir noch nicht völlig gelungen ist. Auch in der Chemie ist trotz der Arbeit von mehr als einem halben Jahrhundert die Strukturfrage keineswegs überall gelöst.

Ich kann nur die ersten Anhaltspunkte geben, die uns die Richtung zur weiteren Forschung weisen.

Wir haben eben ein Beispiel kennen gelernt, wo das Lebensalter zweier Geschwister beträgt

$$\begin{array}{ll} \text{Schwester} & 18 \,.\, 23^2 + 10 \,.\, 28^2 + 11 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ \text{Bruder} & 13 \,.\, 23^2 + 5 \,.\, 28^2 + 6 \,.\, 28 \,.\, 23. \end{array}$$

Jeder sieht, daß die Schwester um $5 \,.\, 23^2 + 5 \,.\, 28^2 + 5 \,.\, 28 \,.\, 23$ oder um $28^3 - 23^3$ Tage länger gelebt hat als der Bruder.

Die Ausdeutung der Lebensformel der Schwester mit

$$(2 \,.\, 23 - 28)\, 23^2 + (2 \,.\, 28 - 2 \,.\, 23)\, 28^2 + (34 - 23)\, 28 \,.\, 23$$

ergab den Wert

$$34 \,.\, 28 \,.\, 23 + 2 \Sigma \Delta^2.$$

Da war es von vornherein wahrscheinlich, daß die Formel des Bruders heißen wird:

$$34 \,.\, 28 \,.\, 23 + 2 \Sigma \Delta^2 + \boxed{\begin{array}{c} 23^3 \\ -28^3 \end{array}}$$

Denn diese Analogie in dem Alter zweier Geschwister befriedigt unseren Verstand.

Wollten wir aber zu dieser Formel für den Bruder kommen, so mußten wir zerlegen:

$$(3 \,.\, 23 - 2 \,.\, 28)\, 23^2 + (28 - 23)\, 28^2 + (34 - 28)\, 28 \,.\, 23.$$

Würden wir bei den $13 \,.\, 23^2$ seiner Lebensformel den Koeffizienten 13 (statt in $3 \,.\, 23 - 2 \,.\, 28$) anders zerlegen, z. B. in $17 - 4 = 17 + 42 - 46$, so bekämen wir für die Lebenszeit des Bruders:

$$\frac{28 \,.\, 23^2}{2} + \boxed{\begin{array}{c} 17 \,.\, 23^2 + 34 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ -2 \,.\, 23^3 \end{array}} + 28 \Delta^2$$

Bei dieser Art der Zerlegung ginge die oben aufgezeigte Analogie völlig verloren. Und eben deswegen halten wir die erste Zerlegungsform, die allein für den Vergleich fruchtbar ist, für die richtigere und naturgemäßere.

Wir hatten in einem anderen Beispiele für die beiden Brüder Reuleaux die Formeln:

$$\begin{array}{ll} \text{Heinrich:} & 18 \,.\, 23^2 + 27 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ \text{Karl:} & 18 \,.\, 23^2 + 28 \,.\, 28 \,.\, 23. \end{array}$$

Karl läßt sich leicht und sicher zerlegen: $(2 \,.\, 23 - 28)\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2$ d. h. $2 \,.\, 23^3 + \boxed{\begin{array}{r} 23 \,.\, 28^2 \\ -28 \,.\, 23^2 \end{array}}$ Wir können diese Formel ergänzen als

$$28 \,.\, 23^2 + 23^3 + \boxed{\begin{array}{r} 23 \,.\, 28^2 + 23^3 \\ -2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \end{array}} = \Sigma \,.\, 23^2 + 23\,\Delta^2 = 23\,(\Sigma\, 23 + \Delta^2).$$

Wenn wir Heinrich in die möglichst analoge Form bringen wollen, so müssen wir die Differenz von $-1 \,.\, 28 \,.\, 23$, die sich aus seinem und seines Bruders Lebensalter ergibt, auffassen als

$$9 \,.\, 28 \,.\, 23 - 10 \,.\, 28 \,.\, 23 = \left(3 \,.\, 23 - \frac{5}{2} 28\right) 28 \,.\, 23$$

$$= 3 \,.\, 28 \,.\, 23^2 - \frac{5}{2} 23 \,.\, 28^2$$

Hieß es also bei Karl $2 \,.\, 23^3 + \boxed{\begin{array}{r} 23 \,.\, 28^2 \\ -28 \,.\, 23^2 \end{array}}$

so lautet die Formel für den kurzlebigeren Heinrich:

$$2 \,.\, 23^3 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 - \frac{3}{2}\, 23 \,.\, 28^2$$

oder, wenn man die Formel ergänzt:

$$3 \,.\, 23^3 - \frac{23 \,.\, 28^2}{2} + \boxed{\begin{array}{r} 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \\ -23 \,.\, 28^2 - 23^3 \end{array}}$$

$$= 3 \,.\, 23^3 - \frac{23 \,.\, 28^2}{2} - 23\,\Delta^2 = 23\,(23^2 - \Delta^2) + 2 \,.\, 23^3 - \frac{23 \,.\, 28^2}{2}$$

Diese Formel hat eine sehr durchsichtige Analogie mit der von Karl: $23^3 + 28 \,.\, 23^2 + 23\,\Delta^2$.

Heinrich hat darnach b i o l o g i s c h um $23^3 - \frac{23 \,.\, 28^2}{2}$, d. h. um $\frac{1}{2} E^3$ mehr in seiner Formel (obwohl er im ganzen um $28 \,.\, 23$ Tage kürzer gelebt hat). Und die beiden Bindungen: bei Heinrich $-23\,\Delta^2$, Karl $+23\,\Delta^2$ unterscheiden sich nur durch das Vorzeichen. Diese Analogie ist ebenfalls klar und befriedigend. Wollte man bei Heinrich: $18 \,.\, 23^2 + 27 \,.\, 28 \,.\, 23$ den Koeffizienten 27 zerlegen in $17 + 10 = 17 + 2 \,.\, 28 - 2 \,.\, 23$, so bekäme man:

$$2 \,.\, 23^3 - 28 \,.\, 23^2 + 17 \,.\, 28 \,.\, 23 + 2 \,.\, 23 \,.\, 28^2 - 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2$$
$$= 23^3 + 17 \,.\, 28 \,.\, 23 + \boxed{\begin{array}{r} 28^3 \\ -23 \,.\, 28^2 \end{array}} + \boxed{\begin{array}{r} 23^3 + 3 \,.\, 23 \,.\, 28^2 \\ -28^3 - 3 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \end{array}}$$
$$= 23^3 + 17 \,.\, 28 \,.\, 23 + \Delta\, 28^2 - \Delta^3.$$

Hier hätten wir eine völlig andere Form der Bindung.

Vorhin war die Bindung bei Karl $+ 23\,\Delta^2$
bei Heinrich $- 23\,\Delta^2$.

Das war analog. Diese zweite Art der Zerlegung würde uns die Analogie nicht liefern.

Und wo wir die Lebensformel von Karl Reuleaux mit

$$18 \,.\, 23^2 + 28 \,.\, 28 \,.\, 23$$
$$= \Sigma \,.\, 23^2 + 23\,\Delta^2$$
$$= 23\,(\Sigma \,.\, 23 + \Delta^2)$$

behandelt haben, dürfen wir an die analoge von Beethoven mit $18 \,.\, 28^2 + 10 \,.\, 28 \,.\, 23$ erinnern, die in ihrer einfachsten Zerlegung:

$$(2 \,.\, 23 - 28)\, 28^2 + (2 \,.\, 28 - 2 \,.\, 23)\, 28 \,.\, 23$$
$$= 28^3 - 2 \,.\, 28\,\Delta^2 = 28\,(28^2 - 2\,\Delta^2) \text{ ergibt.}$$

Wer wollte hier etwa $10 = 17 - \frac{28}{4}$ oder $10 = 69 - 42 - 17$ zerlegen?

Wenn also unsere Formeln einfacher, vergleichbarer und verständlicher durch eine bestimmte Koeffizientenzerlegung werden, so halten wir diese Zerlegung für die richtige.

In der Forderung der Einfachheit huldigen wir einem ganz allgemeinen Prinzip der Naturforschung. Simplex sigillum veri. Um an ein großes Beispiel zu erinnern, so hat Kopernikus die Berechtigung seiner Hypothese nur daraus herleiten können, daß bei seiner Annahme von der Bewegung der Erde um die Sonne die Formeln für die Planetenläufe unvergleichlich einfacher wurden als bei der Ptolemäischen.

Die Vergleichbarkeit der Formeln setzt ihre Ähnlichkeit voraus. Die Ähnlichkeit erfordert Übereinstimmung in wesentlichen Merkmalen.

Diese Übereinstimmung ist am leichtesten an biologisch gleichen Altern zu zeigen.

Die vorhin erwähnten Lebensalter von Schwester und Bruder (Nassau-Dietz)

$$34 \,.\, 28 \,.\, 23 + 2\,\Sigma\,\Delta^2$$
$$\text{und } 34 \,.\, 28 \,.\, 23 + 2\,\Sigma\,\Delta^2 + \boxed{\begin{array}{r} 23^3 \\ -28^3 \end{array}}$$

stimmen in den wesentlichen Merkmalen ihres Baues überein. Die Übereinstimmung ist noch eine vollendetere, als es sich an den gegebenen Formeln zeigt, wenn man bei dem Alter der Schwester die Bindung

$$\boxed{\begin{array}{r} 28 \,.\, 23 \,.\, 28 \\ -23 \,.\, 28^2 \end{array}}$$

ergänzt, die durch ihren Tageswert Null verdeckt ist.

Dann heißen die Lebensalter:

$$\text{Schwester:}\quad 34.28.23 + 2\,\Sigma\,\Delta^2 + \boxed{\begin{matrix}28.23.28\\ -\,23.28^2\end{matrix}}$$

$$\text{Bruder}\quad 34.28.23 + 2\,\Sigma\,\Delta^2 + \boxed{\begin{matrix}23^3\\ -\,28^3\end{matrix}}$$

Um noch andere Beispiele von Übereinstimmung im Bau hierherzusetzen, so erinnere ich an ein paar biologisch gleiche Alter aus dem Fall 34.

Z. B. Anfallsalter (Schlagmahner):

$$\text{zweiwertig}\left|\begin{array}{ll}\text{I:} & 23^3 + 28\,.\,23^2 - 23\,\Delta^2 + 17\,.\,23^2\\ & \qquad\qquad\qquad\qquad - 17\,.\,28^2\\ \text{VI:} & \qquad\quad 2\,.\,23^3 + \Delta^3 + 17\,.\,23^2\\ & \qquad\qquad\qquad\qquad - 17\,.\,28\,.\,23\end{array}\right.$$

Oder das einwertige:

$$\text{V:}\quad 23\,.\,28^2 + \Delta^3 + 17\,.\,28^2 \atop \qquad\qquad\qquad - 17\,.\,23^2$$

Oder drei andere ebenfalls einwertige:

$$\text{VIII} = 28\left(\frac{28^2 + \Delta^2}{2} + \frac{23\,.\,28 + \Delta^2}{2}\right) + \boxed{\begin{matrix}17\,.\,28\,.\,23\\ -\,17\,.\,23^2\end{matrix}} - \Delta^3$$

$$\text{IX} = 28\left(\frac{23^2 + \Delta^2}{2} + \frac{28\,.\,23 + \Delta^2}{2}\right) + \boxed{\begin{matrix}17\,.\,23^2 + 28^3\\ -\,17\,.\,28^2 - 23^3\end{matrix}}$$

$$\text{II} = 28\left(\frac{23^2 + \Delta^2}{2} + \frac{28\,.\,23}{2}\right) \qquad + \boxed{\begin{matrix}17\,.\,23^2 + 28^3\\ -\,17\,.\,28^2 - 23^3\end{matrix}}$$

Oder die $\frac{3}{2}\,E^3$ wertigen:

$$\text{VII} = 23^3 + \frac{28\,.\,23^2}{2} - 2.28\,\Delta^2 + \boxed{\begin{matrix}17\,.\,28^2\\ -\,17\,.\,23^2\end{matrix}}$$

$$\text{X} = 28\,.\,23^2 + \frac{28^3}{2} + 2\,.\,23\Delta^2 + \boxed{\begin{matrix}17\,.\,23^2\\ -\,17\,.\,28^2\end{matrix}}$$

Ebenso:

$$\text{Diabetes} = 23^3 + \frac{23\,.\,28^2}{2} - 23\,\Delta^2 + \Delta^3 + \boxed{\begin{matrix}17\,.\,28\,.\,23\\ -\,17\,.\,23^2\end{matrix}}$$

$$\text{Embolie} = 23\,.\,28^2 + \frac{28^3}{2} + 23\,\Delta^2 - \Delta^3 + \boxed{\begin{matrix}17\,(28.23 + 23^2)\\ -\,34\,.\,28^2\end{matrix}}$$

Oder die $\frac{4}{3}$ wertigen:

$$\text{Tod} = 23^3 + 28^3 - 17\,.\,28^2 + \frac{\Delta}{2}\,28^2$$

$$\text{IX a} = 2\,.\,28\,.\,23^2 - 17\,.\,23^2 + \frac{\Delta}{2}\,28^2$$

$$\text{bezw. IX a} = 23^3 + 28^3 - 17\,.\,23^2 - \frac{\Delta}{2}\,28^2 - 23\,\Delta^2$$

u. s. f.

Solche Anfallsgruppen, die den gleichen biologischen Wert haben, sind ohne weiteres vergleichbar.

Es sind dies aber auch Alter, die einen sehr unterschiedlichen biologischen und Tageswert besitzen.

Wenn wir z. B. das Alter der beiden Geschwister des ersten deutschen Kaisers Wilhelm I.: Friedrike Auguste, die 167 Tage alt (also weniger als ein halbes Jahr) wurde, und ihres nächst jüngeren Bruders Prinz Karl von Preußen, der 29791 Tage lebte (über $81\frac{1}{2}$ Jahre!) miteinander vergleichen, so lehrt schon die Bruttoformel, daß diese beiden Alter um genau $2 . 28 . 23^2$ Tage unterschieden sind:

$$\begin{array}{ll} \text{Karl:} & 47 . 23^2 + 3 . 28^2 + 4 . 28 . 23 \text{ *)} \\ \text{Friedrike:} & -\ 9 . 23^2 + 3 . 28^2 + 4 . 28 . 23. \end{array}$$

Die Differenz ist $56 . 23^2 = \mathbf{2 . 28 . 23^2}$. Die Alter sind also keineswegs biologisch gleich. Denn das eine ist um $2\,E^3$ größer als das andere. Und doch ist ihre Struktur vergleichbar.

An späterer Stelle (vgl. Anhang) ist die Struktur von Karl mit:

$$17 . 28^2 - \frac{28^3}{2} + 2 . 23^3 + 2 . 23\,\Delta^2 + \boxed{\begin{array}{c} 17 . 28 . 23 \\ -\ 17 . 23^2 \end{array}}$$

entwickelt. Das entspricht einem Werte von $\frac{3}{2} + \frac{2}{3} = \frac{13}{6} E^3$.

Enthält also das Alter der Schwester um $2 . 28 . 23^2$ weniger, d. h. um $2\,E^3$ weniger, so bleibt immer noch ein positiver Wert $= \frac{1}{6}\,E^3$ übrig. Und das erfordert der Sinn. Die Lebenszeit muß einen positiven Wert haben.

Friedrike lebt:

$$17 . 28^2 - \frac{28^3}{2} + \boxed{\begin{array}{c} 2 . 23^3 \\ -\ 2 . 28 . 23^2 \end{array}} + 2 . 23\,\Delta^2 + \boxed{\begin{array}{c} 17 . 28 . 23 \\ -\ 17 . 23^2 \end{array}}$$

Diese Forderung, daß für die Lebenszeit der Schwester ein positiver biologischer Wert übrig bleiben muß, und die fernere Forderung, daß zwei Alter, die sich genau um $2\,E^3$ unterscheiden, auch einen verwandten Bau zeigen sollen, verbieten von vornherein gewisse andere Zerlegungen.

Z. B. Wollte ich das Alter von Karl

$$\begin{aligned} &= 47 . 23^2 + 3 . 28^2 + 4 . 28 . 23 \\ &= 51 . 23^2 + 3 . 28^2 + 4 . 28 . 23 - 4 . 23^2 \end{aligned}$$

---

*) Vgl. S. 193. Die dort gegebene Formel für Karl $= 19 . 23^2 + 3 . 28^2 + 27 . 28 . 23$ ist der hier gegebenen gleich. Denn $27 . 28 . 23 = 23 . 28 . 23 + 4 . 28 . 23 = 28 . 23^2 + 4 . 28 . 23$.

so zerlegen, daß ich $3 = 34 + 84 - 115$ setzte: also in

$$28.23^2 + 23^3 + 34.28^2 + 3.28^3 - 5.23.28^2 + 2.28.23^2 - \frac{3}{2}23.28^2 + \\ + \frac{3}{2}28.23^2 - 2.23^3$$

$$= 34.28^2 + \boxed{\begin{array}{r}3.28^3 + 3.28.23^2 \\ - 6.23.28^2\end{array}} + \boxed{\begin{array}{l}\frac{3}{2}28.23^2 \\ -\frac{23.28^2}{2} - 23^3\end{array}}$$

$$= 34.28^2 + 3.28\,\Delta^2 - \frac{23.28}{2}\Delta + \Delta\,23^2,$$

so hätte eine solche Zerlegung keinen Sinn. Denn von jeder sonstigen Komplikation abgesehen, hätte Karls Lebensalter den Wert $\frac{4}{3}E^3$ und der um $2\,E^3$ geringere Wert des Alters von Friedrike würde negativ!

Aber es ist unschwer zu zeigen, daß es noch weitere Zerlegungsarten gibt als diejenige, die uns zu der immerhin annehmbaren Struktur:

$$\text{Karl} = 17.28^2 - \frac{28^3}{2} + 2.23^3 + 2.23\,\Delta^2 + \boxed{\begin{array}{l}17.28.23 \\ -17.23^2\end{array}}$$

geführt hat.

Es ist nämlich*)

$$\begin{aligned}\text{Karl} &= 47.23^2 + 3.28^2 + 4.28.23 \\ &= 51.23^2 + 3.28^2 + 4.28.23 - 4.23^2 \text{ auch gleich} \\ &= 28.23^2 + 23^3 + (115 - 112)\,28^2 + (46 - 42)\,28.23 \\ &\qquad + (42 - 46)\,23^2 \\ &= 28.23^2 + 23^3 + 5.23.28^2 - 4.28^3 + 2.28.23^2 - 2.23^3 + \\ &\qquad + \frac{3}{2}28.23^2 - \frac{3}{2}23.28^2\end{aligned}$$

$$= \boxed{\begin{array}{r}4.28.23^2 + 4.23.28^2 \\ -4.23^3 - 4.28^3\end{array}} + \boxed{\begin{array}{c}\frac{28.23^2}{2} \\ -\frac{23.28^2}{2}\end{array}} + 3.23^3$$

$$= 3.23^3 - 4\,\Sigma\,\Delta^2 - \frac{28.23}{2}\Delta.$$

Und die Lebenszeit der Schwester würde dann:

$$23^3 - 4\,\Sigma\,\Delta^2 - \frac{28.23}{2}\Delta + \boxed{\begin{array}{r}2.23^3 \\ -2.28.23^2\end{array}}$$

*) Eine weitere Modifikation ist im Text S. 199 ausgeführt.

Wer erinnert sich bei dieser Deutung nicht der Analogie mit den anderen Lebensformeln von Bruder und Schwester auf S. 158 und 162

$$\text{Schwester:}\quad 34 \,.\, 28 \,.\, 23 + 2\,\Sigma\,\Delta^2$$

$$\text{Bruder:}\quad 34 \,.\, 28 \,.\, 23 + 2\,\Sigma\,\Delta^2 + \boxed{\begin{matrix} 23^3 \\ -28^3 \end{matrix}}$$

Die zuletzt gegebene Deutung der Lebensalter von Karl und Friedrike sieht einfacher aus als die frühere, Karl hat $3\,E^3$, Friedrike $1\,E^3$.

Die Formeln sind vergleichbar und geben mit anderen von ähnlicher Struktur eine ausgezeichnete Analogie. Warum kommt daneben die frühere Zerlegung überhaupt noch in Betracht?

Und mit der Beantwortung dieser Frage gelangen wir, wie ich glaube, zu einem Punkt von großer, vielleicht entscheidender Wichtigkeit.

Wir haben früher schon bei der Untersuchung der Anfallsalter gesehen, daß man je zwei und zwei zu einer Summe von bestimmtem Wert ordnen konnte. Ich erinnere z. B. daran, daß im Fall 34 die symmetrisch stehenden Anfallsalter

$$\begin{aligned} \text{V} + \text{X} &= 23^3 + \frac{3}{2}\,28^3 = \frac{5}{2}\,E^3 \\ \text{VI} + \text{IXa} &= 23^3 + \frac{3}{2}\,28^3 = \frac{5}{2}\,E^3 \\ \text{VII} + \text{IX} &= \frac{5}{2}\,23 \,.\, 28^2 \quad = \frac{5}{2}\,E^3 \end{aligned}$$

daß also hier die Summe je zweier Anfallsalter gleich bezw. biologisch gleich war.

Wenn wir nun die einzelnen Alter auf die einfachste Art darstellen wollten, so bekamen wir (vgl. S. 138) für das erste Paar:

$$\begin{aligned} \text{V} &= 16 \,.\, 23^2 + 22 \,.\, 28^2 - 5 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ \text{X} &= 7 \,.\, 23^2 + 20 \,.\, 28^2 + 5 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ \text{V} &= 23 \,.\, 28^2 + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 28^2 \\ -17 \,.\, 23^2 \end{matrix}} + \Delta^3 = 1\,E^3 \\ \text{X} &= \frac{3}{2}\,28^3 + \boxed{\begin{matrix} 23^3 & +17 \,.\, 23^2 \\ -23 \,.\, 28^2 & -17 \,.\, 28^2 \end{matrix}} - \Delta^3 = \frac{3}{2}\,E^3 \end{aligned}$$

für das zweite Paar:

$$\begin{aligned} \text{VI} &= 12 \,.\, 23^2 + 5 \,.\, 28^2 + 19 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ \text{IXa} &= 11 \,.\, 23^2 + 14 \,.\, 28^2 + 9 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ \text{VI} &= 2 \,.\, 23^3 + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 23^2 \\ -17 \,.\, 28 \,.\, 23 \end{matrix}} + \Delta^3 = 2\,E^3 \\ \text{IXa} &= \frac{28^3}{2} + \boxed{\begin{matrix} 28^3 \\ -23^3 \end{matrix}} + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ -17 \,.\, 23^2 \end{matrix}} - \Delta^3 = \frac{1}{2}\,E^3 \end{aligned}$$

für das dritte Paar:

$$\mathrm{VII} = 20 \,.\, 23^2 + 7 \,.\, 28^2 + 10 \,.\, 28 \,.\, 23$$

$$\mathrm{IX} = 8 \,.\, 23^2 + 16 \,.\, 28^2 + 9 \,.\, 28 \,.\, 23$$

$$\mathrm{VII} = 23^3 + \frac{28 \,.\, 23^2}{2} + \boxed{\begin{array}{c} 17 \,.\, 28^2 \\ -17 \,.\, 23^2 \end{array}} - 2 \,.\, 28\,\Delta^2 = \frac{3}{2}\,E^3$$

$$\mathrm{IX} = 23 \,.\, 28^2 + \boxed{\begin{array}{ccc} \frac{3}{2}\,23 \,.\, 28^2 & & +17 \,.\, 23^2 \\ -23^3 - & \frac{28 \,.\, 23^2}{2} & -17 \,.\, 28^2 \end{array}} + 2 \,.\, 28\,\Delta^2 = 1\,E^3$$

Diese Lösung gibt eine relativ einfache und unfraglich analoge Form in der Struktur.

Aber trotz der Einfachheit und Analogie sind wir von der Form des mittelsten Paares nicht völlig befriedigt.

Denn wir sehen sofort, daß während im ersten und dritten Paar die Werte auf die einzelnen Alter mit $\frac{3}{2}$ und $1\,E^3$ verteilt sind, daß sie im zweiten Paar $2\,E^3$ und $\frac{1}{2}\,E^3$ betragen.

Der Wert des einen Anfallsalters betrüge demnach das Vierfache von demjenigen seines Komplements. Das ist offenbar eine Diskrepanz. Ein so großer Wechsel der Wertigkeit scheint unserem Verstande unwarscheinlich.

Wollen wir ihn vermeiden, so muß eine ganz andere Zerlegungsart platzgreifen.

Wir zerlegen

$$\begin{aligned} \mathrm{VI} &= (17 - 5)\,23^2 + 5 \,.\, 28^2 + (42 - 23)\,28 \,.\, 23 \\ &= 17 \,.\, 23^2 + 28^3 - 23 \,.\, 28^2 + 23^3 - 28 \,.\, 23^2 + \\ &\qquad + \frac{3}{2}\,23 \,.\, 28^2 - 28 \,.\, 23^2 \\ &= 17 \,.\, 23^2 + 28^3 - \frac{23 \,.\, 28^2}{2} + 23\,\Delta^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathrm{IX\,a} &= (28 - 17)\,23^2 + \frac{28^3}{2} + (23 - 14)\,28 \,.\, 23 \\ &= 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 - 17 \,.\, 23^2 + \frac{28^3}{2} - \frac{23 \,.\, 28^2}{2} \\ &= \boxed{\begin{array}{c} 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \\ -23 \,.\, 28^2 - 23^3 \end{array}} + \frac{23 \,.\, 28^2}{2} + \frac{28^3}{2} + 23^3 - 17 \,.\, 23^2 \\ &= 23^3 + \frac{28^3 + 23 \,.\, 28^2}{2} - 17 \,.\, 23^2 - 23\,\Delta^2. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Also}\quad \mathrm{VI} &= \quad 17\,.\,23^2 + \frac{28^3}{2} \qquad\qquad + \frac{28^2}{2}\,\Delta + 23\,\Delta^2 \\
\mathrm{IXa} &= -\,17\,.\,23^2 + 28^3 + 23^3 - \frac{28^2}{2}\,\Delta - 23\,\Delta^2 \\
\hline
\mathrm{VI} + \mathrm{IX\,a} &= \qquad\qquad \frac{3}{2}\,28^3 + 23^3.
\end{aligned}$$

Hier ist die Wertigkeit von

$$\mathrm{VI} = \frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{5}{3}\,E^3$$

$$\mathrm{IX\,a} = \frac{4}{3}\,E^3.$$

Wir sehen also, daß auch der biologische Wert bei der Zerlegungsart in Betracht kommt. Er darf keineswegs eine unwahrscheinliche Größe werden.

Ihm zuliebe haben wir in unserem Falle es zugelassen, daß dieselbe Summe $23^3 + \frac{3}{2}\,28^3$, die in zwei Anfallspaaren auftrat, auf verschiedene Weise in die einzelnen Anfallsalter sich verteilt.

Wir wissen von früheren Beispielen her, daß dies der Wirklichkeit entspricht. Ich erinnere nur (vgl. S. 15), daß bei den Menses-Intervallen die Zahl $56 = 2\,.\,28$ das eine Mal aus 27 und 29, das andere aus 31 und 25 oder 34 und 32 sich zusammensetzte u. s. f. Oder (vgl. S. 28) $3\,.\,28$ war einmal $63 + 21$, das andere Mal $65 + 19$.

Oder bei dem eklatanten Beispiele der Geburtsabstände meiner eigenen Kinder (vgl. S. 36 und 47) war der erste

$$\begin{aligned}
\mathrm{I} &= 22\,.\,28 + 16\,.\,23 \\
&= 28^2 + \boxed{\begin{array}{r} 17\,.\,28 \\ -\,17\,.\,23 \end{array}} + 23\,\Delta
\end{aligned}$$

der biologisch gleiche dritte $22\,.\,28 + 16\,.\,28$

$$\mathrm{III} = 28^2 + 2\,.\,28\,\Delta.$$

Also beide nach einem verschiedenen Prinzip (mit 17 und ohne 17) gebaut.

Ich habe aber das Beispiel der zusammengehörigen Anfallspaare nicht nur angezogen, um die Frage der Wertigkeit an ihnen zu erörtern, sondern noch aus einem anderen Grunde.

Sie sollen uns die Tatsache ins Gedächtnis rufen, daß gewisse Alter eine bestimmte und einfache Summe bilden. Diese Summe ist das Band, das sie zusammenschließt. Man mußte erwarten, daß die Struktur solcher zusammengehörigen Paare von Anfallsaltern in jedem einzelnen Alter eine derartige ist, daß sie zur Summe wie Nut und Feder ineinander greifen, daß die Bindungen des einen die algebraischen Werte des anderen sind. Das ist bei den eben behandelten Paaren allerdings der Fall. Aber das geht

— und hier kommen wir auf den Kern unserer Schwierigkeit — nicht immer so aus, wohlgemerkt, wenn wir die einfachste, im biologischen Wert befriedigendste und die Analogien am besten zeigende Art der Zerlegung wählen.

Prinz Karl von Preußen und seine jung verstorbene Schwester Friedrike, die wir vorhin behandelt haben, sind aus einem solchen Summenblock.

Die Lebensalter der aufeinanderfolgenden 4 Geschwister:

$$\begin{array}{ll}
\text{Friedrike Auguste:} & -\ 9 \,.\, 23^2 + \ 3 \,.\, 28^2 + \ 4 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
\text{Karl:} & 47 \,.\, 23^2 + \ 3 \,.\, 28^2 + \ 4 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
\text{Alexandrine:} & 9 \,.\, 23^2 + 10 \,.\, 28^2 + 31 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
\text{Friedrich Ferdinand:} & 10 \,.\, 23^2 + \ 7 \,.\, 28^2 - 16 \,.\, 28 \,.\, 23. \\
\hline
 & {}^{*)}\ 57 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2 + 23 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
 & = 23^3 + 23 \,.\, 28^2 + 28 \,.\, 23^2 + 34 \,.\, 23^3
\end{array}$$

haben eine einfache Summe. Soll aber in den Formeln ihre additive Eigenschaft zu dieser einfachen Summe zum Ausdruck kommen und sollen sie trotzdem in Analogie bleiben und eine wahrscheinliche Wertigkeit aufweisen, so ist die Annahme der einfachst aussehenden Lösung

$$\text{Karl:} \qquad 3 \,.\, 23^3 - 4\,\Sigma\,\Delta^2 - \frac{28 \,.\, 23}{2}\,\Delta$$

$$\text{Friedrike:} \qquad 23^3 - 4\,\Sigma\,\Delta^2 - \frac{28 \,.\, 23}{2}\,\Delta + \boxed{\begin{matrix} 2 \,.\, 23^3 \\ -\,2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \end{matrix}}$$

nicht statthaft.

Denn, wie schon der Bruttowert von Alexandrine + Friedrich Ferdinand

$$\begin{aligned}
&= 19 \,.\, 23^2 + 17 \,.\, 28^2 + 15 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
&= 17 \,.\, 28^2 + 34 \,.\, 28 \,.\, 23 + 19 \,.\, 23^2 - 19 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
&= 17 \,.\, 28^2 + 34 \,.\, 28 \,.\, 23 - \frac{28 \,.\, 23}{2}\,\Delta - 23\,\Delta^2
\end{aligned}$$

lehrt, gibt es keine unseren Prinzipien genügende Zerlegung der beiden Lebensalter von Alexandrine und Friedrich Ferdinand, die mit den oben genannten einfachen Werten von Karl und Friedrike zusammen jene Summe $23^3 + 23 \,.\, 28^2 + 28 \,.\, 23^2 + 34 \,.\, 23^2$ ausmachen.

Will man also, daß die additive Eigenschaft in den Formeln zum Ausdruck komme, so muß man die erst entwickelte kompliziertere Zerlegungsart wählen und man hat dann (vgl. Anhang)

$$\text{Friedrike:} \quad 17 \,.\, 28^2 + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ -\,17 \,.\, 23^2 \end{matrix}} - \frac{28^3}{2} + \boxed{\begin{matrix} 2 \,.\, 23^3 \\ -\,2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \end{matrix}} + 2 \,.\, 23\,\Delta^2$$

$$\text{Karl:} \quad 17 \,.\, 28^2 + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ -\,17 \,.\, 23^2 \end{matrix}} - \frac{28^3}{2} + 2 \,.\, 23^3 \qquad\qquad + 2 \,.\, 23\,\Delta^2$$

*) $57 = 23 + 34$.

$$\begin{array}{ll}
\text{Alexandrine: } 17\,.\,23^2 & + \boxed{\begin{array}{r}28^3\\ -23^3\end{array}} + 2\,.\,28\,.\,23^2 \quad - \Sigma\,\Delta^2 + 2\,\Delta^3 \\
\text{Fr. Ferdin.: } 17\,.\,28^2 + 17\,.\,28\,.\,23 & \left.\begin{array}{r} +28\,.\,23^2 \\ -2\,.\,23\,.\,28^2\end{array}\right\} - 2\,\Sigma\,\Delta^2
\end{array}$$

$$\text{Summe} = 51\,.\,28^2 + 51\,.\,28\,.\,23 - 17\,.\,23^2 + \left.\begin{array}{r}3\,.\,23^3 \\ -2\,.\,23\,.\,28^2\end{array}\right| \left.\begin{array}{r}+4\,.\,23\,\Delta^2 \\ -3\,\Sigma\,\Delta^2\end{array}\right\} + 2\,\Delta^3$$

$$= 28^3 + 28\,.\,23^2 + 3\,.\,23^3 - 17\,.\,23^2 + (23 - 3\,.\,28 +$$

$$+ 2\,.\,28 - 2\,.\,23)\,\Delta^2$$

$$= 28^3 + 2\,.\,23^3 + 34\,.\,23^2 - \Sigma\,\Delta^2$$

$$= 23^3 + 23\,.\,28^2 + 28\,.\,23^2 + 34\,.\,23^2.$$

Indem man aber diese additive Eigenschaft der Formeln in den Vordergrund stellt, ist man unter Umständen gezwungen, ihre Ähnlichkeit preiszugeben.

Ich will das noch durch ein anderes Beispiel erläutern.

Unter den Geschwistern Friedrich Wilhelms III., Königs von Preußen, die wir im Beisp. 47 ausführlich behandeln, sind drei mit ähnlicher Lebensformel, mit (3), (4), (5) bezeichnet

$$\begin{array}{lll}
\text{Friedrich Ludwig Karl} & (3): & -18\,.\,23^2 + 18\,.\,28^2 + 6\,.\,28\,.\,23 \\
\text{Friedrike Luise} & (4): & 5\,.\,23^2 + 21\,.\,28^2 + 6\,.\,28\,.\,23 \\
\text{Auguste Christiane} & (5): & 8\,.\,23^2 + 18\,.\,28^2 + 6\,.\,28\,.\,23 \\
\hline
\end{array}$$

$$(3) + (4) + (5) = -\;5\,.\,23^2 + 57\,.\,28^2 + 18\,.\,28\,.\,23$$

$$= 23^3 + \boxed{\begin{array}{r}23\,.\,28^2 \\ -28\,.\,23^2\end{array}} + 34\,.\,28^2 + \left.\begin{array}{r}2\,.\,28\,.\,23^2 \\ -23\,.\,28^2\end{array}\right\}$$

$$= 23^3 + 28\,.\,23^2 + 34\,.\,28^2.$$

Dieser Summe trägt die Zerlegung Rechnung:

$$\begin{array}{lllll}
(3): & 28^3 & -17\,.\,28\,.\,23 & & -\;2\,\Sigma\,\Delta^2 \\
(4): & 2\,.\,23\,.\,28^2 & -17\,(28^2 + 28\,.\,23) & + \boxed{\begin{array}{r}28^3\\ -23^3\end{array}} & + 2\,.\,28\,\Delta^2 \\
(5): & 2\,.\,28\,.\,23^2 + 23^3 & -17\,.\,28\,.\,23 & + \boxed{\begin{array}{r}23^3\\ -28^3\end{array}} & + 2\,.\,23\,\Delta^2 \\
\hline
\end{array}$$

$$S \quad 28^3 + 23^3 + 2\,.\,23\,.\,28^2 + 2\,.\,28\,.\,23^2 - 51\,.\,28\,.\,23 - 17\,.\,28^2$$

$$= 28^3 + 23\,.\,28^2 - 17\,.\,28^2 + 23^3 + 28\,.\,23^2$$

$$= 34\,.\,28^2 + 23^3 + 28\,.\,23^2.$$

Die Formeln selbst sind nicht übermäßig kompliziert und lassen Analogien erkennen; aber noch nicht die richtigen.

Denn wenn man die Werte von (4) und (5) ansieht:

$$(4) = 5\,.\,23^2 + 21\,.\,28^2 + 6\,.\,28\,.\,23$$

$$(5) = 8\,.\,23^2 + 18\,.\,28^2 + 6\,.\,28\,.\,23,$$

so bemerkt man, daß $(4) - (5) = 3\,.\,28^2 - 3\,.\,23^2$ ist, daß also $(4) \mathrel{|\!=\!|} (5)$.

Diese biologische Gleichheit von (4) und (5) kommt aber in den angegebenen Formeln

$$(4) = 2 \,.\, 23 \,.\, 28^2 - 17\,(28^2 + 28 \,.\, 23) + \boxed{\begin{matrix} 28^3 \\ -23^3 \end{matrix}} + 2 \,.\, 28\, \Delta^2$$

$$(5) = 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + 23^3 - 17 \,.\, 28 \,.\, 23 + \boxed{\begin{matrix} 23^3 \\ -28^3 \end{matrix}} + 2 \,.\, 23\, \Delta^2$$

n i c h t zum Ausdruck.

Will man, was ja berechtigt ist und durch den Begriff der Wertigkeit erfordert wird, sie zum Ausdruck bringen, so muß man zerlegen (Beisp. 47):

$$(4) \;= \Sigma\,(28 \,.\, 23 - \Delta^2) + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 28^2 \\ -17 \,.\, 23 \,.\, 23 \end{matrix}} - \frac{28^3}{2}$$

$$(5) \;= \Sigma\,(28 \,.\, 23 - \Delta^2) + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 23^2 \\ -17 \,.\, 28 \,.\, 23 \end{matrix}} - \frac{28 \,.\, 23^2}{2}$$

Diese Formeln sehen natürlich und befriedigend aus und schließen sich auch an das Alter

$$(3) = \Sigma\,(28 \,.\, 23 - \Delta^2) - 17 \,.\, 28 \,.\, 28 - 23^2$$

gut an. Ihre Summe indes ist nicht sogleich als $23^3 + 28 \,.\, 23^2 + 34 \,.\, 28^2$ zu erkennen. Sie beträgt $17\,(23^2 + 28^2 + 28.23) + 23.28^2 + \frac{28}{2}\,(23^2 - 28^2) - 2\,\Sigma\,\Delta^2$ was der Form nach weniger einfach erscheint.

Aber gerade die einfache Form der Summe können wir nicht preisgeben. Wenn wir sehen, daß z. B. in der Familie Wilhelm von Humboldts (vgl. S. 174) die Summe der Lebenszeit von Mutter und sämtlichen acht Kindern (von $3\frac{1}{2}$ Monaten bis fast 85 Jahren), also 144943 Tage, ausgedrückt werden kann durch $\Sigma^3 + 23^3 + \Delta^3$, wer könnte da das sacrificium intellectus bringen, diese Einfachheit als Werk des Zufalls hinzustellen? Zumal wenn er auf die überall hervortretenden einfachen und miteinander vergleichbaren Summen fortdauernd stößt, wie wir sie schon kennen gelernt haben und immer wieder finden werden!

Nein, die Einfachheit der Summe und die Einfachheit der Struktur des Lebensalters müssen n e b e n e i n a n d e r b e s t e h e n können. Sie brauchen nur scheinbar von einander unabhängig sein, wie etwa Keplers Flächensatz und der Satz von der Umlaufszeit nebeneinander und nicht auf einander beziehbar bestanden haben, bis Newton das übergreifende Gravitationsgesetz gefunden hatte, aus dem Keplers Sätze abzuleiten waren. Solch ein übergreifendes Gesetz ist auch für unsere biologischen Werte zu vermuten. Unter seinem zentraleren Gesichtspunkt müssen Summe und Einzelstruktur sich versöhnen.

Soll ich eine Ahnung aussprechen, in welcher Richtung die Konstante für dieses Gesetz liegen möchte?

Ich knüpfe noch einmal an den Fall 39. an, wo Bruder und Schwester im Alter von fast 70 beziehungsweise 79 Jahren eine Facialislähmung bekamen. Die Anfallsalter waren:

$$
\begin{array}{ll}
\text{Bruder:} & 22 \,.\, 23^2 + 11 \,.\, 28^2 + 8 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
\text{Schwester:} & 6 \,.\, 23^2 + 12 \,.\, 28^2 + 25 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
\hline
\text{Summe:} & 28 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2 + 33 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
 & = \; 3 \,.\, 23 \,.\, 28^2.
\end{array}
$$

Hier ist die Summe sehr einfach. Der Fall ist ja im Grunde nicht verschieden von der Summe der Lebensalter zweier Geschwister. In beiden Fällen geht die Konstanz auf die Mutter zurück.

Ich weiß aber von dem Bruder, der schon verstorben ist und dessen sichtbarer Niedergang mit der Facialislähmung begann, noch andere Daten, welche die Etappen seines Niederganges bezeichnen. Zur Zeit dieser Etappen, die ich früher behandelt habe (vgl. S. 150), war er alt:

$$
\begin{array}{rl}
(1) = & 22 \,.\, 23^2 + 11 \,.\, 28^2 + 8 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
(2) = & 9 \,.\, 23^2 + 18 \,.\, 28^2 + 11 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
(3) = & 25 \,.\, 23^2 + 9 \,.\, 28^2 + 9 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
\hline
(1) + (2) + (3) = & 56 \,.\, 23^2 +{}^{*)}\, 38 \,.\, 28^2 + 28 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
= & 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + 3 \,.\, 28^3 - 2 \,.\, 23 \,.\, 28^2 + 23 \,.\, 28^2 \\
= & \boxed{\begin{array}{l} 28^3 + 28 \,.\, 23^2 \\ -\; 2 \,.\, 23 \,.\, 28^2 \end{array}} + 28 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2 + 2 \,.\, 28^3 \\
= & 2 \,.\, 28^3 + \Sigma \,.\, 28 \,.\, 23 + 28\,\Delta^2.
\end{array}
$$

Das Alter bei der Facialislähmung (1) gibt also sowohl mit dem Anfallsalter der Schwester als mit den eigenen Altern eine einfache Summe. Es hat, wenn ich mich so ausdrücken darf, zweierlei Valenzen frei: die eine nach rückwärts, wo es in der Mutter mit den Geschwistern verbunden ist, die andere nach vorwärts, wo es mit der eigenen, individuellen Struktur zusammenhängt. Und was wir hier bei einem beliebigen Beispiel, das ich nur gerade beobachten konnte, sehen, darf im Zusammenhalt mit dem, was wir schon wissen, als allgemein gültig angenommen werden. Ist dem aber so, dann drängt sich uns die Vorstellung auf, daß jeder Generation eine ganz bestimmte Menge lebendiger Substanz vom Mutterleibe aus zugeteilt ist, zugeteilt nach einfachen Einheiten, und daß daher die einfache Summe der Lebenszeiten von Geschwistern stammt. Die jedem einzelnen Kinde aus dieser Generationssumme gegebene Menge muß aber von einer anderen Instanz abhängig sein, deren Eingreifen auch die Struktur des bei der Zeugung aus der mütterlichen Summe abgespaltenen Stückes bestimmt: vom Vater. Damit würde auf den immerfort zu beobachtenden näheren Zusammenhang des Kindes mit der Mutter ein Licht geworfen werden. Denn ihre Substanz schwingt im Kinde fort, unsterblich wie die Mutterliebe.

*) $38 = 84 - 46$

VIII.

Wir kennen nun die Grundsätze, nach denen die Analyse der Lebensalter einer Generation vorzunehmen ist. Zwei verschiedene Gesichtspunkte müssen uns dabei leiten: die Zugehörigkeit zu einer einfachen Summe und die innere Ähnlichkeit in der Struktur. Die Entwicklung nach dem ersten Gesichtspunkt deckt sich durchaus nicht immer mit der nach dem zweiten. Wir wollen aber beim Suchen nach der Strukturformel beide Gesichtspunkte berücksichtigen und die Resultate dann vergleichen. So wird der Erkenntnis am besten gedient sein.

Zunächst gehen wir zur Analyse der Lebenszeiten von Wilhelm von Humboldts Familie über.

44. Beispiel. 44.

Die Familie Wilhelm von Humboldt war die erste, deren Lebenszeiten ich überhaupt einer Untersuchung unterzogen habe. Die außerordentlich einfache Struktur der Summe aller Lebenszeiten von Mutter und Kindern $= \Sigma^3 + 23^3 + \Delta^3$ hat mich sehr getroffen und meine Aufmerksamkeit dauernd auf das Summenproblem gerichtet.

Der völlig authentische Stammbaum dieser Familie ist dem schönen Buch „Gabriele von Bülow“ entnommen, das die Familiengeschichte der Humboldts behandelt.

Eltern:

Wilhelm von Humboldt	22. Juni	1767	$24761 = 1076 . 23 + 13$
	8. April	1835	
Karoline von Humboldt	23. Februar	1766	$23041 = 1001 . 23 + 18$
geb. von Dachröden	26. März	1829	

Kinder:

1. Karoline	16. Mai	1792	$16318 = 709 . 23 + 11$
	19. Januar	1837	
2. Wilhelm	5. Mai	1794	$3388 = 147 . 23 + 7$
	15. August	1803	
3. Theodor	19. Januar	1797	$27215 = 1183 . 23 + 6$
	26. Juli	1871	
4. Adelheid	17. Mai	1800	$20665 = 898 . 23 + 11$
	14. Dezember	1856	
5. Gabriele	28. Mai	1802	$31004 = 1348 . 23$
	16. April	1887	
6. Luise	2. Juli	1804	$108 = 4 . 23 + 16$
	18. Oktober	1804	
7. Gustav	7. Januar	1806	$674 = 29 . 23 + 7$
	12. November	1807	
8. Hermann	23. April	1809	$22530 = 979 . 23 + 13.$
	29. Dezember	1870	

Die Lebenszeiten dieser Familie sind also:

$$\begin{array}{lrrr}
\text{Vater:} & 53 \,.\, 23^2 - & 5 \,.\, 28^2 + & 1 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
\text{Mutter:} & 1 \,.\, 23^2 + & 9 \,.\, 28^2 + & 24 \,.\, 28 \,.\, 23
\end{array}$$

Kinder:

$$\begin{array}{lrrr}
\text{Karoline:} & 2 \,.\, 23^2 + & 17 \,.\, 28^2 + & 3 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
\text{Wilhelm:} & & - 8 \,.\, 28^2 + & 15 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
\text{Theodor:} & 47 \,.\, 23^2 + & 3 \,.\, 28^2 & \\
\text{Adelheid:} & 9 \,.\, 23^2 + & 17 \,.\, 28^2 + & 4 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
\text{Gabriele:} & 44 \,.\, 23^2 & & + 12 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
\text{Luise:} & - 8 \,.\, 23^2 + & 8 \,.\, 28^2 - & 3 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
\text{Gustav:} & - 10 \,.\, 23^2 - & 8 \,.\, 28^2 + & 19 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
\text{Hermann:} & 22 \,.\, 23^2 + & 18 \,.\, 28^2 - & 5 \,.\, 28 \,.\, 23.
\end{array}$$

Hier fällt zuerst das erwähnte merkwürdige Summenergebnis auf. Die Lebenszeiten von Mutter und allen Kindern zusammen sind:*)

$$\begin{aligned}
& 107 \,.\, 23^2 + 56 \,.\, 28^2 + 69 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
= \; & 3 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + 23^3 + 2 \,.\, 28^3 + 3 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \\
= \; & 23^3 + 2 \,.\, 28^3 + 6 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \\
= \; & 28^3 + 3 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + 3 \,.\, 23 \,.\, 28^2 + 23^3 + 28^3 + \\
& + 3 \,.\, 28 \,.\, 23^2 - 3 \,.\, 23 \,.\, 28^2 - 23^3 + 23^3 \\
= \; & \Sigma^3 + \Delta^3 + 23^3.
\end{aligned}$$

Also Mutter und Kinder zusammen haben 144943 $= \Sigma^3 + \underline{23^3 + \Delta^3}$ Tage gelebt!**)

Aber auch einzelne Summengruppen lassen sich aussondern. So ist die Summe der Lebenszeiten der ersten fünf Kinder: $\mathfrak{S}_1 =$

$$\begin{array}{lrrr}
\text{Karoline:} & 2 \,.\, 23^2 + & 17 \,.\, 28^2 + & 3 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
\text{Wilhelm:} & & - 8 \,.\, 28^2 + & 15 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
\text{Theodor:} & 47 \,.\, 23^2 + & 3 \,.\, 28^2 & \\
\text{Adelheid:} & 9 \,.\, 23^2 + & 17 \,.\, 28^2 + & 4 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
\text{Gabriele:} & 44 \,.\, 23^2 & & + 12 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
\hline
\end{array}$$

$$\mathfrak{S}_1 = 102 \,.\, 23^2 + 29 \,.\, 28^2 + 34 \,.\, 28 \,.\, 23$$

$$\begin{aligned}
& = 2\,(28 + 23)\, 23^2 + (34 - 5)\, 28^2 + 34 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
& = 2 \,.\, 23^3 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2 - 28^3 + 34\,(28^2 + 28 \,.\, 23) \\
& = 23^3 + 23 \,.\, 28^2 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + \boxed{\begin{matrix} 23^3 \\ - 28^3 \end{matrix}} + 34\,(28^2 + 28 \,.\, 23) \\
& = 23\, \Sigma^2 + \boxed{\begin{matrix} 23^3 \\ - 28^3 \end{matrix}} + 34\,(28^2 + 28 \,.\, 23)
\end{aligned}$$

---

*) $107 = 3 \,.\, 28 + 23$.

**) In der hier behandelten Familie ist die Vaterschaft nicht überall zweifellos. In der Biologie hat das „pater est quem nuptiae demonstrant" keine Gültigkeit.

Oder, wenn man in obigem Wert

$$34 = 51 - 17$$

setzt, erhält man

$$\mathfrak{S}_1 = 3 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + 2 \,.\, 23^3 + 3 \,.\, 23 \,.\, 28^2 - 17\,(28^2 + 28 \,.\, 23)$$

$$= \Sigma^3 + \boxed{\begin{matrix} 23^3 \\ -28^3 \end{matrix}} - \mathbf{17\,(28^2 + 28 \,.\, 23)}$$

Da Mutter und Kinder zusammen

$$\Sigma^3 + \mathbf{23^3} + \Delta^3$$

Tage gelebt haben, so entfällt auf die Lebenszeit der letzten drei Kinder und der Mutter

$$\mathfrak{S}_2 = \mathbf{28^3} + \Delta^3 + \mathbf{17\,(28^2 + 28 \,.\, 23)} \text{ Tage.}$$

Aus $\mathfrak{S}_1$ kann man außerdem noch die Summe (a) der ersten drei Kinder loslösen.

$$(a) = 49 \,.\, 23^2 + 12 \,.\, 28^2 + 18 \,.\, 28 \,.\, 23$$
$$= (32 + 17)\, 23^2 + (17 - 5)\, 28^2 + (42 + 10 - 34)\, 28 \,.\, 23$$
$$= 2 \,.\, 23^3 - \frac{28 \,.\, 23^2}{2} + \boxed{\begin{matrix} 23 \,.\, 28^2 \\ -28^3 \end{matrix}} + \frac{3}{2}\, 23 \,.\, 28^2 + \boxed{\begin{matrix} 2 \,.\, 23 \,.\, 28^2 \\ -2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \end{matrix}} +$$
$$+ \boxed{\begin{matrix} 17\,(23^2 + 28^2) \\ -34 \,.\, 28 \,.\, 23 \end{matrix}}$$
$$= \frac{28 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2}{2} + 23^3 + 23 \,.\, 28^2 + 17\,\Delta^2 - \Delta^3.$$

Es bleibt somit für die Summe (b) der zwei folgenden Kinder

$$(b) = \frac{28 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2}{2} + 23^3 + 23 \,.\, 28^2 - 17\,\Delta^2 + \Delta^3 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 -$$
$$- 17\,(28^2 + 28 \,.\, 23).$$

Und $\mathfrak{S}_2$ (Summe der drei letzten Kinder + Mutter) läßt sich auch noch differenzieren.

Das 6. und 7. Kind haben nur kurze Lebenszeit:

Luise: $108 = 4 \,.\, 23 + 16$
Gustav: $674 = 29 \,.\, 23 + 7$

Zusammen also $(c) = 34 \,.\, 23$ Tage.

Das gibt in quadratischen Werten ausgedrückt:

$$(c) = 16 \,.\, 28 \,.\, 23 - 18 \,.\, 23^2$$
$$= (33 - 17)\, 28 \,.\, 23 + (28 - 46)\, 23^2$$
$$= \boxed{\begin{matrix} 2 \,.\, 23 \,.\, 28^2 \\ -2 \,.\, 23^3 \end{matrix}} - 17 \,.\, 28 \,.\, 23 = 2 \,.\, 23\, \Sigma\Delta - 17 \,.\, 28 \,.\, 23.$$

Oder in geläufigere Form gebracht:

$$\begin{aligned}
(c) &= 2 . 23\, \Sigma \Delta && - 17 . 28 . 23 \\
&= (\Sigma - \Delta)\, \Sigma \Delta && - 17 . 28 . 23 \\
&= \Sigma (\Sigma \Delta - \Delta^2) && - 17 . 28 . 23 \\
&= \Sigma (28^2 - 23^2 - \Delta^2) && - 17 . 28 . 23 \\
&= \Sigma\, 28^2 - \Sigma (23^2 + \Delta^2) && - 17 . 28 . 23
\end{aligned}$$

Endlich:

$$\begin{array}{ll}
\text{Hermann:} & 22 . 23^2 + 18 . 28^2 - 5 . 28 . 23 \\
\text{Mutter:} & 1 . 23^2 + 9 . 28^2 + 24 . 28 . 23 \\
\hline
\end{array}$$

$$\begin{aligned}
(d) &= 23^3 + 27 . 28^2 + 19 . 28 . 23 \\
&= 23^3 + (17 + 10)\, 28^2 + (34 - 15)\, 28 . 23 \\
&= 23^3 + 17 . 23^2 + 34 . 28 . 23 + 2 . 28^3 + 3 . 28 . 23^2 - \\
&\qquad - 5 . 23 . 28^2 \\
&= 23^3 + 2.28.23^2 + \boxed{\begin{array}{r} 2.28^3 + 2.28.23^2 \\ - 4.23.28^2 \end{array}} + \boxed{\begin{array}{r} 17.28^2 \\ - 17.28.23 \end{array}} \\
&= 2 . 28 (23^2 + \Delta^2) + 23^3 + \boxed{\begin{array}{r} 17 . 28^2 \\ - 17 . 28 . 23 \end{array}}
\end{aligned}$$

Es war

$$\begin{array}{lll}
(c) = \text{Luise} + \text{Gustav} & = 28^3 + 23 . 28^2 - \Sigma (23^2 + \Delta^2) - 17 . 28 . 23 & \\
(d) = \text{Hermann} + \text{Mutter} & = 23^3 + (\Sigma + \Delta)(23^2 + \Delta^2) + 17 . 28^2 & \\
 & \qquad - 17 . 28 . 23 & \\
\hline
(c) + (d) & = 28^3 + 23 . 28^2 + 23^3 + \Delta (23^2 + \Delta^2) + \left.\begin{array}{r} 17 . 28^2 \\ - 34 . 28 . 23 \end{array}\right\} & \\
 & = 28^3 + 17 (28^2 + 28 . 23) + \Delta^3 &
\end{array}$$

d. h. gleich dem oben behandelten Rest $\mathfrak{S}_2$.

Also $\mathbf{c = 28^3 + 23 . 28^2 - (28 + 23)(23^2 + \Delta^2) - 17 . 28 . 23}$

$\mathbf{d = 23^3 + 17 . 28^2 + (28 + 28)(23^2 + \Delta^2) - 17 . 28 . 23}$

Wir rekapitulieren:

Die Gesamtsumme (Mutter + Kinder) war $\Sigma^3 + 23^3 + \Delta^3$.

Sie zerfiel in:

$$\begin{array}{ll}
\mathfrak{S}_1 \text{ (5 Kinder)} & = \Sigma^3 + \boxed{\begin{array}{r} 23^3 \\ - 28^3 \end{array}} - 17 (28^2 + 28 . 23) \\
\mathfrak{S}_2 \text{ (3 Kinder + Mutter)} & = 28^3 + \Delta^3 + 17 (28^2 + 28 . 23)
\end{array}$$

$$\mathfrak{S}_1 = (a) + (b).$$

$$\begin{array}{ll}
\textbf{(a)} \text{ (erste drei Kinder)} & = \frac{\Sigma}{2}\, 28 . 23 + 23^3 + 23 . 28^2 + 17 \Delta^2 - \Delta^3 \\
\textbf{(b)} \text{ (folgende zwei Kinder)} & = \frac{\Sigma}{2}\, 28 . 23 + 23^3 + 23 . 28^2 - 17 \Delta^2 + \Delta^3 + \\
 & \quad + 2 . 28 . 23^2 - 17 (28^2 + 28 . 23)
\end{array}$$

$$\mathfrak{S}_2 = (c) + (d)$$

(c) (sechstes und siebentes Kind) =

$$= \mathbf{28^3 + 23 \,.\, 28^2 - (28 + 23)\,(23^2 + \Delta^2) - 17 \,.\, 28 \,.\, 23}$$

(d) (achtes Kind und Mutter) =

$$= \mathbf{23^3 + 17 \,.\, 23^2 + (28 + 28)\,(23^2 + \Delta^2) - 17 \,.\, 28 \,.\, 23.}$$

Niemand wird die einfache Form und die Homologie in diesen Summen verkennen. Wie setzen sie sich aber aus den Lebensaltern selbst zusammen?

Zur Beantwortung entwickeln wir die Formeln der einzelnen Lebensalter, und zwar ausschließlich nach dem Gesichtspunkt der Summe.

Man sieht ein, daß folgende Zerlegung die Summe der ersten großen Gruppe $\mathfrak{S}_1$ (der ersten fünf Geschwister) deckt:

Karoline:	$(17 + 69 - 84)\, 23^2$	$+ 17 \,.\, 28^2 +$	$(17 - 14)\, 28 \,.\, 23$
Wilhelm:		$(23 - 14 - 17)\, 28^2 +$	$(84 - 69)\, 28 \,.\, 23$
Theodor:	$(56 + 14 - 23)\, 23^2$	$+ (17 - 14)\, 28^2$	
Adelheid:	$(\quad - 14 + 23)\, 23^2 +$	$17 \,.\, 28^2 +$	$(46 - 42)\, 28 \,.\, 23$
Gabriele:	$(84 - 23 - 17)\, 23^2$		$+ (17 + 23 - 28)\, 28 \,.\, 23$
S_1^5:	$(56 + 46)\, 23^2$	$+ (34 - 5)\, 28^2$	$+ 34 \,.\, 28 \,.\, 23$

Im einzelnen ergeben diese Zerlegungen für

1. Karoline: $2 \,.\, 23^2 + 17 \,.\, 28^2 + 3 \,.\, 28 \,.\, 23$

$$= (17 - 15)\, 23^2 + 17 \,.\, 28^2 + (23 + 14 - 34)\, 28 \,.\, 23^{*)}$$

$$= \left.\begin{matrix} 17 \,.\, 23^2 + 17 \,.\, 28^2 + 3 \,.\, 23^3 + 28 \,.\, 23^2 + \dfrac{23 \,.\, 28^2}{2} \\ - 34 \,.\, 28 \,.\, 23 \qquad\qquad - 3 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \qquad\qquad \end{matrix}\right\}$$

$$= \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 23^2 + 17 \,.\, 28^2 \\ - 34 \,.\, 28 \,.\, 23 \end{matrix}} + 2 \,.\, 23^3 - \frac{23 \,.\, 28^2}{2} + \boxed{\begin{matrix} 23^3 + 23 \,.\, 28^2 \\ - 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \end{matrix}}$$

$$= \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 23^2 + 17 \,.\, 28^2 \\ - 34 \,.\, 28 \,.\, 23 \end{matrix}} + 2 \,.\, 23^3 - \frac{23 \,.\, 28^2}{2} + 23\, \Delta^2$$

$$= \mathbf{\frac{\Sigma}{3}\, \Delta^2 + 23\,(23^2 + \Delta^2) + 23 \left(23^2 - \frac{28^2}{2}\right)}$$

2. Wilhelm: $- 8 \,.\, 28^2 + 15 \,.\, 28 \,.\, 23$

$$= (23 - 14 - 17)\, 28^2 + (84 - 69)\, 28 \,.\, 23$$

$$= \left.\begin{matrix} 23 \,.\, 28^2 - \dfrac{28^3}{2} - 17 \,.\, 28^2 + 3 \,.\, 23 \,.\, 28^2 \\ - 3 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \end{matrix}\right|$$

$$= \boxed{\begin{matrix} 23 \,.\, 28^2 \\ - 23^3 \end{matrix}} + \frac{28^3}{2} - 17 \,.\, 28^2 + \boxed{\begin{matrix} 3 \,.\, 23 \,.\, 28^2 + 23^3 \\ - 3 \,.\, 28 \,.\, 23^2 - 28^3 \end{matrix}}$$

$$= \mathbf{\frac{28^3}{2} - 17 \,.\, 28^2 + \boxed{\begin{matrix} 23 \,.\, 28^2 \\ - 23^3 \end{matrix}} - \Delta^3}$$

---

*) Aus 17 — 14 durch Addition von $23 + 28 - 51 = 0$ erhalten.

3. Theodor: $47 \cdot 23^2 + 3 \cdot 28^2$

$$\begin{aligned}
&= (56 + 14 - 23)\,23^2 + (17 - 14)\,28^2 \\
&= \frac{5}{2}\,28 \cdot 23^2 - 23^3 + 17 \cdot 28^2 - \frac{28^3}{2} \\
&= 17 \cdot 28^2 - \frac{28^3}{2} + 28 \cdot 23^2 - 23^3 + \frac{3}{2}\,28 \cdot 23^2 \\
&= 17 \cdot 28^2 + \boxed{\begin{array}{c} \dfrac{28 \cdot 23^2}{2} \\ -\dfrac{28^3}{2} \end{array}} + \boxed{\begin{array}{l} \;\;2 \cdot 28 \cdot 23^2 \\ -23^3 - 23 \cdot 28^2 \end{array}} + 23 \cdot 28^2 \\
&= \mathbf{17 \cdot 28^2 - \frac{28}{2}\,\Sigma\,\Delta + 23\,(28^2 - \Delta^2)}
\end{aligned}$$

4. Adelheid: $9 \cdot 23^2 + 17 \cdot 28^2 + 4 \cdot 28 \cdot 23$

$$\begin{aligned}
&= (23 - 14)\,23^2 + 17 \cdot 28^2 + (46 - 42)\,28 \cdot 23 \\
&= 23^3 - \frac{28 \cdot 23^2}{2} + 17 \cdot 28^2 + 2 \cdot 28 \cdot 23^2 - \frac{3}{2}\,23 \cdot 28^2 \\
&= \boxed{\begin{array}{c} 23^3 \\ -\dfrac{28 \cdot 23^2}{2} - \dfrac{23 \cdot 28^2}{2} \end{array}} + \boxed{\begin{array}{l} \;\;2 \cdot 28 \cdot 23^2 \\ -23 \cdot 28^2 - 23^3 \end{array}} + 23^3 + 17 \cdot 28^2 \\
&= 23^3 - 23\,\Delta^2 + \boxed{\begin{array}{c} 23^3 \\ -\dfrac{\Sigma}{2}\,28 \cdot 23 \end{array}} + 17 \cdot 28^2 \\
&= \mathbf{17 \cdot 28^2 + 23\,(23^2 - \Delta^2)} + \boxed{\begin{array}{c} \mathbf{23^3} \\ \mathbf{-\dfrac{\Sigma}{2}\,28 \cdot 23} \end{array}}
\end{aligned}$$

5. Gabriele: $44 \cdot 23^2 \quad + 12 \cdot 28 \cdot 23$

$$\begin{aligned}
&= (84 - 23 - 17)\,23^2 + (17 - 5)\,28 \cdot 23 \\
&= \left.\begin{array}{l} 3 \cdot 28 \cdot 23^2 - 23^3 + 17 \cdot 28 \cdot 23 + 28 \cdot 23^2 \\ \qquad\qquad\qquad\; - 17 \cdot 23^2 \quad\; - 23 \cdot 28^2 \end{array}\right\} \\
&= 2 \cdot 28 \cdot 23^2 + \boxed{\begin{array}{l} \;\;2 \cdot 28 \cdot 23^2 \\ -23^3 - 23 \cdot 28^2 \end{array}} + \boxed{\begin{array}{l} \;\;17 \cdot 28 \cdot 23 \\ -17 \cdot 23^2 \end{array}} \\
&= 2 \cdot 28 \cdot 23^2 - 23\,\Delta^2 - \boxed{\begin{array}{l} \;\;17 \cdot 28 \cdot 23 \\ -17 \cdot 23^2 \end{array}} \\
&= \mathbf{28 \cdot 23^2 + 23\,(28 \cdot 23 - \Delta^2) + \frac{\Sigma}{3}\,23\,\Delta.}
\end{aligned}$$

Bereits die Lebensalter der aufeinanderfolgenden ersten drei Geschwister Karoline, Wilhelm, Theodor geben eine einfach gebaute Summe:

Karoline: $\frac{23 \cdot 28^2}{2} \qquad + 23^3 \quad + \frac{\Sigma}{3}\Delta^2 - 23\,\Sigma\,\Delta + 23\,\Delta^2$

Wilhelm: $\frac{28^3}{2} \quad - 17 \cdot 28^2 \qquad + 23\,\Sigma\,\Delta - \Delta^3$

Theodor: $- \frac{28^3}{2} \quad + 17 \cdot 28^2 + 23 \cdot 28^2 \qquad - 23\,\Delta^2$

$+ \frac{28 \cdot 23^2}{2}$

$$\boldsymbol{S_1^3 = \frac{28 \cdot 23^2 + 23 \cdot 28^2}{2} + 23^3 + 23 \cdot 28^2} + \frac{\Sigma}{3}\Delta^2 - \Delta^3.$$

Zu dieser Summe der drei ersten Lebensalter, also zu:

$$S_1^3 = 23^3 + 23 \cdot 28^2 + \frac{\Sigma}{2}\, 28 \cdot 23 + \frac{\Sigma}{3}\,\Delta^2 - \Delta^3$$

läßt sich das Lebensalter der nächstfolgenden Schwester Adelheid ordnen:

Adelheid: $2 \cdot 23^3 \qquad - \frac{\Sigma}{2}\, 28 \cdot 23 + \frac{\Sigma}{3}\, 28^2 \qquad - 23\,\Delta^2$

$S_1^3 \quad 23^3 + 23 \cdot 28^2 \qquad + \frac{\Sigma}{2}\, 28 \cdot 23 + \frac{\Sigma}{3}\,\Delta^2 \qquad - \Delta^3$

$$\boldsymbol{S_1^4 = 3 \cdot 23^3 + 23 \cdot 28^2} \qquad + \frac{\Sigma}{3}(28^2 + \Delta^2) - 28\,\Delta^2.$$

Oder, wenn man die Bindung $-28\,\Delta^2$ einordnet:

$$S_1^4 = 3 \cdot 23^3 + 28\,(23 \cdot 28 - \Delta^2) + \frac{\Sigma}{3}(28^2 + \Delta^2)$$

Hierzu Gabriele $= 28 \cdot 23^2 + 23\,(23 \cdot 28 - \Delta^2) + \frac{\Sigma}{3}\, 23\,\Delta$

Somit $\quad S_1^5 = 3 \cdot 23^3 + 28 \cdot 23^2 + \Sigma\,(23 \cdot 28 - \Delta^2) + \frac{\Sigma}{3}\, 28^2 + \frac{\Sigma}{3}\,\Delta\, 28.$

Es ist aber $\frac{\Sigma}{3}\, 28\,(28 + \Delta) = \frac{\Sigma}{3}\, 28\,(2 \cdot 28 - 23)$

$$= \frac{2}{3}\,\Sigma\, 28^2 - \frac{\Sigma}{3}\, 28 \cdot 23 = \frac{2}{3}\,\Sigma\,(28^2 + 28 \cdot 23) - \Sigma \cdot 28 \cdot 23$$

Also $S_1^5 = 3 \cdot 23^3 + 28 \cdot 23^2 - \Sigma\,\Delta^2 + \frac{2}{3}\,\Sigma\,(28^2 + 28 \cdot 23)$

$$S_1^5 = \mathbf{2 \cdot 23^3 + \Sigma\,(23^2 - \Delta^2) + \frac{2}{3}\, 28\, \Sigma^2}.$$

Löst man $-\Sigma\,\Delta^2 = \boxed{\begin{matrix} 28 \cdot 23^2 + 23 \cdot 28^2 \\ - 23^3 - 28^3 \end{matrix}}$ auf, so wird

$$S_1^5 = \boxed{\begin{matrix} 23^3 \\ - 28^3 \end{matrix}} + \Sigma \cdot 23^2 + \Sigma\, 28 \cdot 23 + \frac{2}{3}\, 28\, \Sigma^2$$

$$= \boxed{\begin{array}{r} 23^3 \\ -28^3 \end{array}} + \Sigma \,.\, 23\, \Sigma + \frac{2}{3}\, 28\, \Sigma^2$$

$$= 23\, \Sigma^2 + 34\, (28^2 + 28 \,.\, 23) + \boxed{\begin{array}{r} 23^3 \\ -28^3 \end{array}}$$

wie früher abgeleitet. Es wurde gezeigt, daß dieser Wert identisch ist mit

$$\Sigma^3 + \boxed{\begin{array}{r} 23^3 \\ -28^3 \end{array}} - 17\, (28^2 + 28 \,.\, 23)$$

$$= \Sigma^3 + \boxed{\begin{array}{r} 23^3 \\ -28^3 \end{array}} - \frac{\Sigma^2}{3}\, 28.$$

Daß die hier entwickelte Auffassung der fünf Lebensalter dem Summenprinzip genügt, haben wir soeben ausführlich dargelegt. Wir haben dabei auch gesehen, wie die einzelnen Lebensalter sich zu größeren Verbänden gleichsam verzahnen.

Eine weitere Frage ist es, ob durch die angewandte Art der Zerlegung auch die innere Ähnlichkeit im Bau genügend hervortritt; oder ob es noch eine andere Möglichkeit der Koeffizientenspaltung gibt, die dieser Forderung gerechter wird.

Wir versuchen also noch folgende Entwicklung.

Karoline: *)

$$2 \,.\, 23^2 + 17 \,.\, 28^2 + 3 \,.\, 28 \,.\, 23$$

$$= (19 - 17)\, 23^2 + (17 - 14)\, 28 \,.\, 23 + 17 \,.\, 28^2$$

$$= \boxed{\begin{array}{l} 17 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ -17 \,.\, 23^2 \end{array}} + \boxed{\begin{array}{l} \frac{3}{2}\, 28 \,.\, 23^2 \\ \qquad -23^3 - \frac{23 \,.\, 28^2}{2} \end{array}} + 17 \,.\, 28^2 \text{ **)}$$

$$= 17 \,.\, 28^2 + \boxed{\begin{array}{r} 17 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ -17 \,.\, 23^2 \end{array}} + \frac{23 \,.\, 28}{2}\, \Delta - 23\, \Delta^2$$

$$\frac{23 \,.\, 28}{2}\, \Delta = \boxed{\begin{array}{l} \frac{23 \,.\, 28^2}{2} + \frac{28 \,.\, 23^2}{2} \\ -28 \,.\, 23^2 \end{array}} = \boxed{\begin{array}{l} \frac{\Sigma}{2}\, 28 \,.\, 23 \\ -28 \,.\, 23^2 \end{array}}$$

---

*) In $2 \,.\, 23^2$ ist hier 2 als $19 - 17 = \frac{1}{2} - \frac{2}{3} = -\frac{1}{6} E$ aufgefaßt. In der früheren Art war es $17 - 3\,\Delta = \frac{2}{3} E$.

**) Es ist $\boxed{\begin{array}{l} \frac{3}{2}\, 28 \,.\, 23^2 \\ -23^3 - \frac{23 \,.\, 28^2}{2} \end{array}} = \boxed{\begin{array}{l} 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \\ -23^3 - 23 \,.\, 28^2 \end{array}} + \boxed{\begin{array}{c} \frac{23\ \ 28^2}{2} \\ -\frac{28 \,.\, 23^2}{3} \end{array}} =$

$= -23\, \Delta^2 + \frac{23 \,.\, 28}{2}\, \Delta.$

Solche Ergänzungen müssen oft vorgenommen werden, wenn man die Bindungen verstehen will. Grund: $28 \,.\, 23$ ist arthmetisch, aber nicht biologisch gleich $23 \,.\, 28$.

Wilhelm:*)

$$\begin{aligned}
&-8 \,.\, 28^2 + 15 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
&= (23 - 14 - 17)\, 28^2 + (46 - 14 - 17)\, 28 \,.\, 23 \\
&= 23 \,.\, 28^2 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 - \frac{28^3}{2} - \frac{23 \,.\, 28^2}{2} - 17 \,.\, 28^2 - 17 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
&= 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 - 17\,(28^2 + 28 \,.\, 23) - \frac{28^2}{2}\,\Delta.
\end{aligned}$$

Schreibt man dies in die Form um:

$$\boxed{\begin{array}{c} 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \\ -23^3 - 23 \,.\, 28^2 \end{array}} + \left.\begin{array}{c} 23^3 + 23 \,.\, 28^2 \\ -17\,(28^2 + 28 \,.\, 23) \end{array}\right\} + \boxed{\begin{array}{c} \frac{\Sigma}{2}\, 28^2 \\ -28^3 \end{array}}$$

$$= \left.\begin{array}{c} 23^3 + 23 \,.\, 28^2 \\ -17\,(28^2 + 28 \,.\, 23) \end{array}\right\} + \boxed{\begin{array}{c} \frac{\Sigma}{2}\, 28^2 \\ -28^3 \end{array}} - 23\,\Delta^2,$$

so sieht man die Analogie mit dem biologisch gleichen Alter von Karoline, das lautet:

$$\left.\begin{array}{l} 28^3 + 23 \,.\, 28^2 \\ -34 \,.\, 28^2 \end{array}\right\} + \boxed{\begin{array}{c} 17 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ -17 \,.\, 23^2 \end{array}} + \boxed{\begin{array}{c} \frac{\Sigma}{2}\, 28 \,.\, 23 \\ -28 \,.\, 23^2 \end{array}} - 23\,\Delta^2.$$

An Wilhelms Lebensalter läßt sich das Problem der Koeffizientenzerlegung sehr anschaulich klarstellen. Der Wert $-8 \,.\, 28^2 + 15 \,.\, 28 \,.\, 23$ ist offenbar gleich $23 \,.\, 28 \,.\, 23 - 8\,(28^2 + 28 \,.\, 23)$. Nun kann man -8 auffassen entweder als $23 - 14 - 17$ oder als $84 - 92$.

Drückt man -8 beidemal, d. h. sowohl für $-8 \,.\, 28^2$ als für $-8 \,.\, 28 \,.\, 23$ auf die erste Art aus (d. h. $-8 = 23 - 14 - 17$), so erhält man den eben entwickelten Wert:

$$\left.\begin{array}{c} 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \\ -17\,(28^2 + 28 \,.\, 23) \end{array}\right\} - \frac{28^2}{2}\,\Delta$$

$$= \left.\begin{array}{c} 23^3 + 23 \,.\, 28^2 \\ -17\,(28^2 + 28 \,.\, 23) \end{array}\right\} + \boxed{\begin{array}{c} \frac{\Sigma}{2}\, 28^2 \\ -28^3 \end{array}} - 23\,\Delta^2.$$

Falls man beidemal den zweiten Wert $(84 - 92)$ wählte, so erhielte man:

$$\boxed{\begin{array}{c} 3 \,.\, 28^3 \\ -3 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \end{array}} - 23 \,.\, 28^2$$

$$= 3 \,.\, 28\, \Sigma\, \Delta \qquad - 23 \,.\, 28^2$$

*) Wilhelm $= 23 \,.\, 28 \,.\, 23 - 8\,(28^2 + 28 \,.\, 23)$. Der Koeffizient ist hier beidemal in gleicher Weise $-8 = 23 - 14 - 17$ zerlegt. Früher wurde $15 = 3\,\Delta$ gesetzt.

also einen negativen Wert, den wir für ein Lebensalter nicht zulassen wollen.

Wählt man für $-8 \cdot 28^2$ die erste Auffassung $(-8 = 23 - 14 - 17)$, für $-8 \cdot 28 \cdot 23$ die zweite $(-8 = 84 - 92)$, so erhält man die im früheren Text gegebene Summationsauflösung:

$$\frac{28^3}{2} - 17 \cdot 28^2 + \boxed{\begin{matrix} 23 \cdot 28^2 \\ -23^3 \end{matrix}} - \Delta^3$$

welche in der Summierung mit dem Alter des nächsten Bruders Theodor zusammengeht:

$$\text{Theodor:} \quad 17 \cdot 28^2 - \frac{28^3}{2} + \boxed{\begin{matrix} 28 \cdot 23^2 \\ -23^3 \end{matrix}} + \frac{3}{2} 28 \cdot 23^2$$

aber ebenfalls einen negativen Wert gibt $(-\frac{1}{6} E^3)$.

Und wählt man endlich umgekehrt für $-8 \cdot 28^2$ die zweite $(84 - 92)$ und für $-8 \cdot 28 \cdot 23$ die erste $(23 - 14 - 17)$ Auffassung, so erhält man:

$$\boxed{\begin{matrix} 2 \cdot 28^3 + 2 \cdot 28 \cdot 23^2 \\ -4 \cdot 23 \cdot 28^2 \end{matrix}} + 28^3 - \frac{23 \cdot 28^2}{2} - 17 \cdot 28 \cdot 23$$

$$= \frac{28^3}{2} - 17 \cdot 28 \cdot 23 + \frac{28^2}{2} \Delta + 2 \cdot 28 \, \Delta^2 = -\frac{1}{6} E^3$$

also ebenfalls einen negativen Wert. Wollen wir nur einen positiven Wert zulassen, so bliebe von den vier isomeren Auflösungen nur die eine

$$\left.\begin{matrix} 2 \cdot 28 \cdot 23^2 \\ -17\,(28^2 + 28 \cdot 23) \end{matrix}\right\} - \frac{28^2}{2} \Delta \text{ übrig}$$

$$= \left.\begin{matrix} 23^3 + 23 \cdot 28^2 \\ -17\,(28^2 + 23 \cdot 28) \end{matrix}\right\} + \boxed{\begin{matrix} \frac{\Sigma}{2} 28^2 \\ -28^3 \end{matrix}} - 23\,\Delta^2.$$

Das Alter von Theodor $47 \cdot 23^2 + 3 \cdot 28^2$ wird durch die frühere Formel:

$$17 \cdot 28^2 - \frac{28}{2} \Sigma\Delta + 23 \cdot 28^2 - 23\Delta^2$$

$$= 17 \cdot 28^2 + 23\,(28^2 - \Delta^2) - \frac{28}{2} \Sigma\Delta$$

befriedigend ausgedrückt.

Statt $-\frac{28}{2} \Sigma\Delta = -\frac{28}{2}(28^2 - 23^2)$ kann man schreiben (wenn man $28^3 - 28^3 = 0$ hinzuaddiert):

$$-\frac{28}{2} \Sigma\Delta = \boxed{\begin{matrix} \frac{28}{2}(28^2 + 23^2) \\ -28^3 \end{matrix}}$$

Adelheid, wie früher analysiert,

$$= 17 \,.\, 28^2 + 23\,(23^2 \quad - \Delta^2) + \boxed{\begin{matrix} 23^3 \\ -\dfrac{\Sigma}{2}\, 28 \,.\, 23 \end{matrix}}$$

Und Gabriele:

$$= 28 \,.\, 23^2 + 23\,(28 \,.\, 23 - \Delta^2) + \frac{\Sigma}{3}\, 23\,\Delta.$$

Wir entwickeln hier noch Hermanns Lebensalter

$$\begin{aligned}
&= 22 \,.\, 23^2 + 18 \,.\, 28^2 - 5 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
&= (17 + 5)\, 23^2 + (23 - 5)\, 28^2 - 5 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
&= 17 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2 - 5\,(28^2 - 23^2) - 5 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
&= 17 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2 - \Delta\,\Sigma\,\Delta + \boxed{\begin{matrix} 28 \,.\, 23^2 \\ -23 \,.\, 28^2 \end{matrix}} \\
&= 17 \,.\, 23^2 + 28 \,.\, 23^2 - \Sigma\,\Delta^2.
\end{aligned}$$

Und wenn wir die gewonnenen Ergebnisse zusammenstellen, so erhalten wir:

$$\mathbf{Theodor:}\quad 17 \,.\, 28^2 + 23 \,.\, 28^2 + \boxed{\begin{matrix} \dfrac{28}{2}\,(28^2 + 23^2) \\ -28^3 \end{matrix}} \qquad - 23\,\Delta^2$$

$$\mathbf{Adelheid:}\quad 17 \,.\, 28^2 + 23^3 \quad + \boxed{\begin{matrix} 23^3 \\ -\dfrac{\Sigma}{2}\, 28 \,.\, 23 \end{matrix}} \qquad - 23\,\Delta^2$$

$$\mathbf{Karoline:}^{*)}\; 17 \,.\, 28^2 \quad + \boxed{\begin{matrix} \dfrac{\Sigma}{2}\, 28 \,.\, 23 \\ -28 \,.\, 23^2 \end{matrix}} + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ -17 \,.\, 23^2 \end{matrix}} \qquad - 23\,\Delta^2$$

$$\mathbf{Gabriele:}\quad 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \quad + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ -17 \,.\, 23^2 \end{matrix}} \qquad - 23\,\Delta^2$$

$$\mathbf{Hermann:}\quad 17 \,.\, 23^2 + 28 \,.\, 23^2 \qquad - \Sigma\,\Delta^2$$

Und eventuell der kurzlebige

$$\mathbf{Wilhelm:}\quad \left.\begin{matrix} 23^3 + 23 \,.\, 28^2 \\ -17\,(28^2 + 23 \,.\, 28) \end{matrix}\right\} + \boxed{\begin{matrix} \dfrac{\Sigma}{2}\, 28^2 \\ -28^3 \end{matrix}} \qquad - 23\,\Delta^2$$

---

*) Adelheid und Karoline differieren brutto um $189 \,.\, 23 = 7 \,.\, 23^2 + 28 \,.\, 23$ Tage.

$$\begin{array}{lll}
\text{Adelheid} & = 9 \,.\, 23^2 + 17 \,.\, 28^2 + 4 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
\text{Karoline} & = 2 \,.\, 23^2 + 17 \,.\, 28^2 + 3 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
\hline
\text{Differenz} & = 7 \,.\, 23^2 \qquad\qquad + 28 \,.\, 23
\end{array}$$

Theodor und Adelheid sind in jedem Betracht analog:

$$\textbf{Theodor:}\quad 17\,.\,28^2+23\,.\,28^2+\boxed{\begin{array}{c}\frac{28}{2}(28^2+23^2)\\ -28^3\end{array}}\qquad -23\,\Delta^2$$

$$\textbf{Adelheid:}\quad 17\,.\,28^2+23^3\qquad +\boxed{\begin{array}{c}23^3\\ -\frac{\Sigma}{2}\,28\,.23\end{array}}\qquad -23\,\Delta^2$$

Wilhelm und Karoline leben um 1 E^3 kürzer. Außerdem findet sich bei Karoline und Gabriele die Bindung $\boxed{\begin{array}{c}17\,.\,28\,.\,23\\ -17\,.\,23^2\end{array}}$. Es ist möglich, daß diese Form der doppelgeschlechtigen $\left(17=\frac{28+23}{3}!\right)$ Bindung auch bei den anderen Altern biologisch in der Form $\boxed{\begin{array}{c}17\,.\,28\,.\,23\\ -17\,.\,23\,.\,28\end{array}}$ vorhanden gewesen und daß sie nur rechnerisch fortgefallen ist, weil ihr Wert Null beträgt.

Ebenso kann bei Gabriele und Hermann die andere Form der Bindung, die den obigen z. B. $\boxed{\begin{array}{c}23^3\\ -\frac{\Sigma}{2}\,28\,.23\end{array}}$ analog ist, nur rechnerisch fortgefallen sein, weil sie durch $28\,.\,23^2-23\,.\,28\,.\,23$ biologisch gedeckt wurde.

Darf man diese Bindungen ergänzen, so lauten in ausführlicher Darstellung die Lebensalter von:

$$\textbf{Theodor:}\quad 17\,.\,28^2+23\,.\,28^2+\boxed{\begin{array}{c}\frac{28}{2}(28^2+23^2)\\ -28^3\end{array}}+\boxed{\begin{array}{c}17.28.23\\ -17.23.28\end{array}}-23\,\Delta^2$$

$$\textbf{Adelheid:}\quad 17\,.\,28^2+23^3\qquad +\boxed{\begin{array}{c}23^3\\ -\frac{\Sigma}{2}\,28\,.\,23\end{array}}+\boxed{\begin{array}{c}17.28.23\\ -17.23.28\end{array}}-23\,\Delta^2$$

$$\textbf{Karoline:}\quad 17\,.\,28^2\qquad +\boxed{\begin{array}{c}\frac{\Sigma}{2}\,28\,.\,23\\ -28\,.\,23^2\end{array}}+\boxed{\begin{array}{c}17.28.23\\ -17.23^2\end{array}}-23\,\Delta^2$$

$$\textbf{Gabriele:}\quad 2\,.\,28\,.\,23^2\qquad +\boxed{\begin{array}{c}23\,.\,28\,.\,23\\ -28\,.\,23^2\end{array}}+\boxed{\begin{array}{c}17\,.\,28\,.\,23\\ -17\,.\,23^2\end{array}}-23\,\Delta^2$$

$$\textbf{Hermann:}\quad 17\,.\,23^2+28\,.\,23^2\;+\boxed{\begin{array}{c}23\,.\,28\,.\,23\\ -28\,.\,23^2\end{array}}+\boxed{\begin{array}{c}17\,.\,28\,.\,23\\ -17\,.\,23\,.\,28\end{array}}-\Sigma\,\Delta^2$$

$$\textbf{Wilhelm:}\quad \begin{array}{l}23^3+23\,.\,28^2\\ \quad -17\,(28^2+28.23)\end{array}+\boxed{\begin{array}{c}\frac{\Sigma}{2}\,28^2\\ -28^3\end{array}}\qquad +\boxed{\begin{array}{c}17\,.\,28\,.\,23\\ -17\,.\,23\,.\,28\end{array}}-23\,\Delta^2$$

Auf diese Art gäbe es eine sehr durchsichtige Analogie in den Lebensaltern der sechs Geschwister.

Es sind in Wirklichkeit jedoch nicht sechs, sondern acht Geschwister.

Während aber fünf Geschwister ein höheres Alter (ca. 45, 74, 56, 85 und 69 Jahre) erreichen, ist bei den drei übrigen das Alter sehr kurz (ca. 9, $\frac{1}{3}$, $1\frac{3}{4}$ Jahre). Trotzdem geben die Lebensalter aller Geschwister zusammen mit dem Alter der ca. 63jährigen Mutter die einfach gebaute Summe von $\Sigma^3 + 23^3 + \Delta^3$ Lebenstagen. Und es ist gar keine Frage, daß man alle Alter in Rücksicht auf diese Summe in derselben Größenordnung ausdrücken muß. Sonst könnte man sie ja nicht zueinander addieren. Somit müssen die 108 Lebenstage von Luise und die 674 von Gustav und auch die 3388 von Wilhelm jun. ebenso als Werte dritter Dimension begriffen werden wie die 31004 Tage von Gabriele.

Auch für die erste und unmittelbarste Vergleichung ist dies ersprießlich. In dem schon früher angezogenen Beispiel (aus den Geschwistern Wilhelms I. von Preußen) sahen wir leicht an den in derselben Größenordnung gegebenen Lebensaltern der Prinzessin Friedrike Auguste und ihres Bruders Karl von 167 bezw. 29791 Tagen, daß der Unterschied ihres Alters glatt $2 . 28 . 23^2$ Tage betrug.

Also die Darstellung der Alter in derselben Größenordnung ist nützlich für den Vergleich und notwendig für die Summierung.

Aber es gibt einen Punkt, wo diese Form der Darstellung nicht vollständig die Ansprüche befriedigt, die unser Verstand an den Bau einer Lebensformel stellt.

Wir haben früher erörtert, daß wir nicht befriedigt werden, wenn die Lebensformel einen negativen biologischen Wert bekommt. Das ist aber bei der Darstellung in der dritten Dimension für k u r z e Lebensalter nicht immer zu vermeiden.

Luise von Humboldt lebt 108, Gustav 674 (beide zusammen $782 = 34 . 23$), Wilhelm 3388 Tage.

Addiert man Luise und Gustav, so erhält man:

$$\begin{array}{llll}
\text{Luise} & -\ 8 . 23^2 & +\ 8 . 28^2 & -\ 3 . 28 . 23 \\
\text{Gustav} & -10 . 23^2 & -\ 8 . 28^2 & +19 . 28 . 23 \\
\hline
S_a & =-18 . 23^2 & & +16 . 28 . 23
\end{array}$$

$$= 34 . 28 . 23 - 18 (23^2 + 28 . 23)$$

$$= \boxed{\begin{array}{r} 2 . 23 . 28^2 \\ -2 . 23^3 \end{array}} - 17 . 28 . 23$$

d. h. die Summe Luise + Gustav ergibt einen negativen Wert in der dritten Dimension. Diese Negativität ist so groß, daß sie erst durch den positiven Wert Wilhelms zu einer nullwertigen Bindung gesättigt wird.

$$
\begin{array}{llr}
\left.\begin{matrix}\text{Luise}\\ \text{Gustav}\end{matrix}\right\} & -18 \,.\, 23^2 & +16 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
\text{Wilhelm} & 28 \,.\, 23^2 - 8 \,.\, 28^2 & -\ 8 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
\hline
S_a = & 10 \,.\, 23^2 - 8 \,.\, 28^2 & +\ 8 \,.\, 28 \,.\, 23
\end{array}
$$

$$\text{d. h.} \qquad \boxed{\begin{matrix} 28^3 \\ -23 \,.\, 28^2 \end{matrix}} + 2\,\Delta^3\,{}^{*)}$$

Da die Summe der Lebensalter von Luise und Gustav einen negativen biologischen Wert in der dritten Dimension ergibt, so muß m i n d e s t e n s eines dieser beiden Alter negativ sein.

Entwickeln wir die Werte:

$$
\begin{aligned}
\text{Luise} &= -8 \,.\, 23^2 + 8 \,.\, 28^2 - 3 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
&= (23 - 17 - 14)\, 23^2 + (14 + 17 - 23)\, 28^2 + (14 - 17)\, 28 \,.\, 23 \\
&= \frac{28^3}{2} - 17 \,.\, 28 \,.\, 23 + \boxed{\begin{matrix} 23^3 \\ -\dfrac{\Sigma}{2}\, 28 \,.\, 23 \end{matrix}} + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 28^2 \\ -17 \,.\, 23^2 \end{matrix}}
\end{aligned}
$$

$$\text{Und da Luise} + \text{Gustav} = \boxed{\begin{matrix} 2 \,.\, 23 \,.\, 28^2 \\ -2 \,.\, 23^3 \end{matrix}} - 17 \,.\, 28 \,.\, 23$$

so ist Gustav:

$$-\frac{28^3}{2} + \boxed{\begin{matrix} \dfrac{\Sigma}{2}\, 28 \,.\, 23 \\ -23^3 \end{matrix}} + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 23^2 \\ -17 \,.\, 28^2 \end{matrix}} + \boxed{\begin{matrix} 2 \,.\, 23 \,.\, 28^2 \\ -2 \,.\, 23^3 \end{matrix}}$$

Diese beiden Alter fügen sich in ihrer Form sehr wohl dem Lebensalter der anderen sechs Geschwister ein:

$$\text{Adelheid:}\ 23^3 + 17 \,.\, 28^2 + \boxed{\begin{matrix} 23^3 \\ -\dfrac{\Sigma}{2}\, 28 \,.\, 23 \end{matrix}} + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ -17 \,.\, 23 \,.\, 28 \end{matrix}} - 23\,\Delta^2$$

$$\text{Luise:}\ \frac{28^3}{2} - 17 \,.\, 28 \,.\, 23 + \boxed{\begin{matrix} 23^3 \\ -\dfrac{\Sigma}{2}\, 28 \,.\, 23 \end{matrix}} + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 28^2 \\ -17 \,.\, 23^2 \end{matrix}}$$

$$\text{Gustav:}\ -\frac{28^3}{2} + \boxed{\begin{matrix} \dfrac{\Sigma}{2}\, 28 \,.\, 23 \\ -23^3 \end{matrix}} + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 23^2 \\ -17 \,.\, 28^2 \end{matrix}} + \boxed{\begin{matrix} 2 \,.\, 23 \,.\, 28^2 \\ -2 \,.\, 23^3 \end{matrix}}$$

---

*) $10 \,.\, 23^2 + 8 \,.\, 28 \,.\, 23 - 8 \,.\, 28^2$

$$
\begin{aligned}
&= 2\,(28 - 23)\, 23^2 + (92 - 84)\, 28 \,.\, 23 - (92 - 84)\, 28 \\
&= \boxed{\begin{matrix} 6 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + 2 \,.\, 28^3 \\ -6 \,.\, 23 \,.\, 28^2 - 2 \,.\, 23^3 \end{matrix}} + \boxed{\begin{matrix} 28^3 \\ -23 \,.\, 28^2 \end{matrix}} = 2\,\Delta^3 + \Delta\, 28^2.
\end{aligned}
$$

wobei zu bemerken ist, daß die Bindung bei Gustav $2 \,.\, 23 \Sigma \Delta$ biologisch der Bindung $- 23 \Delta^2$ homolog ist:

$$2 \,.\, 23 \Sigma \Delta = \boxed{\begin{array}{r} 2 \,.\, 23 \,.\, 28^2 \\ - 2 \,.\, 23^3 \end{array}}; \qquad - 23 \Delta^2 = \boxed{\begin{array}{r} 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \\ - 23^3 - 23 \,.\, 28^2 \end{array}}$$

Was uns aber veranlaßt hat, diese Alter gesondert zu untersuchen, ist die Wahrnehmung, daß sie b e i d e in der bisherigen Darstellung negativ werden.

Um den negativen Wert kommen wir also bei den ganz kurzen Lebensaltern nicht herum, vorausgesetzt daß sie nach der Forderung des Summenprinzips in der dritten Dimension ausgedrückt werden sollen. Trennen wir aber prinzipiell die Summenfrage von der Frage der Einzelstruktur, so entfällt für kurze Lebensdauern die Nötigung, sie in der dritten Dimension darzustellen.

Ich erinnere an den kleinen Wolfgang K. (Beisp. 21.)

Er lebte:

$$\left.\begin{array}{l} \mathbf{34 \,.\, 23 + 28^2} \\ \mathbf{- 2 \,.\, 23^2} \end{array}\right\}$$

Sein Laufalter war:

$$\left.\begin{array}{l} \mathbf{34 \,.\, 28 + 28^2} \\ \mathbf{- 2 \,.\, 28 \,.\, 23} \end{array}\right\}$$

Gerade der Vergleich des Lebensalters mit dem Laufalter und die offenkundige Analogie beider läßt uns die Gesetzmäßigkeit der Lebensstruktur — hier in der zweiten Dimension — erkennen. Wenn wir darauf fußend, Luisens, Gustavs und Wilhelms Lebenszeit als q u a d r a t i s c h e Größen entwickeln, so erhalten wir

$$\text{Luise: } 17 \,.\, 28 - 16 \,.\, 23 = 17 \,.\, 28 + (17 - 33)\, 23$$

$$= \left.\begin{array}{l} 17\,(28 + 23) + 23^2 \\ \quad - 2 \,.\, 28 \,.\, 23 \end{array}\right\} = \left.\begin{array}{l} 17\,(28 + 23) \\ - 28^2 \end{array}\right\} + \Delta^2$$

$$= \frac{1}{3} E^2. \text{ Das ist eine positive Größe.}$$

$$\text{Gustav: } 22 \,.\, 23 + 6 \,.\, 28 = (17 + 5)\, 23 + (23 - 17)\, 28$$

$$= \left.\boxed{\begin{array}{r} 17 \,.\, 23 \\ - 17 \,.\, 28 \end{array}} \begin{array}{l} + 2 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ \quad - 23^2 \end{array}\right\} = \boxed{\begin{array}{r} 17 \,.\, 23 \\ - 17 \,.\, 28 \end{array}} + 28^2 - \Delta^2$$

$$\text{oder} \left[\left.\begin{array}{l} 17 \,.\, 23 + 34 \,.\, 28 \\ - 28 \,.\, 23 \end{array}\right\} - \Delta^2 \right]$$

Durch diese Zerlegung in der zweiten Dimension ersehen wir nicht nur sofort, daß die Summe der beiden Lebensalter 34 . 23 beträgt, sondern es werden auch ihre Analogien sehr schön aufgezeigt.

$$\left.\begin{array}{l}\text{Luise: } 17(28+23)\\ \qquad -28^2\end{array}\right\} \quad +\Delta^2 = \frac{1}{3}E^2$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{Gustav: } 34.28+17.23\\ \qquad -28.23\end{array}\right\} -\Delta^2 = 1\,E^2.$$

Trotzdem das Lebensalter des neunjährigen Wilhelm sich noch mit einem positiven Wert der dritten Dimension beschreiben ließ, ist es lehrreich, die Untersuchung auch in der zweiten Potenz auszuführen. Wilhelm von Humboldt jun. hat 3388 =

$$= 140.23 + 6.28 = 5.28.23 + 34.28 - 28^2$$
$$= 34.28 + 23^2 + 3.28.23 - \Delta^2 \text{ Tage gelebt,}$$
$$= \left.\begin{array}{r}34.28\\ -28^2\end{array}\right\} + 28.23 + \Sigma^2 - \Delta^2$$

d. h. $4.28.23 + 23^2 - 17.23 = \mathbf{34.23 + 3.28.23}$ länger als Gustav, was auch den Bruttounterschied beider Lebensalter 118.23 Tage $= (34 + 3.28)\,23$ Tage sofort erklärt.

Man vergleiche noch einmal:

$$\left.\begin{array}{l}\textbf{Luise: } \mathbf{17(28+23)}\\ \qquad \mathbf{-28^2}\end{array}\right\} + \Delta^2$$

$$\left.\begin{array}{l}\textbf{Wilhelm: } \mathbf{34.28}\\ \qquad \mathbf{-28^2}\end{array}\right\} - \Delta^2 + \mathbf{28.23} + \Sigma^2$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{und } \textbf{Gustav: } \mathbf{34.28}\\ \qquad \mathbf{-28.23}\end{array}\right\} - \Delta^2 + \mathbf{17.23}.\text{*)}$$

Diese Analogien befriedigen.

Daß die Vergleichung kurzer und langer Lebensalter im Dimensionsunterschied fruchtbar ist, will ich durch ein anderes Beispiel erhärten, das zwei nicht nachweislich Blutsverwandte betrifft. Der früh verstorbene Sohn einer Bekannten, Frau Baurat Victor von hier, lebte:

$$\left.\begin{array}{l}\text{8. Juni 1879}\\ \text{7. April 1881}\end{array}\right\} 669 = 23^2 + 5.28.\text{**)}$$

Robert Louis Stevenson — der berühmte englische Romanschriftsteller

$$\left.\begin{array}{l}\text{13. November 1850}\\ \text{29. November 1894}\end{array}\right\} 16087 = 23^3 + 5.28^2.\text{***)}$$

$$\text{Also } \textbf{Victor: } \mathbf{23^2 + 28^2 = 23^2 + 28\,\Delta = 28.23} + \Delta^2$$
$$\qquad \mathbf{-28.23}$$

$$\textbf{Stevenson: } \mathbf{23^3 + 28^3 = 23^3 + 28^2\,\Delta = 28.23^2} + \Sigma\,\Delta^2$$
$$\qquad \mathbf{-23.28^2}$$

---

*) Vgl. Friedrich Ferdinand von Preußen S. 202.

$$23.28 - \frac{2}{3}\Sigma\,\Delta \text{ oder } \left.\begin{array}{r}17.28 + 34.23\\ -28^2\end{array}\right\}$$

**) $669 = 29.23 + 2 = 23^2 + 5.28.$

***) $16087 = 699.23 + 10 = 697.23 + 2.28$
$= 24.28.23 + 25.23 + 2.28$
$= 24.28.23 + (23^2 - 18.28)\,23 + (5.28 - 6.23)\,28$
$= 23^3 + 5.28^2.$

Man sieht hier, wie ein längeres und ein kurzes Lebensalter dasselbe Konstruktionsgefüge besitzen. Nur sind die Bausteine von verschiedener Dimension.

In beiden Fällen handelt es sich übrigens um einen plötzlichen Tod nach vorgängiger Euphorie. (Wegen Stevensons Tod vgl. Feuilleton der „Vossischen Ztg." 29. Okt. 1901, Nr. 507.)

Ich rekapituliere, was uns die Betrachtung kurzer Lebenszeiten gelehrt hat:

Kurze Lebenszeiten haben gleichsam ein doppeltes Gesicht. In derselben Größenordnung ausgedrückt, die den langen Lebenszeiten eignet (der dritten biologischen Dimension) fügen sie sich zwar den Summengruppen ein und weisen auch dieselben Bestandteile des Baues auf wie die anderen Lebenszeiten; aber sie bekommen eventuell einen negativen biologischen Wert. Drückt man sie dann eine Dimension tiefer aus, so erweist sich ihre Konstruktion als sehr vereinfacht und von durchsichtigster Vergleichbarkeit.

Hier, wo eine erste Ordnung der Lebenszeiten versucht wird, scheint es verfrüht, die Frage zu diskutieren, in welcher Dimension der lebendige Stoff für kurze und lange Lebenszeiten tatsächlich in der Natur angeordnet sein möge. Soll aber doch ein Lichstreif auf diese Frage fallen, so sei vorweg erwähnt, daß die Natur wirklich in Dimensionsverhältnissen arbeitet, weil die Zahl aller menschlichen Geburten gerade um eine biologische Dimension höher steht als die der Totgeburten allein*). Die Natur läßt vor dem Erreichen der irdischen Lebensreife den 28. bezw. 23. Teil der Individuen zu Grunde gehen, die sie überhaupt zu einer selbständigen Lebenszeit erweckt.

Wir hätten die Lebensalter sämtlicher Kinder der Familie Wilhelm von Humboldt analysiert und verglichen. Es erübrigt uns nur noch die Untersuchung der elterlichen Lebenszeiten.

Wir hatten für die Summe Hermann + Mutter abgeleitet:

$$23^3 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + 2 \,.\, 28\,\Delta^2 + \boxed{\begin{array}{r} 17 \,.\, 28^2 \\ -\,17 \,.\, 28 \,.\, 23 \end{array}}$$

Hermann selbst lebte:

$$17 \,.\, 23^2 + 28 \,.\, 23^2 - \Sigma\,\Delta^2$$

Somit verbleibt für die Lebenszeit der Mutter:

$$34 \,.\, 23^2 + 2\,\Sigma\,\Delta^2 + \Delta^3 + \boxed{\begin{array}{r} 17 \,.\, 28^2 \\ -\,17 \,.\, 28 \,.\, 23 \end{array}}$$

Dieser Wert genügt dem Summenprinzip. Er ist auch nicht bosonders kompliziert gebaut. Aber, wenn man ihn aus den Bruttozahlen der mütterlichen Lebenszeit selbst ableiten will:

$$\text{Mutter} = 1 \,.\, 23^2 + 9 \,.\, 28^2 + 24 \,.\, 28 \,.\, 23,$$

so muß man zerlegen:

*) Vgl. später Kapitel XV (Statistik.)

$$(34+23-2\,.\,28)\,23^2+(17+3\,.\,28-4\,.\,23)\,28^2+(3\,.\,23-28-17)\,28\,.\,23$$

$$=34\,.\,23^2+\boxed{\begin{array}{c}17\,.\,28^2\\-17\,.\,28\,.\,23\end{array}}+\boxed{\begin{array}{c}23^3+3\,.\,28^3+28\,.\,23^2\\-5\,.\,23\,.\,28^2\end{array}}$$

$$=34\,.\,23^2+\boxed{\begin{array}{c}17\,.\,28^2\\-17\,.\,28\,.\,23\end{array}}+\boxed{\begin{array}{c}2\,.\,23^3+2\,.\,28^3\\-2\,.\,28\,.\,23^2-2\,.\,23\,.\,28^2\end{array}}$$

$$+\boxed{\begin{array}{c}28^3+3\,.\,28\,.\,23^2\\-23^3-3\,.\,23\,.\,28^2\end{array}}$$

$$=34\,.\,23^2+\boxed{\begin{array}{c}17\,.\,28^2\\-17\,.\,28\,.\,23\end{array}}+2\,\Sigma\Delta^2+\Delta^3.$$

Die Zerlegung von $9\,.\,28^2$ in $(17-23+3\,\Delta)\,28^2$ ist gesucht gegenüber der gewöhnlichen Auffassung $9=23-14$, die einfacher erscheint.

Wir unternehmen daher mit diesem Wert für $9=23-14$ eine zweite Lösung:

Mutter $1\,.\,23^2+9\,.\,28^2+24\,.\,28\,.\,23$

$$=(34+23-56)\,23^2+(23-14)\,28^2+(3\,.\,23-28-17)\,28\,.\,23$$

$$=34\,.\,23^2+23^3-2\,.\,28\,.\,23^2+23\,.\,28^2-\frac{28^3}{2}+3\,.\,28\,.\,23^2-$$

$$-23\,.\,28^2-17\,.\,28\,.\,23$$

$$=17\,.\,23^2+\boxed{\begin{array}{c}17\,.\,23^2\\-17\,.\,28\,.\,23\end{array}}+23^3+28\,.\,23^2-\frac{28^3}{2}\,{}^{*)}$$

$$=17\,.\,23\,(23-\Delta)+\Sigma\,.\,23^2-\frac{28^3}{2}.$$

Diese Lösung ist einfacher und natürlicher als die frühere.

Sie schließt sich auch in der Form besser den Lebensaltern der Kinder an, z. B.:

Theodor $17\,.\,28^2+23\,.\,28^2+\boxed{\begin{array}{c}\frac{28}{2}(28^2+23^2)\\-28^3\end{array}}+\boxed{\begin{array}{c}17\,.\,28\,.\,23\\-17\,.\,23\,.\,28\end{array}}-23\,\Delta^2$

Mutter $17\,.\,23^2+23^3+\frac{28\,.\,23^2}{2}+\boxed{\begin{array}{c}\frac{28}{2}(28^2+23^2)\\-28^3\end{array}}+\boxed{\begin{array}{c}17\,.\,23^2\\-17\,.\,28\,.\,23\end{array}}$

Die Mutter hätte demnach nur $\frac{1}{2}E^3$ mehr als Theodor.

Empfiehlt sich also die letzgegebene Formel schon durch ihren einfachen Bau, der völlig analog demjenigen der Kinder ist, so erhöht sich ihre Wahrscheinlichkeit noch dadurch, daß sie anderen Lebensaltern von augenscheinlich typischem Bau unmittelbar vergleichbar ist.

Wir werden das mehrfach sehen.

---

*) Auch $=2\,.\,34\,.\,23^2-\frac{28^3}{2}+\boxed{\begin{array}{c}17\,.\,23^2\\-17\,.\,28\,.\,23\end{array}}$

Zunächst ist Karolinen von Humboldts (der Mutter) Formel analog derjenigen ihres Mannes.

Wilhelm von Humboldt (der Vater) lebte:

$$53 \,.\, 23^2 - 5 \,.\, 28^2 + 28 \,.\, 23$$

$$= (34 + 19)\, 23^2 - 5 \,.\, 28^2 + (46 - 28 - 17)\, 28 \,.\, 23$$

$$= 34 \,.\, 23^2 + \frac{3}{2}\, 28 \,.\, 23^2 - 23^3 + 23 \,.\, 28^2 - 28^3 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 -$$

$$- 23 \,.\, 28^2 - 17 \,.\, 28 \,.\, 23$$

$$= 23^3 + \frac{28 \,.\, 23^2}{2} + 17 \,.\, 23^2 + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 23^2 \\ - 17 \,.\, 28 \,.\, 23 \end{matrix}} +$$

$$+ \boxed{\begin{matrix} 28 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2 \\ - 23^3 - 28^3 \end{matrix}} + \boxed{\begin{matrix} 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \\ - 23^3 - 23 \,.\, 28^2 \end{matrix}}$$

$$= 23^3 + \frac{28 \,.\, 23^2}{2} + 17 \,.\, 23\, (23 - \Delta) - \Sigma\, \Delta^2 - 23\, \Delta^2$$

$$= 23\, (23^2 - 2\, \Delta^2) + \frac{28}{2}\, (23^2 - 2\, \Delta^2) + 17 \,.\, 23\, (23 - \Delta)$$

$$= \left(23 + \frac{28}{2}\right) (23^2 - 2\, \Delta^2) + \frac{\Sigma}{3}\, 23\, (23 - \Delta).$$

Also

$$\textbf{Mutter:}\ (23 + 28)\, 23^2 - \frac{28^3}{2} + \frac{\Sigma}{3}\, 23\, (23 - \Delta)$$

$$\textbf{Vater:}\ \left(23 + \frac{28}{2}\right) (23^2 - 2\, \Delta^2) + \frac{\Sigma}{3}\, 23\, (23 - \Delta)$$

Beide leben $\frac{3}{2}\, E^3$.

Von einem verwandtschaftlichen Verhältnis Karolinens von Dachröden mit Wilhelm von Humboldt ist dem Genealogen nichts bekannt. Es kommt also in den Formeln wohl wirklich die allgemeine Übereinstimmung in den Strukturtypen der Lebensalter zum Ausdruck, die allerdings in letzter Instanz auch auf früherer Blutsverwandtschaft beruhen kann.

Daß solche Strukturtypen existieren, hatten wir schon in der Einleitung zu den Lebensaltern gesehen. Da lernten wir u. a. auch Bismarcks Lebensalter kennen, das übrigens um genau $\frac{3}{2}\, 23 \,.\, 28^2$ Tage größer ist als dasjenige Wilhelm von Humboldts junior (des Sohnes!)

Bismarck:	$38 \,.\, 28^2 + 28 \,.\, 23$
Wilhelm von Humboldt jun.:	$-\ \ 8 \,.\, 28^2 + 15 \,.\, 28 \,.\, 23$
Differenz	$46 \,.\, 28^2 - 14 \,.\, 28 \,.\, 23 = \frac{3}{2}\, 23 \,.\, 28^2.$

Daß hier kein bloßer Zufall im Spiele ist, ergibt sich aus dem Lebensalter von Wilhelms Mutter, das im Vergleich zu dem Bismarcks sich so stellt:

Bismarck: $23 \cdot 28^2 + 14 \cdot 28^2 + 28^2 + 23 \cdot 28$

Karoline von Humboldt (Mutter): $28 \cdot 23^2 + 9 \cdot 28^2 + 23^2 + 28 \cdot 23.$

Da aber
$$14 \cdot 28^2 = 28^3 - \frac{28^3}{2}$$
und
$$9 \cdot 28^2 = 23 \cdot 28^2 - \frac{28^3}{2}$$
so ist
$$\text{Bismarck} = 23 \cdot 28^2 + 28^3 - \frac{28^3}{2} + 28^2 + 28 \cdot 23$$
$$\text{Karoline von Humboldt} = 23 \cdot 28^2 + 28 \cdot 23^2 - \frac{28^3}{2} + 23^2 + 23 \cdot 28$$
d. h.
$$\text{Bismarck} = 28^2 \Sigma + 28 \Sigma - \frac{28^3}{2} = 28 \cdot 29 \Sigma - \frac{28^3}{2}$$
$$\text{Karoline von Humboldt} = 28 \cdot 23 \Sigma + 23 \Sigma - \frac{28^3}{2} = 23 \cdot 29 \Sigma - \frac{28^3}{2}$$
Oder:
$$\textbf{Bismarck} = \mathbf{28\, \Sigma\, (34 - \Delta) - \frac{28^3}{2}}$$
$$\textbf{Karoline von Humboldt} = \mathbf{23\, \Sigma\, (34 - \Delta) - \frac{28^3}{2}}.\text{*)}$$

Über das Ähnliche im Bau ist kein Wort zu verlieren. Man vergegenwärtige sich zum Schlusse noch einmal, daß Wilhelm von Humboldt jun. $\frac{3}{2}\, 23 \cdot 28^2$ Tage weniger als Bismarck lebte, also:
$$28\, \Sigma\, (34 - \Delta) - 23 \cdot 28^2 - \frac{\Sigma}{2}\, 28^2.$$

Und man wird das Typische nicht verkennen.

45.

45. Beispiel.

Die Familie von Friedrich Wilhelm III. von Preußen und der Königin Luise:

Friedrich Wilhelm III.	3. August	1770	25510
	7. Juni	1840	
Luise	10. März	1776	12548
	19. Juli	1810	

*) Die Identität dieser Lösung mit der früher gegebenen zeigt folgende Gleichung:
$$\frac{\Sigma}{3}\, 23\, (23 - \Delta) + \Sigma\, 23^2 - \frac{28^3}{2} = 23\, \Sigma \left(\frac{23 - \Delta}{3} + 23\right) - \frac{28^3}{2} = 23\, \Sigma \cdot 29 - \frac{28^3}{2} =$$
$$= 23\, \Sigma\, (34 - \Delta) - \frac{28^3}{2}.$$

Kinder:

Prinzessin, geb. u. gest.	7. Oktober	1794.	
Friedrich Wilhelm IV.	15. Oktober	1795	23820
	2. Januar	1861	
Wilhelm I.	22. März	1797	33224
	9. März	1888	
Friedrike Luise Charlotte	13. Juli	1798	22756
	1. November	1860	
Friedrike Auguste Karoline	14. Oktober	1799	167
	30. März	1800	
Friedrich Karl Alexander	29. Juni	1801	29791
	21. Januar	1883	
Friedrike Wilhelmine Alexandrine	23. Februar	1803	32565
	21. April	1892	
Friedrich Ferdinand	13. Dezember	1804	474
	1. April	1806	
Luise Auguste Wilhelmine	1. Februar	1808	22954
	6. Dezember	1870	
Albrecht	4. Oktober	1809	23021
	14. Oktober	1872	

Darnach haben gelebt in Tagen:

Die Eltern:

Friedrich Wilhelm III.	$18 . 23^2 + 13 . 28^2 + 9 . 28 . 23$
Königin Luise	$8 . 23^2 + 18 . 28^2 - 9 . 28 . 23$

Die Kinder:

Friedrich Wilhelm IV.	$12 . 23^2 + 19 . 28^2 + 4 . 28 . 23$
Wilhelm I.	$4 . 23^2 + 6 . 28^2 + 41 . 28 . 23$
Friedrike Luise	$12 . 23^2 + 16 . 28^2 + 6 . 28 . 23$
Friedrike Auguste	$- 9 . 23^2 + 3 . 28^2 + 4 . 28 . 23$
Karl	$19 . 23^2 + 3 . 28^2 + 27 . 28 . 23$
Alexandrine	$9 . 23^2 + 10 . 28^2 + 31 . 28 . 23$
Friedrich Ferdinand	$10 . 23^2 + 7 . 28^2 - 16 . 28 . 23$
Luise Auguste	$2 . 23^2 + 34 . 28 . 23$
Albrecht	$17 . 23^2 + 22 . 28^2 - 5 . 28 . 23$

Addiert man die Lebenszeiten der Kinder — mit Ausnahme der tot geborenen Prinzessin, deren extrauterine Lebenszeit null war — so ergibt sich:

$$76 . 23^2 + 86 . 28^2 + 126 . 28 . 23$$

$$= (69 + 7)\, 23^2 + (56 + 23 + 7)\, 28^2 + (112 + 14)\, 28 . 23$$

oder $3 . 23^3 + 2 . 28^3 + 5 . 23 . 28^2 \left.\begin{array}{l} + 7\,(23^2 + 28 . 23) \\ + 7\,(28^2 + 23 . 28) \end{array}\right\}$

d. h. $3 . 23^3 + 3 . 23 . 28^2 + 2 . 28^3 + 2 . 23 . 28^2 + 7\,(23 + 28)\,(28 + 23)$
$= 3 . 23\,(23^2 + 28^2) + 2 . \Sigma\, 28^2 + 28 \left(\frac{\Sigma}{2}\right)^2$ d. i. 11 E^3.

Eine solche Summe sieht nicht zufällig aus.

In sehr frappanter Weise aber wird diese Summe ergänzt durch die Lebenszeit der Mutter.

Mutter lebt:	$18 . 28^2 + 8 . 23^2 - 9 . 28 . 23$
Kinder leben:	$86 . 28^2 + 76 . 23^2 + 126 . 28 . 23$
	$104 . 28^2 + 84 . 23^2 + 117 . 28 . 23$

d. h.
$$\begin{aligned} &(84 + 20)\, 28^2 + 3 . 28 . 23^2 + (112 + 5)\, 28 . 23 \\ &= 3 . 28^3 + 4 . 28^3 - 4 . 23 . 28^2 + 3 . 28 . 23^2 \\ &\quad + 4 . 23 . 28^2 + 23 . 28^2 - 28 . 23^2 \\ &= 7 . 28^3 + 2 . 28 . 23^2 + 23 . 28^2. \end{aligned}$$

Also Mutter und Kinder zusammen haben in diesem Falle gelebt:

$$7 . 28^3 + 2 . 28 . 23^2 + 23 . 28^2 \text{ Tage.}$$

Schreibt man das Resultat um in die Form:

$$8 . 28^3 + 23^3 + 28 . 23^2 + \boxed{\begin{matrix} 28 . 23^2 + 23 . 28^2 \\ - 23^3 - 28^3 \end{matrix}}$$

so ist das:

$$\begin{aligned} &(2 . 28)^3 + \Sigma . 23^2 - \Sigma\, \Delta^2 \\ &= (\Sigma + \Delta)^3 + \Sigma\,(23^2 - \Delta^2). \end{aligned}$$

Gewiß ein verblüffendes Ergebnis.

Aber auch einige andere Summationsverhältnisse sind bemerkenswert. Die Lebenszeit der ersten drei Kinder beträgt:

Friedrich Wilhelm IV.	$= 12 . 23^2 + 19 . 28^2 + 4 . 28 . 23$
Wilhelm I.	$= 4 . 23^2 + 6 . 28^2 + 41 . 28 . 23$
Friedrike Luise	$= 12 . 23^2 + 16 . 28^2 + 6 . 28 . 23$
S_a	$= 28 . 23^2 + 41 . 28^2 + 51 . 28 . 23$

d. h.
$$\begin{aligned} &28 . 23^2 + (69 - 28)\, 28^2 + (28 + 23)\, 28 . 23 \\ &= 2 . 28 . 23^2 + 4 . 23 . 28^2 - 28^3 \\ &= 3 . 23 . 28^2 + 28 . 23^2 + 23^3 + \boxed{\begin{matrix} 23 . 28^2 + 28 . 23^2 \\ - 28^3 - 23^3 \end{matrix}} \\ &= 3 . 23 . 28^2 + \Sigma . 23^2 - \Sigma\, \Delta^2 \\ &= \mathbf{3 . 23 . 28^2 + \Sigma\,(23^2 - \Delta^2)}. \end{aligned}$$

Und da die Lebenszeit von Mutter und allen Kindern

$$(2 . 28)^3 + \Sigma\,(23^2 - \Delta^2) \text{ war,}$$

so bleibt nach Abzug der Lebenszeit der drei ersten Kinder mit

$$\mathbf{3 . 23 . 28^2 + \Sigma\,(23^2 - \Delta^2)}$$

für den Rest übrig:

$$5 . 28^3 + 3 . 28^2\, \Delta = \mathbf{2 . 28^3 + 3 . 28^2\,(28 + \Delta)}.$$

Aus diesem Rest läßt sich eine zweite Summe von vier Kindern — immer in genauer Aufeinanderfolge der Geburt — herausschälen, nämlich das vierte, fünfte, sechste und siebente Kind, deren Lebenszeiten waren:

Friedrike Auguste:	$-\ 9 . 23^2 + \ 3 . 28^2 + \ 4 . 28 . 23$
Karl:	$+ 19 . 23^2 + \ 3 . 28^2 + 27 . 28 . 23$
Alexandrine:	$9 . 23^2 + 10 . 28^2 + 31 . 28 . 23$
Friedrich Ferdinand:	$10 . 23^2 + \ 7 . 28^2 - 16 . 28 . 23$
S_a	$29 . 23^2 + 23 . 28^2 + 46 . 28 . 23$

d. h. entweder:

$$(34 - 5)\, 23^2 + 23 . 28^2 + 2 . 28 . 23^2$$
$$= 23 . 28^2 \quad + 28 . 23^2 + 23^3 + 34 . 23^2 \text{ oder:}$$
$$= \boxed{\begin{matrix} 23 . 28^2 + 28 . 23^2 \\ - 23^3 - 28^3 \end{matrix}} + \left.\begin{matrix} 2 . 23^3 + 28^3 + 23^3 + 28 . 23^2 \\ - 17 . 23^2 \end{matrix}\right\}$$
$$= - \Sigma \Delta^2 + \Sigma . 23^2 - 17 . 23^2 + 2 . 23^3 + 28^3$$
$$\text{d. h.} = \mathbf{2 . 23^3 + 28^3 \quad - 17 . 23^2 + \Sigma (23^2 - \Delta^2)}$$

Während also die Lebenszeit der drei ersten Kinder betrug:

$$S_3^1 = \mathbf{3 . 23 . 28^2} \qquad + \Sigma (\mathbf{23^2} - \Delta^2)$$

rechnet die der vier folgenden:

$$S_4^7 \left.\begin{matrix} = \mathbf{2 . 23^3 + 28^3} \\ \mathbf{- 17 . 23^2} \end{matrix}\right\} + \Sigma (\mathbf{23^2} - \Delta^2)$$

Von der biologischen Vertauschung (statt $3 . 23 . 28^2$ steht $2 . 23^3 + 28^3$) abgesehen, ist also diese zweite Summe um $17 . 23^2 = \frac{2}{3}\, E^3$ geringer als die erste.

Und die letzten beiden Kinder haben zusammen an Lebenstagen:

Albrecht:	$17 . 23^2 + 22 . 28^2 - \ 5 . 28 . 23$
Luise Auguste:	$2 . 23^2 \qquad\qquad + 34 . 28 . 23$
S_a	$19 . 23^2 + 22 . 28^2 + 29 . 28 . 23$

$$= (42 - 23)\, 23^2 + (17 + 5)\, 28^2 + (46 - 17)\ 28 . 23$$
$$= \boxed{\begin{matrix} 17 . 28^2 \\ - 17 . 28 . 23 \end{matrix}} + \frac{3}{2}\, 28 . 23^2 + 28^3 + \boxed{\begin{matrix} 2 . 28 . 23^2 \\ - 23^3 - 23 . 28^2 \end{matrix}}$$
$$S_8^9 = \boxed{\begin{matrix} 17 . 28^2 \\ - 17 . 28 . 23 \end{matrix}} + \frac{3}{2}\, 28 . 23^2 + 28^3 - 23\, \Delta^2$$
$$\text{d. h. } S_9^8 = \quad \mathbf{28^3 + \frac{28 . 23^2}{2} \ + 23\, (28 . 23 - \Delta^2)} + \boxed{\begin{matrix} \mathbf{17 . 28^2} \\ \mathbf{- 17 . 28 . 23} \end{matrix}}$$

Da die Lebenszeit der ersten drei Kinder

$$S_1^3 = 3 . 23 . 28^2 + \Sigma\, 23^2 - \Sigma\, \Delta^2 = 5\, E^3$$

ist, so wertet — von der biologischen Vertauschung einschließlich des Ersatzes $\boxed{\begin{array}{c} 17 \,.\, 28^2 \\ -\, 17 \,.\, 28 \,.\, 23 \end{array}}$ abgesehen — S_9^8 **genau die Hälfte davon,** nämlich $\frac{5}{2} E^3$.

So sehen wir, daß nicht nur die Gesamtheit der Lebenszeiten der Generation einschließlich derjenigen der Mutter in eine einfache Summenformel zu bringen ist. Auch die Lebenszeiten der Geschwister lassen sich in Gruppen mit leicht verständlichen und vergleichbaren Summen ordnen.*)

Wir wollen jetzt die einzelnen Lebenszeiten selbst betrachten.

Und da machen wir, wenn wir uns die Bruttoformeln auf Seite 193 betrachten, zuerst die Bemerkung, daß die Lebenszeiten von Karl und seiner nächst älteren Schwester Friedrike Auguste um $2 \,.\, 28 \,.\, 23^2$ unterschieden sind.

$$\begin{array}{lrr}
\text{Karl:} & 19 \,.\, 23^2 + 3 \,.\, 28^2 & + 27 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
\text{Friedrike Auguste:} \quad - & 9 \,.\, 23^2 + 3 \,.\, 28^2 & + \;\; 4 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
\hline
\text{Differenz} & \mathbf{28 \,.\, 23^2} & \mathbf{+ 23 \,.\, 28 \,.\, 23}
\end{array}$$

Also zwei Alter, von denen das eine (Friedrike Auguste) nur 167 Tage, das andere (Karl) 29791 Tage beträgt, werden vergleichbar! Und dabei sehen wir, daß es auf einen Tag ankommt.

$$\begin{array}{ll}
\text{Denn } 29791 = 38 \,.\, 28^2 - 1 \\
\text{und} \qquad 167 = \;\; 6 \,.\, 28 \;\; - 1.
\end{array}$$

Würde man beidemal den einen Tag als „zufällig“ vernachlässigen, so erhielte man völlig andere Werte.**)

Das Lebensalter des letzten Bruders Albrecht nimmt wenigstens für den ersten Blick eine einfachere Form an, wenn wir seine Bruttoformel

$$\begin{array}{l}
17 \,.\, 23^2 + 22 \,.\, 28^2 - 5 \,.\, 28 \,.\, 23 \text{ in} \\
18 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2 - 5 \,.\, 28 \,.\, 23 - (28^2 + 23^2) \\
= (46 - 28)\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2 + (23 - 28)\, 28 \,.\, 23 - (28^2 + 23^2) \\
= \mathbf{2 \,.\, 23^3 - (28^2 + 23^2)} \text{ umordnen.}
\end{array}$$

---

*) Und auf diese Summengruppen lege ich das Hauptgewicht. Denn wie sehr auffällig auch die einfache Form der gesamten Lebenszeiten von Kindern und Mutter ist $[7 \,.\, 28^3 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2 = (\Sigma + \Delta)^3 + \Sigma\,(23^2 - \Delta^2)]$, so darf doch nicht außer acht bleiben, daß diese Summe nur dann zu stande kommt, wenn man in dem Bruttowert

$$104 \,.\, 28^2 + 84 \,.\, 23^2 + 117 \,.\, 28 \,.\, 23$$

den Koeffizienten $104 = 84 + 20 = 3 \,.\, 28 + 4 \,.\, 28 - 4 \,.\, 23$ auflöst. Bei der Einführung von 17 oder 34 wäre das Ergebnis ein weniger einfaches. (Wenn $104 = 6 \,.\, 23 - 34$, so ist die Summe: $11 \,.\, 23 \,.\, 28^2 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 - 34 \,.\, 28^2$.)

**) In einer der Silvesternummer (612) von 1899 der „Vossischen Zeitung“ beigegebenen Reproduktionsbeilage „Vor hundert Jahren“ war der Todestag der Prinzessin Friedrike Auguste um einen Tag früher angesetzt.

In einer kurzen Übersicht über den Inhalt des Jubiläumsblattes heißt es da:

Betrachten wir die einzelnen Lebensalter, so können wir die Zerlegung wieder nach zweierlei Rücksichten vornehmen. Diejenige in Rücksicht auf die Summe soll im Anhang ausgeführt werden. Die andere Zerlegungsart, welche uns die Ähnlichkeiten im Bau enthüllt, wollen wir jetzt wählen.

Friedrich Wilhelm IV.:

$$12 . 23^2 + 19 . 28^2 + 4 . 28 . 23$$
$$= (46 - 34)\, 23^2 + (42 - 23)\, 28^2 + (46 - 42)\, 28 . 23$$
$$= 2 . 23^3 - 34 . 23^2 + \frac{3}{2}\, 28^3 - 23 . 28^2 + 2 . 28 . 23^2 - \frac{3}{2}\, 23 . 28^2$$

$$= \boxed{\begin{matrix} 23^3 \quad + 28^3 \\ - 23 . 28^2 - 28 . 23^2 \end{matrix}} + \boxed{\begin{matrix} 28 . 23^2 + 28^3 \\ - 2 . 23 . 28^2 \end{matrix}} + \boxed{\begin{matrix} \dfrac{23 . 28^2}{2} \\ - \dfrac{28^3}{2} \end{matrix}} +$$

$$+ 23^3 + 2 . 28 . 23^2 - 34 . 23^2$$
$$= \Sigma \Delta^2 + 28\, \Delta^2 - \frac{\Delta}{2}\, 28^2 + \Sigma . 23^2 + 28 . 23^2 - 34 . 23^2$$
$$= \Sigma\, (23^2 + \Delta^2) + 28\, (23^2 + \Delta^2) - \frac{\Delta}{2}\, 28^2 - 34 . 23^2$$

$$= (\Sigma + 28)\, (23^2 + \Delta^2) + \boxed{\begin{matrix} \dfrac{23 . 28^2}{2} \\ - \dfrac{28^3}{2} \end{matrix}} - 34 . 23^2$$

Daß dieser Wert für das Lebensalter Friedrich Wilhelms IV. seinen guten Sinn hat, sehen wir aus dem Vergleich mit dem Lebensalter des Bruders Wilhelms I., des deutschen Kaisers, dessen Formel wir bereits früher (vgl. S. 156) — nach demselben Prinzip — berechnet hatten mit:

$$(\Sigma + 23)\, 23^2 + \frac{28 . 23^2}{2} - 17 . 28^2$$

„Ein merkwürdiges Beispiel einer Berichtigung fällt uns in die Augen. Am 14. Oktober 1799 war dem Königspaar eine Tochter geboren, die in zartem Alter starb. Am 1. April meldete die „Vossische Zeitung", daß der Tod am 30. März an den Pocken eingetreten sei. Zwei Nummern später wird diese Nachricht dahin berichtigt, der Tod sei schon einen Tag früher, und zwar am Stickhusten eingetreten. Die erste Meldung sei eine „übereilte" gewesen. Ohne Zweifel hatte die „Vossische Zeitung" beidemal nur abgedruckt, was ihr aus dem Hofmarschallamt zugegangen war. Wie der Irrtum entstanden ist, darüber kann man nur Vermutungen hegen."

Auf diese Notiz hin hat Herr Dr. Stephan Kekule von Stradonitz beim königlichen Hausarchiv in Charlottenburg angefragt und unterm 17. Januar 1900 die Antwort erhalten, deren Urschrift er mir freundlichst überlassen hat, daß nach Ausweis der Akten die Prinzessin Friedrike Auguste Karoline von Preußen am 30. März 1800 verstorben ist.

Es ist also, wie die Biologie es lehrt, und die glatte Differenz von $2 . 28 . 23^2$ in den beiden Lebenszeiten besteht zu Recht.

Um $\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\right)E^3$ ist also Wilhelms I. Leben demjenigen seines Bruders überlegen.

Friedrike Luise:

$$12 . 23^2 + 16 . 28^2 + 6 . 28 . 23$$
$$= (17 - 5)\,23^2 + (56 - 23 - 17)\,28^2 + (23 - 17)\,28 . 23$$
$$= \boxed{\begin{matrix} 23^3 \quad + \quad 28^3 \\ -28 . 23^2 - 23 . 28^2 \end{matrix}} + \begin{matrix} 28^3 + 28 . 23^2 \\ -17 . 28^2 \end{matrix} + \boxed{\begin{matrix} 17 . 23^2 \\ -17 . 28 . 23 \end{matrix}}$$
$$= \begin{matrix} 28^3 + 28 . 23^2 + \Sigma\Delta^2 \\ -17 . 28^2 \end{matrix} + \boxed{\begin{matrix} 17 . 23^2 \\ -17 . 28 . 23 \end{matrix}}$$
$$= \left.\begin{matrix} \mathbf{28\,(28^2 + \Delta^2) + 23\,(28 . 23 + \Delta^2)} \\ \mathbf{-17\,(28^2 + 23\,\Delta)} \end{matrix}\right\}$$

Friedrich Ferdinand:

$$= 10 . 23^2 + 7 . 28^2 - 16 . 28 . 23$$
$$= 2\,(28 - 23)\,23^2 + (69 - 28 - 34)\,28^2 + (46 - 28 - 34)\,28 . 23$$
$$= 2 . 28 . 23^2 - 2 . 23^3 + 3 . 23 . 28^2 - 28^3 + 2 . 28 . 23^2 - 23 . 28^2 -$$
$$- 34\,(28^2 + 28 . 23)$$
$$= \boxed{\begin{matrix} 2 . 28 . 23^2 \\ -23^3 - 23 . 28^2 \end{matrix}} + \boxed{\begin{matrix} 23 . 28^2 + 28 . 23^2 \\ -23^3 - \quad 28^3 \end{matrix}} + \left.\begin{matrix} 2 . 23 . 28^2 + 28 . 23^2 \\ -34(28^2 + 28 . 23) \end{matrix}\right\}$$
$$= \quad -23\,\Delta^2 - \Sigma\Delta^2 + \left.\begin{matrix} 2 . 23 . 28^2 + 28 . 23^2 \\ -34(28^2 + 28 . 23) \end{matrix}\right\}$$
$$= \left.\begin{matrix} \mathbf{\Sigma\;(28 . 23 - \Delta^2)} \\ \mathbf{-34\,(28^2 + 28 . 23)} \end{matrix}\right\} \mathbf{+ 23\,(28^2 - \Delta^2)}.$$

Luise Auguste Wilhelmine:

$$= 2 . 23^2 + 34 . 28 . 23 = (42 - 23 - 17)\,23^2 + (51 - 17)\,28 . 23$$
$$= \frac{3}{2}\,28 . 23^2 - 23^3 + 28 . 23^2 + 23 . 28^2 - 17\,(23^2 + 28 . 23)$$
$$= \frac{3}{2}\,28 . 23^2 + 28^3 + \boxed{\begin{matrix} 28 . 23^2 + 23 . 28^2 \\ -28^3 - \quad 23^3 \end{matrix}} - 17\,(28^2 + 28 . 23)$$
$$= \quad 28 . 23^2 + 28^3 - \Sigma\Delta^2 + \frac{28 . 23^2}{2} \qquad - 17\,(28^2 + 28 . 23)$$
$$= \left.\begin{matrix} \mathbf{28\,(28^2 - \Delta^2) + 23 . (28 . 23 - \Delta^2)} \\ \mathbf{-17\,(23^2 + 28 . 23)} \end{matrix}\right\} + \mathbf{\frac{28 . 23^2}{2}}$$

Albrecht

$$= 17 . 23^2 + 22 . 28^2 - 5 . 28 . 23$$
$$= 17 . 23^2 + 17 . 28^2 + 5 . 28^2 - 5 . 28 . 23$$
$$= 17\,(23^2 + 28^2) + 28\,\Delta^2$$
$$= 28^3 + 23 . 28^2 - 34 . 28^2 + 28\,\Delta^2 + 17 . 23^2$$

$$= \left.\begin{matrix} \mathbf{28\,(28^2 + \Delta^2) + 23 . 28^2} \\ \mathbf{-34 . 28^2} \end{matrix}\right\} \mathbf{+ 17 . 23^2}.$$

In der zweiten Gruppe lautet das Alter von Karl:

$$
\begin{aligned}
&19 \,.\, 23^2 + 3 \,.\, 28^2 + 27 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
&= (42 - 23)\, 23^2 + (23 + 14 - 34)\, 28^2 + (69 - 42)\, 28 \,.\, 23 \\
&= \frac{3}{2}\, 28 \,.\, 23^2 - 23^3 + 23 \,.\, 28^2 + \frac{28^3}{2} - 34 \,.\, 28^2 + 3 \,.\, 28 \,.\, 23^2 - \frac{3}{2}\, 23 \,.\, 28^2 \\
&= \boxed{\begin{array}{c} 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \\ - 23^3 - 23 \,.\, 28^2 \end{array}} + \frac{5}{2}\, 28 \,.\, 23^2 + \frac{23 \,.\, 28^2 + 28^3}{2} - 34 \,.\, 28^2 \\
&= \mathbf{\frac{3}{2}\, 28 \,.\, 23^2 + 23\, (28 \,.\, 23 - \Delta^2) + \frac{\Sigma}{2}\, 28^2 - 34 \,.\, 28^2.}
\end{aligned}
$$

Und Friedrike Auguste Karoline ist $=$ Karl $- 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2$; also:

$$
\begin{aligned}
&23\, (28 \,.\, 23 - \Delta^2) + \frac{\Sigma}{2}\, 28^2 - 34 \,.\, 28^2 - \frac{28 \,.\, 23^2}{2} \\
&= 23\left(\frac{28 \,.\, 23 - \Delta^2}{2}\right) + 23\left(\frac{28^2 - \Delta^2}{2}\right) + \frac{28^3}{2} - 34 \,.\, 28^2
\end{aligned}
$$

oder $\mathbf{23\left(\frac{28^2 + 28 \,.\, 23}{2} - \Delta^2\right) + \frac{28^3}{2} - 34 \,.\, 28^2.}$

Alexandrine:

$$
\begin{aligned}
&9 \,.\, 23^2 + 10 \,.\, 28^2 + 31 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
&= (23 - 14)\, 23^2 + 10 \,.\, 28^2 + (42 + 23 - 34)\, 28 \,.\, 23 \\
&= 23^3 - \frac{28 \,.\, 23^2}{2} - 2 \,.\, 28^3 - 2 \,.\, 23 \,.\, 28^2 + \frac{3}{2}\, 23 \,.\, 28^2 + 28 \,.\, 23^2 - 34 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
&= \boxed{\begin{array}{c} 23^3 + 28^3 \\ - 28 \,.\, 23^2 - 23 \,.\, 28^2 \end{array}} \left.\begin{array}{l} + 28^3 + \frac{23 \,.\, 28^2}{2} + \frac{3}{2}\, 28 \,.\, 23^2 \\ \qquad - 34 \,.\, 28 \,.\, 23 \end{array}\right\} \\
&= \Sigma \Delta^2 + 28^3 + \frac{\Sigma}{2}\, 28 \,.\, 23 + 28 \,.\, 23^2 - 34 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
&= \mathbf{\left.\begin{array}{l} 28\, (28^2 + \Delta^2) + 23\, (28 \,.\, 23 + \Delta^2) \\ \qquad - 34 \,.\, 28 \,.\, 23 \end{array}\right\} + \frac{\Sigma}{2}\, 28 \,.\, 23}
\end{aligned}
$$

Und Königin Luise:

$$
\begin{aligned}
&8 \,.\, 23^2 + 18 \,.\, 28^2 - 9 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
&= (42 - 34)\, 23^2 + (2 \,.\, 23 - 28)\, 28^2 + (14 - 23)\, 28 \,.\, 23 \\
&= \frac{3}{2}\, 28 \,.\, 23^2 - 34 \,.\, 23^2 + 2 \,.\, 23 \,.\, 28^2 - 28^3 + \frac{23 \,.\, 28^2}{2} - 28 \,.\, 23^2 \\
&= \frac{28 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2}{2} + 28 \,.\, 23^2 - 34 \,.\, 23^2 - 28\, \Delta^2 \\
&= \mathbf{\left.\begin{array}{l} \frac{\Sigma}{2}\, 28 \,.\, 23 + 28\, (23^2 - \Delta^2) \\ \qquad - 34 \,.\, 23^2 \end{array}\right\}}
\end{aligned}
$$

Friedrich Wilhelm III.:

$$18 \,.\, 23^2 + 13 \,.\, 28^2 + 9 \,.\, 28 \,.\, 23^2$$
$$= (2 \,.\, 23 - 28)\, 23^2 + (3 \,.\, 23 - 2 \,.\, 28)\, 28^2 + (23 - 14)\, 28 \,.\, 23$$
$$= \frac{5}{2}\, 23 \,.\, 28^2 + \boxed{\begin{matrix} 2 \,.\, 23^3 \\ - 2 \,.\, 28^3 \end{matrix}}$$

Die eben entwickelten Formeln sind zusammengestellt:

Mutter Königin Luise: $\left.\begin{matrix} \frac{\Sigma}{2}\, 28 \,.\, 23 + 28\,(23^2 - \Delta^2) \\ - 34 \,.\, 23^2 \end{matrix}\right\}$

Kinder:

Friedrich Wilhelm IV.: $\left.\begin{matrix} (\Sigma + 28)\,(23^2 + \Delta^2) \\ - 34 \,.\, 23^2 \end{matrix}\right\} + \frac{23 \,.\, 28^2}{2} - \frac{28^3}{2}$

Wilhelm I.: $\left.\begin{matrix} (\Sigma + 23)\,(23^2) \\ - 17 \,.\, 28^2 \end{matrix}\right\} + \frac{28 \,.\, 23^2}{2}$

Friedrike Luise: $\left.\begin{matrix} 28\,(28^2 + \Delta^2) + 23\,(28 \,.\, 23 + \Delta^2) \\ - 17\,(28^2 + 23\,\Delta) \end{matrix}\right\}$

Friedrike Auguste Karoline:*) $\left.\begin{matrix} 23\left(\frac{28^2 + 28 \,.\, 23}{2} - \Delta^2\right) + \frac{28^3}{2} \\ - 34 \,.\, 28^2 \end{matrix}\right\}$

Karl: $\left.\begin{matrix} \frac{\Sigma}{2}\, 28^2 + 23\,(28 \,.\, 23 - \Delta^2) \\ - 34 \,.\, 28^2 \end{matrix}\right\} + \frac{3}{2}\, 28 \,.\, 23^2$

Alexandrine: $\left.\begin{matrix} \frac{\Sigma}{2}\, 28 \,.\, 23 + 23\,(28 \,.\, 23 + \Delta^2) \\ - 34 \,.\, 28 \,.\, 23 \end{matrix}\right\} + 28\,(28^2 + \Delta^2)$

Friedrich Ferdinand: $\left.\begin{matrix} 23\,(28^2 - \Delta^2) + \Sigma\,(28 \,.\, 23 - \Delta^2) \\ - 34\,(28^2 + 28 \,.\, 23) \end{matrix}\right\}$

Luise Aug. Wilhelmine: $\left.\begin{matrix} 28\,(28^2 - \Delta^2) + 23\,(28 \,.\, 23 - \Delta^2) \\ - 17\,(23^2 + 28 \,.\, 23) \end{matrix}\right\} + \frac{28 \,.\, 23^2}{2}$

Albrecht: $\left.\begin{matrix} 28\,(28^2 + \Delta^2) + 28\,(28 \,.\, 23) \\ - 34 \,.\, 28^2 \end{matrix}\right\} + 17 \,.\, 23^2$

*) Friedrike Auguste = Karl $- 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2$.

