

**Die Grundempfindungen in normalen und anomalen Farbensystemen und ihre Intensitätsverteilung im Spektrum / von Arthur König und Conrad Dieterici. Mit 8 Figuren im Text.**

**Contributors**

König, Arthur, 1856-1901.

Dieterich, Conrad, 1575-1639.

Augustus Long Health Sciences Library

**Publication/Creation**

Hamburg ; Leipzig : L. Voss, 1892.

**Persistent URL**

<https://wellcomecollection.org/works/t35h3xx8>

**License and attribution**

This material has been provided by This material has been provided by the Augustus C. Long Health Sciences Library at Columbia University and Columbia University Libraries/Information Services, through the Medical Heritage Library. The original may be consulted at the the Augustus C. Long Health Sciences Library at Columbia University and Columbia University. where the originals may be consulted.

This work has been identified as being free of known restrictions under copyright law, including all related and neighbouring rights and is being made available under the Creative Commons, Public Domain Mark.

You can copy, modify, distribute and perform the work, even for commercial purposes, without asking permission.



Wellcome Collection  
183 Euston Road  
London NW1 2BE UK  
T +44 (0)20 7611 8722  
E [library@wellcomecollection.org](mailto:library@wellcomecollection.org)  
<https://wellcomecollection.org>

COLUMBIA LIBRARIES OFFSITE  
HEALTH SCIENCES STANDARD



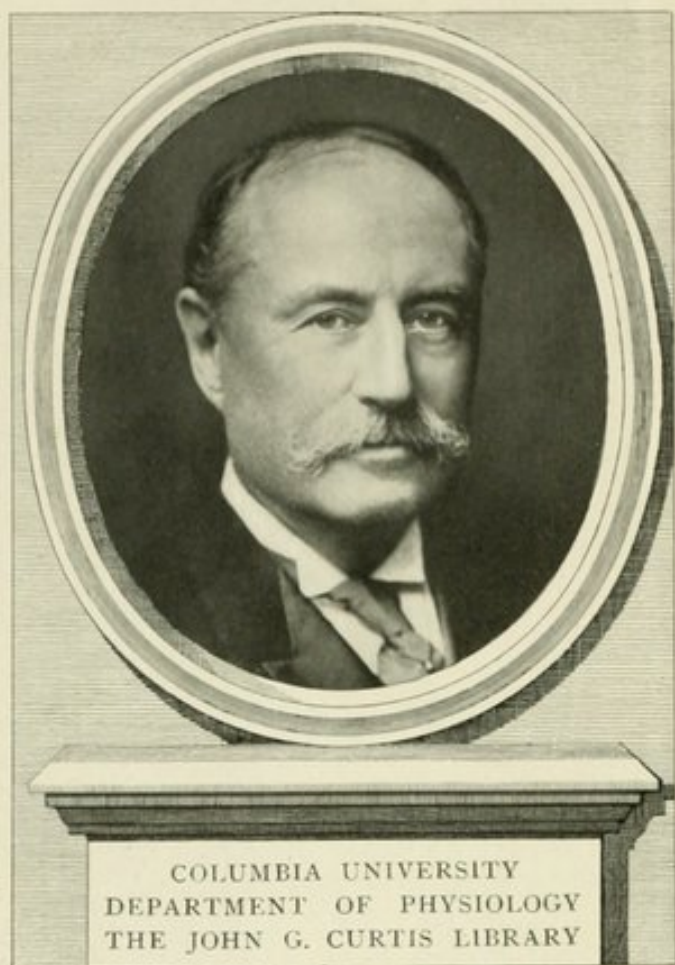
HX64104109

QP481 .K83

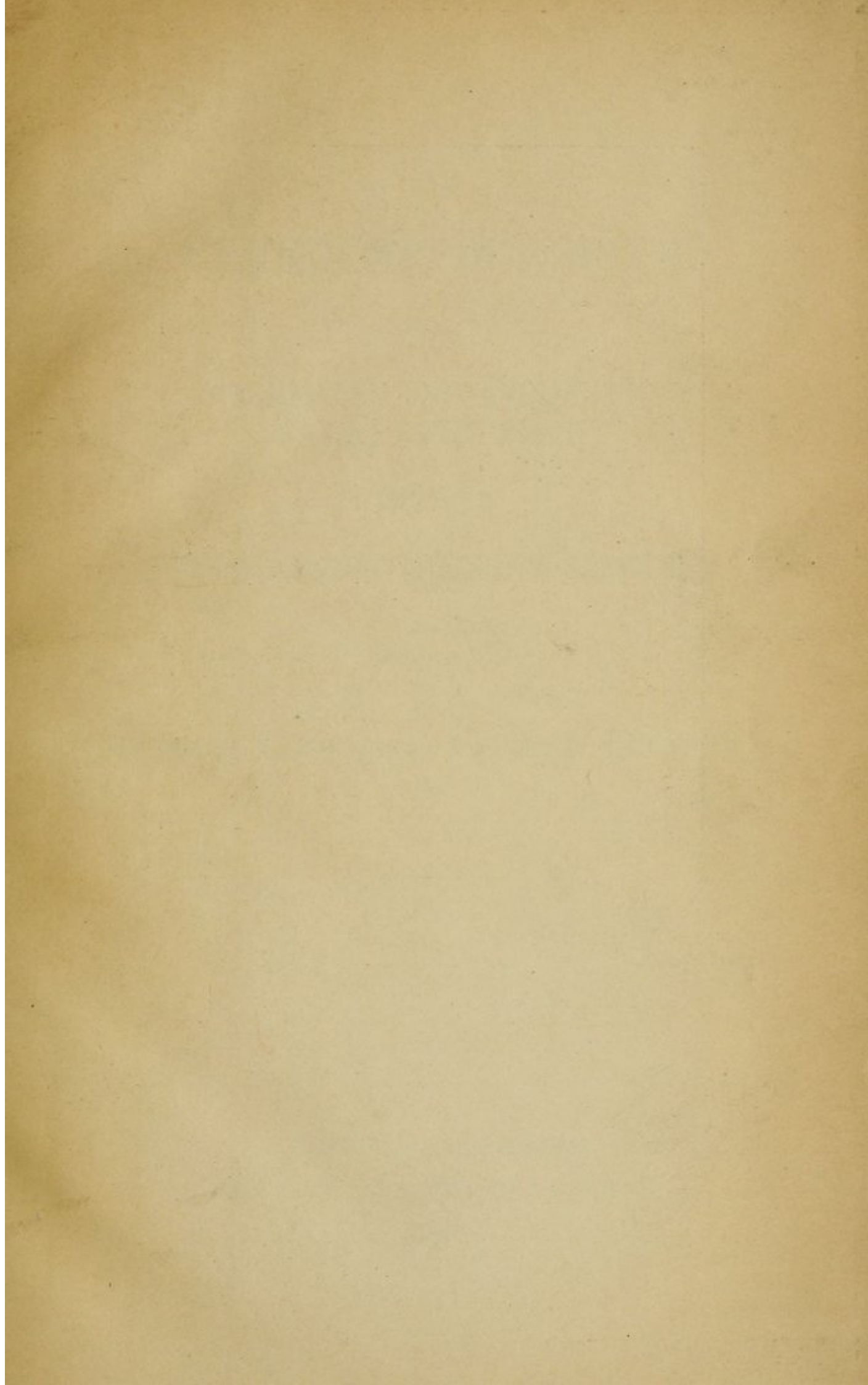
Die Grundempfindungen

**RECAP**

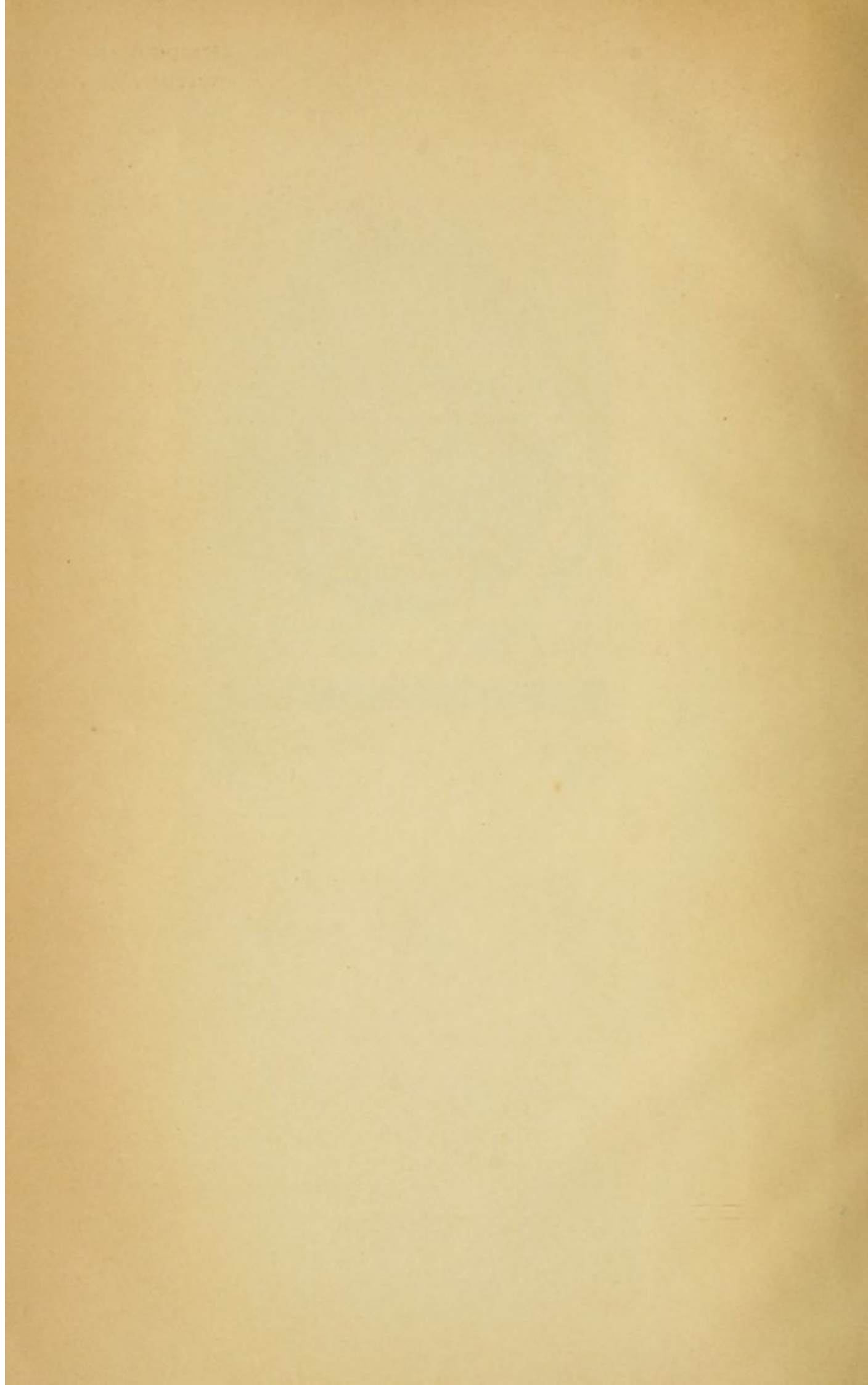




From the library of  
C. Ludwig  
Leipzig 1895







DIE  
GRUNDEMPFINDUNGEN  
IN  
NORMALEN UND ANOMALEN  
FARBENSYSTEMEN  
UND IHRE  
INTENSITÄTSVERTEILUNG IM SPEKTRUM.  
VON  
ARTHUR KÖNIG UND CONRAD DIETERICI.

MIT 8 FIGUREN IM TEXT.

---

HAMBURG UND LEIPZIG  
VERLAG VON LEOPOLD VOSS  
1892.



VERLAG VON  
VERLAG VON

QP481  
K83

SONDER-ABDRUCK  
AUS  
ZEITSCHRIFT FÜR PSYCHOLOGIE  
UND PHYSIOLOGIE DER SINNESORGANE.

## I. Einleitung.<sup>1</sup>

§ 1. Präzisierung der Aufgabe. Die Einsicht in die Funktion der den Lichtreiz perzipierenden Elemente des Gesichtsinnes muß angebahnt werden durch Reduktion der unendlichen Menge von Farbenempfindungen auf eine möglichst kleine Anzahl von „Elementarempfindungen“, deren alleinige oder gleichzeitige Auslösung in wechselnder Intensität und wechselndem Verhältnis die übrigen Farbenempfindungen entstehen läßt, von denen aber gar nicht vorausgesetzt wird, daß

---

<sup>1</sup> Im Auszuge wurde diese Abhandlung bereits am 22. Juli 1886 der Akademie der Wissenschaften zu Berlin vorgelegt und in deren Sitzungsberichten vom 29. Juli 1886, S. 805, veröffentlicht. Eine Darstellung der Youngschen Farbentheorie auf Grundlage dieser Untersuchungen wurde von Einem von uns auf der Versammlung der British Association im Herbst 1886 zu Birmingham gegeben. (Vergl. A. KÖNIG, *Report of the British Assoc. Birmingham 1886*, S. 431.) Dieser Vortrag erschien in deutscher Übersetzung mit erläuternden und ergänzenden Anmerkungen als Extrabeilage zur „*Naturwissenschaftlichen Rundschau*“ 1886, No. 50.

Das späte Erscheinen der vorliegenden ausführlichen Darstellung ist durch eine Reihe persönlicher Momente veranlaßt worden. Die Kritiken, welche die vorläufigen Mitteilungen erfahren haben und für welche wir uns den Autoren zu Danke verpflichtet fühlen, werden wir an den betreffenden Stellen dieser Abhandlung erwähnen, sofern ihr Inhalt uns zu einer Erwiderung Veranlassung giebt.

Rechnungs- und Druckfehler, welche in den Zahlenangaben der vorläufigen Mitteilung enthalten sind, haben wir hier ohne weiteres berichtigt, da sie niemals von irgend welchem Einfluß auf die von uns gemachten Schlußfolgerungen waren.



ihnen ein einfacher Prozeß in der Peripherie des Optikus entspricht, sondern welche nur so gewählt sind, daß sich die an die Beobachtungen unmittelbar anschließenden Rechnungen und analysierenden Darstellungen der Farbensysteme möglichst einfach gestalten. Es ist dieses eine Aufgabe der rein experimentellen Forschung, deren Lösung von jeder theoretischen Annahme freigehalten werden muß und kann, und im Folgenden auch freigehalten ist. Aus diesem Grunde ist auch die Bezeichnung „Elementarempfindung“ im Unterschiede von DONDERS' Zerlegung der Farbensysteme in „Fundamentalfarben“ gewählt worden. DONDERS nämlich definiert<sup>1</sup> eine fundamentale Farbe als eine solche, welche einen einfachen Prozeß in der Peripherie repräsentiert, und identifiziert dieselbe dann mit dem, was wir als „Elementarempfindung“ bezeichnen. Darin liegt jedoch ein Überschreiten der Erfahrung, welches hier um so strenger vermieden werden muß und soll, als sich im Verlaufe unserer Untersuchung ein Unterschied zwischen „Elementarempfindung“ und „Fundamental-Farbe“ ergeben wird. Es mag hier schon im voraus erwähnt werden, daß unsere weiter unten eingeführten und definierten „Grundempfindungen“ identisch mit den DONDERSschen „Fundamental-Farben“ sind.

Die erste wesentliche Vereinfachung unserer Aufgabe ergibt sich dadurch, daß bei allen Farbensystemen sämtliche Empfindungen durch Spektralfarben und deren Mischungen erzeugt werden können, so daß also mit der Reduktion der Spektralfarben auf Elementarempfindungen bereits das vorgesteckte Ziel erreicht ist.

Die Kurven, welche entstehen, wenn wir die Intensität der Elementarempfindungen in dem Interferenz-Spektrum des Sonnenlichtes als Ordinaten auftragen, während wir ein Interferenz-Spektrum als Abscissenaxe benutzen, wollen wir immer als „Elementar-Empfindungs-Kurven“ bezeichnen.

Der allgemein befolgte Gang für die Bestimmung einer solchen Kurve war der folgende: Zuerst wurde der Kurvenverlauf für das in dem von uns verwendeten Spektralapparat entstehende Dispersions-Spektrum des benutzten Gaslichtes aus den angestellten Beobachtungen berechnet; dann wurde die Reduktion der Ordinaten zunächst auf ein Interferenz-Spektrum

<sup>1</sup> F. C. DONDERS, *Gräfes Archiv*, Bd. 27 (1), S. 176. 1881.



derselben Lichtquelle und endlich auf Sonnenlicht vorgenommen. Wir haben daher vor einem näheren Eingehen auf die erhaltenen Resultate folgendes darzulegen:

1. Die Konstruktion des Spektralapparates (Farbenmischapparat).

2. Die Reduktionen des mit unserem Farbenmischapparat erzeugten Dispersions-Spektrum auf das Interferenz-Spektrum.

3. Das Intensitätsverhältnis bei den verschiedenen Wellenlängen zwischen Gaslicht einerseits und Sonnenlicht andererseits.

§ 2. Der Farbenmischapparat und die Beleuchtungslampen. Der genannte Apparat ist bereits vor mehreren Jahren von Hrn. v. HELMHOLTZ zu Farbenmischversuchen konstruiert worden, ohne jedoch bis jetzt zu genaueren Messungen benutzt worden zu sein. Er enthält (Fig. 1) auf dem feststehenden Tischchen  $T$  ein gleichseitiges, auf allen drei Seiten geschliffenes Prisma  $P$ . Die beiden Kollimatorrohre  $C_1$  und  $C_2$  können vermittelt der Schrauben  $R_1$  und  $R_2$  in ihrer Stellung geändert werden, während das Rohr  $B$  in solcher Lage an dem Tischchen  $T$  festgeklemmt ist, daß die der Fläche  $3$  gegenüberliegende Prismenkante die Achse des Rohres schneidet und senkrecht auf ihr steht.

Die beiden Kollimatoren  $C_1$  und  $C_2$  enthalten die achromatisierten Linsen  $L_1$  und  $L_2$  und an ihren anderen Enden die sorgfältig gearbeiteten Spalte  $S_1$  und  $S_2$ . Es können diese Spalte durch die Schrauben  $Q_1$  und  $Q_2$  bilateral verengert und verbreitert werden, so daß die Mitte des Spaltes genau an derselben Stelle bleibt. Die Breite dieser Spalte läßt sich vermittelt der mit einer Teilung versehenen Schraubenköpfe bis auf 0.001 mm schätzen. Es wurde die Genauigkeit der Teilung und des Schraubenganges am Beginn, in der Mitte und am Schlusse der ganzen Untersuchung durch besondere Messungen kontrolliert und bis auf die angegebene Grenze richtig befunden. Ein toter Gang der Schraube war nicht zu berücksichtigen. Der Nullpunkt hingegen zeigte mehrfache Änderung und wurde daher oftmals neu bestimmt. Zwischen den Spalten  $S_1$  und  $S_2$  und den Linsen  $L_1$  und  $L_2$  kann in jedem Kollimatorrohre ein achromatisiertes, doppelbrechendes Kalkspatprisma ( $K_1$  und  $K_2$ ) verschoben werden.

Das Rohr  $B$  enthält die achromatisierte Linse  $L_3$  und in der Brennebene ein Diaphragma  $dd$ , in dem sich ein vertikaler



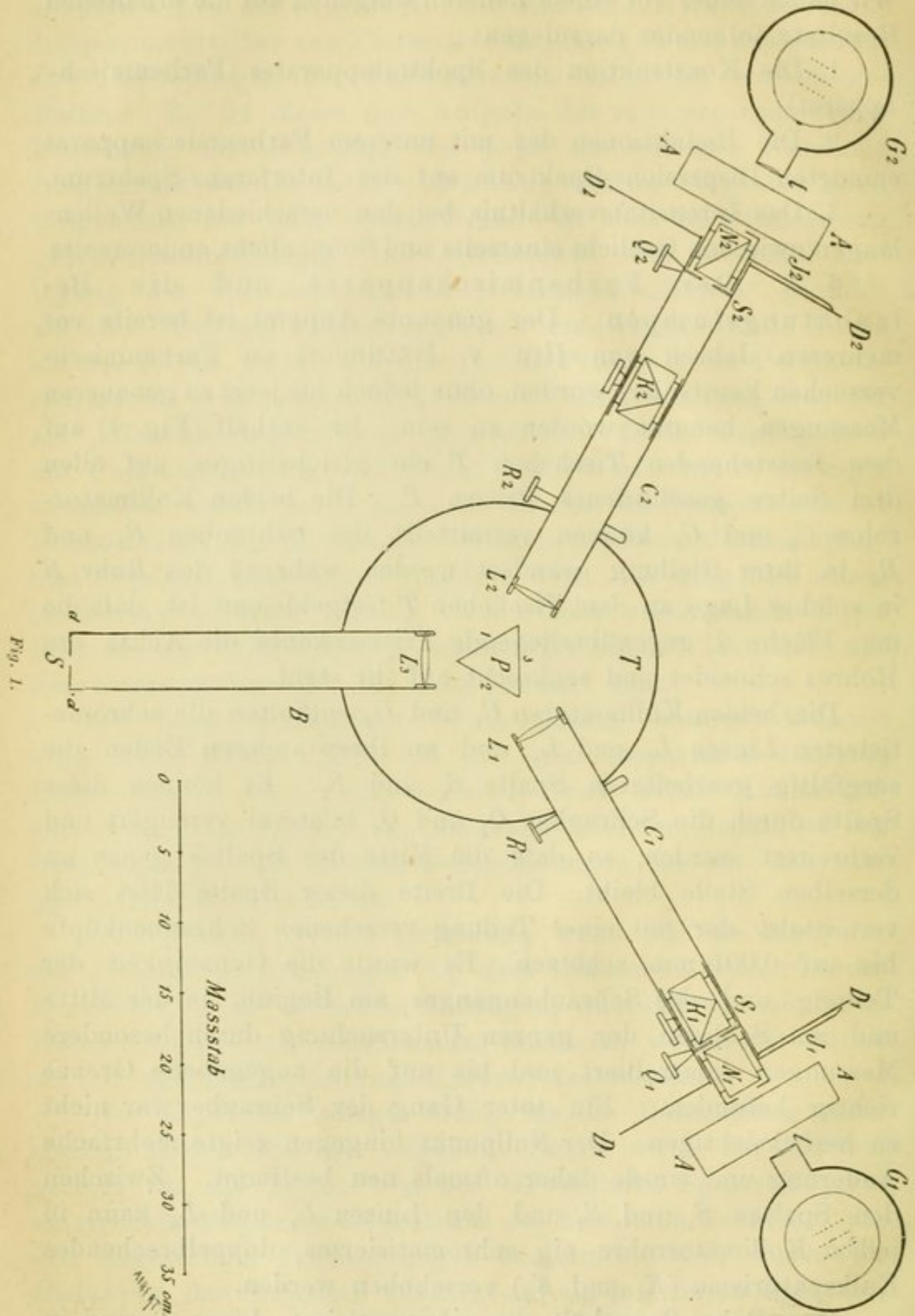


Fig. 1.



Spalt  $S$  von ca. 2 mm Höhe und  $\frac{3}{4}$  mm Breite befindet. Es kann außerdem noch ein Okular vorgeschoben werden, welches den Spalt  $S$  in starker Vergrößerung zu betrachten erlaubt.

Nehmen wir an, der Doppelspat  $K_1$  sei dicht an den Spalt  $S_1$  herangeschoben (wie es in der Figur gezeichnet ist) und dieser durch eine vorgesetzte Lichtquelle erleuchtet, so tritt, wenn  $S_1$  in der Brennebene der Linse  $L_1$  steht, aus dieser ein paralleles Strahlenbündel, von welchem der durch die Fläche 3 in das Prisma eintretende Teil letzteres nach abermaliger Brechung an der Fläche 1 als ein für jede Farbe paralleles Bündel verläßt. Diese Bündel werden durch die Linse  $L_3$  in der Ebene des Diaphragma  $dd$  zu einem Spektrum vereinigt, von dem nun durch den Spalt  $S$  ein schmaler Streifen herausgeschnitten wird.

Blickt der Beobachter, ohne daß das Okular aufgesetzt wird, jetzt durch den Spalt  $S$  in das Beobachtungsrohr hinein, so sieht er die Fläche 1 des Prisma, soweit er sie durch die Fassung der Linse  $L_3$  überblicken kann und sie mit dem Strahlenbündel erfüllt ist, gleichmäßig erleuchtet. Die Farbe ist in dem ganzen Felde gleich derjenigen einer Mischung des in dem schmalen durch  $S$  hindurchgelassenen Spektrumsausschnitte enthaltenen Lichtes und kann daher mit ungemein großer Annäherung gleich derjenigen des mittleren durchgelassenen Spektrallichtes betrachtet werden. Sie hängt ab von der Stellung des Kollimatorrohres  $C_1$  und ist daher mit dieser veränderlich.

Wird bei gleicher Stellung des Doppelspates  $K_2$  auch der Spalt  $S_2$  erleuchtet, so erblickt man die Prismenfläche 2 in einer durch die Stellung des Kollimators  $C_2$  gegebenen Spektralfarbe.

Der gesamte Anblick, der sich dann darbietet, ist dargestellt in Fig. 2, wo die beiden in verschiedener Richtung schraffierten Felder im allgemeinen verschieden gefärbt zu denken sind. Die vertikale mittlere Trennungslinie rührt her von der vorderen Prismenkante (gebildet durch die Flächen 1 und 2); die beiden seitlichen Umgrenzungen

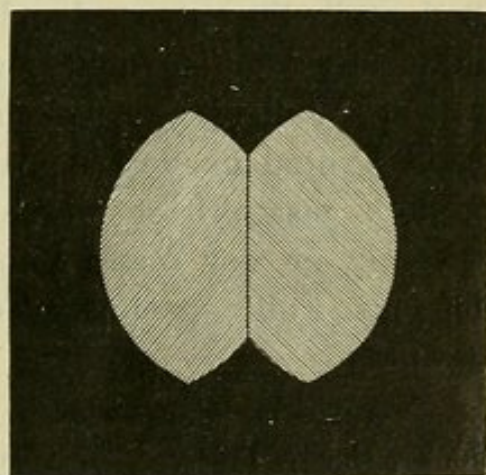


Fig. 2.



sind gegeben durch die Fassung der Linse  $L_3$ , während die vier kleinen Bogenstücke, welche die übrige Umgrenzung bilden, von den Fassungen der Linsen  $L_1$  und  $L_2$  herrühren.

Um nun die mittleren Wellenlängen der beiden Spektralfarben, in denen die Prismenflächen 1 und 2 leuchten, genau zu bestimmen, wurde folgendes Verfahren eingeschlagen, welches bei diesem Apparate schon früher benutzt worden ist.<sup>1</sup> An jedem Kollimatorrohre war ein kleines Spiegelchen angekittet. Hierin wurden mit Fernrohren die Spiegelbilder einer Skala betrachtet, die in ca. 5 m Entfernung an der Wand angebracht war. Der Spalt  $S_1$  wurde nun bei sehr geringer Breite nacheinander mit Kalium-, Lithium-, Natrium-, Thallium- und Strontiumlicht erleuchtet, während das Okular aufgeschoben war und dem Kollimatorrohre  $C_1$  nacheinander solche Stellungen gegeben wurden, daß die entstehenden hellen Linien  $K_\alpha$ ,  $K_\beta$ ,  $L_\alpha$ ,  $N_\alpha$ ,  $Tl$  und  $Sr_\delta$  sich in der Mitte des Spaltes  $S$  befanden. In dem Fernrohre wurde dann jedesmal der hierbei mit dem Fadenkreuz zusammenfallende Skalenteil abgelesen. In den zwischen den genannten Linien liegenden Intervallen konnte man hinreichend genau vermittelt der Formel

$$T = A + \frac{B}{\lambda^2}$$

interpolieren, wo  $T$  den Skalenteil,  $\lambda$  die Wellenlänge und  $A$  und  $B$  zwei Konstanten bezeichnen, die aus den Werten von  $T$  und  $\lambda$  für die beiden das Intervall begrenzenden Spektrallinien zu berechnen waren. In dieser Weise wurde eine Tabelle aufgestellt, aus welcher für jeden in dem Fernrohr abzulesenden Skalenteil die entsprechende mittlere Wellenlänge des durch  $S$  hindurchgehenden Lichtes und umgekehrt für jede gewünschte mittlere Wellenlänge der einzustellende Skalenteil zu entnehmen war. Trotzdem der Apparat und die Fernrohre auf Steinpfeilern festgekittet waren und die Skala, wie oben schon erwähnt, an der Wand angebracht war, zeigte sich, wahrscheinlich als Folge geringer Temperaturschwankungen, daß diese

<sup>1</sup> A. KÖNIG, *Gräfes Archiv*, Bd. 30 (2), S. 155. 1884, und *Wied. Ann.* Bd. 22, S. 567. 1884. — A. KÖNIG und C. DIETERICI, *Gräfes Arch.*, Bd. 30 (2), S. 171. 1884, und *Wied. Ann.*, Bd. 22, S. 579. 1884.



Tabelle vor jeder Beobachtungsreihe aufs neue durch Einstellung einer der genannten Spektrallinien zu kontrollieren war. Es wurde hierzu meistens die *Na*-Linie benutzt und im erforderlichen Falle die Skala an der Wand um so viel verschoben, daß der entsprechende Skalenteil der Tabelle im Fernrohr einstand. Für das zweite Kollimatorrohr  $C_2$  konnte in gleicher Weise eine Tabelle entworfen werden, doch wurde hier oftmals die hohe Empfindlichkeit des Auges gegen Wellenlängenänderung im Spektrum<sup>1</sup> benutzt und das in dem anderen Felde (also von  $C_1$  herrührende) gleich erscheinende Licht eingestellt, dessen Wellenlänge dann aus jener Tabelle bestimmt wurde.

Liegt in einem Kollimatorrohre der Kalkspat nicht dicht vor dem Spalte, sondern ist er in der Richtung nach der Linse verschoben (wie dieses in Fig. 1 bei dem Kollimator  $C_2$  dargestellt ist), so entstehen von dem einen Spalte in der Ebene des Diaphragma  $dd$  zwei Spektren, welche senkrecht zu einander polarisiert und um so mehr gegeneinander verschoben sind, je weiter der Kalkspat von dem Kollimatorschlitz entfernt ist. Der Diaphragmenspalt  $S$  schneidet also zwei Stücke verschiedener Farbe aus den beiden Spektren heraus. Blickt man nun ohne Okular durch den Spalt  $S$ , so sieht man im allgemeinen die betreffende Prismenfläche in der Mischung der beiden durch  $S$  hindurchgehenden Spektralfarben leuchten. Die relative Helligkeit der beiden annähernd als monochromatisch zu betrachtenden Komponenten der Mischung kann man durch Drehen eines zwischen Kollimatorschlitz und Lichtquelle befindlichen NICOLSchen Prismas beliebig ändern. In Fig. 1 sind diese an den Kollimatoren angebrachten NICOLSchen Prismen mit  $N_1$  und  $N_2$  bezeichnet. Ihre Stellung kann vermittle der Indices  $J_1$  und  $J_2$  an den Teilkreisen  $D_1 D_1$  und  $D_2 D_2$  bis auf  $0,1^\circ$  abgelesen werden. Es ist ersichtlich, daß durch Änderung der Richtung des Kollimatorrohres, durch Verschiebung des Doppelspates und durch Drehung des NICOLSchen Prismas die Lage der beiden Komponenten im Spektrum und ihr Mischungsverhältnis beliebig gewählt werden kann. Die Bestimmung der Wellenlängen der beiden Mischungskompo-

<sup>1</sup> A. KÖNIG und C. DIETERICI, *Gräfes Archiv*, Bd. 30 (2), S. 171. 1884, und *Wied. Ann.*, Bd. 22, S. 579. 1884.



nenten geschieht, indem man nacheinander vermittelt des NICOLSchen Prismas die eine und dann die andere Komponente völlig auslöscht und jedesmal das oben ausführlich beschriebene Verfahren benutzt. In der Wahl der Komponenten tritt allerdings für die praktische Ausführung eine gewisse Einschränkung ein, worauf an geeigneter Stelle weiter unten eingegangen werden soll.

Die Beleuchtung der Kollimatorspalte geschah vermittelt sogenannter „Triplex-Gasbrenner“  $G_1$  und  $G_2$  aus der optisch-mechanischen Werkstatt der Hrn. F. Schmidt & Hänsch in Berlin (aus der auch der Farbenmischapparat her stammt). Sie bestehen aus drei parallel gestellten Flachbrennern, die zunächst von einem gemeinsamen, geeignet geformten Glaszylinder und dann von einem Thoncylinder umgeben sind. Der letztere enthält ungefähr in der Mitte der Flammenhöhe einen kleinen röhrenförmigen Ansatz, senkrecht zu der Richtung der Flachbrenner. An dem äußeren Ende ist er mit einer Konvexlinse  $l$  versehen, deren Focus in der Ebene des mittleren Brenners liegt. Das benutzte Leuchtgas wurde einem sehr weiten Gasrohre entnommen, durch einen ELSTERSchen Druckregulator geleitet und dann vermittle eines  $T$ -Rohres den beiden benutzten Triplex-Brennern zugeführt.

Um die NICOLSchen Prismen, sowie die Doppelspalte vor starker Erwärmung thunlichst zu schützen, war noch an jedem Kollimatorrohre, zwischen ihm und dem Triplex-Brenner, ein kleiner, mit Alaunlösung gefüllter, Glastrog  $A A$  fest angebracht, so daß trotz der Richtungsänderungen des Kollimators die in die Spalte eintretenden Lichtstrahlen immer dieselben Stellen seiner Glaswandungen passierten. Damit die Stellung des Triplex-Brenners zu dem Kollimatorrohre immer dieselbe blieb, war folgende Vorkehrung getroffen. Der Kollimator trägt an seinem äußeren Ende einen zweiten, vertikal gerichteten Spiegel und eine mit der Spitze nach oben gekehrte Nadel. Ein an der Lampe fest angebrachter Arm ist ebenfalls mit einem solchen Spiegel und einer nach unten gekehrten Nadel versehen. Die Lampe wird immer so gestellt, daß die Spitzen der beiden Nadeln sich berühren und die Spiegel parallel stehen, was sehr leicht zu kontrollieren ist; dann ist die Stellung der Lampe zum Kollimatorrohr eindeutig bestimmt.



§ 3. Umrechnung auf das Interferenz-Spektrum des Sonnenlichtes. Wenn wir von derselben Lichtquelle verschiedene Spektren (z. B. ein Dispersions- und ein Interferenz-Spektrum) entwerfen, so verhalten sich bei gleichen Wellenlängen und unter sonst gleichen Umständen in den beiden Spektren die Helligkeiten wie die Quotienten von  $\frac{d\lambda}{dl}$ , wo  $dl$  diejenige Strecke im Spektrum bezeichnet, auf der sich die Wellenlänge  $\lambda$  um  $d\lambda$  ändert. Bei einem Interferenz-Spektrum ist  $\frac{d\lambda}{dl}$  konstant, bei einem Dispersions-Spektrum hingegen mit  $\lambda$  veränderlich. Der Faktor, mit dem wir die Ordinatenwerte in den für das Dispersions-Spektrum gewonnenen Empfindungskurven zu multiplizieren haben, um die Ordinaten in Bezug auf das Interferenz-Spektrum zu erhalten, ist also den Quotienten  $\frac{dl}{d\lambda}$  des Dispersions-Spektrum proportional. Da in unserem Apparat die Strahlen des Prisma fast in dem Minimum der Ablenkung durchliefen, so konnte man, ohne einen merklichen Fehler zu begehen,  $\frac{dl}{d\lambda}$  direkt aus der im vorigen Paragraphen für die Bestimmung der mittleren Wellenlängen erwähnten Tabelle entnehmen. Es wurden aus ihr die Werte von  $\frac{dl}{d\lambda}$  in Abständen von je  $10 \mu\mu$  entnommen und die übrigen Werte graphisch interpoliert.

Die Umrechnung der Kurven auf die Intensitätsverhältnisse von weißem Licht hängt hauptsächlich von der Definition des letzteren ab. Ohne uns auf den bestehenden Gegensatz der hierüber herrschenden Ansichten einzulassen, wollen wir als „weißes“ Licht dasjenige Sonnenlicht bezeichnen, welches bei möglichst durchsichtiger Atmosphäre auf der Erdoberfläche anlangt. „Weisse“ Pigmentfarben sind solche, bei denen der Reflexions-Koeffizient für Licht aller Wellenlängen derselbe ist. Es wird sehr schwer sein, durch photometrische Messungen ein solches Pigment mit Sicherheit herauszufinden; vorläufig genügt es aber, wenn man ein bestimmtes, leicht reproduzierbares Pigment, welches jene Bedingung mit großer Annäherung erfüllt, als „weiß“ definiert. Es hat nun schon vor einiger Zeit Einer von uns bei der Bestimmung des „neutralen



Punktes“ im Spektrum der Farbenblinden für physiologisch-optische Versuche als empfehlenswertes derartiges Pigment Magnesiumoxyd vorgeschlagen und als „Normalweiß“ bezeichnet.<sup>1</sup> Man erhält dieses sehr schön und gleichmäfsig aufgetragen, wenn man ein Papier- oder Glimmerblatt über brennenden Magnesiumdraht hält.

Die eine Spalthälfte eines Königschen Spektralphotometers<sup>2</sup> wurde nun mit dem Lichte des „Triplex-Brenners“ erleuchtet, während in die andere Hälfte Licht eindrang, das von der am unbewölkten Himmel stehenden Mittagssonne an einer mit „Normalweiß“ überzogenen Fläche diffus reflektiert wurde. Es liefsen sich dann mit ziemlicher Schärfe in den verschiedenen Teilen beider Spektren die relativen Intensitätsverhältnisse bestimmen. Die nachfolgende Tabelle I. giebt die gemessenen Werte an, wobei das Verhältniss für 590  $\mu\mu$  willkürlich gleich 1 gesetzt ist.

Die für die Rechnung erforderlichen Werte wurden aus den hier angegebenen durch graphische Interpolation gewonnen.

Zur Kontrolle der im Folgenden mitgeteilten Berechnungen geben wir in Tabelle II. von allen Wellenlängen, welche überhaupt bei unseren Beobachtungen in Betracht gekommen sind, die Reduktions-Koeffizienten sowohl für die Umrechnung des Dispersions-Spektrum auf das Interferenz-Spektrum wie auch des Gaslichtes auf Sonnenlicht.

Tabelle I.

$\lambda$	$\frac{\text{Sonnenlicht}}{\text{Gaslicht}}$
670 $\mu\mu$	0.370
623 "	0.652
590 "	1.000
561 "	1.474
535 "	2.180
511.5 "	3.468
489 "	5.585
461 "	9.641
442 "	14.810

<sup>1</sup> A. KÖNIG, *Verhandl. der physikal. Gesellsch. in Berlin*, Sitzung vom 2. März 1883. — *Wied. Ann.* Bd. 22. S. 572. 1884. — *Gräfes Arch.* Bd. 30 (2). S. 162. 1884.

<sup>2</sup> A. KÖNIG, *Verhandl. der Physikal. Gesellsch. in Berlin* vom 22. Mai 1885 und 19. März 1886.



Tabelle II.

$\lambda$	Interferenz-Spektrum Dispersions-Spektrum	Sonnenlicht Gaslicht	$\lambda$	Interferenz-Spektrum Dispersions-Spektrum	Sonnenlicht Gaslicht
720 $\mu\mu$	0.540	0.25	520 $\mu\mu$	1.554	2.88
700 "	0.576	0.27	516.5 "	1.593	3.12
685 "	0.608	0.30	515 "	1.610	3.22
670 "	0.649	0.37	512 "	1.650	3.43
660 "	0.682	0.40	510 "	1.672	3.59
655 "	0.700	0.43	505 "	1.730	4.00
650 "	0.718	0.47	503 "	1.754	4.16
645 "	0.736	0.48	500 "	1.792	4.43
642.5 "	0.746	0.50	495 "	1.850	4.91
640 "	0.757	0.53	490 "	1.919	5.40
632 "	0.787	0.58	487.5 "	1.950	5.65
631 "	0.790	0.60	487 "	1.956	5.70
630 "	0.796	0.60	485 "	1.984	5.90
620 "	0.839	0.68	480 "	2.046	6.52
619 "	0.844	0.68	479 "	2.060	6.66
610 "	0.886	0.78	475 "	2.110	7.25
605 "	0.907	0.80	474 "	2.125	7.42
600 "	0.930	0.86	467.5 "	2.222	8.40
590 "	0.980	1.00	465 "	2.248	8.90
580 "	1.035	1.12	464 "	2.260	9.08
577 "	1.055	1.18	463 "	2.273	9.25
575 "	1.067	1.21	455 "	2.390	11.05
570 "	1.102	1.31	454 "	2.405	11.40
563.5 "	1.154	1.43	450 "	2.462	12.45
560 "	1.180	1.50	448 "	2.490	13.05
556 "	1.212	1.59	445 "	2.534	13.90
555 "	1.222	1.63	440 "	2.612	15.40
550 "	1.269	1.76	439 "	2.631	15.72
545 "	1.307	1.87	438 "	2.645	15.95
540 "	1.353	2.01	437 "	2.660	16.20
536 "	1.393	2.12	436 "	2.680	16.65
535 "	1.402	2.20	433 "	2.730	17.67
530 "	1.448	2.37	430 "	2.775	18.70
525 "	1.500	2.61	426 "	2.900	21.00
521 "	1.540	2.81	420 "	2.950	21.80



§ 4. Die untersuchten Farbensysteme. Dem bisherigen Gebrauche uns anschliessend, nennen wir „Farbensystem“ die Gesamtheit der Farbenempfindungen, deren ein bestimmtes Individuum fähig ist. Die Erfahrung hat das Vorhandensein von Farbensystemen nachgewiesen, die sich auf eine, resp. zwei, resp. drei Elementarempfindungen zurückführen lassen. Nach DONDERS' Vorgang haben wir dieselben hier als monochromatisch, dichromatisch und trichromatisch bezeichnet. Trotz der Tautologie, welche in dieser Benennung liegt, ist dieselbe noch immer als die beste der bisher benutzten anzusehen. Wir hatten das grosse Glück, nicht nur Personen zu finden, welche mit allen diesen Farbensystemen (und zwar mit allen ihren später noch zu erwähnenden Typen) begabt waren, sondern es waren dieselben auch fast alle in exakten Beobachtungen wohl geschult. Wir haben an dieser Stelle die angenehme Pflicht, jenen Herren, die wir im weiteren Verlaufe der Darstellung noch namhaft machen werden, unseren wärmsten Dank auszusprechen für die oftmals recht weitgehenden Opfer, die sie uns an Zeit und Mühe dargebracht haben; insbesondere weilt aber unsere dankbare Erinnerung bei zweien von ihnen, die, selber mathematische und medizinische Forscher, der Tod inzwischen der Wissenschaft schon entrissen hat.

---

## II. Monochromatische Farbensysteme.

§ 5. Allgemeine Eigenschaften monochromatischer Farbensysteme. Es giebt Personen, welche keine Farbennuancen unterscheiden können, und denen daher, soweit die Farben in Betracht kommen, die Welt erscheint, wie dem normalen Auge eine Photographie oder ein Stahlstich. Die Litteratur weist etwa 40 Personen nach, welche man dieser Klasse, den total Farbenblinden, zugerechnet hat. Bei einer eingehenderen Prüfung würde sich aber wahrscheinlich ein Teil derselben als nicht hierher gehörig erweisen. Ausser dem völligen Mangel des Farbenunterscheidungsvermögens zeigen die näher untersuchten Personen dieser Klasse noch einige andere, an das Pathologische angrenzende Eigentümlichkeiten des Gesichtssinnes. Herabgesetzte Sehschärfe,



manchmal nur  $\frac{1}{10}$ , sowie grofse Lichtscheu sind hier in erster Reihe zu erwähnen.<sup>1</sup>

Der von uns untersuchte Monochromat, der inzwischen gestorbene Gewerbeschul-Direktor Dr. A. BEYSSELL, hatte auf dem einen Auge die Sehschärfe  $\frac{1}{8}$ , auf dem anderen  $\frac{1}{7}$ , besafs auf beiden Augen eine Hyperopie von zwei Dioptrieen und litt auferdem an einem geringen Nystagmus. Das Farbensystem war auf beiden Augen vollkommen identisch und, soweit sich Hr. BEYSSELL erinnern konnte, stets unverändert geblieben. Aus Untersuchungen, welche gleichzeitig Hr. W. UTHOFF an Hrn. BEYSSELL angestellt hat,<sup>2</sup> mag hier noch folgendes zitiert sein: „Hr. BEYSSELL zeigt ophthalmoskopisch einen mäfsigen, aber deutlichen Grad von Albinismus. Schon bei einer Beleuchtungssteigerung, wo beim normalen Gesichtssinn die Sehschärfe noch zunimmt, sinkt hier dieselbe bereits wegen Überblendung, während bei geringen Beleuchtungsintensitäten die Sehschärfe im Verhältnis zu der geringen Höhe, welche sie überhaupt erreicht, unverhältnismäfsig hoch ist.“

Die Empfindlichkeit für Helligkeits-Differenzen war, wie sich aus unseren Beobachtungen ergab, ziemlich herabgesetzt.

§ 6. Bestimmung und Gestalt der Elementar-Empfindungs-Kurve. Weil hier in dem Spektrum nur Intensitäts- und keine Farbenunterschiede vorhanden sind, so genügt die Annahme einer Elementarempfindung. Um die Gestalt der Elementar-Empfindungs-Kurve zu finden, war es nur nötig, von Hrn. BEYSSELL die Intensitätsverteilung im Spektrum bestimmen zu lassen.

Diese Messungen geschahen, indem das Kollimatorrohr  $C_1$  des Farbenmischapparates, während beide Doppelspate dicht an die Spalte herangeschoben waren, nacheinander bei unverändertem Spalte  $S_1$  auf die in der ersten Kolumne der Tabelle III. angegebenen Wellenlängen des Intervalles von  $610\mu\mu$  bis  $480\mu\mu$  eingestellt und dann durch Änderung der Spaltbreite an dem anderen Kollimatorrohr  $C_2$  Gleichheit der beiden Teile des Gesichtsfeldes hergestellt wurde. Für die übrigen an den Enden des Spektrum

<sup>1</sup> Die von DONDERS (*Gräfes Arch.*, Bd. 30 (1), S. 80. 1884) als typisch hervorgehobene Erhöhung der unteren Reizschwelle ist nicht regelmäfsig vorhanden; vergl. den neuerdings von Hrn. E. HERING beobachteten Fall (*Pflügers Arch.*, Bd. 49, S. 575. 1891).

<sup>2</sup> W. UTHOFF, *Gräfes Arch.*, Bd. 32 (1), S. 200. 1886.



(655  $\mu\mu$  bis 619  $\mu\mu$  und 474  $\mu\mu$  bis 426  $\mu\mu$ ) gelegenen Wellenlängen wurde wegen der geringen Intensität der Spalt  $S_1$  auf das Zehnfache verbreitert und von den Ablesungen an dem Spalte  $S_2$  nur der zehnte Teil in Rechnung gezogen. Die so erhaltenen Spaltbreiten waren der Stärke der Elementarempfindung in den verschiedenen Teilen des benutzten Spektrum proportional. Die Messung wurde so oft (mindestens aber zehnmal) wiederholt, daß überall der wahrscheinliche Fehler des Mittelwertes der eingestellten Spaltbreiten nur wenige Prozente seines absoluten Betrages erreichte. In der zweiten Kolumne der Tabelle III. sind diese Werte der Elementarempfindung  $H$  eingetragen, wobei eine willkürliche Mafseinheit zu Grunde gelegt worden ist.

Die Berechtigung zu jener erwähnten Reduktion auf ein Zehntel der Spaltbreite an den Enden des Spektrum, sowie zu der späteren Umrechnung auf das Interferenz-Spektrum und weiter auf das Sonnenlicht wurde durch besondere Versuche in der Art nachgewiesen, daß in dem Dispersions-Spektrum des Gaslichtes das Intensitätsverhältnis zwischen einer Anzahl von Paaren in dem Spektrum weit auseinander gelegener Stellen bei geänderten Spaltbreiten mehrfach bestimmt und bei demselben Paare stets gleich erhalten wurde. Es war damit nachgewiesen, daß in dem benutzten Intensitätsintervall die Relation zwischen der Stärke der Empfindung und der Intensität des Lichtes sich nicht mit der Wellenlänge ändert.<sup>1</sup>

Die dritte und vierte Kolumne der Tabelle III. geben die Resultate dieser Umrechnung mit Benutzung einer solchen Mafseinheit für die Elementarempfindung  $H$ , daß immer

$$\int H \cdot d\lambda = 1000,$$

<sup>1</sup> Es wäre höchst wünschenswert, daß diese Versuche bei größeren Intensitätsänderungen, als wir sie ausgeführt haben, an total Farbenblinden wiederholt würden, um zu sehen, ob auch dann die hier von uns gefundene Unabhängigkeit der spektralen Helligkeitsverteilung von der absoluten Intensität noch bestehen bleibt. Als die neueren Versuche des Hrn. E. BRODHUN, die sich auf dichromatische und trichromatische Farbensysteme beziehen, diesen Wunsch nahegelegt hatten, war Hr. BEYSSELL bereits schwer erkrankt. Die Richtigkeit und die Berechtigung unserer Umrechnungen wird aber durch das Fehlen dieser Beobachtung, wenn überhaupt, so doch nur in einem so geringen Grade beeinflusst, daß die Fehler für uns hier zu vernachlässigen sind.



wobei wir  $H$  als Funktion der Wellenlänge betrachten und  $1 \mu\mu$  als Einheit der Integrationsvariable festsetzen.

Es ist diese selbe Maßeinheit bei den auf Interferenz-Spektren bezüglichen Empfindungs-Kurven in allen folgenden Tabellen festgehalten worden.

Tabelle III.

(Hr. A. BEYSSELL.)

$\lambda$	$H$ Dispersions-Spektrum des Gaslichtes	$H$ Interferenz-Spektrum des Gaslichtes	$H$ Interferenz-Spektrum des Sonnenlichtes
655 $\mu\mu$	0.049	0.034	0.006
631 "	0.241	0.188	0.045
619 "	0.582	0.484	0.133
610 "	1.43	1.248	0.392
600 "	2.53	2.417	0.836
590 "	3.46	3.341	1.345
580 "	5.17	5.272	2.376
570 "	6.97	7.639	3.989
560 "	8.10	9.417	5.684
550 "	9.06	11.327	8.025
540 "	9.36	12.477	10.093
530 "	8.83	12.597	12.016
520 "	7.76	11.881	13.772
510 "	5.38	8.862	12.801
500 "	3.42	6.038	10.765
490 "	1.64	3.100	6.737
480 "	1.00	2.016	5.290
474 "	0.518	1.085	3.239
464 "	0.284	0.633	2.312
454 "	0.101	0.239	1.097
448 "	0.035	0.085	0.446
437 "	0.008	0.017	0.110
420 "	0.003	0.008	0.070

In Fig. 3 stellt die ausgezogene Kurve die Elementar-Empfindungs-Kurve für das Interferenz-Spektrum des Sonnenlichtes dar. An ihrer Gestalt ist vor allem die Lage des



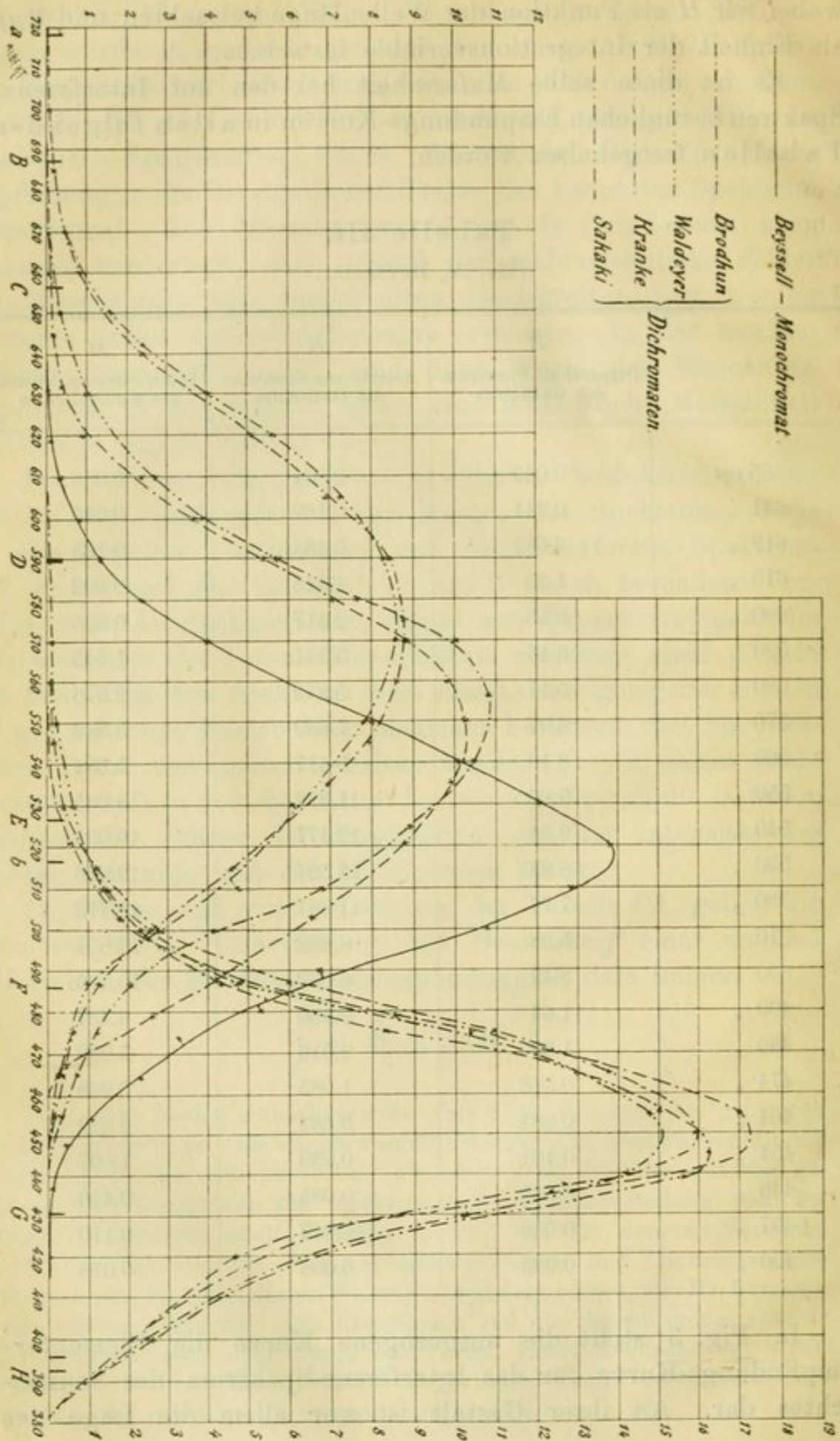


Fig. 3.



Maximum im Grünen auffallend. Es steht dieses aber auch in vollem Einklange mit der Aussage von Hrn. BEYSSELL, daß für ihn die gewöhnlichen Darstellungen von Landschaften in Stahlstich niemals eine richtige Wiedergabe der Helligkeitsverhältnisse enthielten, da ihm Wiesen und Wälder fast immer die hellsten Gegenstände in einer Landschaft seien, dieses aber nicht mit der bildlichen Darstellung stimme. Es muß für total farbenblinde Augen diese falsche Verteilung der Helligkeit noch viel auffallender sein, als für normale Augen der ähnliche Fehler in den gewöhnlichen Photographien, bei denen ja die blauen Gegenstände stets zu hell wiedergegeben sind; denn jenen erscheint beides, Gegenstand und Bild, im bloßen Unterschied von Hell und Dunkel, während normale Augen bei den Gegenständen erst von der Mannigfaltigkeit der Farben absehen müssen, um sie mit dem Bilde zu vergleichen.

Bisher sind nur von DONDERS<sup>1</sup> und Hrn. E. HERING<sup>2</sup> bei je einem Falle angeborener Monochromasie gleiche Messungen, wie die vorliegende, gemacht. Das Ergebnis derselben stimmt, soweit sich aus den nur in Zeichnungen und nicht in Zahlen veröffentlichten Daten schließen läßt, ziemlich gut mit den obigen Resultaten überein.<sup>3</sup> Es ist daher Berechtigung vorhanden, den von uns beobachteten Fall als typisch zu betrachten.

### III. Dichromatische Farbensysteme.

§ 7. Allgemeine Eigenschaften dichromatischer Farbensysteme. Seit dem Ende des vorigen Jahrhunderts hat sich die Aufmerksamkeit immer mehr auf die Thatsache gerichtet, daß neben den die große Mehrzahl bildenden nor-

<sup>1</sup> F. C. DONDERS, *New researches on the systems of coloursense*. Onderzoek, gedaan in het Physiol. Laborat. der Utrechtsche Hoogeschool, 3. de Reeks, D. VII, Bl. 95, und *Gräfes Archiv*, Bd. 30 (1), S. 15. 1884.

<sup>2</sup> E. HERING, *Pflügers Archiv*, Bd. 49, S. 563. 1891.

<sup>3</sup> Eine Vergleichung hat neuerdings Einer von uns genauer durchgeführt: A. KÖNIG, *Über den Helligkeitswert der Spektralfarben bei verschiedener absoluter Intensität*. Hamburg 1891, S. 51; (auch enthalten in *Beiträge zur Psychologie und Physiologie der Sinnesorgane* (Helmholtz-Festschrift) S. 359, Hamburg 1891.)



malen (d. h. trichromatischen) Farbensystemen, sowie den oben näher besprochenen Personen, welche überhaupt keine Farben unterscheiden können, auch solche Farbensysteme vorhanden sind, bei denen gewisse Farben mit vollkommener Sicherheit erkannt werden, während andere häufigen Verwechslungen unterliegen. TH. YOUNG<sup>1</sup> hat zuerst darauf hingewiesen, daß hier alle Farben aus zwei geeignet zu wählenden Grundfarben zu mischen sind. Seit den Beobachtungen von A. SEEBECK<sup>2</sup> und G. WILSON<sup>3</sup> ist das Vorhandensein von zwei ziemlich scharf abgegrenzten Typen in dieser Klasse von Farbensystemen nur selten bezweifelt worden. Man hat sie als „Rotblinde“ resp. „Grünblinde“ bezeichnet. Hr. E. HERING hat auf Grund seiner Farbentheorie beide Typen als „Rot-Grün-Blinde“ aufgefaßt. Eine dritte hierher gehörige Form der Farbenanomalie ist bisher nur von Hrn. HOLMGREN und DONDERS beobachtet worden. Es sind dieses die sog. „Violet-Blinden“ (Blau-Gelb-Blinden nach Hrn. HERING), deren Zusammengehörigkeit zu einem scharf abgegrenzten Typus trotz der Beobachtung so hervorragender Forscher wohl noch nicht ganz sicher festgestellt erscheint.<sup>4</sup>

Einer genaueren quantitativen Messung sind von uns daher nur Vertreter der erstgenannten Typen unterzogen worden. Wenn also im folgenden von dichromatischen Farbensystemen gesprochen wird, so sind darunter nur die „Rotblinden“ und „Grünblinden“ zu verstehen.

Bei den dichromatischen Systemen bestehen an den Enden des Spektrum ziemlich scharf abgegrenzte Strecken, die „End-

<sup>1</sup> TH. YOUNG, Note zu DALTONS Abhandlung: „On some facts relating to the vision of colours“ in dem von ihm herausgegebenen *Catalogue of works relating to natural philosophy and the mechanical arts*. Abgedruckt in TH. YOUNG, *Lectures on Natural Philosophy and the Mech. Arts*. Vol. II, p. 315, London 1807.

<sup>2</sup> A. SEEBECK, *Pogg. Ann.*, Bd. 42, S. 177. 1837.

<sup>3</sup> G. WILSON. *Monthly Journ. of Med. Science*, 1853—1855.

<sup>4</sup> Wir selbst hatten vor einiger Zeit Gelegenheit, einen Knaben zu untersuchen, dessen Beschreibung der Farbenfolge im Spektrum mit derjenigen der als „violetblind“ bezeichneten Personen vollkommen übereinstimmte, und trotzdem ergab sich bei weiterer Untersuchung das Vorhandensein eines trichromatischen Farbensystems, das jedoch von den weiter unten zu erwähnenden Formen derselben ohne Zweifel sehr beträchtlich abwich. Leider ließen häufige Widersprüche in den Angaben, sowie andere Umstände keine völlige Klarheit und Sicherheit gewinnen.



strecken“, wie wir sie nennen wollen, innerhalb welcher keine Farben-, sondern nur Intensitätsunterschiede vorhanden sind, und durch deren Mischung sämtliche Nuancen des dazwischengelegenen Teiles des Spektrum, der „Mittelstrecke“, erzeugt werden können. Auf Grund dieser Thatsache können wir die den beiden Endstrecken zukommenden Empfindungen als Elementarempfindungen annehmen und bezeichnen sie nach DONDERS' Vorgang als warm *W*, bzw. kalt *K*. Diese Annahme ist die einfachste, aber nicht die allein mögliche, denn man könnte den Thatsachen auch durch die Annahme genügen, daß innerhalb einer oder beider Endstrecken zwei Elementarempfindungen in konstantem Verhältnis erregt werden. Die Durchführung einer solchen Annahme wird uns später (Abschnitt V) von den Elementarempfindungen zu den Grundempfindungen überleiten.

Da in der Mittelstrecke sich die Nuance kontinuierlich ändert, so muß auch das Verhältnis der Komponenten in den gleich aussehenden, aus Licht der Endstrecken hergestellten Mischungen sich kontinuierlich ändern und alle möglichen Werte annehmen. Daher sind bei einem dichromatischen Farbensystem sämtliche überhaupt zur Empfindung gelangenden Farbennuancen in dem Spektrum vertreten, was auch mit der Erfahrung völlig übereinstimmt.

Diejenige Stelle im Spektrum, welche die Empfindung Weiß, d. h. die mit der Einwirkung des unzerlegten Sonnenlichtes auf das Auge verbundene Empfindung, erzeugt, nennt man den „neutralen Punkt“.

§ 8. Bestimmung der Elementar-Empfindungskurven. Erste Methode. Der einfachste Weg zur Bestimmung der Elementar-Empfindungskurven ist der folgende.<sup>1</sup>

Bezeichnen wir mit *L* die in gleich breiten Ausschnitten

<sup>1</sup> Es ist dieses dem Prinzip nach dieselbe Methode, welche Hr. VAN DER WEYDE auf DONDERS' Vorschlag bei dichromatischen Systemen angewandt hat. — Vergl. F. C. DONDERS, *Proces-verbal der K. Akad. van Wetenschappen, Amsterdam. Afd. Natuurkunde*. Zitting van 26. Febr. 1881. — F. C. DONDERS, *Gräfes Archiv* Bd. 27 (1), S. 155. 1881. — J. A. VAN DER WEYDE, *Methodisch onderzoek der Kleurstelsels van Kleurblinden*. Onderzoekingen gedaan in het Physiol. Labor. der Utrechtsche Hoogeschool 3de Reeks D. VII. Bl. 1. 1881. J. A. VAN DER WEYDE, *Gräfes Archiv* Bd. 28. (1) S. 1. 1882.



des Spektrum enthaltenen Lichtmengen, ferner mit  $W$  und  $K$  die beiden darin vorkommenden Elementarempfindungen und beziehen die Indices  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$  auf zwei bestimmte, in den Endstrecken gelegene, den Index  $\lambda$  auf eine beliebige in der Mittelstrecke gelegene Stelle des Spektrum, so läßt sich eine Farbengleichung darstellen durch die Relation

$$L_\lambda = a \cdot L_{\lambda_1} + b \cdot L_{\lambda_2}$$

worin  $a$  und  $b$  zwei nach einer weiter unten angeführten Methode experimentell zu bestimmende Koeffizienten bedeuten.

Weil nun in zwei gleich aussehenden Farben jede Elementarempfindung in gleicher Stärke enthalten sein muß, so können wir in der Farbengleichung  $L$  sowohl durch  $W$  wie durch  $K$  ersetzen.

Da nach der obigen Festsetzung über die Elementarempfindungen

$$\begin{aligned} W_{\lambda_2} &= 0 \\ \text{und } K_{\lambda_1} &= 0, \end{aligned}$$

so ergibt sich

$$\begin{aligned} W_\lambda &= a \cdot W_{\lambda_1} \\ \text{und } K_\lambda &= b \cdot K_{\lambda_2} \end{aligned}$$

Weil nun aber die Lage des Ausschnittes ganz beliebig ist, so kann man für jede gewünschte Stelle in der Mittelstrecke die Werte von  $W$  und  $K$  bestimmen, wobei die Maßeinheit für jede Kurve zunächst willkürlich festzusetzen ist.

Die experimentelle Bestimmung der Koeffizienten  $a$  und  $b$  geschieht in folgender Weise:

Der Doppelspat  $K_1$  bleibt am Ende des Kollimators  $C_1$ . Die Spaltbreite sei an diesem Rohre  $s_0$ . Dem Kollimatorrohre  $C_2$  und dem Doppelspate  $K_2$  seien solche Stellungen gegeben, daß die Komponenten der entstehenden Mischung die Wellenlängen  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$  besitzen. Der Nullpunkt an der Kreisteilung für das NICOLSche Prisma  $N_2$  sei so gerechnet, daß, wenn auf ihn der Index weist, die Prismenfläche 2 erleuchtet sei mit Licht der Wellenlänge  $\lambda_1$ ; dann ist bei einer Drehung um  $90^\circ$  Licht der Wellenlänge  $\lambda_2$  vorhanden.

Machen wir nun die für  $L$  noch erforderliche Festsetzung der Maßeinheit, indem von jetzt an  $L$  diejenige Lichtintensität



bezeichne, mit der, durch den Okularspalt  $S$  gesehen, die Prismenfläche 1 resp. 2 erleuchtet scheint, wenn der betreffende Kollimators spalt die Breite von  $s = 1$  hat. Die gestrichenen Buchstaben beziehen sich im Folgenden auf den Kollimator  $C_2$ , die ungestrichenen auf  $C_1$ .

Es werden nun experimentell die Farbengleichungen

$$L'_{\lambda_1} \cdot s_1 = L_{\lambda_1} \cdot s_0$$

$$L'_{\lambda_2} \cdot s_2 = L_{\lambda_2} \cdot s_0$$

durch Bestimmung der Spaltbreiten  $s_1$  und  $s_2$  an dem Rohre  $C_2$  hergestellt.

Auf den ersten Anblick mag es scheinen, als wenn  $s_1$  und  $s_2$  stets einander gleich sein müßten, sobald nur, was hier tatsächlich der Fall war, das Licht, welches zur Erleuchtung der beiden Kollimatoren dient, dieselbe spektrale Zusammensetzung hat. Berücksichtigt man aber, daß je nach der Polarisationsrichtung der Verlust durch Reflexion an den verschiedenen Flächen sich ändert, so sieht man sofort ein, daß  $s_1$  und  $s_2$  nicht gleich sein können. Ihr Unterschied muß auch von der Wellenlänge abhängig sein. Diese Reflexionsverluste lassen sich in Bezug auf das Prisma  $P$ , dessen Brechungs-Koeffizienten uns bekannt waren, genau berechnen, nicht aber in Bezug auf die Doppelspate  $K_1$  und  $K_2$ , da hier Kittflächen, kleine innere Sprünge u. s. w. in Betracht kommen.

Die Intensitätsverschiedenheit der beiden Spektren, welche durch dasselbe Kollimatorrohr erzeugt wurden, nötigte nun auch bei dem Kollimatorrohre  $C_1$ , wo der Doppelspat  $K_1$  dicht an den Spalt herangeschoben blieb, die Stellung des NICOLSchen Prismas  $N_1$  stets unverändert zu lassen, damit sämtliche Messungen und Mischungen auf dasselbe Spektrum bezogen waren. Wir wählten hierzu diejenige Einstellung des NICOLSchen Prismas, durch welche bei einer eventuellen Verrückung des Doppelspates das nach der kurzwelligen Richtung hin verschobene Spektrum ausgelöscht gewesen wäre.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Für die an dieser Stelle besprochene Untersuchung der dichromatischen Systeme ist es gleichgültig, welche konstante Einstellung des NICOLSchen Prismas benutzt wird; weiter unten, (in § 14) werden wir aber sehen, daß die Wahl für die Untersuchung trichromatischer Farbensysteme durchaus nicht ohne Bedeutung ist.



Für die beliebige zwischen  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$  gelegene Farbe  $\lambda$  sei nun gefunden, daß, um durch Mischung von  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$  den ihr gleichen Farbeindruck, sowohl in Bezug auf Nuance wie Helligkeit, hervorzubringen, das NICOLSche Prisma  $N_2$  auf den Winkel  $\alpha$  und der Spalt  $S_2$  auf die Breite  $s$  gebracht werden müsse; es ist dann

$$L'_{\lambda_1} \cdot s \cdot \cos^2 \alpha + L'_{\lambda_2} \cdot s \cdot \sin^2 \alpha = L_{\lambda} \cdot s_0$$

oder mit Berücksichtigung der letzten Gleichungen:

$$L_{\lambda_1} \cdot \frac{s}{s_1} \cdot \cos^2 \alpha + L_{\lambda_2} \cdot \frac{s}{s_2} \cdot \sin^2 \alpha = L_{\lambda}.$$

Diese Gleichung verwandelt sich aber in die oben aufgestellte allgemeine Form der Farbengleichung

$$a \cdot L_{\lambda_1} + b \cdot L_{\lambda_2} = L_{\lambda},$$

sobald man

$$\frac{s}{s_1} \cdot \cos^2 \alpha = a$$

$$\text{und } \frac{s}{s_2} \cdot \sin^2 \alpha = b \text{ setzt.}$$

Da sämtliche drei Werte von  $L$  sich auf das eine vom Kollimatorrohre  $C_1$  herrührende Spektrum beziehen, so ist durch die vorgenommenen Bestimmungen eine Farbengleichung zwischen Teilen desselben Spektrum hergestellt. Zugleich ergibt sich, daß die Gleichung in mathematischer Beziehung unabhängig von der Spaltbreite  $s_0$ , d. h. von der absoluten Intensität ist. Die Frage, ob die hergestellten Farbengleichungen in physiologischer Hinsicht unabhängig von der absoluten Intensität seien, d. h. ob bei Vergrößerung oder Verkleinerung der Spaltbreite  $s_0$  aus den dann eingestellten Werten von  $s$ ,  $s_1$ ,  $s_2$  und  $\alpha$  sich dieselben Werte von  $a$  und  $b$  ergeben, wurde sowohl bei dieser Methode, wie auch bei der zweiten Methode (§ 9) einer sorgfältigen Prüfung unterworfen. Es zeigte sich, daß im allgemeinen eine solche Unabhängigkeit vorhanden war, wobei wir uns freilich



darauf beschränkten, den Spalt  $s_0$  auf die Hälfte zu verkleinern oder auf das Doppelte zu vergrößern.<sup>1</sup>

In jeder der beiden Endstrecken ist der Verlauf der Elementar-Empfindungs-Kurven (ebenso wie es bei dem monochromatischen System geschah) durch Intensitätsvergleichung zu ermitteln.