Die Homologie dieser Formen ist sehr deutlich.

Man vergleiche die Gruppen:

Mutter:
$$\left.\begin{array}{l}\frac{\Sigma}{2}\,28\cdot 23 + 28\,(23^2-\Delta^2)\\ \quad -34\cdot 23^2\end{array}\right\}$$

Alexandrine:
$$\left.\begin{array}{l}\frac{\Sigma}{2}\,28\cdot 23 + 23\,(28\cdot 23+\Delta^2)\\ \quad -34\cdot 28\cdot 23\end{array}\right\} + 28\,(28^2+\Delta^2)$$

Karl:
$$\left.\begin{array}{l}\frac{\Sigma}{2}\,28^2 + 23\,(28\cdot 23-\Delta^2)\\ \quad -34\cdot 28^2\end{array}\right\} + \frac{3}{2}\,28\cdot 23^2$$

Friedrike Auguste Karoline:
$$\left.\begin{array}{l}\frac{\Sigma}{2}\,28^2 + 23\,(28\cdot 23-\Delta^2)\\ \quad -34\cdot 28^2\end{array}\right\} - \frac{28\cdot 23^2}{2}$$

Ferner:

Luise Auguste Wilhelmine:
$$\left.\begin{array}{l}28\,(28^2-\Delta^2)+23\,(28\cdot 23-\Delta^2)\\ \quad -17\,(23^2+28\cdot 23)\end{array}\right\} + \frac{28\cdot 23^2}{2}$$

Friedrich Ferdinand:
$$\left.\begin{array}{l}23\,(28^2-\Delta^2)+\Sigma\,(28\cdot 23-\Delta^2)\\ \quad -34\,(28^2+28\cdot 23)\end{array}\right\}$$

Albrecht:
$$\left.\begin{array}{l}28\,(28^2+\Delta^2)+\Sigma\cdot 23^2+23\cdot 28^2\\ \quad -34\,(28^2+23^2)\end{array}\right\}\text{*)}$$

Friedrich Wilhelm IV.:
$$\left.\begin{array}{l}28\,(23^2+\Delta^2)+\Sigma\,(23^2+\Delta^2)\\ \quad -34\cdot 23^2\end{array}\right\} + \frac{23\cdot 28^2}{2} - \frac{28^3}{2}$$

Wilhelm I.:
$$\left.\begin{array}{l}23\cdot 23^2+\Sigma\cdot 23^2\\ \quad -17\cdot 28^2\end{array}\right\} + \frac{28\cdot 23^2}{2}$$

Friedrike Luise:
$$\left.\begin{array}{l}28\,(28^2+\Delta^2)+23\,(28\cdot 23+\Delta^2)\\ \quad -17\,(28^2+23\,\Delta)\end{array}\right\}$$

Die ersten vier Alter: Mutter, Alexandrine, Karl und Friedrike Auguste haben den biologisch gleichen Kern

$$\begin{array}{l}\frac{\Sigma}{2}\,E^2+E\,(E^2\pm\Delta^2)\\ \quad -34\,E^2\end{array}$$

---

*) Aus der früheren Form

$$\begin{array}{l}28\,(28^2+\Delta^2)+28\,(28\cdot 23)+17\cdot 23^2\\ \quad -34\cdot 28^2\end{array}\text{ durch Addition}$$

von $\Sigma\cdot 23^2-51\cdot 23^2=0$ abgeleitet.

Man sieht, daß bei Alexandrine $1\,E^3$, bei Karl $\frac{3}{2} E^3$, bei Friedrike $-\frac{1}{2} E^3$ an diesen Kern angefügt ist.

Bei den folgenden Altern ist im Kern die gebrochene Form des ersten Gliedes $\frac{\Sigma}{2} E^2$ gegen die ungebrochene $E\,(E^2 \pm \Delta^2)$ eingetauscht; der Abzug $-34 \,.\, E^2$ ist bei Luise Auguste in $-17\,(E^2 + E^2)$ geteilt, bei Friedrich Ferdinand und Albrecht verdoppelt, bei Wilhelm I. und Friedrike Luise halbiert. Bei Wilhelm I. ist dem Kern noch $\frac{3}{2} E^3$, bei Albrecht $2\,E^3$, bei Friedrich Ferdinand $1\,E^3$, bei Friedrich Wilhelm IV. $1\,E^3 + \frac{\Delta}{2} E^2$, bei Luise Auguste $\frac{1}{2} E^3$ angelagert. Damit sind aber auch die Besonderheiten erschöpft. Zwei Lebensalter sind sehr kurz:

Friedrike Auguste 167 Tage
Friedrich Ferdinand 474 Tage.

Beide lassen sich in der dritten Dimension noch mit einem positiven Werte darstellen:

$$\textbf{Friedr. Ferdinand:}\ \begin{array}{l} 23\,(28^2 - \Delta^2) \quad + \Sigma\,(28 \,.\, 23 - \Delta^2) \\ -34\,(28^2 + 28 \,.\, 23) \end{array}$$

$$= 3 - \frac{8}{3} = \frac{1}{3} E^3.$$

Friedrich Ferdinand hat um $1\,E^3$ weniger gelebt als sein biologisches Abbild Albrecht:

$$\textbf{Albrecht:}\ \begin{array}{l} 28\,(28^2 + \Delta^2) \quad + \Sigma \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2 \\ -34\,(28^2 + 23^2) \end{array}$$

Und

$$\textbf{Friedr. Auguste:}\ \left.\begin{array}{l} 23\,(28 \,.\, 23 - \Delta^2) + \frac{\Sigma}{2}\, 28^2 \\ -34 \,.\, 28^2 \end{array}\right\} - \frac{28 \,.\, 23^2}{2}$$

$$= 2 - \frac{4}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6} E^3.$$

Friedrike Auguste hat um $2\,E^3$ weniger gelebt als ihr Abbild Karl:

$$\textbf{Karl:}\ \left.\begin{array}{l} 23\,(28 \,.\, 23 - \Delta^2) + \frac{\Sigma}{2}\, 28^2 \\ -34 \,.\, 28^2 \end{array}\right\} + \frac{3}{2}\, 28 \,.\, 23^2$$

Selbst für diese beiden ganz kurzen Alter entfällt die Notwendigkeit, sie in der zweiten Dimension darzustellen, in der sie lauten würden:

Friedrich Ferdinand: $23 \,.\, 28 \qquad - \frac{2}{3} \Sigma \Delta$

Friedrike Auguste: $23 \,.\, 28 - \frac{28^2}{2} - \frac{1}{3} \Sigma \Delta.$

Es wäre also in Einheiten der zweiten Dimension ausgedrückt das Lebensalter von Friedrike Auguste die biologische Hälfte desjenigen von Friedrich Ferdinand.

Wir haben die Kinder von Friedrich Wilhelm III. und der Königin Luise behandelt. Jetzt soll beider Geschlecht betrachtet werden.

46. Beispiel. **46.**

Luisens Vater Karl Ludwig von Mecklenburg-Strelitz:

10. Oktober 1741		27420
6. November 1816		

Mutter Friedrike Karoline Luise von Hessen-Darmstadt:

20. August 1752		10867
22. Mai 1782		

Die Mutter stirbt zwei Tage nach der letzten Entbindung.

Kinder:

Charlotte Georgine	17. November 1769	17709
	14. Mai 1818	
Karoline Auguste	17. Februar 1771	694
	11. Januar 1773	
Georg Karl Friedrich	4. März 1772	443
	21. Mai 1773	
Therese Mathilde	5. April 1773	24053
	12. Februar 1839	
Friedrich Georg Karl	1. September 1774	65
	5. November 1774	
Königin Luise	10. März 1776	12548
	19. Juli 1810	
Friedrike	2. März 1778	23129
	29. Juni 1841	
Georg	12. August 1779	29610
	6. September 1860	
Friedrich Karl Ferdinand	7. Januar 1781	806
	24. März 1783	
Prinzessin geb. und gest.	20. Mai 1782	= 1.

Es betrugen also die Lebenszeiten

des Vaters:	$44 \cdot 23^2 + 2 \cdot 28^2 + 4 \cdot 28 \cdot 23$
der Mutter:	$- 23^2 + 17 \cdot 28^2 - 3 \cdot 28 \cdot 23$
der Kinder:	
Charlotte Georgine	$5 \cdot 23^2 + 11 \cdot 28^2 + 10 \cdot 28 \cdot 23$
Karoline Auguste	$2 \cdot 23^2 + 2 \cdot 28^2 - 3 \cdot 28 \cdot 23$
Georg Karl Friedrich	$11 \cdot 23^2 + 3 \cdot 28^2 - 12 \cdot 28 \cdot 23$
Therese Mathilde	$9 \cdot 23^2 + 9 \cdot 28^2 + 19 \cdot 28 \cdot 23$
Friedrich Georg Karl	$-3 \cdot 23^2 - 2 \cdot 28^2 + 5 \cdot 28 \cdot 23$
Luise	$8 \cdot 23^2 + 18 \cdot 28^2 - 9 \cdot 28 \cdot 23$
Friedrike	$9 \cdot 23^2 + 7 \cdot 28^2 + 20 \cdot 28 \cdot 23$
Georg	$14 \cdot 23^2 + 16 \cdot 28^2 + 15 \cdot 28 \cdot 23$
Friedrich Karl Ferdinand	$2 \cdot 23^2 + 12 \cdot 28^2 - 15 \cdot 28 \cdot 23$
Prinzessin	$-19 \cdot 23^2 + 12 \cdot 28^2 + 1 \cdot 28 \cdot 23$
Sa (der Kinder)	$38 \cdot 23^2 + 88 \cdot 28^2 + 31 \cdot 28 \cdot 23$
Mutter	$- 23^2 + 17 \cdot 28^2 - 3 \cdot 28 \cdot 23$
	$37 \cdot 23^2 + 105 \cdot 28^2 + 28 \cdot 28 \cdot 23$ *)

$$\text{d. h. } 8 \cdot 23 \cdot 28^2 + 23^3 + \frac{28 \cdot 23^2}{2} - 2 \cdot 28^3$$

oder, wenn $105 = \frac{3}{2} 28 + 2 \cdot 23 + 17$ gedeutet wird,

$$28^3 + 23^3 + 3 \cdot 23 \cdot 28^2 + \frac{28^3 + 28 \cdot 23^2}{2} + 17 \cdot 28^2 \,.\,.$$

Was bedeutet diese Summe? Zur Beantwortung der Frage teilen wir die Summe der 11 Alter in zwei möglichst symmetrische Teile: $\mathfrak{S}_1$ gleich der Summe der ersten sechs Alter und $\mathfrak{S}_2$ gleich der Summe der letzten vier Alter und demjenigen der Mutter.

Es ist aber $= \mathfrak{S}_1$:

(1)	$5 \cdot 23^2 + 11 \cdot 28^2 + 10 \cdot 28 \cdot 23$
(2)	$2 \cdot 23^2 + 2 \cdot 28^2 - 3 \cdot 28 \cdot 23$
(3)	$11 \cdot 23^2 + 3 \cdot 28^2 - 12 \cdot 28 \cdot 23$
(4)	$9 \cdot 23^2 + 9 \cdot 28^2 + 19 \cdot 28 \cdot 23$
(5)	$-3 \cdot 23^2 - 2 \cdot 28^2 + 5 \cdot 28 \cdot 23$
(6)	$8 \cdot 23^2 + 18 \cdot 28^2 - 9 \cdot 28 \cdot 23$

$$\begin{aligned}\mathfrak{S}_1 = S_1^6 &= 32 \cdot 23^2 + 41 \cdot 28^2 + 10 \cdot 28 \cdot 23 \\ &= (46 - 14)\, 23^2 + (69 - 28)\, 28^2 + 2\,(28 - 23)\, 28 \cdot 23 \\ &= 2 \cdot 23^3 - \frac{28 \cdot 23^2}{2} + 3 \cdot 23 \cdot 28^2 - 28^3 + \\ &\quad + 2 \cdot 23 \cdot 28^2 - 2 \cdot 28 \cdot 23^2 \\ &= 23^3 + \frac{28 \cdot 23^2}{2} + 2 \cdot 23 \cdot 28^2 - \Delta^3\end{aligned}$$

*) $37 = 23 + 14$
$105 = 7 \cdot 23 - 2 \cdot 28.$

$$\mathfrak{S}_1 = 23\,(23^2 + \Delta^2) + 28\,(23 \,.\, 28 - \Delta^2) + \Sigma\, 28 \,.\, 23 - \frac{28 \,.\, 23^2}{2}.$$

Und $\mathfrak{S}_2$:

$$\begin{array}{lrrr}
(7) & 9 \,.\, 23^2 + & 7 \,.\, 28^2 + & 20 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
(8) & 14 \,.\, 23^2 + & 16 \,.\, 28^2 + & 15 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
(9) & 2 \,.\, 23^2 + & 12 \,.\, 28^2 - & 15 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
(10) & -19 \,.\, 23^2 + & 12 \,.\, 28^2 + & 1 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
\text{Mutter} & -1 \,.\, 23^2 + & 17 \,.\, 28^2 - & 3 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
\hline
\end{array}$$

$$\begin{aligned}
\mathfrak{S}_2 = S_7^{10} + \text{Mutter} &= 5 \,.\, 23^2 + 64 \,.\, 28^2 + 18 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
&= (28 - 23)\, 23^2 + (92 - 28)\, 28^2 + (46 - 28)\, 28 \,.\, 23 \\
&= \left.\begin{array}{l} 28 \,.\, 23^2 - 23^3 + 4 \,.\, 23 \,.\, 28^2 - 28^3 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad - \; 23 \,.\, 28^2 \end{array}\right\} \\
&= \left.\begin{array}{l} 3 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + 3 \,.\, 23 \,.\, 28^{2\,*)} \\ \quad - 23^3 \qquad\quad - 28^3 \end{array}\right\} \\
&= 2\,\Sigma \,.\, 28 \,.\, 23 - \Sigma\,\Delta^2 = \Sigma \,.\, 28 \,.\, 23 + \Sigma\,(28 \,.\, 23 - \Delta^2).
\end{aligned}$$

Es setzt sich also die Gesamtsumme von Mutter und allen Kindern zusammen aus zwei Teilsummen, deren erste $\mathfrak{S}_1$ die sechs ersten Kinder, deren zweite $\mathfrak{S}_2$ die vier übrigen Kinder und die Mutter umfaßt.

$$\mathfrak{S}_1 = \Sigma \,.\, 28 \,.\, 23 + 28\,(23 \,.\, 28 - \Delta^2) + 23\,(23^2 + \Delta^2) - \frac{28 \,.\, 23^2}{2}$$

$$\mathfrak{S}_2 = \Sigma \,.\, 28 \,.\, 23 + 28\,(23 \,.\, 28 - \Delta^2) + 23\,(23 \,.\, 28 - \Delta^2).$$

Von den $\frac{1}{2}\, 28 \,.\, 23^2$ in $\mathfrak{S}_1$ abgesehen, unterscheidet sich also $\mathfrak{S}_1$ von $\mathfrak{S}_2$ nur dadurch, daß an Stelle von:

$$\begin{array}{l} 23\,(23 \,.\, 28 - \Delta^2) \text{ in } \mathfrak{S}_2 \\ 23\,(\;\; 23^2 \;\; + \Delta^2) \text{ in } \mathfrak{S}_1 \end{array}$$

steht.

$\mathfrak{S}_1 + \mathfrak{S}_2$ wäre demnach:

$$2\,\Sigma\, 28 \,.\, 23 + \Sigma\, 23^2 + 2 \,.\, 28\,(28 \,.\, 23 - \Delta^2) - \frac{28 \,.\, 23^2}{2}.$$

Dieses Geschlecht, dessen Lebenssumme $\mathfrak{S}_1 + \mathfrak{S}_2$ bildet, ist aber sicher unvollständig. Denn die Mutter starb zwei Tage nach der letzten Entbindung und die jüngste Prinzessin ging selbst am Tage ihrer Geburt zu Grunde. Trotzdem werden wir auch hier erkennen, daß die Summen der Lebenszeiten einfachen Werten zustreben.

Schon die eintägige Lebenszeit des letzten Kindes dürfte nicht bloßer Zufall sein. Das scheint in der Differenz mit der Lebenszeit des nächsten

---

*) Auch $28 \,.\, 23^2 + 23^3 + 23 \,.\, 28^2 + 28^3 - 2\,\Sigma\,\Delta^2$

$$\begin{aligned} &= \Sigma \,.\, 23^2 - \Sigma\,\Delta^2 + \Sigma \,.\, 28^2 - \Sigma\,\Delta^2 \\ &= \Sigma\,(23^2 - \Delta^2) + \Sigma\,(28^2 - \Delta^2). \end{aligned}$$

Brüderchens Friedrich Karl Ferdinand angedeutet zu sein. Dieser ist um $21 \,.\, 23^2 - 16 \,.\, 28 \,.\, 23 = 7 \,.\, 28 \,.\, 23 - 7 \,.\, 23^2$ älter geworden als seine eintägige Schwester.

$$\text{Es ist}\quad 21 \,.\, 23^2 - 16 \,.\, 28 \,.\, 23 =$$

$$= \boxed{\begin{array}{l} 28 \,.\, 23^2 + 7 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ -23 \,.\, 28 \,.\, 23 - 7 \,.\, 23^2 \end{array}} = \boxed{\begin{array}{l} \mathbf{7 \,.\, 28 \,.\, 23} \\ \mathbf{-\ 7 \,.\, 23^2} \end{array}}$$

$$\text{oder auch}\quad = \boxed{\begin{array}{l} 17 \,.\, 28 \,.\, 23 + 10 \,.\, 23^2 \\ -17 \,.\, 23^2 - 10 \,.\, 28 \,.\, 23 \end{array}} = \boxed{\begin{array}{l} \mathbf{17 \,.\, 28 \,.\, 23} \\ \mathbf{-17 \,.\, 23^2} \end{array}} \mathbf{- 2 \,.\, 23\, \Delta^2}.$$

Das gibt doch zu denken!

Im übrigen ist:

$$\begin{array}{ll} (1)\ \text{Charlotte:} & 5 \,.\, 23^2 + 11 \,.\, 28^2 + 10 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ (2)\ \text{Karoline:} & 2 \,.\, 23^2 + \ \ 2 \,.\, 28^2 - \ \ 3 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{aligned} S_1^2 &= 7 \,.\, 23^2 + 13 \,.\, 28^2 + 7 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ &= (17 - 10)\, 23^2 + (23 - 10)\, 28^2 + (17 - 10)\, 28 \,.\, 23 \\ &= \mathbf{17\, (23^2 + 28 \,.\, 23) + 23 \,.\, 28^2 +} \boxed{\begin{array}{r} \mathbf{2 \,.\, 23^3} \\ \mathbf{-2 \,.\, 28^3} \end{array}} \end{aligned}$$

Ferner:

$$\begin{array}{ll} (3)\ \text{Georg Karl:} & 11 \,.\, 23^2 + \ \ 3 \,.\, 28^2 - 12 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ (4)\ \text{Therese:} & 9 \,.\, 23^2 + \ \ 9 \,.\, 28^2 + 19 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ (5)\ \text{Friedrich Georg:} & -3 \,.\, 23^2 - \ \ 2 \,.\, 28^2 + \ \ 5 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{aligned} S_3^5 &= 17 \,.\, 23^2 + 10 \,.\, 28^2 + 12 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ &= 17 \,.\, 23^2 + 10 \,.\, 28^2 + (17 - 5)\, 28 \,.\, 23 \\ &= \left.\begin{array}{r} 17\, (23^2 + 28 \,.\, 23) + 2 \,.\, 28^3 \quad + 28 \,.\, 23^2 \\ - 2 \,.\, 23 \,.\, 28^2 - 23 \,.\, 28^2 \end{array}\right\} \\ &= \mathbf{17\, (23^2 + 28 \,.\, 23) + 28\, \Delta^2 + \Delta\, 28^2.} \text{*)} \end{aligned}$$

Ferner:

$$\begin{array}{ll} (6)\ \text{Luise:} & 8 \,.\, 23^2 + 18 \,.\, 28^2 - \ \ 9 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ (7)\ \text{Friedrike} & 9 \,.\, 23^2 + \ \ 7 \,.\, 28^2 + 20 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ (8)\ \text{Georg} & 14 \,.\, 23^2 + 16 \,.\, 28^2 + 15 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{aligned} S_6^8 &= 31 \,.\, 23^2 + 41 \,.\, 28^2 + 26 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ &= (17 + 14)\, 23^2 + (69 - 28)\, 28^2 + (17 + 23 - 14)\, 28 \,.\, 23 \\ &= 17\, (23^2 + 28 \,.\, 23) + \frac{3 \,.\, 28 \,.\, 23^2}{2} + \frac{23 \,.\, 28^2}{2} - 28^3 + \\ &\qquad + 2 \,.\, 23 \,.\, 28^2 \\ &= \mathbf{17\, (23^2 + 28 \,.\, 23) + 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + \frac{\Sigma}{2}\, 28 \,.\, 23 - 28\, \Delta^2.} \end{aligned}$$

*) Vgl. S. 198 Prinz Albrecht von Preußen $17\, (28^2 + 23^2) + 28\, \Delta^2$.

Endlich:

$$\begin{array}{rl} \text{(9) Friedrich Karl:} & 2 \cdot 23^2 + 12 \cdot 28^2 - 15 \cdot 28 \cdot 23 \\ \text{(10) Prinzessin:} & -19 \cdot 23^2 + 12 \cdot 28^2 + 1 \cdot 28 \cdot 23 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{aligned} S_9^{10} &= \mathbf{-17 \cdot 23^2 + 24 \cdot 28^2 - 14 \cdot 28 \cdot 23} \\ &= -17 \cdot 23^2 + (69 - 28 - 17)\, 28^2 - 14 \cdot 28 \cdot 23 \\ &= -17\,(23^2 + 28^2) + 3 \cdot 23 \cdot 28^2 - 28^3 - \frac{23 \cdot 28^2}{2} \\ &= \frac{23 \cdot 28^2}{2} + 28 \cdot 23^2 - 28\,\Delta^2 - 17\,(23^2 + 28^2). \end{aligned}$$

Es ist also:

$$\begin{aligned} \alpha = S_1^2 &= 17\,(23^2 + 28 \cdot 23) + 23 \cdot 28^2 + \boxed{\begin{array}{r} 2 \cdot 23^3 \\ -2 \cdot 28^3 \end{array}} \\ \beta = S_3^5 &= 17\,(23^2 + 28 \cdot 23) + \boxed{\begin{array}{r} 28^3 \\ -23 \cdot 28^2 \end{array}} + 28\,\Delta^2 \\ \gamma = S_6^8\,{}^{*)} &= 17\,(23^2 + 28 \cdot 23) + 2 \cdot 28 \cdot 23^2 + \frac{\Sigma}{2}\, 28 \cdot 23 - 28\,\Delta^2 \\ \delta = S_9^{10} &= -17\,(23^2 + 28^2) + \frac{28 \cdot 23^2}{2} + \frac{\Sigma}{2}\, 28 \cdot 23 - 28\,\Delta^2. \end{aligned}$$

In diesen Summen sind gemeinsam die Gruppen vom Wert $\frac{4}{3} E^3$, d. h. $17\,(23^2 + 28 \cdot 23)^*$ bezw. in $S_9^{10} - 17\,(23^2 + 28^2)$.

Ferner ist dreien gemeinsam die Bindung $\pm 28\,\Delta^2$. Die Bindung in S_1^2

$$\boxed{\begin{array}{r} 2 \cdot 23^3 \\ -2 \cdot 28^3 \end{array}} \text{ ist } -28\,\Delta^2 \text{ homolog.}$$

Denn wenn man in $\boxed{\begin{array}{r} 2 \cdot 23 \cdot 28^2 \\ -28^3 - 28 \cdot 23^2 \end{array}}$

28^2 und 23^2 vertauscht, so erhält man

$$\boxed{\begin{array}{r} 2 \cdot 23^3 \\ -2 \cdot 28^3 \end{array}}$$

Man erkennt bald, daß $\alpha + \beta + \gamma =$

$$\begin{aligned} S_1^8 &= 51\,(23^2 + 28 \cdot 23) + 2 \cdot 23^3 + 2 \cdot 28 \cdot 23^2 - 28^3 \\ &= 3 \cdot 28 \cdot 23^2 + 3 \cdot 23^3 + 23 \cdot 28^2 + 28 \cdot 23^2 + \frac{\Sigma}{2}\, 28 \cdot 23 - 28^3 \\ &= 3\,\Sigma \cdot 23^2 + \Sigma \cdot 28 \cdot 23 + \frac{\Sigma}{2}\, 28 \cdot 23 - 28^3 \\ &= 3\,\Sigma\left(23 + \frac{28 \cdot 23}{2}\right) - 28^3. \end{aligned}$$

---

*) S_7^8, d. h. Friedrike + Georg $= 23^3 + 2 \cdot 28 \cdot 23^2 + 17 \cdot 28 \cdot 23$
$= 17\,(23^2 + 28 \cdot 23) + 34 \cdot 23^2 + 28 \cdot 23^2$,
also auch eine einfache und homolog gebaute Summe.

Also auch die Teilsumme der ersten acht Kinder ergibt ein einfaches Resultat.

Zu diesen homologen Gruppen sind in $S_1^2 : 1\,E^3$; in $S_3^5 : 0\,E^3$; in $S_6^8 : 3\,E^3$; in $S_9^{10} : \frac{3}{2}\,E^3$ gefügt.

Wie typisch die obigen Summengruppen α, β, γ, δ sind, mag man auch an folgendem erkennen:

Der Unterschied von Friedrikens Lebenszeit (23129 Tage) und der von Friedrich Karl Ferdinand (806 Tage) beträgt:

(7) Friedrike:	$9 \cdot 23^2 + 7 \cdot 28^2 + 20 \cdot 28 \cdot 23$
(9) Friedrich Karl Ferdinand:	$2 \cdot 23^2 + 12 \cdot 28^2 - 15 \cdot 28 \cdot 23$
Differenz	$7 \cdot 23^2 - 5 \cdot 28^2 + 35 \cdot 28 \cdot 23$

$$= \mathbf{17\,(23^2 + 28 \cdot 23) + 23^3} \quad + \boxed{\begin{matrix} 23^3 \\ -28^3 \end{matrix}}$$

$$\text{oder auch } 17\,(23^2 + 28 \cdot 23) + 28^3 \quad + \boxed{\begin{matrix} 2 \cdot 23^3 \\ -2 \cdot 28^3 \end{matrix}}$$

Hiermit vergleiche man:

$$\mathbf{S_1^2 = 17\,(23^2 + 28 \cdot 23) + 23 \cdot 28^2} + \boxed{\begin{matrix} 2 \cdot 23^3 \\ -2 \cdot 28^3 \end{matrix}}$$

Friedrike lebt also um die biologische Summe der Lebenszeit ihrer ältesten beiden Geschwister länger als ihr früh verstorbener Bruder Friedrich Karl Ferdinand. Sie würde arithmetisch genau um S_1^2 länger als Friedrich Karl leben, wenn man in jene Summe S_1^2 setzte 28^3 statt $23 \cdot 28^2$.

Man müßte also $\boxed{\begin{matrix} 28^3 \\ -23 \cdot 28^2 \end{matrix}}$ hinzuaddieren, d. h. dieselbe Bindung $\Delta\,28^2$, die der zweiten Summengruppe S_3^5 wirklich hinzugefügt ist.

Also: $$\mathbf{(9) + S_1^2 + \Delta\,28^2 = (7).}$$

Solche Betrachtungen lehren, daß sich in der lebendigen Substanz desselben mütterlichen Blutes immer äquivalente Stoffmengen abteilen; sonst könnte nicht eine Lebenszeit von einer geschwisterlichen sich um die biologisch gleiche Zeitmenge unterscheiden, die in der Summe zweier weiterer (geschwisterlicher) Lebenszeiten gegeben ist.

Wir fragen jetzt, wie sich der Bau der einzelnen Lebensalter selbst stellt.

(1) Charlotte Georgine:

$$\begin{aligned}
& 5 \cdot 23^2 + 11 \cdot 28^2 + 10 \cdot 28 \cdot 23 \\
&= (28 - 23)\,23^2 + (28 - 17)\,28^2 + 2\,(28 - 23)\,28 \cdot 23 \\
&= 28 \cdot 23^2 - 23^3 + 28^3 - 17 \cdot 28^2 + 2 \cdot 23 \cdot 28^2 - 2 \cdot 28 \cdot 23^2 \\
&= \left.\begin{matrix} 28^3 + 2 \cdot 23 \cdot 28^2 \\ -23^3 \quad - 28 \cdot 23^2 \end{matrix}\right\} - 17 \cdot 28^2 = 23 \cdot 28^2 - 17 \cdot 28^2 + \boxed{\begin{matrix} \Sigma \cdot 28^2 \\ -\Sigma \cdot 23^2 \end{matrix}} \\
&= \mathbf{23 \cdot 28^2 - 17 \cdot 28^2 + \Delta\,\Sigma^2}
\end{aligned}$$

(2) Karoline Auguste:

$$
\begin{aligned}
& 2 . 23^2 + 2 . 28^2 - 3 . 28 . 23 \\
&= 2\,(23^2 + 28^2 + 28 . 23) - 5 . 28 . 23 \\
&= (42 - 23 - 17)\,(23^2 + 28^2 + 28 . 23) - 5 . 28 . 23 \\
&= \frac{3}{2}\,28 . 23^2 + \frac{3}{2}\,28^3 + \frac{3}{2}\,23 . 28^2 - 23^3 - 23 . 28^2 - 28 . 23^2 + \\
&\qquad + 28 . 23^2 - 23 . 28^2 - 17\,(23^2 + 28^2 + 28 . 23)
\end{aligned}
$$

$$
= \boxed{\begin{array}{l} \dfrac{28^3}{2} + \dfrac{28 . 23^2}{2} \\ \qquad - 23 . 28^2 \end{array}} + \left.\begin{array}{l} \dfrac{23 . 28^2}{2} + 28 . 23^2 + 28^3 \\ \qquad - 17\,(23^2 + 28^2 + 28 . 23) \end{array}\right\} - 23^3
$$

$$
= \left.\begin{array}{l} + \dfrac{28}{2}\,\Delta^2 + \dfrac{23 . 28^2}{2} + 28\,(23^2 + 28^2) \\ \qquad - 17\,(23^2 + 28^2 + 28 . 23) \end{array}\right\} - 23^3
$$

$$
= \left.\begin{array}{l} \boldsymbol{\dfrac{28}{2}\,(23 . 28 + \Delta^2) + 28\,(23^2 + 28^2)} \\ \qquad \boldsymbol{- 17\,(23^2 + 28^2 + 28 . 23)} \end{array}\right\} \boldsymbol{- 23^3}
$$

(3) Georg Karl Friedrich:

$$
\begin{aligned}
& 11 . 23^2 + 3 . 28^2 - 12 . 28 . 23 \\
&= (28 - 17)\,23^2 + (17 - 14)\,28^2 - (17 - 5)\,28 . 23 \\
&= 28 . 23^2 - 17 . 23^2 + 17 . 28^2 - \frac{28^3}{2} - 17 . 28 . 23 + \left.\begin{array}{r} 23 . 28^2 \\ - 28 . 23^2 \end{array}\right\}
\end{aligned}
$$

$$
= 17 . 28^2 - 17\,(23^2 + 28 . 23) + \boxed{\begin{array}{c} 23 . 28^2 \\ - \dfrac{28^3}{2} - \dfrac{28 . 23^2}{2} \end{array}} + \frac{28 . 23^2}{2}
$$

$$
\begin{aligned}
&= 17 . 28^2 - \frac{28}{2}\,\Delta^2 + \frac{28 . 23^2}{2} - 17\,(23^2 + 28 . 23) \\
&= 17 . 28^2 + \frac{28}{2}\,(23^2 - \Delta^2) \quad - 17\,(23^2 + 28 . 23)
\end{aligned}
$$

Oder $\boldsymbol{= \left.\begin{array}{l} 28^3 + 23 . 28^2 \\ - 17\,(28^2 + 23^2 + 28 . 23) \end{array}\right\} + \dfrac{28}{2}\,(23^2 - \Delta^2) - 17 . 28^2}$

(4) Therese Mathilde:

$$
\begin{aligned}
& 9 . 23^2 + 9 . 28^2 + 19 . 28 . 23 \\
&= (23 - 14)\,(23^2 + 28^2) + (42 - 23)\,28 . 23 \\
&= 23^3 - \frac{28 . 23^2}{2} + 23 . 28^2 - \frac{28^3}{2} + \frac{3}{2}\,23 . 28^2 - 28 . 23^2
\end{aligned}
$$

$$
= \boxed{\begin{array}{c} 23^3 + 23 . 28^2 \\ \\ - 2 . 28 . 23^2 \end{array}} + \boxed{\begin{array}{c} \dfrac{23 . 28^2}{2} \\ - \dfrac{28 . 23^2}{2} - \dfrac{28^3}{2} \end{array}} + \frac{23 . 28^2}{2} + 28 . 23^2
$$

$$= 23\,\Delta^2 - \frac{28}{2}\,\Delta^2 + \frac{23\,.\,28^2}{2} + 28\,.\,23^2$$

$$= \mathbf{23\,(28\,.\,23 + \Delta^2) + \frac{28}{2}\,(28\,.\,23 - \Delta^2)}$$

(5) Friedrich Georg Karl:

$$-\,3\,.\,23^2 - 2\,.\,28^2 + 5\,.\,28\,.\,23$$

$$= (14 - 17)\,23^2 + (17 + 23 - 42)\,28^2 + 5\,.\,28\,.\,23$$

$$= \boxed{\begin{matrix} \dfrac{28\,.\,23^2}{2} \\ -\dfrac{28^3}{2} \end{matrix}} + \boxed{\begin{matrix} 17\;\;28^2 \\ -\,17\,.\,23^2 \end{matrix}} + \boxed{\begin{matrix} 2\,.\,23\,.\,28^2 \\ -\,28^3 - 28\,.\,23^2 \end{matrix}}$$

$$= \left.\begin{matrix} \dfrac{28\,.\,23^2}{2} + \dfrac{28^3}{2} + 23\,.\,28^2 \\ -\,34\,.\,28^2 - 17\,.\,23^2 \end{matrix}\right\} - 28\,\Delta^2$$

$$= \left.\begin{matrix} \mathbf{\dfrac{28}{2}\,(23^2 + 28^2) + 28\,(23\,.\,28 - \Delta^2)} \\ \mathbf{-\,17\,.\,23^2 - 34\,.\,28^2} \end{matrix}\right\}$$

(6) Luise (Königin von Preußen):

$$8\,.\,23^2 + 18\,.\,28^2 - 9\,.\,28\,.\,23\,^{*)}$$

$$= \mathbf{\frac{\Sigma}{2}\,28\,.\,23 + 28\,(23^2 - \Delta^2)}$$

$$\mathbf{-\,34\,.\,23^2}$$

(7) Friedrike:

$$9\,.\,23^2 + 7\,.\,28^2 + 20\,.\,28\,.\,23$$

$$= (23 - 14)\,23^2 + (17 - 10)\,28^2 + (23 + 14 - 17)\,28\,.\,23$$

$$= 23^3 - \frac{28\,.\,23^2}{2} + 17\,.\,28^2 - 17\,.\,28\,.\,23 + \frac{5}{2}\,23\,.\,28^2 - 2\,.\,28^3 +$$

$$+\,28\,.\,23^2$$

$$= 23^3 + \frac{28\,.\,23^2}{2} + \frac{7}{2}\,23\,.\,28^2 - 28^3 - 17\,.\,28\,.\,23 - 34\,.\,28^2$$

$$= 23^3 + \frac{3}{2}\,28\,.\,23^2 + \frac{3}{2}\,23\,.\,28^2 \qquad - 17\,.\,28\,.\,23 - 34\,.\,28^2 +$$

$$+ \boxed{\begin{matrix} 2\,.\,23\,.\,28^2 \\ -\,28^3 - 28\,.\,23^2 \end{matrix}}$$

$$= 23^3 + \frac{3}{2}\,\Sigma\,28\,.\,23 - 17\,.\,28\,.\,23 - 34\,.\,28^2 - 28\,\Delta^2$$

$$= \left.\begin{matrix} \mathbf{\dfrac{\Sigma}{2}\,28\,.\,23 + 28\,(23^2 - \Delta^2)} \\ \mathbf{-\,17\,.\,28\,.\,23 - 34\,.\,28^2} \end{matrix}\right\} \mathbf{+\,23\,(23^2 + 28^2)}$$

---

*) Ableitung s. S. 199.

(8) Georg:

$$
\begin{aligned}
& 14 \, . \, 23^2 + 16 \, . \, 28^2 + 15 \, . \, 28 \, . \, 23 \\
= \; & 14 \, . \, 23^2 + (33 - 17)\, 28^2 + (46 - 14 - 17)\, 28 \, . \, 23 \\
= \; & \frac{28 \, . \, 23^2}{2} + 2 \, . \, 28^3 - 23 \, . \, 28^2 + \left.\begin{array}{r} 2 \, . \, 28 \, . \, 23^2 - \dfrac{23 \, . \, 28^2}{2} \\ - 17\,(28^2 + 28 \, . \, 23) \end{array}\right\} \\
= \; & \frac{28 \, . \, 23^2 + 23 \, . \, 28^2}{2} + 28^3 + 28 \, . \, 23^2 - 17\,(28^2 + 28 \, . \, 23) + \\
& \qquad\qquad + \boxed{\begin{array}{c} 28^3 + 28 \, . \, 23^2 \\ - 2 \, . \, 23 \, . \, 28^2 \end{array}} \\
= \; & \frac{\Sigma}{2}\, 28 \, . \, 23 + 28\,(28^2 + 23^2) + 28\,\Delta^2 - 17\,(28^2 + 28 \, . \, 23) \\
= \; & \boldsymbol{\frac{\Sigma}{2}\, 28 \, . \, 23 + 28\,(28^2 + 23^2 + \Delta^2) \quad - 17\,(28^2 + 28 \, . \, 23)}
\end{aligned}
$$

(9) Friedrich Karl Ferdinand:

$$
\begin{aligned}
& 2 \, . \, 23^2 + 12 \, . \, 28^2 - 15 \, . \, 28 \, . \, 23 \\
= \; & (42 - 23 - 17)\, 23^2 + (46 - 34)\, 28^2 - 3\,(28 - 23)\, 28 \, . \, 23 \\
= \; & \frac{3}{2}\, 28 \, . \, 23^2 - 23^3 + 2 \, . \, 23 \, . \, 28^2 + 3 \, . \, 28 \, . \, 23^2 - 3 \, . \, 23 \, . \, 28^2 - \\
& \qquad\qquad - 17 \, . \, 23^2 - 34 \, . \, 28^2 \\
= \; & \frac{5}{2}\, 28 \, . \, 23^2 - 17 \, . \, 23^2 - 34 \, . \, 28^2 + \boxed{\begin{array}{c} 2 \, . \, 28 \, . \, 23^2 \\ - 23^3 - 23 \, . \, 28^2 \end{array}} \\
= \; & \frac{5}{2}\, 28 \, . \, 23^2 - 17 \, . \, 23^2 - 34 \, . \, 28^2 - 23\,\Delta^2 \\
= \; & \boldsymbol{\left.\begin{array}{r} \dfrac{28 \, . \, 23^2}{2} + 23\,(28 \, . \, 23 - \Delta^2) + 28 \, . \, 23^2 \\ - 17 \, . \, 23^2 - 34 \, . \, 28^2 \end{array}\right\}}
\end{aligned}
$$

(10) Prinzessin: $- 19 \, . \, 23^2 + 12 \, . \, 28^2 + 1 \, . \, 28 \, . \, 23$

Nach S. 206 ist Friedrich Karl Ferdinand

$$
\text{um } \left.\begin{array}{r} 7 \, . \, 28 \, . \, 23 \\ - 7 \, . \, 23^2 \end{array}\right\} \text{ oder } \left.\begin{array}{r} 17 \, . \, 28 \, . \, 23 \\ - 17 \, . \, 23^2 \end{array}\right\} - 2 \, . \, 23\,\Delta^2
$$

älter geworden als die eintägige Prinzessin.

Deren Alter wäre darnach

$$
\boldsymbol{\left.\begin{array}{l} \dfrac{28 \, . \, 23^2}{2} + 23\,(28 \, . \, 23 + \Delta^2) + 28 \, . \, 23^2 \\ - 17 \, . \, 28 \, . \, 23 - 34 \, . \, 28^2 \end{array}\right\}}
$$

Die Mutter lebte:

$$-1 . 23^2 + 17 . 28^2 - 3 . 28 . 23$$

$$= (23 - 14 - 10)\, 23^2 + (51 - 34)\, 28^2 + (14 - 17)\, 28 . 23$$

$$= 3 . 23^3 + 28^3 + \frac{3}{2}\, 23 . 28^2 - \frac{5}{2}\, 28 . 23^2 -$$

$$- 17 . 28 . 23 - 34 . 28^2$$

Durch Addition von $\boxed{\begin{array}{l} \frac{3}{2}\, 28 . 23^2 + 23 . 28^2 \\ -\frac{3}{2}\, 28 . 23^2 - 23 . 28^2 \end{array}} = 0$

wird das Lebensalter der Mutter:

$$= 23^3 + 28 . 23^2 + \boxed{\begin{array}{c} 2 . 23^3 + 2 . 23 . 28^2 \\ - 4 . 28 . 23^2 \end{array}} + \frac{23 . 28^2}{2} + \frac{28^3}{2} +$$

$$+ \boxed{\begin{array}{l} \frac{28^3}{2} + \frac{28 . 23^2}{2} \\ - 23 . 28^2 \end{array}} - 17 . 28 . 23 - 34 . 28^2$$

$$= \mathbf{23\, (23^2 + \Delta^2) + 23\, (28 . 23 + \Delta^2) + \frac{23 . 28^2}{2} + \frac{28}{2}\, (28^2 + \Delta^2)}$$

$$\mathbf{- 17 . 28 . 23 - 34 . 28^2}$$

Der Vater:

$$44 . 23^2 + 2 . 28^2 + 4 . 28 . 23$$

$$= (84 - 23 - 17)\, 23^2 + (42 - 23 - 17)\, 28^2 + (46 - 42)\, 28 . 23$$

$$= 5 . 28 . 23^2 - 23^3 + \frac{3}{2}\, 28^3 - \frac{5}{2}\, 23 . 28^2 - 17\, (23^2 + 28^2)$$

$$= 2 . 28 . 23^2 + \frac{23 . 28^2 + 28^3}{2} - 17\, (23^2 + 28^2) + \Delta^3$$

Oder in anderer Form:

$$\mathbf{28\, (23^2 + \Delta^2) + 23\, (28 . 23 - \Delta^2) + \frac{\Sigma}{2}\, 28^2}$$

$$\mathbf{- 17\, (23^2 + 28^2)}$$

Stellen wir die einzelnen Lebensalter zusammen, u. zw. der besseren Vergleichbarkeit wegen zuerst die kurzlebigen, so sind:

(2) Karoline Auguste : 694 Tage =

$$= \mathbf{28\, (23^2 + 28^2) + \frac{28}{2}\, (23 . 28 + \Delta^2) - 23^3}$$

$$\mathbf{- 17\, (28^2 + 23^2 + 28 . 23)}$$

(3) Georg Karl Friedrich : 443 Tage =

$$= 28\,(23 \,.\, 28 + 28^2) \quad + \frac{28}{2}\,(23^2 - \Delta^2) - 17 \,.\, 28^2$$
$$- 17\,(28^2 + 23^2 + 28 \,.\, 23)$$

(5) Friedrich Georg Karl 65 Tage =

$$= 28\,(23 \,.\, 28 - \Delta^2) \quad + \frac{28}{2}\,(23^2 + 28^2)$$
$$- 17 \,.\, 23^2 - 34 \,.\, 28^2$$

(9) Friedrich Karl Ferdinand : 806 Tage =

$$= 23\,(2 \,.\, 23 \,.\, 28 - \Delta^2) + \frac{28}{2}\,(23^2)$$
$$- 17 \,.\, 23^2 - 34 \,.\, 28^2$$

(10) Prinzessin: 1 Tag =

$$= 23\,(2 \,.\, 23 \,.\, 28 + \Delta^2) + \frac{28}{2}\,(23^2)$$
$$- 17 \,.\, 28 \,.\, 23 - 34 \,.\, 28^2$$

Die Lebensalter (9) und (10) sind biologisch gleich.

Es war ja $(10) + \boxed{\begin{array}{r} 7 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ - 7 \,.\, 23^2 \end{array}} = (9)$

oder

$$(10) + \boxed{\begin{array}{r} 17 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ - 17 \,.\, 23^2 \end{array}} - 2 \,.\, 23\, \Delta^2 = (9)$$

An (9) schließen sich ohne weiteres (2) und (3) an.

Denn

$$(9) = 23\,(23 \,.\, 28 + 28 \,.\, 23 - \Delta^2) + \frac{28}{2}\,(23^2)$$
$$- 17 \,.\, 23^2 - 34 \,.\, 28^2$$

$$(3) = 28\,(23 \,.\, 28 + 28^2) \qquad + \frac{28}{2}\,(23^2 - \Delta^2) - 17 \,.\, 28^2$$
$$- 17\,(28^2 + 23^3 + 28 \,.\, 23)$$

$$(2) = 28\,(23^2 + 28^2) \qquad + \frac{28}{2}\,(23 \,.\, 28 + \Delta^2) - 23^3$$
$$- 17\,(28^2 + 23^2 + 28 \,.\, 23)$$

Nur sind in (3) noch $\frac{2}{3} E^3\,[17 \,.\, 28^2]$ und in (2) $1\, E^3\,(23^3)$ abgezogen

$$(5) = 28\,(23 \,.\, 28 - \Delta^2) \qquad + \frac{28}{2}\,(28^2 + 23^2)$$
$$- 17 \,.\, 23^2 - 34 \,.\, 28^2$$

schließt sich ebenfalls an das Lebensalter

$$(9) = 23\,(23\,.\,28 + 28\,.\,23 - \Delta^2) + \frac{28}{2}\,(23^2)$$
$$- 17\,.\,23^2 - 34\,.\,28^2$$

Nur daß in der positiven Zeile von (5) das erste Glied 1 E^3 [statt 2 E^3 in (9)], dafür das zweite $\frac{2}{2}\,E^3 \left[\text{statt } \frac{1}{2} E^3 \text{ in (9)}\right]$ beträgt.

Das erste Glied ist halbiert, das zweite verdoppelt.

Die langen Lebensalter (1), (4), (6), (7), (8) lassen sich in ihrer Form leicht auf die kurzen reduzieren.

Es sind:

(1) Charlotte Georgine: $17709 = 23\,.\,28^2 + \Delta\,\Sigma^2$
$$- 17\,.\,28^2$$

(4) Therese Mathilde: 24053
$$= 23\,(23\,.\,28 + \Delta^2) + \frac{28}{2}\,(23\,.\,28 - \Delta^2)$$

(6) Königin Luise: 12548
$$= 28\,(23^2 - \Delta^2) + \frac{\Sigma}{2}\,28\,.\,23$$
$$- 34\,.\,23^2$$

(7) Friedrike: 23129
$$= 28\,(23^2 - \Delta^2) + \frac{\Sigma}{2}\,28\,.\,23 + 23\,(28^2 + 23^2)$$
$$- 17\,.\,28\,.\,23 - 34\,.\,28^2$$

(8) Georg: 29610
$$= 28\,(23^2 + \Delta^2) + \frac{\Sigma}{2}\,28\,.\,23 + 28\,(28^2)$$
$$- 17\,.\,28\,.\,23 - 17\,.\,28^2$$

Von dieser zweiten Gruppe der langen Alter schließt sich $(4) = 24053$ Tage am nächsten an $(5) = 65$ Tage an.

Es war $(5) = 28\,(23\,.\,28 - \Delta^2) + \frac{28}{2}\,(28^2 + 23^2)$
$$- 17\,.\,23^2 - 34\,.\,28^2$$

Und $(4) = 23\,(23\,.\,28 + \Delta^2) + \frac{28}{2}\,(23\,.\,28 - \Delta^2) + \Sigma\,.\,28\,.\,23$
$$- 17\,.\,28\,.\,23 - 34\,.\,23\,.\,28$$

Denn in diese Form läßt sich (4) ohne Änderung seines Wertes umschreiben, da $- 51\,.\,28\,.\,23 + \Sigma\;28\,.\,23 = 0$ ist.

Man sieht, daß (4) $\frac{3}{2}E^3$ mehr besitzt als (5).

Mit (5) ist auch

$$(6) = 28\,(23^2 - \Delta^2) + \frac{\Sigma}{2}\,28\,.\,23 + 17\,.\,23\,.\,28$$
$$- 34\,.\,23^2 - 17\,.\,28\,.\,23$$

zu vergleichen. (6) besitzt $\frac{2}{3}E^3$ mehr als (5).

Und die Homologie von (6), (7), (8) ergibt sich leicht aus:

$$(6) \quad \mathbf{28\,(23^2 - \Delta^2) + \frac{\Sigma}{2}\,28\,.\,23 + 17\,.\,23\,.\,28}$$
$$\mathbf{- 17\,.\,28\,.\,23 - 34\,.\,23^2}$$

$$(8) \quad \mathbf{28\,(23^2 + \Delta^2) + \frac{\Sigma}{2}\,28\,.\,23 + 17\,.\,23\,.\,28 + 28^3}$$
$$\mathbf{- 17\,.\,28^2 - 34\,.\,28\,.\,23}$$

$$(7) \quad \mathbf{28\,(23^2 - \Delta^2) + \frac{\Sigma}{2}\,28\,.\,23 + 23\,(28^2 + 23^2)}$$
$$\mathbf{- 17\,.\,28\,.\,23 - 34\,.\,28^2}$$

(8) besitzt 1 E^3 mehr als (6)

(7) „ $2 - \frac{2}{3}$ d. h. $\frac{4}{3}E^3$ mehr als (6).

Das Alter von $(1) = 23\,.\,28^2 - 17\,.\,28^2 + \Delta\,\Sigma^2$ weicht nur scheinbar in der Form von dem der übrigen ab.

Denn es ist*) $(1) = \left.\begin{matrix} 23\,.\,28^2 \\ -17\,.\,28^2 \end{matrix}\right\} + \Delta\,\Sigma^2$

$$= \left.\begin{matrix} 23\,.\,28^2 + 28^3 + 23\,.\,28^2 \\ -17\,.\,28^2 - 23^3 - 28\,.\,23^2 \end{matrix}\right\}$$

$$= \left.\begin{matrix} 23\,.\,28^2 + 28^3 + 23\,.\,28^2 \\ -17\,.\,28^2 - 17\,.\,23^2 - 34\,.\,23^2 \end{matrix}\right\}$$

Oder in folgender Form:

$$(1) = \begin{matrix} \mathbf{2\,.\,23\,.\,28^2} & \mathbf{+ 28^3 - 17\,.\,28^2} \\ \mathbf{-17\,.\,23^2 - 34\,.\,23^2} & \end{matrix}$$

unmittelbar zu vergleichen mit

$$(8) = \mathbf{28\,(23^2 + \Delta^2) + \frac{\Sigma}{2}\,28\,.\,23 + 28^3 + 17\,.\,23\,.\,28}$$
$$\mathbf{- 17\,.\,28^2 - 34\,.\,28\,.\,23}$$

*) Vgl. S. 20.

Nur daß in (1) $-\frac{2}{3}E^3$ an die Stelle von $+\frac{2}{3}E^3$ in (8) gesetzt sind.

(1) enthält also $\frac{4}{3}E^3$ weniger als (8).

Und die Lebenszeit der Mutter? Sie beträgt (vgl. S. 212)

$$\mathbf{23\,(23^2+\Delta^2)+23\,(28\,.\,23+\Delta^2)+\frac{28}{2}\,(28^2+\Delta^2)+\frac{23\,.\,28^2}{2}}$$
$$\mathbf{-17\,.\,28\,.\,23-34\,.\,28^2}$$

Ihre Zeit vergleicht sich also der Form nach mit der ihrer eintägigen Tochter (10), der sie zwei weitere Tage später ins Grab folgen sollte.

Es war $\mathbf{(10)=23\,(2\,.\,23\,.\,28+\Delta^2)-\frac{28}{2}\,(23^2)}$
$$\mathbf{-17\,.\,28\,.\,23-34\,.\,28^2}$$
oder das biologisch gleiche Lebensalter
$$\mathbf{(9)=23\,(2\,.\,23\,.\,28-\Delta^2)+\frac{28}{2}\,(23^2)}$$
$$\mathbf{-17\,.\,23^2-34\,.\,28^2}$$

Und die Lebenszeit des Vaters läßt sich hier ebenfalls in eine analoge Form bringen.

$$\mathbf{Vater:\ 28\,(23^2+\Delta^2)+23\,(28\,.\,23-\Delta^2)+\frac{\Sigma}{2}\,28^2+17\,.\,23\,.\,28}$$
$$\mathbf{-17\,(28^2+23^2+28\,.\,23)}$$

Ich kann nicht entscheiden, ob diese Form beim Vater auf wahrer Blutsverwandtschaft beruht.

Von den kurzen Altern haben (2) und (3) die negativen biologischen Werte $-\frac{1}{2}$ bezw. $-\frac{1}{6}E^3$; (5) ist biologisch $=0\,E^3$; (9) und (10) sind biologisch $=\frac{1}{2}E^3$.

Wollte man zur Erlangung eines positiven Wertes (2), (3) (5) in der zweiten Dimension darstellen, so wäre:

(2) $=694=2\,.\,23^2+2\,.\,28^2-3\,.\,28\,.\,23=\mathbf{28\,.\,23+2\,\Delta^2}$

(3) $=443=15\,.\,28+23=3\,(28-23)\,28+(2\,.\,23-28)\,23-17\,.\,23$
$=\mathbf{28^2-17\,.\,23+2\,\Delta^2}$

(5) $=65=13\,\Delta=\mathbf{23\,\Delta-2\,\Delta^2}$
bleibt auch in der zweiten Dimension $=0\,E^2$.

47. Beispiel. 47.

Friedrich Wilhelms III. Eltern und Geschwister waren.

Vater: Friedrich Wilhelm II.	25. September 1744 16. November 1797	19410
Mutter: Friedrike Luise.	16. Oktober 1751 25. Februar 1805	19490

Kinder derselben:

Friedrich Wilhelm III.	3. August 1770 7. Juni 1840	25510
Friedrike Christine Wilhelmine	31. August 1772 14. Juni 1773	287
Friedrich Ludwig Karl	5. November 1773 28. Dezember 1796	8454
Friedrike Luise Wilhelmine	18. November 1774 12. Oktober 1837	22973
Totgeborener Prinz	29. November 1777	
Auguste Christiane Friedrike	1. Mai 1780 19. Februar 1841	22208
Friedrich Heinrich Karl	30. Dezember 1781 12. Juli 1846	23569
Friedrich Wilhelm Karl	3. Juli 1783 28. September 1851	24923

Es lebten also die Eltern:

Vater: Friedrich Wilhelm II.	$26 . 23^2 + 22 . 28^2 - 18 . 28 . 23$
Mutter: Friedrieke Luise.	$18 . 23^2 + 16 . 28^2 - 4 . 28 . 23$
Die Kinder:	
(1) Friedrich Wilhelm III.	$18 . 23^2 + 13 . 28^2 + 9 . 28 . 23$
(2) Friedrike Christine:	$-21 . 23^2 + 17 . 28^2 - 3 . 28 . 23$
(3) Friedrich Ludwig Karl:	$-18 . 23^2 + 18 . 28^2 + 6 . 28 . 23$
(4) Friedrike Luise:	$5 . 23^2 + 21 . 28^2 + 6 . 28 . 23$
(5) Auguste Christiane:	$8 . 23^2 + 18 . 28^2 + 6 . 28 . 23$
(6) Friedrich Heinrich Karl:	$21 . 23^2 + 20 . 28^2 - 5 . 28 . 23$
(7) Friedrich Wilhelm Karl:	$27 . 23^2 + 7 . 28^2 + 8 . 28 . 23$
S_a der Kinder:	$68 . 23^2 + 114 . 28^2 + 4 . 28 . 23$

$$= 69 . 23^2 + 115 . 28^2 + 5 . 28 . 23 - 1 (23^2 + 28^2 + 28 . 23)$$

$$= 3.23^3 + 5.23.28^2 + \boxed{\begin{matrix} 23.28^2 \\ -28.23^2 \end{matrix}} + (17 + 28 - 46)(23^2 + 28^2 + 28.23)$$

$$= 23^3 + 28^3 + 5 . 23 . 28^2 - 2 . 28 . 23^2 + 17 (28^2 + 23^2 + 28 . 23)$$

$$= \mathbf{2 . 28^3 + 2 . 23 . 28^2 + 28 . 23^2 + 17 (28^2 + 23^2 + 28 . 23) - \Delta^3}$$

Das war die Summe der Lebensalter von den Kindern.

Kinder + Mutter sind:

$$\begin{array}{lrl} \text{Kinder:} & 68 \,.\, 23^2 + 114 \,.\, 28^2 + 4 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ \text{Mutter:} & 18 \,.\, 23^2 + 16 \,.\, 28^2 - 4 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ \hline & 86 \,.\, 23^2 + 130 \,.\, 28^2 \end{array}$$

$$= (69 + 17)\, 23^2 + (102 + 28)\, 28^2 = \mathbf{3\,(23^3 + 28^3) + 2 \,.\, 23 \,.\, 28^2 + 17 \,.\, 23^2}$$

Also wieder eine einfache Summe, obwohl der totgeborene Prinz mit der rechnungsmäßigen Lebenszeit 0 Tage ein Fragezeichen bildet. Denn es ist mir unbekannt, ob er etwa unter der Geburt gestorben ist.

Wenn wir die Lebenszeiten der Kinder betrachten, so fällt auf, daß bei (3), (4), (5) die Formel mit je $6 \,.\, 28 \,.\, 23$ endet.

$$\begin{aligned} (3) &= -18 \,.\, 23^2 + 18 \,.\, 28^2 + \mathbf{6} \,.\, 28 \,.\, 23 \\ (4) &= 5 \,.\, 23^2 + 21 \,.\, 28^2 + \mathbf{6} \,.\, 28 \,.\, 23 \\ (5) &= 8 \,.\, 23^2 + 18 \,.\, 28^2 + \mathbf{6} \,.\, 28 \,.\, 23 \end{aligned}$$

Die Differenz (5) — (3) ist $26 \,.\, 23^2$

$$\text{d. h. } (5) - (3) = (17 + 9)\, 23^2 = 17 \,.\, 23^2 + 23^3 - \frac{28 \,.\, 23^2}{2}$$

Ferner ist:

$$(4) - (5) = 3 \,.\, 28^2 - 3 \,.\, 23^2$$

$$\text{also } (4) - (5) = (17 - 14)\,(28^2 - 23^2) = \boxed{\begin{array}{l} 17 \,.\, 28^2 + \dfrac{28 \,.\, 23^2}{2} \\ -17 \,.\, 23^2 - \dfrac{28^3}{2} \end{array}}$$

Heißt also:

$$(5) - (3) = 17 \,.\, 23^2 + 23^3 - \frac{28 \,.\, 23^2}{2}$$

so muß lauten:

$$(4) - (3) = 17 \,.\, 28^2 + 23^3 - \frac{28^3}{2}$$

Es ist ferner die Summe $\mathfrak{S}_1$ der eben behandelten (3) + (4) + (5):

$$\begin{aligned} & -5 \,.\, 23^2 + 57 \,.\, 28^2 + 18 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ &= (23 - 28)\, 23^2 + (46 + 28 - 17)\, 28^2 + (46 - 28)\, 28 \,.\, 23 \\ &= 23^3 + 28 \,.\, 23^2 + 28^3 + 23 \,.\, 28^2 - 17 \,.\, 28^2 \\ &= \mathbf{\Sigma\,(23^2 + 28^2) - 17 \,.\, 28^2} \end{aligned}$$

Zählt man von den übrig bleibenden Geschwistern die den eben behandelten Block (3) (4) (5) umrahmenden (2) (6) (7) zusammen und nennt ihre Summe $\mathfrak{S}_2$, so ist

$$\begin{aligned} \mathfrak{S}_2 &= 27 \,.\, 23^2 + 44 \,.\, 28^2 \\ &= (51 - 17 - 7)\, 23^2 + (51 - 7)\, 28^2 \\ &= \Sigma\,(23^2 + 28^2) - 17 \,.\, 23^2 - \frac{28}{4}\,(23^2 + 28^2) \end{aligned}$$

Also die Summe je dreier Geschwister beträgt:

$$\mathfrak{S}_1 = \qquad \Sigma\,(23^2 + 28^2) - 17 \,.\, 28^2$$

$$\mathfrak{S}_2 = \left(\Sigma - \frac{28}{4}\right)(23^2 + 28^2) - 17 \,.\, 23^2$$

Gewiß vergleichbare Werte.

Und wenn zu $\mathfrak{S}_2$ noch (1) hinzugezählt wird, so daß

$$\mathfrak{S}_2 + (1) = (1) + (2) + (6) + (7) = \mathfrak{S}_3$$

den ganzen Rest der Kinder außer $\mathfrak{S}_1$ repräsentiert, so ergibt sich:

$$\begin{aligned}\mathfrak{S}_3 &= (1) + (2) + (6) + (7) = 45 \,.\, 23^2 + 57 \,.\, 28^2 + 9 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ &= (28 + 17)\, 23^2 + (46 + 28 + 17)\, 28^2 + (23 - 14)\, 28 \,.\, 23 \\ &= 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + 2 \,.\, 23 \,.\, 28^2 + 28^3 - \frac{23 \,.\, 28^2}{2} + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 23^2 \\ -17 \,.\, 28^2 \end{matrix}} \\ &= \Sigma\, 28^2 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + \frac{23 \,.\, 28^2}{2} + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 23^2 \\ -17 \,.\, 28^2 \end{matrix}}\end{aligned}$$

Es war

$$\mathfrak{S}_1 = (3) + (4) + (5) \qquad = \Sigma \,.\, 28^2 + 23^3 + 28 \,.\, 23^2 - 17 \,.\, 28^2$$

$$\mathfrak{S}_3 = (1) + (2) + (6) + (7) = \Sigma \,.\, 28^2 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \qquad - 17 \,.\, 28^2 + \\ + 17 \,.\, 23^2 + \frac{23 \,.\, 28^2}{2}$$

$\mathfrak{S}_3$ ist also um $\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right) E^3$ größer als $\mathfrak{S}_1$.

Im übrigen ist der Bau beider Teilsummen homolog.

Im einzelnen entwickeln sich die Werte so:

(1) Friedrich Wilhelm III.*) $= \frac{5}{2}\, 23 \,.\, 28^2 + \boxed{\begin{matrix} 2 \,.\, 23^3 \\ -2 \,.\, 28^3 \end{matrix}}$

(2) Friedrike Christine Wilhelmine $= 287$

$$\begin{aligned} &= \quad -21 \,.\, 23^2 + 17 \,.\, 28^2 - 3 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ &= (7 - 28)\, 23^2 + 17 \,.\, 28^2 + (14 - 17)\, 28 \,.\, 23 \\ &= \boxed{\begin{matrix} 17.28^2 \\ -17.28.23 \end{matrix}} + \frac{23 \,.\, 28^2}{2} + \frac{28 \,.\, 23^2}{4} - 28 \,.\, 23^2 \end{aligned}$$

(3) Friedrich Ludwig Karl $= 8454$

$$\begin{aligned} &= 18 \,.\, 28^2 - 18 \,.\, 23^2 + 6 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ &= (2 \,.\, 23 - 28)\,(28^2 - 23^2) + (23 - 17)\, 28 \,.\, 23 \\ &= 2 \,.\, 23 \,.\, 28^2 - 28^3 + 28 \,.\, 23^2 - 2 \,.\, 23^3 + 28 \,.\, 23^2 - 17 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ &= 23 \,.\, 28^2 + 28 \,.\, 23^2 - 23^3 - 17 \,.\, 28 \,.\, 23 + \boxed{\begin{matrix} 23 \,.\, 28^2 + 28 \,.\, 23^2 \\ -23^3 \quad -28^3 \end{matrix}} \\ &= \Sigma\, 28 \,.\, 23 - \Sigma\, \Delta^2 - 17 \,.\, 28 \,.\, 23 - 23^3 \\ &= \Sigma\,(28 \,.\, 23 - \Delta^2) - 17 \,.\, 28 \,.\, 23 - 23^3 \end{aligned}$$

---

*) Vgl. S. 200.

(4) Friedrike Luise $= 22973$

$$\begin{aligned}
&= 5 . 23^2 + 21 . 28^2 + 6 . 28 . 23 \\
&= (28 - 23)\, 23^2 + (17 + 46 - 42)\, 28^2 + (23 - 17)\, 28 . 23 \\
&= 2 . 28 . 23^2 - 23^3 + 17\,(28^2 - 28 . 23) + 2 . 23 . 28^2 - \frac{3}{2}\, 28^3 \\
&= 28 . 23^2 + 23 . 28^2 + \boxed{\begin{array}{c} 28 . 23^2 + 23 . 28^2 \\ - 23^3 - 28^3 \end{array}} - \frac{28^3}{2} + \boxed{\begin{array}{c} 17 . 28^2 \\ - 17 . 28 . 23 \end{array}} \\
&= \Sigma . 28 . 23 - \Sigma \Delta^2 + \boxed{\begin{array}{c} 17 . 28^2 \\ - 17 . 28 . 23 \end{array}} - \frac{28^3}{2} \\
&= \mathbf{\Sigma\,(28 . 23 - \Delta^2) - 17 . 28 . 23 - \frac{28^3}{2} + 17 . 28^2}
\end{aligned}$$

(5) Auguste Christine $= 22208$

$$\begin{aligned}
&= 8 . 23^2 + 18 . 28^2 + 6 . 28 . 23 \\
&= (17 + 14 - 23)\, 23^2 + (2 . 23 - 28)\, 28^2 + (23 - 17)\, 28 . 23 \\
&= \frac{28 . 23^2}{2} - 23^3 + 17\,(23^2 - 28 . 23) + 2 . 23 . 28^2 - 28^3 + 28 . 23^2 \\
&= 28.23^2 + 23.28^2 + \boxed{\begin{array}{c} 28.23^2 + 23.28^2 \\ - 23^3 - 28^3 \end{array}} + \boxed{\begin{array}{c} 17.23^2 \\ - 17.28.23 \end{array}} - \frac{28.23^2}{2} \\
&= \Sigma\, 28 . 23 - \Sigma \Delta^2 + \boxed{\begin{array}{c} 17 . 23^2 \\ - 17 . 28 . 23 \end{array}} - \frac{28.23^2}{2} \\
&= \mathbf{\Sigma(28 . 23 - \Delta^2)} + \boxed{\begin{array}{c} \mathbf{17 . 23^2} \\ \mathbf{- 17 . 28 . 23} \end{array}} - \mathbf{\frac{28 . 23^2}{2}}
\end{aligned}$$

(6) Friedrich Heinrich Carl $= 23569$

$$\begin{aligned}
&= 21 . 23^2 + 20 . 28^2 - 5 . 28 . 23 \\
&= (17 + 46 - 42)\, 23^2 + (23 + 14 - 17)\, 28^2 - 5 . 28 . 23 \\
&= \left.\begin{array}{r} 17\,(23^2 - 28^2) + 2.23^3 - \frac{3}{2}\, 28.23^2 + 23.28^2 + \frac{28^3}{2} + 28.23^2 \\ - 23.28^2 \end{array}\right\} \\
&= \mathbf{2 . 23^3} + \boxed{\begin{array}{c} \mathbf{\frac{28^3}{2}} \\ \mathbf{- \frac{28 . 23^2}{2}} \end{array}} + \boxed{\begin{array}{c} \mathbf{17 . 23^2} \\ \mathbf{- 17 . 28^2} \end{array}}
\end{aligned}$$

(7) Friedrich Wilhelm Carl $= 24923$

$$\begin{aligned}
&= 27 . 23^2 + 7 . 28^2 + 8 . 28 . 23 \\
&= (51 - 17 - 7)\, 23^2 + 7 . 28^2 + (17 + 14 - 23)\, 28 . 23 \\
&= 23^3 + 28 . 23^2 + \frac{23 . 28^2}{2} - 28 . 23^2 + \boxed{\begin{array}{c} 17 . 28 . 23 \\ - 17 . 23^2 \end{array}} + \boxed{\begin{array}{c} 7 . 28^2 \\ - 7 . 23^2 \end{array}}
\end{aligned}$$

$$= 23^3 + \frac{23 \cdot 28^2}{2} + \boxed{\begin{array}{c} 17 \cdot 28 \cdot 23 \\ \\ -17 \cdot 23^2 \end{array}} + \boxed{\begin{array}{c} \frac{28^3}{4} \\ -\frac{28 \cdot 23^2}{4} \end{array}}$$

Mutter Friedrike Luise $= 19490$

$$= 18 \cdot 23^2 + 16 \cdot 28^2 - 4 \cdot 28 \cdot 23$$
$$= (2 \cdot 23 - 28)\, 23^2 + (56 - 23 - 17)\, 28^2 + (69 - 56 - 17)\, 28 \cdot 23$$
$$= 2 \cdot 23^3 - 28 \cdot 23^2 + 2 \cdot 28^3 - 23 \cdot 28^2 + 3 \cdot 28 \cdot 23^2 - 2 \cdot 23 \cdot 28^2 -$$
$$- 17\,(28^2 + 28 \cdot 23)$$
$$= \boxed{\begin{array}{c} 23^3 + 28^3 \\ -28 \cdot 23^2 - 23 \cdot 28^2 \end{array}} + 23^3 + 28 \cdot 23^2 + 28 \cdot 23^2 +$$
$$+ \boxed{\begin{array}{c} 28^3 + 28 \cdot 23^2 \\ -2 \cdot 23 \cdot 28^2 \end{array}} - 17\,(28^2 + 28 \cdot 23)$$
$$= \Sigma\, \Delta^2 + \Sigma \cdot 23^2 + 28 \cdot 23^2 + 28\, \Delta^2 - 17\,(28^2 + 28 \cdot 23)$$
$$= \Sigma\,(23^2 + \Delta^2) + 28\,(23^2 + \Delta^2) - 17\,(28^2 + 28 \cdot 23)$$
$$= (\Sigma + 28)\,(23^2 + \Delta^2) - 17\,(28^2 + 28 \cdot 23)$$

In der Zusammenstellung sind also die Lebensalter:

$$(1) = \frac{5}{2}\, 23 \cdot 28^2 + \boxed{\begin{array}{c} 2 \cdot 23^3 \\ -2 \cdot 28^3 \end{array}}$$

$$(2) = \frac{23 \cdot 28^2}{2} + \frac{28 \cdot 23^2}{4} + \boxed{\begin{array}{c} 17 \cdot 28^2 \\ -17 \cdot 28 \cdot 23 \end{array}} - 28 \cdot 23^2$$

$$(3) = \Sigma\,(28 \cdot 23 - \Delta^2) - 17 \cdot 28 \cdot 23 - 23^3$$

$$(4) = \Sigma\,(28 \cdot 23 - \Delta^2) + \boxed{\begin{array}{c} 17 \cdot 28^2 \\ -17 \cdot 28 \cdot 23 \end{array}} - \frac{28^3}{2}$$

$$(5) = \Sigma\,(28 \cdot 23 - \Delta^2) + \boxed{\begin{array}{c} 17 \cdot 23^2 \\ -17 \cdot 28 \cdot 23 \end{array}} - \frac{28 \cdot 23^2}{2}$$

$$(6) = 2 \cdot 23^3 + \boxed{\begin{array}{c} 17 \cdot 23^2 \\ \\ -17 \cdot 28^2 \end{array}} + \boxed{\begin{array}{c} \frac{28^3}{2} \\ -\frac{28 \cdot 23^2}{2} \end{array}}$$

$$(7) = 23^3 + \frac{23 \cdot 28^2}{2} + \boxed{\begin{array}{c} 17 \cdot 28 \cdot 23 \\ \\ -17 \cdot 23^2 \end{array}} + \boxed{\begin{array}{c} \frac{28^3}{4} \\ -\frac{28 \cdot 23^2}{4} \end{array}}$$

Von diesen Altern sind diejenigen der Teilsumme $\mathfrak{S}_1$, also (3) (4) (5), am auffälligsten vergleichbar:

$$(3) = \Sigma\,(28\,.\,23 - \Delta^2) - 17\,.\,28\,.\,23 \qquad - 23^3$$

$$(4) = \Sigma\,(28\,.\,23 - \Delta^2) + \boxed{\begin{array}{c} 17\,.\,28^2 \\ -17\,.\,28\,.\,23 \end{array}} - \frac{28^3}{2}$$

$$(5) = \Sigma\,(28\,.\,23 - \Delta^2) + \boxed{\begin{array}{c} 17\,.\,23^2 \\ -17\,.\,28\,.\,23 \end{array}} - \frac{28\,.\,23^2}{2}$$

Das erste Glied ist in allen drei Altern das gleiche $\Sigma\,(28\,.\,23 - \Delta^2)$

Im zweiten Glied sind die Abzüge stets $17\,.\,28\,.\,23$

Die positiven Glieder sind

$17\,.\,23^2$ in (5),
$17\,.\,28^2$ in (4), und wenn wir ergänzen dürfen,
$17\,.\,23\,.\,28$ in (3).

Es hieße dann:

$$(3)\quad \Sigma\,(28\,.\,23 - \Delta^2) + \boxed{\begin{array}{c} 17\,.\,23\,.\,28 \\ -17\,.\,28\,.\,23 \end{array}} - (23^3 + 17\,.\,28\,.\,23)$$

Und an den $2\,E^3$ des ersten Gliedes fehlen noch, wie die dritten Glieder zeigen, in (5) und (4) $\frac{1}{2}\,E^3$, in (3) $\left(1 + \frac{2}{3}\right) E^3$.

Die Glieder der $\mathfrak{S}_2$-Gruppe (2), (6), (7) sind auch untereinander ähnlich:

$$(2) = \frac{23\,.\,28^2}{2} + \frac{28\,.\,23^2}{4} + \boxed{\begin{array}{c} 17\,.\,28^2 \\ -17\,.\,28\,.\,23 \end{array}} - \qquad 28\,.\,23^2$$

$$(6) = 2\,.\,23^3 \qquad\qquad + \boxed{\begin{array}{c} 17\,.\,23^2 \\ -17\,.\,28^2 \end{array}} + \boxed{\begin{array}{c} \frac{28^3}{2} \\ -\frac{28\,.\,23^2}{2} \end{array}}$$

$$(7) = 23^3 + \frac{23\,.\,28^2}{2} \qquad + \boxed{\begin{array}{c} 17\,.\,28\,.\,23 \\ -17\,.\,23^2 \end{array}} + \boxed{\begin{array}{c} \frac{28^3}{4} \\ -\frac{28\,.\,23^2}{4} \end{array}}$$

Besonders fällt das bei (6) und (7) auf, wo die Bindung in

(6) $\frac{28^3}{2} - \frac{28\,.\,23^2}{2}$ nur halbiert zu werden braucht, um diejenige bei

(7) $\frac{28^3}{4} - \frac{28\,.\,23^2}{4}$ zu ergeben.

Aber um den Bau bei diesen drei Altern völlig aufzuzeigen, müssen wir sie noch etwas umformen:

$$(2)\qquad \frac{23\cdot 28^2}{2}+\frac{28\cdot 23^2}{4}+\boxed{\begin{array}{r}17\cdot 28^2\\ -17\cdot 28\cdot 23\end{array}}-28\cdot 23^2$$

$$=\boxed{\begin{array}{c}\dfrac{23\cdot 28^2}{2}\\ -\dfrac{28^3}{4}-\dfrac{28\cdot 23^2}{4}\end{array}}+\frac{28^3}{4}-\frac{28\cdot 23^2}{2}+\boxed{\begin{array}{r}17\cdot 28^2\\ -17\cdot 28\cdot 23\end{array}}$$

$$=-\frac{28}{4}\Delta^2\qquad\qquad+\frac{28^3}{4}-\frac{28\cdot 23^2}{2}+\boxed{\begin{array}{r}17\cdot 28^2\\ -17\cdot 28\cdot 23\end{array}}$$

$$=\ \frac{28}{4}\left(28^2-\Delta^2\right)\ +\boxed{\begin{array}{r}17\cdot 28^2\\ -17\cdot 28\cdot 23\end{array}}\quad-\frac{28\cdot 23^2}{2}$$

$$(7)\qquad 23^3+\frac{23\cdot 28^2}{2}+\boxed{\begin{array}{c}\dfrac{28^3}{4}\\ -\dfrac{28\cdot 23^2}{4}\end{array}}\qquad+\boxed{\begin{array}{r}17\cdot 28\cdot 23\\ -17\cdot 23^2\end{array}}$$

$$=23^3+\frac{1}{2}28^3\quad+\boxed{\begin{array}{c}\dfrac{23\cdot 28^2}{2}\\ -\dfrac{28^3}{4}-\dfrac{28\cdot 23^2}{4}\end{array}}+\boxed{\begin{array}{r}17\cdot 28\cdot 23\\ -17\cdot 23^2\end{array}}$$

$$=23^3+\frac{28^3}{4}+\frac{28}{4}\left(28^2-\Delta^2\right)\qquad\qquad+\boxed{\begin{array}{r}17\cdot 28\cdot 23\\ -17\cdot 23^2\end{array}}$$

$$(6)\qquad 2\cdot 23^3\qquad+\boxed{\begin{array}{c}\dfrac{28^3}{2}\\ -\dfrac{28\cdot 23^2}{2}\end{array}}\qquad+\boxed{\begin{array}{r}17\cdot 23^2\\ -17\cdot 28^2\end{array}}$$

$$=\boxed{\begin{array}{c}\dfrac{28^3}{2}+\dfrac{28\cdot 23^2}{2}\\ -23\cdot 28^2\end{array}}+\boxed{\begin{array}{r}23^3+23\cdot 28^2\\ -2\cdot 28\cdot 23^2\end{array}}+23^3+28\cdot 23^2+17\,(23^2-28^2)$$

$$=\frac{28}{2}\Delta^2+23\,\Delta^2+23^3+28\cdot 23^2+17\,(23^2-28^2)$$

$$=23\,(23^2+\Delta^2)+\frac{28}{2}\,(23^2+\Delta^2)+\frac{28\cdot 23^2}{2}+17\,(23^2-28^2)$$

$$=\left(23+\frac{28}{2}\right)(23^2+\Delta^2)+\frac{28\cdot 23^2}{2}+\boxed{\begin{array}{r}17\cdot 23^2\\ -17\cdot 28^2\end{array}}$$

Endlich war

$$(1)\qquad \frac{5}{2}\,23\cdot 28^2+\boxed{\begin{array}{r}2\cdot 23^3\\ -2\cdot 28^3\end{array}}$$

$$= \boxed{\begin{matrix} 4 \,.\, 23 \,.\, 28^2 \\ -2 \,.\, 28^3 - 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \end{matrix}} + 2 \,.\, 23^3 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 - \frac{3}{2}\, 23 \,.\, 28^2$$

$$= -2 \,.\, 28\, \Delta^2 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + 2 \,.\, 23^3 - \frac{3}{2}\, 23 \,.\, 28^2$$

$$\mathbf{= 2 \,.\, 28\, (23^2 - \Delta^2) + 2 \,.\, 23^3 - \frac{3}{2}\, 23 \,.\, 28^2}$$

Sonach lauten:

$$\textbf{(2)} \qquad \frac{28}{4}\,(28^2 - \Delta^2) + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 28^2 \\ -17 \,.\, 28 \,.\, 23 \end{matrix}} - \frac{28 \,.\, 23^2}{2}$$

$$\textbf{(7)}\; 23^3 + \frac{28^3}{4} + \frac{28}{4}\,(28^2 - \Delta^2) + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ -17 \,.\, 23^2 \end{matrix}}$$

$$\textbf{(6)} \qquad \left(23 + \frac{28}{2}\right)(23^2 + \Delta^2) + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 23^2 \\ -17 \,.\, 28^2 \end{matrix}} + \frac{28 \,.\, 23^2}{2}$$

In (2) und (7) ist das Glied $\frac{28}{4}(28^2 - \Delta^2)$ gemeinsam.

(7) besitzt $\frac{5}{4}\, E^3$ mehr als $\frac{28}{4}(28^2 - \Delta^2)$, wertet also $\frac{3}{2}\, E^3$.

(2) besitzt $\frac{1}{2}\, E^3$ weniger als $\frac{28}{4}(28^2 - \Delta^2)$, wertet also $-\frac{3}{4}\, E^3$.

In (6) heißt das dem früheren $\frac{28}{4}(28^2 - \Delta^2)$ entsprechende Glied: $\frac{28}{2}(23^2 + \Delta^2)$

Darüber hinaus besitzt es noch $\frac{3}{2}\, E^3$, im ganzen also $2\, E^3$.

Und in

(1) $2 \,.\, 28\,(23^2 - \Delta^2) + 2 \,.\, 23^3 - \frac{3}{2}\, 23 \,.\, 28^2$ heißt das analoge Glied:

$$2 \,.\, 28\,(23^2 - \Delta^2)$$

Darüber hinaus besitzt es noch $\frac{1}{2}\, E^3$, im ganzen also $\frac{5}{2}\, E^3$, wie die erste Form (1) $\frac{5}{2}\, 23 \,.\, 28^2 + \boxed{\begin{matrix} 2 \,.\, 23^3 \\ -2 \,.\, 28^3 \end{matrix}}$ bereits zeigte.

Mit (6) $= \left(23 + \frac{28}{2}\right)(23^2 + \Delta^2) + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 23^2 \\ -17 \,.\, 28^2 \end{matrix}} + \frac{28 \,.\, 23^2}{2}$

hat die Mutter Analogie.

Mutter: $(\Sigma + 28)\,(23^2 + \Delta^2) - 17\,(28^2 + 28 \,.\, 23)$

Es ist das erste Glied bei der Mutter: $(\Sigma + 28)\,(23^2 + \Delta^2)$ die biologische Verdoppelung des ersten Gliedes von (6): $\left(23 + \frac{28}{2}\right)(23^2 + \Delta^2)$.

Im übrigen sind $\left(\frac{4}{3}+\frac{1}{2}\right) E^3$ gegen (6) abgezogen. Nämlich:

$$17(23^2+28.23)+\frac{28.23^2}{2}$$

Nach dieser Erörterung stellen wir die Lebensalter zum Schluß noch einmal zusammen:

$$(1) \quad 2.28(23^2-\Delta^2)+2.23^3 \quad -\frac{3}{2}23.28^2$$

$$(3) \quad \Sigma(28.23-\Delta^2)-17.28.23 \quad - \quad 23^3$$

$$(4) \quad \Sigma(28.23-\Delta^2)+\boxed{\begin{matrix}17.28^2\\-17.28.23\end{matrix}} \quad - \quad \frac{28^3}{2}$$

$$(5) \quad \Sigma(28.23-\Delta^2)+\boxed{\begin{matrix}17.23^2\\-17.28.23\end{matrix}} \quad - \quad \frac{28.23^2}{2}$$

$$(6) \quad \left(23+\frac{28}{2}\right)(23^2+\Delta^2)+\boxed{\begin{matrix}17.23^2\\-17.28^2\end{matrix}} \quad + \quad \frac{28.23^2}{2}$$

$$(7) \quad 23^3+\frac{28^3}{4}+\frac{28}{4}(28^2-\Delta^2)+\boxed{\begin{matrix}17.28.23\\-17.23^2\end{matrix}}$$

$$(2)\ ^{*)} \quad \frac{28}{4}(28^2-\Delta^2)+\boxed{\begin{matrix}17.28^2\\-17.28.23\end{matrix}} \quad - \quad \frac{28.23^2}{2}$$

Und die Mutter [an (6) sich schließend]
Mutter: $(\Sigma+28)(23^2+\Delta^2)-17(28^2+28.23)$

Diese Übersicht zeigt die Homologien und die Prinzipien des Baues, denke ich, auf das deutlichste.

Die Erörterung der Lebensalter schließen wir hiermit.

IX.

Vom Zusammenhang der Generationen.

In der Einführung (vgl. S. 7) haben wir eines Beispieles Erwähnung getan, wo sich um den Todestag einer Frau Barbara Hellmann symmetrisch die Geburtstage zweier Enkel gruppierten. Der eine Enkel war um ebenso viel

*) In der zweiten Dimension ausgedrückt wäre (2):

$$21.23-7.28=\frac{28.23}{4}+\frac{28}{4}(23-\Delta)$$

$(28^2 + 28 \,.\, 23)$ Tage vor dem Todestage der Großmutter geboren als das andere Zwillingsenkelpaar nach demselben. Und dabei gehörten diese Enkelsprossen zwei verschiedenen Töchtern jener Stammutter an und hatten Väter, die in keiner blutsverwandtschaftlichen Beziehung untereinander oder zu ihren Gattinnen standen. Aber noch mehr. Nicht nur die Enkel zeigten sich als abhängig vom Todestage ihrer Großmutter, sondern auch ein Urenkel bekundete durch seinen Geburtsabstand von $7\,(28^2 + 28 \,.\, 23)$ Tagen nach jenem Todestage, daß sein Inslebentreten mit dem Tode seiner Urgroßmutter mütterlicherseits in Beziehung sein müsse. Dieser Urenkel ist mein erstgeborener Sohn R o b e r t. Das Schema, das diese Tatsachen darstellen sollte, lautete:

Malvine v. G.
geb. 18. Sept. 64
Enkelin

$1428 = \mathbf{28^2 + 23 \,.\, 28}$

Barbara H.
† 16. Aug. 68

$1429 = \mathbf{28^2 + 23 \,.\, 28 + 1}$

Zwillinge B.
geb. 15. 7. 72
Enkelinnen

$9996 =$
$\mathbf{7\,(28^2 + 23.28)}$

Robert Fließ
geb. 29. 12. 95
Urenkel

Meine Gattin ist Ida Bondy, die Schwester jener Zwillinge. Ihr Geburtstag (29. April 1869) steht in folgender Beziehung zum Todestage ihrer Großmutter und zum Geburtstage ihrer Schwestern:

Barbara Hellmann † 16. Aug. 1868

$28^2 - 23^2 + 1$

Ida Bondy geb. 29. April 1869

$23^2 + 28 . 23$

Zwillinge Bondy geb. 15. Juli 1872

Schon diese erste Übersicht beweist, daß ein zeitlicher Zusammenhang in den Lebensvorgängen der Generationen bestehen muß.

Ich bin in der Lage, den Bericht über die Urenkel von Frau Hellmann noch etwas zu vervollständigen und die Beweiskraft jener Abhängigkeit dadurch zu erhöhen.

48. Beispiel. 48.

Mein drittes Kind, Conrad (geb. 29. Dezember 1899), wurde

$17 . 23^2 + 16 . 28 . 23 - 10 . 28^2$ d. h.

$17 . 23^2 + 34 . 28 . 23 - 23 . 28^2 - 2 . 28\, \Delta^2$ oder

$$28\,(23^2 - 2\,\Delta^2) + \boxed{\begin{array}{c} 17 . 23^2 \\ -17 . 28 . 23 \end{array}}$$

also 1 E^3 nach dem Tode seiner Urgroßmutter geboren, und zwar setzten die Geburtswehen zur selben Tagesstunde (1 Uhr 50 Min. mittags) ein, in der Frau Barbara Hellmann starb. Und das später $38 . 28 = 3 . 28^2 - 2 . 23 . 28$ Tage geborene tote Mädchen (28. November 1902) ist also

$$17 . 23^2 + 14 . 28 . 23 - 7 . 28^2$$

von jenem Todestage erschienen.

Dieser Abstand wird noch sein besonderes Licht dadurch empfangen, daß ein anderer Urenkel, der Sohn einer bisher noch nicht erwähnten Enkelin — immer aus dem mütterlichen Stamme — Frau Prof. Singer in

Wien (geborenen v. Goldberger, die selbst eine Tochter von Frau Hellmann war), Hugo Singer (geb. 8. November 1885) um

$$7\,(28^2 + 28 \,.\, 23) - 7 \,.\, 23^2$$

vom Todestage entfernt geboren wurde.

Barbara Hellmann †

α $\left\{ \mathbf{7\,(28^2 + 28 \,.\, 23) - 7 \,.\, 23^2} \right.$

Urenkel Hugo Singer geboren

β $\left\{ \mathbf{7 \,.\, 23^2} \right.$

Urenkel Robert Fließ geboren

Und ferner

Barbara Hellmann †

γ $\left\{ \mathbf{7\,(28 \,.\, 23 + 23 \,.\, 28) - 7 \,.\, 28^2 + 17 \,.\, 23^2} \right.$

Urenkel totes Mädchen Fließ geboren

Es ist $\alpha + 17 \,.\, 23^2 \mid=\mid \gamma$

$$\alpha + \beta + 10 \,.\, 23^2 \mid=\mid \gamma$$

Von den oben erwähnten Zwillingen Bondy, den Schwestern meiner Gattin, hat die eine, Frau Melanie Rie in Wien, Kinder. Ihr ältester Sohn, Norbert Rie, geb. 30. Oktober 1897, erschien

$$10667 = 19 \,.\, 23^2 + 9 \,.\, 28^2 - 10 \,.\, 28 \,.\, 23 \text{ Tage}$$

nach dem Tode seiner Urgroßmutter.

Man sieht, daß das eine Einheit dritter Ordnung (1 E^3) ist

$$\begin{aligned} & 19 \,.\, 23^2 + 9 \,.\, 28^2 - 10 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ = {} & (42 - 23)\, 23^2 + (23 - 14)\, 28^2 - 10 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ = {} & 28 \,.\, 23^2 + \boxed{\begin{matrix} \dfrac{28 \,.\, 23^2}{2} \\ -\dfrac{28^3}{2} \end{matrix}} - 23\,\Delta^2. \end{aligned}$$

Da der Todestag der Urgroßmutter und der Geburtstag des Urenkels Zusammenhang haben, so ist es eigentlich selbstverständlich, daß auch der Todestag der Mutter und der Geburtstag ihres Kindes in biologischem Abstand sich befinden.

49. Beispiel. **49.**

Die Mutter meiner Gattin, Frau Pauline Bondy, starb am 3. Mai 1903. Damals war meine Gattin (geb. 29. April 1869) alt:

$$\begin{aligned} 12421 &= 13 \,.\, 23^2 + 12 \,.\, 28^2 - 6 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ &= (17 + 42 - 46)\; 23^2 + (17 - 5)\; 28^2 + (17 - 23)\; 28 \,.\, 23 \\ &= 17\,(23^2 + 28^2 + 28 \,.\, 23) + \frac{1}{2}\, 28 \,.\, 23^2 - 2 \,.\, 23^3 + 23 \,.\, 28^2 - 28^3 \\ &= \mathbf{17\,(23^2 + 28^2 + 28 \,.\, 23) - \Sigma\, \Delta^2 - \left(23^3 + \frac{28 \,.\, 23^2}{2}\right)} = \frac{1}{2}\, E^3 \end{aligned}$$

Ein Alter, dessen Bau indessen sofort noch eine weitere Bestimmung erfahren soll. Es zeigte sich nämlich bei zweien von den Kindern der Sterbenden an demselben Tage eine physische Betonung: bei meiner Gattin der Eintritt der Menses, bei ihrem Bruder, der ihr offenkundig ähnlich sieht und im Gegensatz zu ihren Schwestern demselben Habitus angehört, das Auftreten von heftigen dreimaligen Hämorrhoidalblutungen, die bei ihm sonst recht ungewöhnlich sind. Der über allem Persönlichen stehende Zweck der Erkenntnis hat mich die natürliche Scheu überwinden lassen, hier diese Daten intimeren Charakters aus meiner eigenen Familie zu geben, an der ich genauere Beobachtungen habe anstellen können als anderswo.

Ich denke:

„Die heiligen Gesetze werden sichtbar.
Das Kampfgeschrei verstummt. Der Tag ist richtbar.“

Der Bruder meiner Gattin, Oscar Bondy (geboren 19. Oktober 1870), war am 3. Mai alt:

$$\begin{aligned} 11883 &= 15 \,.\, 23^2 + 19 \,.\, 28^2 - 17 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ &= (46 - 14 - 17)\; 23^2 + (42 - 23)\; 28^2 - 17 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ &= 2 \,.\, 23^3 - \frac{28 \,.\, 23^2}{2} + \frac{3}{2}\, 28^3 - 23 \,.\, 28^2 - 17\,(23^2 + 28 \,.\, 23) \\ &= \mathbf{23^3 + \frac{28 \,.\, 23^2}{2} + \frac{28^3}{2} + \Sigma\, \Delta^2 - 17\,(23^2 + 28 \,.\, 23)} = \frac{2}{3}\, E^3 \end{aligned}$$

Addiert man die beiden Alter von Bruder und Schwester, die an demselben Tage — dem Todestage ihrer Mutter — typische Blutungen bekamen, so erhält man:

$$\begin{aligned} &\text{Ida:} && 13 \,.\, 23^2 + 12 \,.\, 28^2 - 6 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ &\text{Oscar:} && 15 \,.\, 23^2 + 19 \,.\, 28^2 - 17 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ \hline &S^a && = 28 \,.\, 23^2 + 31 \,.\, 28^2 - 23 \,.\, 28 \,.\, 23 = 31 \,.\, 28^2 \\ & && = \mathbf{17 \,.\, 28^2 + 14 \,.\, 28^2} \end{aligned}$$

Oder wenn wir die entwickelten Werte nehmen:

$$\begin{array}{lll}
\text{Ida:} & 17\,(23^2 + 28^2 + 28\,.\,23) - \Sigma\,\Delta^2 - \left(23^3 + \frac{28\,.\,23^2}{2}\right) & \\
\text{Oscar:} & -17\,(23^2 \qquad + 28\,.\,23) + \Sigma\,\Delta^2 + \left(23^3 + \frac{28\,.\,23^2}{2} + \frac{28^3}{2}\right) & \\
\hline
S_a & 17\,.\,28^2 \qquad\qquad\qquad\qquad + \frac{28^3}{2} &
\end{array}$$

Wir werden hier sofort an das auf S. 148 ff. behandelte Beispiel 39 erinnert, wo der Vater meiner Gattin, in dessen Familie die eben genannten beiden Geschwister hineinsehen, Philipp Bondy, einen Anfall von Facialislähmung bekam und später dessen Schwester den gleichen Anfall. Das Alter beider ergab als Summe:

$$\mathbf{3\,.\,28\,.\,23^2}$$

Schon damals hatten wir auf einen zeitlichen Zusammenhang in den biologischen Vorgängen bei Geschwistern schließen müssen, der nur aus ihrer Beziehung zur elterlichen Substanz herrühren könne. Hier, in dem Beispiel von Ida und Oscar, sehen wir ebenfalls eine einfache Summe ihrer Anfallsalter:

$$31\,.\,28^2 = \mathbf{(17 + 14)}\;28^2$$

Nur daß hier der Anfall bei beiden Geschwistern an demselben Tage erfolgt, dem Tage, an dem das mütterliche Herz zuletzt geschlagen hat.

Das Lebensalter meiner Schwiegermutter:*)

$$\left.\begin{array}{ll}\text{1. Dezember} & 1839 \\ \text{3. Mai} & 1903\end{array}\right\}\; 23163 = 7\,.\,23^2 + 28^2 + 29\,.\,28\,.\,23$$

Es betrug ferner die Summe des Alters der Mutter und ihrer Tochter Ida am 3. Mai 1903:

$$\begin{array}{lrrr}
\text{Mutter:} & 7\,.\,23^2 + & 1\,.\,28^2 + & 29\,.\,28\,.\,23 \\
\text{Ida:} & 13\,.\,23^2 + & 12\,.\,28^2 - & 6\,.\,28\,.\,23 \\
\hline
 & 20\,.\,23^2 + & 13\,.\,28^2 + & 23\,.\,28\,.\,23
\end{array}$$

$$\begin{aligned}
&= \qquad\quad 48\,.\,23^2 + \qquad\qquad\quad 13\,.\,28^2 \\
&= (51 + 14 - 17)\,23^2 + (17 + 42 - 46)\,28^2
\end{aligned}$$

---

*) Das Typische erhellt durch Vergleichung:

$$\begin{array}{rl}
\text{Bismarck:} & 23\,.\,28^2 + \left(28 - \frac{28}{2}\right) 28^2 + 28^2 + 23\,.\,28 \\
\text{Frau Bondy:} & 23\,.\,28^2 + \left(28 - \frac{3}{4}\,28\right) 23^2 + 28^2 + 23\,.\,28 \\
\text{Karoline von Humboldt:} & 23\,.\,28^2 + \left(23 - \frac{28}{2}\right) 28^2 + 23^2 + 28\,.\,23
\end{array}$$

(Seite 192)

$$= \boxed{\begin{array}{r}17 \cdot 28^2 \\ -17 \cdot 23^2\end{array}} + 23^3 + \frac{3}{2} 28 \cdot 23^2 + \frac{3}{2} 28^3 - 2 \cdot 23 \cdot 28^2$$

$$= \boxed{\begin{array}{r}\mathbf{17 \cdot 28^2} \\ \mathbf{-17 \cdot 23^2}\end{array}} + \mathbf{23^3} + \frac{\mathbf{28 \cdot 23^2 + 28^3}}{\mathbf{2}} + \mathbf{28\,\Delta^2} = \mathfrak{S}_1$$

Und die Summe des Alters von Mutter und Sohn Oscar am 3. Mai 1903:

$$\begin{array}{rl} \text{Mutter:} & 7 \cdot 23^2 + 1 \cdot 28^2 + 29 \cdot 28 \cdot 23 \\ \text{Oscar:} & 15 \cdot 23^2 + 19 \cdot 28^2 - 17 \cdot 28 \cdot 23 \\ \hline & 22 \cdot 23^2 + 20 \cdot 28^2 + 12 \cdot 28 \cdot 23 \end{array}$$

$$= (17 + 5)\, 23^2 + (23 + 14 - 17)\, 28^2 + (17 - 5)\, 28 \cdot 23$$

$$= \boxed{\begin{array}{r}17 \cdot 23^2 \\ -17 \cdot 28^2\end{array}} + 17 \cdot 28 \cdot 23 + \quad 28 \cdot 23^2 - 23^3 + 23 \cdot 28^2 + \frac{28^3}{2} +$$

$$+ 28 \cdot 23^2 - 23 \cdot 28^2$$

$$= \boxed{\begin{array}{r}17 \cdot 23^2 \\ -17 \cdot 28^2\end{array}} + 17 \cdot 28 \cdot 23 + 2 \cdot 28 \cdot 23^2 - 23^3 + \frac{28^3}{2}$$

$$= \boxed{\begin{array}{r}\mathbf{17 \cdot 23^2} \\ \mathbf{-17 \cdot 28^2}\end{array}} + \mathbf{17 \cdot 28 \cdot 23} + \quad \mathbf{23 \cdot 28^2} \qquad + \frac{\mathbf{28^3}}{\mathbf{2}} - \mathbf{23\,\Delta^2} = \mathfrak{S}_2$$

Daß $\mathfrak{S}_1$ und $\mathfrak{S}_2$ nicht zufällige Werte sind, zeigt wieder die Vereinfachung ihrer Summe:

$$\mathfrak{S}_1 + \mathfrak{S}_2 = 23^3 + 28^3 + 23 \cdot 28^2 + \frac{28 \cdot 23^2}{2} + 17 \cdot 28 \cdot 23 + \Delta^3$$

$$= \Sigma\, (\mathbf{23^2 + 28^2}) \qquad - \frac{\mathbf{28 \cdot 23^2}}{\mathbf{2}} + \mathbf{17 \cdot 28 \cdot 23} + \Delta^2$$

Diese Summe aber besteht aus Lebensaltern von Mutter und zwei Kindern und beweist abermals den Zusammenhang der Generationen.

Bei den anderen beiden Töchtern (Zwillinge), deren Alter genau um

$$23^2 + 28 \cdot 23$$

geringer ist als das von Ida (geboren 15. Juli 1872), trat die Periode einen Tag früher, beziehungsweise einen Tag später ein. *)

Bei Marie am 2. Mai 1903 (5—6 Uhr abends)

Bei Melanie am 4. Mai 1903 abends. **)

Vielleicht darf man Maries Periode, die nur zwölf Stunden vor dem Tode der Mutter erschien, noch als gleichzeitig ansehen. Melanies Abweichung ($1\frac{1}{2}$ Tage) ist hierfür zu groß.

*) Frau Bondy starb am 3. Mai gegen 7 Uhr morgens. Tochter Ida bemerkte die periodische Blutung gegen Mittag desselben Tages.

**) Am 3. Mai, dem Sterbetag selbst, hatte Frau Melanie eine plötzlich aufgetretene schmerzhafte Schwellung am rechten oberen Augenlid, wie ich sie öfters als Vorboten der Periode gesehen habe.

Melanie und Marie waren jede am Todestage alt:

$$
\begin{aligned}
&12\,(28^2 + 23^2) - 7\,.\,28\,.\,23 \\
&= (17 - 5)(28^2 + 23^2) - (17 - 10)\,28\,.\,23 \\
&= 17\,.\,28^2 + \boxed{\begin{array}{c} 17\,.\,23^2 \\ -17\,.\,28\,.\,23 \end{array}} + \boxed{\begin{array}{c} 10\,.\,28\,.\,23 \\ -5\,.\,28^2 - 5\,.\,23^2 \end{array}} \\
&= 17\,.\,28^2 + \boxed{\begin{array}{c} 17\,.\,23^2 \\ -17\,.\,28\,.\,23 \end{array}} - \Delta^3
\end{aligned}
$$

Zur Zeit ihrer Menses betrug das Alter von: Melanie 11249 Tage. Addieren wir dies Alter in Analogie mit unserem früheren Verfahren zu dem Lebensalter der Mutter, so erhalten wir:

Melanie am 4. Mai 1903 $= 11249 = -7\,.\,23^2 + 24\,.\,28^2 - 6\,.\,28\,.\,23$

Mutter am 3. Mai 1903 $= 23163 = +7\,.\,23^2 + 1\,.\,28^2 + 29\,.\,28\,.\,23$

$$
\begin{aligned}
\text{Summe } \mathfrak{S}_3 &= 25\,.\,28^2 + 23\,.\,28\,.\,23 \\
&= (42 - 17)\,28^2 + 28\,.\,23^2 \\
\mathfrak{S}_3 &= \frac{3}{2}\,28^3 + 28\,.\,23^2 - 17\,.\,28^2
\end{aligned}
$$

Man vergleiche

$$
\mathfrak{S}_1 + \mathfrak{S}_2 = \Sigma\,(23^2 + 28^2) - \left(\frac{28\,.\,23^2}{2} - 17\,.\,28\,.\,23\right) + \Delta^3
$$

$$
\mathfrak{S}_3 = 28(23^2 + 28^2) + \left(\frac{28^3}{2} - 17\,.\,28^2\right)
$$

Ich will hier die Summenuntersuchung nicht weiterführen. Denn was in erster Linie gezeigt werden sollte, war, daß der Tod der Mutter auch bei den Kindern eine körperliche Veränderung bedingt.

Von den Enkeln kann ich berichten, daß Melanies Tochter Margarete ganz auffällig blaß an jenem 3. Mai war, und von meinem sonst recht lebhaften Sohne Robert ist mir durch zwei verschiedene Beobachter *ungefragt* erzählt worden, daß er am 3. Mai mittags in außergewöhnlicher Weise apathisch gewesen wäre.*) Ich hege keinen Zweifel, daß auch diese Zeichen bei den Enkeln derselben Erschütterung angehören, die am 3. Mai durch die lebendige Substanz der Familie ging.

Ein günstiger Zufall aber hat mir noch das Datum des 2. Mai 1883 erhalten, an dem Ida mit dem Erscheinen der ersten Menses in die Pubertät trat. Der 2. Mai 1883 ist vom 3. Mai 1903 *genau 20 Jahre* entfernt.**) Wir beobachten also hier zum erstenmale mit aller Genauigkeit den *Jahresrhythmus*, dessen fundamentale Bedeutung wir noch später ergründen werden.***)

---

*) Ich war damals in Wien. Und in Berlin, wo Robert weilte, war die Trauerkunde noch ganz unbekannt.

**) Die Verschiebung auf den 3. Mai ist nur kalendermäßig, weil 1900 kein Kalender schaltjahr war.

***) Vgl. Kapitel XI.

Außerdem ist dieser Termin der ersten Menses mit einer anderen „großen Menstruation" verbunden, bei deren Eintritt mein Sohn Robert das Licht der Welt erblickte.

$$\left.\begin{array}{ll}\text{2. Mai 1883} & \text{Ida erste Menses}\\ \text{29. Dezember 1895} & \text{Robert geboren}\end{array}\right\} 4624$$

$$= 8 . 23^2 + \frac{28^2}{2}$$

Zur Scheidestunde ihrer Mutter und zur Geburtsstunde ihres ersten Kindes gehen von diesem Knotenpunkt im Dasein einer Frau die periodischen Wellen des Lebens.

Ich habe noch Kenntnis von einem anderen Todesfall einer Mutter und dem Verhalten wenigstens einer ihrer beiden Töchter.

50. Beispiel. **50.**

Frau Dr. L. (8. Mai 1845 geboren) starb im Schlaganfall am 19. September 1902.

Sie wurde also $20952 = 16 . 23^2 + 11 . 28^2 + 6 . 28 . 23$ Tage alt, oder:

$$3 . 28 . 23^2 + \boxed{\begin{array}{c}28^3\\ -23^3\end{array}} - 17\,(23^2 + 28^2 + 28 . 23)$$

$$= \mathbf{3 . 23 . 28^2 + \Delta^3 - 17\,(23^2 + 28^2 + 28 . 23)}$$

Ihre jüngere Tochter Frau S. M.*) (21. März 1876 geboren) bekam zur selben Stunde (nachmittag 6 Uhr), und zwar b e v o r sie den Tod der Mutter erfuhr, ihre Menses.

Sie war damals (19. September 1902) alt:

$$9677 = 13 . 23^2 + 20 . 28^2 - 20 . 28 . 23$$

Mutter und Tochter zusammen hatten am 19. September 1902 das Alter:

$$\begin{array}{ll}\text{Mutter:} & 16 . 23^2 + 11 . 28^2 + 6 . 28 . 23\\ \text{Tochter:} & 13 . 23^2 + 20 . 28^2 - 20 . 28 . 23\\ \hline S_a & 29 . 23^2 + 31 . 28^2 - 14 . 28 . 23\end{array}$$

$$= (46 - 17)\, 23^2 + (17 + 14)\, 28^2 - 14 . 28 . 23$$

$$= \mathbf{2 . 23^3 + \boxed{\begin{array}{c}17 . 28^2 + \dfrac{28^3}{2}\\ -17 . 23^2 - \dfrac{23 . 28^2}{2}\end{array}}}$$

*) Von der älteren Tochter, die auswärts lebt, habe ich nur erfahren, daß ihre Menses am Todestage eben aufgehört hätten. Das Datum des Eintritts weiß ich nicht.

Auch bei diesem Beispiel will ich mich nicht mehr mit der Deutung der Summenphänomene befassen, denen die zukünftige Forschung eine weit ausgreifendere Behandlung wird zu teil werden lassen müssen, als ich sie hier zu geben vermag. Wohl aber möchte ich das Tatsächliche des Zusammenhanges zwischen Mutter und Kind noch ein wenig skizzieren.

Frau L. bekam am 6. September 1902 nachmittags (13 Tage vor ihrem Tode) eine Hirnembolie. Die Tochter Frau S. M. hatte Migräne.

Aber weiter: Der erste Anfall von Angina pectoris, der die letzte Lebensetappe von Frau L. einleitete, kam etwa fünf Vierteljahre vor ihrem Tode am 22. Juni 1901 abends. Damals waren zur gleichen Stunde bei der Tochter Frau S. M. die Menses erschienen. Am 4. Oktober 1903 abends, also

$$834 = 28^2 + 2\,\Delta^2$$

später, begann auch abends bei der Tochter Frau S. M. eine Uterusblutung, die zum Abort führte.

Der zweite Anfall von Angina pectoris war von besonderer Stärke: am 26. Juni 1901, ebenfalls etwa 6 Uhr nachmittags.

Die Tochter hatte zur selben Stunde einen Ohnmachtsanfall und darnach einen Nesselausschlag. Der dritte Anfall von Angina pectoris kam am Abend des 29. Juli 1901. An jenem Abend hatte die Tochter abermals eine Migräne mit Erbrechen.

Also an allen fünf Anfällen der Mutter (drei von Angina pectoris, einem embolischen und dem terminalen Schlaganfall) war die Tochter, Frau S. M., insofern mitbeteiligt, als zur selben Zeit — bis auf die Stunde genau — markante Störungen ihres Befindens eintraten.

Die fünf Anfälle habe ich nicht etwa ausgesucht, sondern es sind die einzigen, von denen ich Genaues weiß. Vier davon habe ich selbst beobachtet. Nur von dem Anfall des 29. Juli 1901, der die Kranke auswärts traf, habe ich schriftliche Kunde erhalten.

Der schwerste Angina pectoris-Anfall vom 26. Juni 1901 war bei der Tochter neben der Ohnmacht noch durch einen Nesselausschlag betont.

In ganz analoger Weise war während des schwersten embolischen Anfalls von Frau Nathorf (erwähnt auf S. 152, Beisp. 42c) bei ihrer Tochter, der Gattin meines Freundes Dr. Levy, ebenfalls u. zw. auch zur gleichen Tageszeit, Nesselausschlag und sehr starke Migräne aufgetreten.

Nun fällt mir auf, daß an jenem Tage, 3. Mai 1903, Frau Nathorf alt war:

$$\mathbf{23^3 + 2\,.\,28^2} + 10\,.\,28\,.\,23$$

Ihre Tochter, Frau Dr. Levy (12. Juli 1867 geb.)

$$(13078) = \mathbf{23^3 + 2\,.\,28^2} - 3\,.\,28\;23 + \Sigma\,\Delta^2$$

Und Frau S. M. war bei dem ebenfalls durch Nesselausschlag betonten 26. Juni 1901 alt

$$(9227) = \mathbf{23^3 + 2 \,.\, 28^2} - 7 \,.\, 28 \,.\, 23$$

Hält man hierzu die auf S. 152 gegebenen Lebensalter:

$$\text{Ecke } \mathbf{23^2 + 2 \,.\, 28^2} + 14 \,.\, 28 \,.\, 23$$
$$\text{Wiederhofer } \mathbf{23^3 + 2 \,.\, 28^2} + 18 \,.\, 28 \,.\, 23$$

so erkennt man, daß in den $23^3 + 2 \,.\, 28^2$ ein biologischer Kern stecken muß, (etwa wie der Benzolkern), an den die Glieder mit $28 \,.\, 23$ verschiedenartig angelagert sind.

Für den Zufall ist hier kein Raum. Will man aber noch mehr Indizien für eine Gesetzmäßigkeit, so mag man sich die Alter von Frau L. bei Embolie und Tod ansehen, und ebenso die entsprechenden Alter bei Frau Nathorf.

$$\text{Frau L. bei Embolie } 11 \,.\, \mathbf{23^2} + 16 \,.\, \mathbf{28^2} + 4 \,.\, 28 \,.\, 23$$
$$\text{„ Tod*) } 11 \,.\, \mathbf{28^2} + 16 \,.\, \mathbf{23^2} + 6 \,.\, 28 \,.\, 23$$

Hier ist 23^2 und 28^2 vertauscht. Die Koeffizienten sind dieselben geblieben. Die Summe

$$\mathfrak{S} = 27\,(23^2 + 28^2) + 10 \,.\, 28 \,.\, 23$$

beträgt, da $27 = 3 \,.\, 23 - \frac{3}{2}\, 28$ ist, d r e i Einheiten, wie in den Fällen Egli und Ecke (Beisp. 33 und 34).

Nämlich

$$\mathfrak{S} = 2 \,.\, 23^3 + 23 \,.\, 28^2 - \frac{28}{2}\,\Delta^2 - \Delta^3$$

$$= 2 \,.\, 23^3 + \frac{23 \,.\, 28^2}{2} + \frac{28}{2}\,(28 \,.\, 23 - \Delta^2) - \Delta^3.$$

Und bei Frau Nathorf:

$$\text{Embolie } 23^3 + 2 \,.\, 28^2 + 10 \,.\, 28 \,.\, 23$$
$$\text{Tod**) } 21 \,.\, 23^2 + 5 \,.\, 28^2 + 8 \,.\, 28 \,.\, 23$$

Vertauschte man auch hier die Koeffizienten von 28^2 und 23^2 bei Tod, so hieße die Summe

$$28 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2 + 18 \,.\, 28 \,.\, 23 = \mathbf{3 \,.\, 28 \,.\, 23^2}$$

*) Die Differenz der beiden Alter beträgt
$5 \,.\, 23^2 - 5 \,.\, 28^2 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23 = 2 \,.\, 28 \,.\, 23 - \Sigma\,\Delta^2 = 13$ Tage.

**) Die Differenz beider Alter beträgt
$3 \,.\, 28^2 - 2\,(23^2 + 28 \,.\, 23) = 6$ Tage.

Ohne Vertauschung heißt

$$\mathfrak{S} = 44 \cdot 23^2 + 7 \cdot 28^2 + 18 \cdot 28 \cdot 23$$

$$= \Sigma\, 23^2 + 23\,(23^2 - \Delta^2) + \boxed{\begin{matrix} 7 \cdot 28^2 \\ -7 \cdot 23^2 \end{matrix}} = 3\, E^3.$$

Das ist wohl beredt.

* * *

Ich greife aus meinen Notizen auf gut Glück noch ein paar Fälle heraus, die mir wegen des großen Eindrucks, den sie seinerzeit mir gemacht haben, im Gedächtnis geblieben sind, und die auch einfache zeitliche Beziehungen aufweisen.

51. 51. Beispiel.

Frl. Margarete B., eine ganz besonders gesunde und leistungsfähige Persönlichkeit (25. Oktober 1864 geb.) hat am 3. September 1899 „ganz unmotiviert" fürchterliche Kopfschmerzen und ist hinfällig. Ihre alte Mutter (26. November 1825 geb.) ist am selben Tage so elend, daß ernste Befürchtungen aufkommen.

Hier fügen sich Mutter und Tochter zu einer besonders einfachen Summe zusammen.

Es waren nämlich alt am 3. September 1899

$$\begin{array}{lrl} \text{Tochter:} & 12731 = & 3 \cdot 23^2 + 6 \cdot 28^2 + 10 \cdot 28 \cdot 23 \\ \text{Mutter:} & 26944 = & 16 \cdot 23^2 + 17 \cdot 28^2 + 8 \cdot 28 \cdot 23 \\ \hline & & 19 \cdot 23^2 + 23 \cdot 28^2 + 18 \cdot 28 \cdot 23 \\ & & = 19 \cdot 23^2 + 2 \cdot 28 \cdot 23^2 = \mathbf{75 \cdot 23^2} \\ & & = \frac{7}{2}\, 28 \cdot 23^2 - 23^3 \end{array}$$

oder

$$4 \cdot 23^3 - 17 \cdot 23^2 \text{*)}$$

* * *

52. 52. Beispiel.

Franz Haizmann, 2. März 1875 geboren, bekommt am Nachmittag 28. Januar 1900 den ersten Anfall von Bluthusten. Am selben Nachmittag hat seine Mutter, 12. April 1852 geboren, ein plötzliches Nasenbluten. Die Mutter war am 28. Januar 1900 alt

$$17457 = \mathbf{33 \cdot 23^2} = \mathbf{23 \cdot 28^2 - 23\, \Delta^2}$$

*) Bei Ecke betrug die Summe der Lebensalter von Embolie und Tod

$$86 \cdot 23^2 = 3 \cdot 23^3 + 17 \cdot 23^2$$

Franz war alt: 9098 =

$$= 18 . 28^2 - 18 . 23^2 + 7 . 28 . 23$$
$$= 17 . 28 . 23 - (\Sigma + 23)\,\Delta^2$$

Also die **Mutter**: $\mathbf{23 . 28^2 - 23\,\Delta^2}$

der **Sohn**: $\mathbf{17 . 28 . 23 - 23\,\Delta^2 - \Sigma\,\Delta^2}$

Das einfache Alter der Mutter am Anfallstage (33 . 23²) erinnert mich an einen auffälligen Tag aus meiner eigenen Familie.

53. Beispiel. **53.**

Am 17. April 1898 hatte meine Gattin, die in der zweiten Schwangerschaft (Tochter Pauline) ganz außergewöhnlich an erschöpfendem Erbrechen litt, den ersten guten Tag. Meine Schwiegermutter Frau Pauline Bondy, die bei mir weilte, wurde an diesem Tage von einer Flimmermigräne befallen, unser damals einziger Sohn überraschte uns mit einen neuen Backenzahn (im rechten Unterkiefer) — 29. Dezember 1895 geboren, also alt 840 = 30 . 28 Tage — und meine Frau spürte am Abend jenes Tages die erste Kindesbewegung. Ihr eigenes Alter (29. April 1869 geb.) betrug 10580 = **20 . 23²** Tage.

Den Zusammenhang der Generationen zeigt auch folgende Tatsache.

Am 24. März 1899 traten am Nachmittag bei meiner Gattin die Menses ein: als letzte Regel vor ihrer dritten Schwangerschaft. Am Abend desselben Tages begannen die Geburtswehen bei ihrer Schwester Frau Dr. Rie in Wien.

Ich gebe jetzt, um den Zusammenhang der Erscheinungen bei zwei Brüdern zu illustrieren,*) folgende Notiz aus meinem Buche über eine halbjährige Beobachtung:

54. Beispiel. **54.**

Claus Eichstaedt (5. Mai 1889 geboren)
Hans Eichstaedt (3. Oktober 1892 geboren)

A.		25. Oktober	1897	Claus eintägiger Hustenanfall
	56	20. Dezember	1897	Claus Masernausbruch
	28	17. Januar	1898	Claus und Hans sehr aufgeregt
	28 + 17	3. März	1898	Claus plötzlich linkseitiger Leistenbruch
	28	31. März	1898	Claus Urticariausschlag am rechten Oberschenkel.

*) Vgl. auch Beispiele 30, 31, 32.

B.

	20. Dezember	1897	Claus	Masernausbruch
17				
	6. Januar	1898	Hans	Masernausbruch
56				
	3. März	1898	Claus	Leistenbruch
28				
	31. März	1898	Claus	Ausschlag
23				
	23. April	1898	Hans	Ausschlag.

Bei dem Masernausbruch waren alt

$$\text{Claus } 3151 = 137 \,.\, 23 = 4 \,.\, 23^2 + 17 \,.\, 23 + 23 \,.\, 28$$
$$\text{Hans } 1921 = 75 \,.\, 23 + 7 \,.\, 28 = 4 \,.\, 23^2 - 17 \,.\, 23 + 7 \,.\, 28$$

Ich bemerke, daß diese Tage die einzigen sind, von denen ich damals Kenntnis bekommen habe.

55.

55. Beispiel.

Auf S. 99 ist ein Fall erwähnt, wo ein Knabe Albert Siber (1. August 1896 geboren) am 13. Oktober 1903 vom Scharlach befallen wurde; am selben Tage bekam die Mutter ihre Menses. Der Knabe gesundete bald, fühlte sich wohl, bis plötzlich $27\frac{1}{2}$ Tage später am 9. November, mittags $1\frac{1}{2}$ Uhr, ein sehr starkes Erbrechen die Eltern erschreckte. Doch nach mehrstündigem Schlaf erwachte der Knabe wieder gesund (Migraene-Aequivalent). An eben diesem Tage, $2\frac{3}{4}$ Uhr mittags, begann die Mutter abermals zu menstruieren. Am 3. Dezember, also $51 = 28 + 23$ Tage nach dem 13. Oktober, stellte sich bei Albert und seinem jüngeren Bruder Otto (1. Oktober 1898 geboren) linkseitiges Nasenbluten ein; am 1. Januar hat Otto einen schlechten Tag; am 5. Januar 1904 (also 3×28 Tage nach dem 13. Oktober) blutet Albert aus der rechten Nasenhälfte, weitere 28 Tage später, am 2. Februar, aus der linken Nasenhälfte, an demselben Tage blutet Otto aus der rechten. Am 28. Februar 1904 (also $138 = 6 \times 23$ Tage vom 13. Oktober 1903) bekommt die Mutter ihre Menses. Weitere 9 Tage $\left(23 - \frac{28}{2}\right)$ später, am 8. März, haben Albert und die Mutter zur gleichen Stunde Nasenbluten; 23 Tage darauf (31. März) Albert starkes linkseitiges Nasenbluten, 5 Tage (28—23) früher Mutter Menses (26. März). Am 23. April Mutter Menses, Albert Nasenbluten links, Otto Enuresis und 5 Tage später (28. April) Albert linkseitiges Nasenbluten (29. April Otto desgl.).

Nach diesen Mitteilungen wird der Einwand, das Zusammentreffen vom Scharlach des Sohnes und den Menses der Mutter (31. Oktober 1903) sei ein bloßer Zufall gewesen, nicht aufrecht erhalten werden können. Mir steht aber von dem jüngeren Sohne Otto noch das Datum des ersten Zahnes und von der Mutter das der letzten Regel (mit der die Schwangerschaft bei Otto begann) zur Verfügung.

$$\left.\begin{array}{l}\text{Letzte Regel 13. Januar 1898}\\ \text{Erster Zahn 7. Juni 1899}\end{array}\right\} 510 = 10\,(28 + 23)$$

$$= 2\,(28^2 - 23^2) = 2\,\Sigma\,\Delta.$$

Das beweist doch gewiß den Zusammenhang von Mutter und Kind! Wir geben im folgenden die obigen Daten übersichtlich geordnet.

Mutter			Sohn Albert	Sohn Otto
13. Oktober	1903	Menses	Scharlachbeginn	
14. Oktober	1903			Scharlachbeginn vgl. S. 99
9. November	1903	Menses	starkes Erbrechen	
3. Dezember	1903		links. Nasenbluten	links. Nasenbluten
7. Dezember	1903	Menses		
1. Januar	1904			schläft außerordentlich lange, appetitlos
4. Januar	1904	Menses		
5. Januar	1904		rechts. Nasenbluten	
1. Februar	1904	Menses		
2. Februar	1904		links. Nasenbluten	
28. Februar	1904	Menses		
8. März	1904	Nasenbluten	Nasenbluten	
26. März	1904	Menses		
31. März	1904		links. Nasenbluten	
23. April	1904	Menses	Nasenbluten	Enuresis 23./24. nachts
28. April	1904		links. Nasenbluten	
29. April	1904			Blut aus der rechten Nasenhälfte

Betonte Tage der Mutter:

1903 13. Oktober				
	27			
1903 9. November				
	28			
1903 7. Dezember				
	28	56		
1904 4. Januar				
	28		92 = 4 . 23	
1904 1. Februar				
	27	36		
1904 28. Februar				
	9			
1904 8. März				
	18	46		= 2 . 23
1904 26. März				
	28			
1904 23. April				

Tage von Albert:

	13. Oktober			
		27		
4 . 23 + 28 {	9. November		51 = 28 + 23	
		24		
	3. Dezember			84 = 3 . 28
		33	= 56 — 23	
	5. Januar			
		28		
	2. Februar			
	8. März			
		23		
	31. März			
		23		
	23. April		28	
		5		
	28. April			

Den 13. Oktober und 9. November haben Albert und Mutter gemeinsam. Dann laufen die Tage auseinander und vereinigen sich zum erstenmal am 8. März nach 4 . 23 + 28 Tagen, dann zum zweitenmal am 23. April nach weiteren 2 . 23 Tagen.

Tage von Otto:

1903	14. Oktober		
		50 = 33 + 17	
1903	3. Dezember		79 = 56 + 23
		29 = 46 — 17	
1904	1. Januar		
		113 = 23 + 2 . 28 + 34	
1904	23. April		
		6 = 23 — 17	
1904	29. April		

Otto kommt am 3. Dezember und 23. April mit seinem Bruder, am letzten Tage auch mit seiner Mutter zusammen. Ob nicht noch öfters feinere Zeichen des Mißbefindens bei einzelnen Familiengliedern vorhanden gewesen sind, sei dahingestellt, zumal die Mutter — mit Ausnahme vom 8. März — nur ihre Menses notiert hat. Immerhin sieht man, daß es Knotenpunkte gibt, wo die ganze Substanz von Mutter und Kindern stärker leidet, und daß dazwischen die Kinder eigene betonte Tage haben, unfraglich mit Abständen, die sich in die biologische Periodizität einfügen.

56.

56. Beispiel.

Tabelle über Familie Fließ.

Die folgende Tabelle gibt Rechenschaft über das Befinden meiner Familie vom 1. Januar bis zum 3. Mai 1903, dem Tage, an welchem meine Schwiegermutter starb.

Zu dieser Tabelle, die auf den gegenüberliegenden Seiten 242 und 243 sich befindet, habe ich zu bemerken, daß die Beobachtungen über meine Gattin und meine Kinder von mir selbst — hier in Berlin — gemacht wurden, die Angaben über meine Schwiegermutter und ihre in Wien lebenden Kinder auf brieflichen gelegentlichen Mitteilungen beruhen, die zwar unvollständig, aber doch zuverlässig sind. Vom 29. April bis 7. Mai war ich mit meiner Gattin in Wien. Die Angabe über meinen Sohn Robert am 3. Mai stammt von zwei Seiten (vgl. S. 232). Uber Pauline und Conrad habe ich nichts erfahren.

Ich habe die Tage meines eigenen Mißbefindens vom Januar bis Mai 1903 mit denen meiner Familie verglichen. Kein Tag, außer dem 23. Januar, wo ich Kopfschmerzen hatte, fällt mit den oben mitgeteilten Daten zusammen.

Endlich illustrieren den Zusammenhang von Mutter und Kind noch folgende Daten aus meiner Familie und derjenigen meiner Schwägerin Frau Dr. Rie in Wien (vgl. hierüber Beispiel 22 und 23, Seite 83 und ff).

LR bedeutet die letzte Regel vor der Schwangerschaft bei dem betreffenden Kinde.

56 *a.*

1. Familie Fließ:

LR bei Robert 1. April 1895
Robert läuft 14. Juni 1897 } $805 = 35 . 23$

LR bei Conrad 24. März 1899
Conrad erste Schritte 9. August 1901 } $868 = 31 . 28$

2. Familie Rie:

LR bei Marianne 15. August 1899
Erste Schritte 6. Oktober 1901 } $782 = 34 . 23$

Marianne läuft frei am 8. Oktober 1901
nach $784 = 28^2$ Tagen.

LR bei Margarete 9. Juni 1898
Margarete läuft 14. Juli 1900 } $765 = 15 (28 + 23)$

* * *

1903	Mutter Ida	Sohn Robert
5. Januar	Heftige neuralgische Kopfschmerzen (28 Tage nach Verstärkung des Wochenflusses)	Besonders aufgeregt
11. Januar	Matt	Blinzelt stark
16. Januar	Mittags plötzliche Diarrhöe	
22. Januar	Müde, frostig	Etwas Diarrhöe, weinerlich, Blut aus dem Penis
23. Januar	Erste Menses post partum, 56 Tage p. p. 28./11.	
5. Februar	69 Tage post partum	Robert hustet
13. Februar	Sehr müde, Milchspuren an der linken Brust	Herpes am linken Unterschenkel
20. Februar		Morgens taumlig, 28 Tage post menses d. Mutter
26. Februar	Erste Mensesspur mittags	Sehr müde, Bettruhe mittags
1. März	Sehr müde	Acne an der Nase; aufgeregt
8. März	Beginn eines Schnupfens	
13. März		
18. März	Halsschmerzen u. Heiserkeit abends	
25. März	Müde und grundlos verstimmt	Samenfleck im Bett; sehr zerstreut
30. März	Mensesbeginn	
2. April	Abends 8¾ Uhr Blut aus dem linken Nasenloch	
7. April	Kopfschmerzen abends 10 Uhr beginnend und bis nächsten Vormittag dauernd	
14. April	Hatte sich seit 7. April weniger wohl gefühlt. Heute erster freier Tag	
19. April		
25. April	Blut aus dem linken Nasenloch 6 Uhr nachmittags und krampfartige Bauchschmerzen	
2. Mai		
3. Mai	Mittags Menses	Sehr apathisch

Tochter Pauline	Sohn Conrad	
	Sehr aufgeregt	
Etw. eitrige Conjunctivitis	11./12. nachts Enuresis	
Sehr müde, abends 38·7 Fieb.		
Hustenbeginn	Hustenbeginn	
	Auffallend glatte Haare	
	Morgens plötzlicher Stuhl im Bett	
Nachmittag Magenschmerz	Sehr aufgeregt	
Bauchweh	Sehr blaß	
	8./9. nachts Enuresis	Pauline Bondy, Mutter meiner Gattin, die seit etwa 14 Tagen an Herzdyspnoe litt, hat heute einen auffallend guten Tag, so daß sie sich für gesund hält. Genau 56 Tage später stirbt sie. Am 9. III. beginnt d. Hydrops
	Abds. 12 Uhr Conrad Erbrech.	
Frieselausschlag	Frieseln	Pauline Bondy in Wien hat heute einen besseren Tag
		Bei Norbert Rie in Wien, Sohn der Schwester meiner Gattin, Beginn einer Angina. Pauline Bondy schlechterer Tag
Beginnender Schnupfen		
	Sehr aufgeregt und unwillig. Enuresis	Melanie Rie und Oscar Bondy in Wien, Geschwister meiner Gattin, bekommen Halsentzündung
	18./19. nachts Enuresis	
Kann heute zum erstenmal selbständig einen Purzelbaum machen		Bei Pauline Bondy in Wien Tag großer Herzschwäche, am 26. besser
		Marie, Schwester meiner Gattin, abends Menses. Pauline B. abds. begin. Agonie
?	?	Pauline Bondy stirbt. Oscar Bondy, Brud. meiner Gattin, nachts 2./3. Mai 3mal hämorrh. Blutung. Margarete Rie sehr blaß

Ich bin aber noch auf eine ganz andere Art in der Lage, die Abhängigkeit der Generationen von einander zu zeigen, eine Art, die von den 28 und 23 Tagen abstrahiert.

Hierzu will ich Entbindungsalter untersuchen und wähle wieder meine eigene Familie, weil ich von ihr im Besitz genauer Beobachtungen bin.

57.

57. Beispiel.

*) Mutter Pauline Bondy (Mu) war alt bei der Geburt

von I Ida 10742 Tage
von II Melanie 11915 „

Ida (I) alt bei der Geburt von

1. Robert Fließ 9740 Tage — 14 Stunden**)
2. Pauline Fließ 10724 „ — 8 „

Melanie (II) alt bei der Geburt von

1. Norbert Rie 9238 Tage + 8 Stunden
2. Margarete Rie 9749 „ — $3\frac{1}{2}$ „

Das Entbindungsalter von Ida bei Robert I_1 unterscheidet sich von dem Entbindungsalter Melanie bei Norbert II_1 um 502 Tage — 22 Stunden.

Das Entbindungsalter der Mutter bei Ida Mu_I unterscheidet sich von demjenigen Melanies bei Norbert Rie, also von II_1, um 1504 Tage + (n — 8) Stunden.***)

Es ist aber

$$I_1 - II_1 = 501 \text{ Tage } 2 \text{ Stunden.}$$

Also

$$Mu_I - II_1 = 3\,(I_1 - II_1)$$

---

*) Pauline Bondy geboren 1. Dezember 1839
Ida „ 29. April 1869 10 Uhr abends
Melanie „ 15. Juli 1872 6 Uhr früh.
(Wehenanfänge bei beiden Töchtern um Mitternacht.)

**) Robert Fließ geboren 29. Dezember 1895, früh 8 Uhr. Durch Expression wegen Nabelschnurkompression einige Stunden früher, als es von selbst zu erwarten gewesen wäre.

Die Sterbestunde seiner Urgroßmutter, von der seine Geburt um 7 $(28^2 + 28 . 23)$ Tage absteht, war $1\frac{1}{2}$ Uhr. Also dürfte seine Geburt auch mittags zu erwarten gewesen sein. Idas Alter bei der Geburt von Robert wird daher richtiger mit 9740 — 9 Stunden in Rechnung zu setzen sein.

Pauline Fließ 8. September 1898 2 Uhr mittags geboren.
Norbert Rie 30. Oktober 1897 2 Uhr mittags „
Margarete Rie 25. März 1899 $2\frac{1}{2}$ Uhr früh „

***) Zu welcher Stunde Pauline Bondy geboren wurde, ist mir unbekannt. Ist es aber vor 10 Uhr abends gewesen, so beträgt Mu_I 10742 Tage + n Stunden.

†) Die Werte sind: 1504 Tage + (n — 8) Stunden und 1503 Tage + 6 Stunden.

Oder

$$\mathbf{Mu_I + 2\,II_1 = 3\,I_1} \dagger)$$

Das Entbindungsalter der Mutter steht also in einer einfachen Beziehung zum Entbindungsalter ihrer Töchter.

Es ist ferner:

$$Mu_I - I_2 = 18 \text{ Tage} + (n + 8) \text{ Stunden}$$
$$II_2 - I_1 = 9 \text{ Tage} + 10\tfrac{1}{2} \text{ „}$$

Also

$$Mu_I - I_2 = 2\,(II_2 - I_1),$$

d. h.

$$\mathbf{Mu_I + 2\,I_1 = 2\,.\,II_2 + I_2} \,^{*})$$

Das ist eine weitere Gleichung, welche die Entbindungsalter von Mutter und Töchtern miteinander verknüpft.

Bei einer zweiten Familie will ich auf eine etwas andere Weise, aber auch ohne Hilfe von 28 und 23 die Entbindungszeiten zweier Schwestern diskutieren, und zwar nach ihrem Unterschied.

58. Beispiel. 58.

Die ersten beiden Kinder von Frau Dr. Aye geb. Dernburg wurden geboren

Luise	22. März	1893	3 Uhr Nachts	
Hermann	19. Mai	1894	$\frac{1}{2}$9 Uhr früh.	

Abstand $J_1 = 423$ Tage $+ 5\frac{1}{2}$ Stunden.

Die ersten beiden Kinder ihrer Schwester Frau Professor Biermann geb. Dernburg wurden geboren

Wilhelm	4. Februar	1895	4 Uhr nachmittag
Hans	4. April	1897	1 Uhr nachts.

Abstand $J_2 = 789$ Tage $+ 9$ Stunden.

Es ist $J_2 - J_1 = 366$ Tage $+ 3\frac{1}{2}$ Stunden, also kurz ein Jahr!

d. h. **Abstand J_2 = Abstand J_1 + Jahr!**

Es tritt wiederum mit aller Deutlichkeit das Jahr in unserer biologischen Rechnung auf, in der wir bisher nur den Tag kennen gelernt haben. Und wenn wir die tiefe Bedeutung des Jahres für den Ablauf allen Lebens auch erst an einer späteren Stelle ausführlich würdigen können, so sollte diese vorbereitende Wahrnehmung, auf die noch hellstes Licht fallen wird, doch

*) Die Werte sind: 30221 Tage — 4 Stunden und 30221 Tage + 9 Stunden.

um so mehr gerade hier gegeben werden, als sie auch ohne die 28 und 23 Tage den Zusammenhang der Generationen von gleicher mütterlicher Wurzel unzweifelhaft dokumentiert.

* * *

Eben, wo ich im Begriff bin, die Korrektur dieses Kapitels zu beschließen, stoße ich auf eine Mitteilung von Ahlfeld,*) die in unseren Zusammenhang hineingehört und deren Wiedergabe ich deswegen nicht unterlassen möchte.

Ahlfeld wundert sich nicht nur, daß besonders eineiige Zwillinge sich so auffallend ähnlich sehen, sondern er und andere haben auch zeitliche Übereinstimmungen in ihren Lebensvorgängen wahrgenommen, die sie ins Erstaunen setzen.

So hätte schon Hippocrates nach einer Mitteilung von Cicero von zwei Zwillingsbrüdern erzählt, deren Krankheit zu gleicher Zeit begann, zu gleicher Zeit einen schweren Verlauf nahm und zu gleicher Zeit sich wieder besserte.

Sinibaldus schreibt:

Novi et ipse gemellos e Monte Falco in Umbria ex familia Agathonicorum, medicinae unum, juris peritum alterum, qui eadem die obierunt, loci intervallo plus quadraginta milliaribus distantes et retulerunt etiam, eodem prorsus tempore concidisse in eundem morbum, qui iisdem symptomatibus vexavit ambos.

Hier scheint sogar die Todesstunde dieselbe gewesen zu sein, wie das in dem folgenden Beispiel ausdrücklich angegeben ist.

Meckel von Hemsbach sezierte im Jahre 1845 einen sechzigjährigen Vergolder, der als Branntweintrinker an Lebercirrhose starb, dessen Zwillingsbruder, ebenfalls Vergolder und Säufer, in derselben Stunde im Stadtkrankenhause angeblich an derselben Krankheit gestorben ist.

Gaedechen beschreibt einen Fall, in welchem Zwillinge zu gleicher Zeit an Bronchopneumonie erkrankten und genasen.

Ahlfeld selbst kennt ein Zwillingspaar, das zu gleicher Zeit einen Magenkatarrh bekam, darnach zu gleicher Zeit einen Icterus, der bei beiden die gleiche Zahl von Tagen anhielt.

Ein verwandter Kollege teilt ihm mit, daß zwei 13jährige Zwillingsknaben im April 1872 innerhalb zweier Tage an Pneumonie mit Schüttelfrost erkrankten. Beide genasen.

Zwei andere Zwillingsknaben (Säuglinge) sah Ahlfeld am 8. Juli 1875 beide mit einer rechtseitigen Hydrocele. Gegen Ende des Monats versiegte bei der Mutter die Milch. In auffallend schneller Weise verfielen die Knaben und starben am 7. August, beide an einem Tage.

---

*) Arch. f. Gynäkol., Bd. IX (1876), S. 222.

„Die gleichmäßigen Erscheinungen, welche beide Knaben nach dem Absetzen von der Mutterbrust boten, waren ganz auffallend. Beide fingen im Verlauf von einer Viertelstunde an zu brechen, bekamen dünne Stühle und verfielen in rapidem Maße, wie ich es bei Kindern von so guter Konstitution nach dem Entwöhnen noch nie gesehen habe.“

Von diesen Kindern hat die Mutter, wie Ahlfeld berichtet, ganz von selbst erzählt, daß sie fast immer zu gleicher Zeit, mit ein paar Minuten Differenz, geniest hätten.

Und in einem weiteren Falle aus der Klientel von Ahlfeld hat eine Mutter berichtet, daß ihre beiden Zwillingstöchter an e i n e m Tage das Laufen erlernt und daß dieselben Mädchen im Alter von $13\frac{1}{2}$ Jahren innerhalb von vierzehn Tagen die erste Menstruation bekommen hätten.

Ahlfeld freilich glaubt, daß diese Übereinstimmungen wesentlich auf Zwillinge, wahrscheinlich auf eineiige beschränkt wären.

Wir aber wissen, wie viel allgemeiner solche Wahrnehmungen ausgreifen.

* * *

Dieses Kapitel, das den Zusammenhang der Generationen wenigstens im ersten Umriß anzudeuten unternommen hat, soll mit einem Hinweis auf einige Tierdaten und mit einem Pflanzenbeispiel geschlossen werden.

Die ausführlicheren Belege findet man im Kapitel XI; S. 252 ff.

59. Beispiel. 59.

Mutterstute fohlt	18. März 1897	2 . 23
Tochterstute fohlt	31. Januar 1897	

Hengst Chatte geboren	8. Februar 1897	7.28
Durchfall	23. August 1898	
Cimber, Bruder von Chatte, geboren	4. April 1898	8.28

Ottar Durchfall 21. August 1807

„Mutterstute Ottavia roßte an demselben Tage etwas, obwohl sie voraussichtlich tragend ist.“

Halja geboren	15. Januar 1896	20 . 28
Bruder Hengst Hatto gestorben	28. Juli 1897	

60. Beispiel. 60.

In den Beispielen 69 und 72 werden zwei Clivien beschrieben, Clivia I und ihr Ableger, Clivia II.

Clivia I hat drei Triebe, an denen das Erscheinen der ersten Knospe, das Aufbrechen zur Blüte, und das Abfallen der Blüte beobachtet wurde.

Clivia I.

1. Trieb.	2. Trieb.	3. Trieb.
1. Knospe 11. Dez. 1902		
Blüte 7. Jan. 1903	Knospe 7. Jan. 1903	
Abgefallen 4. Febr. 1903	Blüte 4. Febr. 1903	Knospe 4. Febr. 1903
	Abgef. 3. März 1903	Blüte 3. März 1903
		Abgef. 31. März 1903

Clivia II.

1. Trieb.	2. Trieb.	
Knospe 7. Januar 1903	Knospe 3. März 1903	
		$17 + \Delta$
Blüte 30. Januar 1903	Blüte 25. März 1903	
		$17 + 14 - \Delta$
Abgef. 22. Februar 1903	Abgef. 20. April 1903	

X.

Psyche.

Schon in meinem früheren Buche, das im August 1896 abgeschlossen wurde und in welchem ich die Periodizität der 28 und 23 Tage als allen Lebensvorgängen gemeinsam erwies, habe ich keinen Zweifel darüber gelassen, daß auch die Funktionen des Gehirns, insbesondere die psychischen Leistungen, dem periodischen Geschehen untertan seien. So gehe die Entwicklung der Sprache in periodischen Schüben vor sich (vgl. S. 175); ängstliche Vorstellungen mit einem ganz charakteristischen Inhalt*) kämen an periodischen Tagen, ebenso wie ängstliche Träume (S. 195). Später ist das Ausbrechen eines Tobsuchtanfalls bei einem Paralytiker als 28 Tage vor dem Tode eintretend beschrieben (S. 208).**) Damals war meine Forschung über die Perioden erst Monate alt. Ich hatte aber sogleich angefangen, über die körperlichen und psychischen Erscheinungen, die ich bei den Meinigen und mir selbst beobachtete, genaue Aufzeichnungen zu machen. Das angesammelte große Material von nun fast zehn Jahren harrt einer gesonderten Bearbeitung. Ich darf aber zusammenfassend sagen, daß mein Material genau bestätigt, was ich an den ersten Beispielen von 1896 wahrgenommen und beschrieben habe, daß auch die psychischen

*) Also nicht bloß mit körperlichen Zeichen behaftete Angstanfälle, deren Periodizität ebenfalls behandelt ist.