<sup>1</sup> In der oben erwähnten vorläufigen Mitteilung über die Resultate dieser Untersuchung (*Sitzungsberichte der Berl. Akad.* vom 29. Juli 1886, S. 808) ist hier folgende Anmerkung gemacht:

„Nur wenn die Farbengleichungen solches Spektrallicht enthielten, welches stark von dem Pigment der Macula lutea absorbiert wird, zeigte sich eine bisher noch nicht näher bestimmte Abhängigkeit. Es wurde ihr Einfluss möglichst dadurch beseitigt, daß man in diesem Teile des Spektrums die Intensität des in verschiedenen Mischungen benutzten Lichtes thunlichst gleich wählte. — Es darf hier ferner nicht unerwähnt bleiben, daß bei einem fünften dichromatischen Systeme auch in anderen Teilen des Spektrums eine solche Unabhängigkeit von der Intensität nicht ganz sicher vorhanden zu sein schien. Es ist dieses System hier nicht weiter berücksichtigt worden, weil seine Durcharbeitung von dem Besitzer selbst, einem jungen Physiker, beabsichtigt wird, derselbe jedoch bisher die dazu erforderliche Muße nicht gefunden hat.“

Inzwischen hat einer der von uns untersuchten Dichromaten, Hr. Dr. EUGEN BRODHUN, wie in mehreren anderen Richtungen, so auch in dieser, sein eigenes Farbensystem auf das sorgfältigste untersucht und, freilich bei viel größerer Änderung der Intensität, auch eine stärkere Abhängigkeit der Farbengleichungen von der Intensität gefunden, als wir. (Vergl. A. KÖNIG, *Sitzungsberichte der Berl. Akad.*, Sitzung vom 31. März 1887, S. 311.) Sodann hat Hr. E. TOXX in einer in der nächsten Zeit zu veröffentlichenden Untersuchung bei mehreren dichromatischen Systemen eine durchgehende Abhängigkeit der Koeffizienten  $a$  und  $b$  von der absoluten Intensität der benutzten Farben sicher konstatiert. Diese Abhängigkeit zeigt sich besonders bei niederen Intensitäten und schwindet asymptotisch bei der Zunahme der Intensität. Bei unseren hier angeführten Versuchen haben wir fast ausschließlich mit ziemlich hohen Intensitäten und, wie schon gesagt, mit verhältnismäßig geringen Intensitätsänderungen gearbeitet, und es ist uns daher diese Abhängigkeit fast völlig entgangen. Das oben erwähnte fünfte dichromatische Farbensystem, bei dem wir die einzige derartige Beobachtung machten, ist auch von Hrn. E. TOXX untersucht und mit allen übrigen in Übereinstimmung gefunden worden. Wie es gekommen ist, daß wir ausschließlich hier und nicht auch bei den übrigen Farbensystemen die nur bedingte Richtigkeit des NEWTONschen Mischungsgesetzes fanden, ist jetzt nachträglich nicht mehr klar zu stellen. — Die noch ausstehende Veröffentlichung der vollständigen Beobachtungsergebnisse der Hrn. E. BRODHUN und E. TOXX wird die hier weiter in Betracht kommenden Einzelheiten ergeben, vor allem aber erweisen, daß die von uns früher vermutete Beziehung zum Pigment der Macula lutea nicht vorhanden ist.



Sämtliche Farbengleichungen wurden so oft (mindestens aber zehnmal) aufs neue hergestellt, daß in der Mittelstrecke der wahrscheinliche Fehler für die Koeffizienten  $a$  und  $b$ , in den Endstrecken der für die Spaltbreiten nicht mehr als einige Prozent ihres Wertes betrug.

Die beiden so erhaltenen Elementar-Empfindungs-Kurven bezogen sich auf das Dispersions-Spektrum der Leuchtgasflamme und wurden dann in derselben Weise wie bei dem monochromatischen Farbensystem auf das Interferenz-Spektrum des Gas- und Sonnenlichtes umgerechnet. Der bisher noch willkürliche Maßstab der Ordinaten wurde dann ebenfalls in der Art geändert, daß unter den oben festgesetzten Annahmen für die Längeneinheit die von jeder Kurve und der Abscissenachse umschlossene Fläche in den Interferenz-Spektren den Inhalt 1000 erhielt.

Es ist wohl zu beachten, daß die Gleichsetzung der beiden Flächen, d. h. der Auslösungsstärke der beiden Elementarempfindungen durch das Gas- resp. Sonnenlicht hier nur eine rein rechnerische Operation ist, da wir gänzlich davon absehen, die Helligkeit der Elementarempfindungen zu bestimmen und in unsere Rechnung einzuführen.<sup>1</sup>

Nach der hier beschriebenen Methode haben wir nur ein dichromatisches Farbensystem, das des Hrn. Assessor L. KRANKE, untersucht.

In der Tabelle IVa. sind zuerst die Beobachtungen mitgeteilt. Der Beobachtungssatz I bezieht sich auf die langwellige Endstrecke des Spektrum, wobei die Koeffizienten  $a$  in beliebiger Festsetzung so angegeben sind, daß für die Wellenlänge  $\lambda = 632 \mu\mu$  der Wert  $a = 1$  angenommen ist. Es muß hier ausdrücklich bemerkt werden, daß Hr. KRANKE das Intervall  $590 \mu\mu$  bis  $550 \mu\mu$  nicht mehr für völlig gleichfarbig erklärte. Es hätte dieser Teil des Spektrum also bereits der Mittelstrecke zugerechnet werden müssen, aber ein Versuch, die dann erforderlichen Koeffizienten  $a$  und  $b$  zu bestimmen, mislang wegen der jedenfalls sehr geringen Beträge von  $b$ , welche zu ihrer Bestimmung sicherere Einstellungen erforderten, als sie Hr. KRANKE bei der Kürze der Zeit, die er unserer Untersuchung

<sup>1</sup> Vergl. E. BRODRUX, *Beiträge zur Farbenlehre*. Inaug.-Diss. Berlin 1887.



widmen konnte, sich einzuüben vermochte. Der Satz II umfaßt hauptsächlich die Mittelstrecke, doch enthält er in den Wellenlängen  $535\ \mu\mu$  und  $455\ \mu\mu$  noch solche Punkte, welche mit Rücksicht auf die eben genannten Umstände bei der Berechnung als Punkte der Endstrecken zu behandeln waren. Der Satz III endlich bezieht sich nur auf die kurzweilige Endstrecke, wobei die Intensität bei  $430\ \mu\mu$  als Einheit zu Grunde gelegt worden ist. In den Überschriften zu diesen Tabellen ist bereits die im folgenden ständig benutzte Bezeichnung eingeführt, wonach eine an  $L, W, K$  u. s. w. als Index zugefügte Zahl angiebt, auf welche Wellenlänge (in  $\mu\mu$  gemessen) der betreffende Wert Bezug hat. Die außerdem bei  $W$  benutzten Indices 1 und 2 beziehen sich auf die beiden Typen der dichromatischen Farbensysteme und werden weiter unten besprochen werden.

In der Berechnung ist  $W_{632} = 2.000$  angenommen worden und dann aus dem Beobachtungssatze I der ganze Zug der Empfindungskurve  $W$  von  $670\ \mu\mu$  bis  $550\ \mu\mu$  berechnet. Aus diesen Werten wurde dann  $W_{555}$  graphisch interpoliert und zu 11.200 gefunden. Hieraus und mit Benutzung der Thatsache, daß  $W_{436} = 0$  ist, wurde sodann aus Satz II. der weitere Verlauf der Kurve nach einer oben angegebenen Formel berechnet. Die Elementar-Empfindungs-Kurve  $K$  wurde zunächst nach Satz II in der Mittelstrecke unter Annahme von  $K_{436} = 4.600$  in analoger Weise berechnet, dann  $K_{440} = 5.468$  durch graphische Interpolation gefunden und nunmehr der Verlauf der  $K$ -Kurve in der kurzweiligen Endstrecke nach Satz III bestimmt.

Hier und in allen folgenden Berechnungen ist jedesmal die Nummer des betreffenden Beobachtungssatzes, welcher die benutzten Farbengleichungen enthält, oben links in Klammern beigelegt.

Die so erhaltenen Werte sind dann in der zweiten und dritten Kolumne der Tabelle IVb. zusammengestellt. Die folgenden Kolumnen enthalten die auf das Interferenz-Spektrum des Gas- resp. Sonnenlichtes, unter Zugrundelegung des oben erwähnten Maßstabes, umgerechneten Werte von  $W$  und  $K$ . Bei dem Interferenz-Spektrum des Sonnenlichtes sind noch die Werte  $W_{720}$ ,  $W_{700}$ ,  $W_{685}$  und  $K_{400}$  hinzugefügt. Wie dieselben erhalten worden sind, soll weiter unten (S. 37, 70 und 71) noch besonders erwähnt werden.



Tabelle IVa.

(Hr. L. KRANKE.)

Beobachtungen.	Berechnung.					
	Elementarempfindung $W_2$			Elementarempfindung $K$		
I.	(I.)			(II.)		
$L_\lambda = a \cdot I_{632}$	$\lambda$	Annahme	Berechnung	$\lambda$	Annahme	Berechnung
$\lambda$ $a$	670 $\mu\mu$	—	0.249	555 $\mu\mu$	0.—	—
670 $\mu\mu$ 0.1245	660 "	—	0.415	535 "	—	0.000
660 "                      0.2075	645 "	—	1.199	521 "	—	2.740
645 "                      0.5995	632 "	2.00	—	503 "	—	4.120
632 "                      1.0000	620 "	—	3.548	487.5 "	—	7.564
620 "                      1.7740	610 "	—	7.547	479 "	—	10.376
610 "                      3.7735	600 "	—	10.205	467.5 "	—	11.966
600 "                      5.1025	590 "	—	12.185	455 "	—	10.720
590 "                      6.0925	580 "	—	13.390	436 "	4.60	—
580 "                      6.695	570 "	—	13.410			
570 "                      6.705	560 "	—	12.200			
560 "                      6.100	550 "	—	10.090			
550 "                      5.045						
II.	(II.)			(III.)		
$L_\lambda = a \cdot L_{555} + b \cdot L_{436}$	$\lambda$	Annahme aus I.	Berechnung	$\lambda$	Annahme aus II.	Berechnung
$\lambda$ $a$ $b$	555 $\mu\mu$	11.20	—	440 $\mu\mu$	5.468	—
555 $\mu\mu$ 1.—                      0.—	535 "	—	7.084	430 "	—	3.407
535 "                      0.6325                      0.—	521 "	—	5.277	420 "	—	1.200
521 "                      0.4712                      0.595	503 "	—	1.993			
503 "                      0.1779                      0.895	487.5 "	—	0.859			
487.5 "                      0.0767                      1.644	479 "	—	0.419			
479 "                      0.0374                      2.256	467.5 "	—	0.053			
467.5 "                      0.00477                      2.601	455 "	—	0.—			
455 "                      0.—                      2.278	436 "	0.—	0.—			
436 "                      0.—                      1.—						
III.						
$L_\lambda = a \cdot L_{430}$	$\lambda$	$a$				
$\lambda$ $a$	440 $\mu\mu$	1.604				
440 $\mu\mu$ 1.604	430 "	1.—				
430 "                      1.—	420 "	0.3522				
420 "                      0.3522						



Tabelle IVb.

(Hr. L. KRANKE.)

$\lambda$	Ordinaten der Elementar-Empfindungs-Kurven.					
	Dispersions-Spektrum des Gaslichtes		Interferenz-Spektrum des Gaslichtes		Interferenz-Spektrum des Sonnenlichtes	
	$W_2$	$K$	$W_2$	$K$	$W_2$	$K$
720 $\mu\mu$	—	—	—	—	(0.002)	—
700 "	—	—	—	—	(0.006)	—
685 "	—	—	—	—	(0.012)	—
670 "	0.249	—	0.126	—	0.027	—
660 "	0.415	—	0.221	—	0.051	—
645 "	1.199	—	0.689	—	0.192	—
632 "	2.000	—	1.231	—	0.414	—
620 "	3.548	—	2.328	—	0.919	—
610 "	7.547	—	5.230	—	2.367	—
600 "	10.205	—	7.423	—	3.703	—
590 "	12.185	—	9.339	—	5.418	—
580 "	13.390	—	10.839	—	7.043	—
570 "	13.410	—	11.558	—	8.784	—
560 "	12.200	—	11.259	—	9.798	—
550 "	10.090	—	10.014	—	10.225	—
535 "	7.084	—	7.758	—	9.901	—
521 "	5.277	2.740	5.403	2.196	8.806	0.581
503 "	1.993	4.120	2.734	4.424	6.555	1.804
487.5 "	0.859	7.564	1.310	9.030	4.226	4.921
479 "	0.419	10.376	0.674	13.085	2.604	8.542
467.5 "	0.053	11.966	0.093	16.277	0.451	13.401
455 "	—	10.720	—	15.685	—	16.982
436 "	—	4.600	—	7.547	—	12.317
430 "	—	3.407	—	5.590	—	10.213
420 "	—	1.200	—	2.166	—	4.628
400 "	—	—	—	—	—	(2.288)



In Fig. 3 sind die für die beiden Elementarempfindungen des Hrn. KRANKE erhaltenen Werte (Interferenz-Spektrum des Sonnenlichtes) eingezeichnet und die Punkte durch möglichst glatte Kurvenführung (— · — · — · — · — · — ·) miteinander verbunden.

§ 9. Bestimmung der Elementar-Empfindungskurven. Zweite Methode. Die im vorigen Paragraphen beschriebene Methode leidet praktisch an zwei Übelständen. Erstens sind infolge des weiten Abstandes der beiden mit den Indices  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$  belegten Stellen im Spektrum die numerischen Werte der Koeffizienten  $a$  und  $b$  nicht immer mit der wünschenswerten Genauigkeit zu bestimmen, da bereits eine kleine Änderung in der Größe des in diesen Koeffizienten (siehe Seite 22) enthaltenen Winkels  $\alpha$  ihren Wert nicht unbeträchtlich ändert und die Ablesung von  $\alpha$  an dem vorhandenen Apparate nicht über eine gewisse Genauigkeit gesteigert werden konnte. Ferner liegen bei weitem Abstände eines Doppelspates von dem betreffenden Kollimatorsplatt (und das ist hier der Fall) die beiden in dem Rohre  $B$  erzeugten Spektren nicht mehr in einer Ebene; dadurch werden sowohl die Bestimmungen der Wellenlänge der Mischungs-Komponenten etwas unsicher, wie auch die von dem Okularspalte  $S$  durchgelassenen Teile der Spektren weniger homogen. Bei dem nach der ersten Methode untersuchten dichromatischen Farbensystem traten diese Übelstände nicht so sehr hervor, weil dort aus den früher angegebenen Gründen der Beobachtungssatz II, welcher die Mittelstrecke umschloß, nur mäßig weit auseinanderliegende Mischungs-Komponenten enthielt.

Bei den drei übrigen näher untersuchten Systemen, deren Besitzer alle in genauer Beobachtung bereits geschult waren, wurde daher eine theoretisch verwickeltere, praktisch aber ergiebigere Methode eingeschlagen.

In schematischer Darstellung ist dieses Verfahren, welches von Fall zu Fall aus äußeren Gründen etwas modifiziert wurde, das folgende:

$L$ ,  $W$  und  $K$  haben dieselbe Bedeutung wie oben; die Indices I und VII bezeichnen bestimmte Wellenlängen in den Endstrecken, II bis VI solche in der Mittelstrecke. Es wurden dann gebildet die Farbgleichungen



$$L_{II} = a_2 \cdot L_I + b_2 \cdot L_V \dots\dots\dots 1)$$

$$L_{III} = a_3 \cdot L_I + b_3 \cdot L_V \dots\dots\dots 2)$$

$$L_{IV} = a_4 \cdot L_I + b_4 \cdot L_V \dots\dots\dots 3)$$

$$L_{IV} = a'_4 \cdot L_{III} + b'_4 \cdot L_{VII} \dots\dots\dots 4)$$

$$L_V = a_5 \cdot L_{III} + b_5 \cdot L_{VII} \dots\dots\dots 5)$$

$$L_{VI} = a_6 \cdot L_{III} + b_5 \cdot L_{VII} \dots\dots\dots 6)$$

Aus den Gleichungen 4), 5) und 6) ergibt sich, wenn  $L$  durch  $W$  ersetzt wird und man berücksichtigt, daß  $W_{VII} = 0$  ist,

$$W_{IV} = a'_4 \cdot W_{III} \dots\dots\dots 7)$$

$$W_V = a_5 \cdot W_{III} \dots\dots\dots 8)$$

$$W_{VI} = a_6 \cdot W_{III} \dots\dots\dots 9)$$

Ersetzt man in den Gleichungen 2) und 3)  $L$  durch  $W$  und benutzt die Gleichungen 7) und 8), so kann man drei verschiedene Ausdrücke für  $W_I$  ableiten, nämlich

$$W_I = \frac{a'_4 - b_4 \cdot a_5}{a_4} \cdot W_{III}$$

$$W_I = \frac{1 - b_3 \cdot a_5}{a_3} \cdot W_{III}$$

$$W_I = \frac{b_4 - a'_4 \cdot b_3}{a_3 \cdot b_4 - a_4 \cdot b_3} \cdot W_{III},$$

welche bei vollkommen genauer Bestimmung der Koeffizienten  $a$  und  $b$  numerisch gleiche Werte ergeben müßten, was jedoch infolge der Beobachtungsfehler nicht mit voller Strenge der Fall sein wird. Daß die Abweichungen trotz der gleichzeitigen Benutzung von Farbenmischungen, welche oftmals Licht derselben Wellenlänge in verschiedenen Intensitäten enthielten, nur gering waren, ist der beste Beweis für die bei unseren Mischungen jedenfalls nur unbedeutende Abhängigkeit der Farbgleichungen von der absoluten Intensität.

Unter Benutzung des aus den drei Einzelwerten gewonnenen Mittelwertes von  $W_I$  wurde dann aus Gleichung 1) der Wert von  $W_{II}$  berechnet. In der Endstrecke, welche die mit dem Index I bezeichnete Stelle enthält, wurde der Verlauf der



(zunächst noch in der Maßeinheit des beliebig anzunehmenden Wertes  $W_{III}$  dargestellten) Elementar-Empfindungs-Kurve  $W$  wie bei der ersterwähnten Methode durch Intensitäts-Vergleichungen erhalten.

Die Bestimmung der Elementar-Empfindungs-Kurve  $K$  geschah in völlig analoger Weise.

Diese Methode wurde benutzt bei den dichromatischen Farbensystemen der Hrn. Geh. Rat W. WALDEYER, E. BRODHUN und Dr. HASIMÉ SAKAKI. Die Beobachtungen, Berechnungen und Resultate dieser Untersuchungen sind in den Tabellen Va., Vb., VIa., VIb., VIIa. und VIIb. enthalten.

Die Anordnung der Beobachtungen bei Hrn. W. WALDEYER (Tabelle Va. und Vb.) schließt sich am nächsten an die oben gegebene schematische Darstellung an. Die Wellenlängen  $510 \mu\mu$ ,  $500 \mu\mu$  und  $487 \mu\mu$  kommen in den beiden Beobachtungssätzen II und III vor, sie entsprechen den obigen mit den Indices III, IV und V versehenen Stellen im Spektrum. Man sieht, daß bei der Berechnung die drei für  $W_{642.5}$  erhaltenen Werte nicht wesentlich von einander differieren; die drei Werte für  $K_{440}$  stimmen noch besser. Der wahrscheinliche Fehler des Mittelwertes von  $W_{642.5}$  beträgt ungefähr 2 %, der von  $K_{440}$  ungefähr  $\frac{3}{4}$  %. Abgesehen davon, daß diese Fehler von derselben Größenordnung sind wie die Fehler der Koeffizienten  $a$  und  $b$ , kommt auch noch in Betracht, daß sie für den Hauptteil der betreffenden Kurve nur den Maßstab beeinflussen, also durch die spätere Reduktion auf gleiche Fläche wieder im wesentlichen herausfallen.

Die Beobachtungen des Hrn. E. BRODHUN (Tabelle VIa. und VIb.) sind in ähnlicher Weise geordnet; es sind hier vier Punkte des Spektrum in beiden Beobachtungssätzen enthalten (es muß freilich jedesmal ein Wert durch graphische Interpolation gewonnen werden). Der wahrscheinliche Fehler für  $W_{640}$  beträgt ungefähr 1 %, der für  $K_{438}$  ungefähr  $1\frac{1}{3}$  %.

Bei Hrn. H. SAKAKI (Tabelle VIIa. und VIIb.) sind drei Beobachtungssätze gemacht worden, welche auf die Mittelstrecke Bezug haben. Es ist daher hier das dieser Methode eigentümliche Verfahren zur Berechnung der Ordinate einer der Mischungs-Komponenten zweimal für jede Elementarempfindung erforderlich. An der einen Stelle sind drei Punkte gemeinsam, und der wahrscheinliche Fehler der Mittelwerte berechnet sich sowohl für  $W_{590}$  wie für  $K_{439}$  auf ungefähr 1 %. An der zweiten



Stelle ist nur ein Punkt gemeinsam und daher über den wahrscheinlichen Fehler der so erhaltenen Werte von  $W_{670}$  und  $K_{487}$  nichts auszusagen, doch ist ersichtlich, daß selbst Fehler, wie sie im Maximum den sonstigen Einzelbestimmungen dieser Art zukommen, keinen solchen Einfluß auf die Form der beiden Elementar-Empfindungs-Kurven haben können, daß irgend eine der später gezogenen Schlussfolgerungen dadurch berührt würde.

Der Verlauf der Elementar-Empfindungs-Kurve  $W$  in dem Intervall von  $670 \mu\mu$  bis  $720 \mu\mu$  wurde nur bei den Hrn. E. BRODHUN und H. SAKAKI bestimmt, und da er (unter Annahme von  $W_{670} = 1$ ) in beiden Fällen als der gleiche befunden wurde, so haben wir dieses auch für den in Bezug auf dieses Intervall nicht untersuchten Hrn. WALDEYER, sowie den im vorigen Paragraphen besprochenen Hrn. KRANKE angenommen und dementsprechend  $W_{685}$ ,  $W_{700}$  und  $W_{720}$  für das Interferenz-Spektrum des Sonnenlichtes berechnet.<sup>1</sup> Wegen der Werte von  $K_{400}$  verweisen wir auf § 17 (S. 70 und 71). Daß die betreffenden Zahlen nicht auf direkter Beobachtung beruhen, ist durch ihre Einklammerung angedeutet.

Ebenso wie bei Hrn. KRANKE sind auch bei diesen drei Farbensystemen die erhaltenen Werte der Elementarempfindungen für das Interferenz-Spektrum des Sonnenlichtes in Fig. 3 (S. 16) eingetragen und die Punkte durch Kurven (E. BRODHUN ———, W. WALDEYER — · — · — · —, H. SAKAKI · — — — · — — —) untereinander verbunden.

§ 10. Folgerungen aus der Gestalt der Elementar-Empfindungs-Kurven. Bei einer graphischen Aufzeichnung der acht Elementar-Empfindungs-Kurven, wie sie in Fig. 3 geschehen ist, zeigt sich sofort, daß die vier Kurven  $K$  bis auf geringe individuelle und von Beobachtungsfehlern herrührende Abweichungen bei allen vier Personen die gleiche Gestalt haben, während bei den Kurven  $W$  zwei Formen heraustreten. Der ersten Form gehören die Kurven der Hrn. W. WALDEYER und E. BRODHUN an, der zweiten Form diejenigen der Hrn. L. KRANKE und H. SAKAKI. Weniger genau durchgeführte

---

<sup>1</sup> Über den Verlauf des Intensitätsabfalles in dem Intervall von  $660 \mu\mu$  bis  $720 \mu\mu$  bei dichromatischen und trichromatischen Farbensystemen wird demnächst Einer von uns besondere Beobachtungen veröffentlichen.



Tabelle Va.

(Hr. W. WALDEYER.)

Beobachtungen.	Berechnung.					
	Elementarempfindung $W_1$			Elementarempfindung $K$		
I. $L_\lambda = a \cdot L_{670}$	(III.)			(II.)		
$\lambda$ $a$	$\lambda$	Annahme	Berechnung	$\lambda$	Annahme	Berechnung
670 $\mu\mu$ 1.—	440 $\mu\mu$	0.—	—	642.5 $\mu\mu$	0.—	—
650 "                1.775	455 "	—	0.0075	620 "	—	0.236
630 "                4.310	465 "	—	0.0218	605 "	—	0.468
	475 "	—	0.0488	590 "	—	0.440
	487 "	—	0.1120	570 "	—	0.858
	500 "	—	0.3779	550 "	—	1.126
	510 "	1.—	—	530 "	—	2.123
II. $L_\lambda = a \cdot L_{642.5} + b \cdot L_{487}$	(II.)			510 "	—	2.910
$\lambda$ $a$ $b$	$\lambda$	Annahmen aus III.	Berechnung	500 "	—	3.807
642.5 $\mu\mu$ 1.—                      0.—	487 $\mu\mu$	1) 0.1120	—	487 "	5.00	—
630 "                1.317                      0.—	500 "	2) 0.3779	—			
620 "                1.526                      0.0473	510 "	3) 1.—	—	(III.)		
605 "                1.524                      0.0936				$\lambda$	Annahmen aus II.	Berechnung
590 "                1.263                      0.0881						
570 "                0.9208                      0.1716				510 $\mu\mu$	1) 2.910	—
550 "                0.5437                      0.2252				500 "	2) 3.807	—
530 "                0.2701                      0.4246				487 "	3) 5.000	—
510 "                0.1180                      0.5821						
500 "                0.0344                      0.7614						
487 "                0.—                        1.—						
III. $L_\lambda = a \cdot L_{510} + b \cdot L_{440}$						
$\lambda$ $a$ $b$						
510 $\mu\mu$ 1.—                      0.—						
500 "                0.3779                      0.6649						
487 "                0.1120                      1.114						
475 "                0.0488                      1.890						
465 "                0.0218                      1.819						
455 "                0.0075                      1.586						
440 "                0.—                        1.—						
	(I.)					
	$\lambda$	Annahme aus II.	Berechnung			
	630 $\mu\mu$	10.620	—			
	650 "	—	5.983			
	670 "	—	2.465			



Tabelle Vb.

(Hr. W. WALDEYER.)

Ordinaten der Elementar-Empfindungs-Kurven.							
$\lambda$		Dispersions-Spektrum des Gaslichtes		Interferenz-Spektrum des Gaslichtes		Interferenz-Spektrum des Sonnenlichtes	
		$W_1$	$K$	$W_1$	$K$	$W_1$	$K$
720	$\mu\mu$	—	—	—	—	(0.026)	—
700	"	—	—	—	—	(0.099)	—
685	"	—	—	—	—	(0.204)	—
670	"	2.465	—	1.423	—	0.471	—
650	"	5.983	—	3.821	—	1.610	—
642.5	"	8.064	—	5.351	—	2.398	—
630	"	10.620	—	7.521	—	4.045	—
620	"	12.300	0.236	9.190	0.170	5.600	0.001
605	"	11.938	0.468	10.009	0.359	7.234	0.029
590	"	10.549	0.440	9.199	0.367	8.244	0.038
570	"	7.444	0.858	7.295	0.816	8.567	0.110
550	"	4.409	1.126	4.978	1.173	7.852	0.212
530	"	2.226	2.123	2.867	2.523	6.090	0.615
510	"	1.000	2.910	1.487	3.993	4.784	1.475
500	"	0.378	3.807	0.603	5.599	2.392	2.552
487	"	0.112	5.000	0.195	8.026	0.996	4.707
475	"	0.049	8.011	0.092	13.872	0.596	10.348
465	"	0.022	7.637	0.044	14.089	0.348	12.903
455	"	0.007	6.621	0.016	12.990	0.157	14.768
440	"	—	4.164	—	8.925	—	14.142
400	"	—	—	—	—	—	(2.343)



Tabelle VIa.

(Hr. E. BRODHUN.)

Beobachtungen.	Berechnung.					
	Elementarempfindung $W_1$			Elementarempfindung $K$		
I. $L_\lambda = a \cdot L_{670}$ $\lambda$ $a$	(III.) $\lambda$	Annahme	Berechnung	(II.) $\lambda$	Annahme	Berechnung
720 $\mu\mu$ 0.1142	438 $\mu\mu$	0.—	—	640 $\mu\mu$	0.—	—
700 "      0.3231	450 "	—	0.000	620 "	—	0.085
685 "      0.5705	465 "	—	0.014	605 "	—	0.384
670 "      1. —	475 "	—	0.047	590 "	—	0.543
660 "      1.4618	487 "	—	0.131	575 "	—	0.487
640 "      3.005	500 "	—	0.357	560 "	—	0.548
	515 "	—	0.983	545 "	—	0.676
	535 "	2.50	—	530 "	—	1.196
				515 "	—	2.206
				500 "	—	3.294
				487 "	5.00	—
II. $L_\lambda = a \cdot L_{640} + b \cdot L_{487}$ $\lambda$ $a$ $b$	(II.) $\lambda$	Annahmen aus III.	Berechnung	(III.) $\lambda$	Annahmen aus II.	Berechnung
640 $\mu\mu$ 1.—      0.—	530 $\mu\mu$	1) 2.040		535 $\mu\mu$	1) 1.00	
620 "      1.496      0.0170	515 "	2) 0.983		515 "	2) 2.206	
605 "      1.581      0.0768	500 "	3) 0.357		500 "	3) 3.294	
590 "      1.424      0.1086	487 "	4) 0.131		487 "	4) 5.00	
575 "      1.123      0.0975			(4.2) 6.564			(4.2) 2.939
560 "      0.8067      0.1095			(4.3) 6.634			(4.3) 2.646
545 "      0.5380      0.1351			(4.4) 6.617			(4.4) 2.824
530 "      0.3035      0.2392	640 "	—	(2.3) 6.916			(2.3) 2.579
515 "      0.1362      0.4412			(2.4) 6.788			(2.4) 2.820
500 "      0.04286      0.6588			(3.4) 6.310			(3.4) 2.883
487 "      0.—      1.—			Mittel: 6.638	438 "	—	Mittel: 2.782
III. $L_\lambda = a \cdot L_{535} + b \cdot L_{438}$ $\lambda$ $a$ $b$	545 "	—	3.590			
535 $\mu\mu$ 1.—      0	560 "	—	5.370			
515 "      0.3930      0.617	575 "	—	7.468			
500 "      0.1427      1.191	590 "	—	9.464	475 "	—	6.646
487 "      0.0523      1.752	605 "	—	10.505	465 "	—	6.410
475 "      0.0189      2.382	620 "	—	9.932	450 "	—	4.919
465 "      0.0058      2.302						
450 "      0.—      1.768	(I.) $\lambda$	Annahme aus II.	Berechnung			
438 "      0.—      1.—	640 $\mu\mu$	6.638	—			
	660 "	—	3.229			
	670 "	—	2.209			
	685 "	—	1.260			
	700 "	—	0.713			
	720 "	—	0.252			



Tabelle VIb.

(Hr. E. BRODHUN.)

Ordinaten der Elementar-Empfindungs-Kurven.						
$\lambda$	Dispersions-Spektrum des Gaslichtes		Interferenz-Spektrum des Gaslichtes		Interferenz-Spektrum des Sonnenlichtes	
	$W_1$	$K$	$W_1$	$K$	$W_1$	$K$
720 $\mu\mu$	0.252	—	0.140	—	0.031	—
700 "	0.713	—	0.423	—	0.100	—
685 "	1.260	—	0.789	—	0.208	—
670 "	2.209	—	1.477	—	0.480	—
660 "	3.229	—	2.270	—	0.797	—
640 "	6.638	—	5.176	—	2.407	—
620 "	9.932	0.085	8.583	0.071	5.122	0.005
605 "	10.505	0.384	9.814	0.348	6.891	0.030
590 "	9.464	0.543	9.553	0.532	8.385	0.057
575 "	7.468	0.487	8.207	0.520	8.716	0.068
560 "	5.370	0.548	6.527	0.647	8.594	0.104
545 "	3.590	0.676	4.833	0.884	7.932	0.178
535 "	2.500	—	3.610	—	6.971	—
530 "	—	1.196	—	1.732	—	0.409
515 "	0.983	2.206	1.630	3.552	4.608	1.228
500 "	0.357	3.294	0.659	5.903	2.562	2.809
487 "	0.131	5.000	0.264	9.780	1.319	5.988
475 "	0.047	6.646	0.103	14.023	0.656	10.920
465 "	0.014	6.410	0.032	14.410	0.250	13.775
450 "	—	4.919	—	11.879	—	15.886
438 "	—	2.782	—	7.358	—	12.605
400 "	—	—	—	—	—	(2.048)



Tabelle VIIa.  
(Hr. H. SAKAKI.)

Beobachtungen.			Berechnung.					
			Elementarempfindung $W_2$			Elementarempfindung $K$		
I.			(IV.)			(II.)		
$L_\lambda = a \cdot L_{670}$			$\lambda$	Annahme	Berechnung	$\lambda$	Annahme	Berechnung
$\lambda$	$a$		439 $\mu\mu$	0.—	—	670 $\mu\mu$	0.—	—
720 $\mu\mu$	0.1145		445 "	—	0.—	590 "	—	0.058
700 "	0.2967		455 "	—	0.023	580 "	—	0.216
685 "	0.5563		465 "	—	0.062	570 "	—	0.291
670 "	1.—		475 "	—	0.143	556 "	1.00	—
			487 "	—	0.325			
			500 "	—	0.917			
			510 "	2.00	—			
II.						(III.)		
$L_\lambda = a \cdot L_{670} + b \cdot L_{556}$			$\lambda$	Annahmen aus IV.	Berechnung	$\lambda$	Annahmen aus II.	Berechnung
$\lambda$	$a$	$b$						
670 $\mu\mu$	1.—	0.—				590 $\mu\mu$	0.058	—
650 "	3.773	0.—				556 "	1.000	—
630 "	7.928	0.—	487 $\mu\mu$	1) 0.325	—	487 "	—	8.155
610 "	14.598	0.—	500 "	2) 0.917	—	540 "	—	2.014
600 "	17.795	0.—	510 "	3) 2.000	—	525 "	—	3.366
590 "	20.30	0.0575			(4.2) 10.074	510 "	—	5.069
580 "	19.83	0.2165			(4.3) 9.988	500 "	—	6.196
570 "	19.56	0.2910	590 "	—	(2.3) 10.484			
556 "	0.—	1.—			Mittel: 10.182	(IV.)		
			525 "	—	3.981	$\lambda$	Annahmen aus III.	Berechnung
			540 "	—	6.695			
			556 "	—	9.813	510 $\mu\mu$	1) 5.069	—
						500 "	2) 6.169	—
						487 "	3) 8.155	—
III.								
$L_\lambda = a \cdot L_{590} + b \cdot L_{487}$			$\lambda$	Annahmen aus III.	Berechnung			
$\lambda$	$a$	$b$						
590 $\mu\mu$	1.—	0.—	556 $\mu\mu$	9.813	—			
556 "	0.9601	0.1150	590 "	10.182	—			
540 "	0.6498	0.2422	670 "	—	0.474			
525 "	0.3779	0.4101	570 "	—	12.129			
510 "	0.1801	0.6203	580 "	—	11.521			
500 "	0.0665	0.7593	600 "	—	8.433			
487 "	0.—	1.—	610 "	—	6.918			
			630 "	—	3.757			
			650 "	—	1.788			
IV.								
$L_\lambda = a \cdot L_{510} + b \cdot L_{439}$								
$\lambda$	$a$	$b$						
510 $\mu\mu$	1.—	0.—						
500 "	0.4585	0.4692						
487 "	0.1626	0.9276						
475 "	0.07142	1.391						
465 "	0.03087	1.624						
455 "	0.01138	1.498						
445 "	0.—	1.224						
439 "	0.—	1.—						
			(I.)					
			$\lambda$	Annahme aus II.	Berechnung			
			670 $\mu\mu$	0.474	—			
			685 "	—	0.264			
			700 "	—	0.141			
			720 "	—	0.054			



Tabelle VIIb.

(Hr. H. SAKAKI.)

Ordinaten der Elementar-Empfindungs-Kurven.						
$\lambda$	Dispersions-Spektrum des Gaslichtes		Interferenz-Spektrum des Gaslichtes		Interferenz-Spektrum des Sonnenlichtes	
	$W_2$	$K$	$W_2$	$K$	$W_2$	$K$
720 $\mu\mu$	0.054	—	0.026	—	0.004	—
700 "	0.141	—	0.072	—	0.013	—
685 "	0.264	—	0.143	—	0.027	—
670 "	0.474	—	0.275	—	0.065	—
650 "	1.788	—	1.145	—	0.345	—
630 "	3.757	—	2.666	—	1.026	—
610 "	6.918	—	5.465	—	2.735	—
600 "	8.433	—	6.993	—	3.854	—
590 "	10.182	0.058	8.897	0.027	5.708	0.003
580 "	11.521	0.216	10.632	0.108	7.639	0.012
570 "	12.129	0.291	11.918	0.154	10.016	0.020
556 "	9.813	1.000	10.605	0.582	10.817	0.091
540 "	6.695	2.014	8.083	1.311	10.423	0.259
525 "	3.981	3.366	5.324	2.426	8.914	0.622
510 "	2.000	5.069	2.982	4.073	6.867	1.436
500 "	0.917	6.196	1.465	5.336	4.163	2.321
487 "	0.325	8.155	0.567	7.666	2.074	4.290
475 "	0.143	11.485	0.269	11.694	1.251	8.324
465 "	0.062	13.140	0.124	14.196	0.736	12.892
455 "	0.023	12.040	0.049	13.829	0.347	15.004
445 "	—	9.785	—	11.916	—	16.262
439 "	—	7.993	—	10.107	—	15.600
400 "	—	—	—	—	—	(2.585)



Messungen an mehreren anderen dichromatischen Farbensystemen ergaben immer eine Zugehörigkeit zu einer dieser beiden Formen, so daß man dieselben als typisch ansehen muß, um so mehr, als auch bei anderen Untersuchungs-Methoden eine Scheidung sämtlicher dichromatischen Systeme in zwei Gruppen vorgenommen werden muß, welche mit der hier sich zeigenden Trennung zusammenfällt.

Die beiden Typen der Kurven  $W$  wollen wir von jetzt an (was in den Überschriften der Tabellen schon geschehen ist) durch die zugefügten Indices 1 und 2 unterscheiden.

Wir haben also, soweit unsere Untersuchungen und die bisher veröffentlichten, auf genauen quantitativen Messungen beruhenden Ergebnisse anderer Beobachter reichen, scharf und bestimmt zwei Formen dichromatischer Farbensysteme zu unterscheiden.

Bei näherer Betrachtung der Elementar-Empfindungskurven ergibt sich ferner noch, daß in der Gegend von ca.  $500 \mu\mu$ — $470 \mu\mu$  ganz unverkennbar eine Abweichung von dem glatten Kurvenverlaufe vorhanden ist. Die Verringerung der Ordinaten in diesem Bereiche rührt von der Absorption des Lichtes in dem Pigmente der Macula lutea her. Die Stärke dieser Absorption ist bei den verschiedenen Personen sehr verschieden.

Bezeichnen wir mit  $\lambda_n$  die Wellenlänge desjenigen Spektrallichtes, welches als Abscisse dem Schnittpunkt der beiden Elementar-Empfindungs-Kurven in einem dichromatischen Farbensystem zukommt, so gilt infolge des für die Ordinaten eingeführten Maßstabes die Gleichung

$$\frac{W_{\lambda_n}}{\int W \cdot d\lambda} = \frac{K_{\lambda_n}}{\int K \cdot d\lambda}$$

oder

$$\frac{\int W \cdot d\lambda}{\int K \cdot d\lambda} = \frac{W_{\lambda_n}}{K_{\lambda_n}}$$

Es ist also  $\lambda_n$  die Wellenlänge desjenigen Spektrallichtes, welches dieselbe Empfindung verursacht wie das unzerlegte Licht, d. h. für das betreffende Farbensystem liegt bei  $\lambda_n$  der oben schon erwähnte neutrale Punkt, wenn die Werte von  $W$  und  $K$  sich auf das Sonnenlicht beziehen.



Bei den untersuchten dichromatischen Systemen läßt sich die annähernde Übereinstimmung<sup>1</sup> der Wellenlänge dieses durch Rechnung und Zeichnung gewonnenen Schnittpunktes sowohl für Gas- wie auch für Sonnenlicht mit der Wellenlänge des aus direkter Beobachtung (Vergleichung des unzerlegten Lichtes mit monochromatischem) gefundenen als Bestätigung für die Richtigkeit der erhaltenen Elementar-Empfindungs-Kurven ansehen.

Dafs die Lage des neutralen Punktes nicht unter die sicheren Unterscheidungsmerkmale der beiden Typen aufgenommen werden kann,<sup>2</sup> ist eine Folge des durch die Absorption in der Macula verursachten Überwiegens der individuellen Verschiedenheiten der Kurven  $W$  über die typischen Verschiedenheiten gerade an der hier in Betracht kommenden Stelle des Spektrum.

DONDERS identifiziert, ohne direkt mit der Erfahrung in Widerspruch zu kommen, bei den dichromatischen Farbensystemen das, was hier Elementarempfindung genannt ist, mit seinen „Fundamentalfarben“; und die in den oben zitierten Arbeiten des Hrn. VAN DER WEYDE angegebenen Intensitätskurven der Fundamentalfarben in dichromatischen Systemen zeigen ein völliges Zusammenfallen der Kurven für die „kalte Fundamentalfarbe“ mit unseren Kurven  $K$ . Hingegen weichen die beiden Kurven der „warmen Fundamentalfarben“ von unseren Kurven  $W_1$  und  $W_2$  in der Weise ab, dafs ihre Maxima nach dem kurzwelligen Ende des Spektrum verschoben sind. Die Unterschiede sind jedoch derart, dafs sie zum kleineren Teile durch Beobachtungsfehler, zum gröfseren Teile aber wohl durch eine Verschiedenheit in der Zusammensetzung des

---

<sup>1</sup> Eine genaue Übereinstimmung kann nicht erwartet werden, weil sowohl bei Gas- wie auch bei Sonnenlicht diese aus direkter Beobachtung gefundene Stelle mit steigender Intensität nach dem blauen Ende des Spektrums sich verschiebt. Der Austrag der Kontroverse, die sich über die von der Intensität abhängige Lage des neutralen Punktes zwischen Hrn. E. HERING und Einem von uns (K) entsponnen hat, mufs einem anderen Orte vorbehalten bleiben. In der schon oben erwähnten Arbeit des Hrn. E. TONN wird demnächst das diese Frage klärende Beobachtungsmaterial veröffentlicht werden.

<sup>2</sup> A. KÖNIG, *Wied. Ann.* Bd. 22, S. 567. 1884, und *Gräfes Archiv* Bd. 30 (2) S. 155. 1884.



Sonnenlichtes zu erklären sind.<sup>1</sup> Bei den schlank sich erhebenden Kurven *K* wird der letztere Umstand fast gar keinen Einfluß haben.

#### IV. Trichromatische Farbensysteme.

§ 11. Allgemeine Eigenschaften trichromatischer Farbensysteme. Diese Farbensysteme sind die weitaus häufigsten, indem fast allen Frauen und etwa 96 % der Männer ein solches System zukommt. Die natürliche Folge hiervon ist, daß die Farbenbezeichnungen und -unterscheidungen der Sprachen aller Völker sich den Empfindungen angepaßt haben, welche bei trichromatischen Farbensystemen entstehen. Hierauf beruht ein großer Teil der Schwierigkeiten, mit welchen die genaue Untersuchung der bisher besprochenen Systeme zu kämpfen gehabt hat und gegenwärtig auch wohl bei solchen Beobachtern noch zu kämpfen hat, die sich über den psychologischen Ursprung der Farbenbezeichnungen nicht völlig klar sind.

Zuerst durch Lord RAYLEIGH<sup>2</sup> und später durch DONDEERS<sup>3</sup> ist nachgewiesen worden, daß aber auch die trichromatischen Farbensysteme untereinander beträchtlich verschieden sind und mindestens in zwei bisher durch keine nachweisbaren Übergänge verbundene Gruppen zu scheiden sind. Die erste Gruppe ist die weitaus zahlreichste, während die zweite sicher konstatierte Gruppe nicht häufiger vertreten zu sein scheint als die dichromatischen Systeme, da wir unter 70 darauf untersuchten Trichromaten nur drei Vertreter dieser Gruppe fanden. Daß solche Verschiedenheiten der trichromatischen Systeme erst in dem letzten Jahrzehnt beobachtet sind, beruht in noch weit höherem Maße auf der Schwierigkeit der Untersuchung,

<sup>1</sup> Hr. VAN DER WEYDE benutzte als Lichtquelle eine in den Fensterahmen eingesetzte matte Glasscheibe, welche wahrscheinlich unter den von ihm angegebenen Verhältnissen Licht von bläulicherem Farbenton ausstrahlte, als das bei uns von direktem Sonnenlicht beleuchtete Magnesiumoxyd.

<sup>2</sup> RAYLEIGH, *Nature* Vol. XXV S. 64 1881. (Gelesen vor der Section A der British Association. Sept. 2. 1881.)

<sup>3</sup> F. C. DONDEERS, *Onderzoek. u. s. w.* 3de REEKS D. VIII Bl. 170 und *du Bois-Reymonds Archiv für Physiol.* Jahrgang 1884. S. 518.



die wir soeben hinsichtlich der Dichromaten erwähnt haben, da hier die Abweichungen unvergleichlich geringer sind als dort. Ja, es ist sogar sehr unwahrscheinlich, daß durch die alltägliche Erfahrung des Lebens ohne besondere darauf hinzielende Farbenmischversuche eine Verschiedenheit der trichromatischen Farbensysteme je gefunden wäre.

Ehe wir an eine gesonderte Besprechung dieser beiden Gruppen gehen, wollen wir uns mit ihren gemeinsamen Eigenschaften beschäftigen. Wir werden hierbei eine wesentliche Erleichterung dadurch haben, daß wir uns an den allgemeinen Sprachgebrauch anlehnen können.

Bereits NEWTON<sup>1</sup> hat angedeutet, daß sich die Gesamtheit der Farben — er kannte nur trichromatische Systeme — auf einer Ebene, der sogenannten Farbentafel, anordnen läßt, und zwar in einer solchen Weise, daß das nach ihm benannte Gesetz der Farbenmischung Gültigkeit bekommt. Später haben dann GRASSMANN, MAXWELL, Hr. v. HELMHOLTZ und Hr. E. HERING die Theorie dieser Farbentafel weiter entwickelt bzw. durch Experimente geprüft.

Da wir uns bei unseren Versuchen im wesentlichen auf die Benutzung von nur einer Intensität beschränkten und auch alle Gleichungen bei thunlichst ausgeruhtem Auge herstellten, so hat die neuerdings aufgeworfene Frage,<sup>2</sup> ob es gerechtfertigt ist, „die geometrische Anordnung der objektiven Lichter nach der Qualität ihrer Reizwerte oder optischen Valenzen mit einer geometrischen Anordnung der Qualitäten der Lichtempfindungen“ zu identifizieren, für uns an dieser Stelle keine Bedeutung; denn was wir „Elementarempfindung“ nennen, ist nach Hrn. HERINGS Bezeichnung nichts anderes als eine „optische Valenz“. Erst ganz am Schlusse unserer Darlegung werden wir uns mit weitergehenden Fragen zu beschäftigen haben.

Aus der Schwerpunkts-Konstruktion in der NEWTONSchen Farbentafel ergibt sich nun ohne weiteres, daß wir hier wenigstens drei Elementarempfindungen annehmen müssen. Wir wollen uns nun aber auch auf die Annahme von nur drei Elementarempfindungen beschränken, da wir oben als leitenden

<sup>1</sup> J. NEWTON, *Optice*. Lib. I. P. II. Prop. VI.

<sup>2</sup> E. HERING, Über NEWTONS Gesetz der Farbenmischung. *Lotos*. Bd. VII. 1887.



Grundsatz die Reduktion auf eine möglichst geringe Zahl solcher Empfindungselemente ausgesprochen haben.

Die einzige Einschränkung, welche sich uns für die Wahl der Elementarempfindungen aus der NEWTONschen Farbentafel ergibt, besteht darin, daß das von den drei Punkten, welche den gewählten Elementarempfindungen entsprechen, gebildete Dreieck die Kurve der homogenen Lichter völlig enthält. Letztere ist eine ungeschlossene Kurve; verbinden wir ihre beiden Enden durch eine Gerade, so entspricht diese den Purpurfarben, und die nunmehr umgrenzte Fläche enthält alle Farben, welche durch Mischungen von Spektrallichtern, also überhaupt durch Licht, zu erzielen sind. Die Teile des Elementar-Empfindungs-Dreieckes, welche außerhalb dieser Fläche liegen, sind also ideal, d. h. kein objektiv vorhandenes Licht entspricht ihnen.

Da in einem sehr großen Teile des Spektrum die Mischung zweier Lichter stets geringere Sättigung zeigt, als die zwischenliegenden an Nuance gleichen homogenen Lichter, woraus sich eine konvexe Gestalt dieses Teiles der Kurve der Spektrallichter in der Farbentafel ergibt, so läßt sich das oben erwähnte ideale Gebiet der Farbentafel nicht völlig vermeiden; und es können — welche Wahl wir auch treffen — höchstens zwei Elementarempfindungen wirklich im Spektrum vertreten sein. Es ist deshalb die Analyse trichromatischer Farbensysteme in experimenteller Hinsicht besonders schwierig.

Ebenso wie bei den dichromatischen Farbensystemen zeigt sich auch bei den trichromatischen, daß an den Enden des Spektrum die Farbe sich in einem ziemlich ausgedehnten Bereiche nur der Intensität nach ändert. Diese beiden Teile des Spektrum wollen wir wieder als „Endstrecken“ bezeichnen und die durch sie ausgelösten Empfindungen, also spektrales Rot und Violet, als zwei der erforderlichen drei Elementarempfindungen wählen. Dieselben seien mit  $R$  und  $V$  bezeichnet.

An die beiden Endstrecken schließt sich dann nach der Mitte des Spektrum hin je eine Region an, in der jeder Farbenton durch Mischung der an der inneren Grenze gelegenen Spektralfarbe mit Licht der anstoßenden Endstrecke erzeugt werden kann. Es sind dieses gewissermaßen dichromatische Bezirke, die wir „Zwischenstrecken“ nennen. Zu der in der anstoßenden Endstrecke vorhandenen reinen Elementarempfin-



ung ist hier die dritte Elementarempfindung, welche wir mit  $G$  bezeichnen wollen, hinzugetreten, so daß also in der ersten Zwischenstrecke die Elementarempfindungen  $R$  und  $G$ , in der zweiten  $G$  und  $V$  vorhanden sind. In dem von beiden Zwischenstrecken umschlossenen Teil des Spektrum, den wir „Mittelstrecke“ nennen, werden alle drei Elementarempfindungen ausgelöst.

Daß die in einer Zwischenstrecke zu der Elementarempfindung der anstoßenden Endstrecke hinzutretende Elementarempfindung nicht diejenige der anderen Endstrecke sein kann, geht aus der Erfahrungsthatsache hervor, daß man keine Nuance der Zwischenstrecken aus Licht der beiden Endstrecken mischen kann. Es muß also eine von diesen beiden verschiedene Elementarempfindung sein, und zwar in beiden Zwischenstrecken dieselbe, weil wir sonst im ganzen vier Elementarempfindungen hätten, deren Vorhandensein (bei den von uns gemachten Festsetzungen) einem Farbensystem von vierfacher Mannigfaltigkeit entsprechen würde, was mit der Erfahrung im Widerspruch steht.

Die Grenzen dieser Strecken ergeben sich aus unseren Beobachtungen mit sehr geringen individuellen Unterschieden als die folgenden:<sup>1</sup>

Erste Endstrecke.....	Äußerstes Rot	—	655 $\mu\mu$
„ Zwischenstrecke ....	655 $\mu\mu$	—	630 „
Mittelstrecke.....	630 „	—	475 „
Zweite Zwischenstrecke.....	475 „	—	430 „
„ Endstrecke.....	430 „	—	Äußerstes Violet,

wobei hervorgehoben werden muß, daß die Grenze zwischen der ersten Zwischenstrecke und der Mittelstrecke (630  $\mu\mu$ ) und besonders die Grenze zwischen der zweiten Zwischenstrecke und der zweiten Endstrecke (430  $\mu\mu$ ) nur ungenau zu bestimmen sind, erstere infolge der Unempfindlichkeit des Auges für kleine Sättigungsunterschiede in dieser Gegend des Spektrum, letztere wegen der geringen Intensität am kurzwelligen Ende des benutzten Lampen-Dispersions-Spektrum.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Die von J. J. MÜLLER (*Gräfes Arch.* Bd. 15 (2), S. 208. 1869. hierüber gemachten Angaben stehen mit unseren Erfahrungen und denjenigen sämtlicher übrigen Beobachter im Widerspruch.

<sup>2</sup> Es ist sogar möglich, daß für trichromatische Farbensysteme eine kurzwellige Endstrecke überhaupt nicht existiert, so daß also das



Der erstere dieser beiden Umstände war uns insofern noch sehr hinderlich, als wir dadurch, wie wir weiter unten sehen werden, genötigt waren, die Bestimmung der Elementar-Kurve *V* nach einer ganz abweichenden Methode auszuführen.

Eine vollkommene Durcharbeitung des Farbensystems haben wir an vier Personen vorgenommen, an uns beiden selbst, dann an Hrn. Dr. L. ZEHNDER und an dem inzwischen verstorbenen Prof. O. BECKER. Die Untersuchungs-Methoden wurden natürlich zuerst an unserem eigenen Farbensystem herausgefunden und erprobt. Dann erst wandten wir sie auf die beiden anderen Personen an. Es zeigte sich jedoch, daß bei ihnen mehrere Vereinfachungen vorgenommen werden mußten, weil die Untersuchung sonst zu zeitraubend geworden wäre, und auch vorgenommen werden konnten, da eine gleiche Schärfe der Einstellung, insbesondere hinsichtlich der Vermeidung von spurweisen Sättigungsunterschieden, bei den im Vergleich zu uns naturgemäfs in solchen Beobachtungen Ungeübten doch nicht zu erzielen war. Hier mag aber bereits mit Nachdruck darauf hingewiesen sein, daß hierdurch (vergl. § 23, S. 97) die Schlufsergebnisse der vorliegenden Abhandlung durchaus nicht beeinflusst werden.

Wie oben schon erwähnt, haben wir außerdem die zur Unterscheidung der verschiedenen Gruppen der Trichromaten besonders geeignete Farbengleichung noch von etwa 70 anderen Personen herstellen lassen.

Wir beide, die fortan in den Tabellen nur mit K und D bezeichnet sind, gehören, wie sich weiter unten ergeben wird, den normalen Trichromaten, Hr. L. ZEHNDER und Prof. O. BECKER den anomalen Trichromaten an.

§ 12. Die Komplementärfarben und ihre Bestimmung. Als komplementär gefärbt werden zwei Lichter bezeichnet, welche, in geeignetem Verhältnis miteinander gemischt, Weiß ergeben. Wir schliefsen uns nun hier der oben in § 3 gegebenen Definition von „weißem“ Licht an und bezeichnen also nunmehr als „Komplementärfarben“ ein Farbenpaar, welches, in erforderlichem Verhältnis gemischt, dieselbe Empfindung

---

Spektrum bis zum letzten sichtbaren Ende seinen Farbenton stets ändert. Versuche mit einer viel helleren Lichtquelle, als wir sie benutzen konnten, vermögen hierüber allein Aufklärung zu schaffen. Es würde sich in diesem Falle auch die *G*-Kurve bis an das Ende des Spektrum erstrecken, freilich mit sehr kleinen Ordinaten.



erzeugt, wie das von einer mit „Normalweifs“ überzogenen Fläche reflektierte Licht der am unbewölkten Himmel stehenden Mittagssonne.

Zu einer bestimmten Farbe, z. B. zu einem spektralen roten Lichte ist nicht nur eine bestimmte andere spektrale Farbe komplementär, sondern auch jede Mischung dieser Farbe mit Weifs; und umgekehrt ist zu jeder dieser Farben nicht nur jenes spektrale rote Licht, sondern eine beliebige seiner unendlich vielen Mischungen mit Weifs komplementär. Man hat also homogene und zusammengesetzte Komplementärfarben zu unterscheiden. Im Folgenden wollen wir aber, wenn nichts anderes ausdrücklich bemerkt ist, unter „Komplementärfarben“ ausschließlich homogene Komplementärfarben verstehen.

In der NEWTONschen Farbentafel sind zu Weifs diejenigen Lichter mischbar, welche auf einer jeden durch den Weifs-Punkt gehenden Geraden zu verschiedenen Seiten des Weifs-Punktes liegen. Die homogenen Komplementärfarben sind die Schnittpunkte einer solchen Geraden mit der die Spektralfarben enthaltenden Kurve. Da diese Kurve nicht geschlossen ist, so ergibt sich unmittelbar, daß der mittlere Teil des Spektrum keine homogenen Komplementärfarben haben kann.

Wenn wir an Stelle des Sonnenlichtes das unzerlegte Licht der bei unserer Untersuchung benutzten Triplex-Gaslampe setzen, so erhalten wir analoge Farbenpaare, die wir als „Lampen-Komplementärfarben“ bezeichnen wollen. Ihre Anordnung auf der Farbentafel ist eine ganz ähnliche; nur ist der gemeinsame Schnittpunkt der unendlich vielen Geraden, von welchen jede die einander komplementären Lichter enthält, nicht der Weifs-Punkt, sondern derjenige Punkt, der der Farbe des gelblich-weißen Gaslichtes entspricht. Die Kenntnis der „Lampen-Komplementärfarben“ war, wie sich weiter unten ergibt, für die Durchführung unserer Untersuchung von grosser Bedeutung, und die Bestimmung ist in experimenteller Hinsicht wegen der gröfseren Konstanz der Lichtquelle und der steten Verfügbarkeit über dieselbe leichter auszuführen als diejenige der „Komplementärfarben für Sonnenlicht“.

Die experimentelle Anordnung zur Ermittlung der Wellenlänge komplementärer homogener Farben, sowohl für Sonnen- als auch für Gaslicht, war die folgende: An die Prismenfläche 1 (Fig. 1) wurde ein mit „Normalweifs“ überzogenes



Glimmerblatt so angeklebt, daß, durch den Spalt  $S$  des Okularrohres betrachtet, sein rechter geradlinig abgeschnittener Rand genau mit der vorderen Kante des Prismas zusammenfiel. Ein Strahlenbündel direkten Sonnenlichts oder ein Kegel von Gaslicht wurde dann so auf dasselbe gelenkt, daß der durch  $S$  sichtbare Teil desselben völlig gleichmäßig beleuchtet war. Vermittelst des Kollimatorrohres  $C_2$  wurde nun die Prismenfläche  $2$  mit einem solchen Mischlicht erfüllt, daß sie mit dem Glimmerblatte völlig gleich erschien. Es wurde dann das Glimmerblatt entfernt, und nunmehr, während das Nicolsche Prisma  $N_2$  nacheinander auf die beiden Polarisationsrichtungen von  $K_2$  gedreht war, durch Vergleich mit dem jetzt erleuchteten und in der oben angegebenen Weise kalibrierten Kollimatorrohre  $C_1$ , dessen Doppelspat  $K_1$  dicht an  $S_1$  herangeschoben war, die Wellenlänge der beiden Mischungs-Komponenten bestimmt. Damit war ein Paar Komplementärfarben gewonnen.

Durch Wiederholung dieser Farbengleichung bei geeigneter Änderung in der Stellung von  $K_2$  konnte eine beliebige Anzahl von Paaren gewonnen werden.

Wir beide haben vollständige Reihen für Sonnen- und für Gaslicht ausgeführt. Hingegen haben Prof. O. BECKER und Hr. L. ZEHNDER die Bestimmungen wegen des großen Zeitaufwandes, den sie erforderten, nur für Gaslicht und auch hier nur in sehr geringer Zahl ausgeführt.

Die erhaltenen Resultate sind in den Tabellen VIII und IX zusammengestellt.

In Fig. 4 ist eine graphische Darstellung dieser Komplementärfarben-Paare in der bekannten Weise ausgeführt, daß jedes Paar durch einen Punkt repräsentiert ist, als dessen Abscisse die Wellenlänge  $\lambda_1$  des einen Lichtes und als dessen Ordinate diejenige  $\lambda_2$  des anderen genommen ist. Die Punkte liegen bei jeder der vier größeren Reihen in einer ziemlich glatten Kurve. Die Gestalt dieser Kurve hat, wie dieses auch bei den früheren von den Hrn. H. v. HELMHOLTZ,<sup>1</sup> M. v. FREY und J. v. KRIES<sup>2</sup> ausgeführten völlig analogen Bestimmungen der

<sup>1</sup> H. HELMHOLTZ, *Pogg. Ann.* Bd. 94. S. 1. 1855 (Abgedr. in *Wiss. Abhandl.* Bd. II. S. 45. Leipzig 1883.)

<sup>2</sup> M. v. FREY und J. v. KRIES, *du Bois-Reymonds Arch.* Jahrg. 1881. S. 336.



Tabelle VIII.  
Komplementärfarben für Sonnenlicht.

A. KÖNIG		C. DIETERICH	
$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_1$	$\lambda_2$
675.0 $\mu\mu$	496.5 $\mu\mu$	670.0 $\mu\mu$	494.3 $\mu\mu$
663.0 "	495.7 "	660.0 "	494.0 "
650.0 "	496.7 "	650.0 "	494.3 "
638.0 "	495.9 "	635.0 "	494.0 "
615.3 "	496.0 "	626.0 "	493.1 "
582.6 "	483.6 "	610.0 "	492.2 "
578.0 "	476.6 "	588.0 "	485.9 "
576.0 "	467.0 "	585.7 "	485.7 "
574.5 "	455.0 "	578.0 "	476.6 "
573.0 "	450.0 "	575.6 "	470.0 "
		571.5 "	455.0 "
		571.3 "	448.0 "
		571.4 "	442.0 "

Fall ist, sehr große Ähnlichkeit mit einem Zweige einer gleichseitigen Hyperbel; nur ist hier der Verlauf schon im Endlichen, nämlich da, wo die eine Komponente des Komplementärfarben-Paares einer der beiden Endstrecken angehört, geradlinig. Da diese gradlinigen Teile, wie wir sogleich sehen werden, für uns von besonderem Werte waren, so haben wir uns bei Prof. BECKER und bei Hrn. L. ZEHNDER lediglich auf ihre Bestimmung beschränkt und den mittleren Teil der Kurven, aus dem wir beim gegenwärtigen Stand unserer Kenntnisse doch keine Schlussfolgerungen ziehen können, vernachlässigt. In Fig. 4 konnten wir von diesen beiden Beobachtern nur diejenigen Bestimmungen eintragen, bei welchen wir für beide Komponenten des Komplementärfarben-Paares die Wellenlänge genau bestimmt hatten. Wie aus der Tabelle IX. hervorgeht, ist für die roten Komponenten nur konstatiert worden, daß sie in der langwelligen Endstrecke lagen. Zur Einzeichnung in Fig. 4 fehlt uns also die Kenntnis des Abscissenwertes.



Tabelle IX.

Komplementärfarben für Gaslicht.

A. KÖNIG		C. DIETERICI		L. ZEHNDER		O. BECKER	
$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_1$	$\lambda_2$
711.3 $\mu\mu$	516.2 $\mu\mu$	713.0 $\mu\mu$	511.6 $\mu\mu$	>670 $\mu\mu$	506.0 $\mu\mu$	>660 $\mu\mu$	512.4 $\mu\mu$
701.0 "	516.2 "	697.5 "	512.0 "	>670 "	504.5 "	635.7 "	512.4 "
688.0 "	516.8 "	680.6 "	511.7 "	>670 "	505.1 "	—	—
678.0 "	516.3 "	679.0 "	512.7 "	>670 "	504.3 "	606.6 "	485.0 "
669.0 "	516.9 "	667.0 "	512.4 "	—	—	602.8 "	470.0 "
640.0 "	515.2 "	662.0 "	511.3 "	600.0 "	477.0 "	603.1 "	465.7 "
632.0 "	514.3 "	655.0 "	512.1 "	601.7 "	467.5 "		
626.8 "	513.7 "	645.4 "	512.5 "	601.2 "	459.0 "		
615.0 "	510.8 "	626.4 "	510.0 "				
602.1 "	505.0 "	604.6 "	504.7 "				
596.4 "	499.0 "	595.8 "	498.9 "				
593.8 "	492.0 "	595.0 "	498.8 "				
592.2 "	487.2 "	591.5 "	490.7 "				
591.8 "	486.5 "	591.0 "	490.4 "				
590.9 "	481.0 "	590.5 "	485.5 "				
590.0 "	476.0 "	588.6 "	484.0 "				
589.5 "	464.0 "	588.5 "	478.7 "				
590.0 "	450.0 "	587.5 "	473.0 "				
590.0 "	444.0 "	586.9 "	463.0 "				
588.2 "	440.0 "	585.7 "	443.0 "				

Bei den nach unten gehenden Hyperbel-Ästen für die Hrn. ZEHNDER und BECKER liegen die Punkte in Fig. 4 keineswegs in einem so glatten Verlauf wie bei unseren eigenen auf derselben Figur eingetragenen Kurven, aber die Führung der Kurven ist doch ziemlich eindeutig gegeben, da sie in ihrem allgemeinen Charakter nicht viel von den unsrigen abweichen können.

Bezeichnen wir mit  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$  die Wellenlängen eines Paares von Spektralfarben, die nach der oben benutzten Bezeichnung für Lampenlicht komplementär sind, und nennen wir  $c$  einen nur von diesen beiden Wellenlängen abhängigen



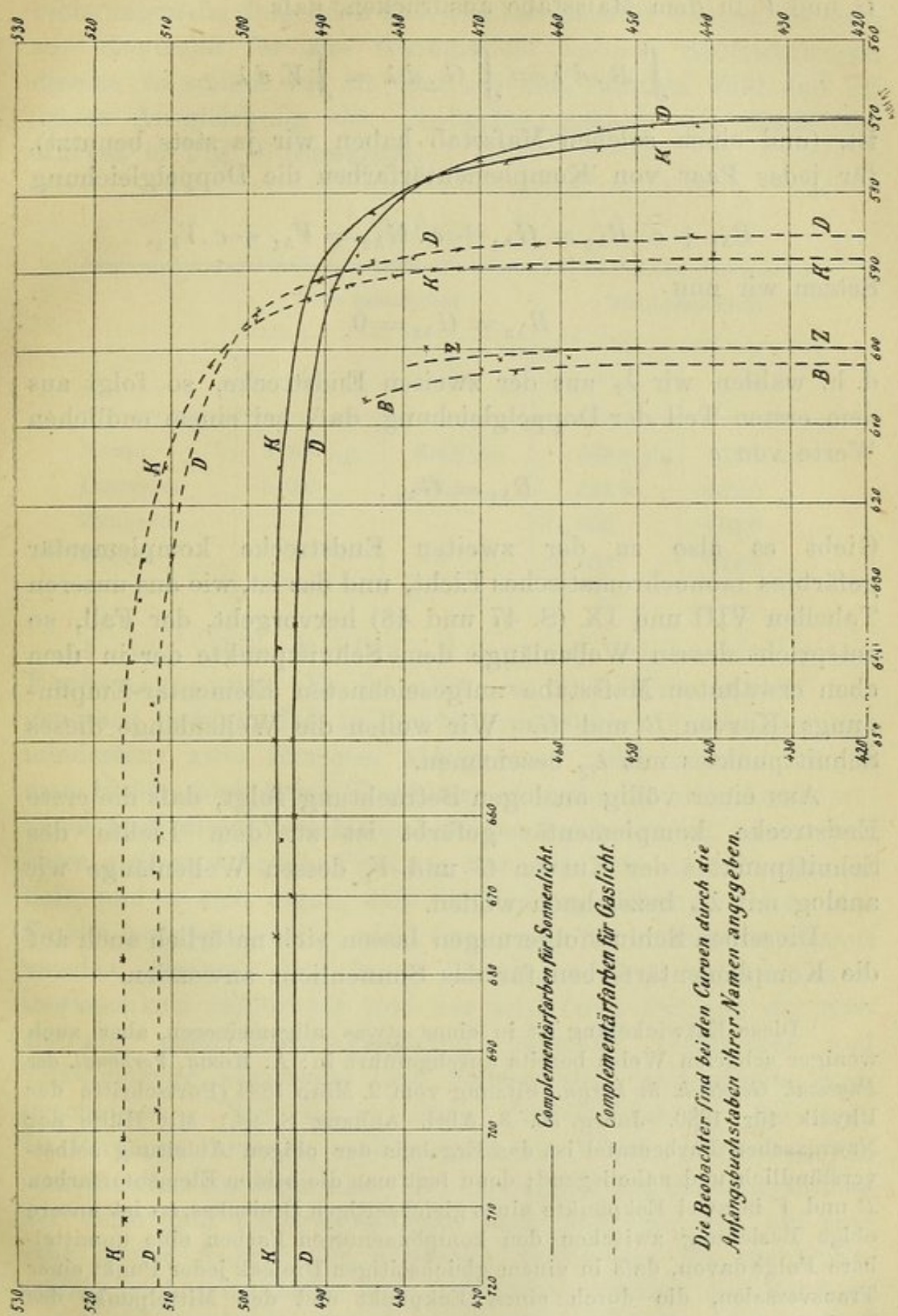


Fig. 4.



Faktor, so gilt, wenn wir die drei Elementarempfindungen  $R$ ,  $G$  und  $V$  in dem Maßstabe ausdrücken, daß

$$\int R \cdot d\lambda = \int G \cdot d\lambda = \int V \cdot d\lambda$$

ist, (und einen solchen Maßstab haben wir ja stets benutzt), für jedes Paar von Komplementärfarben die Doppelgleichung

$$R_{\lambda_1} + c \cdot R_{\lambda_2} = G_{\lambda_1} + c \cdot G_{\lambda_2} = V_{\lambda_1} + c \cdot V_{\lambda_2}.$$

Setzen wir nun

$$R_{\lambda_2} = G_{\lambda_2} = 0$$

d. h. wählen wir  $\lambda_2$  aus der zweiten Endstrecke, so folgt aus dem ersten Teil der Doppelgleichung, daß bei einem endlichen Werte von  $c$

$$R_{\lambda_1} = G_{\lambda_1}.$$

Giebt es also zu der zweiten Endstrecke komplementär gefärbtes monochromatisches Licht, und das ist, wie aus unseren Tabellen VIII und IX (S. 47 und 48) hervorgeht, der Fall, so entspricht dessen Wellenlänge dem Schnittpunkte der in dem eben erwähnten Maßstabe aufgezeichneten Elementar-Empfindungs-Kurven  $R$  und  $G$ . Wir wollen die Wellenlänge dieses Schnittpunktes mit  $\lambda_{rg}$  bezeichnen.