**) Daß das bei Paranoia nicht anders ist, habe ich in der Folgezeit erfahren.

Zwei akute Anfälle von Verfolgungswahn, die ich bei einer paranoischen Frau beobachtet habe, brachen aus am:

$$\left.\begin{array}{l} \text{26. Juni 1899} \\ \text{16. Januar 1900} \end{array}\right\} 204 = 4\,(28 + 23)$$

Erscheinungen in derselben Weise von der Periodizität beherrscht werden wie die körperlichen.

Auch die frühen Stichproben, die ich in der Literatur machte, zeitigten dasselbe Ergebnis.

In der Einführung habe ich mich auf das Sonntagsblatt der „Vossischen Zeitung" vom 31. Januar 1897 berufen, in dem Karl Krebs zum 100jährigen Geburtstag Franz Schuberts ein Gedenkblatt schrieb. Ich entnehme daraus:

61. Beispiel. 61.

Schubert komponierte an 4 Tagen des Jahres 1815 ganz erstaunlich viel und darunter seine schönsten Lieder. Nämlich am

19. August 1815
25. August 1815
15. Oktober 1815
19. Oktober 1815

Die Abstände

$$\left.\begin{array}{l}\text{19. August}\\ \text{19. Oktober}\end{array}\right\} 2 \,.\, 28 + \Delta$$

und

$$\left.\begin{array}{l}\text{25. August}\\ \text{15. Oktober}\end{array}\right\} 2 \,.\, 28 - \Delta$$

sind ohne weiteres verständlich.

Herr Dr. Max Friedländer, Professor für Musikwissenschaft an der hiesigen Universität, teilt mir freundlichst mit, daß noch der 27. Februar 1815 mit sechs Liedern (darunter „Erwartung" und „Mignon"), der 15. Mai mit zwei bedeutenden Liedern und der 22. Mai mit drei Liedern zu vermerken sei. Andere sichere Daten von analoger Bedeutung seien nicht bekannt. Es ist aber

$$\begin{array}{l}\text{*27. Februar 1815}\\ \text{22. Mai 1815}\\ \text{19. August 1815}\end{array}\begin{array}{l}\} = 84 = 3 \,.\, 28\\ \} = 89 = 3 \,.\, 28 + \Delta\end{array}$$

Und

$$\begin{array}{l}\text{15. Mai}\\ \text{25. August}\\ \text{*15. Oktober}\end{array}\begin{array}{l}\} \; 102 = 2\,(28 + 23)\\ \} \;\;\; 51 = \;\; 28 + 23\end{array}$$

Endlich

$$\left.\begin{array}{l}\text{*27. Februar 1815}\\ \text{*15. Oktober 1815}\end{array}\right\} 230 = 10 \,.\, 23$$

Am 27. Februar 1815 ist Schubert alt (geboren 31. Januar 1897)

$$6600 = 12 \,.\, 23^2 + 9 \,.\, 28$$

Und von demselben Datum sind bis zu Schuberts Todestag verflossen:

$$\left.\begin{array}{l}\text{27. Februar 1815}\\ \text{19. November 1828}\,\dagger\end{array}\right\}\begin{aligned}5014 &= 218\,.\,23\\ &= 9\,.\,23^2 + 11\,.\,23\\ &= 8\,.\,23^2 + 34\,.\,23\end{aligned}$$

Auch diese weiteren Daten zeigen, daß die Produktionstage periodische gewesen sein müssen. Wahrscheinlich kommen sie in den Stunden der Euphorie, die dem periodischen Mißbehagen voraufgehen. Aus eigener Erfahrung weiß ich, daß bei mir eine besonders leichte geistige Produktion das unfehlbare Vorzeichen kommender periodischer Migräne ist.

Den euphorischen Tag für gute Einfälle haben auch andere angemerkt.

Ich zitiere hierfür die wundervolle Tischrede, die Helmholtz bei der Feier seines 70. Geburtstages 1891 gehalten hat.*)

Dort spricht er von den glücklichen Einfällen, die dem Forscher oder Künstler kommen.

„Wer will solche Geistesblitze zählen und wägen, wer den geheimen Wegen der Vorstellungsverknüpfungen nachgehen, dessen, ‚was vom Menschen nicht gewußt oder nicht bedacht, durch das Labyrinth der Brust wandelt in der Nacht‘. Ich muß sagen, als Arbeitsfeld sind mir die Gebiete, wo man sich nicht auf günstige Zufälle und Einfälle zu verlassen braucht, immer angenehmer gewesen. Da ich aber ziemlich oft in die unbehagliche Lage kam, auf günstige Einfälle harren zu müssen, habe ich darüber, wann oder wo sie mir kamen, einige Erfahrungen gewonnen, die vielleicht anderen noch nützlich werden können. Sie schleichen oft ganz still in den Gedankenkreis ein, ohne daß man gleich von Anfang ihre Bedeutung erkennt; dann hilft später nur zuweilen noch ein zufälliger Umstand, zu erkennen, wann und unter welchen Umständen sie gekommen sind; sonst sind sie da, ohne daß man weiß, woher. In anderen Fällen aber treten sie plötzlich ein, ohne Anstrengung, wie eine Inspiration. Soweit meine Erfahrung geht, kamen sie nie dem ermüdeten Gehirn und nicht am Schreibtisch. Ich mußte immer erst mein Problem nach allen Seiten so viel hin und her gewendet haben, daß ich alle seine Wendungen und Verwickelungen im Kopfe überschaute und sie frei, ohne zu schreiben, durchlaufen konnte. Es dahin zu bringen, ist ja ohne längere vorausgehende Arbeit nicht möglich. Dann mußte, nachdem die davon herrührende Ermüdung vorübergegangen war, eine Stunde vollkommener geistiger Frische und ruhigen Wohlgefühls eintreten, ehe die guten Einfälle kamen. Oft waren sie wirklich, den zitierten Versen Goethes entsprechend, des Morgens beim Aufwachen da, wie auch Gauß angemerkt hat (Gauß' Werke, Band V,

*) Veröffentlicht in „Vorträge und Reden“. Von Hermann v. Helmholtz. 4. Aufl. Braunschweig 1896, S. 15.

Seite 609: das Induktionsgesetz gefunden 1835, den 23. Januar, morgens 7 Uhr, vor dem Aufstehen). Besonders gern aber kamen sie, wie ich schon in Heidelberg berichtet, bei gemächlichem Steigen über waldige Berge in sonnigem Wetter. Die kleinsten Mengen alkoholischen Getränks aber schienen sie zu verscheuchen. Solche Momente fruchtbarer Gedankenfülle waren freilich sehr erfreulich, weniger schön war die Kehrseite, wenn die erlösenden Einfälle nicht kamen. Dann konnte ich mich wochenlang, monatelang in eine solche Frage verbeißen, bis mir zu Mute war wie dem Tier auf dürrer Heide: von einem bösen Geist im Kreis herumgeführt, und ringsumher ist schöne grüne Weide. Schließlich war es oft nur ein grimmer Anfall von Kopfschmerzen, der mich aus meinem Banne erlöste und mich wieder frei für andere Interessen machte."

62. Beispiel. 62.

Der 23. Januar 1835, an dem Gauß — nach obiger Helmholtzscher Angabe — morgens 7 Uhr vor dem Aufstehen das Induktionsgesetz fand, ist von Gauß' Todestag (23. Februar 1855) $7336 = 262 . 28$ Tage entfernt, d. i.

$$12 . 23 . 28 - \frac{28^2}{2} = 11 . 28^2 - 2 . 23 . 28$$

$$= \frac{\mathbf{23 . 28^2}}{\mathbf{2}} + \boxed{\begin{matrix} \mathbf{17 . 28 . 23} \\ \mathbf{- 17 . 28^2} \end{matrix}} + \mathbf{28\, \Delta^2}$$

63. Beispiel. 63.

Gustav Theodor Fechner (19. April 1801 geb.) fand seine Differentialformel $dy = \frac{d\beta}{\beta}$ am 22. Oktober 1850 morgens im Bett.*)

Er war an jenem Tage alt:

$$18083 = \mathbf{23 . 28^2 + 28 + 23} \text{ Tage.}$$

Diese Tage, die im periodischen Zuge des Todes- oder Geburtstages liegen, enthalten gewiß einen Hinweis darauf, daß auch das geistig Schöpferische an die zeitlichen Bedingungen biologischer Periodizität gebunden ist. Ich hoffe später und an anderer Stelle ausführlicher auf diesen Gegenstand zurückzukommen.

*) Psychophysik 1860. Bd. II, S. 554. Auf diese Stelle hat Herr Dr. R. Pfennig mich gütigst aufmerksam gemacht.

XI.

Tiere und Pflanzen.

Bislang war vom Menschen die Rede. Ich habe natürlich auch einige Proben aus der Tier- und Pflanzenwelt gemacht, um zu sehen, ob zum Verständnis ihrer Lebenszeiten sich dieselben Prinzipien verwenden lassen.

Gleich vor acht Jahren, als ich tiefer in meinen Vorwurf einzudringen versuchte, bat ich den damaligen Volontär am Gestüt in Köstritz, Herrn stud. agron. E. Rust, um „Pferdedaten“.

64. Beispiel.

In den Briefen vom 15. September und 26. Oktober 1897 bekam ich folgende Angaben:

64 *a*. Reitpferd Aar, Stute, hat vorn rechts etwas Hornspalte.

War daran lahm am

27. August	1897	
		23
19. September	1897	
		23
12. Oktober	1897	

Sie war rossig und wurde gedeckt:

24. April	1896	
		322 = 14 . 23
Sie fohlte 12. März	1897	

Es ist aber vom 12. März 1897 (Fohltermin) bis 27. August 1897 (erster Lahmtag) = 168 = 6 . 28.

Also ergibt sich folgende Reihe:

Rossig und gedeckt	24. April	1896	
			14 . 23
Fohlte	12. März	1897	
			6 . 28
Lahm	27. August	1897	
			23
„	19. September	1897	
			23
„	12. Oktober	1897	

64 *b*. Ferner:

„Narwi“ geboren	27. März	1897
Durchfall und kalte Füße am	11. September	1897
Ebenso „	9. Oktober	1897

Es ergibt sich:

27. März	1897	
		168 = 6 . 28
11. September	1897	
		28 = 1 . 28
9. Oktober	1897	

Ferner: 64 *c.*

„Feuerzauber“:

$$\left.\begin{array}{lll}\text{Verfohlte} & \text{7. Dezember} & 1896 \\ \text{Eingegangen} & \text{25. Juli} & 1897\end{array}\right\} 230 = 10 \,.\, 23$$

Ferner: 64 *d.*

$$\begin{array}{llll}\text{„Ottar“ geboren} & \text{24. März 1897} & \Big\} & 134 = 23 \,.\, 28 + 2(23^2 - 28^2) \\ \text{Druse und Durchfall} & \text{5. Aug. 1897} & \Big\} & 16 = 23 - \dfrac{28}{4} \\ \text{Stark riechender Durchfall} & \text{21. Aug. 1897} & & \end{array}$$

„Die Mutter Octavia roßte an demselben Tage etwas, obwohl sie voraussichtlich tragend ist.“

Diese erste Prüfung gab so viel des Zustimmenden. Wenngleich ich die letztgegebenen Daten von Ottar damals nicht völlig verstand, so konnte ich doch keinen Zweifel hegen, daß bei den Pferden die 28 und 23 Tage die gleiche fundamentale Bedeutung haben wie beim Menschen. Auch den Zusammenhang von Mutter und Kind dokumentierte Octavia am 21. August 1897.

Die übrigen Daten des Briefes vom 15. September 1897 waren:

Chatte: 64 *e.*

$$\left.\begin{array}{lll}\text{Geboren} & \text{8. Februar} & 1897 \\ \text{Durchfall} & \text{23. August} & 1897\end{array}\right\} 196 = 7 \,.\, 28$$

Ein späterer Brief gab noch folgende hierzugehörige Daten (Geschwister von Chatte).

Civette wirft Hengstfohlen: 64 *f.*

$$\begin{array}{llll}\text{Cheru} & \text{6. Februar} & 1896 & \Big\} \; 368 = 16 \,.\, 23 \\ \text{Chatte} & \text{8. Februar} & 1897 & \Big\} \; 420 = 15 \,.\, 28 \\ \text{Cimber} & \text{4. April} & 1898 & \end{array}$$

Also Chattes periodisches Datum (Durchfall) liegt auf dem Zuge, der 8 . 28 Tage später Cimber bringt, was wiederum den Zusammenhang von Mutter und Kind demonstriert.

Modi: 64 *g.*

$$\left.\begin{array}{lll}\text{Geboren} & \text{22. März} & 1897 \\ \text{Etwas Durchfall} & \text{9. August} & 1897\end{array}\right\} 140 = 5 \,.\, 28$$

„Modi ist ein sehr gesundes Fohlen, dem sonst nie etwas fehlte.“

Hatto: 64 *h.*

$$\left.\begin{array}{lll}\text{Geboren} & \text{17. Februar} & 1897 \\ \text{Eingegangen} & \text{28. Juli} & 1887\end{array}\right\} 161 = 7 \,.\, 23$$

Hatto ist das Kind von Hagar (geb. ?).

64 *i*. Hagar gebar:

Halja	15. Januar 1896	
Hatto	17. Februar 1897	} 399
Verfohlte	12. August 1897	} 176

$399 + 176$: $575 = 25 . 23$

Also:

Halja geb.	15. Januar 1896	} $25 . 23$
Verfohlung	12. August 1897	

Und

$20 . 28$

Halja geboren	15. Januar 1896	
Hatto „	17. Februar 1897	} $20 . 28 - 7 . 23$
Hatto eingegangen	28. Juli 1897	} $7 . 23$

64 *k*. Endlich:

Alte Mutterstute Adda fohlte

19. März 1896	
18. März 1897 *)	} $364 = 13 . 28$

Ihre beiden Töchter (Halbschwestern) Carola und Dattura fohlten:

64 *l*.

Carola	28. Februar 1896	
	31. Januar 1897	} $338 = 17 (28 + 23) - 23^2$
	30. Januar 1898 **)	} $364 = 13 . 28$
Dattura	13. April 1896	
	17. März 1897	} $338 = 17 (28 + 23) - 23^2$

In bezug auf die Daten bei Carola habe ich dann noch erfahren, daß der am 30. Januar 1898 geborene Hengst bereits am 16. April 1898, also 67 Tage alt gestorben ist.

Die Zahlen über Carola heißen also vollständig:

Carola wirft

Stute:	28. Februar 1896	
Stute:	31. Januar 1897	} 338
Hengst:	30. Januar 1898	} $364 = 13 . 28$
Dieser eingeg.	16. April 1898	} 76

Nun sieht man sofort, daß

$$76 + 338 = 414 = 18 . 23 = 2 . 23^2 - 28 . 23$$

Von der Geburt der ersten Stute bis zum Tode des letzten Hengstes sind demnach verflossen

$$18 . 23 + 13 . 28 = 2 . 23^2 + \boxed{\begin{array}{c} 2 . 23 . 28 \\ - 2 . 28^2 \end{array}} = 2 (23^2 - 28 \Delta)$$

*) Dieser Fohltag 18. März 1897 der Mutterstute Adda liegt 2 . 23 später als der Fohltag der Tochter Carola 31. Januar 1897.

**) Später mitgeteilt.

In 76 und 338 müssen also verschleiert 28 und 23 liegen.

Wir bestimmen vorläufig*)

$$\begin{array}{rlll} 338 = & 17 \,.\, 28 - 6 \,.\, 23 = & 17\,(28+23) - 23^2 & \\ 76 = & 6 \,.\, 28 - 4 \,.\, 23 = & -17\,(28+23) + 3 \,.\, 23^2 & -28 \,.\, 23 \\ \hline 18 \,.\, 23 = & 23 \,.\, 28 - 10 \,.\, 23 = & \; 2 \,.\, 23^2 & -28 \,.\, 23 \end{array}$$

Die Zahl **338** als Geburtsabstand ist uns bei den Fohlen der beiden Halbschwestern Carola und Dattura vorgekommen.

Herr Rust schreibt mir — zufällig — daneben noch Abstände von zwei anderen Pferden.

„Wanderlust" brachte Stutfohlen **64** *m.*

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Wingella} & \text{15. März 1895} \\ \text{Wogelinde} & \text{29. März 1896} \end{array}\right\} 380$$

„Aar" brachte Stutfohlen: **64***n.*

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Stutfohlen} & \text{18. März 1896} \\ & \text{14. März 1897} \end{array}\right\} 361$$

Bei diesen drei Abständen**)

$$338 = 17\,(23+28) - 23^2$$
$$380 = 17\,(23+28) - 28^2 + \frac{28 \,.\, 23}{2} - \Delta^2$$
$$361 = 17 \,.\, 28 - 23\,\Delta$$

müßte man, auch wenn man ihre Struktur nicht erkennen könnte, eine innere biologische Verwandtschaft voraussetzen. Denn sie kommen, wie wir aus dem nächsten Beispiel ersehen werden, als Blütenabstände bei ein und demselben Baum vor.

65. Beispiel. **65.**

Herr Dr. Max Lange in Baden-Baden, der blütenbiologische Studien betrieb, hat sich von einem in der Nähe seiner Wohnung befindlichen Strauch (Cornus mas, Herlitze) durch 9 Jahre den Tag der ersten Blüte — „derselbe Busch, dieselbe Stelle" — aufgeschrieben und mir die Daten (am 7. Januar 1898) mitgeteilt. Dann ist der Busch von der Kurverwaltung leider umgehauen worden.

---

*) Die endgültige Auflösung s. später S. 270.

**) Auch für diese Zahlen gibt erst die Erörterung auf S. 273 und 283 vollen Aufschluß.

Die Daten sind:

10. April 1889	
	380
25. April 1890	
	335
26. März 1891	
	380
9. April 1892	
	383
27. April 1893	
	368
30. April 1894	
	361
26. April 1895	
	338
29. März 1896	
	387
20. April 1897	

Es überrascht gewiß, vier Blütenabstände von den 3 Zahlen 380 (2mal), 361, 338 ausgefüllt zu finden. Im übrigen ist von den acht Abständen nur einer $368 = 16 \cdot 23$ ein glattes Vielfaches der biologischen Einheit.

Aber wenn man die ersten vier Spatien addiert

$$\begin{array}{rrl}
380 = & 8 \cdot 23 + & 7 \cdot 28 \\
335 = & -11 \cdot 23 + & 21 \cdot 28 \\
380 = & 8 \cdot 23 + & 7 \cdot 28 \\
383 = & 13 \cdot 23 + & 3 \cdot 28
\end{array}$$

so erhält man als Summe

$$\begin{aligned} & 18 \cdot 23 + 38 \cdot 28 \\ & = 28^2 + 28 \cdot 23 + 2\,\Delta^2 \end{aligned}$$

Und von den folgenden drei Spatien ergeben:

$$\begin{array}{rrl}
368 = & 16 \cdot 23 & \\
361 = & -\ 5 \cdot 23 + & 17 \cdot 28 \\
338 = & -\ 6 \cdot 23 + & 17 \cdot 28
\end{array}$$

$$368 + 361 = \quad 11 \cdot 23 + 17 \cdot 28 = 28 \cdot 23 + \boxed{\begin{array}{r} 17 \cdot 28 \\ -17 \cdot 23 \end{array}}$$

und $\quad 361 + 338 = -11 \cdot 23 + 34 \cdot 28 = 28^2 \quad + \boxed{\begin{array}{r} 17 \cdot 23 \\ -17 \cdot 28 \end{array}}$

Die Summe von $368 + 2 \cdot 361 + 338$
$$= 28^2 + 28 \cdot 28$$

Endlich

$$\begin{array}{r}
338 = -6 \cdot 23 + 17 \cdot 28 \\
387 = +1 \cdot 23 + 13 \cdot 28 \\ \hline
\end{array}$$

Also $\qquad 338 + 387 = -5 \cdot 23 + 30 \cdot 28$
$$= 23^2 + \frac{28^2}{4}$$

Fingerzeige genug, daß es sich auch hier um Funktionen unserer Grundzahlen handelt. (Vgl. auch S. 273.)

66. Beispiel. **66.**

Gerade an dem Gefüge der Summen kann man die innere Zusammengehörigkeit der einzelnen Intervalle erkennen. Bei der Pflanze ebenso wie beim Tier. Das soll uns noch das folgende Beispiel aus einer Pferdegeneration zeigen (ebenfalls Mitteilung von Herrn E. Rust aus Köstritz März 1898).

Die Stute Historie, 17. März 1882 geboren, hat an Nachkommen:

Stute Quorra	17. April	1890	
			$338 = J_1$
Hengst Ritter	21. März	1891	
			$355 = J_2$
Hengst Simson	10. März	1892	
			$343 = J_3$
Stute Trespe	16. Februar	1893	
			$339 = J_4$
Stute Urania	21. Januar	1894	
			$473 = J_5$
Stute Vulcana	9. Mai	1895	
			$351 = J_6$
Hengst Wolgemut	24. April	1896	
			$547 = J_7$
Stute Xylopia	23. Oktober	1887	

Die Intervalle betragen:

$$\begin{aligned}
J_1 &= 17 \,.\, 28 - 6 \,.\, 23 \\
J_2 &= 2 \,.\, 28 + 13 \,.\, 23 \\
J_3 &= - 5 \,.\, 28 + 21 \,.\, 23 \\
J_4 &= 8 \,.\, 28 + 5 \,.\, 23 \\
J_5 &= 21 \,.\, 28 - 5 \,.\, 23 \\
J_6 &= 15 \,.\, 28 - 3 \,.\, 23 \\
J_7 &= 22 \,.\, 28 - 3 \,.\, 23
\end{aligned}$$

Es sind

$$\begin{aligned}
S_1 &= J_1 + J_2 + J_3 = 37 \,.\, 28 &&= \frac{28^2}{2} + 28 \,.\, 23 \\
S_2 &= J_4 + J_5 = 29 \,.\, 28 &&= 23 \,.\, 28 + 6 \,.\, 28 \\
S_3 &= J_6 + J_7 = 37 \,.\, 28 - 6 \,.\, 23 &&= \frac{28^2}{2} + 23 \,.\, 28 - 6 \,.\, 23
\end{aligned}$$

Wenn ich außer auf die Teilsummenstruktur noch darauf hinweise, daß

$$\begin{aligned}
J_3 &= 21 \,.\, 23 - 5 \,.\, 28 = 16 \,.\, 23 - \Delta^2 \\
J_5 &= 21 \,.\, 28 - 5 \,.\, 23 = 16 \,.\, 28 + \Delta^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
J_2 + J_4 &= 10 \,.\, 28 + 18 \,.\, 23 = 28 \,.\, 23 + 2\,\Delta^2 \\
J_6 + \frac{28^2}{4} &= J_7
\end{aligned}$$

so bleibt für den Zufall auch hier kein Raum.

Der aufmerksame Leser hat außerdem bemerkt, daß in $J_1 = 338$ wiederum die eigentümliche Zahl von Tagen auftritt, der wir wiederholt beim Pferd und beim Cornus mas begegnet sind und deren Aufklärung einer späteren Stelle (S. 270) vorbehalten sein soll.

Ich möchte aber bei den Pferdedaten noch einen zweiten Hinweis mir gestatten.

Das Geburtsalter der Mutterstute bei ihrem ersten Fohlen war

$$2953 \text{ Tage} = 4 \cdot 23^2 + 34 \cdot 28 - 23\,\Delta$$

ein einfach gebauter Wert.

Es erreicht aber bei der Geburt ihres vorletzten Fohlens (Hengst Wolgemut) einen noch einfacheren Wert

$$5152 = 8 \cdot 28 \cdot 23 \text{ Tage.}$$

Darnach scheinen — was ja nach unserem früheren Wissen vorauszusetzen ist — die Geburtsabstände auch zum Alter der Mutterstute in Beziehung zu stehen.

Drücken wir die Entbindungsalter der Stute in derselben Weise aus, wie wir das bei den Lebens- und Anfallsaltern der Menschen getan haben, so erhalten wir:

$$\begin{aligned}
E_1 &= 2953 = 5 \cdot 23^2 + 16 \cdot 28^2 - 19 \cdot 28 \cdot 23 \\
E_2 &= 3291 = 23 \cdot 23^2 + 1 \cdot 28^2 - 15 \cdot 28 \cdot 23 \\
E_3 &= 3646 = 26 \cdot 23^2 + 6 \cdot 28^2 - 23 \cdot 28 \cdot 23 \\
E_4 &= 3989 = 5 \cdot 23^2 + 5 \cdot 28^2 - 4 \cdot 28 \cdot 23 \\
E_5 &= 4328 = 4 \cdot 23^2 + 2 \cdot 28^2 + 1 \cdot 28 \cdot 23 \\
E_6 &= 4801 = 5 \cdot 23^2 + 20 \cdot 28^2 - 21 \cdot 28 \cdot 23 \\
E_7 &= 5152 = 8 \cdot 28 \cdot 23 \\
E_8 &= 5699 = 23 \cdot 23^2 + 9 \cdot 28^2 - 21 \cdot 28 \cdot 23
\end{aligned}$$

Auch hier zeigen sich wieder einfache Summenverhältnisse.

Sucht man sich z. B. diejenigen Alter heraus, bei denen die Koeffizienten von $28 \cdot 23$ eine einfache Summe geben, also z. B. $E_4 + E_6 + E_3$, wo die Glieder mit $28 \cdot 23$ die Summe $-46 \cdot 28 \cdot 23$ besitzen, so sieht man, daß auch die Koeffizienten der anderen Glieder 23^2 und 28^2 eine einfache Summe bilden.

Also

$$\begin{aligned}
E_4 + E_6 + E_3 &= 33 \cdot 23^2 + 34 \cdot 28^2 - 46 \cdot 28 \cdot 23 \\
&= 34 \cdot 28^2 - 23^3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Analog ist } E_1 + E_2 &= 28 \cdot 23^2 + 17 \cdot 28^2 - 34 \cdot 28 \cdot 23 \\
&= 17\,(28^2 + 28 \cdot 23) - 23 \cdot 28^2
\end{aligned}$$

Man kann auch noch andere Zusammengehörigkeiten feststellen: z. B.

$$\begin{aligned}
E_1 + E_5 &= 9 \cdot 23^2 + 18 \cdot 28^2 - 18 \cdot 28 \cdot 23 \\
&= \frac{28 \cdot 23^2}{2} - \Delta^3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_2 + E_3 &= 49 \cdot 23^2 + 7 \cdot 28^2 - 38 \cdot 28 \cdot 23 \\
&= \frac{28^3}{4} + \frac{3}{4}\, 28 \cdot 23^2 + \boxed{\begin{matrix} 23^3 \\ -28^3 \end{matrix}} + \Delta^3
\end{aligned}$$

An allem dem sieht man, wie sich die Entbindungsalter zu Summen von determinierter Form zusammenfügen.

* * *

In Brehms Tierleben III. Auflage habe ich beim Durchblättern einige eingestreute Daten gefunden:

67. Beispiel. **67.**

Band IX. „Insekten."

S. 169. Großer Kiefernmarkkäfer. **67** *a.*

$J_1 = 10$ — 22. April erster Anflug der Käfer bis 2. Mai lebt die erste Larve
$J_2 = 47$ — 2. Mai lebt die erste Larve bis 18. Juni erste Puppe
$J_3 = 27$ — 18. Juni erste Puppe bis 15. Juli erste Fluglöcher

$$\begin{aligned} J_1 + J_2 + J_3 &= 84 = 3 \,.\, 28 \\ J_1 + J_2 &= 57 = 2 \,.\, 23 + 28 - 17 \\ J_2 + J_3 &= 74 = 2 \,.\, 23 + 28 \end{aligned}$$

S. 222. **67** *b.*

Die Biene kommt 23 Tage nach der Befruchtung (Hochzeitsflug) zur Welt.

S. 410. Japanischer Eichenseidenspinner. **67** *c.*

Spinnt sich am 52. Tage, also nach 28 + 23 Tagen ein; 40 Tage später liefert er den Falter: Summa nach 92 = 4 . 23 Tagen.

S. 521. Pulex initans: **67** *d.*

Nach 6 Tagen (23 — 17) aus dem Ei die Larve.
Nach weiteren 11 Tagen (28 — 17) erwachsen, verpuppt sich.
Nach weiteren 11 Tagen kommt der gewandte Turner hervor.
Summa 28 Tage.

Band VIII. Kriechtiere:

S. 240. Tigerschlange. **67** *e.*

1. Januar 1841 erste Paarung.
Vom 2. Februar an frißt das Weibchen nicht mehr (hat konzipiert).
6. Mai legt es 15 Eier.
3. Juli schlüpfen die Jungen aus.
13. Juli Häutungsbeginn (bis 18. Juli).

$$\left.\begin{array}{l}\text{1. Januar erste Paarung}\\ \text{3. Juli Ausschlüpfung der Jungen}\end{array}\right\} 183 = 8 \,.\, 23 - 1$$

$$\begin{array}{l}\text{2. Februar Konzeption}\\ \text{6. Mai Eierlegung}\\ \text{13. Juli Häutung}\end{array}\left.\begin{array}{l} \} \; 93 = 4 \,.\, 23 + 1 \\ \} \; 68 = 3 \,.\, 23 - 1\end{array}\right\} 7 \,.\, 23$$

67 *f.* S. 795. Armmolch.

In der Gefangenschaft wurden zwei Angstanfälle beobachtet. Im letzten starb der Molch.

$$\left.\begin{array}{l}\text{13. Mai 1826}\\ \text{22. Oktober 1831}\end{array}\right\} 71 \,.\, 28 = \frac{28^2}{2} + 23 \,.\, 28 + 34 \,.\, 28$$

Vögel. Band IV. S. 714.

Wenn man annehmen darf, daß ein Schwarm Wandervögel blutsverwandt sind, so gehört auch folgendes hierher.

67 *g.* Der Mauersegler trifft mit merkwürdiger Regelmäßigkeit ein, gewöhnlich am 1. oder 2. Mai, und verweilt bis 1. August,

d. h. $92 = 4 \,.\, 23$ Tage.

67 *h.* „Im Jahre 1877 verschwand das einzige Pärchen, das auf dem Kirchturm war, bereits am 26. Juli. Vom 13. August an zeigte sich in diesem Jahre keiner mehr.“ E. v. Homeyer beobachtete eine sehr verspätete Zuggesellschaft am 8. und 10. September.

$$\left.\begin{array}{l}\text{13. August}\\ \text{10. September}\end{array}\right\} 28 \qquad \left.\begin{array}{l}\text{26. Juli}\\ \text{10. September}\end{array}\right\} 46 = 2 \,.\, 23$$

67 *i.* and VI (Bd. III der Vögel) S. 700. Strauß. Beobachtung von Hady.

15. Januar 1857 begann das Weibchen zu legen. In den ersten Tagen des März fing sie zu brüten an. Nest durch Regen zerstört. Mitte Mai neues Nest. Bald darauf legen die Vögel wieder.

Vom 2. Juli an regelmäßige Bebrütung.

Am 2. September lief ein Junges neben dem Nest her.

18. Januar 1858 begann die Straußin wieder zu legen.

Vom 12. März ab blieb sie fest auf dem Nest sitzen.

Am 11. Mai: erste Straußenjunge gesehen.

13. Mai: Eltern verlassen das Nest.

$$\left.\begin{array}{l}\text{15. Januar 1857 Weibchen legt}\\ \text{18. Januar 1858 Weibchen legt wieder}\end{array}\right\} 368 = 16 \,.\, 23$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{2. Juli 1857 regelmäßige Bebrütung das erstemal}\\ \text{12. März 1858 ebenso das zweitemal}\end{array}\right\} 253 = 11 \,.\, 23$$

$253 = 11 \,.\, 23$	2. September	1857	erstes Junge gesehen	$251 = 9 \,.\, 28 - 1$
	11. Mai	1858	ebenfalls	
	13. Mai	1858	Eltern verlassen das Nest	

Anderes Straußenpaar. Beobachtung von Desmeure: **67** *k.*

Vom 12. Mai 1859 begann die Straußin zu legen, bis 18. Juni 1859 hatte sie 13 Eier im Nest.

Vom 21. Juni ab Bebrütung.

16. März 2 junge Strauße.

$$\left.\begin{array}{l} \text{12. Mai} \\ \text{18. Juni} \end{array}\right\} 37 = 23 + 14$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{21. Juni} \\ \text{16. August} \end{array}\right\} 56 = 2 \,.\, 28$$

Säugetiere Bd. III.

S. 434. **67** *l.*

140 Tage nach dem Abwerfen des Geweihes fegte der Hirsch

$$140 = 5 \,.\, 28.$$

68. Beispiel. **68.**

Eine Freundin, von der auch die schöne Beobachtung über die Clivia stammt, deren Analyse wir bald geben werden, hat mir folgende „Amsel-Beobachtung" mitgeteilt:

1898.

Zuerst gesungen	24. Januar
Nestbau Mitte April	
Erstes Ei	26. April
Vier weitere Eier vom	27.—30. April
Erstes Junge ausgeschlüpft	14. Mai
Flügge	28. Mai.

1899.

Zuerst gesungen	24. Januar.

Hier fällt wieder das genaue Jahresintervall auf:

1998 Zuerst gesungen 24. Januar
1899 Zuerst gesungen 24. Januar.

Dann:

Zuerst gesungen	24. Januar	1898	92
Erstes Ei	26. April	1898	

$$92 = 4 \cdot 23$$

Ertes Junge ausgeschlüpft 14. Mai, d. h. nach

$$18 \text{ Tagen} = 2 \cdot 23 - 28$$

Flügge nach weiteren $14 = \frac{28}{2}$ Tagen und zugleich 28 Tage nach der letzten Eiablage (30. April).

Diese Notizen sollen nur zeigen, wie man auch in der Tierwelt immer auf dieselben Intervalle der 28 und 23 stößt, die wir vom Menschen her kennen.

* * *

Wir wollten es ursprünglich mit diesen Hinweisen genug sein lassen. Aber das genauere Studium einer Pflanze (Clivia), an der wir die Termine untersuchten, zu denen alljährlich die Knospe sichtbar wurde, die Blüte sich erschloß und endlich von selber abfiel, hat uns eine viel tiefere Aufklärung gebracht. Und weil diese Aufklärung einen universellen Charakter trug und sich ohne weiteres auch auf den Menschen und das Tier übertragen ließ, so soll der Gang der Untersuchung hier dargelegt werden.

Zuvor aber will ich dankbar meiner mütterlichen Freundin Frau Geheimrat Reuleaux gedenken. Sie unterzog sich der Clivien-Beobachtnng durch acht Jahre mit jener peinlichen Gewissenhaftigkeit, die ein unlösbarer Teil ihres Wesens ist.

69. 69. Beispiel.

Es sind Daten zweier Clivien analysiert, der „großen“ und „kleinen“ Clivia, von denen die zweite ein Ableger der ersten ist.

Große Clivia.

1898	Knospe	8. Januar	
			38
	Blüte	15. Februar	
			26
	Abgefallen	13. März	
1899	Knospe	8. Januar	
			22
	Blüte	30. Januar	
			28
	Abgefallen	27. Februar	

	Knospe	28. Juli	27
	Blüte	24. August	31
	Abgefallen	24. Septemb.	
1900	Keine Blüte.		
1901	Knospe	8. Januar	29
	Blüte	6. Februar	28
	Abgefallen	6. März	
1902	Knospe	26. Novemb. 1901	47
	Blüte	12. Januar 1902	23
	Abgefallen	4. Februar 1902	
1903	Knospe	11. Dezemb. 1902	27
	Blüte	7. Januar 1903	28
	Abgefallen	4. Februar 1903	
1904	Knospe	10. Januar	47
	Blüte	26. Februar	23
	Abgefallen	20. März	
1905	Knospe	11. Januar	23
	Blüte	3. Februar	23
	Abgefallen	26. Februar	

Wir notieren zunächst die Zeiten, welche zwischen den Knospenterminen,*) den Blütenterminen und den Tagen des Blütenabfalls in den einzelnen Jahren verflossen sind.

1898	Knospe	8. Januar	$365 = K_1$
1899	„	8. Januar	$201 = K_2$
1899	„	28. Juli	$529 = K_3$
1900	„	0	
1901	„	8. Januar	$322 = K_4$
1901	„	26. November	$380 = K_5$
1902	„	11. Dezember	$395 = K_6$
1904	„	10. Januar	$369 = K_7$
1905	„	11. Januar	

*) „Das Erscheinen der Knospe ist gerechnet von dem Tage, an dem bei auseinandergebogenen Blättern die erste weiße Spitze der Knospe sichtbar ward.“

1898	Blüte	15. Februar	$349 = B_1$
1899	„	30. Januar	$206 = B_2$
1899	„	24. August	
1900	„	0	$531 = B_3$
1901	„	6. Februar	$340 = B_4$
1902	„	12. Januar	$360 = B_5$
1903	„	7. Januar	$415 = B_6$
1904	„	26. Februar	$343 = B_7$
1905	„	3. Februar	

1898	Blütenabfall	13. März	$351 = A_1$
1899	„	27. Februar	$209 = A_2$
1899	„	24. September	
1900	„	0	$528 = A_3$
1901	„	6. März	$335 = A_4$
1902	„	4. Februar	$365 = A_5$
1903	„	4. Februar	$410 = A_6$
1904	„	20. März	$371 = A_7$
1905	„	26. März	

Als Summen von 28 und 23 Tagen ausgedrückt sind:

$$\begin{aligned}
K_1 &= 365 = 11 . 23 + 4 . 28 \\
K_2 &= 201 = -1 . 23 + 8 . 28 \\
K_3 &= 529 = 23^2 \\
K_4 &= 322 = 14 . 23 \\
K_5 &= 380 = 8 . 23 + 7 . 28 \\
K_6 &= 395 = 5 . 23 + 10 . 28 \\
K_7 &= 367 = 5 . 23 + 9 . 28
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B_1 &= 349 = 3 . 23 + 10 . 28 \\
B_2 &= 206 = -2 . 23 + 9 . 28 \\
B_3 &= 531 = 17 . 23 + 5 . 28 \\
B_4 &= 340 = -12 . 23 + 22 . 28 \\
B_5 &= 360 = 12 . 23 + 3 . 28 \\
B_6 &= 415 = 1 . 23 + 14 . 28 \\
B_7 &= 343 = -7 . 23 + 18 . 28
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_1 &= 351 = -3 . 23 + 15 . 28 \\
A_2 &= 209 = +3 . 23 + 5 . 28 \\
A_3 &= 528 = 12 . 23 + 9 . 28 \\
A_4 &= 335 = -11 . 23 + 21 . 28 \\
A_5 &= 365 = +11 . 23 + 4 . 28 \\
A_6 &= 410 = 2 . 23 + 13 . 28 \\
A_7 &= 371 = -7 . 23 + 19 . 28
\end{aligned}$$

Wir wollen bei den drei Kategorien von Abständen der

Knospen K_1, K_2 ....
Blüten B_1, B_2 ....
und des Blütenabfalls A_1, A_2 ....

zunächst nicht den absoluten Tageswert betrachten, sondern erst einige Beziehungen aufsuchen, in denen diese drei Arten von Spatien untereinander stehen.

Blütenspatien (B) und Blütenabfall (A).

Es ist:

$$
\begin{aligned}
A_1 &= B_1 - 23 + \Delta^2 \\
A_2 &= B_2 + 28 - \Delta^2 \\
A_3 &= B_3 - 28 + \Delta^2 \\
A_4 &= B_4 - \Delta \\
A_5 &= B_5 + \Delta \\
A_6 &= B_6 - \Delta \\
A_7 &= B_7 + 28.
\end{aligned}
$$

Man erkennt leicht, daß die Unterschiede zwischen den A_1 und B_1, A_2 und B_2 u. s. w. einfache Funktionen von 28 und 23 sind; daß ferner aus folgenden benachbarten Abständen sich gleiche beziehungsweise biologisch gleiche Summen ableiten lassen.

$$
\begin{aligned}
A_1 + A_2 &= B_1 + B_2 + \Delta \\
A_2 + A_3 &= B_2 + B_3 \\
A_4 + A_5 &= B_4 + B_5 \\
A_5 + A_6 &= B_5 + B_6
\end{aligned}
$$

Und endlich

$$A_6 + A_7 = B_6 + B_7 + 23$$

Aus diesen beiden Reihen von Gleichungen geht unwiderleglich hervor, daß die Unterschiede von A_1, A_2. .. und B_1, B_2.... Funktionen von 28 und 23 Tagen sind und daß zwischen den Summen benachbarter A und B Gleichheitsbeziehungen bestehen.

Aber mehr als das:

Nicht nur die „geradlinigen Wertpaare“ A_1 und B_1, A_2 und B_2 u. s. w. sind durch Funktionen von 28 und 23 verbunden.

Auch zwischen den gekreuzten Wertpaaren:

A_1 und B_2	A_2 und B_3	u. s. w.
A_2 und B_1	A_3 und B_2	

lassen sich einfache — und wie aus den Summengleichungen hervorgeht — symmetrische Beziehungen ableiten.

$$A_1 = B_2 + 5 . 28 + \Delta^{*})$$
$$A_2 = B_1 - 5 . 28$$

$$A_2 = B_3 - 14 . 23$$
$$A_3 = B_2 + 14 . 23$$

$$A_4 = B_5 - \Delta^2$$
$$A_5 = B_4 + \Delta^2$$

$$A_5 = B_6 - 2\Delta^2$$
$$A_6 = B_5 + 2\Delta^2$$

$$A_6 = B_7 - 5 . 28 + 9 . 23$$
$$A_7 = B_6 + 5 . 28 - 9 . 23 + 23$$

Wüßten wir nichts weiter als das eben Mitgeteilte, so würde mit Sicherheit erwiesen sein, daß auch bei der Pflanze Erscheinen und Vergehen der Blüte von den periodischen Grundwerten abhängt.

Ein weiterer Blick auf die K-Werte lehrt, daß auch die Knospenzeiten mit den Blütezeiten durch 28 und 23 verbunden sind.

Es sollen hier nur die durchsichtigsten Gleichungen ihre Stelle finden

$$K_5 = B_5 \left.\begin{matrix} + 4 . 28 \\ - 4 . 23 \end{matrix}\right\} = B_6 + \boxed{\begin{matrix} \frac{28^2}{2} \\ - \frac{28 . 23}{2} \end{matrix}} - 2\Delta^2$$

$$K_6 = B_6 \left.\begin{matrix} + 4 . 23 \\ - 4 . 28 \end{matrix}\right\} = B_6 + \boxed{\begin{matrix} \frac{28 . 23}{2} \\ - \frac{28^2}{2} \end{matrix}} + 2\Delta^2$$

---

*) $A_1 = B_2 + 28\Delta + \Delta$
$A_2 = B_1 - 28\Delta$

$$A_2 = B_3 - \frac{28 . 23}{2}$$
$$A_3 = B_2 + \frac{28 . 23}{2}$$

$$A_6 = B_7 + \frac{28 . 23}{2} - \Sigma\Delta$$
$$A_7 = B_6 - \frac{28 . 23}{2} + \Sigma\Delta + 23$$

Zwischen A_3 und B_4, und A_4 und B_3 [A_3 und B_3 umfassen ein unregelmäßiges Blütestadium von zwei Kalenderjahren!] lauten die Beziehungen:

$$A_3 = B_4 - \frac{28 . 23}{2} + 2\Sigma\Delta$$
$$A_4 = B_3 - \frac{28^2}{4}$$

Wo wir hinsehen, entdecken wir die Fäden, mit denen die Funktionen des Pflanzenlebens periodisch verknüpft sind.

XII.

Vom Jahr.

Wir stehen an der Schwelle einer hochwichtigen Frage. Gerade das Pflanzenleben lehrt eindringlich, daß in seinem Organismus das Jahr pulst. Knospe, Blüte und Frucht kehren im Jahrestakte wieder. Sollte also in den Knospen- und Blüteninterstitien selbst, d. h. in ihrem absoluten Tageswert, nicht das Jahr nachweisbar sein?

Die Knospenintervalle lauteten bei unserer Clivia:

$$\begin{aligned} K_1 &= 11 \,.\, 23 + 4 \,.\, 28 \\ K_2 &= -\, 1 \,.\, 23 + 8 \,.\, 28 \\ K_3 &= 23^2 \\ K_4 &= 14 \,.\, 23 \\ K_5 &= 8 \,.\, 23 + 7 \,.\, 28 \\ K_6 &= 5 \,.\, 23 + 10 \,.\, 28 \\ K_7 &= 5 \,.\, 23 + 9 \,.\, 28 \end{aligned}$$

Gleich $K_1 = 11 \,.\, 23 + 4 \,.\, 28$ umfaßt **genau 365 Tage.**

Nehmen wir diesen Wert 365 ganze Tage als Grundwert und vernachlässigen wir — nur für den Augenblick! — die überschüssigen 6 Stunden, so erkennt unser erstauntes Auge folgende Strukturen:

$$\begin{aligned} K_1 &= 365 \\ K_2 &= 2 \,.\, 365 - 23^2 \\ K_3 &= \qquad\quad + 23^2 \end{aligned}$$

Es beträgt also die Summe der drei Spatien

$$\boldsymbol{K_1 + K_2 + K_3 = 3 \,.\, 365} \text{ Tage.}$$

Und wie wir bald im einzelnen nachweisen werden, ist die fernere Summe:

$$\boldsymbol{K_4 + K_5 + K_6 = 2 \,.\, 365 + \frac{28^2}{2} - \Delta^2}$$

Jener Überschuß von $\frac{28^2}{2} - \Delta^2$ über den doppelten Jahreswert ist keineswegs zufällig, sondern wiederholt sich sogleich als

$$K_7 = \frac{28^2}{2} - \Delta^2 = 367 \text{ Tage.}$$

In diesem Überschuß $\frac{28^2}{2} - \Delta^2$ ist eine Annäherung an das Jahr gegeben.

Die Summe dreier Spatien

$$K_4 + K_5 + K_6 = 2 \,.\, 365 + \frac{28^2}{2} - \Delta^2$$

enthält also nur um zwei Tage mehr als drei Jahre und die Summe der vier Spatien

$$\boldsymbol{K_4 + K_5 + K_6 + K_7 = 2 \,.\, 365 + 28^2 - 2\,\Delta^2}$$

wertet nur um vier Tage mehr als 4 . 365 ganze Tage.

$$28^2 - 2\,\Delta^2 = 734$$

Wir ahnen hier bereits, daß mittels der Werte von 28 und 23 ganzen Tagen das Jahr im Organismus umschrieben wird: jenes Jahr, das sich einzeln in ganzen Tagen nicht ausdrücken läßt.

Die Clivia soll später des weiteren verfolgt werden. Hier aber ist der Ort, unser Problem an der Wurzel zu fassen und aufzudecken.

Ich kann nicht besser zeigen, wie das Problem dasselbe ist im ganzen Reich des Lebendigen, als dadurch, daß ich neben die Cliviaknospen Menschenknospen setze und die Geburtszeiten meiner eigenen Kinder behandle.

Im Anfang des zweiten Kapitels sind sie ausführlich erörtert (Beispiel 7):

Robert	29. Dezember 1895	$J_1 = 984$
Pauline	8. September 1898	$J_2 = 477$
Conrad	29. Dezember 1899	$J_3 = 1064$
Totes Mädchen	28. November 1901	

Es war

$$J_1 = 22 \,.\, 28 + 16 \,.\, 23$$
$$J_2 = 11 \,.\, 23 + 8 \,.\, 28$$
$$J_3 = 22 \,.\, 28 + 16 \,.\, 28$$

Wir hatten bemerkt, daß dem Koeffizientenwert nach

$$J_1 \mathrel{|\!=\!|} J_3 \mathrel{|\!=\!|} 2 \,.\, J_2$$

Somit hatten wir bereits beim ersten Versuch einer Ordnung Gleichheiten entdeckt, wo sonst nur Ungleichheiten zu sehen waren.

Aber es wurde noch nicht untersucht, welche Bedeutung den absoluten J-Werten zukäme.

$J_1 = 22 \,.\, 28 + 16 \,.\, 23$ läßt sich zerlegen in eine Summe $\alpha + \beta$, wo

$$\alpha \;=\; 4 \,.\, 28 + 11 \,.\, 23 = 365 \text{ Tage}$$
$$\text{und } \beta^{*)} = 18 \,.\, 28 + 5 \,.\, 23 = 28 \,.\, 23 - \Delta^2$$

Es ist also

$$J_1 = \alpha + \beta = 1 \text{ Jahr } + 28 \,.\, 23 - \Delta^2$$

Und da der Geburtstag des dritten Kindes nach vier Jahren auf denselben Kalendertag fiel, also $J_1 + J_2 = 4$ Jahre (einschließlich des Schalttages) war, so ergibt sich für

$$J_2 = 4 \text{ Jahre} - J_1 = 3 \text{ Jahre} - 28 \,.\, 23 + \Delta^2$$

*) $\beta = 23 \,.\, 28 - 5\,\Delta = 23 \,.\, 28 - \Delta^2$

Es sind demnach

$$J_1 = 1 \text{ Jahr } + 28 \,.\, 23 - \Delta^2$$
$$J_2 = 3 \text{ Jahre } - 28 \,.\, 23 + \Delta^2$$

Und ferner ist

$$J_3 = 1 \text{ Jahr} + 28^2 \quad + \boxed{\begin{array}{r} 17 \,.\, 23 \\ -17 \,.\, 28 \end{array}}$$

Denn

$$\begin{aligned} J_3 = 38 \,.\, 28 &= [4 \,.\, 28 + 11 \,.\, 23] + 34 \,.\, 28 - 11 \,.\, 23 \\ &= 365 \quad + 51 \,.\, 28 - 17 \,.\, 28 + 17 \,.\, 23 - 28 \,.\, 23 \\ &= 365 \quad + 28^2 \quad - 17\,\Delta \end{aligned}$$

Man braucht nur die Werte

$$\boldsymbol{J_1 = 1 \textbf{ Jahr } + 28 \,.\, 23 - \Delta^2}$$
$$\boldsymbol{J_2 = 3 \textbf{ Jahre } - 28 \,.\, 23 + \Delta^2}$$
$$\boldsymbol{J_3 = 1 \textbf{ Jahr } + 28^2 \quad - \frac{\Sigma}{3}\,\Delta}$$

anzusehen, um sofort zu wissen, daß es sich auch bei den menschlichen Geburtsintervallen um eine algebraische Summe des Jahres und der Werte 28 und 23 in der zweiten Dimension handelt. Beim Menschen also ist's im Grunde genau so wie bei der Clivia.

Ein anderes aber drängt sich unserer Betrachtung noch auf.

Es war in den ursprünglichen Werten ausgedrückt:

$$J_1 = 22 \,.\, 28 + 16 \,.\, 23$$
$$J_2 = 11 \,.\, 23 + 8 \,.\, 28$$

J_1 war das biologisch vertauschte und dann verdoppelte J_2. Die Summe $J_1 + J_2$ war gleich vier ganzen Jahren einschließlich des Schalttages.

Wir bemerken zum erstenmal eine bestimmte Leistung der biologischen Vertauschung. Mit ihrer Hilfe wird hier auf einfache Weise der Schalttag gewonnen und so Jahr und Tag in Übereinstimmung gebracht.

Von diesen beiden Zeitgrößen, den fundamentalen Zeiten unseres Planeten, hängt das Leben ab. Im Tagesrhythmus wechseln Licht und Finsternis; und der gleiche Wechsel von Schlaf und Wachen ist allem Lebendigen eigen. Die regelmäßige Wiederkehr der Jahreszeiten und ihrer eigentümlichen Wetterverhältnisse kettet das Leben aber gleichzeitig an den Ablauf des Jahres. Alles Lebendige muß also auf beide Zeitmaße, Tag und Jahr, abgestimmt sein. Und da die Länge des Jahres sich in ganzen Tagen nicht ausdrücken läßt, muß das Leben eine Schaltordnung haben wie der Kalender. Es muß Tagesbruchteile zu ganzen Tagen summieren und diese in seinen Ablauf einordnen. Und in unserem Beispiel haben wir bemerkt, wie mittels der Äquivalenz der beiden Grundwerte (28 und 23) die Aufgabe gelöst werden kann.

Wir kommen auf diesen wichtigen Punkt des näheren zurück.

Dem Menschenbeispiel will ich noch gleich eines aus dem Tierreich an die Seite stellen.

Die Stute Historie (vgl. Beispiel 66 Seite 257) fohlt in folgenden Abständen:

$$
\begin{aligned}
J_1 &= 338 = 17 \,.\, 28 - 6 \,.\, 23 \\
J_2 &= 355 = 2 \,.\, 28 + 13 \,.\, 23 \\
J_3{}^{*)} &= 343 = -5 \,.\, 28 + 21 \,.\, 23 \\
J_4 &= 339 = 8 \,.\, 28 + 5 \,.\, 23 \\
J_5 &= 473 = 21 \,.\, 28 - 5 \,.\, 23 \\
J_6 &= 351 = 15 \,.\, 28 - 3 \,.\, 23 \\
J_7 &= 547 = 22 \,.\, 28 - 3 \,.\, 23
\end{aligned}
$$

Der Hinweis auf einige Beziehungen, wie

$$
\begin{aligned}
&J_6 + \frac{28^2}{4} = J_7 \\
&J_4 + J_5 = 29 \,.\, 28 + \qquad = 2 \,.\, 23 \,.\, 28 - 17 \,.\, 28 \\
&\qquad J_3 = 21 \,.\, 23 - 5 \,.\, 28 = 16 \,.\, 23 - \Delta^2 \\
&\qquad J_5 = 21 \,.\, 28 - 5 \,.\, 23 = 16 \,.\, 28 + \Delta^2 \\
&J_2 + J_4 = 10 \,.\, 28 + 18 \,.\, 23 = 28 \,.\, 23 + 2\Delta^2
\end{aligned}
$$

genügt, um wiederum zu zeigen, daß Funktionen von 28 und 23 bei diesen Spatien in Frage kommen.

Aber was sind ihrem Wesen nach die einzelnen Spatien selbst?

Am nächsten stehen sich in ihrem absoluten Wert:

$$
\begin{aligned}
J_1 &= 338 = 17 \,.\, 28 - 6 \,.\, 23 \\
J_4 &= 339 = 8 \,.\, 28 + 5 \,.\, 23
\end{aligned}
$$

Es ist

$$
\begin{aligned}
J_1 = 338 &= 17 \cdot 28 - 6 \,.\, 23^{**)} = 22 \,.\, 23 - 6 \,.\, 28 \\
&= [22 \,.\, 23 + 8 \,.\, 28] - \frac{28^2}{2} \\
&= 2 \,.\, 365 - \frac{28^2}{2}
\end{aligned}
$$

Und

$$
\begin{aligned}
J_4 = 339 &= 8 \,.\, 28 + 5 \,.\, 23 \\
&= [22 \,.\, 23 + 8 \,.\, 28] - 17 \,.\, 23 \\
&= 2 \,.\, 365 - 17 \,.\, 23
\end{aligned}
$$

*) Schreibt man $J_3 = 18 \,.\, 28 - 7 \,.\, 23$, so sieht man, daß

$$\mathrm{I} + \mathrm{II} + \mathrm{III} = 37 \,.\, 28 = \frac{28^2}{2} + 28 \,.\, 23 = \frac{3}{2} E^2$$

**) Durch Addition von $28 \,.\, 23 - 23 \,.\, 28 = 0$

Also

$$\boldsymbol{J_1 = 2 \,.\, 365 - \frac{28^2}{2}}$$
$$\boldsymbol{J_4 = 2 \,.\, 365 - 17 \,.\, 23}$$

Und

$$\boldsymbol{J_1 + J_4} = 4 \,.\, 365 - 17 \,.\, 23 - \frac{28^2}{2}$$
$$= 4 \,.\, 365 + \frac{28^2}{2} - 17 \,.\, 23 - 28^2$$
$$= 4 \,.\, 365 + 1 - 28^2$$
$$= \textbf{4 Jahre} - \boldsymbol{28^2}$$

Nun sehen wir, warum in J_4 von $2 \,.\, 365$ Tagen nicht $\frac{28^2}{2} = 392$ abgezogen wird, sondern nur der um einen Tag geringere Wert $17 \,.\, 23 = 391$. Denn es sollen in der Summe $J_1 + J_4$ nicht $4 \,.\, 365$, sondern $4 \,.\, 365 + 1$, d. h. vier ganze Jahre (mit dem Schalttag) enthalten sein, von denen sich 28^2 subtrahiert. Aus dem Tageswert soll der Jahreswert hergestellt werden.*)

Das zweite Intervall

$$J_2 = 355 = J_1 + J_4 - 14 \,.\, 23$$
$$= \textbf{4 Jahre} - 28^2 - \boldsymbol{\frac{28 \,.\, 23}{2}}$$

Merkt man sich, daß vier ganze Jahre mit dem Schalttag =

$$1461 = 30 \,.\, 28 + 27 \,.\, 23 \text{ Tage}$$

sind, so leitet sich J_2 leicht so her:

$$J_2 = 2 \,.\, 28 + 13 \,.\, 23$$
$$= 30 \,.\, 28 + 27 \,.\, 23 - 28^2 - 14 \,.\, 23$$
$$= 4 \text{ Jahre} - 28^2 - \frac{28 \,.\, 23}{2}$$

Es ist also J_2 nur um $\frac{28 \,.\, 23}{2} = 322$ Tage geringer als die uns bekannte Summe $J_1 + J_4$

Ferner

$$J_3 = -5 \,.\, 28 + 21 \,.\, 23 = 16 \,.\, 23 - \Delta^2$$
$$J_5 = -5 \,.\, 23 + 21 \,.\, 28 = 16 \;\; 28 + \Delta^2$$

ergeben als Summe:

---

*) Da $1 = 4$ Jahre $- 4 \,.\, 365$, so können wir:

$$J_4 = 2 \,.\, 365 - \frac{28^2}{2} + 1 \text{ ausdrücken:}$$

$$J_4 = 4 \text{ Jahre} - \frac{28^2}{2} - 2 \,.\, 365$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{J_3} + \boldsymbol{J_5} &= 16 . 23 + 16 . 28 \\ &= 16 . 23 + 28 . 23 + 16 . 28 - 23 . 28 \\ &= [44 . 23 + 16 . 28] - 23 . 28 \\ &= \mathbf{4 . 365 - 23 . 28}\end{aligned}$$

Hier ist in der Summe der Schalttag noch nicht enthalten. Er muß im Verlauf der weiteren Intervalle eingebracht werden.

J_3 und J_5 sind die biologischen Hälften ihrer Summe $4 . 365 - 23 . 28$

$$J_6 = 15 . 28 - 3 . 23$$

ist die wirkliche Hälfte der Summe $2 . J_6 = 4 \text{ Jahre} - 28^2 + \Delta^2$

Denn

$$\begin{aligned}\mathbf{2 . \boldsymbol{J_6}} &= 30 . 28 - 6 . 23 \\ &= (30 . 28 + 27 . 23) - 33 . 23 \\ &= 4 \text{ Jahre} + 23^2 - 2 . 28 . 23 \\ &= \mathbf{4\ Jahre} - \mathbf{28^2} + \Delta^2\end{aligned}$$

Und da

$$J_7 = J_6 + 7 . 28$$

so ist

$$\begin{aligned}\mathbf{2 . \boldsymbol{J_7}} &= 2 . J_6 + \frac{28^2}{2} \\ &= \mathbf{4\ Jahre} - \frac{\mathbf{28^2}}{\mathbf{2}} + \Delta^2 \text{*)}\end{aligned}$$

Wir sehen in dem Abzugswert $-\left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right)$ den uns wohlbekannten Annäherungswert von 367 Tagen an das Jahr.

Es stehen uns hier nur diese sieben Spatien zur Verfügung. Und gewiß wird es langer Beobachtungsreihen bedürfen, um die Gesetze des

---

*) So einfach dieser Wert aussieht, so darf doch nicht übersehen werden, daß noch eine andere Deutung möglich ist:

$$\begin{aligned}J_7 &= 22 . 28 - 3 . 23 = [11 . 23 + 4 . 28] + 18 . 28 - 14 . 23 \\ &= 365 + 23^2 - \frac{28 . 23}{2} - \Delta^2 = \frac{2}{2} E^2\end{aligned}$$

Es sind übrigens

$$J_3 + J_7 + 2 . J_4 = 2 . 28^2$$

$$\begin{array}{rl} J_7 = & 365 + 23^2 - \frac{28 . 23}{2} - \Delta^2 \\ J_3 = & 28^2 - 2\,\Delta^2 - 17 . 23 \\ 2 . J_4 = & 4 . 365 - 34 . 23 \\ \hline \boldsymbol{J_7} + \boldsymbol{J_3} + 2 . \boldsymbol{J_4} = & 5 . 365 + 28^2 + 23^2 - \frac{28 . 23}{2} - 3\,\Delta^2 - 51 . 23 \\ = & 5 . 365 + 28^2 - \frac{3}{2} 28 . 23 - 3\,\Delta^2 = \mathbf{2 . 28^2} \end{array}$$

Hieraus folgt

$$5 . 365 = 28^2 + 3\left(\frac{28 . 23}{2} + \Delta^2\right)$$

zeitlichen Ablaufes im einzelnen festzustellen. Aber die großen Linien sind gegeben. Es handelt sich überall um den Ausgleich von Tag und Jahr, und dieser Ausgleich wird mittels der beiden Grundwerte von 28 und 23 Tagen vom Leben vollzogen.

Ehe wir die ausführliche Analyse der Clivia geben, wollen wir den schuldigen Nachweis führen, daß die Jahresbeziehungen auch bei dem anderen Beispiel aus dem Pflanzenreich sich in gleicher Weise aufzeigen lassen.

Auf S. 256 hatten wir neun Blütezeiten eines Herlitzenstrauches behandelt. (Beispiel 65.) Die Spatien waren:

$$\begin{aligned}
J_1 &= 380 = 16 \,.\, 23 + 12 = && 8 \,.\, 23 + 7 \,.\, 28 \\
J_2 &= 335 = 14 \,.\, 23 + 13 = && -11 \,.\, 23 + 21 \,.\, 28 \\
J_3 &= 380 = 16 \,.\, 23 + 12 = && 8 \,.\, 23 + 7 \,.\, 28 \\
J_4 &= 383 = 16 \,.\, 23 + 15 = && 13 \,.\, 23 + 3 \,.\, 28 \\
J_5 &= 368 = 16 \,.\, 23 + 0 = && 16 \,.\, 23 \\
J_6 &= 361 = 15 \,.\, 23 + 16 = && -5 \,.\, 23 + 17 \,.\, 28 \\
J_7 &= 338 = 14 \,.\, 23 + 16 = && -6 \,.\, 23 + 17 \,.\, 28 \\
J_8 &= 387 = 16 \,.\, 23 + 19 = && 1 \,.\, 23 + 13 \,.\, 28
\end{aligned}$$

Wie auf den nächsten Seiten ausführlich abgeleitet wird, sind:

$$\begin{aligned}
J_1 + J_3 &= 380 + 380 &&= 2 \,.\, 365 - \frac{\Sigma}{3}\Delta + 23\,\Delta \\
J_2 &= 335 &&= 1 \,.\, 365 + \frac{\Sigma}{3}\Delta - 23\,\Delta \\
\hline
\boldsymbol{J_1 + J_2 + J_3} &\mathbf{= 1095} &&\mathbf{= 3 \,.\, 365}
\end{aligned}$$

Ferner

$$\begin{aligned}
J_4{}^{*)} &= 383 &&= 2 \,.\, 365 - \Delta^2 - \frac{28 \,.\, 23}{2} \\
J_5 + J_8 &= 368 + 387 &&= 2 \,.\, 365 + \Delta^2 \\
J_7 &= 338 &&= 2 \,.\, 365 \qquad - \frac{28^2}{2}
\end{aligned}$$

Und endlich ist

$$\begin{aligned}
\mathbf{2} \,.\, \boldsymbol{J_6} &= 2 \,.\, 361 = 34 \,.\, 28 - 10 \,.\, 23 \\
&= \mathbf{4\ Jahre} - \frac{\mathbf{28 \,.\, 23}}{\mathbf{2}} - \frac{\mathbf{28^2}}{\mathbf{2}} - \Delta^2
\end{aligned}$$

Es ist also im verdoppelten J_6 der eine Tag gewonnen, der 4.365 zu 4 Jahren macht.

---

*) Mit $J_4 = 2 \,.\, 365 - \Delta^2 - \frac{28 \,.\, 23}{2}$ vgl. den Abstand meiner beiden ersten Kinder

$$365 - \Delta^2 + 28 \,.\, 23$$

Der Unterschied beträgt $365 - \frac{3}{2}\, 28 \,.\, 23$

Oder

$$\left.\begin{aligned}2 \,.\, J_6 = 2 \,.\, 365 \qquad &- \frac{28^2}{2} \\ + 2 \,.\, 365 + 1 &- \frac{28 \,.\, 23}{2} - \Delta^2\end{aligned}\right|$$

Daß wir wirklich erst in $2 \,.\, J_6$ den ganzen biologischen Wert vor uns haben, darauf weisen auch die Summen hin:

$$J_6 + J_7 = \ \ 699 = 28^2 \quad - \frac{\Sigma}{3}\Delta$$

$$J_6 + J_5 = \ \ 729 = 28 \,.\, 23 + \frac{\Sigma}{3}\Delta$$

Also $\quad \mathbf{2 \,.\, J_6 + J_5 + J_7} = 1428 = \mathbf{28^2 + 28 \,.\, 23}$

Man kann mit

$$2 \,.\, J_6 = 4 \text{ Jahre} - \frac{28 \,.\, 23}{2} - \frac{28^2}{2} - \Delta^2$$

vergleichen

$$J_1 = 4 \text{ Jahre} - \frac{28 \,.\, 23}{2} - 28^2 + \Delta^2$$

$$J_2 = 4 \text{ Jahre} - \frac{3}{2}\, 28^2 + 2\, \Delta^2$$

Es ist nämlich (vgl. die Jahresformeln im Anhang):

$$365 + 17\, \Delta = 4 \text{ Jahre} - 28 \,.\, 23 - \frac{28^2}{2} + \Delta^2$$

Und da

$$J_2 = 365 + 17\, \Delta + 23^2 - 28 \,.\, 23$$

so ergibt sic

$$\boldsymbol{J_2 = 4 \text{ Jahre} - \frac{3}{2}\, 28^2 + 2\, \Delta^2}$$

Und weil ferner

$$J_1 - J_2 = 19 \,.\, 23 - 14 \,.\, 28 = \frac{28^2}{2} - \frac{28 \,.\, 23}{2} - \Delta^2$$

so ist $\qquad \boldsymbol{J_1 = 4 \text{ Jahre} - \frac{28 \,.\, 23}{2} - 28^2 + \Delta^2}$

$$J_4 = 383 = 13 \,.\, 23 + 3 \,.\, 28 = [22 \,.\, 23 + 8 \,.\, 28] - (9 \,.\, 23 + 5 \,.\, 28)$$

$$= 2 \,.\, 365 + \frac{28 \,.\, 23}{2} - 23^2 + 23 \,.\, 28 - 28^2$$

$$\boldsymbol{= 2 \,.\, 365 - \frac{28 \,.\, 23}{2} - \Delta^2}$$

$$J_5 = 16 \,.\, 23 = J_4 \left.\begin{aligned}+ 3 \,.\, 23 \\ - 3 \,.\, 28\end{aligned}\right\}$$

Also

$$J_5{}^{*)} = 2\,.\,365 - \frac{28\,.\,23}{2} - \Delta^2 + \boxed{\begin{array}{r} 17\,.\,23 + 14\,.\,28 \\ -17\,.\,28 - 14\,.\,23 \end{array}}$$

$$= \mathbf{2\,.\,365 + \frac{28^2}{2} - 28\,.\,23 - \frac{\Sigma}{3}\,\Delta - \Delta^2}$$

Da

$$16\,.\,23 + 16\,.\,28 = 4\,.\,365 - 28\,.\,23 \text{ (vgl. S. 272),}$$

so mußte

$$J_5 = 16\,.\,23$$

die biologische Hälfte davon sein.

Zu J_5 war J_8 das Komplement.

$$J_8 = 387 = 23 + 13\,.\,28 = 14\,.\,28 + 23 - 28$$

$$= \frac{28^2}{2} \left.\begin{array}{l} + 18\,.\,23 + 17\,.\,28 \\ - 18\,.\,28 - 17\,.\,23 \end{array}\right\} = 28\,.\,23 - \frac{28^2}{2} + \frac{\Sigma}{3}\,\Delta + 2\,\Delta^2$$

Also

$$\boldsymbol{J_5 + J_8 = 2\,.\,365 + \Delta^2}$$

$$\boldsymbol{J_7} = 338 \text{ (der bekannte Wert vgl. S. 270)}$$

also

$$= \mathbf{2\,.\,365 - \frac{28^2}{2}}$$

Und

$$\mathbf{2\,.\,\boldsymbol{J_6}} = 34\,.\,28 - 10\,.\,23$$

$$= 30\,.\,28 + 27\,.\,23 + (4\,.\,28 - 37\,.\,23)$$

$$= 4 \text{ Jahre} + [(46 - 42)\,28 - 23^2 - 14\,.\,23]$$

$$= \mathbf{4\ Jahre - \frac{28\,.\,23}{2} - \frac{28^2}{2} - \Delta^2}$$

Im einzelnen leiten sich die Intervalle so ab:

$$J_1 = 380 = 8\,.\,23 + 7\,.\,28 = 365 \left.\begin{array}{l} + 3\,.\,28 \\ - 3\,.\,23 \end{array}\right|$$

$$= 365 + \boxed{\begin{array}{c} 17\,.\,28 + \dfrac{28\,.\,23}{2} \\ - 17\,.\,23 - \dfrac{28^2}{2} \end{array}} = 365 + \frac{\Sigma}{3}\,\Delta - \frac{28}{2}\,\Delta$$

---

*) Setzt man (vgl. Anhang) $\frac{\Sigma}{3}\,\Delta = 4$ Jahre $- 365 - 28\,.\,23 - \frac{28^2}{2} + \Delta^2$

so lautet

$$J_5 = 3\,.\,365 - 4 \text{ Jahre} + 28^2 - 2\,\Delta^2$$

oder

$$J_5 = -1 \text{ Schaltjahr} + 28^2 - 2\,\Delta$$

Es wäre also

$$J_5 = 2\left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right) - 366 \text{ Tage.}$$

Der Ausdruck $\frac{28^2}{2} - \Delta^2$ ist uns von den Knospenzeiten der Clivia her als Intervall wohl bekannt.

$$J_2 = 335 = 17 \,.\, 23 - 2 \,.\, 28 = 365 + \left.\begin{matrix} 6 \,.\, 23 \\ -6 \,.\, 28 \end{matrix}\right\}$$

$$= 365 + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 28 + 23^2 \\ -17 \,.\, 23 - 28 \,.\, 23 \end{matrix}} = 365 + 17\,\Delta - 23\,\Delta$$

$$J_3 = J_1$$

$$2 \times J_1 = J_1 + J_3 = 2 \,.\, 365 + \frac{2}{3}\,\Sigma\,\Delta - 28\,\Delta$$

$$= 2 \,.\, 365 - \frac{1}{3}\,\Sigma\,\Delta + 23\,\Delta$$

Weil

$$J_2 = 1 \,.\, 365 + \frac{1}{3}\,\Sigma\,\Delta - 23\,\Delta$$

so war

$$J_1 + J_2 + J_3 = 3 \,.\, 365$$

Bei der Clivia kam bereits der Wert

$$K_5 = 380^{*)} = 365 + \left.\begin{matrix} 3 \,.\, 38 \\ -3 \,.\, 23 \end{matrix}\right\}$$ vor. Es folgte darauf

$$K_6 = 395 \;= 365 + \left.\begin{matrix} 6 \,.\, 28 \\ -6 \,.\, 23 \end{matrix}\right\} = 365 + 6\,\Delta$$

Bei der Herlitze folgt auf:

$$J_1 = 380 = 365 + \left.\begin{matrix} 3 \,.\, 28 \\ -3 \,.\, 23 \end{matrix}\right\}$$

$$J_2 = 335 = 365 + \left.\begin{matrix} 6 \,.\, 23 \\ -6 \,.\, 28 \end{matrix}\right\} = 365 - 6\,\Delta$$

Bei der einen Pflanze ist in dem auf 380 folgenden Intervall vom Jahresbetrag (365) ebenso viel fortgenommen, als bei der anderen Pflanze im analogen Intervall hinzugefügt ist!

Die acht Intervalle unserer Herlitze geben noch zu einer wichtigen Bemerkung Anlaß.

Die Blüten sind alljährlich und zur selben Jahreszeit erschienen. Die Intervalle haben jedoch einen verschiedenen Tageswert, der sich in keinem der Spatien mit dem Jahreswert von 365 Tagen deckt.

Ein Vorgang aber, welcher jährlich und zur gleichen Jahreszeit gleichartige Wirkungen hervorbringt, muß auch durch gleichwertige Kräfte verursacht sein. Diese Kräfte können nur aus der lebendigen Substanz stammen. Wir messen sie durch die Anzahl der in Aktion tretenden Einheiten dieser Substanz. Und da die Lebensdauer solcher Einheiten 28 bezw. 23 Tage beträgt, so gibt uns die verfließende Zeit schließlich das Maß.

---

*) Und $2 \,.\, K_5 = K_6 + 365$!

So kommt es, daß unser Verstand die Forderung aufstellt, es müßten die zwischen zwei jährlichen Blüten abgelaufenen Zeiträume äquivalent sein.

Wären die Intervalle immer genau ein Jahr, so wäre die Äquivalenz eine Gleichheit, und zwar eine von besonderer Ordnung. Und unsere Forderung wäre voll befriedigt.

Genau ein Jahr aber sind sie eben nicht. Erst die Summen schließen sich zum Jahreswert zusammen.

Es sind bei der Herlitze:

$$\boldsymbol{J_1 + J_2 + J_3 = 3 \,.\, 365}$$

Ebenso wie bei unserer Clivia:

$$\boldsymbol{K_1 + K_2 + K_3 = 3 \,.\, 365}$$

Bei dieser Summe kommt im Durchschnitt auf je e i n Intervall e i n Jahr.

Im einzelnen aber ist

$$J_1 = 4 \text{ Jahre} - 28^2 - \frac{28 \,.\, 23}{2} + \Delta^2$$

$$J_2 = 4 \text{ Jahre} - \frac{3}{2}\, 28^2 + 2\,\Delta^2$$

$$J_3 = J_1$$

Ferner

$$J_4 = 2 \,.\, 365 - \frac{28 \,.\, 23}{2} - \Delta^2$$

$$J_7 = 2 \,.\, 365 - \frac{28^2}{2}$$

$$J_5 + J_8 = 2 \,.\, 365 + \Delta^2$$

$$2 \,.\, J_6 = 4 \text{ Jahre} - \frac{28^2}{2} - \frac{28 \,.\, 23}{2} - \Delta^2$$

Was besagen diese Intervallwerte?

Es ist

$$J_1 = 1 \text{ Jahr} + 3 \text{ Jahre} - \frac{3}{2} E^2$$

$$J_2 = 1 \text{ Jahr} + 3 \text{ Jahre} - \frac{3}{2} E^2$$

$$J_3 = 1 \text{ Jahr} + 3 \text{ Jahre} - \frac{3}{2} E^2$$

$$J_4 = 1 \text{ Jahr} + 1 \text{ Jahr} - \frac{1}{2} E^2$$

$$J_7 = 1 \text{ Jahr} + 1 \text{ Jahr} - \frac{1}{2} E^2$$

In jedem dieser Intervalle kann man zuerst den Jahreswert absondern. Der Rest besteht dann stets aus

$$\text{n Jahren} - \frac{n}{2} E^2$$

Es sind also n Jahre an die Stelle getreten von $\frac{n}{2} E^2$, oder:

$$\textbf{Ein Jahr ist äquivalent } \frac{1}{2} E^2$$

Diese Äquivalenz bewährt sich auch für J_6

Denn

$$2 \,.\, J_6 = 2 \text{ Jahre} + \left(2 \text{ Jahre} - \frac{2}{2} E^2\right)$$

d. h.

$$J_6 = 1 \text{ Jahr} + \left(1 \text{ Jahr} - \frac{1}{2} E^2\right)$$

Und schließlich die Summe zweier Intervalle:

$$J_5 + J_8 = 2 \text{ Jahre} + \Delta^2$$

besteht aus

$$J_5 = 1 \text{ Jahr} + \left(1 \text{ Jahr} - \frac{1}{2} E^2\right)$$

$$J_8 = \qquad\qquad\qquad \frac{1}{2} E^2$$

Auch hier bewährt sich die Äquivalenz:

$$\mathbf{1 \text{ Jahr}} \boxminus \frac{1}{2} E^2$$

Wie aber steht es mit der Äquivalenz bei den Knospenzeiten der Clivia, die wir bereits kennen gelernt haben?

Dort war

$$K_1 + K_2 + K_3 = 3 \,.\, 365$$

$$K_4 + K_5 + K_6 = 2 \,.\, 365 + \frac{28^2}{2} - \Delta^2$$

$$K_7 = \qquad\qquad \frac{28^2}{2} - \Delta^2$$

Die Summe der ersten drei Knospenzeiten ist drei Jahre, die Summe dreier weiterer ist zwei Jahre $+ \frac{1}{2} E^2$; und die letzte beträgt $\frac{1}{2} E^2$.

So weit stimmt die Äquivalenzregel genau. Sehen wir uns aber die einzelnen Werte an, so ist

$$K_1 = 365$$

$$K_2 = 2 \,.\, 365 - 23^2$$

$$K_3 = 23^2$$

$$K_4 = \frac{28 \,.\, 23}{2}$$

$$K_5 \quad = 4 \text{ Jahre} - 28^2 - \frac{28 \cdot 23}{2} + \Delta^2$$

$$K_6\, {}^{*}) = \frac{3}{2}\, 28^2 - 2\,(\text{Jahr} + \Delta^2)$$

$$K_7 \quad = \frac{28^2}{2} - \Delta^2$$

Aus diesen sieben Werten erhellt ohne weiteres, daß

$$\begin{aligned} K_1 &= \phantom{2 \cdot {}} 365 \\ K_2 + K_3 &= 2 \cdot 365 \\ K_4 &= \frac{28 \cdot 23}{2} \\ K_7 &= \frac{28^2}{2} - \Delta^2 \end{aligned}$$

der Äquivalenzregel genügen.

Ebenso

$$K_5 = 1 \text{ Jahr} + \left(3 \text{ Jahre} - \frac{3}{2}\, E^2 \right)$$

$$K_6 = \frac{1}{2}\, E^2 + \left(\frac{2}{2}\, E^2 - 2 \text{ Jahre} \right)$$

Was zeigen aber K_2 und K_3?

$$\begin{aligned} K_2 &= 2 \cdot 365 - 23^2 \\ K_3 &= 23^2 \end{aligned}$$

Also

$$K_2 = 2 \text{ Jahre} - \frac{2}{2}\, E^2$$

$$K_3 = \qquad\qquad \frac{2}{2}\, E^2$$

Hier genügt nur die Summe $K_2 + K_3 = 2$ Jahre der Regel, die einzelnen K_2 und K_3 scheinbar nicht. Aber nur scheinbar. Denn K_2 ist kein jährliches Intervall. Es umfaßt nur den Zeitraum vom 8. Januar bis 28. Juli 1899. In diesem Jahre hat die Clivia auffallenderweise zweimal geblüht. D a f ü r fiel im folgenden Jahre die Blüte aus.

Und weil also K_2 kein jährliches Intervall ist, so kann man auch für K_2 nicht den Wert eines Jahresintervalls erwarten.

Erst $K_2 + K_3$ umfaßt die Knospenabstände zweier Jahre und ist demgemäß 2 . 365.

Also auch bei den Knospenintervallen der Clivia hat sich die Äquivalenzregel glänzend bewährt.

*) $K_6 = 365 - 17\,\Delta + 23\,\Delta$

$$= 2 \cdot 365 - 4 \text{ Jahre} + \frac{3}{2}\, 28^2 - 2\,\Delta^2$$

Dieser Wert umfaßt ganze Tage.

Erst wenn vielfache und genaue Stundenbeobachtungen vorliegen werden, wird man entscheiden können, ob man statt 2 . 365 — 4 Jahre nicht setzen darf — 2 Jahre, was oben der einfachen Übersicht halber geschehen ist.

Ob sie auch bei den Spatien des Tierreiches Geltung beanspruchen darf? Wir kennen die Entbindungsspatien der Stute Historie (vgl. S. 270). Es war dort

$$J_1 = 2 \,.\, 365 \qquad - \frac{28^2}{2}$$

$$J_4 = 2 \,.\, 365 + 1 - \frac{28^2}{2}$$

$$\overline{J_1 + J_4 = \mathbf{4\ Jahre} \quad - \mathbf{28^2}}$$

$$J_2 = 4 \text{ Jahre} - 28^2 - \frac{28 \,.\, 23}{2}$$

$$J_3 + J_5 = 4 \,.\, 365 - 28 \,.\, 23$$

Es fügen sich also J_1, J_2, J_4 und die Summe $J_3 + J_5$ ohne weiteres der Äquivalenzregel.

Aber die Summe $J_3 + J_5$ besteht aus zwei biologisch gleichen Teilen.

$$J_3 = 16 \,.\, 23 - \Delta^2$$

$$J_5 = 16 \,.\, 28 + \Delta^2 \text{ *)}$$

Und was für die Summe gilt, ist auch für ihre Hälften zuständig.

Dasselbe läßt sich von J_6 aussagen.

Denn

$$2 \,.\, J_6 = 4 \text{ Jahre} - 28^2 + \Delta^2$$

$$= 2 \text{ Jahre} + \left(2 \text{ Jahre} - \frac{2}{2} E^2 \right)$$

J_6 ist die Hälfte davon.

Und da

$$J_7 = J_6 + \frac{28^2}{4}$$

und

$$2 \,.\, J_7 = 4 \text{ Jahre} - \frac{28^2}{2} + \Delta^2$$

so umfaßt — das längste Spatium — J_7 den Wert von $1\frac{1}{2}$ Jahren.

Tatsächlich sind vom

24. April 1896 bis 23. Oktober 1897 $= J_7 = 547$ Tage verflossen. Und $547\frac{7}{8}$ Tage sind $1\frac{1}{2}$ Jahre!

Es ist also hier die Äquivalenz zur Gleichheit geworden.

Somit besteht auch für die Fohlungsintervalle die Äquivalenzregel zu Recht.

---

*) $J_5 = 16 \,.\, 28 + \Delta^2 = (33 - 17)\, 28 + \Delta^2 = 2 \,.\, 28^2 - 28 \,.\, 23 - 17 \,.\, 28 + \Delta^2$

Da ferner

$$17 \,.\, 28 = 3 \,.\, 365 - 28 \,.\, 23 + \Delta^2, \text{ so ist}$$

$$J_5 = 2 \,.\, 28^2 - 3 \,.\, 365 = \frac{1}{2} E^2$$

$$J_3 = 7 \,.\, 365 - 2 \,.\, 28^2 - 28 \,.\, 23 = 1 \text{ Jahr} + \left(6 \text{ Jahre} - \frac{6}{2} E^2\right)$$

Anders geschrieben:

$$J_5 = \quad 2 \,.\, 28^2 - 4 \,.\, 365 + 1 \,.\, 365$$

$$J_3 = -2 \,.\, 28^2 + 4 \,.\, 365 + 3 \,.\, 365 - 28 \,.\, 23$$

Ich habe bei der Erörterung des Jahresanteils auch des Beispiels meiner eigenen Kinder gedacht (s. S. 268).

Dort war das erste Spatium

$$J_1 = 365 \quad + 28 \,.\, 23 - \Delta^2 = \frac{3}{2} E^2$$

Und da

$$J_1 + J_2 = 4 \text{ Jahre}$$

so war das kurze

$$J_2 = 3 \text{ Jahre} - 28 \,.\, 23 + \Delta^2 = \frac{1}{2} E^2$$

Also

$$\boldsymbol{J_1 = 1 \text{ Jahr} \;\; + 28 \,.\, 23 - \Delta^2 = \frac{3}{2} E^2}$$

$$\boldsymbol{J_2 = 3 \text{ Jahre} - 28 \,.\, 23 + \Delta^2 = \frac{1}{2} E^2}$$

Die Summe 4 Jahre wertet also $\frac{4}{2} E^2$, wie das auch sein muß.

Und J_1 ist biologisch dreimal so groß als J_2

$$J_1 + 2 \text{ Jahre} - 2 \,.\, 28 \,.\, 23 + 2\,\Delta^2 = J_2$$

Das dritte Intervall J_3 betrug $38 \,.\, 28$ Tage.

$$J_3 = 365 + 28^2 + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 23 \\ -17 \,.\, 28 \end{matrix}}$$

Es ist also $J_3 \models\!\dashv J_1$

Setzt man aber in J_3 den Wert

$$-17\,\Delta = 365 - 4 \text{ Jahre} + 28 \,.\, 23 + \frac{28^2}{2} - \Delta^2$$

oder kürzer

$$-17\,\Delta = 28 \,.\, 23 + \frac{28^2}{2} - 3 \text{ Jahre} - \Delta^2 \left[-\frac{1}{4} \text{ Tag}\right]$$

so erhält man

$$J_3 = \frac{3}{2}\, 28^2 + 28 \,.\, 23 - 2 \text{ Jahre} - \Delta^2$$

Vergleicht man nun J_3 mit J_1:

$$\boldsymbol{J_1 = \qquad\qquad 28 \,.\, 23 + 1 \text{ Jahr} \;\; - \Delta^2}$$

$$\boldsymbol{J_3 = \frac{3}{2}\, 28^2 + 28 \,.\, 23 - 2 \text{ Jahre} - \Delta^2}$$

so sieht man, daß

$$J_1 + \left(\frac{3}{2}\, 28^2 - 3 \text{ Jahre}\right) = J_3$$

Da
$$J_1 \mapsto J_3$$
so müssen auch
$$\frac{3}{2}28^2 \mapsto 3 \text{ Jahre}$$
sein, d. h.
$$\frac{1}{2}28^2 \mapsto 1 \text{ Jahr.}$$

Hier sieht man sehr schön und unmittelbar die Äquivalenz.

Nach diesen Proben, die an ganz willkürlich gewählten Beispielen angestellt sind, dürfen wir von der Äquivalenzregel auch im ferneren Verlauf uns führen lassen.

Wir wollen mit ihrer Hilfe versuchen, die jährlichen Zeiten der Clivia zu verstehen. Die Knospenzeiten der großen Clivia hatten wir bereits auf die Äquivalenz hin geprüft. Nur die genaue Ableitung der einzelnen Werte ist noch nachzuholen.

Große Clivia.

Knospenintervalle:

$$\begin{aligned}
K_1 &= 365 = 11 \,.\, 23 + 4 \,.\, 28\\
K_2 &= 201 = -\,1 \,.\, 23 + 8 \,.\, 28\\
K_3 &= 529 = 23^2\\
K_4 &= 322 = 14 \,.\, 23\\
K_5 &= 380 = 8 \,.\, 23 + 7 \,.\, 28\\
K_6 &= 395 = 5 \,.\, 23 + 10 \,.\, 28\\
K_7 &= 367 = 5 \,.\, 23 + 9 \,.\, 28
\end{aligned}$$

$$K_1 = 365$$

$$\begin{aligned}
K_2 = -\,1 \,.\, 23 + 8 \,.\, 28 &= [22 \,.\, 23 + 8 \,.\, 28] - 23^2\\
&= 2 \,.\, 365 - 23^2
\end{aligned}$$

$$K_3 = 23^2$$

$$K_4 = 14 \,.\, 23 = \frac{28 \,.\, 23}{2}$$

$$\begin{aligned}
K_5 = 8 \,.\, 23 + 7 \,.\, 28 &= [11 \,.\, 23 + 4 \,.\, 28] + 3\,(28 - 23)\\
&= 365 + \boxed{\begin{array}{l} 17 \,.\, 28 + \dfrac{23 \,.\, 28}{2} \\ -\,17 \,.\, 23 - \dfrac{28^2}{2} \end{array}}
\end{aligned}$$

$$K_6 = 5 . 23 + 10 . 28 = [11 . 23 + 4 . 28] + 6\,(28 - 23)$$

$$= 365 + \boxed{\begin{array}{l} \;\;17 . 23 + 23 . 28 \\ -17 . 28 - 23^2 \end{array}}$$

$$K_7 = 5 . 23 + \;\; 9 . 28 = 14 . 28 + 5\,(23 - 28)$$

$$= \frac{28^2}{2} - \Delta^2$$

Setzt man in

$$K_5{}^{*)} = 365 + 17\,\Delta - \frac{28}{2}\,\Delta$$

$$\text{für } 17\,\Delta = 4 \text{ Jahre} - 365 - 28 . 23 - \frac{28^2}{2} + \Delta^{2\,**)}$$

so wird

$$K_5 = 4 \text{ Jahre} - 28^2 - \frac{28 . 23}{2} + \Delta^2 = \frac{1}{2}\,E^2$$

Auf analoge Weise kann, wie auf S. 279 Anmerkung abgeleitet ist, gesetzt werden für

$$K_6 = \frac{3}{2}\,28^2 - 2\,(\text{Jahr} + \Delta^2) = \frac{1}{2}\,E^2$$

Es sind also

$$K_5 + K_6 = 2 \text{ Jahre} + \boxed{\begin{array}{c} \dfrac{28^2}{2} \\ -\dfrac{28 . 23}{2} \end{array}} - \quad \Delta^2 = 1\,E^2$$

Und

$$K_4 + K_5 + K_6 = 2 \text{ Jahre} + \frac{28^2}{2} \qquad\qquad - \quad \Delta^2 = \frac{3}{2}\,E^2$$

Ferner

$$K_4 + K_5 + K_6 + K_7 = 2 \text{ Jahre} + 28^2 \qquad\qquad - 2\,\Delta^2 = 2\,E^2$$

Blütenintervalle.

$$\begin{array}{llrl}
B_1{}^{***)} & = 349 = & 3 . 23 & + 10 . 28 \\
B_2 & = 206 = & -\;\; 2 . 23 & + \;\; 9 . 28 \\
B_3 & = 531 = & 17 . 23 & + \;\; 5 . 28 \\
B_4 & = 340 = & -12 . 23 & + 22 . 28 \\
B_5 & = 360 = & 12 . 23 & + \;\; 3 . 28 \\
B_6 & = 415 = & 1 . 23 & + 14 . 28 \\
B_7 & = 343 = & -\;\; 7 . 23 & + 18\;\; 28
\end{array}$$

*) $2 . K_5 = K_6 + K_1$ vgl. Herlitzenbeispiel Seite 276.

**) Vgl. Jahresformeln im Anhang.

***) Vgl. $K_6 = 5 . 23 + 10 . 28$
$K_7 = 5 . 23 + \;\; 9 . 28$

Der Abstand 365 kommt hier direkt nicht vor.

Wohl aber ist

$$B_1 = 3 . 23 + 10 . 28 = 14 . 23 + 14 . 28 - [11 . 23 + 4 . 28]$$

$$= \frac{28 . 23}{2} + \frac{28^2}{2} - 365$$

Es war $K_1 = 365$, so daß

$$K_1 + B_1 = \frac{28^2 + 28 . 23}{2}$$

Ferner ist

$$B_2 + B_3 = 15 . 23 + 14 . 28$$

$$= [11 . 23 + 4 . 28] + 4 . 23 + 10 . 28$$

$$= 365 + 2\,\Delta^2 + \frac{28 . 23}{2}$$

B_2 ist das kurze Blütenintervall von 1899, wo die Clivia zweimal geblüht hatte.

$$B_2 = - 2 . 23 + 9 . 28$$

Es war

$$K_2 = - 1 . 23 + 8 . 28$$

$$= B_2 - \Delta$$

$$B_3 = 17 . 23 + 5 . 28 = 28 . 23 + 9 . 28 - [11 . 23 + 4 . 28]$$

$$= 2 . 23 . 28 - \frac{28^2}{2} - 365$$

$$= 23^2 + \frac{28^2}{2} - 365 - \Delta^2$$

Da, wie oben abgeleitet

$$B_2 + B_3 = 365 + \frac{28 . 23}{2} + 2\,\Delta^2$$

und

$$B_3 = - 365 + 2 . 28 . 23 - \frac{28^2}{2}$$

so ist

$$B_2 = 2 . 365 + \boxed{\begin{matrix}\frac{28^2}{2}\\ -\frac{28 . 23}{2}\end{matrix}} + 2\,\Delta^2 - 28 . 23$$

Man vergleiche

$$K_2 = 2 . 365 - 23^2$$

$$B_2 = 2 . 365 - 28 . 23 + \boxed{\begin{matrix}\frac{28^2}{2}\\ -\frac{28 . 23}{2}\end{matrix}} + 2\,\Delta^2$$

und

$$K_3 = 23^2$$
$$B_3 = 23^2 + \frac{28^2}{2} - 365 - \Delta^2$$

Der Wert ist bei den Knospen- und Blütenspatien derselbe:

$$K_1 = 365 \qquad\qquad = \frac{1}{2}\, E^2$$
$$B_1 = \frac{28^2}{2} - 365 + \frac{28 \,.\, 23}{2} = \frac{1}{2}\, E^2$$

$$K_2 = 2 \,.\, 365 \qquad - 23^2 \qquad = 0\; E^2$$
$$B_2 = 2 \,.\, (365 + \Delta^2) - 28 \,.\, 23 + \frac{28}{2}\,\Delta = 0\; E^2$$

$$K_3 \;\; = 23^2 \qquad\qquad = 1\; E^2$$
$$B_3\,{}^{*)} = 23^2 + \frac{28^2}{2} - 365 - \Delta^2 = 1\; E^3$$

Ferner ist:

$$B_4 = -\,12 \,.\, 23 + 22 \,.\, 28 = [11 \,.\, 23 + 4 \,.\, 28] - 23^2 + 18 \,.\, 28$$
$$= 365 - \Delta^2$$

Da

$$B_2 + B_3 = 365 + \frac{28 \,.\, 23}{2} + 2\,\Delta^2$$
$$B_4 \quad = 365 \qquad\qquad - \;\; \Delta^2$$

so ist

$$\boldsymbol{B_2 + B_3 + B_4 = 2 \,.\, 365 + \frac{28 \,.\, 23}{2}} + \Delta^2$$

Es war

$$\boldsymbol{K_2 + K_3 + K_4 = 2 \,.\, 365 + \frac{28 \,.\, 23}{2}}$$

Die Summe der drei analogen Knospen- und Blütenabstände unterscheidet sich also nur um Δ^2.

Ferner ist

$$B_5 \models\!\dashv B_6$$

denn

$$\left.\begin{array}{r} B_5 + 11 \,.\, 28 \\ -\,11 \,.\, 23 \end{array}\right\} = B_6$$

$$B_6 = 1 \,.\, 23 + 14 \,.\, 28 = [11 \,.\, 23 + 4 \,.\, 28] + 10\,(28 - 23)$$
$$= 365 + 2\,\Delta^2$$

---

*) Vgl. $B_1 = \frac{28 \,.\, 23}{2} + \frac{28^2}{2} - 365$

Man vergleiche

$$\boldsymbol{B}_2 + \boldsymbol{B}_3 = \mathbf{365} + \frac{\mathbf{28 \,.\, 23}}{\mathbf{2}} + \mathbf{2}\,\boldsymbol{\Delta}^2$$
$$\boldsymbol{B}_6 = \mathbf{365} \qquad\qquad + \mathbf{2}\,\boldsymbol{\Delta}^2$$

Die Summe der beiden Spatien $B_2 + B_3$ ist nur um $\frac{28 \,.\, 23}{2}$ größer, $\left(\text{d. i. } \frac{1}{2} E^2\right)$ als B_6.

Nun ist

$$\left.\begin{array}{r} B_6 + 11 \,.\, 23 \\ - 11 \,.\, 28 \end{array}\right\} = B_5$$

also

$$B_6 + \boxed{\begin{array}{rr} 17 \,.\, 28 & + 23 \,.\, 28 \\ -17 \,.\, 23 & - 28^2 \end{array}} = B_5$$

Da

$$\boxed{\begin{array}{r} 17 \,.\, 28 \\ -17 \,.\, 23 \end{array}} = 17\,\Delta = 4 \text{ Jahre} - 365 - 28 \,.\, 23 - \frac{28^2}{2} + \Delta^2$$

so ist

$$B_6 + 4 \text{ Jahre} - 365 - \frac{3}{2}\, 28^2 + \Delta^2 = B_5$$

d. h.

$$B_5 = 4 \text{ Jahre} - \frac{3}{2}\, 28^2 + 3\,\Delta^2$$
$$B_5 = 4 \text{ Jahre} - 3\left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right)$$

Der Wert $\frac{28^2}{2} - \Delta^2$ ist uns bekannt.

Es war

$$K_4 + K_5 + K_6 = 2 \,.\, 365 + \frac{28^2}{2} - \Delta^2$$

und

$$K_7 = \qquad \frac{28^2}{2} - \Delta^2$$

Endlich ist

$$B_7 = B_2 + 9 \,.\, 28 - 5 \,.\, 23 = B_2 + 23^2 - \frac{28^2}{2}$$

Also

$$B_7 = 2 \,.\, 365 + 23^2 \qquad\qquad - \frac{3}{2}\, 28 \,.\, 23 + 2\,\Delta^2$$

oder auch

$$B_7 = 2 \,.\, 365 - 28^2 \qquad\qquad + \frac{28 \,.\, 23}{2} + 3\,\Delta^2$$
$$= 2 \,.\, 365 - 2\left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right) + \frac{28 \,.\, 23}{2} + \Delta^2$$

In bezug auf die Wertigkeit vergleiche man:

$$B_5 = 1 \text{ Jahr} \qquad + 3\left[1 \text{ Jahr} - \left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right)\right]$$

$$B_7 = \frac{28 \,.\, 23}{2} + \Delta^2 + 2\left[1 \text{ Jahr} - \left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right)\right]$$

$$B_7 = B_5 = \frac{1}{2} E^2$$

Ferner

$$\boldsymbol{B}_6 = \quad \mathbf{365} \qquad\qquad + \mathbf{2}\,\Delta^2 = \frac{1}{2} E^2$$

$$\boldsymbol{B}_4 = \quad \mathbf{365} \qquad\qquad - \quad \Delta^2 = \frac{1}{2} E^2$$

$$\boldsymbol{B}_2 + \boldsymbol{B}_3 = \quad \mathbf{365} + \frac{\mathbf{28 \,.\, 23}}{\mathbf{2}} + \mathbf{2}\,\Delta^2 = 1 \;\, E^2$$

$$\boldsymbol{B}_1 = - \mathbf{365} + \frac{\mathbf{28^2 + 28 \,.\, 23}}{\mathbf{2}} \qquad = \frac{1}{2} E^2$$

Die Äquivalenzregel gilt also auch für die Blütenspatien.

Ich kann es mir nicht versagen, der Pflanze wieder das Tier gegenüberzustellen.

70. Beispiel. **70.**

Als ich noch im Beginn meiner Untersuchungen war, bat ich einmal Herrn Dr. Heck, Direktor des hiesigen zoologischen Gartens, mir die Wurfdaten der beiden Löwinnen des Gartens mitzuteilen. Er schrieb mir unterm 16. April 1897, es hätten geworfen:

a) die Kaplöwin am

23.	März	1895
2.	September	1895
13.	Juli	1896
31.	Dezember	1896

b) die Somalilöwin am

12.	Mai	1894
25.	April	1895
25.	Oktober	1895
24.	September	1896

Es betragen also die drei Intervalle bei der Kaplöwin:

$$J_1 = 163 = 5 \,.\, 28 + 23$$

$$J_2 = 315 = 17 \,.\, 28 - 7 \,.\, 23$$

$$J_3 = 171 = 2 \,.\, 28 + 5 \,.\, 23$$

Und bei der Somalilöwin

$$S_1 = 348 = 19 \,.\, 28 - 8 \,.\, 23$$
$$S_2 = 183 = 9 \,.\, 28 - 3 \,.\, 23$$
$$S_3 = 335 = 21 \,.\, 28 - 11 \,.\, 23$$

Wie schon die bloßen Zahlen erkennen lassen ist

$$S_1 + S_2 = 531 = B_3 \qquad \text{der Clivia}$$

und

$$S_3{}^{*)} = 335 = B_5 - \Delta^2 \qquad \text{„ „}$$

Und

$$J_2 = 315 = B_4 - \Delta^2 \qquad \text{„ „}$$
$$J_1 = 163 = B_1 - \Delta^2 - \frac{28 \,.\, 23}{4} \qquad \text{„ „}$$
$$J_3 = 171 = K_7 \qquad - \frac{28^2}{4} \qquad \text{„ „}$$

Aber mehr als das.

$$S_3{}^{**)} = 4 \text{ Jahre} - \frac{3}{2}\,28^2 + 2\,\Delta^2$$

und

$$S_1 + S_2{}^{***)} = 23^2 + \frac{28^2}{2} - 365 - \Delta^2$$

Die Summe zweier Intervalle $S_1 + S_2$ wertet also, wie das zweijährige Intervall $B_3 = \frac{2}{2}\,E^2$. Und $S_3 = \frac{1}{2}\,E^2$.

Die J-Werte (Kaplöwin) sind:

$$J_1 = \frac{28^2}{2} - 365 - \Delta^2 + \frac{28 \,.\, 23}{4}$$
$$J_3 = \qquad - \Delta^2 + \frac{28^2}{4}$$
$$J_2 = \qquad 365 - 2\,\Delta^2$$

J_1 und J_3 sind halbjährige Intervalle. Ihr Wert ist demnach auch nur die Hälfte des jährigen; also $= \frac{1}{4}\,E^2$. J_2 hat als Jahresintervall $\frac{1}{2}\,E^2$.

Die Natur arbeitet nach demselben Maß, ob sie Cliviablüten oder junge Löwen ins Leben setzt.

* * *

*) $S_3 + \frac{28^2}{4} = S_1 + S_2$.

$\frac{28^2}{4} = 3 \,.\, 365 - 28^2 - 23\,\Delta = \frac{1}{2}\,E^2$ (s. Formeln im Anhang).

S_1 selbst ist wie $J_3 + J_4$ (im Fall 33) $= 348$ (vgl. S. 102).

$S_1 = \quad 2\left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right) - 3\,(365 + \Delta^2) + 28^2 \qquad = \frac{1}{2}\,E^2$

$S_2 = -\,2\left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right) + 2\,(365 + \Delta^2) + 23^2 - \frac{28^2}{2} = \frac{1}{2}\,E^2$

**) Vgl. B_5 der Clivia.

***) Vgl. B_3 der Clivia.

Die Intervalle des Blüten**abfalls** bei der Clivia sind:

$$
\begin{aligned}
A_1 &= 351 = - 3 \,.\, 23 + 15 \,.\, 28 \\
A_2 &= 209 = + 3 \,.\, 23 + 5 \,.\, 28 \\
A_3 &= 528 = + 12 \,.\, 23 + 9 \,.\, 28 \\
A_4 &= 335 = - 11 \,.\, 23 + 21 \,.\, 28 \\
A_5 &= 365 = + 11 \,.\, 23 + 4 \,.\, 28 \\
A_6 &= 410 = + 2 \,.\, 23 + 13 \,.\, 28 \\
A_7 &= 371 = - 7 \,.\, 23 + 19 \,.\, 28
\end{aligned}
$$

Das Jahresintervall ist in $A_5 = 365$, und substituiert in

$$A_6 = A_5 \left.\begin{array}{l} + 9 \,.\, 28 \\ - 9 \,.\, 23 \end{array}\right|$$

gegeben.

Außerdem ist

$$A_1 \left.\begin{array}{l} + 4 \,.\, 28 \\ - 4 \,.\, 23 \end{array}\right\} = A_7$$

Also

$$A_6 = A_5 + \boxed{\begin{array}{c} \dfrac{28^2}{2} \\ - \dfrac{28 \,.\, 23}{2} \end{array}} - \Delta^2$$

$$A_7 = A_1 + \boxed{\begin{array}{c} \dfrac{28^2}{2} \\ - \dfrac{28 \,.\, 23}{2} \end{array}} - 2\Delta^2$$

Auffällig sind die Summen

$$
\begin{aligned}
A_1 + A_2 &= 20 \,.\, 28 \\
A_4 + A_5 &= 25 \,.\, 28
\end{aligned}
$$

Ferner

$$A_2 + A_6 = 5 \,.\, 23 + 18 \,.\, 28 = 23 \,.\, 28 - \Delta^2$$

Und da

$$A_5 = 365$$

so ist

$$A_2 + A_5 + A_6 = 365 + 23 \,.\, 28 - \Delta^2$$

Dieser Wert ist uns schon als Geburtsabstand (Abstand I meiner eigenen Kinder) bekannt. Man sieht hieraus, wie die größeren Abstände sich wirklich aus Summen von kleineren zusammensetzen.

Einen Teil der A-Werte können wir aus den B-Werten ableiten durch folgende Gleichungen:

$$
\begin{aligned}
B_1 - 5 \,.\, 28 &= A_2 \\
B_3 - 14 \,.\, 23 &= A_2 \\
B_2 + 14 \,.\, 23 &= A_3 \\
B_4 + \Delta^2 &= A_5 \\
B_5 - \Delta^2 &= A_4
\end{aligned}
$$

Wir sehen aus den Gleichungen für A_2 und A_3, daß zwar $A_2 + A_3 = B_2 + B_3$ ist, daß aber die Wertigkeit in A_2 und A_3 anders verteilt ist als in B_2 und B_3 [und K_2 und K_3].

B_2, die kurze Blütezeit des Jahres 1899, wo die Clivia zweimal blühte, hatte den Wert OE^2, dafür B_3 (Intervall 1899–1901) $1\,E^2$. Summe $B_2 + B_3 = 1\,E^2$.

Aber A_2 wertet $\frac{1}{2}E^2$ und A_3 ebenfalls $\frac{1}{2}E^2$.

Die Summe $A_2 + A_3 = 1\,E^2 = B_2 + B_3$.

Im einzelnen ist

$$A_2 = \frac{3}{2}\,28 \,.\, 23 - \frac{28^2}{2} - 365 = \frac{1}{2}\,E^2$$

In anderer Form:

$$
\begin{aligned}
A_2 &= -365 + \frac{28^2}{2} - \frac{28 \,.\, 23}{2} + 23^2 - \Delta^2 \\
A_3 &= \qquad B_2 + \frac{28 \,.\, 23}{2} \\
&= 2 \,.\, 365 + \frac{28^2}{2} - 28 \,.\, 23 \qquad + 2\,\Delta^2 \\
A_2 + A_3 &= 365 + 28^2 - \frac{3}{2}\,28 \,.\, 23 + 23^2 + \Delta^2 \\
&= 365 \qquad + \frac{28 \,.\, 23}{2} \qquad + 2\,\Delta^2
\end{aligned}
$$

$$A_4\,{}^{*)} = B_5 - \Delta^2 = 4 \text{ Jahre} - \frac{3}{2}\,28^2 + 2\,\Delta^2 = \frac{1}{2}\,E^2$$

$$A_5 \quad = 365$$

$$
\begin{aligned}
A_6 \quad &= A_5 + \boxed{\begin{matrix} \dfrac{28^2}{2} \\ -\dfrac{28 \,.\, 23}{2} \end{matrix}} - \Delta^2 \\
&= 365 + \frac{28}{2}\,\Delta \qquad - \Delta^2
\end{aligned}
$$

---

*) Anders geschrieben:

$$A_4 = 4 \text{ Jahre} - 3\left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right) - \Delta^2$$

Man sieht, daß

$$A_2 + (2 \cdot 365 - 23^2) = A_6$$

d. h.

$$A_2 + K_2 = A_6$$

Es fehlen noch A_1 und A_7.

Es ist

$$A_1 + B_1 = 25 \cdot 28$$

$$B_1 = \frac{28^2 + 28 \cdot 23}{2} - 365$$

$$A_1 = 25 \cdot 28 - \frac{28^2 + 28 \cdot 23}{2} + 365$$

Diese $25 \cdot 28$, die uns noch oft begegnen werden,*) immer mit dem Anspruch so viel zu gelten wie zwei Jahresintervalle, lassen sich so zerlegen:

$$\begin{aligned} 25 \cdot 28 &= 30 \cdot 28 - 5 \cdot 28 \\ &= 30 \cdot 28 + 27 \cdot 23 - 5 \cdot 28 - 27 \cdot 23 \\ &= 4 \text{ Jahre} - 5 \cdot 28 - 27 \cdot 23 \\ &= 4 \text{ Jahre} + [11 \cdot 23 + 4 \cdot 28] - 9 \cdot 23 - 38 \cdot 23 \\ &= 4 \text{ Jahre} + 365 + \frac{28^2}{2} + 2 \cdot 23^2 - 4 \cdot 28 \cdot 23 \\ &= 4 \text{ Jahre} + 365 - \frac{3}{2} 28^2 + 2\,\Delta^2 \\ &= 4 \text{ Jahre} - 3\left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right) + 365 - \Delta^2 \end{aligned}$$

Somit ist

$$\begin{aligned} A_1 &= 25 \cdot 28 - \frac{28^2 + 28 \cdot 23}{2} + 365 \\ &= 4 \text{ Jahre} - 2 \cdot 28^2 + 2 \cdot 365 - \frac{28 \cdot 23}{2} + 2\,\Delta^2 \end{aligned}$$

Und $A_7 = A_1 + \boxed{\begin{matrix} \frac{28^2}{2} \\ -\frac{28 \cdot 23}{2} \end{matrix}} - 2\,\Delta^2$

$$= 4 \text{ Jahre} - \frac{3}{2} 28^2 + 2 \cdot 365 - 28 \cdot 23$$

*) Und schon verkappt in B_5 begegnet sind. Ebenso bei der Somalilöwin (S. 288), wo $S_3 = B_5 - \Delta^2$. Es ist $B_5 = 12 \cdot 23 + 3 \cdot 28 = 23^2 + \frac{28^2}{4} - 365$

Ferner $25 \cdot 28 = 18 \cdot 28 + \frac{28^2}{4} = 2 \cdot 23 \cdot 28 - 28^2 + \frac{28^2}{4} = 23^2 + \frac{28^2}{4} - \Delta^2$

Somit $B_5 = 25 \cdot 28 + \Delta^2 - 365$

Die Werte für A_1 und A_7 werden uns weniger fremd erscheinen, wenn wir sie folgendermaßen ordnen:

$$A_1 = 4 \text{ Jahre} - 2 \,.\, 28^2$$
$$+ 2 \,.\, 365 - \frac{28 \,.\, 23}{2} + 2\,\Delta^2$$

$$A_7 = 4 \text{ Jahre} - \frac{3}{2}\, 28^2$$
$$+ 2 \,.\, 365 - 28 \,.\, 23$$

Den Ausdruck in A_1:

$$4 \text{ Jahre} - 2 \,.\, 28^2$$

erkennen wir als

$$A_4 - \frac{28^2}{2} - 2\,\Delta^2$$

An ihn ist noch gefügt:

$$2\,(365 + \Delta^2) - \frac{28 \,.\, 23}{2} = A_3 + \boxed{\begin{array}{c}\frac{23 \,.\, 28}{2} \\ -\frac{28^2}{2}\end{array}}$$

so daß

$$A_1 = A_3 + A_4 + \frac{28 \,.\, 23}{2} - 28^2 - 2\,\Delta^2$$

Und den Ausdruck in A_7:

$$4 \text{ Jahre} - \frac{3}{2}\, 28^2$$

erkennen wir als $A_4 - 2\,\Delta^2$.

An ihn ist noch gefügt:

$$2 \,.\, 365 - 28 \,.\, 23 = A_3 - \frac{28^2}{2} - 2\,\Delta^2$$

so daß

$$A_7 = A_3 + A_4 - \frac{28^2}{2} - 4\,\Delta^2$$

A_1 und A_7 sind je $\mathrel{|\!=\!|}\ \frac{1}{2}\,E^2$; ebenso waren

$$A_2,\ A_3,\ A_4,\ A_5,\ A_6 \text{ je } \mathrel{|\!=\!|}\ \frac{1}{2}\,E^2$$

Auch hier hat sich unsere Äquivalenzregel bewährt.

Wir möchten noch darauf hinweisen, daß nicht nur

$$(1)\quad A_4 + A_5 = B_4 + B_5$$

wie aus den erwähnten Gleichungen:

$$B_4 + \Delta^2 = A_5$$
$$B_5 - \Delta^2 = A_4$$

folgt; sondern daß

$$(2)\ A_4 + A_5 = 25 . 28$$

ebenso wie $A_1 + B_1 = 25 . 28$

Setzt man für A_4 und A_5 die obigen Werte

$$A_4 = B_5 - \Delta^2$$
$$A_5 = B_4 + \Delta^2$$

in die Gleichungen (1) und (2) ein, so ergibt sich:

$$B_5 + A_5 = 25 . 28 + \Delta^2$$
$$B_4 + A_4 = 25 . 28 - \Delta^2$$

Wir erhalten so die Reihe:

$$\boldsymbol{A_4 + B_4 = 25 . 28 - \Delta^2}$$
$$\boldsymbol{A_1 + B_1 = 25 . 28}$$
$$\boldsymbol{A_5 + B_5 = 25 . 28 + \Delta^2}$$

Wir sehen aus diesen Gleichungen nicht nur, wie typisch der Wert 25 . 28 ist, sondern daß er wirklich die Summe zweier Jahresspatien darstellt und demnach auch $\frac{2}{2} E^2$ betragen muß, wie wir oben (vgl. S. 291) gezeigt haben.

Ferner weisen wir darauf hin, daß

$$A_3 + B_3 = A_2 + B_2 + 28 . 23$$

Und $A_2 + B_2 = B_6 = 23 + 14 . 28 = 365 + 2\,\Delta^2$

Hier bewährt sich wieder die Äquivalenz:

$$A_2 = \frac{1}{2} E^2$$
$$B_2 = 0\, E^2$$
$$A_2 + B_2 = 365 + 2\,\Delta^2 = \frac{1}{2} E^2$$

Ferner

$$A_3 = \frac{1}{2} E^2$$
$$B_3 = 1\, E^2$$
$$A_3 + B_3 = 365 + 28 . 23 + 2\,\Delta^2 = \frac{3}{2} E^2$$

* * *

Im Jahre 1902 blühte zuerst bei unserer Clivia ein zweiter Trieb. Ich besitze von diesem Triebe die Daten dreier Jahre.

71. ## 71. Beispiel.

1902.	Knospe des ersten Triebes	26.	November	1901
	„ „ zweiten „	16.	Januar	1902
	Blüte „ „ „	13.	Februar	1902
	Abgefallen	8.	März	1902
1903.	Knospe des zweiten Triebes	7.	Januar	1903
	Blüte „ „ „	4.	Februar	1903
	Abgefallen	3.	März	1903
1904.	Knospe des zweiten Triebes	11.	Januar	1904
	Blüte „ „ „	27.	Februar	1904
	Abgefallen	22.	März	1904

Daß ein periodischer Zusammenhang zwischen dem ersten Trieb (große Clivia) und dem zweiten besteht, erhellt aus dem Abstand der Knospen dieser Triebe.

Knospe des ersten Triebes	26.	November	1901
„ „ zweiten „	16.	Januar	1902

Beide stehen $51 = 28 + 23$ Tage auseinander. Knospe, Öffnung der Blüte und Blütenabfall erfolgen in periodischen Schüben.

Knospe	16.	Januar	1902	} 28
Blüte	13.	Februar	1902	} 23
Abgefallen	8.	März	1902	

In den Jahren 1903 und 1904 lauten die Intervalle:

Knospe	7.	Januar	1903	} 28
Blüte	4.	Februar	1903	} 27
Abgefallen	3.	März	1903	

*) Knospe	11.	Januar	1904	} $47 = 2 . 23 + 1$
Blüte	27.	Februar	1904	} $24 = 23 + 1$
Abgefallen	22.	März	1904	

Woher diese „Abweichungen“ von $\pm$ 1 Tag kommen, wird sich bald ergeben.

Es sind nämlich in den drei Jahren voneinander entfernt

1. die Knospen:

1902	16.	Januar	} $356 = x_1$
1903	7.	Januar	} $369 = x_2$
1904	11.	Januar	

*) Später sind dann die Triebe leider verschnitten worden.

2. die Blüten:

$$\begin{array}{lll} 1902 & 13. \text{ Februar} & \\ & & \} \; 356 = \beta_1 \\ 1903 & 4. \text{ Februar} & \\ & & \} \; 388 = \beta_2 \\ 1904 & 27. \text{ Februar} & \end{array}$$

3. der Blütenabfall:

$$\begin{array}{lll} 1902 & 8. \text{ März} & \\ & & \} \; 360 = \alpha_1 \\ 1903 & 3. \text{ März} & \\ & & \} \; 385 = \alpha_2 \\ 1904 & 22. \text{ März} & \end{array}$$

Wir haben demnach folgende Werte:

$$\varkappa_1 = 356 = 16 \,.\, 28 - 4 \,.\, 23$$
$$\varkappa_2 = 369 = 14 \,.\, 28 - 23$$

$$\beta_1 = 356 = 16 \,.\, 28 - 4 \,.\, 23$$
$$\beta_2 = 388 = 4 \,.\, 28 + 12 \,.\, 23$$

$$\alpha_1 = 360 = 3 \,.\, 28 + 12 \,.\, 23$$
$$\alpha_2 = 385 = 8 \,.\, 28 + 7 \,.\, 23$$

Es ist

$$\alpha_1 + \Delta^2 = \alpha_2$$

Ferner

$$\alpha_1 + \mathbf{365} = \varkappa_1 + \varkappa_2$$

Denn

$$360 + 365 = 356 + 369$$

Aus dem Bruttowort von $\varkappa_1 + \varkappa_2 = 30 \,.\, 28 - 5 \,.\, 23$ sieht man aber, daß

$$\varkappa_1 + \varkappa_2 = 25 \,.\, 28 + 5\,(28 - 23) = 25 \,.\, 28 + \Delta^2$$

Dieser Wert ist uns wohl vertraut (vgl. S. 293). Er ist $\frac{2}{2} E^2$ äquivalent.

$$\alpha_1 = 360 = B_5{}^{*)} = 4 \text{ Jahre} - 3\left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right)$$
$$\alpha_2 = \alpha_1 + \Delta^2$$

In beiden Fällen ist der Wert $\frac{1}{2} E^2$. Ferner ist

$$\varkappa_1 = \beta_1$$
$$\varkappa_1 + \beta_1 = 32 \,.\, 28 - 8 \,.\, 23 = [4 \,.\, 28 + 11 \,.\, 23] + 28^2 - 19 \,.\, 23$$
$$= 365 + 28^2 + 23^2 - \frac{3}{2}\, 28 \,.\, 23$$
$$= 365 + \frac{28 \,.\, 23}{2} + \Delta^2 = \frac{2}{2} E^2$$

Es ist also $\varkappa_1 = \beta_1 \models\!\dashv \frac{1}{2} E^2$

*) der großen Clivia, vgl. S. 286.

Weiter

$$\varkappa_2 + \beta_2 = 18 . 28 + 11 . 23 = [4 . 28 + 11 . 23] + 14 . 28$$
$$= 365 + \frac{28^2}{2} = \frac{2}{2} E^2$$

Hiervon ist

$$\varkappa_2 = 14 . 28 - 23 = 18 . 28 + 10 . 23 - [4 . 28 + 11 . 23]$$
$$= 28^2 - 2 \Delta^2 - 365$$
$$= 2 \left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right) - 365$$

Da $$\varkappa_2 + \beta_2 = 365 + \frac{28^2}{2}$$

so ergibt sich $$\beta_2 = 2 . 365 - \frac{28^2}{2} + 2 \Delta^2$$
$$= 2 (365 + \Delta^2) - \frac{28^2}{2} = \frac{1}{2} E^2$$

Auch hier gehorchen die Spatien der Äquivalenzregel.

Stellen wir zusammen, so ist

$$\varkappa_1 + \beta_1 = \mathbf{365} + \frac{\mathbf{28 . 23}}{\mathbf{2}} + \Delta^2$$
$$\varkappa_2 + \beta_2 = \mathbf{365} + \frac{\mathbf{28^2}}{\mathbf{2}}$$

Da endlich

$$\alpha_1 = \varkappa_1 + \varkappa_2 - 365 = 25 . 28 - 365 + \Delta^2$$
$$\alpha_2 = \alpha_1 + \Delta^2$$

so ist auch

$$\varkappa_1 + \beta_1 + \alpha_1 = \mathbf{25 . 28} + \frac{\mathbf{28 . 23}}{\mathbf{2}} + 2 \Delta^2 = \frac{3}{2} E^2$$
$$\varkappa_2 + \beta_2 + \alpha_2 = \mathbf{25 . 28} + \frac{\mathbf{28^2}}{\mathbf{2}} + \mathbf{2} \Delta^2 = \frac{3}{2} E^2$$

Es sind also die beiden Summen biologisch äquivalent, weil es die Summanden sind.

* * *

Die vorstehenden Erörterungen haben gezeigt, wie auch bei den Knospen-, Blüten- und Abfallsintervallen der Jahreswert nachweisbar ist.

Schon die Tatsache, daß $\varkappa_1 = \beta_1$ war, beweist, daß es besondere spezifische Werte nur für die Blüte und andere nur für die Knospe nicht gibt.

Ich will aber noch einmal daran erinnern, daß z. B. die Werte für die Abfallszeiten bei dem zweiten Trieb als Blütespatium bei der großen Clivia erscheinen.

Das 5. Blütespatium dort (B_5) hat den Wert unseres

$$\alpha_1 = 3 \,.\, 28 + 12 \,.\, 23$$

und das 5. Knospenspatium

$$K_5 = 8 \,.\, 23 + 7 \,.\, 28$$

ist die biologische Vertauschung von

$$\alpha_2 = 8 \,.\, 28 + 7 \,.\, 23$$

Derselbe Wert $K_5 = 8 \,.\, 23 + 7 \,.\, 28$ ist auch das 5. Knospenspatium bei der kleinen Clivia — einem Ableger der großen —, zu deren Betrachtung wir bald übergehen wollen.

Nichts kann aber prägnanter zeigen, daß Werden und Vergehen im Leben dasselbe Schrittmaß haben als der schon früher mitgeteilte Vergleich der periodischen Zeiten des ersten, zweiten und dritten Triebes*) von 1903.

Clivia I.

Mutterpflanze „Große Clivia“	Erster Trieb	Zweiter Trieb
Knospe 11. Dezember 1902		
Blüte 7. Januar 1903	Knospe 7. Januar 1903	
Abgef. 4. Februar 1903	Blüte 4. Februar 1903	Knospe 4. Februar 1903
	Abgef. 3. März 1903	Blüte 3. März 1903
		Abgef. 31. März 1903

Clivia II.**)

Erster Trieb	Zweiter Trieb
Knospe 7. Januar 1903	Knospe 3. März 1903

* * *

72. Beispiel. **72.**

Die Daten der kleinen Clivia (Clivia II) sind:

1898	Knospe	15. Januar	38	74 = 46 + 28
	Blüte	22. Februar	36	
	Abgefallen	30. März		

1899	Knospe	15. Januar	27 = 69 — 42
	Blüte	11. Februar	27 = 69 — 42
	Abgefallen	10. März	

*) Der dritte Trieb blühte 1903 zum erstenmal.

**) Clivia II (kleine Clivia), ein Ableger von Clivia I (große Clivia).

			Tage
	Knospe	24. August*)	$45 = 34 + 9$
	Blüte	8. Oktober	$22 = 17 + 5$
	Abgefallen	30. Oktober	

			Tage
1900	Knospe	2. Juli	28
	Blüte	30. Juli	28
	Abgefallen	27. August	

			Tage
1901	Knospe	10. Februar	$29 = 34 - 5$
	Blüte	11. März	28
	Abgefallen	8. April	

			Tage
1902	Knospe	25. Februar	23
	Blüte	20. März	23
	Abgefallen	12. April	

			Tage
1903	Knospe	7. Januar	23
	Blüte	30. Januar	23
	Abgefallen	22. Februar	

				Tage
1904	Knospe	2. Dezember	1903	27
	Blüte	29. Dezember	1903	26
	Abgefallen	24. Januar	1904	

				Tage
1905	Knospe	6. Dezember	1904	28
	Blüte	3. Januar	1905	26
	Abgefallen	29. Januar	1905	

Im Jahre 1901 erscheinen an dieser Clivia vier neue Triebe, deren Daten im folgenden enthalten sind**):

			Tage
	10. November	1901	28
	8. Dezember	1901	28
	5. Januar	1902	28
	2. Februar	1902	23
Knospe	25. Februar	1902	23
Blüte	20. März	1902	23
Abgefallen	12. April	1902	

*) Zugleich Blüte der großen Clivia.

**) Vgl. auch die Einführung, S. 11.

Aus diesen Daten ergeben sich:

I. Knospenabstände (k).

1898	15.	Januar	
1899	15.	Januar	$365 = k_1$
1899	24.	August	$221 = k_2$
1900	2.	Juli	$312 = k_3$
1901	10.	Februar	$223 = k_4$
1902	25.	Februar	$380 = k_5$
1903	7.	Januar	$316 = k_6$
1903	2.	Dezember	$329 = k_7$
1904	6.	Dezember	$370 = k_8$

II. Blütenabstände (b).

1898	22.	Februar	
1899	11.	Februar	$354 = b_1$
1899	8.	Oktober	$239 = b_2$
1900	30.	Juli	$295 = b_3$
1901	11.	März	$224 = b_4$
1902	20.	März	$374 = b_5$
1903	30.	Januar	$316 = b_6$
1903	29.	Dezember	$333 = b_7$
1905	3.	Januar	$371 = b_8$

III. Blütenabfall (a).

1898	30.	März	
1899	10.	März	$345 = a_1$
1899	30.	Oktober	$234 = a_2$
1900	27.	August	$301 = a_3$
1901	8.	April	$224 = a_4$
1902	12.	April	$369 = a_5$
1903	22.	Februar	$316 = a_6$
1904	24.	Januar	$336 = a_7$
1905	29.	Januar	$371 = a_8$

Als Summen von 28 und 23 ausgedrückt sind:

Knospen:

$$
\begin{aligned}
k_1 &= 365 = 11 \,.\, 23 + 4 \,.\, 28\\
k_2 &= 221 = -5 \,.\, 23 + 12 \,.\, 28\\
k_3 &= 312 = -12 \,.\, 23 + 21 \,.\, 28\\
k_4 &= 223 = -11 \,.\, 23 + 17 \,.\, 28\\
k_5 &= 380 = 8 \,.\, 23 + 7 \,.\, 28\\
k_6 &= 316 = 4 \,.\, 23 + 8 \,.\, 28\\
k_7 &= 329 = 7 \,.\, 23 + 6 \,.\, 28\\
k_8 &= 304 = 12 \,.\, 23 + 1 \,.\, 28
\end{aligned}
$$

Blüten:

$$
\begin{aligned}
b_1 &= 354 = 2 \,.\, 23 + 11 \,.\, 28\\
b_2 &= 239 = -3 \,.\, 23 + 11 \,.\, 28\\
b_3 &= 295 = -3 \,.\, 23 + 13 \,.\, 28\\
b_4 &= 224 = 8 \,.\, 28\\
b_5 &= 374 = -2 \,.\, 23 + 15 \,.\, 28\\
b_6 &= 316 = +4 \,.\, 23 + 8 \,.\, 28\\
b_7 &= 333 = -5 \,.\, 23 + 16 \,.\, 28\\
b_8 &= 371 = -7 \,.\, 23 + 19 \,.\, 28
\end{aligned}
$$

Blütenabfall:

$$
\begin{aligned}
a_1 &= 345 = 15 \,.\, 23\\
a_2 &= 234 = -2 \,.\, 23 + 10 \,.\, 28\\
a_3 &= 301 = 7 \,.\, 23 + 5 \,.\, 28\\
a_4 &= 224 = 8 \,.\, 28\\
a_5 &= 369 = -1 \,.\, 23 + 14 \,.\, 28\\
a_6 &= 316 = 4 \,.\, 23 + 8 \,.\, 28\\
a_7 &= 336 = 12 \,.\, 28\\
a_8 &= 371 = -7 \,.\, 23 + 19 \,.\, 28
\end{aligned}
$$

Auch wenn man nur flüchtig die Werte übersieht, so fallen bei den Knospen auf:

$$
\begin{aligned}
k_1 + k_4 &= 21 \,.\, 28\\
k_3 + k_4 &= 38 \,.\, 28 - 23^{2}\text{*)}\\
k_3 + k_5 + k_6 &= 36 \,.\, 28\\
k_1 + k_7 &= 28 \,.\, 23 + 2\,\Delta^2\\
k_1 &= 365\\
k_7 - \Delta^2 &= k_8\\
k_6 = b_6 = a_6 &= b_4 + 4 \,.\, 23 = a_4 + 4 \,.\, 23
\end{aligned}
$$

*) Um 23^2 weniger als der Abstand III meiner Kinder.

bei den Blüten:

$$
\begin{aligned}
&b_1 + 4\,(28 - 23) = b_5 \\
&b_1 + b_5 \qquad = 26\,.\,28 \\
&b_3 + b_5 \qquad = 28^2 - 5\,.\,23 = 28\,.\,23 + \Delta^2 \\
&b_1 - 5\,.\,23 \qquad = b_2 \\
&b_2 + 2\,.\,28 \qquad = b_3 \\
&b_4 \qquad = 8\,.\,28 \\
&b_6 \qquad = b_4 + 4\,.\,23 \\
&b_8 \qquad = a_3
\end{aligned}
$$

beim Blütenabfall:

$$a_3 + \boxed{\begin{matrix} 14\,.\,28 \\ -14\,.\,23 \end{matrix}} = a_8$$

$$a_3 + \boxed{\begin{matrix} 7\,.\,28 \\ -7\,.\,23 \end{matrix}} = a_7$$

$$
\begin{aligned}
a_3 + a_8 &= 24\,.\,28 \\
a_4 &= 8\,.\,28 \\
a_6 &= a_4 + 4\,.\,23 \\
a_7 &= 12\,.\,28 \\
a_1 + a_5 &= 14\,.\,23 + 14\,.\,28 \\
a_1 &= 15\,.\,23
\end{aligned}
$$

Wir begegnen also unseren Grundwerten auf den ersten Blick. Was wir aber auch bei der kleinen Clivia wieder zeigen wollen, ist, daß ihre Abstände k, b, a der Äquivalenzregel folgen und daß in ihnen die Jahresfunktion in ebenderselben Weise enthalten ist wie bei der großen Clivia.

Und zwar werden wir, wie zuletzt bei dem Trieb, die Summen

$$
\begin{aligned}
&k_1 + b_1 + a_1 \\
&k_2 + b_2 + a_2 \text{ u. s. f.}
\end{aligned}
$$

entwickeln. Denn wir haben dort erfahren, daß diese Summen zusammengehörige Werte sind.

Es ist:

$$
\begin{aligned}
S_1 &= k_1 + b_1 + a_1 = 28\,.\,23 + 15\,.\,28 \\
S_2 &= k_2 + b_2 + a_2 = -10\,.\,23 + 33\,.\,28 \\
S_3 &= k_3 + b_3 + a_3 = -8\,.\,23 + 39\,.\,28 \\
S_4 &= k_4 + b_4 + a_4 = -11\,.\,23 + 33\,.\,28 \\
S_5 &= k_5 + b_5 + a_5 = 5\,.\,23 + 36\,.\,28 \\
S_6 &= k_6 + b_6 + a_6 = 12\,.\,23 + 24\,.\,28 \\
S_7 &= k_7 + b_7 + a_7 = 2\,.\,23 + 34\,.\,28 \\
S_8 &= k_8 + b_8 + a_8 = -2\,.\,23 + 39\,.\,28
\end{aligned}
$$

Man sieht, daß:

$$S_6 + 2\,\Delta^2 = S_7$$

$$S_7 + S_8 \;=\; 73\,.\,28 = 2\,.\,28^2 + 17\,.\,28$$

$$S_2 + S_5 \;=\; -\;5\,.\,23 + 69\,.\,28 = 2\,.\,23\,.\,28 + 23^2$$

$$S_4 + S_5 \;=\; -\;6\,.\,23 + 69\,.\,28 = 28^2 + 28\,.\,23 + 17\,.\,23 - \Delta^2$$

Demnach

$$S_4 + S_5 \mathrel{|\!=\!|} S_7 + S_8$$

und

$$S_6 \mathrel{|\!=\!|} S_7$$

Was aber sind die S_1, S_2, $S_3 \,\ldots\ldots\, S_8$ selbst?

$$S_1 = \quad 23\,.\,28 + 15\,.\,28 = 38\,.\,28 = 28^2 + \boxed{\begin{matrix} 17\,.\,23 \\ -\,17\,.\,28 \end{matrix}} + 365^{*)}$$

$$S_2 = \quad 23\,.\,28 + 10\,(28 - 23) = 23\,.\,28 + 2\,\Delta^2$$

$$S_3 = -\;8\,.\,23 + 39\,.\,28 \quad = \underbrace{-\,11\,.\,23 - 4\,.\,28}\,\left.\begin{matrix} +\,3\,.\,23 \\ -\,3\,.\,28 \end{matrix}\right\} + 46\,.\,28$$

$$= -\,365 + \boxed{\begin{matrix} 17\,.\,23 + 14\,.\,28 \\ -\,17\,.\,28 - 14\,.\,23 \end{matrix}} + 46\,.\,28$$

$$= \quad 23\,.\,28 + \frac{23\,.\,28}{2} + \frac{28^2}{2} - 365 + \boxed{\begin{matrix} 17\,.\,23 \\ -\,17\,.\,28 \end{matrix}}$$

$$S_4 = -\,11\,.\,23 + 33\,.\,28 = \underbrace{-\,11\,.\,23 - 4\,.\,28} + 37\,.\,28$$

$$= -\,365 \quad + 23\,.\,28 + \frac{28^2}{2}$$

$$S_5 = \quad 5\,.\,23 + 36\,.\,28 = \underbrace{-\,11\,.\,23 - 4\,.\,28} + 16\,.\,23 + 40\,.\,28$$

$$= -\,365 + (33 - 17)\,23 + (23 + 17)\,28$$

$$= -\,365 + \boxed{\begin{matrix} 17\,.\,28 \\ -\,17\,.\,23 \end{matrix}} + 28^2 + 28\,.\,23 - \Delta^2$$

$$S_6 = \quad 12\,.\,23 + 24\,.\,28 = \underbrace{-\,11\,.\,23 - 4\,.\,28} + 23^2 + 28^2$$

$$= -\,365 + 23^2 + 28^2$$

$$S_7 = S_6 + 2\,\Delta^2 = -\,365 + 23^2 + 28^2 + 2\,\Delta^2$$

$$S_8 = -\;2\,.\,23 + 39\,.\,28$$

$$= \boxed{\begin{matrix} 17\,.\,23 \\ -\,17\,.\,28 \end{matrix}} - 19\,.\,23 + 56\,.\,28$$

---

*) Vgl. S. 269. Dort war 38 . 28 = Abstand III meiner eigenen Kinder.

$$=\boxed{\begin{matrix}17\,.\,23\\-17\,.\,28\end{matrix}}+23^2-\frac{3}{2}\,28\,.\,23+2\,.\,28^2$$

$$=28^2+\frac{28\,.\,23}{2}+\boxed{\begin{matrix}17\,.\,23\\-17\,.\,28\end{matrix}}+\Delta^2$$

Zusammengestellt lauten also:

$$\boldsymbol{S_1 = \quad 365 + 28^2 \qquad\qquad + \boxed{\begin{matrix}17\,.\,23\\-17\,.\,28\end{matrix}}}$$

$$\boldsymbol{S_2 = \qquad\qquad\qquad\qquad 28\,.\,23 + 2\,\Delta^2}$$

$$\boldsymbol{S_3 = -365 + \frac{3}{2}\,28\,.\,23 + \frac{28^2}{2} + \boxed{\begin{matrix}17\,.\,23\\-17\,.\,28\end{matrix}}}$$

$$\boldsymbol{S_4 = -365 + \quad 28\,.\,23 + \frac{28^2}{2}}$$

$$\boldsymbol{S_5 = -365 + \quad 28\,.\,23 + 28^2 + \boxed{\begin{matrix}17\,.\,28\\-17\,.\,23\end{matrix}} - \quad \Delta^2}$$

$$\boldsymbol{S_6 = -365 + \qquad 23^2 + 28^2}$$

$$\boldsymbol{S_7 = -365 + \qquad 23^2 + 28^2 \qquad\qquad + 2\,\Delta^2}$$

$$\boldsymbol{S_8 = \qquad\qquad \frac{28\,.\,23}{2} + 28^2 + \boxed{\begin{matrix}17\,.\,23\\-17\,.\,28\end{matrix}} + \quad \Delta^2}$$

Mit Ausnahme von S_2 und S_8, in denen der Wert 365 nicht sichtbar ist und die deswegen besonders analysiert werden sollen, ist überall der Jahreswert neben dem Tageswert zu erkennen.

In S_3, S_4, S_5, S_6, S_7 hat er das negative Vorzeichen; in S_1 das positive.

S_1 besteht nicht nur in unserer Summenform, sondern in Wirklichkeit aus den Summanden

$$k_1 = 365$$

$$b_1 + a_1{}^{*)} = 28^2 + \boxed{\begin{matrix}17\,.\,23\\-17\,.\,28\end{matrix}}$$

*) $a_1 = 365 + 2\,\Delta^2 + \boxed{\begin{matrix}14\,.\,23\\-14\,.\,28\end{matrix}}$

Diese zweite Summandengruppe

$$28^2 + \boxed{\begin{array}{r} 17 . 23 \\ -17 . 28 \end{array}}$$

findet sich in

$$S_8 = 28^2 + \boxed{\begin{array}{r} 17 . 23 \\ -17 . 28 \end{array}} + \frac{28 . 23}{2} + \Delta^2$$

wieder.

Demnach ist

$$S_8 = b_1 + a_1 + \frac{28 . 23}{2} + \Delta^2$$

Warum aber fehlt der Wert 365 in S_8?

Es besteht S_8 aus: $k_8 + b_8 + a_8$

Nun ist

$$\begin{aligned} k_8 &= 12 . 23 + 28 = 23^2 + 5 . 28 - \underbrace{11 . 23 - 4 . 28}_{} \\ &= 28 . 23 + \Delta^2 - 365 \end{aligned}$$

Und

$$\begin{aligned} b_8 + a_8 &= 38 . 28 - 14 . 23 = S_1 - \frac{28 . 23}{2} \\ &= 365 + 28^2 - \frac{28 . 23}{2} + \boxed{\begin{array}{r} 17 . 23 \\ -17 . 28 \end{array}} \end{aligned}$$

Demnach

$$\begin{aligned} k_8 &= 28 . 23 + \Delta^2 - 365 \\ b_8 + a_8 &= -\frac{28 . 23}{2} + 28^2 + 365 + \boxed{\begin{array}{r} 17 . 23 \\ -17 . 28 \end{array}} \end{aligned}$$

Folglich

$$S_8 = 28^2 + \frac{28 . 23}{2} + \Delta^2 + \boxed{\begin{array}{r} 17 . 23 \\ -17 . 28 \end{array}}$$

Es ist also 365 nur deshalb in der Summe S_8 aufgehoben, weil es in den Komponenten mit entgegengesetzten Vorzeichen enthalten ist.

Dasselbe läßt sich für S_2 dartun.

$$\begin{aligned} S_2{}^{*)} &= 28 . 23 + 2\,\Delta^2 = k_2 + b_2 + a_2 \\ k_2 + b_2 &= 23 . 28 - 8 . 23 = \underbrace{11 . 23 + 4 . 28}_{} \left.\begin{array}{r} + 19 . 28 \\ - 19 . 23 \end{array}\right\} \\ &= 365 + (42 - 23)(28 - 23) \end{aligned}$$

*) Es ist lehrreich, hiermit die Entstehung von S_7 zu vergleichen.

$$\begin{aligned} b_7 + a_7 &= -5 . 23 + 16 . 28 + 12 . 28 \\ &= 28^2 + 23^2 - 28 . 23 = 28 . 23 + \Delta^2 \\ k_7 &= 7 . 23 + 6 . 28 = -\underbrace{11 . 23 - 4 . 28}_{} + 18 . 23 + 10 . 28 \\ &= -365 + 28 . 23 \quad + 2\,\Delta^2 \\ S_7 &= k_7 + b_7 + a_7 = -365 + 28^2 + 23^2 + 2\,\Delta^2 \end{aligned}$$

$$= 365 + \boxed{\begin{matrix}\frac{28^2}{2} \\ -\frac{28 \,.\, 23}{2}\end{matrix}} + \Delta^2 \text{*)}$$

$$a_2 = -2 \,.\, 23 + 10 \,.\, 28 = 9 \,.\, 23 + 14 \,.\, 28 \underbrace{- 11 \,.\, 23 - 4 \,.\, 28}$$

$$= \boxed{\begin{matrix}\frac{28^2}{2} \\ -\frac{28 \,.\, 23}{2}\end{matrix}} + 23^2 - 365$$

Also

$$\begin{aligned} k_2 + b_2 + a_2 &= 28^2 + 23^2 - 28 \,.\, 23 + \Delta^2 \\ &= 28 \,.\, 23 + 2\Delta^2 \end{aligned}$$

Auch hier hat nur das algebraische Vorzeichen die 365 Tage aus der Summe S_2 ausgeschaltet.

Schreiben wir

$$a_2 = \frac{28^2 + 28 \,.\, 23}{2} - 365 - 23\Delta$$

so erkennen wir in dem Teilausdruck:

$$\frac{28^2 + 28 \,.\, 23}{2} - 365$$

den Wert für K_1 der großen Clivia.**)

Wir können nach diesen Erörterungen mit Recht sagen, daß alle Summen in einfacher Weise aus 365 und 28^2, 23^2, $28 \,.\, 23$ zusammengesetzt sind.

Dabei zeigt sich, daß

$$\boldsymbol{S_3 = -365 + 28 \,.\, 23 + \frac{28^2 + 28 \,.\, 23}{2} + \boxed{\begin{matrix}17 \,.\, 23 \\ -17 \,.\, 28\end{matrix}}}$$

$$\boldsymbol{S_5 = -365 + 28^2 + 28 \,.\, 23 + \boxed{\begin{matrix}17 \,.\, 28 \\ -17 \,.\, 23\end{matrix}} - \Delta^2}$$

---

*) Vgl. $a_1 = 365 + \boxed{\begin{matrix}\frac{28 \,.\, 23}{2} \\ -\frac{28^2}{2}\end{matrix}} + 2\Delta^2$

$k_2 + b_2$ (die kurzen Intervalle) haben in ihrer Summe erst den Wert von a_1.