Aus einer völlig analogen Betrachtung folgt, daß die erste Endstrecke komplementär gefärbt ist zu dem Lichte des Schnittpunktes der Kurven  $G$  und  $V$ , dessen Wellenlänge wir analog mit  $\lambda_{gv}$  bezeichnen wollen.

Dieselben Schlußfolgerungen lassen sich natürlich auch auf die Komplementärfarben für das Sonnenlicht anwenden.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Diese Entwicklung ist in einer etwas allgemeineren, aber auch weniger scharfen Weise bereits durchgeführt in: A. KÖNIG, *Verhandl. der Physikal. Gesellsch. in Berlin*. Sitzung vom 2. März 1883 (Fortschritte der Physik für 1880. Jahrg. 36. 3. Abtl. Anhang S. 24.) Mit Hülfe der NEWTONSchen Farbentafel ist das Ergebnis der obigen Ableitung selbstverständlich und naheliegend; denn legt man die beiden Elementarfarben  $R$  und  $V$  in zwei Eckpunkte eines gleichseitigen Dreieckes, so ist unsere obige Beziehung zwischen den komplementären Farben eine unmittelbare Folge davon, daß in einem gleichseitigen Dreieck jeder Punkt einer Transversalen, die durch einen Eckpunkt und den Mittelpunkt des Dreieckes geht, von den beiden anderen Eckpunkten gleich weit entfernt ist.



Da diese Werte von  $\lambda_{rg}$  und  $\lambda_{gv}$  sowohl bei unseren Berechnungen im folgenden Paragraphen benutzt werden als auch zur Kontrolle für die Genauigkeit unserer Beobachtungen dienen, so stellen wir sie hier aus den Tabellen VIII und IX (unter Ausgleichung der Beobachtungsfehler mit Hülfe der Kurven in Fig. 4) zusammen.

Tabelle X.

	Für Sonnenlicht		Für Lampenlicht	
	$\lambda_{rg}$	$\lambda_{gv}$	$\lambda_{rg}$	$\lambda_{gv}$
KÖNIG	573.0 $\mu\mu$	496.3 $\mu\mu$	588.8 $\mu\mu$	516.5 $\mu\mu$
DIETERICI	570.6 „	494.1 „	585.5 „	512.0 „
ZEHNDER	—	—	ca. 600 „	505.0 „
BECKER	—	—	ca. 602 „	512.4 „

§ 13. Die beiden Gruppen trichromatischer Farbensysteme. Es ist oben in § 11 schon darauf hingewiesen worden, daß in den trichromatischen Farbensystemen mindestens zwei Gruppen abzugrenzen sind, zwischen denen man bisher noch keine Übergänge aufgefunden hat. Lord RAYLEIGH fand diese Verschiedenheit der Trichromaten, als er von einer größeren Anzahl Personen Rot und Grün zu Gelb mischen liefs, und es sich ergab, daß die Farbengleichung, welche eine Person hergestellt hatte, nicht immer von der anderen anerkannt wurde. DONDERS hat dieser Thatsache dann größere Aufmerksamkeit zugewandt und zur schärferen Prüfung die Herstellung einer Farbengleichung zwischen Lithiumrot und Thalliumgrün einerseits und Natriumgelb andererseits vorgeschlagen. Wir haben diese Farbengleichung bei etwa 70 Personen benutzt und können sie für das Auffinden von individuellen Unterschieden in trichromatischen Farbensystemen bei derartigen Untersuchungen, auch wenn sie sich auf eine sehr große Anzahl von Personen erstrecken, als verhältnismäßig leicht ausführbar sehr empfehlen. Selbst bei Solchen, welche gar nicht im Beobachten geschult sind (— wir haben eine Anzahl Soldaten mit dieser Methode geprüft —) ist die



Einstellung noch immer hinreichend sicher. — Genauere Beobachter merken freilich, daß keine vollkommene Farbengleichung erzielt werden kann, indem das gemischte Feld immer etwas weniger gesättigt ist als das monochromatische. Die Ungleichheit ist aber so gering, daß die Sicherheit der Einstellung auf gleiche Nuance kaum beeinträchtigt wird.

Leider sind die Resultate, welche an verschiedenen Orten mit dieser Methode erhalten werden, nicht ohne weiteres miteinander vergleichbar, denn das zur Herstellung der Farbengleichung erforderliche Mischungsverhältnis von Lithiumrot zu Thalliumgrün ist sowohl von der Zusammensetzung des zerlegten Lichtes als auch von der Art der Dispersion in dem benutzten Spektrum abhängig.

Schreiben wir die hier besprochene Farbengleichung

$$a \cdot L_{670} + b \cdot L_{535} = L_{590}$$

und setzen  $\frac{a}{b} = c$ , so enthält die folgende Tabelle XI. für die vier von uns näher untersuchten trichromatischen Farbensysteme die Werte des Quotienten  $c$  sowohl für das Dispersions-Spektrum des Gaslichtes als für die Interferenz-Spektren des Gas- und des Sonnenlichtes.

Tabelle XI.

	Dispersions-Spektrum des Gaslichtes	Interferenz-Spektrum des Gaslichtes	Interferenz-Spektrum des Sonnenlichtes
KÖNIG	1.362	2.936	16.904
DIETERICI	1.674	3.620	20.967
ZEHNDER	0.504	1.087	5.808
BECKER	0.322	0.695	4.134

Aus dieser Zusammenstellung zeigt sich der große Unterschied in der Beschaffenheit der Farbensysteme dieser beiden hier durch je zwei Personen vertretenen Gruppen, besonders wenn man noch berücksichtigt, daß sämtliche von uns untersuchten Personen der ersten Gruppe einen Wert von  $c$  einstellten, der zwischen den uns beiden (K und D) zukommenden lag, unsere eigenen Werte also die Extreme bildeten. Der dritte



Vertreter der zweiten Gruppe war nahe bei Hrn. ZEHNDER (etwas nach BECKER hin) einzuordnen.

Da die erste Gruppe, wie oben schon erwähnt, die weitaus zahlreichste ist, so ist es angebracht, die betreffenden Farbensysteme als „normale trichromatische Farbensysteme“ zu bezeichnen, während auf die zweite Gruppe, solange sie die einzige außerdem scharf abgegrenzte ist, der Name: „anomale trichromatische Farbensysteme“ angewandt werden mag. Finden sich später mehrere derartige von der großen Mehrzahl abweichende Gruppen, so ist natürlich eine andere Bezeichnung zu wählen.

Wenn es auch aus verschiedenen Gründen wünschenswert gewesen wäre, für normale und anomale trichromatische Farbensysteme dieselben Farbengleichungen zur Bestimmung der Elementar-Empfindungs-Kurven anzuwenden, so haben wir doch für beide Gruppen verschiedene Farbengleichungen hierzu benutzt. Es zeigte sich nämlich, daß bei anomaler Trichromasie störende Sättigungsunterschiede viel seltener auftreten als bei normaler, und daß man daher die Komponenten der einzelnen Beobachtungssätze im Spektrum viel weiter auseinanderlegen kann, ohne die Genauigkeit der Beobachtung wesentlich zu beeinträchtigen. Wir mußten nun leider diesen Vorteil benutzen, weil uns zur Untersuchung unserer beiden anomalen Trichromaten viel weniger Zeit zur Verfügung stand, als wir für die Untersuchung unserer eigenen Farbensysteme verwenden konnten. Bei Prof. O. BECKER konnten wir aus Mangel an Zeit keine vollständige Durcharbeitung des Farbensystems vornehmen, sondern mußten uns auf die charakteristischsten Teile desselben beschränken. Auch bei Hrn. ZEHNDER ist die Sicherheit der Beobachtung nicht so groß wie bei unseren eigenen Systemen, zu deren Bestimmung wir aber auch mehr als die sechsfache Arbeitszeit verbraucht haben.

Wir selbst haben jedoch oftmals die von den anomalen Trichromaten hergestellten Farbengleichungen betrachtet und fanden, daß wir sie mit unseren „normalen trichromatischen Farbensystemen“ fast ausnahmslos anerkennen konnten, wenn sie sich nur auf den blauen und violetten Teil des Spektrum bezogen, hingegen erschienen uns die Felder stets höchst ungleich, sobald rotes, gelbes und grünes Licht als Komponenten oder als Vergleichsfarbe benutzt wurde.



### a) Normale trichromatische Farbensysteme.

§ 14. Die Auswahl der Farbengleichungen und die unmittelbaren Ergebnisse der Beobachtung. Wie schon erwähnt, wurde der Verlauf der Elementar-Empfindungskurven in den beiden Farbensystemen der Verfasser dieser Abhandlung bestimmt.

Die Auffindung geeigneter Farbenmischungen war sehr schwierig und gelang erst nach mannigfachen fehlgeschlagenen Versuchen. Es können nur solche Farbenmischungen benutzt werden, bei welchen die Gleichheit der erhaltenen Farben nach Ton und Sättigung scharf beurteilt werden kann, und bei deren Kombination zugleich die Beobachtungsfehler keinen großen Einfluss auf die Ergebnisse der numerischen Rechnung gewinnen. Mit Rücksicht auf den ersten Umstand müssen weißliche Farben vermieden, also im allgemeinen nur einander ziemlich nahegelegene Teile des Spektrum miteinander gemischt werden, während die Sicherheit der Berechnung es wünschenswert macht, daß die Komponenten einer Mischung im Spektrum möglichst weit auseinanderliegen. Nur durch sorgfältiges Abwägen dieser beiden einander widerstreitenden Umstände für jede einzelne Mischung konnte die im allgemeinen erfreuliche Sicherheit der nachfolgend angegebenen Resultate erzielt werden. Doch blieb in dem orange-farbenen bis grünen Teile des Spektrum insofern eine Ausnahme bestehen, als hier eine beträchtliche Zumischung von blauem Lichte das Aussehen ungemein wenig beeinflusst.

Zuerst versuchten wir, auch in der Mittelstrecke die Komponenten der Mischungssätze so nahe aneinanderzulegen, daß keine merkbaren Sättigungsunterschiede auftraten. Es zeigte sich jedoch bald, daß infolge der dann erforderlichen sehr großen Anzahl von Mischungssätzen, welche nach der in § 9 entwickelten Methode miteinander zu verknüpfen waren, die Unsicherheit in den berechneten Werten so groß wurde, daß die schließlichen Resultate gar kein Vertrauen mehr verdienten. Wir waren daher genötigt, auch auf dem bisher stets monochromatischen linken, von dem rechten Kollimatorrohre  $C_1$  her erleuchteten Felde eine zweite Komponente, die ungefähr der Komplementärfarbe entsprach, einzuführen und durch deren Zumischung die Sättigungsunterschiede auszugleichen, welche sonst bei weitere Intervalle umfassenden Mischungs-



sätzen auftraten. Zu diesem Zwecke mußte auch der Doppelspat  $K_1$  in dem Kollimator  $C_1$  von dem Spalte abgerückt werden. Damit nun aber sämtliche Messungen auf dasselbe Spektrum bezogen wurden (siehe § 8, S. 21 und 22), mußte untersucht werden, ob die relative Intensitätsverteilung in den beiden Spektren, welche von  $C_1$  herrühren, sich ändert, wenn man  $K_1$  immer mehr von dem Spalte entfernt. Eine sorgfältige Prüfung ergab nun, daß dieses bei dem nach dem langwelligen Ende hin verschobenen Spektrum nicht, wohl aber bei dem anderen der Fall war. Dieses eine konstant bleibende Spektrum wurde nun nicht nur, wie es bisher geschehen war, als Norm für die beiden Spektren des Kollimatorrohres  $C_2$ , sondern auch für das zweite Spektrum von  $C_1$  zu Grunde gelegt. Die Beziehung der Spektren aufeinander geschah in völlig analoger Weise, wie wir es oben dargelegt haben; doch mußte, um die Intensität der dem zweiten Spektrum von  $C_1$  entnommenen Komponenten durch das erste Spektrum ausdrücken zu können, ein drittes Spektrum (von  $C_2$  her) als Zwischenglied bei den Vergleichen benutzt werden, da die zwei Spektren desselben Kollimators ja nicht unmittelbar miteinander verglichen werden konnten.<sup>1</sup>

Wir haben also bei trichromatischen Systemen drei verschiedene Formen von Farbengleichungen:

1. Form: in den Endstrecken

$$L_\lambda = a \cdot L_{\lambda_1}$$

2. Form: wo eine Mischung zweier Komponenten ohne merkbaren Sättigungsunterschied einer zwischen ihnen liegenden Spektralfarbe gleich wird

$$L_\lambda = a \cdot L_{\lambda_1} + b \cdot L_{\lambda_2}$$

3. Form: wo auf jeder Seite der Farbengleichung zwei Komponenten in die Mischung eingehen

$$L_\lambda + c \cdot L_{\lambda'} = a \cdot L_{\lambda_1} + b \cdot L_{\lambda_2}$$

oder

$$L_\lambda = a \cdot L_{\lambda_1} + b \cdot L_{\lambda_2} - c \cdot L_{\lambda'}$$

<sup>1</sup> Ein Spektrum von  $C_2$  war natürlich zu Hülfe genommen worden, als wir das Konstantbleiben des einen Spektrum von  $C_1$  beim Vorrücken des Doppelspates  $K_1$  prüften.



Die Bestimmung der Wellenlänge  $\lambda'$  geschah stets durch eine eben solche Kalibration, wie wir sie für die Wellenlänge  $\lambda$  machen mußten.

Die Tabelle XII. auf S. 57 und 58 enthält nun die gewonnenen Werte der Koeffizienten  $a$ ,  $b$  und  $c$  in den von uns hergestellten Farbengleichungen. Jede Farbengleichung wurde so oft (in dem hellen Teile des Spektrum aber mindestens zehn-, in dem dunklen (blauen) mindestens zwanzigmal) wiederholt, daß der wahrscheinliche Fehler der Koeffizienten nur wenige Prozent betrug. Die benutzten Wellenlängen sind mit einer einzigen Ausnahme, auf die wir später zurückkommen werden, für uns beide die gleichen; es geht daher die Verschiedenheit unserer Farbensysteme schon unmittelbar aus diesen Tabellen hervor.

Über die neun Sätze von Farbengleichungen ist folgendes zu bemerken:

Satz I bezieht sich auf die langwellige Endstrecke (1. Form).

Satz II umfaßt die Region  $670 \mu\mu$  bis  $563.5 \mu\mu$ , enthält aber nur Gleichungen (3. Form) für Lichter von der Wellenlänge  $590 \mu\mu$  und  $577 \mu\mu$ , da wir nicht ohne zwingende Notwendigkeit die verwickelteste Form der Farbengleichung benutzen wollten, und, wie Satz III zeigt, zwischen  $670 \mu\mu$  und  $590 \mu\mu$  sich Gleichungen der 2. Form ohne merkbare Sättigungsunterschiede herstellen ließen.

Satz IV umschließt das Intervall  $590 \mu\mu$  bis  $536 \mu\mu$  und enthält neben Farbengleichungen (2. Form) für die schon berücksichtigten Lichter von  $577 \mu\mu$  und  $563.5 \mu\mu$  noch solche für  $555 \mu\mu$  und  $545 \mu\mu$ , während Satz V die Region von  $590 \mu\mu$  bis  $512 \mu\mu$  bei D, bis  $516.5 \mu\mu$  bei K umspannend, nur auf die beiden ersteren (3. Form) beschränkt ist.

Satz VI besteht aus einer einzigen Farbengleichung (3. Form) für  $512 \mu\mu$  bei D und für  $516.5 \mu\mu$  bei K aus den Komponenten  $536 \mu\mu$  und  $475 \mu\mu$ .

Satz VII füllt dann durch drei Farbengleichungen (3. Form) das Intervall zwischen  $512 \mu\mu$  (resp.  $516.5 \mu\mu$ ) und  $475 \mu\mu$  aus. Daß wir die Sätze VI und VII nicht zu einem das ganze Intervall von  $536 \mu\mu$  bis  $475 \mu\mu$  umschließenden Satze vereinigten, war veranlaßt durch die eigentümliche Berechnungsart der Elementar-Empfindungs-Kurve  $V$ , welche wir weiter unten in § 16 besprechen werden.



Tabelle XII.  
Beobachtungen.

Für K.			Für D.		
I.					
$L_{\lambda} = a \cdot L_{670}$					
$\lambda$		$a$	$\lambda$		$a$
720	$\mu\mu$	0.1126	720	$\mu\mu$	0.1173
700	"	0.3269	700	"	0.3207
685	"	0.5893	685	"	0.6077
670	"	1.000	670	"	1.000
660	"	1.534	660	"	1.491

II.

$$L_{\lambda} = a \cdot L_{670} + b \cdot L_{563.5} - c \cdot L_{\lambda'}$$

$\lambda$		$a$	$b$	$\lambda'$	$c$	$\lambda$		$a$	$b$	$\lambda'$	$c$
670	$\mu\mu$	1.—	0.—	—	—	670	$\mu\mu$	1.—	0.—	—	—
590	"	1.667	0.8500	478	$\mu\mu$ 0.1281	590	"	1.8190	0.7907	478	$\mu\mu$ 0.1055
577	"	0.671	0.9964	471.5	" 0.0432	577	"	0.7257	0.9938	471.5	" 0.0322
563.5	"	0.—	1.—	—	—	563.5	"	0.—	1.—	—	—

III.

$L_{\lambda} = a \cdot L_{670} + b \cdot L_{590}$

$\lambda$	$a$	$b$	$\lambda$	$a$	$b$
670 $\mu\mu$	1.—	0.—	670 $\mu\mu$	1.—	0.—
645 "	2.479	0.0621	645 "	2.392	0.0424
630 "	3.035	0.2010	630 "	2.898	0.1501
620 "	2.889	0.3430	620 "	2.952	0.2800
610 "	2.244	0.5551	610 "	2.358	0.5040
600 "	1.055	0.8206	600 "	1.264	0.7615
590 "	0.—	1.—	590 "	0.—	1.—

IV.

$$L_{\lambda} = a.L_{590} + b.L_{536}$$

$\lambda$	$a$	$b$	$\lambda$	$a$	$b$
590 $\mu\mu$	1.—	0.—	590 $\mu\mu$	1.—	0.—
577 "	0.5639	0.9237	577 "	0.5619	0.9353
563.5 "	0.2445	1.411	563.5 "	0.2402	1.337
555 "	0.1397	1.370	555 "	0.1228	1.342
545 "	0.04173	1.240	545 "	0.0281	1.228
536 "	0.—	1.—	536 "	0.—	1.—



Tabelle XII.

(Fortsetzung.)

Für K.					Für D.				
V.									
$L_{\lambda} = a.L_{590} + b.L_{516.5} - c.L_{\lambda'}$					$L_{\lambda} = a.L_{590} + b.L_{512} - c.L_{\lambda'}$				
$\lambda$	$a$	$b$	$\lambda'$	$c$	$\lambda$	$a$	$b$	$\lambda'$	$c$
590 $\mu\mu$	1.—	0.—	—	—	590 $\mu\mu$	1.—	0.—	—	—
577 "	0.6485	1.976	471.5 $\mu\mu$	1.007	577 "	0.6905	1.978	471.5 $\mu\mu$	0.9298
563.5 "	0.3774	2.992	464 "	1.503	563.5 "	0.4135	2.896	464 "	1.111
516.5 "	0.—	1.—	—	—	512 "	0.—	1.—	—	—

VI.									
$L_{\lambda} = a.L_{536} + b.L_{475} - c.L_{\lambda'}$									
$\lambda$	$a$	$b$	$\lambda'$	$c$	$\lambda$	$a$	$b$	$\lambda'$	$c$
536 $\mu\mu$	1.—	0.—	—	—	536 $\mu\mu$	1.—	0.—	—	—
516.5 "	0.4029	0.2454	673 $\mu\mu$	0.0991	512 "	0.3775	0.2822	661 $\mu\mu$	0.0922
475 "	0.—	0.—	—	—	475 "	0.—	1.—	—	—

VII.									
$L_{\lambda} = a.L_{516.5} + b.L_{475} - c.L_{\lambda'}$					$L_{\lambda} = a.L_{512} + b.L_{475} - c.L_{\lambda'}$				
$\lambda$	$a$	$b$	$\lambda'$	$c$	$\lambda$	$a$	$b$	$\lambda'$	$c$
516.5 $\mu\mu$	1.—	0.—	—	—	512 $\mu\mu$	1.—	0.—	—	—
505 "	0.4083	0.2657	650 $\mu\mu$	0.00673	505 "	0.6241	0.2315	650 $\mu\mu$	0.001324
495 "	0.1690	0.3771	628 "	0.00744	495 "	0.2849	0.4319	628 "	0.001324
485 "	0.0640	0.6792	606 "	0.00051	485 "	0.1160	0.6324	606 "	0.000740
475 "	0.—	1.—	—	—	475 "	0.—	1.—	—	—

VIII.					
$L_{\lambda} = a.L_{485} + b.L_{463}$					
$\lambda$	$a$	$b$	$\lambda$	$a$	$b$
485 $\mu\mu$	1.—	0.—	485 $\mu\mu$	1.—	0.—
475 "	0.4545	0.7490	475 "	0.4300	0.7406
463 "	0.—	1.—	463 "	0.—	1.—

IX.					
$L_{\lambda} = a.L_{475} + b.L_{433}$					
$\lambda$	$a$	$b$	$\lambda$	$a$	$b$
475 $\mu\mu$	1.—	0.—	475 $\mu\mu$	1.—	0.—
465 "	0.4123	1.397	465 "	0.4994	1.327
455 "	0.1576	1.567	455 "	0.1878	1.664
445 "	0.0556	1.373	445 "	0.0445	1.520
433 "	0.—	1.—	433 "	0.—	1.—



Satz VIII besteht in einer Farbengleichung (2. Form) aus den Komponenten  $485 \mu\mu$  und  $463 \mu\mu$  für Licht von  $475 \mu\mu$ .

Der letzte Satz IX endlich bezieht sich auf die Region von  $475 \mu\mu$  bis  $433 \mu\mu$  und enthält drei Gleichungen (2. Form) für  $465 \mu\mu$ ,  $455 \mu\mu$  und  $445 \mu\mu$ .

Die ungemein geringe Intensität des Lampen-Dispersions-Spektrum in der kurzwelligen Endstrecke verhinderte es, daß wir hier ebenso, wie es auch bei den dichromatischen Systemen der Fall war, Messungen über den Abfall der  $V$ -Kurve anstellen konnten, wie wir dieses in Satz I für die langwellige Endstrecke gethan haben. Wir werden weiter unten (S. 70 und 71) sehen, in welcher Weise wir zur Ausfüllung dieser Lücke ältere Beobachtungen von FRAUNHOFER benutzt haben. Da dieser Teil des Spektrum für alle aus unseren Beobachtungen gezogenen Schlüsse völlig belanglos ist, so glaubten wir, auf eigene Beobachtungen verzichten zu dürfen.

§ 15. Die Berechnung der Elementar-Empfindungskurven  $R$  und  $G$ . Eine Farbengleichung ist zur Berechnung einer Elementar-Empfindungskurve um so geeigneter, je empfindlicher die hergestellte Farbe gegen Zumischung der betreffenden Elementarempfindung ist. In den roten bis blaugrünen Teilen des Spektrum ist diese Empfindlichkeit für die Elementarempfindungen  $R$  und  $G$  ungefähr gleich, und der Verlauf der Kurven für beide kann daher auch mit annähernd derselben Sicherheit aus den im vorigen Paragraphen mitgetheilten Gleichungen berechnet werden. Anders ist es aber für die Elementarempfindung  $V$ . Man kann, wie schon oben (§ 14. S. 54) erwähnt, in der langwelligen Hälfte des Spektrum den Farbengleichungen auf einer beliebigen Seite noch eine beträchtliche Quantität blauen Lichtes zumischen, ohne daß die Gleichung gestört wird. Wenn man daher analog wie wir es früher bei den Berechnungen der Elementar-Empfindungskurven der Dichromaten gethan haben, hier bei den Trichromaten  $L = V$  und  $V_{\lambda > 630} = 0$  setzt, so läßt sich aus den so entstandenen Gleichungen doch noch keineswegs der Verlauf von  $V$  in den betreffenden Teilen des Spektrum berechnen. Da nun die bisher geschilderte Methode der Berechnung der Elementar-Empfindungskurve nicht an einem Ende beginnen kann, welches mit dem Ende des Spektrum zusammenfällt, und da der weitere Verlauf der Kurve völlig



abhängig ist von den vorausgehenden Strecken, so ist diese Methode für die Elementar-Empfindungs-Kurve  $V$  völlig unbrauchbar. Im nächsten Paragraphen werden wir zeigen, daß gerade die eigentümliche Gestalt dieser Kurve es ermöglicht, eine andere Methode zu benutzen, welche zur Berechnung der Elementar-Empfindungs-Kurven  $R$  und  $G$  nicht anwendbar ist.

Hier wollen wir uns nunmehr zunächst mit der Berechnung dieser beiden letzten Kurven beschäftigen, wobei wir uns, wie schon erwähnt, im allgemeinen der in § 9 dargelegten Methode bedienen; nur da, wo eine Farbengleichung der 3. Form zu Grunde liegt, trat eine Abweichung ein. Hier mußte man nämlich für  $L_\lambda$  Ordinaten in die Rechnung einführen, die zunächst einem noch nicht berechneten, sondern nur durch tastende Vorversuche annäherungsweise bekannten Teile der Kurve angehörten. Nachdem nun die Berechnung der ganzen Kurve durchgeführt war, konnte man mit Hilfe graphischer Interpolation bessere Werte für diese fast ausnahmslos kleinen Korrektionsglieder erhalten und nunmehr die Kurve in zweiter Annäherung berechnen. Dieses wurde so lange fortgesetzt, bis eine nochmalige Durchrechnung den Kurvenverlauf nicht mehr änderte, d. h. bis die Kurve völlig mit den Farbengleichungen stimmte und damit eindeutig gefunden war.

Das Verfahren, welches in der praktischen Ausführung sehr viel Zeit erforderte, wird klarer werden, wenn wir uns auf die nachfolgende Tabelle XIII. beziehen, welche das Zahlenmaterial für die letzte in sich stimmende Durchrechnung der Elementar-Empfindungs-Kurve  $G$  enthält. Ebenso wie in den früheren entsprechenden Tabellen bei den dichromatischen Farbensystemen bezeichnen die oben links eingeklammerten römischen Ziffern die Farbengleichungs-Sätze, welche bei der Berechnung benutzt sind.

Als erläuterndes Beispiel wählen wir die Berechnung für K.

Wir müssen, da die Elementar-Empfindungs-Kurve  $G$  in dem Bereiche des Satzes II beginnt, von diesem ausgehen. Weil wir seine Farbengleichungen, welche die Form

$$L_\lambda = a \cdot L_{670} + b \cdot L_{563.5} - c \cdot L_\lambda$$

haben, hier auf  $G$  beziehen, so ist  $G$  statt  $L$  zu setzen, und wir haben dann, weil  $G_{670} = 0$  ist,



Tabelle XIII.

Berechnung der Elementar-Empfindungs-Kurve *G*.

Für K.			Für D.		
(II.)			(II.)		
$\lambda$	Annahmen	Berechnung	$\lambda$	Annahmen	Berechnung
670 $\mu\mu$	0.—	—	670 $\mu\mu$	0.—	—
590 "	—	8.473	590 "	—	7.876
478 "	0.210	—	478 "	0.305	—
577 "	—	9.958	577 "	—	9.938
471.5 "	0.133	—	471.5 "	0.194	—
563.5 "	10.000	—	563.5 "	10.000	—
(III.)			(III.)		
$\lambda$	Annahme	Berechnung	$\lambda$	Annahme	Berechnung
670 $\mu\mu$	0.—	—	670 $\mu\mu$	0.—	—
645 "	—	0.526	645 "	—	0.334
630 "	—	1.703	630 "	—	1.182
620 "	—	2.906	620 "	—	2.205
610 "	—	4.703	610 "	—	3.970
600 "	—	6.953	600 "	—	5.997
590 "	8.473	—	590 "	7.876	—
(IV.)			(IV.)		
$\lambda$	Annahmen	Berechnung	$\lambda$	Annahmen	Berechnung
590 $\mu\mu$	1) 8.473	—	590 $\mu\mu$	1) 7.876	—
577 "	2) 9.958	—	577 "	2) 9.938	—
563.5 "	3) 10.000	—	563.5 "	3) 10.000	—
536 "	—	(1.2) 5.608	536 "	—	(1.2) 5.954
		(1.3) 5.619			(1.3) 6.064
		(2.3) 5.623			(2.3) 6.112
		Mittel: 5.617			Mittel: 6.043
555 "	—	8.879	555 "	—	9.077
545 "	—	7.317	545 "	—	7.642



Tabelle XIII.

(Fortsetzung.)

Berechnung der Elementar-Empfindungs-Kurve G.

Für K.			Für D.		
(V.)			(V.)		
$\lambda$	Annahmen	Berechnung	$\lambda$	Annahmen	Berechnung
590 $\mu\mu$	1) 8.473	—	590 $\mu\mu$	1) 7.876	—
577 „	2) { 9.958	—	577 „	2) { 9.938	—
471.5 „		—	471.5 „		—
563.5 „	3) { 10.000	—	563.5 „	3) { 10.000	—
464 „		—	464 „		—
516.5 „	—	(1.2) 2.327 (1.3) 2.301 (2.3) 2.284 Mittel: 2.304	512 „	—	(1.2) 2.390 (1.3) 2.354 (2.3) 2.329 Mittel 2.358
(VI.)			(VI.)		
$\lambda$	Annahmen	Berechnung	$\lambda$	Annahmen	Berechnung
536 $\mu\mu$	5.617	—	536 „	6.043	—
516.5 „	2.304	—	512 „	2.358	—
673 „	0.000	—	475 „	—	0.272
475 „	—	0.167	(VII.)		
$\lambda$	Annahmen	Berechnung	$\lambda$	Annahmen	Berechnung
516.5 $\mu\mu$	2.304	—	512 $\mu\mu$	2.358	—
505 „	—	0.984	505 „	—	1.534
650 „	0.350	—	650 „	0.200	—
495 „	—	0.451	495 „	—	0.787
628 „	1.880	—	628 „	1.330	—
485 „	—	0.258	485 „	—	0.442
606 „	0.167	—	606 „	4.600	—
(VIII.)			(VIII.)		
$\lambda$	Annahmen	Berechnung	$\lambda$	Annahmen	Berechnung
485 $\mu\mu$	0.258	—	485 $\mu\mu$	0.442	—
475 „	0.167	—	475 „	0.272	—
463 „	—	0.0663	463 „	—	0.110
(IX.)			(IX.)		
$\lambda$	Annahmen	Berechnung	$\lambda$	Annahmen	Berechnung
475 $\mu\mu$	0.167	—	475 $\mu\mu$	0.272	—
465 „	0.077	—	465 „	0.126	—
455 „	—	0.026	455 „	—	0.051
445 „	—	0.009	445 „	—	0.012
433 „	—	0.000	433 „	—	0.000



$$G_{\lambda} = b \cdot G_{563.5} - c \cdot G_{\lambda'}.$$

Für  $\lambda = 590 \mu\mu$  ist nun  $\lambda' = 478 \mu\mu$ . Da in dem blauen Teile des Spektrum  $G$  jedenfalls sehr klein, so erhalten wir als erste Annäherung, indem wir  $G_{478} = 0$  annehmen,

$$G_{590} = 0.85 \cdot G_{563.5}.$$

Als bloßen Maßstab für die Rechnung setzen wir  $G_{563.5} = 10$  und erhalten somit

$$G_{590} = 8.500.$$

Ganz entsprechend ergibt sich

$$G_{577} = 9.964.$$

Mit diesen Werten wurde nun zunächst weiter gerechnet und durch die Sätze III und IV die Kurve bis  $545 \mu\mu$  ermittelt. Für die Anwendung von Satz V war die Kenntnis von  $G_{471.5}$  und  $G_{464}$  erforderlich, wofür wir in erster Annäherung aus denselben Gründen wie vorhin wieder den Wert Null annehmen. Der Satz VI benutzt zwar Licht von der Wellenlänge  $673 \mu\mu$ ; dieses Glied fällt aber hier fort, da  $G_{673}$ , als in der langwelligen Endstrecke gelegen, gleich Null ist. Die bei Satz VII in die Rechnung eingehenden Werte von  $G_{650}$ ,  $G_{628}$  und  $G_{606}$  sind durch die schon ausgeführte Berechnung nach Satz III mittels graphischer Interpolation bereits in erster Annäherung zu finden. Nachdem in solcher Weise die Kurve bis  $485 \mu\mu$  berechnet war, wurde sie aufgezeichnet und der letzte Teil unter Berücksichtigung, daß  $G_{433} = 0$  sein muß, glatt ausgezogen. Nun wurde die Rechnung wieder mit Satz II begonnen, aber jetzt für  $G_{478}$  und  $G_{471.5}$  die aus der Kurve entnommenen Werte eingesetzt; dadurch wurden  $G_{590}$  und  $G_{577}$  etwas verändert u. s. w. In dieser Art wurde die ganze Rechnung so oft wiederholt, bis sich am Schlusse einer Rechnung dieselben Werte für  $G_{478}$ ,  $G_{471.5}$  und  $G_{464}$  ergaben, welche am Anfang dafür angenommen waren.

Die Richtigkeit der so gewonnenen Kurven wurde noch dadurch bestätigt, daß sich bei dieser letzten Rechnung für  $G_{433}$ , welches ja Null werden mußte, thatsächlich auch nur ein ganz



verschwindender Wert (wenige Tausendstel der gewählten Einheit) ergab. Dieses wurde endlich aber auch noch ausgeglichen, indem wir den Satz IX noch einmal unter der Annahme  $G_{433} = 0$  berechneten.

Es ist ersichtlich, daß man die Berechnung von  $G$  auch in der umgekehrten Richtung, bei  $433 \mu\mu$  mit Satz IX beginnend, hätte ausführen können. Dieser Weg wäre aber viel zeitraubender gewesen, weil man in Satz VII die noch gänzlich unbekannten, jedenfalls aber nicht kleinen Werte von  $G_{606}$  und  $G_{628}$  hätte einführen müssen. Die Zahl der erforderlichen vollständigen Durchrechnungen der Kurve wäre bedeutend größer gewesen, ehe man durch Annäherung zu einem mit allen Sätzen stimmenden Kurvenverlauf gekommen wäre. Das endliche Ergebnis könnte aber kein anderes gewesen sein, als das, was wir auf dem kürzeren Wege erlangten, da die Kurve durch die Gesamtheit der ihren ganzen Verlauf umspannenden Gleichungen und die Annahme über ihre Endpunkte eindeutig bestimmt ist.

Bei der Berechnung der Elementar-Empfindungs-Kurve  $R$ , welche bei der Wellenlänge  $475 \mu\mu$  beginnen und von hier aus nach dem roten Ende hin ausgeführt werden mußte, waren wir leider genötigt, dieses umständlichere Verfahren zu benutzen. Wie aus der nachfolgenden Tabelle XIV., welche in völlig derselben Weise wie die vorige angeordnet ist, hervorgeht, sind schon in dem zweiten (VII) der verwendeten Sätze sehr große Werte für  $R_\lambda$  einzuführen. Wir konnten uns die Rechnerarbeit einigermaßen dadurch erleichtern, daß wir zuerst unter Benutzung der aus der Bestimmung der Komplementärfarben gewonnenen Kenntnis des Schnittpunktes der  $R$ - und  $G$ -Kurve im Interferenz-Spektrum des Gaslichtes (Siehe § 12. S. 50) eine Kurve von gleichem Flächeninhalt wie die  $G$ -Kurve aufzeichneten, deren Ordinaten bei  $720 \mu\mu$  und  $430 \mu\mu$  gleich Null waren, und aus ihr dann die Werte für  $R_\lambda$  bei der ersten Annäherungs-Rechnung ablasen. (Bei dem zweiten von uns haben wir natürlich die  $R$ -Kurve des ersten zum Ausgang genommen.)