**)
$$\begin{aligned} &\frac{28^2 + 28 \,.\, 23}{2} - 365 \\ &= S_4 - \frac{28 \,.\, 23}{2} \\ &= S_3 - 28 \,.\, 23 + \frac{\Sigma}{3}\Delta \end{aligned}$$

$$\boldsymbol{S_6 = -365 + 23^2 + 28^2}$$

$$\boldsymbol{S_7 = -365 + 23^2 + 28^2 + 2\,\Delta^2}$$

denselben biologischen Wert haben, nämlich:

$$2\,E^2 - 365 \vdash\!\!=\!\!\dashv \frac{3}{2}\,E^2$$

S_4 (das eine kurze Spatium) hat um eine halbe biologische Einheit weniger:

$$S_4 = -365 + 28\,.\,23 + \frac{28^2}{2}$$

$$= \frac{3}{2}\,E^2 - 365 \vdash\!\!=\!\!\dashv \frac{2}{2}\,E^2$$

Ebenso das andere kurze Spatium

$$S_2 = 28\,.\,23 + 2\,\Delta^2 \vdash\!\!=\!\!\dashv \frac{2}{2}\,E^2$$

Man kann in Rücksicht auf die oben erörtete Entstehung des Wertes auch sagen, daß hier das fehlende $\frac{1}{2}\,E^2$ durch den Jahreswert 365 ersetzt worden ist:

Statt

$$\frac{1}{2}\,E^2 + E^2 - 365$$

steht

$$365 + E^2 - 365 = 1\,E^2$$

Derselbe Ersatz ist in S_8 enthalten.

$$S_8 = 28^2 + \frac{28\,.\,23}{2} + \boxed{\begin{matrix}17\,.\,23\\ -17\,.\,28\end{matrix}} + \Delta^2$$

Statt

$$2\,E^2 - 365$$

steht dort

$$365 + \frac{3}{2}\,E^2 - 365 = \frac{3}{2}\,E^2$$

Und endlich in

$$S_1 = +365 + 28^2 + \boxed{\begin{matrix}17\,.\,23\\ -17\,.\,28\end{matrix}}$$

ist $2\,.\,\frac{1}{2}\,E^2$ durch $2\,.\,365$ ersetzt.

Also statt

$$2\,E^2 - 365$$

steht

$$E^2 + 365$$

Wir würden auch hieraus lernen, wenn wir es nicht schon wüßten, daß $\frac{1}{2} E^2$ einem Jahreswert äquivalent ist.

Und ebenso wie uns dieser Satz verstehen ließ, warum in den Knospenabständen der großen Clivia

$$K_1 = 365$$
$$K_4 = \frac{28 \,.\, 23}{2}$$

lauten konnte, ebenso zeigt er uns hier, daß alle diejenigen unserer acht S-Werte, in denen es sich um wirklich jährliche Wiederkehr der Blüte — in derselben Jahreszeit — handelte, äquivalente Spatien aufweisen.

$$S_1 = 365 + 28^2 + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 23 \\ -17 \,.\, 28 \end{matrix}} \mathrel{|{=}|} \frac{3}{2} E^2$$

$$S_3 = -365 + \frac{28^2}{2} + \frac{3}{2} 28 \,.\, 23 + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 23 \\ -17 \,.\, 28 \end{matrix}} \mathrel{|{=}|} \frac{3}{2} E^2$$

$$S_5 = -365 + 28^2 + 28 \,.\, 23 + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 28 \\ -17 \,.\, 23 \end{matrix}} - \Delta^2 \mathrel{|{=}|} \frac{3}{2} E^2$$

$$S_6 = -365 + 28^2 + 23^2 \mathrel{|{=}|} \frac{3}{2} E^2$$

$$S_7 = -365 + 28^2 + 23^2 + 2\Delta^2 \mathrel{|{=}|} \frac{3}{2} E^2$$

$$S_8 = 28^2 + \frac{28 \,.\, 23}{2} + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 23 \\ -17 \,.\, 28 \end{matrix}} + \Delta^2 \mathrel{|{=}|} \frac{3}{2} E^2$$

Und nur die beiden kurzen Spatien S_2 und S_4, die anderen Jahreszeiten als die übrigen angehören, haben den biologischen Äquivalenzwert $1\,E^2$

$$\boldsymbol{S_2 = 28 \,.\, 23 + 2\Delta^2 \mathrel{|{=}|} 1\,E^2}$$

$$\boldsymbol{S_4 = 28 \,.\, 23 + \frac{28^2}{2} - 365 \mathrel{|{=}|} 1\,E^2}$$

Das ist verständlich. Alle gleichwertigen biologischen Zeiten — von einer Jahreszeit zur gleichnamigen eines anderen Jahres — sind auch in unserem Sinne äquivalent!

73. ## 73. Beispiel.

In den Korallenriffen der Südsee lebt ein Wurm, der Palolo (Eunice viridis), der die hinteren mit den Geschlechtsprodukten gefüllten Leibessegmente alljährlich im Oktober und November abwirft. Die Zeit dieses Abwerfens, das von großen Schwärmen des Wurmes gleichzeitig ausgeführt wird, berechnen die Samoaner „mit einer Irrtumsmöglichkeit von einem, höchstens zwei Tagen“ im voraus, und zwar richten sie sich nach den Mondphasen.

„In den Monaten Oktober und November an dem Tage vor dem letzten (abnehmenden) Viertel des Mondes oder an dem Tage des Viertels selbst und zudem noch zu einer ganz bestimmten Tagesstunde — bei der Insel Opolu um vier Uhr morgens — erscheinen diese hinteren Abschnitte urplötzlich in ungeheueren Scharen an der Oberfläche des Wassers, schwimmen in horizontaler Lage lebhaft schlängelnd umher, entleeren die Geschlechtsprodukte teils durch die Öffnungen der Segmentalorgane, teils auch in der Weise, daß sie in viele Stücke zerbrechen, und verschwinden endlich nicht lange nach Sonnenaufgang.

„Von den Eingeborenen werden diese Teile als große Delikatesse geschätzt und diesem Umstande verdanken wir fast alles, was über den Palolo bis zum Jahre 1897 bekannt war.“

Ich entnehme diese Schilderung einer Arbeit von Benedict Friedländer,*) der sich um die Paloloforschung äußerst verdient gemacht hat.

Die Daten des Paloloauftretens waren (nach v. Bülow und Friedländer):

21. Oktober 1894	
	$354 = J_1$
10. Oktober 1895	
	$30 = J_2$
9. November 1895	
	$354 = J_3$
28. Oktober 1896	
	$354 = J_4$
17. Oktober 1897	
	$30 = J_5$
16. November 1897	

Hier handelt es sich um die beiden Intervalle

$$\begin{aligned} J_1 &= 354 = 2 \,.\, 23 + 11 \,.\, 28 \\ J_2 &= 30 = -6 \,.\, 23 + 6 \,.\, 28 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_1 = 354 &= 2 \,.\, 23 + 11 \,.\, 28 \\ &= \underbrace{44 \,.\, 23 + 16 \,.\, 28}_{} - 42 \,.\, 23 - 5 \,.\, 28 \\ &= 4 \,.\, 365 - 28^2 - \frac{28 \,.\, 23}{2} \end{aligned}$$

---

*) „Über den Palolowurm“, Medizinische Woche 1901, Nr. 38 und 39. Vgl. auch B. Friedländer: „Über den sogenannten Palolowurm“, Biologisches Zentralblatt, XVIII. Bd., 1898, Nr. 10, wo die von mir benützten Daten verzeichnet sind. Von demselben Verfasser: „Nochmals der Palolowurm“, Biologisches Zentralblatt, Bd. XIX, Nr. 8 und Nr. 16.

Ferner Kraemer: „Palolountersuchungen“, Biologisches Zentralblatt, Bd. XIX, Nr. 1, und derselbe: „Über den Bau der Korallenriffe“, mit einem Anhang „Über den Palolowurm“ von Dr. A. Collin, Kiel und Leipzig 1897.

Und

$$J_2 = 30 = 6 . 28 - 6 . 23 = \boxed{\begin{matrix} 17 . 23 \\ -17 . 28 \end{matrix}} + 23\,\Delta$$

Für $\quad 17\,\Delta = 4 \text{ Jahre} - 365 - 28 . 23 - \frac{28^2}{2} + \Delta^2$

wird $\quad J_2 = \frac{3}{2}\, 28^2 + 365 - 4 \text{ Jahre} - 2\,\Delta^2$

oder

$$J_2 = 3\left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right) + 365 + \Delta^2 - 4 \text{ Jahre}.$$

J_1 hat also den Wert des Jahresspatiums $= \frac{1}{2} E^2$.

J_2 ist kein Jahresspatium, hat daher — wie die zweite Blüte und Knospe der großen Clivia von 1899 — den Wert $0\,E^2$.

Die Spatien des Palolo ordnen sich also ebenso wie alle anderen unter die Äquivalenzregel.

Die Südseeinsulaner meinen, daß das Auftreten vom Palolo mit den Mondphasen zusammenhänge, eine Meinung, die auch Friedländer teilt.

Es kommen aber dieselben Phasen des Mondes nach einem synodischen Monat wieder, der $29_{,5306}$ Tage zählt. Das „Mondjahr" ist die Zeit von 12 synodischen Monaten und umfaßt also $354_{,3672}$ Tage.

Steckten in den 354 Tagen $= J_1$ wirklich 12 synodische Mondmonate und in 30 Tagen $= J_2$ ein Mondmonat, so könnte nie und nimmer das Paloloauftreten auf dieselbe Stunde 4 Uhr 30 Minuten morgens fallen.

Friedländer notiert (Biologisches Zentralblatt, Bd. XIX, S. 257).

Palolotag und Stunde nach Apia Ortszeit:

1. 10. Oktober 1895
   4 Uhr 30 Min. morgens
2. 9. November 1895
   4 Uhr 30 Min. morgens
3. 28. Oktober 1896
   4 Uhr 30 Min. morgens
4. 17. Oktober 1897
   4 Uhr 30 Min. morgens
5. 16. November 1897
   4 Uhr 30 Min. morgens.

Das ist nur möglich bei wirklicher Sonnenzeit. Diesem e i n e n Faktum gegenüber muß man völlig auf die Mondzeit verzichten und man braucht kaum die weitere, aber sehr sichere Tatsache, daß der Palolo nur u n g e f ä h r um die Zeit des letzten Mondviertels kommt. Er hat nach Friedländer „eine Irrtumsmöglichkeit von einem, höchstens zwei Tagen".

Friedländers eigene Beobachtung besagt:

Oktober 1896	Oktober 1897	November 1897
Letztes Mondviertel nach Apia Ortszeit 29. Oktober 3 Uhr 54 Min. morgens Palolo	Letztes Mondviertel nach Apia Ortszeit 18. Oktober 9 Uhr 42 Min. morgens Palolo	Letztes Mondviertel nach Apia Ortszeit 17. November 2 Uhr 35 Min. morgens Palolo
	16. Oktober vereinzelt	15. November ein einziger
28. Oktober Hauptteg	17. Oktober Haupttag	16. November Haupttag
29. Oktober sehr spärlich	18. Oktober, etwa ein Viertel so viel als am Tage vorher	17. November gar keine

Palolotage nach W. v. Bülow:

Oktober 1894	November 1894	Oktober 1895	November 1895
Letztes Viertel Apia Ortszeit 21. Oktober 7 Uhr 29 Min. morgens Palolo	Letztes Viertel Apia Ortzzeit 19. November 2 Uhr 41 Min. nachmittags Palolo	Letztes Viertel Apia Ortszeit 11. Oktober 3 Uhr 7 Min. morgens Palolo	Letztes Viertel Apia Ortszeit 9. November 11 Uhr 40 Min. morgens Palolo
21. Oktober viele	20. November keine (wohl überhaupt keine in diesem Monat)	10. Oktober viele	8. November sehr wenig
22. Oktober sehr wenig		11. Oktober sehr wenig	9. November viele

Die „Irrtumsmöglichkeit“ besteht nicht bloß für die Koinzidenz mit der Mondphase, sondern auch für den Monat des Auftretens. Denn Powell*) teilt z. B. mit, daß der Palolo am 21. März 1881 bei Samoa erschien (statt Oktober — November).

Nach alledem ist eines sicher: die Vorgänge im Palolo vollziehen sich nach genauer Sonnenzeit und das ungefähre Zusammentreffen mit den Mondphasen ist eben nur ungefähr; in den beobachteten Fällen bedingt durch die Annäherung der Intervalle von 354 und 30 genauen Sonnentagen an die entsprechenden Werte für 12 bezw. 1 synod. Mondmonat.

*) Nach Collin l. c.

Daß die Palolospatien wirklich nur unter dieselbe Regel fallen, die wir für die Blüte- und Geburtszeiten abgeleitet haben, dafür mag noch eine alte lange vergessene Beobachtung von Rumphius, der 1705 über einen paloloähnlichen Wurm („Wawo") von Amboina schrieb, hier Zeugnis ablegen.*)

74. Beispiel. 74.

Das Wawo erschien:

J_1	1684, 2. bis 4. März,	Vollmond	1. März
	1685, 22. und 23. März,	„	20. März
J_2	1686, 11. März,	„	8. März
J_3	1687, 0	„	27. Februar
	1688, 19. und 20. März,	„	17. März
J_4	1690, 27., 28., 29. März,	„	27. März
J_5	1693, 24. bis 27. März,	„	21. März
J_6	1694, 11. März,	„	9. März

$$\begin{aligned} J_1 &= 385 \\ J_2 &= 354 \\ J_3 &= 739 \\ J_4 &= 738 \\ J_5 &= 1093 \\ J_6 &= 352 \end{aligned}$$

Zunächst sehen wir, daß

$$\begin{aligned} \boldsymbol{J_3} &= \boldsymbol{J_1 + J_2} \\ \boldsymbol{J_5} &= \boldsymbol{J_2 + J_3 = J_1 + 2\,J_2} \end{aligned}$$

Es ist aber J_2, das auch in dem zweijährigen J_3 und dem dreijährigen J_5 steckt, gleich 354 Tage, also gleich dem durch Friedländer und von Bülow beobachteten Palolo-Intervall!

Demnach

$$\boldsymbol{J_2 = 4\,.\,365 - 28^2 - \frac{28\,.\,23}{2}} = \frac{1}{2}\,E^2$$

Und $J_1 = 385 = B_5 + \Delta^2$ der großen Clivia $= \alpha_2$ des Cliviatriebes (vgl. S. 283 und 295).

$$\text{Demnach } J_1 = 4\ (\text{Jahr} + \Delta^2) - \frac{3}{2}\,28^2 = \frac{1}{2}\,E^2$$

Es war

$$J_2 = 4\,.\,365 - 28^2 - \frac{28\,.\,23}{2} = \frac{1}{2}\,E^2$$

*) Vgl. Collin l. c. S. 173.

Da

$$J_3 = J_1 + J_2$$
$$J_5 = J_1 + 2 \, . \, J_2$$

so bleibt nur noch J_4 und J_6 zu bestimmen.

$$\begin{aligned} J_4 &= 738 = J_3 - 1 = J_1 + J_2 - 1 \\ &= J_1 + J_2 + 4 \, . \, 365 - 4 \text{ Jahre} \\ &= \left. \begin{matrix} 4\,(365 + \Delta^2) - \frac{3}{2}\, 28^2 \\ + 4 \, . \, 365 \qquad\qquad\qquad \\ \qquad\qquad - 28^2 - \frac{28 \, . \, 23}{2} \end{matrix} \right\} \end{aligned}$$

J_4 ist ein zweijähriges Spatium und setzt sich aus zwei einjährigen (je $\frac{1}{2}$ E^2 wertigen) Spatien zusammen.

Und

$$J_6 = 352 = 322 + 30$$

Aber 30 war das zweite Palolospatium! J_6 ist nur um

$$322 = 14 \, . \, 23 = \frac{28 \, . \, 23}{2}$$

also um K_4 der großen Clivia größer.

Demnach ist

$$J_6 = \frac{28 \, . \, 23}{2} + \Delta^2 + 3\left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right) - 4 \text{ Jahre} + 365 = \frac{1}{2}\, E^2$$

Wir haben also nicht nur erkannt, daß die Wawospatien des 17. Jahrhunderts der Äquivalenzregel folgen, sondern wir haben sie allesamt auf den Typus der heutigen Palolospatien zurückgeführt.

Daß hier der Vollmond nicht das Entscheidende ist, sieht man an der mangelnden Koinzidenz. Das Wawo erschien in den verschiedenen Jahren um 1, 2, 3, 2, 0, 3, 2 Tage später als der Vollmond. Die „Irrtumsmöglichkeit“ beträgt hier bis drei Tage! Das Wawo scheint auch immer zur selben Tageszeit zu kommen. Denn es wird immer „Abend“ gefangen. Also stecken ganze Sonnentage und keine Mondphasen in den Distanzen.

Immerhin imponiert die Regelmäßigkeit der Abstände; aber nicht mehr, als die der Blütezeiten unserer Bäume.

Ich setze hierher die Daten der ersten Blüte eines Rosenstockes durch 10 Jahre (Beobachtung von Frau Geheimrat Reuleaux).

75. Beispiel. **75.**

$$\begin{array}{lll} 1894 & 14. & \text{Juni} \\ 1895 & 13. & \text{Juni} \\ 1896 & 12. & \text{Juni} \\ 1897 & 13. & \text{Juni} \\ 1898 & 14. & \text{Juni} \\ 1899 & 13. & \text{Juni} \\ 1900 & 12. & \text{Juni} \\ 1901 & 12. & \text{Juni} \\ 1902 & 11. & \text{Juni} \\ 1903 & 11. & \text{Juni} \\ 1904 & 2. & \text{Juni} \end{array} \quad \begin{array}{l} \} \; 364 = J_1 \\ \} \; 365 = J_2 \\ \} \; 366 = J_3 \\ \} \; 366 = J_4 \\ \} \; 364 = J_5 \\ \} \; 364 = J_6 \\ \} \; 365 = J_7 \\ \} \; 364 = J_8 \\ \} \; 365 = J_9 \\ \} \; 357 = J_{10} \end{array}$$

Bis auf

$$J_{10} = 357 = 7\,(28 + 23)$$
$$= \frac{28^2 + 28\,.\,23}{4} = \frac{1}{2}\,E^2$$

handelt es sich hier immer um

$$365 \text{ oder } 365 \pm 1$$
$$= 365 \pm (4 \text{ Jahre} - 4\,.\,365) = \frac{1}{2}\,E^2$$

Sapienti sat.

XIII.

Daß in den Spatien von Knospen und Blütezeiten das Jahr ebenso enthalten ist wie in denen von Entbindungszeiten bei Tier und Mensch, haben wir eben kennen gelernt.

Die Wichtigkeit des Gegenstandes gebietet uns aber eine umfangreichere Prüfung. Und hierfür wollen wir die Angaben über Geburtszeiten benützen, die wir früher im Abschnitt II bereits behandelt haben.

Wir gehen die dort erörterten Beispiele der Reihe nach noch einmal durch und sehen zu, wie weit sie sich den neuen Gesichtspunkten unterordnen lassen.

8. Beispiel.

$$\begin{array}{rlll} \text{Eva Goldschmied} & \text{geb. } 25. & \text{September} & 1897 \\ & \text{gest. } 20. & \text{April} & 1898 \\ \text{Susanna Goldschmied} & \text{geb. } 21. & \text{Februar} & 1899 \end{array} \quad \begin{array}{l} \} \; 207 = \alpha \\ \} \; 307 = \beta \end{array}$$

$$\alpha = 9\,.\,23 = 23^2 - \frac{28\,.\,23}{2}$$

$$\beta = \left.\begin{array}{r} 9\,.\,28 + 11\,.\,28 \\ -11\,.\,23 \end{array}\right\} = \frac{28^2}{2} - \frac{\Sigma}{3}\,\Delta$$

Da

$$\frac{\Sigma}{3}\,\Delta = 4 \text{ Jahre} - 365 - 28 \,.\, 23 - \frac{28^2}{2} + \Delta^2$$

so ist

$$\beta = 28^2 + 28 \,.\, 23 - 4 \text{ Jahre} + 365 - \Delta^2$$
$$= \frac{1}{2}\,E^2$$
$$\alpha = 23^2 - \frac{28 \,.\, 23}{2} = \frac{1}{2}\,E^2$$
$$\alpha + \beta = \mathbf{28^2 + 23^2 - 4 \textbf{ Jahre} + 365 + \frac{28 \,.\, 23}{2}} - \Delta^2$$
$$= \frac{2}{2}\,E^2$$

Dem Werte $\mathbf{2\,E^2 - 4}$ **Jahre** $\models\!\!\dashv\; 0\,E^2$ werden wir als ganz typisch auf Schritt und Tritt begegnen.

Im übrigen sind uns die Komponenten des Geburtsabstandes $\alpha + \beta$ wohl bekannt. Sie lauten $365 - \Delta^2$ und $\frac{28 \,.\, 23}{2}$ (vgl. B_4 und K_r der Clivia S. 282 ff.).

Daß der Tod des ersten Kindes den Geburtsabstand $\alpha + \beta$ in 2 biologisch gleiche Teile teilt, wurde früher schon erwähnt (vgl. S. 44).

9. Beispiel.

Die beiden Geburtsabstände I und II waren:

$$\text{I} = 522 = \frac{28 \,.\, 23}{2} + \frac{\Sigma}{3}\,\Delta + 23\,\Delta$$
$$\text{II} = 1827 = \frac{28 \,.\, 23}{2} - \frac{\Sigma}{3}\,\Delta + 28\,\Delta + 2 \,.\, 23^2 + \frac{28^2}{2}$$

Durch Einsetzen von

$$\frac{\Sigma}{3}\,\Delta = 4 \text{ Jahre} - 365 - 28 \,.\, 23 - \frac{28^2}{2} + \Delta^2$$

wird

$$\mathbf{I = \quad 4 \textbf{ Jahre} - 23^2 - \frac{28^2}{2} - \frac{23 \,.\, 28}{2} + 28 \,.\, 23 - 365 + \Delta^2}$$

und

$$\mathbf{II = -4 \textbf{ Jahre} + 2 \,.\, 23^2 + 2 \,.\, 28^2 + \frac{28 \,.\, 23}{2} \qquad + 365 - \Delta^2}$$

Also

$$\mathbf{I + II = 28 \,.\, 23 + 23^2 + \frac{3}{2}\,28^2}$$

In I sind die beiden Gruppen:

$$\alpha_1 = 4 \text{ Jahre} - 23^2 - \frac{28^2}{2} - \frac{23 \,.\, 28}{2}$$
$$\beta_1 = 28 \,.\, 23 - 365 + \Delta^2$$

und in II

$$\alpha_2 = 23^2 + \frac{28^2}{2} + \frac{28 \cdot 23}{2} - 4 \text{ Jahre}$$

$$\beta_2 = 23^2 + \frac{3}{2} 28^2 + 365 - \Delta^2$$

Die beiden α-Gruppen sind $\models 0$

Die β_1-Gruppe ist $\models \frac{1}{2} E^2$

β_2 „ ist $\models \frac{6}{2} E^2$

β_2 ist also um $\frac{5}{2} E^2$ größer als β_1.

Man vergleiche den Geburtsabstand II mit dem $(\alpha + \beta)$ des vorigen Beispiels.

$$(\alpha + \beta) = \quad \mathbf{28^2 + 23^2 - 4 \text{ Jahre} + \frac{28 \cdot 23}{2} + 365 - \Delta^2}$$

$$\mathbf{II = (\alpha_2 + \beta_2) = 2\,(28^2 + 23^2) - 4 \text{ Jahre} + \frac{28 \cdot 23}{2} + 365 - \Delta^2}$$

Und man sieht, daß beide Geburtsabstände, die nur der Zufall nebeneinander gestellt hat, um $28^2 + 23^2$ von einander differieren! So typisch arbeitet die Natur.

10. Beispiel.

Drei Geburtsabstände:

$$\begin{aligned} \text{I} &= 358 = -10 \cdot 23 + 21 \cdot 28 \\ \text{II} &= 622 = +10 \cdot 23 + 14 \cdot 28 \\ \text{III} &= 456 = \quad 4 \cdot 23 + 13 \cdot 28 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{I} &= 21 \cdot 28 - 10 \cdot 23 = 11 \cdot 28 + 2\Delta^2 \\ &= \quad 28^2 - 17 \cdot 28 + 2\Delta^2 \\ &= \quad \mathbf{28^2 - 3 \cdot 365 + 28 \cdot 23 + \Delta^2} \end{aligned}$$

Da

$$\begin{aligned} \text{I} + \text{II} &= 35 \cdot 28 = 23 \cdot 28 + 12 \cdot 28^{*)} \\ &= 23 \cdot 28 - 5 \cdot 28 + 17 \cdot 28 \\ &= \mathbf{3 \cdot 365 - 28 \cdot 23 + 23^2} \end{aligned}$$

so ist

$$\text{II} = 6 \cdot 365 - 2 \cdot 28^2$$

und

$$\begin{aligned} \text{III} &= 13 \cdot 28 + 4 \cdot 23 = \left.\begin{matrix} 17 \cdot 28 + 4 \cdot 23 \\ - 4 \cdot 28 \end{matrix}\right\} \\ &= 17 \cdot 28 + \frac{28 \cdot 23}{2} - \frac{28^2}{2} - 2\Delta^2 \\ &= \mathbf{3\,(365 + \Delta^2) - \frac{28^2}{2} - \frac{28 \cdot 23}{2}} \end{aligned}$$

---

*) $2 \cdot \text{I} + \text{II} = 2 \cdot 23 \cdot 28 + 2\Delta^2 = 2\,(23 \cdot 28 + \Delta^2)$

Demnach sind zweckmäßig geordnet:

$$\mathbf{I = -4\,.\,365 \quad + \quad 28^2 + 28\,.\,23 + \quad 365 + \Delta^2}$$

$$\mathbf{II = \quad 4\,.\,365 \quad - 2\,.\,28^2 \qquad + 2\,.\,365}$$

$$\mathbf{III = \quad 2\,(365 + \Delta^2) - \quad \frac{28^2}{2} - \frac{28\,.\,23}{2} + \quad 365 + \Delta^2}$$

$$\mathrm{III} \;\vert\!=\!\vert\; \frac{1}{2}\,\mathrm{II}$$

II + III gleicht dem Werte nach drei Jahren $\vert\!=\!\vert\; \frac{3}{2} E^2$

I „ „ „ „ einem Jahr $\vert\!=\!\vert\; \frac{1}{2} E^2$

Das erfordern auch die natürlichen Zeiträume:
Denn

$$\begin{array}{rll} \text{5. Juni} & 1899 & \left.\right\} \mathrm{I} \\ \text{29. Mai} & 1900 & \left.\right\} \mathrm{II} \\ \text{10. Februar} & 1902 & \left.\right\} \mathrm{III} \\ \text{12. Mai} & 1903 & \end{array}$$

I umfaßt e i n Jahr, II + III d r e i Jahre.

11. Beispiel.

$$\mathrm{I} = \frac{7}{2}\,28\,.\,23 + 2\,\Delta^2 \;= 2304$$

$$\mathrm{II} = 16\,.\,28 \quad + 5\,.\,23 = \;563$$

Es ist

$$\mathrm{I} - \mathrm{II} = 2304 - 563 = 1741 = 1461 + 280$$

$$= 4 \text{ Jahre} + \boxed{\begin{array}{r} 2\,.\,28^2 \\ -2\,.\,28\,.\,23 \end{array}}$$

Also

$$\mathrm{II} = \mathrm{I} + \boxed{\begin{array}{r} 2\,.\,28\,.\,23 \\ -2\,.\,28^2 \end{array}} - 4 \text{ Jahre}$$

$$= \frac{11}{2}\,28\,.\,23 - 2\,.\,28^2 + 2\,\Delta^2 - 4 \text{ Jahre}$$

$$= \mathbf{\frac{3}{2}\,28\,.\,23 + 2\,.\,23^2 - 4 \text{ Jahre}}$$

Ferner $\quad \mathrm{I} = \frac{7}{2}\,28\,.\,23 + 2\,\Delta^2$

Es ist aber

$$8 \text{ Jahre} + 1 \text{ Tag} = 28^2 + 23^2 + \frac{5}{2}\,28\,.\,23$$

Also

$$\begin{aligned} \mathrm{I} &= \frac{7}{2}\,28\,.\,23 + 2\,\Delta^2 \\ &= 8 \text{ Jahre} + 1 - 28\,.\,28 + \Delta^2 \end{aligned}$$

Da

$$1 \text{ Tag} = 365 - 2\,(23^2 - \Delta^2) + 28\,.\,23$$

so ist

$$\begin{aligned} \mathrm{I} &= 8 \text{ Jahre} + 365 - 2\,.\,23^2 + 3\,\Delta^2 \\ &= 4 \text{ Jahre} + 4\,\Delta^2 + 4 \text{ Jahre} - 2\,.\,23^2 + 365 - \Delta^2 \end{aligned}$$

Demnach wäre:

$$\mathbf{I = 4\,(Jahr + \Delta^2) + 4\ Jahre - 2\,.\,23^2 + 365 - \Delta^2}$$

$$\mathbf{II = \qquad - 4\ Jahre + 2\,.\,23^2 + \frac{3}{2}\,28\,.\,23}$$

$$\mathrm{I} + \mathrm{II} = 4\,(\text{Jahr} + \Delta^2) + 365 - \Delta^2 + \frac{3}{2}\,28\,.\,23$$

Wert $= \frac{8}{2}\,E^2$ (was dem natürlichen Zwischenraume 13. Juli 1889 bis 19. Mai 1897 entspricht).

Vielleicht noch richtiger zu schreiben

$$\mathrm{I} + \mathrm{II} = 4 \text{ Jahre} + 365 + 3\left(\frac{28\,.\,23}{2} + \Delta^2\right)$$

Die einzelnen Komponenten dieser Summe sind uns wohl bekannt (große Clivia).

Da übrigens

$$5\,.\,365 = 28^2 + 3\left(\frac{28\,.\,23}{2} + \Delta^2\right)$$

so ist auch

$$\mathrm{I} + \mathrm{II} = 4 \text{ Jahre} - 28^2 + 6\,.\,365 = \frac{8}{2}\,E^2$$

12. Beispiel.

$$\begin{aligned} \mathrm{I} &= 476 = 17\,.\,28 \\ \mathrm{II} &= 1456 = 52\,.\,28 \\ \hline \mathrm{I} + \mathrm{II} &= \qquad 3\,.\,23\,.\,28 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathrm{I} &= 17\,.\,28 = 3\,.\,365 - 28\,.\,23 + \Delta^2 \\ \mathrm{II} &= 52\,.\,28 = -3\,.\,365 + 4\,.\,28\,.\,23 - \Delta^2 \end{aligned}$$

Anders geordnet:

$$\mathbf{I} = \quad 2 \,.\, 365 - 28 \,.\, 23 + 365 + \Delta^2$$

$$\mathbf{II} = -\, 2 \,.\, 365 + 28 \,.\, 23 - (365 + \Delta^2) + 3 \,.\, 28 \,.\, 23$$

13. Beispiel.

$$\begin{aligned} \mathrm{I} &= 460 = 20 \,.\, 23 \\ \mathrm{II} &= 1302 = 42 \,.\, 23 + 12 \,.\, 28 \\ \mathrm{III} &= 713 = 31 \,.\, 23 \end{aligned}$$

$$\mathrm{I} + \mathrm{III} = 51 \,.\, 23 = 23^2 + 28 \,.\, 23$$

$$\mathrm{I} = 20 \,.\, 23 = (37 - 17)\, 23 = 23^2 + \frac{28 \,.\, 23}{2} - 17 \,.\, 23$$

Da

$$17 \,.\, 23 = 366 + \Delta^2$$

so ist

$$\mathbf{I} = 23^2 + \frac{28 \,.\, 23}{2} - \Delta^2 - 366 \mathrel{|\!\!=\!\!|} \frac{2}{2}\, E^2$$

Und

$$\mathbf{III} = \qquad \frac{28 \,.\, 23}{2} + \Delta^2 + 366 \mathrel{|\!\!=\!\!|} \frac{2}{2}\, E^2$$

$$\begin{aligned} \mathrm{II} = 42 \,.\, 23 + 12 \,.\, 28 &= 33 \,.\, 23 + 12 \,.\, 28 + 9 \,.\, 23 \\ &= 3 \,.\, 365 + 23^2 - \frac{28 \,.\, 23}{2} = \frac{4}{2}\, E^2 \end{aligned}$$

Zusammenstellung:

$$\begin{aligned} \mathrm{I} &= 23^2 + \frac{28 \,.\, 23}{2} - (366 + \Delta^2) \mathrel{|\!\!=\!\!|} \frac{2}{2}\, E^2 \\ \mathrm{II} &= 23^2 - \frac{28 \,.\, 23}{2} + \quad 3 \,.\, 365 \quad \mathrel{|\!\!=\!\!|} \frac{4}{2}\, E^2 \\ \mathrm{III} &= \qquad \frac{28 \,.\, 23}{2} + (366 + \Delta^2) \mathrel{|\!\!=\!\!|} \frac{2}{2}\, E^3 \end{aligned}$$

In 366 tritt hier das Schaltjahr auf.

Demnach ist

$$\mathbf{I} + \mathbf{II} + \mathbf{III} = 2 \,.\, 23^2 + \frac{28 \,.\, 23}{2} + 3 \,.\, 365$$

Und die Lebenszeit von Marie H.

$$\begin{aligned} 2092 &= 2 \,.\, 23^2 + \quad 28 \,.\, 28 + 34 \,.\, 23 - \frac{28^2}{2} \\ &= 3 \,.\, 23^2 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23 - \frac{28^2}{2} - 17 \,.\, 23 \\ &= 2 \,.\, 23^2 + \quad 28 \,.\, 23 + \quad 365 \quad + \Delta^2 \end{aligned}$$

(wenn man $17 \,.\, 23 = \Sigma \,.\, 23 - \frac{28^2}{2} - 365 - \Delta^2$ setzt).

14. Beispiel.

$$I = 386 = 17 \,.\, 28 + \left.\begin{matrix} 18 \,.\, 23 \\ -18 \,.\, 28 \end{matrix}\right\}$$

für $17 \,.\, 28 = 3 \,.\, 365 - 28 \,.\, 23 + \Delta^2$
wird

$$\mathbf{I = 3 \,.\, 365 - 28^2 \quad + 3\,\Delta^2}$$

$$II = 426 = 17 \,.\, 28 + \left.\begin{matrix} 10 \,.\, 23 \\ -10 \,.\, 28 \end{matrix}\right\}$$

$$\mathbf{II = 3 \,.\, 365 - 28 \,.\, 23 - \quad \Delta^2}$$

$$III = 489 = 23 \,.\, 28 - 17\,\Delta - \frac{28}{2}\Delta$$

für $17\,\Delta = 4 \text{ Jahre} - 365 - 28 \,.\, 23 - \frac{28^2}{2} + \Delta^2$

$$\mathbf{III = \qquad 2 \,.\, 23 \,.\, 28 - 4 \text{ Jahre} + 365 + \frac{28 \,.\, 23}{2} - \Delta^2}$$

$$IV = 724 = 28^2 - 17\,\Delta + \Delta^2$$

$$\mathbf{IV = \quad 28^2 + 28 \,.\, 23 - 4 \text{ Jahre} + 365 + \frac{28^2}{2}}$$

$$V = 564 = 23^2 + 17\,\Delta - 2\,\Delta^2$$

$$\mathbf{V = -28^2 - 28 \,.\, 23 + 4 \text{ Jahre} - 365 - \frac{28^2}{2} + 2 \,.\, 28 \,.\, 23}$$

Zweckmäßig geordnet:

$$\begin{aligned}
I &= \quad 4\,(365 + \Delta^2) - (28^2 + 28 \,.\, 23) - (365 + \Delta^2) + \quad 23 \,.\, 28 \\
II &= \quad 4\,(365) \qquad - \qquad 2 \,.\, 28 \,.\, 23 - (365 + \Delta^2) + \quad 23 \,.\, 28 \\
V &= \quad 4 \text{ Jahre} \qquad - (28^2 + 28 \,.\, 23) - \left(365 + \frac{28^2}{2}\right) + 2 \,.\, 23 \,.\, 28 \\
III &= -4 \text{ Jahre} \qquad + \qquad 2 \,.\, 23 \,.\, 28 + 365 + \frac{28 \,.\, 23}{2} - \Delta^2 \\
IV &= -4 \text{ Jahre} \qquad + 28^2 + 28 \,.\, 23 + 365 + \frac{28^2}{2}
\end{aligned}$$

15. Beispiel.

$$\begin{aligned}
I &= \;\; 831 = 13 \,.\, 23 + 19 \,.\, 28 \\
II &= 1745 = 71 \,.\, 23 + \;\; 4 \,.\, 28
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I + II &= 84 \,.\, 23 + 23 \,.\, 28 = 4 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
&= 28^2 + 23^2 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23 - \Delta^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
II &= 60 \,.\, 23 + [11 \,.\, 23 + 4 \,.\, 28] \\
&= 2 \,.\, 23^2 + \frac{28 \,.\, 23}{2} + 365
\end{aligned}$$

Demnach

$$\mathrm{I} = 28^2 - 23^2 + \frac{3}{2}\, 28 \,.\, 23 - (365 + \Delta^2)$$

Man kann auch entwickeln

$$\mathrm{I} = 17 \,.\, 23 + 19 \,.\, 28 - 4 \,.\, 23$$

$$= 17 \,.\, 23 + \frac{3}{2}\, 28^2 + \frac{28 \,.\, 23}{2} - 2 \,.\, 23^2$$

Setzt man für

$$17 \,.\, 23 = 4 \,.\, 365 - 4 \text{ Jahre} + \frac{28^2}{2}$$

so ergibt

$$\mathrm{I} = \left.\begin{matrix} 2 \,.\, 28^2 - 4 \text{ Jahre} \\ + 4 \,.\, 365 - 2 \,.\, 23^2 \end{matrix}\right\} + \frac{28 \,.\, 23}{2}$$

Die Lebenszeit von Anna B. $= 531 = 17 \,.\, 23 + 28\,\Delta$

Setzt man $17 \,.\, 23$ wie oben, so ist die

$$\text{Lebenszeit} = \frac{3}{2}\, 28^2 - 4 \text{ Jahre} + 4 \,.\, 365 - 28 \,.\, 23$$

Oder für

$$17 \,.\, 23 = 23^2 + 28 \,.\, 23 - \frac{28^2}{2} - 365 - \Delta^2$$

so wird die Lebenszeit

$$= 23^2 + \frac{28^2}{2} - (365 + \Delta^2), \text{ vgl. I!}$$

16. Beispiel.

$$\alpha = 785 = 28^2 + 1 = 4 \text{ Jahre} + 28^2 - 4 \,.\, 365$$

$$\beta = 650 = 10 \,.\, 23 + 15 \,.\, 28 = \frac{3}{2}\, 28^2 - 17 \,.\, 28 - 2\,\Delta^2$$

$$= 28 \,.\, 23 + 3\left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right) \quad - \quad 3 \,.\, 365$$

$$= \quad 365 + 3\left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right) \quad + \quad 28 \,.\, 23 - 4 \,.\, 365$$

$$\mathrm{I} = 538 = 10 \,.\, 23 + 11 \,.\, 28$$

$$\mathrm{II} = 635 = 13 \,.\, 23 + 12 \,.\, 28$$

$$\mathrm{I} + \mathrm{II} = 23^2 + 28 \,.\, 23$$

$$\mathrm{II} = 13 \,.\, 23 + 12 \,.\, 28 = 4 \text{ Jahre} - 18 \,.\, 28 - 14 \,.\, 23$$

$$= 4 \text{ Jahre} + 28^2 - \frac{5}{2}\, 28 \,.\, 23$$

$$= 4 \text{ Jahre} - 23^2 - \frac{28 \,.\, 23}{2} + \Delta^2$$

Folglich $\mathrm{I} = 2 \,.\, 23^2 + \frac{3}{2} 28 \,.\, 23 - 4 \text{ Jahre} - \Delta^2$

Also

$$\alpha = \quad 28^2 - 4 \,.\, 365 + 4 \text{ Jahre}$$

$$\beta = \quad 28 \,.\, 23 - 4 \,.\, 365 + 365 + 3 \left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right)^{*)}$$

$$\mathrm{I} = \quad 2 \,.\, 23^2 - 4 \text{ Jahre} \qquad + 3 \left(\frac{28 \,.\, 23}{2}\right) - \Delta^2$$

$$\mathrm{II} = \quad -23^2 - \frac{28 \,.\, 23}{2} \qquad + 4 \text{ Jahre} \quad + \Delta^{2\,**)}$$

$$\alpha = \frac{2}{2} E^2$$

$$\beta = \frac{2}{2} E^2$$

$$\mathrm{I} = \frac{3}{2} E^2$$

$$\mathrm{II} = \frac{1}{2} E^2$$

Also

$$\mathrm{I} + \mathrm{II} = \alpha + \beta = \frac{4}{2} E^2$$

17. Beispiel.

$$\mathrm{I} = 783 = 17 \,.\, 23 + \frac{28^2}{2}$$
$$= 4 \,.\, 365 + 28^2 \qquad - 4 \text{ Jahre}^{***)}$$

$$\mathrm{V} = 965 = 17 \,.\, 23 + 28 \,.\, 23 + \boxed{\begin{array}{c} \frac{23 \,.\, 28}{2} \\ - \frac{28^2}{2} \end{array}}$$

*) Vgl. $\frac{28^2}{2} - \Delta^2 = K_7$ Clivia
$\frac{28 \,.\, 23}{2} = K_4$ Clivia.

**) Vgl. Herlitze S.
$J_1 = 4 \text{ Jahre} - 28^2 - \frac{28 \,.\, 23}{2} + \Delta^2$

***) Vgl. Beispiel 16
$\mathrm{I} = 4 \text{ Jahre} + 28^2 - 4 \,.\, 365$

$$= 4 . 365 + \frac{3}{2} 28 . 23 - 4 \text{ Jahre}$$

$$\text{IV} = 371 = 17 . 23 + \boxed{\begin{matrix} \frac{23 . 28}{2} \\ - \frac{28^2}{2} \end{matrix}} + 2\Delta^2$$

$$= 4 . 365 + \frac{28 . 23}{2} - 4 \text{ Jahre} + 2\Delta^2$$

Ferner

$$\text{II} = 439 = 23^2 \quad - 23\Delta + \Delta^2$$

$$\text{III} = 412 = \frac{28 . 23}{2} + 23\Delta - \Delta^2$$

Die Werte sind:

$$\text{I} = \frac{2}{2} E^2$$

$$\text{II} = \frac{2}{2} E^2$$

$$\text{III} = \frac{1}{2} E^2$$

$$\text{IV} = \frac{1}{2} E^2$$

$$\text{V} = \frac{3}{2} E^2$$

Es sind $\text{II} + \text{III} = 23^2 + \frac{28 . 23}{2} = \frac{3}{2} E^2$

$\text{III} + \text{IV} = \text{I}.$

Für $17 . 23 = 366 + \Delta^2$

ergäbe sich:

$$\text{I} = 366 + \frac{28^2}{2} \qquad\qquad + \Delta^2$$

$$\text{V} = 366 + \frac{28^2}{2} + 23^2 - \frac{28 . 23}{2}$$

$$\text{IV} = 366 + \frac{28^2}{2} + 23^2 - \frac{3}{2} 28 . 23 + 2\Delta^2$$

18. Beispiel.

Gruppe A.

$$\begin{aligned} \mathrm{I} &= 719 = 28 \,.\, 23 + 3\Delta^2 \\ \mathrm{III} &= 1213 = 2 \,.\, 28 \,.\, 23 - 3\Delta^2 \\ \mathrm{VI} &= 554 = 23^2 + \Delta^2 \end{aligned}$$

$$\text{Werte}\quad \mathrm{I} = \frac{2}{2} E^2$$

$$\mathrm{III} = \frac{4}{2} E^2$$

$$\mathrm{VI} = \frac{2}{2} E^2$$

Gruppe B.

$$\mathrm{II} = 990 = 17 \,.\, 23 + 23^2 + \boxed{\begin{matrix} \dfrac{28^2}{2} \\ -\dfrac{23 \,.\, 28}{2} \end{matrix}}$$

$$= 4 \,.\, 365 + \Delta^2 + \frac{3}{2}\, 28 \,.\, 23 - 4 \text{ Jahre}^{*)}$$

$$\mathrm{IV} = 741 = 23^2 + \frac{28 \,.\, 23}{2} - 17\,\Delta - \Delta^2$$

$$= 23^2 + 365 + 28 \,.\, 23 - 4 \text{ Jahre} + \left.\begin{matrix} \dfrac{28 \,.\, 23}{2} - \Delta^2 \\ + \dfrac{28^2}{2} - \Delta^2 \end{matrix}\right|$$

$$\mathrm{II} + \mathrm{IV} - 23^2 = \mathrm{VII}$$

Also

$$\mathrm{VII} = 1202 = 3 \,.\, 28 \,.\, 23 - 8 \text{ Jahre} + \frac{28^2}{2} - \Delta^2 + 5 \,.\, 365$$

$$\mathrm{V} = 766 = \mathrm{IV} + \Delta^2$$

Die beiden Spatien II und IV, von denen sich V und VII ableiten, haben diese Struktur:

---

*) Für $17 \,.\, 23 = 366 + \Delta^2$

wird $\mathrm{II} = 366 + 23^2 + \dfrac{28^2}{2} - \dfrac{23 \,.\, 28}{2} + \Delta^2$

$$\text{II} \quad = \frac{28 \,.\, 23}{2} + \Delta^2 \qquad\qquad + 2 \,.\, 365 + \boxed{2 \,.\, 365 + 28 \,.\, 23 - 4 \text{ Jahre}}$$

$$\text{IV}^{*)} = \frac{28 \,.\, 23}{2} - \Delta^2 + \frac{28^2}{2} - \Delta^2 + \quad 365 + \boxed{23^2 + 28 \,.\, 23 - 4 \text{ Jahre}}$$

$$\text{Werte} \quad \text{II} = \frac{3}{2} E^2$$

$$\text{IV} = \frac{3}{2} E^2$$

$$\text{V} = \frac{3}{2} E^2$$

$$\text{VII} = \frac{4}{2} E^2$$

19. Beispiel.

In diesem letzten Beispiel von Geburtsspatien sollen noch einmal ausführlich die Rechenoperationen gegeben werden, die zu den Jahresformen leiten:

$$\text{I} = 373 = 17 \,.\, 23 + \frac{28 \,.\, 23}{2} + \boxed{\begin{matrix} 23^2 \\ -28^2 \end{matrix}} - 17\,\Delta$$

Da

$$17\,\Delta = 4 \text{ Jahre} - 365 - 28 \,.\, 23 - \frac{28^2}{2} + \Delta^2$$

und

$$17 \,.\, 23 = 4 \,.\, 365 - 4 \text{ Jahre} + \frac{28^2}{2}$$

so ist

$$\text{I} = 5 \,.\, 365 - 8 \text{ Jahre} + \frac{3}{2} 28 \,.\, 23 + 23^2 - \Delta^2$$

Ferner ist

$$8 \text{ Jahre} + 1 = 28^2 + 23^2 + \frac{5}{2} 28 \,.\, 23$$

Daher ist

$$\frac{3}{2} 28 \,.\, 23 + 23^2 = 8 \text{ Jahre} + 1 - 28^2 - 28 \,.\, 23$$

---

*) $\frac{28^2}{2} - \Delta^2 = K_7$ Clivia S. 283

$365 = K_1$ Clivia

Im Klammerausdruck sind 2 . 365 von II durch 23^2 bei IV ersetzt. Vgl. damit: $K_2 = 2 \,.\, 365 - 23^2$, $K_3 = 23^2$ (Clivia).

Demnach wird

$$\mathrm{I} = 5 \,.\, 365 + 1 - 28^2 - 28 \,.\, 23 - \Delta^2$$

oder

$$\mathbf{I = 4\ Jahre - 28^2 - 28 \,.\, 23 + 365 - \Delta^2}$$

$$\mathrm{II} = 524 = 2 \,.\, 23^2 - 28 \,.\, 23 + 17\,\Delta + \Delta^2$$

Setzt man

$$17\,\Delta = 4 \text{ Jahre} - 365 - 28 \,.\, 23 - \frac{28^2}{2} + \Delta^2$$

so ist

$$\mathrm{II} = 4 \text{ Jahre} - 2 \,.\, 28 \,.\, 23 + 2 \,.\, 23^2 - \frac{28^2}{2} - 365 + 2\,\Delta^2$$

$$= 4 \text{ Jahre} - \frac{3}{2}\, 28^2 + 23^2 - 365 + 3\,\Delta^2$$

Also

$$\mathbf{II = 4\ Jahre - 3\left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right) - 365 + 23^2}$$

$$\mathrm{III}^{*)} = 478 = 17 \,.\, 23 + \frac{28^2}{2} + \boxed{\begin{matrix} 23^2 \\ -28^2 \end{matrix}} - 2\,\Delta^2$$

Da

$$17 \,.\, 23 = 4 \,.\, 365 - 4 \text{ Jahre} + \frac{28^2}{2}$$

so ist

$$\mathrm{III} = 4 \,.\, 365 - 4 \text{ Jahre} + 23^2 - 2\,\Delta^2$$

oder in der geläufigeren Form

$$\mathbf{III = 23^2 + 28 \,.\, 23 - 4\ Jahre + 4 \,.\, 365 - 2\left(\frac{28 \,.\, 23}{2} + \Delta^2\right)}$$

$$\mathrm{IV} = 458 = 17 \,.\, 23 + \frac{23 \,.\, 28}{2} + \boxed{\begin{matrix} 23^2 \\ 28^2 \end{matrix}}$$

Da

$$17 \,.\, 23 = 4 \,.\, 365 - 4 \text{ Jahre} + \frac{28^2}{2}$$

---

*) Setzt man $\qquad 17 \,.\, 23 = 366 + \Delta^2$

so wird

$$\mathrm{III} = 366 - \Delta^2 + \frac{28^2}{2} + \boxed{\begin{matrix} 23^2 \\ -28^2 \end{matrix}}$$

$$\mathrm{IV} = 366 + \Delta^2 + \frac{23 \,.\, 28}{2} + \boxed{\begin{matrix} 23^2 \\ -28^2 \end{matrix}}$$

$$\mathrm{V} = 366 + 2\,\Delta^2 + \frac{23 \,.\, 28}{2} + \boxed{\begin{matrix} 23^2 \\ -28 \,.\, 23 \end{matrix}}$$

so ist

$$\mathbf{IV = 23^2 + 28 \,.\, 23 - 4\ Jahre + 4 \,.\, 365 - \frac{28^2 + 28 \,.\, 23}{2}}$$

$$V = 623 = 17 \,.\, 23 + \frac{23 \,.\, 28}{2} + \boxed{\begin{matrix} 23^2 \\ -28\ \ 23 \end{matrix}} + \Delta^2$$

Da

$$17 \,.\, 23 = 4 \,.\, 365 - 4\ \text{Jahre} + \frac{28^2}{2}$$

so ist

$$V = 23^2 + \frac{28^2}{2} - 4\ \text{Jahre} + 4 \,.\, 365 - \left(\frac{28 \,.\, 23}{2} - \Delta^2\right)$$

oder

$$\mathbf{V = 23^2 + \frac{28^2}{2} + \frac{23 \,.\, 28}{2} + \Delta^2 - 4\ Jahre + 4 \,.\, 365 - 28 \,.\, 23}$$

$$VI = 604 = \frac{28 \,.\, 23}{2} + \frac{28^2}{2} - 17\,\Delta - \Delta^2$$

Da

$$17\,\Delta = 4\ \text{Jahre} - 365 - 28 \,.\, 23 - \frac{28^2}{2} + \Delta^2$$

so ist

$$\mathbf{VI = \frac{3}{2}\, 28 \,.\, 23 + 365 - 4\ Jahre + 2\left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right)}$$

$$VII = 659 = \frac{3}{2}\, 28 \,.\, 23 - \frac{28^2}{2} + 17\,\Delta$$

Da

$$17\,\Delta = 4\ \text{Jahre} - 365 - 28 \,.\, 23 - \frac{28^2}{2} + \Delta^2$$

so ist

$$\mathbf{VII = 4\ Jahre - \frac{28^2 + 28 \,.\, 23}{2} - \left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right) - 365 + 28 \,.\, 23}$$

$$VIII = 1145 = 17 \,.\, 28 + 23 \,.\, 28 + \Delta^2$$

Da

$$17 \,.\, 28 = 3 \,.\, 365 - 28 \,.\, 23 + \Delta^2$$

so ist

$$\mathbf{VIII = 3 \,.\, 365 + 2\,\Delta^2}$$

$$IX = 611 = 17 \,.\, 28 + 17\,\Delta + 2\,\Delta^2$$

Da

$$17 \,.\, 28 = 3 \,.\, 365 - 28 \,.\, 23 + \Delta^2$$

und

$$17\,\Delta = 4 \text{ Jahre} - 365 - 28 \,.\, 23 - \frac{28^2}{2} + \Delta^2$$

so ist

$$\mathbf{IX = 4 \text{ Jahre} + 4\,\Delta^2 - 2 \,.\, 28 \,.\, 23 + 2 \,.\, 365 - \frac{28^2}{2}}$$

Diese 9 Spatien ordnen sich ganz naturgemäß in 2 Gruppen.

A.

$$\mathrm{I} = \boxed{4 \text{ Jahre} - 28^2 - 28 \,.\, 23} \qquad + \quad 365 - \Delta^2$$

$$\mathrm{IX} = \boxed{4\,(\text{Jahr} + \Delta^2) - 2 \,.\, 28 \,.\, 23} \qquad + 2 \,.\, 365 - \frac{28^2}{2}$$

$$\mathrm{II} = \boxed{4 \text{ Jahre} - 3\left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right) - 365} \qquad + \quad 23^2$$

$$\mathrm{VII} = \boxed{4 \text{ Jahre} - \left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right) - \frac{28^2 + 28 \,.\, 23}{2} - 365} + 28 \,.\, 23$$

$$\mathrm{VIII}^{*)} = \boxed{4 \,.\, 365 - \frac{3}{2}\, 23 \,.\, 28 - 365} \qquad + \frac{28.23}{2} + 2\left(\frac{28.23}{2} + \Delta^2\right)$$

B.

$$\mathrm{III} = \boxed{23^2 + 28 \,.\, 23 \qquad - 4 \text{ Jahre}} + 4 \,.\, 365 - 2\left(\frac{28 \,.\, 23}{2} + \Delta^2\right)$$

$$\mathrm{IV} = \boxed{23^2 + 28 \,.\, 23 \qquad - 4 \text{ Jahre}} + 4 \,.\, 365 - \frac{28^2 + 28 \,.\, 23}{2}$$

$$\mathrm{V} = \boxed{23^2 + \frac{28^2 + 28.23}{2} + \Delta^2 - 4 \text{ Jahre}} + 4 \,.\, 365 - 28 \,.\, 23$$

$$\mathrm{VI} = \boxed{\frac{3}{2}\, 28 \,.\, 23 + 365 \qquad - 4 \text{ Jahre}} \qquad + 2\left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right)$$

*) **Aus der kurzen Form entwickelt:** $\mathrm{VIII} = 3 \,.\, 365 + 2\,\Delta^2$

In der B-Gruppe fallen III, IV, V durch ihren gleichmäßigen Bau auf. Ihr Schema ist:

$$\frac{4}{2}E^2 - 4 \text{ Jahre} + 4 \,.\, 365 - \frac{2}{2}E^2$$

Wären vier Jahre gleich 4 . 365, existierte also der Schalttag nicht, so würde lauten:

$$\mathrm{III} = 23^2 - 2\Delta^2$$

$$\mathrm{IV} = 23^2 + \frac{28 \,.\, 23}{2} - \frac{28^2}{2}$$

$$\mathrm{V} = 23^2 + \frac{28^2}{2} - \frac{28 \,.\, 23}{2} + \Delta^2$$

In Wirklicheit muß man

4 . 365 — 4 Jahre = — 1 zu jedem dieser Werte hinzufügen.

Es ist also

$$\mathrm{III} = 23^2 - 2\Delta^2 \qquad\qquad - 1$$

$$\mathrm{IV} = 23^2 + \frac{28 \,.\, 23}{2} - \frac{28^2}{2} \qquad - 1$$

$$\mathrm{V} = 23^2 + \frac{28^2}{2} - \frac{28 \,.\, 23}{2} + \Delta^2 - 1$$

Und VI unterscheidet sich von III, IV, V nur dadurch, daß

1. in der Gruppe: $\frac{4}{2}E^2 - 4$ Jahre

der Wert 365 für $\frac{1}{2}E^2$ eingetreten ist;

2. in der Gruppe $4 \,.\, 365 - \frac{2}{2}E^2$

$\frac{4}{2}E^2$ für 4 . 365 eintraten, so daß

$\frac{2}{2}E^2$ resultierten.

Also

$$\mathrm{V} = 23^2 + \frac{28^2}{2} + \boxed{\frac{28 \,.\, 23}{2} + \Delta^2} - 4 \text{ Jahre} + \boxed{2 \,.\, 365} + 2\left(365 - \frac{28 \,.\, 23}{2}\right)$$

$$\mathrm{VI} = \frac{3}{2}\, 28 \,.\, 23 + \boxed{365} \qquad - 4 \text{ Jahre} + \boxed{2\left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right)}$$

Nach unserer Äquivalenzregel sind aber

$$365 \mathrel{\vdash\!\!=\!\!\dashv} \frac{28 \,.\, 23}{2} + \Delta^2$$

und

$$2 \,.\, 365 \mathrel{|{=}|} 2\left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right)$$

Sie können sich also vertreten.*)

Das Schema der A-Gruppe ist in gewissem Sinne der algebraische Wert der B-Gruppe. Begann die B-Gruppe mit

$$\frac{4}{2} E^2 - 4 \text{ Jahre},$$

so fängt die A-Gruppe an mit

$$4 \text{ Jahre} - \frac{4}{2} E^2$$

An diesen Ausdruck fügen sich dann noch

$$\frac{1}{2} E^2 \text{ in I u. IX,}$$

$$\frac{2}{2} E^2 \text{ in II u. VII}$$

$$\frac{3}{2} E^2 \text{ in VIII an.}$$

Es sind in dieser A-Gruppe:

$$\mathrm{I} = \boxed{4 \text{ Jahre} \qquad - 28^2 - 28 \,.\, 23} + \quad 365 - \Delta^2$$

$$\mathrm{IX} = \boxed{4 \,(\text{Jahr} + \Delta^2) - 2 \,.\, 28 \,.\, 23} \quad + 2 \,.\, 365 - \frac{28^2}{2}$$

Wo in IX

$$2 \,.\, 365 - \frac{28^2}{2}$$

steht, ist in I gesetzt

$$2 \,.\, 365 - 365$$

Das ist statthaft, denn

$$\frac{28^2}{2} \mathrel{|{=}|} 365$$

---

*) Vgl. Clivia-Knospen (S. 282)

$$K_1 = 365$$

$$K_4 = \frac{28 \,.\, 23}{2}$$

$$K_7 = \frac{28^2}{2} - \Delta^2$$

$$K_1 \mathrel{|{=}|} K_4 \mathrel{|{=}|} K_7.$$

Denn diese drei Spatien sind Jahresabstände.

Ferner enthalten:

$$\mathrm{II} = \boxed{4 \text{ Jahre} - 3\left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right) \qquad\qquad - 365} + 23^2$$

$$\mathrm{VII} = \boxed{4 \text{ Jahre} - \left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right) - \frac{28^2 + 28 \,.\, 23}{2} - 365} + 28 \,.\, 23$$

statt

$$4 \text{ Jahre} - \frac{4}{2} E^2$$

vielmehr

$$4 \text{ Jahre} - \frac{3}{2} E^2 - 365$$

Es ist aber

$$365 \mathrel{\vert\!=\!\vert} \frac{1}{2} E^2$$

Und

$$\mathrm{VIII} = 2 \,.\, (365 + \Delta^2) + 365$$
$$= \boxed{4 \,.\, 365 - \frac{3}{2}\, 28 \,.\, 23 - 365} + 2\left(\frac{28 \,.\, 23}{2} + \Delta^2\right) + \frac{28 \,.\, 23}{2}$$

setzt statt vier Jahren vielmehr 4 . 365 (ohne den Schalttag).

Nachdem wir die menschlichen Geburtsspatien einzeln durchmustert haben, dürfen wir sagen, daß ihr Bauprinzip genau demjenigen der Knospen- und Blütenabstände gleicht. Nur sind die längeren menschlichen Spatien eine Summe derjenigen Elemente, die wir einzeln zuerst als Jahresspatien bei der Clivia kennen gelernt haben. Auch beim Menschen gilt dieselbe Äquivalenzregel wie bei der Pflanze und beim Tier: daß

$$365 \mathrel{\vert\!=\!\vert} \frac{1}{2} E^2$$

* * *

Nicht nur die Entbindungsspatien, sondern auch die Schwangerschaftsdauer (Sch) entspricht in ihrem Aufbau dem Typus des Jahres.

Im Beispiel 6 betrug

$$\text{Sch} \qquad = 302 = 28 \,.\, 23 - \frac{28^2}{2} + 2\,\Delta^2$$
$$= 28 \,.\, 23 + \Delta^2 - \left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right)^{*)} = \frac{1}{2} E^2$$

*) $\frac{28^2}{2} - \Delta^2 = K_7$ (Clivia).

Im Beispiel 20 waren

$$\text{Sch}_\text{I} = 271 = 17 \,.\, 28 + 23^2 - 28^2 + 2\Delta^2$$

Für $$17 \,.\, 28 = 3 \,.\, 365 - 28 \,.\, 23 + \Delta^2$$

wird **Sch$_\text{I}$** $$= \mathbf{3 \,.\, (365 + \Delta^2) - 28^2 - 28 \,.\, 23 + 23^2}$$

Ferner ist

$$\text{Sch}_\text{III}{}^{*)} = 276 = 17 \,.\, 23 + 23^2 - 28 \,.\, 23$$

Für $$17 \,.\, 23 = 4 \,.\, 365 - 4 \text{ Jahre} + \frac{28^2}{2}$$

wird **Sch$_\text{III}$** $$= \mathbf{28 \,.\, 23 - \frac{28^2}{2} + \Delta^2 + 4 \,.\, 365 - 4 \text{ Jahre}}^{**)}$$

Und Sch$_\text{II}$ (Abort!) $$= 76 =$$
$$= 17 \,.\, 23 - 17\Delta + 23^2 - 28^2 + \Delta^2$$

Für $$17\Delta = 4 \text{ Jahre} - 365 - 28 \,.\, 23 - \frac{28^2}{2} + \Delta^2$$

und $$17 \,.\, 23 = 4 \,.\, 365 - 4 \text{ Jahre} + \frac{28^2}{2}$$

wird Sch$_\text{II}$ $$= 5 \,.\, 365 - 8 \text{ Jahre} + 28 \,.\, 23 + 23^2$$

Und da $$28 \,.\, 23 + 23^2 = 8 \text{ Jahre} + 1 - \frac{3}{2} 28 \,.\, 23 - 28^2$$

so ist Sch$_\text{II}$ $$= 5 \,.\, 365 + 1 - \frac{3}{2} 28 \,.\, 23 - 28^2$$

$$= \boxed{\mathbf{4 \text{ Jahre} - 28^2 - 28 \,.\, 23}} \mathbf{+ 365 - \frac{28 \,.\, 23}{2}}$$

---

*) $\text{Sch}_\text{III} = 366 + \Delta^2 + \boxed{\begin{matrix} 23^2 \\ -28 \,.\, 23 \end{matrix}}$

**) Sch (Beispiel 6) $= 28 \,.\, 23 + \Delta^2 - \left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right)$

Sch$_\text{III}$ (Beispiel 20) $= 28 \,.\, 23 - \left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right) - 1$

Also

$$\mathrm{Sch}_{\mathrm{I}} = \boxed{4(365+\Delta^2)-28^2-28.23} - (365+\Delta^2)+23^2$$

$$\mathrm{Sch}_{\mathrm{II}} = \boxed{4 \text{ Jahre} \quad -28^2-28.23} + 365 - \frac{28.23}{2}$$

$$\mathrm{Sch}_{\mathrm{III}} = \boxed{-4 \text{ Jahre} + \quad 2.28.23} + 4.365 - 23.28 - \left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right)$$

$$\mathrm{Sch}_{\mathrm{I}} = \frac{1}{2} E^2$$
$$\mathrm{Sch}_{\mathrm{III}} = \frac{1}{2} E^2$$
$$\mathrm{Sch}_{\mathrm{II}} = 0 \, E^2$$

$\mathrm{Sch}_{\mathrm{II}}$ war eine Abortschwangerschaft von 76 Tagen. Sie besitzt das dem Jahre äquivalente „normale" Intervall $\frac{1}{2} E^2$ nicht.

* * *

Es versteht sich, daß auch die Alter der ersten Schritte, des Laufens, des ersten Zahnes durch eben dieselben Jahresformeln auszudrücken sind wie die Geburtsabstände. Denn diese kurzen Alter sind aus denselben biologischen Tageswerten zweiter Dimension zusammengesetzt. Da es aber lehrreich ist, dem biologischen Geschehen im einzelnen nachzugehen, so sollen hier noch die Analysen von Zahn- und Laufaltern mit Beziehung auf das Jahr folgen.

76.

76. Beispiel.

Bei meinen Kindern brach der erste Zahn durch:

bei Robert (29. Dezember 1895 geboren) am 5. August 1896 } J_1
Pauline (8. September 1898 geboren) am 7. Juli 1899 } J_2
Conrad (29. Dezember 1899 geboren) am 7. Juni 1900

Da das gleiche mütterliche Blut auch nach der leiblichen Trennung in zeitlichem Zusammenhang bleibt, so haben die Spatien J_1 und J_2 die gleiche Berechtigung wie die Geburtsspatien.

Es sind

$$J_1 = 1066$$
$$J_2 = 335$$

Nun ist

$$335 + 731 = 1066, \text{ d. h.}$$
$$\boldsymbol{J_2 + 2 \text{ Jahre} = J_1}$$

Ferner

$$J_2 = 25 \,.\, 28 - 365$$

Also

$$J_1 = 25 \,.\, 28 + 366$$

Da $$25 \,.\, 28 = 4 \text{ Jahre} + 365 - \frac{3}{2}\, 28^2 + 2\,\Delta^2 \text{*)}$$

so ist

$$J_2 = 4 \text{ Jahre} - \frac{3}{2}\, 28^2 + 2\,\Delta^2 \models\!\dashv \frac{1}{2}\, E^2$$

und

$$J_1 = 6 \text{ Jahre} - \frac{3}{2}\, 28^2 + 2\,\Delta^2 \models\!\dashv \frac{3}{2}\, E^2$$

Die Äquivalenz: bei J_2 eines, bei J_3 dreier Jahre entspricht hier offenkundig der Wirklichkeit.

77. Beispiel. **77.**

Bei den Kindern der Schwester meiner Gattin, Frau Dr. Rie in Wien, brach der erste Zahn durch:

Norbert Rie	(geboren 30. Oktober 1897)	17. Mai 1898	} J
Margarete Rie	(geboren 25. März 1899)	25. September 1899	
Marianne Rie	(geboren 27. Mai 1900)	?	

Hier ist

$$J^{**)} = 496 = (28^2 + 23^2 - 4 \text{ Jahre}) + 28 \,.\, 23$$

oder

$$J = 3 \,.\, 28 \,.\, 23 - 4 \text{ Jahre} + \Delta^2$$
$$\models\!\dashv \frac{2}{2}\, E^2$$

* * *

Die Laufspatien meiner Kinder (Beispiel 22) sind:

Robert 14. Juni 1897	} L_1	
Pauline 8. August 1901	} L_2	
Conrad 18. August 1901		

*) Siehe Clivia K_8 S. 279 Anm.
Beim Cliviatrieb (S. 295) ist

$$\varkappa_1 + \varkappa_2 = \alpha_1 + 365.$$

**) $496 = 21 \,.\, 28 - 4 \,.\, 23 = 51 \,.\, 28 + 23^2 - (30 \,.\, 28 + 27 \,.\, 23)$
$= 28^2 + 23 \,.\, 28 + 23^2 - 4 \text{ Jahre}$

$$L_1{}^{*)} = 1515 = \quad 731 + 784 = \mathbf{2\ Jahre + 28^2}$$

$$L_1 + L_2{}^{**)} = 1525 = 59 \,.\, 23 + 6 \,.\, 28 = 2 \,.\, 28^2 + \frac{28 \,.\, 23}{2} - 365$$

d. h.

$$\mathbf{L_2 = 28^2 + \frac{28 \,.\, 23}{2} - 3\ Jahre \models 0}$$

* * *

Die Laufspatien der Kinder von Frau Dr. Rie (23. Beispiel) sind:

Norbert	30. Dezember	1898	$561 = \lambda_1$
Margarete	14. Juli	1900	$451 = \lambda_2$
Marianne	8. Oktober	1901	

$$\lambda_1 = 561 = 11 \,.\, 28 + 11 \,.\, 23 = 365 + \frac{28^2}{4}$$

$$\lambda_2 = 451 = 12 \,.\, 28 + \ 5 \,.\, 23 = 17 \,.\, 28 - \Delta^2$$

Da

$$25 \,.\, 28 = 23^2 + \frac{28^2}{4} - \Delta^2$$

so ist

$$\frac{28^2}{4} = 25 \,.\, 28 - 23^2 + \Delta^2$$

$$= 4 \text{ Jahre} + 365 - 23^2 - 3\left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right)$$

Also

$$\lambda_1 = 4 \text{ Jahre} - 3\left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right) + 2 \,.\, 365 - 23^2$$

Dieses λ_1 besteht aus zwei Teilen

α) $2 \,.\, 365 - 23^2$

β) $4 \text{ Jahre} - 3\left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right)$

Beide Teile sind uns als selbständige Knospen- bezw. Blütenabstände bekannt.

$\alpha = K_2$ der großen Clivia
$\beta = B_5$ der großen Clivia.

---

*) $1515 = 50 \,.\, 28 + 5 \,.\, 23 \ = 28^2 + 22 \,.\, 28 + 5 \,.\, 23$
$= 28^2 + 731$ Tage

**) $1525 = 59 \,.\, 23 + 6 \,.\, 28 = 70 \,.\, 23 + 10 \,.\, 28 \quad - 365$
$= \frac{5}{2} 28 \,.\, 23 + 2 \,.\, 28^2 - 2 \,.\, 23 \,.\, 28 - 365$
$= 2 \,.\, 28^2 + \frac{28 \,.\, 23}{2} - 365$

Es ist also die Konstruktion von $\lambda_1 = \alpha + \beta$ nicht künstlich, sondern α und β sind natürliche, offenbar typische Zeiten.

$$\lambda_1 \mathrel{\vert\!=\!\vert} \frac{1}{2} E^2 \mathrel{\vert\!=\!\vert} 1 \text{ Jahr.}$$

$$\begin{aligned} \lambda_2 &= 17 \,.\, 28 - \Delta^2 \\ &= 3 \,.\, 365 - 28 \,.\, 23 \mathrel{\vert\!=\!\vert} \frac{1}{2} E^2. \end{aligned}$$

Zusammengestellt

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 4 \text{ Jahre} - 3\left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right) + 2 \,.\, 365 - 23^2 \\ \lambda_2 &= \qquad\qquad 365 \qquad\quad + 2 \,.\, 365 - 28 \,.\, 23. \end{aligned}$$

Für das in einem Jahr äquivalente:

$$4 \text{ Jahre} - 3\left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right) \text{ von } \lambda_1$$

steht in λ_2 365 selbst.

* * *

78. Beispiel. 78.

Das Alter meiner Kinder beim Durchbrechen des ersten Zahnes war:

$$\begin{array}{lrl} \text{bei Robert} & 220 = \zeta_1 = & -16 \,.\, 23 + 21 \,.\, 28 \\ \text{Pauline} & 302 = \zeta_2 = & -10 \,.\, 23 + 19 \,.\, 28 \\ \text{Conrad} & 160 = \zeta_3 = & -\ \ 4 \,.\, 23 + \ \ 9 \,.\, 28 \end{array}$$

Robert und Conrad waren beim Durchbrechen ihres ersten Zahnes biologisch so alt wie bei ihrer Geburt: Denn

$$\zeta_1 = \boxed{\begin{array}{c} 28^2 + \dfrac{28 \,.\, 23}{4} \\ -23^2 - \dfrac{28^2}{4} \end{array}} \mathrel{\vert\!=\!\vert} 0$$

$$\zeta_3 = \boxed{\begin{array}{c} \dfrac{28^2 + 28 \,.\, 23}{2} \\ -23^2 \end{array}} - \Delta^2 \mathrel{\vert\!=\!\vert} 0$$

Pauline mit ihrer Rhachitis hat $\frac{1}{2} E^2 \mathrel{\vert\!=\!\vert} 1$ Jahr gebraucht, bis ihr erster Zahn erschien

$$\zeta_2 = 23 \,.\, 28 - \frac{28^2}{2} + 2\Delta^2 \mathrel{\vert\!=\!\vert} \frac{1}{2} E^2$$

Die Zusammengehörigkeit von ζ_2 und ζ_3 ergibt sich aus ihrer Summe:

$$\zeta_2 + \zeta_3 = 28^2 - \frac{28 \,.\, 23}{2}$$

Auch die Jahresformel hat für ζ_1 den biologischen Nullwert.

$$\zeta_1 = 3 \text{ Jahre} - \frac{28 \,.\, 23}{2} - 23^2 - \Delta^2 \mid\!\!=\!\!\mid 0$$

Es ist nämlich

$$3 \text{ Jahre} = 1096 = 26 \,.\, 28 + 16 \,.\, 23$$

Da

$$\zeta_1 = 21 \,.\, 28 - 16 \,.\, 23$$

so wird

$$\begin{aligned} \zeta_1 &= 3 \text{ Jahre} - 5 \,.\, 28 - 32 \,.\, 23 \\ &= 3 \text{ Jahre} - \frac{28 \,.\, 23}{2} - 23^2 - \Delta^2 \end{aligned}$$

Summiert man Zahn- und Lauf a l t e r (vgl. auch S. 84) bei meinen Kindern, so ergibt sich für:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= (\text{Robert}) \quad \zeta_1 + a = 17 \,.\, 28 + \frac{28^2}{2} \quad - \quad 23\,\Delta \\ \sigma_2 &= (\text{Pauline}) \quad \zeta_2 + b = 34 \,.\, 28 + 23 \,.\, 28 - 2 \,.\, 23\,\Delta \\ \sigma_3 &= (\text{Conrad}) \quad \zeta_3 + c = 34 \,.\, 23 \quad - \quad \Delta^2 \end{aligned}$$

Bei der rhachitisch gewesenen Pauline wurde σ_2 doppelt so groß wie σ_1 bei Robert, und Conrads σ_3 ist um eine Einheit kleiner als σ_2 seiner Schwester.

79.

79. Beispiel.

Die Zahn a l t e r der Kinder von Frau Dr. Rie in Wien sind bei

Norbert $199 = 5 \,.\, 23 + 3 \,.\, 28 = \mathfrak{z}_1$
Margarete $184 = 8 \,.\, 23 = \mathfrak{z}_2$
Marianne ?

Es ist

$$\mathfrak{z}_1 \mid\!\!=\!\!\mid \mathfrak{z}_2$$

$$\begin{aligned} \mathfrak{z}_1 &= (17 - 14)\, 28 + 5 \,.\, 23 \\ &= 3 \,.\, 365 \quad - 23^2 - \frac{28^2}{2} \mid\!\!=\!\!\mid 0 \end{aligned}$$

Da

$$\mathfrak{z}_1 \mid\!\!=\!\!\mid \mathfrak{z}_2$$

so ist auch

$$\mathfrak{z}_2 \mid\!\!=\!\!\mid 0$$

Auch bei Robert und Conrad Fließ war das Zahnalter $\mid\!\!=\!\!\mid 0$

Es scheint darnach bei n o r m a l z a h n e n d e n Kindern das Zahnalter biologisch gleich dem Geburtsalter, nämlich $\mid\!\!=\!\!\mid 0$ zu sein!

Die Laufalter endlich meiner Kinder (Beispiel 22) waren

$$\begin{aligned} \text{Robert } 533 &= 11 . 23 + 10 . 28 \\ &= 28 . 23 + 10 . 28 - 17 . 23 \\ &= 33 . 28 - 17 . 23 \end{aligned}$$

Da

$$17 . 23 = 4 . 365 - 4 \text{ Jahre} + \frac{28^2}{2}$$

so ist

Roberts Laufalter (a)

$$a = \left.\begin{array}{l} 4 \text{ Jahre} - 2 . 28 . 23 \\ + 28^2 + 23 . 28 - 4 . 365 \end{array}\right\} + \frac{28^2}{2} \models\!\dashv 1 \text{ Jahr.}$$

Pauline (Rhachitis) braucht 38 . 28 Tage, also genau so viel, als der Geburtsabstand III bei meinen Kindern beträgt, d. h.

$$1 \text{ Jahr} + 28^2 - \frac{\Sigma}{3} \Delta = \frac{3}{2} E^2.$$

Conrad, der spät lief, war

$$597 = 15 . 23 + 9 . 28 \text{ Tage alt}$$

also

$$\begin{aligned} &[11 . 23 + 4 . 28] + 4 . 23 + 5 . 28 \\ &= 365 + 23^2 - \frac{28 . 23}{2} + \Delta^2 \models\!\dashv \frac{2}{2} E^2 \end{aligned}$$

Bei den eben behandelten beiden Kindern Norbert und Margarete Rie waren (Beispiel 23) die Laufalter von

$$\begin{array}{ll} \text{Norbert} & 17 . 28 - 2 \Delta^2 \\ \text{Margarete} & 17 . 28 \end{array}$$

Also auch die Laufalter dieser Kinder sind untereinander biologisch gleich wie die Zahnalter.

$$\begin{array}{lll} \text{Norbert*)} & 17 . 28 - 2 \Delta^2 & = 3 . 365 - 28 . 23 - \Delta^2 \\ \text{Margarete} & 17 . 28 & = 3 . 365 - 28 . 23 + \Delta^2 \end{array}$$

Jedes der beiden Laufalter $\models\!\dashv \frac{1}{2} E^2 \models\!\dashv 1$ Jahr.

* * *

*) Norberts und Margaretens Laufalter zusammen betragen

$$6 . 365 - 2 . 28 . 23$$

vgl. bei Stute Historie (Beispiel 66)

$$J_3 + J_5 = 4 . 365 - \quad 28 . 23$$

Die höheren Lebensalter, deren Konstruktion die dritte Dimension aufweist, müssen ebenfalls das Jahr enthalten. Doch in welcher Form der Jahreswert hier erscheint, wird erst eine zukünftige Untersuchung entscheiden müssen.

Wie tief das Jahr in den Ablauf des Lebens seine Spuren einschneidet, das ist für jeden aufmerksamen Beobachter auch ohne die Kenntnis unserer biologischen Analyse sehr deutlich sichtbar.

Fälle, wo die Geburtstage einer Familie in einem Monat sich häufen — etwa: meine Mutter 26. Mai, ihre Schwester 8. Mai, deren Töchter 6. Mai, 24. Mai — lassen sich zahllos beibringen.

Das Verhältnis wird noch eklatanter, wenn man die Betrachtung etwas ausdehnt.

80.

80. Beispiel.

Meine Gattin ist am 29. April 1869 geboren, ihre Konzeptionen fallen dreimal um diesen Termin; ihre erste Regel überhaupt erschien am 2. Mai 1883, genau 20 Jahre vor dem Todestage ihrer Mutter, an dem bei ihr ebenfalls wieder die Regel eingetreten war (vgl. S. 229 und 232).

Und ihre Cousine mütterlicherseits Frau Singer, hat zwei Söhne, deren Geburtstage auf den 6. Mai 1894 und 7. Mai 1899 (Wehenanfang 6. Mai) fallen (vgl. S. 45).

Die Mutter dieser Cousine ist um dieselbe Jahreszeit (28. April 1841) geboren; gestorben ist sie plötzlich am 17. Juli 1898. Auf den 21. Juli 1871 aber fällt der Geburtstag ihrer Tochter, die um dieselbe Zeit konzipiert haben muß, denn am 7. Mai folgenden Jahres wurde ihr Sohn geboren.

Also Todeszeit der Mutter und Konzeptionszeit der Tochter fallen hier in Jahreszeit und Jahr zusammen*), bei meiner Gattin deutlich in der Jahreszeit.

Die einzigen Schwestern meiner Gattin (Zwillinge) haben am 15. Juli 1872 ihren Geburtstag, in derselben Jahreszeit wie ihre Cousine Singer.

Und alle diese Termine lassen den Einfluß des Jahres erkennen.

An dem 28. April 1841
29. April 1869
2. Mai 1883
6. Mai 1894
7. Mai 1899
3. Mai 1903

ist das ohne weiteres ersichtlich.

---

*) Vgl. S. 97, Beispiel 30, wo Krankheitsbeginn bei der Mutter und Konzeption der Tochter zusammenfielen. Die Wehen der Tochter setzten 10 . 28 Tage nach dem Beginn der Pneumonie bei der Mutter ein.

Aber in den letzten Teil des April fallen noch dreimal die Konzeptionen bei meiner Gattin; und wenn man vom 21. bezw. 17. Juli (Geburtstag von Frau S. und Todestag ihrer Mutter) oder vom 15. Juli (Geburtstag meiner Schwägerinnen) ein Graviditätsspatium vorwärts rechnet, so kommt man wieder auf Ende April.

Ende April ist also in dem eben behandelten Teil lebendiger Substanz eine „traumatische Zeit". Und was nicht direkt auf sie fällt, ist eine Tragzeit vor- oder rückwärts zu rechnen.

In dem behandelten Beispiel zeigt das J a h r den Zusammenhang der Generationen.

Aber auch beim Einzelwesen ist sein Einfluß deutlich.

Am frühesten fiel mir das bei einer Patientin auf, die mich wegen plötzlichen subkonjunktivalen Blutergusses konsultierte, den sie beide Male am Morgen beim Erwachen bemerkte, und zwar am

81. Beispiel. 81*a*.

17. März 1897 am linken Auge
16. März 1898 am rechten Auge

also im Abstand von 13 . 28 Tagen.

Ihr Gatte wurde von ebenso plötzlichen Bronchokatarrhen befallen 81*b*.
die am 30. April 1897
und „ 25. April 1898

einsetzten.

Ähnliches läßt sich auch durch eine Reihe von Jahren verfolgen.

82. Beispiel. 82.

Herr W. B. hatte Anfälle von Rhinitis vasomotoria am*)

5. Juni	1897	
28. Mai	1898	J_1
8. Februar	1899	J_2
29. Mai	1899	J_3
3. Mai	1900	J_4
23. Mai	1901	J_5

*) Mit den Jahreswerten wäre:

$$J_1 = 357 = \frac{28^2 + 28 . 23}{4}$$
$$J_2 = 256 = -366 + \Sigma\Delta + \left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right)$$
$$J_3 = 110 = +365 - \Sigma\Delta$$
$$J_4 = 339 = 4 \text{ Jahre} - 2 . 365 - \frac{28^2}{2}$$

Mit Ausnahme vom 8. Februar 1899 (in diesem Jahre erschien das Leiden zweimal) ist der Jahrestypus auch dem ungeschulten Blick ebenso deutlich wie bei den Blütezeiten der Bäume.

83. 83. Beispiel.

Noch genauer ans Datum hält sich der Typus der Jahresveränderung bei Herrn Jakob Wiesenthal (geboren 1858), der ebenfalls an Rhinitis vasomotoria leidet.

Vorgefühl (Kopfschmerz)	Schnupfenausbruch
1896 31. Mai	1. Juni
1897 ?	1. Juni schwach
1898 ?	1. Juni
1899 28./29. Mai nachts	2. Juni, 11. Juni Herpes
1900 28. Mai	2. Juni
1901 29. Mai	1./2. Juni

Dieser Kranke hat auch in Helgoland — wohin er wegen der Diagnose Heufieber ging — sein Leiden bekommen, das eben in ihm lag und nicht von den Grasblüten abhing.

Er wurde stets zirka 10 Tage vorher unruhig und schlaflos, bekam dann Kopfschmerzen, später den wässerigen Schnupfen und nach weiteren zirka 10 Tagen erschien ein Herpes labialis, mit dem die „Frühlingskrankheit" ihr Ende nahm.

Daß der nervöse periodische Schnupfen auch im Winter erscheinen kann, wo gar nichts blüht, wußte schon Hack (vgl. Deutsche Mediz. Wochenschrift 1886, Nr. 9). Bei Herrn W. B. (s. oben) fällt ein Anfall auf den 8. Februar 1899.

$$J_5 = 385 = 365 + \boxed{\begin{array}{c} \dfrac{28^2}{2} \\ -\dfrac{28\,.\,23}{2} \end{array}} - 2\Delta^2$$

$$J_1 \;|\!=\!|\; J_2 + J_3 \;|\!=\!|\; J_4 \;|\!=\!|\; J_5 \;|\!=\!|\; \frac{1}{2}E^2$$

$$J_2 + J_3 = 366 \text{ Tage}$$

$$J_3 = \left.\begin{array}{l} \quad 4 \text{ Jahre} - 23^2 - 28\,.\,23 \\ -4\,.\,365 + 28^2 + 23\,.\,28 \end{array}\right\}$$

$$S = J_2 + J_3 + J_4 + J_5 = 4 \text{ Jahre} - \frac{28\,.\,23}{2} - 2\Delta^2 + 1 \text{ Tag.}$$

Da

$$8 \text{ Jahre} + 1 \text{ Tag} = 28^2 + 23^2 + \frac{5}{2}\,28\,.\,23$$

so ist

$$S = 4\,.\,28\,.\,23 - 4 \text{ Jahre} - \Delta^2 \;|\!=\!|\; \frac{4}{2}E^2$$

Und wo ich dies niederschreibe, kommt mir die betrübliche Kunde, daß ein Freund, der am 2. Februar 1895 plötzlich labyrinthtaub wurde und dessen Gehör sich in der Folgezeit nur langsam erholte, in der Nacht vom 2./3. Februar dieses Jahres (1905) wieder vertaubt ist.

Das sind zehn genaue Jahre, die zwei gleichartige Anfälle von gleicher Schwere miteinander verbinden.

Viele Menschen kennen den traumatischen Monat, in dem sie ihren „alljährlichen Anfall" bekommen. Die jährliche Angina ist besonders bekannt. Ich hörte sie einen Patienten sein Weihnachtsgeschenk benennen. Auffallend häufig wissen die Leute zu sagen, daß der Monat ihres Mißbefindens ihr eigener oder ihrer Mutter Geburtsmonat ist.

Ich schließe mit einem Beispiel, in dem die Verkettung der Tagesperioden mit dem Jahresrhythmus sichtbar ist. Bei dem Patienten, der sich einer vieljährigen ungetrübten Gesundheit erfreut hatte begann die Furunkulose mit dem Tode seiner Mutter.

84. Beispiel. **84.**

Herr C. F. zirka 50 Jahre.

1\. November 1902 Beginn eines Nasenfurunkels
27\. Dezember 1902 nachmittags Nasenfurunkel
14\. Januar 1903 Beginn eines Nackenfurunkels
19\. Juni 1903 kleine Eiterung an der Nasenspitze
4\. November 1903 kleiner Nasenfurunkel
2\. Dezember 1903 größerer Nasenfurunkel
7\. Dezember 1903 Beginn eines Nackenfurunkels
20\. Dezember 1903 neuer Nackenfurunkel.

Abbruch der Beobachtung.

Hier setzt die Furunkulose in beiden Jahren fort zur gleichen Zeit ein (1. November 1902 und 4. November 1903 *). Die Termine ordnen sich aber nach 28 und 23 so:

230 = 10 . 23	1. November	1902			
			56		74 = 2 . 23 + 28
	27. Dezember	1902			
			18		
	14. Januar	1903			
			156		= 8 . 23 − 28
138 = 6 . 23	19. Juni	1903			
	4. November	1903			
			28		
2 . 23	2. Dezember	1903			46
			5	18	
	7. Dezember	1903			
			13		
	20. Dezember	1903			

*) Vom 1. November 1902 bis 4. November 1903 sind 368 = 16 . 23 Tage verflossen; genau wie in $J_5 = 16 . 23$ bei der Herlitze (S. 273.) (Vgl. auch Stute Historie S. 271.)

$$J_3 = 16 . 23 - \Delta^2$$
$$J_5 = 16 . 28 + \Delta^2$$
$$J_3 + J_5 = 4 . 365 - 28 . 23$$

Ich habe dieses Beispiel, wie die anderen, ohne Wahl meinem Material entnommen. Es sollte mit den übrigen hier nur auf eine, ich möchte fast sagen, naive Weise hindeuten auf die wichtige Rolle, die auch beim Menschen das Jahr ebenso einnimmt wie sonst in der lebendigen Natur.

XIV.

Zusammenfassung.

Nach unserer Annahme liegt allen Lebensvorgängen die Tätigkeit zweier Arten lebendiger Substanz zu Grunde, der männlichen und weiblichen Substanz, deren elementare Verbände 23 bezw. 28 Tage Lebenszeit besitzen. Aus dem Zusammenwirken dieser beiden Substanzen sollen sich alle zeitlichen Vorgänge des Lebens ableiten und verstehen lassen. Es leuchtet ein, daß es sich hier um eine ungeheure Mannigfaltigkeit von Tageszahlen handelt, die durch unsere Annahme gedeckt werden muß. Da aber alle ganzen Zahlen aus einer Summe oder Differenz von Vielfachen zweier anderer ganzer Zahlen abzuleiten sind, die ihrerseits keinen gemeinsamen Teiler haben — und 28 und 23 erfüllen diese Bedingung —, so sind unsere biologischen Zahlen dieser ersten Aufgabe in der Tat gewachsen. Aber hier erhebt eine zweite Frage ihr Haupt: was gibt denn die Gewähr, daß gerade 23 und 28 die richtigen Werte für die biologische Tagesbenennung sind, wenn noch unendlich viele andere ganzzahlige Werte existieren mit der gleichen theoretischen Leistungsmöglichkeit?

Die Tatsache, daß 28 oder 23 Tage (oder ihr Vielfaches) mit auffallender Häufigkeit als Intervall bei lebendigen Vorgängen zu beobachten ist — die Häufigkeit dieser Beobachtung führte ja zur Entdeckung —, beweist noch keineswegs, daß diese beiden Intervalle die einzigen sind, aus denen alle anderen abzuleiten wären.

Auch die fernere Tatsache, daß ein großer Teil des Restes derjenigen Intervalle, die nicht 28 oder 23 selbst sind, sich als die Teile

$$\frac{28}{2}, \quad \frac{28}{4}, \quad \frac{28+23}{3}, \quad \frac{2\,(28+23)}{3}$$

oder als die Differenz

$$(28-23)$$

darstellen, hat nur eine hinweisende, aber keine entscheidende Bedeutung.

Wenn durch die Gleichung

$$m_1\,.\,28 \pm m_2\,.\,23 = a$$

verschiedene Werte dargestellt werden sollen, die wirklich in einer gesetzmäßigen Abhängigkeit von 28 und 23 stehen, so fordert man, daß auch die Koeffizienten m_1 und m_2 nicht willkürliche Werte seien, sondern in einer durchsichtigen Beziehung zu einander stehen, mit anderen Worten, daß ein Gesetz der Koeffizienten aufgezeigt werde.

Läßt die Analyse der lebendigen Vorgänge, wie wir sie in unserer Arbeit durchgeführt haben, ein gesetzmäßiges Verhalten der Koeffizienten erkennen?

Wir wollen, um diese Frage zu beantworten, die einzelnen Stadien unserer Analyse noch einmal summarisch durchgehen.

Die einfachsten Fälle bieten solche, wie etwa das Cliviabeispiel in der Einführung:

Clivia II.

Erster	Wurzeltrieb	10. November	1901	
				28
Zweiter	„	8. Dezember	1901	
				28
Dritter	„	5. Januar	1902	
				28
Vierter	„	2. Februar	1902	
				23
Knospe		25. Februar	1902	
				23
Blüte		20. März	1902	
				23
Abgefallen		12. April	1902	

Hier treten in den Intervallen die Grundzahlen selber in regelmäßiger symmetrischer Reihenfolge auf. Der Koeffizient ist immer der gleiche und gleich einfache, nämlich 1.

Aber schon bei unseren Menstruationsbeispielen lagen die Verhältnisse nicht so offensichtlich.

Das erste Beispiel (vgl S. 13) hatte die 10 Intervalle:

$$J_1 = 26$$
$$J_2 = 29$$
$$J_3 = 25$$
$$J_4 = 30$$
$$J_5 = 29$$
$$J_6 = 28$$
$$J_7 = 31$$
$$J_8 = 27$$
$$J_9 = 25$$
$$J_{10} = 30$$

Bis auf $J_6 = 28$ kommen beide Grundzahlen sichtbar gar nicht vor. Es ist aber die Summe

$$J_1 + J_2 + J_3 + \ldots\ldots J_{10} = 10 \,.\, 28$$

Also die Summe von zehn Intervallen gleich zehn Einheiten.

Und ferner

$$J_1 + J_2 + J_3 + J_4 + J_{10} = 5 \,.\, 28$$

und

$$J_5 + J_6 + J_7 + J_8 + J_9 = 5 \,.\, 28$$

d. h. auch die Summe von je fünf Intervallen gleich fünf Einheiten.

Es ist aber weiter

$$\begin{aligned} J_1 + J_3 &= 28 + 23 \\ J_5 + J_8 &= 2 \cdot 28 \\ J_7 + J_9 &= 2 \cdot 28 \\ J_6 &= 1 \cdot 28 \\ J_2 + J_4 + J_{10} &= 3 \cdot 28 + \Delta \end{aligned}$$

Es sind also je zwei Intervalle zweien Einheiten, drei Intervalle dreien Einheiten, ein Intervall einer Einheit gleich.

In der Summe der Intervalle zeigt sich also, daß den Koeffizienten keinerlei Willkür anhaftet, sondern daß ihre Zahlenbenennung gleich der Anzahl der Intervalle ist, die sie enthalten.

Dasselbe ergaben die nächsten Beispiele.

Aber dann kamen Fälle von sehr unregelmäßigen und ungewöhnlich großen Zwischenräumen.

Indessen auch da verleugnete sich die einfache Form der Summe nicht.

Die 10 Intervalle bei Fall (5) ordneten sich

$$\begin{aligned} \boxed{J_5 + J_9} + J_4 &= 3 \cdot 28 + 23 \\ J_2 \quad + J_1 &= 4 \cdot 28 \\ J_6 \quad + J_{10} &= 4 \cdot 23 \\ J_3 \quad + J_7 &= 3 \cdot 28 \\ J_8 &= 1 \cdot 23 + \frac{28}{2} \end{aligned}$$

Zweimal ist die Summe von zwei Intervallen $= 4\,E = 2 \cdot 2\,E$

Ein drittes Mal ist es nur scheinbar anders.

Denn in

$$J_5 + J_9 + J_4 = 3 \cdot 28 + 23$$
$$\text{ist } J_5 + J_9 \qquad = J_2$$

d. h. ein größeres Intervall, wie J_2, ist in zwei Teile zerfallen, deren Summe erst wieder den gewöhnlichen Wert repräsentiert.

Es steht deshalb

$$\underbrace{J_5 + J_9} + J_4 = 3 \cdot 28 + 23$$

in Analogie mit $\qquad J_2 \quad + J_1 = 4 \cdot 28$

Aber bei derselben Frau existiert nicht nur der eine Typus, in dem zwei Intervalle vier Einheiten werten, sondern noch ein anderer, in dem zwei Intervalle nur dreien Einheiten gleich sind. Daher

$$J_3 + J_7 = 3 \cdot 28$$

und $\qquad J_8 = 23 + \frac{28}{2}$

Auch hier ist das Verhalten der Koeffizienten in der Summe durchsichtig.

In dem weiteren Beispiel (6) von sehr unregelmäßiger Menstruation, in welchem die Spatien zwischen 19 und 88 Tagen schwanken, sind zunächst je zwei Intervalle immer zu einer Summe von ganzen Einheiten verbunden.

$$\begin{aligned}
J_1 + J_8 &= 4 \,.\, 28 \\
J_2 + J_9 &= 5 \,.\, 28 \\
J_3 + J_{10} &= 3 \,.\, 28 \\
J_4 + J_6 &= 3 \,.\, 28 \\
J_5 + J_7 &= 3 \,.\, 28 \\
J_{11} + J_{18} &= 4 \,.\, 23 \\
J_{12} + J_{16} &= 3 \,.\, 23 \\
J_{13} + J_{15} &= 4 \,.\, 23 + 2 \,.\, 28 \\
J_{14} + J_{17} &= 2 \,.\, 23 + 2 \,.\, 28 \\
J_{19} + J_{20} &= 1 \,.\, 23 + 2 \,.\, 28 \\
J_{21} + J_{22} &= 4 \,.\, 23
\end{aligned}$$

Aber mehr als das. Diese 22 Spatien bilden einen natürlichen Ausschnitt. Sie füllen die Zeit von fast drei Jahren (14. Januar 1891 bis 4. Januar 1894), die von dem Ende einer Schwangerschaft bis zum Beginn der nächsten liegt. Das Intervall vor J_1 ist also eine Schwangerschaftsdauer, und dasjenige nach J_{22} ebenfalls.

Beide Schwangerschaftsdauern (Sch) betragen je

$$302 = 18 \,.\, 23 - 4 \,.\, 28 \text{ Tage.}$$

Und die Summe der 22 zwischen ihnen liegenden Intervalle $J_1 + J_2 + J_3 + \ldots . J_{22} =$

$$S_1^{22} = 18 \,.\, 23 + 24 \,.\, 28 \text{ Tage}$$

ist also genau um $28 \,.\, 28 = \mathbf{28^2}$ Tage größer.

Da nun während der Schwangerschaft der Menstruationsprozeß keineswegs ruht, nur nicht durch die menstruelle Blutung betont ist, so ist die Zeit der Schwangerschaft auch als eine Summe von Mensesspatien aufzufassen.

Diese letztere Summe Sch ist also genau um 28^2 Tage größer als die erstere S_1^{22}.

Wir leiten hieraus die Vermutung her, daß S_1^{22} und Sch auch in ihrem Bau aus Größen zweiter Potenz bestehen werden. Versuchen wir also die Koeffizienten von S_1^{22} und Sch als lineare Funktionen von 28 und 23 auszudrücken, so bekommen wir selbstverständlich solche zweite Potenzen.

Dann ist

$$S_1^{22} = 28 \,.\, 23 + \frac{28^2}{2} + 2\,\Delta^2$$

und

$$\text{Sch} = 28 \,.\, 23 - \frac{28^2}{2} + 2\,\Delta^2$$

Aus dieser einfachen Form erkannten wir, warum die Differenz beider Werte durch eine zweite Potenz (28^2) dargestellt wurde.

Natürliche Summen von Spatien erster Ordnung ordnen sich nach zweiten Potenzen der Grundzahlen. Solche natürliche Summen sind die Schwangerschaftsdauer (Sch) und ebenfalls die Zeiten, welche zwischen zwei Schwangerschaften liegen $\left(S_1^{22}\right)$. Und da diese Zwischenzeiten mit der Schwangerschaftsdauer zusammen die Geburtsabstände von Kindern ausmachen, so müssen die Geburtsabstände auch nach zweiten Potenzen der Grundzahlen geordnet sein.

Wir werden bald sehen, daß dem wirklich so ist.

Allein vorher wollen wir noch einen anderen Punkt berühren.

Es hat sich uns bis jetzt gezeigt, daß wir gewöhnlich den Spatien selbst nicht ihre Beziehung zu 28 und 23 ansehen können, wohl aber ihrer Summe. In unserem Beispiel konnten die 22 Spatien in elf Summenpaare geordnet werden, die eine ganze Zahl von biologischen Einheiten repräsentierten.

Woher aber kommt der Wert des einzelnen Spatiums?

Wenn wir den Bau desselben mit dem Maßstab unserer biologischen Einheiten und ihrer determinierten Teile untersuchen, so merken wir bald nicht nur, daß wir die Konstruktion der einzelnen Spatien enträtseln können, sondern daß dabei eine Analogie im Bau sich offenbart, die jede Willkür ausschließt.

Die elf Paare unseres Beispiels zeigen das aufs eklatanteste:

$$\begin{cases} J_1 = 2 \cdot 28 - \frac{28}{4} \\ J_8 = 2 \cdot 28 + \frac{28}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} J_2 = 3 \cdot 28 - \frac{28}{4} + \Delta \\ J_9 = 2 \cdot 28 + \frac{28}{4} - \Delta \end{cases}$$

$$\begin{cases} J_3 = 28 - \frac{28}{4} + 2\Delta \\ J_{10} = 2 \cdot 28 + \frac{28}{4} - 2\Delta \end{cases}$$

$$\begin{cases} J_6 = 28 - \frac{28}{4} \\ J_4 = 2 \cdot 28 + \frac{28}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} J_{12} = 23 - \frac{28}{4} + \Delta \\ J_{16} = 2 \, . \, 23 + \frac{28}{4} - \Delta \end{cases}$$

$$\begin{cases} J_{14} = 2 \, . \, 28 - \frac{28}{4} + 2\,\Delta \\ J_{17} = 2 \, . \, 23 + \frac{28}{4} - 2\,\Delta \end{cases}$$

$$\begin{cases} J_{22} = 3 \, . \, 23 - \frac{28}{4} - \Delta \\ J_{21} = 23 + \frac{28}{4} + \Delta \end{cases}$$

$$\begin{cases} J_{20} = 28 + 23 - \frac{28}{4} \\ J_{19} = 28 + \frac{28}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} J_{13} = 2\,(28 + 23) - \frac{28}{2} \\ J_{15} = 2 \, . \, 23 + \frac{28}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} J_{5} = 28 - \frac{28}{2} + \Delta \\ J_{7} = 2 \, . \, 28 + \frac{28}{2} - \Delta \end{cases}$$

$$\begin{cases} J_{11} = 2 \, . \, 23 \\ J_{18} = 2 \, . \, 23 \end{cases}$$

Wenn wir vom letzten Paar (J_{11} J_{18}), das aus ganzen männlichen Einheiten besteht, absehen, so sind in acht Paaren je $\frac{28}{4}$ achtmal zugezählt beziehungsweise achtmal von ganzen Einheiten abgezählt. Von den übrig bleibenden zwei Paaren ist das eine

$$J_{13} = 2\,(28 + 23) - \frac{28}{2}$$

$$J_{15} = \quad 2\,.\,23 \quad + \frac{28}{2}$$

eine teilweise biologische Verdoppelung von

$$J_{20} = \quad 28 + 23 \; - \frac{28}{4}$$

$$J_{19} = \qquad 28 \qquad + \frac{28}{4}$$

Und das andere

$$J_5 = \qquad 28 - \frac{28}{2} + \Delta$$

$$J_7 = \quad 2\,.\,28 + \frac{28}{2} - \Delta$$

enthält je einmal $\pm \frac{28}{2}$ als Summandus $\left(\text{statt sonst} \pm \frac{28}{4}\right)$.

Es fehlt also dem einen Spatium eines jeden Paares ebenso viel an einer ganzen Zahl von freien Einheiten, als das andere davon überschüssig hat. Sonst könnte keine ganze Anzahl von Einheiten in der Summe auftreten. Aber auch die Bindungen treten mit entgegengesetztem Vorzeichen auf.

Es soll bereits hier betont werden, daß $+\Delta$ sich in $-\Delta$ durch einfache Vertauschung von 28 und 23 verwandelt.

$$(28 - 23) = -(23 - 28)$$

Das negative Vorzeichen von Δ deutet also nur an, daß die weibliche und männliche Einheit, daß 28 und 23 vertauscht sind.

Die eben vorgenommene Analyse hat uns die völlige Analogie auch im Bau der einzelnen Spatien dadurch allein enthüllt, daß wir 28 und 23 Tage als die einzigen und einander äquivalenten Grundintervalle betrachteten.

Wir haben jetzt nicht mehr den Betrag der Summe von Intervallen, die aus ganzen biologischen Einheiten bestand, als Beweis für die Spezifizität dieser Einheiten anzusehen, sondern den Bau der einzelnen Intervalle selbst, der mit Hilfe unserer 28 und 23 eine ganz einheitliche Fügung offenbarte.

Und wie die kleineren Intervalle aus 28^1 und 23^1 zusammengesetzt waren, so wird es sich erweisen, daß die natürlichen Summen dieser kleinen Intervalle, z. B. die Geburtsabstände aus 28^2, 23^2, $28 \cdot 23$, also aus Werten der zweiten Potenz oder allgemeiner gesagt, der zweiten Dimension aneinandergefügt sind.

In dem eben ausgeführten Beispiel betrug der Geburtsabstand, der aus der Summe von $S_1^{22} + \mathrm{Sch}$ besteht:

$$\begin{array}{rl} S_1^{22} = & 28 \cdot 23 + \dfrac{28^2}{2} + 2\Delta^2 \\ \mathrm{Sch} = & 28 \cdot 23 - \dfrac{28^2}{2} + 2\Delta^2 \\ \hline \text{Geburtsabstand} = & 2 \cdot 28 \cdot 23 \qquad\quad + 4\Delta^2 \end{array}$$

Vergleicht man den Wert

$$2 \cdot 28 \cdot 23 + 4\Delta^2$$

$$\text{mit } J_{11} = J_{18} = 2 \cdot 23 = 2 \cdot 28 \qquad - 2\Delta$$

so sieht man, daß der Geburtsabstand nur die zweite Dimension eines solchen Intervalles ist:

statt $2 \cdot 28$ in J_{11} steht $2 \cdot 28 \cdot 23$ im Geburtsabstand
und statt -2Δ in J_{11} steht $(-2\Delta)^2$ im Geburtsabstand.

Also nicht nur der einfache Bau des Geburtsabstandes, der aus zwei Einheiten zweiter Dimension besteht, erweckt uns wiederum die Überzeugung, daß er wirklich aus unseren biologischen Grundwerten gefügt ist, sondern die erstaunliche Wahrnehmung, daß die Baukonstruktion dieselbe ist wie diejenige der einfachen Spatien, mit dem alleinigen Unterschiede, daß die Bausteine hier der zweiten Dimension von 28 und 23 angehören.

Noch ehe wir die Koeffizienten von 28 und 23 bei den Geburtsabständen zu deuten vermochten, sahen wir ihnen schon einfache Beziehungen an.

Im Beispiel (7) meiner eigenen Kinder waren die drei Abstände

$$\begin{aligned} \mathrm{I} &= 22 \cdot 28 + 16 \cdot 23 \\ \mathrm{II} &= 11 \cdot 23 + 8 \cdot 28 \\ \mathrm{III} &= 22 \cdot 28 + 16 \cdot 28 \end{aligned}$$

Ließen wir die Äquivalenz von 28 und 23 gelten, so waren I und III biologisch gleich und II die Hälfte davon.

Mit Hilfe unserer Einheiten wurden also Gleichheiten dort hergestellt, wo sonst nur Ungleichheiten zu sehen waren. Und dieser Umstand allein würde die natürliche Herkunft der 28 und 23 Tage verraten.

Aber durch die Annahme, daß die Koeffizienten 22, 16, 11, 8 selbst aus Teilen von 28 und 23 bestünden, wurden die Abstände I, II, III zu Werten der zweiten Dimension von 28 und 23.

Sie ließen sich darstellen als

$$\mathrm{I} = 28^2 + \frac{1}{3}\,\Sigma\,\Delta + \quad 23\,\Delta$$

$$\mathrm{II} = \frac{28^2}{2} + \frac{1}{3}\,\Sigma\,\Delta$$

$$\mathrm{III} = 28^2 \qquad\qquad + 2\,.\,28\,\Delta$$

Oder

$$\mathrm{I} = 28^2 + \boxed{\begin{matrix} 17\,.\,28 + 34\,.\,23 \\ -\,2\,.\,23^2 \end{matrix}}$$

$$\mathrm{II} = \frac{28^2}{2} + \boxed{\begin{matrix} 17\,.\,28 + 34\,.\,23 \\ -\,23^2 - 28\,.\,23 \end{matrix}}$$

$$\mathrm{III} = 28^2 + \boxed{\begin{matrix} 2\,.\,28^2 \\ -\,2\,.\,23\,.\,28 \end{matrix}}$$

In dieser Form sind die Abstände nicht nur wie früher relativ miteinander zu vergleichen, sondern sie werden mit absoluten biologischen Werten meßbar.

Es beträgt

$$\mathrm{I} = 1\,E^2$$

$$\mathrm{II} = \frac{1}{2}\,E^2$$

$$\mathrm{III} = 1\,E^2$$

Und das Ergebnis der Messung war das denkbar einfachste: eine bezw. eine halbe Einheit zweiter Dimension!

Aber auch der Vergleich bleibt noch fruchtbar:

Wenn ich die beiden ersten Entbindungsspatien meiner Gattin mit den beiden ihrer Cousine mütterlicherseits (s. Beispiel 9), Frau Hedwig Singer, verglich, die dreien Kindern das Leben gegeben, so kam folgende Gegenüberstellung:

A. Fließ:

$$\mathrm{I} = 28^2 \quad + \frac{1}{3}\,\Sigma\,\Delta + 23\,\Delta$$

$$\mathrm{II} = \frac{28^2}{2} \quad + \frac{1}{3}\,\Sigma\,\Delta \left.\begin{matrix} +\,28\,.\,23 \\ -\,23\,.\,28 \end{matrix}\right\}$$

B. Singer:

$$\mathrm{I} = \frac{28\,.\,23}{2} + \frac{1}{3}\,\Sigma\,\Delta + 23\,\Delta$$

$$\mathrm{II} = \frac{28\,.\,23}{2} - \frac{1}{3}\,\Sigma\,\Delta + 28\,\Delta + 2\,.\,23^2 + \frac{28^2}{2}$$

Bei Singer hat der erste Abstand den Wert $\frac{1}{2} E^2$, bei Fließ $1\ E^2$; im übrigen sind die Bindungen dieselben.

Das kann man den Ziffernwerten

Fließ I = 984 Tage
Singer I = 522 Tage

gewiß nicht ansehen.

Der Abstand II wertet bei Singer $3\ E^2$, im übrigen ist er in der Bindung dem Abstand I (Singer) analog gebaut.

Bindung I bei Singer: $+\frac{1}{3} \Sigma \Delta + 23\ \Delta$

Bindung II bei Singer: $-\frac{1}{3} \Sigma \Delta + 28\ \Delta$

Der Vergleich mit Fließ stellt sich so:

$$\text{Fließ} \quad \mathrm{II} = 477 = \frac{28^2}{2} + \frac{1}{3} \Sigma \Delta + \left.\begin{matrix} 28 \,.\, 23 \\ -23 \,.\, 28 \end{matrix}\right\}$$

$$\text{Singer} \quad \mathrm{II} = 1827 = \frac{28 \,.\, 23}{2} - \frac{1}{3} \Sigma \Delta + \left.\begin{matrix} 28 \,.\, 28 \\ -23 \,.\, 28 \end{matrix}\right\} + 2 \,.\, 23^2 + \frac{28^2}{2}$$

Also Singer II hat $\frac{5}{2} E^2$ mehr als Fließ II. Sonst völlige Analogie.

Ich bemerke, daß $+\frac{1}{3} \Sigma \Delta = \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 28 \\ -17 \,.\, 23 \end{matrix}}$

und $-\frac{1}{3} \Sigma \Delta = \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 23 \\ -17 \,.\, 28 \end{matrix}}$

Der Wert $+\frac{1}{3} \Sigma \Delta$ kann durch einfache biologische Vertauschung in $-\frac{1}{3} \Sigma \Delta$ übergeführt werden. Das Minuszeichen deutet demnach nur die biologische Vertauschung an. Dasselbe hatten wir schon bei $\pm \Delta$ gesehen.

Der Segen des natürlichen Maßes zeigt sich also in der Vergleichbarkeit der Abstände.

Diese Einsicht bestätigten uns auch die anderen Fälle:

Fall 11:

$$\mathrm{I} = \frac{7}{2}\, 28 \,.\, 23 + 2\ \Delta^2$$

$$\mathrm{II} = \frac{7}{4} \quad 28^2 \quad - \quad \Delta^2 - 28^2$$

Hier wäre $2 . \mathrm{II} \mid\!=\!\mid \mathrm{I}$, wenn II nicht noch um 28^2 weniger enthielte. II ist also die biologische um $1 . 28^2$ verminderte Hälfte von I.

Deshalb ist
$$\mathrm{I} = \frac{7}{2} E^2$$
$$\mathrm{II} = \frac{3}{4} E^2$$

Es ist hier wie in den folgenden Fällen wieder daran zu erinnern, daß $+\Delta^2$ sich von $-\Delta^2$ nur durch die biologische Vertauschung unterscheidet.
$$+\Delta^2 = \Delta\, 28 - \Delta\, 23$$
$$-\Delta^2 = \Delta\, 23 - \Delta\, 28$$

Vertauscht man die Stellen von 28 und 23, so hat man $+\Delta^2$ in $-\Delta^2$ verwandelt.

Die beiden Abstände des nächsten Beispiels (12) waren:
$$\mathrm{I} = \quad 17 . 28$$
$$\mathrm{II} = -17 . 28 + 3 . 28 . 23$$
oder in anderer Form:
$$\mathrm{I} = \frac{1}{3} \Sigma\, 28 - \mathrm{O}^2 \text{*)}$$
$$\mathrm{II} = \frac{2}{3} \Sigma\, 28 - \Delta^2 + 23^2$$

Hier ist, umgekehrt wie im vorigen Beispiel
$$\mathrm{II} \mid\!=\!\mid 2 . \mathrm{I} + 1\, E^2$$
Und
$$\mathrm{I} + \mathrm{II} = 3 . 28 . 23 = 3\, E^2$$
Wer könnte den Tageswerten
$$\mathrm{I} = 476,\ \mathrm{II} = 1456$$
so einfache Verhältnisse ansehen?

Im Beispiel (13) sind
$$\mathrm{I} = 23^2 + \frac{28 . 23}{2} - \frac{1}{3} \Sigma\, 23 + \mathrm{O}^2$$
$$\mathrm{II} = 23^2 + \frac{28 . 23}{2} + \frac{1}{3} \Sigma\, 28 - \Delta^2$$
$$\mathrm{III} = \qquad \frac{28 . 23}{2} + \frac{1}{3} \Sigma\, 23 - \mathrm{O}^2$$

---

*) Durch O^2 soll ausgedrückt werden, daß eine Bindung von der Form $\boxed{\begin{array}{r} 2 . 28 . 23 \\ -2 . 23 . 28 \end{array}}$ vorauszusetzen ist, deren Werte keine Tagesspur ergeben. Diese Bindung ist biologisch gleich Δ^2 und hätte die Struktur
$$\left\{\begin{array}{r} 28 . 23 + 23 . 28 \\ -23 . 28 - 28 . 23 \end{array}\right\}$$

Der Wert $\frac{1}{3}\Sigma 23$ ist analog dem des vorigen Beispiels: $\frac{1}{3}\Sigma 28$

Und auch hier gibt die Summe zweier Spatien wieder ein einfaches Resultat:

$$\mathrm{I} + \mathrm{III} = 23^2 + 28 \,.\, 23$$

Und ich betone, daß II sich von III nur durch Hinzufügung von $1\,E^2$ (23^2) biologisch unterscheidet, und I um $\frac{4}{3}E^2\left(\frac{2}{3}\Sigma 23\right)$ weniger wertet als II.

Es ist wahrscheinlich, daß die (dem $-\Delta^2$ in II analoge) Bindung in I und III nur scheinbar fehlt und daß sie in Wirklichkeit (in Analogie mit $-\Delta^2$) lautet $\boxed{\begin{array}{r} 2 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ -2 \,.\, 23 \,.\, 28 \end{array}}$ bezw. umgekehrt.

Ich habe das wieder durch den Zusatz $\pm O^2$ angedeutet.

Wenn auch die Koeffizienten auf den ersten Blick recht kompliziert aussehen, so finden sie doch bald ihre Erklärung.

Das folgende Beispiel (14) zeigt das sehr schön:

Die Spatienwerte sind

$$\begin{aligned} \mathrm{I} &= 18 \,.\, 23 - 1 \,.\, 28 \\ \mathrm{II} &= 10 \,.\, 23 + 7 \,.\, 28 \\ \mathrm{III} &= 3 \,.\, 23 + 15 \,.\, 28 \\ \mathrm{IV} &= 12 \,.\, 23 + 16 \,.\, 28 \\ \mathrm{V} &= 16 \,.\, 23 + 7 \,.\, 28 \end{aligned}$$

Unsere Analyse ergab:

$$\begin{aligned} \mathrm{I} &= \frac{\Sigma}{3}\; 23 + \frac{\Sigma}{3}\Delta - 28\,\Delta + 2\,\Delta^2 \\ \mathrm{II} &= \frac{\Sigma}{3}\; 23 + \frac{\Sigma}{3}\Delta - 28 \,.\, 0 - 2\,\Delta^2 \\ \mathrm{III} &= 23 \,.\, 28 - \frac{\Sigma}{3}\Delta - \frac{28}{2}\Delta \\ \mathrm{IV} &= \quad 28^2 - \frac{\Sigma}{3}\Delta + 28 \,.\, 0 + \Delta^2 \\ \mathrm{V} &= \quad 23^2 + \frac{\Sigma}{3}\Delta - 28 \,.\, 0 - 2\,\Delta^2 \end{aligned}$$

Was man bald sieht, ist die einfache Summe von

$$\mathrm{IV} + \mathrm{V} = 28^2 + 23^2 - \Delta^2 = 2 \,.\, 28 \,.\, 23$$

Auch die von

$$\begin{aligned} \mathrm{I} + \mathrm{II} &= \frac{2}{3}\Sigma(23 + \Delta) - 28\,\Delta = \frac{2}{3}\Sigma 28 - 28\,\Delta \\ &= 34 \,.\, 28 - 28\,\Delta = 2 \,.\, 28 \,.\, 23 - 17 \,.\, 28 \end{aligned}$$

Und infolgedessen ist

$$\mathrm{I} + \mathrm{II} + \frac{\Sigma}{3}\,28 = \mathrm{IV} + \mathrm{V}$$

Aber III hat außer der uns geläufigen normalen Bindung 28 Δ und 23 Δ noch eine ungewöhnliche halbierte Bindung: $-\frac{28}{2}\,\Delta$

Diese weist darauf hin, daß wir erst in der Verdoppelung von III die ganze Form des Spatiums finden werden.

2 . III ist, wie S. 57 ausgeführt wurde:

$$= 23^2 + 28 \,.\, 23 + \boxed{\begin{matrix} 23^2 \\ -28^2 \end{matrix}} - \Delta^2 + \frac{1}{3}\,\Sigma\,\Delta$$

Das ist aber analog dem Spatium

$$\mathrm{IV} = 28^2 + \Delta^2 - \frac{1}{3}\,\Sigma\,\Delta$$

In der Tat gibt die Summe beider:

$$2 \,.\, \mathrm{III} + \mathrm{IV} = 2 \,.\, 23^2 + 28 \,.\, 23$$

Also die Summe dreier Spatien:

$$2\text{mal III} + \text{IV gibt } 3\,E^2\,[2 \,.\, 23^2 + 28 \,.\, 23]$$

Die Summe zweier Spatien

$$\text{IV} + \text{V gibt } 2\,E^2\,[2 \,.\, 28 \,.\, 23]$$

Und die Summe zweier anderer Spatien

$$\text{I} + \text{II gibt } 2\,E^2 - \frac{2}{3}\,E^2\,[2 \,.\, 28 \,.\, 23 - 17 \,.\, 28]$$

Das sind lauter determinierte und verständliche Werte, vor deren Bedeutung die bloße Willkür schweigt.

Aber es gilt auch hier, wie in den anderen Beispielen, daß die Summen nur deshalb so einfach werden, weil die Bindungen sich in den einzelnen Spatien mit ihren a l g e b r a i s c h e n Werten wiederholen. Und das hat, wie wir noch öfters betonen werden, nur den Sinn, daß in den Bindungen zusammengehöriger Spatien lediglich eine Vertauschung von 28 und 23 stattgefunden hat.

Im Beispiel (15) sind

$$\mathrm{I} = 23^2 \qquad + \frac{28^2}{2} - 23\,\Delta + \Delta^2$$

$$\mathrm{II} = 2 \,.\, 28 \,.\, 23 + \frac{28^2}{2} + 23\,\Delta - 2\,\Delta^2$$

Also

$$\mathrm{I} = \frac{3}{2}\,E^2$$

$$\mathrm{II} = \frac{5}{2}\,E^2$$

Und $\qquad \mathrm{I} + \mathrm{II} = 4\;E^2 \qquad = 4 \,.\, 28 \,.\, 23$

Denn

$$\begin{aligned} I + II &= 2 \,.\, 28 \,.\, 23 + 23^2 + 28^2 - \Delta^2 \\ &= \Sigma^2 - \Delta^2 = (\Sigma + \Delta)(\Sigma - \Delta) \\ &= 2 \,.\, 28 \,.\, 2 \,.\, 23 = 4 \,.\, 28 \,.\, 23 \end{aligned}$$

Hier zeigt uns wieder die Summe, wie eng I und II zusammengehören und wie (bis auf die Addition von $-\Delta^2$ in II) die Bindungen nur die biologischen Umkehrungen von einander sind.

Im Beispiel (16) hatten wir die vier Spatien α, β, I, II genannt.

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{3}{2} 28^2 - \frac{\Sigma}{3} 23 - 2 \,.\, O^2 \\ \beta &= \frac{3}{2} 28^2 - \frac{\Sigma}{3} 28 - 2 \Delta^2 \\ I &= 23 \,.\, 28 - \frac{\Sigma}{3} 28 + (\Sigma + 23) \Delta \\ II &= 23^2 \quad + \frac{\Sigma}{3} 28 - (\Sigma + 23) \Delta \end{aligned}$$

In I und II sind in der Bindung durchgehends nur 28 und 23 mit einander vertauscht. Die Bindungen heben sich in der Summe deshalb auf und es heißt

$$I + II = 23^2 + 28 \,.\, 23$$

Der analoge Bau von α und β ergibt sich unmittelbar aus dem Vergleich:

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{3}{2} 28^2 - \frac{\Sigma}{3} 23 - 2 \,.\, O^2 \\ \beta &= \frac{3}{2} 28^2 - \frac{\Sigma}{3} 28 - 2 \Delta^2 \end{aligned}$$

Im Beispiel (17) hatten wir die Intervalle darstellen können:

$$I \left\{ \begin{aligned} Ia &= \qquad \frac{28^2}{2} + \left(23 - \frac{28}{2}\right) \Delta - \Delta^2 \\ Ib &= \qquad \frac{\Sigma}{3} 23 - \left(23 - \frac{28}{2}\right) \Delta + \Delta^2 \end{aligned} \right.$$

$$\begin{aligned} III &= \qquad \frac{28^2}{2} + \left(23 - \frac{28}{2}\right) \Delta - \Delta^2 \\ IV &= \qquad \frac{\Sigma}{3} 23 - \left(23 - \frac{28}{2}\right) \Delta + \Delta^2 \\ V &= 23^2 + \frac{\Sigma}{3} 23 + \left(23 - \frac{28}{2}\right) \Delta + O^2 \\ II &= 23^2 \qquad - 23 \Delta + \frac{28}{2} O + \Delta^2 \end{aligned}$$

Da $III + IV = I$, so haben wir angenommen, daß I aus zwei Teilen Ia und Ib bestehe, von denen $Ia = III$ und $Ib = IV$ sei.

Es werden dadurch alle Bindungen biologisch gleich. In V ist in Analogie mit Δ^2 zu ergänzen $\boxed{\begin{array}{r} 2 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ -2 \,.\, 23 \,.\, 28 \end{array}}$ und die Bindung in II ist ganz analog der in IV.

$$\text{Bindung in IV}: \; -23\,\Delta + \boxed{\begin{array}{c} \dfrac{28^2}{2} \\ -\dfrac{23 \,.\, 28}{2} \end{array}}$$

$$\text{II}: \; -23\,\Delta + \boxed{\begin{array}{c} \dfrac{28 \,.\, 23}{2} \\ -\dfrac{23 \,.\, 28}{2} \end{array}}$$

Oder anders geschrieben:

$$\text{in IV}: -23\,\Delta + \frac{28}{2}\,\Delta$$

$$\text{II}: -23\,\Delta + \frac{28}{2}\,0$$

Daß uns überall algebraisch gleiche Bindungen entgegentreten, die sich nur durch die vollendete Art unterscheiden, in der bei ihnen männlich und weiblich vertauscht sind, darin offenbart sich eine tiefe Gesetzmäßigkeit.

Wir wissen jetzt, daß die Intervalle, welche in der Rechnung durch ihre Summen zusammengehören, in Wirklichkeit durch den Charakter ihrer Bindung aneinander geschlossen sind, von denen die eine das biologische Spiegelbild der anderen ist.

Denn wo bei dieser die männliche Zahl steht, ebendort steht bei jener die äquivalente weibliche.

Vor unserem Geist erscheint es immer deutlicher, daß die Bindungen in letzter Instanz so geordnet seien, daß jeder männlichen Einheit in einem Spatium eine weibliche Einheit in einem anderen zugehöre und umgekehrt.

Es wäre also der Sinn der Vertauschung, daß die Bindung in dem einen Spatium diejenige des anderen schließlich völlig verkette, so daß freie Lebenstage aus ihrer Summe nicht mehr verfügbar wären.

Wir verstehen jetzt in einem tieferen Sinne warum

$$III + IV = I$$

denn die Bindungen von III und IV sind algebraisch gleich.

Wenn wir weiter in

$$III = \frac{28^2}{2} - \frac{28}{2}\,\Delta = \frac{28 \,.\, 23}{2}$$

auflösen, so sehen wir, weshalb

$$\mathrm{III} = \frac{28 \,.\, 23}{2} + 23\,\Delta - \Delta^2$$

$$\mathrm{II} = \quad 23^2 \quad - 23\,\Delta + \Delta^2$$

als Summe $23^2 + \frac{28 \,.\, 23}{2}$ ergeben.

Auch hier handelt es sich um entgegengesetzt gleiche Bindungen.

Und weil

$$\mathrm{IV} = \qquad \frac{\Sigma}{3}\,23 - \left(23 - \frac{28}{2}\right)\Delta + \Delta^2$$

$$\mathrm{V} = 23^2 + \frac{\Sigma}{3}\,23 + \left(23 - \frac{28}{2}\right)\Delta + \mathrm{O}^2$$

so ist auch

$$\mathrm{IV} + \mathrm{V} = 23^2 + \frac{2}{3}\,\Sigma\,23 + \Delta^2$$

d. h. biologisch doppelt so groß als I:

$$\mathrm{I} = \frac{28^2}{2} + \frac{1}{3}\,\Sigma\,23 + \frac{\mathrm{O}^2}{2}$$

Da alle Bindungen biologisch gleich und von gleicher Form waren, so unterscheiden sich die Spatien nur durch die freien Einheiten:

$$\mathrm{I\,a \text{ und } III} = \qquad \frac{1}{2}\,E^2$$

$$\mathrm{I\,b \text{ und } IV} = \qquad \frac{2}{3}\,E^2$$

Also

$$\mathrm{I} \qquad = \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) E^2$$

$$\mathrm{II} \qquad = \qquad 1\,E^2$$

$$\mathrm{V} \qquad = \left(1 + \frac{2}{3}\right) E^2$$

Das ist sinnvoll.

In dem folgenden Beispiel (18) haben wir die Spatien in zwei Gruppen geteilt.

Gruppe A.

$$\mathrm{I} = \quad 28 \,.\, 23 + 3\,\Delta^2$$

$$\mathrm{III} = 2 \,.\, 28 \,.\, 23 - 3\,\Delta^2$$

$$\mathrm{VI} = \quad 23^2 \quad + \;\Delta^2$$

Es versteht sich, daß $\mathrm{I} + \mathrm{III} = 3 \,.\, 28 \,.\, 23$

Gruppe B.

$$\mathrm{II} = \frac{\Sigma}{3} 28 \qquad + 23^2 + \frac{28}{2}\Delta - \frac{\Sigma}{3}\Delta$$

$$\mathrm{IV} = \qquad \frac{28^2}{2} + 23^2 - \frac{28}{2}\Delta - \frac{\Sigma}{3}\Delta - \Delta^2$$

$$\mathrm{V} = \qquad \frac{28^2}{2} + 23^2 - \frac{28}{2}\Delta - \frac{\Sigma}{3}\Delta$$

$$\mathrm{VII} = \frac{\Sigma}{3} 23 + \frac{28^2}{2} + 23^2 + \frac{28}{2} 0 - \frac{\Sigma}{3}\Delta - \Delta^2$$

Wenn man bedenkt, daß

$$\frac{\Sigma}{3} 28 - \frac{\Sigma}{3}\Delta = \frac{\Sigma}{3}(28 - \Delta) = \frac{\Sigma}{3} 23$$

so wird

$$\mathrm{II} = \frac{\Sigma}{3} 23 + 23^2 + \frac{28}{2}\Delta$$

Dazu $$\mathrm{IV} = \frac{28^2}{2} + 23^2 - \frac{28}{2}\Delta - \frac{\Sigma}{3}\Delta - \Delta^2$$

$$\mathrm{II} + \mathrm{IV} = \frac{\Sigma}{3} 23 + \frac{28^2}{2} + 2 \,.\, 23^2 - \frac{\Sigma}{3}\Delta - \Delta^2$$

$$= \mathrm{VII} - 23^2$$

Es ist also:

$$\mathrm{VII} = \mathrm{II} + \mathrm{IV} - 23^2$$

und $$\mathrm{V} = \qquad \mathrm{IV} + \Delta^2$$

Demnach ist VII die um 23^2 verminderte Summe von II und IV (vgl. Fall 11).

Die übrigen 3 Spatien der Gruppe B sind von sehr gleichförmigem Bau:

$$\mathrm{IV} = \frac{28^2}{2} + 23^2 - \frac{28}{2}\Delta - \frac{\Sigma}{3}\Delta - \Delta^2$$

$$\mathrm{V} = \frac{28^2}{2} + 23^2 - \frac{28}{2}\Delta - \frac{\Sigma}{3}\Delta$$

$$\mathrm{II} = \frac{\Sigma}{3} 28 + 23^2 + \frac{28}{2}\Delta - \frac{\Sigma}{3}\Delta$$

IV und V sind (bis auf $-\Delta^2$ in IV) völlig gleich.

Und $$\mathrm{II} = \frac{\Sigma}{3} 28 + 23^2 + \frac{28}{2}\Delta - \frac{\Sigma}{3}\Delta$$

verglichen mit $$\mathrm{V} = \frac{28^2}{2} + 23^2 - \frac{28}{2}\Delta - \frac{\Sigma}{3}\Delta$$

hat nur 17 . 28 dort als freie Einheit, wo 14 . 28 bei V steht. Die Bindungen sind bis auf das Vorzeichen bei $\frac{28}{2}\Delta$ gleich.

Will man wegen der halben Bindung $\left(\frac{28}{2}\Delta\right)$ II als die Hälfte der vollständigen Form 2 . II auffassen, so lautet dieselbe

$$2 . \mathrm{II} = \frac{2}{3} \Sigma 23 + 2 . 23^2 + 28^2 - 23 . 28$$
$$= \frac{2}{3} \Sigma 23 + 23^2 + 28 . 23 + \Delta^2$$
$$= \frac{5}{3} \Sigma 23 + \Delta^2$$

Damit schließt sich die Form von II ohne weiteres der ersten Gruppe an:

z. B.
$$\mathrm{VI} = 23^2 \quad + \Delta^2$$
$$2 . \mathrm{II} = \frac{5}{3} \Sigma 23 + \Delta^2$$

In beiden Fällen ist die Bindung identisch. Die freien Einheiten sind

$$\text{in} \quad \mathrm{VI} = 1\, E^2$$
$$\text{in } 2 . \mathrm{II} = \frac{10}{3} E^2$$

Und wenn man IV auflöst, so wird *)

$$\mathrm{IV} = 23^2 + \frac{28 . 23}{2} - \frac{\Sigma}{3}\Delta - \Delta^2$$

Und da

$$\mathrm{IV} + \Delta^2 = \mathrm{V}$$

so ist

$$\mathrm{V} = 23^2 + \frac{28 . 23}{2} - \frac{\Sigma}{3}\Delta$$

Das Unterscheidende gegen Gruppe A ist die Einführung der doppelgeschlechtigen (Drittel-) Bindung.

Nun kann man sagen (wegen der Bindung $\frac{\Sigma}{3}\Delta$), daß der volle Wert erst in 3 . V liege.

$$3 . \mathrm{V} = 3 . 23^2 + \frac{3}{2} 28 . 23 + \boxed{\begin{array}{r} 23^2 \\ -28^2 \end{array}}$$
$$= 5 . 23^2 - \frac{28 . 23}{2} - \Delta^2$$

Damit würde 3 . V sich auch ohne weiteres der Gruppe A analogisieren.

*) Weil $\frac{28^2}{2} - \frac{28}{2}\Delta = \frac{28 . 23}{2}$

Und V wäre nur der dritte Teil davon. Deshalb hieße dann die Bindung — wie wir das oft schon gesehen haben —

$$\boxed{\begin{array}{r} 17\,.\,23 \\ -17\,.\,28 \end{array}} = \boxed{\begin{array}{r} 17\,.\,23 + 34\,.\,28 \\ -28^2 - 23\,.\,28 \end{array}}$$

was natürlich Δ^2 analog wäre.

Eine andere Möglichkeit besteht darin, daß $\frac{28+23}{3}$ nur biologisch gleich $\frac{23+28}{3}$ ist, daß es also auch für die doppelgeschlechtige Form nicht gleichgültig wäre, ob erst die 28 oder erst die 23 kämen.

Dann könnten

$$\frac{28+23}{3}\,28 - \frac{23+28}{3}\,28$$

zwar numerisch gleich Null sein, biologisch aber von verschiedener Bedeutung. Sie könnten z. B. in der ersten A-Gruppe auch vorhanden, aber ihres arithmetischen Nullwertes wegen fortgefallen sein.

Verständlich sind uns beide Gruppen von Spatien geworden.

$$\begin{aligned}
\mathrm{I} &= 28\,.\,23 + 3\,\Delta^2 \\
\mathrm{III} &= 2\,.\,28\,.\,23 - 3\,\Delta^2 \\
\mathrm{VI} &= 23^2 + \Delta^2 \\
2\,.\,\mathrm{II} &= \frac{5}{3}(28+23)\,23 + \Delta^2 \\
3\,.\,\mathrm{V} &= 5\,.\,23^2 - \frac{28\,.\,23}{2} - \Delta^2 \\
\mathrm{IV} &= \mathrm{V} - \Delta^2 \\
\mathrm{VII} &= \mathrm{IV} + \mathrm{II} - 23^2
\end{aligned}$$

Das letzte Geburtsspatien-Beispiel (19) lehrte uns nichts anderes als die früheren.

Die neun Spatien hatten wir so gegenüberstellen können:

$$\mathrm{I} = \frac{\Sigma}{3}\,23 + \frac{28\,.\,23}{2} - \Sigma\Delta - \frac{\Sigma}{3}\Delta$$

$$\mathrm{IV} = \frac{\Sigma}{3}\,28 + \frac{28\,.\,23}{2} - \Sigma\Delta - \frac{\Sigma}{3}\Delta$$

I und IV sind völlig homolog.

$$\text{In I } \frac{\Sigma}{3}\,23$$

$$\text{„ IV } \frac{\Sigma}{3}\,28$$

Sonst Gleichheit in allen Gliedern.

$$\mathrm{II} = 23^2 \qquad\qquad - 23\Delta + \frac{\Sigma}{3}\Delta + \Delta^2$$

$$\mathrm{V} = \frac{\Sigma}{3} 28 + \frac{28 \,.\, 23}{2} - 23\Delta - \frac{\Sigma}{3}\Delta + \Delta^2$$

Ebenfalls nur in den freien Einheiten unterschieden (vom Vorzeichen in $\frac{\Sigma}{3}\Delta$ abgesehen).

Die Bindung $\qquad - 23\Delta = \boxed{\begin{matrix} 23^2 \\ -28 \,.\, 23 \end{matrix}}$ im zweiten Paar

ist homolog der Bindung $\quad - \Sigma\Delta = \boxed{\begin{matrix} 23^2 \\ -28^2 \end{matrix}}$ im ersten Paar.

$$\mathrm{III} = \frac{\Sigma}{3} 28 + \frac{28^2}{2} - \Sigma\Delta - \frac{\Sigma}{3}\Delta - 2\Delta^2$$

$$\mathrm{IX} = \frac{\Sigma}{3} 28 \qquad\qquad + \frac{\Sigma}{3}\Delta + 2\Delta^2$$

$$\mathrm{VIII} = \frac{\Sigma}{3} 23 + 23 \,.\, 28 \quad + \frac{\Sigma}{3}\Delta + \Delta^2$$

III und IX unterscheiden sich durch Hinzufügung von $\frac{28^2}{2} = \frac{1}{2} E^2$ in III. Die Bindungen haben nur entgegengesetztes Vorzeichen.

Dem $- \Sigma\Delta = 23^2 - 28^2$ in III
dürfte $28 \,.\, 23 - 23 \,.\, 28$ in IX

entsprechen.

Und VIII enthält $1\,E^2\,(23 \,.\, 28)$ mehr als IX.
Sonst völlige Homologie.

Endlich

$$\mathrm{VI} = 28 \,.\, 23 + \frac{28}{2}\Delta - \frac{\Sigma}{3}\Delta - \Delta^2$$

$$\mathrm{VII} = 28 \,.\, 23 - \frac{28}{2}\Delta + \frac{\Sigma}{3}\Delta + 0^2$$

Von $- \Delta^2$ in VI abgesehen nur Vorzeichenvertauschung.
Daher $\mathrm{VI} + \mathrm{VII} = 2 \,.\, 28 \,.\, 23 - \Delta^2$

* * *

Die Geburtsspatien setzen sich zusammen aus der Schwangerschaftsdauer (Sch) und der Zwischenzeit (Zw), die von dem Ende einer Schwangerschaft bis zum Beginn einer neuen verläuft. Dieser Beginn ist von der „letzten Regel“ aus gerechnet.

Es war in dem früher erwähnten Beispiel (6)

$$\mathrm{Sch} = -\frac{28^2}{2} + 28 \,.\, 23 + 2\,\Delta^2$$

$$\mathrm{Zw} = +\frac{28^2}{2} + 28 \,.\, 23 + 2\,\Delta^2$$

Also der Unterschied

$$\mathrm{Zw} - \mathrm{Sch} = 28^2$$

Sonst war der Bau beider Zeiten völlig derselbe.

In einem neuen Falle (20) war:

$$\mathrm{Sch}_{\mathrm{I}} = \frac{\Sigma}{3}\,28 - \Sigma\Delta + 2\,\Delta^2$$

$$\mathrm{Zw}_{\mathrm{I}} = \frac{\Sigma}{3}\,28 - \Sigma\Delta + 2\,\Delta^2 + 28^2 + 23^2 + 28 \,.\, 23$$

Also

$$\mathrm{Zw}_{\mathrm{I}} - \mathrm{Sch}_{\mathrm{I}} = \qquad 28^2 + 23^2 + 28 \,.\, 23$$

Wurde im vorigen Beispiel die Schwangerschaftsdauer von der Zwischenzeit um 28^2 Tage übertroffen, so wird sie es in diesem Falle um $28^2 + 23^2 + 28 \,.\, 23$ Tage, also um $23\,(28 + 23) = 23\,\Sigma$ Tage mehr.

Und wenn wir bei derselben Frau $\mathrm{Sch}_{\mathrm{II}}$ und $\mathrm{Zw}_{\mathrm{II}}$ verglichen, so erhielten wir:

$$\mathrm{Sch}_{\mathrm{II}}\,\frac{\Sigma}{3}\,23 - \Sigma\Delta - \frac{\Sigma}{3}\,\Delta + \Delta^2$$

$$\mathrm{Zw}_{\mathrm{II}}\,\frac{\Sigma}{3}\,28 + \Sigma\Delta + \frac{\Sigma}{3}\,\Delta \qquad - 23^2$$

Es ist somit $\mathrm{Zw}_{\mathrm{II}}$ hier um 23^2 kürzer als der biologisch vertauschte Wert von $\mathrm{Sch}_{\mathrm{II}}$.

$$\mathrm{Zw}_{\mathrm{II}} + 23^2 \models\!\dashv \mathrm{Sch}_{\mathrm{II}}$$

Auch die Schwangerschaftsdauern stehen also in einfacher Beziehung zu den Zwischenzeiten — vom Ende einer Schwangerschaft bis zum Beginn der nächsten. Der Bau beider läßt sich aus den biologischen Elementen zweiter Dimension erklären: genau wie der Bau der Geburtsabschnitte, die ja nur Summen sind von Sch + Zw.

* * *

Bis zu diesem Punkt unserer Untersuchung hatten wir immer nach den Spatien gefragt, unabhängig vom Lebensalter des Trägers. Daß auch dieses nicht belanglos ist, hatte uns die Analyse eines jungen Lebens gelehrt.

Wolfgang K. (Beispiel 21) war alt beim Beginn des selbständigen Laufens:

$$28^2 - \frac{\Sigma}{3} 28 + 28\,\Delta$$

Beim Tod

$$28^2 - \frac{\Sigma}{3} 23 + 23\,\Delta$$

Oder

$$\text{Laufalter } 28^2 - 28\left[\frac{\Sigma}{3} - \Delta\right]$$

$$\text{Sterbealter } 28^2 - 23\left[\frac{\Sigma}{3} - \Delta\right]$$

Also Laufalter und Sterbealter waren biologisch gleich.

Ihre Summe

$$S_1 = 2\,.\,28^2 - \frac{\Sigma^2}{3} + \Sigma\,\Delta$$

Und das Alter für den Durchbruch des ersten Zahnes ließ sich biologisch vergleichen mit der Zeit der Pseudokrise jener Lungenentzündung, die dem Knaben das Leben kostete:

Alt beim ersten Zahn:

$$\frac{\Sigma}{3} 23 - \frac{28^2}{2} + 23\,\Delta$$

bei Pseudokrise:

$$\frac{\Sigma}{3} 28 - \frac{28^2}{2} - 23\,\Delta + 23^2$$

Das letzte Alter war 1 E^2 größer.

Die Summe dieser beiden Alter:

$$S_2 = \frac{\Sigma^2}{3} - \Sigma\,\Delta$$

Demnach

$$\begin{aligned} S_1 &= 2\,.\,28^2 - \frac{\Sigma^2}{3} + \Sigma\,\Delta \\ S_2 &= \qquad\quad + \frac{\Sigma^2}{3} - \Sigma\,\Delta \\ \hline S_1 + S_2 &= 2\,.\,28^2 \end{aligned}$$

Auch die Summe von L e b e n s a l t e r n gibt ebenso wie die Summe von Spatien ein einfaches Resultat.