Die einzige prinzipielle Abweichung bei der Berechnung der  $R$ -Kurve von derjenigen der  $G$ -Kurve besteht bei der Benutzung der Sätze V und IV. Aus den Sätzen VII und VI sind durch Annahme und Berechnung  $R_{516.5}$  und  $R_{536}$  bei K. ( $R_{512}$  und  $R_{536}$  bei D.) bestimmt; nun enthält aber weder Satz V noch Satz IV diese beiden Spektrallichter zugleich, was zur



Weiterführung der Rechnung erforderlich wäre; es mußte daher eine Verknüpfung der Gleichung beider Sätze stattfinden, die in folgender Weise geschah:

Die Gleichungen von Satz IV haben die Form

$$L_{\lambda} = a \cdot L_{590} + b \cdot L_{536}$$

die von Satz V

$$L_{\lambda} = a \cdot L_{590} + b \cdot L_{516.5} - c \cdot L_{\lambda'}.$$

Setzen wir nun überall  $R$  für  $L$  ein, versehen die Koeffizienten  $a$  und  $b$ , um sie als dem betreffenden Satze entnommen zu kennzeichnen, mit den Indices IV und V und berücksichtigen endlich, daß in Satz V stets  $R_{\lambda'} = 0$  ist, so verwandeln sich die beiden obigen Gleichungen in

$$R_{\lambda} = a_{IV} \cdot R_{590} + b_{IV} \cdot R_{536}$$

$$\text{und } R_{\lambda} = a_V \cdot R_{590} + b_V \cdot R_{516.5}.$$

Da nun  $\lambda$  sowohl in Satz IV als in Satz V die Werte  $577 \mu\mu$  und  $563 \mu\mu$  annehmen kann, so können wir die rechten Seiten gleich setzen und erhalten daraus

$$R_{590} = \frac{b_V \cdot R_{516.5} - b_{IV} \cdot R_{536}}{a_V - a_{IV}}.$$

Indem wir nun einmal  $\lambda = 577 \mu\mu$ , dann  $\lambda = 563.5 \mu\mu$  setzen und die entsprechenden Koeffizienten  $a$  und  $b$  benutzen, erhalten wir zwei Werte für  $R_{590}$ , die aber, wie aus der Tabelle XIV. hervorgeht, sehr wenig voneinander abweichen.

Die ungefähr gleichen Werte für  $R_{720}$  (bei gleicher Annahme für  $R_{536}$ ) in unseren beiden Farbensystemen geben in Verbindung mit der Thatsache, daß für uns beide die sichtbare Grenze des Spektrum am langwelligen Ende an derselben Stelle liegt, eine zwar nicht völlig sichere, aber doch immerhin beachtenswerte Kontrolle für unsere Beobachtungen und die darauf begründeten Rechnungen.

§ 16. Die Berechnung der Elementar-Empfindungskurve V. Das hierbei benutzte Verfahren knüpft an folgende Überlegung an. Denken wir uns, der Verlauf der V-Kurve



Tabelle XIV.

Berechnung der Elementar-Empfindungs-Kurve *R*.

Für K.			Für D.		
(VI.)			(VI.)		
$\lambda$	Annahmen	Berechnung	$\lambda$	Annahmen	Berechnung
475 $\mu\mu$	0.—	—	475 $\mu\mu$	0.—	—
516.5 „	—	1.638	512 „	—	1.381
673 „	3.80	—	661 „	5.50	—
536 „	5.00	—	536 „	5.00	—
(VII.)			(VII.)		
$\lambda$	Annahmen	Berechnung	$\lambda$	Annahmen	Berechnung
475 $\mu\mu$	0.—	—	475 $\mu\mu$	0.—	—
485 „	—	0.096	485 „	—	0.148
606 „	18.10	—	606 „	16.98	—
495 „	—	0.265	495 „	—	0.375
628 „	16.30	—	628 „	14.17	—
505 „	—	0.603	505 „	—	0.851
650 „	9.85	—	650 „	8.23	—
516.5 „	1.638	—	512 „	1.381	—
(IV u. V.)			(IV u. V.)		
$\lambda$	Annahmen	Berechnung	$\lambda$	Annahmen	Berechnung
516.5 $\mu\mu$	1.638	—	512 $\mu\mu$	1.381	—
471.5 „	0.—	—	471.5 „	0.—	—
464 „	0.—	—	464 „	0.—	—
536 „	5.00	—	536 „	5.00	—
590 „	—	$\left\{ \begin{array}{l} (577) \ 16.335 \\ (563.5) \ 16.211 \\ \hline \text{Mittel: } 16.273 \end{array} \right.$	590 „	—	$\left\{ \begin{array}{l} (577) \ 15.130 \\ (563.5) \ 15.504 \\ \hline \text{Mittel: } 15.317 \end{array} \right.$
545 „	—	6.877	545 „	—	6.580
555 „	—	9.123	555 „	—	8.581
563.5 „	—	11.034	563.5 „	—	10.364
577 „	—	13.795	577 „	—	13.283



Tabelle XIV.

(Fortsetzung)

Berechnung der Elementar-Empfindungs-Kurve R.

Für K.			Für D.		
(II.)			(II.)		
$\lambda$	Annahmen	Berechnung	$\lambda$	Annahmen	Berechnung
563.5 $\mu\mu$	1) 11.034	—	563.5 $\mu\mu$	1) 10.364	—
577 „	2) { 13.795 0.—	—	577 „	2) { 13.283 0.—	—
471.5 „		—	471.5 „		—
590 „	3) { 16.273 0.—	—	590 „	3) { 15.317 0.—	—
478 „		—	478 „		—
670 „	—	{ (4.2) 4.174 (4.3) 4.136 (2.3) 4.115 Mittel: 4.142	670 „	—	{ (4.2) 3.866 (4.3) 3.915 (2.3) 4.023 Mittel: 3.934
(III.)			(III.)		
$\lambda$	Annahmen	Berechnung	$\lambda$	Annahmen	Berechnung
590 $\mu\mu$	16.273	—	590 $\mu\mu$	15.317	—
600 „	—	17.723	600 „	—	16.627
610 „	—	18.328	610 „	—	16.988
620 „	—	17.548	620 „	—	15.903
630 „	—	15.842	630 „	—	13.701
645 „	—	11.213	645 „	—	10.060
670 „	4.142	—	670 „	3.934	—
(I.)			(I.)		
$\lambda$	Annahme	Berechnung	$\lambda$	Annahme	Berechnung
670 $\mu\mu$	4.142	—	670 $\mu\mu$	3.934	—
660 „	—	6.354	660 „	—	5.866
685 „	—	2.441	685 „	—	2.891
700 „	—	1.354	700 „	—	1.262
720 „	—	0.466	720 „	—	0.462



sei bekannt, und man habe sie zugleich mit der  $G$ -Kurve, beide auf das Interferenz-Spektrum des Gaslichtes bezogen, auf derselben Abscissenaxe aufgezeichnet. Dann wird bei einer solchen Wahl des Maßstabes der Zeichnung, daß die beiden von den Kurven und der Abscissenaxe umschlossenen Flächen einander gleich sind, die Wellenlänge des Schnittpunktes (wie wir oben auf S. 50 dargelegt haben) die Komplementärfarbe für Gaslicht zu der roten Endstrecke angeben; wir haben sie schon mit  $\lambda_{ge}$  bezeichnet. Es ist also

$$G_{\lambda_{ge}} = V_{\lambda_{ge}}.$$

Da wir die  $G$ -Kurve schon bestimmt haben, so kennen wir von der  $V$ -Kurve schon den einen Werth  $V_{\lambda_{ge}}$ ; und von diesem ausgehend, können wir dann mit Hülfe unserer Farbgleichungen eine Kurve berechnen, welche die gleiche Fläche wie die Kurve  $G$  mit der Abscissenaxe einschließt.

In der praktischen Ausführung gestaltete sich dieses Verfahren folgendermaßen:

Für  $V_{516.5}$  bei K, für  $V_{512}$  bei D und für  $V_{475}$  wurden zuerst zwei beliebige Annahmen gemacht, wobei wir freilich von vornherein schon berücksichtigten, daß der Violetwert des Lichtes von  $\lambda = 475 \mu\mu$  größer als derjenige des Lichtes von  $\lambda = 516.5 \mu\mu$  sein wird, und demgemäß  $V_{475} > V_{516.5}$  (resp.  $V_{512}$ ) wählten.

Mit Hülfe der Sätze VII, VIII und IX wurde dann die Kurve bis  $433 \mu\mu$  nach der kurzwelligen und vermittelt des Satzes VI bis  $536 \mu\mu$  nach der langwelligen Seite hin berechnet. Die in dieser Weise gefundenen Werte für  $V$  wurden vermittelt der Koeffizienten in Tabelle II. auf das Interferenz-Spektrum des Lampenlichtes umgerechnet und für die Aufzeichnung ein solcher Maßstab gewählt, daß  $V_{516.5} = G_{516.5}$  war. Da nun die Intensität bei  $400 \mu\mu$  im Lampenlicht verschwindend klein, so wurde  $V_{400} = 0$  gesetzt und zwischen  $433 \mu\mu$  und  $400 \mu\mu$  die Kurve, dem übrigen Verlaufe sich anschliessend, glatt ausgezogen. Unserer Festsetzung nach ist aber  $V_{630}$  ebenfalls gleich Null; wir können daher zwischen dem schon kleinen Werte von  $V_{536}$  und diesem Endpunkte der Mittelstrecke auch glatt ausziehen, wobei wir zur Führung der Kurve noch den Anhaltspunkt haben, daß hier die Mischung zweier Lichter niemals



Tabelle XV.

Berechnung der Elementar-Empfindungs-Kurve V.

Für K.			Für D.		
(VII.)			(VII.)		
$\lambda$	Annahmen	Berechnung	$\lambda$	Annahmen	Berechnung
516.5 $\mu\mu$	2.438	—	512 $\mu\mu$	2.535	—
505 "	—	2.762	505 "	—	3.087
650 "	0.—	—	650 "	0.—	—
495 "	—	2.920	495 "	—	3.529
628 "	0.—	—	628 "	0.—	—
485 "	—	4.673	485 "	—	4.405
606 "	0.—	—	606 "	0.—	—
475 "	6.650	—	475 "	6.50	—
(VI.)			(VI.)		
$\lambda$	Annahmen	Berechnung	$\lambda$	Annahmen	Berechnung
475 $\mu\mu$	6.650	—	475 $\mu\mu$	6.500	—
516.5 "	2.438	—	512 "	2.535	—
673 "	0.—	—	661 "	0.—	—
536 "	—	2.000	536 "	—	1.865
(VIII.)			(VIII.)		
$\lambda$	Annahmen	Berechnung	$\lambda$	Annahmen	Berechnung
485 $\mu\mu$	4.673	—	485 $\mu\mu$	4.405	—
475 "	6.650	—	475 "	6.500	—
463 "	—	6.043	463 "	—	6.219
(IX.)			(IX.)		
$\lambda$	Annahmen	Berechnung	$\lambda$	Annahmen	Berechnung
475 $\mu\mu$	6.650	—	475 $\mu\mu$	6.500	—
465 "	6.210	—	465 "	6.140	—
433 "	—	2.483	433 "	—	2.407
455 "	—	4.938	455 "	—	5.226
445 "	—	3.778	445 "	—	3.948



gesättigter ist, als das in der Nuance gleiche, zwischen ihnen liegende homogene Licht.

Die von dieser Kurve und der Abscissenaxe umschlossene Fläche, also  $\int V. d\lambda$ , wurde nunmehr bestimmt. War sie kleiner als  $\int G. d\lambda$ , so wurde bei demselben anfänglichen Wert von  $V_{516.5}$  bzw.  $V_{512}$  jetzt eine gröfsere Annahme für  $V_{475}$  gemacht und die ganze eben beschriebene Rechnung nochmals ausgeführt. Aus dem sich jetzt ergebenden Integralwerte wurde auf eine weitere Annäherung für  $V_{475}$  geschlossen und in dieser Art so lange fortgefahren, bis endlich

$$\int V. d\lambda = \int G. d\lambda$$

war.

Die folgende Tabelle XV. enthält die Zahlenangaben für diese letzte Berechnung, aber nur soweit, wie sie auf das Dispersions-Spektrum Bezug haben.

Aus dieser Darlegung ist ersichtlich, weshalb der Bestimmung der Elementar-Empfindungs-Kurven die Bestimmung der Komplementärfarben (wenigstens für Gaslicht) vorausgehen mußte.

§ 17. Zusammenstellung und Umrechnung der Ergebnisse. — Prüfung der erhaltenen Elementar-Empfindungs-Kurven durch die Komplementärfarben. Die bisher mitgeteilten Werte für die Ordinaten der Elementar-Empfindungs-Kurven waren die unmittelbaren Ergebnisse der Berechnung; sie beziehen sich also auf das Dispersions-Spektrum des Lampenlichtes. In den nachfolgenden Tabellen XVI. und XVII. sind nun aufser einer Zusammenstellung dieser Werte auch die Umrechnungen auf das Interferenz-Spektrum des Lampenlichtes und des Sonnenlichtes enthalten, wobei für die beiden letzteren die mehrfach erwähnte Reduktion des Mafsstabes auf Flächengleichheit vorgenommen ist.

Bei dem Interferenz-Spektrum des Sonnenlichtes konnte aber, ohne mit der Erfahrung in Widerspruch zu kommen, die Intensität bei  $400 \mu\mu$  nicht gleich Null angenommen werden. Da wir nun aus äufseren Gründen nicht in der Lage waren, selbst die erforderlichen Messungen anzustellen, so haben wir die FRAUNHOFERSchen Angaben<sup>1</sup> über die Helligkeits-Verteilung

<sup>1</sup> J. FRAUNHOFER, *Denkschriften d. bayer. Akad.* Bd. V. 1817.



im Sonnenspektrum zu Hülfe genommen und den aus ihnen berechneten Wert von  $\frac{V_{433}}{V_{400}} = 4,46$  in unsere Rechnung eingeführt.

Da wir uns durch annähernde Messungen mehrfach davon überzeugten, daß die Helligkeits-Abnahme am kurzwelligen Ende des Spektrum bei Dichromaten und Trichromaten nur wenig, vielleicht gar nicht voneinander verschieden war, so haben wir die FRAUNHOFERSchen Beobachtungen auch zur Berechnung von  $K_{400}$  bei den Dichromaten verwertet. Es ist dieses auf S. 25 und S. 31 schon angedeutet und bei der Zusammenstellung der Tabellen IVb, Vb, VIb und VIIb benutzt werden.

Weil wir an den Verlauf der  $V$ -Kurve in der kurzwelligen Endstrecke keinerlei Folgerungen anknüpfen, so glauben wir für diese nicht einwurfsfreie Übernahme fremder Beobachtungen in unsere Tabellen Entschuldigung zu finden.

Fig. 5 enthält die auf das Interferenz-Spektrum des Sonnenlichtes bezüglichen Elementar-Empfindungs-Kurven für unsere beiden normalen trichromatischen Farbensysteme. Die außerdem noch eingetragenen Kurven eines anomalen trichromatischen Systems werden weiter unten besprochen.

Bei den Kurven von K. macht sich die Absorption in der Macula lutea deutlich als ein den glatten Verlauf störender Ausschnitt im blau-grünen Teile des Spektrum bemerkbar. Bei D. ist dieses in weit geringerem Maße der Fall. Sucht man diese Ungleichheit durch glattes Ausziehen der Kurven in der genannten Spektralregion zu beseitigen und reduziert dann wieder auf gleiche Fläche, so fallen die entsprechenden Kurven für K. und D. beinahe völlig zusammen, so daß also die scheinbar beträchtliche Verschiedenheit der Kurven, welche besonders bei der Elementarempfindung  $G$  hervortritt, jedenfalls zum größten Teil durch die Absorption in der Macula lutea veranlaßt wird.

In § 12 haben wir dargelegt, daß das Licht einer Endstrecke komplementär gefärbt sein muß zu dem Lichte, welches dem Schnittpunkte der Kurven derjenigen beiden Elementarempfindungen entspricht, die in dieser Endstrecke gleich Null sind. Die Komplementärfarben der Endstrecken für Sonnen- und Lampenlicht haben wir nun bereits oben in Tabelle VIII. und IX. angegeben; und aus unseren in den letzten Paragraphen ent-











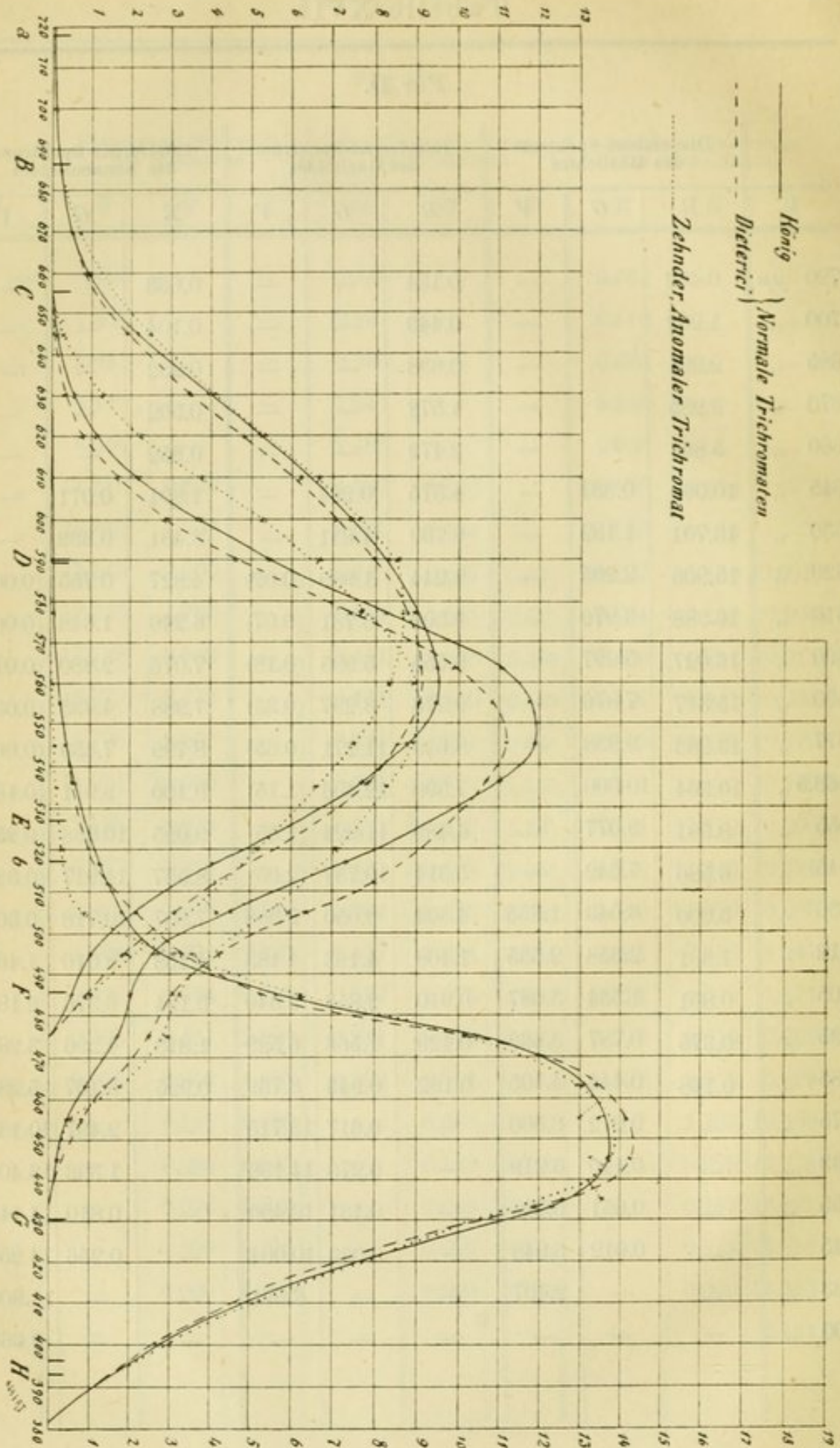


Fig. 5.



haltenen Messungen können wir die Schnittpunkte der Kurven entnehmen. Für Sonnenlicht sind sie in der Fig. 5 bereits abzulesen, und für Lampenlicht haben wir ebenfalls die entsprechende Figur aufgezeichnet.<sup>1</sup>

Indem wir beide Werte, die theoretisch identisch sein müssen, miteinander vergleichen, erhalten wir eine Kontrolle für die Richtigkeit unserer Elementar-Empfindungs-Kurven; nur bei den Werten von  $\lambda_{ge}$  für Lampenlicht ist die absolut genaue Übereinstimmung selbstverständlich, da wir von ihr ja bei der Berechnung der Elementar-Empfindungs-Kurve  $V$  ausgegangen sind.

Die folgende Tabelle XVIII. enthält für uns beide die Zusammenstellung dieser Werte und die Angabe der thatsächlich vorhandenen Differenzen (Wert aus den Kurven minus Wert aus den Komplementärfarben).

Tabelle XVIII.

Beobachter	Lampenlicht			Sonnenlicht					
	$\lambda_{rg}$			$\lambda_{rg}$			$\lambda_{ge}$		
	Schnitt- punkt der Kurven	Komple- mentärf. d. End- strecke	Differenz	Schnitt- punkt der Kurven	Komple- mentärf. d. End- strecke	Differenz	Schnitt- punkt der Kurven	Komple- mentärf. d. End- strecke	Differenz
K.	589.8 $\mu\mu$	588.8 $\mu\mu$	+ 1.0 $\mu\mu$	573.0 $\mu\mu$	573.0 $\mu\mu$	0.0 $\mu\mu$	495.6 $\mu\mu$	496.3 $\mu\mu$	- 0.7 $\mu\mu$
D.	586.0 $\mu\mu$	585.5 $\mu\mu$	+ 0.5 $\mu\mu$	569.2 $\mu\mu$	570.6 $\mu\mu$	- 1.4 $\mu\mu$	491.9 $\mu\mu$	494.1 $\mu\mu$	- 2.2 $\mu\mu$

Wie man sieht, sind die Differenzen sehr gering. Ob man aus dem Umstand, daß sie beim Lampenlicht größer als Null, beim Sonnenlicht aber gleich oder kleiner als Null sind, einen Schluß auf eine durchgehend vorhandene, freilich kleine Unrichtigkeit in den benutzten Umrechnungskoeffizienten ziehen darf, lassen wir dahingestellt. Sei es, daß hierin, sei es, daß in bloß zufälligen Beobachtungsfehlern der hergestellten

<sup>1</sup> Um die Schnittpunkte genau zu bestimmen, wurden die hier allein in Betracht kommenden Teile der Kurven in einem bedeutend größeren Maßstabe aufgezeichnet, als er der Fig. 5 zu Grunde liegt.



Farbengleichungen die Ursache liegt, jedenfalls weicht der thatsächliche Verlauf der von uns definierten Elementar-Empfindungs-Kurven nur unbedeutend von dem durch unsere Rechnungen gefundenen ab.

### b) Anomale trichromatische Farbensysteme.

§ 18. Die Farbengleichungen, ihre unmittelbaren Ergebnisse und die Berechnung der Elementar-Empfindungs-Kurven. Dem, was wir in den §§ 13 und 14 über die Auswahl der Farbengleichungen gesagt haben, ist hier nichts mehr hinzuzufügen. Die folgende Tabelle XIX. enthält in genau derselben Anordnung, die wir bei unseren eigenen Farbensystemen benutzt haben, die Koeffizienten der von Hrn. ZEHNDER hergestellten Gleichungen. Bei Prof. BECKER wurden nur einzelne Teile der Kurven näher untersucht. Die Zahl der Sätze ist aus den schon früher erörterten Gründen geringer, und nur ein Satz enthält Gleichungen der 3. Form.

Aus diesen Farbengleichungen wurden nun die Elementar-Empfindungs-Kurven, die wir hier mit  $R'$ ,  $G'$  und  $V'$  bezeichnen wollen, in derselben Weise berechnet, wie es oben für die normalen trichromatischen Systeme ausführlich dargelegt worden ist. Nur bei der Kurve für  $V'$  trat insofern eine Abweichung ein, als die hier etwas grössere Unsicherheit der Gleichungen nicht mehr gestattete, die Berechnung von dem Schnittpunkte  $\lambda_{ge}$  nach dem roten Ende hin auch nur teilweise auszuführen, sondern man mußte von  $\lambda_{ge}$ , welches hier den Wert  $505 \mu\mu$  hat, die Kurve bis zum langwelligen Ende der Mittelstrecke (ca.  $630 \mu\mu$ ) in derselben Weise ausziehen, wie es bei uns erst von  $536 \mu\mu$  an geschah.

Die folgende Tabelle XX. enthält die Zahlenangaben über die Berechnung. Die Beobachtungen waren so angeordnet, daß nur für den in den Gleichungen der 3. Form vorkommenden und die Ergebnisse wenig beeinflussenden Wert von  $L_{\lambda'}$  graphische Interpolationen erforderlich wurden, was bei den hier ohnehin etwas unsicheren Werten der Koeffizienten von besonderem Vorteil ist.

§ 19. Zusammenstellung und Umrechnung der Ergebnisse. — Prüfung vermittelt der Komplementärfarben. Da wir über den Verlauf der  $R'$ -Kurve in der langwelligen Endstrecke bei Hrn. ZEHNDER keine besonderen



Tabelle XIX.

(Hr. L. ZEHNDER.)

I.				
$L_{\lambda} = a \cdot L_{670} + b \cdot L_{577}$				
$\lambda$	$a$	$b$		
670 $\mu\mu$	1.—	0.—		
645 "	2.107	0.1388		
630 "	1.975	0.3930		
620 "	1.655	0.5927		
610 "	1.192	0.8202		
600 "	0.7508	0.9781		
590 "	0.3401	1.0150		
577 "	0.—	1.—		
II.				
$L_{\lambda} = a \cdot L_{620} + b \cdot L_{520}$				
$\lambda$	$a$	$b$		
620 $\mu\mu$	1.—	0.—		
610 "	0.8976	1.183		
600 "	0.7683	2.153		
590 "	0.5970	2.797		
577 "	0.3567	3.186		
560 "	0.1669	2.753		
545 "	0.0697	2.119		
535 "	0.0209	1.700		
520 "	0.—	1.—		
III.				
$L_{\lambda} = a \cdot L_{535} + b \cdot L_{475} - c \cdot L_{\lambda'}$				
$\lambda$	$a$	$b$	$\lambda'$	$c$
535 $\mu\mu$	1.—	0.—	—	—
520 "	0.5557	0.2103	685 $\mu\mu$	0.02570
505 "	0.2858	0.3000	650 "	0.00137
475 "	0.—	1.—	—	—
IV.				
$L_{\lambda} = a \cdot L_{565} + b \cdot L_{475}$				
$\lambda$	$a$	$b$		
505 $\mu\mu$	1.—	0.—		
495 "	0.3502	0.4500		
485 "	0.1467	0.7681		
475 "	0.—	1.—		
V.				
$L_{\lambda} = a \cdot L_{485} + b \cdot L_{463}$				
$\lambda$	$a$	$b$		
485 $\mu\mu$	1.—	0.—		
475 "	0.3379	0.7920		
463 "	0.—	1.—		
VI.				
$L_{\lambda} = a \cdot L_{475} + b \cdot L_{433}$				
$\lambda$	$a$	$b$		
475 $\mu\mu$	1.—	0.—		
465 "	0.42500	1.244		
455 "	0.08857	1.538		
445 "	0.03571	1.256		
433 "	0.—	1.—		







Tabelle XX.  
(Fortsetzung der beiden ersten Hauptspalten.)

Elementarempfindung <i>R'</i>			Elementarempfindung <i>G'</i>		
(I.)			(III.)		
$\lambda$	Annahmen	Berechnung	$\lambda$	Annahmen	Berechnung
577 $\mu\mu$	1) 10.766	—	535 $\mu\mu$	4.173	—
590 „	2) 13.513	—	520 „	2.382	—
600 „	3) 14.820	—	685 „	0.—	—
610 „	4) 14.947	—	475 „	—	0.300
620 „	5) 14.310	—	505 „	—	1.283
		(4.2) (7.603)	650 „	0.750	—
		(4.3) (5.714)	(IV.)		
		(4.4) (5.131)	$\lambda$	Annahmen	Berechnung
		(4.5) (4.791)	505 $\mu\mu$	1.283	—
670 „	—	(2.3) 4.250	495 „	—	0.584
		(2.4) 4.391	485 „	—	0.419
		(2.5) 4.407	475 „	0.300	—
		(3.4) 4.481	(V.)		
		(3.5) 4.441	$\lambda$	Annahmen	Berechnung
		(4.5) 4.422	485 $\mu\mu$	0.419	—
		Mittel <sup>1</sup> : 4.440	475 „	0.300	—
630 „	—	13.000	463 „	—	0.127
645 „	—	10.849	(VI.)		
			$\lambda$	Annahmen	Berechnung
			475 $\mu\mu$	0.300	—
			465 „	0.136	—
			433 „	—	0.000
			455 „	—	0.027
			445 „	—	0.001

<sup>1</sup> Diejenigen Werte, zu deren Berechnung Farbgleichungen, welche Licht von der Wellenlänge 577  $\mu\mu$  enthalten, benutzt sind, weichen nach derselben Richtung von allen übrigen ab. Vermutlich ist im Beobachtungssatz II ein Fehler untergelaufen, den wir nachher nicht mehr auffinden konnten, und zur Wiederholung war keine Zeit mehr. Wir haben daher die betreffenden Werte eingeklammert und von dem Mittel ausgeschlossen. Obschon bei  $G'_{510}$  (siehe Anfang dieser Tabelle auf der vorigen Seite) diese Werte keine merkliche Abweichung von den übrigen zeigten, mußten sie auch dort der Gleichmäßigkeit halber vom Mittel ausgeschlossen werden.



Messungsreihen angestellt haben, sondern uns nur durch vereinzelte Versuche davon überzeugten, daß der Intensitätsabfall in dieser Spektralregion im allgemeinen mit dem unsrigen übereinstimmte, so haben wir die Mittelwerte der bei uns gemachten Messungen für ihn angenommen und danach  $R'_{720}$ ,  $R'_{700}$  und  $R'_{685}$  aus dem von ihm beobachteten Werte  $R'_{670}$  berechnet. Sie sind in der nachfolgenden Tabelle XXI. in Klammern angegeben. Dasselbe gilt für den Wert  $V_{400}$  im Interferenz-Spektrum des Sonnenlichtes. Während wir in dieser Tabelle die Werte für die Elementar-Empfindungs-Kurven des Hrn. ZEHNDER in derselben Vollständigkeit und derselben Anordnung wie in den entsprechenden auf uns bezüglichen Tabellen XVI. und XVII. (S. 72 und 73) mitteilen, enthält die Tabelle XXII. für Prof. BECKER die Kurven nur so weit, als sie (unter gleichen Annahmen wie bei Hrn. ZEHNDER für die Ordinaten an den Enden der mitgeteilten Regionen) sicher berechnet werden konnten. Durch Vergleich der Kurven beider Beobachter ergibt sich, daß die einzelnen Unebenheiten, d. h. die einzelnen Punkte, welche außerhalb eines glatten Verlaufes liegen, nur zufällige Beobachtungsfehler sind, denn fast nirgendwo zeigt sich eine derartig auffallende Stelle bei beiden Beobachtern für dieselbe Wellenlänge.

Die Prüfung durch die Komplementärfarben der Endstrecken ist hier, da wir nur die Komplementärfarben für Gaslicht bestimmt haben, auf einen einzigen Vergleich beschränkt. Bei Hrn. ZEHNDER ergibt sich aus den Komplementärfarben  $\lambda_{rg} = \text{ca. } 600 \mu\mu$ , während der Schnittpunkt der Kurven bei  $599 \mu\mu$  liegt; die Differenz ist also hier in demselben Sinne wie oben (S. 75) berechnet, gleich  $\text{ca. } + 1 \mu\mu$ . Bei Prof. BECKER liegt der Schnittpunkt unter den soeben mitgeteilten Annahmen bei  $\text{ca. } 600 \mu\mu$ , während die Komplementärfarben für die kurzwellige Endstrecke  $\text{ca. } 602 \mu\mu$  ergeben; die Differenz ist also hier ungefähr gleich  $- 2 \mu\mu$ .

Es ist bereits oben erwähnt, daß die drei Elementar-Empfindungs-Kurven von Hrn. ZEHNDER in Fig. 5 eingetragen sind.

§ 20. Vergleich mit den normalen trichromatischen Farbensystemen. Beim ersten Anblick der aufgezeichneten Kurven zeigt sich bei den anomalen Trichromaten ein viel unglatterer Verlauf als bei den normalen Trichromaten.



Wir müssen hierbei aber bedenken, daß kleine Beobachtungsfehler durch die Umrechnung vom Dispersions-Spektrum des Gaslichtes auf das Interferenz-Spektrum des Sonnenlichtes um so mehr hervortreten, je kürzer die Wellenlänge des betreffenden Lichtes ist, da die Multiplikationskoeffizienten nach dieser Richtung sehr stark anwachsen. Es zeigt sich nun auch, daß die Unebenheiten gerade in der kurzwelligeren Hälfte des Spektrum besonders auffällig sind. Zeichnet man aber eine Kurve für die aus den Beobachtungen direkt erhaltenen Werte im Dispersions-Spektrum des Gaslichtes auf, so sind die Fehler nicht nur gleichmäfsig verteilt, sondern auch viel geringer geworden. Daraus geht hervor, daß wir es hier nur mit Beobachtungsfehlern zu thun haben, zu deren Ausgleichung wir durch glattes Ausziehen der Kurve berechtigt sind.

Über die einzelnen Kurven ist folgendes zu bemerken:

1. Die Kurve  $R'$  weicht einigermaßen von der normalen Kurve  $R$  ab, obschon ihr Maximum an derselben Stelle liegt. — Es soll hier nicht verschwiegen werden, daß eine kritische Betrachtung über die Abhängigkeit der Gestalt der Kurve von der Unsicherheit der Beobachtung eine merklich andere Form noch als innerhalb der Grenzen der möglichen Beobachtungsfehler liegend ergiebt. Die wesentlichste, weiter unten im Abschnitt V zu erwähnende charakteristische Eigentümlichkeit der Kurve ist jedoch völlig unabhängig von dieser Unsicherheit.

2. Die  $G'$ -Kurve zeigt grofse Unterschiede von der normalen Kurve  $G$ . Im Dispersions- und Interferenz-Spektrum des Gaslichtes ist ihr Maximum beträchtlich nach dem langwelligen Ende hin verschoben, und ihre Gestalt könnte als Übergangsform zwischen den normalen  $R$ - und  $G$ -Kurven derselben Spektren bezeichnet werden. Im Interferenz-Spektrum des Sonnenlichtes liegt ihr Maximum freilich beinahe an derselben Stelle wie das der normalen  $R$ -Kurve, aber ihre Form ist, wie aus Fig. 5 hervorgeht, eine ganz andere.

3. Da die Kurve  $V'$  sich fast ausschließlich über den kurzwelligen Teil des Spektrum erstreckt, so wird sie besonders von den im vorigen Paragraphen besprochenen Übelständen, welche von der Umrechnung der unmittelbaren Beobachtungs- und Rechnungsergebnisse herrühren, betroffen. Aus der Fig. 5 ist aber ersichtlich, daß eine Führung der Kurve, welche sich ziemlich genau an den Verlauf der normalen







Tabelle XXII.