Im nächsten Beispiel (22) ist von 3 Geschwistern das Laufalter und das Alter bei den ersten Schritten verglichen (beide Entwicklungsfortschritte kommen plötzlich):

Lebensalter:

beim Laufen	bei den ersten Schritten
$a = \frac{\Sigma}{3} 23 + \frac{28 \cdot 23}{2} - 2 \cdot 23 \Delta + 2 \Delta^2$	$a_1 = \frac{28^2}{2} + 23 \Delta$
$b = 28^2 + 2 \cdot 28 \Delta$	$b_1 = \frac{3}{2} 28^2 - 23 \Delta$
$c = \frac{28^2}{2} + 2 \cdot 23 \Delta - \Delta^2$	$c_1 = \frac{3}{4} 28^2 \pm 23\,O$

Auch hier sieht man die einfache Konstruktion der Summen:

$$S_1 = a + b + c = 17 \cdot 23 + \frac{28 \cdot 23}{2} + \frac{3}{2} 28^2 + 2 \cdot 28 \Delta + \Delta^2$$

$$S_2 = a_1 + b_1 + c_1 = 2 \cdot 28^2 + \frac{3}{4} 28^2$$

Und die Vettern mütterlicherseits (Beispiel 23) a^r, b^r, c^r der eben genannten Kinder a, b, c waren alt:

beim freien Laufen	bei den ersten Schritten
$a^{r*)} = \frac{\Sigma}{3} 23 + \frac{\Sigma}{3} \Delta - 2 \Delta^2$	$a_1^r = \frac{28 \cdot 23}{4} + \frac{28^2}{2} - 28 \Delta$
$b^r = \frac{\Sigma}{3} 23 + \frac{\Sigma}{3} \Delta$	$b_1^r = \ ?$
$c^r = 23^2 + \frac{\Sigma}{3} \Delta - 23 \Delta$	$c_1^r = \frac{28 \cdot 23}{4} + \frac{28^2}{4} + 28 \Delta$

Die Summen lauten:

$$S_3 = a^r + b^r + c^r = \frac{2}{3} \Sigma 23 + 28 \cdot 23 - \Delta^2$$

$$S_4 = a_1^r + c_1^r = \frac{28 \cdot 23}{2} + \frac{3}{4} 28^2$$

b_1^r ist unbekannt.

---

*) Bruttowerte:

$$a^r = 7 \cdot 28 + 10 \cdot 23$$
$$b^r = 7 \cdot 28 + 10 \cdot 28$$
$$c^r = 7 \cdot 28 + 10 \cdot 28 + 23$$

Es ist aber die Summe der „Ersten Schritte-Alter" bei den Vetterpaaren:

$$S_2 = a_1 + b_1 + c_1 = 2 \, . \, 28^2 + \frac{3}{4} \, 28^2$$

$$S_4 = a_1^r \qquad + c_1^r = \frac{28 \, . \, 23}{2} + \frac{3}{4} \, 28^2$$

Der Unterschied $S_2 - S_4$ ist $\frac{3}{2} E^2$

b_1 hat zu den ersten Schritten wie zum Laufen wegen Rhachitis längere Zeit gebraucht (vgl. oben).

Und die Summe der Laufalter bei den Vetternpaaren (S_1 und S_3) beträgt:

$$S_1 = a + b + c = \frac{\Sigma}{3} \, 23 + \frac{28 \, . \, 23}{2} + \frac{3}{2} \, 28^2 + 2 \, . \, 28 \, \Delta + \Delta^2$$

$$S_3 = a^r + b^r + c^r = \frac{2}{3} \, \Sigma \, 23 \qquad + 28 \, . \, 23 \qquad - \Delta^2$$

Addiert man die Summe der „Ersten Schritte-Alter" bei allen Vettern und ebenso die Summe aller Laufalter, bildet man also

$$S_1 + S_3 = 3 \, . \, 28^2 + 23^2 + \frac{28^2}{2} + \frac{28 \, . \, 23}{2}$$

und

$$S_2 + S_4 = 3 \, . \, 28^2 \qquad + \frac{28^2}{2} + \frac{28 \, . \, 23}{2}$$

so sieht man, daß die Summen der ersten Schritte ($S_2 + S_4$) um 23^2 weniger ausmachen (es fehlt gerade das Alter eines Kindes) als die Summen der Laufalter aller Vettern ($S_1 + S_3$).

Man bemerkt hieraus — was wir noch weiterhin erkennen werden — wie die lebendige Substanz von Mutterseite her bis zur dritten Generation aufwärts zusammenhängen muß. Handelt es sich doch um Schwesterkinder, die erst in der Großmutter ihr Gemeinsames haben.

* * *

Das Laufalter von den e r s t e n K i n d s b e w e g u n g e n h e r gerechnet (die doch vor der Geburt liegen, wo der fötale Leib noch mit dem der Mutter körperlich zusammenhängt), war bei den ersten drei Geschwistern

$$\mathrm{I} = \qquad \frac{28^2}{4} + \frac{28 \, . \, 23}{4} + 23 \, \Delta$$

$$\mathrm{II} = 23^2 + \frac{3}{4} \, 28 \, . \, 23 + \frac{28^2}{4}$$

$$\mathrm{III} = \qquad \frac{3}{4} \, 28^2 \qquad + \frac{28 \, . \, 23}{4}$$

Und

$$\mathrm{I} + \mathrm{II} + \mathrm{III} = \frac{3}{2}\,28^2 + 2\,.\,28\,.\,23 + \frac{28\,.\,23}{4}$$

Ein weiteres Beispiel zeigt die Laufalter zweier Brüder:

$$\text{Älterer Bruder } \frac{28^2}{2} + \frac{2}{3}\,\Sigma\Delta - 23\,\Delta$$
$$\text{Jüngerer Bruder } 23^2 \qquad\qquad - 23\,\Delta$$

Und von der ersten Kindsbewegung aus:

$$\text{Älterer Bruder } \frac{28\,.\,23}{2} + \Sigma\Delta$$
$$\text{Jüngerer Bruder } \frac{\Sigma}{3}\,28 + 23\,\Delta - \Delta^2$$

Stets ganz determinierte, immer aus den bekannten Teilen aufgebaute Werte.

Und nicht nur von den Entwicklungsfortschritten galt das: auch vom Erkrankungsalter.

Bei dem kleinen K. (Beispiel 21) hatten wir diese Homologie zwischen Entwicklungs- und Krankheitsalter erkannt:

$$\text{Laufalter } 28^2 - \frac{\Sigma}{3}\,28 + 28\,\Delta$$
$$\text{Sterbealter } 28^2 - \frac{\Sigma}{3}\,23 + 23\,\Delta$$

Und

$$\text{Zahnalter } \frac{\Sigma}{3}\,23 - \frac{28^2}{2} + 23\,\Delta$$
$$\text{Pseudokrise } \frac{\Sigma}{3}\,23 - \frac{28^2}{2} - 23\,\Delta + 23^2$$

Und die Summe aller vier Alter $= 2\,.\,28^2$!

Fernere Beispiele lehren aufs neue, daß die Krankheitsalter denselben Bau wie die Entwicklungsalter besitzen.

Zwei Brüder sind alt beim Beginn des Mumps:

$$\text{Robert Fließ } 23^2 + 4\,.\,28\,.\,23 - 4\,\Delta^2$$
$$\text{Conrad Fließ } 3\,.\,23^2 \qquad\qquad - \Delta^2$$

Zwei andere Brüder (Beispiel 24) sind alt:
Beim Masernbeginn:

$$\text{Älterer Bruder} \quad \frac{\Sigma}{3}\,23 + 23^2 + 28\,.\,23 + 23\,\Delta$$

$$\text{Jüngerer Bruder} \quad \frac{\Sigma}{3}\,23 + \frac{28^2}{2} \qquad\qquad + 23\,\Delta$$

Beim Pneumoniebeginn:

$$\text{Älterer Bruder} \quad \frac{28^2}{2} + 23^2 + 28\,.\,23 + \boxed{\begin{matrix} 2\,.\,23^2 \\ -\,2\,.\,28^2 \end{matrix}}$$

$$\text{Jüngerer Bruder} \quad \frac{28\,.\,23}{2} + 23^2 \qquad\qquad + \boxed{\begin{matrix} 17\,.\,23 + 34\,.\,28 \\ -\,2\,.\,23\,.\,28 \end{matrix}}$$

Beim Scharlachbeginn:

$$\text{der Ältere} \quad \frac{\Sigma}{3}\,23 + 3\,.\,28^2 - 23\,\Delta$$

$$\text{der Jüngere} \quad \frac{\Sigma}{3}\,23 + 3\,.\,23^2 - 28\,\Delta$$

Beim Masernbeginn ist das Alter beider um $\frac{3}{2}\,E^2$ unterschiedlich, beim Pneumoniebeginn um $1\,E^2$, beim Scharlachbeginn ist es biologisch gleich geworden.

Wir haben bisher von Kindern gesprochen, die alle noch weitab von der Pubertät sich befinden, dieser großen und scharf markierten Grenze für die Entwicklung.

Bei Erwachsenen stellen sich die Verhältnisse aber ganz analog wie bei den Kindern. Nur sind die Bausteine für die Konstruktion der Anfallsalter von der d r i t t e n biologischen Dimension.

Sechs Schlaganfallsalter enthält das Beispiel (33).

Beim Alter VI starb der Kranke. Wir sehen in diesem Beispiel wieder, wie je zwei Anfallsalter biologisch gleiche Summen ergeben.

Es ist

$$\mathrm{I} + \mathrm{III} \models\!\dashv \mathrm{II} + \mathrm{IV} \models\!\dashv \mathrm{V} + \mathrm{VI}$$

Denn

$$S_1 = \mathrm{I} + \mathrm{III} = 2.28.23^2 + \frac{28.23^2 + 23.28^2}{2}$$

$$S_2 = \mathrm{II} + \mathrm{IV} = 2.28.23^2 + \frac{28.23^2 + 23.28^2}{2} + 2.23\,\Delta^2$$

$$S_3 = \mathrm{V} + \mathrm{VI} = 2.28.23^2 + \qquad 23.28^2 \qquad - 2.23\,\Delta^2 - 28\,\Delta^2 + \frac{\Sigma}{3}\,23\Delta$$

Es unterscheiden sich S_1 und S_2 nur durch Hinzufügung der Bindung $2 \,.\, 23\, \Delta^2$

In S_3 ist außerdem $\frac{28 \,.\, 23^2}{2}$ (von S_1) ersetzt durch $\frac{23 \,.\, 28^2}{2}$

Die hinzugefügte Bindung heißt aber nicht $+ 2 \,.\, 23\, \Delta^2$ wie in S_2, sondern $- 2 \,.\, 23\, \Delta^2 - 28\, \Delta^2$

Außerdem ist $17 \,.\, 23^2$ ersetzt durch $17 \,.\, 28 \,.\, 23$, was die Bindung $\frac{\Sigma}{3}\, 23\, \Delta$ besagt.

Die besondere Form der Bindungen wird deutlicher durch folgende Darstellung:

$$S_1 = \mathrm{I} + \mathrm{III} = 2 \,.\, 23\, (28 \,.\, 23) \qquad + \Sigma \frac{28 \,.\, 23}{2}$$

$$S_2 = \mathrm{II} + \mathrm{IV} = 2 \,.\, 23\, (28 \,.\, 23 + \Delta^2) + \Sigma \frac{28 \,.\, 23}{2}$$

$$S_3 = \mathrm{V} + \mathrm{VI} = 2 \,.\, 23\, (28 \,.\, 23 - \Delta^2) + 28\, (28 \,.\, 23 - \Delta^2) + \frac{\Sigma}{3}\, 23\, \Delta$$

Sehen wir davon ab, daß wir hier Werte dritter Dimension haben, daß also die uns bekannten Argumente zweiter Dimension (z. B. $28 \,.\, 23$) noch mit 23 oder 28, oder $28 + 23 = \Sigma$ multipliziert sind: so erscheinen uns die Ausdrücke völlig geläufig.

In S_1	steht:	$28 \,.\, 23$
„ S_2	„	$28 \,.\, 23 + \Delta^2$
„ S_3	„	$28 \,.\, 23 - \Delta^2$

S_3 ist von S_1 und S_2 in der Form scheinbar mehr abweichend. Aber nur scheinbar.

Wenn man die zweiten Glieder von S_1 und S_2 betrachtet, so sind sie:

In S_1 und S_2: $\Sigma \frac{28 \,.\, 23}{2} = \frac{1}{2}\, (28 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2)$

In S_3 steht zunächst statt der wirklichen Hälfte von $(28 + 23)\, (28 \,.\, 23)$ die biologische Hälfte: $28 \,.\, 28 \,.\, 23$

Und wie in dem ersten Gliede: $2 \,.\, 23\, (28 \,.\, 23 - \Delta^2)$ das Argument nicht lautete $28 \,.\, 23$, sondern $28 \,.\, 23 - \Delta^2$, so lautet es auch im zweiten Gliede $28 \,.\, 23 - \Delta^2$

Deshalb heißt das zweite Glied in S_3 $28\, (28 \,.\, 23 - \Delta^2)$

Außerdem ist in S_3 noch zum Ersatz von $17 \,.\, 23^2$ durch $17 \,.\, 28 \,.\, 23$ die Gruppe $\frac{\Sigma}{3}\, 23\, \Delta$ angefügt.

Wir werden für diese Anfügung das Verständnis gewinnen, wenn wir erst die Frage erörtert haben, wie denn die einzelnen Anfallsalter selbst gebaut sind.

Es heißen:

$$\mathrm{I} = \frac{\Sigma}{3} 28^2 \qquad + 28 \,.\, 23^2 - \Delta \frac{28 \,.\, 23}{2} + \Sigma \Delta^2 - 2 \,.\, 23^2 \Delta$$

$$\mathrm{III} = \boxed{-\frac{\Sigma}{3} 28^2 + \frac{3}{2} 28 \,.\, 23^2 + \frac{23 \,.\, 28^2}{2}} + \Delta \frac{28 \,.\, 23}{2} - \Sigma \Delta^2 + 2 \,.\, 23^2 \Delta$$

Hier erkennt man zunächst, daß die umfriedete Größe den Wert $2\,E^3 - \frac{2}{3} E^3 = \frac{4}{3} E^3$ hat. Der Ausdruck

$$\frac{3}{2} 28 \,.\, 23^2 + \frac{23 \,.\, 28^2}{2} + \Delta \frac{28 \,.\, 23}{2} = 28 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2$$

würde, wenn man statt $28 \,.\, \mathbf{23}^2$ setzen dürfte, $28 \,.\, \mathbf{28}^2$ die Form haben:

$$28^3 + 23 \,.\, 28^2$$

Ziehe ich hiervon $17 \,.\, 28^2 = \frac{\Sigma}{3} 28^2$ ab, so erhalte ich

$$34 \,.\, 28^2 = \frac{2}{3} \Sigma\, 28^2$$

Das wäre der Wert von III $\left(\text{also } \frac{4}{3} E^3\right)$

Und derjenige von I ist $\left(\frac{2}{3} + 1\right) E^3$

Die Summe also $3\,E^3$.

Die Bindungen in

$$\mathrm{I} = -\Delta \frac{28 \,.\, 23}{2} + \Sigma \Delta^2 - 2 \,.\, 23^2 \Delta$$

$$\mathrm{III} = +\Delta \frac{28 \,.\, 23}{2} - \Sigma \Delta^2 + 2 \,.\, 23^2 \Delta$$

unterscheiden sich nur durch ihr Vorzeichen. Wir wissen schon, daß dahinter nur die Vertauschung von männlich und weiblich steckt.

Was die halben Bindungen bedeuten, erkennen wir aus folgender Darstellung, die sich auch bei den späteren Alterspaaren bewähren wird.

$$\mathrm{I} = \frac{\Sigma}{3} 28^2 + \qquad \frac{28 \,.\, 23^2}{2} + (23 - \Delta) \frac{28 \,.\, 23}{2} + \Sigma \Delta^2 - 2 \,.\, 23^2 \Delta$$

$$\mathrm{III} = -\frac{\Sigma}{3} 28^2 + 28 \,.\, 23^2 + \frac{23 \,.\, 28^2}{2} + (23 + \Delta) \frac{28 \,.\, 23}{2} - \Sigma \Delta^2 + 2 \,.\, 23^2 \Delta$$

Es gehören also $\pm \Delta$ zu dem Faktor (hier 23), der die dritte Dimension aus der zweiten herstellt.

Die Tatsache, daß die Bindungen in

$$\begin{aligned} \mathrm{I} &= -\Delta \frac{28 \,.\, 23}{2} + \Sigma \Delta^2 - 2 \,.\, 23^2 \Delta \\ \mathrm{III} &= +\Delta \frac{28 \,.\, 23}{2} - \Sigma \Delta^2 + 2 \,.\, 23^2 \Delta \end{aligned}$$

sich nur durch das Vorzeichen unterscheiden, läßt uns ohne weiteres ihren gesetzmäßigen Charakter erkennen. Aber wir können fragen, was es bedeuten mag, daß sie gerade diese Form haben.

Zu diesem Zweck schreiben wir uns die Alter in der etwas einfacheren Form auf, die im Text (vgl. S. 107) abgeleitet ist:

$$\begin{aligned} \mathrm{I} &= \frac{\Sigma}{3} 28^2 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 - \Sigma \frac{28 \,.\, 23}{2} + \Sigma \Delta^2 - 2 \,.\, 23^2 \Delta \\ \mathrm{III} &= -\frac{\Sigma}{3} 28^2 \qquad + \Sigma\, 28 \,.\, 23 - \Sigma \Delta^2 + 2 \,.\, 23^2 \Delta \end{aligned}$$

Man sieht leicht, daß

$$-2 \,.\, 23^2 \Delta \text{ in I zu } 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \text{ gehört,}$$

denn

$$2 \,.\, 23^2 (28 - \Delta) = 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 - 2 \,.\, 23^2 \Delta$$

Und

$$-\Sigma \Delta^2 \text{ in III zu } \Sigma \,.\, 28 \,.\, 23$$

denn

$$\Sigma (28 \,.\, 23 - \Delta^2) = \Sigma \,.\, 28 \,.\, 23 - \Sigma \Delta^2$$

Dann lauten:

$$\begin{aligned} \mathrm{I} &= \frac{\Sigma}{3} 28^2 + 2 (28 - \Delta) 23^2 - \Sigma \cdot \frac{28 \,.\, 23}{2} \qquad + \Sigma \Delta^2 \\ \mathrm{III} &= -\frac{\Sigma}{3} 28 \qquad + \Sigma (28 \,.\, 23 - \Delta^2) + 2 \,.\, 23^2 \Delta \end{aligned}$$

Da die Summe

$$S_1 = \mathrm{I} + \mathrm{III} = 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + \Sigma \frac{28 \,.\, 23}{2}$$

keine Bindung, also kein Δ enthält, so muß das im Gliede $2 (28 - \Delta) 23^2$ [in I] enthaltene $-2 \,.\, 23^2 \Delta$ aufgehoben werden, was durch $+2 \,.\, 23^2 \Delta$ in III geschieht. Und ebenso das im Gliede $+\Sigma (28 \,.\, 23 - \Delta^2)$ in III enthaltene $-\Sigma \Delta^2$, was durch $+\Sigma \Delta^2$ in I geschieht.

So erklären sich gerade diese Bindungen.

$$S_1 = \mathrm{I} + \mathrm{III} = 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + \Sigma \frac{28 \,.\, 23}{2}$$

Das nächste Summenpaar war:

$$\mathrm{IV} = \quad \frac{\Sigma}{3}\,28^2 \qquad\qquad + \frac{23 \cdot 28^2}{2} + \Delta\,\frac{28 \cdot 23}{2} - 28\,\Delta^2 + 23\,\Delta^2$$

$$\mathrm{II} = \boxed{-\frac{\Sigma}{3}\,28^2 + 2 \cdot 28 \cdot 23^2} + \frac{28 \cdot 23^2}{2} - \Delta\,\frac{28 \cdot 23}{2} + 28\,\Delta^2 + 23\,\Delta^2$$

Der eingerandete Ausdruck in II hat wieder den Wert $\frac{4}{3}\,E^3$.

Dürfte man statt $28 \cdot \mathbf{23}^2 + \mathbf{23} \cdot 28 \cdot 23$ setzen $28 \cdot \mathbf{28}^2 + \mathbf{28} \cdot 28 \cdot 23$, so lautete der Klammerinhalt

$$28^2 + 23 \cdot 28^2 - 17 \cdot 28^2 = 34 \cdot 28^2 = \frac{2}{3}\,\Sigma 28^2$$

$$\left(\text{also} = \frac{4}{3}\,E^3\right)$$

Ferner ist jedem Alter die Bindung $23\,\Delta^2$ hinzugefügt. Denn die Summe $\mathrm{IV} + \mathrm{II} = S_2$ enthält ja den Zusatz $2 \cdot 23\,\Delta^2$, wodurch allein sie sich von S_1 unterscheidet.

Sonst sind die Bindungen wieder von umgekehrten Vorzeichen:

$$\text{In IV} = \quad +\Delta\,\frac{28 \cdot 23}{2} - 28\,\Delta^2$$

$$\text{„ II} = \quad -\Delta\,\frac{28 \cdot 23}{2} + 28\,\Delta^2$$

Und die halben Bindungen erklären sich wieder

$$\text{in IV durch } (28 + \Delta)\,\frac{23 \cdot 28}{2} = \frac{23 \cdot 28^2}{2} + \Delta\,\frac{28 \cdot 23}{2}$$

$$\text{„ II \quad „ } (23 - \Delta)\,\frac{23 \cdot 28}{2} = \frac{28 \cdot 23^2}{2} - \Delta\,\frac{28 \cdot 23}{2}$$

Es ist aber nützlich, die Alter IV und II noch einmal in der folgenden erläuternden Form aufzuschreiben:

$$\mathrm{IV} = \quad \frac{\Sigma}{3}\,28^2 \qquad\qquad + (28 + \Delta)\,\frac{23 \cdot 28}{2} - \Delta^3$$

$$\mathrm{II} = \; -\frac{\Sigma}{3}\,28^2 \begin{matrix} + 28\,(23^2 + \Delta^2) \\ + 23\,(28 \cdot 23 + \Delta^2) \end{matrix} \Bigg\} + (23 - \Delta)\,\frac{23 \cdot 28}{2}$$

In der Summe $\mathrm{IV} + \mathrm{II}$ bleiben die Bindungen $(28 + 23)\,\Delta^2$ bestehen. Da aber die Summe $\mathrm{IV} + \mathrm{II}$ nicht $\Sigma\,\Delta^2$, sondern $2 \cdot 23\,\Delta^2$ enthalten soll, so muß $28\,\Delta^2$ in $23\,\Delta^2$ umgewandelt werden.

Dazu dient $-\Delta^3$ in IV.

$$28\,\Delta^2 - \Delta^3 = (28 - \Delta)\,\Delta^2 = 23\,\Delta^2$$

$$S_2 = \mathrm{IV} + \mathrm{II} = 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + \Sigma\,\frac{28 \,.\, 23}{2} + 2 \,.\, 23\,\Delta^2$$

Das letzte Paar heißt:

$$\mathrm{V} = \quad \frac{\Sigma}{3}\,28 \,.\, 23 \qquad\qquad + \frac{23 \,.\, 28^2}{2} + \Delta\,\frac{28^2}{2} + \frac{\Sigma}{3}\,23\,\Delta$$

$$\mathrm{VI} = \boxed{-\frac{\Sigma}{3}\,28 \,.\, 23 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2} + \frac{23 \,.\, 28^2}{2} - \Delta\,\frac{28^2}{2} - 2 \,.\, 23\,\Delta^2 - 28\,\Delta^2$$

Auch hier ist in VI der umfriedete Ausdruck vom Werte $\frac{4}{3}\,E^3$.

Dürfte man für

$$(23 + \mathbf{23})\ 28 \,.\, 23 \ \text{setzen}\ (23 + \mathbf{28})\,28 \,.\, 23$$

so wäre der Klammerinhalt gleich

$$51 \,.\, 28 \,.\, 23 - 17 \,.\, 28 \,.\, 23 = 34 \,.\, 28 \,.\, 23$$

$$= \frac{2}{3}\,\Sigma\,28 \,.\, 23 = \frac{4}{3}\,E^3$$

Die halben Bindungen finden ihre Erklärung durch die Form:

$$\text{In V} = \quad (23 + \Delta)\,\frac{28^2}{2} = \frac{23 \,.\, 28^2}{2} + \Delta\,\frac{28^2}{2}$$

$$\text{„ VI} = \quad (23 - \Delta)\,\frac{28^2}{2} = \frac{23 \,.\, 28^2}{2} - \Delta\,\frac{28^2}{2}$$

Die Bindung $-2 \,.\, 23\,\Delta^2$ in VI gehört zu dem Klammerwert $2 \,.\, 28 \,.\, 23^2$ Denn

$$2 \,.\, 23\,(28 \,.\, 23 - \Delta^2) = 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 - 2 \,.\, 23\,\Delta^2$$

Der Zusatz $\frac{\Sigma}{3}\,23\,\Delta$ in V ist gebunden an $\frac{\Sigma}{3}\,28 \,.\, 23$

Denn

$$\frac{\Sigma}{3}\,23\,(28 + \Delta) = \frac{\Sigma}{3}\,28 \,.\, 23 + \frac{\Sigma}{3}\,23\,\Delta$$

Man wird demnach schreiben:

$$\mathrm{V} = \quad \frac{\Sigma}{3}\,23\,(28 + \Delta) \qquad\qquad + (23 + \Delta)\,\frac{28^2}{2}$$

$$\mathrm{VI} = \boxed{-\frac{\Sigma}{3}\,23 \,.\, 28 + 2 \,.\, 23\,(28 \,.\, 23 - \Delta^2)} + (23 - \Delta)\,\frac{28^2}{2} - 28\,\Delta^2$$

Die übrig bleibende Bindung $-28\,\Delta^2$ in VI gehört zur Summe

$$(23 + \Delta)\,\frac{28^2}{2} + (23 - \Delta)\,\frac{28^2}{2} - 28\,\Delta^2 = 28\,(23 \,.\, 28 - \Delta^2)$$

So ergibt sich:

$$V + VI = \frac{\Sigma}{3}\, 23\,\Delta + 2 \,.\, 23\,(28 \,.\, 23 - \Delta^2) + 28\,(28 \,.\, 23 - \Delta^2)$$

$$= \frac{\Sigma}{3}\, 23\,\Delta + (\Sigma + 23)\,(28 \,.\, 23 - \Delta^2)$$

Wir haben im vorstehenden nicht nur für die Paare der Anfallsalter den analogen Bau nachgewiesen, aus dem ihre analogen Summen hervorgehen; sondern wir haben die Form der Bindungen bis ins einzelne hinein begründet; wir haben gezeigt, warum gerade diese Bindungen an diesen Stellen sich befinden. Für den Zufall bleibt kein Platz.

Es ist kaum nötig zu erwähnen, daß die Summen

$$S_1 + S_2 = 2 \,.\, 23\,(23^2 + 28^2) + (28 + 23)\, 28 \,.\, 23 = 6\, E^3$$

und $S_1 + S_2 + S_3 = 6 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + 4 \,.\, 23 \,.\, 28^2 - 28^3 + \frac{\Sigma}{3}\, 23\,\Delta$

$= 9\, E^3$ betragen.

Es hatten ja S_1, S_2, S_3 den Wert von je $3\, E^3$

In dem folgenden Beispiel (34) hatten wir 16 Anfallsalter. Der erste Anfall war eine isoliert gebliebene Gichtattacke. Die übrigen sind im wesentlichen Schlagmahner, bezw. wirkliche Apoplexien. Nur einmal handelt es sich um eine anfallsweise Steigerung diabetischer Symptome.

Vierzehn von diesen sechzehn Anfallsaltern ließen sich so zusammenordnen, daß jedes der sechs Paare drei Einheiten dritter Dimension repräsentierte. Die übrig bleibenden beiden Alter (IX und II) waren je einer Einheit ($1\, E^3$) gleich und unterschieden sich voneinander nur um $\frac{28}{2}\Delta^2$.

Ihrem Baue nach haben wir die sechzehn Alter in drei Gruppen (A, B, C) geteilt. Diese Gruppen enthielten die zusammengehörigen Paare.

In Gruppe A war jedes Alter gleich $\frac{3}{2}\, E^3$

Gruppe A.

Erstes Paar:

$$\left\{\begin{array}{l} VII = 23^3 + \dfrac{28 \,.\, 23^2}{2} - 2 \,.\, 28\,\Delta^2 + \left.\begin{array}{r} 17 \,.\, 28^2 \\ - 17 \,.\, 23^2 \end{array}\right\}{}^{*)} \\[2ex] X = 28 \,.\, 23^2 + \dfrac{28^3}{2} + 2 \,.\, 23\,\Delta^2 + \left.\begin{array}{r} 17 \,.\, 23^2 \\ - 17 \,.\, 28^2 \end{array}\right\} \end{array}\right.$$

$$VII + X = 23^3 + 28 \,.\, 23^2 + \frac{28 \,.\, 23^2 + 28^3}{2} - 2\,\Delta^3$$

*) Die Gruppe $\boxed{\begin{array}{r} 17 \,.\, 28^2 \\ - 17 \,.\, 23^2 \end{array}} = \frac{\Sigma^2}{3}\Delta$

Der Bau von VII und X ist völlig homolog. Die Bindungen sind algebraisch gleich. Statt

der weiblichen Form $-2 \, . \, 28\, \Delta^2$ in VII
steht die männliche $+2 \, . \, 23\, \Delta^2$ in X.

Zweites Paar:

$$\text{Diabetes:}\quad 23^3 \quad + \frac{23 \, . \, 28^2}{2} - 23\,\Delta^2 + \Delta^3 + \boxed{\begin{matrix} 17 \, . \, 28 \, . \, 23 \\ -17 \, . \, 23^2 \end{matrix}}$$

$$\text{Embolie:}\ 23 \, . \, 28^2 + \frac{28^3}{2} + 23\,\Delta^2 - \Delta^3 + \boxed{\begin{matrix} 17\,(28 \, . \, 23 + 23^2) \\ -34 \, . \, 28^2 \end{matrix}}$$

$$\text{Diabet.} + \text{Emb.:}\ 23^3 \quad + 23 \, . \, 28^2 + \frac{23 \, . \, 28^2 + 28^3}{2} + \boxed{\begin{matrix} 34 \, . \, 28 \, . \, 23 \\ -34 \, . \, 28^2 \end{matrix}}$$

Die zweigeschlechtige Bindung $\boxed{\begin{matrix} 17 \, . \, 28 \, . \, 23 \\ -17 \, . \, 23^2 \end{matrix}}$ von Diabetes ist in Embolie biologisch verdoppelt. Im übrigen sieht man die völlige Homologie des Baues von Diabetes und Embolie.

In der zweiten Gruppe B ist die Wertigkeit der zu einem Paar gehörigen Alter anders verteilt. Ein Alter ist immer gleich $\frac{4}{3} E^3$, sein Komplement gleich $\frac{5}{3} E^3$. Die Summe wiederum $3\, E^3$

Den homologen Bau der $\frac{4}{3} E^3$ wertigen Alter übersieht man zuerst am besten in der ausführlichen Darstellung:

$$\text{Tod} \quad = 34 \, . \, 28^2 \qquad + \boxed{\begin{matrix} \dfrac{28^3 + 23 \, . \, 28^2}{2} + 23^3 \\ -2 \, . \, 23 \, . \, 28^2 \end{matrix}}$$

$$\text{IX a} \quad = 34 \, . \, 23^2 \qquad + \boxed{\begin{matrix} \dfrac{28^3 + 23 \, . \, 28^2}{2} + 28 \, . \, 23^2 \\ -23 \, . \, 28^2 - 23^3 \end{matrix}}$$

$$\text{Podagra} = 17(23^2 + 28 \, . \, 23) + \boxed{\begin{matrix} 23 \, . \, 28^2 + 23^3 \\ -2 \, . \, 28 \, . \, 23^2 \end{matrix}}$$

In der kurzen Form und mit ihren Komplementen zusammengeordnet sind die Alter der B-Gruppe:

$$\text{Tod} = 23^3 \quad + 28^3 - 17 \,.\, 28^2 + \frac{\Delta}{2}\, 28^2$$

$$\text{IV} = 23(23^2 - 2\Delta^2) + 17 \,.\, 28^2 - \frac{\Delta}{2}\, 28^2$$

$$\text{Tod} + \text{IV} = 2 \,.\, 23(23^2 - \Delta^2) + 28^3$$

Die Summe ist denkbar einfach. Sie enthält $-2 \,.\, 23\, \Delta^2$, weil das Argument, das durch den Faktor $2 \,.\, 23$ in die dritte Dimension erhoben wird, nicht 23^2, sondern $23^2 - \Delta^2$ lautet.

Die Summe

$$2 \,.\, 23\,(23^2 - \Delta^2) = 2 \,.\, 23^3 - 2 \,.\, 23\, \Delta^2$$

besteht aus den Summanden:

$$23\,(23^2) + 23\,(23^2 - 2\,\Delta^2)$$

Der Zusatz in Tod (und später in IX a) von $\frac{\Delta\, 28^2}{2}$ entspricht der gebrochenen Form des ersten Bindungsgliedes.

$$\text{Tod} = 34 \,.\, 28^2 + \boxed{\begin{array}{c} \frac{28^3 + 23 \,.\, 28^2}{2} + 23^3 \\ - 2 \,.\, 23 \,.\, 28^2 \end{array}}$$

$$\text{IX a} = 34 \,.\, 23^2 + \boxed{\begin{array}{c} \frac{28^3 + 23 \,.\, 28^2}{2} + 28 \,.\, 23^2 \\ - 23 \,.\, 28^2 - 23^3 \end{array}}$$

Das zweite Paar der B-Gruppe war:

$$\text{IX a} = 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \qquad - 17 \,.\, 23^2 + \frac{\Delta}{2}\, 28^2$$

$$\text{Hemipl.} = 23\,(23^2 - 2\,\Delta^2) + 17 \,.\, 28^2 - \frac{\Delta}{2}\, 28^2 + 2\,\Delta^3$$

$$\text{IX a} + \text{Hemipl.} = 2 \,.\, 23\,(28 \,.\, 23 - \Delta^2) + 23^3 + \boxed{\begin{array}{c} 17 \,.\, 28^2 \\ - 17 \,.\, 23^2 \end{array}} + 2\,\Delta^3.$$

Vergleichen wir diese Summe mit der früheren

$$\text{Tod} + \text{IV} = 2 \,.\, 23\,(23^2 - \Delta^2) + 28^3$$

so fällt zweierlei auf:

Erstens, daß im zweiten Paar die zweigeschlechtige Bindung $\boxed{\begin{array}{c} 17 \,.\, 28^2 \\ - 17 \,.\, 23^2 \end{array}}$ hinzugefügt ist. Man sieht leicht den Grund ein. Es ist in IX a der männliche Wert $17 \,.\, 23^2$ von $2\,E^3$ abgezogen. In „Hemiplegie" der weibliche Wert $17 \,.\, 28^2$ hinzugefügt. Daraus resultiert erst in der Summe die Bindung $\boxed{\begin{array}{c} 17 \,.\, 28^2 \\ - 17 \,.\, 23^2 \end{array}}$. Diese Bindung besagt nichts weiter, als daß in der $3\,E^3$ wertigen Summe (IX a + Hemiplegie) zwei Einheiten in gebrochener Drittelform ausgedrückt sind.

Denn man kann die Summe IX a + Hemiplegie auch schreiben:

$$17 \,.\, 28^2 + 34 \,.\, 23^2 + 28 \,.\, 23^2 - 2 \,.\, 23\,\Delta^2 + 2\,\Delta^3$$

Der fernere Zusatz von $2\,\Delta^3$ rührt aus dem Umstand her, daß

$$\text{IV} + 2\,\Delta^3 = \text{Hemiplegie.}$$

Die Homologie der Paarlinge zeigt die Zusammenstellung:

$$\text{Tod} \quad = 23^3 + 28^3 \qquad - 17 \,.\, 28^2 + \frac{\Delta}{2}\, 28^2$$

$$\text{IX a} \quad = 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \qquad - 17 \,.\, 23^2 + \frac{\Delta}{2}\, 28^2$$

Und

$$\text{IV} \quad = 23\,(23^2 - 2\Delta^2) + 17 \,.\, 28^2 - \frac{\Delta}{2}\, 28^2$$

$$\text{Hemipl.} = 23\,(23^2 - 2\Delta^2) + 17 \,.\, 28^2 - \frac{\Delta}{2}\, 28^2 + 2\,\Delta^3$$

Das dritte Paar der B-Gruppe endlich ist:

$$\begin{array}{lll} \text{Podagra} & = 23\,(28^2 + \Delta^2) + (23 + \Delta)\, 23^2 - (28 + \Delta)\, 17 \,.\, 23 & \\ \text{III} & = \qquad\qquad (23 - \Delta)\, 23^2 + (28 + \Delta)\, 17 \,.\, 23 & - \Delta^3 \\ \hline \text{Podagra} + \text{III} & = 23\,(28^2 + \Delta^2) + 2 \,.\, 23^3 & - \Delta^3 \end{array}$$

Die einfache Form dieser Summe rührt davon her, daß die Bindungen der Glieder:

$$\text{in Podagra} = (23 + \Delta)\, 23^2 - (28 + \Delta)\, 17 \,.\, 23$$

$$\text{und III} = (23 - \Delta)\, 23^2 + (28 + \Delta)\, 17 \,.\, 23$$

algebraisch gleich sind.

Man kann „Podagra“ kürzer als:

$$17\,(23^2 + 28 \,.\, 23) + 23\,\Delta^2$$

darstellen. Aber die Struktur wird erst durch die ausführliche Form erläutert. Diese zeigt, daß auch in „Podagra“ wie in „Tod“ und IX a: $2\,E^3 - \frac{2}{3}\,E^3$ enthalten sind. Aber die zwei Einheiten lauten nicht wie in

$$\text{Tod: } 28^3 + 23^3 = 28\,(28^2) + (23)\, 23^2$$

$$\text{oder in IX a: } 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 = 28\,(23^2) + (23)\, 28 \,.\, 23$$

$$\text{sondern: } 23\,(28^2 + \Delta^2) \text{ und } (23 + \Delta)\, 23^2$$

Und der $\frac{2}{3}\,E^3$-Abzug lautet nicht wie in

$$\text{Tod: } - 17 \,.\, 28^2 = \qquad - (28)\, 17 \,.\, 28$$

$$\text{oder in IX a: } - 17 \,.\, 23^2 = \qquad - (23)\, 17 \,.\, 23$$

$$\text{sondern} \qquad = - (28 + \Delta)\, 17 \,.\, 23$$

Daß in allen Gliedern die Δ-Gruppe auftritt, macht den Unterschied aus.

*

Die letzte Gruppe C endlich umfaßte Paare von den Werten $2\,E^3$ und $1\,E^3$, zusammen $3\,E^3$.

Es waren

$$\mathrm{I} = 28 \,.\, 23^2 + (23 - \Delta)\, 28 \,.\, 23 + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 23^2 \\ -\,17 \,.\, 28^2 \end{matrix}} + \mathrm{O}^3$$

$$\mathrm{V} = \qquad (23 + \Delta)\, 28 \,.\, 23 + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 28^2 \\ -\,17 \,.\, 23^2 \end{matrix}} + \Delta^3$$

$$\mathrm{I} + \mathrm{V} = 3 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \qquad + \Delta^3$$

Dies Paar bedarf keiner Erläuterung mehr.

Ferner

$$\mathrm{VI} = 2 \,.\, 23^3 \qquad + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 23^2 \\ -\,17 \,.\, 28 \,.\, 23 \end{matrix}} + \Delta^3$$

$$\mathrm{VIII} = 28 \left(\frac{28^2 + 23 \,.\, 28}{2} + \Delta^2\right) + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ -\,17 \,.\, 23^2 \end{matrix}} - \Delta^3$$

$$\mathrm{VI} + \mathrm{VIII} = 2 \,.\, 23^3 + 28 \left(\frac{28^2 + 23 \,.\, 28}{2} + \Delta^2\right)$$

Die gebrochene Form $\dfrac{28^3 + 23 \,.\, 28^2}{2}$ ist uns schon von früher her bekannt.

Dem Alter VIII entsprechen die biologisch gleichen nicht gepaarten IX und II.

$$\mathrm{IX} = 28 \left(\frac{23^2 + 28 \,.\, 23}{2} + \Delta^2\right) + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 23^2 + 28^3 \\ -\,17 \,.\, 28^2 - 23^3 \end{matrix}}$$

$$\mathrm{II} = 28 \left(\frac{[23^2 + \Delta^2] + 28 \,.\, 23}{2}\right) \qquad + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 23^2 + 28^3 \\ -\,17 \,.\, 28^2 - 23^3 \end{matrix}}$$

Es ist $\mathrm{II} + \dfrac{28}{2}\,\Delta^2 = \mathrm{IX}$.

Das erste Glied heißt also in

$$\mathrm{II}\colon\; 28 \left(\frac{[23^2 + \Delta^2] + 28 \,.\, 23}{2}\right)$$

und in

$$\mathrm{IX}\colon\; 28 \left(\frac{23^2 + \Delta^2}{2} + \frac{28 \,.\, 23 + \Delta^2}{2}\right)$$

Die drei völlig homologen VIII, II, IX sind:

$$\mathrm{VIII} = 28\left(\frac{28^2+\Delta^2}{2}+\frac{23\,.\,28+\Delta^2}{2}\right)+\boxed{\begin{array}{r}17\,.\,28\,.\,23\\-17\,.\,23^2\end{array}}-\Delta^3$$

$$\mathrm{IX} = 28\left(\frac{23^2+\Delta^2}{2}+\frac{28\,.\,23+\Delta^2}{2}\right)+\boxed{\begin{array}{r}17\,.\,23^2\\-17\,.\,28^2\end{array}}+\boxed{\begin{array}{r}28^3\\-23^3\end{array}}$$

$$\mathrm{II} = 28\left(\frac{23^2+\Delta^2}{2}+\frac{28\,.\,23}{2}\right)\qquad+\boxed{\begin{array}{r}17\,.\,23^2\\-17\,.\,28^2\end{array}}+\boxed{\begin{array}{r}28^3\\-23^3\end{array}}$$

Diese Formen leuchten klar in den Bau der Alter hinein und schließen jeden „Zufall" sicher aus.

Die Beziehungen von Δ^3 und $28^3 - 23^3$ gehen aus folgendem hervor:

$$\Delta^3 = \left.\begin{array}{r}28^3+3\,.\,28\,.\,23^2\\-23^3-3\,.\,23\,.\,28^2\end{array}\right\}$$

$$\boxed{\begin{array}{r}28^3\\-23^3\end{array}} = \left.\begin{array}{r}28^3+3\,.\,28\,.\,23^2\\-23^3-3\,.\,23\boxed{28\,.\,23}\end{array}\right\}$$

Wir stellen noch einmal die Summen der Anfallsalter zusammen:

Gruppe A.

$$\mathrm{VII}+\mathrm{X} = 23^3+28\,.\,23^2+\frac{28^3+28\,.\,23^2}{2}-2\,\Delta^3$$

$$\text{Diabetes}+\text{Embolie} = 23^3+23\,.\,28^2+\frac{28^3+23\,.\,28^2}{2}+\boxed{\begin{array}{r}34\,.\,28\,.\,23\\-34\,.\,28^2\end{array}}$$

Gruppe B.

$$\text{Tod}+\mathrm{IV} = 2\,.\,23\,(23^2-\Delta^2)+28^3$$

$$\text{Podagra}+\mathrm{III} = 2\,.\,23\,.\,23^2+23\,(28^2+\Delta^2)-\Delta^3$$

$$\mathrm{IX\,a}+\text{Hem.} = 2\,.\,23\,(28\,.\,23-\Delta^2)+23^3+\boxed{\begin{array}{r}17\,.\,28^2\\-17\,.\,23^2\end{array}}+2\,\Delta^3$$

Gruppe C.

$$\mathrm{I}+\mathrm{V} = 3\,.\,28\,.\,23^2+\Delta^3$$

$$\mathrm{VI}+\mathrm{VIII} = 2\,.\,23^3+28\left(\frac{28^2+28\,.\,23}{2}+\Delta^2\right)$$

In diesen drei Summengruppen sind diejenigen Anfallspaare vereinigt, welche zusammen drei Einheiten dritter Dimension repräsentieren. Die biologische Wertigkeit der Summe war also der Gesichtspunkt, unter dem wir die Alter zu Paaren gruppiert haben. Ihre natürliche Aufeinanderfolge ist dabei nicht berücksichtigt worden. Es kann aber keine Frage sein, daß gerade diese Aufeinanderfolge durch ein Gesetz bestimmt sein muß. Versuchen wir also der Reihe nach die Alter zu summieren, so finden wir:

1. Die Summe der ersten fünf Alter $\mathrm{I} + \mathrm{II} + \mathrm{III} + \mathrm{IV} + \mathrm{V} = S_{\mathrm{I}}^{\mathrm{V}}$ ist um eine biologische Einheit größer als die Summe der folgenden vier Alter $\mathrm{VI} + \mathrm{VII} + \mathrm{VIII} + \mathrm{IX} = S_{\mathrm{VI}}^{\mathrm{IX}}$.

$$S_{\mathrm{I}}^{\mathrm{V}} = 28\,\Sigma^2 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + \frac{23 \,.\, 28^2}{2}$$

$$S_{\mathrm{VI}}^{\mathrm{IX}} = 28\,\Sigma^2 + 2 \,.\, 23^3 + \frac{28^3}{2} - 23 \,.\, 28^2$$

Wobei zu bemerken ist, daß I bis IX die Alter bei klinisch gleichartigen Anfällen waren. Mit IXa kam ein epileptischer Anfall, der vereinzelt geblieben ist und als Vorbote des Todes — auch in seiner Struktur — aufzufassen ist.

$$\mathrm{IX\,a} = 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 - 17 \,.\, 23^2 + \frac{\Delta}{2}\, 28^2$$

$$\mathrm{Tod} = 23^3 + 28^3 - 17 \,.\, 28^2 + \frac{\Delta}{2}\, 28^2$$

Das Alter IX ist also eine natürliche und keine willkürliche Grenze.

2. Es sind ferner die Summen von

$$\begin{aligned} S_a &= \mathrm{II} + \mathrm{III} + \mathrm{IV} \\ S_b &= \mathrm{VII} + \mathrm{VIII} + \mathrm{IX} \\ S_c &= \text{Diabetes} + \text{Embolie} + \text{Tod} \end{aligned}$$

untereinander biologisch gleich.

$$S_a \mathrel{|\!\!=\!\!|} S_b \mathrel{|\!\!=\!\!|} S_c\,.$$

In allen diesen Gruppen sind die Alter in der natürlichen Aufeinanderfolge summiert.

$$S_a = 23^3 + \Sigma\, 28 \,.\, 23 + \frac{2}{3}\, \Sigma\, 28 \,.\, 23$$

$$S_c = 23^3 + \Sigma\,(28 \,.\, 23 + \Delta^2) + \frac{2}{3}\, \Sigma\, 28 \,.\, 23$$

$$S_b = \frac{\Sigma}{2}\, 28^2 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + \frac{2}{3}\, \Sigma\, 23^2$$

3. Es folgen aufeinander

a) V, VI, VII
b) IX, IXa, X

Nun sind die Summen der äußersten, der mittleren und der innersten Glieder biologisch gleich bezw. arithmetisch gleich.

$$\begin{array}{l} \text{V} \\ \text{VI} \\ \text{VII} \\ \\ \text{IX} \\ \text{IX a} \\ \text{X} \end{array} \qquad \text{V} + \text{X} = \text{VI} + \text{IX a} \mathrel{|\!\!=\!\!|} \text{VII} + \text{IX}$$

Es ist

$$\begin{aligned} \text{V} + \text{X} &= 23^3 + \frac{3}{2}\, 28^3 \\ \text{VI} + \text{IX a} &= 23^3 + \frac{3}{2}\, 28^3 \\ \text{VII} + \text{IX} &= 23 \,.\, 28^2 + \frac{3}{2}\, 23 \,.\, 28^2 \end{aligned}$$

Auch hier sind die ersten Summanden der Paare ebenso wie die zweiten nach ihrer natürlichen Reihenfolge geordnet. Es muß also ein — noch zu entdeckendes — Gesetz geben, das die natürliche Aufeinanderfolge der Anfälle enthält.*)

Daß diese natürliche Aufeinanderfolge für eine Summenregel wesentlich sein muß, hat uns noch ein anderes Beispiel gelehrt, wo die Alter bei den drei ersten (a, b, c) und den drei letzten (d, e, f) Gallensteinanfällen eines Patienten äquivalente Summen ergaben (Beispiel 36).

$$\begin{aligned} a + b + c &= \Sigma\,(28 \,.\, 23 - \Delta^2) + \frac{2}{3}\, \Sigma\, 28 \,.\, 23 \\ d + e + f &= \Sigma \,.\, 28^2 + \Delta^3 + \frac{2}{3}\, \Sigma\, 28 \,.\, 23 \end{aligned}$$

Aus dem Vergleich mit den Summen von je drei aufeinanderfolgenden Anfällen im vorigen Beispiel (35):

$$\begin{aligned} \text{II} + \text{III} + \text{IV} &= 23^3 + \Sigma\, 28 \,.\, 23 + \frac{2}{3}\, \Sigma\, 28 \,.\, 23 \\ \text{Diab.} + \text{Emb.} + \text{Tod} &= 23^3 + \Sigma\,(28 \,.\, 23 + \Delta^2) + \frac{2}{3}\, \Sigma\, 28 \,.\, 23 \end{aligned}$$

sieht man, wie typisch solche Summen von Anfallsaltern gebaut sind.

*) Wir haben hier die ersten Bausteine zusammengetragen. Vielleicht sind noch andere Quantitätsbeziehungen wichtig, die in folgenden Gleichungen gegeben sind:

$$\begin{aligned} 2 \,.\, \text{II} &= \text{V} + 28^3 \\ 2 \,.\, \text{Podagra} &= \text{III} + 28^3 - 28 \,.\, 23\, \Delta \\ \text{IX a} + \text{VIII} &= \text{Podagra} + 28^3 + 23^2\, \Delta \end{aligned}$$

Ein dritter Kranker (Beispiel 39) wies als Summe seiner letzten drei aufeinanderfolgenden Anfälle auf:

$$28^3 + 28\,(28^2 + \Delta^2) + \Sigma\, 28 \,.\, 23$$

Schon viel früher, bei Untersuchung der Laufalter von Geschwistern, hatten wir gesehen, daß die Zugehörigkeit zu einer bestimmten einfachen Summe nicht auf den Körper eines Individuums beschränkt ist. Auch geschwisterlich verwandtes Blut gehört zusammen.

Das lehrte uns aufs neue ein Fall von idiopathischer Gesichtsnervenlähmung bei zwei Geschwistern von nahezu 70 und 80 Jahren (ebenfalls Beispiel 39). Die Summe der Anfallsalter dieser Geschwister war $3 \,.\, 23 \,.\, 28^2$!

Wenn die Anfallsalter von Geschwistern zusammengehören, so müssen es auch ihre Lebensalter. Ist doch in ihnen nur der Termin der letzten Angst bestimmt.

Wir haben die Betrachtung der Lebensalter mit der Zusammenstellung einiger Daten begonnen, wie sie der bare Zufall aneinandergereiht hat.

Das Beispiel 42 *c* gibt vier Schlaganfalls-Alter. Dreimal sind die Kranken sofort gestorben. Die vierte Kranke hat sechs Tage später ihren Geist ausgehaucht.

Die Alter waren:

$$\begin{array}{ll}
(1) & 25 \,.\, 23^2 + 2 \,.\, 28^2 + 14 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
(2) & 23^3 + 2 \,.\, 28^2 + 14 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
(3) & 23^3 + 2 \,.\, 28^2 + 18 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
(4) & 23^3 + 2 \,.\, 28^2 + 10 \,.\, 28 \,.\, 23
\end{array}$$

Das zeigt, daß etwas Gemeinsames im Bau der Lebensalter sein müsse. So unterscheiden sich z. B.

$$(3) = \left.\begin{array}{c} 23^3 + 28 \,.\, 23^2 \\ -\,17 \,.\, 28^2 \end{array}\right\} + \frac{28^3}{2} + 28\,\Delta^2$$

$$(4) = \left.\begin{array}{c} 28^3 \\ -\,17 \,.\, 28^2 \end{array}\right\} + \frac{28^3}{2} + 23\,\Delta^2$$

nur um 1 E^3.

An (3) schloß sich (1) an mit der Formel:

$$\left.\begin{array}{c} \dfrac{28 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2}{2} + 23 \,.\, 28^2 \\ -\,17\,(28^2 + 23^2) \end{array}\right\} + \frac{28^3}{2} + 28\,\Delta^2$$

Es hatte (1) um $17 \,.\, 23^2 = \frac{2}{3}\, E^3$ weniger als (3)

Und (2) besaß denselben Kern wie (4), nur war ihm $23^3 - \frac{23 \,.\, 28^2}{2} = \frac{1}{2}\, E^3$ angefügt:

$$(2)\quad \left.\begin{array}{c} 28^3 \\ -\,17 \,.\, 28^2 \end{array}\right\} + \frac{28^3}{2} + 23^3 - \frac{23 \,.\, 28^2}{2}$$

Ein von mir beobachteter Kranker, dessen sechs Schlaganfälle wir im Beispiel (33) ausführlich analysiert hatten, lebte:

$$34 \,.\, 28 \,.\, 23 + \frac{28^3}{2} \qquad + \Sigma \Delta^2 - 2 \,.\, 28 \,.\, 23 \Delta$$

Dazu konnten wir Moltke ordnen mit:

$$17\,(28^2 + 28 \,.\, 23) + \frac{28 \,.\, 23^2}{2} - \Sigma \Delta^2 + \qquad 23^2 \Delta$$

Bismarck und Goethe lebten:

$$\text{Goethe: } 34 \,.\, 28 \,.\, 23 - \Sigma \Delta^2 + \boxed{\begin{matrix} 28^3 \\ -23^3 \end{matrix}} \quad - 2 \Delta^3$$

$$\text{Bismarck: } 34 \,.\, 28 \,.\, 23 + \Sigma \Delta^2 + \boxed{\begin{matrix} 28^3 \\ -28 \,.\, 23^2 \end{matrix}} + \quad \Delta^3$$

$$\text{Beethoven: } 28^3 - \Sigma \Delta^2 - \Delta^3$$

Wilhelm I. und Friedrich der Große:

$$\text{Wilhelm I.: } \Sigma \,.\, 23^2 \qquad - 17 \,.\, 28^2 + 23^3 + \frac{28 \,.\, 23^2}{2}$$

$$\text{Friedrich II.: } \Sigma\,(28 \,.\, 23 - \Delta^2) - 17 \,.\, 28^2 + 17 \,.\, 23^2$$

Diese und andere Lebensalter befestigten in uns die bereits früher gewonnene Anschauung, daß auch die Lebensalter nach denselben Bauprinzipien gefügt sein würden wie die Anfallsalter.

Bei der unübersehbaren Ernte, die der Tod an allen Tagen des Lebens hält, konnten wir indes erst dann erwarten, eine engere Gemeinsamkeit aufzufinden, wenn wir die Lebensalter desselben Blutes untersuchten.

Gleich die Lebensalter der ersten beiden Geschwister Charlotte und Wilhelm IV. von Oranien (Beispiel 43) unterschieden sich nur um $28^3 - 23^3$:

$$\text{Charlotte: } \qquad 34 \,.\, 28 \,.\, 23 + 2 \Sigma \Delta^2$$

$$\text{Wilhelm IV.: } 34 \,.\, 28 \,.\, 23 + 2 \Sigma \Delta^2 + \boxed{\begin{matrix} 23^3 \\ -28^3 \end{matrix}}$$

Ihr Bau aber war der analoge wie bei Bismarck und Goethe:

$$\text{Bismarck: } 34 \,.\, 28 \,.\, 23 + \Sigma \Delta^2 + \boxed{\begin{matrix} 28^3 \\ -28 \,.\, 23^2 \end{matrix}} + \quad \Delta^3$$

$$\text{Goethe: } 34 \,.\, 28 \,.\, 23 - \Sigma \Delta^2 + \boxed{\begin{matrix} 28^3 \\ -23^3 \end{matrix}} \quad - 2 \Delta^3$$

Solche Analogien hinderten uns, die Gemeinsamkeit des Baues ohne weiteres auf die Blutsverwandschaft zu beziehen. Und auch die sehr ähnliche Form des Lebensalters der Mutter jener beiden Geschwister:

$$17 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2 + \Sigma \Delta^2 - \Delta^3$$

konnte uns dazu nicht bestimmen.

Wir hatten früher z. B. bei den Laufaltern von Geschwistern und denen von Geschwisterkindern gesehen, daß die Summen der entsprechenden Alter einfache Werte geben.

Die Summe der Laufalter von sechs Geschwisterkindern betrug

$$3 \,.\, 28^2 + 23^2 + \frac{\Sigma}{2}\, 28^2$$

Die Summe der „Ersten Schritte-Alter" von fünf dieser Vettern — das sechste war unbekannt — war

$$3 \,.\, 28^2 + \frac{\Sigma}{2}\, 28^2$$

also um 1 E^2 weniger.

An dieser einfachen und vergleichbaren Summe erkannten wir das verwandte mütterliche Blut.

Und in der einfachen und vergleichbaren Summe fanden wir auch bei der Lebensdauer den festen Maßstab, der uns in der Formel die Zusammengehörigkeit geschwisterlichen Blutes bestimmen ließ.

Bei der Familie Wilhelm v. Humboldts (Beispiel 44) hatte die Summe der Lebenstage von Mutter und allen acht Kindern den einfachen Wert

$$\Sigma^3 + 23^3 + \Delta^3$$

Das sind 144943 Tage und die einzelnen Lebensdauern schwanken von 108 und 674 bis zu 31004 Tagen. Geweiß ein erstaunliches Ergebnis!

Aber aus dieser Generalsumme ließen sich einzelne Summen auslösen.

Die ersten fünf Kinder lebten:

$$\mathfrak{S}_1 = \Sigma^3 + \boxed{\begin{matrix} 23^3 \\ -28^3 \end{matrix}} - 17\,(28^2 + 28 \,.\, 23)$$

so daß auf den Rest der Kinder + der Mutter

$$\mathfrak{S}_2 = 28^3 + \Delta^3 \qquad + 17\,(28^2 + 28 \,.\, 23)$$

entfallen.

Auch diese beiden Untergruppen können noch gespalten werden.

Von der Summe der ersten fünf Kinder ($\mathfrak{S}_1$) lassen sich die ersten drei

$$a = \frac{\Sigma}{2}\, 28 \,.\, 23 + 23^3 + 23 \,.\, 28^2 + 17\, \Delta^2 - \Delta^3$$

auslösen, so daß für die folgenden zwei

$$b = \frac{\Sigma}{2}\, 28 \,.\, 23 + 23^3 + 23 \,.\, 28^2 - 17\, \Delta^2 + \Delta^3$$
$$+ 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 - 17\,(28^2 + 28 \,.\, 23)$$

übrig bleibt.

Von dem algebraischen Vorzeichen der Bindung abgesehen, hat b um $\frac{2}{3}\, E^3$ mehr als a [um $2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 - 17\,(28^2 + 28 \,.\, 23)$]

Und $\mathfrak{S}_2$ — die Lebenszeit der drei letzten Kinder und der Mutter — ließ sich in zwei weitere Teile zerlegen:

In die Summe der beiden kurzlebigen Kinder (c) mit $108 + 674 = 782$ Tagen Lebenszeit*) und in diejenige des letzten Kindes + der Mutter (d) mit $22530 + 23041 = 45571$ Tagen.

$$c = 28^3 + 23 \,.\, 28^2 - (28 + 23)\,(23^2 + \Delta^2) - 17 \,.\, 28 \,.\, 23$$
$$d = 23^3 + 17 \;\; 28^2 + (28 + 28)\,(23^2 + \Delta^2) - 17 \,.\, 28 \,.\, 23$$

Wieder abgesehen von der gegensätzlichen Bindung, hat d um $4\,E^3$ mehr und um $\frac{1}{3}\,E^3$ weniger als c.

Vergegenwärtigen wir uns noch einmal, daß

$$\mathfrak{S}_1 = \Sigma^3 + \boxed{\begin{array}{r} 23^3 \\ -28^3 \end{array}} - 17\,(28^2 + 28 \,.\, 23)$$

$$\mathfrak{S}_2 = 28^3 + \Delta^3 \qquad\qquad + 17\,(28^2 + 28 \,.\, 23)$$

Also $\mathfrak{S}_1 + \mathfrak{S}_2 = \Sigma^3 + 23^3 + \Delta^3$

daß ferner

$$\mathfrak{S}_1 = a + b$$

und

$$a = \frac{\Sigma}{2}\, 28 \,.\, 23 + 23^3 + 23 \,.\, 28^2 + 17 \,.\, \Delta^2 - \Delta^3$$
$$b = \frac{\Sigma}{2}\, 28 \,.\, 23 + 23^3 + 23 \,.\, 28^2 - 17 \,.\, \Delta^2 + \Delta^3$$
$$+ 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 - 17\,(28^2 + 28 \,.\, 23)$$

Und

$$\mathfrak{S}_2 = c + d$$

$$c = 28^3 + 23 \,.\, 28^2 - (28 + 23)\,(23^2 + \Delta^2) - 17 \,.\, 28 \,.\, 23$$
$$d = 23^3 + 17 \,.\, 28^2 + (28 + 28)\,(23^2 + \Delta^2) - 17 \,.\, 28 \,.\, 23$$

so werden wir in voller Würdigung der Homologie in den Teilsummen und der außerordentlichen Einfachheit der Gesamtsumme:

$$\text{Mutter} + \text{Kinder} = \Sigma^3 + 23^3 + \Delta^3$$

überzeugt sein, daß in der Beschaffenheit der Summe ein Kriterium für die Blutszusammengehörigkeit gegeben sein müsse; je einfacher die Gesamtsumme und je homologer die Teilsummen, desto wahrscheinlicher ist die Blutszusammengehörigkeit.

---

*) 782 bedeutet als zweidimensionale Größe 34 . 23

Und die Alter der Geschwister selbst waren

Theodor:

$$17.28^2+23.28^2 \quad + \boxed{\begin{array}{c}\frac{28}{2}(28^2+23^2)\\ -28^3\end{array}} + \boxed{\begin{array}{r}17.28.23\\ -17.23.28\end{array}} - 23\,\Delta^2$$

Adelheid:

$$17.28^3+23^3 \quad + \boxed{\begin{array}{c}23^3\\ -\frac{\Sigma}{2}\,28.23\end{array}} + \boxed{\begin{array}{r}17.28.23\\ -17.23.28\end{array}} - 23\,\Delta^2$$

Kurzlebige

Luise:

$$-17.28.23+\frac{28^3}{2} \quad + \boxed{\begin{array}{c}23^3\\ -\frac{\Sigma}{2}\,28.23\end{array}} + \boxed{\begin{array}{r}17.28^2\\ -17.23^2\end{array}}$$

Gustav:

$$-\frac{28^3}{2} \quad + \boxed{\begin{array}{c}\frac{\Sigma}{2}\,28.23\\ -23^3\end{array}} + \boxed{\begin{array}{r}17.23^2\\ -17.28^2\end{array}} + \boxed{\begin{array}{r}2.23.28^2\\ -2.23^3\end{array}}$$

Wilhelm:

$$\left.\begin{array}{r}23^3+23.28^2\\ -17(28^2+28.23)\end{array}\right\} + \boxed{\begin{array}{c}\frac{\Sigma}{2}\,28^2\\ -28^3\end{array}} + \boxed{\begin{array}{r}17.28.23\\ -17.23.28\end{array}} - 23\,\Delta^2$$

Caroline:

$$17.28^2 \quad + \boxed{\begin{array}{c}\frac{\Sigma}{2}\,28.23\\ -28.23^2\end{array}} + \boxed{\begin{array}{r}17.28.23\\ -17.23^2\end{array}} - 23\,\Delta^2$$

Gabriele:

$$2.28.23^2 \quad + \boxed{\begin{array}{r}23.28.23\\ -28.23^2\end{array}} + \boxed{\begin{array}{r}17.28.23\\ -17.23^2\end{array}} - 23\,\Delta^2$$

Herrmann:

$$17.23^2+28.23^2 + \boxed{\begin{array}{r}23.28.23\\ -28.23^2\end{array}} + \boxed{\begin{array}{r}17.28.23\\ -17.23.28\end{array}} - \Sigma\,\Delta^2$$

Die Homologie der langlebigen Geschwister leuchtet ohne weiteres ein:

Theodor:

$$17 \cdot 28^2 + 23 \cdot 28^2 + \boxed{\begin{array}{c}\frac{28}{2}(28^2+23^2)\\ -28^3\end{array}} \qquad - 23\,\Delta^2$$

Adelheid:

$$17 \cdot 28^2 + 23^3 + \boxed{\begin{array}{c}23^3\\ -\frac{\Sigma}{2}28 \cdot 23\end{array}} \qquad - 23\,\Delta^2$$

Herrmann:

$$17 \cdot 23^2 + 28 \cdot 23^2 \qquad - \Sigma\,\Delta^2$$

Caroline:

$$17 \cdot 28^2 + \boxed{\begin{array}{c}\frac{\Sigma}{2}28 \cdot 23\\ -28 \cdot 23^2\end{array}} + \boxed{\begin{array}{c}17 \cdot 28 \cdot 23\\ -17 \cdot 23^2\end{array}} - 23\,\Delta^2$$

Gabriele:

$$2 \cdot 28 \cdot 23^2 + \boxed{\begin{array}{c}17 \cdot 28 \cdot 23\\ -17 \cdot 23^2\end{array}} - 23\,\Delta^2$$

Wilhelm:

$$\left.\begin{array}{l}23^3 + 23 \cdot 28^2\\ -17(28^2 + 28 \cdot 23)\end{array}\right\} + \boxed{\begin{array}{c}\frac{\Sigma}{2}28^2\\ -28^3\end{array}} \qquad - 23\,\Delta^2$$

Auch der neunjährige Wilhelm verleugnet die Homologie seines Lebensalters so wenig wie seine 106 und 674 Tage alten Geschwister Luise und Gustav.

Aber während Wilhelms Alter in der dritten Dimension noch einen positiven biologischen Wert gab, werden Luise und Gustav negativ:

Luise:

$$-17 \cdot 28 \cdot 23 + \frac{28^3}{2} + \boxed{\begin{array}{c}23^3\\ -\frac{\Sigma}{2}28 \cdot 23\end{array}} + \boxed{\begin{array}{c}17 \cdot 28^2\\ -17 \cdot 23^2\end{array}}$$

Gustav:

$$-\frac{28^3}{2} + \boxed{\begin{array}{c}\frac{\Sigma}{2}28 \cdot 23\\ -23^3\end{array}} + \boxed{\begin{array}{c}17 \cdot 23^2\\ -17 \cdot 28^2\end{array}} + \boxed{\begin{array}{c}2 \cdot 23 \cdot 28^2\\ -2 \cdot 23^3\end{array}}$$

Wir haben deshalb in Anlehnung an frühere Ergebnisse (vgl. Beispiel 21) versucht, die kurzen Alter als Größen zweiter Dimension auszudrücken.

Da wäre:

Luise: $\left.\begin{matrix} 17\,(28 + 23) \\ -28^2 \end{matrix}\right\} + \Delta^2$

Gustav: $\left.\begin{matrix} 34 \,.\, 28 \\ -23 \,.\, 28 \end{matrix}\right\} - \Delta^2 + 17 \,.\, 23$

Wilhelm: $\left.\begin{matrix} 34 \,.\, 28 \\ -28^2 \end{matrix}\right\} - \Delta^2 + 28 \,.\, 23 + \Sigma^2$

Das sind positive Werte von durchaus befriedigender Analogie. Daß der Dimensionsunterschied aus der Natur genommen und nicht bloß konstruiert ist, sieht man an dem typischen Bau von Lebensaltern nicht Blutsverwandter, wie z. B. (vgl. S. 188).

Kurzes Alter:

669 Tage $\left.\begin{matrix} 23^2 + 28^2 \\ -28 \,.\, 23 \end{matrix}\right\} = 23^2 + 28\ \Delta$

Längeres Alter:

16087 Tage (ca. 44 Jahre) $\left.\begin{matrix} 23^3 + 28^3 \\ -23 \,.\, 28^2 \end{matrix}\right\} = 23^3 + 28^2\,\Delta$

Die Alter sind — bis auf den Dimensionsunterschied — gleich.

Die Mutter Humboldts (Caroline geb. v. Dachröden) lebt:

$$17 \,.\, 23^2 + 23^3 + \frac{28 \,.\, 23^2}{2} + \boxed{\begin{matrix} \frac{28}{2}(28^2 + 23^2) \\ -28^3 \end{matrix}} + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 23^2 \\ -17 \,.\, 28 \,.\, 23 \end{matrix}}$$

Zum Homologienachweis sei das Alter ihres Sohnes Theodor gegeben:

Theodor:

$$17 \,.\, 28^2 + 23 \,.\, 28^2 + \boxed{\begin{matrix} \frac{28}{2}(28^2 + 23^2) \\ -28^3 \end{matrix}} + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ -17 \,.\, 23 \,.\, 28 \end{matrix}} - 23\,\Delta^2$$

Es läßt sich die Lebensformel der Mutter noch in einen kürzeren Ausdruck bringen, in der sie mit Bismarcks Formel homolog wird.

$$\text{Caroline v. Humboldt (Mutter)} = 23\,\Sigma\,(34 - \Delta) - \frac{28^3}{2}$$

$$\text{Bismarck} = 28\,\Sigma\,(34 - \Delta) - \frac{28^3}{2}$$

Daß hier kein Zufall vorliegt, zeigt die Tatsache, daß Carolinens neunjährig verstorbener Sohn Wilhelm genau um $\frac{3}{2}\,23 \,.\, 28^2$ Tage weniweniger als Bismarck gelebt hat.

*

Die folgende Familie, deren Lebenszeiten wir analysierten, waren die neun Kinder der Königin Luise von Preußen: Friedrich Wilhelm IV., Wilhelm I., deutscher Kaiser, u. s. f. (Beispiel 45).

Die Summe der Lebenszeiten von Mutter und Kindern betrug hier

$$7 \,.\, 28^3 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2$$

$$= (\Sigma + \Delta)^3 + \Sigma\,(23^2 - \Delta^2)$$

Gewiß ein einfacher Wert.

Wem diese zweigliedrige Summe noch zu kompliziert erscheint, der beachte, daß das erste Glied dieser Summe $(2 \,.\, 28)^3$ ist und daß das zweite Glied $\Sigma\,(23^2 - \Delta^2)$ sich in der Summe der Lebenszeiten von den drei ersten Kindern $\left(S_1^3\right)$ und in derjenigen der folgenden vier Kinder $\left(S_4^7\right)$ wiederholt:

$$S_1^3 = 3 \,.\, 23 \,.\, 28^2 \qquad + \Sigma\,(23^2 - \Delta^2)$$

$$S_4^7 = \left.\begin{matrix} 2 \,.\, 23^3 + 28^3 \\ -\,17 \,.\, 23^2 \end{matrix}\right\} + \Sigma\,(23^2 - \Delta^2)$$

Die Summe der letzten beiden Kinder betrug:

$$S_8^9 = 28^3 + \frac{28 \,.\, 23^2}{2} + 23\,(28 \,.\, 23 - \Delta^2) + \frac{\Sigma}{3}\,28\,\Delta$$

also genau die biologische Hälfte von S_1^3.

Wie nahe verwandt lange und kurze Lebensalter sind, lehrt ein Blick auf die Lebensalter der beiden aufeinanderfolgenden Geschwister:

Friedrike Auguste = 167 Tage
und Karl = 29791 Tage.

Es ist $167 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 = 29791$

Karl lebt also *einfach* um $2 \,.\, 28 \,.\, 23^2$ *länger* als Friedrike Auguste. Und der letzte Bruder Albrecht wurde alt

$$2 \,.\, 23^3 - (28^2 + 23^2) \text{ Tage.}$$

Die Homologie der einzelnen Lebensalter dieser Familie scheint am deutlichsten durch folgende Formeln gegeben zu werden:

Mutter:

$$\text{Luise von Preußen} = \left.\begin{array}{l}\frac{\Sigma}{2}\,28\,.\,23 + 28\,(23^2 \quad - \Delta^2) \\ \qquad\quad - 34\,.\,23^2\end{array}\right\}$$

Kinder:

$$\text{Alexandrine} = \left.\begin{array}{l}\frac{\Sigma}{2}\,28\,.\,23 + 23\,(28\,.\,23 + \Delta^2) \\ \qquad\quad - 34\,.\,28\,.\,23\end{array}\right\} + 28\,(28^2 + \Delta^2)$$

$$\text{Karl} = \left.\begin{array}{l}\frac{\Sigma}{2}\,28^2 \quad + 23\,(28\,.\,23 - \Delta^2) \\ \qquad\quad - 34\,.\,28^2\end{array}\right\} + \frac{3}{2}\,28\,.\,23^2$$

$$\text{Friedrike Auguste} = \left.\begin{array}{l}\frac{\Sigma}{2}\,28^2 \quad + 23\,(28\,.\,23 - \Delta^2) \\ \qquad\quad - 34\,.\,28^3\end{array}\right\} - \frac{28\,.\,23^2}{2}$$

Bei diesen vier Lebensaltern ist an den homologen Kern

$$\left.\begin{array}{l}\frac{\Sigma}{2}\,E^2 + E\,(E^2 \pm \Delta^2) \\ \qquad - \frac{4}{3}\,\Sigma E^2\end{array}\right\}$$

angefügt:

$$1, \text{ bezw. } \frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\,E^3$$

Bei den folgenden Altern ist die gebrochene Form des ersten Gliedes $\frac{\Sigma}{2}E^2$ durch die ungebrochene ersetzt; bei zweien (Friedrich Ferdinand und Albrecht) ist der Abzug $\frac{4}{3}\Sigma E^2$ verdoppelt, bei zweien (Wilhelm I. und Friedrike Luise) halbiert.

$$\text{Luise Auguste} = \left.\begin{array}{l}28\,(28^2 - \Delta^2) + 23\,(28\,.\,23 - \Delta^2) \\ \qquad - 17\,(23^2 + 28\,.\,23)\end{array}\right\} + \frac{28\,.\,23^2}{2}$$

$$\text{Friedrich Ferdinand} = \left.\begin{array}{l}23\,(28^2 - \Delta^2) + \Sigma\,(28\,.\,23 - \Delta^2) \\ \qquad - 34\,(28^2 + 28\,.\,23)\end{array}\right\}$$

$$\text{Albrecht} = \left.\begin{array}{l}28\,(28^2 + \Delta^2) + \Sigma\,23^2 \\ \qquad - 34\,(28^2 + 23^2)\end{array}\right\} + 23\,.\,28^2$$

Man beachte, daß Friedrich Ferdinand 474, Albrecht 23021 Tage gelebt hat.

$$\text{Friedrich Wilhelm IV.} = \left.\begin{array}{l}28\,(23^2+\Delta^2)+\Sigma\,(23^2 \qquad +\Delta^2)\\ \qquad\qquad -34\,.\,23^2\end{array}\right\} + \boxed{\begin{array}{c}\dfrac{23\,.\,28^2}{2}\\ -\dfrac{28^3}{2}\end{array}}$$

$$\text{Wilhelm I.} = \left.\begin{array}{l}23\,.\,23^2 \qquad +\Sigma\,23^2\\ \qquad\qquad -17\,.\,28^2\end{array}\right\} + \frac{28\,.\,23^2}{2}$$

$$\text{Friedrike Luise} = \left.\begin{array}{l}28\,(28^2+\Delta^2)+23\,(28\,.\,23+\Delta^2)\\ \qquad\qquad -17\,(28^2+23\,\Delta)\end{array}\right\}$$

Vielleicht sollte man Luise Auguste und Friedrich Wilhelm IV. näher zusammenstellen:

$$\text{Luise Auguste} \quad \left.\begin{array}{l}28\,(28^2-\Delta^2)+23\,(28\,.\,23-\Delta^2)\\ \qquad -17\,(28^2+28\,.\,23)\end{array}\right\} + \frac{28\,.\,23^2}{2}$$

$$\text{Friedrich Wilhelm IV.} \quad \left.\begin{array}{l}28\,(23^2+\Delta^2)+\Sigma\,(23^2 \qquad +\Delta^2)\\ \qquad -34\,.\,23^2\end{array}\right\} + \boxed{\begin{array}{c}\dfrac{23\,.\,28^2}{2}\\ -\dfrac{28^3}{2}\end{array}}$$

Bei Friedrich Wilhelm IV. ist das zweite Glied des Kerns $\Sigma\,(23^2+\Delta^2)$ biologisch verdoppelt gegen Luise Auguste $23\,(28\,.\,23-\Delta^2)$. Freilich ist dann bei dem Bruder noch $\frac{1}{2}E^2\left(\frac{28^3}{2}\right)$ abgezogen.

Ein ähnliches Verhältnis liegt bei Wilhelm I. und Friedrike Luise vor, nur daß bei Wilhelm I. noch $\frac{1}{2}E^3$ hinzugefügt ist.

$$\text{Friedrike Luise} \quad \left.\begin{array}{l}28\,(28^2+\Delta^2)+23\,(28\,.\,23+\Delta^2)\\ \qquad -17\,(28^2+23\,\Delta)\,^{*)}\end{array}\right\}$$

$$\text{Wilhelm I.} \quad \left.\begin{array}{l}23\,.\,23^2+\Sigma\,23^2\\ \qquad -17\,.\,28^2\end{array}\right\} + \frac{28\,.\,23^2}{2}$$

Die Homologie im Bau der Lebensalter, deren Länge von 167 bis zu 33224 Tagen (ca. 91 Jahren!) schwankt, ist wohl deutlich geworden.

* * *

---

*) $-17\,.\,23\,\Delta = \boxed{\begin{array}{l}17\,.\,23^2\\ -17\,.\,28\,.\,23\end{array}}$

Nach den Kindern von Friedrich Wilhelm III. und der Königin Luise haben wir das Geschlecht der Eltern selbst untersucht (Beispiel 46 und 47).

Königin Luise hatte neun Geschwister (Beispiel 46). Ihre Mutter starb zwei Tage nach der Geburt der jüngsten Tochter, die selber nur einen Tag alt wurde. Das Geschlecht ist also sicher unvollständig. Trotzdem ließ sich leicht zeigen, daß die Lebenszeiten von Mutter und den zehn Kindern einer einfachen Summe zustreben.

Teilten wir die elf Lebensalter in zwei möglichst symmetrische Teile

$\mathfrak{S}_1 =$ der Summe der ersten sechs Alter,

$\mathfrak{S}_2 =$ der Summe der folgenden vier Alter und dem der Mutter,

so war:

$$\mathfrak{S}_1 = \Sigma\, 28 \,.\, 23 + 28\,(23 \,.\, 28 - \Delta^2) + 23\,(23^2 \quad + \Delta^2) - \frac{28 \,.\, 23^2}{2}$$
$$\mathfrak{S}_2 = \Sigma\, 28 \,.\, 23 + 28\,(23 \,.\, 28 - \Delta^2) + 23\,(23 \,.\, 28 - \Delta^2)$$

Abgesehen von den $\frac{1}{2} E^3 = \frac{28 \,.\, 23^2}{2}$, um die $\mathfrak{S}_1$ kleiner ist als $\mathfrak{S}_2$, sind die ersten beiden Glieder der beiden Teilsummen $\mathfrak{S}_1$ und $\mathfrak{S}_2$ völlig gleich und die dritten Glieder unterscheiden sich nur im Argument, das

$$\begin{array}{ll} \text{in } \mathfrak{S}_1: & 23^2 \quad + \Delta^2 \\ \text{in } \mathfrak{S}_2: & 28 \,.\, 23 - \Delta^2 \end{array}$$

lautet.

Beide Teilsummen streben also einem einfachen homolog gebauten Wert zu.

Man kann aber die Homologie der Summe noch an kleineren Summengruppen nachweisen.

Es sind:

$$\alpha = S_1^2 = \quad 17\,(23^2 + 28 \,.\, 23) + \quad 23 \,.\, 28^2 + \boxed{\begin{array}{r} 2 \,.\, 23^3 \\ -\, 2 \,.\, 28^3 \end{array}}$$
$$\beta = S_3^5 = \quad 17\,(23^2 + 28 \,.\, 23) \qquad\qquad\qquad + \boxed{\begin{array}{r} 28^3 \\ -\, 23 \,.\, 28^2 \end{array}} + 28\,\Delta^2$$
$$\gamma = S_6^8 = \quad 17\,(23^2 + 28 \,.\, 23) + 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + \frac{\Sigma}{2}\, 28 \,.\, 23 \quad - 28\,\Delta^2$$
$$\delta = S_9^{10} = -\, 17\,(23^2 + 28^2) \quad + \quad \frac{28 \,.\, 23^2}{2} + \frac{\Sigma}{2}\, 28 \,.\, 23 \quad - 28\,\Delta^2$$

Und ein Blick auf diese Zusammenstellung lehrt weiter, daß auch $\alpha + \beta + \gamma = S_1^8$ eine einfache Summe geben müssen. In der Tat ist

$$S_1^8 = 3\,\Sigma\left(23^2 + \frac{28 \,.\, 23}{2}\right) - 28^3$$

Will man noch einen weiteren Beweis für die typische Beschaffenheit der Summengruppen haben, so kann man ihn darin finden, daß eine langlebige Schwester (7) mit 23129 Tagen ihren kurzlebigen Bruder (9) mit 806 Tagen gerade um den biologischen Wert einer solchen Summengruppe $\alpha = S_1^2$ überlebt:

$$(9) + \alpha \;+ \Delta\, 28^2 = (7)$$

oder, was dasselbe ist:

$$(9) + S_1^2 + \Delta\, 28^2 = (7)$$

Die Summengruppe $S_1^2 = \alpha$ hat also eine natürliche Bedeutung; und die anderen Summengruppen sind ihr homolog.

Die einzelnen Lebensalter aber ließen sich so ausdrücken:

A. Die kurzlebigen:

$$(2) = 694 = \left.\begin{matrix} 28\,(23^2 \;+ 28^2) \qquad + \frac{28}{2}(23 \,.\, 28 + \Delta^2) \\ - 17\,(28^2 + 23^2 + 28 \,.\, 23) \end{matrix}\right\} - 23^3$$

$$(3) = 443 = \left.\begin{matrix} 28\,(23 \,.\, 28 + 28^2) \qquad + \frac{28}{2}(23^2 \;- \Delta^2) \\ - 17\,(28^2 + 23^2 + 28 \,.\, 23) \end{matrix}\right\} - 17 \,.\, 28^2$$

$$(9) = 806 = \left.\begin{matrix} 23\,(23 \,.\, 28 + 28 \,.\, 23 - \Delta^2) + \frac{28}{2}(23^2) \\ - 17 \,.\, 23^2 - 34 \,.\, 28^2 \end{matrix}\right\}$$

$$(10) = \;\; 1 = \left.\begin{matrix} 23\,(23 \,.\, 28 + 28 \,.\, 23 + \Delta^2) + \frac{28}{2}(23^2) \\ - 17 \,.\, 28 \,.\, 23 - 34 \,.\, 28^2 \end{matrix}\right\}$$

$$(5) = \;65 = \left.\begin{matrix} 28\,(23 \,.\, 28 - \Delta^2) \qquad + \frac{28}{2}(23^2 + 28^2) \\ - 17 \,.\, 23^2 - 34 \,.\, 28^2 \end{matrix}\right\}$$

(2) und (3) unterscheiden sich immer — von der biologischen Vertauschung abgesehen — nur durch den Abzug, der bei (2) : $1\,E^3$, bei (3) : $\frac{2}{3}\,E^3$ beträgt. Bei (9) ist er $0\,E^3$. Das Δ^2 steht im Argument des ersten Summanden.

Ferner

$$(10) \;\models\!\!\dashv\; (9)$$

Denn es ist

$$(10) + \boxed{\begin{matrix} 7 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ -7 \,.\, 23^2 \end{matrix}} = (9)$$

oder

$$(10) + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ -17 \,.\, 23^2 \end{matrix}} - 2 \,.\, 23\,\Delta^2 = (9)$$

In (5) ist der erste Summandus halbiert, der zweite verdoppelt.

B. Die langen Lebensalter sind:

(1) (4) (6) (7) (8)

Des Vergleiches wegen schreiben wir sie in folgender Reihe:

$$(1) = 17709 = \quad 2 \,.\, 23 \,.\, 28^2 \qquad + \quad 28^3 - 17 \,.\, 28^2$$
$$- 17 \,.\, 23^2 - 34 \,.\, 23^2$$

$$(8) = 29610 = \quad 28\,(23^2 + \Delta^2) + \frac{\Sigma}{2}\, 28 \,.\, 23 + 28\,(28^2) + 17 \,.\, 23 \,.\, 28$$
$$- 17 \,.\, 28^2 - 34 \,.\, 28 \,.\, 23$$

$$(6) = 12548 = \quad 28\,(23^2 - \Delta^2) + \frac{\Sigma}{2}\, 28 \,.\, 23 \qquad + 17 \,.\, 23 \,.\, 28$$
$$- 17 \,.\, 28 \,.\, 23 - 34 \,.\, 23^2$$

$$(7) = 23129 = \quad 28\,(23^2 - \Delta^2) + \frac{\Sigma}{2}\, 28 \,.\, 23 \qquad + 23\,(23^2 + 28^2)$$
$$- 17 \,.\, 28 \,.\, 23 - 34 \,.\, 28^2$$

$$(4) = 24053 = \quad 23\,(23 \,.\, 28 + \Delta^2) + \frac{28}{2}\,(23 \,.\, 28 - \Delta^2) \qquad + \Sigma\, 28 \,.\, 23$$
$$- 17 \,.\, 28 \,.\, 23 - 34 \,.\, 23 \,.\, 28$$

(4) und (7) unterscheiden sich dadurch, daß der zweite Summand in (4) $\frac{1}{2}\, E^3$, in (7) $\frac{2}{2}\, E^3$ beträgt.

(7) ist mit (6) und (8) in den ersten beiden Summanden völlig homolog. Der dritte beträgt bei (6): $\frac{2}{3}\, E^3$, bei (8): $\left(1 + \frac{2}{3}\right) E^3$, bei (7): $2\, E^3$ und bei (1) ist er $\left(1 - \frac{2}{3}\right) E^3$.

Stellt man (1) mit 17709 Tagen neben (3) mit 433 Tagen:

$$(1) = \left.\begin{array}{l} \quad 2 \cdot 23 \cdot 28^2 \\ - 17 \cdot 23^2 - 34 \cdot 23^2 \end{array}\right\} + 28^3 - 17 \cdot 28^2$$

$$(3) = \left.\begin{array}{l} \quad 23 \cdot 28^2 + \frac{28}{2}(23^2 - \Delta^2) \\ - 17\,(23^2 + 28^2 + 28 \cdot 23) \end{array}\right\} + 28^3 - 17 \cdot 28^2$$

so erkennt man, daß auch die langlebigen in der Form mit den kurzlebigen vergleichbar sind.

Zwei von den kurzlebigen Altern (2) und (3) haben in der dritten Dimension einen negativen Wert. Sie lassen sich als Größen zweiter Dimension darstellen:

$$(2) = \quad 28 \cdot 23 + 2\,\Delta^2$$

$$(3) = \left.\begin{array}{r} 28^2 \\ - 17 \cdot 23 \end{array}\right\} + 2\,\Delta^2$$

Auch hier erweisen sie sich als untereinander homolog gebaut.

Die Alter von Vater und Mutter haben sich als zur selben Form wie die der Kinder gehörig erwiesen:

$$\text{Mutter:}\; \left.\begin{array}{l} 23\,(23^2 + \Delta^2) + 23\,(28 \cdot 23 + \Delta^2) \\ \quad - 17 \cdot 28 \cdot 23 - 34 \cdot 28^2 \end{array}\right\} + \frac{28}{2}(28^2 + \Delta^2) + \frac{23 \cdot 28^2}{2}$$

$$\text{Vater:}\; \left.\begin{array}{l} 28\,(23^2 + \Delta^2) + 23\,(28 \cdot 23 - \Delta^2) \\ \quad - 17\,(23^2 + 28^2 + 28 \cdot 23) \end{array}\right\} + \frac{\Sigma}{2}\,28^2 + 17 \cdot 23 \cdot 28$$

* * *

Friedrich Wilhelm III. von Preußen (Beispiel 47) hatte acht Geschwister Eines davon war totgeboren. Für die Lebenszeit zählen also nur sieben Geschwister.

Ihre Summe mit dem Leben der Mutter zusammer beträgt:

$$3\,(23^3 + 28^3) + 2 \cdot 23 \cdot 28^2 + 17 \cdot 23^2$$

Wiederum ein einfacher Wert, obwohl der totgeborene Prinz mit der Lebenszeit 0 Tage für die Summe ein Fragezeichen bildet. Es ist nicht bekannt, ob er nicht durch äußere Ursachen unter der Geburt gestorben ist.

Die sieben Geschwister allein haben insgesamt 7 E^3 gelebt, nämlich:

$$2\,\Sigma\,28^2 + 28 \cdot 23^2 + 17\,(28^2 + 23^2 + 28 \cdot 23) - \Delta^3$$

Die Geschwister mit Ausnahme der ersten [also (2) (3) (4) (5) (6) (7)] lassen sich in zwei Summengruppen teilen:

$$\mathfrak{S}_1 = (3) + (4) + (5) = \quad \Sigma(28^2 + 23^2) - 17 \,.\, 28^2$$
$$\mathfrak{S}_2 = (2) + (6) + (7) = \left(\Sigma - \frac{28}{4}\right)(28^2 + 23^2) - 17 \,.\, 23^2$$

Das sind zwei analoge Teilsummengruppen. Fügt man zu $\mathfrak{S}_2$ noch (1) hinzu, so hat man $\mathfrak{S}_3 = (1) + (2) + (6) + (7)$

$$= \Sigma\, 28^2 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 - 17 \,.\, 28^2 + 17 \,.\, 23^2 + \frac{23 \,.\, 28^2}{2}$$

Es ist dann die Summe aller Lebensalter der sieben Geschwister in zwei Gruppen geteilt, von denen $\mathfrak{S}_1$ die auch sonst noch zusammengehörigen drei Alter (3) (4((5) umfaßt, und $\mathfrak{S}_3$ alle übrigen Alter.

$$\mathfrak{S}_1 = \Sigma \,.\, 28^2 + 23^3 + 28 \,.\, 23^2 - 17 \,.\, 28^2$$
$$\mathfrak{S}_3 = \Sigma \,.\, 28^2 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \quad - 17 \,.\, 28^2 + 17 \,.\, 23^2 + \frac{23 \,.\, 28^2}{2}$$

$\mathfrak{S}_3$ enthält $\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right) E^3$ mehr als $\mathfrak{S}_1$.

Im übrigen zeigt sich die völlige Homologie im Bau der beiden Teilsummen.

Die einzelnen Alter der Geschwister sind:

$$(1) = \quad 2 \,.\, 28\,(23^2 - \Delta^2) + \quad 2 \,.\, 23^3 \quad - \frac{3}{2}\, 23 \,.\, 28^2$$

$$(3) = \quad \Sigma\,(28 \,.\, 23 - \Delta^2) \quad - 17 \,.\, 28 \,.\, 23 \quad - \quad 23^3$$

$$(4) = \quad \Sigma\,(28 \,.\, 23 - \Delta^2) + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 28^2 \\ -\,17 \,.\, 28 \,.\, 23 \end{matrix}} - \frac{28^3}{2}$$

$$(5) = \quad \Sigma\,(28 \,.\, 23 - \Delta^2) + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 23^2 \\ -\,17 \,.\, 28 \,.\, 23 \end{matrix}} - \frac{28 \,.\, 23^2}{2}$$

$$(6) = \quad \left(23 + \frac{28}{2}\right)(23^2 + \Delta^2) + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 23^2 \\ -\,17 \,.\, 28^2 \end{matrix}} + \frac{28 \,.\, 23^2}{2}$$

$$(7) = 23^3 + \frac{28^3}{4} + \frac{28}{4}\,(28^2 - \Delta^2) + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ -\,17 \,.\, 23^2 \end{matrix}}$$

$$(2) = \quad \frac{28}{4}\,(28^2 - \Delta^2) + \boxed{\begin{matrix} 17 \,.\, 28^2 \\ -\,17 \,.\, 28 \,.\, 23 \end{matrix}} - \frac{28 \,.\, 23^2}{2}$$

Von diesen Altern schließen sich (3) (4) (5), die wir oben zur Summe $\mathfrak{S}_1$ zusammengefaßt hatten, am nächsten aneinander.

$$(3) = \Sigma\,(28\,.\,23 - \Delta^2) + \boxed{\begin{array}{r} 17.23.28 \\ -\,17.28.23 \end{array}} - (23^3 + 17.28.23)$$

$$(4) = \Sigma\,(28\,.\,23 - \Delta^2) + \boxed{\begin{array}{r} 17.28^2 \\ -\,17.28.23 \end{array}} - \frac{28^3}{2}$$

$$(5) = \Sigma\,(28\,.\,23 - \Delta^2) + \boxed{\begin{array}{r} 17.23^2 \\ -\,17.28.23 \end{array}} - \frac{28.23^2}{2}$$

Es ist (4) $\vDash\!\dashv$ (5).

Und in (3) beträgt der Abzug nicht wie bei (4) und (5) nur $\frac{1}{2}\,E^3$, sondern $\left(1 + \frac{2}{3}\right) E^3$.

An (4) und (5) schließt sich (1) an.

$$(1) = 2\,.\,28\,(23^2 - \Delta^2) + 2\,.\,23^3 - \frac{3}{2}\,28\,.\,23^2$$

Das erste Glied in (1) und (5) ist homolog:

$$\begin{array}{l} (1) = 2.28\,(\;23^2\; - \Delta^2) \\ (5) = \;\;\Sigma\;\;(28.23 - \Delta^2) \end{array}$$

Das zweite Glied dürfte in (1) zu ergänzen sein als $\boxed{\begin{array}{r} 17.23.28 \\ -\,17.28.23 \end{array}}$

Und das dritte Glied ist

$$\text{in } (5) = -\frac{1}{2}\,E^3$$

$$\text{in } (1) = +\frac{1}{2}\,E^3$$

(6) enthält um $\frac{1}{2}E^3$ weniger als (1).

$$(6) = \left(23 + \frac{28}{2}\right)(23^2 + \Delta^2) + \boxed{\begin{array}{r} 17\,.\,23^2 \\ -\,17\,.\,28^2 \end{array}} + \frac{28\,.\,23^2}{2}$$

$$(1) = \quad 2\,.\,28\;\;(23^2 - \Delta^2) - 2\,.\,23\,\Sigma\,\Delta \;\; + \frac{23\,.\,28^2}{2}$$

(7) ist noch um $\frac{1}{2}\,E^3 = \frac{28\,.\,23^2}{2}$ geringer als (6).

$$(7) = 23^3 + \frac{28^3}{4} + \frac{28}{4}\,(28^2 - \Delta^2) + \boxed{\begin{array}{r} 17.28.23 \\ -\,17\,.\,23^2 \end{array}}$$

$$(6) = \quad \left(23 + \frac{28}{2}\right) \quad (23^2 + \Delta^2) + \boxed{\begin{array}{r} 17\,.\,23^2 \\ -\,17\,.\,28^2 \end{array}} + \frac{28\,.\,23^2}{2}$$

Und (2) schließt sich an (7) an:

$$(2) = \frac{28}{4}(28^2 - \Delta^2) + \boxed{\begin{array}{l} 17 . 28^2 \\ -17 . 28 . 23 \end{array}} - \frac{28 . 23^2}{2}$$

$$(7) = 23^3 + \frac{28^3}{4} + \frac{28}{4}(28^2 - \Delta^2) + \boxed{\begin{array}{l} 17 . 28 . 23 \\ -17 . 23^2 \end{array}}$$

Es enthält (2) um $\frac{7}{4} E^3$ weniger als (7).

Im Alter der Mutter:

$$(\Sigma + 28)(23^2 + \Delta^2) - 17(28^2 + 28 . 23)$$

ist das erste Glied die biologische Verdoppelung von

$$(6) = \left(23 + \frac{28}{2}\right)(23^2 + \Delta^2) + \boxed{\begin{array}{l} 17 . 23^2 \\ -17 . 28^2 \end{array}} + \frac{28 . 23^2}{2}$$

Im übrigen ist bei der Mutter $\left(\frac{4}{3} + \frac{1}{2}\right) E^3$ gegen (6) abgezogen.

Auch hier haben wir wieder gesehen, wie die Lebensalter derselben Mutterschaft im Bau völlig homolog sind und sich nur durch determinierte Teile von Einheiten dritter Dimension unterscheiden.

Aber noch weiter haben wir erkannt, daß auch die Summen der Lebensalter einfach gebaut sind; daß die Gesamtsumme sich aus Teilsummen zusammensetzt, die wiederum völlig homologe Konstruktion besitzen. Das alles ist natürlich nur möglich, wenn wirklich eine innere Zusammengehörigkeit die Lebensalter desselben mütterlichen Blutes miteinander verbindet.

* * *

Wir haben unsere Untersuchung auch über das Tier- und Pflanzenreich ausgedehnt. Sind in den 23 und 28 Tagen wirklich die beiden spezifischen Werte gegeben, so müssen sie sich dort in eben derselben Weise wiederfinden wie beim Menschen.

Bereits das Cliviabeispiel auf S. 9 hat uns gelehrt, daß bei der Pflanze sich die 23 und 28 in ganz frappanter Art aufzeigen lassen. Und Stichproben beim Tier haben dasselbe ergeben.

Hier eine für viele (vgl. S. 252, Beispiel $64a$):

Die Stute Aar

war rossig und wurde gedeckt	24. April	1896	14 . 23
fohlte	12. März	1897	6 . 28
war lahm	27. August	1897	23
" "	19. September	1897	23
" "	12. Oktober	1897	

Aber es galt tiefer in den Kern der Gesetzmäßigkeit einzudringen. Und zu diesem Zweck wurden die jährlichen Knospen-, Blüte- und Blütenabfallszeiten mehrerer Clivien untersucht (Beispiel 69).

Bezeichneten wir die Jahresintervalle der Knospung bei der großen Clivia mit

$$K_1,\ K_2,\ K_3 \ldots.$$

diejenigen der Blüten mit

$$B_1,\ B_2,\ B_3 \ldots.$$

und die des Blütenabfalls mit

$$A_1,\ A_2,\ A_3 \ldots.$$

so ergaben sich auf den ersten Blick gewisse Beziehungen dieser Größen untereinander, die auf eine feste Gesetzmäßigkeit schließen ließen.

Bei Knospen- und Blütezeiten z. B.:

$$K_5 = B_5 + \frac{28}{2}\Delta - 2\Delta^2$$

$$K_6 = B_6 - \frac{28}{2}\Delta + 2\Delta^2$$

Bei Blüte- und Abfallszeiten:

$$\begin{aligned} A_1 &= B_1 - 23 + \Delta^2 \\ A_2 &= B_2 + 28 - \Delta^2 \\ A_3 &= B_3 - 28 + \Delta^2 \\ A_4 &= B_4 - \Delta \\ A_5 &= B_5 + \Delta \\ A_6 &= B_6 - \Delta \\ A_7 &= B_7 + 28 \end{aligned}$$

Hieraus ließen sich folgende Summen benachbarter Abstände herleiten

$$\begin{aligned} A_1 + A_2 &= B_1 + B_2 + \Delta \\ A_2 + A_3 &= B_2 + B_3 \\ A_4 + A_5 &= B_4 + B_5 \\ A_5 + A_6 &= B_5 + B_6 \\ A_6 + A_7 &= B_6 + B_7 + 23 \end{aligned}$$

Aber nicht nur die „geradlinigen“ Wertpaare A_1 und B_1; A_2 und B_2 u. s. w. waren in Beziehung zu setzen.

Auch zwischen den gekreuzten

$$\begin{array}{c|c} A_1 \text{ und } B_2 & A_2 \text{ und } B_3 \\ A_2 \text{ und } B_1 & A_3 \text{ und } B_2 \end{array}$$

u. s. w. ließen sich einfache und symmetrische Beziehungsgleichungen aufstellen.

$$A_1 = B_2 + 28\,\Delta + \Delta$$
$$A_2 = B_1 - 28\,\Delta - 0$$

$$A_2 = B_3 - \frac{28\,.\,23}{2}$$

$$A_3 = B_2 + \frac{28\,.\,23}{2}$$

$$A_4 = B_5 - \Delta^2$$
$$A_5 = B_4 + \Delta^2$$

$$A_5 = B_6 - 2\,\Delta^2$$
$$A_6 = B_5 + 2\,\Delta^2$$

$$A_6 = B_7 + \frac{28\,.\,23}{2} - \Sigma\,\Delta$$

$$A_7 = B_6 - \frac{28\,.\,23}{2} + \Sigma\,\Delta + 23$$

Diese vorbereitenden Wahrnehmungen zeigen uns, daß die Knospen-, Blüte- und Abfallszeiten durch Funktionen der 28 und 23 Tage miteinander zusammenhängen.

Aber was sind sie selbst ihrem Wesen nach?

Das Pflanzenleben mit seiner regelmäßigen jährlichen Wiederkehr von Blüte und Frucht legte uns den Gedanken nahe, daß im Lebendigen neben dem Tag auch das Jahr als Maß enthalten sein müsse. Machten wir also in Konsequenz dieser Überlegung den Versuch, in den Knospenzeiten das Jahr abzusondern, so erhielten wir für K_1 und K_2 wirklich sehr einfache Werte.

Im einzelnen ergaben so K_1, K_2, K_3, K_4 die Werte:

$$K_1 = \quad 365$$
$$K_2 = 2\,.\,365 - 23^2$$
$$K_3 = \quad 23^2$$
$$K_4 = \frac{28\,.\,23}{2}$$

Da K_1 ein jährliches Intervall, aber $K_2 + K_3$ erst wieder ein zweijähriges Intervall umfaßte,*) so war im ersten Intervall 1 . 365 Tage, in

*) $K_1 =$ **Intervall von 1898 — 1899.**

Dann blühte die Clivia zweimal im Jahre 1899, so daß K_2 das Intervall der ersten zur zweiten Blüte ist, 1900 fiel die Blüte aus; daher ist K_3 das Intervall von der zweiten Blüte 1899 bis zur Blüte 1901.

$K_2 + K_3 =$ **Intervall 1899 — 1901**

der Summe der beiden nächsten Intervalle 2 . 365 Tage gegeben. Das vierte Intervall K_4 war $\frac{28 . 23}{2}$. Aber es betrug die Summe

$$K_4 + K_5 + K_6 = 2 . 365 + \frac{28^2}{2} - \Delta^2$$

Und daß der Rest $\frac{28^2}{2} - \Delta^2$ kein zufälliger Wert war, lehrte

$$K_7 = \frac{28^2}{2} - \Delta^2$$

Es betrug also:

$$\begin{aligned} K_1 + K_2 + K_3 \qquad\quad &= 3 . 365 \\ K_4 + K_5 + K_6 + K_7 &= 2 . 365 - 2\Delta^2 + 28^2 \end{aligned}$$

In den Knospenintervallen war also wirklich das Jahr enthalten, das Jahr in Verbindung mit den Tageswerten der 28 und 23 in der zweiten Dimension.

Und der weitere Verlauf der Untersuchung ließ erkennen, daß eine ganz bestimmte Regel dieser Verbindung zu Grunde liegt. Und die Regel besagt, daß eine halbe biologische Einheit zweiter Dimension äquivalent einem Jahre ist, d. h. daß ein Jahr biologisch durch eine solche halbe Einheit vertreten werden kann.

Es hat also einen bestimmten Sinn, wenn die Summe

$$S_1 = K_1 + K_2 + K_3 \qquad\quad = 3 . 365$$

aber

$$S_2 = K_4 + K_5 + K_6 + K_7 = 2 . 365 - 2\Delta^2 + 28^2$$

beträgt.

In S_1 ist der Knospenabstand dreier Jahre wirklich gleich 3 . 365, in S_2 derjenige von vier Jahren biologisch gleich dem Zeitraum von 4 . 365: nämlich $2 . 265 + 28^2 - \Delta^2$.

Da allgemein $\frac{1}{2}E^2 \mathrel{|\!=\!|}$ 1 Jahr wertet, so ist:

$$2\left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right) \mathrel{|\!=\!|} 2 \text{ Jahren!}$$

Das bewahrheitet sich auch im einzelnen.

Da allgemein $\frac{1}{2}E^2 \mathrel{|\!=\!|}$ 1 Jahr wertet, so ist:

$$K_5 = 4 \text{ Jahre} - 28^2 - \frac{28 . 23}{2} + \Delta^2$$

d. h.

$$4 \text{ Jahre} - \frac{3}{2}E^2$$

Und da $\qquad \frac{3}{2}E^2 \mathrel{|\!=\!|} 3$ Jahren

so ist $\qquad K_5 \mathrel{|\!=\!|} 1$ Jahr.

Ferner

$$K_6 = \frac{3}{2}\, 28^2 - 2\,(\text{Jahr} + \Delta^2)$$

Da

$$\frac{3}{2}\, 28^2 \mathrel{|\!=\!|} 3 \text{ Jahren}$$

so ist

$$K_6 \mathrel{|\!=\!|} 1 \text{ Jahr.}$$

Und

$$K_7 = \frac{28^2}{2} - \Delta^2 = \frac{1}{2} E^2 \mathrel{|\!=\!|} 1 \text{ Jahr}$$

$$K_4 = \frac{28\,.\,23}{2} = \frac{1}{2} E^2 \mathrel{|\!=\!|} 1 \text{ Jahr}$$

Schließlich

$$K_1 = 365 = 1 \text{ Jahr.}$$

Und die zweijährige Summe

$$K_2 + K_3 = 2\,.\,365 = 2 \text{ Jahre}$$

K_2 selbst ist kein jährliches Intervall, wertet daher auch nicht dem Jahre gleich, sondern $\mathrel{|\!=\!|}$ O

$$K_2 = 2\,.\,365 - 23^2$$

Da

$$23^2 = \frac{2}{2} E^2 \mathrel{|\!=\!|} 2 \text{ Jahren,}$$

so muß der Wert von $K_2 \mathrel{|\!=\!|}$ O sein.

Und das zweijährige Intervall

$$K_3 = 23^2 = \frac{2}{2} E^2 \mathrel{|\!=\!|} 2 \text{ Jahren}$$

Durch diese Äquivalenzbeziehungen

$$1 \text{ Jahr} \mathrel{|\!=\!|} \frac{1}{2} E^2$$

kommt ein bestimmter Sinn in die Intervallgrößen.

Die **jährlich** *wiederkehrende Knospe oder Blüte umfaßt ein Spatium, das entweder selbst einem Jahre gleich oder ihm biologisch gleichwertig ist.*

Die genaue Erörterung der Blütenintervalle ergab das gleiche Resultat.

War $K_1 = 365 \mathrel{|\!\!=\!\!|} \frac{1}{2} E^2$

so ist

$$B_1 = \frac{28^2 + 28 \, . \, 23}{2} - 365 \mathrel{|\!\!=\!\!|} \frac{1}{2} E^2$$

War

$$K_2 + K_3 + K_4 = 2 \, . \, 365 + \frac{28 \, . \, 23}{2}$$

so ist

$$B_2 + B_3 + B_4 = 2 \, . \, 365 + \frac{28 \, . \, 23}{2} + \Delta^2$$

In beiden Fällen ist die Summe der Intervalle d r e i e r Jahre $\mathrel{|\!\!=\!\!|} \frac{3}{2} E^2$.

Im besonderen ist

$$B_2 + B_3 = 365 + \frac{28 \, . \, 23}{2} + 2\,\Delta^2 \qquad \mathrel{|\!\!=\!\!|} \frac{2}{2} E^2$$

$$B_4 = 365 - \Delta^2 \qquad \mathrel{|\!\!=\!\!|} \frac{1}{2} E^2$$

$$B_6 = 365 + 2\,\Delta^2 \qquad \mathrel{|\!\!=\!\!|} \frac{1}{2} E^2$$

$$B_5 = 4 \text{ Jahre} - 3\left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right)^{*)} \mathrel{|\!\!=\!\!|} \frac{1}{2} E^2$$

$$B_7 = \frac{28 \, . \, 23}{2} + \Delta^2 + 2\left[1 \text{ Jahr} - \left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right)\right] \mathrel{|\!\!=\!\!|} \frac{1}{2} E^2$$

In B_5 beträgt $\quad -3\left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right) = -\frac{3}{2} E^2$

Da $\frac{3}{2} E^2 \mathrel{|\!\!=\!\!|}$ 3 Jahren, so umfaßt B_5 den biologischen Wert e i n e s Jahres.

Das analoge ist von B_7 zu sagen.

Und die Abfallszeiten lehren das gleiche. Ihre Beziehungen zu den Blütezeiten ergaben sich großenteils aus den vorhin (vgl. S. 398) diskutierten Gleichungen.

---

*) $\frac{28^2}{2} - \Delta^2$ war $= K_7$

Die A-Werte lauten

$$A_2 + A_3 \quad = 365 + \frac{28 \, . \, 23}{2} + 2\,\Delta^{2}\,{}^{*)}$$

$$A_4{}^{**)} = 4 \text{ Jahre} - 3\left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right) - \Delta^2$$

$$A_5 \quad = 365$$

$$A_6 \quad = 365 + \frac{28}{2}\,\Delta - \Delta^2$$

$$A_7 \quad = 4 \text{ Jahre} - \frac{3}{2}\,28^2 + 2\left(365 - \frac{28 \, . \, 23}{2}\right)$$

Der Zusatz in A_7: $2\left(365 - \frac{28 \, . \, 23}{2}\right)$ wertet biologisch 0.

Somit ist

$$A_7 \mathrel{|\!\!=\!\!|} \frac{1}{2}\,E^2 \mathrel{|\!\!=\!\!|} 1 \text{ Jahr}$$

$$A_1 = A_7 - \frac{28}{2}\,\Delta + 2\,\Delta^2$$

d. h. $A_1 = 4 \text{ Jahre} - 2 \, . \, 28^2 + 2 \, . \, 365 - \frac{28 \, . \, 23}{2} + 2\,\Delta^2$

Hier ist der Ausdruck:

$$2\,(365 + \Delta^2) - \frac{28 \, . \, 23}{2} \mathrel{|\!\!=\!\!|} \frac{1}{2}\,E^2 \mathrel{|\!\!=\!\!|} 1 \text{ Jahr.}$$

Die Gruppe [4 Jahre — $2 \, . \, 28^2$], die einen typischen Wert darstellt, gilt biologisch Null.

Aber nicht nur in Hinsicht der Äquivalenz zeigen Blüte und Abfall ein gesetzmäßiges Verhalten. Auch die Summen beider Zeiten weisen ein konstantes Gefüge auf. Denn es sind:

$$\begin{aligned} A_4 + B_4 &= 25 \, . \, 28 - \Delta^2 \\ A_1 + B_1 &= 25 \, . \, 28 \\ A_5 + B_5 &= 25 \, . \, 28 + \Delta^2 \end{aligned}$$

Und

$$\begin{aligned} A_3 + B_3 &= A_2 + B_2 + 28 \, . \, 23 \\ &= B_6 + 28 \, . \, 23 \\ &= 365 + 28 \, . \, 23 + 2\,\Delta^2 \end{aligned}$$

---

*) vgl. $B_2 + B_3 + B_4 = 2 \, . \, 365 + \frac{28 \, . \, 23}{2} + \Delta^2$ (S. 402)

$$K_2 + K_3 + K_4 = 2 \, . \, 365 + \frac{28 \, . \, 23}{2}$$

**) vgl. $B_5 = 4 \text{ Jahre} - 3\left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right)$

Der Wert

$$25.28 = 4 \text{ Jahre} - \frac{3}{2}\, 28^2 + 365 + 2\,\Delta^2{}^{*)}$$

$$\mid\!=\!\mid \frac{2}{2}\, E^2 \mid\!=\!\mid 2 \text{ Jahren.}$$

$$A_2 \mid\!=\!\mid A_3 = \frac{1}{2} E^2$$

$$B_2 = 0\, E^2 \text{ (vgl. S. 279 und 284)}$$

$$B_3 = 1\, E^2$$

Somit

$$A_2 + B_2 = 365 + 2\,\Delta^2 = \frac{1}{2}\, E^2$$

$$A_3 + B_3 = 365 + 28\,.\,23 + 2\,\Delta^2 = \frac{3}{2}\, E^2$$

$$B_6 = A_2 + B_2 = \frac{1}{2}\, E^2$$

Auch hier bewährt sich die Herrschaft der Äquivalenzregel.

* * *

Nach der „großen" Clivia untersuchten wir die jährlichen Knospen- ($\varkappa_1\ \varkappa_2$), Blüten- ($\beta_1\ \beta_2$) und Abfalls- ($\alpha_1\ \alpha_2$) Spatien eines Cliviatriebes (Beispiel 71).

Es waren die Summen

$$\varkappa_1 + \beta_1 + \alpha_1 = 25\,.\,28 + \frac{28\,.\,23}{2} + 2\,\Delta^2$$

$$\varkappa_2 + \beta_2 + \alpha_2 = 25\,.\,28 + \frac{28^2}{2} + 2\,\Delta^2$$

Und

$$\varkappa_1 + \beta_1 = 365 + \frac{28\,.\,23}{2} + \Delta^2 \quad \mid\!=\!\mid \frac{2}{2}\, E^2$$

$$\varkappa_2 + \beta_2 = 365 + \frac{28^2}{2} \quad \mid\!=\!\mid \frac{2}{2}\, E^2$$

$$\alpha_1{}^{**)} = 4 \text{ Jahre} - 3\left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right) \quad \mid\!=\!\mid \frac{1}{2}\, E^2$$

$$\alpha_2 = \alpha_1 + \Delta^2$$

---

*) $25\,.\,28 = 4 \text{ Jahre} - 3\left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right) + 365 - \Delta^2$

**) $\alpha_1 = B_5$ der großen Clivia.

$$\varkappa_1 = \beta_1$$

$$2\,\varkappa_1 = \varkappa_1 + \beta_1 = \quad 365 \quad + \frac{28\,.\,23}{2} + \Delta^2 \quad \mathrel{|{=}|} \frac{2}{2}\,E^2$$

$$\varkappa_2 = -\,365 \quad + 2\left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right) \quad \mathrel{|{=}|} \frac{1}{2}\,E^2$$

$$\beta_2 = 2\,.\,365 + \Delta^2 - \quad \left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right) \quad \mathrel{|{=}|} \frac{1}{2}\,E^2$$

Außerdem war:

$$\alpha_1 + 365 = \varkappa_1 + \varkappa_2$$

Das Jahr und seine Äquivalenz sind hier unzweifelhaft. Und die Zusammengehörigkeit der Mutterpflanze mit den beiden Trieben dokumentiert die Tabelle:

Große Clivia.	Erster Trieb.	Zweiter Trieb.*)
Knospe 11. Dez. 1902		
Blüte 7. Jan. 1903	Knospe 7. Jan. 1903	
Abgef. 4. Febr. 1903	Blüte 4. Febr. 1903	Knospe 4. Febr. 1903
	Abgef. 3. März 1903	Blüte 3. März 1903
		Abgef. 31. März 1903

Von einer zweiten Clivia (Beispiel 72), einem Ableger der großen, sind dann die Summen der einzelnen Knospen- ($k_1\ k_2 \ldots$), Blüten- ($b_1\ b_2 \ldots$), Abfalls- ($a_1\ a_2 \ldots$) Spatien bestimmt worden.

$$S_1 = k_1 + b_1 + a_1$$
$$S_2 = k_2 + b_2 + a_2$$
$$S_3 = k_3 + b_3 + a_3 \quad \text{u. s. f.}$$

Es war

$$S_1 = \quad 365 + 28^2 \qquad\qquad - 17\,\Delta \qquad \mathrel{|{=}|} \frac{3}{2}\,E^2$$

$$S_3 = -\,365 + \frac{28^2}{2} + \frac{3}{2}\,28\,.\,23 - 17\,\Delta \qquad \mathrel{|{=}|} \frac{3}{2}\,E^2$$

$$S_5 = -\,365 + 28^2 + \quad 28\,.\,23 + 17\,\Delta - \quad \Delta^2 \mathrel{|{=}|} \frac{3}{2}\,E^2$$

$$S_6 = -\,365 + 28^2 + \quad 23^2 \qquad\qquad \mathrel{|{=}|} \frac{3}{2}\,E^2$$

$$S_7 = -\,365 + 28^2 + \quad 23^2 \qquad + 2\,\Delta^2 \mathrel{|{=}|} \frac{3}{2}\,E^2$$

$$S_8 = \qquad 28^2 + \quad \frac{28\,.\,23}{2} - 17\,\Delta + \quad \Delta^2 \mathrel{|{=}|} \frac{3}{2}\,E^2$$

*) Dieser Trieb blühte 1903 zum erstenmal.

Die fehlenden S_2 und S_4 sind die beiden kurzen Spatien, die **anderen** Jahreszeiten angehören als die übrigen, sie werten nur $\frac{2}{2}E^2$

$$S_2 = 28\,.\,23 + 2\,\Delta^2 \qquad \mathrel{|{=}|}\ \frac{2}{2}E^2$$

$$S_4 = 28\,.\,23 + \frac{28^2}{2} - 365 \mathrel{|{=}|}\ \frac{2}{2}E^2$$

Das ist gewiß alles sinngemäß.

Außer den Clivien wurden die jährlichen Blütenintervalle $J_1, J_2, J_3 \,..$ eines **Herlitzen**strauches untersucht.

Es waren

$$J_1 + J_2 + J_3 = 3\,.\,365$$

Ebenso wie bei der großen Clivia

$$K_1 + K_2 + K_3 = 3\,.\,365$$

Und im einzelnen ergaben sich

$$\begin{aligned}
J_1 &= 4 \text{ Jahre} - 28^2 - \frac{28\,.\,23}{2} + \Delta^2 \mathrel{|{=}|}\ \frac{1}{2}E^2 \\
J_2 &= 4 \text{ Jahre} - \frac{3}{2}\,28^2 + 2\,\Delta^2 \mathrel{|{=}|}\ \frac{1}{2}E^2 \\
J_3 &= J_1 \mathrel{|{=}|}\ \frac{1}{2}E^2 \\
J_4 &= 2\,.\,365 - \left(\frac{28\,.\,23}{2} + \Delta^2\right) \mathrel{|{=}|}\ \frac{1}{2}E^2 \\
J_7 &= 2\,.\,265 - \frac{28^2}{2} \mathrel{|{=}|}\ \frac{1}{2}E^2 \\
J_5 + J_8 &= 2\,.\,365 + \Delta^2 \mathrel{|{=}|}\ \frac{2}{2}E^2 \\
2\,.\,J_6 &= 4 \text{ Jahre} - \frac{28^2}{2} - \frac{28\,.\,23}{2} - \Delta^2 \mathrel{|{=}|}\ \frac{2}{2}E^2
\end{aligned}$$

Die Äquivalenzregel erleidet auch hier keine Ausnahme.

Bereits in einem frühen Stadium unserer Untersuchung bemerkten wir, daß drei von den Blütenintervallen unseres Herlitzenstrauches ihrer genauen Tageszahl nach auch als Geburtsspatien bei Pferden vorkommen (vgl. S. 255).

Wir schlossen schon damals auf eine gemeinsame Struktur dieser Pflanzen- und Tierspatien. Und unser Schluß wird durch die direkte Untersuchung glänzend bewahrheitet.

Die sieben Intervalle J_1, J_2, J_3 ... von acht aufeinanderfolgenden Fohlungsdaten der Stute Historie (s. S. 270) lösen sich so:

$$J_1 = 2 \,.\, 365 - \frac{28^2}{2} \qquad |\!=\!| \; \frac{1}{2} E^2$$

$$J_4{}^{*)} = -2 \,.\, 365 - \frac{28^2}{2} + 4 \text{ Jahre} \; |\!=\!| \; \frac{1}{2} E^2$$

$$J_1 + J_4 = 4 \text{ Jahre} - 28^2$$

Durch

$$J_4 = 2 \,.\, 365 - \frac{28^2}{2} + 1$$

ist der **Schalttag** gewonnen worden. Dadurch daß

$$\text{ein Spatium } (J_1)\colon\; 2 \,.\, 365 - \frac{28^2}{2}$$

$$\text{das andere } (J_4)\colon\; 2 \,.\, 365 - 17 \,.\, 23$$

lautet, ist die Möglichkeit des **Ausgleichs zwischen Jahren und ganzen Tagen** gegeben. Denn

$$\frac{28^2}{2} - 17 \,.\, 23 = 1$$

Daher beträgt die Summe

$$\begin{aligned} J_1 + J_4 &= 4 \,.\, 365 - \frac{28^2}{2} - 17 \,.\, 23 \\ &= 4 \,.\, 365 - \frac{28^2}{2} - \frac{28^2}{2} + 1 \\ &= 4 \,.\, 365 + 1 - 28^2 \\ &= 4 \textbf{ ganze } \text{Jahre} - 28^2 \end{aligned}$$

Ferner ist $\qquad J_3 + J_5 = 4 \,.\, 365 - 28 \,.\, 23$

Und

$$\begin{aligned} J_3 &= 16 \,.\, 23 - \Delta^2 \\ J_5 &= 16 \,.\, 28 + \Delta^2 \end{aligned}$$

sind die biologischen Hälften davon.

$$J_5 = 2 \,.\, 28^2 \qquad - 3 \,.\, 365 \; |\!=\!| \; \frac{1}{2} E^2$$

$$J_2 = 4 \text{ Jahre} - 28^2 - \frac{28 \,.\, 23}{2} \; |\!=\!| \; \frac{1}{2} E^2$$

---

*) $J_4 = 2 \,.\, 365 - 17 \,.\, 23 = 2 \,.\, 365 - \frac{28^2}{2} + 1$

$\qquad = 2 \,.\, 365 - \frac{28^2}{2} + 4 \text{ Jahre} - 4 \,.\, 365$

Und

$$2 \,.\, J_6 = 4 \text{ Jahre} - 28^2 + \Delta^2 \qquad \mathrel{|\!=\!|}\ 1\ E^2$$

$$J_6 \qquad \mathrel{|\!=\!|}\ \frac{1}{2} E^2$$

$$J_7 = J_6 + \frac{28^2}{4}$$

$$2 \,.\, J_7 = 4 \text{ Jahre} - \frac{28^2}{2} + \Delta^2$$

Es umfassen also die ersten sechs Spatien einen Wert, der biologisch gleich $\frac{1}{2} E^2 \mathrel{|\!=\!|} 1$ Jahr ist.

Nur J_7 ist $\mathrel{|\!=\!|} \frac{3}{4} E^2 \mathrel{|\!=\!|} 1\frac{1}{2}$ Jahren.

Aber J_7 ist auch arithmetisch gleich $1\frac{1}{2}$ Jahren. Denn $J_7 = 547$ Tage $= 1\frac{1}{2}$ Jahre (genau $547\frac{7}{8}$ Tage).

Die Äquivalenz ist hier also zur Gleichheit geworden.

Und was für die Pferde gilt, gilt auch für die Wurfdaten der Löwen (Beispiel 70).

Vier Wurfdaten der Kaplöwin mit den Intervallen J_1, J_2, J_3 ließen sich auf B_4, B_1 und K_7 unserer großen Clivia beziehen.

$$J_2 = 315 = B_4 - \Delta^2$$

$$J_1 = 163 = B_1 - \Delta^2 - \frac{28 \,.\, 23}{4}$$

$$J_3 = 171 = K_7 \qquad - \quad \frac{28^2}{4}$$

$J_1 + J_3$ machen erst in ihrer Summe ein jährliches Spatium aus. Deshalb werten sie auch nur $\frac{1}{4} E^2$, während $J_2 \mathrel{|\!=\!|} \frac{1}{2} E^2$.

$$J_1 = \frac{28^2}{2} - 365 - \Delta^2 + \frac{28 \,.\, 23}{4} \mathrel{|\!=\!|} \frac{1}{4} E^2$$

$$J_3 = \qquad - \Delta^2 + \frac{28^2}{4} \mathrel{|\!=\!|} \frac{1}{4} E^2$$

$$J_2 = \qquad 365 - 2\,\Delta^2 \qquad \mathrel{|\!=\!|} \frac{1}{2} E^2$$

Und bei der Somalilöwin, wo die Wurfspatien

$$S_1 = 348$$
$$S_2 = 183$$
$$S_3 = 335$$

betrugen, ergaben sich:

$$S_1 + S_2 = B_3 \quad \text{der großen Clivia} \mathrel{\models\!\!\dashv} \frac{2}{2} E^2$$

$$S_3 = B_5 - \Delta^2 \text{ der großen Clivia}$$

Oder

$$S_1 + S_2 = 23^2 + \frac{28^2}{2} - 365 - \Delta^2 \mathrel{\models\!\!\dashv} \frac{2}{2} E^2$$

$$S_3 = 4 \text{ Jahre} - \frac{3}{2} 28^2 + 2\Delta^2 \mathrel{\models\!\!\dashv} \frac{1}{2} E^2$$

Und bei dem Palolo der Südsee, der in den Abwurfzeiten seiner Geschlechtsprodukte sich angeblich nach dem Mond richten sollte, war das Intervall

$$4 \,.\, 365 - 28^2 - \frac{28 \,.\, 23}{2} \mathrel{\models\!\!\dashv} \frac{1}{2} E^2$$

Dasselbe Intervall fand sich bei dem wohl wesensgleichen Wawo wieder, der vor mehr als zwei Jahrhunderten beobachtet wurde (Beispiele 73 und 74).

Schließlich: Wenn das Jahr nach einer bestimmten Äquivalenzregel in den großen jährlichen Lebensfunktionen von Clivien, Herlitzen, Pferden, Löwen und Palolos steckt, so muß es auch in den entsprechenden Vorgängen beim Menschen nachweisbar sein. Und dem ist wirklich so.

Die Geburtsspatien meiner eigenen Kinder ließen sich darstellen als

$$J_1 = 1 \text{ Jahr} + 28 \,.\, 23 - \Delta^2$$
$$J_2 = 3 \text{ Jahre} - 28 \,.\, 23 + \Delta^2$$
$$J_3 = 1 \text{ Jahr} + 28^2 - \frac{\Sigma}{3} \Delta$$

Daher

$$J_1 + J_2 = 4 \text{ Jahre}$$

Es sind

$$J_1 \mathrel{\models\!\!\dashv} J_3 \mathrel{\models\!\!\dashv} \frac{3}{2} E^2$$

$$J_2 \mathrel{\models\!\!\dashv} \frac{1}{2} E^2$$

Es verhalten sich also durch das Jahr ausgedrückt $J_1 : J_2 \mathrel{\models\!\!\dashv} 3 : 1$.
Durch den Tageswert allein ausgedrückt war: $J_1 : J_2 \mathrel{\models\!\!\dashv} 2 : 1$.

Denn

$$J_1 = 22 \,.\, 28 + 16 \,.\, 23$$
$$J_2 = 11 \,.\, 23 + 8 \,.\, 28$$

Man darf in dieser verschiedenen Bewertung keinen Widerspruch sehen. Das Meßprinzip ist in beiden Fällen ein verschiedenes. Auch bildet die Jahresstruktur gleichsam einen anderen Aggregatzustand wie die Tagesstruktur. Das Verhältnis der spezifischen Gewichte zweier fester Substanzen ist durchaus nicht dasselbe wie das ihrer Gase. Und wie sich hier die höhere Einheit hat finden lassen, die beide Verhältniszahlen miteinander versöhnt, so wird auch für die biologischen Tages- und Jahreswerte der einheitliche Gesichtspunkt entdeckt werden.

Auch die übrigen Geburtsspatien-Beispiele zeigen, daß beim Menschen das Jahr dieselbe Rolle spielt wie bei Tier und Pflanze.

Der Zufall hat in unserer Darstellung (vgl. S. 315) die Abstände aus dem 8. und 9. Beispiel zusammengestellt.

A. 8. Beispiel

$$28^2 + 23^2 - 4 \text{ Jahre} + \frac{28 \cdot 23}{2} + 365 - \Delta^2$$

B. 9. Beispiel

$$2\,(28^2 + 23^2) - 4 \text{ Jahre} + \frac{28 \cdot 23}{2} + 365 - \Delta^2$$

Die erste Gruppe in *A*:

$$28^2 + 23^2 - 4 \text{ Jahre}$$

oder allgemeiner

$$2\,E^2 - 4 \text{ Jahre}$$

ist uns aus den Pflanzenbeispielen wohlbekannt. Sie ist biologisch gleich O und findet sich auch allein in der Natur, z. B. als Abstand zweier Schlaganfälle, z. B. im Fall Ecke (vgl. Anhang):

$$J_4 = 2 \cdot 28^2 \quad - 4 \text{ Jahre}$$
$$J_{14} = 4 \text{ Jahre} - 2 \cdot 28^2 + 23\,\Delta$$

Das isolierte Vorkommen dieser Gruppe zeigt, daß sie beobachtet und nicht konstruiert ist. Die Entbindungsspatien unterscheiden sich von den zitierten Anfallsspatien durch ein Plus von Jahren oder von Einheiten zweiter Dimension. Daß sie in sich dieselben Gruppen enthalten, die auch die Anfallsspatien trennen, ist ein tiefer Hinweis auf die elementare Gleichartigkeit im Mechanismus aller Lebensvorgänge.

Im nächsten Beispiel (10) ist Abstand $\text{II} = 6 \cdot 365 - 2 \cdot 28^2$ oder

$$\text{II} = 4 \cdot 365 - 2 \cdot 28^2 + 2 \cdot 365$$

Wo also vorhin stand

$$\pm (4 \text{ Jahre} - 2 \cdot 28^2)$$

steht hier in II

$$4 \cdot 365 - 2 \cdot 28^2$$

In unserer Darstellung haben wir 4 . 365 und 4 Jahre als **gleichwertig** (nicht als gleich) betrachtet. Es wird aber dieses Verhältnis, dem ich eine große Wichtigkeit beimesse, noch eingehender Untersuchung bedürfen.

Die gesamten drei Spatien des Beispiels (10) sind:

$$\mathrm{I} = \quad 28^2 + 28 \,.\, 23 - 4 \,.\, 365 \qquad + \quad 365 + \Delta^2$$

$$\mathrm{II} = - \qquad 2 \,.\, 28^2 + 4 \,.\, 365 \qquad + 2 \,.\, 365$$

$$\mathrm{III} = -\frac{28^2}{2} - \frac{28 \,.\, 23}{2} + 2\,(365 + \Delta^2) + \quad 365 + \Delta^2$$

Die Gruppe $2\,E^2 - 4 \,.\, 365$ ist in I positiv, in II negativ und in III ist sie noch dazu biologisch halbiert. Im übrigen handelt es sich um

$1 \,.\, 365 + \Delta^2$ in I
$2 \,.\, 365 + 0^2$ in II
$1 \,.\, 365 + \Delta^2$ in III

Im nächsten Beispiel (11) ist

$$\mathrm{I} + \mathrm{II} = 4 \text{ Jahre} - 28^2 + 6 \,.\, 365$$

oder

$$2 \,.\, 365 - 28^2 + 4 \text{ Jahre} + 4 \,.\, 365$$

Man vergleiche damit III des vorigen Beispiels:

$$2\,(365 + \Delta^2) - \frac{28^2}{2} - \frac{28 \,.\, 23}{2} + 365 + \Delta^2$$

Der Vergleich ist beredt.

Im einzelnen sind in unserem Beispiel:

$$\mathrm{I} = \quad 4 \text{ Jahre} - 2 \,.\, 23^2 + 365 - \Delta^2 + 4\,(\text{Jahr} + \Delta^2)$$

$$\mathrm{II} = -4 \text{ Jahre} + 2 \,.\, 23^2 + \frac{3}{2}\, 28 \,.\, 23$$

Die Summe ist zunächst:

$$\mathrm{I} + \mathrm{II} = 4 \text{ Jahre} + 365 + 3\left(\frac{28 \,.\, 23}{2} + \Delta^2\right)$$

Aber

$$3\left(\frac{28 \,.\, 23}{2} + \Delta^2\right) = 5 \,.\, 365 - 28^2 \text{ (vgl. S. 272 Anm.)}$$

Es hat wenig Zweck, in dieser kurz zusammenfassenden Darstellung alle Geburtsspatien im einzelnen durchzugehen, die ja auf S. 313 bis 330 in ihrer Beziehung zum Jahr genau erörtert sind.

Ich will nur hinweisen, daß im nächsten Beispiel (12)

$$\mathrm{I} + \mathrm{II} = 3 \,.\, 28 \,.\, 23 \;|\!=\!|\; \frac{6}{2} E^2$$

im Beispiel (13)

$$\mathrm{I} + \mathrm{II} + \mathrm{III} = 2 \,.\, 23^2 + \frac{28 \,.\, 23}{2} + 3 \,.\, 365 \;|\!=\!|\; \frac{8}{2} E^2$$

Und die Lebenszeit einer jung verstorbenen Tochter aus der Familie, die dieses Beispiel behandelt, war:

$$2 \,.\, 23^2 + 28 \,.\, 23 + 365 + \Delta^2$$

Man vergleiche hiermit die Lebenszeit im Beispiel (15)

$$23^2 + \frac{28^2}{2} - (365 + \Delta^2) = \frac{2}{2} E^2$$

Und der Geburtsabstand in demselben Beispiel (15), den man mit dieser Lebenszeit vergleiche, war

$$\mathrm{I} = \frac{3}{2}\, 28 \,.\, 23 - (365 + \Delta^2) + \Sigma \Delta$$

Und die Summe der beiden Geburtsabstände

$$\mathrm{I} + \mathrm{II} = 4 \,.\, 28 \,.\, 23$$

Fall (14) enthielt als Summe von $\mathrm{IV} + \mathrm{V} : 2 \,.\, 28 \,.\, 23$

Fall (16)

$$\mathrm{I} + \mathrm{II} = 23^2 + 28 \,.\, 23$$

Im übrigen zeigen I, II, V des Falles (14) das typische Gepräge

$$\mathrm{I} = 4\,(365 + \Delta^2) - \quad 28^2 \quad - (365 + \Delta^2)$$

$$\mathrm{II} = 4 \,.\, 365 \qquad\qquad - 28 \,.\, 23 - (365 + \Delta^2)$$

$$\mathrm{V} = 4 \text{ Jahre} \qquad\quad - \quad 28^2 \quad - \left(365 + \frac{28^2}{2}\right) + 28 \,.\, 23$$

Und III und IV die algebraischen Werte davon:

$$\mathrm{III} = \qquad 2 \,.\, 28 \,.\, 23 - 4 \text{ Jahre} + 365 + \frac{28 \,.\, 23}{2} - \Delta^2$$

$$\mathrm{IV} = 28^2 + 28 \,.\, 23 - 4 \text{ Jahre} + 365 + \frac{28^2}{2}$$

Der Typus bleibt überall derselbe. Mag es sich um sieben Abstände handeln, wie im Falle Humboldt (18), oder um neun, wie im Hohenzollernbeispiel (19).

Um noch an eines derselben zu erinnern, so waren bei Humboldt (Beispiel 18) in Gruppe A:

$$\begin{aligned} \mathrm{I} &= \quad 28\,.\,23 + 3\,\Delta^2 \mathrel{|\!\!=\!\!|} \frac{2}{2}E^2 \\ \mathrm{III} &= 2\,.\,28\,.\,23 - 3\,\Delta^2 \mathrel{|\!\!=\!\!|} \frac{4}{2}E^2 \\ \mathrm{VI} &= \quad 23^2 \quad + \quad \Delta^2 \mathrel{|\!\!=\!\!|} \frac{1}{2}E^2 \end{aligned}$$

$$\mathrm{I} + \mathrm{III} = 3\,.\,28\,.\,23$$

Und in Gruppe B:

$$\begin{gathered} \mathrm{IV} + \Delta^2 = \mathrm{V} \\ \mathrm{II} + \mathrm{IV} - 23^2 = \mathrm{VII} \end{gathered}$$

Und II und IV selber:

$$\mathrm{II} = \boxed{2\,.\,365 + 28\,.\,23 - 4 \text{ Jahre}} + 2\,.\,365 \qquad\qquad\qquad + \frac{28\,.\,23}{2} + \Delta^2$$

$$\mathrm{IV} = \boxed{\;23^2 \;+ 28\,.\,23 - 4 \text{ Jahre}} + \quad 365 + \frac{28^2}{2} - \Delta^2 + \frac{28\,.\,23}{2} - \Delta^2$$

Die umrandete Gruppe in IV ist uns bekannt. In II ist statt 23^2 der äquivalente Wert $2\,.\,365$ gesetzt worden. Und wo im freien Teil von IV der ebenfalls oft erörterte Wert $\frac{28^2}{2} - \Delta^2$ *) steht, da ist in II das äquivalente 365 gesetzt.

Deshalb ist sowohl II als IV $\mathrel{|\!\!=\!\!|} \frac{3}{2}E^2$.

Außer den Geburtsabständen haben wir noch Schwangerschaftsdauern untersucht.

Im Beispiel (6)

$$\mathrm{Sch} = 28\,.\,23 + \Delta^2 - \left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right) \mathrel{|\!\!=\!\!|} \frac{1}{2}E^2$$

*) Siehe K_7 der großen Clivia.

Im Beispiel (20)

$$\mathrm{Sch}_{I} = 4(365+\Delta^2) - 28^2 - 28 . 23 + 23^2 - (365+\Delta^2)$$

$$\mathrm{Sch}_{II} = 4 \text{ Jahre} - 28^2 - 28 . 23 + 365 - \frac{28 . 23}{2}$$

$$\mathrm{Sch}_{III} = -4 \text{ Jahre} + 2 . 28 . 23 + 4 . 365 - 23 . 28 - \left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right)$$

Sch_{II} war eine Abortschwangerschaft und ist $\models$ O.

$$\mathrm{Sch}_{I} \text{ und } \mathrm{Sch}_{III} \models \text{ je } \frac{1}{2} E^2$$

$$\mathrm{Sch}_{III} = 28 . 23 - \left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right) - 1$$

verglichen mit (6)

$$\mathrm{Sch} = 28 . 23 + \Delta^2 - \left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right)$$

Das — 1 in Sch_{III} (Beispiel 20) wäre durch 4 . 365 — 4 Jahre erklärt. (Möglicherweise ist der eine Kalendertag aber auch nur eine Stundenabweichung.)

Wir haben dann noch die beiden Spatien J_1 und J_2 der drei Termine untersucht, an welchen bei meinen Kindern der erste Zahn geboren wurde.

Es ergab sich

$$J_1 = J_2 + 2 \text{ Jahre}$$

Und in J_2 selbst war der von der Clivia her so geläufige Wert 25 . 28 nachweisbar.

$$J_2 = 25 . 28 - 365$$

oder

$$J_2 = 4 \text{ Jahre} - \frac{28^2}{2} - 2\left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right)$$

Das eine mir bekannte analoge Spatium aus der Familie meines Schwagers Dr. Rie in Wien war:

$$J = 28^2 + 23^2 - 4 \text{ Jahre} + 28 . 23$$

Nehme ich statt der Zahnspatien die Laufspatien L_1 und L_2 meiner Kinder, so ergab

$$L_1 + L_2 = 2 . 28^2 + \frac{28 . 23}{2} - 365$$

und

$$L_1 = 28^2 + 2 \text{ Jahre}$$

Und daß in den Zahnaltern selbst ebenfalls das Jahr steckt, erweist die Zusammenstellung der Zahnalter ζ_1 meines ältesten Sohnes mit dem $\mathfrak{z}_1$ seines ältesten Vetters

$$\zeta_1 = 3 \text{ Jahre} - 23^2 - \frac{28 \cdot 23}{2} - \Delta^2$$

$$\mathfrak{z}_1 = 3 \text{ Jahre} - 23^2 - \frac{28^2}{2}$$

Diese Proben mögen hier genügen, obwohl der Text noch andere enthält.

Daß auch in den ganzen Lebensaltern das Jahr enthalten sein müsse, ist von vornherein wahrscheinlich.

Da aber in diesen allgemein die dritte Dimension der Werte 23 und 28 vorkommt und deren Beziehung zum Jahr einer besonderen Untersuchung bedarf, die wir bisher noch nicht angestellt haben, so mag der Entscheid dieser Frage der Zukunft überlassen bleiben.

Das Wort „Zufall" aber streichen wir von nun an aus dem biologischen Geschehen.

XV.

Statistik.

Ὁ θεὸς ἀριθμεῖ. Gauß.

Die zeitlichen Erscheinungen im Ablauf des Lebens sind uns verständlich geworden durch die eine Annahme, daß der häufig beobachtete Abstand von 28 oder 23 Tagen zweien Einheiten von Tagesverbänden entspreche; daß diese Einheiten die einzigen sind und allen Lebenszeiten zu Grunde liegen; daß wir sie als äquivalent ansehen müssen, weil sie die Lebensdauer zweier Substanzen seien, von denen die Einheit der einen 23, die der anderen 28 Tage lebt, und daß in den Lebenszeiten diese Tagesverbände sich ersetzen können. Daß ferner diese Substanzeinheiten, aus denen alles Lebendige aufgebaut ist, sich so zusammenfügen, daß immer wieder 28 oder 23 von ihnen eine höhere Einheit bilden mit

$$23^2,\ 28^2,\ 28 \cdot 23 \text{ oder } 23 \cdot 28$$

Tagen Lebensdauer; und dann weiter in einer dritten Dimension noch höhere Verbände von

$$28^3,\ 23^3,\ 23 \cdot 28^2 \text{ und } 28 \cdot 23^2$$

Tagen Dauer. Und endlich, daß sich hinter diesen beiden Substanzeinheiten von 28 und 23 Tagen Lebensfrist die männlichen und weiblichen Geschlechtscharaktere verbergen, mit anderen Worten, daß diese Substanzen der männliche und weibliche Stoff sind, aus denen jedes Lebewesen (Mann und Weib) besteht.

Was führte uns zu dieser Anschauung, was nötigte uns, wahrgenommene Zeiteinheiten aus angenommenen Stoffeinheiten zu deuten? Nicht, daß uns nur die leichtere Vorstellbarkeit bestochen hätte. Auch nicht die Tatsache, daß wir von der Chemie her gewöhnt sind, sehr unterschiedliche Stoffeinheiten (z. B. 1 Atom Wasserstoff vom Gewicht 1 mit 1 Atom Jod vom Gewicht 127) als äquivalent zu betrachten, während äquivalente Zeiten von ungleichem Ausmaß ein Novissimum für die Wissenschaft und ohne Wegspuren sind. Wir haben einen ganz anderen und viel zwingenderen Grund zu unserer Annahme.

Sehr früh hat sich uns die Bemerkung aufgedrängt, daß das Sexualverhältnis der Totgeburten (128 bis 129 tote Knaben zu 100 toten Mädchen) und das Sexualverhältnis der Lebendgeburten (105 bis 106 lebende Knaben zu 100 lebenden Mädchen) in einer sehr merkwürdigen Beziehung stehen. Es ist nämlich mit auffallender Annäherung der Quotient

$$\frac{128}{105} = \frac{28}{23} \text{*)}$$

So wenig durchsichtig diese Beziehung für den ersten Blick war: eines sagte sie doch. Es handelt sich in dem Sexualverhältnis um Individuen. Diese sind Träger lebendigen Stoffes. Wenn in den Sexualverhältnissen ebenfalls die Zahlen 28 und 23 stecken, so müssen sie hier Substanz bedeuten. Haben wir also früher hinter ihnen Zeiten gefunden, so können das nur die Lebenszeiten von Substanzen sein. Eine andere Brücke gibt es nicht.