(Hr. O. BECKER.)

$\lambda$	Dispersions-Spektrum des Gaslichtes			Interferenz-Spektrum des Gaslichtes			Interferenz-Spektrum des Sonnenlichtes		
	$R'$	$G'$	$V'$	$R'$	$G'$	$V'$	$R'$	$G'$	$V'$
670 $\mu\mu$	4.440	—	—	2.008	—	—	0.689	—	—
645 „	11.193	1.349	—	5.740	1.038	—	2.555	0.319	—
630 „	13.442	3.770	—	7.455	3.135	—	4.148	1.205	—
620 „	14.510	5.994	—	8.483	5.253	—	5.349	2.288	—
610 „	15.751	8.273	—	9.724	7.657	—	7.033	3.826	—
600 „	14.969	9.621	—	9.700	9.347	—	7.736	5.149	—
590 „	12.855	10.293	—	8.778	10.538	—	8.140	6.750	—
577 „	10.735	9.905	—	7.891	10.917	—	8.634	8.252	—
560 „	7.483	7.907	—	6.152	9.746	—	8.557	9.364	—
535 „	3.320	3.803	—	3.244	5.570	—	6.618	7.850	—
520 „	—	2.382	—	—	3.867	—	—	7.135	—
510 „	—	—	0.983	—	—	1.700	—	—	0.565
495 „	—	—	3.604	—	—	6.876	—	—	3.116
485 „	—	—	5.626	—	—	11.499	—	—	6.274
475 „	—	—	6.693	—	—	14.564	—	—	9.748
463 „	—	—	5.571	—	—	13.059	—	—	11.154
455 „	—	—	5.280	—	—	13.015	—	—	13.280
433 „	—	—	2.786	—	—	7.969	—	—	13.760
400 „	—	—	—	—	—	—	—	—	(3.085)



*V*-Kurve anschliesst, nur sehr wenig von den thatsächlich berechneten Punkten abweicht. Zu der Annahme einer völligen Gleichheit der normalen *V*-Kurve und der anomalen *V'*-Kurve sind wir aber vor allem durch den Umstand berechtigt, dass alle Farbengleichungen, in denen ausschliesslich Licht von kleinerer Wellenlänge als  $500\mu$  verwendet wird, von normalen und anomalen Trichromaten gegenseitig anerkannt werden.

## V. Die Grundempfindungen.

§ 21. Definition der Grundempfindungen und ihre Beziehung zu den Elementarempfindungen. Nachdem wir bisher die Analyse der Farbenempfindungen gänzlich frei von theoretischen Annahmen ausgeführt haben, geht die weitere Frage dahin, ob sich aus dem bisher Gewonnenen irgend welche Schlüsse auf die physiologischen Vorgänge machen lassen, welche die Farbenempfindungen auslösen. Wir wollen nunmehr unter „Grundempfindung“ eine solche Empfindung verstehen, der ein einfacher (d. h. durch keine Art des Reizes weiter zerlegbarer) Prozess in der Peripherie des Nervus opticus entspricht.<sup>1</sup> Die Anzahl der Grundempfindungen kann in keinem Farbensystem kleiner als diejenige der von uns eingeführten Elementarempfindungen sein, da es sonst unmöglich wäre, durch sie die Gesamtheit der in dem betreffenden Farbensystem auslösbaren Empfindungen eindeutig zu definieren. Wäre sie aber gröfser, so müfsten, wenigstens bei den thatsächlich bestehenden Farbenempfindungen, stets bestimmte, durch Gleichungen darstellbare Verknüpfungen zwischen den Intensitäten der ausgelösten Grundempfindungen vorhanden sein, und zwar müfste die Zahl dieser Verknüpfungen ebenso grofs sein wie die Differenz zwischen der Anzahl der Grundempfindungen und der Anzahl unserer Elementarempfindungen. Wenn man also eine derartige bisher durch keine sichere Erfahrungsthatsache gestützte Hypothese vermeiden will, so mufs man die Zahl der Grundempfindungen und Elementarempfindungen in jedem Farbensystem gleichsetzen.

<sup>1</sup> Dieser Begriff der Grundempfindung ist völlig identisch mit dem, was DONDEERS, wie oben (§ 1) schon erwähnt, unter Fundamentalfarbe versteht.



Wir wollen nunmehr für die Grundempfindungen folgende Bezeichnungen einführen:

bei monochromatischen Systemen .....	$\mathfrak{H}$
bei dichromatischen Systemen:	
erster Typus .....	$\mathfrak{B}_1$ und $\mathfrak{R}_1$
zweiter Typus .....	$\mathfrak{B}_2$ und $\mathfrak{R}_2$
bei trichromatischen Systemen:	
normal .....	$\mathfrak{R}$ , $\mathfrak{G}$ und $\mathfrak{B}$
anomal .....	$\mathfrak{R}'$ , $\mathfrak{G}'$ und $\mathfrak{B}'$

Da von zwei gleich aussehenden Farben immer die Grundempfindungen in gleicher Stärke ausgelöst werden müssen, so können wir in unseren bisher aufgeführten Farbengleichungen  $L$  durch eine der Grundempfindungen des betreffenden Farbensystems ersetzen. Weil nun  $L$  aber auch durch die Elementarempfindungen ersetzt werden konnte und die Farbengleichungen sämtlich homogen und linear sind, so besteht folgende Beziehung:

Die Intensitäten der Grundempfindungen eines Farbensystems sind homogene lineare Funktionen der Intensitäten seiner Elementarempfindungen; doch können einzelne Koeffizienten dieser Funktionen gleich Null sein, so daß im besonderen Falle eine Grundempfindung mit einer unserer Elementarempfindungen identisch sein kann.

Wir haben also die Relationen:

1. für monochromatische Systeme:

$$\mathfrak{H} = \alpha \cdot H$$

2. für dichromatische Systeme:

a) vom ersten Typus:

$$\mathfrak{B}_1 = \alpha_1' \cdot W_1 + \beta_1' \cdot K$$

$$\mathfrak{R}_1 = \alpha_1'' \cdot W_1 + \beta_1'' \cdot K$$

b) vom zweiten Typus:

$$\mathfrak{B}_2 = \alpha_2' \cdot W_2 + \beta_2' \cdot K$$

$$\mathfrak{R}_2 = \alpha_2'' \cdot W_2 + \beta_2'' \cdot K$$

3. für trichromatische Systeme:

a) normale



$$\mathfrak{R} = a' \cdot R + b' \cdot G + c' \cdot V$$

$$\mathfrak{G} = a'' \cdot R + b'' \cdot G + c'' \cdot V$$

$$\mathfrak{B} = a''' \cdot R + b''' \cdot G + c''' \cdot V$$

b) anomale:

$$\mathfrak{R}' = a_1' \cdot R' + b_1' \cdot G' + c_1' \cdot V$$

$$\mathfrak{G}' = a_1'' \cdot R' + b_1'' \cdot G' + c_1'' \cdot V$$

$$\mathfrak{B}' = a_1''' \cdot R' + b_1''' \cdot G' + c_1''' \cdot V$$

§ 22. Die Beziehung der verschiedenen Farbensysteme zu einander. Die einfachste Beziehung, welche zwischen den Farbensystemen verschiedenfacher Mannigfaltigkeit gedacht werden kann, besteht in der Annahme, daß die Grundempfindungen monochromatischer resp. dichromatischer Systeme mit einer resp. mit zweien der Grundempfindungen trichromatischer Systeme identisch sind, oder daß wenigstens zwischen den monochromatischen und dichromatischen Systemen eine derartige Beziehung vorhanden ist. Ob dieses der Fall, läßt sich experimentell und rechnerisch leicht prüfen.

Experimentell müßte sich diese Beziehung dadurch kund thun, daß die für Farbensysteme größserer Mannigfaltigkeit gültigen Farbengleichungen (abgesehen von den geringen individuellen Abweichungen) von Personen mit Farbensystemen niederer Mannigfaltigkeit stets anerkannt werden; umgekehrt braucht es nur ausnahmsweise der Fall zu sein.

Rechnerisch müßten sich dann erstens in den Gleichungen des vorigen Paragraphen solche Werte für die verschiedenen  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $a$ ,  $b$  und  $c$  finden lassen, daß mit Benutzung der experimentell gefundenen Elementar-Empfindungs-Kurven die in unserer Annahme vorausgesetzte Identität der Grund-Empfindungs-Kurven einträte und zweitens müßten bei zwei in derartiger Beziehung stehenden Farbensystemen die Farbengleichungen des Systems niederer Mannigfaltigkeit vereinbar sein mit den Elementar-Empfindungs-Kurven (und auch mit den aus ihnen zu gewinnenden Grund-Empfindungs-Kurven) des Systems höherer Mannigfaltigkeit.

Bei einiger Übung in derartigen Betrachtungen läßt sich auch sehr leicht aus der graphischen Aufzeichnung der Kurven durch bloße Anschauung finden, ob Relationen der genannten Art wenigstens annähernd vorhanden sind.



Für die einzelnen Farbensysteme ergibt sich nun folgendes:

1. Für monochromatische Systeme zeigt sich durch Experiment und Rechnung (hier auch besonders leicht durch anschauliche Betrachtung der Kurven), daß eine derartige Beziehung nicht besteht. Keine der von Dichromaten und Trichromaten hergestellten Gleichungen wird von den Monochromaten anerkannt. Wir kommen also zu folgendem Ergebnis: Die bisher genauer untersuchten angeborenen<sup>1</sup> monochromatischen Farbensysteme können nicht entstanden gedacht werden durch Wegfall von einer oder zwei der Grundempfindungen der bisher untersuchten dichromatischen und trichromatischen Systeme.<sup>2</sup> Damit ist aber auch die Annahme hinfällig geworden, daß die Grundempfindung *H* des monochromatischen Systems identisch sei mit der Weiß-Empfindung der übrigen Farbensysteme, wie dies von Hrn. E. HERING angenommen wird.<sup>3</sup>

2. Beiden dichromatischen Systemen ist das Ergebnis unserer Untersuchung ein ganz anderes. — Alle Farben-

<sup>1</sup> Bei pathologisch entstandener Monochromasie liegen vielleicht die Verhältnisse anders. Vergl. A. KÖNIG, *Über den Helligkeitswert der Spektralfarben*. Hamburg 1891. S. 70.

<sup>2</sup> In unserer vorläufigen Mitteilung folgte an dieser Stelle der Satz: „Da man mit Hrn. DONDERS (*Gräfes Archiv*, Bd. 30. (1) S. 15. 1884) die monochromatischen Systeme wegen der übrigen immer gleichzeitig vorhandenen Eigenschaften des Gesichtssinnes als eine pathologische Abnormität zu betrachten hat, so ist der Mangel einer einfachen Beziehung zu den nicht-pathologisch veränderten Farbensystemen ohne weiteren Belang.“ Wenn damals Hr. E. HERING bereits seine wertvolle Untersuchung über die Beziehung zwischen der Helligkeitsverteilung im Spektrum der Monochromaten und der bei sehr geringer absoluter Intensität bestimmten Helligkeitsverteilung im Spektrum der normalen Trichromaten ausgeführt und veröffentlicht hätte (*Pflügers Arch.*, Bd. 49. S. 563. 1891), die seitdem Einer von uns bestätigt und auch noch auf Dichromaten sich erstreckend gefunden hat, so würden wir jene Zeilen nicht geschrieben haben. Jetzt ist eine Beziehung zwischen den monochromatischen Systemen und den Systemen höherer Mannigfaltigkeit nachgewiesen; daß sie aber nicht die von Hrn. HERING angegebene ist, geht aus unseren übrigen Darlegungen hervor.

<sup>3</sup> Eine Vereinigung dieser Auffassung mit unseren experimentellen Ergebnissen würde nur dann nicht ausgeschlossen sein, wenn bei den in unseren Farbengleichungen benutzten Helligkeiten die HERINGSche „Weiß-Empfindung“ eine so untergeordnete Konstituente der miteinander verglichenen Empfindungen bildete, daß ihre beträchtliche Ungleichheit



gleichungen der normalen Trichromaten werden von beiden Gruppen der Dichromaten anerkannt, womit schon ohne weiteres der experimentelle Nachweis geliefert ist, daß die beiden Grundempfindungen eines jeden Dichromaten mit zweien der Grundempfindungen der Trichromaten identisch sind.<sup>1</sup> Es müßten nun auch eigentlich sämtliche Farbengleichungen der normalen Trichromaten mit den für die Dichromaten erhaltenen Empfindungskurven vereinbar sein. Thatsächlich ergibt sich aber, daß dieses nur bei den Sätzen I, II und VI bis IX der Tabelle XII. der Fall ist, der während die Sätze III, IV und V mit der *K*-Kurve der Dichromaten nicht vereint werden können. Wir haben oben (§ 14, S. 54) aber bereits darauf hingewiesen, daß gerade in diesen Sätzen bei den Trichromaten noch eine beträchtliche Menge blauen Lichtes auf einer beliebigen der beiden Seiten der Farbengleichungen beigemischt werden kann, ohne daß eine Störung der Gleichheit eintritt. Es ist ersichtlich, daß unter solchen Umständen eine Übereinstimmung der Beobachtungssätze mit der *K*-Kurve nicht erwartet werden kann; nur ein Zufall hätte dieses herbeiführen können. Daß Farbengleichungen der Trichromaten, welche mit der *K*-Kurve sich vereinigen lassen, auch im Bereiche der Sätze III bis V möglich sind, geht aber aus der Thatsache hervor, daß alle Gleichungen der Trichromaten, also auch die in diesem Spektralgebiete hergestellten, von den Dichromaten anerkannt werden.

Wenn man die Mittelwerte der erhaltenen Elementar-Empfindungs-Kurven zu Grunde legt, so ergibt sich mit einer in Rücksicht auf die bestehenden (durch Absorption etc. veran-

---

auf beiden Seiten der „Farbengleichung“ von Dichromaten und Trichromaten unbemerkt bleiben könnte. Die Folgerungen, die sich hieraus ergeben würden, sind leicht zu übersehen. Wir wollen auf sie hier aber nicht näher eingehen, da das vorliegende Beobachtungsmaterial zur völlig einwurfsfreien Entscheidung dieser Frage nicht ausreicht.

<sup>1</sup> Der theoretischen Vollständigkeit halber sei hier noch darauf hingewiesen, daß außer der genannten Beziehung auch noch eine solche bestehen kann, daß eine von den drei Grundempfindungen der Trichromaten eine homogene lineare Funktion der beiden Grundempfindungen des einen Typus der Dichromaten und eine andere eine ebensolche Funktion der beiden Grundempfindungen des anderen Typus ist. Es wäre dieses aber eine so gekünstelte Beziehung, daß dieselbe wenig wahrscheinlich und nicht weiter zu berücksichtigen ist.



laßten) geringen individuellen Verschiedenheiten und die vorhandenen Beobachtungsfehler vollkommen genügenden Genauigkeit auch rechnerisch dieselbe Beziehung. Die erforderlichen Werte für die Koeffizienten  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $a$ ,  $b$  und  $c$ , sowie die Ordinaten der erhaltenen Grundempfindungen werden im folgenden Paragraphen mitgeteilt.

Hrn. HERINGS Theorie der Gegenfarben stellt eine ähnliche Beziehung zwischen den dichromatischen und den trichromatischen Systemen auf, indem sie in den ersteren den Wegfall einer der in den letzteren vorhandenen Grundempfindungen annimmt, doch ist bei allen Dichromaten der Ausfall immer derselbe, und die bestehenden Verschiedenheiten unter ihnen, welche wir in zwei scharf getrennte Typen einordnen konnten, betrachtet sie als von sekundärer Bedeutung. Diese Auffassung steht in unvereinbarem Widerspruch mit unseren Ergebnissen.<sup>1</sup>

3. Da anomale Trichromaten und normale Trichromaten die von ihnen hergestellten Farbengleichungen gegenseitig nicht anerkennen (abgesehen von dem schon oben erwähnten Fall, daß nur blaues Licht in den Gleichungen enthalten ist), und da beide Gruppen die gleiche Zahl (drei) Grundempfindungen haben, so folgt, daß sie mindestens in einer Grundempfindung derartig voneinander abweichen müssen, daß die nicht übereinstimmende Grundempfindung der einen Gruppe sich in keinerlei Weise als homogene lineare Funktion der Grundempfindungen der anderen Gruppe darstellen läßt. Die Rechnung ergibt nun thatsächlich auch, daß nur zwei gleiche Grundempfindungen möglich sind, und zwar sind sie identisch mit denjenigen, welche durch die soeben durchgeführte Vergleichung mit den dichromatischen Systemen gewonnen wurden, während für die dritte beträchtliche Abweichungen bestehen bleiben.

§ 23. Die Beziehung der erhaltenen Grundempfindungen zu den Elementarempfindungen und ihre Intensitäts-Kurven im Spektrum.

Wenn wir die soeben erhaltenen Grundempfindungen in gleicher Weise als Funktion der Wellenlänge des Lichtes dar-

<sup>1</sup> Wir unterlassen es, auf eine an dieser Stelle naheliegende Kritik der Erklärung der Farbenblindheit aus der Theorie der Gegenfarben näher einzugehen, da die vorliegende Abhandlung nur rein experimentelle Ergebnisse und die unmittelbar daraus abzuleitenden Folgerungen enthalten soll.



stellen, wie es bei den Elementarempfindungen geschehen ist, so zeigt sich, daß an keiner Stelle des Spektrum negative Ordinaten vorhanden sind.

Wir haben also bei unserer Annahme nicht nötig, in dem Optikus antagonistisch wirkende Vorgänge vorauszusetzen, sondern können uns auf die Berücksichtigung der Zustände der Ruhe und der Erregung beschränken. Es ist dieses nach unserer Auffassung ein Vorteil gegenüber Hrn. HERINGS Theorie, da wir in den motorischen Nerven, die doch mit den Sinnesnerven in allen sonstigen fundamentalen Eigenschaften übereinstimmen, auch nur diese beiden Zustände, nicht aber zwei entgegengesetzte Erregungsprozesse kennen.<sup>1</sup>

Indem wir nun wieder die rein rechnungsmäßige und die Anschauung erleichternde Annahme für den Maßstab jeder Grundempfindung machen, daß (ebenso wie bei den Elementarempfindungen) das über die ganze Ausdehnung des Spektrum genommene Integral gleich 1000 sei, haben wir für diese Reduktion die rechten Seiten der Gleichungen auf S. 85 und 86 durch die jedesmalige algebraische Summe der benutzten Koeffizienten zu dividieren.

Wir erhalten also (unter Weglassung der Gleichung für monochromatische Systeme):

1. für dichromatische Systeme:

a) vom ersten Typus:

$$\mathfrak{B}_1 = \frac{\alpha_1' \cdot W_1 + \beta_1' \cdot K}{\alpha_1' + \beta_1'},$$

$$\mathfrak{R}_1 = \frac{\alpha_1'' \cdot W_1 + \beta_1'' \cdot K}{\alpha_1'' + \beta_1''};$$

b) vom zweiten Typus:

$$\mathfrak{B}_2 = \frac{\alpha_2' \cdot W_2 + \beta_2' \cdot K}{\alpha_2' + \beta_2'},$$

<sup>1</sup> Neuerdings hat Hr. E. HERING (Vergl. E. HERING, Zur Theorie der Vorgänge in der lebendigen Substanz. *Lotos*. Bd. IX. 1888) freilich versucht, seine von der herrschenden Auffassung abweichenden Ansichten auch für die Vorgänge in Muskeln und motorischen Nerven durchzuführen.



$$\Re_2 = \frac{\alpha_2'' \cdot W_2 + \beta_2'' \cdot K}{\alpha_2'' + \beta_2''};$$

2. für trichromatische Systeme:

a) normal:

$$\Re = \frac{a' \cdot R + b' \cdot G + c' \cdot V}{a' + b' + c'},$$

$$\mathfrak{G} = \frac{a'' \cdot R + b'' \cdot G + c'' \cdot V}{a'' + b'' + c''},$$

$$\mathfrak{B} = \frac{a''' \cdot R + b''' \cdot G + c''' \cdot V}{a''' + b''' + c'''};$$

b) anomal:

$$\Re' = \frac{a_1' \cdot R' + b_1' \cdot G' + c_1' \cdot V}{a_1' + b_1' + c_1'},$$

$$\mathfrak{G}' = \frac{a_1'' \cdot R' + b_1'' \cdot G' + c_1'' \cdot V}{a_1'' + b_1'' + c_1''},$$

$$\mathfrak{B}' = \frac{a_1''' \cdot R' + b_1''' \cdot G' + c_1''' \cdot V}{a_1''' + b_1''' + c_1'''}$$

Die im vorigen Paragraphen erwähnten Beziehungen zwischen den verschiedenen Farbensystemen werden erhalten, indem wir nunmehr setzen:

1. für dichromatische Systeme:

a) vom ersten Typus:

$$\begin{aligned} \alpha_1' &= 1 & [\beta_1' &= 0.1] \\ \alpha_1'' &= 0 & \beta_1'' &= 1 \end{aligned}$$

b) vom zweiten Typus:

$$\begin{aligned} \alpha_2' &= 1 & [\beta_2' &= 0] \\ \alpha_2'' &= 0 & \beta_2'' &= 1 \end{aligned}$$



2. für trichromatische Systeme:

a) normal:

$$\begin{array}{lll} a' = 1 & b' = -0.15 & [c' = 0.1] \\ a'' = 0.25 & b'' = 1 & [c'' = 0] \\ a''' = 0 & b''' = 0 & c''' = 1 \end{array}$$

b) anomal

$$\begin{array}{lll} a_1' = 1 & b_1' = 0 & [c_1' = 0.1] \\ a_1''' = 0 & b_1''' = 0 & c_1''' = 1 \end{array}$$

Die Bestimmtheit und Eindeutigkeit, mit der sich diese numerischen Werte der Koeffizienten angeben lassen, ist durchaus nicht bei allen die gleiche.<sup>1</sup> Im wesentlichen haben wir zwei Gruppen zu unterscheiden:

1. Die nicht eingeklammerten Werte sind bis auf den Grad der Unsicherheit, welcher durch die Beobachtungsfehler bei der Herstellung der Farbengleichung bedingt ist und welcher also auch unseren Elementar-Empfindungs-Kurven zukommt, völlig eindeutig. Diese Unsicherheit verhindert es zu entscheiden, ob man vielleicht, um zu einer noch etwas besseren Übereinstimmung zu kommen, den hier gleich Null gesetzten Koeffizienten  $\alpha_1''$ ,  $\alpha_2''$ ,  $a'''$ ,  $b'''$ ,  $b_1'$  und  $b_1'''$  einen sehr kleinen von Null verschiedenen Wert beizulegen habe.

2. Die eingeklammerten Werte hingegen sind bis auf gewisse Einschränkungen völlig willkürlich. — Die Koeffizienten  $\beta_2'$  und  $c''$  müssen zwar stets gleich angenommen werden, können aber jeden beliebigen nicht negativen Wert erhalten, ohne daß dadurch die hier gefundene Beziehung gestört wird. Wir haben die einfachste Annahme gemacht und beide gleich Null gesetzt. Etwas anders liegen die Verhältnisse hinsichtlich der Koeffizienten  $\beta_1'$ ,  $c'$  und  $c_1'$ . Da  $b'$  negativ genommen werden muß, um das Maximum der Kurve  $\mathfrak{R}$  mit dem Maximum von  $W_1$  und  $R'$  an dieselbe Stelle des Spektrum zu bringen, so würde, wenn man  $c' = 0$  annähme, die  $\mathfrak{R}$ -Kurve am kurzwelligen Ende negative Ordinaten haben; um diese nun

<sup>1</sup> Vergl. die weiter unten § 24, S. 105—107, an der Hand der NEWTONschen Farbentafel gegebene Darstellung des Inhaltes der folgenden Diskussion.



zu beseitigen, muß man  $c'$  einen positiven, einen gewissen Betrag übersteigenden, sonst aber willkürlichen Wert geben; diese untere Grenze für  $c'$  ist 0.0244 bei K. und 0.0368 bei D. Dann erhält aber die  $\Re$ -Kurve auch in der kurzwelligen Endstrecke positive Werte, und um dieses auch bei den Kurven  $\mathfrak{B}_1$  und  $\Re'$  zu erzielen, muß man für die Koeffizienten  $\beta_1'$  und  $c_1'$  Werte annehmen, welche hier einen mit der  $\Re$ -Kurve einigermaßen übereinstimmenden Verlauf bewirken. Da die Abweichung zwischen K. und D. ohne Zweifel auf der Unsicherheit der Beobachtungen beruht, so sind wir berechtigt, für beide denselben Wert von  $c'$  zu wählen, der dann natürlich auch die gleiche Annahme für  $\beta_1'$  und  $c_1'$  zur Folge hat. In unserer vorläufigen Mitteilung über die vorliegende Untersuchung haben wir nun den Betrag von 0.1 angenommen. Seitdem ist, besonders durch Hrn. E. BRODHUNS<sup>1</sup> Bestimmung der spektralen Helligkeits-Verteilung, ein geringerer Betrag wahrscheinlich geworden; da aber eine derartige Änderung die nachfolgenden Schlüsse nicht beeinflusst, so bleiben wir hier bei unserer alten Annahme.

Indem wir die angegebenen Werte der Koeffizienten in die Gleichungen einsetzen, erhalten wir:

1. für dichromatische Systeme:

a) vom ersten Typus:

$$\mathfrak{B}_1 = \frac{W_1 + 0.1 \cdot K}{1.1}$$

$$\Re_1 = K$$

b) vom zweiten Typus:

$$\mathfrak{B}_2 = W_2$$

$$\Re_2 = K$$

2. für trichromatische Systeme:

a) normal:

$$\Re = \frac{R - 0.15 \cdot G + 0.1 \cdot V}{0.95}$$

<sup>1</sup> E. BRODHUN, *Beiträge zur Farbenlehre*. Inaug.-Dissert. Berlin 1887.



$$\mathfrak{G} = \frac{0.25 \cdot R + G}{1.25}$$

$$\mathfrak{B} = V$$

b) anomal:

$$\mathfrak{R}' = \frac{R' + 0.1 \cdot V}{1.1}$$

$\mathfrak{G}'$  unbestimmbar,

$$\mathfrak{B}' = V.$$

Führen wir diese Rechnungen aus, so erhalten wir die in der folgenden Tabelle XXIII. angegebenen Werte für  $\mathfrak{B}_1$ ,  $\mathfrak{B}_2$ ,  $\mathfrak{R}$ ,  $\mathfrak{G}$  und  $\mathfrak{R}'$ , wobei noch zu bemerken ist, daß bei  $\mathfrak{B}_1$  und  $\mathfrak{B}_2$  nur die Mittelwerte der bei den zwei Beobachtern erhaltenen Zahlen angegeben sind.

Die Fig. 6 zeigt die durch diese Zahlen dargestellten Grund-Empfindungs-Kurven, und zwar geht hier die Kurvenführung stets genau durch die eingetragenen Punkte, damit man ein anschauliches Maß für die gewonnene Übereinstimmung erhält. Außerdem ist noch der Vollständigkeit halber die aus sämtlichen Mittelwerten gebildete Kurve für  $\mathfrak{B}$  eingezeichnet.

Wir sehen somit, daß mit einer in Rücksicht auf die vorhandenen Beobachtungsfehler und auf die früher schon erwähnten Verschiedenheiten in der Lichtabsorption durch das Pigment der Macula lutea vollkommen genügenden Genauigkeit folgende Gleichheiten<sup>1</sup> bestehen:

$$\begin{aligned}\mathfrak{B}_1 &= \mathfrak{R} = \mathfrak{R}' \\ \mathfrak{B}_2 &= \mathfrak{G} \\ \mathfrak{R}_1 &= \mathfrak{R}_2 = \mathfrak{B} = \mathfrak{B}'.\end{aligned}$$

Wir haben oben (S. 44 und 81) auf die verhältnismäßig grofse Unsicherheit der erhaltenen Elementar-Empfindungs-Kurve

<sup>1</sup> Nur an dem kurzwelligen Ende des Spektrum bestehen einige Abweichungen, die aber bei der Form der Darstellung, wie sie in Fig. 6 befolgt ist (Intensitätskurven der Grundempfindungen), nicht besonders hervortreten. Im folgenden Paragraphen, wo wir die Konfiguration der Farbentafel besprechen, wird dieser Punkt noch eingehender erwähnt werden.



Tabelle XXIII.  
Ordinaten der Grund-Empfindungs-Kurven.

$\lambda$		Für dichromatische Systeme		Für trichromatische Systeme				
		$\mathfrak{B}_1$	$\mathfrak{B}_2$	K.		D.		Z.
				$\mathfrak{R}$	$\mathfrak{G}$	$\mathfrak{R}$	$\mathfrak{G}$	$\mathfrak{R}'$
720	$\mu\mu$	0.026	0.003	0.035	0.006	0.035	0.006	0.040
700	"	0.087	0.010	0.116	0.021	0.109	0.020	0.132
685	"	0.176	0.020	0.243	0.043	0.245	0.043	0.283
670	"	0.437	0.046	0.546	0.104	0.529	0.100	0.626
650	"	1.42	0.233	—	—	—	—	—
645	"	—	—	2.264	0.533	1.979	0.435	2.265
630	"	3.55	0.76	4.112	1.234	3.610	0.967	3.565
620	"	4.92	1.48	5.327	1.930	4.962	1.570	4.806
610	"	6.04	2.55	6.714	3.075	6.316	2.568	6.082
600	"	7.00	3.78	7.205	4.449	7.000	3.719	6.975
590	"	7.64	5.56	7.892	6.097	7.680	5.306	7.800
580	"	7.97	7.34	—	—	—	—	—
577	"	—	—	8.139	8.413	8.110	7.704	7.893
570	"	7.99	9.40	—	—	—	—	—
563.5	"	—	—	8.284	10.709	8.042	9.749	—
560	"	7.77	10.27	—	—	—	—	7.591
555	"	—	—	8.137	11.320	7.886	10.507	—
550	"	7.37	10.55	—	—	—	—	—
545	"	—	—	7.395	11.300	7.278	10.685	6.865
540	"	—	10.39	—	—	—	—	—
536	"	—	—	6.432	10.398	6.637	10.146	—
535	"	—	—	—	—	—	—	5.790
530	"	5.80	9.64	—	—	—	—	—
520	"	5.00	8.50	—	—	—	—	4.711
516.5	"	—	—	3.269	6.686	—	—	—
512	"	—	—	—	—	3.266	7.244	—
505	"	3.31	6.26	1.772	4.014	2.523	5.727	3.890
495	"	2.02	4.31	1.010	2.303	1.576	3.800	2.038
485	"	1.49	2.72	0.892	1.730	1.040	2.670	1.511
475	"	1.39	1.265	0.834	1.362	0.678	2.000	0.927
463	"	1.42	0.520	1.230	0.740	1.201	1.114	1.165
455	"	1.42	0.173	1.340	0.366	1.360	0.648	1.179
445	"	1.35	—	1.407	0.170	1.460	0.200	1.207
433	"	—	—	1.297	—	1.252	—	1.234
430	"	1.12	—	—	—	—	—	—
400	"	0.210	—	0.291	—	0.281	—	0.277



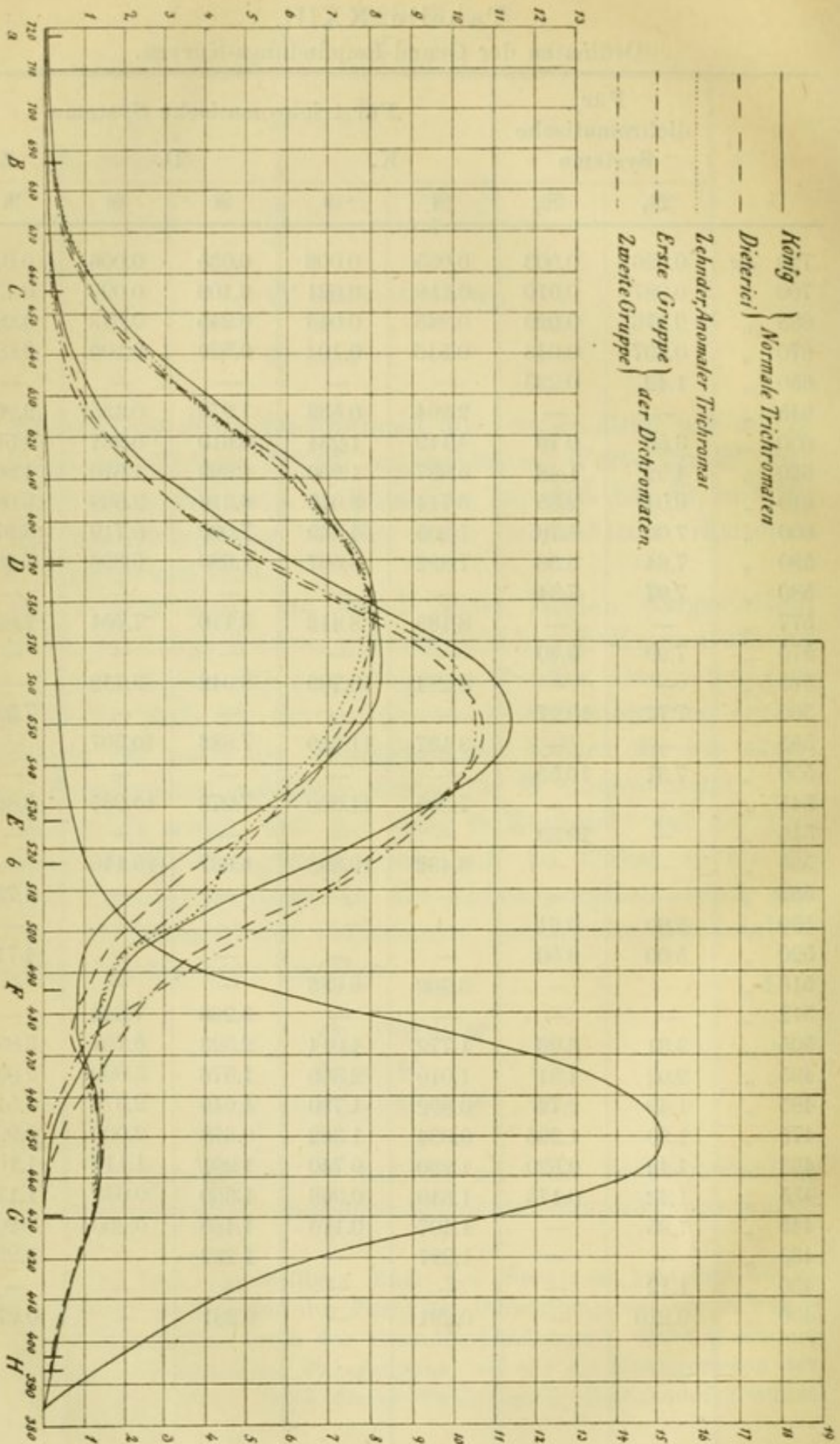


Fig. 6.