So ist die Substanzvorstellung entstanden. Sie soll jetzt ihre Feuerprobe ablegen und sich fähig zeigen, in das Wirrsal statistischer Ergebnisse die einfache, einheitliche Ordnung zu bringen.

* * *

Wir schicken der Untersuchung selbst eine Bemerkung voraus. Die Theorie deckt sich niemals mit der Wirklichkeit. Ein Körper fällt nicht genau nach Galileis Gesetzen. Der Luftwiderstand „stört" seinen Fall. Die Erde bewegt sich nicht genau in einer Ellipse um die Sonne, sondern nur annähernd. Andere Planeten „stören" ihre Bahn. So treffen wir überall in der Natur auf „Störungen", die wir zum Teil kennen, zum anderen Teil aber nicht kennen. Wesentlich für den Begriff der Störung ist es, daß ihre Wirkung klein sei gegenüber der Wirkung des Gesetzes. Aber klein

---

*) $\frac{128}{105} = 1{,}129$; $\frac{129}{106} = 1{,}217$; $\frac{28}{23} = 1{,}217$

ist ein relativer Begriff. Die Bahnverhältnisse des Uranus zeigten doch so große Abweichungen vom Gravitationsgesetz, daß Leverrier daraus seinen bekannten Schluß zog. Ich möchte noch an ein anderes lehrreiches Beispiel erinnern, in dem die Störung ebenfalls einen hohen Wert erreichte, ohne daß man im Verlauf von über einem Jahrhundert im stande war, die Ursache der Störung anzugeben.

Auf völlig einwandfreie Weise hat Newton die Fortpflanzungsgeschwindigkeit v des Schalles in Gasen durch die Formel bestimmt

$$v = \sqrt{g \cdot \frac{h}{d}}$$

in der g die Beschleunigung durch die Schwere, h die Barometerhöhe und d die Dichtigkeit bedeutet.

Für die Luft ergibt sich daraus v = 280 *m*, während der experimentell gefundene Wert um fast ein Fünftel größer ist (v = 332 *m*). Die Ursache dieser Störung ist erst durch Laplace aufgefunden worden. Bei den Verdichtungen und Verdünnungen, welche durch die Längswellen der Luft hervorgebracht werden, entstehen Erwärmungen und Abkühlungen. Die Wärmewirkungen „stören" die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in einem Ausmaße, daß an der theoretischen Formel noch eine Wärmekorrektion angebracht werden muß. Erst mit ihrer Hilfe ergibt die Newtonsche Formel den richtigen Wert für die Schallgeschwindigkeit.

In Analogie dieser Verhältnisse werden auch wir erwarten dürfen bei unseren Untersuchungsresultaten gewisse Störungen zu finden. Ich meine nicht diejenigen, die aus der Unvollkommenheit des statistischen Materials erwachsen. Diese Fehler sind erfahrungsgemäß zu gering, als daß sie uns zu beschäftigen brauchten. Ich habe vielmehr Störungen im Auge, etwa analog den Wärmewirkungen der Schallwellen. Störungen aus inneren Ursachen, die im Ablauf der Lebenserscheinungen selbst gelegen sind. Woher diese Störungen kommen, wird eine Folgezeit erforschen müssen.*) Dem Ausmaße nach sind sie zwar merklich, aber immerhin so klein, daß sie nur „Korrekturen" an unseren Formeln nötig machen werden.

Von der Häufigkeit der Totgeburten.

Nach Düsing**) befanden sich in Preußen während eines Zeitraumes von 13 Jahren (1875—1887 inkl.) unter 13 Millionen ehelicher Geburten $3{,}_{926}\,\%$ Totgeburten.

---

*) Auf einen Störungsfaktor habe ich bereits in der folgenden Erörterung hingewiesen. Ein anderer mag in der Mitwirkung der Jahreswerte liegen.

**) Die Geburtsverhältnisse in Preußen. S. 55. Auf 13 Millionen Geburten 510374 Totgeburten, d. h. 3,926 %.

Es kommt also

$$1 \text{ Totgeburt auf } \frac{100}{3,_{926}} = 25,_{47} \text{ Geburten überhaupt:}$$

d. h.

$$2 \text{ Totgeburten auf } 50,_{94} \text{ Geburten überhaupt}$$

oder rund:

$$\frac{\text{Totgeburten}}{\text{Geburten überh.}} = \frac{2}{51}$$

Da $51 = 28 + 23$, so deutet das Verhältnis

$$\frac{2}{51} = \frac{1 + 1}{28 + 23}$$

an, daß von je 28 Geborenen einer tot, und von je 23 Geborenen ebenfalls einer totgeboren wird. Die späteren Zahlen werden die Richtigkeit dieser Deutung erweisen.

Ist dem aber so, so steht die Gesamtzahl der Geburten eine biologische Dimension höher als die Zahl der Totgeburten.

Zu demselben Ergebnis gelangen wir, wenn wir die v. Fircks'schen Zahlen *) zu Grunde legen, die ebenfalls für Preußen gelten und aus einem 35jährigen Durchschnitt abgeleitet sind.

Darnach sind von den ehelichen Geburten $3,_{796}\%$ Totgeburten.

Das besagt: es kommt

$$1 \text{ Totgeburt auf } \frac{100}{3,_{8}} = 26,_{32} \text{ Geburten}$$

oder

$$3 \text{ Totgeburten auf } 78,_{96} \text{ Geburten,}$$

d. h.

$$\frac{\text{Totgeburten}}{\text{Geburten überhaupt}} = \frac{3}{79} = \frac{2 + 1}{2 \,.\, 28 + 23}$$

Also auf

je 2 . 28 Geburten kommen 2 Totgeburten

und auf

je 1 . 23 Geburten kommt 1 Totgeburt.

Und im ganzen Deutschen Reich nach 10jährigem Durchschnitt (1881—1890; vgl. v. Fircks l. c.) sind eheliche **) Totgeburten $3,_{62}\%$, d. h.

---

*) Arthur Freiherr v. Fircks, Bevölkerungslehre u. Bevölkerungspolitik. Leipzig 1898. S. 161.

**) Die unehelichen Totgeburten berechnen sich für denselben 10jährigen Durchschnitt auf 4,33%, d. h. 1 : 23,09. Und für 35 Jahre in Preußen nach (v. Fircks l. c.) auf 5,316%, d. h. für 3 : 56,4. Das beweist, daß hinter der notorisch größeren Häufigkeit der unehelichen Totgeburten die biologischen Verhältnisse stecken. Vielleicht ist das Menschenmaterial, das unehelich empfängt, von anderer Substanzmischung; vielleicht stecken Krankheitseinflüsse dahinter, von denen später gezeigt werden wird, wie sehr ihre Wirkung den 28 und 23 untertan ist (vgl. S. 491).

$$\frac{3{,}62}{100} = \frac{1}{27{,}62}, \text{ also } 1:28$$

$$\text{Rund: ehelich } \frac{\text{Totgeburten}}{\text{Geburten}} = \frac{1}{28}$$

Man sieht hieraus, daß hinter den statistischen Schwankungen sich die biologischen Verhältnisse verbergen:

$$\frac{2 \quad + 1}{2 \,.\, 28 + 23} \mathrel{|\!\!=\!\!|} \frac{1 + 1}{28 + 23} \mathrel{|\!\!=\!\!|} \frac{1}{28}$$

Diese drei Verhältnisse sind biologisch gleich. Im ganzen Volkskörper geht dasselbe vor wie im einzelnen Individuum. Wenn die Geburtsabstände meiner eigenen Kinder lauten (vgl. S. 35):

$$\begin{aligned} \text{I} &= 22 \,.\, 28 + 16 \,.\, 23 \\ \text{II} &= 11 \,.\, 23 + 8 \,.\, 28 \\ \text{III} &= 22 \,.\, 28 + 16 \,.\, 28 \end{aligned}$$

so besagt das, daß

$$\text{I} \mathrel{|\!\!=\!\!|} \text{III} \mathrel{|\!\!=\!\!|} 2 \,.\, \text{II ist;}$$

denn es sind in den Abständen die äquivalenten Mengen männlicher Einheiten durch weibliche (event. auch umgekehrt) ersetzt worden. Und was beim einzelnen Individuum vorgeht, daß im Laufe des Lebensprozesses männliche durch weibliche und weibliche durch männliche Einheiten äquivalent ersetzt werden, das muß auch am Volkskörper sichtbar sein.

Aber man sieht noch mehr.

Die Verhätniszahlen der ehelichen Totgeburten zu der Gesamtzahl der Geburten für Preußen von $2:51$ (Düsing) und $3:79$ (v. Fircks) hatten wir als

$$\frac{1+1}{28+23} \text{ bzw. } \frac{2+1}{2 \,.\, 28 + 23}$$

gedeutet.

In den Zahlen für das Deutsche Reich (v. Fircks) waren die Verhältnisse

$$\left.\begin{array}{l} \frac{1}{28} \text{ für die ehelichen} \\[4pt] \frac{1}{23} \quad \text{„} \quad \text{„} \quad \text{unehelichen} \end{array}\right\} \text{Totgeburten}$$

d i r e k t gegeben. Das beweist, daß die Summendeutung richtig war.

Die Verhältniszahl		$\frac{1}{23}$	hieß	genau	$1:23{,}09$
„	„	$\frac{1}{28}$	„	„	$1:27{,}62$
„	„	$\frac{2}{51}$	„	„	$2:50{,}94$
„	„	$\frac{3}{79}$	„	„	$3:78{,}96$

Nun sind die Abkürzungen von

$$23{,}_{09} \text{ in } 23$$
$$50{,}_{94} \text{ in } 51$$
$$78{,}_{96} \text{ in } 79$$

ohne weiteres zulässig.

Die Abkürzung von $27{,}_{62}$ in 28 erfordert eine Rechtfertigung. Die rein mathematische Wahrscheinlichkeit, daß die Abweichung des gefundenen Wertes vom theoretischen nur durch den Zufall verursacht sei, ist für unseren Fall nicht eben groß. Sie dürfte sich um den Grenzwert $\frac{1}{2}$ bewegen.

Allein wir müssen bedenken, daß für die mathematische Wahrscheinlichkeitsbetrachtung die Unveränderlichkeit der Versuchssubstanz während der Dauer des Versuches als selbstverständlich vorausgesetzt wird.

Wenn beim Kugelziehen die Größe der Kugeln, etwa durch verschiedene Wärmeeinwirkung, sich ändert, so ist der Versuch schon gestört.

Die lebendige Substanz ändert sich aber sowohl im Individuum, wie wir immerfort sahen, als auch im Volkskörper, was uns die „statistischen Schwankungen" zeigten. Indem männliche und weibliche Substanz sich äquivalent ersetzt, verschieben sich die absoluten Zahlen. Denn $\frac{1}{23}$ ist zwar biologisch, aber nicht arithmetisch gleich $\frac{1}{28}$. Hierin ist ein Störungsfaktor gegeben, der fraglos eine Korrektur erheischt.

Andererseits liegt unsere Zahl $27{,}_{62}$ doch immerhin noch so nahe an der theoretischen Zahl 28, daß die Abweichung, wenn sie auch nicht lediglich dem mathematischen Zufall angehört, doch durch Zufall und Störung gemeinsam ohne Zwang zu erklären ist. Wir sind also zu der Abrundung auf 28 berechtigt. Und das noch um so viel mehr, als alle früheren — und späteren — Ergebnisse in dieselbe Richtung der 28 und 23 weisen.

* *
*

Vom Geschlechtsverhältnis der Tot- und Lebendgeburten.

Das Geschlechtsverhältnis der Totgeburten ist ein anderes als das der Lebendgeburten.

Düsing*) gibt an, daß während des Zeitraumes von 13 Jahren (1875—1887 inklusive) in Preußen tot geboren wurden

320604 Knaben,
249276 Mädchen,

was einem Geschlechtsverhältnis von $\frac{128{,}_{614}}{100}$ entspräche. Während derselben Zeit war das Verhältnis der Lebendgeburten $105{,}_{4646}$.

*) l. c. „Geschlechtsverhältnis" S. 53.

In einem anderen Buche von Düsing*) finde ich S. 152, daß nach Rosen der Prozentsatz der Totgeburten in Dänemark (1835—1849) bei Knaben $5{,}_{03}\,\%$, bei Mädchen $3{,}_{9}\,\%$ gewesen sei. Das entspräche einem Geschlechtsverhältnis von

$$\frac{5{,}_{03}}{3{,}_{9}} = \frac{129}{100}$$

Nach einer Untersuchung des statistischen Bureaus in Berlin über die zehn Jahre 1872—1881 (in Preußen)**) kamen auf

244732 totgeborene Knaben
189570 totgeborene Mädchen,

was einem Verhältnis von $\frac{129{,}_{09}}{100}$ entspricht.

Man darf aus allen diesen Zahlen: $128{,}_{6}$; 129; $129{,}_{09}$ wohl annehmen, daß das Geschlechtsverhältnis der

$$\text{totgeborenen } \frac{\text{Knaben}}{\text{Mädchen}} \text{ nahe an } \frac{129}{100} \text{ liegt.}$$

Nun haben wir aus den früheren Untersuchungen über die Häufigkeit der Totgeburten erfahren, daß ihre Zahl eine biologische Dimension tiefer liegt als die Zahl der Geburten überhaupt. Nach 13jährigem Durchschnitt in Preußen waren $3{,}_{926}\,\%$ Totgeburten, d. h.

$$\frac{\text{Totgeburten}}{\text{Geburten überhaupt}} = \frac{1+1}{28+23}$$

Also von je 28 Geborenen sind 27 lebend und einer tot, und von je 23 Geborenen 22 lebend und einer tot.

Wenn wir annehmen, daß die Dimension von je 23 Geborenen die Knaben, diejenige von je 28 Geborenen die Mädchen betreffen, so muß die Zahl der lebenden Knaben 22mal so groß sein als die der toten Knaben, und die Zahl der lebenden Mädchen 27mal so groß als die der toten Mädchen.

Das Sexualverhältnis der lebenden Knaben zu den lebenden Mädchen ergäbe sich also aus dem Sexualverhältnis der Totgeburten durch Multiplikation mit $\frac{22}{27}$

Also

$$\frac{\text{lebende Knaben}}{\text{lebende Mädchen}} = \frac{129}{100} \cdot \frac{22}{27} = 1{,}_{051}$$

Das ist aber tatsächlich das S e x u a l v e r h ä l t n i s d e r L e b e n d g e b u r t e n, d a s h i e r z u m e r s t e n m a l a u s d e m d e r T o t g e b u r t e n a b g e l e i t e t i s t.

*) Die Regulierung des Geschlechtsverhältnisses. Jena 1884.

**) Düsing l. c. S. 300.

Nach v. Fircks (S. 171) befindet sich unter 1000 Lebendgeborenen „nach langjährigen Beobachtungen durchschnittlich folgende Zahl von Knaben“:

im Deutschen Reich $511_{,2}$
in Preußen (1816—1895) $512_{,7}$
man darf also sagen im Mittel 512 : 1000

das heißt

$$\frac{512 \text{ Knaben}}{488 \text{ Mädchen}} = 1_{,05}$$

Mit dieser Zahl stimmt die Angabe von Havelburg:*)

„Eine Aufstellung des statistischen Bureaus des italienischen Ministeriums für Landwirtschaft über das Verhältnis der Knabengeburten zu denen von Mädchen in einem Zeitraum von 19 Jahren und unter Berücksichtigung von 32 Ländern ergibt, daß konstant auf 100 Mädchen 105 Knaben geboren werden.“

Wir hätten aus der Gleichung

$$\frac{129 \,.\, 22}{100 \,.\, 27} = 1_{,05}$$

ersehen, wie das Sexualverhältnis der Lebendgeburten mit dem der Totgeburten zusammenhängt.

Was bedeutet aber das Sexualverhältnis der Totgeburten selbst?

Ich mache die Annahme, es hieße in reiner Ausprägung nicht $\frac{129}{100}$, sondern $\frac{128}{100}$ und es müßte analog jenem Wärmefaktor in der Newtonschen Formel auch hier ein Korrekturfaktor von der Größe $\frac{129}{128}$ existieren. Die Abweichung meiner Annahme von den statistischen Werten ($128_{,6}$ und $129_{,09}$ für Preußen; 129 : 100 für Dänemark) ist recht gering und erst viel größere Zahlen werden beweisen, wie weit sie überhaupt vorhanden ist.

Es ist

$$\frac{128}{100} = \frac{23}{18} = \frac{28 - \Delta}{23 - \Delta}$$

Die Einfachheit dieses Verhältnisses ist verblüffend. Es ergibt sich aus ihm zunächst, daß eine biologisch gleichwertige Anzahl von Knaben und Mädchen totgeboren werden. Und da die Gesamtzahl der Geburten (tot und lebend) lediglich eine biologische Dimension höher steht als die Totgeburten, so folgt, daß die Gesamtzahl der Knabengeburten biologisch gleichwertig der Gesamtzahl der Mädchengeburten ist. Das ist auch eine Forderung der Vernunft.

---

*) „Klima, Rasse und Nationalität“ in Senator und Kaminer: Krankheiten und Ehe. München 1904. S. 125.

Von dem Verhältnis der Lebenszeit bei Mann und Weib.

Man kann noch einen Schritt weitergehen und eine Ausdeutung des Verhältnisses $\frac{28-\Delta}{23-\Delta}$ versuchen, die zwar zunächst sehr eigentümlich klingen mag, die es aber übernimmt, durch eine rechnerische Probe ihr Recht zu erstreiten.

Stünden für Mädchen und Knaben die ganz gleiche Menge von lebendiger Substanz zur Verfügung, daß heißt die gleiche Zahl von jenen elementaren Teilen, deren jeder — ob männlich oder weiblich — einen Tag lebt und von denen je 28 zu einem kleinsten Lebensverband weiblichen, und je 23 zu einem kleinsten Lebensverband männlichen Stoffes gehören;*) und bestünde ferner jeder Knabe nur aus n männlichen Verbänden von je 23 Tagen Lebenszeit und jedes Mädchen aus n weiblichen Verbänden von je 28 Tagen Lebenszeit, so müßten immer 28 Knaben entstehen, wenn 23 Mädchen entstünden. Das Entstehungsverhältnis wäre also

$$\frac{\text{Knaben}}{\text{Mädchen}} = \frac{28}{23}$$

Nun sind die Knaben aus männlicher und weiblicher Substanz geformt, und die Mädchen aus weiblicher und männlicher Substanz (Doppelgeschlechtigkeit).

Würde allemal die männliche Substanz von fünf Knaben fortgenommen und die weibliche Substanz von fünf Mädchen, so daß 23 Knaben und 18 Mädchen übrig blieben, und würde die männliche Substanz der fünf Knaben auf die 18 Mädchen, die weibliche Substanz der fünf Mädchen auf die 23 Knaben verteilt, dann repräsentierten

1. die 23 Knaben $n\,(23^2 + 5 \,.\, 28)$ Substanzeinheiten von $n\,(23^2 + 5 \,.\, 28)$ Lebenstagen,

2. die 18 Mädchen $n\,(18 \,.\, 28 + 5 \,.\, 23)$ Substanzeinheiten von $n\,(18 \,.\, 28 + 5 \,.\, 23)$ Lebenstagen.

Kennte man also die intrauterine Lebenszeit der später totgeborenen Knaben und Mädchen, so müßte diejenige von je 23 Knaben sich zu der von 18 Mädchen verhalten wie $\frac{23^2 + 5 \,.\, 28}{18 \,.\, 28 + 5 \,.\, 23}$

Die intrauterine Lebenszeit ist unbekannt. Nicht so die extrauterine, die Lebenszeit der Menschen schlechtweg.

Es werden aber nach unserer Ausführung 22mal so viel lebende Knaben geboren als tote. Und diese müssen auch 22mal so viel lebendige Substanz enthalten, als die totgeborenen hatten: also $n \,.\, 22\,(23^2 + 5 \,.\, 28)$ Substanzeinheiten mit ebenso vielen Lebenstagen.

*) Vgl. S. 41 und 42.

Und da 27mal so viel lebende Mädchen als tote geboren werden mit der 27fachen Substanzmenge, so enthalten die lebendgeborenen Mädchen n. 27 (18 . 28 + 5 . 23) Substanzeinheiten mit ebenso vielen Lebenstagen.

Das Verhältnis der Lebenszeit der lebendgeborenen Knaben zu der Lebenszeit der gleichzeitig lebendgeborenen Mädchen müßte also sein:

$$\frac{22\,(\ 23^2\ + 5\,.\,28)}{27\,(18\,.\,28 + 5\,.\,23)} = \frac{14718}{16713}$$

d. h. die Lebenszeit der Mädchen müßte um $\frac{16713}{14718} = 1{,}_{1355}$mal größer sein als die der gleichzeitig geborenen Knaben. Das wären nach unserer Annahme (ohne Korrektur)

$$\frac{128\,.\,22}{100\,.\,27} = \frac{104{,}_3\ \text{Knaben}}{100\ \ \text{Mädchen}}$$

Wenn

$104{,}_3$ Knaben zusammen a Tage leben

lebt 1 Knabe $\frac{a}{104{,}_3}$ Tage

Wenn

100 Mädchen zusammen $1{,}_{1355}\,.\,a$ Tage leben,

lebt 1 Mädchen $\frac{1{,}_{1355}}{100}\,.\,a$ Tage

Darnach wäre die Lebenszeit eines Mädchens (M) zu der eines Knaben (Kn)

$$\frac{M}{Kn} = \frac{1{,}_{1355}\,.\,1{,}_{043}}{1} = 1{,}_{184}$$

Es müßte also ein Mädchen $1{,}_{184}$mal so lange leben wie ein Knabe.

Da aber nicht 128, sondern 129 Knaben (tot)geboren, also auch entstanden sind, so müssen sie auch um $\frac{129}{128}$ mehr lebendige Substanz besitzen, als wir annahmen; und dieselbe Korrektur gilt für die lebendgeborenen Knaben, die an sich 22mal so viel Substanz besitzen als die totgeborenen. Der Überschuß an Lebenszeit bei den Mädchen, den wir mit $1{,}_{184}$ berechneten, reduziert sich deshalb um $\frac{128}{129}$; d. h. ein Mädchen lebt im Durchschnitt

$$\frac{1{,}_{184}\,.\,128}{129} = 1{,}_{174}\text{mal so lange als ein Knabe.}$$

Was sagt die Statistik dazu? Nach v. Fircks (l. c. S. 173) waren im Deutschen Reiche (1865—1883) durchschnittlich $521{,}_5$ Männer unter 1000 Gestorbenen.

Wäre das Sterbealter für Männer und Frauen gleich, so verhielten sich die der gleichen Zahl von Männern und Frauen zugeteilten Lebenstage umgekehrt wie $\frac{521{,}5}{478{,}5}$, d. h.

$$\frac{\text{Lebenstage der Männer}}{\text{Lebenstage der Frauen}} = \frac{4785}{5215} = 1{,}09$$

Die Frauen hätten $1{,}09$mal so viel Lebenstage als die Männer.

Nun aber ist das durchschnittliche Sterbealter der Männer kleiner als das der Frauen. Es betrug nach dem Mittel von 31 Jahren in Preußen $25{,}68$ Jahre für die Männer und $27{,}40$ Jahre für die Frauen (v. Fircks S. 175), d. h. die Frauen haben $\frac{2740}{2568} = 1{,}067$mal so lange zu leben als die Männer. Ihre Lebenstage müssen also $1{,}09 \cdot 1{,}067$mal so groß sein als die der Männer, d. h. $1{,}163$mal so groß — nach der Statistik.

Die Theorie erforderte $1{,}174$mal so viel, was in schöner Übereinstimmung ist.

Aus dem Sexualverhältnis der Totgeburten war also nicht nur das Sexualverhältnis der Lebendgeburten abzuleiten, sondern auch der ziffermäßige Wert, um den die durchschnittliche Lebenszeit der Frau größer ist als die des Mannes.

Es stehen nun die Zahlen:

1. für die Häufigkeit der Totgeburten,
2. für das Sexualverhältnis der Totgeburten,
3. für das Sexualverhältnis der Lebendgeburten,
4. für das Verhältnis der Lebensdauer von Mann und Frau

nicht mehr als isolierte Tatsachen statistischer Erfahrung da, sondern sie sind in eine dursichtige Verbindung gebracht und bedingen einander.

* * *

Als Anhang zu den Ausführungen über das Lebensalter gebe ich die folgende Tabelle (nach v. Fircks S. 175):

Es betrug das Durchschnittsalter der Gestorbenen in Preußen:

im Jahre	bei männl. Gestorbenen	bei weibl. Gestorbenen
1865	$22{,}92$	$24{,}87$
1866	$24{,}91$	$26{,}84$
1867	$26{,}05$	$27{,}80$
1868	$24{,}82$	$26{,}51$
1869	$25{,}93$	$27{,}97$
1870	$26{,}13$	$28{,}22$
1871	$26{,}62$	$28{,}11$

im Jahre	bei männl. Gestorbenen	bei weibl. Gestorbenen
1872	24,74	26,16
1873	25,41	27,14
1874	24,84	26,73
1875	24,80	26,78
1876	24,81	26,45
1877	24,98	26,44
1878	25,30	26,84
1879	26,58	28,48
1880	25,38	27,16
1881	26,78	28,61
1882	25,36	27,12
1883	26,37	28,36
1884	25,19	26,96
1885	25,70	27,49
1886	24,90	26,68
1887	26,34	28,47
1888	26,66	29,29
1889	25,87	28,28
1890	26,42	28,92
1891	27,17	30,33
1892	26,64	29,63
1893	26,37	29,29
1894	26,06	28,60
1895	26,01	29,02

Der Durchschnitt bei den Männern ist

$$\frac{796{,}06}{31} = 25{,}68$$

bei den Frauen:

$$\frac{849{,}55}{31} = 27{,}40$$

wie oben angegeben.

Will man nur die 24 Jahre 1872 bis 1895 — also mit Ausschluß der Kriegsjahre — gelten lassen, so lauten die Zahlen

$$\text{Männer: } \frac{618{,}68}{24} = 25{,}78$$

$$\text{Frauen: } \frac{659{,}23}{24} = 27{,}47$$

Es haben nach diesen Zahlen Männer und Frauen ein etwas längeres Lebensalter und das Verhältnis $\frac{2747}{2578} = 1{,}0655$ ist von dem früheren nicht erheblich verschieden.

Geschlechtsverhältnis bei Tieren und Pflanzen.

Daß das Sexualverhältnis sich nicht bloß beim Menschen nach den biologischen Zahlen richten kann, versteht sich.

Ich finde bei Düsing (Regulierung des Geschlechtsverhältnisses S. 185) angegeben, daß Göhlert das Sexualverhältnis der lebendgeborenen Pferde zu $\frac{96{,}57}{100} = \frac{\text{Hengst}}{\text{Stute}}$ bestimmt hat. Also etwas weniger Männer als Weiber.

Das Verhältnis der Totgeburten sei jedoch

$$\frac{106 \text{ bis } 107}{100} = \frac{\text{Hengst}}{\text{Stute}}$$

Es sind aber

$$\frac{106{,}5}{96{,}6} = \frac{1{,}1}{1} = \frac{50{,}6}{46} = \text{ca. } \frac{28+23}{2 \cdot 23}$$

Wie beim Menschen das Sexualverhältnis der Totgeburten annähernd mit $\frac{23}{28}$*) reduziert werden mußte, um das Sexualverhältnis der Lebendgeburten zu ergeben, so muß bei dem Pferdebeispiel diese Reduktion annähernd mit $\frac{2 \cdot 23}{28+23}$, also mit einem biologisch gleichwertigen Faktor ausgeführt werden.

Auch hier ist ersichtlich, daß das Sexualverhältnis der Totgeburten eine Dimension tiefer liegt als das der Geburten überhaupt.

* * *

Einige Zahlen über Frösche gibt Pflüger (Archiv für Physiologie, Bd. XXIX, 1882).**) Er hat Frösche unter den denkbar verschiedensten Bedingungen in künstlicher Zucht ausschlüpfen lassen und fand, daß ihr Sexualverhältnis bis auf die Fehlergrenze demjenigen gleich blieb, das dieselbe Rasse im Freien zeigte.

Pflügers Zahlen sind:

Herkunftsort	Sexualzahl im Freien	Sexualzahl in künstlicher Zucht
Utrecht	13,2 : 100	13,1 : 100
Bonn	36,3 : 100	35,7 : 100
Glarus		22,4 : 100
Königsberg	46,7 : 100	48,5 : 100

*) Genau mit $\frac{23-1}{28-1}$, also einem etwas kleineren Wert.

**) Zitiert bei Cohn „Die willkürliche Bestimmung des Geschlechtes“. Würzburg 1898.

Man sieht, daß die Sexualzahlen rund sind:*)

14 : 100
37 : 100
23 : 100
46 : 100

Es verhalten sich also die Zahlen für die Männchen — an der gleichen Zahl der Weibchen gemessen — wie

$$\frac{28}{2} : \left(23 + \frac{28}{2}\right) : 23 : 46$$

d. h. biologisch wie 1 : 3 : 2 . 4

* * *

Geschlechtsverhältnis

bei Mercurialis annua				beim Menschen			
Nr. des Tausend	weiblich	männlich	Verhältnis	Die im Jahre 1875 Lebendgeborenen (eheliche u. uneheliche) d. Oberpfalz			
				Monat	weiblich	männlich	Verhältnis
1	483	517	107,0				
2	505	495	98,0				
3	462	538	116,4	Januar	992	959	96,7
4	450	550	**122,2**	Februar	935	951	101,7
5	487	513	105,3	März	909	967	106,3
6	512	488	95,3	April	951	911	95,7
7	451	549	**121,7**	Mai	887	1022	115,2
8	480	520	108,3	Juni	885	935	105,6
9	482	518	107,5	Juli	911	922	101,2
10	492	508	103,2	August	864	945	109,3
11	491	509	103,7	Sept.	862	928	107,6
12	505	495	98,0	Oktob.	901	998	110,7
13	482	518	107,5	Nov.	795	958	**120,5**
14	518	482	93,0	Dezemb.	886	981	110,7
15	491	509	103,7				
16	490	510	104,1				
17	491	509	103,7				
18	493	507	102,3				
19	473	527	114,4				
20	488	512	104,9				
21	475	525	110,5				
Summe	10201	10799	105,86	Summe	10778	11477	106,48

*) Weil Pflügers Zählungen so klein sind, nötigen seine Zahlen zur Ergänzung.

Heyer hat 21mal je 1000 Exemplare einer diöcischen Pflanze, des Bingelkrauts — Mercurialis annua — von verschiedenen Standörtern ausgerupft und aus diesen 21000 Exemplaren das Geschlechtsverhältnis festgestellt. Es beträgt $105_{,86} : 100$; ist also fast das gleiche wie beim Menschen.

Düsing gibt (S. 50)*) die Tabelle von Heyer wieder und setzt daneben eine zweite den Menschen betreffende, die ich voranstehend beide reproduziert habe.**)

Die fettgedruckten Zahlen zeigen, daß auch die obere Grenze bei beiden dieselbe ist und sich in der Nähe des Verhältnisses $121_{,7} : 100$ bewegt.

$$\mathbf{121_{,7} : 100 = 28 : 23}$$

Im Zusammenhalt mit dem, was wir früher über Pflanzen und Tiere erfahren haben, und im Verein mit den Tatsachen, die uns die menschliche Statistik gelehrt hat, wird niemand glauben, daß hier ein bloßer Zufall vorliege. Es muß auch bei den Pflanzen das Sexualverhältnis von den biologischen Grundwerten abhängen.

Dieser Satz erhält seine eklatante Bestätigung durch die Zahlenangaben, die Ed. Straßburger in seiner Arbeit „Versuche mit diözischen Pflanzen in Rücksicht auf Geschlechtsverteilung" †) beibringt.

Straßburger hat gezählt:

Melandrium album, wildwachsend bei Bonn 10662 Individuen.

Davon 4673 männliche
5989 weibliche Pflanzen,
d. i. Männchen : Weibchen = $100 : 128_{,16}$

also dasselbe Verhältnis wie die totgeborenen Mädchen zu den totgeborenen Knaben.

$$100 : 128 = (23 - \Delta) : (28 - \Delta)$$

Wir mußten $\frac{128}{100}$ annähernd mit $\frac{23}{28}$ reduzieren, um das Verhältnis der lebendgeborenen Knaben zu den lebendgeborenen Mädchen zu erhalten, oder was die gleiche Proportion war, das Geschlechtsverhältnis der Mercurialis annua (nach Heyer)

$$\frac{(28 - \Delta) . 23}{(23 - \Delta) . 28} = \frac{105}{100}$$

*) Regulierung des Geschlechtsverhältnisses S. 50.

**) Wie schon in meinem Buche: „Die Beziehungen der Nase zu den weiblichen Geschlechtsorganen" S. 226 geschehen.

***) Biolog. Zentralblatt 1900. S. 728 ff.

Wenn ich aber den Bruch $\frac{128}{100}$ mit $\frac{28}{23}$ reduziere, so ergibt sich:

$$\frac{128}{100} \cdot \frac{28}{23} = \frac{155{,}8}{100}$$

Das ist aber das Geschlechtsverhältnis des H a n f e s, wie es Fisch (Erlangen) ermittelt hat.*)

Fisch erhielt bei 66327 Zählungen einer e i n z i g e n Hanfrasse (Thüringer Sorte) das Verhältnis von

100 Männchen zu $154{,}_{27}$ Weibchen!

$$\text{d. i. } \frac{(28-\Delta)}{(23-\Delta)} \cdot \frac{28}{23} = \frac{155{,}8}{100}$$

Und was diese großen Zahlen lehren, ergeben auch die kleineren, welche Straßburger bei Zuchtversuchen erhalten hat. Er ermittelte für Melandrium album in der Zucht auf den verschiedensten Böden

$$1604 : 2041 = 100 : 127{,}_{24}$$

Also wieder das Verhältnis

$$\text{Männchen} : \text{Weibchen} = 100 : 128$$

Und bei den einzelnen Kontrollversuchen **) in der Kultur auf gedüngter Gartenerde

$$276\ \text{M} : 336\ \text{W} = 100 : 121{,}_{7}$$

d. h. g e n a u 23 : 28

Auf Sandboden

$$240\ \text{M} : 337\ \text{W} = 100 : 140{,}_{4}$$

$$= 56 : 78{,}_{6} = \frac{2 \,.\, 28}{2 \,.\, 28 + 23}$$

Es ist also bei Pflanzen nicht anders wie überhaupt im Lebendigen.

* * *

Vom Geschlechtsverhältnis der Mehrgeburten.

Eine weitere Belastungsprobe für die Tragkraft der 28 und 23 bildet die Statistik der Mehrgeburten. Zunächst der Z w i l l i n g e.

Es gibt Zwillinge gleichen Geschlechtes und solche ungleichen Geschlechtes. Die ersteren bilden zwei Kategorien: 2 Knaben oder 2 Mädchen. Die letzteren eine: Knabe und Mädchen.

Es sollten also nach der bloßen Wahrscheinlichkeit zwei Drittel aller Zwillinge gleichen und ein Drittel ungleichen Geschlechtes sein. ***)

*) Vgl. Straßburger l. c.

**) l. c. S. 730.

***) Nicht wie Düsing („Regulierung etc.“ S. 147) irrtümlich meint, die Hälfte gleichen und die Hälfte ungleichen Geschlechtes.

Es sind aber nach Düsing*) $62{,}6\%$ gleichen, $37{,}4\%$ ungleichen Geschlechtes.

Denn es wurden in Preußen von 1826 bis 1887 geboren:

405019 Zwillinge gleichen Geschlechtes
241635 „ ungleichen „

Auch v. Fircks,**) der die Geburten von 1824 bis 1895 untersucht hat, kommt zum gleichen Resultat. Nach ihm sind unter 1000 Zwillingsgeburten

324mal 2 Knaben
$302{,}9$mal 2 Mädchen

Es sind aber $$\frac{1000}{626} = 1{,}6$$

Also
$$\frac{\text{gleichgeschlechtig}}{\text{Gesamtzahl}} = \frac{1}{1{,}6} = \frac{23}{36{,}8}, \text{ d. h. } \frac{23}{23 + \frac{28}{2}}$$

Wenn also $\left(28 + \frac{28}{2}\right)$ Zwillinge geboren werden, so sind 23 davon gleichen und $\frac{28}{2}$ ungleichen Geschlechtes.

Es gilt demnach die Proportion:
$$\frac{2 \text{ Knaben} + 2 \text{ Mädchen}}{\text{Knabe} + \text{Mädchen}} = \frac{2\,.\,23}{28}$$

Also biologisch enthalten wirklich die zwei Kategorien der gleichgeschlechtigen doppelt so viel Einheiten wie die eine Kategorie der ungleichgeschlechtigen Zwillinge. Und das ist offenbar in anderen Ländern ebenso. Ich entnehme der Arbeit von Guzzoni,***) daß in Italien unter 377625 Zwillingen 136550 ungleichen und 241075 gleichen Geschlechtes gewesen wären. D. h.
$$\frac{\text{gleich}}{\text{ungleich}} = \frac{241075}{136550} = \frac{1{,}77}{1} = \frac{40{,}6}{23}$$
oder rund
$$\frac{41}{23} = \frac{2\,.\,23 - \Delta}{28 - \Delta}$$

*) Geschlechtsverhältn. S. 23.

**) Bevölkerungslehre S. 163.

***) Guzzoni degli Ancarnani: Contributo alla statistica del parto multiplo. Atti della società italiana di Ostetrica e ginecologia. Vol. VI. 1899.

Hieß also für Preußen das Verhältnis

$$\frac{\text{gleich}}{\text{ungleich}} = \frac{2 . 23}{28}$$

so lautet es für Italien

$$\frac{\text{gleich}}{\text{ungleich}} = \frac{2 . 23 - \Delta}{28 - \Delta}$$

Man sieht auch hier wieder, was die statistischen Schwankungen bedeuten.

In Preußen waren nach der obigen v. Fircks'schen Angabe unter 1000 Zwillingsgeburten

324mal 2 Knaben
$302,_9$mal 2 Mädchen

Also

$$\frac{\text{2 Knaben}}{\text{2 Mädchen}} = \frac{324}{303} = \frac{1,_{0694}}{1} = \frac{73,_{789}}{69}$$

$$\text{d. i.} \quad \frac{2 . 23 + 28}{3 . 23}$$

Also die **biologisch** gleichwertige Menge Knaben- und Mädchenzwillinge.

In Italien befanden sich nach Guzzoni

126113mal 2 Knaben und
114962mal 2 Mädchen

unter den 241075 gleichgeschlechtigen Zwillingen. Also

$$\frac{\text{2 Knaben}}{\text{2 Mädchen}} = \frac{126113}{114962} = \frac{1,_{097}}{1} = \frac{50,_{46}}{46}$$

$$\text{d. i.} \quad \frac{28 + 23}{2 . 23}$$

In Preußen also

$$\frac{\text{2 Kn}}{\text{2 M}} = \frac{28 + 2 . 23}{3 . 23}$$

In Italien

$$\frac{\text{2 Kn}}{\text{2 M}} = \frac{28 + 23}{2 . 23}$$

* * *

Die **Drillingszahlen** sind klein. Düsing*) gibt für Preußen an (1826—1881)

2559 Drillinge gleichen Geschlechtes
2916 Drillinge ungleichen Geschlechtes,

also eine größere Zahl ungleichen Geschlechtes.

*) „Regulierung" etc. S. 147.

Drilling können sein:

$$\left.\begin{array}{l}3 \text{ Knaben}\\ 3 \text{ Mädchen}\end{array}\right\}\text{ gleichgeschlechtig.}$$

$$\left.\begin{array}{l}2 \text{ Knaben} + 1 \text{ Mädchen}\\ 2 \text{ Mädchen} + 1 \text{ Knabe}\end{array}\right\}\text{ ungleichen Geschlechtes.}$$

Also zwei Kategorien gleichen und zwei Kategorien ungleichen Geschlechtes.

Der bloßen Wahrscheinlichkeit nach müßten ebenso viel gleichen wie ungleichen Geschlechtes erwartet werden.*)

Es verhalten sich in Wirklichkeit:

$$\frac{\text{ungleich}}{\text{gleich}} = \frac{2916}{2559} = \frac{1{,}_{14}}{1} = \frac{78{,}_{66}}{69}$$

d. h.

$$\frac{\text{ungleich}}{\text{gleich}} = \frac{2 \cdot 28 + 23}{3 \cdot 23}$$

v. Fircks, der einen noch etwas größeren Zeitraum (1824—1895) untersucht hat, gibt an, daß unter 1000 Drillingsgeburten

$$\left.\begin{array}{l}467{,}_2 \text{ gleichen}\\ 532{,}_8 \text{ ungleichen}\end{array}\right\}\text{ Geschlechtes seien.}$$

d. h.

$$\frac{\text{ungleich}}{\text{gleich}} = \frac{532{,}_8}{467{,}_2} = \frac{1{,}_{14}}{1} = \frac{2 \cdot 28 + 23}{3 \cdot 23}$$

Also genau das gleiche Ergebnis. Für Italien zählt Guzzoni:

Unter 4701 Drillingen waren

$$\left.\begin{array}{l}2239 \text{ gleichen und}\\ 2462 \text{ ungleichen}\end{array}\right\}\text{ Geschlechtes,}$$

also ebenfalls eine größere Zahl ungleichen Geschlechtes, d. h.

$$\frac{\text{ungleich}}{\text{gleich}} = \frac{2462}{2239} = \frac{1{,}_1}{1} = \frac{50{,}_6}{46}$$

oder

$$\frac{\text{ungleich}}{\text{gleich}} = \frac{28 + 23}{2 \cdot 23}$$

Es sind also überall die biologisch gleichen Mengen jeder Kategorie vorhanden. Die Wirklichkeit deckt sich mit der Forderung der Vernunft.

Wir stellen noch einmal die Zwillings- und Drillingsgeburten in bezug auf das gleiche oder ungleiche Geschlecht zusammen.

*) Nicht, wie Düsing irrtümlich meint, ein Viertel gleich und drei Viertel ungleich.

I. Zwillinge.

A.

1. Preußen: $\frac{\text{gleich}}{\text{ungleich}} = \frac{2 \cdot 23}{28}$

2. Italien: $\frac{\text{gleich}}{\text{ungleich}} = \frac{2 \cdot 23 - \Delta}{28 - \Delta}$

B.

1. Preußen: $\frac{\text{2 Knaben}}{\text{2 Mädchen}} = \frac{28 + 2 \cdot 23}{3 \cdot 28}$

2. Italien: $\frac{\text{2 Knaben}}{\text{2 Mädchen}} = \frac{28 + 23}{2 \cdot 23}$

II. Drillinge.

1. Preußen: $\frac{\text{ungleich}}{\text{gleich}} = \frac{2 \cdot 28 + 23}{3 \cdot 23}$

2. Italien: $\frac{\text{ungleich}}{\text{gleich}} = \frac{28 + 23}{2 \cdot 23}$

Von der Häufigkeit der Mehrgeburten.

Wir haben bis jetzt das Geschlechtsverhältnis der Zwillinge und Drillinge behandelt. Es soll aber noch die Frage nach der Häufigkeit der Zwillingsgeburten erörtert werden:

Legt man der Rechnung die Angabe von Guzzoni degli Ancarnani (l. c.) zu Grunde, der die größte Statistik über die Mehrlingsgeburten geliefert hat, so ergibt sich, daß auf $87,_{83}$ einfache Geburten eine Zwillingsgeburt kommt.

D. h. 140 Zwillinge auf 12296 einfache Geburten
oder

$$5 \cdot 28 \text{ Zwillinge auf } (23^3 + 129) \text{ einfache Geburten.}$$

Sehe ich von dem kleinen, durch den Zufall verursachten Uberschuß von 129 ab — die Berechtigung dazu wird S. 436 nachgewiesen — so kann ich sagen

a) Es kommen **5 . 28** Zwillingsgeburten auf **23³** einfache Geburten.*)

*) Der Satz besagt, daß wenn 28 gleich 23 wäre, so gäbe es überhaupt keine Zwillinge. Denn $5 = 28 - 23$ wäre dann Null.

Nun werden nach Ahlfeld*) auf $8,_{16}$ Zwillingsgeburten einmal Chorionzwillinge geboren, die also von derselben Eihaut umschlossen und von gleichem Geschlecht sind.

D. h.

28 Chorionzwillinge auf $228,_5$ Zwillinge überhaupt.

Oder rund (s. S. 436)

b) **28** Chorionzwillinge auf **10 . 23** Zwillinge überhaupt.

Nach Gleichung *a*) aber bestimmen sich

$$10 . 23 \text{ Zwillingsgeburten auf } \frac{2 . 23^4}{28} \text{ einfache Geburten.}$$

Und da nach *b*)

auf 10 . 23 Zwillingsgeburten 28 Chorionzwillinge

kommen, so ergeben sich

28^2 Chorion-Zwillingsgeburten auf $2 . 23^4$ einfache Geburten

oder

28^2 Chorion-Zwillingsindividuen

auf **23^4** einfach geborene Individuen.

Es ist also die Anzahl der einfach geborenen Individuen um zwei biologische Dimensionen höher als die Anzahl der Chorion-Zwillingsindividuen.

Auch hier liegt ein Dimensionenverhältnis vor wie bei dem Verhältnis der Totgeburten zur gesamten Geburtenzahl. Nur sind dort die beiden Zahlen um eine biologische Dimension unterschieden, hier um zwei Dimensionen.

Es gehört in diesen Abschnitt eigentlich auch die Beteiligung der Geschlechter an den einzelnen Krankheiten, die ebenfalls durch die biologischen Grundwerte bestimmt wird. Sie ist indessen im Zusammenhang des Kapitels XVIII behandelt und mag dort auf S. 490 ff. nachgelesen werden.

* * *

Über die Abrundung der statistischen Zahlen.

Bei der Berechnung des eben erörterten Verhältnisses hatten wir die statistischen Zahlen abgerundet. Es soll die Berechtigung dieser Abrundung geprüft werden.

---

*) Vgl. Archiv f. Gynäkologie, VII, S. 278. Unter 506 Zwillingsgeburten waren 62 Zwillinge aus einem Ei, also auf 8,161 Zwillinge ein Chorionzwilling.

Oben hatten wir in der Proportion

α) 5 . 28 Zwillinge auf 23^3 einfache Geburten gesetzt.

Das wäre

140 Zwillinge auf 12167 einfache Geburten.

Die Zählung aber ergab

$$140 : 12296$$

Denn $$1 : 87{,}_{83} = 140 : 12296$$

Nach unserer Theorie kämen aber auf 12296 einfache Geburten

$$\frac{140 \,.\, 12296}{12167} = 141{,}_5 \text{ Zwillinge.}$$

Mithin ist

die Abweichung $z = 1{,}_5$
bei der Versuchszahl $s = 12296$

Die Frage erhebt sich, ob diese Abweichung erlaubt ist. Ich habe diese Frage durch den Versicherungsmathematiker Herrn A. Patzig, gegenwärtigen Assistenten an der Göttinger Sternwarte, untersuchen lassen.

In unserem Falle sind die theoretischen Wahrscheinlichkeiten:

$$p = \frac{140}{12167} \quad q = \frac{12027}{12167}$$

Nun ist

$$P = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\gamma e^{-t^2} dt$$

und $$\gamma = \frac{z}{\sqrt{2\,p\,q\,s}}$$

Die Rechnung ergibt für

$$\gamma = 0{,}09$$
$$P = 0{,}10$$

Demnach $$Q = 1 - P = 0{,}9$$

Also die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die Abweichung in den Versuchszahlen durch den Zufall hervorgebracht ist, beträgt $Q = 0{,}9$ d. h. sie ist sehr groß.

Unsere Interpolation war demnach zweifellos erlaubt.

Im Falle der Chorionzwillinge sagt der Versuch, daß

28 Chorionzwillinge auf $228{,}_5$

Zwillinge überhaupt kommen; die Theorie fordert 28 Chorionzwillinge auf 230 Zwillinge.

Auf $228{,}_5$ Zwillinge kämen dann

$$\frac{28 \,.\, 228{,}_5}{230} = 27{,}_{82} \text{ Chorionzwillinge.}$$

In diesem Falle ist eine Wahrscheinlichkeitsrechnung kaum nötig, da die Abweichung zumal in Ansehung der kleinen Versuchszahl (506 Zwillingsgeburten) zu gering ist.

Die aber dennoch von Herrn Patzig durchgeführte Rechnung ergab bei

$$p = \frac{28}{230} \qquad q = \frac{202}{230}$$

$$s = 506 \qquad z = 0{,}4$$

für

$$\gamma = 0{,}04$$

Hierfür wertet

$$P = 0{,}045$$

und demnach wird

$$Q = 0{,}955$$

hat also einen Wert, der noch näher an 1 liegt.

XVI.

Die Bedeutung der zweiseitigen Symmetrie.

Die Tatsachen, die uns im Kapitel über die Statistik beschäftigten, haben uns den Schluß aufgezwungen, der uns schon früher wahrscheinlich dünkte: daß die 28 und 23 Tage als Lebenstage von weiblichen beziehungsweise männlichen Substanzeinheiten aufzufassen seien.

Aus diesen beiden Substanzen muß alles Lebendige aufgebaut sein. Und da wir bei allen Lebensäußerungen, normalen und krankhaften, physischen und psychischen, tierischen und pflanzlichen 28 und 23 Tage, d. h. also die Wirksamkeit weiblicher und männlicher Substanz haben nachweisen können, so muß alles Lebendige den Charakter des Zweigeschlechtigen an sich tragen.

Ist aber die Welt des Lebendigen wirklich so konstruiert, daß die Rechnung in der exakten Sprache der Zahlen nur das ausdrückt, was auch ohne sie an jeder Äußerung und Form des Lebens sich dem Beobachter enthüllt: daß wir überall und in allen Einzelwesen Männliches und Weibliches zu erkennen im stande sind?

Das ist die große Frage, die bündige und eindeutige Antwort heischt.

Wir könnten diese Antwort zu gewinnen suchen durch den Hinweis, daß kein Leben dauernd zu bestehen vermag, ohne daß durch die geschlechtliche Zeugung die Vermischung von weiblicher und männlicher Keimsubstanz bewirkt wird. Und daß auch bei der „ungeschlechtlichen“ Vermehrung, welche nur durch begrenzte Zeit durchgeführt werden kann, in letzter Instanz ebenfalls männliche und weibliche Keime beteiligt sind.

Wir wollen aber nicht bei den Keimen beginnen, sondern umgekehrt den ausgebildeten Organismus zuerst betrachten.

Und wir wählen diesen scheinbar längeren Weg, weil er für die Vermehrung unseres Wissens und für die Vertiefung unserer Einsicht sich als fruchtbarer erweisen wird.

Der Mensch teilt mit der großen Mehrheit der Tiere und Pflanzen den zweiseitig symmetrischen Bau. Eigentlich zeigt sich dieser Bau überall in der lebendigen Natur, wo immer die Klarheit der Form genügend hervortritt. Denn wenn man die „Pflanzentiere" den Bilateralien hat scharf gegenüberstellen wollen, so entgeht dem unbefangenen Blick das Künstliche solcher Trennung nicht. Jedes Radiolar läßt sich durch eine Ebene in zwei symmetrische Hälften zerlegen, jeder Stachel desselben ist zweiseitig symmetrisch gebaut. Eine Qualle, eine Meduse, jedes Schwammindividuum ist aus zwei symmetrischen Hälften zusammengesetzt, ebenso ist jeder Strahlenkörper eines Seesterns streng symmetrisch geordnet. Mehr als das. Wir wissen, daß sogar jede einzelne Zelle einen zweiseitig symmetrischen Bau aufweist, der sich bei der Zellteilung aufs deutlichste offenbart. Nur in ihrer Symmetrieachse kann die Zelle zerfallen und sie bringt deshalb immer nur zwei, niemals drei Individuen hervor. Die Tatsache der ausschließlichen Zweiteilung ist weit entfernt, eine selbstverständliche zu sein. Hinter ihr, wie hinter der bilateralen Symmetrie überhaupt, verbirgt sich ein großes Naturgeheimnis. Nur weil wir's alltäglich vor Augen haben, täuschen wir uns über seine Bedeutung.

Woher kommt dieser Aufbau der lebendigen Form aus zwei Hälften, die zwar homolog, doch niemals — in der ganzen Natur nicht — einander völlig gleich sind?

Linkshändigkeit.

Den ersten und entscheidenden Schritt zur Beantwortung unserer Frage machen wir mit einer Betrachtung unseres eigenen Körpers. Er zerfällt in zwei symmetrische Hälften, von denen eine — gewöhnlich die rechte — stärker betont ist.

Jedermann weiß, daß nicht selten die linke Körperhälfte, sei es der Größe, sei es der Kraft nach oder vermöge der Geschicklichkeit ihrer Bewegungen die bevorzugtere ist. Man hat das mit Linkshändigkeit, oder weil die Erscheinung nicht auf die Hand allein beschränkt ist, auch wohl mit Linkigkeit oder „Gelinktheit" bezeichnet.

Über das Zustandekommen dieser Eigenschaft, die angeboren ist und die man auch bei Tieren,*) z. B. Affen, Papageien kennt, hat man sehr verschiedene Meinungen geäußert. Das Wesentliche haben die Beobachter völlig übersehen:

*) Wahrscheinlich gehört hierher auch die Linksdrehung einzelner von den Sammlern sehr gesuchter Exemplare sonst rechtsgewundener Schneckenarten.

Das nämlich bei linkshändigen Männern die sekundären weiblichen Sexualcharaktere, bei linkshändigen Frauen die sekundären männlichen Sexualcharaktere viel ausgeprägter sind als bei voll rechtshändigen Männern oder Weibern.

Und gerade diese Tatsache führt uns ins Zentrum unseres Problems.

Was sind sekundäre Geschlechtscharaktere? Nach Darwins Definition diejenigen Sexualmerkmale, die für das betreffende Geschlecht charakteristisch sind, aber mit der Fortpflanzung selbst nichts zu tun haben.

Gewöhnlich denkt man dabei an den männlichen Bart, die Körperbehaarung, den großen Kehlkopf und die männliche Stimme; beim Weib an die Brüste, die glatte, fettreiche Haut, das lange Kopfhaar und das breite Becken.

Es gibt aber noch eine ganze Anzahl solcher Merkmale, die für das eine oder das andere Geschlecht bezeichnend sind.

Die Gestalt des Mannes ist im allgemeinen größer, seine Muskulatur ist entwickelter, das Knochengerüst schärfer gezeichnet und kräftiger. Sein Schädel ist eckiger, die Stirnhöcker treten mehr hervor und der Gesichtsteil überwiegt. Schultern und Brust sind breiter, der Brustkorb ist gewölbter. Die Brustdrüsen bleiben rudimentär. Sein Becken ist schmal und rund, der Bauch flach. Während die Frau nur Achsel- und Schamhaare hat, ist die Behaarung beim Mann über den ganzen Körper verteilt. Die Schamhaare sind nicht wie beim Weibe in dreieckiger Form angeordnet, mit der Basis dem Schambogen parallel und mit der Spitze an der hinteren Kommissur, sondern ihre Form ist rautenähnlich; nach oben laufen die Haare gegen den Nabel hin, nach unten gegen den After.

Die physische Natur des Weibes steht in mannigfachem Gegensatz. Die Frau ist von kleinerer Gestalt, ist schwächer, weniger muskulös, mehr fett. Sie hat einen kleinen runden Kopf, niedrigere glatte Stirn, geräumigere Augenhöhlen und einen kleineren Unterkiefer. Die Knochenvorsprünge und Leisten sind wie am ganzen Körper so auch am Schädel weniger ausgeprägt. Die Arme sind nicht wie beim Mann seitlich abgeplattet, sondern zylindrisch. Die Schulterbreite ist geringer, der Brustkorb flacher, der Bauch gewölbter, Schenkel und Gesäß viel dicker als beim Mann, die Schenkel schräger gestellt wegen der größeren Breite des Beckens und ebendeshalb weniger tauglich zum Laufen.

Auch die weibliche Psyche ist von der männlichen sehr verschieden. Ich wüßte sie nicht besser zu beschreiben als mit den Worten von P. J. Moebius,*) der auch hier wieder den Nagel auf den Kopf getroffen hat.

*) In seiner Schrift: Geschlecht und Entartung. Halle 1903. Dieses vortreffliche Büchlein behandelt die Frage der Geschlechtsunterschiede mit einer so leuchtenden Klarheit, wie ich sie sonst nirgends gefunden habe. Auch wir lehnen uns in der Darstellung mehrfach an die Schrift an.

„Im geistigen Leben des Weibes herrscht das Gesetz der Trägheit: während der Mann auf Neues aus ist, widerstrebt das Weib der Änderung; es nimmt passiv auf und tut nichts Eigenes dazu. Dabei aber ist es reizbarer als der Mann, reagiert rascher und ist leicht aus dem Gleichgewicht zu bringen; neigt zum Weinen wie zum Lachen, ist wechselnden Stimmungen unterworfen. Das Fühlen ist sein Reich. Mitgefühl ist seine Tugend. Viel sprechen ist ihm Genuß und Waffe. Es ist schreckhaft und feige, scheut aber den Zank nicht.

„Das eigentlich Charakteristische im Leben des gesunden Weibes ist das, daß die Geschlechtsaufgabe den Mittelpunkt bildet auf den sich alles bezieht........ Endlich ist des gesunden Weibes Kennzeichen die Kinderliebe. Sie zeigt sich schon in der Zeit der Unreife, ist als Mutterliebe ohne Grenzen, erfüllt aber auch das kinderlose Weib.....“

Noch ausdrücklich möchte ich bemerken, daß auch bei den Tieren die sekundären Sexualcharaktere sehr ausgeprägt sind. Ich brauche in dieser Hinsicht nur an die Mähne des Löwen, den Euter der Kuh, die Bockshörner beim Ziegen- und Schafbock, an das Cervidengeweih zu erinnern. Ferner an das Gefieder und die Sporen, den Kamm und die Bartläppchen des Hahns; an die Stimme der Singvögelmännchen, an die männliche Zeichnung der Schmetterlinge. Auch die staubtragenden Blütenpflanzen haben leuchtendere Farben — angeblich zur Insektenanlockung — als die nur mit dem Stempel versehenen weiblichen. Und daß auch die männliche und weibliche Tierpsyche sehr unterschiedlich ist, weiß man.

Nun wäre alles sehr gut und einfach, wenn die sekundären Sexualcharaktere feste Merkmale bildeten, die keine wesentlichen Änderungen zuließen. Aber in Wirklichkeit sind ihre Schwankungen so groß, daß man in extremen Fällen nicht wissen kann, ob man einen Mann oder ein Weib vor sich hat. Es kommen alle Grade von Schwankungen vor, wobei diejenigen geringeren Ausmaßes die häufigsten sind. Das ist bekannt und viel behandelt. Am treffendsten bei Moebius.

Was aber vollkommen neu ist und was hier allein in Frage steht: daß stets dabei die Betonung der beiden Körperhälften wechselt, so zwar, daß weibische Männer und männische Weiber ganz oder teilweise linkshändig, allgemein gesagt „gelinkt“ sind. Und umgekehrt, daß linkshändige Männer immer mehr weibisch, linkshändige Weiber stets männischer sind als ihre rechtshändigen Geschlechtsgenossen. Das wird natürlich zu beweisen sein.

Selbstverständlich kann ich meinen Satz nur an einer begrenzten Zahl von Beispielen demonstrieren, und ehe er in den Besitz der Wissenschaft eintritt, werden ihn wie jeden Induktionsschluß die Forscher an neuen Fällen nachzuprüfen haben.

Da wird es recht nützlich sein, ein Wort über die Prüfung auf Linkshändigkeit zu sagen. Nicht über die ausgesprochenen Fälle. Die erledigen sich von selbst. Wohl aber für die zahlreichen Formes frustes, die am wichtigsten sind.

Fragt man einen Mann, etwa einen Künstler, der durch seinen gesamten Habitus den Eindruck macht, aus dem „Zwischenreich“ zu stammen, also viel Weibliches zu enthalten, fragt man ihn, ob er linkshändig sei, so wird man zuerst die sichere Antwort erhalten: keineswegs. Er besitze keine Spur davon. Der Mann hat auf seine Weise recht, denn er weiß von diesen Dingen nichts. Auch bestimmt eine dunkle Ahnung die Menschen, die Linkshändigkeit abzulehnen. „Linkisch“ hat den Nebensinn des nicht ganz Vollwertigen.

Läßt man sich aber seine beiden Hände zeigen, so bemerkt man häufig, daß die rechte mit nichten überwiegt, daß vielmehr die linke reichlich ebenso groß, vielleicht noch stärker entwickelt ist. Manchmal prägt sich das besonders in der Länge der Daumen aus. Auch die Erfahrungen beim Handschuhmacher sind gut zu verwerten. Ich bemerke aber gleich hier ausdrücklich, daß Größe und Geschicklichkeit der linken Hand nicht immer parallel gehen und daß es ausgesprochene Linkshänder gibt, bei denen die rechte Hand das größere Volumen besitzt.

Der Rat der Autoren, einen Stein werfen zu lassen und zu sehen, mit welcher Hand das geschehe, ist gut, doch kann man ihn der Fensterscheiben wegen nicht immer befolgen. Wohl aber mag der Klient die Hände falten und wird dann wahrscheinlich den linken Daumen nach oben legen. Ist der Examinand eine Frau, so gibt auch der Versuch des Einfädelns leichten Aufschluß. Der Faden wird dabei in die Linke genommen. Dann läßt man Rock oder Taille zuknöpfen und sieht, welche Hand dazu geschickt ist. Normalerweise nehmen Mann und Frau die Rechte dazu; obwohl die Bewegungsrichtung bei beiden eine verschiedene ist. Denn alle Europäer setzen an Männerkleidern bis zum Hemd herab die Knöpfe rechts, an Weiberkleidern links an. Nur ein linkshändiger Künstler, wie Schwanthaler, konnte seinem Frankfurter Goethe die Knöpfe links abbilden und sich dadurch mit Recht die Unzufriedenheit von Schopenhauers Schneider zuziehen. Auch in unseren Tagen hat dem Berliner Bismarck-Denkmal sein Schöpfer die Spuren der eigenen Linkshändigkeit aufgedrückt.*)

---

*) Die Knöpfe sind zwar richtig, aber schon bei der Hauptfigur fällt es auf, daß die rechte Hand nur leicht auf einer Karte ruht, während die linke in Aktion ist und den (selbstverständlich links hängenden) Säbel umklammert, ebenso wie das linke Bein nach hinten gestellt und gestremmt ist. Bei den Nebenfiguren aber regiert vollends die „Gelinktheit“. Das Weib tritt mit dem linken Fuß auf den Panther und hält in der Linken das Scepter! Auf der anderen Seite hält die „Geschichte“ das schwere Buch mit der Linken. Auf derselben (rechten) Seite sieht man im Flachrelief einen Genius, der mit der Linken die Posaune ergriffen hat, und einen Engel, welcher mit der Linken die Rosen auf Bismarcks Haupt streut. Auf der Hinterseite des Monuments hat der dem Siegeswagen voraneilende Bote in der Linken den Lorbeer; und die den Siegeswagen verlassende Göttin reicht mit der Linken die Palme! Nur der Schmied hämmert mit der Rechten das Schwert der deutschen Einheit!

Gerade in verkappten Fällen soll man auch die Länge der Oberarme vergleichen und besonders auf die Dicke der Kugel achten. Damen erzählen häufig, daß sie von ihren Schneiderinnen nie einen passenden Ärmel bekommen können. Denn das gewöhnliche Verfahren, den zugeschnittenen rechten Futterärmel einfach umzudrehen und darnach den linken zu machen, führt natürlich zu keinem richtigen Sitz.

Bei Frauen ist auch die Frage, mit welcher Hand sie sich die Zöpfe zurechtmachen und die Haarnadeln einstecken, von Erfolg. Auch das Schließen oder Lösen schwieriger Knöpfe (am Taillenrücken) zeigt die Richtung. Ein Bandagist sagte mir, als er einer Patientin ein Nabelbruchband anlegte, er wisse gleich, wer auch nur ein bißchen linkshändig sei. Meint jemand, ein ausprobiertes Band, das er selbst sich noch einmal umlegen soll, passe nicht, so gäbe er (der Bandagist) ihm sofort eines gleicher Größe, an welchem nur Riemen und Knöpfe umgekehrt angemacht seien. Dann passe es.

Musikalische Leute, unter denen man aus später zu erörternden Gründen viele Linkshänder findet, erzählen oft, daß sie beim Klavierspielen in der linken Hand viel Kraft und gute Geschicklichkeit besäßen. Hat doch auch der unglückliche Robert Schumann, der zuerst Klavierspieler werden wollte, seine rechte Hand selbst operiert, um sie der linken an Geschick gleich zu machen. Andere geben die Karten mit der linken Hand, heben mit dieser das Bierseidel an den Mund, fechten gern mit der linken. Chirurgen, die mit der Linken operieren, sind häufig; auch Kapellmeister die mit der Linken dirigieren, gibt's. (Siegfried Wagner früher; jetzt hat er sich auf die Rechte eingeübt.)

Über die Schrift müssen sich Graphologen genauer äußern. Wer leicht Spiegelschrift schreibt, ist links. Eine kleine steile oder gar nach rechts geneigte Männerschrift rührt stets von Linkshändern her. Auch wenn Männer „Damenhand“ schreiben, sind sie mindestens verkappte Linkser. Die männlichen Überweiber bedecken die Blätter mit wenigen übergroßen Buchstaben. Bei solchen Schreiberinnen wird die Linkserprobe positiv sein.

Kinder, welche gern die linke Hand geben, sind suspekt. Lernen sie schreiben und wollen nicht gerade die Feder in die linke Hand nehmen, so machen sie doch zuerst die Abstriche von links oben nach rechts unten, so daß diese mit dem Aufstrich einen stumpfen, statt einen spitzen Winkel bilden.

Aber auch wo es sich weniger um die Geschicklichkeit als um die Kraft und Ausdauer handelt, wird die Linke bevorzugt. Die Kinder werden auf den linken Arm genommen. Mit der Linken tragen die „energischen“ Damen die Pakete von ihren Einkäufen nach Hause, ziehen die weicheren Lebemänner den Pfropfen aus der Flasche. Ergötzlicherweise überreichen sie mit ebendieser Hand der Dame ihres Herzens die Blumen.

Welcher Fuß der entwickeltere ist, kann man leicht beobachten. Auch weiß es der Schuster. Die Kraft des Fußes ist schwerer abzuschätzen. Am besten gibt der Tanz Aufschluß. Wirkliche Künstlerinnen im Ballett sind auf dem linken Fuße ausdauernder.

Lueddeckens erzählt, daß er bei seinem linkshändigen, übrigens sehr geschickten, begabten und hochmusikalischen Knaben eine deutliche Schwäche des rechten Beines feststellen konnte, da der Knabe beim Gehen häufig nach rechts hin stolperte.

Daß die „Linkshändigkeit" auf die ganze Körperhälfte ausgedehnt ist, sieht man. Es muß aber in Anknüpfung an eine frühere Bemerkung noch gesagt werden, daß sie sich in manchen Fällen mehr in dem größeren Volumen und weniger in der Betonung der links größeren Kraft oder Geschicklichkeit dokumentiert, und vice versa. Oft allerdings geht beides zusammen.

Ich habe erst jetzt erfahren (aus der Lektüre von Lueddeckens*), daß die linke Pupille bei Linksern größer sein soll; daß die Achse des linken Auges länger ist wie die des rechten, habe ich auch einigemal beobachtet. Auch der stärkere Astigmatismus des linken Auges ist mir bei Linkshändigen begegnet.

Endlich sieht man auch am Gesicht und Schädel Asymmetrien und Betonungen zu Gunsten der linken Seite. An den Stirnhöckern, den Augenbrauenbogen, dem Jochbein, dem Kinn, dem Nasenflügel und dem Mundwinkel.

Beim Frauenbart ist auch die linke Seite mehr mit diesem unwillkommenen Schmuck versehen.

Es gibt also eine ganze Summe von Merkmalen, die für die Prüfung der Linhshändigkeit in Betracht kommen.

Wie sehen aber die Menschen aus, bei denen man die linke Körperseite als entwickelter voraussetzen muß?

Die heutige Nervenpathologie sagt: sie sind „entartet". Wenn das Arterhaltende in dem richtigen Zusammenwirken der männlichen und weibichen Stoffe liegt, so hat der Ausdruck recht. Denn eine Verschiebung der männlichen und weiblichen Charaktere im Einzelindividuum ist in der Tat das Wesentliche dabei.

Es gibt unglückliche Menschen, die man Hermaphroditen nennt. Bei ihnen persistieren die Sexualorgane des anderen Geschlechtes, die bei den Normalen nur in verkümmerten Resten bestehen, noch in erheblicherer Ausbildung; die des eigenen Geschlechtes pflegen eine mehr oder weniger große Hemmung erfahren zu haben. Solche Leute, von denen wir an anderer Stelle noch sprechen wollen, gehören auch gewiß in die Klasse der mindestens fakultativen Linkshänder.

*) Lueddeckens „Rechts- und Linkshändigkeit", Leipzig 1900.

Ich selbst habe nur ein pseudohermaphroditisches Mädchen gesehen. Die war's. Aber ich möchte doch gleich hier sagen, daß die Grade in der Abweichung der Geschlechtsorgane nicht immer den Abweichungen nach links hin direkt proportional sind. Das Geschlechtliche erschöpft noch nicht das Geschlechtige, trotz der allerwesentlichsten Beziehungen beider.

Eine zweite Gruppe umfaßt die Leute, welche Hemmungsbildungen an den Genitalien ihres eigenen Geschlechtes haben.

Die Hypospadiaei, Männer, bei denen die Harnröhre nicht vorn an der Eichel, sondern an der Unterseite des Penis mündet (Bildung nach dem Weiblichen hin). Die Kryptorchisten, Männer, bei denen der Hoden nicht die Wanderung in den Hodensack durchgemacht hat, sondern in der Bauchhöhle geblieben ist, wie das weibliche Ovarium. Hierzu gehört auch die Anlage zum Leistenbruch, die einer Störung jenes Wanderungsprozesses ihren Ursprung verdankt.

Bei Weibern kennt man die gleichwertigen Störungen weniger, weil sie bisher noch kaum studiert sind. Nur die Vergrößerung der Clitoris, des Penisanalogons, ist häufig erwähnt. Leichtere Grade derselben kommen bei linkshändigen Weibern oft vor, auch habe ich dann zwei Schleimhautfalten von der Clitoriswurzel nach der Harnröhrenmündung hin bemerkt, die gleichsam die Harnröhre in die Clitoris zu ziehen trachteten. Vergeblich aber habe ich nach der Beschreibung einer anderen Anomalie gesucht, die man der Hypospadie an die Seite stellen könnte. Neben der richtigen Öffnung der weiblichen Urethra kommt auch bei linkshändigen Frauen gelegentlich eine falsche vor, die im Introitus vaginae mündet. Der Harn kommt nun gewöhnlich aus der normalen Urethra. Wenn einzelne Spritzer daneben aus der Scheide erscheinen, dann wissen die Frauen, daß ihre Menses unmittelbar bevorstehen.

Von den sekundären Charakteren ist der weibliche Bart und die männliche „Weiberbrust“ (Gynäkomastie) am meisten genannt. Höre ich von der Mutter eines Chirurgen sagen, ihr Sohn „könnte ein Kind säugen“, so wundere ich mich gewiß nicht, bald darauf in seinem Nekrolog, der ihn als Künstler feiert, zu lesen, daß er mit der Linken operiert habe. Und die bebärteten Frauen sind wie die mit langem weichen Bart versehenen „schönen Männer“ alle zur Linken gehörig.*)

*) Aus H. Ellis „Verbrecher und Verbrechen“, S. 117 ff., hat mir ein Kollege das Zitat gesendet: „Unter den Ärzten ist eine kräftige linke Hand ebenso häufig wie bei den Zimmerleuten, obgleich die Beschäftigung diesem Ergebnis nicht entgegenkommt; merkwürdig ist, daß die Geistlichen die relativ größte Zahl von Linkshändern ergeben, obgleich bei ihnen von einem Einfluß der Beschäftigung am allerwenigsten die Rede sein kann.“

Ich darf hier wohl an das lange Haar der Geistlichen — Weiberhaar — erinnern und an ihren meist weiblichen Typus.

Noch allgemeiner spricht man beim Mann von Feminismus, wenn er nur durch seinen gesamten Habitus, wozu auch ein sehr charakteristisches Timbre der Stimme gehört, weibähnlich wirkt. Moebius hat dies genus hominum im ganzen ausgezeichnet beschrieben. Es sind die Leute, die als Knaben mit Puppen spielen und später sich für die Toilette ihrer Frau bis ins einzelne interessieren. Ob bei ihnen der Abscheu gegen starke Getränke und gegen Tabak wirklich so groß ist, möchte ich nach eigenen Erfahrungen bezweifeln. Fürchten sich doch die Pantoffelhelden vor ihren sadistischen Frauen am meisten, wenn sie zu spät aus dem Wirtshause heimkehren. Es wird aber auch hier die verschiedensten Schattierungen geben.

Die männischen Weiber — viragines — haben im Gegenteil männliche Formen: eckig, starkknochig, rundes „allgemein verengtes" Becken. Sie sind Bergsteigerinnen, reiten und radeln gern, genießen Bier und Zigaretten, zu denen ihr Bärtlein ganz gut steht. Ihre Stimme ist entweder tief oder hat den Klang des unvollständig Mutierten. Wirklich, wie wenn eine hahnenfedrig gewordene Henne das Eierlegen aufgibt und zu krähen beginnt. Es sind die tatkräftigen Weiber, die selbständig ein Geschäft führen, „Reform"hosen erfinden und tragen, unermüdlich im Gründen von Tierschutzvereinen und im Rühren der Reklametrommel sind, die Feuilletons und Romane schreiben, in denen sie den kommenden Tag verkünden. Sie studieren und malen. Aber auch ein gut Teil der Schauspielerinnen und dramatischen Sängerinnen gehört ihnen an. Denn es muß gesagt werden, daß die Kunst im Zwischenreich gedeiht und daß kunstbegabte Frauen und männliche Künstler allesamt nur in verschiedenem Grade einen Vorzug der linken Körperseite aufweisen.

Man versteht, daß gerade bei Künstlern die geschlechtlichen Abnormitäten und Perversionen häufig sind.

Bei Künstlern masculini generis ist nach einem anfänglichen steilen Schub der Epheben- und Jungenmanneszeit die körperliche Libido keineswegs besonders groß, die psychische dafür um so beträchtlicher. Die Weiber sind hier die eigentlich aktiven. Und man ist daher längst gewohnt, ihnen eine besondere „Künstlermoral" zuzugestehen. Ihre starke männliche Mischung bedingt das geringere Schamgefühl und die Lust am Wechsel. Sind sie gesund, so haben sie den Prostitutionsneid ihrer neurotischen Schwestern nicht nötig, die nur in Anzug, Mimik und Sprache ihre Wünsche verraten.

Da die Entartung in einem Verschobensein der männlichen und weiblichen Quantitäten besteht, so begreift man, warum die wirkliche Prostitution und das mit ihr wesensgleiche Verbrechertum so viel Linkshändigkeit aufweist,*) man begreift aber auch, wieviel Fäden vom Künstlertum zu dieser Vorstufe des Auslebens hinabziehen (verkommene Genies).

*) Im Archivio di Psichiatria IV (1883), p. 414, gibt Lombroso nach einer Untersuchung von Marro den Prozentsatz der Linkshänder unter Verbrechern bei Frauen auf

Es ist nicht unsere Aufgabe, das Bild in allen Einzelheiten hier auszumalen. Vielmehr sollte angedeutet werden, wo wir die Linkshändigkeit zu suchen haben. Denn wir bereiten einen neuen Schluß vor:

Wenn es wahr ist, daß weibische Männer und männische Frauen linkshändig sind, und wenn umgekehrt Linkshändigkeit mit dem Zwischenreich notwendig verknüpft ist, so muß beim Mann die rechte Seite die männlich betonte, die linke Seite die weiblich betonte sein. Und bei der Frau müßte die rechte Seite mehr weibliche, die linke mehr männliche Qualitäten besitzen.

Also die rechte Seite entspricht in ihrem vorwiegenden Charakter dem Geschlecht.

Ist das Geschlecht verschoben, der Mann weibischer, so ist auch seine feminine Seite, die linke, stärker entwickelt.

Und ist die Frau männisch, so ist ihre maskuline Seite, auch hier die linke, ausgezeichnet.

Auf diese Weise ergibt sich die Linkshändigkeit fürs männliche und weibliche Zwischenreich.

Ein wichtiger Schluß, der uns in seinen Folgerungen weite Durchblicke eröffnet. Wir dürfen aber seine Straße nicht ziehen, ehe wir nicht an ausreichendem Erfahrungsmaterial seine Gültigkeit wenigstens erläutert haben.

Beispiele von Linkshändern.

1.

Ein auffallend hübscher Mann mit weichem, rötlichem Vollbart, dünner rosiger Haut und schmiegsamen Formen. Er hat feingebaute, schlanke Hände und Füße und sagt, daß sein Körper sehr gering behaart wäre.

Er ist ein künstlerisch veranlagter Zeichner, guter Schriftsteller und tüchtiger Organisator. Seine Handschrift fällt durch eigentümlich gezierte Form der Buchstaben auf. Für die Kleidung und das Schmuckbedürfnis der Frauen hat er ungewöhnliches Verständnis. Er ist weich und lenksam, leicht gerührt.

„Bei mir stimmt die Weiblichkeit.“

Völliger Linkshänder von Jugend auf.

22,7% bei Männern 13,9% an
d. h.

$$23 : 14 = 2 . 23 : 28!$$

Es sind also biologisch doppelt so viel Frauen als Männer (b. Verbrechern) linkshändig.

Das sonstige Verhältnis der Linkser beträgt nach derselben Quelle bei Frauen 5,8% bei Männern 4,3%
d. h.

$$5,8 : 4,3 = 1,35 = 37,8 : 28 = (2 . 23 + 28) : 2 . 28 \text{ also biologisch } 3 : 1$$

2.

50jähriger höherer Offizier a. D.

Sieht ganz feminin aus. Feine Züge, blonde Haare, sehr wenig Bart. Füße und Hände klein und fein gebildet wie bei einer Dame. Linker Fuß zweifellos stärker; linke und rechte Hand mindestens gleich groß, eher links größer. Er ist mit beiden Händen völlig gleich geschickt und hat auch immer links gut fechten können. Bastelt gern und braucht dabei die linke Hand. Zeichnet gut; sehr musikalisch; mathematisch begabt; künstlerische Neigungen.

Frau hat Schnurrbart.

3.

Zahnarzt, ca. 45 J.

Grazil, von schwachem Bartwuchs. Die Stimme ist biegsam, etwas hoch, die Sprache durch Lispeln beeinträchtigt. Er schwätzt gern, ist witzig und neugierig, aber harmlos. Gewählte Kleidung.

Die Zartheit und große Geschicklichkeit seiner Hantierung macht ihn für seinen Beruf besonders geeignet. Auch künstlerisch ist er nicht unbegabt. Als Kind hat er durch Schnitzereien und sein Talent zum Bosseln und Zeichnen Eindruck gemacht. Er wollte eigentlich Sänger werden und hat durch zehn Jahre wenigstens in einem großen Gesangverein — auch als Solist — gewirkt. Das Klavierspiel hat er aufgegeben, weil beim Greifen sich leicht ein Krampf der rechten Hand einstellte.

Seine linke Hand ist — besonders im Handrücken — ausgebildeter als die rechte. Er trägt schwere Gegenstände stets in der linken Hand und wird von ihr auch in seinen Arbeiten sehr unterstützt.

4.

Hauptmann, ca. 35 J.

Im Eindruck entschieden feminin. Feine, graziöse, sehr bewegliche Gestalt, der ein feinfühliges Wesen entspricht. Bart und Behaarung sind sehr schwach; die Stimme ist überraschend hoch. Etwas Hämorrhoidarier; Fissura ani. Bein und Fuß sind links erheblich stärker als rechts (sein Schuhmacher muß immer links Maß nehmen). Auch die linke Hand ist etwas größer als die rechte. Er ist gleich geschickt mit beiden Händen, rasiert sich aber mit der linken.

Sehr begabt im Beruf, für den Generalstab ausersehen. Lebhaft begeistert für Wissenschaft und Künste.

5.

Baumeister, Vierziger.

Große, myxödematöse, bartlose Gestalt. Der Körper ist gänzlich unbehaart und durchaus weiblich. Gynäkomastie; fette, runde Arme und weibliches Gesäß. X-Beine, mit denen er ungern geht.

Sein Wesen zeichnet sich durch besondere Weichherzigkeit, Wohltätigkeit, Sauberkeit und pedantische Ordnungsliebe aus. Er ist der zärtlichste Sohn und „bemuttert" seine ganze Familie. Dabei gutmütiger Polterer.

Er knöpft mit der linken Hand und trägt mit ihr Pakete. Beim Stützen benützt er die linke Hand und hat sich auch an ihr den Knöchelbruch zugezogen, als er im letzten Herbst im Zimmer ausrutschte.

6.

Registrator, 23 J.

Ist ein kompletter Linkshänder. Großer, schmalgebauter, ängstlicher Mann mit sehr zarter, kaum behaarter Haut, schwachem Bart und schlanken Weiberfingern. Sehr kleines Skrotum; Pubes von weiblicher Form, die Schamhaare fallen leicht aus. Seine Stimme ist hoch, etwas piepsig.

7.

Kleiner feister Mann, Vierziger, mit einem nur an den Unterschenkeln etwas behaarten Körper. Die Pubes sind von weiblicher Form, die Brüste ausgesprochen feminin. Die Hände und Füße sind klein; er kann Damenstiefel tragen.

Von der Mutter her mit Migräne belastet, zudem bronchial-asthmatisch.

Sein Charakter ist im Grunde schüchtern und sehr empfindlich. „Kann sich ärgern wie eine Frau." Er ist leicht gerührt und leicht verliebt; von strömendem Redefluß und gewandt mit der Feder.

Als Kind hat er seinen Schwestern die Puppen angezogen. Er ist künstlerisch recht begabt, hat feineres Verständnis für Musik und Malerei und übt beides mit Passion aus.

Völliger Linkshänder von Jugend auf.

Seine Gattin ist ebenfalls linkshändig und asthmatisch; sie hat eine tiefe Stimme und eckige Formen. Mit großer Vorliebe geht sie auf die Jagd und soll im Schießen besonders geschickt sein. Mann und Frau tun im Trinken gut Bescheid.

8.

Oberlehrer, Vierziger.

Der besonders höfliche und verbindliche Mann von weichen Zügen und langem weichen Bart, musikalischer Sprechstimme und schwachem Willen, steht ganz unter der Herrschaft seiner maskulinen Frau.

Er knöpft seinen Rock mit der Linken zu und hat selber beim Hanteln bemerkt, daß er mit der Linken ausdauernder ist als mit der Rechten.

9.

Junger Kaufmann.

Mit 22 Jahren noch keine Spur von Bart; mädchenhafter Teint; Zigarettenraucher; sehr eitel, begabt, musikalisch; ganz energielos und zerfahren, verschwenderisch. „Kleiner, unausgebrüteter Herr", habe ich ihn treffend bezeichnen hören. Er ist von Jugend auf völliger Linkshänder.

10.

Schaffner, ca. 35 J.

Er fällt durch seine kleinen Füße und kleinen, feinen Hände auf. Ist sehr empfindsam, kann niemanden weinen sehen, sonst kommen ihm selbst die Tränen. Er trinkt und raucht nicht. Bemerkenswert aber ist die reichliche Behaarung des Körpers.

Die Mutter des schüchternen Mannes, der ein ganzer Linkshänder ist, soll ihm ähnlich sehen, von untersetzter Gestalt und enormer Energie sein. Auch sie ist linkshändig.

11.

Älterer Mann, der in der Jugend tuberkulös war, einen Bruder an Schwindsucht verloren hat und schließlich selbst an putrider Bronchitis starb.

Anfang der Sechziger bekam er plötzlich einen rechtseitigen Leistenbruch.

Der runde, ziemlich kleine Kopf mit milden blauen Augen, ruht auf einem fetten, schwach behaarten Körper. Brust und Beine zeigen weibliche Formen.

Ein sehr musikalischer, überaus gutmütiger, überfeiner Mann mit entschieden genialer Veranlagung für das Kaufmännische. Trotz großer Klugheit bringt ihn seine Charakterschwäche und Feigheit ganz unter den Pantoffel. Auf elegante und gewählte Kleidung legt er selbst im Alter noch großen Wert.

Er ist völliger Linkshänder, der bei der Tafel auch das Fleisch nur mit der Linken schneiden, seinen Stock nur mit der Linken tragen kann. Die kleine, steile Schrift hat ihre Hauptrichtung von links oben nach rechts unten.

Sein Vater, ein sehr weichmütiger und begabter Mann, war ebenfalls links.

12.

Maurermeister, ca. 35 J.

Weibliches, etwas unentwickeltes Aussehen; sehr schwacher Bart. Ziemlich schlanke Gestalt und gewandte Manieren.

Im Gesicht tritt der linke Stirnbogen hervor. Die linke Hand ist stärker entwickelt wie die rechte, sonst Amphidexter.

Er ist ein guter Zeichner und Naturmusiker, der ohne Unterricht genossen zu haben nach dem Gehör spielt.

Eine Tochter von ihm ist seiner Aussage nach völlig links.

13.

Landwirt, 25 J.

Hypospadiaeus. Penis imperforatus. Öffnung der Harnröhre nahe am Ansatz des Skrotum. Die beiden Hälften des letzteren sind unten durch eine herzförmige Einkerbung geschieden, über welche eine verbindende Falte geht. Der rechte Testikel steht erheblich höher. Vor einigen Jahren entstand ein rechtseitiger Leistenbruch.

Der Körper ist sehr zart, ganz unbehaart, die Pubes haben weibliche Form. Der Kopf ist klein, die Augen blau und der Bart nur durch ein dürftiges weißblondes Schnurrbärtchen vertreten.

Die Sinnesart ist sanft, das Gemüt weich, weinerlich. Zu Frauen fühlt er sich kaum hingezogen.

Er ist nach seiner eigenen Angabe mit der linken Hand besonders geschickt, knöpft auch seine Kleider mit derselben.

Ein noch viel vollkommener Linkshänder ist sein Vater, dessen körperliche Beschaffenheit zu untersuchen ich keine Gelegenheit hatte. Seine Erscheinung macht jedoch einen ausgesprochen weiblichen Eindruck. Seine Stimme ist melodisch — der Anzug à quatre épingles.

Die Mutter, deren Wille in der Familie herrscht, hat einen eigroßen Kropf.

14.

Ein junger, schwachbehaarter, zart gebauter Mann mit weichem blonden Bart, hat Anlage zu rechtseitigem Leistenbruch und Hämorrhoiden. Er ist von akromegalischem Typus und hat an Bluthusten und rezidivierender, fieberhafter Bronchitis gelitten.

Im Charakter ist er von großer Weichmütigkeit und Nachgiebigkeit, ist feinfühlig und musikalisch.

Er ist ein völliger Linkshänder, hat eine linkshändige Mutter, deren Brüder — Schriftsteller — ebenfalls ausgesprochen linkshändig sind, und eine männliche, energische und begabte Frau.

Diese junge Frau, die ich auf Linkshändigkeit zu beobachten nicht in der Lage war, hat ihrerseits wieder einen linkshändigen Bruder — Komponist — und eine etwas schnurrbärtige, höchst energische Mutter, die hervorragenden Geschäftsgeist besitzt.

15.

Von der Familie K. kenne ich zwei Brüder und deren Vater. Diese Familie ist ausgesprochen musikalisch. Es war also vorauszusetzen, daß sie dem linkshändigen Typus angehören wird.

Der älteste Sohn, von sehr zartem Körperbau, bestritt mir die Linkshändigkeit. Doch ergab sich bei flüchtiger Besichtigung, daß die linke Hand beträchtlich größer als die rechte ist.

Der jüngere, noch musikbegabtere Sohn, hat einen sehr zierlichen Bau und feine Körperformen. Gutmütig und weichherzig wie sein Bruder. Er ist beim Klavierspiel mit der linken Hand besonders geschickt. Beim Kartenspiel gibt er die Karten mit der Linken. Rechte und linke Hand sind gleich groß.

Beide Brüder haben früher vielfach an Mandelentzündung gelitten, später wiederholt Blinddarmentzündungen durchgemacht. Eine Schwester von ihnen mußte wegen desselben Übels operiert werden. Der jüngere Bruder hat außerdem einen rechtseitigen Leistenbruch.

Beim Vater, den man als einen Mann von weicher Schönheit bezeichnen muß und von dem die Söhne ihre künstlerischen Gaben geerbt haben, ist nun gerade die linke Seite in sehr markierter Weise vernachlässigt.

Die linke Hand, Arm, Bein, Fuß, ebenso die linke Gesichtshälfte sind viel kleiner als rechts, der Bart ist links viel schwächer, auch das linke Auge kleiner, die Sehschärfe dort herabgesetzt.

Hier handelt es sich offenbar nicht um ein Plus von weiblicher, sondern um ein Minus von männlicher Substanz auf der linken, doppelgeschlechtigen Seite. Also im biologischen Sinne um eine Verkümmerung.

16.

Mein Kollege Herr Dr. Siegmund erinnert sich aus seiner Studentenzeit sehr genau an drei Kommilitonen, die ausgesprochene Linkser waren. Alle drei hatten keinen oder ganz schwachen Bart.

Der eine liebte künstlerische Beschäftigungen, hatte sehr hohe Stimme und ein hübsches Kindergesicht. Der zweite — ein glänzender Schläger mit sehr großer, gebogener Nase und riesigen Händen und Füßen (Spitzname „die Hand“), war von besonders freundlicher, milder Sinnesart.

Den dritten, einen auffällig hübschen Menschen und ebenfalls vorzüglichen Schläger mit sehr heller Stimme, schildert mein Kollege als ein „trotziges junges Mädchen".

Die folgenden Fälle 17, 18, 19, sind Mitteilungen von Herrn Dr. Pfennig über Linkshänder.

17.

A., 40 J.

Verzichtete epileptischer Anfälle halber auf Ablegung des Staatsexamens und warf sich gänzlich Kunststudien in die Arme. Hat feines Gefühl und Verständnis besonders für Musik und bildende Kunst.

Untersetzten, außerordentlich kräftigen Körpers, hat er doch nur einen schwachen Geschlechtstrieb; bis vor kurzem, wo er eine Ehe eingegangen ist, hat er nur ein- oder zweimal, u. zw. auf Zureden anderer, den Beischlaf vollzogen. Er erklärt, durch fast unüberwindliches Schamgefühl zurückgehalten zu sein. Dafür hat er stets lebhaftes Bedürfnis nach Freundschaft und platonischer Liebe gehabt; er war mehreremal mit schwerkranken Damen verlobt. Schließlich wurde er mehr von seiner Mutter ver- und von seiner Frau geheiratet, als daß er die Initiative ergriffen hätte. Er ist trotz männlichen Aussehens und öfter geflissentlich zur Schau getragenen schroffen Auftretens eine weiche, nachgiebige, sich an andere anschmiegende Natur, der es ein Bedürfnis ist, sich leiten und bestimmen zu lassen. In der nächsten Familie mehrfach musikalische Berufsarten.

18.

B., Optiker.

Etwa 30 Jahre alt, groß und kräftig, Enkel eines bekannten schöngeistigen Schriftstellers. Er selbst hat lebhaftere Neigung für bildende Kunst, namentlich Malerei, und für Musik, besonders Gesang. Er photographiert in vollendeter Weise, die ihm auf Ausstellungen öfter Preise eingebracht hat, und singt ersten Tenor. Guter Bergsteiger; freundlich, aber durchaus männlich im Auftreten. Hat sich besonders an ein kinderloses Ehepaar angeschlossen, wo die Frau (mit einen Anflug von Schnurrbart, markierten Zügen und energischem Willen) ihm in Enthusiasmus für Malerei und Musik entgegenkommt. Ihr Bruder ist der folgende:

19.

C., cand. jur., etwa 28 J.

Weiche Gesichtszüge, nicht sehr groß, aber muskulös. Hat trotz guter Fähigkeiten bisher nicht die Energie besessen, das erste Examen abzulegen Alkoholiker, ohne erheblichere libido sexualis. Besitzt großes Interesse und bemerkenswertes Urteil für Malerei. Eine zweite Schwester, mit männlichen Zügen (trug eine Zeit langkurzes Haar), ist Malerin. Ihr Tituskopf machte einen so ausgesprochen männlichen (oder wie die Kleinstadt sagte: emanzipierten) Eindruck, daß sie bald von der Frisur Abstand nehmen mußte.

20.

Myxödematöse Sechzigerin von imposanter Gestalt, tiefer Stimme, allergrößter Energie und Entschlußfähigkeit. Klug und sympathisch. Schmerzhafte Eingriffe erträgt sie lautlos. Sie reist allein in der Welt umher und löst schwierige Familienverhältnisse auf gordische Art.

Leidet an Bronchialasthma. Sehr musikalisch.

Kann beide Hände gleich gut brauchen. Schweres hebt sie jedoch nur links. Im Schlaf kann sie nur auf der linken Seite liegen.

21.

Ledige Sechzigerin.

Groß, eckig, intelligent, männlich-egoistisch; tüchtig, auch im Trinken. Eindruck männlich. Schnurrbart; zieht sich die Haare dort aus.

Die rechte Hand ist zwar entschieden größer als die linke, aber: sie greift mit der Linken, trägt Pakete, Schirm etc. mit der Linken und kann Kinder nur auf dem linken Arm tragen. Sie frisiert sich mit der Linken, beim Falten der Hände ist der linke Daumen oben.

Bruder und eine Schwester sind an Schwindsucht gestorben. Sie selbst hatte früher Lungenblutung und fieberhafte Blinddarmbeschwerden.

22.

30jähriges Fräulein mit starkem Schnurrbart und dichten Augenbrauen, die sich mit großer Tatkraft eine selbständige soziale Stellung geschaffen hat. Sigmatismus, Furunkulose; Mutter Diabetes. Sie besitzt sehr guten Geschmack in der Richtung auf das Malerische, ist handgeschickt und amphidexter. Sie nimmt ohne Not die Nadel bald in die Rechte, bald in die Linke, die auch fraglos größer ist. Der Daumen ist links länger wie rechts.

Ihr schwach bebarteter Bruder, der mit einem doppelseitigen, aber nur links kompletten Leistenbruch behaftet ist und seit einigen Jahren eine Schreibschwäche in der rechten Hand fühlt, knöpft links, hat den linken Daumen beim Händefa ltenoben, bedient sich beim Entkorken von Flaschen der linken Hand, die ebenfalls breiter als die rechte ist und wie bei der Schwester einen längeren Daumen besitzt. Ein stiller, ordentlicher Mann, Buchhalter, der Junggeselle geblieben ist. Sehr akkurat, sehr sauber, ohne besondere Neigungen.

Gerade diese beiden Geschwister fühlen sich besonders zu einander hingezogen und sind immer ein Herz und eine Seele.

23.

Ca. 40 Jahre altes Fräulein von großer Statur, sehr eckigen Formen, buschigen Augenbrauen und kleinem Schnurrbart. Grobe großporige Haut. Sehr starke Esserin. Zieht Männer nicht an. Im Charakter sehr mutig, hat großen Unternehmungsgeist, von rastloser Tatkraft, vielseitiger Geschicklichkeit und nicht gewöhnlichem Verstand. Sie sorgt für ihre ganze Familie. Ihre linke Hand ist größer als die rechte, die ganze linke Gesichtshälfte ausgebildeter. Sie ist links sowohl geschickter wie ausdauernder.

24.

Sechzigerin.

Klein, mager, knochige Hände, Schnurrbart, kreischende Stimme. Setzt mit ihrer Tatkraft alles mögliche durch. Musikalisch.

Der Mann ist ein bedeutender Schriftsteller von sehr feinfühligem Wesen und sehr grazilen Formen. Er leidet an Hämorrhoiden. Linkshändiges Ehepaar.

25.

Zwanzigerin, die an plötzlicher Bauchfellentzündung starb und ganz linkshändig war. Sie machte einen verkümmerten, entschieden infantilen Eindruck, hatte harte männliche Züge, ganz flache kleine Brüste, rundes Becken, kleine, aber knochige Hände. Im Wesen heiter und energisch; sie ertrug schwere Schicksale ohne Murren.

Geringe Libido; dagegen schwärmerische Neigung zu einer älteren Frau.

Ihre Mutter ist an Tuberkulose gestorben; ihre einzige Schwester ist geistig minderwertig, imbezill und muß dauernd in der Versorgungsanstalt leben.

26.

20jähriges Fräulein, das an der hiesigen Universität Mathematik und Naturwissenschaften studiert und entschieden zeichnerische Begabung hat.

Das sehr selbständige Mädchen macht einen puerilen, weiblich-unentwickelten Eindruck.

Ihre linke Hand ist mindestens ebenso stark wie die rechte. Sie nimmt die Nadel in die linke Hand, hat beim Falten der Hände den linken Daumen oben; kann Taillenknöpfe am Rücken nur mit der Linken schließen, zieht auch vorn gewöhnlich die Knöpfe mit der Linken durchs Knopfloch. Sie kann das linke Auge allein zukneifen, das rechte nicht. Ebenso kann sie den kleinen Finger der linken Hand sehr leicht allein bewegen, den der rechten nur unvollkommen.

27.

Vierzigerin.

Hervorragend tüchtige, energische, wissenschaftlich gebildete und begabte Dame, die an Lungenspitzenkatarrh gelitten hat. Sie übt große Anziehung auf Männer aus — ménage à trois.

Fädelt links ein und probiert Schuhe und Handschuhe immer links an, weil sie sonst zu klein sind.

28.

Sechzigerin.

Witwe eines sehr weichmütigen Mannes, ist selbst das komplette Gegenteil. Fidel, energisch, eckig, mit recht entwickeltem Schnurrbart.

Linkseitige Kieferhöhleneiterung. Ganz linkshändig.

29.

42jährige Frau.

Leidet seit der Pubertät an schlimmen Kopfschmerzen. Hat einen kleinen, fibrösen rechtseitigen Kropfknoten. Sehr mutig und energisch; wird überall allein fertig. Künstlerisch begabt, hoch musikalisch. Bruder Kunsthistoriker und Künstler, von weiblicher Erscheinung, sehr weich und zartfühlend, sehr religiös. Mit diesem Bruder stimmt die rationalistisch denkende Frau besonders überein. „Wir gehen in allem auseinander und treffen uns immer wieder.“

Typus Myxödem. Frühzeitig graue Haare; linkes Auge unbeweglich (Ophthalmoplegia externa completa), rechts nur teilweise beweglich. Linke Hand und Oberarmkugel größer als rechts. Mit der Linken besonders geschickt, macht mit ihr Handarbeiten; führt die überwendliche Naht von rechts nach links aus, gegen die Richtung des Uhrzeigers. Kann auch sehr gut Spiegelschrift schreiben. Beim Einfädeln hält sie die Nadel in der Rechten, den Faden in der Linken; knöpft mit der Linken.

30.

Mittelgroße Frau von ca. 40 Jahren, mit dunklem Schnurrbart und männlich geformter Behaarung der Pubes. Amphidexter. Dabei ist der rechte Arm und die rechte Hand erheblich kleiner als links. Hat eine Angstpsychose mit Vorstellungen sexueller Versündigung durchgemacht.

31.

Schnurrbärtiges Mädchen mit unreinem Teint, ungraziösen, sehr eckigen Formen und Bewegungen. Sie ist selbständig und tatkräftig und von jungenhaftem Wesen. Tiefe Stimme; spricht in abgerissenen Sätzen. Stammt aus diabetischer, myxödematöser Familie. Ganz linkshändig.

32.

Rothaarige, magere junge Frau von dürftigen, etwas eckigen Formen, rundem Becken, geraden Beinen; Nacken, Fingerrücken und Vorderarme behaart. Brüste klein, Schwellkörper der Clitoris auffallend groß. Sehr markierte Kommandostimme. Große, dicke, mit Kraft hingesetzte, steile Schriftzüge.

Ausgezeichnet durch großen persönlichen Mut, leichte Auffassung, starke Intelligenz. Reitet, radelt, steigt Berge. Schriftstellert und musiziert. Linkshändig.

33.

Eine stark bebartete, zur Rasur genötigte Frau von großer Selbstbeherrschung und Tapferkeit und naturwissenschaftlichen Neigungen (mikroskopiert etc.), leidet an Furunkulose und hat ihre Mutter an Diabetes verloren.

In allen Verrichtungen mit der Linken sehr geschickt und viel ausdauernder.

34.

50jährige Frau.

Gibt immer die linke Hand; sehr eckig, knochig, männlich im Aussehen; kleiner Schnurrbart. Kyphoskoliose. Raucht Zigaretten, trinkt ordentlich Bier, schreibt Romane und kämpft in der Frauenfrage. „Anti-Moebius.“

Ein Sohn, ausgesprochener Akromegaliker, starb an Tuberkulose. War ebenfalls kyphoskoliotisch.

35.

56jährige Frau.

Schwester einer berühmten Sängerin, soll selber früher eine schöne Stimme gehabt haben. Früher mager, ist sie seit der vor vier Jahren eingetretenen Menopause stärker geworden und sieht ganz entschieden in den Typus des Myxödems hinein. Dabei fällt es auf, daß sie auf den Unterschenkeln sehr behaart ist. Arme und Beine sind mit kleinen Lipomen besät.

Ich habe die Patientin nur einmal gesehen und dabei konstatieren können, daß das Volumen der linken Hand erheblich größer als das der rechten ist. Angaben über den Gebrauch der linken Hand konnte ich nicht erhalten.

36.

Eine höchst energische, ca. 60jährige leistungsfähige Frau mit sehr eckigen, sehr groben männlichen Zügen und einer schnarrenden, modulationslosen, lauten Stimme. Sie entbehrt der feineren Gefühlseigenschaften, hat Romane geschrieben und ist Frauenrechtlerin. Eine strapaziöse Persönlichkeit, von deren Besuchen sich ihre Bekannten immer ausruhen müssen.

Beim Paketetragen, Ankleiden, Frisieren, Zuknöpfen braucht sie nur die linke Hand. Das Messer kann sie nur dann mit der Rechten führen, wenn sie es in die Faust nimmt.

37.

Sechsjähriger Junge.

Gibt mit Vorliebe die linke Hand. Linker Arm ein wenig stärker als der rechte; ebenso die linke Hand. Arbeitet gleich geschickt links und rechts. X-Beine; besonders stark entwickelt ist der linke Condylus internus. Linke Schilddrüse auffallend druckempfindlich (Mutter aus Basedow-Familie). Nasen-Rachen-Vegetationen bereits vor zwei Jahren operiert. Sehr zart, redet viel; macht Verse, modelliert und baut. Tagträumer, gegenwärtig malt er sich phantastisch den Bergarbeiterstreik aus.

38.

Zehnjähriger blasser Knabe von schlaffen, müden Zügen, langsamen, weichen Bewegungen. Beim Händedruck hat man das Gefühl, daß man seine biegsamen Knochen verletzen könnte. Schwarze, tiefliegende Augen; seidenweiches, fast blauschwarzes Haar.

Phimosis und mangelhafte Ausbildung der Vorhaut, die vorn einen längeren Lappen aufweist, aber in ihrem hinteren Teil stark verkümmert ist. Der rechte Hoden steht sehr hoch, links besteht Varicocele.

Völlig linkshändig und sehr begabt.

Seine ebenfalls ausgesprochen linkshändige, stark schnurrbärtige Mutter, die von ihrem Gatten getrennt lebt, hat mit einer Freundin ein zärtliches Verhältnis.

39.

Zehnjähriger Knabe aus musikalisch und mathematisch begabter Familie. Myxödemtypus. Schmiegsam und liebebedürftig, auffällig schamhaft, furchtsam, weiblich klug. Tänzelnder Gang, will Schauspieler werden. Er ist mit der Linken besonders geschickt und muß oft zum Gebrauch der Rechten angehalten werden. X-Beine, Phimose, Rachenadenoide.

40.

Ein 11½jähriger Knabe von feinem, mädchenhaftem Aussehen. Sehr graziös und ungemein geschickt.

Auf der linken Seite sind Arm und Hand, Bein und Fuß erheblich stärker als rechts. Die linke Gesichtshälfte ist ausgebildeter, die linke Pupille größer. Ausgesprochene X-Beine mit Betonung des Condylus internus sinister. Er greift gewöhnlich mit der linken Hand, obwohl er von seiner Pflegemutter häufig zur Benützung der rechten ermahnt wird. Er ist mit der Linken vorwiegend geschickt, zielt stets mit dem linken Auge.

Im Wesen ängstlich, sehr musikalisch, rezitiert wundervoll Gedichte.

Im vorstehenden habe ich unter 40 Nummern etwa ein halbes Hundert Linkshänder geschildert und zwei weitere Dekaden sollen noch folgen. Es sind Männer, Weiber und Kinder.

Ich habe sie wahllos meiner Beobachtung entnommen. In der Beschreibung war ich aus Gründen der Diskretion gezwungen, oft nur das allgemeine Schlagwort hinzusetzen, wo eine eingehendere Ausführung reizvoller und überzeugender gewesen wäre. Doch das ging nicht anders und ein jeder wird diesen Mangel für seinen eigenen Gesichtskreis leicht in Überfluß verwandeln können.

Aber auch in ihrer Kürze lehren die Bilder eines mit lückenloser Bestätigung, daß wo Linkshändigkeit vorhanden ist, auch der gegensätzliche Geschlechtscharakter betont erscheint. Dieser Satz ist nicht nur ausnahmslos richtig, sondern es gilt auch seine Umkehrung: wo ein Weib mannähnlich oder ein Mann weibähnlich ist, da findet sich eine Betonung der linken Körperhälfte.

Wer das weiß, hat die Wünschelrute zur Auffindung der Linkshändigkeit.

Ich habe mir nach diesem Satz eine rein theoretische Liste von denjenigen meiner Bekannten gemacht, die linkshändig sein müssen. Und die darauf folgende tatsächliche Prüfung hat mich auch nicht in einem einzigen Falle betrogen. Diese Diagnose stimmt immer.

Freilich ist der Grad der Linkshändigkeit wechselnd. Manchmal überwiegt mehr das Volumen, manchmal die Geschicklichkeit oder die Kraft. Oft alles zusammen; aber es gibt auch Fälle, wo die rechte Hand die größere ist und doch Linkshändigkeit besteht, wie z. B. in den Fällen 21 u. 43 (s. später). Gewiß wird auch für diese Einzelheiten ein genaueres Studium die Aufklärung bringen. Aber das Wesentliche, die Beziehung von Geschlechtscharakter und Körperseite wird dadurch nicht berührt.

Einmal findet sich der Fall verzeichnet (s. Nr. 15), daß ein Mann, der zwei linksbetonte, künstlerisch veranlagte Söhne hat, auf der linken Seite keine stärkere Entwicklung aufweist, sondern im Gegenteil dort entschieden zurückgeblieben ist. Wo die Natur ein Mehr gibt, muß sie auch etwas fortnehmen können. Den Wechsel von Plus und Minus, von Hyperplasien und Atrophien, von Hemmungs- und Geschwulstbildungen, von Zwerg- und Riesenwuchs sehen wir ja immerfort. Was ist unserem links verkümmerten Manne fortgenommen? Offenbar ein Quantum männlicher Substanz aus der ebenfalls doppeltgeschlechtig veranlagten, nur stärker weiblich betonten linken Körperhälfte. Darauf weist wohl auch der links schwächere Bartwuchs noch speziell hin.

Gewöhnlich dürfte das Verhältnis so sein: Beim linkshändigen Mann wäre aus der männlich betonten rechten Seite ein Quantum männlicher Substanz eliminiert und dafür auf der weiblicheren linken Seite eine äquivalente Menge weiblicher Substanz hinzugefügt, so daß diese nun überwiegt und das gesamte Mischungsverhältnis zu Gunsten der Femininität verschoben ist. Und vice versa.

Bei dieser Auffassung verliert die Beziehung zwischen Linkshändigkeit und Geschlechtscharakter nicht nur alles Wunderbare, sie wird vielmehr notwendig und widerspruchsfrei. Noch mehr. Sie wird fruchtbar, denn sie läßt uns Folgerungen ziehen, welche die Wirklichkeit bestätigt.

Linksbetonung und Wachstumsstörungen.

In unseren Beschreibungen steht mehrfach der Hinweis, daß die linksbetonten Leute Leistenbrüche und X-Beine gehabt hätten.

Auf der rechten Körperseite findet normalerweise während des Embryonallebens das Hinabsteigen des Hodens durch den Leistenkanal später statt wie auf der linken, so daß der rechte Hode gewöhnlich nicht ganz so tief tritt wie der linke. Ist das Hinabsteigen vollendet, so verwächst die Eingangspforte des Leistenkanals und es können in den Kanal selbst weder Bauchfell noch Eingeweide oder Netz hineintreten. Dieser ganze Vorgang eignet exquisit dem männlichen Geschlecht, ist männlich. Wird die männliche Substanz auf der rechten Seite (bei Linkshändern) vermindert, so müssen auch die rein männlichen Vorgänge dort weniger intensiv sein. Das Hinabsteigen des Hodens und die Verwachsung der Bruchpforte werden leiden, und es kommt eventuell zum rechtseitigen Leistenbruch.

Ist dem wirklich so, dann muß, wie wir in der Tat beobachtet haben, Femininität, rechtseitiger Leistenbruch und Linkshändigkeit zusammengehören und der rechtseitige Leistenbruch muß in der Häufigkeit überwiegen.

Über das öftere Vorkommen der rechtseitigen Leistenbrüche ist in der medizinischen Statistik nur eine Meinung.*) Sie sind um ein Drittel häufiger.

Aber weiter: Es gibt eine andere Art von Eingeweidebrüchen, die Schenkelbrüche, welche vorwiegend bei jüngeren Frauen im 25. bis 40. Lebensjahre entstehen. Auch diese an das Weibliche gebundenen Brüche müssen auf der weiblicher betonten Seite, der rechten, öfters vorkommen. Und eben das lehrt die medizinische Statistik.**)

Man braucht sich nur die Knochen der einzelnen Phalangen ohne Voreingenommenheit anzusehen, um sofort zu wissen, daß die Symmetrie nicht auf die Zugehörigkeit der rechten und linken Körperseite zueinander beschränkt ist. Eine einzelne Phalanx ist in sich aus zwei symmetrischen Hälften zusammengesetzt, und der Oberarm und die beiden ursprünglich eine Einheit bildenden Unterarmknochen sind es ebenfalls. Und dasselbe gilt für das Knochengerüst der unteren Extremität.

---

*) Vgl. **Graser**: Unterleibsbrüche. Wiesbaden 1891, S. 254.

**) l. c. S. 254.

Um es gerade herauszusagen: Ein Bein hat eben wegen seiner symmetrischen Entwicklung um die Längsachse auch eine mehr männlich und eine mehr weiblich betonte Seite. Und zwar muß in Konsequenz unserer früheren Vorstellung das rechte Bein eines Mannes rechts die männlichere, links die weiblichere Hälfte haben. Und das linke, weiblich markierte Bein des Mannes rechts die weiblichere, links die männlichere Seite.

Genau umgekehrt muß es bei der Frau sein. Rechts liegt immer die der Geschlechtsbetonung entsprechende Seite.

Was folgt daraus?

Daß beim Manne die beiden weiblicheren Hälften der Medianlinie zugekehrt sind, bei der Frau die beiden männlicheren. Also beim Manne und beim Weibe liegen die dem Geschlecht entgegengesetzten Hälften median, die ihm gleichen lateral.

Haben nun bei einem linkshändigen Mann die weiblichen, also medianen Hälften der Beinknochen ein stärkeres Wachstum, so bekommt er X-Beine (Schneider- oder Bäckerbeine, die Schneider und Bäcker sind meist feminin). Und eine linkshändige Frau ist ebenfalls dann mit ihnen begabt, wenn ihre männlichen Hälften im Wachstum bevorzugt sind.

Das ist der Sinn der bei unseren Linksern gemachten Beobachtungen.

Das Gegenstück der X-Beine, die säbelförmig gekrümmten O-Beine, sind gewöhnlich ein Resultat der Rhachitis. Diese Krankheit macht keinen Unterschied im Geschlecht. Mädchen wie Knaben erkranken gleich häufig daran. Das gibt einen Fingerzeig nach der Richtung, daß von der Krankheitsursache sowohl die männliche wie die weibliche Substanz betroffen werden kann.

Wird bei Mädchen die weibliche oder bei Knaben die männliche Substanz der Beinknochen hyperplastisch, so muß es bei beiden zu einer Hyperplasie der äußeren lateralen Hälften kommen und es müssen O-Beine entstehen.

Linksbetonung und Künstlertum.

Aber noch ein ganz anderes lehren die mitgeteilten Geschichten der Linkser. Mindestens drei Viertel von ihnen, wenn nicht mehr, haben eine nach der Seite des Künstlerischen hin liegende Begabung. Das sieht man an Männern, Frauen und Kindern, und zwar so konstant, daß an einem inneren Zusammenhang gar nicht zu zweifeln ist. Auch hier liegt es wieder so, daß die Umkehrung des Satzes ebenfalls gilt. Ist einer ein geborener Künstler, so muß er eine Betonung seiner linken Seite aufweisen.

Von den im folgenden beschriebenen Künstlern hat mir keiner gesagt, daß er linkshändig sei; einige haben es mir sogar bestritten. Und ebenso ist es meinem Kollegen Dr. Siegmund gegangen, aus dessen Beobachtung die Fälle 53, 54, 55 stammen. Er war aber von mir unterrichtet und hatte den festen Willen, den Tatsachen auf den Leib zu rücken und mir entweder klare Bestätigungen oder ebenso klare Widerlegungen zu bringen. Und diesen ehrlichen Willen müssen auch die Nachprüfer haben.

Was ich selbst an Berufskünstlern herausgebracht habe, ist das Folgende:

41.

69jähriger Schriftsteller, der auch musikalisch und malerisch begabt ist. Langer, weichglänzender rötlicher Bart, zylindrische, nicht seitlich zusammengedrückte Arme, schön geformte, weiche Hände, auffällig kleine Füße; X-förmige Beine, Pubes von weiblichem Typus.

Sein Vater, der selbst Linkshänder war, klopfte dem Sohn immer auf die Finger, wenn er die linke Hand brauchte. Er selber hat geflissentlich die Rechte ausgebildet (Fechtübungen), doch kann er sich nur mit der Linken schneuzen und auch nur mit ihr das Seidel zum Munde führen. Seine Schrift zeigt kleine, feine Buchstaben.

42.

25jähriger Pianist.

Myxödematöser weiblicher Typus, ganz schwacher Bart. Indessen starker Raucher.

Linke Hand größer als die rechte, geschickter in allen Verrichtungen und stärker. Gewisse technische Schwierigkeiten, die er mit der rechten Hand hat (z. B. beim Sextenlauf) sind links nicht vorhanden.

43.

30jähriger Mann.

Hat seinen Beruf gewechselt und ist Sänger geworden. Weiblich infantiles Aussehen. Ganz schwacher Bart, unbehaarter Körper; Pubes völlig weibliche Form; entwickelte Brüste, links besonders. Zwar ist die rechte Hand größer als die linke, aber die beiden Oberarme und Beine sind völlig gleich stark. Die Beine sind gerade, das Becken entschieden flach. Er greift mit der Linken, er knöpft links; beim Rockanziehen nimmt er zuerst den linken Arm; führt mit der Linken künstlerisch schöne Stickereien aus, die er selbst entwirft.

44.

Der 22 Jahre alte Berufsmusiker und Komponist von schwächlicher Statur hat einen feinen Kopf mit weiblichen Zügen. Außer einem kleinen Schnurrbart bartlos. Auch am Körper sehr schwach behaart; Pubes von fast weiblicher Form.

Im siebenten Jahr an Phimose operiert. Der rechte Testikel, der viel höher wie der linke steht, ist dabei erheblich kleiner.

Nach einem kurzen platonischen Verhältnis im 16. Jahre hat er jahrelang Widerwillen gegen den Verkehr mit Frauen gehabt. Wohl aber hatte er eine leidenschaftliche Neigung zu einem jungen Mann. Augenblicklich liebt er ein junges Mädchen, ist aber beim Versuch der Kohabitation impotent. Sein Onkel war ein berühmter Virtuose und Päderast.

Er ist mit der Linken viel geschickter als mit der Rechten und auch beim Klavierspiel links von ungleich größerer Ausdauer.

45.

Maler von ca. 50 Jahren.

Sehr schwacher Bart, unbehaarter Körper, entwickelte Brüste, zylindrische Arme, schräge Beine (etwas X-förmig) und weibliches Gesäß. Hat außer einem malerischen noch ein musikalisches und mimisches Talent und ist ein weichherziger Polterer. Er ist völlig linkshändig, kann links malen, schneidet das Essen mit der linken Hand, die viel stärker entwickelt ist als die rechte.

46.

Einen guten Bekannten, der mir erzählte, daß sein Sekretär sich zum Sänger ausbilde, habe ich gebeten, mir darüber Auskunft zu verschaffen, ob bei dem Manne Spuren von Linkshändigkeit vorhanden wären. Er schreibt mir wörtlich: „Gestern habe ich Herrn H. betreffs der Linkshändigkeit interpelliert. Resultat ist folgendes: Herr H. hat bei seinem Klavierunterricht vom Lehrer stets besonderes Lob für die l i n k e Hand erhalten. Er ist beim Turnen stets, besonders beim Springen, mit dem l i n k e n Fuß angetreten bezw. abgesprungen. Bei einem gestern veranstalteten manuellen Probe-Versuch eine beim Hals angefaßte Weinflasche durch Fingerbewegungen nach oben zu bewegen, bis die Hand an den Boden der Flasche kommt — gab Herr H. die rechte Hand sehr bald auf und nahm die linke. Weiter hat sich vorläufig nichts feststellen lassen.“

47.

Eine Sängerin in mittleren Jahren, von energischer, jungenhafter, gutmütiger Art, entschieden etwas infantil, dabei von ausgesprochener Künstlerschaft. Sie hat eine linkseitige Hüftgelenkstuberkulose durchgemacht. Ich habe nicht Gelegenheit gehabt, bei einem flüchtigen Zusammensein sie auf Linkshändigkeit zu prüfen. Wohl aber konnte ich genau feststellen, daß ihr linker Daumen ein ganzes Stück länger ist als der rechte.

Ferner ist mir bekannt, daß ihre jüngere Schwester komplett linkshändig ist. Auch sie ist musikalisch sehr begabt, hat nur früh die Stimme verloren. Sie litt an Bluthusten und wurde relativ gesund, als sie plötzlich in ein myxödematös-korpulentes Stadium kam.

Früher war sie mager, hatte harte, eckige Züge, starke Knochen und war von tatkräftigem, etwas freiem Wesen.

48.

Opernsängerin von imposanter Erscheinung. Ist früh — Ende Dreißig — fast weiß geworden; Typus Myxödem. Große Tatkraft und körperliche Unermüdlichkeit. Passionierte Bergsteigerin. Früh entwickelt, hat sie den Kampf mit dem Leben für sich und ihre Familie unverzagt geführt. Von jungen Mädchen schwärmerisch verehrt. In den letzten Jahren sind Hände und Füße plötzlich gewachsen; vorübergehend sind Ageusie und Anosmie aufgetreten (Hypophysisveränderungen).

Amphidexter und mit der linken Hand ausdauernder und leistungsfähiger.

49.

20jährige Schauspielerin. Beim ersten Eindruck hellblonde weibliche Schönheit. Konsultiert mich wegen Behaarung der Arme, die links stärker ist. Außerdem hat sie eine nur rechts geschwollene Schilddrüse. Handschrift mit Riesenbuchstaben. Freie Liebe. Völlig amphidexter.

50.

Etwa 20jährige Solotänzerin einer Hofbühne, studiert nebenbei Gesang.

Sie hat im linken Arm größere Kraft, aber nicht größere Geschicklichkeit; kann links stundenlang Pakete tragen, rechts nicht. Auch der linke Fuß ist kräftiger. Trotzdem sie ihn vor vier Jahren auf der Bühne „verknaxt" hat und wegen eines Blutergusses im Sprunggelenk eine längere Bettruhe hat durchmachen müssen, ist sie bei den Pas auf der linken Fußspitze viel leistungsfähiger.

51.

Myxödematöse, früh ergraute Sängerin mit nicht ausmutierter Stimme. Sie ist energisch, laut und selbständig und hat sehr kräftige Formen. Sie und ihr weichmütiger Mann sind linkshändig.

52.

Eine etwa 30jährige Konzertsängerin mit schöner Altstimme. Ich erinnere mich der Dame nur aus flüchtiger Begegnung. Sie hat einen sehr eckigen Unterkiefer, markierten Schnurrbart und erzählte mir selbst, daß sie Linkshänderin sei.

53.

Beobachtung von Dr. Siegmund.

26jähriges Mädchen, das Operngesang studiert. Mittelgroße Erscheinung, Typus Myxödem. Linke Gesichtshälfte etwas breiter, Oberlippe blond behaart, links stärker. Leichtes Schielen des linken Auges; Parese des linken Internus. Empfindlichkeit der linken Schilddrüse.

Sie hebt ihr Kleid auf der Straße nur links auf, benützt für das Taschentuch immer die linke Hand, ebenso wie für Hantierungen, die Kräfte erfordern (z. B. auswringen).

54.

Beobachtung von Dr. Siegmund.

Jugendliche Sängerin. Linke Gesichtshälfte ausgeprägter und breiter als die rechte, und zwar: Auge größer, Braue länger, Lidspalt weiter. Oberlippe links mehr behaart. Linke Schilddrüse viel größer als die rechte und druckempfindlich. Großer Sängerkehlkopf mit breiten Stimmbändern; dunkler schöner Sopran. Sie „muß singen und schauspielern". Wenn sie das sagt, glaubt man ihr, daß ihr ganzes Wesen zur Kunst drängt. Schon als Kind, noch ehe sie sprechen konnte, sang sie eines Nachts eine neue Opernmelodie, die sie tags zuvor von ihrem Vater gehört hatte.

Sie ist im Wesen selbständig, energisch und unordentlich. In ihrer Stube sieht es studentenmäßig aus.

Mit der Linken viel geschickter und auch von größerer Kraft. Von jeher kann sie Schweres nur mit der Linken ausführen, weil „die Rechte richtig schwach wird". Ihren Bräutigam — einen lockenköpfigen Sänger — hat sie im sogenannten Finger-Ringkampf in der Weise besiegt, daß ihre Linke seine Rechte schlug.

Ihr Bruder war noch vor vier Jahren ein ganz mädchenhaft aussehender junger Mann: Linkshänder.

Der Vater ist ebenfalls Linkshänder; kann sogar mit der Linken schreiben. Auch er ist sehr musikalisch. Weichherziger Idealist.

Die Mutter männlich, behaarte Oberlippe. Sehr bequem; mag weibliche Arbeiten nicht, besondere Abneigung gegen Ordnungmachen.

55.

Künstlerfamilie T. (Beobachtung von Dr. Siegmund.)

a) Fräulein H. T., die Älteste, wird von allen Geschwistern einstimmig für die Bedeutendste erklärt. Sie habe von allen die höchste Begabung für Malerei und Musik; leider aber mache sie nichts zu Ende.

Sie ist ganz auffällig linkshändig, reicht nur die linke Hand und macht eine Menge Verrichtungen mit dieser. Sie ist der folgenden Schwester leiblich sehr ähnlich.

b) Fräulein P. T. Eine sehr ruhige, ernste, kraftvolle Erscheinung: Breite Schultern, breites Gesicht, besonders breit die Kiefer und eckigen Schneidezähne. Linke Gesichtshälfte etwas größer als die rechte. Trägt das dichte Lockenhaar kurz geschnitten.

Sie ist Berufsmalerin. Blättert Bücher stets mit der Linken um; reißt Briefhüllen immer mit der Linken auf. Alle Kleidertaschen hat sie auf der linken Seite, was sonst bei Frauen nicht üblich ist. Auch kann sie ihr Kleid auf der Straße nur mit der Linken hochhalten.

c) Fräulein H. T. Jünger. Malt ebenfalls berufsmäßig. Heiter, selbständiges Wesen. Sie breitet z. B. Stoffe stets mit der Linken aus und legt beim Händefalten den linken Daumen obenauf.

d) Fräulein G. T. Noch jünger und von knabenhaftem Antlitz. Studiert auch Malerei. Ist „der reine Junge". Klettert noch heute über Zäune und tollt umher.

Auch sie legt gleich ihrer nächst älteren Schwester den linken Daumen beim Händefalten nach oben und nimmt, wenn es schwer geht, die Nadel in die Rechte, um mit der Linken einzufädeln. Beim planlosen Spazierengehen schlägt sie zu ihrer eigenen Verwunderung, wenn der Weg sich teilt, stets den linken ein.

e) Frau A. Z. geborene T., verheiratet, Mutter zweier Kinder. Sehr künstlerisch, aber etwas willensschwach und kindlich. Malt nachbildend und erfindend, ohne je Unterricht gehabt zu haben. Kleidung und Hüte fertigt sie selbst mit anmutigem, kindlich-farbenfrohem Geschmack.

Ihre leibliche Erscheinung ist wie die seelische durch Kindlichkeit bezeichnet, hat also keinen ausgesprochenen Geschlechtscharakter. Die Gesichtsform ähnelt der von myxödematös dicken Kindern. Vor allem ist das Gesicht klein im Verhältnis zum Schädel.

Sie ist ziemlich stark linkshändig.

f) Frau Z.s dreijähriges Töchterchen ist dick, von zart rosiger, fettreicher Haut und etwas knabenhaftem Ausdruck. Linke Gesichtshälfte größer, vor allem das linke Auge. Singt mit lauter Stimme. „Wie auf der Bühne", sagen die Angehörigen. Gibt die l i n k e Hand und tut auch sonst vieles mit dieser.

Zur Vervollständigung des Familienbildes ist zu sagen: Ein 22jähriger Bruder ist schwachsinnig, kam mit größter Mühe bis Quarta, wurde dann auf einer Werft beschäftigt und verblödete weiter so, daß er jetzt nur zum Drehen der Welle beim Baumkuchenbacken zu brauchen ist.

56.

Ich kann es mir nicht versagen, diesen Beschreibungen ohne weiteren Kommentar den Wortlaut einiger Angaben hinzuzufügen, die Isolde Kurz in einem Artikel der Süddeutschen Monatshefte (September 1904) über ihren verstorbenen Bruder Edgar Kurz macht.

Der sehr geschätzte Florentiner Chirurg stammte aus einer vorgezogenen Künstlerfamilie und hat sich selbst dichterisch vielfach versucht.

Aus den Kinderjahren: „Das schöne vergeistigte Gesicht, der überstarke Glanz der Augen, die blendende Weiße der Haut, von der ein kleines blaues Äderchen zwischen den Augenbrauen, im Volksaberglauben ‚Kirchhofblümchen‘ genannt, sich auffallend abhob, ließen die Sorge um ihn nicht zur Ruhe kommen.“ . . . . .

„In Tübingen trat Edgar in die Hochschule ein, als ein 17jähriger Student von zarter, mädchenhafter Schönheit. Er war damals noch klein von Wuchs und blieb es noch mehrere Jahre, da er erst nach dem Zwanzigsten mit einem plötzlichen Schuß zu der erwünschten Höhe aufwachsen sollte.“ . . . . .

. . . „Der Schultheiß von Plieningen (wo die Stelle des Arztes frei geworden war, um die sich K. bewerben wollte) betrachtete den schmächtigen Jüngling, der sich ganz nach eigener Laune trug, und meinte kopfschüttelnd zu seinen Bauern: ‚Die Haar' sind zu lang und das Röckle zu kurz.‘“ . . .

. . . 1877 geht er nach Florenz: „freilich, die Fremden in den Gasthöfen machten große Augen, wenn im Krankheitsfalle ein schlankgebauter Jüngling mit feinem, noch ganz bartlosem Gesicht und zarten Wangen, auf denen das Blut mädchenhaft kam und ging, ins Zimmer trat.“ . . . . .

„Die unzähligen Nächte, die er an Krankenbetten durchwachte, haben sein Haar vor der Zeit weiß gemacht.“ . . . . .

„Die linke Hand war die geschicktere, mit ihr führte er das Operationsmesser, mit der rechten schrieb er.“ . . . . .

* * *

Summa summarum kann man sagen, die echten Künstlernaturen sind Linkser, mit demselben Grade von Abschattierung, wie wir das früher kennen gelernt haben.

Die Auflösung dieser biologischen Gleichung besagt, daß die Künstler stärkere gegengeschlechtige Mischung aufweisen als andere Leute. Männliche Künstler sind weiblicher und weibliche männlicher als ihre unkünstlerischen Geschlechtsgenossen. Dabei bleibt die Größe der künstlerischen Begabung unerörtert.*)

*) Daß verschiedene Grade der Begabung schließlich dieselbe Wurzel besitzen, wird von Marie v. Ebner-Eschenbach in der biographischen Skizze „Meine Kinderjahre“ (Deutsche Rundschau, Jahrgang 31 [1905], Heft 10) mit voller Deutlichkeit gesagt. Sie erwähnt ihrer Erzieherin Marie Kittl, die aus einer Künstlerfamilie stammt und selbst künstlerischen Drang in sich spürte, freilich ohne Talent in genügendem Ausmaß zu besitzen. „Ich kenne ihre Sehnsucht und weiß, daß sie ebenso unüberwindlich ist, wie die der echten Begabung, mit der die ihre noch manche andere Ähnlichkeit und wahrscheinlich denselben Ursprung hat, aber an Unzulänglichkeit leidet. Denn nur von Unzulänglichkeit kann die Rede sein. Etwas Talent ist immer vorhanden, ohne Talent macht man gar nichts, nicht einmal etwas Miserables. Aber das vorhandene Fünkchen, ja sogar der Funke wird noch lange nicht genügen, ein Licht daran zu entzünden, das über den Tag hinaus leuchten kann.“

Die Künstler gehören also ins Zwischenreich. Unbestritten bleibt dabei, daß es mehr männliche Künstler gibt. Die Natur bringt auch ganz allgemein bei den Männern mehr hermaphroditische Bildungen hervor.

Daß die Talente der Weiber sekundäre männliche Charaktere sind, hat auch Moebius klar ausgesprochen, obwohl er sonst für die Kunst die reine Männlichkeit reserviert. Die Künstler selbst wissen aber sehr wohl, wie viel sie von den Weibern in sich haben, und ich erinnere mich einer Parallele, die Anzengruber von Künstlern und Weibern macht.

Ich begreife schwer, wie man nicht schon durch den äußeren Eindruck bei männlichen Künstlern über ihre weibliche Beimischung belehrt wird. Bei Schauspielern und Sängern, Virtuosen*) und Kapellmeistern werden das viele zugeben. Aber auch Bildhauer, Maler und Dichter täuschen den schärferen Blick nicht, uud wenn sie noch so lange Bärte tragen.

Reinhold Begas ist Linkshänder, Menzel war es; Meyerheim tritt in einem Artikel der „Woche" für den gleichen Gebrauch beider Hände ein, ebenso wie Wilhelm Jordan, der einen Teil seines Nibelungen-Manuskriptes mit der linken Hand geschrieben hat. Lenbach konnte mit der Rechten und Linken malen, wie in seinen Nekrologen zu lesen war. Gerade jetzt, wo ich diese Zeilen übergehe, feiert der Maler Karl Hummel in Weimar, der Sohn von Mozarts berühmtestem Schüler Joh. Nepomuk Hummel, seine diamantene Hochzeit. Bei diesem Anlaß schreibt die „Vossische Zeitung" (16. August 1905): „unermüdlich in der Handhabung von Palette und Pinsel, den auch heute noch die kunstgeübte linke Hand mit bewährter Meisterschaft führt." Der unglückliche Stauffer-Bern, den ich gut kannte, und der seine Männlichkeit so stark herauskehrte, war vom Typus Myxödem und links. Außerdem berichtet Isolde Kurz,**) die seine Gedichte in Händen hatte, daß sie zum Teil in Spiegelschrift geschrieben waren. Hans Hopfen hatte einen linkshändigen Vater und besaß selbst die deutlichsten Stigmata der Linksheit. Ein anderer Schriftsteller und berühmter Dramatiker, der ebenfalls durch einen langen Bart ausgezeichnet ist, klagte schon als junger Mann über Schreibschwäche im rechten Arm. Das Bild auf S. 1157 im V. Jahrgang des Jahrbuches für sexuelle Zwischenstufen (1903) ist ihm zum Verwechseln ähnlich. Und doch heißt dort das lang bebärtete Original Annie Jones-Elliot. Der weiche Robert Schumann, von dessen überwiegender Kraft in der linken Hand wir schon unterrichtet sind, ist im Wasielewski abgebildet, das Haupt auf die Linke gestützt, ganz wie Heinrich Heine in dem rührenden Bilde aus seinen späteren Tagen. Von Lionardo, Michelangelo und Holbein ist die Linkshändigkeit bezeugt, ebenso wie von vielen anderen Künstlern ihrer Zeit. Überhaupt finden sich

*) Von einem — linkshändigen — Klaviervirtuosen forderte sein Impresario, er sollte für eine Amerikatournée sich das Haar wachsen lassen. Ohne lange Haare stelle man sich dort schwer den Virtuosen vor.

**) Dtsch. Rundschau, Bd. 119 (1904), S. 379.

in der Geschichte vielfache Hinweise darauf, daß Personen, die ihren Beruf künstlerisch erfaßten, mindestens deutliche Spuren von Linkshändigkeit besaßen. Der schwungvolle Nelson, ein bartloser Myxödematöser, hat seine glühenden Liebesbriefe an die künstlerisch hochbegabte und gewiß bedenkenfreie Lady Hamilton mit der linken Hand geschrieben. Seine weibische Eitelkeit, die ihn mit allen Orden auf der Brust in den Kampf von Trafalgar ziehen ließ, hat ihn der tödlichen Kugel des französischen Scharfschützen überliefert. Friedrich der Große hat das Schreiben mit der linken Hand erlernt,*) angeblich weil er in der rechten frühzeitig einen Gichtanfall**) gehabt hat. Und der künstlerische Helmholtz erzählt in seinen Erinnerungen,***) daß es ihm als kleinem Jungen eine Schwierigkeit gewesen wäre, rechts und links zu unterscheiden.

Schließlich Goethe? In dem Vortrag von Gerber „Goethes Beziehungen zur Medizin“ †) kann man lesen:

„Er war nicht schön wie ein Apoll, dazu war sein Gesicht viel zu wenig regelmäßig und sein Körper nicht proportioniert genug. Die **linke** Gesichtshälfte war merklich länger wie die rechte, so daß das rechte Auge tiefer als das linke stand, wovon Goethe selbst sagt „die Natur habe ihm einen Nickfang gegeben“. ††)

„Die Beine waren im Verhältnis zum Oberkörper zu kurz — woher ihm auch beim Reiten der rechte Schluß nicht gelingen wollte. Er sah daher auch wie weiland Odysseus im Sitzen grösser aus wie im Stehen . . .“

Darnach meine ich, daß er das Gegenteil von Reiterbeinen gehabt habe und daß die inneren Kondylen wohl, wie bei vielen anderen Künstlern, einen höheren Grad von Entwicklung erreicht haben möchten.

Die Künstler stammen eben aus dem Zwischenreich. Wie sehr die Feinfühligen unter ihnen das ahnen, zeigt auch die Äusserung Zelters über Beethoven. Über ihn schreibt Zelter an Goethe:

„Was Sie von Beethoven sagen, ist nur zu natürlich. Auch ich bewundere ihn mit Schrecken. Mir scheinen seine Werke wie Kinder, deren Vater ein Weib, oder deren Mutter ein Mann wäre.“ —

Mit der bloßen Männlichkeit bei Künstlern ist es nichts. So wenig wie mit der holden Weiblichkeit der Künstlerinnen. Auch wenn sie wie die Täubchen auszusehen scheinen, zeigt die biologische Analyse doch das wahre Federkleid. An Frau von Staël, die in ihrem Schlüsselroman Delphine sich selbst als die nach Freiheit dürstende Titelheldin beschrieb und mit der herzlos-berechnenden Frau von Vernon ihren Feind Talleyrand meinte, konnte sich der feine Kopf leicht durch den Witz rächen: Man sagt, Frau

*) Nach Kohut („Ernstes und Heiteres“) referiert in der „Voss. Ztg.“ 2. Aug. 1904.

**) Gicht ist eine Erkrankung des Zwischenreiches. S. später.

***) Vorträge und Reden. 4. Aufl. Braunschweig 1896. Bd. I, S. 6.

†) Berlin 1900. S. 37 u. 38.

††) Wird bestätigt in Fritz Stahls kleiner Schrift: Wie sah Goethe aus? Vgl. S. 30.

von Staël hat uns beide in ihrem Roman dargestellt, beide, sie und ich, als Frauen verkleidet. Und um von der kleineren uns näher stehenden zu einer großen zu gehen, hinter der sich schon die Jahrtausende geschlossen haben, so war die homosexuelle Sappho gewiß männlich. Auf der anderen Seite habe ich in Nr. 49 eine Schauspielerin beschrieben, deren reine Weiblichkeit viele, die sie sehen, beschwören werden. Aber den Schluß weiß ich und meine Leser. Auch Strindberg*) wundert sich, daß seine Frau, die früher Sängerin war, eine Tribade lieben und in einem Gedicht besingen kann. Denn sie hatte „weder das Gebaren noch den Ausdruck eines Mannweibes; nein, es war das liebende, zärtliche, geheimnisvolle, rätselhafte, unfaßbare Weib“. Und wenn ich hier eine große trennende Pause mache, so taucht in meiner Erinnerung ein Bild aus längst vergangenen Tagen auf. Ich höre herzbewegend singen; blättere in einem Büchlein mit entzückenden Versen, sehe eine Psyche in verzweifelndem Sinnen: und die Urheberin von all dem Herrlichen war eine Frau, deren edle weibliche Schönheit in aller Munde war und deren Erscheinung einer der größten Meister des Pinsels im Bilde festgehalten hat. Aber ich sehe auch, wie die Finger der Linken die Schere führen, mit denen der Stoff für die phantastisch kleidsamen Kostüme geformt wird, und wie die Heftnadel bald von der Rechten in die Linke übergeht. Wie oft hab' ich das neckend verboten! Und wie weiß ich heute erst die kleinen „Unebenheiten“ zu deuten, deren Dasein der Besitzerin den herbsten Kummer bereiteten.

Die Betonung des Gegengeschlechtigen zeigt sich in den Eigenschaften der Künstler. Sie stammen vom Genus irritabile wie die Frauen, sind wie diese eitel, der Schmeichelei zugänglich und vom augenblicklichen Erfolg geblendet. Sie sind putz- und glanzsüchtig — Richard Wagners seidene Schlafröcke, Parfüms und seine Einrichtung im Palazzo Vendramin — dabei ihren männlichen Frauen in der Ehe unterlegen (Künstlerehe), mehr von den Frauen verführt als verführend, gerade weil sie dabei psychisch sehr libidinös sind.

Bei den Künstlerinnen haben wir auf ihre große Tatkraft und ihr oft geringeres Schamgefühl hingewiesen, das selbst eine spezifisch weibliche Eigenschaft ist. Wir haben auch die flüssigen Grenzen gegen das Hetärentum angedeutet, das in seiner feineren Gestalt oft etwas Künstlerisches hat und gerade darin die tiefste Wurzel seiner Wirkung besitzt [Geschmack der Hetären, Kunst im Tanzen, Musik].**)

Aber noch wichtiger ist, daß dem Künstler eben wegen seiner Mischung ein größerer Ausschnitt aus dem Psychischen b e n u t z b a r zur Verfügung steht.

---

*) Beichte eines Toren. Berlin 1893. S. 304.

**) Stellung der Geishas bei den Japanern, bei denen übrigens künstlerische Begabung Volkseigenschaft ist. Daß diese Nation das Stigma der Linksbetonung trägt, dafür mag folgende Stelle aus „Kokoro“ von Lafcadio Hearn zeugen:

Bewußt ist dem Mann wesentlich der Inhalt seiner männlichen Psyche, der Frau derjenige ihrer weiblichen. Da aber zwei Seelen („ach") in der Brust wohnen, so gibt es neben dem bewußten Klaren, noch das dunkle Unbewußte. Und das kann nur das Gegengeschlechtige sein, das für gewöhnlich ebenso unter der Schwelle bleibt wie das körperlich Weibliche beim Mann.

Was wir aus unserem Tagesbewußtsein verdrängen, setzen wir in den gegengeschlechtigen Teil unserer Psyche. Nun betonen die periodischen Schübe, die ja männliche und weibliche sind (23 und 28 Tage!), bald mehr das eine, bald das andere Geschlecht in uns. Und damit wird auch das Bewußtseinsfeld nach der einen oder anderen Seite ruckweise erweitert. Hiermit hängen die plötzlichen Änderungen des Charakters zusammen: unmotivierte Härte der Frauen, unbegreifliche Weichheit und Nachgiebigkeit beim Manne. Das alles weiß die Sprache, die große Bewahrerin untergegangener Erkenntnisse. Wenn sie jemanden mit dem linken Fuße aufgestanden sein läßt, so meint sie, daß sich seine Stimmung über Nacht verändert habe.

Von der Logik beeinflußbar ist nur die bewußte Psyche; die andere gegengeschlechtige — die im Moralischen die Stimme des Gewissens heißt und die im Traum und in den Psychosen*) in solcher Ausdehnung frei werden kann, daß sie als Zwang wirkt — ist kühlen Gründen unzugänglich, lenkt aber als wissenschaftlicher, künstlerischer oder moralischer Takt ganz gewaltig unser Leben.

Vom Künstler verlangen wir, daß er gerade „die feineren Regungen unserer Seele" besonders gut kennt, daß er nicht bloß ihre Außenfläche, die auch wir überschauen, photographisch getreu schildert, sondern daß er für jeden Konflikt — und sei es der des Drückens und Tragens im Bauwerk — die „künstlerische" Lösung findet. Man wende nur nicht ein, daß leblose Dinge mit dem Geschlecht nichts zu tun hätten. Die Sprache, welche den Wörtern den „männlichen" oder „weiblichen" Artikel gibt, belehrt uns eines Besseren. Soll aber eine Lösung uns wirklich befriedigen, so muß in ihr die Note des Unbewußten erklingen, die in uns wohl harmonische Mitschwingungen hervorrufen kann, die wir aber aus eigener Kraft anzuschlagen nicht vermochten. Der Künstler verstand es. Denn vermöge seiner stärker gegengeschlechtigen Natur verfügt er über einen größeren Ausschnitt der gesamten Psyche. Die schwächere männliche Hälfte vermag in ihm die

„Wenn eine Japanerin auf der Reise von Schläfrigkeit übermannt wird und sich nicht niederlegen kann, hebt sie ihren linken Arm und beschattet mit dem wallenden Ärmel ihr Antlitz, ehe sie einzunicken beginnt."

„In diesem Waggon zweiter Klasse sitzen jetzt drei schlummernde Frauen in einer Reihe. Alle haben sie ihr Antlitz mit dem linken Ärmel bedeckt und sie wiegen sich beim Schaukeln des Zuges wie Lotosblumen im leisen Winde." (Aus einem Reisetagebuch.)

*) In diesem Zusammenhange wird es erst verständlich, warum bei psychisch Erkrankten sich so häufig die körperlichen Stigmata des anderen Geschlechtes finden.

stärkere weibliche nicht in dem Maße ins Unbewußte zu drücken, wie das bei einem gewöhnlichen Menschen geschieht. Und weil er von beiden Psychen mehr im Bewußtsein hat oder doch fürs Bewußte verwendbar besitzt, ist er stärker „begabt“, ist er ein „Genius“, ein Zeugender, der aus dem männlichen und weiblichen Anteil seiner Seele ein neues Drittes, das Kunstwerk erschafft.

Nun verstehen wir Zelters Äußerungen über Beethoven erst recht. Aber wir begreifen auch, daß sie gerade bei Goethe auf den fruchtbarsten Boden fallen mußten. Sein unglaubliches Ahnungsvermögen hatte die tiefste Lösung vom Wesen des Künstlerischen längst gefunden. Beim Anblick des herzförmig eingekerbten Blattes vom japanischen Gingobaum, der biloba heißt, weil die mittelste starke Spreite das Blatt wirklich in zwei Lappen teilt, sind ihm die Verse eingefallen, mit denen Hatem sich an Suleika wendet:

Gingo biloba.

Dieses Baums Blatt, der von Osten
Meinem Garten anvertraut,
Gibt geheimen Sinn zu kosten,
Wie's den Wissenden erbaut.

Ist es Ein lebendig Wesen,
Das sich in sich selbst getrennt,
Sind es zwei, die sich erlesen,
Daß man sie als Eines kennt?

Solche Frage zu erwidern
Fand ich wohl den rechten Sinn;
Fühlst du nicht an meinen Liedern,
Daß ich eins und doppelt bin?

Man ist fast verletzt, daß man nach diesen vollendeten Klängen, die lange in der Seele nachhallen, noch soll ein Wort sagen müssen.

Und doch ist es notwendig, daß man mit aller Deutlichkeit erkenne, wie hier die bilaterale Symmetrie eines Blattes erst den „rechten Sinn“ für das Verständnis des Künstlerischen dem Dichter selbst erschließt:

Fühlst du nicht an meinen *Liedern*,
Daß ich eins und *doppelt* bin?

XVII.

Hermaphroditismus.

Vom Zwischenreich zum Hermaphroditismus ist nur ein Schritt. Daß bei den Hermaphroditen die männlichen und weiblichen primären und sekundären Sexualcharaktere in der mannigfachsten Weise gemischt sind, ist tausendfältig erwiesen. Und wie das Spektrum die farbigen Bestandteile des weißen Lichtes in aller Ausführlichkeit vor uns ausbreitet, so zeigen auch die hermaphroditischen Bildungen in re, was in potentia im normalen Organismus enthalten ist. Für unseren Zweck brauchten wir uns nicht weiter mit ihren Einzelheiten zu befassen, wenn es nicht bei ihnen einen Punkt gäbe, der durch unsere neugewonnene Erkenntnis ein helleres Licht erhielte.

Schon im Jahre 1812 machte Meckel — wie ich Curt Herbsts*) Ausführungen entnehme — in der Beschreibung eines Ziegenzwitters mit rein männlichen Keimdrüsen, aber gemischten Geschlechtsgängen auf das auffallende Verhältnis aufmerksam, welches zwischen der Ausbildung des Hodens und des Uterushorns derselben Seite bestand. Auf der rechten Seite war nämlich ein großer Hoden und ein kleines Uterushorn und auf der linken ein großes Uterushorn und ein kleiner Hoden vorhanden. Diese umgekehrte Proportionalität zwischen Ausbildungsgrad der Hoden und der weiblichen Geschlechtsgänge derselben Seite bei Scheinzwittern hat später Lilienfeld scharf betont und durch neue Beispiele belegt. Dasselbe haben andere Forscher, z. B. Reuter, Winkler, J. E. V. Boas bestätigen können. Aber Lilienfeld hat im Verein damit noch auf eine andere Erscheinung aufmerksam gemacht. In den Fällen von Scheinhermaphroditismus, wo nur Hoden vorhanden, aber Scheide, Uterus und Adnexe trotzdem angelegt sind, war — falls überhaupt Verschiedenheiten auf beiden Seiten konstatiert wurden — stets auf der linken Seite die Ausbildung der weiblichen Geschlechtsgänge besser als auf der rechten. Er schloß daraus, daß die rechte Seite die männliche, die linke die weibliche sei. Andere Fälle schienen das zu bestätigen.

Aber zwei Beobachtungen von J. E. V. Boas in Kopenhagen machten ein Loch in diesen Schluß. Der dänische Autor beschrieb zwei Rehzwitter, die rechts ein Ovarium und links einen atrophischen Hoden besaßen. Und dementsprechend waren rechts die normalen langen und links die kurzen rudimentären Uterushörner und Eileiter.

Der Leser, der uns bis hierher gefolgt ist, hat schon selber die Lösung gefunden, daß die beiden Rehzwitter Weiber gewesen sein müssen, bei denen rechts die weiblichere Seite liegt; und die Individuen, welche Lilien-

*) Formative Reize in der tierischen Ontogenese. Leipzig 1901. S. 93 ff.

felds Schluß induziert haben, müssen Männer gewesen sein, bei denen eben die männlichere Seite die rechte ist. Und so verhält es sich in der Tat.

Vom ersten Capreolus wird — nach Rörig*) — berichtet, daß die äußeren Geschlechtsteile weiblich gewesen seien und im wesentlichen das Aussehen der entsprechenden normalen Teile des weiblichen Capreolus besessen hätten. **I.**

Der zweite Capreolus hat sogar im August 1888 gebrunftet, war beschlagen worden, führte im Sommer 1889 ein Kälbchen und wies dabei ein stark entwickeltes Gesäuge auf: gewiß hat er also dem weiblichen Geschlecht angehört. **II.**

Meckels und Lilienfelds Ziegenzwitter dagegen waren wirklich männliche Scheinzwitter**) (besaßen nur Hoden). **III.**

Reuter***) beschreibt zwei männliche Scheinzwitter vom Schwein und berichtet vom zweiten: **IV.**

„Auch hier ist auffallenderweise der rechte Hoden noch stärker entwickelt als der linke, und zwar in noch deutlicherem Maße als im ersten Fall.“

In dem ferneren Beispiel von Raake†) hatte das geschlechtsreife männliche Tier (das nur Hoden, aber männliche und weibliche Leitungswege besaß) auf der linken Seite eine längere Tube (links $4\frac{1}{2}$ *cm* gegen rechts $3\frac{1}{2}$ *cm*). **V.**

Der vorhin erwähnte Reuter hat noch einen Fall von Hermaphroditismus verus lateralis bei einem zweimonatigen Schwein geschildert,††) rechts mit einem gut ausgebildeten, 2 *cm* langen, 1,7 *cm* breiten Hoden, Nebenhoden und richtigem vas deferens, links mit einem kleinen, bohnenförmigen, nur 5 *mm* langen und nicht ganz 3 *mm* breiten Ovarium. Außerdem besaß das Tier einen Uterus bicornis mit Tuben, von denen nur die linke gut ausgebildet war. **VI.**

Hier ist natürlich das ursprüngliche Geschlecht nur durch die bessere Ausbildung des Hodens — gegenüber dem winzigen Ovarium — als männlich zu vermuten. Dementsprechend wäre auch der rechtseitige Sitz des Hodens.

*) Archiv f. Entwicklungsmechanik, Bd. 8, 1899, p. 400.

**) Vgl. Herbst l. c. S. 94.

***) Verhandlungen der physikal.-medizin. Gesellschaft zu Würzburg 1886.

†) Beitrag zur Lehre vom Hermaphrodit. spurius masc. int. Verhandlungen der phys.-med. Ges. zu Würzburg. XXX. Bd., 1896, S. 125 ff.

††) l. c.

VII. In dem weiteren Falle von Kopsch und Szymonowicz*) ist allerdings auf beiden Seiten die Keimdrüse zwitterhaft. Aber abgesehen davon, daß die Geschlechtsteile weiblich aussahen, ist doch die Entwicklung des Ovariums normal, so daß die Autoren meinen: „Der Eierstock ist höchstwahrscheinlich funktionsfähig gewesen“, während der Hoden ein „vom normalen Verhalten vollkommen abweichendes Bild“ bietet und in ihm nicht die geringsten Spuren von Spermatozoen nachweisbar sind. Das Tier ist also ursprünglich weiblich angelegt.

In Übereinstimmung damit zeigt die Abbildung des Präparats auf den ersten Blick, daß die weiblichen Leitungsorgane auf der rechten Seite erheblich entwickelter sind. (Maße rechts 85 *cm*, links 50 *cm*.)**)

* * *

Was die Hermaphroditen unter den Säugetieren zeigen, bewährt sich auch beim Menschen. Ich habe in der Literatur, soweit sie mir leicht zugänglich war, Stichproben gemacht, über die alle ich hier berichten will.

VIII. Gruber schildert***) einen 30jährigen Mann mit auffällig kleinen Hoden, von denen der rechte eine, der linke zwei Hydatiden gehabt habe. Diese Hydatiden sind Überbleibsel der weiblichen Leitungsorgane (Müllersche Gänge). Der linke Hoden hatte also mehr Weibliches.

IX. Friedrich Betz†) beschreibt einen totgeborenen Knaben von 32 Wochen, der einen Uterus besaß. Der rechte Samenleiter war gut entwickelt, der linke schlecht.

X. Der Dohrnsche††) 46jährige Hypospadiaeus von männlichem Habitus hatte zwei große Schamlippen. In der rechten war ein natürlich großer, in der linken nur ein kleiner Hoden durchfühlbar.

XI. Langers†††) 63jähriger Mann mit Uterus masculinus, aber sonst mit allen männlichen Teilen (außer Samenblasen), hatte rechts ein entwickelteres Vas deferens mit eigenem Ausführungsgang, der richtig im Caput gallinaginis mündete (der linke mündete nur in die Prostata) und links eine viel stärker (als rechts) entwickelte Tube.

---

*) Ein Fall von Hermaphroditismus verus bilateralis beim Schweine. Anatom. Anzeiger, XII. Band, Nr. 6. Jena 1896, S. 129 ff.

**) Im Text steht links 85, rechts 50 *cm*, was aber, wie die Zeichnung klar erweist ein Irrtum ist.

***) Virchows Archiv., Bd. 67, S. 364.

†) Müllers Archiv, 1850, S 65 ff.

††) Nach Leopold, Archiv f. Gynäkologie, Bd. XI, S. 357.

†††) Zeitschrift der Gesellschaft Wiener Ärzte. 11. Jahrgang. Wien 1855.

In Franqués*) Fall endlich handelt es sich um ein Präparat (Alter nicht angegeben), das der Würzburger Sammlung angehört. XII.

„Die äußeren Geschlechtsorgane bieten das Aussehen eines Mannes dar, dessen Hoden nicht in den Hodensack hinabgestiegen, sondern in der Unterleibshöhle zurückgeblieben sind.“

Penis völlig normal. Scrotum durch eine sehr faltenreiche Hautwulstung angedeutet, durch dunkler gefärbte Raphe in zwei Teile geteilt. Prostata etwas kleiner als gewöhnlich. Samenbläschen

rechts: 1 Zoll 3 Linien lang,
links: 6 Linien lang,

„nicht so entwickelt“. Colliculus seminalis: ob beide Öffnungen vorhanden sind, läßt sich am Spirituspräparat nicht erkennen. Scheide und Uterus vorhanden.

Rechtes Horn: 1 Zoll.
Linkes Horn: 1 Zoll 6 Linien.

Die Uterushöhle läßt sich in das rechte Horn nur 1 bis $2'''$, in das linke Horn 6 bis $8'''$ verfolgen. Die Tuben sind: rechts $3''$ $9'''$ lang, aber obliteriert; links $3''$, aber größtenteils mit einem Kanal versehen. Besonders ist auf der linken Seite zwischen den Fimbrien ein Ostium abdominale vorhanden, wovon auf der rechten keine Andeutung ist. Die Geschlechtsdrüsen sind Hoden (mikroskopisch untersucht), nur mäßig entwickelt, wie in puerilem Zustand. Der rechte ist (wie schon aus der Abbildung hervorgeht) unzweifelhaft der größere.

Rechts $1''$ lang, $8'''$ breit.
Links $11'''$ lang, $10'''$ breit.

Das rechte Vas deferens ist (vgl. Abbildung) besonders im unteren Teil das viel entwickeltere. Der linke Samenleiter ist völlig obliteriert, der rechte nur zum Teil.

Kritik: unzweifelhafter Mann. Hoden in der Bauchhöhle. Uterus und Scheide. Hoden unentwickelt, haben daher die Entwicklung der weiblichen Leitungswege nicht normal gehemmt.

Rechts:	Links:
Hoden länger,	
Vas deferens entwickelter,	Tube entwickelter,
Samenblase entwickelter.	Uterushorn entwickelter.

Auch die im ferneren wiedergegebenen Fälle von Hermaphroditismus verus lateralis beim Menschen bestätigen, soweit sie überhaupt ein sicheres Urteil zulassen, unsere Regel durchaus.

*) Franqué, Beschreibung eines Falles von sehr hoher Entwicklung des Weberschen Organs. Scanzonis Beiträge zur Geburtskunde und Gynäkologie. Würzburg 1860. Band IV. S. 24 ff.

Aus dem 18. Jahrhundert existieren an glaubwürdigen Beobachtungen die von Varole (1754) und Maret (1767).

XIII. Varole*) beschreibt einen 18jährigen Schmiedeburschen Dupin mit weiblichen Brüsten und gespaltenem Scrotum, der aber einen Penis mit Harnröhre und Corpus cavernos. urethrae besaß. Im rechten Sack sitzt der Hoden mit normalem Vas deferens, im linken das Ovarium, die Tube mit Fimbrien, Ligamentum latum und rotundum.

XIV. Maret**) schildert ein 17jähriges Individuum mit ausgebildeten weiblichen Brüsten, vergrößerter Clitoris, Labien mit Nymphen und zwei getrennten Öffnungen im Sulcus genitalis für Urethra und Vagina. Also ein weibliches Wesen.

Im rechten Labium (Hernia labialis) 1½ Zoll langer Uterus mit Tube, Infundibulum und gut entwickeltem Eierstock. Außerdem rechts Rudimente der Samenblase und des Vas deferens.

Links ein „wahrer" Testikel mit Vas deferens und Vesicula seminalis.

Die Autoren heben die überzeugende Schilderung des Falles hervor.

Im Varoleschen Beispiel handelt es sich um einen zweifellosen Mann (es fehlen u. a. bei ihm auch die für die weibliche Entwicklung so charakteristischen kleinen Labien! Andererseits besitzt er ein Corp. cavern. urethrae). Hier liegt der Hoden rechts.

Bei Maret ist ebenso sicher ein Weib beschrieben. Hier liegt der Eierstock rechts.

XV. Dann folgen aus dem vergangenen Jahrhundert:

Der Fall von Rudolphi***) 1825. Zwei bis drei Monate altes Kind. Hodensack nicht gespalten (wie die Abbildung zeigt) und von männlichem Charakter. In der rechten größeren Hälfte Hoden mit Nebenhoden und Vas deferens. Die linke Hälfte klein und leer.

Außerdem ist ein Uterus mit linker Tube und linkem Ovarium vorhanden

Die Prostata ist hohl und geht oben in den Uterus, unten in die Vagina über.

Hier spricht der männliche Hodensack und das Fehlen der Nymphen für den männlichen Charakter. Der Hoden liegt rechts.

XVI. Bertholds Beobachtung 1834.†)

*) Mitgeteilt von Pinel (Memoires de la societé med. d'émulation pour l'an VIII, p. 342 und 343. Paris l'an IX.

**) Mem. de l'académie de Dijon (1772), Tom. II, p. 157, oder Reils Archiv, 1812, S. 325 ff.

***) Abhandlungen der königl. Akademie der Wissenschaften zu Berlin 1825.

†) Abhandlungen der königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Bd. II, 1845, p. 104. S. auch Klebs' Handbuch der path. Anat., I, S. 727.

Neugeborenes Kind. Undurchbohrter Penis mit großer Eichel, die an ihrer Spitze eine blinde trichterförmige Öffnung trägt. Zu beiden Seiten des Gliedes sehr wulstige Skrotalfalten, die sich am Damm zur wohlgebildeten Naht vereinigen. Nur dicht unter dem Penis bleibt eine schmale Spalte von $1\frac{1}{2}$ Linien Höhe übrig. Durch dieselbe gelangt man in einen kanalartigen Sinus urogenitalis von 5 Linien Länge mit *glatter* Schleimhaut ausgekleidet. In ihm münden die Vagina, rechts davon Vas deferens, oben die Urethra. „Es hat derselbe also gleichzeitig die Bedeutung des Vestibulum und der Urethra virilis“ (Klebs). *Labia minora* fehlen!

Rechts im Labium liegt ein *sehr entwickelter* Hoden, mit Nebenhoden und gehörig ausgebildetem Samenstrang.

Links liegt ein rudimentäres Ovarium, bestehend aus einer körnigen Masse, in der einzelne *spärliche* größere Körper lagerten, „die nicht vollkommen deutlich den Charakter von Eiern zeigten“. Ferner ein gegen die linke Seite gelagerter und nur in seiner linken Hälfte entwickelter Uterus unicornis mit linker Tube.

Hier sind die äußeren Geschlechtsteile entschieden nach dem männlichen Typus gebildet (große Eichel mit blindem Sulcus, Naht der Skrotalfalten, Fehlen der Labia minora, zwei Corpora cavernosa im Penis, Form des Sulcus urogenital). Außerdem ist der Hoden normal, das Ovarium rudimentär. Die Anlage also männlich. Demnach: Hoden rechts.

Der fernere von Mayer in Bonn 1835 sezierte Fall ist für unseren **XVII.**
Entscheid nicht zu brauchen, weil die Sexualcharaktere so gemischt sind, daß über die ursprüngliche Anlage nicht geurteilt werden kann.

Zur Begründung dessen soll seine Schilderung hier Platz finden.

Description anatomique d'un hermaphrodite connu tour à tour sous les noms de Marie Dorothée Derrier et Charles Durgé par M. le professeur Mayer de Bonn, Gazette médic. de Paris 1836, No. 39 p. 609.

1780 zu Potsdam geboren, als Mädchen getauft. Später nach 20 Jahren wurde er von verschiedenen Ärzten untersucht und von den einen (Hufeland, Gall, Brooks) als Weib, von den anderen (Kopp, Kausch, Mursinna, Rosenmüller, Osiander, Lawrence, Green und Pariser medizin. Fakultät) als Mann, von dritten (Schneider und Lauth, Schmidtmüller und Rittgen) als Zwitter erklärt. Im Aussehen zeigte er männliche und weibliche Charaktere gemischt. Ganz schwacher Bart, aber männliches Becken. Er soll in seinem 20. Jahre dreimal Genitalblutungen gehabt haben, später häufige Nasen- und Hämorrhoidalblutungen (Ersatzblutung?), Pollutionen jedoch sind niemals vorhanden gewesen. Sein Kopf und Gesicht haben wie bei einer alten Frau ausgesehen, seine Brust fett und fleischig, Arme und Schenkel weiblich. Ebenso der Kehlkopf. Mit 13 Jahren war er ausgewachsen. Mit 38 Jahren ging eine vollständige Veränderung seiner Konstitution vor. Er wurde fett und scheint sich seitdem einer besseren

Gesundheit erfreut zu haben (Menopause?). Er betrieb Wachsbosselei und starb in Bonn 1835.

Die äußeren Geschlechtsteile sind indifferent. Eher zum weiblichen Charakter hinneigend. Große Labien. Andeutung der kleinen Labien, Carunculae myrtiformes. Aber auch Penis mit Corpus cavernosum. Auf der Eichel eine Rinne, die in den 8 Linien langen Canalis urogenitalis hineinführt. Scheide und Uterus. Letzterer nach links abweichend. Tuben durchgängig bis auf die verschlossenen Abdominalenden. Linke Tube kürzer (3″ 4‴), rechte Tube länger (4″ 4‴). Rechts am Ende der Tube kleinmandelgroßer „Hoden" (on peut très bien en retirer les vaisseaux seminifères), links ein kleiner runder platter, vom Peritoneum überzogener Körper, der mehr einem Ovarium gleicht (son tissu est granuleux et se compose de petits grains conglomérés, de sorte, qu'il ressemble plutôt à un ovaire qu'à un testicule).

Beim „Hoden" ist weder von einem Nebenhoden noch von einem Vas deferens die Rede. Eine mikroskopische Untersuchung beider Keimdrüsen ist nicht gemacht. Ihre Natur bleibt deshalb völlig ungewiß. Insbesondere ist nicht zu entscheiden, ob nicht auf der einen oder auf beiden Seiten Zwitterdrüsen vorgelegen haben.

Da die rechte Tube größer ist als die linke, darf man eigentlich vermuten, daß auf der rechten Seite in der Keimdrüse das weibliche Element — wenigstens in der Anlage — mehr betont gewesen ist, was ja auch mit der weiblicheren Bildung des Körpers im Einklang wäre.

Immerhin ist der Typus zu sehr gemischt und die Untersuchung in den entscheidenden Punkten so wenig eindeutig, daß ein sicherer Schluß über die ursprünglich männliche oder weibliche Anlage nicht gezogen werden kann.

XVIII. Der folgende Fall von Follin*) (1848) ist ganz besonders lehrreich, weil er zeigt, wie schwierig die Deutung werden kann, wenn nicht bloß Bildungsanomalien, sondern krankhafte Prozesse vorhanden sind:

50jähriges Individuum, als Mädchen getauft und erst später von Antoine Dubois im Jahre 1828 für einen Mann erklärt.

Durchaus männliche Formen, auch männliche Brust; wenig Bart. Geschlechtsteile von männlichem Charakter; nur Hypospadie und kleine obere Skrotalspalte. Penis und Schwellkörper wohl entwickelt; nur im linken Hodensack ein Hoden, rechter Hodensack leer. Die etwa 2 *cm* lange Genitalspalte führt in den Canalis urogenitalis, der sich in Urethra und Vagina teilt. Der Uterus besitzt beiderseits Tuben, doch ist nur die linke ganz normal entwickelt, durchgängig und doppelt so lang wie die rechte, welche

---

*) Observation d'un cas remarquable d'Hermaphrodisme par M. le docteur Follin. Gazette des hopitaux 1851, p. 561.

teilweise obliteriert ist und mit einer ganz kleinen Öffnung endigt. Die linke Tube geht durch den Leistenkanal in den Hodensack. An ihrem Ende befindet sich ein eiförmiger, 2 *cm* im größten, $1\frac{1}{2}$ *cm* im kleinsten Durchmesser haltender Hoden, in welchem sich durch das Mikroskop Samenkanäle nachweisen lassen. Rechts, wo die kurze, nur teilweise durchgängige Tube sich befindet, nimmt eine Cyste den Raum der Keimdrüse ein. Es befindet sich also dort kein Ovarium, sondern nur einige Schläuche des Rosenmüllerschen Organs.

Follin selber vermißt in seinem Fall Ovarium, Prostata, Cowpersche Drüsen, Samenblasen, Labia minora und Rima pudendi. Aber auch Nebenhoden, Vas deferens und Corpora cavernosa urethrae werden nicht erwähnt.

Es handelt sich also um ein Individuum, in welchem sowohl wichtige männliche als weibliche Organe fehlen. Die Annahme, daß ursprünglich an Stelle der rechtseitigen Cyste ein Ovarium gesessen habe, wird durch nichts gestützt. Es kann ebenso gut eine Hodenanlage gewesen sein, die zur Cyste entartet ist. Diese letztere Annahme wird durch den Umstand zu hoher Wahrscheinlichkeit, daß die rechte Tube erstens nur halb so lang wie die linke war und daß sie außerdem zum Teil undurchgängig und besonders in ihrem abdominalen Ende sehr mangelhaft entwickelt war.

Besteht diese Annahme zu Recht, so ist der Fall Follin ein pseudohermaphroditischer, und es handelt sich nur um besondere Entwicklung des Weberschen Organs (der Müllerschen Gänge) bei einem männlichen Individuum.

Dadurch also, daß infolge einer krankhaften Entartung des rechten Hodens die von den männlichen Geschlechtsorganen ausgehende Hemmung nicht vorhanden war, ist es überhaupt zu einer Entwicklung der weiblichen Leitungswege gekommen. Aber diese sind, wie es bei einem Manne sein soll, auf der rechten Seite schlechter entwickelt als auf der linken.

Der weitere von den Autoren angeführte Fall aus Lilienfelds Dissertation*) kommt für unsere Frage ebenfalls nicht in Betracht, da überhaupt nur auf der linken Seite Geschlechtsorgane (wahrscheinlich eine Zwitterdrüse) vorhanden sind. **XIX.**

Auch der Fall von Barkow**) ist nicht ganz einwandfrei, obwohl hier bei einem männlichen Individuum der Hoden rechts liegt. **XX.**

54jähriges, als Mann verheiratetes Individuum. Männlicher Penis, doch vollkommen hypospadisch. Im rechten Hodensack, der männliche Form hat, befinden sich in einer Inguinalhernie erstens Hoden mit

*) Marburg 1856. Beiträge zur Morphologie und Entwicklungsgeschichte der Geschlechtsorgane.

**) Barkow, Anatomische Abhandlungen. Breslau 1851, p. 60. Über einen wahren menschlichen Hermaphroditen.

angedeutetem Nebenhoden, zweitens der mit dem Bruchsack verwachsene Uterus, dessen Schleimhautfalten die Form wie bei Robben und Pferden hat, drittens ein rudimentärer Eierstock. Die linke Hodenhälfte, welche einem großen Labium ähnlich sieht, ist leer. Prostata vorhanden, jedoch keine Vasa deferentia, keine Samenblasen, keine Ductus ejaculatorii, keine Cowperschen Drüsen, keine Eileiter.

„In dem als Hoden beschriebenen Organe glaubte ich, als ich es im frischen Zustande untersuchte, Samenkanäle vereinzelt zu finden; Graafsche Bläschen vermißte ich jedoch in dem als Ovarium gedeuteten Teile“ (Barkow).

Die Deutung des Ovariums mindestens ist unsicher. Außerdem nehmen die meisten Autoren an, daß der fragliche Eierstock von der linken Seite sich herübergeschlagen habe oder durch die rechtseitige Inguinalhernie mitsamt dem Uterus herübergezogen sei. Sonst müßte man den Fall zum Hermaphroditismus unilateralis rechnen.

XXI. Nun kommt Bannons*) Fall, dessen Deutung einem ernsten Zweifel nicht unterliegt. Es handelt sich um einen Mann mit rechtseitiger Lagerung des Hodens.

26jähriges Individuum, das als Mädchen (Anna) getauft wurde. Nach einem Jahre wurde der Name in Andreas umgewandelt. Nach der Pubertät männlicher Habitus, männlicher Kehlkopf, tiefe Stimme, Neigung zum weiblichen Geschlecht. Behaarung schwach, Brüste nur rudimentär. Becken von weiblicher Bildung. Normaler, aber undurchbohrter Penis mit Eichel und blind endigendem Kanal versehen, regelmäßig entwickelte Corpora cavernosa. Das Corpus cavernosum urethrae teilt sich am hinteren Ende gabelförmig. Labien, Nymphen, schlitzförmiger Eingang zur Urethra. Dahinter Vaginamündung mit engem Hymen. Keine Prostata, keine Samenbläschen und keine Cowperschen Drüsen.

Kleiner Uterus mit nur linker, durchgängiger Tube, Fimbrien und linkem Ovarium, das jedoch nach rechts disloziert war. Bannon bezeichnet seinen Fall selbst als lateralen Hermaphroditismus mit Dislokation des linken Eierstocks nach rechts. „Es fand sich nur eine einzige Tube, welche von dem linken Uterushorn nach hinten und innen zwischen Rectum und Corpus uteri sich erstreckte und an der rechten Seite des letzteren in ein weites, wohlgebildetes Corpus fimbriatum endete. Sie war in diesem Verlauf stark geschlängelt und um sich selbst gewunden, vollständig permeabel und bedeckte mit ihren Fimbrien einen Eierstock, welcher neben der rechten Seite des Corpus uteri, durchs Bauchfell fixiert, gelagert war“ (Virchow).

In dem Ovarium wurden Graafsche Follikel nicht gefunden. Bindegewebiges Stroma mit Fettkügelchen.

---

*) Bannon, Dublin. Med. Journal, Vol. XIV., 1852, pag. 73. Ein ausführliches Referat von Rudolf Virchow in Cannstadts Jahresberichten 1852, IV, S. 33.

Rechts in der Bauchhöhle wohlgebildeter Hoden mit Nebenhoden und Vas deferens. Normaler Plexus pampiniformis, der links fehlt. Mikroskopisch finden sich gut ausgebildete Samenkanälchen und Samenflüssigkeit, jedoch keine Samenfäden.

Also das Ovarium ist am schlechtesten entwickelt. Es liegt ursprünglich links, auch ist die linke Tube allein vorhanden.

Der Hoden ist gut entwickelt. Er liegt rechts. Der allgemeine Habitus ist männlich!

Der nächste von drei verschiedenen Autoren untersuchte Fall*) (Cramer **XXII.**
1857, Meyer, Klebs) ist gewiß zum Entscheid unserer Frage ebenfalls wegen der Unsicherheit seiner Deutung nicht brauchbar. Aber zum Beweise dessen muß ich seine Schilderung hierhersetzen.

Ich folge im wesentlichen der Darstellung von Klebs, welcher das Präparat am genauesten untersucht hat und besonders auch den mikroskopischen Befund sehr ausführlich schildert.

Kurzer Penis, starke Glans, an deren Spitze ein blinder, 4—5 *mm* langer Kanal (Hauteinstülpung der Harnröhre). Wulstiges Präputium, welches unter der Glans in die Ränder einer 1 *cm* langen Spalte übergeht, in der die Mündung des Sinus urogenitalis sich befindet. Zu beiden Seiten dieser Spalte wulstige Skrotalfalten (die linke breiter), die hinten durch eine Raphe vereinigt werden. Vgl. die Abbildung bei Klebs, die den im ganzen männlichen Charakter offenbart. Im Sinus urogenitalis befindet sich außer kurzer Urethra und rudimentärer Prostata ein deutlicher Colliculus seminalis, dessen Öffnungen bis auf eine blind sind und insbesondere in kein Vas deferens führen. Die eine größere, links von der Mittellinie gelegene Öffnung leitet in eine mit Hymen versehene Vagina, in deren Fortsetzung der Uterus mit zwei Hörnern liegt. An die Hörner schließen sich beiderseits die Tuben an, die durch Ligamenta rotunda von den Hörnern abgegrenzt sind. Die Maße:

Rechts: Horn 10 *mm*	Links: Horn 24 *mm*
Tube $6_{,1}$ *cm*	Tube $7_{,5}$ *cm*
(keine Hydatide)	(mit Hydatide sogar $10_{,6}$ *cm*. H. Meyer.)

Neben der uterinen Insertion der Tube entspringt beiderseits ein solider Strang, welcher direkt zur Keimdrüse geht und also völlig sich wie ein Ligamentum ovarii verhält. Derselbe ist links $6_{,5}$ *cm*, rechts nur 1 *cm* lang. Das linke Ligamentum rotundum steigt in den offenen Processus vaginalis peritonei herab und endigt in der Wand desselben. Ein zweiter paralleler Strang geht von der Keimdrüse in dieselbe Peritonealtasche: der Rest des Gubernaculum Hunteri.

*) Cramer, Inaug. Diss., Zürich 1857. Hermann Meyer, Virchow Arch. XI, p. 420. Klebs, Pathol. Anat. I, 2, p. 728.

Außerdem bildet der freie Rand des Ligamentum latum links ein deutliches Ligamentum infundibulo-ovaricum (Henle), wie gewöhnlich mit kleinen Zöttchen (Fimbria ovarica) besetzt. Es existieren also auf der linken Seite -

Ligamentum rotundum
Ligamentum ovarii
Ligamentum infundibulo-ovaricum und
Gubernaculum Hunteri.

Also sämtliche weibliche Ligamente und außerdem das männliche Leitungsband. Ferner sind das linke Uterushorn und die linke Tube und das linke Ligamentum ovarii erheblich größer als die entsprechenden Teile der rechten Seite. Auch lag der Eingang in die Vagina und den Uterus links von der Mittellinie im Sinus urogenitalis. Das alles weist darauf hin, daß auch links eine weibliche Keimdrüse zu erwarten wäre. Es hat sich aber ein der Form nach hodenartiger Körper dort gefunden, dessen mikroskopische Beschaffenheit im ganzen und großen die Deutung eines Hodens zuläßt. „Aber im Appendix dieses Hodens, welcher das Rete testis enthält, finden sich zwischen den sich durchkreuzenden Fasern zahlreiche rundliche Kerne, wie im Ovarialstroma, mit welchen auch die wandungslosen engen Kanäle dieses Teiles Ähnlichkeit besitzen" (Klebs). Es scheint sich danach um eine Zwitterdrüse zu handeln, in der vielleicht der ovarielle Teil in seiner Entwicklung eine Hemmung erlitten hat.

Die Keimdrüse der rechten Seite wird von Klebs als ein „allerdings mangelhaft entwickelter" Eierstock gedeutet. Das Stroma sei wie im Rete testis. Es fänden sich aber vereinzelte Zellen von glänzender Beschaffenheit, die Klebs für Primordialeier hält, obwohl ihre Maße viel kleiner als die normalen Primordialeier der Neugeborenen sind ($11{,}_4$ μ lang, gegen 18—24 μ nach Waldeyer). Außerdem fand Klebs eine Höhlung, die er für einen Follikel hält, obwohl er kein Ei in demselben nachzuweisen vermochte!

Die mikroskopische Untersuchung hat also keinerlei sichere Kriterien für die Natur der rechten Keimdrüse ergeben. Es ist völlig willkürlich, sie dem weiblichen Geschlecht zuzuschreiben.

Nach Analogie anderer Fälle könnte der eben beschriebene so gedeutet werden, daß rechts, wo sich die schwächer entwickelten Tuben und Uterushorn befinden und wo eine dem Ligamentum ovarii und dem Ligamentum infundibulo-ovaricum analoge Bildung fehlt, eine entartete ursprünglich männliche Keimdrüse sitzt, und links, wo die weiblichen Leitungsteile stark betont sind und außerdem ein Rest des männlichen Leitungsbandes existiert, neben dem Hoden noch ein Rest der weiblichen Keimdrüse vorhanden ist. Dann hätten wir ein ursprünglich männlich angelegtes Individuum, dessen linke, weibliche Seite durch eine unvollkommene Entwicklung der weiblichen Keimdrüse (neben der normalen männlichen) besonders betont ist. So ist es deshalb zur Persistenz des weiblichen Leitungsapparats gekommen, und der männliche ist zum Teil gehemmt (das Vas deferens fehlt völlig). In den äußeren Geschlechtsteilen sind aber die männlichen Charaktere deutlich: Penis, Glans, Hauteinstülpung der Urethra, Präputium, Verwachsung der Skrotalhälften im hinteren Teil durch eine Raphe, Colliculus seminalis, Prostata.

Der Fall von Heppner*) betrifft ein weibliches Wesen, das beiderseits Eierstöcke und Hoden besitzt. Die entwickelteren weiblichen Teile liegen rechts. **XXIII**

Den Befund an dem zweimonatlichen Kinde resümiert Heppner (S. 712):

1. In unserem Falle finden sich vor

A. Geschlechtsorgane, die beiden Geschlechtern gemeinsam sind.

a) Geschlechtsglied, das man mit demselben Recht als hypospadischen Penis oder hypertrophierte Clitoris bezeichnen kann;

b) gespaltenes Scrotum, dessen Hälften die großen Lefzen darstellen;

c) der Sinus urogenitalis;

d) das Rosenmüllersche Organ, das gleichzeitig Parovarium und rudimentäre Epididymis darstellt.

B. Speziell männlich sind:

a) Prostata;

b) die beiden Hoden.

C. An spezifisch weiblichen Organen finden sich vor:

a) der Uterovaginalkanal;

b) die beiden Eierstöcke;

c) die Eileiter;

d) die runden und breiten Mutterbänder.

2. Der weibliche Geschlechtsapparat erfreut sich in unserem Fall einer vollkommeneren Ausbildung als der männliche. Bis auf eine Difformität der äußeren Geschlechtsteile und die Ausmündung der Scheide in den Urogenitalkanal sind sämtliche Abschnitte desselben normal. Der männliche Geschlechtsapparat ist höchst defekt. Es fehlen an ihm: normal entwickelte Nebenhoden, die Vasa deferentia, die Vesiculae seminales, die Ductus ejaculatorii. Trotzdem gibt uns das Vorhandensein wahrer Hoden das Recht, unseren Fall als Hermaphroditismus verus bilateralis zu bezeichnen.

Hierzu gibt Heppner folgende Maße:

*) Über den wahren Hermaphroditismus beim Menschen. Reicherts Archiv für Anatomie 1870, p. 679 ff.

Rechts

Ovarium: $1,_{7}$ *cm* lang, am Infundibularende mehr ausgezogen als links.

Eileiter rechts und links $3,_{5}$ *cm* lang.

Hoden: $0,_{5}$ *cm* lang, Rosenmüllersches Organ, Basis $0,_{2}$ *cm* breit, rechts bei weitem nicht so deutlich entwickelt wie links.

Uterus mehr entwickelt (vgl. Abbildung XVI, Fig. 3).

Links

Ovarium: $1,_{3}$ *cm* lang.

Hoden: $0,_{7}$ *cm* lang, Rosenmüllersches Organ, Basis $0,_{6}$ *cm* breit.

Kritik: Ein zweifellos weiblich entwickelteres Wesen hat auf der rechten Seite das größere Ovarium und den kleineren Hoden.

XXIV. Im Falle von Gruber*) endlich handelt es sich um ein 22jähriges entschieden mehr männlich betontes Individuum, das an Krebs der Unterleibsorgane zu Grunde gegangen ist. Es lag rechts der Hoden, links der Eierstock.

Statur, Haarwuchs, Kehlkopf männlich. Becken mehr weiblich als männlich. Brüste weiblich, doch kleiner als bei einer gleichaltrigen Jungfrau.

Hypospadiaeus mit unvollkommener Spaltung des Scrotums. Nach der Abbildung hat das Scrotum durchaus den männlichen Typus. Ausgebildeter, mit Schwellkörpern versehener Penis, der eine untere Rinne trägt.

In den Sinus urogenitalis mündet etwas vor dem Arc. pubis

1. die Urethra, an der sich eine Pars membranacea und prostatica unterscheiden läßt, die einen angedeuteten Collic. seminal. besitzt, neben welchem Öffnungen für die sehr entwickelten prostatischen Drüsen sich befinden.

2. die kurze und schmale Vagina mit dem der Portio und Labien entbehrenden, nicht sehr ausgebildeten Uterus (8 *cm* lang).

Beiderseits sind Ligam. lata vorhanden.

Links normale Tube, Ovarium (zu einem enormen carcinomatösen Tumor entartet) mit Parovarium und Lig. ovarii und Lig. rotund.

Rechts stülpt sich das Lig. lat. zu einem Process. vag. ein, der bis in die rechte Hodensackhälfte hinabreicht. Der Hoden ist klein und plattgedrückt, besitzt aber Samenkanälchen, einen sehr entwickelten Nebenhoden und Vas deferens, das nur in seinem Anfangsteile offen ist und dessen Endigung nicht ermittelt werden konnte. Cowpersche Drüsen und Vesic. seminal. fehlten.

*) Mem. de l'académie impériale des sciences de St. Petersburg 1859, T. 1. No. 13.

Kritik: Es liegt hier ein gemischter Typus vor. Über die Ausbildung des Ovariums fehlt das Urteil wegen der carcinomatösen Entartung.

Der Hoden ist zwar klein, aber mit echten Samenkanälchen versehen, der Nebenhoden sogar sehr entwickelt (er enthält 12 ungewöhnlich lange Coni vasculosi). Der unterste Teil der männlichen Leitungswege ist am meisten von der Hemmung betroffen.

Dasselbe gilt von den unteren weiblichen Wegen (Uterus und Vagina).

Der Penis, das Scrotum, die Statur, Behaarung und Stimme sind entschieden männlich. Auch die Urethra (mit der pars membranacea und prostatica) und die Prostata selbst sind männlicher Typus.

Brüste und Becken dagegen nicht völlig weiblich.

Das Gesamtgewicht fällt auf den männlichen Geschlechtscharakter, wenn auch der Entscheid nicht ganz leicht ist. Keineswegs aber überwiegt irgendwie die Weiblichkeit.

Hoden rechts.

Ovarium links.

Schmorls*) Hypospadiaeus endlich ist ein 22jähriger Kunstakademiker, welcher bei der an ihm versuchten plastischen Operation starb. Er besaß rechts einen ausgebildeten, wenn auch etwas kleinen Hoden ($2\frac{1}{2}$ *cm* lang, $1\frac{3}{4}$ *cm* dick), links ein embryonales Ovarium, kirschkerngroß. Das linke Uterushorn war durchgängig und erheblich größer als das rechte undurchgängige. XXV.

Soweit unsere Proben also reichen und die Fälle überhaupt brauchbar sind, finden wir auch bei den hermaphroditischen Bildungen lediglich Bestätigungen für unseren Satz, daß die rechte Seite beim Manne die mehr männlich, beim Weibe die mehr weiblich betonte ist und daß bei beiden Geschlechtern die linke Seite die gegengeschlechtige Betonung besitzt.

Infolgedessen ist beim Mann und bei der Frau — wenn überhaupt Verschiedenheiten erkennbar sind — auf der rechten Seite eine bessere Ausbildung der spezifischen Geschlechtsorgane bemerkbar und man kann auch den umgekehrten Schluß machen, daß wo rechts eine bessere Ausbildung der männlichen Sexualorgane sich findet, eine ursprüngliche männliche Anlage vorliegt, und wo rechts die weiblichen Organe die höhere Entwicklung zeigen, es sich um ein weibliches Individuum handeln muß.

Daß die Lage von Hoden und Ovarium keiner Regel folge, weil man sie bald auf der rechten bald auf der linken Seite — bei Hermaphroditen — fände: dieser bisherige Satz hat also dem bestimmteren Platz machen müssen, daß sich die Lage von Hoden oder Ovarium nach dem ursprünglichen Geschlecht richte. Beim Mann liegt der — besser ausgebildete — Hoden rechts, beim Weibe das Ovarium ebendort.

---

*) Ein Fall von Hermaphroditismus, Virchows Archiv 113, S. 229 bis 243.

Der Satz wird durch Hemmungsbildungen nicht aufgehoben. Findet man z. B. bei zweiseitiger zwitterhafter Keimdrüse auf der rechten Seite die im Ganzen besser gebildeten männlichen Organe, auf der linken die entwickelteren weiblichen, ist aber ferner in der Zwitterdrüse die Hodenbildung rechts durch einen krankhaften Prozeß ganz oder teilweise gehemmt oder zerstört, auf der linken aber nicht, so hat man dennoch ein männliches Individuum vor sich. Es kann im Einzelfalle schwer sein, das nachzuweisen. Dadurch aber wird die Regel nicht aufgehoben, die uns wie ein Kompaß durch das sonst richtungslose Meer der Erscheinungen führt.

Es ist nötig zu bemerken, daß unsere Regel vom Menschen abgeleitet wurde und daß ihre Gültigkeit nur für die Säugetiere erwiesen ist. Nicht etwa, als ob bei den Vögeln oder irgendwo in der Natur die biologische Bedeutung der Symmetrie eine andere wäre oder sein könnte. Die eine Seite muß immer mehr dem Männlichen, die andere dem Weiblichen entsprechen. Aber welche die männliche, welche die weibliche ist, das wechselt offenbar: wird doch schon bei den Vögeln nur e i n Ovarium und Eileiter, der linke, ausgebildet. Bei den Schlangen ist das rechte Ovarium größer und liegt vor dem linken. Bei manchen Arthropoden ist wieder nur der linke Samenleiter voll entwickelt. Kurz die Seiten und daher auch ihre männliche oder weibliche Betonung wechseln. Und es wird einer zielstrebigen Fragestellung bedürfen, um fürs einzelne zur Klarheit zu kommen. Die Natur hat in der verschiedenen Geschlechtsbetonung der Körperseiten sichtlich eines ihrer großen und einfachen Mittel, durch welche sie den ungeheuren Formenreichtum innerhalb desselben elementaren Grundplanes zu stande bringt.

Auf den einheitlichen Grundplan und die einheitlichen Mittel müssen wir noch bei der Besprechung der Zeugung und Zellteilung zurückkommen.

Hier haben wir die ursprüngliche Frage, ob in dem Leben jedes Individuums die Äußerungen männlichen und weiblichen Stoffes sich nachweisen lassen, an noch viel konkreteren Tatsachen zu prüfen.

Gegengeschlechtige Phänomene bei Kindern.

Es ist seit langem bekannt, daß bei neugeborenen Knaben und Mädchen in den ersten Tagen ihres Lebens eine Anschwellung der Brustdrüse sich einstellt und daß es im weiteren Gefolge oft zur Absonderung der sogenannten Hexenmilch kommt. Diese Erscheinung geht im ganzen auch zeitlich parallel mit der puerperalen Entwicklung der mütterlichen Brustdrüse und man hat hier im Kinde die Fortsetzung eines Prozesses, der ursprünglich der Mutter eignet. Aber dieser Prozeß ist ein spezifisch weiblicher und er spielt sich daher in der weiblichen Substanz ab, in der weiblichen Substanz des K n a b e n und des M ä d c h e n s. Übrigens habe ich die linke Brust meiner beider Knaben stärker absondern gesehen, kann aber nicht sagen, wie weit das allgemein gilt.

Aber noch in einer anderen Weise wird die weibliche Substanz bei Knaben und Mädchen betroffen. Mir ist es bei meinem ältesten Knaben aufgefallen, daß er in den ersten Lebenswochen (Januar 1896) an periodischen Tagen im Harn und im Speichel Blut ausschied. Das ist auch in meinem früheren Buche (s. dort S. 166 Anm.) erwähnt und das Hemd und das Bettuch mit jenen Spuren ist bis heute aufbewahrt. Als ich das seinerzeit den Ärzten der Berliner Universitäts-Frauenklinik mitteilte, wußten sie von analogen Wahrnehmungen nichts. Ich habe das Blut für menstruelles aus der Prostata*) gehalten und werde in der richtigen Deutung dieses Phänomens bestärkt durch die Arbeit von Halban,**) der histologisch nachgewiesen hat, daß sowohl im Uterus des neugeborenen Mädchens als in der Prostata des neugeborenen Knaben unzweifelhafte Menstruationsveränderungen sich finden.

Auch an diesen Erscheinungen sieht man, daß weibliche Vorgänge in den weiblichen Organen beider Geschlechter sich abspielen.

Doch hier haben wir nur von Veränderungen der Geschlechtsorgane bei Knaben und Mädchen gesprochen.

Wir wissen aber von der Linkshändigkeit her, daß die Doppelgeschlechtigkeit sich auf den ganzen Körper erstreckt. Sollte sich das nicht auch bei den krankhaften Störungen bemerkbar machen, denen die lebendige Substanz nur zu oft unterliegt? Man kann diese Frage gar nicht aussprechen, ohne sogleich zu fühlen, daß unser Blickfeld dadurch mit einem Ruck eine außerordentliche Ausdehnung erfahren müsse.

XVIII.

Die Verteilung von Krankheiten auf beide Geschlechter.

Die Lehrbücher erwähnen bei jeder Krankheit, welchen ungefähren Anteil das Geschlecht an ihrer Häufigkeit hat. Ich habe mir nach ihren Angaben und nach eigenen Erfahrungen eine Zusammenstellung gemacht und diese Zusammenstellung später dann noch mit den Daten von Moebius verglichen, der vor etwa zwei Jahren eine kleine Broschüre „Geschlecht und Krankheit“ ***) herausgegeben hat.

. Ich werde den Mitteilungen, nicht den Schlüssen dieser Schrift vielfach folgen und, wo es mir nötig scheint, sie ergänzen. Vor allem aber

---

*) Im Speichel für vikariierendes. cf. Die Anschwellung der Speicheldrüsen in der Brunst bei manchen Tieren.

**) Dr. Josef Halban, Schwangerschaftsreaktionen der fötalen Organe und ihre puerperale Involution. Zeitschr. f. Geburtsh. u. Gynäk. 53. Bd., 2. Heft, Stuttg. 1904, S. 191 ff.

***) Halle 1903.

werde ich die Zahlenangaben dieses Autors in die Diskussion zu ziehen und aus ihr neue Erkenntnis abzuleiten haben.

Wer unbefangen die Tatsachen übersieht, dem fällt vor allem eines auf: daß, so verschieden auch der Anteil der Geschlechter an krankhaften Störungen ist, es doch keine Erkrankung gibt, die ausschließlich dem männlichen oder ausschließlich dem weiblichen Geschlecht zukäme.

Selbst bei den weiblichsten Krankheiten, der Knochenerweichung, Osteomalacie, und der Bleichsucht, Chlorose, lehrt die klinische Erfahrung, daß auch Männer von ihr befallen werden.

Litzmann zählt elf Männer auf 120 osteomalacische Frauen. Dabei erwerben die meisten Frauen im Wochenbett die Erkrankung und es ist bekannt, daß nach Entfernung der Eierstöcke das Leiden meistens (nicht immer) aufhört.

Und die Chlorose ist ein Krankheitszustand, der zur Zeit der weiblichen Pubertät beginnt.

Osteomalacie und Chlorose sind also augenscheinlich an wichtige Phasen und Bedingungen des weiblichen Geschlechtslebens geknüpft und doch sind sie auf Weiber nicht beschränkt.

Welchem Typus osteomalacische Männer angehören, weiß ich nicht. Aber chlorotische Männer habe ich gesehen und kann den Worten Eichhorsts nur beipflichten, daß das meist „Individuen von weiblichem Körperbau und oft auch von weiblicher Beschäftigung" seien. Ein ganz besonders weiblich-weicher Maler war darunter, der aus einer Künstlerfamilie mit sehr maskulinen Weibern und umgekehrt dazu gestimmten Männern hervorgegangen ist. Die Bemerkung von Wunderlich, die Chlorose der Frauen käme im Norden Europas weit häufiger vor als im Süden (in Frankreich und Italien), ja sogar in Norddeutschland häufiger als in Süddeutschland, gibt ebenfalls zu denken. Die Frauen Italiens und Frankreichs*) mit ihrem Schnurrbärtchen, ihrer Energie — cherchez la femme — und ihrer bedenkenfreien Geschlechtsmoral haben gewiß mehr Männliches in sich als unsere Holden. Und selbst Süddeutschlands künstlerische Begabung, seine Frohnatur und Lust zum Fabulieren weist in eine ähnliche Richtung. Übrigens führt man in Frankreich die Frauen an der linken, die Soldaten treten — umgekehrt wie bei uns — mit dem rechten Fuß an und die Gashähne werden mit der entgegengesetzt gerichteten Bewegung geschlossen wie hierzulande. Auch das alles plaudert.

Item: die Chlorose braucht viel weibliche Substanz und tritt nur da in die Erscheinung, wo diese in genügendem Ausmaß zu finden ist. Natürlich wesentlich bei Frauen, aber auch bei weibischen Männern.

Andererseits gibt es krankhafte Zustände, die in ganz überragender Häufigkeit Männer befallen. Die frühzeitige Kahlköpfigkeit ist ein

*) Man hat früher gesagt, in Frankreich ist nichts salisch als die Thronfolge.

Männerleiden. Man sieht sie viel seltener und kaum in den höchsten Graden bei Frauen. Ebenso ist es mit der Bluterkrankheit, der Hämophilie, und mit dem Muskelschwund, der Pseudohypertrophie, die beide ihren Erbgang durch den weiblichen Körper nehmen. „Männer leiden an ihr, pflanzen sie aber nicht fort, Weiber leiden nicht, pflanzen sie aber fort." Natürlich ist das cum grano salis zu nehmen. Auch Weiber leiden an ihr. Nur selten. Wir werden später erkennen, was es bedeutet, daß gerade bestimmte Prozentsätze, das eine Mal etwa zwölf, das andere Mal achtzehn vom Hundert Weiber mit dieser unheilvollen Gabe der Natur bedacht worden sind.

Aber beide Krankheiten wandeln sich doch offenbar in der männlichen Substanz ab. Weiblichkeit hindert ihren Ausbruch. Und es sieht gerade so aus, als ob die Weiber ihre hämophilisch veränderte männliche Substanz deshalb ihren männlichen Nachkommen vererben könnten, weil sie durch den Krankheitsablauf nicht erschöpft ist, während bei den Männern, die aktiv an der Krankheit leiden, die Krankheitspotenz verausgabt wurde.

Es gibt dann noch eine Reihe von Krankheiten, von denen ganz vorwiegend Männer heimgesucht werden.

Die angeborenen Herzfehler und die Leistenbrüche, die Vegetationen der Rachenmandel und das Heufieber, das bronchiale Asthma, Diabetes, Gicht; Leukämie, Arteriosklerose und Aortenaneurysmen; Hämorrhoiden und Afterfissur sind markante Beispiele. Von den Infektionskrankheiten sind die Lungenentzündung und der Typhus, ferner das Rückfallfieber und das Fleckfieber, die Ruhr, der Tetanus und das gelbe Fieber, die epidemische Genickstarre und besonders die epidemische Tetanie, endlich der Tripper und die Syphilis als Krankheiten zu nennen, die das männliche Geschlecht zumeist befallen. Freilich wird für das Überwiegen der letzteren Erkrankungen von Moebius das „soziale Moment" betont und ebenso für einige andere, z. B. für den Typhus und den Tetanus. Aber Moebius selbst fällt es auf, daß auch bei Kindern, wo die sozialen Faktoren nicht mitsprechen, das männliche Geschlecht vom Typhus und Tetanus mehr betroffen wird als das weibliche. Ohne bei der Syphilis und der Gonorrhöe die begünstigenden äußeren Verhältnisse zu leugnen, glauben wir doch nicht, daß dadurch ausschließlich die männliche Präponderanz hervorgerufen werde.

Aber wenn wir die fraglichen Leiden auch ganz ausschlössen, so blieben doch noch genug „vorwiegend männliche" Erkrankungen übrig.

Selbstverständlich ist das Gegenstück dazu bei Weibern nachzuweisen.

Von der Osteomalacie und Chlorose haben wir bereits gesprochen.

Ihnen reihen sich dem Wesen nach an Myxödem und Morbus Basedowii. Denn diese hängen mit der Schilddrüse zusammen, einem Organ, dessen Bedeutung für die Sexualität nicht zu übersehen ist. Das Anschwellen der Schilddrüse bei der Menstruation und in der Schwangerschaft, der

Pubertätskropf, die Atrophie des Uterus und das Aufhören der Menses beim Myxödem reden deutlich.

Daß Kropfleiden bei Frauen (übrigens sind die rechtseitigen Kröpfe bei ihnen häufiger!) viel öfter sich findet, ist darnach verständlich; das gleiche gilt für die Schilddrüsentetanie und für die Sklerodermie, deren Ursprung nicht ohne Beziehung zur Schilddrüse sein dürfte.

In der Jugend beginnt der Gesichtsschwund, später, meist um die Pubertätsjahre, Hysterie und Migräne, im reiferen Alter Gallenstein und akute gelbe Leberatrophie. Auch die „Wanderniere“ und die Verlagerung des Magens, Gastroptosis, machen ihre Beschwerden nach dem Mädchenalter.

Von den Geisteskrankheiten befallen das „manisch-depressive Irresein“ und die Melancholie — vielleicht auch die Paranoia? — mehr Weiber. Von den „Nervenkrankheiten“ die Chorea Syd., der Veitstanz, welcher als Nachkrankheit des akuten Gelenkrheumatismus gefürchtet ist.

Und obwohl der Alkohol ein Männergift ist und die Syphilis es sein soll, so ist doch die Neuritis alcoholica und das Leucoderma syphilit. eine Domäne der Frauen.

Einige Hautkrankheiten (Erythema nodosum, Eczema marginatum, Lupus erythematosus und Pigmentanomalien) sind wesentlich bei ihnen zu finden.

Sie sind auch die bedauernswerten Hauptträgerinnen von Tränensackeiterungen und Augenbindehauttrachom. Und der chronische Gelenkrheumatismus ist in der Hauptsache bei den Weibern zu Hause.

Von den Infektionskrankheiten ist zu sagen, daß beim Keuchhusten zwei Mädchen auf einen Knaben kommen.

Hier halten wir einen Augenblick in unserer Aufzählung inne. Wir haben durch sie gelernt, daß es eine Anzahl von Krankheiten gibt, in denen ein weibliches Übergewicht herrscht, keine Ausschließlichkeit. Und das analoge haben wir für die Männer gefunden.

* * *

Statistischer Nachweis.

Wie groß ist das Übergewicht der einzelnen Geschlechter bei den Krankheiten? Läßt es sich beziffern?

Die Zahlen, die mir zur Beantwortung der aufgeworfenen Frage bei Moebius zur Verfügung stehen, sind im ganzen nicht sehr groß. Immerhin sind sie meist auch nicht so klein, daß durch die Fehlerstreuung die Übersicht über den Mittelwert unmöglich gemacht würde. In einem ganz besonders lehrreichen Fall, bei der Tuberkulose, stand sogar das Ergebnis umfangreicher Zählungen aus der Statistik des preußischen Staates zur Verfügung.

Aber es ist nicht die absolute Größe der Zahlen, die hier redet.

Wir werden sehen, daß die Zahlen der verschiedensten Herkunft alle nach demselben Ziele streben, und gerade in dieser Konvergenz liegt ihre überzeugende Kraft.

Wenn man sich das so recht vor Augen führen will, dann vergleiche man die Tuberkulose im preußischen Staat mit den 96 Fällen von Pseudohypertrophia musculorum, aus denen Moebius $82{,}_5\,\%$ männliche Kranke herausrechnet.

In Preußen kommen auf je 100000 Lebende an Tuberkulose Gestorbene:*)

531 Männer und 427 Weiber.

Es ist aber

$$531 : 427 = 1{,}_{24}$$

das heißt fast

$$\mathbf{28 : 23} \quad (= 1{,}_{22})$$

Diese theoretische Deutung erfordert auf 958 an Tuberkulose Gestorbene: 526 Männer und 432 Frauen.

Nämlich

$$\frac{28}{51} \cdot 958 = 526 \qquad \frac{23}{51} \cdot 958 = 432$$

Die Abweichung beträgt also $z = 5$

Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß diese Abweichung durch den Zufall verursacht wird, ist

$$Q = 0{,}745$$

hat also noch einen relativ hohen Wert. (Vgl. Kapitel Statistik S. 436.)

Ich darf außerdem darauf aufmerksam machen, daß hier an Tuberkulose Gestorbene in Frage stehen, nicht Erkrankte. Es sterben aber allgemein mehr Männer als Frauen. Die Theorie 28 : 23 dürfte wahrscheinlich die Erkrankungshäufigkeit angeben und noch eine Korrektur für die Sterbezahl erfordern, die das Männerkontingent im Sinne der Statistik erhöht.

Und bei der Pseudohypertrophie kommen auf 100 Erkrankte $82{,}_5$ Männer.

$$100 : 82{,}_5 = 1{,}_{212}$$

das heißt fast genau

$$\mathbf{28 : 23}.$$

Wenn also 28 Menschen an Pseudohypertrophie erkranken, so sind 23 davon Männer und 28—23 Frauen.

*) Vgl. Moebius l. c. S. 29. Die Zahlenreihen dort wurden addiert.

Und hierzu kann man den chronischen Gelenkrheumatismus stellen, bei dem aus zwei Statistiken *) sich ergibt, daß 130 Männer auf 663 Weiber kommen, d. h. 1 Mann auf $5{,}_1$ Weiber, oder, wenn man will, auf $6{,}_1$ Erkrankte $5{,}_1$ Weiber.

$$6{,}_1 : 5{,}_1 = 1{,}_2$$

das heißt fast

$$\mathbf{28 : 23}$$

Hier kommen umgekehrt auf 23 Frauen 28—23 Männer.

Das biologische Verhältnis 1 : 1 der Tuberkulose findet sich auch beim akuten Gelenkrheumatismus. Im Mittel liefern sechs Statistiken**)

$$52{,}_{36}\,\%\ \text{Männer zu}\ 47{,}_{64}\,\%\ \text{Weiber.}$$

$$52{,}_{36} : 47{,}_{64} = 1{,}_1$$

$$= \frac{28 + 23}{2 \,.\, 23}$$

Obwohl die Resultate nichts Identisches bedeuten, so sieht man doch klar die Analogie und die Konvergenz trotz der außerordentlichen Verschiedenheit der Beobachtungszahl.

Wir können etwas Ähnliches noch weiter zeigen.

„Eine wunderliche Sache ist das" — heißt es bei Moebius auf Seite 12 — „daß die angeborenen Herzfehler bei Knaben etwas häufiger sind als bei Mädchen, nämlich nach 12 Statistiken fallen $61{,}_6$ auf das männliche Geschlecht ($51{,}_{53}\,\%$ sollte man erwarten). Dabei sind nach Meckel Mißbildungen im allgemeinen bei Weibern häufiger, aber vielleicht hat Meckel unrecht."

Diese $61{,}_6\,\%$ kommen auch in der Statistik der Lebererkrankungen vor.

In der akuten gelben Leberatrophie***) berechnet man das Verhältnis der Weiber zu den Männern wie $8 : 5 = 62{,}_5\,\%$. Bei den Gallensteinkranken zitiert Eichhorst †) die Statistiken von Stein und Durand Fardel, die beide den Anteil der Weiber zu 61 % bestimmen.

Stein:	bei 620 Kranken	377 Weiber 61 %
Durand Fardel:	bei 230 Kranken	142 Weiber 61 %
In Summa:	bei 850 Kranken	519 Weiber $61{,}_{06}\,\%$

Wir haben also bei den angeborenen Herzfehlern zwischen 61 und 62 Prozent Männer, bei den beiden Leberkrankheiten ebenso viel Weiber.

Es sind aber $100 : 61{,}_6 = 1{,}_{62}$

*) Moebius l. c. S. 14.

**) Vgl. Moebius l. c. S. 31.

***) Moebius l. c. S. 18.

†) Spez. Pathol. und Therapie. 3. Aufl. II, S. 335.

Wenn wir mit 23 erweitern, so ergibt sich:

$$1{,}_{62} = 37{,}_{26} : 23$$

Demnach ist

$$100 : 61{,}_{6} = \frac{23 + 14}{23} = \frac{\mathbf{2 . 23 + 28}}{\mathbf{2 . 23}}$$

Es kommen also bei den angeborenen Herzfehlern auf 2 . 23 Knaben 28 Mädchen und bei den beiden Leberkrankheiten auf je 2 . 23 Weiber 28 Männer.

Bei diesen Zahlen ist es wirklich schwer zu glauben, daß das Schnüren der Weiber ihren Überschuß bei den Gallensteinen hervorbringe. Und mit den angeborenen Herzfehlern zusammengehalten, wird es uns schier unmöglich.

Dasselbe Wunder kann man beim Tetanus der Neugeborenen und beim Gehirnschlag erleben. Beim Tetanus neonatorum zählt Gowers *) auf 259 Knaben nur 152 Mädchen.

$$259 : 152 = 1{,}_{7} = \frac{47{,}_{6}}{28}$$

Also

$$\mathbf{2 . 23 : 28}$$

d. h. auf 2 . 23 Knaben entfallen wieder 28 Mädchen, genau wie bei den angeborenen Herzfehlern.**)

Und bei der Gehirnblutung sind nach Gintrac ***) (681 Fälle)

$$56{,}_{6}\,\% \text{ Männer} : 34{,}_{4}\,\% \text{ Weiber}$$

$$56{,}_{6} : 34{,}_{4} = 1{,}_{645}$$

das heißt

$$\mathbf{2 . 23 : 28}$$

Die gleiche Proportion weisen auch die Möllmannschen Zahlen für die croupöse Pneumonie †) auf.

$$579 \text{ Männer} : 365 \text{ Frauen}$$

$$= 1{,}_{6} = \mathbf{2 . 23 : 28}$$

Nun aber kommt es noch schöner.

Das Verhältnis $\frac{37}{23} = \frac{2 . 23 + 28}{2 . 23}$ kennen wir bereits aus der Zwillingsstatistik.††)

*) Nach Moebius l. c. S. 21.

**) Hier erforderte die Theorie auf 411 Fälle 255,5 Knaben und 155,5 Mädchen. Die Abweichung beträgt also 3,5. Die Wahrscheinlichkeit, daß diese Abweichung nur durch den Zufall hervorgebracht ist, beträgt Q = 0,73.

***) Moebius S. 23.

†) Moebius S. 24.

††) Vgl. Kapitel XV, S. 431.

Es werden 2 . 23 Zwillinge gleichen Geschlechtes auf 28 Zwillinge ungleichen Geschlechtes geboren.

Hier wirkt doch gewiß eine immanente Eigenschaft der lebendigen Substanz. Und ich denke, vor diesen Übereinstimmungen müssen alle äußerlichen Erklärungsversuche erbleichen.

Daß biologisch doppelt so viel von dem einen Geschlecht wie von dem anderen bei einer Erkrankung beteiligt sind, kommt auch sonst öfters vor. Man braucht nur den Diabetes zu zitieren.

Nach der Angabe von Pavy,*) des berühmten Diabetesforschers und Arztes, waren erkrankt an Diabetes:

966 Männer auf 394 Frauen.

$$966 : 394 = 2{,}45$$
$$= \mathbf{2 \,.\, 28 : 23}\, [= 2{,}44]$$

Wenn also 2 . 28 Männer diabetisch sind, so sind es nur 23 Frauen.

Und beim Diabetes insipidus ist das Verhältnis der Männer zu den Frauen biologisch wie 4 : 1.

Aus fünf Statistiken**) folgt

$$288 \text{ Männer} : 77 \text{ Frauen} = 3{,}74 : 1$$

Es ist aber

$$3{,}74 : 1 = 104{,}72 : 28$$

das heißt

$$\mathbf{2\,(28 + 23) : 28}^{***})$$

Ebenso ergibt die Zählung von Aufrecht für die Lungenentzündung in Magdeburg†)

$$1223 \text{ Männer} : 278 \text{ Weiber} = 4{,}4 = 101 : 23$$

das heißt

$$\mathbf{2\,(28 + 23) : 23}$$

---

*) Vgl. Eichhorst l. c. IV, S. 125. Moebius gibt nur die an Diabetes Gestorbenen an, nicht die Leidenden. Die Männersterblichkeit ist allgemein größer, und so kommen fast zwei Männer auf ein Weib (genau 1,92 : 1).

**) Moebius S. 11.

***) Diese theoretische Deutung erforderte auf 365 Versuche 286,4 Männer und 78,6 Frauen.

Also $z = 1{,}6 \qquad s = 365$

$$p = \frac{102}{130} \qquad q = \frac{28}{130}$$

$$\gamma = 0{,}14$$

$$P = 0{,}16$$

Demnach

$$Q = 0{,}84$$

Die Wahrscheinlichkeit, daß die Abweichung in den Versuchszahlen nur durch den Zufall hervorgebracht ist, beträgt $Q = 0{,}84$.

†) Moebius S. 24.

Also ebenfalls biologisch 4 : 1.*)

Die biologische Proportion 3 : 1 finde ich beim Fleckfieber und bei der Chorea.

Nach einer preußischen Zählung **) waren beim Fleckfieber (Typhus exanthematicus) 2905 Männer : 1023 Weiber

$$= 2{,}84 = 79{,}5 : 28$$

das heißt

$$(2 . 28 + 23) : 28 \ ^{***})$$

Und bei der Chorea, wo das weibliche Geschlecht überwiegt, heißt es umgekehrt

$$(2 . 23 + 28) : 28$$

Denn es ergibt sich aus sechs Statistiken †) die Zahl 2218 Weiber : 859 Männer

$$2218 : 859 = 2{,}582 = 72{,}136 : 28$$

das ist

$$(2 . 23 + 28) : 28 \ ^{\dagger\dagger})$$

Wenn also 2(23 + 28) Menschen an Chorea erkranken, so sind 28 davon Männer.

---

*) Hier fordert die Theorie

1224 Männer auf 277 Weiber

also eine sehr geringe Abweichung.

Demgemäß ist $\gamma = 0{,}047$

und $Q = 0{,}944$

**) Moebius S. 20.

***) Beim Fleckfieber verlangt die Theorie

2908,5 Männer auf 1019,5 Weiber.

Die Abweichung $z = 3{,}5$

bei der Versuchszahl $s = 3928$

Hier wird $\gamma = 0{,}09$

und $Q = 0{,}90$

†) Moebius S. 12.

††) Die Theorie erfordert hier bei $s = 3077$ Versuchen

845 Männer und 2232 Weiber.

Die Abweichung ist also $z = 14$

$$p = \frac{74}{102} \qquad q = \frac{28}{102}$$

$$\gamma = 0{,}40$$

$$P = 0{,}43$$

Demnach $Q = 0{,}57$

Die Interpolation von 74 für 72,136 ist also noch erlaubt.

Ich weise außerdem darauf hin, daß bei der Mischung aus sechs Statistiken sehr verschiedener Herkunft auch die biologische Änderung des Versuchsmaterials während der (verschiedenen) Dauer des Versuches recht bedeutend ausfallen kann. Deshalb darf man auch einen größeren Korrekturfaktor hier erwarten.

Es erübrigt uns noch die Zahlen für die Bluterkrankheit zu diskutieren.

Aus den Zahlen von Grandidier und Litten *) ergeben sich nämlich

1193 Männer : 94 Frauen

d. h. $12,_7 : 1$

oder $50,_8 : 4$

$$= \frac{28+23}{2+2}$$

Also auf je 28 Männer kommen 2 Frauen
und „ je 23 „ „ 2 Frauen.

Wir erinnern uns hier des Nachweises im Kapitel Statistik, daß

auf 28 Geburten je 1 Totgeburt kommt
und auf 23 „ je 1 „ „

weil das Verhältnis der Geburten zu den Totgeburten war $\frac{28+23}{1+1}$

Es handelte sich dabei um ein Dimensionsverhältnis (vgl. Kap. Statistik S. 418).

Auch bei der Hämophilie gibt es das analoge Dimensionsverhältnis zwischen Männern und Frauen.

Nur kommt nicht eine Einheit der nächst niederen Dimension in Frage, sondern zwei Einheiten.

In dem Fall der Hämophilie erfordert unsere eben entwickelte theoretische Deutung, daß unter 1287 Fällen

$1193,_4$ Männer
auf $93,_6$ Frauen

kämen. Das deckt sich in hohem Maße mit der Wirklichkeit, die

1193 Männer
auf 94 Frauen

zählt.

Wir haben überhaupt gesehen, daß die Abweichungen der Statistik von denen der Theorie recht gering waren. Und daß diese Abweichungen selbst wesentlich durch den Zufall verursacht seien, dafür bürgt uns der hohe Wert, den wir für Q in den einzelnen Fällen errechnet haben.

Es ist aber Q selbst aus einem anderen Wert P gewonnen worden. **)

Denn es war $Q = 1 - P$.

Je größer Q, desto kleiner muß P sein.

P ist der Wahrscheinlichkeitswert dafür, daß lediglich durch den Zufall die Abweichung der Theorie von der Statistik so gering geworden ist.

---

*) Moebius S. 9.

**) Vergleiche Kapitel XV, Statistik, S. 436.

Da aber dieser P-Wert hier sehr klein ausfällt, so sagt das: es ist im höchsten Grade unwahrscheinlich, daß nur der Zufall die Kleinheit der Abweichung verursacht hat, daß also lediglich durch Zufallswerk uns immer nur solche Zahlen geliefert worden sind, die gerade unserer Theorie entsprechen.

Wenn trotz dieser höchsten Unwahrscheinlichkeit die Abweichungen der Statistik von der Theorie doch so klein bleiben, so wird es schlüssig, daß eine derartige Häufung von Ereignissen mit dieser geringen mathematischen Wahrscheinlichkeit nur dann eintreten kann, wenn ein in der Natur der Sache liegender Zwang dazu vorhanden ist.

Und da die Werte immer wieder in die einfachen Proportionen der 28 und 23 fallen, so muß in ihnen die Wurzel dieses Zwanges gelegen sein.

Darüber mag man sich auch an dieser Stelle klar werden.

Im übrigen denke ich: der Probezüge sind genug gemacht worden, zumal ich alle mir brauchbar erscheinenden Angaben aus der Moebius'schen Schrift verwertet habe.

Es ergibt sich, daß hinter den so regellos aussehenden Prozentzahlen einfache biologische Verhältnisse stecken:

$$1:1;\ 1:2;\ 1:3;\ 1:4$$

oder umgekehrt, und im Falle der Hämophilie ein Dimensionsverhältnis.

Es obwalten in der Beteiligung der Geschlechter an krankhaften Vorgängen dieselben einfachen Verhältnisse, wie sie uns die Analyse der Geburts- und Sterbestatistik für die normalen Vorgänge enthüllt hat.

Je nachdem eine Krankheit mehr die männliche oder die weibliche Substanz ergreift, werden mehr Männer oder mehr Frauen betroffen, aber mit Berücksichtigung der biologischen Äquivalenz immer in den gleichen einfachen Proportionen, die uns auch in den Schwingungszahlen der harmonischen Töne oder in den Verbindungsgewichten der Elemente entgegentreten.

Und weil stets und überall Männer und Frauen betroffen werden, und weil ferner bald die Männer, bald die Frauen 23 oder 28 als Einheitszahl aufweisen, so muß in jedem Mann und jedem Weibe männliche und weibliche Substanz enthalten sein.

Das lehren die Zahlen. Lehrt es aber auch die klinische Beobachtung?

Sie lehrt es in der Tat durch zweierlei Dokumente.

Erstens gibt es Erkrankungen, die wesentlich bei Männern vorkommen, wie die Leistenhernie oder die croupöse Pneumonie. Da überwiegt auch bei ihnen die männliche Seite: die rechte. Und ebenso überwiegt bei weiblichen Erkrankungen, wie Wanderniere und Kropf, ohne Frage die weibliche Seite: ebenfalls die rechte.

Aber es gibt noch einen zweiten Gesichtspunkt, der eigentlich in den ersten hineinragt.

Krankheit und Zwischenreich.

Die Männer, die an äußeren Leistenbrüchen, und die Frauen, die an Wanderniere oder Kropf leiden, gehören dem Zwischenreich an und weisen demnach im übrigen eine mehr oder weniger große Betonung der linken Körperseite auf.*) Ich kann statt Männer oder Frauen ruhig sagen: die Menschen. Dadurch wird der Satz nicht nur umfassender, sondern auch richtiger.

Für die Leistenbrüche findet sich in unserer Linkshänderliste schon mancher Beleg. Es ist aber auch die Tatsache sehr aufschlußgebend, daß die äußeren Leistenbrüche oft im ersten Kindesalter, das ja eo ipso dem Zwischenreich sich nähert, in die Erscheinung treten und ebenso in der männlichen Menopause, wo die Maskulinität nachläßt.

Die inneren Leistenbrüche und die Schenkelbrüche, die sich häufiger bei Frauen finden, kommen sonst noch wesentlich bei alten Männern vor, die auch weibähnlicher sind.

Das entsprechende läßt sich von einer anderen Krankheit sagen, dem Diabetes. Auch dieser, bei dem die männliche Beteiligung überwiegt, gehört ins Zwischenreich und deshalb werden so viel Künstler und begabte Leute von ihm befallen. Auch solche Rassen, bei denen die Männer im ganzen femininer sind (Juden).

Alter	Männer	Frauen	Summe
0—10	3	5	8
10—20	35	22	57
20—30	69	28	97
30—40	154	70	224
40—50	260	79	339
50—60	281	137	418
60—70	138	44	182
70—80	25	9	34
Über 80 Jahre	1	—	1
	966	394	1360

*) In den letzten Jahren habe ich wenig akute Infektionskrankheiten und daher auch wenig Pneumonien gesehen. Wenn mich aber mein bestimmter Erinnerungseindruck nicht täuscht, so rechnet auch die Pneumonia acuta fibrinosa ins Zwischenreich.

Er tritt mit seinen höchsten Zahlen in der Menopause auf, und ich bin seit langem gewohnt, den Menopausendiabetes als eine klinisch wohl charakterisierte Gruppe herauszuheben.

Die S. 498 eingeschaltete Tabelle von Pavy*) zeigt das sehr schön:

Wir werden auf die Bedeutung des Alters beim Diabetes noch zurückkommen. Hier tritt die Tatsache des Zwischenreichs in den Vordergrund.

Dem „männlichen" Zwischenreich gehören außerdem noch an das Aortenaneurysma, die Gicht, die meist zwischen dem 30. und 40. Lebensjahre beginnt, die Leukämie, das Bronchialasthma, das Heufieber und die Hämorrhoiden mit der Analfissur,**) deren besondere Häufigkeit im Orient nun begreiflich wird.

Das „weibliche" Zwischenreich ist außer mit Wanderniere und Kropf noch mit Basedow, Myxödem und Cholelithiasis vertreten. Wahrscheinlich gehört auch das Schielen hierher.

In der Kindheit ist — vielleicht mit gleicher Häufigkeit der Geschlechter — die habituelle Mandelentzündung fürs Zwischenreich pathognomonisch. Die allzu große Rachenmandel, die mehr bei Knaben vorkommt, zeigt in dieselbe Richtung. Sie ist vielfach vergesellschaftet mit Phimose, deren Träger stets femininere Züge aufweisen.

Ich habe vom männlichen und weiblichen Zwischenreich gesprochen. Damit meine ich natürlich weibische Männer und männische Weiber bis — und das ist wesentlich — zu den feinen Abstufungen hinab.

An Hämorrhoiden und Analfissur z. B. leiden Männer, die links betont sind, daher so viele Künstler, auch solche die keineswegs zu den Stubenhockern gehören. Man hat ja auch in der alten Medizin, die eine viel engere Fühlung mit der Natur besaß, die Hämorrhoidalblutungen mit Recht als periodische aufgefaßt und sie den menstruellen an die Seite gestellt.

Andererseits ist die Frau, die an Hämorrhoiden und Fissur krankt, ad virum vergens et scaevola. Wenn die Ärzte nicht immer nur den „Körperteil" angucken wollten, so würden sie das längst heraus haben.

Kommt einmal ein Mädchen mit besonders entwickelten Adenoidvegetationen im Nasenrachenraum, so hört man — ich schildere bestimmte Fälle —, daß der Vater ein Linkshänder, die Mutter kropfkrank, der Bruder ein Hypospadiaeus mit rechtseitigem Leistenbruch ist (vgl. Linkshänder Fall 13). Und als dann nach der Operation an dem elfjährigen Mädchen die Entwicklung eingetreten, kam die Pubertätsskoliose und dabei wurden die Lippen auffallend blühend, die Stimme tief.

In einem anderen Fall sind der Vater und ein Bruder künstlerisch begabt, die Mutter hat Basedowaugen und deren Schwester hat an Schwindsucht gelitten.

---

*) Nach Eichhorst l. c. IV, S. 125.

**) Mir scheint, auch die Striktur beim Tripper und Taboparalyse nach Syphilis.

Oder der Vater ist stark kyphoskolitisch, die Brüder weich, rothaarig,*) auch künstlerisch, die Schwester mit männlichen Neigungen.

Keine Frage, daß die Trägerinnen der Vegetationen selbst ad sinistram neigen.

Ich will in diesem Zusammenhang noch kurz die Sprachfehler (Stottern, Lispeln) erwähnen, auf deren häufiges Zusammentreffen mit Linkshändigkeit ja schon Lüddeckens**) aufmerksam gemacht hat.

Bei Rechtshändern ist wesentlich das linke, bei Linkshändern das rechte Sprachzentrum tätig. Setzt man für das normale linke Zentrum die größere Tüchtigkeit voraus, so erklären sich die häufigeren Sprachstörungen der Linkser.

In diesem Gedankengefüge möchte ich es auch aussprechen, daß die Wissenschaft für das Verständnis der Nervenkreuzungen von der Doppelgeschlechtigkeit Aufklärung zu erwarten hat.

Ich kann hier nur das Bild in großen Zügen umreißen und muß mir die Ausführung für eine besondere Darstellung vorbehalten. Nur auf wenige Punkte will ich noch hinweisen, weil sie Licht gerade auf unsere Frage werfen.

Unter den Leiden, die beide Geschlechter etwa gleichmäßig befallen, nimmt die Blinddarmentzündung eine hervorragende Stellung ein.***) Schon die Tatsache, daß man den Blinddarm öfters mit dem Hoden verwachsen im Leistenbruch findet, zeigt, daß irgend eine Beziehung zwischen Blinddarm und Sexualität bestehen muß. Die weitere Tatsache, daß Blinddarmbeschwerden bei Leistenbruchkranken und Brüche bei Blinddarmkranken etwas Gewöhnliches sind, unterstützt diese Meinung. Wenn ich weiter erwähne, daß große Rachenmandel und spätere Blinddarmentzündungen bei Mädchen ebenfalls viel häufiger koinzidieren, als daß es sich um ein Werk des Zufalls handeln könnte, so sieht man schon, wohin auch die Disposition zur Perityphlitis gehört: ins Zwischenreich.

---

*) Rothaarige Männer und Weiber gehören immer ins Zwischenreich. In Frankreich ist der „casque d'or" der Frauen wohl bewertet. Künstler, wie Anzengruber, die einen Blick ins Buch und zehn ins Leben getan haben, schätzen die Rothaarigkeit richtig ein. Man denke an den schwindsüchtigen Herrgottschnitzer im „Sternsteinhof".

Künstler wissen vielfach mehr als die zünftige Wissenschaft. Ich kann es mir nicht versagen, dabei auf Flaubert hinzuweisen. In „Madame Bovary" beschreibt er, daß der Vater Rouault, der, wie das meist geschieht, wohl in der Ungeschicklichkeit eines periodischen Tages sich seinen Beinbruch zugezogen hat, nach 2 . 23 Tagen die ersten selbständigen Laufversuche macht. „Après quarante-six jours le père Rouault essayait à marcher seul."

**) Vgl. l. c. S. 71.

***) „Wenn auch absolut viel mehr Erkrankungs- und Sektionsfälle bei Männern publiziert worden sind, so muß man doch das prozentuale Verhältnis dieser Zahlen zu den überhaupt behandelten oder sezierten Männern und Frauen feststellen. Für 18000 Sektionen des Münchner pathologischen Instituts hat Einhorn dies getan und gleiche Prozentsätze von Männern und Frauen gefunden."

F. Penzoldt, im Handbuch der speziellen Therapie. Jena 1896. IV, S. 712.

Das ist so eklatant, daß man besonders scharf diejenigen Mädchen vorher benennen kann, die zur Blinddarmentzündung neigen: wohlgemerkt, noch ehe eine Spur von irgend welchen direkten Anzeichen des Leidens vorhanden ist.

Wie der Förster den fälligen Baum zeichnet, so habe ich bei der Durchsicht der linkshändigen Väter meiner Bekanntschaft von zweien mir die aufblühenden Töchter gemerkt als reif zur Perityphlitis.

Es dauerte nur Wochen, da kam der Vater des einen Mädchens in größter Aufregung zu mir, die plötzliche Erkrankung seiner Tochter zu melden. Die junge Dame, zukünftige Schauspielerin, ist im „kalten Stadium" bereits operiert.

Und die andere virgo — die Ableitung von vir ist nicht ohne Grund — hat „aus heiler Haut" im letzten Sommer während der Ferien im Seebade ihren Anfall erlitten.

Als ich meinem Kollegen Dr. Siegmund unlängst erzählte, daß der etwa 17jährige Sohn eines seiner Bekannten wegen Perityphlitis operiert werden sollte, meinte er, hier träfe meine Auffassung nicht zu. Doch nach einem Besuch kam er sehr erstaunt zurück. „Ich hatte den jungen Mann einige Zeit nicht gesehen. Aber wie überrascht war ich über die Veränderung. Wie ein weibischer Schauspieler sieht er aus."

Man weiß, daß für Jünglinge und erst recht für Mädchen die Zeit ihres größten Entwicklungsschwunges die gefährdetste ist. Und man weiß auch, daß, wenn in dieser Periode die Blinddarmentzündung völlig abgeheilt scheint, im Alter, nach dem Erlöschen des Geschlechtlichen, der alte Funke wieder aufflammt, der in der Asche des Lebens verglommen schien.*) Diese Entzündungen können dann sehr gefährlich werden und durch Perforation ins Bauchfell tödlich endigen.

Kennt man die Beziehungen dieser heimtückischen Krankheit zum Zwischenreich, so weiß man nicht nur, wer sie bekommen kann und wer nicht, sondern man begreift auch, daß in Zeiten, wo die Zwitternaturen häufiger werden,**) auch die Blinddarmentzündung an Ausdehnung gewinnen muß. Und angesichts dieser biologischen Schübe wird man aufhören, im Emailgeschirr die Ursachen zu suchen!

Noch eine andere viel verbreitete Krankheit muß wenigstens mit einem Fuße im Zwischenreich stehen: die Tuberkulose.

Was rühmte man an Albrecht v. Graefe, diesem Künstler, diesem enorm geschickten, amphidextren Operateur, diesem weichen edlen Menschen, dessen früher Tod an der Phthise in die ersten Donner des 70er Krieges fiel: die „mädchenhaften Augen".

*) Typus: König Eduard VII. von England.

**) Man denke an unsere ganze moderne Kunstrichtung mit ihren Überweibern und Untermännern.

Und wenn ich im Geist die Phthisiker an mir vorbeiziehen lasse, so könnte ich viele ihm an die Seite stellen, die zwar nicht an Bedeutung, wohl aber in der Erscheinung ihm glichen. Umgekehrt weiß ich viele frühreife Mädchen, die dahingegangen sind, auch begabt, sehr oft nach der künstlerischen Seite hin, und ebenso hart, wie jener weich war. Unwillkürlich muß ich an Marie Baschkirzew denken, die durch ihr sehr „offenherziges“ Tagebuch berühmt geworden ist, in dem man das weibliche Schamgefühl gewiß vermißt. Ich wollte aber hier weniger die Stellung der Tuberkulose zum Zwischenreich diskutieren, für die das Verhältnis der tuberkulösen Männer zu den Frauen = 28 : 23 doch auch von hinweisendem Wert ist, sondern die weitere Frage aufwerfen, wodurch sich denn die Dispositionen zu so verschiedenen Krankheiten, wie z. B. Tuberkulose und Kropf, unterscheiden. Es muß doch noch ein anderes dahinter stecken als nur das Zwischenreich.

XIX.

Organtypen.

„Dropsy berichtet, daß in Galizien die eingeborenen Bauern fast vollkommen gesund bleiben, während die zahlreiche jüdische Bevölkerung um die Zeit des zwanzigsten Lebensjahres sehr reichlich durch Lungenschwindsucht hingerafft wird.“ *)

In dieser Mitteilung liegt ein Stück der Lösung. Die galizischen Juden weisen vielfach einen Typus auf, der in die Akromegalie hineinschaut. Es sind hochaufgeschossene Gestalten mit mächtiger, stark gebogener Nase, blühenden Lippen, vorspringendem Kinn, mit kyphotischem Rücken, langen Armen und Beinen, und zwar dürren, aber auffallend großen Händen und Füßen. Sie sind früh entwickelt, sind stark mit Pubertätsakne behaftet und können bereits in einem Alter zur Ehe schreiten, wo bei uns noch die Bänke der Volksschule gedrückt werden.

Ihr Typus, wenn auch sonst nichts, erinnert an den einer ganz anderen Rasse, die gleichfalls von der Tuberkulose dezimiert und fast vom Erdboden verschwunden ist: an die rothäutigen Indianer. Auch hier haben wir die charakteristische Entwicklung des Gesichtes, das akromegalische Längenwachstum und die frühe Pubertät.

Gerade diese letzte Tatsache führt in das Wesen unserer Fragestellung. Ich habe schon früher darauf hingewiesen,**) daß zwischen Pubertäts- und dem unvollständig entwickelten akromegalischen Typus die innigsten Beziehungen obwalten. Auch in der Pubertät wachsen plötzlich die Extremitäten, vergrößern sich Nase, Lippen und Unterkiefer, die Appetenz nimmt enorm zu, die Geschlechtsorgane werden umfangreicher, die Wirbelsäule wird

*) Eichhorst l. c. IV, S. 500.

**) Die Beziehungen zwischen Nase und weiblichen Geschlechtsorganen. Wien 1897. S. 231.

stärker gekrümmt (Pubertätsskoliose) und häufiges Nasenbluten erscheint: alles Züge, die nur krankhaft verstärkt auch bei der wahren Akromegalie sich finden. Dazu kommt vornehmlich bei Frauen die Anschwellung der Schilddrüse. Ja in der Adoleszentenangst findet sich auch das Urbild jenes großen Quantums von Angstneurose, das die Qualen der Akromegaliker so peinlich verstärkt. Wer denkt nicht in diesem Zusammenhange daran, daß er dieselben Züge oft bei Phthisikern gesehen, deren Frühreife*) der Volksmund ein böses Prognostikon stellt, deren triebhaft gesteigerte Sexualität berüchtigt ist, deren Rücken gekrümmt, deren Hände und Füße durch ihre Längenentwicklung auffallen, deren Gesicht, besonders in den Lippen, sehr an unseren Typus erinnert? Und wenn man weiter bedenkt, daß die Phthise wesentlich um die Zeit der Mannbarkeit beginnt, oft sich durch wiederholtes und gewaltiges Nasenbluten ankündigt und daß ihrem Ausbruch ein Aufschwung der ganzen Persönlichkeit vorhergeht?

Gewiß, wird man mir erwidern, das sieht man oft. Aber es gibt der Beispiele genug, wo das alles nicht paßt. Mit Verlaub: nicht zu passen s c h e i n t. Ich habe vor einiger Zeit eine galoppierend verlaufende Phthise bei einem durch Energie und Intelligenz ausgezeichneten Dienstmädchen gesehen, das zwar eine leichte Skoliose und etwas blühende Unterlippe hatte, aber sonst nichts von jenen Charakteren besaß. Auch war das Mädchen schon 40 Jahre alt und soll bis dahin gesund gewesen sein. Plötzlich wuchs, und zwar recht rapid, eine Ovariencyste, die exstirpiert wurde. Einige Monate darnach traten die ersten Zeichen der Phthise auf. Wie ich die Kranke, welche von ziemlich kleiner Statur und dürftigem Körper war, in ihrer Familie besuchte, sah ich die einzige Schwester, die um ein weniges jünger war, eine akromegalische — aber noch gesunde — Riesin. Deren zwei Söhne, von 17 und 19 Jahren, ebenfalls Riesen; der ältere hatte schon Bluthusten. Und die über 60jährige Mutter eine akromegalische, stark kyphoskoliotische, gesunde Zwergin. Hier lag die Betonung des Hirnanhanges, von dem ja die Akromegalie ausgeht, in der gesamten Substanz der Familie. Nur zwei Mitglieder (soweit ich damals wenigstens beobachten konnte) hatten die mit dem akromegalischen Typus verknüpfte Empfänglichkeit für Tuberkulose erhalten. Bei unserer Kranken war die Ausbildung des Typus gehemmt worden. Vielleicht sage ich besser, verzögert worden. Denn erst mit der Prämenopausenzeit begann die Phthise, und auch das ist eine Zeit, wo die in den Lehrbüchern unter Akromegalie beschriebene Erkrankung häufig ihren Anfang nimmt. Normalerweise findet sich ja bei den Frauen um diese Zeit eine plötzliche Steigerung des Sexualtriebes.

---

*) Man darf hier an Schiller und Mozart erinnern, die beide an Phthise gestorben sind und die dem akromegalischen Typus angehörten. Für Schiller wird man das leicht zugeben. Und wer de la Croces „Die Familie Mozart“ und das Bild „Mozart mit dem Diamantringe“ (beide im Salzburger Mozarteum) gesehen hat, wird auch für den musikalischen Genius nicht im Zweifel sein.

Es muß sich also gerade dann auch in der Norm im „Pubertätsorgan" etwas regen. Der Leser hat längst erraten, daß ich in der Tätigkeit des Hirnanhanges die conditio sine qua non für die Pubertätsveränderungen sehe. Ich werde darin bestärkt durch die Tatsache, daß bei Geschwulstbildungen im Hirnanhang das Sexualvermögen schwindet und daß dabei Frauen ihre Menses verlieren. Aber bevor die akromegalischen Veränderungen sichtbar werden, gibt es eine ruckweise, oft unwiderstehliche Steigerung des geschlechtlichen Bedürfnisses. Ich habe das jüngst wieder beobachten können, wo bei einer Frau, die bisher vom exquisiten Typus des Myxödems schien, nach eintägiger Ageusie*) und Anosmie der Zustand begann, um dann mit dem weiteren Extremitätenwachstum ins Gegenteil umzuschlagen.

In der Familiensubstanz liegt also die für die einzelnen Individuen verschieden verteilte Disposition für Akromegalie und Phthise. Es scheint die Substanz auch so gespalten werden zu können, daß der eine den äußeren akromegalischen Typ und der andere mehr die zugehörige phthisische Disposition**) erhält. Was mich in diesen Überlegungen weiter leitet, ist noch ein anderes. Mit dem Hirnanhang in enger Beziehung steht die Schildrüse. Dafür gibt es klinische und experimentelle Anhalte.

Akromegalie ist gewöhnlich von Kropf begleitet und umgekehrt hat man bei Myxödemleichen nicht selten Hypophysisvergrößerungen gefunden. Analoges hat Lanz***) nach Ausschneidung der Schildrüse beim Hunde gesehen. Auch da war der Hirnanhang vergrößert. Zugleich aber war die Sexualität tief geschädigt. Schlaffe Hoden, keine Erektionen, kein Begattungstrieb. Unmittelbar nach dem Exitus waren die Samenfäden bereits völlig unbeweglich.

Ebenso wie bei der typischen Akromegalie fehlen auch bei athyreoten Mädchen die Menses. Wenn die bei ihnen vorkommende Uterusatrophie nicht zu weit vorgeschritten ist, kommt die Monatsblutung nach Schilddrüsenfütterung wieder.

Den Zusammenhang der beiden Organe lehren noch andere Tatsachen. Wir haben schon vorhin gehört, daß eine Opernsängerin, die aus dem zweifellosen Typus des Myxödems†) stammte, plötzlich akromegalische Veränderungen bekam. Aber das Verhältnis von Akromegalie und Myxödem wird viel besser beleuchtet, wenn wir uns Schilddrüsenfamilien ansehen.

*) Es waren auch die Qualitäten sauer und süß verschwunden.

**) Riesen sterben meist an der Phthise.

***) „Beiträge zur Schilddrüsenfrage."

†) Auch diese Dame hat, wie meist die myxödematösen Frauen, in frühen Jahren bei sonst voller Jugendlichkeit des Aussehens und Temperaments schon graues Haar bekommen. Wenn man dabei die vorgezogene, meist künstlerische Natur dieses Frauentyps in Ansehung bringt, dann versteht man Julius Wolffs Wort:

Doch mehr als Rosenwangen,
Hat dein graues Haar mich gefangen!

Da sind vier Brüder. Alles alte Leute im sechsten und siebenten Jahrzehnt des Lebens. Der Älteste ein Künstler, Maler. In seiner Jugend war er chlorotisch und ist durch Eisenmittel promptest geheilt worden. Er besitzt einen umfangreichen Kropf, ist bereits in den vierzigern ausgesprochen schwerhörig gewesen. (Schilddrüsenschwerhörig: sogenannte Sklerose.) Feiner schöner Frauentypus, mit noch vor zehn Jahren rotblondem Bart und Haar. Zierliche Schrift. Seine Briefe von literarischem Charakter. — Zweiter Bruder, früherer begabter Militär, der schnell zu hoher Stellung kam, aber wegen fortschreitender Schwerhörigkeit schon als Fünfziger seinen Abschied nehmen mußte. Ebenfalls vergrößerte Schilddrüse. Ausgesprochen zartfühlende, feine Natur. Diese zeichnet auch den dritten Bruder aus, einen vielseitig auch künstlerisch begabten Mann, früheren hohen Staatsbeamten, dessen einziger Fehler Weichmütigkeit gewesen sein soll. Akromegalischer Typ. Rotblond, lange Arme und Beine, große Hände und Füße, vorspringendes Kinn, scharf markierte Nase, aber keine besonders blühenden Lippen. Leichter Altersdiabetes. — Von seinen Kindern kenne ich zwei. Eine Tochter, die schon als junges Mädchen schwerhörig und skoliotisch wurde und große Energie bekundete. Einen Sohn, Myxödemtyp, berühmten Maler. Schon als Dreißiger fast taub. — Jüngster Bruder, auch rotblond, ganz weibisch — infantil. Hat es im Leben zu keiner dauernden Stellung bringen können. Die Sorge der Familie. Selbst skoliotisch. Hat eine Tochter, die stark kyphoskoliotisch und nach der homosexuellen Seite hin entartet ist.

Von Vettern mütterlicherseits sind mir bekannt:

1. Ein Kunsthistoriker, übrigens völliger Linkshänder von weichem Frauentypus, Myxödem;

2. zwei bereits verstorbene Cousinen. Die eine sehr groß, sehr energisch. Die andere klein, kyphoskoliotisch verkrüppelt;

3. einen Vetter, Naturwissenschafter, Akromegaliker par excellence. Riesige Statur, große Nase, große Lippen, spitzes Kinn, enorme Hände und Füße. Etwas kyphoskoliotisch.

Dessen Tochter, energische Frau, mit Maltalent, starke Kyphoskoliose seit der Pubertät. Sehr männlicher Typus. Soweit ich die Familienmitglieder habe untersuchen können (sie sind jetzt meinem Gesichtskreis ferner gerückt), sind sie alle linksbetont. Was sich an einer solchen Übersicht deutlich zeigt, ist der Wechsel von akromegalischen und Schilddrüsen- (Myxödem-) Symptomen bei dem mütterlich verwandten Blut.

Das gleiche zeigen andere Familien. In meinem früheren Buch*) habe ich ein damals elfjähriges Mädchen beschrieben, das nach der Operation ihrer Adenoiden von Chorea befreit wurde, das an den Händen die Nagelveränderung der Basedowkranken zeigte, dessen übrigens schriftstellernde Mutter eine schwere Kyphoskoliose und dessen zwanzigjähriger Bruder das

*) l. c. S. 233.

Extremitätenwachstum und den Kiefer der Akromegalischen aufwies. Dieser Bruder ist inzwischen an Phthise gestorben. Dem Mädchen ist ein Pubertätskropf gewachsen. Ein anderer künstlerisch begabter Bruder hat an unzähligen Mandelentzündungen und Pfröpfen gelitten. Die ganze Familie natürlich linksbetont.

Ebendort*) ist einer anderen Kranken Erwähnung getan, der ich früher einen schnell wuchernden, zum Teil substernalen Kropf durch Elektrolyse beseitigt habe und die auch eine Störung im Nagelwachstum hatte. Ihrem Sohn mußte ich große Adenoide entfernen. Und als der junge Mann etwa zwanzig Jahre alt war — das Gesicht war durch große Nase und starke Lippen ausgezeichnet, Hände und besonders die Füße entschieden größer als normal, die Figur aber keineswegs groß —, bekam er plötzlich Bluthusten und eine Pleuristis tuberculosa, die anscheinend ausgeheilt ist.**)

Und diesen Wechsel von Schilddrüsen- und akromegalischem Typus kann man oft sehen.

In myxödematösen Familien ist der Menopausendiabetes zu Hause. Mir steht eine solche Familie vor Augen, wo der älteste Bruder diesem Leiden erlag, ein Schriftsteller von femininem Typus, dessen Scherzname von seiner auffallenden Lippe hergeleitet wurde, und wo die zweitälteste Schwester im Alter von ca. 50 Jahren an schwerem Diabetes erkrankte. Deren zwei Söhne waren stark skrofulös und litten an heftigen Mandelentzündungen. Der älteste dieser beiden, ebenfalls ein begabter Schriftsteller, hatte alle Jahre im Juli seine Sommerangina. Und als sie zum erstenmale ausblieb, trat statt ihrer ein Anfall von paranoischem Verfolgungswahn ein.

In der Familie der beiden diabetischen Geschwister ist der jüngste Bruder (der ebenfalls in jüngeren Jahren von zahlreichen Anginen geplagt wurde) ein im Gegensatz zu den anderen hochgewachsener Mann mit pronounciertem Kinn und starker Unterlippe.

Und eine ältere Schwester, Frauenrechtlerin, die sich auch als Romanschriftstellerin versucht und die durch ihre unglaubliche Energie und Leistungsfähigkeit bekannt ist, hat in der Menopause plötzlich einen Nabelbruch bekommen, der schließlich operiert werden mußte. Sie ist, wie damals sofort der Bruchbandagist sah, natürlich linksbetont. Solcher Familien kann man zahlreiche beschreiben: sie lehren alle, daß Schilddrüsen- und akromegalischer Typus nahe beieinander wohnen. Sie lehren aber auch, daß Diabetes einerseits und Phthise andererseits in dieser Kombination ihre Wurzel haben müssen. Nur daß die Lebensalter für beide Krankheiten im ganzen und großen entgegengesetzte sind.

---

*) l. c. S. 232.

**) Es ist derselbe Mann, von dem das Datum des ersten Bluthustens auf S. 236 behandelt ist.

Von diesem Gesichtspunkt aus begreift man aber auch, warum es neben der Pubertätsphthise auch eine Menopausenphthise geben kann und woher es kommen mag, daß Phthise so oft als Ausgang des Diabetes gefunden wird.

Mit Diabetes verknüpft sich häufig auch als terminales Leiden die fötide Bronchitis. Und gerade diese Erkrankung habe ich in Schilddrüsenfamilien bei solchen Mitgliedern gesehen, die wohl in der Jugend eine leicht ausheilende Phthise gehabt, aber vom Diabetes nicht betroffen wurden.

Alles das sind Fingerzeige nach der Richtung hin, in der man die speziellere Determination für Krankheitsanlagen künftig wird zu suchen haben.

Es gibt eben bestimmte Organtypen, deren Lebensschicksal ein vorgezeichnetes ist. Und ich will an anderem Orte versuchen, die Bilder dieser Typen noch schärfer zu entwickeln.

XX.

Schwangerschaft. Andere periodische Schübe. Verteilung der Substanzen in der Familie. Sexualgefühl und Angst.

Ich darf von der Schilddrüse nicht sprechen, ohne ihrer Bedeutung für die Schwangerschaft zu gedenken. Offenbar gehört eine intakte Schilddrüse zum völlig normalen Ablauf dieser weiblichsten aller Funktionen. Es müssen für die Schwangerschaft viel Schilddrüsenprodukte nötig sein. Denn es gibt nicht nur während dieser Zeit eine normale Hypertrophie dieser Drüse, sondern das Manco ihrer Tätigkeit drückt sich auch in ganz gewaltigen Störungen des Befindens aus, von denen das Erbrechen der Schwangeren am leichtesten zu durchschauen ist. Es läßt sich, was bis jetzt unbekannt war, durch vorgreifende Schilddrüsengaben hintanhalten. Ich habe das mit eklatantem Erfolge zuerst in einem Falle versucht, und Herr Dr. Siegmund, den ich davon unterrichtete, hat in einem anderen Falle meine Erfahrung bestätigt. Ob es nicht für die Reinheit und Promptheit des Erfolges von Bedeutung wäre, wenn man die Schilddrüse von geschlechtsreifen weiblichen Tieren verwendete, anstatt wie bisher von Hammeln, müßten zielbewußte weitere Versuche lehren.

Umgekehrt kann nach vorzeitig unterbrochener Schwangerschaft ein Zustand entstehen, wo offenbar die Schilddrüse noch arbeitet, ohne daß der Körper die Produkte verbrauchen kann. In einem so beschaffenen Falle, in dem sich eine recht gesteigerte Druckempfindlichkeit der Schilddrüse und täglich zur selben Stunde (morgens gegen 9 Uhr) wiederkehrende toxische Schwächezustände ausbildeten, schien die eine Stunde vor dem zu erwartenden Anfall gegebene Dosis von 5 cm^3 Moebius'schen Antithyreoidin die Anfälle auszuschalten.

Hier ist offenbar ein Gebiet, in dem noch große praktische Erfolge*) ans Tageslicht zu befördern sind. Und ich kann die Meinung nicht unterdrücken, daß vielleicht auch für die Therapie der Phthise nützliche Keime in analogen Erwägungen stecken. Wenigstens sieht man die Spontanheilung von Phthisikern dann eintreten, wenn sie plötzlich die Korpulenz der Myxödematösen bekommen. Es hat den Anschein, als würde der Einfluß des Hirnanhanges durch die Schilddrüse ausgelöscht.

Die Korpulenz nach dem Wochenbett ist auch von Gnaden der Thyreoidea.

Ich habe hier aber nicht nur von der Organologie der Schilddrüse sprechen wollen, sondern ich habe der Schwangerschaft gedacht als eines großen Schubes, dessen Ablauf im Körper des Weibes vor sich geht. Wir wissen aus den früheren Untersuchungen, daß ein Weib durchaus nicht zu jeder beliebigen Zeit schwanger werden kann, sondern daß es bestimmte natürliche Bruchstellen in der Familiensubstanz sind, die dem Samen den befruchtenden Eintritt gestatten. Gleich in der Einführung hatten wir erkannt, wie um den Tod der Ahnin sich die Geburtstage von Enkeln und Urenkeln in periodischer Abfolge gruppierten.

Wir wissen ferner, daß in solchen periodischen Schüben alles Werden und Vergehen sich vollzieht. Aber im Zusammenhalt mit der Schwangerschaft, die doch der weiblichen Substanz in einem Maße bedarf wie keine andere Funktion, läßt sich vielleicht besonders die Tatsache verstehen, daß diese Schübe überhaupt mit einer verschiedenen Betonung des Männlichen oder Weiblichen einhergehen. Das zeigen die Abstände der Schübe, in denen bald 23 bald 28 dominiert,**) das zeigt auch die Betonung, welche bald mehr der rechten, bald der linken Körperseite zukommt. Besonders gut kann man das bei der Entwicklung sehen. Nicht nur daß z. B. die Zahnentwicklung nacheinander und abwechselnd auf den beiden Seiten vor sich geht, oder daß die Kinder bald mehr der Mutter, bald mehr dem Vater ähnlich sehen. Mütter, die aufmerksam beobachten, wissen längst, daß ihre Kinder in den ersten Lebensjahren zuzeiten vorwiegend die linke, zu anderen Zeiten die rechte Hand zu gebrauchen geneigt sind und daß auch der Gemütscharakter entsprechend wechselt. Knaben sind in ihrer Linksperiode sanfter.

Alles das beweist, was im Mittelpunkt unserer Fragestellung stand, daß männlich u n d weiblich im Individuum vorhanden ist. Aber der einzelne ist nur ein Glied der Familie. Und aus der ihr zukommenden Gesamtmenge der beiden Substanzen erhält er den auf ihn entfallenden Anteil.

---

*) Ein anderer Punkt von bedeutender praktischer Wichtigkeit dürfte gerade für den chirurgischen Arzt in der Beachtung der periodischen Tage gelegen sein. Denn an ihnen ist die Neigung zu Blutungen und Nachblutungen besonders groß. Und auch üble Zufälle in der Narkose ereignen sich gewöhnlich an solchen betonten Tagen.

**) Vgl. die Abstände meiner Kinder, Beisp. 7, Seite 34 ff.

Wir wissen das nicht bloß aus den Lebenszeiten, wo für die Gesamtheit der Geschwister und der Mutter eine aus männlichen und weiblichen Einheiten einfach gebaute Summe disponibel ist; in der kinderreichen Familie Humboldt (Beisp. 44, S. 174) hieß diese Summe $23^3 + \Sigma^3 + \Delta^3$; wir wissen es auch aus der offenbaren komplementären Art, wie bei Geschwistern die sekundären Sexualcharaktere verteilt sind: linksbetonte Geschwister, wo also die Schwester männlicher und dafür der Bruder weiblicher gezeichnet ist. Gottfried Keller und Adolf v. Menzel mit ihren tyrannisierenden Schwestern sind weitbekannte Belege dafür.

Wenn aber in der Familiensubstanz — erweiterter wohl in der ganzen Sippe, wie die Statistik lehrt — der Gleichungspunkt gegeben ist, in dem Männliches und Weibliches sich die Wage halten, dann müssen auch die zeugenden Eltern eine gegenseitig sich ergänzende Mischung aufweisen.

Und darauf muß es beruhen, daß im allgemeinen männliche Weiber und weibliche Männer geschlechtlich sich anziehen. Mir ist das zuerst dadurch aufgefallen, daß ich so viel linksbetonte Ehegatten gefunden hatte. An der Tatsache dieser Art der sexuellen Anziehung, die ja erst den Typus des Pantoffelhelden verständlich macht, kann niemand zweifeln, wenn er die Augen offen hat.

Sokrates hatte seine Xanthippe, der weiche Melanchthon die polternde Katharina Krapp. Rembrandt nach dem Tode seiner rothaarigen Saskia die Hendrikje Stoffels, welche dem im Alter verarmten Meister mit ihrem Antiquitätenhandel das Leben fristete; Goethe mit dem Nickfang auf der linken Seite die trinkende Christiane, deren Entschlossenheit ihn vor den einstürmenden Franzosen errettet hat.

Das Sexualgefühl aber, das die Geschlechter zu einander zieht, hat zwei Abwandlungen, die Lust und die Angst. Ein wenig Angst mischt sich der schwellenden und der strömenden Lust des normalen Geschlechtsaktes bei in Form einer leisen Beklemmung, einer Beschleunigung des Herzschlages und eines leichten Schweißanfluges der Haut. Gesteigert wird daraus der wahre Angstanfall mit all seiner körperlichen und seelischen Pein. Diese Steigerung findet statt, wenn die volle Auslösung des Sexualgefühls gehemmt und ein Teil davon also gespeichert wird. Beim Coitus reservatus und interruptus z. B. und bei all den anderen sexuellen Angstbedingungen, die ich schon in meinem früheren Buche*) mit Hinweis auf die Freudschen Forschungen erörtert habe.

Was ich aber hier hinzufügen möchte, ist meine Überzeugung, daß wir in der Angst das gegengeschlechtige Stück unserer sexuellen Libido vor uns haben. Also nicht nur im Grobkörperlichen der Zeugung wirkten z. B. bei Männern ihre rudimentären weiblichen Sexualorgane mit (erst durch den Prostatasaft erhalten die Samenfäden ihre Beweglichkeit!) auch

*) S. Die Beziehungen etc., S. 142 und S. 199.

nach der Gefühlseite hin, bei der Erregung der Lust agiere unsere weibliche Substanz ebenfalls.

Läßt man das gelten, so ergeben sich eine Reihe von Angstbedingungen wie von selbst.

Die Altersangst, weil im Alter das Gegengeschlechtige viel stärker hervortritt und das Gleichgeschlechtige zurückweicht.

Die Kinderangst (Pavor nocturnus), weil hier das Gleichgeschlechtige noch nicht genügend entwickelt und daher das Gegengeschlechtige noch nicht so stark gehemmt ist.

Die Angst bei der mangelhaften Befriedigung, weil hier ein Teil der zurückgehaltenen Libido bei dem fortwährenden Nachströmen von innen her verdrängt werden muß, was aller Wahrscheinlichkeit nach nur in das Gegengeschlechtige hinein stattfinden kann.

Aber außer diesen Wahrscheinlichkeitsgründen für die gegengeschlechtige Natur der Angst gibt es noch eine Wahrnehmung, die ganz direkt auf die Richtigkeit unserer Deutung hinweist.

Ich habe oft die prämonitorische Erweiterung der linken Pupille vor Angstanfällen beobachtet und dies Phänomen auch schon früher beschrieben,*) freilich, ohne damals seine ganze Tragweite zu kennen.

Hält man diese Beobachtung mit der schon bereits von Lüddeckens gemachten zusammen, daß bei Linkshändern ganz gewöhnlich die linke Pupille die weitere ist, so wird man über seine Bedeutung um so weniger im Zweifel sein, als für den Fall der Linkshändigkeit die Betonung des Gegengeschlechtigen außer Zweifel steht.

Die Lust, die jeden Zeugungsakt einleitet, hat ihr Widerspiel auch vor jener Binnenzeugung, bei der die männliche und die weibliche Substanz unseres Körpers auf einander an den periodischen Tagen reagiert. Das sagt uns der euphorische Auftakt, welcher dem ängstlichen Mißbehagen des periodischen Tages regelmäßig vorangeht. In ihm hat ja, wie wir wissen, die sprachliche Bezeichnung „eines schönen Tages aber geschah's“ ihre Wurzel. Und wenn im absteigenden Lebensast diese schönen Tage sich zu Monaten erweitern, wenn der brünstige und blühende Lenz nach der Johanniszeit noch einmal treibt, dann weiß Cassandra, der gegeben ward zu sehen, was sie doch nicht ändern kann, daß auch der Herbst zur Rüste geht.

„Und seltsam,“ schreibt Isolde Kurz**) von ihrem Bruder Edgar — „gerade jetzt, wo die Katastrophe sich vorbereitete, begann er sein Wohlsein zu rühmen, wie er sonst nicht pflegte.“ Leider ist dieses Zusammentreffen, das in seinen Gegensätzen so erschütternd wirkt, weder seltsam noch selten, sondern die normale Alltäglichkeit.

---

*) l. c. S. 173, Anmerkung.

**) Süddeutsche Monatshefte, September 1904, „Edgar Kurz, ein Lebensbild“.

Und wenn das letztemal die männliche Substanz mit der weiblichen in unserem Leibe sich eint, wenn die letzten freien Einheiten gebunden werden — auch dann täuscht uns noch die Natur in der Euphorie vor dem Tode über das nahende Grausen der letzten großen Angst.

XXI.

Bisexualität und Fortpflanzung.

So hätte uns unsere ursprüngliche Frage nach dem Vorhandensein beider Substanzen im Lebendigen bis zum Reproduktionsakt selbst geführt, dessen Spuren wir noch an der Schwelle des Todes fanden.

Freilich scheint auf den ersten Blick eine Kluft zu gähnen zwischen den Vorgängen, die sich im Innern unseres Körpers auf- und abbauend vollziehen, und denen, die neuen Wesen das Dasein geben. Aber gerade eine vertiefte Untersuchung der Reproduktion wird zeigen, daß beiderlei Prozesse wesensgleich sind. Daß es sich auch beim Vermehrungsakt in allen seinen Formen ausschließlich um ein Zusammenwirken von Männlich und Weiblich handelt, ebenso wie das die bisherige Analyse von den individuellen Lebensvorgängen enthüllt hat.

Lebendige Wesen, das lehrt die nüchterne Beobachtung, pflanzen sich in der freien Natur überwiegend häufig auf geschlechtliche, seltener auf ungeschlechtliche Weise fort. Die geschlechtliche Fortpflanzung hat man in zweigeschlechtliche und eingeschlechtliche oder parthenogenetische unterschieden.

Daß es sich bei der zweigeschlechtlichen Fortpflanzung um das Aufeinanderwirken männlicher und weiblicher Substanzen handelt und daß in dieser Reaktion das Wesen des Zeugungsprozesses bestehe, scheint dem unbefangenen Geiste beinahe selbstverständlich zu sein.

Doch die heutige wissenschaftliche Mode will es anders. Sie sieht in dem Befruchtungsakt nur das Verschmelzen zweier Zellen, die von zwei verschiedenen Individuen abstammen. Sexuale Gegensätze kommen dabei nicht in Betracht. Und diese Behauptung, worauf stützt sie sich?

Es ist wahr, sagen die Herren, daß in der ganzen organischen Welt ein geschlechtlicher Gegensatz besteht. Aber diese sonst so durchgehende Regel hat eine Ausnahme. Der sexuale Gegensatz fehlt bei einzelligen Wesen. Alle Individuen sind hier gleich. Jedes kann sich mit jedem paaren. Und weil also jener Gegensatz auf der tiefsten Stufe fehlt, daher kann er nichts Prinzipielles sein.

Und woher weiß man denn, daß bei den Einzelligen alle Individuen wirklich einander gleich sind? Sehr einfach daher, weil man mit unseren heutigen Mitteln keine Unterschiede erkennt. Ist das wirklich alles? Belehren nicht die Erfahrungen der Bakteriologie, wie trügerisch der Schluß auf Identität ist, nur weil man mikroskopisch und färberisch keine Unterschiede wahrnehmen kann?

Und bei den Bakterien sind doch verschiedene Arten völlig reaktionsgleich unserer mikroskopischen und Färbetechnik gegenüber. In unserem Falle handelt es sich aber um Individuen derselben Art. Und da dürfte doch die Frage erlaubt sein, ob unsere heutige Technik eine männliche und weibliche Muskel- oder Drüsenzelle vom Menschen unterscheiden könne oder der einzelnen flimmernden Epithelzelle anzusehen vermöge, ob sie aus dem Samen- oder Eileiter stammt. Oder noch weiter, ob sie irgend ein Mittel hat, bei der Urgeschlechtszelle, die man z. B. bei Ascaris megalocephala bis zur ersten Furchungsspindel zurückverfolgt hat, Zeugnis dafür abzulegen, daß Eier oder daß Samenkörperchen aus ihr hervorgehen würden. Das kann sie mit nichten. Und doch müssen die ganzen Differenzen hier vorhanden sein, die den männlichen Keim vom weiblichen unterscheiden. Die Chemiker sprechen vorsichtigerweise von Elementen als von Stoffen, die bis heute noch nicht haben zerlegt werden können, ohne daß sie ihre Unzerlegbarkeit behaupteten. Die Biologen sind weniger bescheiden und stellen an die Gläubigkeit ihrer Mitmenschen naivere Anforderungen. Die Natur soll plötzlich bei den Einzelligen eine Ausnahme machen, weil die Herren Forscher dort noch nicht Männlein und Weiblein zu unterscheiden gelernt haben. Und darum behaupten sie kühn: „Jedes kann sich mit jedem paaren.“ Man braucht aber nicht alles zu glauben. Und wenn triftigere Gründe fehlen — sie fehlen! — so denken wir nicht daran, zu Gunsten der wissenschaftlichen Mode der Natur einen Riß bei den Einzelligen zuzumuten.

Da in der ganzen Welt sonst nur Mann und Weib sich fruchtbar paaren können und die sich Paarenden niemals des geschlechtlichen Unterschiedes entbehren, so machen wir mit gutem Grunde den Analogieschluß, daß es bei den Einzelligen auch nicht anders sein werde: Daß also, was dort sich paart, männlich und weiblich sei, obwohl wir die Unterscheidungsmerkmale in der Form zur Zeit noch nicht aufgefunden haben.

Bei der Paarung einzelliger Wesen verschmelzen zwei Individuen zu einem neuen dritten,*) ganz wie Ei- und Samenzelle, und wie bei diesen erfolgt dann eine Anzahl Zellteilungen, durch welche neue Zellen erschaffen werden. Während nun bei höher organisierten Wesen die Zellen körperlich in dem Organismus vereinigt bleiben, trennen sie sich bei den Einzelligen. Das ist der einzige Unterschied. Aber Trennung und Vereinigung von Individuen ist nichts Wesentliches in Hinsicht auf unsere Frage. Im Baume sind viele Individuen und sogar Generationen miteinander vereinigt.

*) Oder sie lassen auch nur ihre Kerne in der Mitte des Vereinigungskanals verschmelzen, wonach es zu einer Kernteilung mit Überwanderung der neuen Tochterkerne in je eine der beiden Erzeugersporen kommt. Das ist z. B. von Guillermond für die Hefezellen nachgewiesen (Considérations sur la sexualité de certaines levures. Comptes rendus de l'Acad. des Sciences 1901, Nr. 26, S. 1252).

Bei den meisten Tieren bleiben Individuen und Generationen körperlich getrennt, sind aber, wie die biologische Rechnung gezeigt hat, zeitlich von einander abhängig.

Bei den Einzelligen reicht dann die Befruchtung für eine Anzahl von Zellgenerationen aus. Ganz wie bei uns, wo wir's Wachstum nennen.*) Dann kommt bei ihnen und bei uns die Zeit, wo das Wachstum aufhört und der Zerfall eintritt, der Tod. Wenn sich z. B. in einem Radiolarium die Schwärmsporen entwickeln, so stirbt der ganze Protoplasmakörper ab, soweit er nicht für die Sporenbildung verbraucht ist. Es entstehen also wahre Leichenteile. Ein restloses Aufgehen in eine fortlaufende Kette des Lebens gibt es nicht. Aber vom Tode gerettet wird ein Teil, der Keim, der neuen Individuen das Leben überträgt.

Auch bei den Infusorien ist es nicht anders. Sie müssen von Zeit zu Zeit sich konjugieren, sonst verenden sie fraglos und ohne Nachkommen, wie die Untersuchungen von Maupas erwiesen haben. Und auch bei der Konjugation selbst geht ein Teil ihres Körpers zu Grunde: der Hauptkern und ein Teil der aus den Nebenkernen stammenden Tochterkerne. Das hat R. Hertwig**) gezeigt.

Die Infusorien sterben, wenn sie lieben. Und bei uns steht der Todestag der Mutter in Beziehung zu jenem, an dem sie ihr Kind aus dem Schoße gibt.***)

Nach welcher Richtung wir die Einzelligen mit den Vielzelligen vergleichen: in Beziehung auf das Entstehen und Vergehen ihres lebenden Körpers lassen sich essentielle Unterschiede nicht auffinden. Wie sollte das auch sein! Ist es doch die gleiche Substanz, welche dem Tier- und Pflanzenreich den Zweitakt des Lebens gibt.

Will man also den Tatsachen nicht Gewalt antun, so muß man sagen, daß bei den Einzelligen ebenso wie bei den Vielzelligen der dauernde Bestand des Lebens an die geschlechtliche Vermischung geknüpft ist.

Und der umgekehrte Schluß: weil der geschlechtliche Gegensatz bei den Einzelligen *angeblich* nicht bestehe, so könne er auch für die Vielzelligen nicht von prinzipieller Bedeutung sein, ist ganz ohne Boden.

Wie sehr aber dieser Schluß das Urteil verwirrt, zeigt die Deutung, die man den fundamentalen Vorgängen bei der Befruchtung gegeben hat.

---

*) G. v. Bunge hebt in seinem klassischen Lehrbuch der Physiologie bei der Besprechung der Fortpflanzung sehr richtig hervor, daß Wachstum nichts anderes als eine Form der ungeschlechtlichen Fortpflanzung sei, und zitiert dabei Karl Ernst v. Baers Wort: Fortpflanzung sei das Wachstum über die Schranke des Individuums hinaus.

**) Abhandlungen der mathem.-physikal. Klasse der kgl. bayr. Akademie d. Wissenschaften, XVII. Bd. München 1889.

Über die Konjugation der Infusionen S. 151 ff.

***) Vgl. Kapitel XI.

Ei- und Samenzelle machen eine eigentümliche Metamorphose, „die Reifung“, durch, bevor sie vereinigungsfähig werden. Ihr Kern geht hintereinander ohne das bei allen sonstigen Teilungen zu beobachtende Ruhestadium zwei Teilungen ein, bei denen sich die Chromosomenzahl auf die Hälfte reduziert. Hier und hier allein ist eine Abweichung von der sonst gültigen Regel, daß die Chromosomenzahl des Tochterkernes stets derjenigen des Mutterkernes gleich wird. Die Hälfte der Chromosomen wird auf diese Weise aus Ei und Samenzelle entfernt und als Richtungskörper oder Polzellen ausgestoßen. Erst wenn sich Ei- und Samenzelle vereinigt haben, wird die Chromosomenzahl wieder komplett, die für jede Spezies eine konstante Größe ist.

Der Entdecker dieser Vorgänge, Ed. van Beneden, hat das im Ganzen völlig richtig so gedeutet, daß ursprünglich Ei und Samenzelle hermaphroditisch seien. Für die Befruchtung aber müsse das Ei seinen männlichen, der Samen seinen weiblichen Anteil verlieren, damit nach der Vereinigung wieder das richtige Mischungsverhältnis vorhanden sei.

Aber siehe da! Die Deutung ist plötzlich unhaltbar geworden durch den O. Hertwig'schen Nachweis, daß die Polzellen morphologisch nur rudimentär gewordene Eizellen sind.*) Und dann läßt sich schon wieder mit unseren chemischen, physikalischen, färberischen Methoden auch nicht der leiseste Unterschied zwischen den Kernsubstanzen der männlichen und weiblichen Keimzelle aufzeigen.

Über den letzteren Punkt können wir jetzt schweigen. Aber wenn eine Eizelle sich teilt, was soll anderes morphologisch als Teilungsprodukt herauskommen, als wieder eine Eizelle! Ist es nicht bezeichnend genug, daß im Polkörper diese Eizelle rudimentär bleibt? Sie muß doch wohl etwas nicht oder in geringer Menge enthalten, was sonst der Eizelle reichlich zukommt.

---

*) „Es gibt keine spezifisch weiblichen und keine spezifisch männlichen Befruchtungsstoffe. Die beim Befruchtungsprozeß zusammentreffenden Kernsubstanzen sind nur insofern verschieden, als sie von zwei verschiedenen Individuen abstammen.“ (Oskar Hertwig, Die Zelle und ihr Gewebe, Jena 1893. S. 221.)

Und warum müssen das immer Mann und Weib sein, diese Individuen?

„Die Befruchtung ist eine Vereinigung zweierlei Zellen und insbesondere eine Verschmelzung zweier äquivalenter Kernsubstanzen, aber sie ist nicht ein Ausgleich sexueller Gegensätze, da diese nur auf Einrichtungen untergeordneter Art beruhen“. (Oskar Hertwig l. c. S. 223.)

Also was die Natur bei der Befruchtung immer nötig hat, ist nur eine Einrichtung untergeordneter Art!

Ich weiß wohl, daß Oskar Hertwig durch die Entdeckung der Kernverschmelzung als des Wesentlichen bei der Befruchtung sich ein außerordentliches, schwer zu überschätzendes Verdienst erworben hat. Aber ich kann ihm nicht in Deutungen folgen, von denen ich überzeugt bin, daß sie der wirklichen Beschaffenheit der Dinge diametral entgegenlaufen.

Unsere Deutung ist, daß die Polzelle wenig weibliche und viel männliche Substanz besitzt und aus der Ei-Mutterzelle ausgeführt hat, die selbst nun zwar viel weiblichen, aber nur noch wenig männlichen Stoff in sich trägt.

Es muß jedoch Mutter- und Tochterzelle weiblichen und männlichen Stoff enthalten, sonst könnten sie nicht leben. Und dasselbe mit umgekehrtem Verhältnis gilt für die Samenzelle.

Um einen neuen Organismus aufzubauen und zu einem neuen Komplex von Zellteilungen fähig zu sein, brauchen sie aber die Gesamtmenge von männlicher und weiblicher Keimsubstanz mit der vollständigen Chromosomenzahl.

Die erhalten sie durch die Vereinigung der beiden „reifen“ Keimzellen.

Da aber jede von diesen beiden Männliches und Weibliches in den neuen Bau einbringt, so besitzt das neue bilaterale doppelgeschlechtige Wesen auch zwei männliche und zwei weibliche Geschlechtsorgane (rechts und links): nur die des einen Geschlechtes schließlich rudimentär entwickelt, obwohl sie in der Anlage zu einer Zeit des Embryonallebens anscheinend gleichen Formenwert hatten.

Aber, höre ich sagen, diese Voraussetzung, es sei bei der Befruchtung immer Männliches und Weibliches vorhanden, ist nur im Wortsinne richtig. Denn die Befruchtung kommt nur bei der zweigeschlechtlichen Fortpflanzung vor. Es gibt doch noch die Parthenogenesis und die ungeschlechtliche Vermehrung. Wie steht es da?

Bei der Parthenogenesis, der, wenn die Angabe von Berthold*) richtig ist, auch eine Androgenesis gegenüberstehen würde, kommt es zu einer Entwicklung des Eies, ohne daß es der Befruchtung durch fremden männlichen Samen bedürfte.

Man kennt das hauptsächlich bei Insekten — bei den Bienen durch Dzierzon entdeckt — und den ihnen verwandten Gliederfüßern.

Zunächst ist zu betonen, daß die Parthenogenese immer abwechselnd mit zweigeschlechtlicher Befruchtung vorkommt. Die entgegenstehende Angabe von A. Weismann,**) daß es Arten gebe, die sich heute nur noch parthenogenetisch fortpflanzen, z. B. unter den Tieren einzelne Krusterarten, steht auf mehr als schwachen Füßen. Von den Krusterarten könne man nachweisen, daß sie vorzeiten sich geschlechtlich fortgepflanzt haben, denn sie besitzen heute noch die Tasche, welche zur Aufnahme der Zoospermien dient, aber diese Tasche bleibt leer, denn es gibt heute kein Männchen mehr, wenigstens nicht in den uns bekannten Wohnorten dieser Arten.***)

*) Berthold (Mitteilungen aus d. zool. Station zu Neapel, II, p. 412) hat bei Algen gesehen, daß die männliche Keimzelle allein sich zu einer allerdings sehr schwächlichen und empfindlichen Keimpflanze entwickeln kann.

**) Vorlesungen über Deszendenztheorie, Jena 1904. S. 267.

***) Im Original nicht gesperrt.

Jedermann sieht wohl, daß diese Angabe die Regel nicht aufzuheben geeignet ist, wonach die parthenogenetische Fortpflanzung nie ausschließlich vorkommt, sondern immer mit der geschlechtlichen Befruchtung abwechselt.

Und die fernere Angabe, daß Weismann einen kleinen Muschelkrebs Cypris reptans durch 16 Jahre in etwa 80 Generationen gezüchtet habe, ohne daß ein Männchen aufgetreten sei oder die Samentasche der Weibchen jemals Zoospermien enthalten habe, beweist doch nur, daß die parthenogenetische Periode 16 Jahre bei Muschelkrebsen — die wohlgemerkt Samentaschen haben — andauern könne. Wir werden bei der ungeschlechtlichen Fortpflanzung noch viel längere Perioden kennen lernen, nach denen doch wieder normale Befruchtung eintreten muß.

Ist schon dieser Hinweis, daß Parthenogenesis mit geschlechtlicher Befruchtung abwechsle, sehr bedeutungsvoll und zeigt er allein schon, daß auch bei parthenogenetischer Vermehrung auf die Dauer die Mitwirkung des männlichen Individuums nicht entbehrt werden kann (das den männlichen Stoff gleich für eine Anzahl von Generationen liefern würde; beim Elefanten hält die männliche Substanz einer Samenzelle für alle Zellteilungen im Individuum 150 Jahre lang vor) — so gibt es doch im Vorgang der Eireifung noch ein Besonderes, das Licht auf das Wesen dieser Fortpflanzungsform wirft.

Wie Weismann selbst an einer Daphnide Polyphemus fand und Blochmann bei den parthenogenetischen Eiern der Blattläuse feststellte, stoßen solche Eier nicht zwei, sondern nur einen Richtungskörper aus. Die Zahl der Chromosomen wird also nicht wie bei einem befruchtungsbedürftigen Ei reduziert. In unsere Sprache übersetzt: es wird der vorwiegend männliche Anteil aus dem Ei nicht entfernt.

Und wenn, wie das Brauer an einzelnen Eiern des Salzwasser-Krebschens Artemia salina beobachtete, eine zweite Richtungsteilung doch eintritt, so vereinigen sich die dadurch entstandenen Tochterkerne unmittelbar nach ihrer Trennung, und zwar innerhalb des Eies wieder zu einem Kern, an dem die Furchung verläuft und der die volle Anzahl der Chromosomen $2 . 84 = 2 (3 . 28) = 168$ enthält.

Hier kann man sehen, wie eine echte Kernverschmelzung innerhalb des Eies eintritt: ein Vorgang, der sich in nichts anderem von einer Befruchtung unterscheidet, als daß der männliche Kern aus der männlichen Substanz des Eies selbst abgespalten war. Man kann also mit Fug von einer Binnenbefruchtung reden.

Eine solche findet auch beim Ei der Honigbiene statt, wenn es drohnenbrütig ist, also von der Königin nicht befruchtet wurde.

Es kommt da wohl zu zwei Kernspindeln mit anfänglicher Chromosomenreduktion auf die Hälfte, aber die Richtungsspindeln vereinigen sich im Ei dann doch wieder so weit, daß schließlich die ursprüngliche Chromosomenzahl vorhanden ist.

Also Unterschiede zwar in den Einzelheiten, aber nicht im Prinzip.

Demnach wird auch das parthenogenetische Ei befruchtet. Nur nicht von fremder männlicher Keimsubstanz, sondern von der eigenen.

Und was geht aus dem parthenogenetischen Ei hervor? Bei den Bienen männliche, bei den niederen Krebsen weibliche, bei Blattläusen beide Geschlechter. Also ebenso wie bei der Befruchtung, die bald, wie bei den Bienen und Blattläusen, nur weibliche, bald, wie bei den niederen Krebsen, beide Geschlechter entstehen läßt.

Und wie wäre es möglich, daß beide Geschlechter aus dem parthenogenetischen Blattlausei hervorgingen, also Wesen mit männlichen und Wesen mit weiblichen Geschlechtsorganen, wenn nicht männliche und weibliche Substanz in solchem Ei vorhanden wären:

Nihil est in corpore, quod non prius fuerit in germine!

Das kann man nach allen Erfahrungen der Biologie füglich nicht bestreiten.

Beschränkt sich aber die Parthenogenesis wirklich nur auf gewisse Tiere und Pflanzen? Ist sie nicht vielmehr dort nur besonders sichtbar und haben wir in ihr nicht eine allgemeine Eigenschaft vor uns, zu der freilich in sehr verschiedenem Ausmaße die ganze Organismenreihe befähigt ist?

Man könnte sich dafür schon auf die fakultative Parthenogenesis berufen. Denn bis zum Pluteusstadium können sich die sonst befruchtungsbedürftigen Seeigeleier entwickeln, wenn man sie nach Loeb mit verdünnter Chlormagnesiumlösung behandelt. Wie seltsam! Aber hier haben die Untersuchungen von Petrunkewitsch*) Aufklärung gebracht, der nachwies, daß durch das Magnesiumsalz die Auflösung der eigenen Eizentrosphäre verhindert wird, die normalerweise verschwinden und durch die Spermazentrosphäre ersetzt werden soll.

Es läßt sich gar nicht schöner dartun, daß im Ei männliche Substanz vorhanden ist, als durch Wiedererweckung der Zentrosphäre. Denn gerade in der Einführung einer neuen Zentrosphäre, die im Zwischenstück des Spermatozoon enthalten ist, besteht eine wesentliche Aufgabe des Samens bei der Befruchtung.

Aber wir können weitergehen und das Wirken der Parthenogenesis bei demjenigen lebenden Wesen verfolgen, dem wir mit Recht die Höchstentwicklung zuerkennen, beim Menschen.

Anatomen und Ärzte kennen seit langem eine Gattung von Geschwülsten, die aus allen anderen herausragen. Denn sie bestehen nicht aus einer Art von Gewebe, sondern es kommen in ihnen nebeneinander die verschiedensten Gewebe und Bildungen vor. Epidermis, Bindegewebe, Fettgewebe, Drüsen, Haare, Zähne, Knochen, Muskeln, Nerven- und Gehirnsubstanz kann in ihnen enthalten sein. Ja es gibt keine Bildung des

*) Zoloog. Jahrbücher, Supplementband VII. Jena 1904. S. 77 ff.

menschlichen Körpers, die nicht gelegentlich in ihnen zu finden wäre. Ich meine die Teratome. Von ihnen sind die Dermoidcysten am bekanntesten, die von ihrer hautähnlichen Beschaffenheit den Namen herleiten und die ganz besonders oft am Ovarium vorkommen. Gerade in ihnen aber sieht man nicht nur die Hautgebilde mit den Schweiß- und Talgdrüsen und den Haaren, die sehr gewöhnlich rote Färbung*) haben, sondern oft auch Knochen und Zähne, die bisweilen von enormer Anzahl sind (300 Stück hat Paget gefunden!). Diese Zähne aber sitzen manchmal noch im Kieferfortsatz, ja in Rokitanskys Sammlung wird, wie ich der Mitteilung von Karl Schroeder entnehme, ein Präparat bewahrt, das aus solcher Dermoidcyste stammt und an dem man sehen kann, wie ein Milchzahn durch den nachrückenden bleibenden von der Wurzel bis zur Krone atrophiert ist.

Diese Cysten sind angeboren, man hat sie schon bei Kindern operiert.

Gelegentlich finden sich aber in den Teratomen auch größere Stücke von Skeletteilen: Stücke einer Wirbelsäule, eines Beckens; oder Rudimente ganzer Organe: eines Darmes, des Gehirns, der Nieren. Besonders an der Spitze des Steißbeins hat man große teratoide Bildungen gefunden und sie als Steißbeinparasiten bezeichnet.

Aber nicht genug damit. Es können solche Teratome im Innern eines Fötus sich befinden. Man nennt sie dann Inklusionen. Das kann so weit gehen, daß ein Fötus in dem Leibe eines anderen wächst: also foetus in foetu, wie man gesagt hat.

Die Meinungen über die Entstehung solcher Bildungen wogen hin und her. Berücksichtigt man aber, daß sie mit besonderer Häufigkeit von den Keimdrüsen selbst ausgehen, vom Ovarium, aber auch vom Hoden, so kann man sich der Annahme nicht entziehen, daß in ihnen Reste von Parthenogenesis vorliegen, die normalerweise bei den Säugetieren nicht mehr vorkommt. Mit dieser Erkenntnis verlieren die Bildungen alles Wunderbare.

Der parthenogenetische Keim kann keinen lebenden Menschen mehr hervorrufen, aber seine formbildende Kraft hat er bewahrt und er vermag die Eizelle zur wenn auch unvollkommenen Produktion aller Gewebe und Organe anzuregen, die sonst nur nach der Befruchtung durch fremden Samen entstehen.

Freilich kommen die Teratome besonders häufig am Ovarium vor, doch nicht ausschließlich. Wir haben schon von den Teratomen in ihrer Nähe, denen am letzten Körpersegment, dem Steißbein, gesprochen. Sie sitzen indessen auch noch anderswo und erlangen auch an anderen Orten eine große Ausbildung. Ja es kann von der Mundhöhle oder von der Augenhöhle eines Fötus solch ein mehr oder minder geordnetes mit Haut bedecktes Bündel von Knochen, Knorpel, Hirn, Muskel, Drüsen, Zähnen,

---

*) Man erinnere sich daran, daß die Rothaarigen ins Zwischenreich gehören, daß also eine Verschiebung zwischen dem Männlichen und Weiblichen in ihnen stattgefunden hat.

Darm und Haaren ausgehen. Oder es kann sogar eine teilweise entwickelte fötale Bildung in die Brust oder den Bauch, ja auch in das Gehirn — von der Zirbeldrüse aus — eines Mutterfötus eingeschlossen sein.

Hier stehen wir bereits auf dem Gebiet einer anderen Fähigkeit der lebendigen Substanz, die wir mit dem Namen der ungeschlechtlichen Fortpflanzung bezeichnen. Sie kommt normalerweise — mit begrenzter Kompetenz und Dauer — nur bei niederen Tieren, aber sehr ausgebreitet im ganzen Pflanzenreich vor. Und mit ihr verwandt und im letzten Grunde wesensgleich sind die Erscheinungen der Regeneration, die wir auch bei höheren Tieren wahrnehmen.

Abraham Trembley, der wissen wollte, ob ein Süßwasserpolyp ein Tier oder eine Pflanze sei, zerschnitt eine Hydra in Stücke und dachte, das müßte im Fall der Pflanze Stecklinge geben, die sich ergänzten. Die Ergänzung kam, aber die Hydra war doch ein Tier.

Später sind dann die Versuche von Bonnet am Tritonauge berühmt geworden, das einer Regeneration fähig ist, sobald nur ein Teilchen des Bulbus in der Augenhöhle zurückblieb.

Auch bei anderen Schwanzlurchen ist das Ergänzungsvermögen groß, weniger bei den Reptilien. Doch werden abgebrochene Eidechsenschwänze mit Knorpel und Wirbelkanal regeneriert.

Manche Würmer, so der Regenwurm, ergänzen sich vom Kopfende aus, niemals aber, wenn man sie in der Symmetrieebene zerschneidet.

Daß auch beim Menschen das Regenerationsvermögen nicht erloschen ist, beweisen Ponficks Versuche an der Leber und Ribberts an der Milz. Beide Organe ersetzen ausgeschnittene Stückchen durch echtes Drüsenparenchym. Ebenso wachsen abgeschnittene Teile von peripherischen Nerven nach. Ja! v. Bunge bemerkt sehr treffend, daß jede Wundheilung, bei der sich Gewebe und Blutgefäße ergänzen, eines der größten Wunder der Regeneration ist.

Dieses Ergänzungsvermögen eines Teiles zu einem Ganzen besitzen die Pflanzen in höchstem Grade. Bei ihnen sind, soweit wir wissen, alle Zellen ihres Leibes fähig, zu Brutzellen zu werden, d. h. den ganzen Pflanzenstock wiederum hervorzubringen. Gewöhnlich werden am Stamm nur die Zellen aus der Nähe des Blattursprungs zu Sproßanfängen. Doch schließlich kann man von überall her Ableger machen. In der Natur freilich findet die Fortpflanzung durch Stecklinge bei höheren Pflanzen nur ausnahmsweise statt — ein gewichtiger Fingerzeig! — Aber der Gärtner benützt dieses Ergänzungsvermögen zu seinen schönsten Leistungen.

Jeder hat schon gesehen, wie aus einem in den Boden gesteckten Begonienblatt die ganze Pflanze wird, und wie an windbrüchigen Bäumen nahe der Verletzungsstelle aus dem zerbrochenen Holz neue Schößlinge treiben. Reben und Kartoffeln werden durch Ableger ungeschlechtlich fortgepflanzt. Und die amerikanische Wasserpest Elodea canadensis, die nur in weiblichen Exemplaren nach Europa kam, hat sich trotzdem so vermehrt, daß sie eine Plage der Flüsse wurde. Epidemieartig kam sie und epidemieartig verschwand sie wieder, ohne daß man sie äußerlich hat bekämpfen können. Und das führt uns auf das Wesen der Sache.