$R'$  der anomalen Trichromaten hingewiesen und müssen daher hier die Frage erörtern, wieweit hierdurch die gefundene Übereinstimmung der Grund-Empfindungs-Kurven  $\mathfrak{R}$  und  $\mathfrak{R}'$  in Zweifel gezogen werden kann. Aus der Art, wie wir die Elementar-Empfindungs-Kurven berechnen mußten, ergibt sich, daß jeder einzelne Mischungssatz nicht nur die Führung der Kurve auf der von ihm umschlossenen Strecke bestimmt, sondern, da das durch ihn Gefundene bei der rechnerischen Verwertung der übrigen Mischungssätze wieder zu Grunde gelegt werden muß, den ganzen übrigen Verlauf der Kurve beeinflusst, und zwar so sehr, daß unter Umständen eine kleine Änderung der Koeffizienten den ganzen Charakter der Kurve modifiziert; insbesondere ist dieses bei den Mischungssätzen der 3. Form der Fall. Es ist aber ersichtlich, daß infolge der Anordnung unserer Mischungssätze eine derartige Abweichung fast völlig durch andere numerische Werte der in unseren Gleichungen auf S. 91 und 92 vorkommenden Koeffizienten  $a_1$ ,  $b_1$  und  $c_1$  bei der Bildung der Grund-Empfindungs-Kurven wieder ausgeglichen werden kann. Daher bedingt die Unsicherheit der Farbengleichungen unserer anomalen Trichromaten fast lediglich die Unsicherheit der zur Gleichheit von  $\mathfrak{R}$  und  $\mathfrak{R}'$  erforderlichen numerischen Werte der Koeffizienten  $a_1$ ,  $b_1$  und  $c_1$ . Die Möglichkeit einer derartigen Beziehung zwischen den normalen und anomalen Trichromaten, wie wir sie oben gefunden, geht übrigens unmittelbar daraus hervor, daß innerhalb der Breite der Beobachtungsfehler die Farbengleichungen der normalen Trichromaten mit der Kurve  $\mathfrak{R}'$  und diejenigen der anomalen Trichromaten mit der Kurve  $\mathfrak{R}$  vereinbar sind.

Wir können die Ergebnisse dieses Paragraphen in folgende Sätzen zusammenfassen:

1. Die beiden bisher genauer untersuchten Typen dichromatischer Farbensysteme kann man aus den normalen trichromatischen Systemen in der Art entstanden denken, daß bei dem einen Typus die Grundempfindung  $\mathfrak{R}$ , bei dem anderen die Grundempfindung  $\mathfrak{G}$  fehlt.

2. Von den drei Grundempfindungen der anomalen Trichromaten können zwei mit denjenigen der normalen Trichromaten identisch sein. Die dritte Grundempfindung ist nicht nur in ihrer spektralen Verteilung in beiden Gruppen zweifellos verschieden, sondern es kann auch keine durch



eine homogene lineare Gleichung darstellbare Beziehung bestehen.<sup>1</sup>

§ 24. Die Farbentafel und die Qualität der Grundempfindungen. Wir haben oben (S. 41 § 11) schon der allgemeinen Eigenschaften der NEWTONschen Farbentafel Erwähnung gethan und wollen nunmehr auf Grund der benutzten Farbgleichungen und der aus ihnen abgeleiteten Ergebnisse eine solche Farbentafel konstruieren, wobei wir die Theorie derselben im allgemeinen als bekannt voraussetzen.

Der Farbentafel trichromatischer Systeme, (welche NEWTON allein bekannt waren), entspricht die Farbengerade der Dichromaten. (Bei den Monochromaten reduziert sich das ganze Farbensystem in dieser Art der Darstellung auf einen einzigen Punkt.)

Wir wollen nun für Dichromaten und beide Gruppen der Trichromaten die Farbengeraden und Farbentafeln (für das Sonnenlicht) konstruieren, indem wir zunächst die Elementarempfindungen in die Enden einer Geraden resp. die Ecken eines gleichseitigen Dreiecks legen.

Wenn wir für die Dichromaten mit  $\xi$  die laufenden Koordinaten der Farbengeraden bezeichnen, die  $W$ -Empfindung in den Punkt  $\xi = 0$  und die  $K$ -Empfindung in den Punkt  $\xi = 1$  legen, so erhalten wir

$$\xi = \frac{K}{W + K}$$

Bei den Trichromaten (normalen und anomalen) denken wir uns das gleichseitige Dreieck so gelegt, daß der Eckpunkt, welcher der  $R$ - resp.  $R'$ -Empfindung entspricht, mit dem Anfangspunkt des Koordinaten-Systems  $x y$  zusammenfällt, und daß der zweite Eckpunkt mit der  $V$ -Empfindung die Koordinaten  $x = 1$  und  $y = 0$  hat, dann liegt der dritte Eckpunkt des Dreiecks mit der  $G$ -Empfindung bei  $x = 0.5$  und  $y = \sqrt{\frac{3}{4}}$ .

<sup>1</sup> In jüngster Zeit hat Hr. H. v. HELMHOLTZ (*Zeitschr. f. Psychologie u. Physiol. der Sinnesorgane*. Bd. II., S. 1, 1891 und Bd. III., S. 1, 1892) den Versuch gemacht, mit Benutzung der Beobachtungsergebnisse der vorliegenden Untersuchung durch eine Erweiterung des psychophysischen Grundgesetzes von FECHNER Schlüsse auf die Grundempfindungen zu machen. Wir unterlassen es, das Ergebnis dieses Versuches hier näher zu besprechen.



Wir haben dann

$$x = \frac{0.5 \cdot G + V}{R + G + V}$$

$$y = \frac{V^{\frac{3}{4}} \cdot G}{R + G + V}$$

Die folgenden Tabellen XXIV. und XXV. enthalten diese Werte für die sieben vollständig untersuchten Farbensysteme.

Von größerem Interesse ist es aber, wenn wir bei der Konstruktion der Farbentafel von den Grundempfindungen ausgehen, wobei wir uns freilich auf die normalen Trichromaten beschränken müssen, da wir über die Grundempfindung  $\mathfrak{G}'$  der anomalen Trichromaten nichts Bestimmtes aussagen können. Geben wir dem Farbendreieck dieselbe Lage wie soeben, und verteilen die Grundempfindungen in der Art auf die Eckpunkte, daß

$$\text{für } \mathfrak{R} \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \quad \text{für } \mathfrak{G} \begin{cases} x = 0.5 \\ y = V^{\frac{3}{4}} \end{cases} \quad \text{und für } \mathfrak{B} \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$$

so haben wir nunmehr

$$x = \frac{0.5 \cdot \mathfrak{G} + \mathfrak{B}}{\mathfrak{R} + \mathfrak{G} + \mathfrak{B}}$$

und

$$y = \frac{V^{\frac{3}{4}} \cdot \mathfrak{G}}{\mathfrak{R} + \mathfrak{G} + \mathfrak{B}}$$

Die folgende Tabelle XXVI. enthält die Werte von  $x$  und  $y$  für unsere beiden normalen trichromatischen Farbensysteme.

In Fig. 7 sind die Orte derjenigen Spektralfarben eingetragen, für welche wir die Intensität der Grundempfindungen berechnet haben. Die von einem kleinen Kreise umgebenen Punkte  $\odot$  beziehen sich auf das Farbensystem von K., die kleinen Kreuzchen  $+$  auf dasjenige von D. Die mit einem  $\oplus$  bezeichneten Punkte sind beiden Farbensystemen gemeinsam. Die Wellenlänge ist überall beigelegt. Außerdem ist der



Tabelle XXIV.

Farbengerade dichromatischer Systeme.

$\lambda$	Erster Typus		Zweiter Typus	
	W. WALDEYER $\xi$	E. BRODHUN. $\xi$	L. KRANKE. $\xi$	H. SAKAKI. $\xi$
720 $\mu\mu$ bis 630 $\mu\mu$	0.—	0.—	0.—	0.—
620 $\mu\mu$	0.0002	0.0010	—	—
605 "	0.004	0.004	—	—
590 "	0.005	0.007	—	0.0005
580 "	—	—	—	0.002
575 "	—	0.008	—	—
570 "	0.013	—	—	0.002
560 "	—	0.012	—	—
556 "	—	—	—	0.008
550 "	0.026	—	—	—
545 "	—	0.022	—	—
540 "	—	—	—	0.024
530 "	0.092	0.060	—	—
525 "	—	—	—	0.065
521 "	—	—	0.062	—
515 "	—	0.210	—	—
510 "	0.236	—	—	0.173
503 "	—	—	0.216	—
500 "	0.516	0.523	—	0.358
487.5 "	—	—	0.538	—
487 "	0.825	0.819	—	0.674
479 "	—	—	0.766	—
475 "	0.946	0.943	—	0.869
467.5 "	—	—	0.967	—
465 "	0.974	0.982	—	0.946
455 "	0.989	—	—	0.977
450 $\mu\mu$ bis 400 $\mu\mu$	1.—	1.—	1.—	1.—



Tabelle XXV.

Farbentafel trichromatischer Systeme.  
(Elementarempfindungen.)

$\lambda$		Normal				Anomal	
		K.		D.		ZEHNDER.	
		$x$	$y$	$x$	$y$	$x$	$y$
720	$\mu\mu$	0.—	0.—	0.—	0.—	0.—	0.—
700	"	0.—	0.—	0.—	0.—	0.—	0.—
685	"	0.—	0.—	0.—	0.—	0.—	0.—
670	"	0.—	0.—	0.—	0.—	0.—	0.—
645	"	0.027	0.047	0.018	0.031	0.052	0.091
630	"	0.060	0.104	0.044	0.077	0.119	0.206
620	"	0.087	0.151	0.068	0.117	0.150	0.260
610	"	0.123	0.211	0.105	0.181	0.182	0.314
600	"	0.168	0.289	0.146	0.250	0.204	0.352
590	"	0.202	0.345	0.186	0.317	0.220	0.379
577	"	0.243	0.414	0.232	0.395	0.237	0.406
563.5	"	0.274	0.461	0.267	0.447	—	—
560	"	—	—	—	—	0.263	0.446
555	"	0.286	0.474	0.281	0.465	—	—
545	"	0.301	0.490	0.298	0.482	0.278	0.466
536	"	0.317	0.494	0.309	0.485	—	—
535	"	—	—	—	—	0.287	0.475
520	"	—	—	—	—	0.309	0.490
516.5	"	0.388	0.502	—	—	—	—
512	"	—	—	0.401	0.509	—	—
505	"	0.479	0.461	0.460	0.472	0.350	0.468
495	"	0.629	0.352	0.578	0.396	0.570	0.358
485	"	0.806	0.212	0.734	0.289	0.745	0.270
475	"	0.930	0.121	0.902	0.171	0.884	0.201
463	"	0.967	0.057	0.953	0.082	0.939	0.105
455	"	0.983	0.030	0.973	0.047	0.981	0.033
445	"	0.992	0.013	0.990	0.018	0.992	0.014
433	"	1.—	0.—	1.—	0.—	1.—	0.—



Tabelle XXVI.  
Farbentafel trichromatischer Systeme.  
(Grundempfindungen.)

$\lambda$	Für K.		Für D.	
	$x$	$y$	$x$	$y$
720 $\mu\mu$	0.080	0.139	0.080	0.139
700 "	0.080	0.139	0.080	0.139
670 "	0.080	0.139	0.080	0.139
645 "	0.095	0.165	0.090	0.156
630 "	0.115	0.200	0.106	0.183
620 "	0.133	0.230	0.120	0.208
610 "	0.158	0.272	0.145	0.250
600 "	0.192	0.330	0.175	0.300
590 "	0.219	0.377	0.206	0.353
577 "	0.258	0.438	0.247	0.423
563.5 "	0.288	0.484	0.281	0.470
555 "	0.300	0.497	0.296	0.488
545 "	0.317	0.513	0.312	0.504
536 "	0.333	0.516	0.325	0.506
516.5 "	0.410	0.517	—	—
512 "	—	—	0.425	0.524
505 "	0.501	0.456	0.484	0.475
495 "	0.642	0.330	0.599	0.380
485 "	0.787	0.182	0.736	0.257
475 "	0.880	0.093	0.870	0.135
463 "	0.894	0.043	0.888	0.061
455 "	0.900	0.021	0.896	0.035
445 "	0.902	0.010	0.902	0.010
433 "	0.905	0.000	0.905	0.000
400 "	0.905	0.000	0.905	0.000



Weiß-Punkt, unserer Festsetzung gemäß, in den gemeinsamen Schwerpunkt der gleich belasteten Ecken eingezeichnet.

Aus dieser Farbentafel (ebenso wie aber auch aus Fig. 6) ergeben sich als die den Grundempfindungen entsprechenden Nuancen

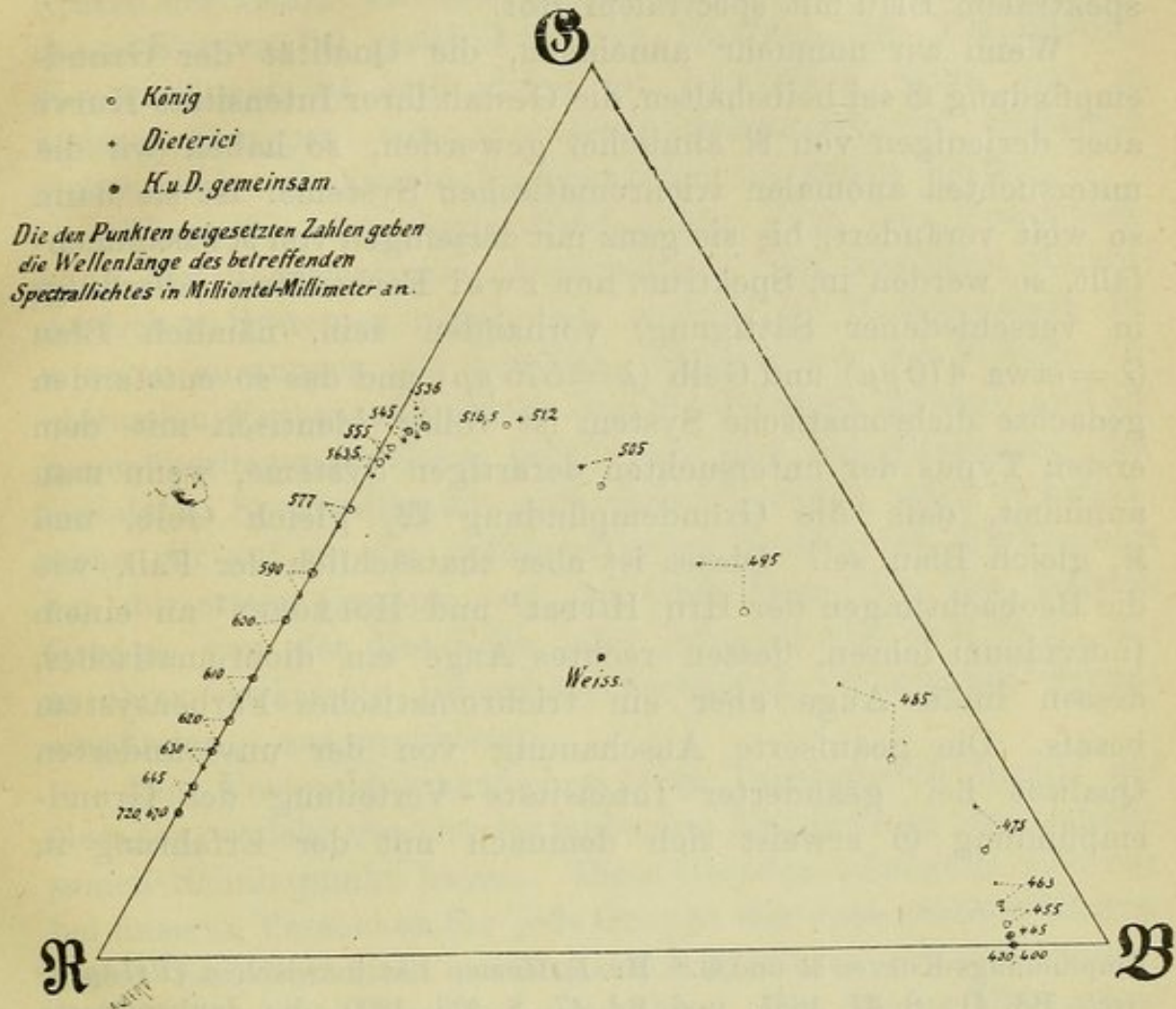


Fig. 7.

für R ein Rot, welches etwas von dem Rot der langwelligen Endstrecke im Spektrum nach dem Purpur abweicht,  
für G ein Grün von der Wellenlänge etwa  $505\mu\mu$ ,  
für B ein Blau von der Wellenlänge etwa  $470\mu\mu$ .<sup>1</sup>

<sup>1</sup> In unserer vorläufigen Mitteilung führen wir an dieser Stelle in folgender Weise fort: „Es sind die somit bestimmten Grundempfindungen genau diejenigen Farben, welche Hr. HERING, auf einer rein psychologischen Analyse der Farbenempfindungen fußend, als „Ur-Rot“, „Ur-Grün“ und „Ur-Blau“ bezeichnet. Das zu der Grundempfindung B komplementäre Spectrallicht von der Wellenlänge etwa  $575\mu\mu$  ist das „Ur-Gelb“ des Hrn. HERING und entspricht dem Schnittpunkt der Grund-



Aus der Farbentafel geht ferner hervor, daß unter den Grundempfindungen  $\mathfrak{B}$  am meisten,  $\mathfrak{G}$  am wenigsten gesättigt im Spektrum vertreten ist; die Farbentafel steht außerdem im Einklang mit der Erfahrungsthatsache, daß das spektrale Violet immer gesättigter ist, als irgend eine Mischung von spektralem Blau mit spektralem Rot.

Wenn wir nunmehr annehmen, die Qualität der Grundempfindung  $\mathfrak{G}$  sei beibehalten, die Gestalt ihrer Intensitäts-Kurve aber derjenigen von  $\mathfrak{R}$  ähnlicher geworden, so haben wir die untersuchten anomalen trichromatischen Systeme. Ist sie dann so weit verändert, bis sie ganz mit derjenigen von  $\mathfrak{R}$  zusammenfällt, so werden im Spektrum nur zwei Farbtöne (allerdings in verschiedener Sättigung) vorhanden sein, nämlich Blau ( $\lambda = \text{etwa } 470 \mu\mu$ ) und Gelb ( $\lambda = 575 \mu\mu$ ), und das so entstanden gedachte dichromatische System ist völlig identisch mit dem ersten Typus der untersuchten derartigen Systeme, wenn man annimmt, daß die Grundempfindung  $\mathfrak{B}_1$  gleich Gelb, und  $\mathfrak{R}_1$  gleich Blau sei. Dieses ist aber thatsächlich der Fall, wie die Beobachtungen der Hrn. HIPPEL<sup>1</sup> und HOLMGREN<sup>2</sup> an einem Individuum lehren, dessen rechtes Auge ein dichromatisches, dessen linkes Auge aber ein trichromatisches Farbensystem besaß. Die geäußerte Anschauung von der unveränderten Qualität bei geänderter Intensitäts-Verteilung der Grundempfindung  $\mathfrak{G}$  erweist sich demnach mit der Erfahrung in

---

Empfindungs-Kurven  $\mathfrak{R}$  und  $\mathfrak{G}$ ." Hr. E. HERING hat inzwischen (*Pflügers Arch.* Bd. 41, S. 44. 1887. und Bd. 47, S. 425. 1890) die dankenswerte Freundlichkeit gehabt, uns auf einen hier begangenen Irrtum aufmerksam zu machen: Unsere Grundempfindungen  $\mathfrak{R}$  und  $\mathfrak{G}$  können nicht beide zwei HERINGSchen Gegenfarben (Ur-Rot und Ur-Grün) gleich sein, da diese komplementär gefärbt sind, während das für zwei unserer Grundempfindungen den Voraussetzungen der YOUNGSchen Theorie gemäß unmöglich der Fall sein kann. Nach Hrn. HERINGS Angabe ist sein „Ur-Rot“ bläulicher als unsere Grundempfindung  $\mathfrak{R}$ , und es weicht ebenfalls sein „Ur-Grün“ von unserer Grundempfindung  $\mathfrak{G}$  nach dem Blauen hin ab.

<sup>1</sup> A. v. HIPPEL, *Gräfes Archiv* Bd. 26 (2), S. 176, 1880, und Bd. 27 (3), S. 47, 1881.

<sup>2</sup> F. HOLMGREN, *Centralblatt f. d. med. Wissenschaften* 1880, S. 898. — Congrès internat. périodique des sciences médicales. 8<sup>me</sup> Session. Copenhague 1884. Section d'Ophthalmologie. *Ann. d'Oculistique*. Tome XCII, S. 132, 1884.



Einklang. Eine völlig analoge Auffassung ist hinsichtlich der zweiten Gruppe der Dichromaten möglich.

Inwiefern die übrigen von Hrn. HOLMGREN aufgefundenen und untersuchten Fälle unilateraler „Farbenblindheit“ zur Stütze der Lehre von der Veränderlichkeit der Grund-Empfindungs-Kurven bei gleichbleibender Qualität der Empfindung dienen können, ist erst sicher zu beurteilen, wenn sich in anderen Gruppen von anomalen trichromatischen Systemen bisher noch unbekannte Übergangsformen finden sollten.

Wenn die dargelegte Anschauung über den Zusammenhang der dichromatischen Systeme mit den normalen trichromatischen Systemen richtig ist, so fällt die Farbengerade der ersteren zusammen mit dem Lot, welches von der  $\beta$ -Ecke der (normalen) Farbentafel (durch den Weiß-Punkt gehend) auf die gegenüberliegende Seite gefällt ist, und die Anordnung der einzelnen Spektrallichter auf dieser Geraden wird erhalten, wenn wir auf sie die entsprechenden Punkte der Farbentafel bei der ersten Gruppe von der Grün-Ecke, bei der zweiten Gruppe von der Rot-Ecke (also jedesmal von dem Orte, der in ihrer spektralen Intensitäts-Verteilung veränderten Grundempfindung) aus projizieren.

Die Verwechslungsfarben eines Dichromaten liegen auf Geraden, welche den Ort der fehlenden Empfindung zum gemeinsamen Schnittpunkt haben. Diese Geraden schneiden sich nun bei unseren Versuchen für jede Gruppe der untersuchten Dichromaten natürlich nicht mathematisch genau in einem Punkte, sondern die Schnittpunkte sind über eine kleine Fläche zerstreut. Besonders weit abseits liegen die Schnittpunkte derjenigen Verwechslungsfarben, welche viel Blau enthalten, was aus der schon mehrfach hervorgehobenen, durch die geringe Helligkeit in diesem Teile des Spektrum bedingten größeren Unsicherheit der Beobachtungen zu erklären ist.<sup>1</sup>

Wir haben nun die Orte von  $\mathfrak{R}$  und  $\mathfrak{G}$  auf der Farbentafel innerhalb jener kleinen Flächen so gewählt, daß die Gerade  $\mathfrak{R} \mathfrak{G}$  möglichst nahe heranrückt an die Kurve der Spektralfarben, welche in Fig. 8 durch die stark ausgezogene Linie dargestellt ist.

Über den Ort der Grundempfindung  $\beta$  können wir keine

---

<sup>1</sup> Vergl. Anmerkung auf S. 94.



bestimmten Angaben machen. Er muß nur so liegen, daß das von ihm und den Orten von  $\mathfrak{R}$  und  $\mathfrak{G}$  gebildete Dreieck den reellen Teil der Farbentafel, d. h. die von der Kurve der Spektralfarben und der Verbindungslinie ihrer Endpunkte umgrenzte Fläche, völlig enthält. — Indem wir (Fig. 8) von dem  $\mathfrak{R}$ -Punkte die Gerade  $\mathfrak{R} a b$  durch den Ort der kurzwelligen

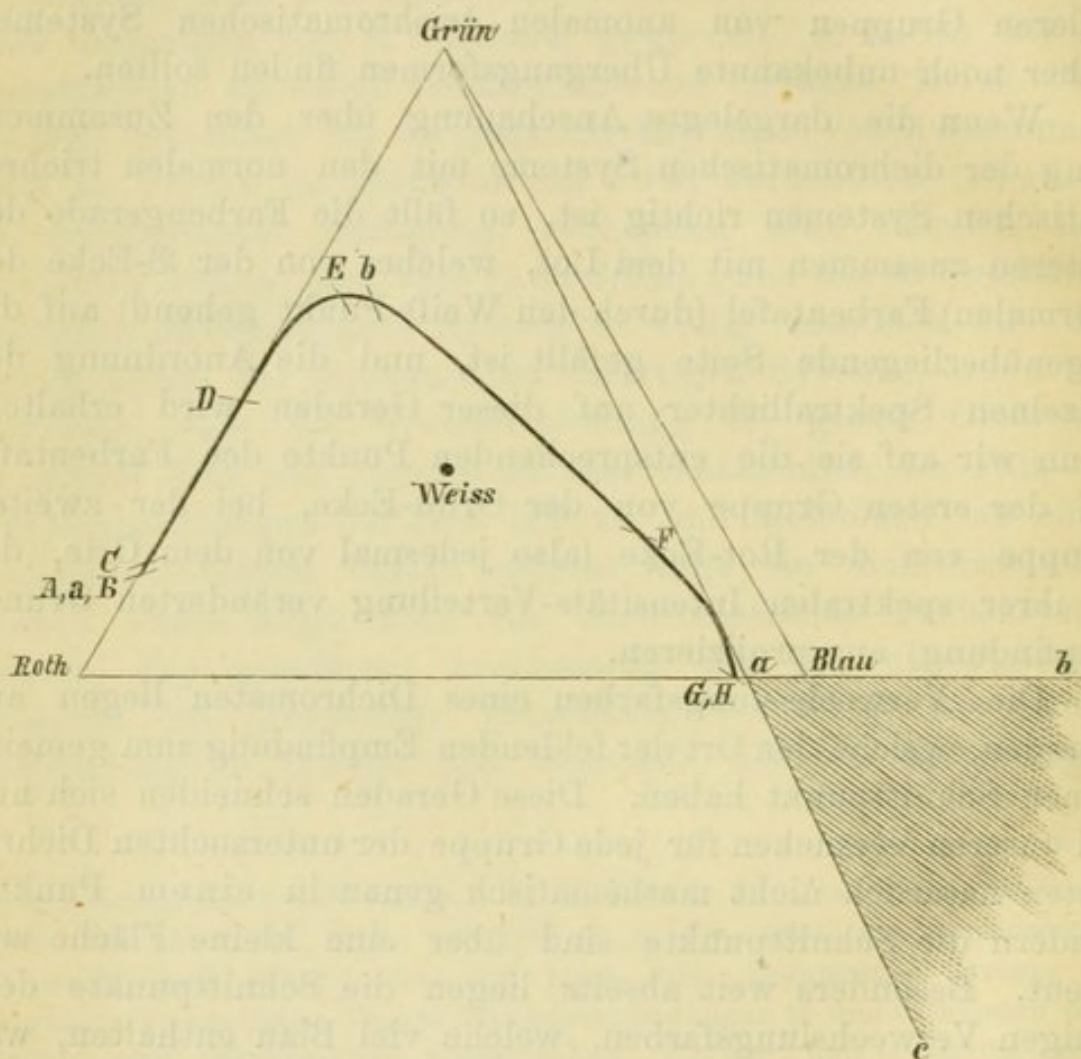


Fig. 8.

Endstrecke ( $G, H$ ) und ferner von dem  $\mathfrak{G}$ -Punkte die Tangente  $\mathfrak{G} a c$  an die Kurve der Spektralfarben ziehen, entsteht der unendlich große Flächensektor  $c a b$ , in dem man (die unendlichen Begrenzungsgeraden  $a b$  und  $a c$  sind in die Wahl eingeschlossen) den Ort der Grundempfindung  $\mathfrak{B}$  völlig willkürlich wählen kann. Trotzdem der Scheitelpunkt  $a$  des Sektors vor allen übrigen Punkten in gewisser Beziehung ausgezeichnet ist, haben wir ihn doch nicht als den Ort der Grundempfindung  $\mathfrak{B}$  gewählt, weil er infolge der Beobachtungsunsicherheit in



unseren beiden Farbensystemen an etwas verschiedenen Stellen liegt.<sup>1</sup>

Dadurch, daß wir ihn (wie in Fig. 8 angegeben ist) völlig willkürlich auf die Gerade  $a b$  legten, bekommen unsere Grund-Empfindungs-Kurven  $\mathfrak{R}$  und  $\mathfrak{B}_1$  ein zweites kleines Maximum am blauen Ende des Spektrum; hätten wir einen Punkt der Geraden  $a c$  gewählt, so wäre dieses bei den Grund-Empfindungs-Kurven  $\mathfrak{G}$  und  $\mathfrak{B}_2$  der Fall; eine Lage im Innern des Sektors hätte ein derartiges zweites Maximum bei  $\mathfrak{R}$ ,  $\mathfrak{G}$ ,  $\mathfrak{B}_1$  und  $\mathfrak{B}_2$  bewirkt.

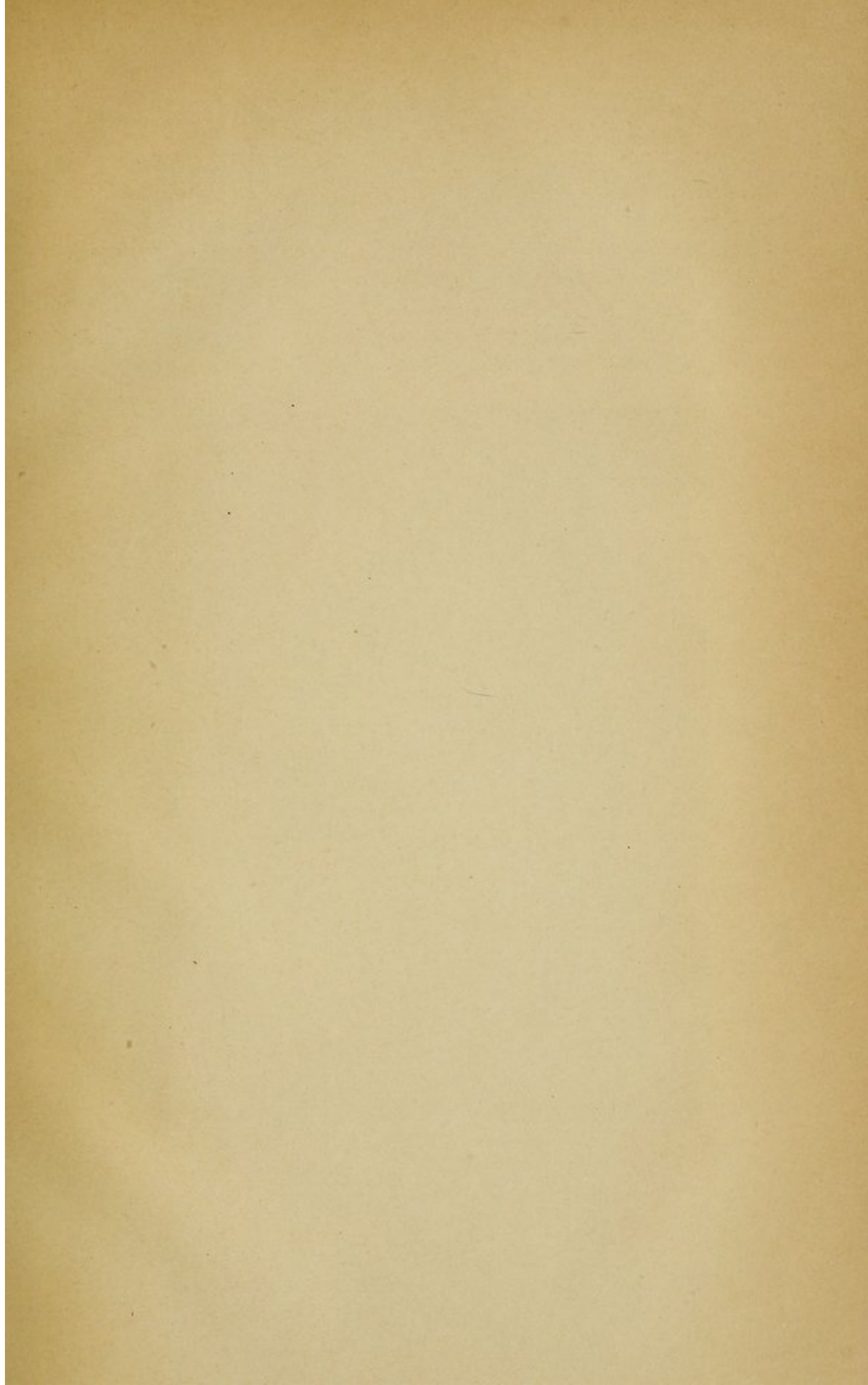
---

<sup>1</sup> Vergl. § 23. S. 93.

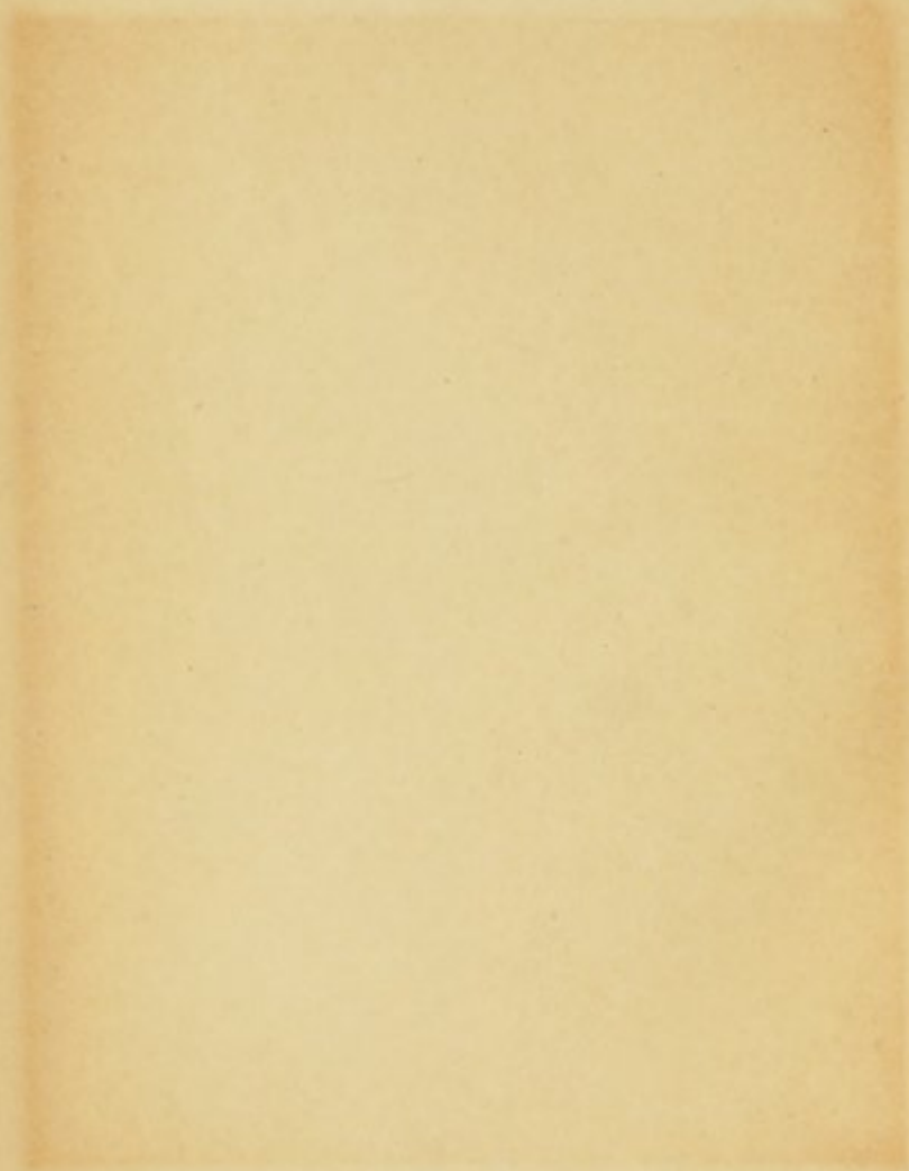














QP481

K83

König