Alle ungeschlechtliche Fortpflanzung, die ja auch bei den epidemieerzeugenden Bakterien statthat, teilt mit der Parthenogenesis die Bestimmung, daß sie nicht im stande ist, ein Wesen dauernd zu erhalten. Ja es fragt sich, ob sie überhaupt neue Generationen hervorzubringen vermag. Ob nicht vielmehr alle Ableger mit der aus einem befruchteten Keim hervorgegangenen Mutterpflanze ein und dasselbe Individuum bilden.

Naturfreunde haben seit Jahren bemerkt und Ochsenius hat das im Prometheus*) beschrieben, daß unser Alleebaum, die aus dem Orient stammende Pyramidenpappel kränkelt und von der Spitze her verdorrt. Und das tut sie gleichmäßig in ganz Deutschland, unabhängig von dem sehr verschiedenen Boden, auf den sie gepflanzt ist, und unabhängig von Insektenfraß u. dgl. Für diese Erscheinung des ganz allgemeinen Niedergangs der Pappeln hat Ochsenius die Tatsache verantwortlich gemacht, daß alle unsere Pappeln nur männlichen Geschlechtes und aus Stecklingen gezogen sind, und sämtlich direkt oder indirekt von e i n e m Mutterbaum abstammen, der vor etwa 100 Jahren aus dem Orient importiert und in den Park von Wörlitz verpflanzt wurde.

Da die Pappel im Verhältnis zu anderen Bäumen eine nur geringe Lebenszeit besitzt — Eichen werden über tausend, Mammutbäume über fünftausend Jahre alt — so führt Ochsenius diese Erscheinung auf das natürliche Altern und Absterben zurück.

Die Stammpflanze ist greisenhaft geworden, und alle ihre Schößlinge werden es zu gleicher Zeit. Denn sie sind nicht ihre Kinder, sie verdanken nicht einem Befruchtungsakte das Leben, sondern sie sind ganz direkt Leib von ihrem Leib, und nur gewachsen, nicht geboren.

Diesen Gedanken verfolgt Witt später in einem ausgezeichneten, mit fast seherischer Kraft geschriebenen Aufsatz,**) in dem er auf ein zweites Beispiel aufmerksam macht, das in demselben Sinne spricht.

Die vielbegehrte La France-Rose stirbt massenhaft ab und überall gehen die Stöcke ein. Auch die sorgfältigste Pflege vermag sie nicht zu retten. Ihre Stunde ist gekommen und sie wird ausgestrichen aus der Liste des Lebendigen. Und warum? Weil sie nur e i n mal aus Samen gezogen wurde und seitdem nur durch Pfropfreiser auf Wildlingen veredelt ist.***) Alle La France-Rosen in der ganzen Welt bilden einen einzigen großen

*) Prometheus, XII. Jahrgang, 1904, S. 780.

**) Prometheus, XIII. Jahrgang, 1902, S. 44.

***) Aus dem Samen der La France, wie aus dem aller übrigen Varietäten geht nur wieder der Wildling hervor. Allerdings schafft die Natur auch neue s a m e n b e s t ä n d i g e Arten, aber nur spontan und sprungweise, wie Hugo de Vries das an der Königskerze

Rosenbusch. Und dieser ist in dem einen Sämling geboren worden, aus dessen Zweiglein alle übrigen erwachsen sind. Greist der Sämling, so greisen auch seine Zweige, und stirbt er, so sterben sie mit ihm.

Auch die Malvasierrebe, die dem zechfrohen Falstaff ihr edles Naß lieferte, ist längst nicht mehr. Sie ist mit vielen ihrer berühmten Schwestern heimgegangen wie alles, was vom Leben stammt.

Nur ist gerade beim Wein, der sehr hohe Jahre erreicht und manche Menschengeschlechter kommen und gehen sieht, die Beobachtung des Alterns für uns erschwert. Aber man wird auch hier die Erscheinungen finden und deuten lernen, wenn man sie erst planmäßig, wie Witt empfiehlt, mit Geburts- und Sterberegistern in den botanischen Gärten gleichsam standesamtlich verfolgt.

Von einer anderen Kulturpflanze, der Kartoffel, mehren sich die Nachrichten über Lebensmüdigkeit.*) Die Kartoffel wird durch Knollen, also auch durch Ableger ungeschlechtlich vermehrt. Aber dieses Verfahren geht nicht ins Ungemessene. Die Ertragsfähigkeit sinkt ab und die Kartoffel erliegt schließlich. Deshalb haben sich die Züchter veranlaßt gesehen, neue Sorten durch Samenkreuzung zu erzeugen. Es gibt zahlreiche, so gezeugte Kartoffelarten und auf der internationalen Kartoffelausstellung zu Altenburg 1875 waren, wie ich Schiller-Tietz entnehme, 2644 gezüchtete Kartoffelsorten vertreten. Aber auch diese haben kein ewiges Leben und so erscheinen immer neue Sorten.

Nach den Worten des Kartoffelzüchters P. Boehse**) geht „jede Kartoffelsorte, da ihre Vermehrung nicht durch Samen, sondern nur auf ungeschlechtlichem Wege (durch Auslegen von Knollen) erfolgt, nach einer Reihe von Jahren im Ertrag und Stärkegehalt zurück; bei einigen Sorten tritt dies Zurückgehen früher, bei anderen später ein, jedenfalls aber ist es notwendig, daß immer wieder neue Sorten gezüchtet werden. . . Denn nur durch fortdauernd wiederholtes Heranziehen neuer aus Samen gezogener jugendfrischer Züchtungen an Stelle der ablebenden älteren können reichliche Ernten gesichert werden“.

Englische Züchter geben die volle Ertragsfähigkeit, also gleichsam das Mannesalter der Kartoffel auf 14 bis 30 Jahre an: eine geringe Zeit, in deren Verhältnis sich auch die Lebensdauer bemessen wird.

So deuten denn alle Wahrnehmungen übereinstimmend darauf hin, daß der ungeschlechtlichen Vermehrung keine längere Frist gegeben ist, als dem individuellen Wachstum überhaupt, das wir ja auch als eine Form

---

beobachtet und für seine Mutationstheorie verwertet hat. Es dürfte sich hier um ein Analogon der schubweisen individuellen Entwicklung handeln. Nur daß die Entstehung einer neuen Art erst bei einer viel höheren Summationsstufe erfolgt.

*) Vgl. N. Schiller-Tietz, Lebensmüdigkeit und Altersschwäche der Kartoffel. Prometheus, Jahrgang XVI, 1905, S. 321.

**) Zitiert bei Schiller-Tietz.

der ungeschlechtlichen Zellvermehrung erkannt haben. Die Befruchtung versieht während des ganzen Wachstums jede Zelle mit männlichem und weiblichem Stoff. Denn jede Zelle ist schließlich ein Abkömmling von der aus der Verschmelzung von Ei und Samen hervorgegangenen Primordialzelle und bekommt von ihr die gleiche Anzahl Chromosomen, wie sie selbst besitzt. Diese aber stammen zur Hälfte vom Ei und zur Hälfte vom Samen her, und durch echte erbgleiche Teilung werden für jede Tochterzelle die neuen Chromosomen aus denen der Mutterzelle abgespalten.

Deshalb besteht jede am Wachstum des Körpers beteiligte Zelle aus männlichem und weiblichem Stoff,*) der für den Ablauf des Lebens verbraucht wird und daher schließlich erneuert werden muß durch denselben Akt, der das ursprüngliche Quantum dieser beiden Stoffe geliefert hat: durch die Befruchtung.

Niemand kann mehr daran zweifeln, daß auch im Steckling, der männliche und weibliche Blüten liefert, beide Substanzen leben. Und so ist es denn auch sehr verständlich, wenn Erscheinungen, die eine spezifische Reaktion der beiden Geschlechtsstoffe auf einander voraussetzen, wie die Bastardbildung, nicht auf den Befruchtungsakt allein beschränkt sind.

Es gibt wirkliche Pfropfbastarde. Der bekannteste dürfte Cytisus Adami sein, bei dem ein Auge des ginsterähnlichen rotblühenden Geißkleestrauches (Cytisus purpureus) auf den hohen gelbblütigen Goldregenbaum (Cytisus Laburnum) aufgepfropft wurde. Seine Blumen haben zumeist eine schmutzige Mischfarbe, zum kleineren Teil zeigen sie Rückschläge in jede der beiden Mutterarten, wie dies auch von den Samenbastarden bekannt und durch Gregor Mendel in einen quantitativen Ausdruck gebracht ist.

Ebenso kennt man einen Pfropfbastard von Weißdorn und Mispel, und neuerdings soll es Lucien Daniel in Rennes gelungen sein, Pfropfbastarde von Eierpflanzen auf Tomaten und umgekehrt zu erhalten.

Aber noch eine viel merkwürdigere Tatsache gehört hierher, welche fast verblüffend beweist, daß die männlichen Geschlechtsorgane in einer diözischen weiblichen Pflanze nicht nur schlafen, sondern aus ihrem Schlafe erweckt werden können.

Der Brandpilz Ustilago violacea ist im stande, in den weiblichen Blüten der Lichtnelkenart Melandrium die Entwicklung von Staubbeuteln auszulösen, also die männlichen Charaktere hervorzurufen. Die Brandsporen kommen nur in Staubbeuteln zur Ausbildung. Also läßt der Pilz die männlichen Staubbeutel in der weiblichen Blüte erwachen. Er vermag, was kein Experimentator bisher gekonnt hat, kaum sichtbare Pünktchen von — für unsere Mittel! — undifferenziertem Gewebe in ansehnliche männliche Ge-

*) Das häufige Vorkommen der Fünfzahl in der lebendigen Natur — Blütenblätter, Finger, Strahlentiere — erweist gleichfalls das Zusammenwirken von männlichem und weiblichem Stoff, der in der Fünfzahl mit der Differenz seiner Einheiten auftritt ($28 - 23 = \Delta$).

schlechtsorgane zu verwandeln.*) Aber hätte nicht die weibliche Pflanze das Männliche gleichsam als schlafendes Auge enthalten, so hätte kein Pilz der Welt es an den Tag bringen können.

Genug der Dinge! Sie sagen alle dasselbe aus. Wohl sind die Formen verschieden, aber nicht das Wesen.

Wo immer wir das Leben untersuchten, fanden wir das Zusammenwirken von Männlichem und Weiblichem: im zeitlichen Ablauf, in dem merkwürdigen Aufbau der zweiseitig symmetrischen Form, in den Störungen, die wir Krankheit nennen, in der Lust und Angst des Reproduktionsaktes, in der Ausbreitung und Erneuerung lebendiger Wesen.

Ausgegangen sind wir von einer kleinen Quelle, von dem winzigen Rinnsal einer einzelnen Fragestellung. Und schließlich hat uns der Lauf des Wassers ans flutende Meer des Lebensproblems getragen.

XXII.

Theoretische Schlußbetrachtung.

Die Zahlen 28 und 23, die uns durch das Labyrinth der Lebenszeiten geleitet haben, bedeuten Tage, „mittlere Sonnentage". Gibt es ein besonderes Verhältnis gerade von 28 und 23 Tagen zu einander oder zu einem natürlichen Dritten?

Dem Tag steht das Jahr gegenüber, astronomisch sowohl wie im Lebendigen. Denn außer der Tagesperiode, die sich der groben Wahrnehmung schon im Wechsel von Schlaf und Wachen verrät, eignet den Lebewesen eine Jahresperiode, deren Bestehen auch vor unserer Analyse durch die Existenz von Brunst und Blütezeit längst bezeugt war.

Haben die 28 und 23 Tage etwa eine bestimmte innere Beziehung zum Jahr, das ja selbst durch eine Anzahl von ganzen Tagen nicht ausgedrückt werden kann?

Ich knüpfe an eine zufällige Beobachtung an: Rechnet man das Jahr zu $365\frac{1}{4}$ Tagen,

so ergeben

$$84 \text{ Jahre} = 30681 \text{ Tage, d. i. } 58 \,.\, 23^2 - 1 \text{ Tage}$$

Genauer:

$$\text{Da das Jahr } 365{,}_{25636} \text{ Tage enthält,}$$

so sind

$$\begin{aligned} 84 \text{ Jahre} &= 58 \,.\, 23^2 - 1 + 0{,}_{53424} \\ &= 58 \,.\, 23^2 - 0{,}_{46576} \text{ Tage} \end{aligned}$$

*) Vgl. Ed. Straßburger, Versuche mit diözischen Pflanzen in Rücksicht auf Geschlechtsverteilung. Biol. Zentralblatt 1900, Nr. 20 ff.

Also

$$1 \text{ Jahr} = \frac{58 \cdot 23^2}{3 \cdot 28} - 0{,}005545 \text{ Tage}$$

d. h.

$$1 \text{ Jahr} = \frac{58 \cdot 23^2}{3 \cdot 28} \text{ Tage minus 8 Minuten}$$

$$1 \text{ Jahr} = \frac{2 \cdot 28 \cdot 23^2 + 2 \cdot 23^2}{3 \cdot 28} = \frac{2}{3}\left(23^2 + \frac{23^2}{28}\right)$$

$$= \frac{2}{3}\, 23^2 \left(1 + \frac{1}{28}\right) - 8 \text{ Minuten.}$$

Oder $$\frac{3}{4} \text{ Jahr} = \frac{23^2}{2}\left(1 + \frac{1}{28}\right) - 6 \text{ Minuten.}$$

Von der „Ungenauigkeit" von 8 Minuten dürfen wir hier ganz absehen. Denn das Jahr muß zu den weit hinter uns liegenden Zeiten, da das Leben auf Erden sich zu regen begann, zweifellos — wie die Formel dies verlangt — ein wenig länger gewesen sein als das heutige. Bei den kosmischen Widerständen, welche die Erde im Lauf durch den Weltenraum erfährt, verringern sich ihre zentrifugalen Kräfte und sie nähert sich in spiraliger Bahn der Sonne. Dadurch wird das Jahr mit der Zeit kürzer, wenn der Betrag auch so gering ist, daß ihn die messende Astronomie noch nicht hat ziffermäßig bewerten können.

Andererseits muß der Tag im Lauf der Zeit länger geworden sein. Denn schon durch die Reibung von Ebbe und Flut an der Atmosphäre wird die Rotationsgeschwindigkeit der Erde verlangsamt (J. R. Mayer).

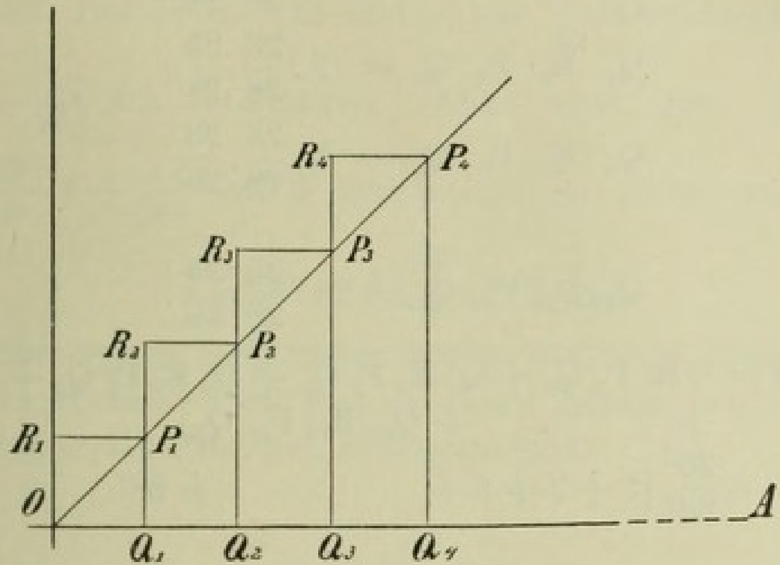
Die — 8 Minuten „Ungenauigkeit" in unserer Formel, die den heutigen Tag mit dem heutigen Jahr vergleicht, werden durch diese beiden Wirkungen verringert, wenn man die Zeit ins Auge faßt, wo das Leben entstand. Denn erstens war damals der Tagesbetrag geringer.

Die $\frac{23^2}{2}\left(1 + \frac{1}{28}\right)$ — 6 Minuten waren also eine kleinere Größe und daher um weniger als 6 Minuten zu groß. Und zweitens waren $\frac{3}{4}$ Jahre eine größere Zeit als heute. Das verringert die Minutendifferenz noch mehr. Wir dürfen sie also außer acht lassen.

Was besagt aber an sich unsere Formel

$$\frac{23^2}{2}\left(1 + \frac{1}{28}\right) = \frac{3}{4} \text{ Jahr}$$

Dieser Wert von $\frac{3}{4}$ Jahren läßt eine einfache analytische Deutung zu.



Nehmen wir in einem rechtwinkligen Koordinatensystem eine durch den O-Punkt gehende gerade Linie an, die gegen die x-Achse unter einem Winkel von 45^0 geneigt ist. Auf der x-Achse selbst tragen wir eine Strecke O A ab, deren Länge wir $x = 23$ bemessen. Diese Strecke teilen wir in $n = 28$ gleiche Teile, so daß jeder Teil $= \frac{23}{28}$ ist. Wir errichten ferner in sämtlichen Teilpunkten Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 u. s. w. die Ordinaten bis zum Schnittpunkt mit der geraden Linie. Diese Schnittpunkte heißen P_1, P_2, P_3 u. s. w. Dann vervollständigen wir das Dreieck $O P_1 Q_1$ und die sämtlichen Trapeze

$$Q_1\ P_1\ P_2\ Q_2\,;$$
$$Q_2\ P_2\ P_3\ Q_3\,;$$
$$Q_3\ P_3\ P_4\ Q_4$$

u. s. f. zu Rechtecken.

Wir erhalten auf diese Weise eine treppenförmige Figur.

Die Breite der einzelnen Stufen ist beständig gleich, und zwar

$$R_1\ P_1 = R_2\ P_2 = R_3\ P_3 = \ldots . R_{28}\ P_{28} = \frac{23}{28}$$

Die Höhen der Treppenstufen bilden eine arithmetische Reihe. Denn da die gerade Linie unter einem Winkel von 45^0 gegen die x-Achse geneigt ist, so ist für jeden Punkt P die Ordinate gleich der entsprechenden Abszisse. Es ist also $Q_1\ P_1 = \frac{23}{28}$; $Q_2 P_2 = 2 . \frac{23}{28}$; $Q_3\ P_3 = 3 . \frac{23}{28}$ u. s. f.

Der Flächeninhalt der ganzen treppenförmigen Figur ist gleich der Summe aller Rechtecke

$$O\ R_1\ P_1\ Q_1\,;\ Q_1\ R_2\ P_2\ Q_2\,;\ Q_2\ R_3\ P_3\ Q_3$$

u. s. f.

Nun ist aber:

$$
\begin{aligned}
O\ R_1\ P_1\ Q_1 &= \frac{23}{28}\cdot\frac{23}{28}\\
Q_1\ R_2\ P_2\ Q_2 &= 2\cdot\frac{23}{28}\cdot\frac{23}{28}\\
Q_2\ R_3\ P_3\ Q_3 &= 3\cdot\frac{23}{28}\cdot\frac{23}{28}\\
&\cdots\cdots\\
Q_{27}\ R_{28}\ P_{28}\ Q_{28} &= 28\cdot\frac{23}{28}\cdot\frac{23}{28}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
S &= O\,R_1\,P_1\,Q_1 + Q_1\,R_2\,P_2\,Q_2 + Q_2\,R_3\,P_3\,Q_3 +\\
&\quad + \dots\dots + Q_{27}\,R_{28}\,P_{28}\,Q_{28}\\
&= \frac{23^2}{28^2}[1+2+3+\dots\dots+28]
\end{aligned}
$$

Also

$$
\begin{aligned}
S &= \frac{23^2}{28^2}\cdot\frac{28\,(28+1)}{2} = \frac{23^2}{2}\left(\frac{28+1}{28}\right)\\
&= \frac{23^2}{2}\left[1+\frac{1}{28}\right] = \frac{x^2}{2}\left[1+\frac{1}{n}\right]
\end{aligned}
$$

Dieser Wert für S ist aber nichts anderes als die Anzahl der Tage, die in $\frac{3}{4}$ Jahren enthalten sind.

Wir haben also den Tageswert von $\frac{3}{4}$ Jahren geometrisch als Kurvenfunktion dargestellt. Diese Funktion enthält die beiden biologischen Einheiten in einfacher Form.

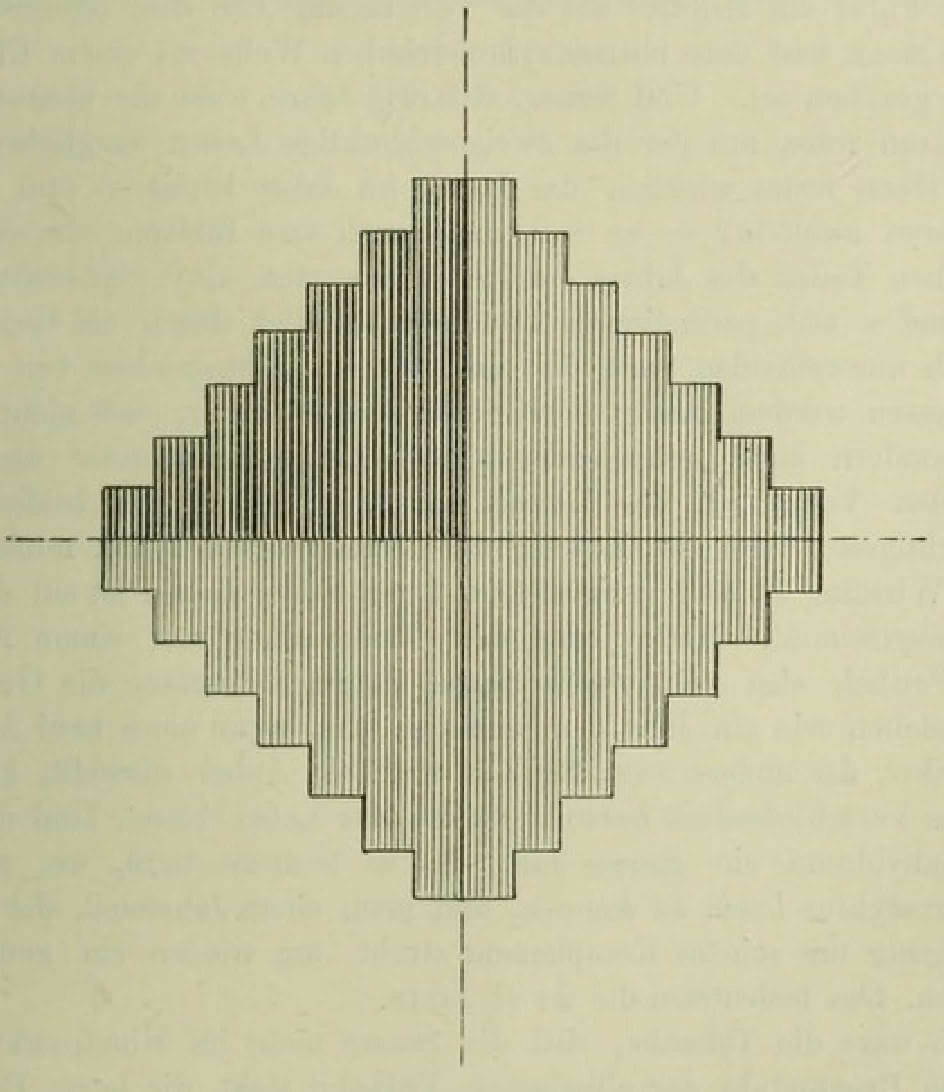
Welche Bedeutung kommt der dargestellten treppenförmigen Figur zu, die den Tageswert von drei Vierteljahren deckt?

Wir dürfen sie auffassen als eine regelmäßige, aber diskontinuierliche Kurve. Für alle Abszissenwerte von $\xi = 0$ bis $\xi = \frac{23}{28}$ bleibt die Ordinate $\eta = \frac{23}{28}$. In $\xi = \frac{23}{28}$ befindet sich ein Unstetigkeitspunkt, da dort η plötzlich und unvermittelt von $\frac{23}{28}$ auf $2\cdot\frac{23}{28}$ übergeht; und diesen Wert behält η für alle Abszissen von $\xi = \frac{23}{28}$ bis $\xi = 2\cdot\frac{23}{28}$, um dann wieder sprungweise auf $\eta = 3\cdot\frac{23}{28}$ emporzuschnellen u. s. f.

Die Art des Fortschreitens der Kurve entspricht aber den ruckweisen Änderungen in den Lebensvorgängen. Gerade darin besteht der Sinn, dieser Darstellung. Denn die Änderungen in den Zuständen des Lebendigen erfolgen wirklich schubweise und als Funktionen von 28 und 23 Tagen, gerade so wie die unstetige Kurve, welche die treppenförmige Fläche des Jahres begrenzt. Des Jahres? Es sind ja nur $\frac{3}{4}$ Jahre, die durch den Tageswert $\frac{23^2}{2}\left[1+\frac{1}{28}\right]$ sich ausdrücken. Aber wenn man die Gleichung $\frac{3}{4}$ Jahr $=\frac{23^2}{2}\left[1+\frac{1}{28}\right]$ mit 4 multipliziert, so erhält man

$$3 \text{ Jahre} = 4\left[\frac{23^2}{2}\left(1+\frac{1}{28}\right)\right]$$

und dieser Wert ergänzt beide Seiten unserer Gleichung in der eigentlichen Bedeutung des Wortes. Drei ganze Jahre werden hier durch eine geschlossene Kurve geometrisch veranschaulicht.



Wenn wir nämlich viermal den Wert von $\frac{3}{4}$ Jahren jedesmal durch die gleiche treppenförmige Figur ausdrücken und die 4 Figuren, wie die

Zeichnung*) andeutet, in symmetrischer Form aneinanderfügen, so erhalten wir eine geschlossene Treppenfigur, von der ein Quadrat umgeben wird. Der Inhalt des Quadrates ist $2 \,.\, 23^2$, der Inhalt der einhegenden zackenförmigen Fläche $2 \,.\, \frac{23^2}{28}$

Die Tatsache, daß wir jetzt auf beiden Seiten der Gleichung Ganze erhalten, ganze Jahre und die ein Ganzes bildende geschlossene Figur einfachen Charakters, scheint höchst bedeutungsvoll und verbürgt mir eine innere notwendige Beziehung der verglichenen Größen, des Jahres und der ruckweise, aber gleichförmig sich ändernden treppenartigen Kurve, deren Stufenbreite und -höhe $\frac{23}{28}$ Tage anzeigt.

Man wird mich gewiß einen Mystiker schelten, wenn ich mich der drängenden Vorstellung nicht erwehren kann, daß in der vierseitig symmetrischen Figur ein Hinweis auf die Vereinigung von dem bilateral symmetrischen Mann und dem ebenso symmetrischen Weibe zu einem Ganzen des Lebens gegeben sei. Und ferner, daß drei Jahre wohl die kleinste Anzahl von Jahren wäre, mit der das zweigeschlechtige Leben verglichen werden könne. Denn wenn wirklich das Leben im Jahre kreist — und wer kann noch daran zweifeln? — so soll man auch eine Bildspur von den beiden natürlichen Teilen des Jahres im Leben erwarten, also von seinem aphelischen und seinem perihelischen Lauf, die lediglich durch die Geschwindigkeit sich unterscheiden, mit der die gleichen Bahnstrecken von der Erde durchmessen werden. Besagt doch dieser Gedanke nur, daß nicht das Jahr allein, sondern auch seine beiden großen Zeiten — Sommer und Winter — in den Vorgängen des Lebens enthalten seien. Die beiden doppelgeschlechtigen Träger des Lebens, der Mann und das Weib, müßten beider Zeiten Wirkung in sich umschließen. Denn beider Leben ist auf die Jahreszeiten abgestimmt. Hätte jedes den Niederschlag von einem Aphel und einem Perihel, also von einem ganzen Jahre, so müßten die Geschlechter sich gleichen wie ein Jahr dem anderen. Erst wenn eines zwei Aphele und ein Perihel, das andere zwei Perihele und ein Aphel darstellt, kommt die mähliche Verschiedenheit heraus, wie sie das Leben bietet. Und dann hätte jedes Individuum ein ganzes Jahr, das es besitzen muß, um selbständig im Jahreszyklus leben zu können, und noch einen Jahresteil, der erst nach Vereinigung mit seinem Komplement strebt, um wieder ein neues Ganze zu bilden. Das bedeuteten die drei Jahre.

So wäre die Tatsache, daß die Sonne nicht im Mittelpunkt, sondern in einem Brennpunkt der elliptischen Erdbahn steht, die letzte Ursache für die Zweigeschlechtigkeit des Lebens. Denn die wegen des exzentrischen Standes der Sonne ungleich fortschreitende Bewegung der Erde läßt das

*) In der Zeichnung sind nur sieben Stufen ausgeführt, deren Anzahl man sich vervierfacht vorstellen muß.

Jahr in die verschiedenen Zeiten des Peri- und Aphels zerfallen. Gegenwärtig beträgt ihr Unterschied etwa $7\frac{3}{4}$ Tage, doch er hat mit der Exzentrizität der Erdbahn im Lauf der Äonen vielfach gewechselt. Und da wir nicht wissen, welchen Betrag er hatte, als das Leben auf unserem Planeten zum erstenmal sproßte, so ist auch jeder Versuch, eine Größenbeziehung zwischen Aphel und Perihel einerseits und 28 und 23 Tagen andererseits herzustellen, vorläufig wenigstens ohne Boden. Wir sind auf die vermutende Analogie angewiesen, der wir an der Hand unserer merkwürdigen Gleichung zum Ausdruck verholfen haben.

Doch das mag so sein oder anders, wie immer eine zukünftige Forschung entscheidet.

Die 28 und die 23 Tage aber enthalten als Einheit den Sonnentag: das natürliche Maß der doppelt zusammengesetzten Geschwindigkeit, mit der die Erde sich um ihre Achse und um die Sonne bewegt. Und diese beiden Tagestypen allein ketten unser Leben an unsere Erde und ihre Bewegungsform.

ANHANG.

Theorie der Bindung.

Die Bindung kommt in der ersten Dimension nur in der Form Δ oder allgemeiner $\pm m\Delta$ vor, wobei m jede ganze Zahl, also auch 0 oder 1 sein kann.

$$28 - \Delta = 23$$
$$23 + \Delta = 28$$

In der zweiten Dimension haben wir Ausdrücke kennen gelernt wie:

$$\boxed{\begin{array}{c} 28^2 + 23^2 \\ -2 \cdot 28 \cdot 23 \end{array}} = (28 - 23)(28 - 23) = \Delta^2$$

$$\boxed{\begin{array}{r} 28^2 \\ -23^2 \end{array}} = (28 + 23)(28 - 23) = \Sigma\Delta$$

$$\boxed{\begin{array}{c} 28^2 \\ -23 \cdot 28 \end{array}} = \qquad 28\ (28 - 23) = 28\,\Delta$$

$$\boxed{\begin{array}{c} 28 \cdot 23 \\ -23^2 \end{array}} = \qquad 23\ (28 - 23) = 23\,\Delta$$

aber auch

$$\boxed{\begin{array}{c} \dfrac{28^2 + 23^2}{2} \\ -28 \cdot 23 \end{array}} = \frac{(28 - 23)^2}{2} = \frac{\Delta^2}{2}$$

$$\boxed{\begin{array}{c} \dfrac{28^2 + 28 \cdot 23}{2} \\ -23^2 \end{array}} = \left(\frac{28}{2} + 23\right)(28 - 23) = \left(\Sigma - \frac{28}{2}\right)\Delta$$

andererseits

$$\boxed{\begin{array}{c} 23^2 + 28 \cdot 23 \\ -2 \cdot 28^2 \end{array}} = (2 \cdot 28 + 23)(23 - 28) - (\Sigma + 28)\,\Delta$$

und

$$\boxed{\begin{array}{c} 28^2 + 23 \cdot 28 \\ -2 \cdot 23^2 \end{array}} = (28 + 2 \cdot 23)(28 - 23) = (\Sigma + 23)\,\Delta$$

Die Zusammengehörigkeit und die Beziehungen dieser Ausdrücke zu einander ergeben sich aus folgendem:

Wenn wir von den beiden Grundformen

$$\Delta \,.\, 28 = \mathrm{I}$$
$$\Delta \,.\, 23 = \mathrm{II}$$

ausgehen, so sieht man, daß:

$$\mathrm{I} + \mathrm{II} = \Delta\,(28 + 23) = \Delta\,\Sigma = 28^2 - 23^2$$

$$\mathrm{I} - \mathrm{II} = \Delta\,(28 - 23) = \Delta^2 = \boxed{\begin{array}{c}28^2 + 23^2 \\ - 2\,.\,28\,.\,23\end{array}}$$

Ferner daß:

1. $$\mathrm{I} + 2\,\mathrm{II} = \Delta\,(28 + 2\,.\,23) = \boxed{\begin{array}{c}28^2 + 28\,.\,23 \\ - 2\,.\,23^2\end{array}}$$

$$\mathrm{I} + 3\,\mathrm{II} = \Delta\,(28 + 3\,.\,23) = \boxed{\begin{array}{c}28^2 + 2\,.\,28\,.\,23 \\ - 3\,.\,23^2\end{array}}$$

$$\mathrm{I} + m\,.\,\mathrm{II} = \Delta\,(28 + m\,.\,23) = \boxed{\begin{array}{c}28^2 + (m - 1)\,28\,.\,23 \\ - m\,.\,23^2\end{array}}$$

2. $$\mathrm{II} + 2\,.\,\mathrm{I} = \Delta\,(23 + 2\,.\,28) = \boxed{\begin{array}{c}2\,.\,28^2 \\ - 23^2 - 28\,.\,23\end{array}}$$

$$\mathrm{II} + 3\,.\,\mathrm{I} = \Delta\,(23 + 3\,.\,28) = \boxed{\begin{array}{c}3\,.\,28^2 \\ - 23^2 - 2\,.\,28\,.\,23\end{array}}$$

$$\mathrm{II} + m\,.\,\mathrm{I} = \Delta\,(23 + m\,.\,28) = \boxed{\begin{array}{c}m\,.\,28^2 \\ - 23^2 - (m - 1)\,28\,.\,23\end{array}}$$

3. $$2\,.\,\mathrm{I} - \mathrm{II} = \Delta\,(2\,.\,28 - 23) = \boxed{\begin{array}{c}2\,.\,28^2 + 23^2 \\ - 3\,.\,28\,.\,23\end{array}}$$

$$3\,.\,\mathrm{I} - \mathrm{II} = \Delta\,(3\,.\,28 - 23) = \boxed{\begin{array}{c}3\,.\,28^2 + 23^2 \\ - 4\,.\,28\,.\,23\end{array}}$$

$$m\,.\,\mathrm{I} - \mathrm{II} = \Delta\,(m\,.\,28 - 23) = \boxed{\begin{array}{c}m\,.\,28^2 + 23^2 \\ - (m + 1)\,28\,.\,23\end{array}}$$

4. $$2\,.\,\mathrm{II} - \mathrm{I} = \Delta\,(2\,.\,23 - 28) = \boxed{\begin{array}{c}3\,.\,28\,.\,23 \\ - 28^2 - 2\,.\,23^2\end{array}}$$

$$3\,.\,\mathrm{II} - \mathrm{I} = \Delta\,(3\,.\,23 - 28) = \boxed{\begin{array}{c}4\,.\,28\,.\,23 \\ - 28^2 - 3\,.\,23^2\end{array}}$$

$$m\,.\,\mathrm{II} - \mathrm{I} = \Delta\,(m\,.\,23 - 28) = \boxed{\begin{array}{c}(m + 1)\,28\,.\,23 \\ - 28^2 - m\,.\,23^2\end{array}}$$

Oder allgemein ergibt sich die Form der Bindung zweiter Potenz als die Summe:

$$m_1\,\mathrm{I} \pm m_2\,\mathrm{II}$$

d. i.

$$\begin{aligned} & m_1\,(28-23)\,28 \pm m_2\,(28-23)\,23 \\ = {} & m_1\,28^2 - m_1\,23\,.\,28 \pm m_2\,23\,.\,28 \mp m_2\,23^2 \\ = {} & m_1\,28^2 \mp m_2\,23^2 - 23\,.\,28\,(m_1 \mp m_2) \end{aligned}$$

In dem besonderen Fall, wo

$$m_1 = m_2 = m$$

lauten die Bindungen

$$A. \quad m\,.\,28^2 - m\,.\,23^2 \qquad\qquad = m\,\Sigma\,\Delta$$

$$B. \quad m\,.\,28^2 + m\,.\,23^2 - 2\,m\,.\,28\,.\,23 = m\,\Delta^2.$$

Ist $\qquad m = 1,$

so ergeben sich die Unterfälle:

$$A_a = \Sigma\,\Delta$$
$$B_b = \Delta^2$$

Rein mathematisch betrachtet, können m_1 und m_2 alle reellen Zahlen überhaupt sein, biologisch kommen — bis auf die gleich zu erwähnenden Fälle — nur die ganzen Zahlen in Betracht. Denn bei ihnen wird ohne weiteres die unerläßliche Forderung erfüllt, daß die Bindung nur g a n z e Tage enthalten darf. Der Tag selbst ist eine unteilbare Einheit.

Ganze Tage aber enthält die Bindung auch, wenn $m_1 = \frac{1}{2}$ oder $m_1 = \frac{1}{4}$ wird; denn $\frac{28}{2}$ und $\frac{28}{4}$ sind g a n z e Tage.

(Für $m_2 = \frac{1}{2}$ oder $\frac{1}{4}$ ergäben sich Tagesbruchteile in $\frac{23}{2}$ und $\frac{23}{4}$)

Ferner kann im Ausdruck $m\,\Sigma\,\Delta$ der Koeffizient m auch $\frac{1}{3}$ oder $\frac{2}{3}$ werden.*) Denn

$$\frac{\Sigma}{3} = \frac{28+23}{3} = \frac{51}{3} = 17$$

und folglich auch

$$\frac{2}{3}\,\Sigma \qquad\qquad = 34$$

repräsentieren ebenfalls ganze Tage. Das sind aber auch die einzigen Modalitäten, wo m nicht eine ganze Zahl bedeutet.

*) Im Fall A, wo $m_1 = m_2 = m$.

Ich möchte noch darauf hinweisen, daß öfters, wo $7 = \frac{28}{4}$ vorzukommen scheint, in Wirklichkeit die Lösung

$$17 - 10 = 17 - 2\Delta$$

heißt. Es ist an einer anderen Stelle darüber gehandelt worden, wann man die eine oder die andere Lösung zu setzen habe.*)

Wichtig aber ist die Bemerkung, daß alle Bindungen zweiter Dimension aus einer Summierung der beiden Grundformen

$$\Delta\, 28 \text{ und } \Delta\, 23$$

abzuleiten sind. Die Natur bringt die zusammengesetzten Formen aus den einfachen immer durch dasselbe Mittel der Summierung hervor.

Wir werden die gleiche Wahrnehmung auch bei den so viel verwickelter aussehenden Bindungen dritter Dimension machen, die wir ebenfalls herleiten wollen.

* *
*

Die Bindungen dritter Dimension setzen sich aus den 3 Grundformen zusammen.

$$\begin{aligned} \Delta\, 28^2 &= \mathrm{I} \\ \Delta\, 23^2 &= \mathrm{II} \\ \Delta\, 28 \,.\, 23 &= \mathrm{III}^{**)} \end{aligned}$$

Die Werte dieser drei Grundformen sind:

$$\begin{aligned} \mathrm{I} &= \Delta \,.\, 28^2 &&= 28^3 - 23 \,.\, 28^2 \\ \mathrm{II} &= \Delta \,.\, 23^2 &&= 28 \,.\, 23^2 - 23^3 \\ \mathrm{III} &= \Delta \,.\, 28 \,.\, 23 &&= 23 \,.\, 28^2 - 28 \,.\, 23^2 \end{aligned}$$

Es ist

$$\mathrm{I} + \mathrm{II} = \Delta\,(28^2 + 23^2) = \boxed{\begin{array}{c} 28^3 + 28 \,.\, 23^2 \\ -23^3 - 23 \,.\, 28^2 \end{array}}$$

$$\mathrm{I} + \mathrm{III} = \Delta\,(28^2 + 28 \,.\, 23) = \boxed{\begin{array}{c} 28^3 \\ -28 \,.\, 23^2 \end{array}} = 28\,\Sigma\Delta$$

$$\mathrm{II} + \mathrm{III} = \Delta\,(23^2 + 28 \,.\, 23) = \boxed{\begin{array}{c} 23 \,.\, 28^2 \\ -23^3 \end{array}} = 23\,\Sigma\Delta$$

$$\mathrm{I} - \mathrm{II} = \Delta\,(28^2 - 23^2) = \boxed{\begin{array}{c} 28^3 + 23^3 \\ -28 \,.\, 23^2 - 23 \,.\, 28^2 \end{array}} = \Sigma\Delta^2$$

$$\mathrm{I} - \mathrm{III} = \Delta\,(28^2 - 28 \,.\, 23) = \boxed{\begin{array}{c} 28^3 + 28 \,.\, 23^2 \\ -2 \,.\, 23 \,.\, 28^2 \end{array}} = 28\,\Delta^2$$

$$\mathrm{II} - \mathrm{III} = \Delta\,(23^2 - 28 \,.\, 23) = \boxed{\begin{array}{c} 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \\ -23 \,.\, 28^2 - 23^3 \end{array}} = -23\,\Delta^2$$

*) Vgl. Kapitel VII über die Mehrdeutigkeit, S. 159 ff.

**) Biologisch existiert aller Wahrscheinlichkeit nach noch eine vierte Form $\Delta\, 23 \,.\, 28$ die aber mathematisch mit der Form III identisch wird.

$$\mathrm{I}+\mathrm{II}\ +\ \mathrm{III}=\Delta\,(28^2+23^2+28\,.\,23)\quad=\boxed{\begin{array}{r}28^3\\-\,23^3\end{array}}$$

$$\mathrm{I}+\mathrm{II}\ +2\,\mathrm{III}=\Delta\,(28^2+23^2+2\,.\,28\,.\,23)=\boxed{\begin{array}{r}28^3+23\,.\,28^2\\-\,23^3-28\,.\,23^2\end{array}}=\Delta\,\Sigma^2$$

$$\mathrm{I}+\mathrm{II}\ +3\,\mathrm{III}=\Delta\,(28^2+23^2+3\,.\,28\,.\,23)=\boxed{\begin{array}{r}28^3+2\,.\,23\,.\,28^2\\-\,23^3-2\,.\,28\,.\,23^2\end{array}}=$$

$$=\boxed{\begin{array}{r}28^2\,(\Sigma+23)\\-\,23^2\,(\Sigma+28)\end{array}}$$

$$\mathrm{I}+\mathrm{II}\ +m\,\mathrm{III}=\Delta\,(28^2+23^2+m\,.\,28\,.\,23)=\boxed{\begin{array}{r}28^3+(m-1)\,23\,.\,28^2\\-\,23^3-(m-1)\,28\,.\,23^2\end{array}}=$$

$$=\boxed{\begin{array}{r}28^2\,[28+(m-1)\,23]\\-\,23^2\,[23+(m-1)\,28]\end{array}}$$

Bei $m=1$ fallen die Glieder mit m fort:
also

$$\mathrm{I}+\mathrm{II}+1\,.\,\mathrm{III}=28^3-23^3$$

Bei $m<1$ wird das Glied mit 23^2 positiv.
„ $m>1$ „ „ „ „ 28^2 „

Da m jede positive oder negative Zahl sein kann, so ergeben sich aus der Formel auch:

$$\mathrm{I}+\mathrm{II}-\ \ \mathrm{III}=\boxed{\begin{array}{r}28^3\\-\,23^3\end{array}}+\boxed{\begin{array}{r}2\,.\,28\,.\,23^2\\-\,2\,.\,23\,.\,28^2\end{array}}=\Delta^3+28\,.\,23\,\Delta$$

$$\mathrm{I}+\mathrm{II}-2\,\mathrm{III}=\boxed{\begin{array}{r}28^3\\-\,23^3\end{array}}+\boxed{\begin{array}{r}3\,.\,28\,.\,23^2\\-\,3\,.\,23\,.\,28^2\end{array}}=\Delta^3$$

$$\mathrm{I}+\mathrm{II}-3\,\mathrm{III}=\boxed{\begin{array}{r}28^3\\-\,23^3\end{array}}+\boxed{\begin{array}{r}4\,.\,28\,.\,23^2\\-\,4\,.\,23\,.\,28^2\end{array}}=\Delta^3-28\,.\,23\,\Delta$$

u. s. w.

Die ferneren häufig vorkommenden Fälle:

$$\mathrm{I}+\mathrm{III}-\mathrm{II}=\boxed{\begin{array}{r}28^3+23^3\\-\,2\,.\,28\,.\,23^2\end{array}}$$

$$\mathrm{II}+\mathrm{III}-\mathrm{I}=\boxed{\begin{array}{r}2\,.\,23\,.\,28^2\\-\,28^3-23^3\end{array}}$$

werden allgemein gedeckt durch die Formel:

$$\mathrm{I}-\mathrm{II}+m\,.\,\mathrm{III}=\quad 28^3+23^3+(m\ 1)-23\,.\,28^2-(m+1)\,28\,.\,23^2$$

$$\mathrm{II}-\ \mathrm{I}+m\,.\,\mathrm{III}=-\,28^3-23^3-(m-1)\,28\,.\,23^2+(m+1)\,23\,.\,28^2$$

Nach dem Schema der eben behandelten Fälle ergeben sich folgende Kombinationen für die Bindungen dritter Dimension:

$$\mathrm{I} + \mathrm{II} + m\,.\,\mathrm{III}$$
$$= (28^3 - 23^3) + (m-1)\,23\,.\,28^2 - (m-1)\,28\,.\,23^2$$

$$\mathrm{I} - \mathrm{II} + m\,.\,\mathrm{III}$$
$$= (28^3 + 23^3) + (m-1)\,23\,.\,28^2 - (m+1)\,28\,.\,23^2$$

$$\mathrm{II} - \mathrm{I} + m\,.\,\mathrm{III}$$
$$= -(28^3 + 23^3) + (m+1)\,23\,.\,28^2 - (m-1)\,28\,.\,23^2$$

$$\mathrm{I} + \mathrm{III} + m\,.\,\mathrm{II}$$
$$= (28^3 - 23^3) + (m-1)\,28\,.\,23^2 - (m-1)\,23^3$$

$$\mathrm{II} + \mathrm{III} + m\,.\,\mathrm{I}$$
$$= (28^3 - 23^3) - (m-1)\,23\,.\,28^2 + (m-1)\,28^3$$

$$\mathrm{I} - \mathrm{III} + m\,.\,\mathrm{II}$$
$$= (28^3 - 23^3) + (m+1)\,28\,.\,23^2 - (m-1)\,23^3 - 2\,.\,23\,.\,28^2$$

$$\mathrm{II} - \mathrm{III} + m\,.\,\mathrm{I}$$
$$= (28^3 - 23^3) - (m+1)\,23\,.\,28^2 + (m-1)\,28^3 + 2\,.\,28\,.\,23^2$$

$$\mathrm{III} - \mathrm{I} + m\,.\,\mathrm{II}$$
$$= -(28^3 + 23^3) + (m-1)\,28\,.\,23^2 - (m-1)\,23^3 + 2\,.\,23\,.\,28^2$$

$$\mathrm{III} - \mathrm{II} + m\,.\,\mathrm{I}$$
$$= +(28^3 + 23^3) - (m-1)\,23\,.\,28^2 + (m-1)\,28^3 - 2\,.\,28\,.\,23^2$$

Bei diesen Kombinationen ist der Koeffizient von zwei Summanden immer $= 1$ und nur der des dritten Summanden eine positive oder negative reelle Zahl.

Der allgemeinste Fall ist aber erst durch die Form gegeben, bei der auch die Koeffizienten der beiden anderen Summanden eine beliebige reelle Zahl sein können, also durch die Form:

$$\pm m_1\,\mathrm{I} \pm m_2\,\mathrm{II} \pm m_3\,\mathrm{III}$$

Es hat wenig Zweck, die einzelnen möglichen Fälle hier völlig auszurechnen. Es sollen daher in der folgenden Übersicht die verschiedenen Möglichkeiten nur verzeichnet werden.

Allgemeine Form der Bindung in der dritten Dimension.

$$\pm m_1\,\mathrm{I} \pm m_2\,\mathrm{II} \pm m_3\,\mathrm{III}$$

1) $m_1 = m_3$ $\qquad A: m_1 = m_3 = 1$
$\qquad\qquad m_2 = m$

$\qquad B: m_2 = 1$
$\qquad\qquad m_1 = m_3 = m$

2) $m_2 = m_3$ $\qquad$ $A: m_2 = m_3 = 1$
$m_1 = m$

$B: m_1 = 1$
$m_2 = m_3 = m$

3) $m_1 = m_2$ $\qquad$ $A: m_1 = m_2 = 1$
$m_3 = m$

$B: m_3 = 1$
$m_1 = m_2 = m$

4) $m_1 = m_2 = m_3 = m$

$A_a: m = 1$

5) $m_3 = 0$ $\qquad$ $A: m_1 = m_2 = m$
$A_a: m = 1$

6) $m_2 = 0$ $\qquad$ $A: m_1 = m_3 = m$
$A_a: m = 1$

7) $m_1 = 0$ $\qquad$ $A: m_2 = m_3 = m$
$A_a: m = 1$

8) $m_1 + m_2 = m_3$ $\qquad$ $A: m_1 = m_2 = m$
$m_3 = 2\,m$

$A_a: m = 1$

9) $m_1 + m_3 = m_2$ $\qquad$ $A: m_1 = m_3 = m$
$m_2 = 2\,m$

$A_a: m = 1$

10) $m_2 + m_3 = m_1$ $\qquad$ $A: m_2 = m_3 = m$
$m_1 = 2\,m$

$A_a: m = 1$

* * *

Jahresformeln.

Im Kapitel XII ist der erste Versuch gemacht, die Beziehungen des Lebensablaufes zum Jahr darzulegen.

Bei den dort ausgeführten Rechnungen sind einige Formeln benützt worden, deren Ableitung hier gegeben werden soll.

Zunächst ist

$$365 = 13 \,.\, 28 + 1$$

Da $\quad 1 = 11 \,.\, 23 - 9 \,.\, 28$

so wird

$$\mathbf{365 = 11 \,.\, 23 + 4 \,.\, 28}$$

Ferner sind

$$\begin{aligned} 4 \text{ Jahre} &= 4 \,.\, 365 + 1 \\ &= 44 \,.\, 23 + 16 \,.\, 28 + 11 \,.\, 23 - 9 \,.\, 28 \\ &= 55 \,.\, 23 + \ 7 \,.\, 28 = 27 \,.\, 23 + 28 \,.\, 23 + 7 \,.\, 28 \\ &= 27 \,.\, 23 + 30 \,.\, 28 \end{aligned}$$

Es läßt sich aber entwickeln:

$$\begin{aligned} 4 \text{ Jahre} &= 27 \,.\, 23 + 30 \,.\, 28 \\ &= 17\,(23 + 28) + 13 \,.\, 28 + 10 \,.\, 23 \\ &= 17\,(23 + 28) + 23 \,.\, 28 - 2\,\Delta^2 \\ &= 17\,(23 + 28) + 2\left(\frac{23 \,.\, 28}{2} - \Delta^2\right) \end{aligned}$$

Setzt man

$$\begin{aligned} 17 \,.\, 28 &= 12 \,.\, 28 + 5 \,.\, 28 \\ &= \ 3\,(4 \,.\, 28 + 11 \,.\, 23) - 33 \,.\, 23 + 5 \,.\, 28 \\ &= \ 3 \,.\, 365 - 28 \,.\, 23 + \Delta^2 \end{aligned}$$

so wird die Gleichung

$$4 \text{ Jahre} = 17\,(28 + 23) + 23 \,.\, 28 - 2\,\Delta^2$$

umgeformt in

$$4 \text{ Jahre} = 3 \,.\, 365 - \Delta^2 + 17 \,.\, 23$$

Daraus folgt

$$366 = 17 \,.\, 23 - \Delta^2$$

Es ist also

$$\text{ein Schaltjahr} = \mathbf{17 \,.\, 23} - \Delta^2 \text{ Tage.}$$

Demnach

$$\begin{aligned} 17 \,.\, 28 - \Delta^2 &= 3 \,.\, 365 - 28 \,.\, 23 \\ 17 \,.\, 23 - \Delta^2 &= 366 \end{aligned}$$

Also

$$17\,(28 + 23) = 4 \text{ Jahre} - 28 \,.\, 23 + 2\,\Delta^2$$

wie wir früher abgeleitet hatten.

Indem wir im ersten Gliede des Ausdruckes

$$17 \,.\, \mathbf{28} - \Delta^2$$

den weiblichen Wert durch den männlichen ersetzen, erhalten wir statt

$$17 . 28 - \Delta^2$$

vielmehr

$$17 . 23 - \Delta^2$$

Und die rechte Seite der Gleichung wird aus

$$365 + 2\left(365 - \frac{28 . 23}{2}\right)$$

jetzt 366.

Wir haben auf beiden Seiten den biologischen Wert dabei nicht geändert, wohl aber infolge der Substitution von weiblich durch männlich den Schalttag gewonnen.

Gerade aber die Frage der Wertigkeit bei der Substitution besonders von $\frac{\Sigma}{3}$ Werten bedarf noch dringend der Klärung. Denn es soll nicht übersehen werden, daß man

$$2 . 365 + 1 = 365 + 366 = 731$$

durch $17 . 28 + (28^2 - 23^2)$ ausdrücken kann.

$$\begin{aligned} 731 &= 31 . 23 + 18 = 22 . 28 + 5 . 23 \\ &= 17 . 28 + \Sigma \Delta \end{aligned}$$

Hier sind **2** Jahre durch denselben biologischen Wert $\frac{2}{3} E^2$ bestimmt.

Daß auch diesem Ausdruck irgend eine Gesetzmäßigkeit unterliegen muß, zeigt folgende Darstellung:

$$366 = \boxed{\begin{matrix} 23 . 28 \\ - 23^2 \end{matrix}} + \boxed{\begin{matrix} 28 . 23 \\ - 28 . 28 \end{matrix}} + 17 . 23$$

$$731 = \boxed{\begin{matrix} 23 . 28 \\ - 23^2 \end{matrix}} + \boxed{\begin{matrix} 28 . 28 \\ - 28 . 23 \end{matrix}} + 17 . 28$$

oder kürzer

$$\begin{aligned} 366 &= 23\,\Delta - 28\,\Delta + 17 . 23 \\ 731 &= 23\,\Delta + 28\,\Delta + 17 . 28 \end{aligned}$$

d. h.

$$\begin{aligned} 366 &= 23\,(17 + \Delta) - 28\,\Delta \\ 731 &= 28\,(17 + \Delta) + 23\,\Delta \end{aligned}$$

* * *

Im Verlauf der Rechnungen der Kap. XII und XIII ist häufig der Wert **17 Δ** vorgekommen.

Wir setzten

$$17\,\Delta = 4 \text{ Jahre} - 365 - 28 . 23 - \left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right)$$

Das leitet sich so ab:

Es ist

$$14 . 28 - 17 . 23 = 1$$

Also

$$-17 . 23 = 1 - \frac{28^2}{2}.$$

Es war aber

$$17 . 28 = 3 . 365 - 23 . 28 + \Delta^2$$

Demnach

$$17\,(28 - 23) = 3 . 365 + 1 - \frac{28^2}{2} - :3 . 28 + \Delta^2$$

d. h.

$$17\,\Delta = 4 \text{ Jahre} - 365 - 23 . 28 - \left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right)$$

Hier hat $17\,\Delta$ wirklich den biologischen Nullwert.

Es ist lehrreich, die Gleichung so zu schreiben

$$4 \text{ Jahre} - 28 . 23 = 365 + \frac{\Sigma}{3}\,\Delta + \left[\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right]$$

Man sieht dabei die Herkunft des so häufigen Ausdrucks

$$\frac{28^2}{2} - \Delta^2.$$

Außerdem ist auf beiden Seiten der Gleichung der biologische Wert $\frac{2}{2}E^2$

* * *

Die Ableitung der Formel

$$5 . 365 = 28^2 + 3\left(\frac{28 . 23}{2} + \Delta^2\right)$$

ist auf S. 272, Anmerkung, gegeben.

* * *

Der häufig vorkommende Wert

$$25 . 28 = 4 \text{ Jahre} - 3\left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right) + 365 - \Delta^2$$

wurde S. 291 hergeleitet.

* * *

Auf S. 288 wird angegeben:

$$\frac{28^2}{4} = 3 . 365 - 28^2 - 23\,\Delta$$

Das folgt unmittelbar aus der früheren Formel

$$17 \,.\, 28 = 3 \,.\, 365 - 28 \,.\, 23 + \Delta^2$$

wenn man

$$17 \,.\, 28 = \frac{28^2}{4} + 2 \,.\, 28 \,\Delta \text{ setzt.}$$

* * *

Endlich wird noch von

$$8 \text{ Jahre} + 1 \text{ Tag} = \Sigma^2 + \frac{28 \,.\, 23}{2}$$

Gebrauch gemacht.

Es sind

$$\begin{aligned} 8 \text{ Jahre} &= 60 \,.\, 28 + 54 \,.\, 23 \\ 1 \text{ Tag} &= 14 \,.\, 28 - 17 \,.\, 23 \\ \hline 8 \text{ Jahre} + 1 \text{ Tag} &= 74 \,.\, 28 + 37 \,.\, 23 \\ &= 2 \,.\, 23 \,.\, 28 + 28^2 + 23^2 + \frac{28 \,.\, 23}{2} \\ &= \Sigma^2 + \frac{28 \,.\, 23}{2} \end{aligned}$$

* * *

Zur Stundenfrage.

Den Analysen dieser Arbeit ist die Voraussetzung zu Grunde gelegt, daß die Lebenszeiten der männlichen und weiblichen Substanz ganze Tage umfassen.

Diese Voraussetzung ist auf die frühe Wahrnehmung gegründet,*) daß sich in großen Zeiträumen, z. B. bei Goethes Lebenszeit (1077 . 28 Tage), keine merkliche Abweichung vom mittleren Sonnentag erkennen läßt. Goethe wurde um die Mittagsstunde geboren und starb mittags. Eine Abweichung von zwei Minuten auf je 28 Tage ergäbe schon in etwa 56 Jahren die Differenz von mehr als einem Tag.

Finden sich im einzelnen periodischen Geschehen trotzdem Stundenabweichungen, so müssen sie sich in der Summe ausgleichen.

Wie genau aber im Grunde die Natur arbeitet, lehrt unter vielem anderen ein Blick auf die Palolodaten (vgl. S. 309).

Der Palolo erscheint alle fünfmal in den mehr als zwei Jahren um 4 Uhr 30 Minuten morgens.

B. Friedländer notiert:

*) Vgl. Die Beziehungen zwischen Nase und weiblichen Geschlechtsorganen S. 210 und 217.

Palolotag und Stunde nach Apia Ortszeit:

1) 10. Oktober 1895
4 Uhr 30 Minuten morgens
2) 9. November 1895
4 Uhr 30 Minuten morgens
3) 28. Oktober 1896
4 Uhr 30 Minuten morgens
4) 17. Oktober 1897
4 Uhr 30 Minuten morgens
5) 16. November 1897
4 Uhr 30 Minnten morgens.

Und in den zehnjährigen Beobachtungen (S. 311) über das Wawo von Amboina — das vor zweihundert Jahren die heutigen Palolospatien aufwies — heißt es, daß die Fang- also auch Erscheinungszeit immer abends gewesen sei. In Übereinstimmung mit dem Palolo dürfen wir auch hier dieselbe Stunde voraussetzen.

Die Blüten öffnen sich mit solcher Regelmäßigkeit, daß schon Linné eine Blumenuhr konstruieren konnte. Zwischen 4 und 5 Uhr früh blüht der Weizen bei uns, zwischen 6 und 7 Uhr der Roggen, zwischen 7 und 8 Uhr der Hafer, zwischen 8 und 10 Uhr die Gerste.

Auch beim Menschen vermag man die wunderbare Genauigkeit im Ablauf der Lebenserscheinungen wahrzunehmen.

Ich selbst weiß, daß meine Kopfschmerzen zwei Typen haben. Sie setzen entweder abends gegen 10 Uhr plötzlich ein und verstärken sich im Lauf der Nacht, oder — der bei weitem häufigere Fall — sie erscheinen gegen 7 Uhr morgens, werden mittags am heftigsten und verschwinden nach zwölfstündiger Dauer.

Als ich anfing, mich genauer um die Stunden zu kümmern, beobachtete ich bei einer Verwandten Frau Friedrike F. eine Ohnmacht, die sich am 5. September 1896 kurz nach 7 Uhr früh einstellte. Die Frau litt in der Folge an heftigem Nasenbluten, das nach ihrer eigenen erstaunten Bemerkung „genau zur selben Viertelstunde" einsetzte wie damals die Ohnmacht.

Das Nasenbluten erschien am

2.	Januar	1897	kurz	nach	7	Uhr	früh
16.	„	1897	„	„	7	„	„
30.	„	1897	„	„	7	„	„
13.	Februar	1897	„	„	7	„	„
27.	„	1897	„	„	7	„	„

Man sieht, daß die Spatien immer genau 14 Tage betragen und daß

2. Januar	} 28	16. Januar	} 28
30. „		13. Februar	
	} 28		
27. Februar			

hier zwei 28tätige Reihen vorliegen von unzweifelhaft g a n z tägigem Intervall.

Mehr als das. Da zwei Termine

$$\left.\begin{array}{lll}\text{Ohnmacht} & \text{5. September} & 1896 \\ \text{Nasenbluten} & \text{13. Februar} & 1897\end{array}\right\} 161 = 7 \,.\, 23$$

um 7 . 23 Tage auseinander liegen, so sieht man hier unmittelbar, daß auch die männlichen Reihen aus g a n z e n Tagen bestehen. Und nicht nur in der ersten Dimension, sondern auch in der zweiten:

$$7 \,.\, 23 = \frac{28 \,.\, 23}{4}$$

Die Anmerkung auf S. 114 belehrt uns, daß in dem viel durchforschten Fall Ecke — Beispiel 34 — der Tod am 11. März 1897 zur selben Stunde eintrat ($3\frac{1}{2}$ Uhr Nachmittag) wie der erste Anfall am 29. April 1895.

Mein jüngst verstorbener Freund Geheimrat Prof. F. Reuleaux bekam am 27. Mai 1905 einen schweren Ohnmachtsanfall um $4\frac{1}{2}$ Uhr nachmittags; $85 = 2\,(28 + 23) - 17$ Tage später, genau um dieselbe Stunde, 4 Uhr 37 Minuten, verschied er.

Um diesen Beispielen, die sich ganz beliebig häufen lassen, noch eines anzufügen, das den Z u s a m m e n h a n g d e r G e n e r a t i o n e n mit Stundengenauigkeit erweist, so erwähne ich, daß die Großmutter meiner Gattin, Barbara Hellmann, am 16. August 1868 um $1\frac{3}{4}$ Uhr nachmittags starb. Deren Tochter, Frau Caroline Davidsohn, wurde am 17. Juli 1898, während sie froh bei Tische saß, vom Herzschlage um $1\frac{3}{4}$ Uhr getroffen, und am 29. Dezember des nächsten Jahres setzten ebenfalls um $1\frac{3}{4}$ Uhr bei meiner Frau ganz plötzlich die Kindswehen ein. Diese Stunde ist auch sonst meiner Gattin als „traumatische“ wohlbekannt.

So zweifellos es also ist, daß wirklich ganztägige Intervalle im lebendigen Geschehen existieren, ebenso zweifellos ist es, daß Abweichungen von der Stundengenauigkeit der ganzen Tage vorkommen.

Prof. Franz Reuleaux, von dessen Ohnmachts- und Sterbestunde wir eben gesprochen haben, hatte $140 = 5 \,.\, 28 = 28\,\Delta$ Tage vor jener Ohnmacht einen Anfall von Erbrechen und Schwindel, am 7. Januar 1905. Aber die traumatische Stunde war morgens beim Erwachen zwischen 7 und 8 Uhr.

Bei Herrn Egli (Beispiel 33) haben wir die Spatien und die „Anfallsalter“ als ganztägig angenommen. Aber es traten nicht alle um dieselbe Stunde ein. Sie waren der Reihe nach

I 5 Uhr früh
II 9 Uhr vormittag
III 5 Uhr früh
IV 11 Uhr vormittag
V 2 Uhr nachmittag
VI † 5 Uhr abends

Es fallen also nur

I 30. Juni 1894
III 11. April 1897

wirklich auf dieselbe Stunde.

Sie gehören auch in der Alterssumme zusammen (vgl. S. 104).

Die Anfälle

II 29. Oktober 1896
IV 3. Februar 1898

sind schon um 2 Stunden unterschieden.

Auch sie gehören in der Alterssumme zusammen.

Aber ihre Summe unterschied sich von der Summe der Alter I und III nur um $2 . 23 \Delta^2$, also um einen ganztägigen Wert, und doch besteht zwischen I und II schon eine Differenz von 4 Stunden.

Und das Spatium von IV zu V beträgt $2 \Delta^2$, die Alter bei IV und V sind demnach biologisch gleich. Doch ist eine Stundendifferenz von 3 Stunden vorhanden, wo zwischen

IV 3. Februar 1898
und V 25. März 1898

ganze Tage verlangt werden.

Und zwischen V und VI, die in ihrer Alterssumme wieder zusammengehören, tritt auch eine dreistündige Differenz zu Tage.

Zwischen dem ersten und letzten Anfall (Tod) beträgt der so summierte Unterschied sogar einen halben Tag (von 5 Uhr früh bis 5 Uhr abends).

Ähnliches kann man auch sonst erleben. Beisp. 86:

86. Schlaganfälle von Herrn Czaja

I 16. September 1900 7 Uhr früh
II 15. Oktober 1901 7 Uhr früh
III 26. November 1901 7 Uhr abends

87. Oder Schwindelanfälle von Herrn St. . . . . s, Beisp. 87:

18. Oktober 1901 $\frac{1}{2}$2 Uhr früh
11. November 1901 $\frac{1}{2}$2 Uhr früh
6. November 1902 $\frac{1}{2}$2 Uhr nachm.

In diesen Beispielen ist gerade der halbe Tag besonders auffällig.

Ebenso in dem folgenden Beispiel 88 von epileptischen Anwandlungen aus dem Jahre 1905, deren Stundenzeit ich genau habe notieren lassen.

Fräulein V. hatte Absenzen am: **88.**

18. Mai	10	Uhr abends	
			38
25. Juni	$5\frac{1}{2}$	Uhr nachm.	
			10
5. Juli	$10\frac{1}{2}$	Uhr abends	
			5
10. Juli	12	Uhr nachts	
			23
2. August	12	Uhr nachts	
			25
27. August	4	Uhr nachm.	
27. August	$4\frac{1}{2}$	Uhr nachm.	
27. August	12	Uhr nachts	
			16
12. Septemb.	$12\frac{3}{4}$	Uhr mittags	
			29
11. Oktober	$7\frac{1}{2}$	Uhr abends	
			3
14. Oktober	12	Uhr nachts	
			7
21. Oktober	$5\frac{1}{2}$	Uhr nachm.	

Dieses Beispiel ist besonders für den eingangs aufgestellten Satz lehrreich, daß in der Summe immer wieder ganze Tage erscheinen.

Die Anfälle vom 25. Juni und 21. Oktober fallen beide auf $5\frac{1}{2}$ Uhr nachmittag (der letzte von mir selbst beobachtet). Der Abstand ist genau 118 ganze Tage, also genau $3 . 28 + 34$ Tage.

Die Anfälle vom

10. Juli		
	23	48
2. August		
	25	
27. August		
	48	
14. Oktober		

fallen alle auf genau 12 Uhr nachts. Das erste Spatium umfaßt 23 ganze Tage.

Das zweite

$$25 = 48 - 23 = 34 + 14 - 23 \text{ ganze Tage.}$$

Das dritte

$$48 = 34 + 14 \text{ ganze Tage.}$$

Die Gesetzmäßigkeit leuchtet ohne weiteres ein.

Dieselben $48 = 34 + 14$ Tage erscheinen aber auch in dem Abstand

18. Mai	10	Uhr abends	
			48
5. Juli	$10\frac{1}{2}$	Uhr abends	

Hier mit $\frac{1}{2}$ Stunde Differenz. Und will man sie den Anfällen um 12 Uhr nachts gleichstellen, so ist die Differenz $1\frac{1}{2}$ und 2 Stunden.

Es würden dann zusammengehören die Daten

	18. Mai	10	Uhr abends		
				48	
28	5. Juli	$10\frac{1}{2}$	Uhr abends		
28				5	
28	10. Juli	12	Uhr nachts		
28				23	48
28	2. August	12	Uhr nachts		
				25	
	27. August	12	Uhr nachts		
				48	
	14. Oktober	12	Uhr nachts		

Die Anfälle vom

27. August	$4\frac{1}{2}$ Uhr nachm.	
12. September	$12\frac{3}{4}$ Uhr nachm.	$16 = 34 - 23 + \Delta$
11. Oktober	$7\frac{1}{2}$ Uhr nachm.	$29 = 34 \quad - \Delta$

haben Differenzen von ca. — 4 und + 7, im ganzen also + 3 Stunden.

Woher diese Stundendifferenzen, die sich schließlich immer wieder ausgleichen, eigentlich kommen, ob ihnen eine Art „innerer Reibung" zu Grunde liegt, ob eine Wechselwirkung von Jahr und Tag in ihnen zu sehen ist, ob beides oder noch ein drittes anderes: das festzustellen wird die Aufgabe einer späteren ernsten, auf vielfache Beobachtung gegründeten Forschung sein, zu der gegenwärtig noch keinerlei Anfänge vorliegen. Luftige Hypothesen gehören nicht hierher.

* * *

Zusätze.

Zu Seite 13.

Von den 12 Beispielen Ißmers haben wir im Text nur die Nummern 1, 8, 12 behandelt.

Es ist noch über die anderen neun Fälle Rechenschaft abzulegen.

Die von Ißmer gegebenen je 10 Mensesintervalle haben nur nach unten eine natürliche Grenze: sie gehen einer Schwangerschaft voran. Nach oben sind sie willkürlich begrenzt.

Es ist daher auch nicht zu erwarten, daß sie wie die Intervalle im Beispiel 6 (S. 27), wo der Ausschnitt die Zeit zwischen zwei Schwangerschaften ausmacht — immer zusammengehörige Paare liefern. Nur in Nr. 1, 8, 12 war das der Fall.

In den anderen Beispielen stellen sich die paarigen Summen so:

Fall 2 (Ißmer).

Menses:

Menses	Intervall
15. Februar	
9. März	$22 = J_1$
9. April	$31 = J_2$
4. Mai	$25 = J_3$
1. Juni	$28 = J_4$
1. Juli	$30 = J_5$
25. Juli	$24 = J_6$
23. August	$29 = J_7$
18. September	$26 = J_8$
18. Oktober	$30 = J_9$
15. November	$28 = J_{10}$

$$\begin{aligned} J_1 + J_6 &= 22 + 24 = 46 = 2 \,.\, 23 \\ J_2 + J_3 &= 31 + 25 = 56 = 2 \,.\, 28 \\ J_8 + J_9 &= 26 + 30 = 56 = 2 \,.\, 28 \\ J_4 + J_{10} &= 28 + 28 = 56 = 2 \,.\, 28 \end{aligned}$$

$$\left.\begin{aligned} J_5 &= 30 \\ J_7 &= 29 \end{aligned}\right\} \text{gehören nicht zusammen}$$

Fall (3) Ißmer.

Menses:

18. Februar	
18. März	$28 = J_1$
11. April	$24 = J_2$
11. Mai	$30 = J_3$
8. Juni	$28 = J_4$
5. Juli	$27 = J_5$
2. August	$28 = J_6$
1. September	$30 = J_7$
26. September	$25 = J_8$
26. Oktober	$30 = J_9$
22. November	$27 = J_{10}$

Es sind

$$\begin{aligned} J_1 + J_4 &= 28 + 28 = 56 = 2 \,.\, 28 \\ J_2 + J_5 &= 24 + 27 = 51 = 23 + 28 \end{aligned}$$

$$\left.\begin{aligned} J_7 + J_8 &= 30 + 25 = 55 \\ J_9 + J_{10} &= 30 + 27 = 57 \end{aligned}\right\} 112 = 4 \,.\, 28$$

$$\left.\begin{aligned} J_6 &= 28 \\ J_3 &= 30 \end{aligned}\right\} \text{sind nicht zusammengehörig.}$$

Hieße das Datum des 26. September vielmehr 27. September — eine Verschiebung im Kalendertage braucht nur eine Stundendifferenz zu sein — so, wäre

$$\begin{aligned} J_7 + J_8 &= 30 + 26 = 56 \\ J_9 + J_{10} &= 29 + 27 = 56 \end{aligned}$$

Fall 4

Menses:

15. März	
12. April	$28 = J_1$
11. Mai	$29 = J_2$
7. Juni	$27 = J_3$
8. Juli	$31 = J_4$
6. August	$29 = J_5$
2. September	$27 = J_6$
28. September	$26 = J_7$
28. Oktober	$30 = J_8$
25. November	$28 = J_9$
24. Dezember	$29 = J_{10}$

Es ist

$$J_1 + J_9 = 28 + 28 = 56 = 2 \,.\, 28$$
$$J_2 + J_3 = 29 + 27 = 56 = 2 \,.\, 28$$
$$J_5 + J_6 = 29 + 27 = 56 = 2 \,.\, 28$$
$$J_7 + J_8 = 26 + 30 = 56 = 2 \,.\, 28$$
$$\left.\begin{array}{l} J_4 = 31 \\ J_{10} = 29 \end{array}\right\} \text{sind nicht zusammengehörig.}$$

Fall 5.

Menses:

1. März	
25. März	$24 = J_1$
21. April	$27 = J_2$
16. Mai	$25 = J_3$
14. Juni	$29 = J_4$
10. Juli	$26 = J_5$
5. August	$26 = J_6$
2. September	$28 = J_7$
1. Oktober	$29 = J_8$
28. Oktober	$27 = J_9$
27. November	$30 = J_{10}$

Es ist

$$J_1 + J_2 = 24 + 27 = 51 = 28 + 23$$
$$J_3 + J_5 = 25 + 26 = 51 = 28 + 23$$
$$J_6 + J_{10} = 26 + 30 = 56 = 2 \,.\, 28$$
$$J_8 + J_9 = 29 + 27 = 56 = 2 \,.\, 28$$
$$\left.\begin{array}{l} J_7 = 28 \\ J_4 = 29 \end{array}\right\} \text{gehören nicht zusammen.}$$

Fall 6.

Menses:

27. März	
17. April	$21 = J_1$
19. Mai	$32 = J_2$
15. Juni	$27 = J_3$
25. Juli	$40 = J_4$
14. August	$20 = J_5$
12. September	$29 = J_6$
13. Oktober	$31 = J_7$
5. November	$23 = J_8$
1. Dezember	$26 = J_9$
3. Januar	$33 = J_{10}$

Es sind

$$\begin{aligned}
J_1 + J_4 &= 21 + 40 = 61 = 3 . 28 - 23 \\
J_3 + J_6 &= 27 + 29 = 56 = 2 . 28 \\
J_5 + J_9 &= 20 + 26 = 46 = 2 . 23 \\
J_8 + J_{10} &= 23 + 33 = 56 = 2 . 28
\end{aligned}$$

$$\left.\begin{aligned} J_2 &= 32 \\ J_7 &= 31 \end{aligned}\right\} \text{ gehören nicht zusammen.}$$

Fall 7.

Menses:

7. April	
5. Mai	$28 = J_1$
3. Juni	$29 = J_2$
1. Juli	$28 = J_3$
26. Juli	$25 = J_4$
23. August	$28 = J_5$
21. September	$29 = J_6$
27. Oktober	$36 = J_7$
16. November	$20 = J_8$
13. Dezember	$27 = J_9$
10. Januar	$28 = J_{10}$

Es ist:

$$\begin{aligned}
J_1 + J_3 &= 28 + 28 = 56 = 2 . 28 \\
J_5 + J_{10} &= 28 + 28 = 56 = 2 . 28 \\
J_6 + J_9 &= 29 + 27 = 56 = 2 . 28 \\
J_7 + J_8 &= 36 + 20 = 56 = 2 . 28
\end{aligned}$$

$$\left.\begin{aligned} J_2 &= 29 \\ J_4 &= 25 \end{aligned}\right\} \text{ gehören nicht zusammen.}$$

Es sind

$$
\begin{array}{rl}
 & J_7 = 36 = 17 + 14 + \Delta \\
 & J_8 = 20 = 34 - 14 \\
\hline
\text{Summa} & J_7 + J_8 = 51 + \Delta = 2 \,.\, 28
\end{array}
$$

Fall 9.

Menses.

27. Mai	
28. Juni	$32 = J_1$
22. Juli	$24 = J_2$
12. August	$21 = J_3$
17. September	$36 = J_4$
16. Oktober	$29 = J_5$
12. November	$27 = J_6$
13. Dezember	$31 = J_7$
7. Januar	$25 = J_8$
1. Februar	$25 = J_9$
*) 3. März	$31 = J_{10}$

Es sind

$$
\begin{array}{l}
J_3 + J_8 = 21 + 25 = 46 = 2 \,.\, 23 \\
J_{10} + J_9 = 31 + 25 = 56 = 2 \,.\, 28 \\
J_2 + J_1 = 24 + 32 = 56 = 2 \,.\, 28 \\
J_6 + J_5 = 27 + 29 = 56 = 2 \,.\, 28 \\
\left. \begin{array}{l} J_4 = 36 \\ J_7 = 31 \end{array} \right\} \text{ gehören nicht zusammen.}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{l}
J_4 = 17 + 14 + \Delta \\
J_7 = 17 + 14
\end{array}
$$

Fall 10.

Menses:

13. Juni	
10. Juli	$27 = J_1$
7. August	$28 = J_2$
5. September	$29 = J_3$
5. Oktober	$30 = J_4$
1. November	$27 = J_5$
27. November	$26 = J_6$
23. Dezember	$26 = J_7$
20. Januar	$28 = J_8$
18. Februar	$29 = J_9$
17. März	$27 = J_{10}$

*) Offenbar Schaltjahr, da das Intervall von Ißmer mit 31 Tagen angegeben ist.

Es sind

$$\begin{array}{ll} J_1 + J_3 & = 27 + 29 = 56 = 2 . 28 \\ J_2 + J_8 & = 28 + 28 = 56 = 2 . 28 \\ J_4 + J_6 & = 30 + 26 = 56 = 2 . 28 \\ J_9 + J_{10} & = 29 + 27 = 56 = 2 . 28 \\ J_5 & = 27 \\ J_7 & = 26 \end{array}\left.\vphantom{\begin{array}{l} a \\ a \end{array}}\right\} \text{ gehören nicht zusammen.}$$

Fall 11.

Menses:

11. Juni	
10. Juli	$29 = J_1$
8. August	$29 = J_2$
5. September	$28 = J_3$
1. Oktober	$26 = J_4$
27. Oktober	$26 = J_5$
22. November	$26 = J_6$
20. Dezember	$28 = J_7$
16. Januar	$27 = J_8$
13. Februar	$28 = J_9$
15. März	$30 = J_{10}$

Es sind

$$\begin{array}{ll} J_2 + J_8 & = 29 + 27 = 56 = 2 . 28 \\ J_6 + J_{10} & = 26 + 30 = 56 = 2 . 28 \\ J_7 + J_9 & = 28 + 28 = 56 = 2 . 28 \\ J_3 & = 28 \\ J_1 & = 29 \\ J_5 & = 26 \\ J_6 & = 26 \end{array}\left.\vphantom{\begin{array}{l} a \\ a \\ a \end{array}}\right\} \text{ gehören nicht zusammen.}$$

Es sind

$$\begin{array}{l} 26 = 17 + 14 - \Delta \\ 29 = 34 \qquad\;\; - \Delta \end{array}$$

In den behandelten Beispielen sind je zwei zusammengehörige Intervalle stets gleich zweien biologischen Einheiten erster Dimension.

* * *

Zu Seite 102.

Die Spatien der sechs Schlaganfälle des Herrn Egli (Beispiel 33) sollen hier auf ihren *Jahreswert* untersucht werden.

Es waren

$$\begin{aligned} J_1 &= 852 \\ J_2 &= 164 \\ J_3 &= 298 \\ J_4 &= 50 \\ J_5 &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_1 &= 365 + 28^2 - \left(\frac{28\,.\,23}{2} - \Delta^2\right) \\ J_2 &= -365 + 23^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_3 &= -3\,(365 + \Delta^2) + 4\left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right) \\ J_5 &= -3\,(365 + \Delta^2) + 23^2 + 28\,.\,23 \end{aligned}$$

$$J_4 = 2\,\Delta^2$$

$$J_1 \mathrel{|\!=\!|} \frac{2}{2}\,E^2$$

$$J_2 \mathrel{|\!=\!|} \frac{1}{2}\,E^2$$

$$J_3 \mathrel{|\!=\!|} \frac{1}{2}\,E^2$$

$$J_5 \mathrel{|\!=\!|} \frac{1}{2}\,E^2$$

$$J_4 \mathrel{|\!=\!|} O$$

Die angegebenen Werte entwickeln sich so:

$$\begin{aligned} J_1 = {} & 852 = 20\,.\,23 + 14\,.\,28 = \\ & = (11\,.\,23 + 4\,.\,28) + 9\,.\,23 + 10\,.\,28 = 365 + 28^2 - \frac{28\,.\,23}{2} + \Delta^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_2 = 164 &= 12\,.\,23 - 4\,.\,28 = 23^2 - (11\,.\,23 + 4\,.\,28) \\ &= 23^2 - 365 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
J_3 + J_4 &= J_3 + 2\,\Delta^2 = 348\,^{*)} \\
&= 19 \,.\, 28 - 8 \,.\, 23\,^{**)} \\
&= (34 - 15)\, 28 + (84 - 92)\, 23 \\
&= 34 \,.\, 28 - 3\,\Delta^2 - 23^2 \\
&= \left.\begin{matrix} -\,17 \,.\, 28 + 28^2 \\ -\,23^2 \end{matrix}\right\} + 28 \,.\, 23 - 3\Delta^2 \\
&= -\,3 \,.\, 365 - 5\,\Delta^2 + 2 \,.\, 28^2
\end{aligned}$$

Also

$$\begin{aligned}
J_3 &= -\,3 \,.\, 365 - 7\,\Delta^2 + 2 \,.\, 28^2 \\
&= 4\left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right) - 3\,(365 + \Delta^2)
\end{aligned}$$

$$J_4 = 50 = 2\,\Delta^2$$

$$\begin{aligned}
J_5 = 3 &= 19 \,.\, 28 - 23^2 = (34 - 15)\, 28 - 23^2 \\
&= \left.\begin{matrix} 34 \,.\, 28 + 3 \,.\, 23 \,.\, 28 \\ -\,3 \,.\, 28^2 \end{matrix}\right\} - 23^2 \\
&= \left.\begin{matrix} -\,17 \,.\, 28 + 4 \,.\, 23 \,.\, 28 \\ -\,2 \,.\, 28^2 - 23^2 \end{matrix}\right\} \\
&= -\,17 \,.\, 28 + 23^2 - 2\,\Delta^2 \\
&= -\,3 \,.\, 365 + 28 \,.\, 23 + 23^2 - 3\,\Delta^2 \\
&= 23^2 + 28 \,.\, 23 - 3\,(365 + \Delta^2)
\end{aligned}$$

* * *

Zu Seite 115.

Im Fall Ecke (Beispiel 34) beträgt die Entfernung (S) des einzigen Gichtanfalls vom ersten Schlagmahner

$$1553 = 42 \,.\, 23 + 17\,(23 + 28) - 2 \,.\, 28\,\Delta$$

Da

$$17\,(23 + 28) = 4 \text{ Jahre} - 28 \,.\, 23 + 2\,\Delta^2$$

so ist

$$S^{***)} = 4 \text{ Jahre} - 2 \,.\, 28^2 + \frac{5}{2}\, 23 \,.\, 28 + 2\,\Delta^2$$

oder

$$S \quad = \frac{5}{2}\, 28 \,.\, 23 + 4 \text{ Jahre} - 28^2 - 2\left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right)$$

---

*) $348 = S_1$ bei Somalilöwin. Vgl. Seite 288.

**) $19 \,.\, 28 - 8 \,.\, 23 = 20 \,.\, 23 - 4 \,.\, 28 = J_2 + 8 \,.\, 23$

***) d. i. $\frac{5}{2}\, 23 \,.\, 28 + 2\,\Delta^2 - J_4$!

Die 15 Schlaganfälle haben 14 Spatien.
Es sind

$$\begin{aligned}
J_1 &= 153\\
J_2 &= 78\\
J_3 &= 85\\
J_4 &= 107\\
J_5 &= 12\\
J_6 &= 4\\
J_7 &= 14\\
J_8 &= 50\\
J_9 &= 19\\
J_{10} &= 12\\
J_{11} &= 32\\
J_{12} &= 53\\
J_{13} &= 55\\
J_{14} &= 8
\end{aligned}$$

In der Jahresform werden:

Gruppe A:

$$J_1 = 4 \text{ Jahre} - 28 \,.\, 23 - \left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right) - \left(\frac{28 \,.\, 23}{2} - \Delta^2\right)$$

$$J_3 = 4 \text{ Jahre} - 28 \,.\, 23 - \left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right) - 365$$

$$J_7 = 4 \,.\, 365 - \frac{28^2 + 28 \,.\, 23}{2} - \left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right) - 365$$

$$J_{14} = 4 \text{ Jahre} - \frac{28^2 + 28 \,.\, 23}{2} - \frac{28^2}{2} - \left(\frac{28 \,.\, 23}{2} + \Delta^2\right)$$

$$J_5 = 4 \,.\, 365 - 2 \,.\, 23^2 - (365 + \Delta^2)$$

$$J_9{}^{*)} = 4 \text{ Jahre} - 3 \,.\, 365 - \left(\frac{28 \,.\, 23}{2} + \Delta^2\right)$$

$$J_{10} = J_5$$

*) d. h. $J_9 = 366 - \left(\frac{28 \,.\, 23}{2} + \Delta^2\right)$

Gruppe B:

$$J_2 = 23^2 + 28 \,.\, 23 \qquad\qquad - 4 \,.\, 365 + 365$$

$$J_{12} = 23^2 + 28 \,.\, 23 \qquad\qquad - 4 \,.\, 365 + 365 - \Delta^2$$

$$J_4 = 2 \,.\, 28^2 \qquad\qquad - 4 \text{ Jahre}$$

$$J_{11} = 3\left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right) + \frac{28^2}{2} \qquad\qquad - 4 \text{ Jahre}$$

$$J_{13} = \left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right) + 28^2 + 365 - 4 \text{ Jahre}$$

$$J_6 = 28^2 + 28 \,.\, 23 \qquad\qquad - 4 \text{ Jahre} + J_5 + \Delta^2$$

$$J_8 = 2\Delta^2$$

Die Wertigkeit der Spatien in der A-Gruppe ist $= 0$, mit Ausnahme von

$$J_5 = J_{10} = 4 \,.\, 365 - 2 \,.\, 23^2 - (365 + \Delta^2)$$

$$\mathrel{|{=}|} -\frac{1}{2} E^2$$

In der B-Gruppe machen $J_2 = J_{12} + \Delta^2$

$$= 23^2 + 28 \,.\, 23 - 4 \,.\, 365 + 365 \qquad \mathrel{|{=}|} +\frac{1}{2} E^2$$

und ferner

$$J_6 = 28^2 + 28 \,.\, 23 - 4 \text{ Jahre} + J_5 + \Delta^2 \mathrel{|{=}|} -\frac{1}{2} E^2$$

die Ausnahme vom 0-Wert.

Da in J_6 der Wert von J_5 steckt, so dürfen wir sagen:

In der ersten Gruppe sind

$$J_5 = J_{10} \qquad \mathrel{|{=}|} -\frac{1}{2} E^2$$

In der zweiten Gruppe

$$J_2 = J_{12} + \Delta^2 \mathrel{|{=}|} +\frac{1}{2} E^2$$

die Ausnahmen. Beide Fälle weisen das Vorkommen von $\mathbf{23^2}$ auf.

Im übrigen springen die Ähnlichkeiten im Bau sehr in die Augen:

$$J_1 = 4 \text{ Jahre} - 28 \,.\, 23 - \left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right) - \left(\frac{28 \,.\, 23}{2} - \Delta^2\right)$$

$$J_3 = 4 \text{ Jahre} - 28 \,.\, 23 - \left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right) - 365$$

Hier ist nur $\left(\frac{28\,.\,23}{2} - \Delta^2\right)$ ersetzt durch das äquivalente 365

Ferner

$$J_7 = 4\,.\,365 - \frac{28\,.\,23 + 28^2}{2} - \left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right) - 365$$

Statt $\frac{28\,.\,23}{2}$ in J_3 steht $\frac{28^2}{2}$ in J_7, wenn man vom Schalttag absieht.

Weiter

$$J_{14} = 4 \text{ Jahre} - \frac{28^2 + 28\,.\,23}{2} - \frac{28^2}{2} - \left(\frac{28\,.\,23}{2} + \Delta^2\right)$$

setzt für 365 in J_7 das äquivalente

$$\left(\frac{28\,.\,23}{2} + \Delta^2\right) \text{ ein und für } \frac{28^2}{2} - \Delta^2 \text{: nur } \frac{28^2}{2}$$

Endlich

$$J_9 = 4 \text{ Jahre} - 3\,.\,365 - \left(\frac{28\,.\,23}{2} + \Delta^2\right)$$

ersetzt

$$-\frac{28^2 + 28\,.\,23}{2} - \frac{28^2}{2} \text{ von } J_7$$

durch

$$-3\,.\,365$$

In der B-Gruppe ist

$$J_2 = 23^2 + 28\,.\,23 - 4\,.\,365 + 365$$
$$J_{12} = 23^2 + 28\,.\,23 - 4\,.\,365 + 365 - \Delta^2$$

Also $\qquad J_2 = J_{12} + \Delta^2$

Es hat ferner: $\qquad J_4 = 2\,.\,28^2 - 4$ Jahre
um den Jahreswert weniger.

Ebenso

$$J_{11} = 2\,.\,28^2 - 4 \text{ Jahre} - 3\,\Delta^2$$

oder anders geschrieben:

$$J_{11} = 3\left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right) + \frac{28^2}{2} - 4 \text{ Jahre.}$$

Ferner

$$J_{13} = \frac{28^2}{2} - \Delta^2 + 28^2 + 365 - 4 \text{ Jahre}$$

ersetzt

$$2\left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right) \text{ von } J_{11}$$

durch

$$\frac{28^2}{2} + 365$$

Endlich

$$J_6 = 28^2 + 28 \,.\, 23 - 4 \text{ Jahre} + J_5 + \Delta^2$$

wäre ohne die Hinzufügung von $J_5 + \Delta^2$ biologisch gleich

$$J_4 = \qquad 2 \,.\, 28^2 - 4 \text{ Jahre}$$

Wir sehen also, daß die Spatien beider Gruppen den Normalwert 0 besitzen, mit Ausnahme von je einem 23^2 enthaltenden Typus, der $\pm \frac{1}{2} E^2$ wertet. Den Grund für diese Abweichung von einer augenscheinlichen Regel vermag ich nicht anzugeben.

Die Resultate für J_1, J_2, J_3 wurden rechnerisch so gewonnen:

$$J_1 = 153 = 6 \,.\, 23 + 15 = 3 \,.\, 28 + 3 \,.\, 23$$
$$= 17\,(23 + 28) - 14\,(23 + 28)$$

Da

$$17\,(23 + 28) = 4 \text{ Jahre} - 28 \,.\, 23 + 2\,\Delta^2$$

so ist

$$J_1 = 4 \text{ Jahre} - \frac{3}{2}\, 28 \,.\, 23 - \frac{28^2}{2} + 2\,\Delta^2$$

$$J_2 = 78 = 3 \,.\, 23 + 9 = 11 \,.\, 28 - 10 \,.\, 23$$
$$= 28^2 + 2 \,.\, 23^2 - 2 \,.\, 28 \,.\, 23 - 17 \,.\, 28$$

Da

$$17 \,.\, 28 = 3 \,.\, 365 - 28 \,.\, 23 + \Delta^2$$

so ist

$$J_2 = 23^2 + 28 \,.\, 23 - 3 \,.\, 365$$

$$J_3 = 85 = 17 \,.\, 5 = 17 \,.\, 28 - 17 \,.\, 23 \text{ d. h.}$$

$$J_3 = 17\,\Delta = 4 \text{ Jahre} - 28 \,.\, 23 - \left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right) - 365$$

$$J_4 = 107 = 3 \,.\, 28 + 23$$
$$= 33 \,.\, 28 + 28 \,.\, 23 - (30 \,.\, 28 + 27 \,.\, 23)$$
$$= 56 \,.\, 28 - 4 \text{ Jahre} = 2 \,.\, 28^2 - 4 \text{ Jahre}$$

$$J_5 = 12 = 7 \,.\, 28 - 8 \,.\, 23$$

Da

$$J_2 + J_5 = 28 \,.\, 23 - 23^2 - \Delta^2$$

und

$$J_2 = 23^2 + 28 \,.\, 23 - 3 \,.\, 365$$

so ist

$$J_5 = 3 \,.\, 365 - 2 \,.\, 23^2 - \Delta^2$$

$$J_6 = 4 = 10 \,.\, 28 - 12 \,.\, 23 = 10 \,.\, 28 + 5 \,.\, 23 - 17 \,.\, 23$$

Es ist

$$17 \,.\, 23 = 366 + \Delta^2 = 4 \text{ Jahre} - 3 \,.\, 365 + \Delta^2$$

Also

$$\begin{aligned} J_6 &= 2 \,.\, 28^2 - 23 \,.\, 28 - 23^2 + 3 \,.\, 365 - \Delta^2 - 4 \text{ Jahre} \\ &= 28^2 - 2 \,.\, 23^2 + 28 \,.\, 23 + 3 \,.\, 365 - 4 \text{ Jahre} \\ &= 28^2 + 28 \,.\, 23 - 4 \text{ Jahre} + 3 \,.\, 365 - 2 \,.\, 23^2 \end{aligned}$$

$$J_7 = 14 = 14 \,.\, 23 - 11 \,.\, 28 = \frac{23 \,.\, 28}{2} - 28^2 + 17 \,.\, 28$$

Für

$$17 \,.\, 28 = 3 \,.\, 365 - 28 \,.\, 23 + \Delta^2$$

wird

$$J_7 = 3 \,.\, 365 - \frac{28 \,.\, 23}{2} - 28^2 + \Delta^2$$

$$J_8 = 50 = 2\,\Delta^2$$

$$\begin{aligned} J_9 &= 19 = 13 \,.\, 23 - 10 \,.\, 28 = 17 \,.\, 23 - 4 \,.\, 23 - 10 \,.\, 28 \\ &= 17 \,.\, 23 + \frac{3}{2}\, 28 \,.\, 23 - 2 \,.\, 23^2 + 2 \,.\, 23 \,.\, 28 - 2 \,.\, 28^2 \\ &= 17 \,.\, 23 - \frac{28 \,.\, 23}{2} - 2\,\Delta^2 \end{aligned}$$

Für

$$17 \,.\, 23 = 366 + \Delta^2 = 4 \text{ Jahre} - 3 \,.\, 365 + \Delta^2$$

wird

$$J_9 = 366 - \frac{28 \,.\, 23}{2} - \Delta^2 = 4 \text{ Jahre} - 3 \,.\, 365 - \frac{28 \,.\, 23}{2} - \Delta^2$$

$$J_{10} = J_5 = 12$$

$$\begin{aligned} J_{11} &= 32 = 23 + 9 = 16 \,.\, 23 - 12 \,.\, 28 = 33 \,.\, 23 + 5 \,.\, 28 - 17\,(23 + 28) \\ &= 2 \,.\, 28 \,.\, 23 - 23^2 + 28^2 - 23 \,.\, 28 - 17\,(23 + 28) \end{aligned}$$

Für

$$17\,(23 + 28) = 4 \text{ Jahre} - 28 \,.\, 23 + 2\,\Delta^2$$

wird

$$J_{11} = 2 \,.\, 28^2 - 4 \text{ Jahre} - 3\,\Delta^2$$

$$J_{12} = 53 = 2 \,.\, 23 + 7 = 6 \,.\, 28 - 5 \,.\, 23 = 23^2 - 17 \,.\, 28$$

Da

$$J_{10} + J_{12} = 28 \,.\, 23 - 23^2 - 2\,\Delta^2$$

so ist

$$J_{12} = 23^2 + 28 \,.\, 23 - \Delta^2 + 3 \,.\, 365$$

$$\begin{aligned} J_{13} &= 55 = 2 \,.\, 23 + 9 = 11 \,.\, 28 - 11 \,.\, 23 \\ &= 28\,\Delta - 17\,\Delta \end{aligned}$$

Für

$$17\,\Delta = 4 \text{ Jahre} - 365 - 28 \,.\, 23 - \left(\frac{28^2}{2} - \Delta^2\right)$$

wird

$$J_{13} = \frac{3}{2}\,28^2 + 365 - 4 \text{ Jahre} - \Delta^2$$

$$J_{14} = 8 = 4 \,.\, 23 - 3 \,.\, 28$$

Es ist aber $\quad J_4 + J_{14} = 115 = 28 \,.\, 23 - 23^2$

Da $\quad J_4 = 2 \,.\, 28^2 - 4 \text{ Jahre}$

so wird

$$\begin{aligned} J_{14} &= 4 \text{ Jahre} - 2 \,.\, 28^2 + 28 \,.\, 23 - 23^2 \\ &= 4 \text{ Jahre} - 28^2 - 28 \,.\, 23 - \Delta^2 \end{aligned}$$

* * *

Zu Seite 141.

Die Summe $S_a = \text{II} + \text{III} + \text{IV}$ kommt so zu stande:

$$\begin{array}{lll}
\text{II} = 23 \,.\, 28^2 & + \frac{3}{2}\,\Delta\, 28^2 + \Delta\, 23^2 + & \boxed{\begin{array}{r} 17 \,.\, 23^2 \\ -\,17 \,.\, 28^2 \end{array}} \\
\text{III} = \quad 23^3 - \Delta^3 & \quad - \Delta\, 23^2 & \left.\begin{array}{r} +\,34 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ -\,17 \,.\, 23^2 \end{array}\right\} \\
\text{IV} = 28 \,.\, 23^2 + \Delta^3 - \frac{3}{2}\,\Delta\, 28^2 & & +\,17 \,.\, 28^2 \\
\hline
S_a = 23^3 + 23 \,.\, 28^2 + 28 \,.\, 23^2 & & +\,34 \,.\, 28 \,.\, 23
\end{array}$$

Erst durch die Addition von III werden die letzten Bindungen aufgehoben:

$$\begin{array}{rl}
\text{II} + \text{IV} = & 23 \,.\, 28^2 + 28 \,.\, 23^2 + \Delta^3 + \Delta\, 23^2 + 17 \,.\, 23^2 \\
\text{III} = & 23^3 \qquad - \Delta^3 - \Delta\, 23^2 - 17 \,.\, 23^2 + 34 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
\hline
\text{II} + \text{III} + \text{IV} = & 23^3 + 23 \,.\, 28^2 + 28 \,.\, 23^2 \qquad + 34 \,.\, 28 \,.\, 23
\end{array}$$

Eine solche fraktionierte Addition ist lehrreich.

Die Parallelsumme $S_c =$ Diabetes $+$ Embolie $+$ Tod stellt sich so zusammen:

$$\begin{array}{lll}
\text{Diabetes} = & 23^3 + \dfrac{23 \cdot 28^2}{2} - 23\,\Delta^2 + \Delta^3 + & \boxed{\begin{array}{r} 17 \cdot 28 \cdot 23 \\ -17 \cdot 23^2 \end{array}} \\
\text{Embolie} = & - \dfrac{28^3}{2} + 23\,\Delta^2 - \Delta^3 + & 17\,(28 \cdot 23 + 23^2 + 28^2 \\
\text{Tod} = & 23^3 + 28^3 + \left.\begin{array}{r} \dfrac{28^3}{2} \\ - \dfrac{23 \cdot 28^2}{2} \end{array}\right| & - 17 \cdot 28^2 \\
\hline
\text{D} + \text{E} + \text{T} = & 2 \cdot 23^3 + 28^3 & + 34 \cdot 28 \cdot 23
\end{array}$$

Es ist wieder:

$$\begin{array}{rll}
\text{Diabetes} + \text{Embolie} = & 23^3 + 17 \cdot 28^2 + 34 \cdot 28 \cdot 23 & - \Delta \dfrac{28^2}{2} \\
\text{Tod} = & 28^3 + 23^3 - 17 \cdot 28^2 & + \Delta \dfrac{28^2}{2} \\
\hline
\text{Summe} = & 28^3 + 2 \cdot 23^3 \qquad + 34 \cdot 28 \cdot 23 &
\end{array}$$

Weiterhin ergibt sich die Summe

$S_b =$ VII $+$ VIII $+$ IX aus folgendem:

$$\text{VII} + \text{IX war (wie S. 140 ausgeführt)} = \frac{5}{2}\, 23 \cdot 28^2$$

$$\text{VIII} = 6 \cdot 23^2 + 14 \cdot 28^2 + 13 \cdot 28 \cdot 23$$

läßt sich zerlegen:

$$(34 - 28)\, 23^2 + \frac{28^3}{2} + (3 \cdot 23 - 2 \cdot 28)\, 28 \cdot 23$$

Also:

$$\begin{array}{rll}
\text{VIII} = & 34 \cdot 23^2 + \qquad \dfrac{8^3}{2} & + \boxed{\begin{array}{r} 2 \cdot 28 \cdot 23^2 \\ - 2 \cdot 23 \cdot 28^2 \end{array}} \\
\text{Hierzu VII} + \text{IX} = & & + \dfrac{5}{2}\, 23 \cdot 28^2 \\
\hline
\text{VII} + \text{VIII} + \text{IX} = & 34 \cdot 23^2 + \dfrac{28^3 + 23 \cdot 28^2}{2} + 2 \cdot 28 \cdot 23^2 &
\end{array}$$

Die Zerlegung von VIII ist hier freilich eine andere als die früher gegebene. (Vgl. Kap. VII über Mehrdeutigkeit.)

Zu Seite 143.

Außer den eben behandelten Summengruppen ist noch der Parallelität anderer Summengruppen im Text Erwähnung getan.

Es betragen

$$S_{\mathrm{I}}^{\mathrm{V}} = \mathrm{I} + \mathrm{II} + \mathrm{III} + \mathrm{IV} + \mathrm{V} = 28^3 + 3 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + \frac{5}{2} 23 \,.\, 28^2$$

Und $S_{\mathrm{VI}}^{\mathrm{XI}} = \mathrm{VI} + \mathrm{VII} + \mathrm{VIII} + \mathrm{IX} = 2 \,.\, 23^3 + 28 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2 + \frac{3}{2} 28^3$

Will man die Summation S_1 mit der früheren

$$\mathrm{II} + \mathrm{III} + \mathrm{IV} = 23^3 + 23 \,.\, 28^2 + 28 \,.\, 23^2 + 34 \,.\, 28 \,.\, 23$$

und der im Text abgeleiteten

$$\mathrm{I} + \mathrm{V} = 3 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + \Delta^3$$

versöhnen, so muß man die Auffassung von $\mathrm{II} + \mathrm{III} + \mathrm{IV}$ ändern.

Es kann in dieser Summe

$$\mathrm{II} + \mathrm{III} + \mathrm{IV} = 23^3 + 23 \,.\, 28^2 + 28 \,.\, 23^2 + 34 \,.\, 28 \,.\, 23$$

die Bedeutung von $34 = \frac{2}{3} \Sigma$ sein.

Aber 34 kann auch als $14 + 20 = \frac{28}{2} + 4\,\Delta$ aufgefaßt werden.

In diesem letzteren Falle wäre

$$\begin{aligned} 34 \,.\, 28 \,.\, 23 &= \frac{23 \,.\, 28^2}{2} + \boxed{\begin{matrix} 4 \,.\, 23 \,.\, 28^2 \\ -4 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \end{matrix}} \\ &= \frac{23 \,.\, 28^2}{2} + \boxed{\begin{matrix} 28^3 + 23 \,.\, 28^2 \\ -23^3 - 28 \,.\, 23^2 \end{matrix}} - \Delta^3 \text{*)} \end{aligned}$$

Dadurch würde

$$\mathrm{II} + \mathrm{III} + \mathrm{IV} = 2 \,.\, 23 \,.\, 28^2 + 28^3 + \frac{23 \,.\, 28^2}{2} - \Delta^3$$

Dazu $\quad \mathrm{I} + \mathrm{V} = 3 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \qquad + \Delta^3$

Also $\mathrm{I} + \mathrm{II} + \mathrm{III} + \mathrm{IV} + \mathrm{V} = 3 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + \frac{5}{2} 23 \,.\, 28^2 + 28^3$

Wir sehen hier wieder, daß man sich für die eine oder die andere Auffassung entscheiden muß, weil 17 und 34 doppeldeutig sind und wir gegenwärtig noch kein untrügliches Kennzeichen besitzen, das uns lehrt, welche Auffassung im gegebenen Fall die richtige ist.

---

*) d. h. $= \frac{23 \,.\, 28^2}{2} + \Sigma\,(28^2 - 23^2) - \Delta^3$

$= \frac{23 \,.\, 28^2}{2} + \Sigma^2\,\Delta - \Delta^3$

Die fernere Summe:

VI + VII + VIII + IX ergibt sich so:

$$
\begin{array}{rll}
\mathrm{VI} = & 2 . 23^3 + \Delta^3 & + 17 . 23^2 \\
 & & - 17 . 28 . 23 \\
\mathrm{VIII} = & 28 . 23^2 - \Delta^3 & + 17 . 28 . 23 + \frac{3}{2} \Delta\, 28^2 \\
 & & - 17 . 23^2 \\
\hline
\mathrm{VI} + \mathrm{VIII} = & 2 . 23^3 + 28 . 23^2 & + \frac{3}{2} \Delta\, 28^2
\end{array}
$$

Es war aber

$$
\mathrm{VII} + \mathrm{IX} = \frac{5}{2}\, 23 . 28^2
$$

$$
\mathrm{VI} + \mathrm{VII} + \mathrm{VIII} + \mathrm{IX} = 2 . 23^3 + 28 . 23^2 + 23 . 28^2 + \frac{3}{2}\, 28^3
$$

Denn $\frac{3}{2} \Delta\, 28^2 = \frac{3}{2}\, 28^3 - \frac{3}{2}\, 23 . 28^2$

* * *

Zu Seite 169 und 197.

Im Kapitel VII, das über die Mehrdeutigkeit der Koeffizienten handelt, haben wir auf Seite 169 ff. dargelegt, daß sich die Zerlegung von Lebensaltern nach zwei Prinzipien ausführen lasse: nach ihrer inneren Ähnlichkeit im Bau oder nach ihrer Zugehörigkeit zu einer bestimmten Summe.

Die zur Erläuterung dort angeführten Beispiele zeigen die Lebensformeln, wie sie für die Additon geeignet sind. Abgeleitet aber sollten jene Formeln im Anhang werden (s. a. S. 197).

Die erste Formelgruppe entstammt der Familie Friedrich Wilhelms III. von Preußen und der Königin Luise, deren Daten das Beispiel 45 (S. 192 ff.) behandelt.

Die Lebenszeiten der Geschwister sind dort in folgende Summengruppen eingeteilt.

Friedrich Wilhelm IV.:

$$
\boxed{\begin{array}{r} 17 . 23^2 \\ - 17 . 28^2 \end{array}} + 17 . 28 . 23 + 23 . 28^2 - 28\, \Delta^2 - \Delta^3
$$

Wilhelm I.:

$$\boxed{\begin{array}{r}17 \,.\, 23^2 \\ -17 \,.\, 28^2\end{array}} + \quad 28^3 \quad + 23 \,.\, 28^2 - 2\,\Sigma\,\Delta^2 + \Delta^3$$

Friedrike Luise:

$$\boxed{\begin{array}{r}17 \,.\, 23^2 \\ -17 \,.\, 28 \,.\, 23\end{array}} + 34 \,.\, 28^2 + \boxed{\begin{array}{r}28 \,.\, 23^2 \\ -23 \,.\, 28^2\end{array}} + \Sigma\,\Delta^2$$

Die Summe dieser drei Alter ist:

$$S_1^3 = 23^3 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + 28^3 + 23 \,.\, 28^2 - \Delta^2 (\Sigma + 28)$$

Da

$$-28\,\Delta^2 = 2 \,.\, 23 \,.\, 28^2 - 28^3 - 28 \,.\, 23^2$$

so wird

$$\begin{aligned} S_1^3 &= 23^3 + 28 \,.\, 23^2 + 3 \,.\, 23 \,.\, 28^2 - \Sigma\,\Delta^2 \\ &= \Sigma\,(23^2 - \Delta^2) \;\; + 3 \,.\, 23 \,.\, 28^2 \end{aligned}$$

wie S. 194 aus den Bruttowerten bestimmt wurde.

Im einzelnen leiten sich die drei Lebensalter so ab:

Friedrich Wilhelm IV.:

$$\begin{aligned} & 12 \,.\, 23^2 + 19 \,.\, 28^2 + 4 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ &= (17-5)\, 23^2 + (92 - 56 - 17)\, 28^2 + (17 + 56 - 69)\, 28 \,.\, 23 \\ &= \boxed{\begin{array}{r}17 \,.\, 23^2 \\ -17 \,.\, 28^2\end{array}} + 17 \,.\, 28 \,.\, 23 + 23^3 - 4.28.23^2 + 6.23.28^2 - 2.28^3 \\ &= \boxed{\begin{array}{r}17 \,.\, 23^2 \\ -17 \,.\, 28^2\end{array}} + 17 \,.\, 28 \,.\, 23 + 23 \,.\, 28^2 + \boxed{\begin{array}{c}2 \,.\, 23 \,.\, 28^2 \\ -28^3 - 28 \,.\, 23^2\end{array}} + \\ &\qquad\qquad + \boxed{\begin{array}{c}23^3 + 3 \,.\, 23 \,.\, 28^2 \\ -28^3 - 3 \,.\, 28 \,.\, 23^2\end{array}} \\ &= \boxed{\begin{array}{r}17 \,.\, 23^2 \\ -17 \,.\, 28^2\end{array}} + 17 \,.\, 28 \,.\, 23 + 23 \,.\, 28^2 - 28\,\Delta^2 - \Delta^3 \end{aligned}$$

Wilhelm I.:

$$\begin{aligned} & 4 \,.\, 23^2 + 6 \,.\, 28^2 + 41 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ &= (17 + 56 - 69)\, 23^2 + (23 - 17)\, 28^2 + (69 - 28)\, 28 \,.\, 23 \\ &= \boxed{\begin{array}{r}17 \,.\, 23^2 \\ -17 \,.\, 28^2\end{array}} + 5 \,.\, 28 \,.\, 23^2 - 3 \,.\, 23^3 \\ &= \boxed{\begin{array}{r}17 \,.\, 23^2 \\ -17 \,.\, 28^2\end{array}} + \boxed{\begin{array}{c}4 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \\ -2 \,.\, 23^3 - 2 \,.\, 23 \,.\, 28^2\end{array}} + \boxed{\begin{array}{c}23 \,.\, 28^2 + 28 \,.\, 23^2 \\ -23^3 - 28^3\end{array}} + \\ &\qquad\qquad + 28^3 + 23 \,.\, 28^2 \\ &= \boxed{\begin{array}{r}17 \,.\, 23^2 \\ -17 \,.\, 28^2\end{array}} - 2 \,.\, 23\,\Delta^2 - \Sigma\,\Delta^2 + \Sigma \,.\, 28^2 \end{aligned}$$

Da

$$-2 \,.\, 23\,\Delta^2 - \Sigma\Delta^2 = -2\,\Sigma\Delta^2 + \Delta^3$$

so ist das Lebensalter Wilhelms I

$$= \boxed{\begin{array}{r} 17 \,.\, 23^2 \\ -17 \,.\, 28^2 \end{array}} + \Sigma \,.\, 28^2 - 2\,\Sigma\Delta^2 + \Delta^3$$

Friedrike Luise:

$$\begin{aligned} & 12 \,.\, 23^2 + 16 \,.\, 28^2 + 6 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ = & (17 - 5)\, 23^2 + (34 + 28 - 46)\, 28^2 + (23 - 17)\, 28 \,.\, 23 \\ = & \boxed{\begin{array}{r} 17 \,.\, 23^2 \\ -17 \,.\, 28 \,.\, 23 \end{array}} + 34 \,.\, 28^2 + 28^3 + 23^3 - 2 \,.\, 23 \,.\, 28^2 \\ = & \boxed{\begin{array}{r} 17 \,.\, 23^2 \\ -17 \,.\, 28 \,.\, 23 \end{array}} + 34 \,.\, 28^2 + \boxed{\begin{array}{r} 28 \,.\, 23^2 \\ -23 \,.\, 28^2 \end{array}} + \Sigma\Delta^2 \end{aligned}$$

* * *

Die zweite Summengruppe umfaßt die vier Geschwister:

$$\begin{array}{ll} \text{Friedrike:} & 17 \,.\, 28^2 + \boxed{\begin{array}{r} 17 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ -17 \,.\, 23^2 \end{array}} - \dfrac{28^3}{2} + \boxed{\begin{array}{r} 2 \,.\, 23^3 \\ -2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 \end{array}} + 2 \,.\, 23\,\Delta^2 \\ \text{Karl:} & 17 \,.\, 28^2 + \boxed{\begin{array}{r} 17 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ -17 \,.\, 23^2 \end{array}} - \dfrac{28^3}{2} + 2 \,.\, 23^3 + 2 \,.\, 23\,\Delta^2 \\ \text{Alexandrine:} & 17 \,.\, 23^2 + \boxed{\begin{array}{r} 28^3 \\ -23^3 \end{array}} + 28 \,.\, 23^2 - \Sigma\Delta^2 + 2\,\Delta^3 \\ \text{Fr. Ferdin.:} & 17 \,.\, 28^2 + 17 \,.\, 28 \,.\, 23 \left.\begin{array}{r} +28 \,.\, 23^2 \\ -2 \,.\, 23 \,.\, 28^2 \end{array}\right\} -2\,\Sigma\Delta^2 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{Summe} = & 51 \,.\, 28^2 + 51 \,.\, 28 \,.\, 23 - 17 \,.\, 23^2 + \left.\begin{array}{r} 3 \,.\, 23^3 \\ -2 \,.\, 23 \,.\, 28^2 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{r} +4 \,.\, 23\,\Delta^2 \\ -3\,\Sigma\Delta^2 \end{array}\right\} + 2\,\Delta^3 \\ = & 28^3 + 28 \,.\, 23^2 + 3 \,.\, 23^3 - 17 \,.\, 23^2 + (23 - 3 \,.\, 28 + 2 \,.\, 28 - \\ & - 2 \,.\, 23)\,\Delta^2 \\ = & 28^3 + 2 \,.\, 23^3 + 34 \,.\, 23^2 - \Sigma\Delta^2 \\ = & 23^3 + 23 \,.\, 28^2 + 28 \,.\, 23^2 + 34 \,.\, 23^2 \end{aligned}$$

Die einzelnen Alter sind diese:

$$\begin{aligned} \text{Friedrike:} \quad & -9 \,.\, 23^2 + 3 \,.\, 28^2 + 4 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ = & (92 - 84 - 17)\, 23^2 + (17 - 14)\, 28^2 + (17 + 56 - 69)\, 28 \,.\, 23 \\ = & 17 \,.\, 28^2 + \boxed{\begin{array}{r} 17 \,.\, 28 \,.\, 23 \\ -17 \,.\, 23^2 \end{array}} + 4 \,.\, 23^3 - \frac{28^3}{2} - 6 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + \\ & + 2 \,.\, 23 \,.\, 28^2 \end{aligned}$$

$$= 17 \cdot 28^2 + \boxed{\begin{matrix} 17 \cdot 28 \cdot 23 \\ - 17 \cdot 23^2 \end{matrix}} - \frac{28^3}{2} + \boxed{\begin{matrix} 2 \cdot 23^3 + 2 \cdot 23 \cdot 28^2 \\ - 4 \cdot 28 \cdot 23^2 \end{matrix}} +$$
$$+ \boxed{\begin{matrix} 2 \cdot 23^3 \\ - 2 \cdot 28 \cdot 23^2 \end{matrix}}$$
$$= 17 \cdot 28^2 + \boxed{\begin{matrix} 17 \cdot 28 \cdot 23 \\ - 17 \cdot 23^2 \end{matrix}} - \frac{28^3}{2} + 2 \cdot 23 \Delta^2 + \boxed{\begin{matrix} 2 \cdot 23^3 \\ - 2 \cdot 28 \cdot 23^2 \end{matrix}}$$

Karl: $19 \cdot 23^2 + 3 \cdot 28^2 + 27 \cdot 28 \cdot 23$
$= \text{Friedrike Auguste} + 2 \cdot 28 \cdot 23^2$

d. h.

$$= 17 \cdot 28^2 + \boxed{\begin{matrix} 17 \cdot 28 \cdot 23 \\ - 17 \cdot 23^2 \end{matrix}} - \frac{28^3}{2} + 2 \cdot 23^3 + 2 \cdot 23 \Delta^2$$

Alexandrine: $9 \cdot 23^2 + 10 \cdot 28^2 + 31 \cdot 28 \cdot 23$

$$= (17 + 84 - 92)\, 23^2 + 10 \cdot 28^2 + (115 - 84)\, 28 \cdot 23$$
$$= 17 \cdot 23^2 + 8 \cdot 28 \cdot 23^2 - 5 \cdot 23 \cdot 28^2 + 2 \cdot 28^3 - 4 \cdot 23^3$$
$$= 17 \cdot 23^2 + 28 \cdot 23^2 + \boxed{\begin{matrix} 28 \cdot 23^2 + 23 \cdot 28^2 \\ - 28^3 - 23^3 \end{matrix}} + \boxed{\begin{matrix} 28^3 \\ - 23^3 \end{matrix}} +$$
$$+ \boxed{\begin{matrix} 2 \cdot 28^3 + 6 \cdot 28 \cdot 23^2 \\ - 2 \cdot 23^3 - 6 \cdot 23 \cdot 28^2 \end{matrix}}$$
$$= 17 \cdot 23^2 + 28 \cdot 23^2 + \boxed{\begin{matrix} 28^3 \\ - 23^3 \end{matrix}} - \Sigma \Delta^2 + 2 \Delta^3$$

Friedrich Ferdinand:

$$10 \cdot 23^2 + 7 \cdot 28^2 - 16 \cdot 28 \cdot 23$$
$$= 10 \cdot 23^2 + (17 - 10)\, 28^2 + (17 + 23 - 56)\, 28 \cdot 23$$
$$= 17\,(28^2 + 28 \cdot 23) + 10\,(23^2 - 28^2) + 28 \cdot 23^2 - 2 \cdot 23 \cdot 28^2$$
$$= \left.\begin{matrix} 17\,(28^2 + 28 \cdot 23) \\ - 23 \cdot 28^2 \end{matrix}\right\} + \boxed{\begin{matrix} 28 \cdot 23^2 \\ - 23 \cdot 28^2 \end{matrix}} - 2 \Sigma \Delta^2$$

* * *

Die letzte Gruppe besteht aus:

Luise Auguste: $\frac{3}{2}\, 28 \cdot 23^2 + 28^3 - 17\,(23^2 + 28 \cdot 23) - \Sigma \Delta^2$

Albrecht: $+ 17\,(23^2 + 28^2) \quad + 28 \Delta^2$

$$\text{Summe} = \frac{3}{2}\, 28 \cdot 23^2 + 28^3 + \boxed{\begin{matrix} 17 \cdot 28^2 \\ - 17 \cdot 28 \cdot 23 \end{matrix}} \quad - 23 \Delta^2$$

Und es bestimmen sich:

Luise Auguste Wilhelmine:

$$\begin{aligned}
&2 \,.\, 23^2 + 34 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
&= (42 - 23 - 17)\, 23^2 + (51 - 17)\, 28 \,.\, 23 \\
&= \frac{3}{2}\, 28 \,.\, 23^2 + \underset{-\,23^3}{28^3} + \underset{-\,28^3}{28 \,.\, 23^2 + 23 \,.\, 28^2} - 17\,(23^2 + 28 \,.\, 23) \\
&= \frac{3}{2}\, 28 \,.\, 23^2 + 28^3 - \Sigma\Delta^2 - 17\,(23^2 + 28 \,.\, 23)
\end{aligned}$$

Albrecht:

$$\begin{aligned}
&17 \,.\, 23^2 + 22 \,.\, 28^2 - 5 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
&= 17\,(23^2 + 28^2) + 5\,(28^2 - 28 \,.\, 23) \\
&= 17\,(23^2 + 28^2) + 28\,\Delta^2
\end{aligned}$$

* * *

Zu Seite 170.

Auf S. 170 ist die Summe der Lebenszeiten dreier Geschwister Friedrich Wilhelms III. von Preußen erwähnt (aus Beisp. 47).

Es sind das:

Friedrich Ludwig Karl	(3):	$-18 \,.\, 23^2 + 18 \,.\, 28^2 + 6 \,.\, 28 \,.\, 23$
Friedrike Luise	(4):	$5 \,.\, 23^2 + 21 \,.\, 28^2 + 6 \,.\, 28 \,.\, 23$
Auguste Christiane	(5):	$8 \,.\, 23^2 + 18 \,.\, 28^2 + 6 \,.\, 28 \,.\, 23$

$$\begin{aligned}
(3) + (4) + (5) &= -\ 5 \,.\, 23^2 + 57 \,.\, 28^2 + 18 \,.\, 28 \,.\, 23 \\
&= 23^3 + \boxed{\begin{matrix} 23 \,.\, 28^2 \\ -\,28 \,.\, 23^2 \end{matrix}} + 34 \,.\, 28^2 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 - 23 \,.\, 28^2 \\
&= 23^3 + 28 \,.\, 23^2 + 34 \,.\, 28^2
\end{aligned}$$

Dieser Summe trägt die Zerlegung Rechnung:

$$\begin{aligned}
(3)&:\ 28^3 - 17 \,.\, 28 \,.\, 23 - 2\,\Sigma\Delta^2 \\
(4)&:\ 2 \,.\, 23 \,.\, 28^2 - 17\,(28^2 + 28 \,.\, 23) + \boxed{\begin{matrix} 28^3 \\ -\,23^3 \end{matrix}} + 2 \,.\, 28\,\Delta^2 \\
(5)&:\ 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 + 23^3 - 17 \,.\, 28 \,.\, 23 + \boxed{\begin{matrix} 23^3 \\ -\,28^3 \end{matrix}} + 2 \,.\, 23\,\Delta^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S_a :\ & 28^3 + 23^3 + 2 \,.\, 23 \,.\, 28^2 + 2 \,.\, 28 \,.\, 23^2 - 51 \,.\, 28 \,.\, 23 - 17 \,.\, 28^2 \\
&= 28^3 + 23 \,.\, 28^2 - 17 \,.\, 28^2 + 23^3 + 28 \,.\, 23^2 \\
&= 34 \,.\, 28^2 + 23^3 + 28 \,.\, 23^2
\end{aligned}$$

Die Ableitung dieser Lebensformeln sei in folgendem gegeben.

Friedrich Ludwig Karl:

$$
\begin{aligned}
&-18 \cdot 23^2 + 18 \cdot 28^2 + 6 \cdot 28 \cdot 23 \\
&= -28 \cdot 23^2 + 28^3 + 10 \cdot (23^2 - 28^2) + (23 - 17)\, 28 \cdot 23 \\
&= 28^3 - 17 \cdot 28 \cdot 23 - 2\,\Sigma\Delta^2
\end{aligned}
$$

Friedrike Luise:

$$
\begin{aligned}
&= 5 \cdot 23^2 + 21 \cdot 28^2 + 6 \cdot 28 \cdot 23 \\
&= 5 \cdot 23^2 + (84 - 46 - 17)\, 28^2 + (23 - 17)\, 28 \cdot 23 \\
&= 2 \cdot 28 \cdot 23^2 - 2 \cdot 23 \cdot 28^2 + 3 \cdot 28^3 - 23^3 - 17\,(28^2 + 28 \cdot 23) \\
&= \boxed{\begin{matrix} 2 \cdot 28 \cdot 23^2 + 2 \cdot 28^3 \\ - 4 \cdot 23 \cdot 28^2 \end{matrix}} + \boxed{\begin{matrix} 28^3 \\ - 23^3 \end{matrix}} + 2 \cdot 23 \cdot 28^2 \\
&\qquad - 17\,(28^2 + 28 \cdot 23) \\
&= 2 \cdot 23 \cdot 28^2 - 17\,(28^2 + 28 \cdot 23) + \boxed{\begin{matrix} 28^3 \\ - 23^3 \end{matrix}} + 2 \cdot 28\,\Delta^2
\end{aligned}
$$

Auguste Christiane:

$$
\begin{aligned}
&= 8 \cdot 23^2 + 18 \cdot 28^2 + 6 \cdot 28 \cdot 23 \\
&= (92 - 84)\, 23^2 + (46 - 28)\, 28^2 + (23 - 17)\, 28 \cdot 23 \\
&= \boxed{\begin{matrix} 2 \cdot 23^3 + 2 \cdot 23 \cdot 28^2 \\ - 4 \cdot 28 \cdot 23^2 \end{matrix}} + \boxed{\begin{matrix} 23^3 \\ - 28^3 \end{matrix}} + 23^3 + 2 \cdot 28 \cdot 23^2 - \\
&\qquad - 17 \cdot 28 \cdot 23 \\
&= 23^3 + 2 \cdot 28 \cdot 23^2 + \boxed{\begin{matrix} 23^3 \\ - 28^3 \end{matrix}} - 17 \cdot 28 \cdot 23 + 2 \cdot 23\,\Delta^2
\end{aligned}
$$

* * *

HILFSTABELLEN.

365.

1	365	35	12775	68	24820
2	730	36	13140	69	25185
3	1095	37	13505	70	25550
4	1460	38	13870	71	25915
5	1825	39	14235	72	26280
6	2190	40	14600	73	26645
7	2555	41	14965	74	27010
8	2920	42	15330	75	27375
9	3285	43	15695	76	27740
10	3650	44	16060	77	28105
11	4015	45	16425	78	28470
12	4380	46	16790	79	28835
13	4745	47	17115	80	29200
14	5110	48	17520	81	29565
15	5475	49	17885	82	29930
16	5840	50	18250	83	30295
17	6205	51	18615	84	30660
18	6570	52	18980	85	31025
19	6935	53	19345	86	31390
20	7300	54	19710	87	31755
21	7665	55	20075	88	32120
22	8030	56	20440	89	32485
23	8395	57	20805	90	32850
24	8760	58	21170	91	33215
25	9125	59	21535	92	33580
26	9490	60	21900	93	33945
27	9855	61	22265	94	34310
28	10220	62	22630	95	34675
29	10585	63	22995	96	35040
30	10950	64	23360	97	35405
31	11315	65	23725	98	35770
32	11680	66	24090	99	36135
33	12045	67	24455	100	36500
34	12410				

23.				28.			
1	23	36	828	1	28	29	812
2	46	37	851	2	56	30	840
3	69	38	874	3	84	31	868
4	92	39	897	4	112	32	896
5	115	40	920	5	140	33	924
6	138	41	943	6	168	34	952
7	161	42	966	7	196	35	980
8	184	43	989	8	224	36	1008
9	207	44	1012	9	252	37	1036
10	230	45	1035	10	280	38	1064
11	253	46	1058	11	308	39	1092
12	276	47	1081	12	336	40	1120
13	299	48	1104	13	364	41	1148
14	322	49	1127	14	392	42	1176
15	345	50	1150	15	420	43	1204
16	368	51	1173	16	448	44	1232
17	391	52	1196	17	476	45	1260
18	414	53	1219	18	504	46	1288
19	437	54	1242	19	532	47	1316
20	460	55	1265	20	560	48	1344
21	483	56	1288	21	588	49	1372
22	506	57	1311	22	616	50	1400
23	529	58	1334	23	644	51	1428
24	552	59	1357	24	672	52	1456
25	575	60	1380	25	700	53	1484
26	598	61	1403	26	728	54	1512
27	621	62	1426	27	756	55	1540
28	644	63	1449	28	784	56	1568
29	667	64	1472				
30	690	65	1495				
31	713	66	1518				
32	736	67	1541				
33	759	68	1564				
34	782	69	1587				
35	805						

23²

1	529	36	19044
2	1058	37	19573
3	1587	38	20102
4	2116	39	20631
5	2645	40	21160
6	3174	41	21689
7	3703	42	22218
8	4232	43	22747
9	4761	44	23276
10	5290	45	23805
11	5819	**46**	**24334**
12	6348	47	24863
13	6877	48	25392
14	7406	49	25921
15	7935	50	26450
16	8464	51	26979
17	8993	52	27508
18	9522	53	28037
19	10051	54	28566
20	10580	55	29095
21	11109	56	29624
22	11638	57	30153
23	**12167**	58	30682
24	12696	59	31211
25	13225	60	31740
26	13754	61	32269
27	14283	62	32798
28	14812	63	33327
29	15341	64	33856
30	15870	65	34385
31	16399	66	34914
32	16928	67	35443
33	17457	68	35972
34	17986	**69**	**36501**
35	18515		

28^2			
1 . . .	784	29 . . .	22736
2 . . .	1568	30 . . .	23520
3 . . .	2352	31 . . .	24304
4 . . .	3136	32 . . .	25088
5 . . .	3920	33 . . .	25872
6 . . .	4704	34 . . .	26656
7 . . .	5488	35 . . .	27440
8 . . .	6272	36 . . .	28224
9 . . .	7056	37 . . .	29008
10 . . .	7840	38 . . .	29792
11 . . .	8624	39 . . .	30576
12 . . .	9408	40 . . .	31360
13 . . .	10192	41 . . .	32144
14 . . .	10976	42 . . .	32928
15 . . .	11760	43 . . .	33712
16 . . .	12544	44 . . .	34496
17 . . .	13328	45 . . .	35280
18 . . .	14112	46 . . .	36064
19 . . .	14896	47 . . .	36848
20 . . .	15680	48 . . .	37632
21 . . .	16464	49 . . .	38416
22 . . .	17248	50 . . .	39200
23 . .	18032	51 . . .	39984
24 . . .	18816	52 . . .	40768
25 . . .	19600	53 . . .	41552
26 . . .	20384	54 . . .	42336
27 . . .	21168	55 . . .	43120
28 . . .	**21952**	**56** . . .	**43904**

23 . 28

1	644	27	17388
2	1288	28	18032
3	1932	29	18676
4	2576	30	19320
5	3220	31	19964
6	3864	32	20608
7	4508	33	21252
8	5152	34	21896
9	5796	35	22540
10	6440	36	23184
11	7084	37	23828
12	7728	38	24472
13	8372	39	25116
14	9016	40	25760
15	9660	41	26404
16	10304	42	27048
17	10948	43	27692
18	11592	44	28336
19	12236	45	28980
20	12880	46	29624
21	13524	47	30268
22	14168	48	30912
23	14812	49	31556
24	15456	50	32200
25	16100	51	32844
26	16744		

Die natürlichen Zahlen
als Differenzen von 28 und 23.

1 = 14 . 28 — 17 . 23	1 = 11 . 23 — 9 . 28
2 = 5 . 28 — 6 . 23	2 = 22 . 23 — 18 . 28
3 = 19 . 28 — 23 . 23	3 = 5 . 23 — 4 . 28
4 = 10 . 28 — 12 . 23	4 = 16 . 23 — 13 . 28
5 = 1 . 28 — 1 . 23	5 = 27 . 23 — 22 . 28
6 = 15 . 28 — 18 . 23	6 = 10 . 23 — 8 . 28
7 = 6 . 28 — 7 . 23	7 = 21 . 23 — 17 . 28
8 = 20 . 28 — 24 . 23	8 = 4 . 23 — 3 . 28
9 = 11 . 28 — 13 . 23	9 = 15 . 23 — 12 . 28
10 = 2 . 28 — 2 . 23	10 = 26 . 23 — 21 . 28
11 = 16 . 28 — 19 . 23	11 = 9 . 23 — 7 . 28
12 = 7 . 28 — 8 . 23	12 = 20 . 23 — 16 . 28
13 = 21 . 28 — 25 . 23	13 = 3 . 23 — 2 . 28
14 = 12 . 28 — 14 . 23	14 = 14 . 23 — 11 . 28
15 = 3 . 28 — 3 . 23	15 = 25 . 23 — 20 . 28
16 = 17 . 28 — 20 . 23	16 = 8 . 23 — 6 . 28
17 = 8 . 28 — 9 . 23	17 = 19 . 23 — 15 . 28
18 = 22 . 28 — 26 . 23	18 = 2 . 23 — 1 . 28
19 = 13 . 28 — 15 . 23	19 = 13 . 23 — 10 . 28
20 = 4 . 28 — 4 . 23	20 = 24 . 23 — 19 . 28
21 = 18 . 28 — 21 . 23	21 = 7 . 23 — 5 . 28
22 = 9 . 28 — 10 . 23	22 = 18 . 23 — 14 . 28
23 = 23 . 28 — 27 . 23	23 = 29 . 23 — 23 . 28
	24 = 12 . 23 — 9 . 28
	25 = 23 . 23 — 18 . 28
	26 = 6 . 23 — 4 . 28
	27 = 17 . 23 — 13 . 28
	28 = 28 . 23 — 22 . 28

Koeffizientenzerlegungen.		
1	$= 34 + 23 - 56$ $= 14 + 56 - 69$	$= 46 - 28 - 17$
2	$= 28 + 14 - 23 - 17$ $= 92 - 56 - 34$	$= 34 + 14 - 46$ $= 140 - 138$
3	$= 17 - 14$ $= 34 + 84 - 115$	$= 23 + 14 - 34$ $= 115 - 112$
4	$= 17 + 56 - 69$	$= 46 - 28 - 14$
5	$= 28 - 23$	
6	$= 23 - 17$ $= 84 - 92 + 14$	$= 34 - 28$
7	$= 17 + 46 - 56$	$= 28 + 14 + 34 - 69$
8	$= 17 + 14 - 23$ $= 92 - 84$	$= 28 + 14 - 34$ $= 140 - 115 - 17$
9	$= 23 - 14$	$= 34 + 115 - 140$
10	$= 56 - 46$	$= 69 - 17 - 28 - 14$
11	$= 28 - 17$ $= 140 - 115 - 14$	$= 34 - 23$
12	$= 17 - 5$ $= 138 - 112 - 14$	$= 46 - 34$
13	$= 69 - 56$	$= 17 + 28 + 14 - 46$
14	$= 14$	

	Koeffizientenzerlegungen	
15	$= 84 - 69$ $= 46 - 14 - 17$	$= 34 + 23 - 28 - 14$
16	$= 34 + 28 - 46$ $= 140 - 138 + 14$	$= 56 - 23 - 17$
17	$= 17$	$= 115 - 84 - 14$
18	$= 46 - 28$	
19	$= 28 + 14 - 23$	$= 92 - 56 - 17$
20	$= 34 - 14$	$= 23 + 14 - 17$
21	$= 28 - 7$ $= 17 + 46 - 28 - 14$	$= 84 - 46 - 17$
22	$= 17 + 5$ $= 92 - 56 - 14$	$= 56 - 34$
23	$= 23$	
24	$= 69 - 28 - 17$ $= 56 + 14 - 46$	$= 34 + 46 - 56$
25	$= 28 + 14 - 17$	$= 34 + 14 - 23$
26	$= 23 - 14 + 17$	$= 46 + 14 - 34$
27	$= 17 + 56 - 46$	$= 69 - 28 - 14$
28	$= 28$	

	Koeffizientenzerlegungen	
29	$= 34 - 5$ $= 84 + 14 - 69$	$= 46 - 17$
30	$= 69 - 56 + 17$	$= 34 + 28 + 14 - 46$
31	$= 14 + 17$	
32	$= 46 - 14$	$= 17 + 84 - 69$
33	$= 56 - 23$	
34	$= 34$	$= 4\,(28 - 23) + 14$
35	$= 69 - 34$	$= 17 + 46 - 28$
36	$= 92 - 56$	$= 17 + 28 + 14 - 23$
37	$= 23 + 14$	
38	$= 84 - 46$	
39	$= 34 + 5$	$= 56 - 17$
40	$= 17 + 23$	$= 46 + 28 - 34$
41	$= 69 - 28$	
42	$= 28 + 14$	
43	$= 112 - 69$	$= 34 + 23 - 14$
44	$= 84 - 23 - 17$	$= 56 - 46 + 34$
45	$= 17 + 28$	$= 56 + 23 - 34$
46	$= 2 . 23$	

Koeffizientenzerlegungen		
47	$= 34 + 69 - 2 . 28$	$= 56 - 23 + 14$
48	$= 34 + 14$	
49	$= 56 - 7$	$= 34 + 84 - 69$
50	$= 84 - 34$	$= 56 - 23 + 17$
51	$= 28 + 23$	

* * *

Da einige Koeffizientenzerlegungen besonders häufig vorkommen, so stelle ich sie noch einmal in den folgenden Gleichungsgruppen zusammen.

$$\begin{aligned} 9 &= 23 - 14 \\ 19 &= 28 + 14 - 23 \\ 37 &= 23 + 14 \\ 42 &= 28 + 14 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 18 &= 2 . 23 - 28 \\ 33 &= 2 . 28 - 23 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6 &= 23 - 17 \\ 11 &= 28 - 17 \\ 16 &= 2 . 28 - 17 - 23 \\ 12 &= 17 - 5 \\ 22 &= 17 + 5 \end{aligned}$$

Abkürzungen.

In dieser Arbeit bedeuten:

$$\Delta = 28 - 23 \text{ Lebenstage}$$
$$\Sigma = 28 + 23 \quad ,,$$

Die Äquivalenz von 28 und 23 Lebenstagen wird bezeichnet durch

$$28 \models\!\dashv 23$$

lies: 28 Lebenstage sind biologisch gleich 23 Lebenstagen (vgl. S. 16 und 35).

In eigener Sache.

Die beiden untrennbaren Hauptgedanken dieses Buches: die zwiefache Periodizität aller Lebensvorgänge und die dauernde Doppelgeschlechtigkeit der Lebewesen, sind — und zwar jeder besonders — von zwei jugendlichen Wiener Doktoren angeblich ebenfalls entdeckt und schleunigst veröffentlicht worden.

Der inzwischen verstorbene Otto Weininger hat die dauernde Bisexualität, Hermann Swoboda das periodische Geschehen für sich reklamiert. Beide Autoren waren miteinander aufs innigste befreundet und hatten Zutritt zu ein und derselben Quelle: dem Prof. Sigmund Freud in Wien.

Mit Freud stand ich jahrelang in freundschaftlichem Verkehr. Ihm habe ich alle meine wissenschaftlichen Gedanken und Keime rückhaltlos anvertraut. Daß wirklich über ihn meine Ideen zu Weininger und Swoboda gelangt seien, hat er mir auf eindringendes Befragen selbst zugestanden. Freilich erst nachdem beider Publikationen längst erfolgt waren.

Die genaue und kritische Darlegung dieses Falles hat der Berliner königliche Bibliothekar Dr. Richard Pfennig in der Schrift „Wilhelm Fließ und seine Nachentdecker Otto Weininger und Hermann Swoboda"*) mit aller wünschenswerten Ausführlichkeit gegeben. Es spricht hier ein Historiker und Mathematiker von Fach, dem wir die schöne Arbeit über die Prioritätsfrage zwischen Lagrange und Arbogast verdanken.**)

Berlin, im November 1905.

W. F.

*) Berlin, Emil Goldschmidt 1906.

**) „Wer hat zuerst die Analysis von der Methaphysik emanzipiert?" Erschienen in der Festschrift für August Wilmanns. Leipzig, Otto Harrassowitz 1903.

Druckfehler-Verzeichnis.

S.	50,	Zeile	16, 19, 20, 21	von	oben:	statt	$(28—23^2)$	lies	$(28—23)^2$
„	60,	„	2	„	unten:	„	E^2	„	E
„	72,	„	5	„	unten:	„	dem	„	denn
„	74,	„	14	„	oben:	„	28^2	„	$—28^2$
„	75,	„	12	„	unten:	„	immer in	„	immer auf
„	76,	„	7	„	oben:	„	Wert	„	Gegenwert
„	84,	„	4	„	unten (Anm.)	„	28.2	„	28.23
„	107,	„	6	„	unten (Anm.)	„	$— 2.23\,\Delta^2$	„	$— 2.23^2\,\Delta$
„	113,	„	17	„	oben:	„	$2.28.23^3$	„	$2.28.23^2$
„	115,	„	2	„	unten:	„	$- 2\,(28 - 23^2)$	„	$- 2\,(28 - 23)^2$
„	122,	„	7	„	unten:	„	$17\,(23^3 + 28.23)$	„	$17\,(23^2 + 28.23)$
„	132,	„	5	„	unten:	„	$\frac{28^3 + 28.23^2}{2}$	„	$\frac{28^3 + 23.28^2}{2}$
„	138,	„	11 und 12	„	unten:	„	$— \Delta\, 28^2$	„	$+ \Delta\, 28^2$
„	154,	„	7	„	unten (Anm.)	„	$+ \Sigma\, \Delta^2$	„	$- \Sigma\, \Delta^2$
„	168,	„	5	„	oben:	„	$\frac{5}{3} E^3$	„	$\frac{7}{6} E^3$
„	169,	„	13	„	oben:	„	34.23^3	„	34.23^2
„	170,	„	1	„	oben:	„	$2.28.23^2$	„	28.23^2
„	180,	„	4	„	unten (Anm.)	„	$-\frac{28.23^2}{3}$	„	$-\frac{28\ 23^2}{2}$
„	207,	„	4	„	unten:	„	$3\,\Sigma\,(23\ldots.$	„	$3\,\Sigma\,(23^2$
„	207,	„	7	„	unten:	„	ist anzufügen		$+\frac{\Sigma}{2}(28.23)$
„	216,	„	8	„	oben:	„	$-\frac{28}{2} 23^2$	„	$+\frac{28}{2} 23^2$
„	224,	„	10		oben:	„	$-\frac{3}{4}\ E^3$	„	$-\frac{1}{4} E^3$
„	253,	„	2	„	unten:	„	1887	„	1897
„	254,	„	12	„	unten (Text)	„	67	„	76 Tage alt
„	321,	„	4	„	unten:	hinzuzufügen S. 274			
„	336,	„	8	„	unten:		„		$+ \Delta^2$
„	365,	„	3	„	unten:	statt	$\mathrm{I} = \frac{28^2}{4} + \ldots$	lies	$= \frac{28^2}{2}$
„	415,	„	5	„	oben:	hinzuzufügen $+ \Delta^2$			
„	431,	„	15	„	oben:	statt	$\left(28 + \frac{28}{2}\right)$	lies	$\left(23 + \frac{28}{2}\right)$